UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ÉTUDE DES SITUATIONS PARADIGMATIQUES DANS L'INTRODUCTION DU CONCEPT DE LA DÉRIVÉE AU COLLÉGIAL

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

PAR

JEAN TCHEUFFA NZIATCHEU

JUIN 2015

REMERCIEMENTS

Je remercie mon directeur M. Fernando Hitt qui m'a incroyablement soutenu à travers ses conseils, son encadrement, sa rigueur, ses encouragements sans relâche et sa disponibilité de marque.tout au long de cette recherche. Il constitue à cet effet un précieux leit motiv dans la présente production.

J'éprouve de la gratitude envers mes collègues étudiantes et étudiants qui m'ont constamment apporté leur conseil à travers leur point de vue dans ce travail. Je tiens à dire merci à tou(te)s mes professeur(e)s qui ont d'une manière ou d'une autre contribué à la réalisation de ce travail. Je pense à Caroline Lajoie, Jérôme Proulx, Jean-François Maheux, Denis Tanguay et à bien d'autres. Je ne peux passer sous silence la contribution de Nadia Hardy qui m'a également insuflé le goût de la recherche à travers mon stage de recherche en didactique des mathématiques à l'université Concordia. Merci également à Gisèle Legault du laboratoire informatique des cycles supérieurs en mathématiques de l'UQÀM qui m'a soutenu dans la mise en forme de ce mémoire.

J'adresse une reconnaissance à l'UQÀM (Université du Québec à Montréal) et au Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport du Québec pour leur soutien financier.

Un mille merci est adressé à mon épouse Nadège et à nos enfants Étienne, Wold et Lagrange qui contribuent en tout temps à mon sourire et à mon équilibre quotidien. Une pensée de reconnaissance va à l'endroit de ma maman Victorine et de mon défunt papa Abel.

Enfin, j'adresse un mille merci à tous ceux et celles qui me liront pour enrichir leurs travaux tout en contribuant à l'avancement de la recherche.

[Cette page a été laissée intentionnellement blanche]

TABLE DES MATIÈRES

[Cette page a été laissée intentionnellement blanche]

LISTE DES FIGURES

[Cette page a été laissée intentionnellement blanche]

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

La présente recherche porte sur l'analyse des manuels scolaires de calcul différentiel utilisés au cégep pour rendre compte de la façon dont les auteurs présentent la dérivée. Cependant, pour réaliser ce travail, quelques étapes fondamentales sont mises en évidence. La première porte sur la problématique qui consiste à identifier le problème faisant objet d'investigation, à le circonscrire et à le préciser. Cette phase décrit les motivations à entreprendre ladite recherche, le fil conducteur allant du programme ministériel à la question principale de recherche en passant entre autres par le programme du MELS, les programmes utilisés dans quelques cégeps et les listes des manuels qui sont d'usage, les limites et avantages du manuel scolaire dans un contexte général et spécifique au cégep, le choix des manuels pour l'analyse, les recherches mettant en évidence les difficultés qu'éprouvent les étudiants en calcul différentiel. La deuxième étape du travail situe le problème de recherche à l'intérieur d'un cadre théorique construit et d'une grille élaborée permettant d'analyser ces manuels. La perspective théorique utilisée dans ce travail est un construit situé à mi-chemin entre la théorie de représentation sémiotique de Duval et le concept paradigmatique de Zandieh. La troisième étape traite de la méthodologie qui s'inscrit dans le cadre théorique élaboré dans la partie précédente. Quant à la quatrième partie, elle porte sur l'analyse des données ainsi que les conclusions issues de la recherche.

Mots clés : manuels scolaires, didactique, représentations sémiotiques, concept paradigmatique, calcul différentiel.

[Cette page a été laissée intentionnellement blanche]

INTRODUCTION

L'outil didactique qu'est le manuel scolaire est un moyen à travers lequel une société garantit sa spécificité didactique, pédagogique et la compétence des enseignants. Son contenu se bâtit à partir des instructions officielles et des programmes scolaires. Cela constitue le siège de la mise en écrit du contenu des programmes. C'est un outil qui résulte à la fois des stratégies impliquant l'influence du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport qui mène à l'élaboration de programmes officiels, les auteurs de manuels qui prennent en compte les besoins des enseignants et étudiants, les éditeurs pour leur besoin de commercialisation. Les programmes prescrits déterminent ainsi le contenu des manuels scolaires et les manuels en retour semblent influencer les pratiques enseignantes et peuvent aussi conditionner les apprentissages des élèves. Le manuel n'est ni un programme, ni ce qui est fait en situation de classe, il sert d'indicateur au professeur et à l'élève et joue un rôle d'intermédiaire entre le programme et la classe. Cependant, ce document est utile parce qu'il est un point d'appui, un support et une source d'informations accessible à l'étudiant. C'est également un complément de cours qui sert de base de réflexion à l'enseignement et à l'apprentissage qui est sensé nourrir la curiosité de l'étudiant, de l'enseignant, du chercheur, de son utilisateur tout en lui présentant une approche particulière et une autre façon d'aborder ou de traiter les notions mathématiques dans la classe.

La recherche en didactique des mathématiques prend plusieurs années pour passer du chercheur à la classe de mathématiques. En générale, le manuel représente une posture institutionnelle et plusieurs auteurs semblent rarement prendre en compte les résultats de recherche dans leurs travaux, et cela peut ne pas aider à nourrir toutes les variables qui entrent en jeu dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Parmi ces variables, il y a par exemple le renouvèlement des programmes d'études, les manuels, les méthodes d'enseignement, les problèmes d'apprentissage des élèves, etc. Ce qui fait que cet outil (le manuel scolaire), qui a une grande influence dans le milieu scolaire, demeure un objet d'investigation qui est toujours d'actualité aux yeux de plusieurs didacticiens de mathématiques. Ainsi, certains résultats de recherches issus de l'analyse de manuels montrent que ceux-ci semblent parfois imposer leur point de vue aux enseignants et que la façon d'enseigner une notion comme la dérivée (qui est le concept clé dans cette investigation), influence la conception que les enseignants et leurs étudiants peuvent avoir de cette notion. Par ailleurs, d'autres investigations mettent en évidence les difficultés que les étudiants éprouvent dans l'apprentissage de la dérivée. Toutefois, vu l'importance de cet outil, la présente recherche se veut analyser quelques manuels de calcul différentiel utilisés présentement au cégep pour rendre compte de la façon dont les auteurs introduisent le concept de dérivée. C'est une analyse du point de vue didactique dans l'objectif d'étudier les situations utilisées par ces auteurs pour introduire la dérivée. Toutefois, le travail consiste à analyser comment ces auteurs utilisent les différents types de *représentations sémiotiques (ou institutionnelles)* qui sont d'usage dans ces situations pour introduire ce concept. Cela permet entre autre de saisir le paradigme qui sous-tend les travaux de ces auteurs.

Le chapitre un porte sur la problématique et présente les raisons et la pertinence de cettte recherche. Le chapitre deux présente la construction d'un cadre théorique qui intègre la théorie de représentations sémiotiques de Duval et le concept paradigmatique de Zandieh. Le chapitre trois porte sur la façon dont la recherche est menée, les motivations qui orientent le choix des manuels, ainsi que la collecte de données. Le chapitre quatre rapporte sur l'analyse des données collectées et les résultats. La conclusion est faite au chapitre cinq.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

1.1 Introduction

Le fait d'avoir enseigné les mathématiques au lycée m'a permis de constater que les étudiants éprouvent des difficultés d'apprentissage en calcul différentiel, ce qui se traduit par de faibles notes qu'ils ont dans cette matière et donc par un taux d'échec relativement élevé. L'on montrera des statistiques plus loin dans le cas de Québec (voir section 1.5.1 p. 40). Je suis parti du postulat selon lequel me baser uniquement sur les notes pour justifier ces difficultés serait insuffisant. Conscient du fait qu'apprendre les mathématiques relève d'une activité complexe qui requiert l'engagement des étudiants, je peux constater que leur désengagement vis-à-vis du calcul différentiel peut avoir plusieurs origines. Je me demande si ces difficultés sont d'origines cognitives, sociales, affectives ou bien si elles proviennent des objets mathématiques eux-mêmes et les façons de les présenter dans les manuels. Cependant, ces difficultés sont de natures différentes. Cela serait dû d'une part aux contenus mathématiques de nature différente et convergente comme l'arithmétique, l'algèbre, la trigonométrie, la géométrie analytique, etc. que ces étudiants ont à maîtriser dans l'apprentissage du calcul, et d'autre part aux nouveaux contenus mathématiques tel que l'infini (potentiel versus actuel) mathématique, ainsi que les processus où l'on utilise l'infini mathématique comme les limites, la continuité et la dérivée qu'ils ont à travailler. Le regard que je porte sur ce problème est issue de la pratique et mon questionnement me pousse à l'approfondissement de la problématique en explorant du côté de la didactique des mathématiques. Ainsi, je désire aujourd'hui aller plus en profondeur en visitant certaines recherches juste pour identifier les origines de ces difficultés afin de montrer que le concept de dérivée est un concept complexe. Toutefois, bien que la dérivée soit complexe, ma préoccupation principale dans cette recherche ne consiste pas à travailler sur la compréhension de ce concept chez les étudiants, encore moins sur les difficultés qu'ils éprouvent ainsi que leurs interprétations, mais elle consiste à examiner comment ce concept est présenté dans les manuels scolaires parce que cela fait partie des outils qu'utilisent les enseignant(e)s et étudiant(e)s.

L'élaboration d'un manuel pour le cours de calcul différentiel est une tâche complexe qui ne va pas de soi, parce que cela doit non seulement s'inscrire dans la logique des programmes officiels, mais également doit être conçu dans un souci de répondre aux besoins des étudiants, des enseignants, des chercheurs et de ses utilisateurs potentiels sur plusieurs plans et de la société en général. Pour ne citer que le cas de l'étudiant par exemple, ce manuel peut l'aider, à reformuler les énoncés mathématiques tout en développant une confiance de soi, à développer ses facultés de communication tout en l'amenant à expliquer des concepts mathématiques à travers la résolution de problèmes, à développer la stimulation intellectuelle tout en lui proposant une gamme de problèmes allant des exercices de routine aux problèmes complexes qu'il a à résoudre. Le manuel scolaire se révèle comme un outil didactique parce que les auteurs doivent concevoir des situations qui favorisent et facilitent l'apprentissage et qui contribuent au développement holistique de la personne dans son entourage social. Dans le cas du concept de dérivée par exemple, il sera montré un peu plus loin dans le présent chapitre (voir section 1.5), que certaines recherches visitées dans le cadre de ce travail montrent que les étudiants éprouvent des difficultés d'apprentissage sur cette notion. Toutefois, le but ici n'est ni de concevoir un manuel de calcul différentiel, encore moins d'analyser l'apprentissage ou la compréhension de ce concept chez les étudiants, mais d'analyser la façon dont la dérivée est introduite dans les manuels qui sont d'usage présentement au cégep et de réfléchir sur son rôle de médiateur entre la recherche, les programmes proposées par le ministère d'éducation et l'enseignant et l'élève. Mais avant d'y arriver, il est important de visiter le programme science de la nature dont émerge le manuel de calcul différentiel au Québec. Cependant, l'objectif ici n'est pas d'étudier le programme, mais seulement de faire ressortir ses éléments caractéristiques.

1.2 Du programme au manuel scolaire de calcul différentiel

Au Québec, un programme est un ensemble intégré de contenus d'enseignement concernant l'apprentissage des mathématiques et visant l'atteinte d'objectifs de formation en fonction de standards déterminés (*Règlement sur le régime des études collégiales*, article 1). Le programme science de la nature est un programme d'études préuniversitaires du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). Son élaboration est rendue possible grâce à une importante collaboration du milieu collégial et universitaire. Il est conçu en suivant le cadre d'élaboration des programmes d'études préuniversitaires de la direction de l'enseignement collégial. Selon le MELS (2010), ce cadre

> Inscrit les programmes d'études préuniversitaires dans une véritable continuité avec les programmes d'études universitaires; prône l'approche programme; vise une éducation centrée sur la maîtrise des apprentissages, selon une approche dite par compétences; vise une éducation qui contribue au développement intégral de la personne . (p. 12)

Le programme sciences de la nature comprend une composante de formation générale qui est commune à tous les programmes d'études collégiales (16 2/3 unités), une composante de formation générale qui lui est propre (6 unités), une composante de formation générale qui est complémentaire à ses autres composantes (4 unités) et une composante de formation spécifique (32 unités)

1.2.1 Ce qui caractérise le programme général

Au Québec, le programme des études préuniversitaires a pour finalité la préparation et la réussite des apprenants aux études universitaires. Son but est de concrétiser la finalité du programme à travers l'acquisition de compétences et de capacités essentielles par l'apprenant pour mener ladite réussite. Pour cela, les compétences à développer se fondent sur l'acquisition ou la maîtrise des connaissances, des habiletés et des attitudes propres à l'enseignement collégial. Les objectifs de ce programme, formulés en termes de compétences, dans lesquelles chaque compétence comprend un énoncé et des éléments, déterminent les résultats attendus chez les apprenants. L'apprenant doit atteindre un standard qui correspond au niveau de performance considéré comme le seuil à partir duquel on reconnaît qu'un objectif est atteint (*Règlement sur le régime des études collégiales*, article 1). Les critères de performance donnent les exigences qui permettent de reconnaître le standard. Toutefois, les éléments d'un objectif, en précisent, les composantes essentielles, qui, limitent à ce qui est nécessaire à la compréhension ainsi qu'à l'atteinte de la compétence. Selon le MELS (2010), l'énoncé de la compétence est issu de l'analyse des besoins de formation générale et de l'analyse des besoins de formation universitaire. En ce qui concerne par exemple le programme science de la nature au collégial, la finalité est de donner à chaque étudiant, une formation dite équilibrée qui intègre les composantes de base d'une formation scientifique et générale rigoureuses le rendant apte à poursuivre des études universitaires en sciences pures, en sciences appliquées ou en sciences de la santé.

1.2.2 Les buts généraux du programme d'études préuniversitaires 200.BO selon le MELS et ses explicitations

1.2.2.1 Buts généraux

Selon le MELS (2010), les documents officiels prévoient que la manière de prendre en considération les buts généraux du programme appartient à chaque établissement d'enseignement collégial. Cependant, les buts généraux consistent entre autres à appliquer une démarche scientifique, à résoudre des problèmes de façon systématique, à utiliser les technologies appropriées de traitement de l'information, à communiquer de façon claire et précise, à établir des liens entre la science, la technologie et l'évolution de la société, à traiter de situations nouvelles à partir de ses acquis et à situer le contexte d'émergence et d'élaboration des concepts scientifiques pour ne citer que ceux-ci. Nous allons faire une synthèse d'explicitation de quelques points dans le paragraphe suivant.

1.2.2.2 Synthèse des explicitations de quelques buts généraux du programme au sens du MELS (2010)

Dans le programme officiel, chaque but général est explicité. En ce qui a trait à l'application de la démarche scientifique, l'apprenant doit apprendre à observer, recueillir des données, formuler des hypothèses à partir des inférences faites sur ces données, faire la synthèse de ses observations, en estimer si possible l'incertitude, en déduire des résultats, les interpréter et les critiquer. Pour résoudre un problème de façon systématique, c'est-à-dire dans un contexte plus large que celui où des exercices proposés ont pour but d'apprendre des techniques ou appliquer des algorithmes, l'apprenant doit être en mesure d'analyser un problème, de le poser, d'en construire une représentation, d'en repérer les éléments, les relations entre les éléments, la structure et l'organisation et enfin passer à la résolution. Dans le domaine des sciences, l'apprenant doit acquérir des compétences dans le choix et l'utilisation des technologies disponibles comme, les calculatrices scientifiques, les tablettes, l'ordinateur et ses périphéries, les logiciels pour les traitements de l'information. Dans le domaine de la communication, l'apprenant du cégep doit acquérir des compétences lui permettant de lire, d'écrire, d'expliquer ou de traiter des textes à caractère scientifique et des situations problèmes par exemple. Pour ce qui concerne la capacité à établir des liens entre la science, la technologie et l'évolution de la société, l'apprenant doit s'exercer à constater la puissance et les limites de la science et de la technologie, à discuter de leurs conséquences sur l'évolution de la société. En ce qui concerne la définition de son système de valeurs par exemple, l'apprenant en sciences de la nature au cégep doit reconnaître et choisir ses valeurs personnelles en considération des valeurs éthiques de sa communauté de vie et de la société. Pour ce qui consiste à situer le contexte d'émergence et d'élaboration des concepts scientifiques, le MELS (2010) préconise toutefois,

> [Qu' à] mesure que se construisent les connaissances scientifiques qui font l'objet des cours de mathématique et de sciences du programme, l'étudiant ou l'étudiante doit apprendre à situer, dans l'histoire du développement de la pensée humaine, l'émergence et l'évolution des concepts enseignés; à reconnaître les modes de construction et de transformation des connaissances, lorsqu'elles sont soumises à la discussion et à la validation sous forme d'hypothèses de recherche (p. 20).

Ce passage montre que dans le programme de mathématique par exemple, l'apprenant doit apprendre à conceptualiser les concepts mathématiques enseignés. Cela nécessite de l'effort soutenu, la persévérance, la curiosité, la créativité, la souplesse et la flexibilité, un esprit critique et d'entraide. En ce qui concerne la capacité à traiter les situations nouvelles à partir de ses acquis, le programme préconise que l'apprenant doit percevoir une continuité entre les cours d'une même discipline. Dans le cas des mathématiques par exemple, il doit s'en servir et être capable d'établir des liens entre différentes disciplines du programme comme la physique, la chimie, la biologie et l'évolution des populations par exemple. Il doit cependant intégrer et transférer ses acquis à la résolution de problèmes dans des situations nouvelles.

Suite à ce qui précède, les établissements d'enseignement collégial doivent préciser de quelle manière ils permettent à l'étudiant ou l'étudiante d'atteindre le but général du programme. Toutefois, le programme constitue un espace d'idées qui oriente et guide la conception et l'élaboration du manuel scolaire. Partant de la vue générale du programme qui précède, il est important de partir de là pour entrer dans la formation spécifique parce que cela permet de cheminer vers ce qui nous intéresse dans cette recherche.

1.2.3 Programme ministériel de formation spécifique : cas du calcul différentiel

Au plan institutionnel, une décision relative à la modification d'un programme d'études préuniversitaires est entrée en vigueur en automne (août 2010). La dernière composante de ce programme est la formation spécifique (32 unités) qui comprend la biologie, la chimie, la physique et les mathématiques. Le programme ministériel (MELS) concernant les mathématiques en général et le calcul différentiel en particulier (programme[1] des études préuniversitaires du Ministère de l'Éducation), et adopté en 2010 est consigné dans le tableau 1 suivant.

[1] Ce programme est tiré des Sources suivantes: Sciences de la nature. Programme d'études préuniversitaires 200.BO. © Gouvernement du Québec. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, Août 2010. Québec, p. 98

Tableau 1.1 Programme du MELS en Calcul Différentiel

<table>
<tr><td colspan="2">Formation spécifique : Objectifs et standards communs à tous les étudiants et étudiantes du programme : CODE 00UN</td></tr>
<tr><td>OJECTIF</td><td>STANDARD</td></tr>
<tr><td colspan="2">Énoncé de la compétence : appliquer les méthodes du calcul différentiel à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes</td></tr>
<tr><td>Éléments de compétences</td><td>Critères de performance</td></tr>
<tr><td>1. Reconnaître et décrire les caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique</td><td>• Utilisation appropriée des concepts
• Représentation d'une situation sous forme de fonction
• Représentation graphique exacte d'une fonction</td></tr>
<tr><td>2. Déterminer si une fonction a une limite, est continue, est dérivable, en un point et sur un intervalle.</td><td>• Choix et application correcte des techniques de dérivation
• Manipulations algébriques conformes aux règles.</td></tr>
<tr><td>3. Appliquer les règles et les techniques de dérivation.</td><td>• Exactitude des calculs.
• Interprétation juste des résultats.</td></tr>
<tr><td>4. Utiliser la dérivée et les notions connexes pour analyser les variations d'une fonction et tracer son graphique.</td><td>• Justification des étapes de la résolution de problèmes.
• Utilisation d'une terminologie appropriée.</td></tr>
<tr><td>5. Résolution des problèmes d'optimisation et de taux de variation.</td><td></td></tr>
<tr><td>Activités d'apprentissage.

Champ d'études : Science de la nature

Discipline : Mathématique

Pondération : 3-2-3

Nombres d'unités : 2 2/3

Nombre d'heures-contact : 75</td><td>Précisions : Fonctions algébriques exponentielles, logarithmiques, trigonométriques et trigonométriques inverses.

Limites : approche intuitive, définition, propriétés, calculs de limites.

Continuité : définition et propriétés

Dérivée : interprétation géométrique, définition, règles et techniques usuelles.

Applications : études de courbes, problèmes d'optimisation, taux de variation.</td></tr>
</table>

Dans ce tableau **1.1**, l'on constate une pondération des cours. Il s'agit de répartir la charge de travail propre à chacun des cours selon trois ordres. Chaque cours comprend un certain nombre d'heures de cours théoriques, de laboratoire (ou d'atelier ou de stage) et de travail personnel. La pondération d'un cours comporte trois chiffres dans l'ordre. Le premier chiffre indique le nombre d'heures de cours théorique, le deuxième indique le nombre d'heures de laboratoire ou d'atelier ou de stage, tandis que le troisième indique le nombre d'heures de travail personnel de l'étudiant. Pour le cours de calcul différentiel par exemple, la pondération est (3-2-3) signifie, trois heures de cours théorique, deux heures de laboratoire, ou d'atelier et enfin trois heures de travail personnel de l'étudiant. Les éléments de compétences et les critères de performance contenus dans ce programme s'inscrivent dans le vocabulaire du programme général et devraient se retrouver de façon contextualisé dans les programmes de chaque cégep.

1.2.4 Programme de formation spécifique de trois cégeps : cas du calcul différentiel

Il s'agit ici de voir comment les cégeps ajustent leur programme de calcul différentiel par rapport au programme du ministère. Il est fondamental de repréciser que la manière de prendre en considération les buts généraux du programme appartient à chaque établissement d'enseignement collégial. D'après le MELS (2010), chaque discipline retenue par l'établissement pour la mise en œuvre du programme peut en tenir compte en se référant au vocabulaire et à la logique qui lui sont propres. Par ailleurs, chaque cours peut contribuer à l'atteinte d'une partie, d'un ou de plusieurs de ces buts. Ce qui importe, c'est qu'ils soient tous pris en charge, dans un ou plusieurs cours et qu'ils deviennent des objets précis d'enseignement et d'apprentissage, parce qu'ils ont été reconnus comme essentiels à la poursuite des études en sciences à l'université et que le diplôme d'études collégiales en sciences de la nature doit en attester l'atteinte. Chaque cégep québécois développe son programme de calcul différentiel en l'adaptant à celui du gouvernement.

Cependant, pour être admis au cours de calcul différentiel 201-NYA-05, l'étudiant doit être inscrit dans un cégep. Et pour s'inscrire en Sciences de la nature au cégep, cet étudiant doit satisfaire le cas échéant, aux conditions particulières d'admission établies par le MELS d'une part et par le cégep de son choix d'autre part. Depuis l'automne 2010 au sens du MELS[2] (2010), ces conditions qui concernent la 5^{e} secondaire portent sur les mathématiques, les sciences naturelles, la chimie et la physique. L'on peut retrouver ces conditions entre autres dans les cégeps Marie-Victorin[3], le collège Nouvelles Frontières[4] de Gatineau par exemple. Cependant, concernant le cours de calcul différentiel, le point commun dans tous les cégeps est que cela se donne à la première session et représente un préalable absolu pour le calcul intégral qui prend place à la deuxième session.

Pris à tout hasard, les tableaux suivants présentent le programme de calcul différentiel dans trois cégeps.

---

[2] Consulter l'annexe sur les Nouvelles conditions particulières d'admission pour les programmes d'études préuniversitaires à compter de l'automne 2010 décrétées par le gouvernement du Québec à la page 8 du fichier 200.B0_Sciences_natures.pdf. qui précise ce qui suit : «*Mathématique : TS 5^{e} Mathématique, séquence Technico-sciences de la 5^{e} secondaire (064506); SN 5^{e} Mathématique, séquence Sciences naturelles de la 5^{e} secondaire (065506); Science et technologie : Chimie 5^{e}. Chimie de la 5^{e} secondaire (051504) et Physique 5^{e}. Physique de la 5^{e} secondaire (053504)*» (p. 8.).

[3] Confère le site http://www.collegemv.qc.ca/fr-CA/Accueil/Programmes consulté le 30 décembre 2013 à 20h25 minutes.

[4] Adresse : *101, rue Saint-Jean-Bosco, Suite A-2322, Gatineau J8Y 3G5 - Tél. : (819) 503-2400 - Téléc. : (819) 776-1369* http://www.nouvelles-frontieres.ca

Tableau 1.2 Programme de calcul différentiel et intégral au Cégep Marie Victorin

Cégep Marie Victorin	Programme de cours en Sciences de la nature (200.B0)	
Cours	Calcul différentiel	Calcul intégral
Nouvelles conditions particulières d'admission à ces cours.	avoir réussi les mathématiques TS/SN 5e, la physique 5e et la Chimie 5e selon le Renouveau pédagogique au secondaire (régime actuel au secteur jeune).	
Anciennes conditions particulières d'admission	Avoir réussi les mathématiques 536, la physique 534 et la chimie 534 dans l'ancien régime au secondaire	
Cigle du cours Pondérations Unités	201-NYA-05 Pondération 3-2-3 Unités 02.66	201-NYB-05 Pondération 3-2-3 Unités 02.66
Session où l'étudiant suit le cours	À la 1ère session suivant son inscription au Cégep	À sa deuxième session.
Préalables	Les acquis du secondaire	Le cours 201-NYA-05 est un Préalable Absolu pour suivre 201-NYB-05
Énoncé de la compétence au niveau ministériel	Appliquer les méthodes de calcul différentiel à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes (00UN)	Appliquer les méthodes de calcul intégral à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes. (00UP)
Description de cours	Le cours NYA traite principalement de l'analyse du comportement des fonctions à une variable à l'aide du calcul différentiel. Du fait que ce cours aborde le concept de taux de variation à l'aide du calcul de la dérivée, il devient un préalable à l'étude de modèles mathématiques décrivant certaines théories physiques abordées dans le cours de physique mécanique (NYA)	Le cours NYB est mathématiquement la suite logique du premier cours de calcul puisqu'il aborde la procédure inverse de la dérivée, soit les concepts d'intégrale indéfinie (primitivation) et d'intégrale définie et ses applications. Ce dernier cours contient aussi des outils mathématiques nécessaires à l'étude des théories physiques.

Tableau 1.3 Programme de calcul différentiel et intégral au Cégep de l'Outaouais

Cégep de l'Outaouais à Gatineau	Programme de cours en Sciences de la nature (200.B0)	
Cours	Calcul différentiel	Calcul intégral
Nouvelles conditions particulières d'admission à ces cours.	avoir réussi les mathématiques TS/SN 5e, la physique 5e et la Chimie 5e selon le Renouveau pédagogique au secondaire (régime actuel au secteur jeune).	
Anciennes conditions particulières d'admission	Avoir réussi les mathématiques 536, la physique 534 et la chimie 534 dans l'ancien régime au secondaire	
Cigle du cours Pondérations Unités	201-NYA-05 Pondération 3-2-3 Unités 02.66	201-NYB-05 Pondération 3-2-3 Unités 02.66
Session où l'étudiant suit le cours	À la 1ère session suivant son inscription au Cégep	À sa deuxième session.
Préalables	Les acquis du secondaire	Le cours 201-NYA-05 est un Préalable Absolu pour suivre 201-NYB-05
Énoncé de la compétence	Appliquer les méthodes de calcul différentiel à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes (00UN)	Appliquer les méthodes de calcul intégral à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes. (00UP)
Description de cours	Le calcul différentiel est la branche des mathématiques qui nous permet de faire l'analyse détaillée d'une fonction. La limite et la dérivée sont les principaux outils utilisés pour étudier la continuité d'une fonction et ses comportements particuliers. la dérivée et ses notions connexes permettent de résoudre des problèmes dans différents types d'applications des Sciences de la nature, entre autres, le calcul des taux de variation, des problèmes d'optimisation et plus particulièrement en physique, l'étude du mouvement d'un objet.	Ce cours vise à familiariser l'étudiante ou l'étudiant avec les différentes méthodes utilisées pour calculer l'intégrale d'une fonction continue. On y explore les notions de primitive d'une fonction, les techniques d'intégration, et les différentes applications de l'intégrale en sciences, dont l'étude du mouvement d'un corps, le calcul d'aires et de volumes de solides de révolution. Les séries numériques et les séries de puissances sont étudiées afin de pouvoir faire l'approximation de fonctions régulières au voisinage d'un point et celle des intégrales qu'on ne peut pas calculer exactement avec les méthodes d'intégration vues antérieurement.

Tiré du cahier de programme automne 2013 et hiver 2014 du Cégep de l'Outaouais[5] à Gatineau en Sciences de la nature 200.B0.

[5] Informations du tableau extraites du fichier *Sciences_nature_web cegep Outaouais gatineau.pdf*

Tableau 1.4 Programme de calcul différentiel et intégral au Cégep Montmorency

1. PRÉSENTATION DU COURS ET DU RÔLE DANS LE PROGRAMME

Ce premier cours de calcul initie l'élève à un vaste domaine des mathématiques qu'est le calcul différentiel et intégral et apporte une contribution importante à sa formation scientifique de base en lui permettant de se familiariser avec la démarche mathématique. L'objet principal de ce cours est l'étude de la dérivée, c'est-à-dire l'étude des variations des fonctions ; il permet à l'élève de développer des habiletés en résolution de problèmes portant sur les concepts de limite, de continuité et de dérivée des fonctions. De plus, ce cours initie l'élève au concept d'intégrale, préparant ainsi au cours *Calcul intégral* (201 NYB 05) dont c'est le sujet principal. Ce cours exige que l'élève utilise ses acquis du secondaire et applique ses nouvelles connaissances aussi bien en mathématiques que dans les autres cours du programme, entre autres en physique (cours 203 NYA 05, notamment). Ce cours vise à assurer une formation de base en mathématiques et, comme tous les cours du programme, il vise en outre à développer chez l'élève la rigueur du raisonnement, la clarté et la précision dans la communication, l'autonomie dans l'apprentissage, le sens du travail d'équipe et la capacité à utiliser l'outil informatique.

2. COMPÉTENCE VISÉE

- Appliquer les méthodes du calcul différentiel et intégral à l'étude de fonctions à une variable réelle et à la résolution de problèmes

3. OBJECTIF MINISTÉRIEL

- (00UN): Appliquer les méthodes du calcul différentiel à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes.

4. AUTRE COURS CONTRIBUANT À L'ATTEINTE DE L'OBJECTIF MINISTÉRIEL

- Aucun

5. OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

- Reconnaître et décrire les caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique.
- Déterminer si une fonction a une limite, est continue, est dérivable, en un point et sur un intervalle.
- Appliquer les règles et les techniques de dérivation.
- Utiliser la dérivée et les notions connexes pour analyser les variations d'une fonction et tracer son graphique.
- Résoudre des problèmes d'optimisation et de taux de variation.
- Calculer des intégrales élémentaires.
- Situer le développement du concept d'infini dans l'histoire des mathématiques.
- Utiliser à bon escient le langage (terminologie, symbolisme, conventions) propre aux mathématiques.

Le tableau suivant ressort une comparaison entre les programmes des trois cégeps.

Tableau 1.5 Comparaison du programme 201-NYA-05 dans les trois cégeps.

Cégeps	**Cégep Montmorency**	**Cégep de l'Outaouais**	**Cégep Marie Victorin**
Objectif ministériel identique.	Appliquer les méthodes de calcul différentiel à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes (00UN). Il s'agit de l'énoncé de la compétence ministérielle.		
Objectif principal du cours 201-NYA-05.	L'étude de la dérivée, c'est-à-dire l'étude de variations des fonctions algébriques, transcendantes (exponentielles et logarithmiques), trigonométriques ainsi que les problèmes d'optimisation.	Faire acquérir à l'étudiant une connaissance de base des principaux concepts du calcul différentiel, afin de pouvoir les appliquer à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes	Appliquer les méthodes du calcul différentiel et intégral à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes mathématiques.
Objectifs généraux	Initier l'élève au calcul différentiel et apporter une contribution importante à sa formation scientifique de base en lui permettant de se familiariser avec la démarche mathématique. Assurer une formation de base en mathématiques et développer chez l'élève la rigueur du raisonnement, la clarté et la précision dans la communication, l'autonomie dans l'apprentissage, le sens du travail d'équipe et la capacité à utiliser l'outil informatique.		
Description de cours	Décrire les caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique. Déterminer si une fonction a une limite, est continue, est dérivable, en un point et sur un intervalle. Appliquer les règles et les techniques de dérivation. Utiliser la dérivée et les notions connexes pour analyser les variations d'une fonction et tracer son graphique. Résoudre des problèmes d'optimisation et de taux de variation. Situer le développement du concept d'infini dans l'histoire des mathématiques. Utiliser à bon escient le langage (terminologie, symbolisme, conventions) propre aux mathématiques.	Le cours permet de faire l'analyse détaillée d'une fonction. La limite et la dérivée sont les principaux outils utilisés pour étudier la continuité d'une fonction et ses comportements particuliers. la dérivée et ses notions connexes permettent de résoudre des problèmes dans différents types d'applications des Sciences de la nature, entre autres, le calcul des taux de variation, des problèmes d'optimisation et plus particulièrement en physique, l'étude du mouvement d'un objet.	Le cours traite principalement de l'analyse du comportement des fonctions à une variable à l'aide du calcul différentiel. Le cours aborde le concept de taux de variation à l'aide du calcul de la dérivée, il devient un préalable à l'étude de modèles mathématiques décrivant certaines théories physiques abordées dans le cours de physique mécanique

			(NYA)
Quelques volumes de références identifiées dans ces cégeps	1-Josée Hamel et Luc Amyotte. *Calcul différentiel*, , ERPI, 2007 2-Gilles Charron et Pierre Parent, *Calcul différentiel*, Éditions Études Vivantes ou Beauchemin 3-Thomas, Finney, Weir et Giordano, *Calcul différentiel*, Beauchemin ou Chenelière. 4-H. Anton, *Calcul différentiel et intégral 103*, édition révisée, 1995, les Éditions Raynald Goulet 5- Anton, Bivens, Davis, *Calcul différentiel*, *Wiley* 6- Bradley, Smith, Franco, Marcheterre, *Calcul différentiel*, éditions ERPI. 7-Célyne Laliberté, *Calcul différentiel et intégral*, Éditions du Renouveau Pédagogique 8-Bradley, Smith, Franco, Marcheterre, *Calcul différentiel*, éditions ERPI 9- Ayres, F.; Mendelson E. *Calcul différentiel et intégral*, Cours et problèmes 2e édition, Série Schaum, 1993, 484 pages. 10- Fraleigh, J. *Calcul différentiel et intégral 2*, Addison-Wesley, Montréal,1990, 320 pages. 11-Piskounov, N. *Calcul différentiel et intégral II*, Les Editions Mir, Moscou, 1980, 614 pages. 12- Shermann K. Stein *Calcul Différentiel et Intégral 2*, McGraw-Hill, 1987, 526 pages. 13- Spivak, M. *Calculus*, W. A. Benjamin, New York, 1980, 647 pages. 14-Swokowski *Analyse*, Bruxelles, DeBoeck Université, 5e édition, 1993, 1160 pages. 15-Laliberté C. *Calcul différentiel et intégral* (de l'image mentale à la pertinence de l'algèbre), ERPI, 1994, 565 pages. 16-Andrew M. Gleason et al Chenelière/McGraw-Hill, 2001, 371pages. 17-CHARRON, Gilles et Pierre PARENT. *Calcul différentiel*, 5e édition, Éditons Études vivantes, 2002. 18- ANTON, Howard. *Calcul différentiel et intégral* (103), Les éditions Reynald Goulet inc. 19- AYRES. *Théorie et application du calcul différentiel et intégral*, Série Schaum, St-Laurent, McGraw-Hill. 20-OUELLET, Gilles. *Calcul I*, Sainte-Foy, Les Éditions du Griffon d'Argile Inc. 21- SOO TAN. *Calcul différentiel édition révisée.* Édition Reynald Goulet inc., 2007, 468 pages. 22- James Stewart : Calcul différentiel. Modulo, 2013.		

Le constat qui se dégage de ce tableau de comparaison montre qu'il n'y a une différence significative tant dans l'objectif principal du cours 201-NYA-05, les objectifs généraux de ce cours que dans la description de cours. Il ressort tout de même que dans le cégep Montmorency et le cégep Marie Victorin, on y lit un souci de résoudre des problèmes physiques, car la description du cours est centrée uniquement sur le contenu et est de nature prescriptive parce qu'elle énonce seulement ce qui sera fait, tandis qu'au cégep de l'Outaouais à Gatineau, cette description fait un lien entre l'élève et le contenu à explorer parce qu'elle précise ce que le cours, la dérivée et ses notions connexes permettent de faire et de résoudre. Une chose importante à souligner est que ces cégeps proposent une gamme de documents variés sur le calcul différentiel, mais il revient à l'enseignant d'utiliser un manuel de son choix ou un autre selon ses objectifs et ses intérêts. Toutefois, les livres les plus utilisés sont, Josée Hamel et Luc Amyotte. *Calcul différentiel*, ERPI, 2007; Gilles Charron et Pierre Parent, *Calcul différentiel* , Éditions Études Vivantes ou Beauchemin, ainsi que Éric Brunelle et Marc-André Désautels. *Calcul différentiel*, édition CEC, 2011.

Pour enseigner le calcul différentiel, il est mentionné dans le paragraphe précédent que chaque cégep sélectionne une quantité de manuels suivant ses propres critères que je n'ai toutefois pas eu accès dans la présente recherche. Cependant, il revient à chaque enseignant de choisir le manuel qui lui convient pour ses besoins d'enseignement et de proposer aux étudiants ce qu'ils auront à acheter pour suivre ces cours. Suite à des entretiens informels réalisés avec quelques enseignants de quelques cégeps de Montréal sur leur préférence à choisir un manuel plutôt qu'un autre, certains de ces enseignants révèlent qu'au début de leur carrière ils choisissent les manuels prescriptifs et plus formels comme Josée Hamel et Luc Amyotte. *Calcul différentiel*, ERPI, 2007 par exemple, tandis qu'avec l'expérience, ils préfèrent plutôt des manuels comme Éric Brunelle et Marc-André Désautels. *Calcul différentiel*, édition CEC, 2011 par exemple, qui proposent une approche plus intuitive parce que selon eux, un manuel de calcul différentiel qui propose une approche plus intuitive permet à l'étudiant de développer plus rapidement une pensée intuitive, une plus grande compréhension du calcul différentiel et de la dérivée et plus tard une conception plus formelle sur ces notions. Un exemple de ce que je viens de mentionné sera donné au chapitre IV. En faisant le choix des manuels scolaires dans les cégeps, la présente investigation se situe exactement sur les manuels que les enseignants utilisent et une analyse de ces manuels sera faite tout en prenant en compte une approche théorique qui permet de mieux comprendre comment les différents auteurs approchent la notion de dérivée.

Le manuel scolaire est un support destiné à l'enseignement, organisé en référence aux programmes et sous forme de progression ordonnée de séquences. Cet ouvrage est destiné à être utilisé soit en classe par chaque étudiant dans son apprentissage, soit dans son travail personnel. Ce document est utile parce qu'il est un point d'appui, un support et une source d'informations accessible à l'étudiant. C'est un gisement d'exercices directement à la portée des étudiants et qui complète ceux que donne le professeur en cours. C'est aussi un complément de cours qui sert de base de réflexion à l'enseignement et à l'apprentissage. Il est sensé nourrir la curiosité de l'étudiant, lui présenter une approche particulière, une autre façon d'aborder ou de traiter une notion. En situation classe, un professeur ne peut tout dire sur une notion. Pour cette raison, le manuel scolaire occupe une place importante parce que cela contribue à approfondir une notion vue en classe. Fort de ce qui précède, l'on se questionne dans cette recherche sur ce qu'est un manuel scolaire et la place qu'elle occupe dans le système scolaire.

1.2.5 Le manuel scolaire dans l'institution : limites et avantages

1.2.5.1 Le manuel scolaire et ses limites

Dans un contexte plus global, le manuel scolaire a ses limites. Arditi[6] (2012) par exemple, réalise une étude sur les pratiques de cinq enseignants utilisant le manuel Euromaths écrit par des didacticiens. Elle met en évidence la difficile de transmission

---

[6] Lors du séminaire nationale de didactique des mathématiques du 19-20 octobre 2012 par l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques€ (ARDM). Université Orléans, Iufm, site de Châteauroux. http://ardem.eu/ etwww.orleans-tours.iufm.fr/recherche/actu.../Séminaire-ARDM.docx

des ingénieries didactiques du document à certains professeurs. Elle montre que les enseignants observés prescrivent à leurs élèves des tâches redéfinies, adaptées, personnalisées et différentes, mais qui correspondent à une situation d'apprentissage directement en lien avec la transposition effectuée par les auteurs qui le permettent. Elle souligne cependant à travers sa recherche que certains chercheurs pensent que l'utilisation d'un manuel est susceptible de « *constituer une contrainte méthodologique ou didactique, empêchant la personnalisation ou l'adaptation par les enseignants de ce peuvent contenir ces ouvrages* » (p. 27). Au sens de Rey[7] (2001), ces contraintes semblent brimer la créativité des professeurs, Lebrun[8] (2006) soutient que cela fait obstacle à la professionnalisation de ces enseignants. Quant à Gérard[9] (2010), il propose d'élaborer plutôt des manuels qui offrent la possibilité d'y entrer de différentes manières. Briand et Peltier[10] perçoivent le manuel scolaire comme un document situé au carrefour d'injonctions et d'attentes souvent contradictoires parce cela est une interface entre plusieurs entités comme le ministère, les éditeurs, les enseignants, les parents et élèves. Ils soutiennent toutefois que le manuel est un produit à vendre pour les éditeurs, et de ce fait, l'auteur doit comprendre cette logique tout en ne renonçant pas à ses projets didactiques. Cependant, ils mettent en évidence le fait que les auteurs des manuels n'ont pas la capacité d'anticiper tout ce qui relève du groupe classe, et le manuel ne peut complètement prendre en compte l'évaluation. Pour ces chercheurs, les propositions d'évaluation que les auteurs font se fondent alors sur des hypothèses de travail dont ils ne sont pas certains et sur une activité potentielle qu'ils n'ont pas maîtrisée.

---

[7] Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. Dans Y. Lenoir, G. Rey et J. Lebrun, *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses rapports et ses limites*. Sherbrooke : Édition du CRP.

[8] Lebrun, M. (2006). *Le manuel scolaire. Un outil à multiples facettes*. Québec : Presses de l'université du Québec.

[9] Gérard, F.-M. (2010). Le manuel scolaire, outil eficace, mais décrié. *Édition & Formation, e-292.*

[10] Lien à consulter : http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/manuel_scolaire_Briand_Peltier.pdf

Toujours en lien avec les limites du manuel scolaire, Briand et Peltier[11] (2010) soutientiennent la pensée de Freinet (1928) selon laquelle les manuels scolaires sont des outils totalitaires qui « *servent bassement les programmes officiels* » (p. 2) et « *préparent la plupart du temps l'asservissement de l'enfant à l'adulte* » (p. 2). Ils critiquent le manuel scolaire par le fait que ledit document contribuerait à l'idée que les savoirs sont *choses sûres*. Le manuel est un ouvrage centré sur le savoir et ne prend pas en compte la vie quotidienne de l'élève. L'idée même de la chose sûre que sont les savoirs contenus dans le manuel scolaire donne lieu de penser à la problématicité de ces savoirs ainsi que leur remise en question. Cette problématicité, du point de vue de Chevallard (1994) et sollicitée par Briand et Peltier[12] (2010), critique l'idée que l'on peut se faire du savoir comme chose sûre lorsqu'il déclare que

> tout savoir n'est d'abord qu'une hypostase, une entité supposée, une idée de substance, dont nous faisons l'hypothèse en certains contextes institutionnels, en supposant que tel ou tel agit comme si les gestes procédaient d'un certain corps de connaissances, que nous croyons deviner à travers son faire. Il faut ici, avec le didacticien, passer de l'autre côté du miroir : ce savoir réputé sûr parce qu'il est censé assurer nos gestes n'est en fait lui-même jamais assuré .(p. 2)

Même si le manuel scolaire impose parfois une progression au professeur, son contenu n'est donc pas une chose sûre et cela mérite d'être questionné. Revenant sur Élise Freinet (1928) dans « *Plus de manuel scolaires* », elle critique également le manuel scolaire et ses idées sont reprises dans l'oral professionnel CRPE [13]en ce sens que cela est « *tenu de respecter strictement les programmes, introduit dans le rapport*

[11] Briand, J. et Peltier, M.-L. le manuel scolaire carrefour des tensions mais aussi outil privilégié de vulgarisation des recherches en didactique des mathématiques. *Actes du séminaire nationale de didactique des mathématiques*. Paris : IREM de Paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques. 12 p.

[12] http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/manuel_scolaire_Briand_Peltier.pdf

[13] Voir référence à travers le lien *Sup-de-cours-Le-manuel-scolaire.pdf* dans Sup de Cours - Etablissement d'enseignement privé RNE 0333 119 L - 73, rue de Marseille - 33000 Bordeaux

aux connaissances un point de vue politique ou idéologique et diffuse une « culture officielle » dont s'accommode mal la formation intellectuelle de l'élève » (p. ¼). On est porté à critiquer un manuel scolaire sous l'angle qu'il donnerait pour de vraies aux connaissances exposées telles qu'elles l'autorité de l'écrit. Pourtant, un manuel ne reste et ne demeure que par les éventails de transposition didactique qu'il exécute, qu'un point de vue parmi tant d'autres sur la discipline qu'il présente. Toutefois, un manuel scolaire peut contribuer à dépouiller les étudiants de l'exercice de la pensée critique et de la discussion, en imposant ce qu'il expose.

Dans un manuel par exemple, la façon de présenter un concept peut engendrer des difficultés d'apprentissage chez l'apprenant. Il peut aussi arriver que les auteurs du manuel aient une conception des mathématiques qui peut aussi générer des problèmes d'apprentissage et d'enseignement. Pour des auteurs dit didacticiens, qui utilisent par exemple les résultats de quelques recherches en didactique des mathématiques dans la rédaction des contenus de leurs manuels, on peut à la base se donner l'hypothèse suivant laquelle ces outils faciliteraient les apprentissages et enseignements. Dans la pratique par exemple, cette hypothèse pourrait se révéler en contre hypothèse en ce sens que ces contenus peuvent poser aussi des problèmes d'apprentissage et d'enseignement.

Dans le cas du manuel du collégial par exemple, Hardy[14] (2010) analyse la structure du discours mathématique et du discours didactique dans les manuels de calcul différentiel et intégral typiquement utilisés dans les collèges en Amérique du Nord. Elle révèle que la plupart des enseignants lisent et exploitent ces manuels d'une manière littérale. Cependant, l'analyse de discours mathématique et didactique dans ces manuels indique plusieurs incohérences épistémologiques tout en soutenant que le

---

[14] Consulter calendrier des communications orales – ARDM du 22 août 2010 sur le thème «Discours didactique et discours mathématiques en manuels de calcul différentiel et intégral à travers le lien suivant : *www.ardm.asso.fr/ee16/docs/communications-orales.pdf*

savoir mathématique présenté est divisé en plusieurs pièces déconnectées et avec une structure unificatrice du savoir manquante. Elle souligne qu'entre les contenus de chaque section dans ces manuels, il y aurait un manque de cohérence mathématique. Les incohérences épistémologiques dont elle fait allusion soulignent en fait les différences entre ce qu'elle appelle les savoirs d'école et les savoirs mathématiques. Elle soutient son argument par le fait qu'il y a un manque de cohérence épistémologique comme par exemple, la «*formalisation d'un discours informel (par exemple, la validation d'une solution par un graphique, la validation d'une technique par des exemples)* » (p. 1), le « *manque de définitions (par exemple, de la notion de limite, de tangente)* » (p. 1) et de la vitesse instantanée. Elle montre à travers ce qui précède que le discours informel dans ces manuels est formalisé et prend de ce fait la place de définitions, théorèmes, preuves, etc. Selon Hardy (op.cit.). Ces définitions semblent toutefois être souvent remplacées par « *des discussions en langage non-mathématique, ou laissées entièrement à la créativité du lecteur* » (p. 3) selon cette chercheure.

De notre point de vue, le fait qu'un manuel soit conçu par des didacticiens ne constitue pas une fin en soi ou encore moins des savoirs pour de vrai et dont nul n'oserait porter une quelconque critique dessus pour des éventuelles améliorations ou compréhensions. Dans le présent contexte, la notion de limites concernant le manuel scolaire pour moi est un concept relatif sur lequel l'on doit prendre un peu de recul parce qu'elle est fonction du type de lunette que l'on porte pour regarder l'objet que l'on veut regarder. Ce qui constitue une limite pour une personne pourrait être vu comme un avantage chez une autre personne. Cependant, même si le manuel scolaire présente autant de critiques que nous venons d'éclairer par la recension des écrits, il dispose également des avantages dont il serait important de se pencher.

1.2.5.2 Le manuel scolaire et ses avantages

En parcourant plusieurs recherches, il ressort d'un point de vue général que le manuel scolaire présente des avantages. Toutefois, tel que souligne Choppin[15] (1992), « *Le manuel, le même pour tous, que chacun peut consulter à tout moment, en classe ou à la maison, apparaît de ce fait comme le meilleur garant de l'égalité des chances dans une société démocratique* [...][16] ». Au sujet du manuel comme instrument d'égalité de chance, l'INRP[17] (1985) soutient cette idée en justifiant que

> « Certains élèves trouvent dans leur environnement familial ou social une orientation et des aides dans cet effort nécessaire pour faire le lien entre la leçon et les conditions de son élaboration. Pour d'autres, dépourvus de cette aide directe, seul le manuel permet l'étude » (p. 2).

Des propos de Choppin et de l'INRP[18], je pense que ces avis sont discutables dans la mesure où le manuel, ne représente pas toujours un meilleur garant de l'égalité des chances dans une société démocratique parce que le fait de posséder un livre ne signifie pas forcément en comprendre son contenu. De plus, un élève peut avoir un manuel, se retrouver dans une famille où les parents sont analphabètes et qui n'a personne pour l'aider dans ses devoirs, peut-on affirmer qu'il a les mêmes chances de réussite que celui qui a le même manuel et qui se retrouve dans une famille où les parents sont fortement scolarisés ou ont un fort pouvoir économique et avec de personnes toujours disponibles pour ses aides aux devoirs? Je ne pense pas qu'il y ait égalité à ce niveau. J'en conclus que cette notion d'égalité de chances est relative.

Cependant, pour revenir au sujet des avantages du manuel scolaire, une enquête de l'INRP (1985) présente quelques avantages du manuel scolaire que nous avons choisi

---

[15] Lien : www.persee.fr/web/revues/.../hedu_0221-6280_1993_num_58_1_2673

[16] A. Choppin. (1992) *Manuels scolaires : histoire et actualité*, Hachette.

[17] http://www.epi.asso.fr/fic_pdf/b89p067.pdf

[18] http://www.inrp.fr/Tecne/Savoirplus/Rech40124/Pdf/annee00/inrp40124_00.pdf

d'inscrire dans la présente recherche parce que son contenu représente l'objet sur lequel porte notre étude. Selon cette enquête il ressort que le manuel donne à l'élève une vue d'ensemble structurée du domaine de contenus qu'il doit étudier, parce que cela nécessite des choix didactiques à travers une organisation et une structuration de connaissances qui permet à cet élève de se représenter ce qu'il va apprendre dans l'année. Ce document lui permet de se préparer à apprendre et à être curieux de ce qui le concerne. Selon la même étude, le manuel contribue à l'organisation en mémoire des apprentissages parce que c'est non seulement un outil de synthèse, mais c'est également pour l'élève un outil qui lui permet de remettre en ordre ce qu'il a appris et à retrouver des liens qu'il a pu perdre pendant les explications de l'enseignant en salle de classe. Selon moi, un autre avantage du manuel est qu'on peut le consulter à tout moment. Son organisation présente à la fois les représentations de l'enseignement et de l'apprentissage qui le sous-tend.

Pour un enseignant par exemple, le manuel scolaire peut lui permettre d'avoir recours à des informations sur la discipline qu'il doit enseigner, cela lui permet de préparer ses cours. Le manuel peut servir d'outil d'animation des activités dans la classe, permet de préparer les évaluations des acquis des élèves. Le manuel est un soutien au cours préparé par l'enseignant et peut constituer une aide aux apprentissages et à la gestion des cours en classe. C'est une banque de ressources diverses (photos, schémas, tableaux, exercices, théorèmes, définitions, problèmes, etc.) dont peut se servir l'enseignant pour élaborer des activités à faire en cours. En classe par exemple, l'enseignant peut demander aux élèves d'ouvrir telle ou telle page du manuel, soit pour observer une image, un tableau, un exercice, etc. Il fait faire les exercices par exemple dans ce manuel. Ainsi, un des avantages du manuel pour l'enseignant vient aussi du fait que cela permet de le guider dans l'élaboration de son cours.

Le manuel scolaire au sens du dictionnaire Robert[19] est « *un ouvrage didactique présentant, sous un format amiable, les notions essentielles d'une science, d'une technique, et spécialement les connaissances exigées par les programmes scolaires* ». [Le dictionnaire de langue française][20] le définit comme un « *ouvrage contenant les notions fondamentales d'une science, d'une technique, d'un art* ». C'est un support pédagogique mis à disposition de l'élève et de l'enseignant. Cela peut aussi servir d'outil mis au service de la sécurisation de l'enseignant parce qu'il peut s'en servir comme barèmes étalons pour identifier les différentes compétences que l'élève doit être en mesure de produire et de manifester pendant et à la fin de l'année. Pour l'institution et au regard des définitions précédentes, le manuel scolaire est censé remplir une mission officielle qui est celle de traduire en pratique la philosophie éducative de l'État. Dans cette optique, le manuel scolaire doit non seulement définir les attentes de l'institution éducative, mais il doit également fixer les contenus officiels de l'enseignement. Selon le MEQ[21] (1997), ce matériel didactique est élaboré pour permettre aux enseignants et aux enseignantes d'appliquer le nouveau programme. Toutefois, dans le cas particulier du Québec par exemple et selon le MELS[22] (2014), le manuel scolaire est un ensemble didactique qui doit satisfaire aux exigences d'une approche par compétences, avec des contenus d'apprentissage s'inscrivant dans les prescriptions du programme de formation de l'école québécoise et les activités d'évaluations des apprentissages contribuant au développement de ces compétences. Cependant, le manuel doit favoriser l'enseignement et l'apprentissage;

---

[19] http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/manuel/49271 consulté le 05 juin 2015 à 01 :12 à Montréal.

[20] http://www.lexilogos.com/francais_langue_dictionnaires.htm consulté le 05 juin 2015 à 01 : 23 à Montréal.

[21] Consulter MELS (1997). *Rédiger des guides d'enseignement de façon non sexiste. Guide à l'intention des auteurs et des auteures de matériel didactique, 2ᵉ éd.* Québec. Ou le lien http://www.mels.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/ress_didactiques/non_sexiste.pdf

[22] Consulter pour plus d'informations http://www1.mels.gouv.qc.ca/bamd/doc/-liste_primaire_fr_new.pdf

doit contribuer au rehaussement culturel et la qualité de la langue chez les élèves, avec des contenus et objectifs qui représentent et favorisent entre autres la diversité de la société québécoise. Ce qui précède traduit par exemple qu'au Québec, un manuel scolaire est un outil qui est censé représenter la diversité culturelle dans laquelle il s'élabore et en même temps promouvoir les valeurs de la société québécoise.

Pour les familles, le manuel scolaire constitue par exemple un outil de suivi et d'accompagnement du travail de leurs enfants. Cela permet d'établir un pont entre l'établissement scolaire et les parents d'élèves. Pour un chercheur, le manuel peut servir d'outil d'études pour investiguer sur le comment cela peut permettre ou pas, de réaliser en situation de classe ce qu'il annonce. Le chercheur peut toutefois explorer dans ce document la nature et les formes de situations d'apprentissage, la quantité et diversité des exercices proposées, la façon de présenter les concepts et de les traiter. Ledit chercheur peut également analyser en général l'ensemble des thèmes qui rentrent dans une analyse des manuels scolaires pour par exemple ressortir les caractéristiques de l'enseignement du contenu d'une discipline scolaire, pour mettre en évidence les pratiques des enseignants sur cette discipline ou pour proposer un nouveau manuel. Dans le cas de la présente recherche par exemple, nous voulons analyser les types de situations que les auteurs utilisent pour introduire le concept de dérivée dans les manuels du cégep. Dans ce travail, nous jetons aussi un regard sur la visibilité du manuel en rapport à l'institution en général parce que cela permet d'observer ce document comme un objet au centre d'un processus. C'est ce qui fait objet dans le sous-titre suivant.

1.2.5.3 Le manuel scolaire par rapport à l'institution

Le manuel scolaire est un moyen à travers lequel une société garantit sa spécificité didactique et pédagogique. Dans ladite société, la conception et l'élaboration d'un manuel résulte à la fois d'un processus de dialogue entre le ministère de l'éducation qui mène à l'élaboration de programmes officiels, les auteurs de manuels qui prennent en compte les besoins des enseignants et étudiants, les éditeurs pour leur besoin de commercialisation. Son contenu se fonde sur les instructions officielles, les programmes scolaires et c'est pour cette raison que l'on perçoit cet outil comme un siège de la mise en écrit du contenu des programmes. S'agissant du processus de dialogues pluriels dont résulte le manuel scolaire, Choppin (ibid.) soutient que ce document assure

> L'indispensable dialogue entre l'institution scolaire et l'univers familial et, d'une manière plus discrète, mais non moins profonde, entre les générations, il demeure l'outil de travail individuel et portatif dont l'utilisation est la plus souple et n'est plus un livre que l'on lit, mais un livre dans lequel on lit . (p. 8)

Ces propos de Choppin me font entrevoir le manuel comme le fruit d'une articulation entre plusieurs entités sus évoquées.

Le manuel scolaire est au cœur du processus allant des programmes aux pratiques de classe parce que par l'intermédiaire de cet outil, les programmes « prescrivent » ce que l'enseignant est sensé enseigner et ce que les étudiants sont sensés apprendre. Dans les faits, le manuel n'est ni un programme, ni ce qui est fait en situation de classe, il sert d'indicateur et joue un rôle d'intermédiaire entre le programme et la classe. Les deux figures suivantes[23] présentent en images simplifiées la place du manuel scolaire dans le système d'éducation et ses influences avec les flèches pleines qui « *indiquent des relations de déterminations* » (p. 21) et les flèches pointillées qui « *indiquent des relations floues* » (p. 21). Sur ces figures, les relations de déterminations semblent indiquer une forte influence tandis que les relations floues n'établissent pas clairement les liens de mise en évidence.

[23] Bruillard Éric (2005). Les manuels scolaires questionnés par la recherche in Bruillard Éric (dir.) *Manuels scolaires, regards croisées.* CRDP de Basse-Normandie, Documents, actes et rapports sur l'éducation, Caen, p. 13-36.

Pour expliquer la figure 1.1 (voir plus loin), Bruillard (2005) soutient que « *les programmes prescrits déterminent le contenu des manuels et les manuels influencent les pratiques des enseignants et conditionnent les apprentissages des élèves* » (p. 21). À mon avis, la flèche pleine allant des programmes prescrits aux manuels scolaires semble montrer que l'élaboration du manuel doit se référer au programme, celle allant des manuels aux élèves indiquerait ce que doivent apprendre les élèves soit directement dans le manuel ou à travers ce que l'enseignant devrait enseigner tout en puisant ses ressources dans les manuels. La relation pointillée entre les manuels et les enseignants semble montrer que l'enseignant puise ses informations entre autres du manuel et qu'en retour le manuel n'est pas la seule source d'information de l'enseignant. La flèche pleine allant des parents aux élèves me semble montrer que le parent doit directement suivre le processus d'apprentissage de son enfant à travers le manuel scolaire qu'il pourrait consulter, ou pour suivre indirectement les progressions de l'enseignant. La relation manuels scolaires et parents n'est pas déterminante, cela peut signifier que le parent n'est pas forcément tenu de se référer au manuel pour voir ce qu'apprend son enfant. Cependant, au primaire par exemple, cette relation pourrait être déterminante dans la mesure où le parent se réfère régulièrement au manuel pour suivre son enfant. Cette relation pourrait être moyennement déterminante au secondaire parce que comparativement au primaire, plus les élèves avancent en classe supérieure et plus l'accès des parents aux contenus des manuels de mathématiques en vue de suivre leurs enfants se réduit. Toutefois, ce ne serait nécessairement pas le cas au cégep parce qu'à ce niveau de scolarité, les mathématiques sont assez avancées et très peu de parents peuvent se référer au manuel de mathématiques de leurs enfants pour les suivre académiquement.

Quant aux autres flèches pointillées dans cette figure 1.1, celles allant vers les programmes prescrits me semblent montrer que l'élaboration du programme prescrit ne saurait se faire en marge des savoirs savants ou des pratiques de référence de la société d'appartenance. De plus, pour les flèches qui vont vers les manuels scolaires, je pense toutefois que cela montre le fait que, bien que l'élaboration du manuel suive les prescriptions du programme, elle doit également dans une certaine mesure se fonder sur les savoirs savants et les pratiques de référence dans la société d'appartenance. Dans le cas du Québec par exemple, il est mentionné plus haut qu'un manuel scolaire est un outil qui est censé représenter la diversité culturelle dans laquelle il s'élabore et en même temps promouvoir les valeurs de la société québécoise. Une société promeut ainsi ses propres valeurs culturelles et sociétales à travers l'élaboration des manuels scolaires.

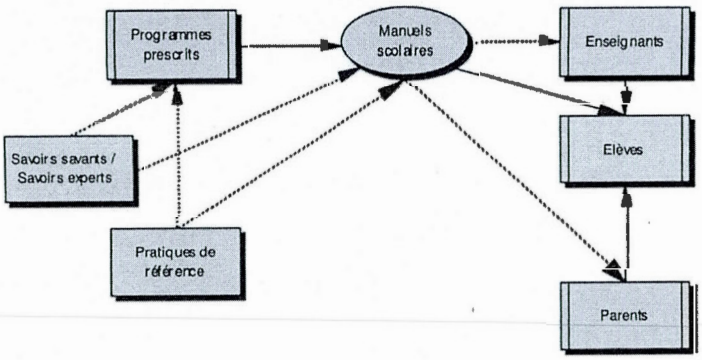


Figure 1.1 Manuels scolaires au centre d'un processus : des programmes aux pratiques.

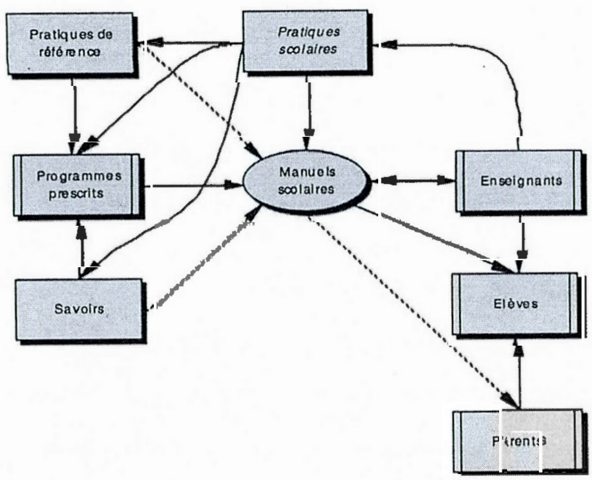


Figure 1.2 Influences des pratiques scolaires dans l'élaboration des manuels.

La figure 1.2 enrichit la précédente, et présente les influences des pratiques scolaires dans l'élaboration des manuels tout en mettant davantage en évidence les relations de détermination. L'on constate que les programmes prescrits tirent leurs sources dans les pratiques de référence, les valeurs de la société d'appartenance, les savoirs et les résultats issus des pratiques scolaires. Ces pratiques véhiculées par les enseignants, contribuent à l'élaboration des manuels et influencent les pratiques de référence, les programmes prescrits et les savoirs. L'enseignant joue un rôle fondamental par le fait qu'il détermine le choix du manuel que l'élève doit utiliser pour suivre son cours, conduit le processus d'enseignement à travers ce manuel, influence les pratiques scolaires qui impactent tous les autres éléments sur cette figure. À l'image de cette figure 1.2 où le manuel scolaire est placé presqu'au centre, peut-on dire de cet outil, qu'il est au cœur d'un système complexe qui intègre les pratiques scolaires elles-mêmes? Au sens de Bruillard (op.cit.), le manuel scolaire serait au centre du processus. Cette vision est contraire à celle de Hardy[24] (2009) qui place la pratique au centre de ce processus. De mon point de vue, les pratiques scolaires sont mises en scène par les enseignants, et même si le manuel constitue une des pièces du système comme tous les autres encadrés en bleue des figures 1.1 et 1.2 ci-dessus, sans nécessairement être le centre du processus, j'adhère à la vision de Hardy parce que ce sont ces pratiques qui semblent fournir des renseignements aux enseignants qui vont par la suite l'impacter dans l'élaboration du manuel. Bruillard (2005) montre que les manuels scolaires apparaissent comme « *un catalyseur du fonctionnement des disciplines scolaires et les discours que les communautés disciplinaires tiennent sur leurs manuels renseignent finalement beaucoup sur elles-mêmes* » (p. 23). Toutefois, la recherche de Dufour (2011), abordée dans la section suivante, semble s'opposer à

[24] *www.**nadiahardy**.com/N**HARDY**_PHD**THESIS**.pdf*

la vision de Bruillard en montrant que c'est plutôt l'enseignant qui est l'entité au cœur du système.

À la lecture de ces figures, l'on constate que les programmes prescrits déterminent le contenu des manuels scolaires et les manuels en retour influencent les pratiques enseignantes et peuvent aussi conditionner les apprentissages des élèves. Cependant, nous reviendrons sur cet aspect un peu plus loin dans le présent chapitre (voir section 1.3). Au cégep par exemple, le choix du manuel de calcul différentiel relève de l'enseignant qui a charge d'enseigner la discipline. Cependant, ce choix serait motivé par les croyances que cet enseignant manifeste vis-à-vis de tel ou tel document. Cela nous fait penser à la recherche de Dufour (2011) qui traite de cet aspect dans le paragraphe suivant. Notre préoccupation ne consiste toutefois pas à étudier les croyances qui guident l'enseignant dans le choix du manuel qu'il utilise pour donner cours du calcul différentiel.

1.3 Comment les enseignantes et enseignants font recours aux manuels scolaires?

Dufour (2011) dans son mémoire de maîtrise se questionne sur la façon dont les enseignants ont recours aux différentes formes des représentations ou à différents types de problèmes pendant leur enseignement en classe pour introduire le concept de dérivée. Pour cela, elle observe des séances de cours d'introduction de la dérivée au cégep fait par deux enseignantes nommées Josée et Louise. Louise a trente-trois ans de service au collège, a une formation universitaire de premier cycle en mathématiques et s'est spécialisée dans l'enseignement du cours de méthode quantitative, tandis que Josée donne son premier cours de calcul différentiel au collège, a une formation universitaire de deuxième cycle en mathématiques, obtient par la suite un diplôme en enseignement des mathématiques au secondaire et a enseigné deux ans au secondaire. Dufour analyse comment ces enseignantes exploitent les manuels scolaires, utilisent et gèrent les représentations pour introduire ce concept. Elle effectue cette analyse du point de vue de la théorie de représentations de Duval (1993, 1995) et des représentations fonctionnelles de diSessa et al. (1991), et Hitt (2003, 2006). Sa recherche révèle que ces enseignants font usage d'une prédominance de registres verbal et algébrique, et d'un grand nombre d'actions implicites sur les représentations. Elle remarque « *une présence sporadique du registre graphique* » (p. 11) chez ces enseignantes et ressort que Josée en utilise beaucoup ledit registre graphique mais de façon inappropriée par ailleurs, tandis que Louise en fait très peu usage. Sa recherche montre que le registre algébrique permet à l'enseignante de traduire au tableau ce qu'elle explique verbalement. Les éléments qui permettent l'utilisation de différentes représentations sont les types de tâches (routinières ou non), la technologie.

Dans cette recherche, la chercheure montre par exemple que, les deux enseignantes ont une très grande tendance à utiliser les représentations formelles et institutionnelles (c'est-à-dire ce que l'on retrouve dans les manueles) tandis que la place accordée aux représentations spontanées ou fonctionnelles (c'est-à-dire ce que l'étudiant(e) produit intuitivement) est faible. Louise se préoccupe à formaliser les représentations assez rapidement parce qu'elle semble penser que cela permet aux élèves d'être mieux préparés à aborder différents problèmes alors que Josée semble rassurée par l'utilisation de représentations plus institutionnelles parce qu'elle éprouve de l'inconfort à travailler avec le registre graphique et a un attachement pour le registre algébrique.

Quelles sont les convictions qui déterminent le choix des manuels par ces enseignantes? Selon la même recherche, Dufour met en évidence que les deux enseignantes optent pour le manuel (Calcul différentiel Hamel et Amyotte, 2007) parce que, selon une enseignante observée nommée Louise, le manuel de calcul est choisi parce qu'on y retrouve « *différentes sphères d'application du calcul différentiel* » (p. 54) tandis que l'enseignante Josée aime les problèmes donnés dans le manuel parce qu'ils « *couvrent différents champs d'application* » (p. 54). Les tâches qu'elles utilisent pour donner les cours proviennent de ce manuel officiel du cours, des devoirs cumulatifs pour la note du cours, et des examens soumis aux étudiants. Elles utilisent le même manuel en suivant un peu l'ordre d'introduction de différents concepts mais avec de croyances différentes. Cela montre que ce serait peut-être les croyances des enseignantes qui semblent guider leur choix d'utiliser un manuel plutôt qu'un autre, et le manuel scolaire à son tour semble jouer un rôle tangentiel, c'est-à-dire qui suivrait ces croyances. Le travail de la chercheure place l'enseignant au centre du processus dans le système éducatif, ce qui diverge de la pensée de Bruillard susmentionnée qui place plutôt le manuel au centre de ce processus. Cependant, dans ma perspective au coeur cette recherche, l'enseignant et le manuel constituent des pièces utiles qui se complètent dans le système éducatif. C'est à ce juste titre qu'on peut voir le manuel comme un outil qui semble imposer sa vision aux enseignants. Dans la recherche de Dufour (opcit.) par exemple, Louise utilise un exemple tiré de ce manuel pour introduire le taux de variation moyen, la définition de la vitesse moyenne tandis que Josée fait aussi recours à ce manuel pour introduire le concept de dérivée. En somme, les deux enseignantes exploitent différemment le même manuel. Cependant, ce sont leurs croyances qui semblent déterminer leurs choix.

Cette vision rejoint une mini expérimentation faite pendant la session d'hiver 2014 dans le cadre de la présente recherche dans un cégep de Laval où, après avoir observé sans intention d'intervention quelques séances d'enseignement sur l'introduction du concept de dérivée, quelques temps après, lorsque les étudiants ont été interrogés sur ce qu'est la dérivée, ils ont quasi totalement utilisé la notion de vitesse suivant une approche intuitive pour donner une explication. Cela correspondait non seulement à l'approche intuitive développée par l'enseignante pour introduire cette notion, mais également à la notion de vitesse utilisée dans le manuel[25] exploité par l'enseignante pour parler de la dérivée.

1.4 Le contenu des manuels de calcul différentiel sur la dérivée semble influencer la conception des étudiants sur cette notion

Concernant les apprenants de calcul différentiel par exemple, Zandieh[26] (2000) réalise une étude auprès des étudiants de première année universitaire qui suivent le cours de calcul différentiel et met en évidence le fait :

> [Qu'une] compréhension individuelle de la dérivée est définie en termes de chevauchement ou de manque de chevauchement avec la notion que la communauté mathématique a de ce concept. De la même façon, elle souligne qu'un passage dans un texte de mathématiques, dans un exercice, un problème, ou une activité dans un programme d'étude peut être examiné sous la base des aspects du concept de dérivée que cela demande aux étudiants d'explorer. (Traduction libre[27] voir original en bas de page). (p. 104)

Elle analyse la façon dont le concept de dérivée est décrit dans les manuels scolaires tout en explorant comment les recherches en « mathematics education », les mathématiciens, les étudiants gradués en mathématique et les étudiants au cours de calcul différentiel traitent de ce concept. Elle montre qu'il n'y a pas une grande différence entre la façon dont les manuels présentent le concept de dérivée et les formes de compréhensions qui émergent des étudiants sur ce concept. En d'autres termes, je pense qu'elle essaie de montrer le lien de causalité qu'il y a entre la

---

[25] Brunelle E., & Désautels, M-A. (mai 2012). *Calcul différentiel.* Les éditions Centre Éducatif/Culturel (CEC). Québec.

[26] Michelle J. Zandieh (2000). A theorical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. CBMS Issues in Mathematics Education. Vol. 8. Pp 103-127.

[27] . « *An individual's understanding of derivative is then defined in terms of its overlap or lack of overlap with the mathematical community's notion of that concept. Similarly, a passage in a mathematics text or an exercise, problem, or activity in a curriculum may be examined for the aspects of the concept of derivative that it asks students to explore*» (p. 104).

construction du concept de dérivée chez les étudiants et la manière dont les manuels présentent ces concepts. Du manuel à l'étudiant se trouve l'enseignant qui a charge d'enseigner le concept et de s'en assurer de sa compréhension chez les étudiants.

Partant du postulat de Zandieh, l'on peut se représenter la scène suivante. Si les façons dont les étudiants développent leur compréhension du concept de dérivée n'est pas assez différente de la manière dont les manuels présentent ce concept, cela pourrait signifier que le manuel a tendance à imposer son point de vue ou plutôt, que les étudiants semblent « apprendre par cœur » et ont tendance à reproduire ce qui se passe dans le manuel. Ces étudiants semblent peut-être ne pas avoir assez de recul et cela pourrait provenir du fait qu'ils viennent d'apprendre de nouveaux concepts. Si cela est le cas, l'on peut alors aller un peu plus loin et s'autoriser même à penser que les enseignants auraient une part de responsabilité dans la conclusion de Zandieh. C'est-à-dire qu'il serait possible que les enseignants aient aussi une tendance à reproduire ce qui se passe dans le manuel pour enseigner le concept de dérivée à leurs étudiants.

Ce possible lien de dépendance qu'il y a entre la façon dont les manuels présentent un concept et la façon dont les étudiants développent leur compréhension de ce concept semble aller à co-courant avec les résultats des travaux de Dick et Patton (1992 et 1994), Hughes-Hallet & Gleason (1994) ainsi qu'Ostebee & Zorn (1995) qui montrent une perspective plutôt positive selon laquelle l'usage de multiples représentations dans les manuels de calcul différentiel est une voie qui favorise et développe la compréhension des étudiants. Ces travaux semblent établir une relation entre développement de la compréhension du calcul différentiel chez les étudiants et la présentation du calcul dans les manuels à travers l'utilisation des représentations multiples. Cependant, ces auteurs soutiennent que les concepts de limite et de dérivée doivent être décrits en termes de représentations. Pour ce qui est des représentations, Zandieh[28] (opcit.) soutient que le concept de dérivée peut être représenté graphiquement comme une tangentielle à une courbe, verbalement comme un taux de variation instantanée, physiquement comme une vitesse et symboliquement comme une limite d'un rapport de taux de variation. Il ressort que le concept de dérivée peut être représenté graphiquement, verbalement, physiquement et symboliquement. Beaucoup d'autres exemples physiques sont possibles pour introduire le concept de dérivée avec de variations possibles tant au niveau des descriptions graphiques, verbales que symboliques.

En bref, Zandieh demande aux étudiants ce qu'est la dérivée et leur laisse l'opportunité de parler. Elle met en évidence le fait que la plupart des étudiants utilisent la notion de vitesse pour parler de la dérivée et cela est très proche des approches proposées dans les manuels de calcul différentiel.

Que ce soit dans la recherche de Dufour ou celle de Zandieh, ce qui précède montre bien que quand bien même une approche pédagogique est développée dans un manuel, l'approche utilisée par l'enseignante pour enseigner cette notion peut toutefois influencer la conception que les étudiants peuvent développer sur ladite notion. Cependant, il y a des recherches présentées dans la section suivante qui mettent en évidence les difficultés que les étudiants éprouvent dans la compréhension du concept de dérivée parce que cela permet de comprendre la complexité dudit concept.

1.5 Quelques recherches mettant en évidence les difficultés que les étudiants éprouvent face au concept de dérivée

[28] « *The concept of derivative can be represented (a) graphically as the slope of the tangent line to a curve at a point or as the slope of the line a curve seems to approach under magnification, (b) verbally as the instantaneous rate of change, (c) physically as speed or velocity, and (d) symbolically as the limit of the difference quotient* ». (p. 105)

Il est mentionné dans l'introduction qu'une visite de certaines recherches sera faite juste pour identifier les origines de difficultés du concept de dérivée chez les étudiants afin de montrer que ce concept est un concept difficile. Toutefois, cette notion de difficulté possède différentes significations. Le Grand Robert et le Petit Robert proposent trois entrées différentes au terme « difficulté » qui sont reprises par Lajoie (2000). Cela peut être :

> Un caractère de ce qui est difficile, ce qui rend quelque chose difficile : complexité, subtilité. On parle alors de la difficulté d'une entreprise, d'un travail, d'un cas, d'un problème.
>
> Ce qu'il y a de difficile en quelque chose : obstacle, barrière. On parle alors des difficultés que comporte un sujet. On dit alors qu'une difficulté peut être surmontée, vaincue, tournée.
>
> Une «difficulté à», c'est-à-dire de l'embarras, de la gêne, du mal, de la peine que peut avoir une personne face à une situation. On parle alors d'une difficulté à comprendre, à s'exprimer, etc.

Ces trois définitions présentent deux visions différentes de la notion les difficultés. La première vision associe les deux premières définitions. Ces définitions statuent sur l'aspect fondamental de difficultés sous-jacentes à l'essence d'une notion, d'un objet et de la complexité ou des obstacles que présente cet objet. On parle par exemple dans ce cas de difficultés sous-jacentes à un objet du savoir et à sa construction. L'objet ou la notion dont il est question ici est un *objet mathématique du savoir*[29]. La deuxième vision est liée aux difficultés rencontrées par une personne face à une situation. Elle éprouve ainsi de la peine à surmonter une situation ou à résoudre un problème. Lessard (2010) et Bednarz (1987) reprises par Lajoie (2000) semblent adhérer à la seconde vision décrite précédemment. Lessard (2010, p. 5) utilise

[29]D'Amore (2001, p. 2) reprend la définition de Chevalard (1991, p. 110) concernant l'*objet mathématique du savoir* comme « *un émergent d'un système de pratiques où sont manipulés des objets matériels qui se découpent dans différents registres sémiotiques : registre de l'oral, des mots ou expressions prononcées; registre du gestuel; domaine de la scription, de ce qui est écrit ou dessiné (graphisme, formalisme, calcul, etc.), c'est-à-dire registre de l'écrit* ».

l'expression « *difficulté à* » pour expliquer les difficultés d'apprentissage des élèves de 1re secondaire à transformer des rapports aux nombres rationnels. Elle utilise l'expression « *n'ayant pas ainsi la chance de…* ». Dans le cas du calcul différentiel, le terme difficulté serait le handicap que les étudiants ont dans la manipulation algébrique, dans l'intégration de sous-concepts liés à la trigonométrie et à l'algèbre, dans la conversion d'une représentation à une autre, dans la conceptualisation des objets mathématiques et compréhension des phénomènes physiques dans un contexte de problème à résoudre par exemple.

Cette recherche ne porte pas sur l'étude des difficultés des étudiants. Cependant, le fait d'en parler ici permet de mettre en évidence le fait que le concept de dérivée est complexe. Les statistiques constituent une porte d'entrée pour aborder cette notion parce que les chiffres renseignent sur l'état de la situation.

1.5.1 Quelques données statistiques.

De nombreuses recherches montrent que le cours de calcul différentiel est un cours difficile pour les étudiants du collégial (voir figure 1.3) et comme le confirme le mémoire de maîtrise d'Odierna (2004) :

> La situation dans les établissements de niveau collégial est inquiétante. Seulement 39% des étudiants réussissent à compléter leurs études en deux ans; 17% en trois ou quatre ans et 22% en mettent plus de quatre ans (MELS, 1999). Les programmes en sciences connaissent un taux d'échec ou d'abandon partiellement élevé. De ceux qui choisissent un programme scientifique au cégep, 50% finissent par échouer ou abandonner[30]. (…) .
>
> En 1997, dans l'ensemble des établissements publics de niveau collégial, le taux de réussite du premier trimestre dans le programme de Sciences de la Nature se situait à 78% (MELS, 1999). Parmi les disciplines offertes

[30] Extrait de l'allocution du ministre d'État à l'Éducation et à la Jeunesse, monsieur François Legault, prononcé à l'occasion de la Conférence grand public au Congrès mathématique de l'an 2000 et reproduite dans Le Bulletin AMQ, Vol. XL, n°2, mai 2000, Bibliothèque Nationale du Québec.

lors de ce trimestre, le premier cours de calcul (103 ou NYA : calcul différentiel) détenait un des taux d'échec et d'abandon les plus élevés. Les cohortes de 1993 à 1997 (Terril, SRAM, 1999, voir : Maurice, 2000) ont connu un taux d'échec de 22% à 26% pour ce cours et en sciences. Au collège Montmorency, durant ces mêmes années, les taux de réussite se situaient entre 40% et 59%. La figure 1 illustre l'évolution du taux de réussite dans ce cours selon les différentes sessions. (P. 3).

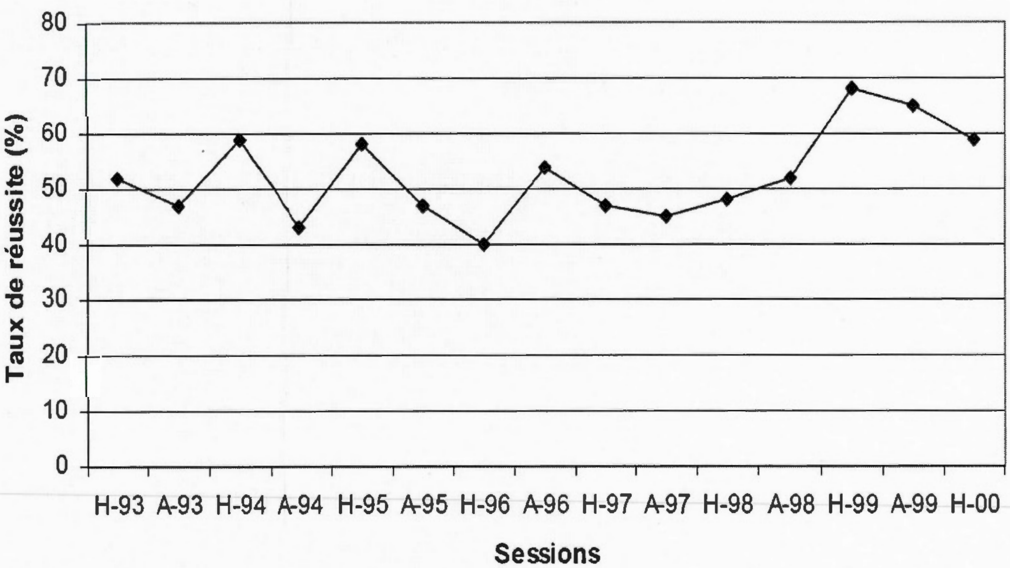


Figure 1.3 Évolution du taux de réussite dans le cours de calcul différentiel (NYA)

Cette figure présente une nette amélioration des résultats en 1999 et connait une nouvelle baisse les deux prochaines années. Cette période est marquée par les remaniements des programmes d'étude en mathématiques au secondaire. Son implantation dans les écoles est complétée en juillet 1998 pour la cinquième secondaire. Dans ces remaniements, une grande place est accordée à la résolution de problèmes (MELS, 1997).

La figure 1.4 suivante présente des données statistiques concernant toujours le collège Montmorency qui vont l'automne 2000 à l'hiver 2013.

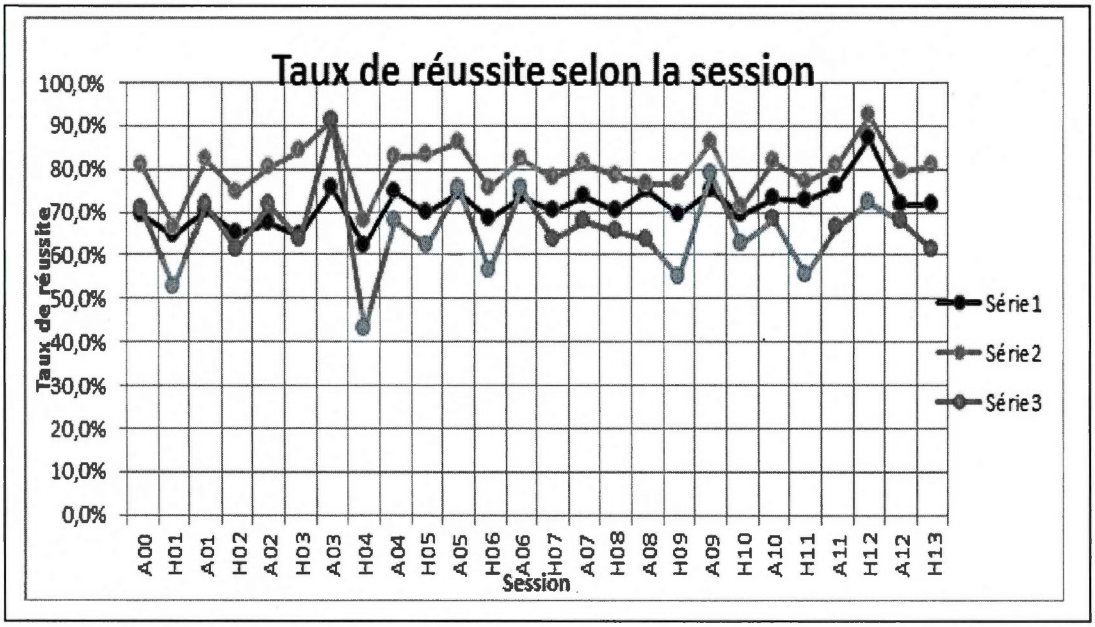


Figure 1.4 Évolution du taux de réussite dans le cours de calcul différentiel (NYA)

Sources : Département des mathématiques Collège Montmorency.

Sur la figure ci-dessus montre que des efforts restent à fournir pour améliorer le pourcentage de réussite des étudiants. Les différentes lignes brisées représentent les fluctuations des résultats des étudiants. Sur cette figure, la série1 en couleur bleue, représente la fluctuation des résultats de tous les étudiants du collège Montmorency. La série2 colorée en vert représente les résultats des étudiants de science de la nature, tandis que la série3 représentée par la couleur rouge donne la courbe de résultats des étudiants au cours de calcul différentiel 201-NYA-05. L'on constate que les étudiants de la filière science de la nature enregistrent en général le meilleur score de réussite dans ce collège. Toutefois, leurs résultats en calcul différentiel sont en général inférieurs au résultat moyen du collège et au résultat moyen de science de la nature. La moyenne des résultats des étudiants en calcul différentiel est située entre 50 % et 80 %. Cependant, les deux figures mettent en évidence les difficultés que les étudiants du cégep rencontrent au cours de calcul différentiel parce que s'il n'y avait pas de difficulté, l'on se retrouverait à 100 % de réussite dans ce cours.

1.5.2 Du constat au niveau d'autres recherches

Un des aspects de la didactique des mathématiques consiste à mettre en évidence les difficultés des étudiants en calcul. Quelles sont la nature et les causes de ces difficultés? Dufour (2011, pp. 12-13) pense que certains auteurs comme Tall (1993) passe en revue les écrits de plusieurs chercheurs et mentionne que ces problèmes sont reliés :

> Aux concepts de limite et d'infini, à l'image mentale restreinte des fonctions dans l'esprit des élèves, à la mathématisation des problèmes, aux manipulations algébriques, à la sélection et l'utilisation de différentes représentations, aux préférences des élèves (et de plusieurs enseignants) pour une approche axée sur les méthodes et procédures.

Le cours et les manuels de calcul différentiel au cégep présentent des difficultés et obstacles difficilement identifiables, car, selon Tall (1993), ces difficultés seraient reliées à l'usage de différentes représentations et de leur conversion ainsi qu'aux concepts mathématiques en jeu. Le concept de dérivée est complexe parce que cela requiert une interconnexion inséparable avec d'autres concepts comme les fonctions, les limites, l'infini, la vitesse, le taux de variation et la tangente. Sierpinska (1985) montre la difficulté qu'ont les élèves à donner un sens à la notion de limite des sécantes et remarque par ailleurs que la tangente apparaît comme objet mineur d'enseignement et que peu de temps lui est donc consacré au sein du cours proprement dit. Selon Sierpinska, ce sentiment de manque d'inattention s'expliquerait également par le sentiment, fréquent chez les enseignants, de la facilité de cette notion envisagée comme une généralisation supposée évidente du cas du cercle.

Sur une étude des conceptions des élèves français portant sur la notion de tangente, Castela[31] (1995) montre que les résultats révèlent entre autres : un nombre élevé d'erreurs chez la majorité d'élèves avant l'enseignement de la dérivée; cinq grandes tendances de conceptions que sont, la conception (*intersection globale*; *intersection locale*; *intersection globale analyse*; *intersection locale et analyse*; *analyse*) et qui se différencient par leur nature locale ou globale du regard et par la présence ou l'absence des problématiques de position relative et d'approximation. Un point de vue au sens de Castela (ibid.) est « *un découpage dans le corps des savoirs mathématiques sur un objet donné, rassemblant définitions, théorèmes, situations et signifiants* » (p. 10). Elle utilise différentes conceptions en termes de définitions de la notion de tangente pour mettre en évidence les points de vue des élèves. Selon Castela « *Une conception est une modélisation élaborée par le chercheur. Elle vise à rendre compte de la cohérence perceptible dans les comportements observables d'un élève confronté à un groupe de tâches mettant en jeu le même concept mathématique* » (p. 9). Cette notion chez Artigue (1990, p. 265) et reprise par Castela (1995), répond à deux nécessités distinctes :

> Mettre en évidence la pluralité des points de vue possibles sur un même objet mathématique, différencier les représentations et modes de traitements qui lui sont associés, mettre en évidence leur adaptation plus ou moins bonne à la résolution de telle ou telle classe de problèmes (...). Aider le didacticien à lutter contre l'illusion de transparence de la communication didactique véhiculée par les modèles empiristes de l'apprentissage, en lui permettant de différentier le savoir que l'enseignement veut transmettre et les connaissances effectivement construites par l'élève . (p. 10)

Ainsi, conception et point de vue sont deux notions distinctes que Castela utilise pour décrire les étapes transitoires de l'apprentissage du concept de tangente. Ce qui précède met en évidence le fait que le concept de tangente représente un obstacle dans l'étude de la dérivée.

[31] Dans : Apprendre avec et contre ses connaissances antérieures. *Recherches en didactique des mathématiques*. 15 (1), pp. 7-47.

Au sujet des limites, Sierpinska (1985) reprise par Dufour (2011) identifie cinq catégories d'obstacles en lien à la notion de limite : il s'agit entre autres de l'Horror Infiniti, des obstacles liés à la notion de fonction, des obstacles géométriques, logiques et symboliques. Sur la question de l'infini, Hitt (2003) soulève la difficulté qu'éprouvent les élèves dans le passage de l'infini formel ou actuel (définition statique où tout est fixe avec une infinité d'éléments et l'utilisation des symboles mathématiques) à l'infini potentiel (intuition dynamique, processus pas à pas ou définition à partir des mots) et vice versa. Il y a aussi le décalage entre le langage naturel (usage des mots) et le langage formel (ou langue d'enseignement ou des annotations mathématiques que l'on retrouve dans les manuels). Il est important de préciser qu'au cégep, le concept de limite et d'infini sont nouveaux pour les étudiants, alors il est très probable qu'ils éprouvent de difficultés liées à ces notions mêmes et les difficultés liées à la compréhension de ces notions en abordant le concept de dérivée. Cependant, dans les manuels scolaires, le découpage des savoirs montre que les limites précèdent la dérivée. Cela signifie implicitement que l'étudiant doit maîtriser le concept de limite en abordant la dérivée.

Au sujet des fonctions, Hitt (1998) montre que ce concept admet une variété de représentations et que la compréhension de ce concept implique des articulations cohérentes entre les différentes représentations qui entrent en jeu pendant la résolution de problèmes. Par ailleurs, Hitt[32] (ibid.) a mené une étude sur la compréhension du concept de fonction chez certains enseignants au Mexique et cela lui a permis d'identifier cinq niveaux de compréhension. Les résultats de ses études montrent que ce groupe d'enseignants ne font pas une articulation cohérente entre différents systèmes de représentations que requiert le concept de fonction et cela est dû aux difficultés qu'ils éprouvent. Étant donné les résultats montrant que ces

[32] La version originale est la suivante : « *in unusual learning situations, this group of teachers does not coherently articulate between the various systems of representation involved with the concept of function, due to various difficulties* » (p. 134).

enseignants éprouvent des difficultés dans l'articulation du concept de fonction entre différents systèmes de représentations, on peut bien penser que les étudiants qui ont à manipuler plusieurs concepts liés au concept de dérivée tel que présenté dans les manuels ou enseignés en classe auront également des difficultés d'articulation et de conversion entre les systèmes de représentations.

L'on se rend compte ainsi que l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques en général et du calcul différentiel en particulier passe par la modélisation et offre l'occasion d'analyser les manuels scolaires, les activités cognitives comme la conceptualisation, la résolution de problèmes ou la compréhension d'un texte donné chez les étudiants. Selon Duval (1995), « *la particularité de l'apprentissage des mathématiques tient à ce que ces activités cognitives y requièrent l'utilisation de systèmes d'expression et de représentation autres que le langage naturel ou que les images* » (p. 1). La résolution de problèmes dans une séquence de cours comme dans un manuel de calcul différentiel, s'articule autour de plusieurs registres de représentations tels que la langue, les graphiques, les symboles, les courbes etc. Selon Hitt[33] (1998, p. 18) les recherches empiriques révèlent que la construction des objets mathématiques par les étudiants est basée sur l'utilisation de diverses représentations sémiotiques. Cette résolution est rendue opérationnelle à travers les *situations problèmes*[34] que l'étudiant doit dénouer. Du point de vue de Hitt (2013),

---

[33] Voir version originale: « *it is known by empirical research that the students' construction of a mathematical object is based on the use of several semiotic representations* »

[34] Au sens du MELS (programme de formation de l'école québécoise de 2006. Enseignement secondaire. 1[er] cycle. Chap. 6. Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie. P. 240), résoudre une situation-problème, c'est adopter une démarche heuristique ou «de découverte». La résolution implique du discernement, une recherche et la mise en place de stratégies mobilisant des savoirs. Aussi l'exercice de cette compétence amène-t-il l'élève à effectuer une suite d'actions telles que *décoder les éléments qui se prêtent à un traitement mathématique*, *représenter la situation-problème par un modèle mathématique*, *élaborer une solution mathématique*, *valider cette solution* et *partager l'information relative à la situation-problème et à la solution proposée*. Il s'agit d'un processus dynamique qui comprend l'anticipation, le retour en arrière et le jugement critique. Une situation-problème répond à l'une des conditions suivantes : la situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage; l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une

> Ces situations problèmes sont généralement associées à des processus de modélisation mathématique. Ces processus sont habituellement associés à des tâches non routinières, qui génèrent chez les élèves la production des représentations fonctionnelles, soit des représentations qui sont liées à l'action et se dégagent lors de la lecture d'un énoncé mathématique pour comprendre la tâche, et la production d'une représentation qui émerge en vue de résoudre la tâche. La représentation n'est pas fonctionnelle si elle n'est pas liée à la tâche (p. 17).

En calcul différentiel, que l'on soit dans les représentations fonctionnelles où dans ses représentations correspondants c'est-à-dire les représentations spontanées (ce que l'étudiant produit pendant son processus de résolution d'une situation problème) ou institutionnelles (ce que l'on retrouve dans les manuels scolaires), il ressort que les *représentations sémiotiques*[35] des étudiants jouent un rôle fondamental dans leur compréhension des concepts mathématiques. Duval (1995) souligne qu'il ne peut pas y avoir de compréhension en mathématiques si on ne distingue pas un objet de sa représentation. Cela signifie que l'on ne doit en aucun cas confondre les objets mathématiques comme les fonctions par exemple avec leurs représentations, c'est-à-dire leurs symboles et graphes. Toutefois, Duval soutient qu'un même objet mathématique peut être donné à travers des représentations très différentes et qu'il serait capital de ne pas prêter confusion entre objet et ses représentations au risque de perdre la compréhension du concept mathématique en question. Ce concept de représentation sémiotique est développé plus en détail dans le prochain chapitre. Soulignons toutefois que l'approche de Hitt (op.cit.) porte sur les représentations spontanées et institutionnelles dans un processus de modélisation mathématique tandis que celle de Duval trait des représentations institutionnelles. À partir de là, on

---

combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a ou non fait l'apprentissage, et enfin, le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présentée antérieurement.

[35] Les représentations sémiotiques, « C'est-à-dire ces productions constituées par l'emploi de signes (énoncé en langue naturelle, formule algébrique, graphe, figure géométrique...) ne semblent être que le moyen dont un individu dispose pour extérioriser ses représentations mentales, c'est-à-dire pour les rendre visibles ou accessibles à autrui ». Duval (1995, p. 2).

peut comprendre que les difficultés rencontrées par les étudiants en calcul différentiel peuvent arriver lorsqu'ils n'arrivent pas à résoudre des problèmes ou peuvent provenir de la relation entre les étudiants et le savoir lors de son processus d'apprentissage, c'est-à-dire dans les conceptions même des objets mathématiques qu'ils ont acquises.

Ce qui précède montre que le concept de tangente, de fonction, de limite et d'infini présente des obstacles et de difficultés chez les étudiants. Or ces quatre concepts sont liés à la dérivée. L'on est cependant porté à croire que d'autres concepts dont il n'est pas fait allusion ici ont aussi leur cortège de difficultés. Tout ceci rend la notion de dérivée beaucoup plus complexe qu'on ne peut imaginer. Malgré cela, un des buts fondamentaux des manuels scolaires est de présenter les contenus mathématiques et didactiques de façon à favoriser les compréhensions chez les étudiants.

1.6 Le concept qui fait objet de la présente étude

Il s'agit du concept de dérivée. Cette notion est à la fois complexe et liée à plusieurs autres concepts comme les fonctions et tels que mise en évidence dans la section précédente. Stewart[36] (2010) soutient que les fonctions constituent les objets fondamentaux du calcul différentiel. Selon cet auteur, les chapitres sur les fonctions préparent au calcul et permettent de discuter les idées de base sur ces fonctions, leurs graphiques ainsi que les voies de leur transformation et combinaison. D'après lui, une fonction peut être représentée différemment : soit par une équation, un tableau, un

[36] Voici la citation originale de Stewart: « *the fundamental objects that we deal in calculus are functions. This chapter prepares the way for calculus by discussing the basic ideas concerning functions, their graphs, and ways of transforming and combining them. We stress that a function can be represented in different ways: by equation, in a table, by a graph, or in words* » (p. 11) et renchérit que « *there are four possible ways to represent a function: verbally (by a description in words), numerically (by a table of values), visually (by a graph), algebraically (by an explicit formula). If a single function can be represent in all four ways, it's often useful to go from one representation to another to gain additional insight into the function* » (p. 14).

graphique ou par des mots. Stewart[37] (op. cit) soutient qu'il y a quatre voies possibles pour représenter une fonction. Cela peut être fait verbalement à travers la description en mots, numériquement à travers la table de valeurs, visuellement à travers un graphique, algébriquement à travers une formule explicite. Si une fonction peut être représentée à travers ces quatre voies, c'est souvent nécessaire d'aller d'une représentation à l'autre pour mieux saisir ladite fonction.

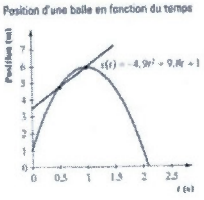
Dans les manuels de calcul différentiel, les auteurs utilisent de formes variées de représentations pour présenter un concept ou pour résoudre un problème. Le concept de représentation est développé au chapitre suivant. Un cas typique est celui pris dans Hamel & Amyotte (2007) qui posent par exemple à la page 6 du Chapitre 1 intitulé *limite et continuité* l'exemple suivant :

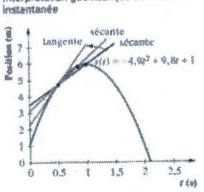
> On lance un balle vers le haut à partir d'une hauteur de 1 m avec une vitesse initiale de 9,8 m/s. En vertu de lois physiques, la position de la balle (sa hauteur mesurée en mètres) t S après son lancement est donné par la fonction $s(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1$. On veut déterminer la vitesse (instantanée) de la balle 0,5 s après son lancement. (p. 6)

L'objectif principal dans cette tâche consiste à déterminer la vitesse instantanée de la balle. La question que l'on peut se poser est de savoir quels outils mettent-ils en œuvre pour solutionner ladite tâche. Pour résoudre ce problème, ils utilisent les quatre modes de représentations consignés dans le tableau suivant.

[37] http://www.stewartcalculus.com/media/9_home.php

Tableau 1.6 Formes de représentations utilisées par Hamel et Amyotte pour résoudre la situation du lancement de la balle

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">Les formes de représentations utilisées dans la résolution du lancement de la balle.</td></tr>
<tr><td></td><td>Équations</td><td>Tableaux</td><td>Graphiques</td><td>Mots</td></tr>
<tr><td>Situation</td><td>$s(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1.$</td><td>Aucun</td><td>Aucun</td><td>Description de la situation</td></tr>
<tr><td>Vitesse moyenne</td><td>$V_{moyenne} =$
$\frac{\textit{variation de la position de la balle}}{\textit{variation du temps}}$
$= \frac{\Delta s}{\Delta t}$
$= \frac{s(1)-s(0.5)}{1-0.5}$
$= \frac{5.9-4.675}{0.5} = 2.45\ m/s$</td><td>Calcul d'une vitesse moyenne .
<table><tr><th>Intervalle de temps (s)</th><th>Vitesse moyenne sur l'intervalle (m/s)</th></tr><tr><td>[0,5 ; 1]</td><td>2,45</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,6]</td><td>4,41</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,51]</td><td>4,851</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,501]</td><td>4,895 1</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,500 1]</td><td>4,899 51</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,500 01]</td><td>4.899 951</td></tr></table>
sources : Hamel & Amyotte (p. 7)</td><td>Position d'une balle en fonction du temps


sources : Hamel & Amyotte (p. 7)</td><td>La vitesse moyenne d'un mobile est le quotient de la distance parcoure par le mobile par rapport au temps de parcours</td></tr>
<tr><td>Vitesse instantanée</td><td></td><td>Calcul d'une vitesse moyenne
<table><tr><th>Intervalle de temps (s)</th><th>Vitesse moyenne sur l'intervalle (m/s)</th></tr><tr><td>[0 ; 0,5]</td><td>7,35</td></tr><tr><td>[0,4 ; 0,5]</td><td>5,39</td></tr><tr><td>[0,49 ; 0,5]</td><td>4,949</td></tr><tr><td>[0,499 ; 0,5]</td><td>4,904 9</td></tr><tr><td>[0,499 9 ; 0,5]</td><td>4,900 49</td></tr><tr><td>[0,499 99 ; 0,5]</td><td>4.900 049</td></tr></table>
Sources Hamel & Amyotte (p. 7)</td><td>Interprétation géométrique de la vitesse instantanée


interprétation graphique de la vitesse instantanée. Sources Hamel & Amyotte (p. 7)</td><td>La vitesse instantanée d'un mobile est la limite des vitesses moyennes du mobile lorsque la longueur des intervalles de temps sur lesquels les vitesses moyennes sont calculées tend vers 0.</td></tr>
</table>

Pour rejoindre la pensée de Stewart (2010) par exemple, l'on constate que Hamel & Amyotte (2007) utilisent les représentations verbales à travers la description en mots; les représentations numériques à travers les tables de valeurs; les représentations visuelles à travers les graphiques et enfin les représentations algébriques à travers les formules explicites pour résoudre cet exemple et calculer la vitesse moyenne et instantanée.

Toutes ces formes de représentations sont dites institutionnelles parce qu'elles sont fixes, se retrouvent dans un manuel reconnu par les institutions éducatives (les cégeps) et se définissent comme données institutionnalisées. Le constat qui se dégage de cet exemple est que pour une tâche, une question ou une situation proposée dans un manuel, il est possible de faire recours à plusieurs représentations pour résoudre ladite situation. Et analyser un manuel, c'est entre autres porter un regard critique sur ces situations. Le concept de représentation est développé en détail au chapitre 2.

1.7 Orientation de la présente recherche vers la question principale

Il existe plusieurs approches qui permettent d'analyser un manuel scolaire. Pour arriver à l'approche adoptée dans cette recherche, il me semble important de montrer que ce n'est pas la seule perspective et qu'il en existe d'autres que je vais survoler en justifiant pourquoi cela ne correspond pas à notre vision. La première approche à laquelle je pense par exemple est celle de la théorie anthropologique du didactique qui permet entre autres de porter un regard critique sur la pratique institutionnelle, sur l'analyse des tâches proposées par les enseignants et dans une certaine mesure sur les situations qui sont présentes dans un manuel sous l'angle de moment d'étude. Cela constitue ce que son auteur Chevallard (1999) appelle une *organisation didactique*[38]

[38] Chevallard (1999) «*Par organisation didactique, on entendra donc a priori l'ensemble des types de tâches, des techniques, des technologies, etc., appelés par l'étude concrète en une institution concrète*» (p. 246). Une organisation didactique s'articule en types de tâches (généralement coopératives), en techniques, en technologiques, en théories comme toute organisation praxéologique.

ou la construction d'une *praxéologie*[39] à travers l'analyse des moments d'études. Selon cette théorie, pour décrire une organisation didactique, l'on fait recours à des situations appelées moments d'étude ou moment didactiques. L'approche de Chevallard est certes intéressante, toutefois dans la perspective de cette recherche, l'intention ne consiste pas à repérer les moments d'études que l'on rencontre dans les manuels de calcul différentiel en vue de construire une praxéologie autour du concept de dérivée.

Une autre approche qui permet d'analyser le manuel repose sur l'analyse didactique des manuels scolaires par le biais d'un travail qui consiste à examiner le statut de l'écrit des contenus. C'est le cas par exemple de Bernard S., Clément P. & Carvalho G. (2007) *dans méthodologie pour une analyse didactique des manuels scolaires, et sa mise en œuvre sur un exemple*[40] qui présentent un travail d'analyse sous l'angle didactique, c'est-à-dire que leurs instruments d'étude sont centrés sur des contenus et objectifs précis, relatifs à un enseignement disciplinaire et à des thèmes précis au sein de cette discipline. Pour ces chercheurs, la didactique d'une discipline comme les mathématiques est centrée sur le contenu de ce qui est enseigné et appris tandis qu'une analyse didactique d'un manuel de mathématiques s'intéresse au contenu de ce manuel et cherche à rendre compte de leurs messages, qu'ils soient explicites ou implicites. Les contenus doivent être explicitement en interaction avec les objectifs

---

[39] Selon Chevallard, en praxéologie, «*Étudier une question de type τ_T, où T est un certain type de tâches, cela conduit – comme il en va en principe dans le monde savant – à créer une réponse, c'est-à-dire à élaborer une organisation praxéologique $O = [T/\tau/\theta/\Theta]$ inédite. Mais, dans le monde ordinaire de la skholê (c'est-à-dire école dans la Grèce ancienne), étudier une question, c'est, la recréer, pour soi et ses compagnons d'étude, une réponse O déjà produite dans une autre institution. Étudier, c'est donc étudier une réponse – au sens fort – que l'on tient pour valable. C'est étudier une œuvre existant ailleurs dans la société, pour la reconstruire, la transposer dans l'institution qui sert d'habitat à l'étude*» (p. 241).

[40] Ce travail a bénéficié du soutien matériel et scientifique du LIRDHIST (EA 1658, Université Lyon 1, France), de l'IEC (Université du Minho, Braga, Portugal) et du projet européen *Biohead-Citizen (Biology, Health and Environmental Education for Better Citizenship* – Specific Targeted Research no. 506015, FP6, Priority 7).

Source numérique: http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/7082/1/BNQ_Method-Manuels.pdf du programme et implicitement en lien avec la conceptualisation ou la construction des concepts en jeu ainsi que l'amélioration la formation des étudiants.

Bernard S., Clément P. & Carvalho G. (opcit) proposent un instrument d'analyse d'un manuel scolaire qui repose sur une grille composée de neuf sous-parties (C_0 et C_8), une grille particulière au thème composée d'une liste d'indicateurs à repérer dans le manuel. Cette analyse prend en compte une approche historique portant sur les contenus textuels et iconographiques. Cependant, Jacobi[41] (1987) repris par Bernard S., Clément P. & Carvalho G. (2007) soutient que

> Chaque page d'un manuel est considéré comme un plage scriptovisuelle, produisant des effets globaux (stratégies de lecture), mais dont les éléments textuels et imagés sont également susceptibles d'analyse (p. 10).

En fonction de leurs principales finalités, ces analyses offrent l'occasion d'émettre des hypothèses sur l'effet possible que tel partie ou chapitre a sur les étudiants vers qui le manuel est destiné. Leur grille est présentée dans le tableau suivant :

Tableau 1.7 Grille d'analyse d'un manuel proposé par Bernard, Clément & Carvalho

Numéro	Titre de la sous-partie
C-0	Informations générales sur le type de manuel scolaire
C-1	Nombre de pages concernant l'introduction
C-2	Proportion des textes et des images
C-3	Style pédagogique utilisé

[41] Jacobi, D. (1987). *Textes et images de la vulgarisation scientifique*, Berne, Peter Lang.

C-4	Déterminisme causal linéaire simple, rétroactions, représentations
C-5	Question de genre
C-6	Approche ethnique, dimensions culturelles, socioéconomiques et éthiques
C-7	Approche historique utilisée
C-8	Conformité entre le programme officiel et le manuel

Quelques éléments assortis de ces grilles que nous pensons pertinentes sont résumés dans les lignes suivantes. En lisant les textes de ces auteurs, l'on constate que la section C-0 fait ressortir les informations générales sur le manuel étudié ainsi que sa structuration. Elle donne les informations sur le titre du manuel, l'édition, la collection, son année d'édition, le niveau d'enseignement visé et les différents chapitres. C'est une vision globale du manuel. La section C-1 renseigne sur le nombre de pages concernant les thèmes abordés. Il s'agit de quantifier ou de chiffrer la place accordée aux différents thèmes dans le manuel ainsi que leurs positions dans le manuel (début, milieu ou fin). Dans le cas de l'introduction de la dérivée par exemple, l'on peut noter le nombre de pages accordées à ce concept. Cependant, la section C-2 évalue le rapport textes/iconographies. C'est-à-dire qu'elle permet d'apprécier la part occupée par les images, les types d'images et leurs fonctions. L'on questionne les images pour savoir si elles sont figuratives ou non, si elles ont uniquement une fonction esthétique. Les images sont-elles là pour questionner le lecteur, le surprendre ? Ou enfin pour l'obliger à réfléchir, avec une fonction heuristique, en tant que situation-problème ?. L'on peut aussi questionner les images sur le comment elles ont été produites, par qui, dans quel contexte et pour quels objectifs. Ces images sont-elles interprétables? Quant à la section C-3, cela permet d'identifier le style pédagogique utilisé. Il s'agit de voir si le manuel est basé sur un apport de connaissances uniquement ou sur une suite d'activités amenant une participation de l'élève? Le style d'information que l'on rencontre dans ce manuel est-il injonctif, persuasif ou participatif? Cela met en évidence le style de discours adopté par les auteurs.

La section C-4 met l'accent sur les diverses représentations privilégiées par les éditeurs pour présenter des concepts. Ce point est intéressant dans le cadre de notre travail parce que cela permet par exemple de mettre en évidence les représentations dont les auteurs font usage pour présenter le concept de dérivée. La section C-5 traite de la question du genre. Il s'agit de questionner les images pour savoir si elles reflètent les interactions et différentiation entre hommes et femmes produites par la société dans laquelle ils vivent. L'on peut aussi questionner les fonctions que chaque personne occupe dans ce manuel. La section C-6 quant à elle permet de faire ressortir les différents types ethniques pour savoir s'ils sont représentatifs de la société; ressortir les dimensions culturelles pour voir si les aspects comme les religions, coutumes, la morale et les tabous sont présents; ressortir les enjeux socioéconomiques comme l'étude des populations, et enfin les dimensions éthiques comme le respect des valeurs sociétales et individuelles. L'on remarque que la section C-7 ressort la part consacrée à l'histoire dans le manuel. Dans le cas de la dérivée par exemple, l'on s'intéresse à l'histoire du concept de dérivée. L'on peut également regarder si les contenus autour de la dérivée par exemple prennent en compte la découverte de théories, la succession de changement dans les théories et pratiques. Quant à la section C-8, elle porte sur la conformité entre le programme officiel et le manuel. Il s'agit selon ces chercheurs de voir s'il y a au départ un rappel des connaissances supposées acquises et à la fin de chapitre un résumé de connaissances les plus importantes. Cette section vise à identifier si le programme officiel est indiqué et si le contenu du manuel est conforme au programme. Il s'agit d'une institutionnalisation des savoirs contenus dans le manuel. Toutefois, un autre aspect de cette section consiste à identifier les lacunes, les développements complémentaires par rapport aux instructions officielles.

Dans l'approche de Bernard, Clément & Carvalho (2007), il est question d'une étude plus globale du manuel en général tout en mettant en évidence les questions de genre, l'approche ethnique, la question de conformité du manuel au programme officiel. Ces questions ne rentrent dans la perspective que prenons pour analyser le manuel dans ce travail. Cependant, certaines notions comme les situations et les représentations dans ladite approche sont prises en compte dans notre recherche avec la particularité que dans la perspective qui est mienne, l'accent est mis en particulier sur la notion de situations paradigmatiques qui est abordé en détail dans le deuxième chapitre.

Suite à tout ce qui précède, notre orientation consiste à examiner le statut de l'écrit sous l'angle didactique dans les ouvrages de calcul différentiel au cégep. Ces manuels ont un contenu qui porte sur diverses représentations (numériques, graphique, algébriques...) et s'inscrivent dans la logique de programme officiel et de cours 201-NYA-05 en Sciences de la nature (200.B0). Ainsi, l'intérêt de ce travail porte sur l'analyse de types de situations que les auteurs utilisent dans ces manuels pour rendre compte de la façon dont ils introduisent la dérivée. Un manuel est certes construit avec la collaboration de plusieurs personnes physiques et morales. Concernant le concept de dérivée par exemple, ces personnes présentent à travers les pages de leur document leurs idées sur une façon d'introduire cette notion. Il s'agit d'une vision communément partagée par ces personnes ou alors des situations qu'elles estiment importantes pour introduire ledit concept. Précisons que les écrits recensés au niveau de la recherche montrent que la dérivée est un concept complexe et que les types de tâches et les formes de représentations que les auteurs mobilisent par exemple pour introduire ce concept seraient susceptibles d'influencer la compréhension de ce concept chez les enseignants et les étudiants. Toutefois, notre projet portant sur le contenu du manuel, il est alors question de questionner le statut de ces écrits. Ce qui fait émerger le questionnement suivant :

Quels sont les types de situations utilisées par les auteurs dans les manuels scolaires de calcul différentiel au cégep pour introduire la dérivée?

Le chapitre suivant nous permet de saisir les fondements du cadre dans lequel s'inscrit cette recherche. Cependant, il est signalé plus haut que ce cadre ne s'inscrit pas dans l'approche anthropologique du didactique pour des raisons sus évoquées, mais qu'elle puise quelques notions comme les représentations et les situations dans celle de Bernard, Clément & Carvalho (2007) qui sommes toutes, présentent des éléments pertinents que nous prenons en compte dans notre travail. Le cadre théorique de cette recherche se situe à mi-chemin entre les représentations sémiotiques de Duval pour rendre compte de la façon dont la dérivée est introduite dans ce document et le concept paradigmatique de Zandieh pour voir l'idée centrale que semblent partager ces auteurs pour introduire ce concept. Cette perspective *Duvalienne* et le concept de Zandieh sont développés plus en détail dans le prochain chapitre.

CHAPITRE II

CADRE THÉORIQUE

2.1 Introduction

Il est précisé dans le premier chapitre que l'intention de la présente recherche porte sur l'analyse de manuels scolaires. Il s'agit de rendre compte de la façon dont les auteurs des manuels de calcul différentiel présentent le concept de dérivée. Toutefois, le point fondamental consiste à analyser les types de situations qu'ils utilisent pour introduire le concept de dérivée. Le présent chapitre nous renseigne sur la perspective théorique choisie pour faire la dite analyse. Il s'agit de la notion de situation paradigmatique et de la théorie de représentations sémiotiques dont les raisons sont partiellement sus évoquées. La suite donne plus de détails à ces deux aspects. Dans les manuels de calcul différentiel les auteurs utilisent les notions de tâches, les exemples, les problèmes ou les situations pour présenter des concepts. Cependant, une centration est faite sur le concept de situation problème parce qu'elle englobe ces notions.

2.2 Situation problème et sa résolution.

Le concept de situation problème représente à la fois un projet ancien et un constitutif de la pédagogie actuelle parce que selon Meirieu[42] , les théories classiques de l'apprentissage telles qu'on les trouve énoncées chez Platon, Aristote et Augustin, cherchaient d'abord à surmonter un paradoxe et en se questionnant sur : comment apprendre à faire quelque chose qu'on ne sait pas faire si ce n'est en le faisant? Comment peut-on le faire puisque, justement, on ne sait pas faire? Ou, en d'autres termes aussi paradoxaux : comment peut-on faire quelque chose qu'on ne sait pas faire pour apprendre à faire? Selon l'académie de Poitier[43] une situation problème est « *une stratégie d'enseignement qui favorise l'engagement des élèves* ». La dite situation comporte des contraintes ou des obstacles à surmonter parce que cela nécessite une réorganisation de connaissances chez l'apprenant de sorte qu'il puisse se doter d'autres moyens pour résoudre la situation.

Lorsque les auteurs des manuels de calcul différentiel élaborent par exemple leur document, ils peuvent se poser quelques questions avant de préparer une situation problème. Ils peuvent par exemple se demander ce qu'est leur objectif, qu'est-ce qu'ils veulent faire acquérir à l'apprenant, quelles tâches ou quelles situations peut-on proposer à l'apprenant, quelles représentations peut-on utiliser et coordonner pour qu'il s'approprie des concepts dont on veut lui faire apprendre. On peut alors voir une situation problème plus comme un moyen d'apprentissage et non comme un résultat. Cela peut être vu comme une tâche globale qui a un contexte, un but, qui nécessite plus d'une opération à faire et qui est susceptible de se décomposer en plusieurs autres éléments. On peut aller plus loin en la voyant comme une tâche complexe parce qu'elle fait appel à de multiples connaissances qui suggère un conflit cognitif,

---

[42] Consulter pour amples informations http://www.meirieu.com/DICTIONNAIRE/situation-probleme.htm

[43] Consulter Jérôme Baudry : *ww2.ac-poitiers.fr/arts_p/IMG/doc/**Situation_probleme**_site.doc*

une solution non évidente, un défi censé être réaliste et réalisable par l'élève et qui pourrait toucher plusieurs composantes du programme officiel. Meirieu (1988) soutient que c'est notre capacité à concevoir des situations problèmes mobilisatrices, organisées de telle manière que l'élève ne puisse pas contourner l'apprentissage, mais qu'il doive l'effectuer lui-même...c'est à cette capacité là que se mesure notre véritable efficacité didactique. Sur la base du postulat d'observation précédente de Meirieu, notre préoccupation ne consiste pas à mesurer l'efficacité didactique du manuel scolaire parce que pour le faire, il va falloir une mise en situation de l'étudiant utilisant le manuel pour voir si les situations proposées par les auteurs lui permettent de ne pas contourner l'apprentissage. Étant donné que le travail ne porte pas sur les étudiants en situation de travail dans les manuels, notre préoccupation est d'analyser uniquement les situations que les auteurs proposent pour introduire le concept de dérivée.

Pour revenir à Meirieu (1990) dont je condense quelques idées qui suivent, il semble soutenir qu'une situation problème suive la structure suivante : l'on propose aux sujets de suivre une tâche. Cette tâche ne peut être menée à bien que si l'on surmonte un obstacle qui constitue le véritable objectif d'acquisition du formateur. Grâce à l'existence d'un système de contraintes, le sujet ne peut mener à bien le projet sans affronter l'obstacle. Grâce à l'existence d'un système de ressources, le sujet peut surmonter l'obstacle (...), (Celui-ci) est franchi si les matériaux fournis et les consignes données suscitent l'opération mentale requise.

Dans le cas d'un manuel scolaire par exemple, une situation problème représente un ensemble de tâches que les auteurs proposent dans leur document. Ces tâches peuvent être résolues ou pas. Ces situations peuvent se présenter sous forme d'exemple comme ce qui suit et qui est tiré du document Hamel & Amyotte (2007). Il s'agit de l'exemple 1. 3 (p. 8) dudit document et qui se formule comme suit. « *Soit une population dont la taille* $N(t)$ *ai temps* t *(en années) est donnée par la formule*

$(t) = \frac{200t}{1+t}$ *. On veut calculer le taux de croissance (instantané) de la population au bout d'un an* ». Un des obstacles de cet exemple vient du fait que l'on ne sait comment est établie l'expression $N(t) = \frac{200t}{1+t}$ et une des grosses difficultés est de savoir quels types de représentations peut-on faire usage pour résoudre cette situation.

Une situation problème d'après le MELS[44] doit satisfaire à l'une ou l'autre des conditions suivantes : « *la situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage; l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage; le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement* » (p. 19). Précisons les critères sus mentionnés du MELS n'entrent pas dans la perspective de cette recherche parce qu'elle ne porte pas sur la production des étudiants. Cependant, le concept de situation problème provient d'une évolution de l'idée de problème selon Mortagne (2006). Toutefois, Gamo (2001) s'exprime à ce sujet et pense qu'à la fin des années soixante-dix, l'expression situation problème recouvrait aussi bien les problèmes permettant la construction de nouvelles connaissances, que ceux permettant de réinvestir et d'approfondir les notions étudiées. En fait, on qualifiait de situation-problème, toute situation qui posait problème aux élèves, c'est-à-dire toute question ou ensemble de questions dont la réponse n'est pas évidente et nécessite la mise en œuvre de concepts mathématiques importants et incite l'élève à se dépasser pour réussir.

Dans les manuels l'on rencontre des définitions, théorèmes, exemples, problèmes, etc. Chevallard (1999) parle de tâche t et de type de tâche T. Pour lui, ces tâches ne sont pas des données de la nature, c'est-à-dire des données sorties de nulle part. Il les nomme « artéfacts », « œuvres » ou des construits institutionnels. Toutefois, la

[44] Consulter le lien : http://www1.mels.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire2/medias/PFEQ_Mathematique.pdf

reconstruction de ces tâches dans une institution quelconque, que ce soit par exemple une classe ou dans une autre, est un problème à part entière, qui fait l'objet même de la didactique. Artigue[45] et Robinet (1982) parlent de situations problèmes. Au sens du MELS[46] (2006), une situation problème est certes celle qui n'a pas été présentée en cours d'apprentissage. Cependant, la résoudre de façon satisfaisante « requiert l'usage d'une combinaison non apprise de règles dont l'apprenant a fait ou non l'apprentissage. Sa forme attendue n'a pas été présentée antérieurement ». Pour le MELS (2006) :

> La résolution de situations-problèmes est au cœur des activités mathématiques comme de celles de la vie quotidienne. Elle est observée sous deux angles. D'une part, elle est considérée comme un processus, d'où la compétence Résoudre une situation-problème. D'autre part, en tant que modalité pédagogique, elle soutient la plupart des démarches d'apprentissage de la discipline. Elle revêt une importance toute particulière du fait que le traitement des concepts mathématiques nécessite un raisonnement logique appliqué à des situations-problèmes (p. 231).

Dans la présente recherche, les situations problèmes sont celles proposées dans les manuels et notre but ne consiste pas à les résoudre, mais à les analyser en considérant un cadre théorique *ad hoc*. Un manuel de calcul différentiel par exemple est constitué de situations et c'est ce sur cela que porte l'intérêt de la présente recherche. Ce qui précède montre qu'il existe une relation entre situations et représentations.

2.3 Les situations et représentations

À partir d'une recension des écrits sur la dérivée et les concepts qui lui sont associés, Il est mentionné dans le chapitre précédent que la dérivée est un concept complexe et

---

[45] Artigue, M., et Robinet, J. (1982). Conceptions du cercle chez des enfants de l'école primaire, *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 3, n° 1, pp. 5-66.

[46] Gouvernement du Québec. (2006). Programme de formation de l'école québécoise pour le 21^{e} siècle. Chapitre6. Domaine des mathématiques, de la science et de la technologie, pp. 224-264.

difficile à saisir pour les étudiants. Ils éprouvent beaucoup de difficultés sur cette notion. Certains chercheurs comme Robert et Boschet (1984) soutiennent que les étudiants qui manifestent plus de réussite en calcul différentiel sont invariablement ceux qui peuvent flexiblement utiliser une variété d'approches symbolique, numérique ou visuel (graphique). Du même avis, Tall (1992) pense que les difficultés des étudiants proviennent de la difficulté à sélectionner et à utiliser les représentations appropriées. Au sujet de la compréhension d'un concept mathématique, Janvier (1987) et Duval (1993) promeuvent une articulation entre les représentations. Ces deux chercheurs adhèrent au fait que la représentation d'un objet mathématique est partielle par rapport à ce qu'elle représente, d'où l'importance des processus de « traduction entre représentations » pour Janvier ou de « conversion entre représentations » pour Duval. Toutefois, Janvier parle de la table de conversion tandis que Duval traite de registre de représentations associé au processus de conversion entre représentations des différents registres. Le point commun entre Janvier et Duval consiste à se focaliser sur les représentations institutionnelles, c'est-à-dire ce que l'on rencontre dans les manuels scolaires. Et c'est ce que l'on rencontre dans le manuel qui retient notre attention. L'exemple du manuel Hamel & Amyotte vu au chapitre un montre que pour résoudre cette situation, l'on doit faire recours à un système de représentations. Cependant plusieurs chercheurs travaillent sur cette notion.

Au sujet des dites représentations, certains chercheurs comme Hitt et Passaro (2007, p. 4) présentent la figure suivante mettant en évidence différentes représentations par lesquelles doit passer un apprenant pour résoudre un problème mathématique. La figure semble présenter une hiérarchie, c'est-à-dire que pour arriver à la représentation algébrique par exemple, l'élève doit passer tour à tour par la représentation verbale, picturale et numérique. Toutefois, une telle hiérarchisation n'existe pas parce qu'il est possible pour un élève de passer par exemple directement de la représentation picturale à la représentation algébrique et inversement. Notre approche ne se situe pas dans une vision fonctionnelle des représentations, il s'agit d'une analyse de situations à travers les représentations dont les auteurs font usage pour introduire la dérivée. Pour opérer cette analyse, nous allons d'abord élaborer le fondement théorique de ce qu'est la théorie de représentations sémiotiques pour savoir comment les utiliser pour de fins de collecte et d'analyse de données. Ce qui est intéressant sur ladite figure, c'est qu'elle présente les formes variées de représentations que les auteurs peuvent utiliser par exemple dans les manuels pour présenter un concept mathématique comme la dérivée. C'est le cas par exemple de l'exercice présenté au chapitre 1 de cette recherche qui met en évidence l'utilisation du registre verbal, pictural, numérique, graphique et algébrique par les auteurs pour résoudre les situations problèmes. Dans ce travail, il est question de repérer ces représentations comme dans l'exemple sus mentionné. Avant d'en arriver là, il va falloir se pencher sur la théorie des représentations sémiotiques.

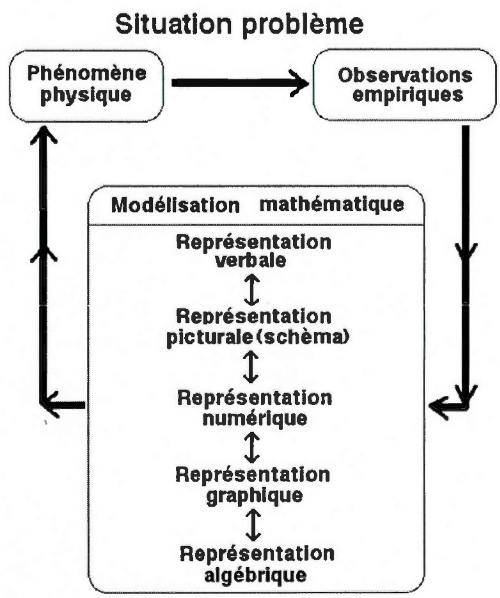


Figure 2.1 Schéma de résolution d'une situation problème passant par différentes représentations avant d'arriver à la représentation algébrique.

La figure **2.1** [Sources : Hitt et Passaro (2007, p. 4)] est certes liée à la résolution de problèmes dans un contexte de modélisation mathématique. Cependant, ce qui relève de la fécondité sur ladite figure au sens de la présente recherche porte sur la notion de représentation.

2.4 Théorie des représentations sémiotiques

Les chercheurs en didactique de mathématiques se préoccupent entre autres de la compréhension sur comment se construit la connaissance. Pour Duval (1993, 1995, 2002), la conception sur la construction de concepts mathématiques se fait à travers les représentations sémiotiques. Il fait une analyse profonde du rôle de représentations sémiotiques dans la construction de concepts mathématique. Son approche selon Hitt[47] (2004) « *se rattache 'aux représentations officielles' (représentations sémiotiques qu'on trouve dans les manuels, ou que les enseignants utilisent dans leurs cours de mathématiques, etc.)* » (p. 330). Comme la présente recherche porte sur l'analyse des manuels scolaires, on peut donc dire que les types de représentations qui font objet de nos analyses sont dites statiques. La représentation mentale, voire dynamique ou fonctionnelle n'est donc pas prise en compte dans la perspective qui est mienne.

Les mathématiques ont certaines particularités qu'il me semble important de soulever. D'amore (1999) statut sur ces particularités en soutenant que tout concept mathématique : *se réfère à des non-objets* car cela ne se fonde pas sur des significations se référant aux réalités concrètes et ne peut pas l'être; *s'appuie sur des représentations* de par l'absence d'objets à exhiber à sa place ou à mesure de l'évoquer. Duval (1996) soutient au sujet des concepts/objets mathématiques *qu'il n'y a pas de concept/objet sans signe*. Il critique certains chercheurs en didactique par le fait qu'ils réduisent le signe aux symboles conventionnels qui connotent des objets directement et qui ne dépendent d'aucun système sémiotique. D'amore (2001) soutient que

[47] Hitt, F. (2004). Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. Dans *Revue des sciences de l'éducation*, vol. 30, n° 2, pp. 329-354.

> Dans la voie ouverte par Duval, la notion de concept, préliminaire, ou prioritaire chez la plupart des Auteurs, devient secondaire, tandis que ce qui acquiert un caractère prioritaire est le couple (signe, objet) (p. 6).

Toutefois, De Saussure (1916) soutient qu'il n'y a pas de signe en dehors d'un système de signes. Pour rejoindre cette pensée, si l'on prend par exemple le dialecte des peuples Inuits, les mots en Inuits n'ont de signification qu'à l'intérieur même du système de la langue Inuit. À ce niveau, la traduction du mot en Inuit en une autre langue engendrerait des problèmes. Ainsi, lorsque Duval dans son propos, parle de registre de représentation sémiotique, il se réfère selon D'amore (2001),

> À un système de signes qui permet d'accomplir les fonctions de communication, traitement et objectivation, et on ne se réfère pas aux notations conventionnelles qui ne forment aucun système (pp. 6-7).

Cependant, lorsque le manuel de calcul différentiel traite par exemple du concept de dérivée, cet objet mathématique n'existe pas en tant qu'objet réel et cela produit une inaccessibilité objective à la perception chez l'utilisateur dudit manuel. Par conséquent, les auteurs font recours aux représentations sémiotiques pour produire des activités mathématiques sur les objets et sur les représentants qui engendrent à leur tour une conséquence que Duval (1993) appelle paradoxe cognitif de la pensée mathématique.

Il présente ce paradoxe en des termes suivants :

> D'une part, l'appréhension des objets mathématiques ne peut être qu'une appréhension conceptuelle et, d'autre part, c'est seulement par le moyen de représentations sémiotiques qu'une activité sur des objets mathématiques est possible. Ce paradoxe peut constituer un véritable cercle pour l'apprentissage. Comment des sujets en phase d'apprentissage pourraient-ils ne pas confondre les objets mathématiques avec leurs représentations sémiotiques s'ils ne peuvent avoir affaire qu'aux seules représentations sémiotiques? L'impossibilité d'un accès direct aux objets mathématiques, en dehors de toute représentation sémiotique, rend la confusion presqu'inévitable. Et, à l'inverse, comment peuvent-ils acquérir la maîtrise des traitements mathématiques nécessairement liés aux représentations sémiotiques, s'ils n'ont pas déjà une appréhension conceptuelle des objets représentés? Ce paradoxe est d'autant plus fort

> que l'on identifie activité mathématique et activité conceptuelle et que l'on considère les représentations sémiotiques comme secondaires ou extrinsèques. (p. 38)

Cette citation met en évidence le fait que l'utilisateur d'un manuel de calcul différentiel, en l'occurrence un étudiant peut se retrouver inhibé (ou bloqué) parce qu'il ne peut rien faire, sinon confondre l'objet et sa représentation sémiotique parce qu'il ne dispose pas de moyens pour les distinguer.

En mathématiques, la présentation d'un concept passe nécessairement par une ou plusieurs représentations sémiotiques. Construire le concept de dérivée dans un manuel par exemple dépend de la capacité des auteurs à utiliser plusieurs registres sémiotiques de ce concept et des concepts associées. Toutefois, ils doivent prendre en compte les données sur la notion d'unité significative décrite par Duval (1988) dans le sens où une image, traduite dans un ensemble de tracé/axes, représente un « objet » décrivant une expression algébrique. Dans le cas du lancer de la balle chez Hamel et Amyotte par exemple, la courbe décrite (voir p. 66 du manuel) plus bas représente un objet décrivant l'expression algébrique $S(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1$. En modifiant cette image, cela entraîne une modification dans l'écriture de l'expression algébrique correspondante. Cela détermine au sens de Duval une variable visuelle pertinente pour réaliser une interprétation graphique. Cependant, il semble penser qu'il est important d'identifier toutes les modifications conjointes de l'image et de la forme de son écriture algébrique et cette analyse est une démarche d'interprétation globale qui met en présence une association variable visuelle de la représentation-unité significative de l'écriture algébrique. Cela ne se réduit plus simplement à une démarche de pointage c'est-à-dire, à l'interprétation d'une simple association entre un point sur un graphique et son couple de nombres. Ainsi, ces auteurs doivent entre autres, représenter le concept en question dans un registre donné, traiter ces représentations à l'intérieur d'un même registre et enfin de convertir ces représentations d'un registre donné à un autre. L'on se retrouve dans une articulation de la triade (représentation-traitement-conversion). L'auteur de la théorie des représentations sémiotiques pense que chaque représentation est partielle en elle-même et dans ce qu'elle représente et pour cette raison, il est important d'établir une interaction entre différentes représentations d'un objet mathématique quelconque afin que cela rentre dans la formation d'un concept donné.

Du point de vue de Duval (1998), l'analyse des représentations a commencé dès que l'on s'est interrogé sur les conditions de validité de la connaissance et que l'on a découvert que toute connaissance est inséparable d'une activité de représentation. Il semble accorder une place importante à la conversion et selon Hitt (2004),

> Les activités de traitement à l'intérieur des registres et les activités de conversion entre représentations d'un registre dans un autre registre, génèrent leur intégration et, par conséquent, ces activités aident à la construction des concepts. C'est-à-dire que l'importance que Duval (1993) accorde aux tâches de conversion, entre représentations pour la construction des concepts mathématiques, est un aspect essentiel de son travail (p. 336).

En d'autres termes, Duval[48] (1993, p. 47), repris par Hitt (2004, p. 335) caractérise un système sémiotique comme un registre de représentations tout en soutenant qu'un système sémiotique doit permettre trois activités cognitives pour être qualifié de registre de représentation. Ces trois activités tournent autour :

a) De la formation d'une représentation identifiable;
b) Du traitement d'une représentation qui est une sorte de transformation de cette représentation dans le registre même où elle a été formée ;
c) De la conversion d'une représentation qui est perçue comme la transformation de cette représentation en une représentation d'un autre registre tout en

[48] Duval, R. (1993). Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Dans *Anales de didactique et de sciences cognitives*, IREM de Strasbourg, vol. 5, pp. 37-65.

conservant la totalité ou seulement une partie du contenu de la représentation initiale.

Il illustre toutefois son propos à travers la Figure **2.2**.

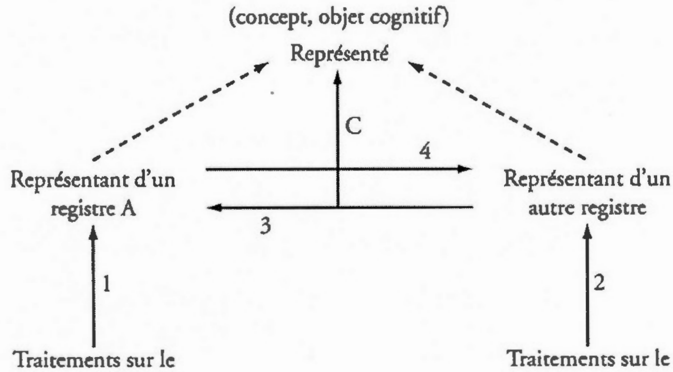


Figure 2.2 Modèle de la représentation centrée sur la fonction d'objectivation.

Au sens de Duval (1995),

> Les flèches 1 et 2 correspondent aux transformations internes d'un registre. Les flèches 3 et 4 correspondent aux transformations externes, c'est-à-dire à des conversions par changement de registre. La flèche C correspond à ce que nous appellerons la compréhension intégrative d'une représentation : elle suppose une coordination de deux registres. Les flèches en pointillé correspondent à la distinction classique entre représentant et représenté. Naturellement, ce schéma, envisage le cas le plus simple de la coordination entre deux registres (p. 67-68).

Au regard de tout ce qui précède, l'on est amené à se poser la question sur les rôles que jouent les représentations sémiotiques. La section suivante apporte quelques éléments de réponse à cette question.

2.5 Rôles des représentations sémiotiques

Pour Duval (2005), l'apprentissage des mathématiques soulève des difficultés de compréhension. C'est le cas par exemple de nombres qui d'après Duval (2001), sont des objets non accessibles par la perception, non observables à travers les instruments, et que l'on représente soit par un symbole, une figure, une notation, un tracé ou une écriture. Ces nombres constituent des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signifiance et de fonctionnement au sens de Duval (1993) et qu'il nomme *représentations sémiotiques*. Duval semble nous faire comprendre que notre accès aux objets mathématiques se fait par les représentations sémiotiques comme les graphes, les figures, les formules algébriques ou les énoncés en langue naturelle qui relèvent de systèmes sémiotiques différents. Toutefois, l'on trouve dans sa pensée un fort ancrage qui porte sur les représentations sémiotiques parce qu'elles semblent jouer un rôle prépondérant dans la compréhension qui, à son tour, fait accéder aux objets mathématiques. Cependant, comme mentionné plus haut, il souligne dans l'article intitulé « Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée » que si les objets mathématiques se confondent avec la représentation qui en est faite, cela entraîne une perte de compréhension à plus ou moins long terme. Ainsi, en établissant une distinction entre un objet mathématique et sa représentation, l'on se trouve au cœur de la stratégie de compréhension des mathématiques.

Les représentations sémiotiques sont des outils de communication parce qu'elles sont des moyens de rendre les objets mathématiques visibles et accessibles à une tierce personne. Elles permettent également « *des représentations radicalement différentes d'un même objet dans la mesure où elles peuvent relever de systèmes sémiotiques totalement différents* » d'après Benveniste (1974) et Bresson (1987). Tous comme les nombres, les autres objets mathématiques ne doivent pas être confondus avec les représentations qui en sont faites. Pour ces raisons d'une part, et pour la construction des concepts mathématiques d'autre part, Duval fonde une approche théorique sur le rôle fondamental que jouent les relations franches entre la *sémiosis* et la *néosis*. Le premier terme (sémiosis) représente l'appréhension ou la production d'une représentation sémiotique tandis que le second (la néosis) constitue les actes cognitifs à l'instar de l'appréhension conceptuel d'un objet comme par exemple la dérivée. Cela amène à penser qu'analyser les représentations dont les auteurs font usage pour introduire la dérivée c'est tenter de saisir le néosis de ces auteurs, c'est-à-dire les actes cognitifs qui les auraient guidé à cette production.

L'on peut ainsi comprendre qu'analyser un problème d'apprentissage des mathématiques revient à reconnaitre la néosis que Duval (1995) appelle l'hypothèse de la loi fondamentale du fonctionnement cognitif de la pensée qui précise qu'« *il n'y a pas de néosis sans sémiosis* » (pp. 2-5), c'est-à-dire sans recours à une pluralité au moins potentielle de systèmes sémiotiques que le sujet doit coordonner lui-même. Duval (1996) précise toutefois que les représentations sémiotiques sont des représentations dont la production se fait à travers la mobilisation d'un système sémiotique. Ces représentations sémiotiques sont soit des productions discursives (en langue maternelle, naturelle ou formelle), soit des productions non discursives comme les figures, les graphiques, les schémas, etc. Cependant, il soutient que la nature d'un registre sémiotique qui est choisi pour représenter un contenu, un objet, un concept ou une situation « *impose une sélection des éléments significatifs ou informationnels du contenu que l'on représente* » et qu'« *un langage n'offre pas les mêmes possibilités de représentation qu'une figure ou qu'un diagramme* » (Duval, 1993; p. 49). Cela montre que dans un manuel par exemple, lorsque les auteurs utilisent plusieurs registres sémiotiques pour présenter un objet mathématique, chaque registre présente un aspect de l'objet et passer d'un registre à un autre signifie faire appel à une diversité d'aspects qui représentent le même objet.

Pour Duval (2000), les représentations sémiotiques en mathématiques sont complexes. Pour mettre en évidence ladite complexité, il fait appel au montage (figure **2.3**) de « *une et trois chaises* » photographié de Kosuth (1965).

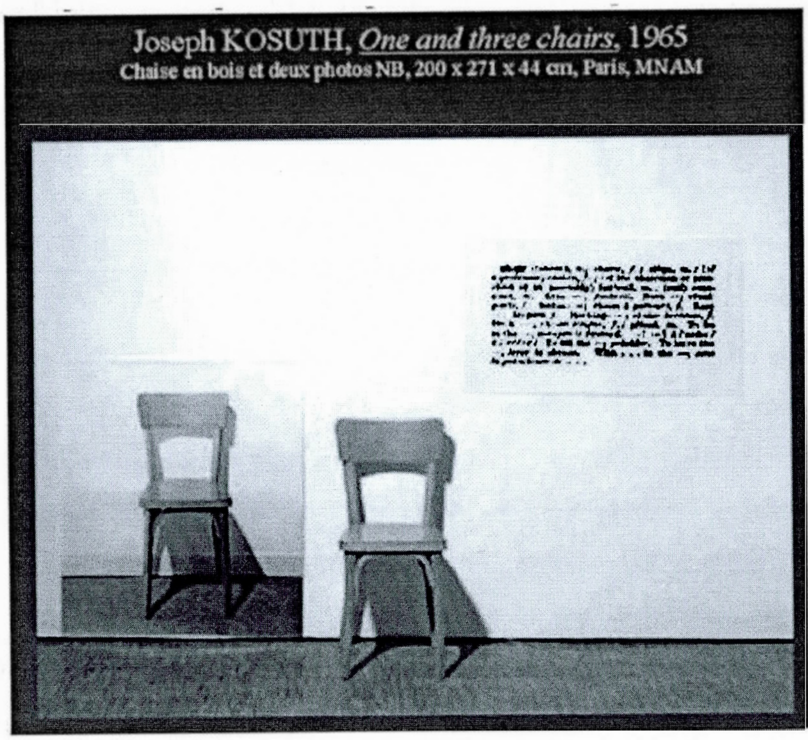


Figure 2.3 Une et trois chaises. Sources. Kosuth (1965)

Sur ce montage, l'on observe la photographie d'une chaise à gauche, ensuite la chaise contre le mur au milieu et enfin une page reproduisant la définition du mot chaise à droite. Ainsi l'objet chaise est représenté par une photographie représentant l'image de la chaise et par une définition du mot chaise représentant une description verbale. Duval met en évidence deux représentations sémiotiques de la chaise que sont l'image et la description verbale. Ici, la chaise est un objet physique présentant deux représentations sémiotiques différentes. En mathématiques par contre, les objets sont inaccessibles et le même objet peut avoir une grande diversité de représentations sémiotiques. Pour ne citer que le cas de la fonction $s(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1$ qui représente le lancement d'une balle vers le haut à partir d'une hauteur de 1 m par exemple, les auteurs utilisent le graphique, la table de valeurs pour représenter cette situation. Ainsi, cette situation du lancement d'une balle est représentée par la fonction algébrique donnée, le graphique et le tableau. Cependant, pour un expert, l'expression de s(t) peut être reconnue comme un polynôme de deuxième degré. Ensuite, le terme $-4{,}9t^2$ représente une parabole avec convexité vers le bas qui est associé à l'unité significative -4,9. L'expert parle des trois activités cognitives dont parle Duval dans sa définition de registre de représentation. C'est-à-dire, la formation d'une représentation identifiable; le traitement d'une représentation qui est une sorte de transformation de cette représentation dans le registre même où elle a été formée ; et enfin la conversion d'une représentation qui est la transformation de cette représentation en une représentation d'un autre registre tout en conservant la totalité ou seulement une partie du contenu de la représentation initiale. Il s'agit également de la reconnaissance des unités significatives. Est-ce que ce processus est évident pour l'étudiant? Est-il capable de maîtriser les trois activités cognitives de Duval? Le signe négatif est une unité significative. La reconnaissance est une unité significative qui est la fonction. Même si Duval dans son article parle des unités significatives dans le cas d'une droite et de son expression algébrique. On peut reprendre ces idées dans le cadre du présent travail.

La théorie de Duval établit un lien entre systèmes (ou registres) sémiotiques et représentations sémiotiques. Cela signifie qu'un même objet mathématique peut être représenté par différentes représentations de différents systèmes sémiotiques. Lors de la résolution de la tâche qui consiste à déterminer la vitesse instantanée du mobile dans l'exemple présenté au chapitre 1, l'énoncé de la tâche est en langage naturel (système sémiotique) et en représentation algébrique (système sémiotique) par la formule $s(t)$. Pour résoudre cette tâche, les auteurs utilisent plusieurs registres sémiotiques comme le langage formel (LF) à travers les définitions de la vitesse, les représentations symboliques (RS) à travers les formules des vitesses, les représentations graphiques (RG) et les représentations algébriques (RA) à travers les tables de valeurs. L'on est en présence de quatre systèmes (registres) sémiotiques qui sont d'usage et cela permet alors se demander quels sont les systèmes sémiotiques utilisés par les auteurs pour présenter l'énoncé de cet exercice.

Ces registres sont-ils suffisants ou alors faudrait-il en ajouter d'autres pour améliorer la façon de présenter ces situations aux étudiants? Je pense par exemple qu'en ajoutant un schéma (RS) ou une représentation en image de la balle lancée vers le haut associé à un système de repérage automatique des positions successives, cela pourrait favoriser une plus grande compréhension de la situation. Ce questionnement peut permettre d'entrer dans l'analyse de la situation elle-même pour savoir comment les auteurs organisent les contenus des séquences qu'ils présentent aux utilisateurs des manuels dans leur intention d'élaborer des tâches favorisant chez l'élève la coordination de différentes représentations élaborées sur la base d'un référent qu'ils présentent dans une situation quelconque. Toutefois, un manuel comme celui du calcul différentiel au cégep, rédigé par plusieurs auteurs et validé par les institutions officielles semble mettre en évidence que les auteurs de ce manuel, les différentes parties qui concourent à son élaboration et à sa validation partagent une certaine vision commune sans peut-être avoir les mêmes intérêts. À ce titre, le manuel scolaire peut être vu au sens de Lemoyne, René de Cotret et Coulange (2002) comme une représentation qui est

> spécifiée par une analyse du monde représenté, du monde représentant, des éléments du monde représenté qui sont effectivement représentés, des éléments du monde représentant qui réalisent la représentation et des correspondances entre ces derniers éléments (p. 153).

Ce monde représenté est mathématiquement constitué des objets inaccessibles à la perception par ce que ce sont des non objets. Un manuel de calcul différentiel par exemple peut toutefois être perçu de notre point de vue comme un paradigme, c'est-à-dire une certaine vision communément partagée. Dans la suite nous allons statuer sur ce qu'est un paradigme parce que cela conduit le présent travail vers la question de recherche.

2.6 Qu'est-ce qu'un paradigme?

Le dictionnaire étymologique de langue française (1968) souligne que le terme paradigme est un nom masculin qui existe depuis 1561. Cela est emprunté au latin *paradigma* et provenant du grec *paradeigma.* Le grand Robert de langue française (1985) définit ce terme comme un ensemble de notions, de réalités ayant un sémantisme commun tandis que le Trésor de la langue française (1986) définit le mot paradigme sur l'angle épistémologique comme une conception théorique dominante ayant cours à une certaine époque dans une communauté scientifique donnée. Thomas Kuhn (trad. 1972) définit un paradigme comme

> une sorte de métathéorie, un cadre de pensée, à l'intérieur duquel un consensus est réuni pour définir les questions pertinentes qui orientent les expériences à faire, et qui définissent la science « normale », jusqu'à ce qu'un changement intervienne, qui plus qu'une théorie, est un changement total de perspective.

Quant à Atlan (1999) c'est un ensemble d'idées, de conceptions, qui forment un cadre de pensée à l'intérieur duquel on pense, on imagine et on planifie les expériences, on interprète les résultats, on élabore des théories.

Ces définitions font ressortir le fait qu'un paradigme serait lié à une époque, à un peuple, à une façon de penser et de percevoir. D'une époque à l'autre l'on peut donc observer un changement d'un paradigme ancien pour laisser place à un nouveau. Toutefois, ces façons de penser constituent un fait de culture, une existence empirique ou un choix de pensée d'une communauté donnée, d'une communauté de recherche ou d'une façon de penser que les auteurs des manuels scolaires manifestent à travers leurs écrits. Cependant, nous trouvons intéressante cette partie de la vision d'Atlan qui y voit au paradigme un ensemble d'idées et des conceptions qui forment un cadre de pensée à l'intérieur duquel on pense. Cela est intéressante parce que si nous prenoms le cas des auteurs qui élaborent les manuels scolaires de calcul différentiel au cégep par exemple, l'on peut penser que leur façon de présenter le concept de dérivée sous tendrait les conceptions qui forment un cadre de pensée dans lequel ils construisent les situations et utilisent les représentations sémiotiques variés pour introduire le concept de dérivée par exemple.

De notre point de vue, les manuels scolaires validés par les institutions officielles et utilisés dans les institutions éducatives comme les salles de classe constituent le fruit d'un long processus de coopération entre le ministère, les éditeurs, les auteurs, les enseignants, les chercheurs, les éducateurs en général, les parents et les élèves. C'est le fruit d'un point de vue communément partagé et d'une construction collective où chaque partie est censée tirer ses intérêts. Cela peut être vu comme une mise en écrit d'un modèle de pensée dans une société parce que les contenus sont censés permettre de former des citoyens tout en mettant en évidence les valeurs de ladite société. Ce travail intègre également l'aspect épistémologique du paradigme sus mentionné par le fait que les situations qui sont d'usage dans les manuels pour présenter la dérivée par exemple représentent une conception théorique dominante ayant cours chez les auteurs dans une communauté scientifique donnée.

La combinaison entre modèle de pensée et conception théorique dominante mise en avant par les auteurs à travers les situations qu'ils utilisent pour présenter le concept de dérivée dans les manuels de calcul différentiel constitue ce que la présente recherche appelle situation paradigmatique. En d'autres termes, c'est sous cet angle que le présent travail perçoit le manuel scolaire comme un paradigme parce que les auteurs transmettent par écrit une façon commune de penser. L'on est ainsi porté à définir par exemple les situations que les auteurs utilisent dans les manuels de calcul différentiel pour présenter le concept de dérivée comme des situations paradigmatiques parce que cela émane d'une façon communément partagée ou d'une conception théorique dominante mise en œuvre dans les manuels. Dans la section suivante, le travail consiste à creuser un peu plus sur le concept de situation paradigmatique qui va aboutir sur la question de recherche du présent travail.

2.7 Des Situations paradigmatiques à la question de recherche.

Dans l'enseignement du calcul différentiel, l'objectif ministériel consiste à appliquer les méthodes du calcul différentiel à l'étude de fonctions et à la résolution de problèmes. Les objectifs d'apprentissage consistent à faire en sorte que l'étudiant parvienne entre autre à reconnaître et décrire les caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique, à déterminer si une fonction a une limite, est continue, est dérivable, en un point et sur un intervalle, à appliquer les règles et les techniques de dérivation, à utiliser les règles et les techniques de dérivation et à résoudre des problèmes d'optimisation et de taux de variation. Produire un manuel qui s'inscrit dans ces objectifs, revient aux auteurs et aux différents acteurs qui y interviennent de s'autoriser à construire des situations qui s'y prêtent. Dans le cadre de cette recherche, l'on s'intéresse aux manuels de calcul différentiel pour analyser et comprendre les situations paradigmatiques que les auteurs utilisent pour introduire le concept de dérivée au collégial. Cependant, il y a des auteurs qui ont étudié les manuels scolaires. C'est par exemple le cas de Zandieh[49] qui attire notre attention parce qu'elle montre à travers sa recherche le fait suivant (qui est une traduction de ma compréhension) :

> La vitesse est l'exemple physique le plus communément utilisée dans le début de l'enseignement du calcul. Cela est peut être qualifié de paradigmatique parce que c'est le contexte qui est le plus représentatif des contextes associés. La vitesse est un exemple parce que cela est un phénomène extrêmement familier sur lequel s'ajoute le langage naturel comme (l'augmentation de la vitesse encore appelée accélération) et parce

---

[49] Voir version originale des propos de Zandieh : « *Velocity is the physical example most commonly used in the teaching of beginning calculus. It is labeled* ***paradigmatic*** *because it is the context that is most representative of the group of such contexts. Velocity is an exemplar because it is an extremely familiar phenomenon for which we have additional natural language structure (e.g., increasing velocity is called acceleration) and because it is metaphorically related to most other derivative contexts (e.g., the phrases, "he enjoyed a speedy recovery," or "the economy slowed in the fourth quarter")* » (p. 106).

> que cela est métaphoriquement reliée à la plupart des contextes dérivées. (p. 106) [Traduction libre]

Le point de vue de Zandieh concernant le concept de paradigmatique ressort l'idée de quelque chose qui serait la plus représentative possible et la plus communément utilisée dans la communauté de l'enseignement et de l'apprentissage du calcul. Cette chose dont elle parle est la vitesse qui, en plus de sa représentativité aussi grande, serait également un phénomène extrêmement familier à cette communauté. À cette familiarité s'ajoute le langage naturel qui relie l'augmentation de la vitesse à l'accélération. Sa vision montre une légère divergence avec la notion de paradigme selon Kuhn. Toutefois, dans le concept paradigmatique de Zandieh, l'on peut y voir un rapprochement avec la notion de paradigme en général dans le sens où cela serait lié à une façon de penser et de percevoir communément partagée par les auteurs pour introduire le concept de dérivée, ceci indépendamment du phénomène qu'ils utilisent dans diverses situations.

À notre connaissance, cette chercheure est la première à utiliser le terme *paradigmatic* en prenant la vitesse pour montrer que c'est l'exemple physique communément utilisé dans l'enseignement du calcul. Elle semble faire comprendre que la notion de vitesse est un phénomène extrêmement familier qui est mis en avant dans l'enseignement du calcul pour présenter le concept de dérivée. Cependant, de notre avis, être familier à la notion de vitesse ne signifie pas nécessairement que les étudiants ont une bonne compréhension du concept. Dans notre perspective, du concept de « situation paradigmatique » ressort un paradigme sous-jacent, c'est-à-dire l'expression d'une manière de penser mise en écrit par les auteurs ou une conception théorique dominante qu'ils manifestent pour introduire la dérivée dans les manuels scolaires. Ainsi, l'on peut faire une sorte de mise en route de la définition de ce qu'est une situation paradigmatique dans l'approche de ce travail. Cela va se faire à partir d'un ensemble de situations présenté à travers divers phénomènes utilisés par les auteurs dans les manuels de calcul différentiel pour introduire la dérivée. Ainsi, l'on l'entrevoit une situation paradigmatique comme un « objet » communément utilisé dans ces manuels pour expliquer les situations mis en évidence par ces auteurs pour présenter le concept de dérivée. Cependant, si Zandieh se préoccupe du concept de « *paradigmatic* » qui se passe dans l'enseignement du calcul, notre préoccupation se centre sur ce qui est présent dans les manuels de calcul différentiel. Ce qui porte notre attention consiste à examiner les situations paradigmatiques que les auteurs utilisent dans les manuels de calcul différentiel pour introduire la dérivée au cégep. Cela fait émerger la question de recherche principale suivante :

Question de recherche:

Quelles sont les situations paradigmatiques utilisées par les auteurs dans les manuels scolaires au collégial pour introduire le concept de dérivée?

C'est à partir de l'analyse des données collectées dans les manuels qu'il sera possible d'apporter des éléments de réponse à cette question dans les chapitres suivants. Mais avant d'y parvenir, je présente dans le paragraphe suivant une grille d'analyse qui prend en compte l'approche de Duval et le concept paradigmatique de Zandieh. Par ailleurs, le prochain chapitre présente la méthodologie qui constitue le fil conducteur du présent cadre théorique dans le prochain chapitre.

2.8 Grille d'analyse des manuels et des situations paradigmatiques.

Pour analyser les manuels utilisés dans le cadre de cette recherche, l'on établit la grille suivante :

Les possibles registres sémiotiques que l'on retrouve dans ces manuels sont divers. L'on peut avoir par exemple le registre verbal (noté RV), graphique (noté RG), algébrique (noté RA), numérique (noté RN) et en schéma (RS) illustrant la situation décrite en image. Pour chaque situation proposée par les auteurs, une analyse est faite selon la grille ci-dessous.

Tableau 2.1 Grille d'analyse de manuel et de la situation paradigmatique

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de la situation.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation					
Présentation de la situation.					
Vitesse moyenne					
Vitesse instantanée					
Limite					
Sécante					
Tangente					

Après avoir analysé plusieurs manuels, il sera mis en évidence les situations paradigmatiques que les auteurs de ces manuels utilisent pour introduire la dérivée. Toutefois, il est intégré dans cette analyse un point sur la démarche d'interprétation globale qui se focalise sur la variable visuelle pertinente pour réaliser une interprétation graphique parce que cela statue sur ce que Duval[50] (1988) qualifie de « *variable visuelle de la représentation-unité significative de l'écriture algébrique* »

[50] Duval, R. (1988). Graphique et équations : l'articulation de deux registres. Dans *Anales de didactique et de sciences cognitives*, IREM Strasbourg, Vol. 1, pp. 235-253.

(p. 237) qui est par exemple une donnée pertinente dans la compréhension du concept de dérivée présenté dans un manuel de calcul différentiel.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

3.1 Introduction

Pour répondre à la question principale de la présente recherche posée au chapitre 2, il est envisagé une approche qualitative qui porte une attention sur les manuels de calcul différentiel qui sont d'usage au cégep. Cette question réfère principalement aux situations paradigmatiques qui sont mises en œuvre par les auteurs dans ces manuels. Le présent chapitre a pour but de justifier le choix méthodologique qui guide cette recherche.

3.2 Conditions guidant les choix des manuels

3.2.1 Orientations du choix des manuels et leurs auteurs.

Pour participer à la présente recherche, j'ai choisit d'utiliser les manuels qui font partie de ceux les plus utilisés actuellement au cégep. Dans quelques départements des mathématiques des cégeps visités, les enseignant(e)s m'ont donné une gamme des manuels de calcul différentiel qui sont d'usage. Il ressort que ceux les plus utilisés sont entre autres et dans l'ordre, Josée Hamel et Luc Amyotte. *Calcul différentiel*, ERPI, 2007; Gilles Charron et Pierre Parent, *Calcul différentiel*, Éditions Études Vivantes ou Beauchemin, 2013, ainsi que Éric Brunelle et Marc-André Désautels. *Calcul différentiel*, édition CEC, 2011. Notre choix porte sur ces trois documents. Un quatrième manuel est également utilisé dans cette recherche. Il s'agit du manuel projet Harvard de Hughes-Hallet, Gleason et al. (1999) qui permet de faire une étude comparative avec celui d'Hamel et Amyotte. Cette comparaison vient du fait que les auteurs dans le projet Harvard utilisent également le lancement de la balle avec quelques différences près. Ils précisent la nature de la balle qui est dans ce cas un pamplemousse. Tous ces manuels permettent d'accéder aux multiples représentations dont les auteurs font usage pour présenter la dérivée. L'objectif principal ici n'est ni de remettre en question les compétences des auteurs de ces manuels ainsi que celles de ceux qui ne sont pas adoptés pour cette recherche, encore moins de les critiquer, mais d'éclairer les façons dont ils présentent le concept de dérivée. Il s'agit d'analyser les situations paradigmatiques qu'ils utilisent pour introduire ce concept.

Le manuel Hamel et Amyotte (2007) aborde les sujets habituellement couverts dans le cours de calcul différentiel au cégep. Le document inscrit des thèmes dans de contextes « réels » pour certains et à ajuster pour d'autres, met l'accent sur le fait de donner un sens aux résultats calculés. L'on y retrouve un habile dosage entre formalisme mathématique et intuition, un important soutien pédagogique pour la formation des étudiants et pour faciliter le travail du professeur. Son contenu présente les rappels dans les moments requis, des exercices intégrés dans les textes, de nombreux exercices de fin de chapitre, des examens blancs cumulatifs présentés à intervalles réguliers, des sections historiques et étymologiques qui mettent en avant les portraits des personnalités principales en mathématiques, un aide-mémoire contenant les principales notions étudiées et des rappels. Les exercices proposés visent à vérifier la capacité à appliquer des formules et les problèmes sont tirés des sciences de la nature et humaines pour lesquels le calcul différentiel s'avère essentiel. Le livre met en avant un fort potentiel des mathématiques pouvant être appliqué dans de nombreux domaines comme la physique, la chimie, la démographie, l'économie ou la biologie. Son sommaire porte sur la limite et la continuité, la dérivée des fonctions algébriques, la dérivée des fonctions transcendantes, les taux liés et différentiels, l'optimisation et le tracé de courbes. Luc Amyotte est auteur réputé et connu, à la fois dans les domaines des mathématiques et des sciences humaines tandis que Josée Hamel est professeure de mathématiques au Cégep de Drummonville.

Gilles Charron est coauteur de la collection Charron-Parent, et ses ouvrages ont facilité l'apprentissage des mathématiques au niveau collégial depuis les 25 dernières années. Gilles Charron fait sa marque dans le milieu des mathématiques en s'impliquant au sein de l'AMQ. Quant à Pierre Parent, il fait carrière principalement au Cégep André-Laurendeau où il assure aussi la responsabilité du département de mathématique durant de nombreuses années et s'implique activement en qualité d'auteur d'ouvrages scolaires dès 1980 avec la parution de *Calcul différentiel.* Ce manuel est le premier d'une série qui remporte un succès sans précédent dans le domaine de l'édition en mathématique au Québec. Il demeure toujours comme auteur et collaborateur à différents projets d'édition.

La septième édition de l'ouvrage calcul différentiel de Charron et Parent présente un contenu révisé. La huitième édition est une version révisée des précédentes et se présente comme un classique parce qu'elle propose une matière qui couvre tout le programme de calcul différentiel. Ils proposent un chapitre de rappel présentant les notions préalables au cours de Calcul différentiel, des exemples et exercices variés et gradués, des applications aux sciences de la nature et humaines, les réponses complémentaires aux exercices récapitulatifs ainsi qu'aux problèmes de synthèse.

Brunelle et Désautels ont également une bonne et longue expérience dans l'enseignement des mathématiques. Ils enseignent au Cégep Saint-Jean-sur-Richelieu. Le premier y est depuis 2007 tandis que le second y est depuis 2002. Leur manuel offre un environnement d'apprentissage portant autour des concepts liés au calcul différentiel. Leur préoccupation est de rendre aussi concrète et accessible que possible cette branche des mathématiques. Ils semblent développer une approche intuitive dans ledit document par le fait qu'ils soutiennent que les situations et les exemples « *proposés amènent d'abord les lecteurs à « avoir une intuition » de la* *manière de résoudre un problème* ». (p. iii). Cette approche intuitive semble selon les auteurs permettre de mieux domestiquer les notions théoriques et les techniques de résolution de problèmes. À propos de cette idée autour du concept d'intuition, ils soutiennent que chaque chapitre « *s'ouvre sur une application du calcul différentiel qui introduit, de façon intuitive, la notion clé du chapitre* » (p. iii). Dans ce manuel, la rubrique « *intuitivement…* », du point de vue de Brunelle et Désautels, permet « *aux élèves de faire appel à leur intuition pour se représenter une explication ou une notion* » (p. V). Le document comporte différents rubriques comme par exemple la rubrique notation qui permet de clarifier la façon d'exprimer mathématiquement un concept et d'interpréter les symboles mathématiques. L'on a aussi la rubrique remarque et important qui ont pour rôle d'attirer l'attention du lecteur sur les éléments pertinents. Ce manuel fait partir des plus utilisés au Québec.

En somme, tous ces auteurs ont une longue expérience dans l'enseignement des mathématiques au Québec et dans les projets d'édition des manuels de calcul différentiel utilisés dans les cégeps. Leurs ouvrages figurent parmi les plus utilisés dans les cégeps actuellement et depuis plusieurs décennies également pour certains.

3.2.2 Milieu d'utilisation des manuels

Ces manuels sont présentement les plus utilisés dans les cégeps du Québec. Ces établissements comptent des étudiants provenant des écoles secondaires de la région du Québec et ceux provenant de milieux divers. Le calcul différentiel est un cours suivi par tous les étudiants en sciences de la nature pendant leur première session. À la demande de leurs enseignants, ces étudiants utilisent un de ces documents pour suivre ce cours. Ces documents sur le calcul différentiel sont ceux qui nous intéressent.

3.2.3 Les préalables des étudiants qui suivent ce cours

Tous les étudiants qui suivent ce cours en science de la nature doivent remplir les exigences au préalable. Ils doivent avoir réussi les cours de mathématiques, physique et de chimie au secondaire. Il s'agit de réussir les mathématiques TS/SN 5^e, la physique 5^e et la Chimie 5^e selon le Renouveau pédagogique au secondaire (régime actuel au secteur jeune). Notre intention ne porte pas sur l'observation de ces étudiants, mais bien plus sur les manuels de calcul différentiel utilisés dans leur cours. Nous voulons savoir comment les auteurs de ces manuels présentent le concept de dérivée.

3.2.4 Utilisation du logiciel Maple dans les cours de mathématiques au cégep

Signalons en passant qu'une des priorités du programme de science de la nature est d'initier les étudiants aux algorithmes informatiques et à la programmation. Tous les étudiants doivent apprendre à utiliser le logiciel Maple dans tous les cours de mathématiques. Ainsi, dans les cours de calcul différentiel, il y a les séances de laboratoire informatique permettant l'utilisation de ce logiciel par les étudiants tout en faisant le cours. Toutefois, en analysant les manuels de calcul différentiel, notre regard ne porte pas sur l'utilisation de l'outil technologique faite par les étudiants, mais bien plus sur les situations paradigmatiques et les représentations qu'utilisent les auteurs pour présenter la dérivée.

3.3 Collecte des données.

3.3.1 Le travail préalable.

Ce travail consiste à la recherche des syllabus des cégeps pour savoir un peu plus sur les livres qu'ils proposent aux étudiants et enseignants pour faire le cours de calcul différentiel. Le but de ce travail est uniquement d'identifier les livres les plus utilisés dans les cégeps par les enseignants pour donner le cours de calcul différentiel et par les étudiants pour suivre ce cours. Il est pertinent d'avoir cette information afin de s'assurer que l'on dispose d'une plus grande représentativité des personnes qui utilisent ces manuels.

3.3.2 Accès aux informations sur les manuels de calcul différentiel les plus utilisés.

Une fois que les manuels les plus utilisés sont identifiés, l'on procède à un accès direct à leur contenu à travers l'observation des chapitres qui portent notre attention. Il s'agit dans un premier temps de voir et d'analyser la situation paradigmatique que les auteurs proposent pour introduire la dérivée. Dans un deuxième temps, une attention se porte sur les types de représentations utilisées pour présenter ce concept ainsi que la notion variable visuelle de la représentation-unité significative de l'écriture algébrique d'usage. Compte tenu du cadre théorique dans lequel s'inscrit cette recherche, l'objectif est porté sur les différents registres de représentations qui sont d'usage dans le manuel pour introduire la dérivée ainsi que les situations paradigmatiques sur lesquelles ces auteurs se fondent pour présenter ledit concept. Le travail consiste également à identifier les phases privilégiées où les auteurs utilisent d'autres registres.

3.3.3 Les tâches proposées par les auteurs.

Il s'agit d'étudier les tâches ainsi que les résolutions que les auteurs proposent dans ces manuels pour introduire la dérivée. Une attention est portée sur les différents registres que les auteurs utilisent pour résoudre ladite tâche. L'analyse des tâches donne un indicateur sur les divers types de registres sémiotiques privilégiés par les auteurs.

3.4 Vers un plan d'analyse

L'analyse des manuels retenus fait ressortir les registres sémiotiques de représentation qui sont d'usage parce qu'ils sont sollicités par les auteurs pour introduire le concept de dérivée. Les possibles registres sémiotiques que l'on retrouve dans ces manuels sont verbal (noté RV), graphique (noté RG), algébrique (noté RA) et numérique (noté RN). Ce sont des représentations institutionnelles par le fait que ce sont celles présentes dans les manuels. Les images (photos) sont des registres imagés (noté RS). Il est aussi question d'identifier si ces manuels opèrent de façon explicite le changement de registres proposé par Duval. Il s'agit pour un rappel de la reconnaissance, la production, la transformation et la conversion. Dans ce travail, l'on se situe dans la perspective de Hitt, Guzmán et Páez (2001) et reprise par Dufour (2011) pour codifier et analyser les données de la présente recherche avec la théorie de représentation. Ces auteurs codifient le travail en lien à la théorie de représentation par les données suivantes :

R_V, R_A, R_G, R_N, R_S $\rightarrow$ Reconnaissance des éléments d'un registre sémiotique

$T_V\uparrow$, $T_A\uparrow$, $T_G\uparrow$, $T_N\uparrow$, $T_S\uparrow$ $\rightarrow$ Transformations internes à l'intérieur d'un même registre sémiotique.

$C_{G\rightarrow A}$, $C_{A\rightarrow G}$, $C_{V\rightarrow A}$ ...$\rightarrow$ Conversions ou transformations externes de représentations entre deux registres sémiotiques différents.

$C_{G\leftrightarrow A}$, $C_{A\leftrightarrow G}$, $C_{V\leftrightarrow G}$ ...$\rightarrow$ Coordination de représentations entre différents registres sémiotiques.

PS_V, PS_A, PS_G, PS_N, PS_S $\rightarrow$ Production de représentations dans la résolution d'un problème.

Dans le cadre de cette recherche, la codification porte sur les situations résolues que les auteurs proposent dans les manuels. Quant à l'analyse proprement dite, elle est faite dans le prochain chapitre. Cette analyse porte également sur les situations paradigmatiques résolues. Tout ce travail permet de ressortir en fin de compte le type de situations paradigmatiques que ces auteurs mettent en avant pour introduire la dérivée au cégep.

CHAPITRE IV

COLLECTE ET ANALYSE DES DONNÉES

4.1 Introduction

Ce chapitre traite de l'analyse des données collectées dans les manuels choisis. Ces données portent sur les situations résolues par les auteurs pour introduire le concept de dérivée. Ces situations sont choisies parce qu'elles sont jugées pertinentes de notre de point de vue pour introduire ce concept. La fonction de conversion entre les représentations est toutefois faite sous l'angle d'unité significative de Duval.

4.2 Analyse des données dans le manuel d'Hamel et Amyotte (2007).

HAMEL Josée, AMYOTTE Luc, (2007), *Calcul Différentiel*, (É.R.P.I) Éd. Du renouveau pédagogique Inc., Canada, 449p.

4.2.1 Description et analyse de la situation du lancement de la balle.

Les auteurs de ce manuel utilisent plusieurs situations, exemples ou problèmes pour introduire la dérivée. De toutes ces dernières, une situation qui revient très souvent à travers ce manuel et avec de questions diverses, retient l'attention dans cette recherche. Il s'agit de la situation suivante.

Énoncé :

> on lance un balle vers le haut à partir d'une hauteur de 1 m avec une vitesse initiale de 9,8 m/s. En vertu de lois physiques, la position de la balle (sa hauteur mesurée en mètres) t s après son lancement est donné

par la fonction $S(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1$. On veut déterminer la vitesse (instantanée) de la balle 0,5 s après son lancement. (p. 6)

Le choix de cette dernière vient du fait que les auteurs soutiennent d'une part, qu' « *un des problèmes de base en calcul différentiel est le calcul d'une vitesse instantanée* ». (p. 6) et que d'autre part cet exemple leur permet d' « *introduire la notion de dérivée au chapitre 2* » (p. 7). Cependant, ils précisent que la démarche proposée dans ladite situation ne sert pas seulement à la physique, mais bien dans une multitude d'applications comme par exemple en économie et en démographie. Selon la grille d'analyse construite au chapitre deux, cette situation est consignée dans le tableau suivant.

Tableau 4.1 Grille d'analyse dans Hamel et Amyotte.

<table>
<tr><td rowspan="2">Contenus mathématiques et physiques</td><td colspan="5">Représentation utilisée</td></tr>
<tr><td>En Mots (ou verbale)

RV</td><td>Schéma **(RS)** de la situatio n.</td><td>Algébrique **RA**</td><td>Tableau **RN**</td><td>Graphique

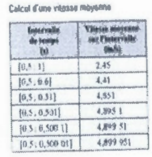
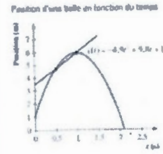
RG</td></tr>
<tr><td>Phénomène utilisée dans la Situation</td><td colspan="5">Le lancement de la balle vers le haut avec absence d'un schéma traduisant la situation.</td></tr>
<tr><td>Présentation de la situation.</td><td>✓</td><td></td><td>$S(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Vitesse moyenne</td><td>$\mathbf{V}_{\mathbf{moy}}$
$= \frac{\textit{VARIATION DE LA POSITION DE LA BALLE}}{\textit{VARIATION DU TEMPS}}$

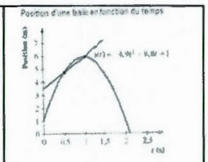
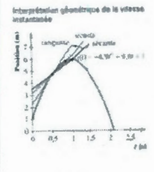
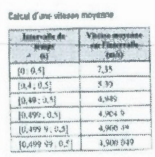
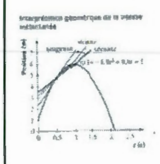
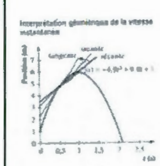
$= \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(1)-s(0{,}5)}{1-0{,}5} = \frac{5{,}9-4{,}75}{0{,}5} = 2{,}45$ m/s

Définition de la v_{moy} en mots. C'est le quotient de la distance parcourue par le mobile par rapport au temps de parcours.</td><td></td><td>$\mathbf{V}_{\mathbf{moy}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$= \frac{s(1)-s(0{,}5)}{1-0{,}5}$

$= \frac{5{,}9-4{,}75}{0{,}5}$

$= 2{,}45$ m/s</td><td>Calcul d'une vitesse moyenne
<table><tr><th>Intervalle de temps (s)</th><th>Vitesse moyenne sur l'intervalle (m/s)</th></tr><tr><td>[0,5 ; 1]</td><td>2,45</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,6]</td><td>4,41</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,51]</td><td>4,551</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,501]</td><td>4,895 1</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,500 1]</td><td>4,899 51</td></tr><tr><td>[0,5 ; 0,500 01]</td><td>4,899 951</td></tr></table></td><td>Position d'une balle en fonction du temps
</td></tr>
<tr><td>Sécante</td><td>La vitesse [moyenne] représente la pente de la droite **sécante** au graphique de la fonction s(t) passant par les point (0,5;4,675) et (1;</td><td></td><td></td><td></td><td>Points de rencontre avec la courbe</td></tr>
</table>

	5,9)				
Vitesse instantanée	C'est la **limite** des vitesses moyennes du mobile lorsque la longueur des intervalles de temps sur lesquels les vitesses sont calculées **tend vers** 0. (il s'agit d'un discours faisant appel à l'infini intuitif ou potentiel)			 Calcul d'une vitesse moyenne Intervalle de temps (s) / Vitesse moyenne sur l'intervalle (m/s) [0 ; 0,5] / 2,35 [0,4 ; 0,5] / 5,39 [0,49 ; 0,5] / 4,949 [0,499 ; 0,5] / 4,904 9 [0,499 9 ; 0,5] / 4,900 49 [0,499 99 ; 0,5] / 4,900 049	
Limite	**Se rapproche de plus en plus.** La droite qui ne fait qu'**effleurer** la courbe lorsque t = 0,5 s. (ces expressions traduisent un discours sur la limite intuitive ou potentielle)			 Calcul d'une vitesse moyenne Intervalle de temps (s) / Vitesse moyenne sur l'intervalle (m/s) [0 ; 0,5] / 2,35 [0,4 ; 0,5] / 5,39 [0,49 ; 0,5] / 4,949 [0,499 ; 0,5] / 4,904 9 [0,499 9 ; 0,5] / 4,900 49 [0,499 99 ; 0,5] / 4,900 049	
Tangente	la sécante dont on calcule la pente pour trouver v_{moy} **se rapproche de plus en plus de** [discours lié à l'infini potentiel] la droite tangente à la courbe lorsque t = 0,5 s.				

Les définitions énoncées par les auteurs dans cette situation portent sur la vitesse, le taux de variation, la pente de la droite sécante. L'on remarque toutefois dans ce tableau qu'il y a une conversion allant de la description en mots de la situation à l'expression algébrique $S(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1$. Au niveau de la vitesse moyenne, il y a également une conversion allant de la définition en mots vers l'expression algébrique $V_{moy} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ qui se traduit sur le graphique par la pente de la droite sécante. L'on observe aussi une conversion allant du tableau de différentes vitesses moyennes vers le graphique. Il s'agit ici de l'idée de pointage dont fait allusion Duval dans sa théorie. Cependant, une attention particulière n'est pas portée sur la conversion allant de la représentation graphique vers le tableau parce que les auteurs ne font pas une modification du graphique ou de la courbe pour voir l'influence que cela aurait sur l'expression algébrique correspondante. À ce niveau, il y a absence de toutes modifications conjointes de l'image et par conséquent une absence de la forme de l'écriture algébrique associée. Il n'y a donc pas une démarche d'interprétation globale traduisant une variable visuelle pertinente pour effectuer une interprétation graphique. En analysant cette situation paradigmatique, l'on relève une absence criarde de l'association variable visuelle de la représentation unité significative de l'écriture algébrique. Est-ce peut-être parce que l'on est dans une situation d'introduction et qu'il serait difficile de faire jouer en plus de tout le reste, les variables visuelles qui représentent déjà un assez gros morceau à faire comprendre aux étudiants ?

En portant un regard sur ce manuel, l'on constate que d'après les auteurs, la vitesse moyenne d'un mobile est « *le quotient de la distance parcourue par le mobile par rapport au temps de parcours* ». Elle représente également « *le quotient d'une distance par rapport au temps* ». Le calcul de la vitesse moyenne de la balle entre 0,5s et 1s est donnée par :

$$V_{moy} = \frac{\textit{VARIATION DE LA POSITION DE LA BALLE}}{\textit{VARIATION DU TEMPS}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(1)-s(0{,}5)}{1-0{,}5} = \frac{5{,}9-4{,}75}{0{,}5} = 2{,}45 \text{ m/s}$$

Dans cette expression, la variation de la position de la balle est Δs, celle de l'intervalle de temps est Δt et la signification de la lettre Δ (delta) qui correspond à D de notre alphabet signifie différence ou variation. Toutefois, les auteurs précisent que la pente de la droite sécante au graphique de la fonction $s(t)$ représente la vitesse moyenne et l'utilisation du tableau permet le calcul de différentes vitesses moyennes. Les tableaux et figures sus mentionnés révèlent que plus l'intervalle de temps est petit, plus la vitesse moyenne *s'approche* de 4,9 m/s. Quant à la vitesse instantanée d'un mobile, elle est définie par les auteurs comme la limite des vitesses moyennes du mobile lorsque la longueur des intervalles de temps sur lesquels les vitesses moyennes sont calculées *tend vers* 0. La remarque se dégageant ici montre que les expressions « *s'approche de, s'approche de plus en plus de, tend vers, ne fait qu'effleurer* » traduisent l'infini potentiel ou intuitif. Quant à l'expression $V_{moy} = \frac{VARIATION\ DE\ LA\ POSITION\ DE\ LA\ BALLE}{VARIATION\ DU\ TEMPS} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, l'on est en présence une expression formelle. Elle est verbale et algébrique, et cela traduit le passage entre les deux représentations. Cependant, il semble exister un conflit de traitement du passage d'un type d'infini à l'autre. À l'intérieur du registre verbal par exemple, on est en présence de la naissance d'un conflit parce que dans la communication verbale, c'est l'infini potentiel qui est utilisé et non l'infini actuel.

Les tableaux et figures sus présentés sont des représentations que les auteurs vont usage pour résoudre la situation et trouver la vitesse moyenne, la vitesse instantanée, la tangente, la sécante à la courbe, la position de la balle Δs et celle de l'intervalle de temps est Δt. Toutes ces représentations sont statiques. Il s'agit là d'un problème à taux lié où la vitesse est le point d'entrée principal permettant de mettre en évidence la notion de limite, de tangente, de taux de variation. Dans la suite de l'analyse de cette situation, l'on remarque que les réponses trouvées par les auteurs ici sont faites de façon intuitive. Les auteurs disent qu'« il faut se rappeler de l'expression d'une vitesse et de sa définition ». Cette phrase ne constitue pas une évidence pour l'élève. Ce n'est pas une garantie que cet élève ait les représentations viables sur le concept de vitesse. Le manuel suppose ici que l'élève a des connaissances sur cette notion. Il peut avoir cette connaissance sans pour autant avoir les compétences sur la dite notion vue au cours de physique.

La question que l'on se pose dans cette situation est de savoir d'où provient l'équation $s(t) = -4,9t^2 + 9,8t + 1$? Il devrait avoir une mise en situation permettant à l'élève de se confronter dans l'expérience afin de donner un sens à cette expression. Quels enjeux se trouvent derrière la dite équation cinématique. Cette équation représente la modélisation de l'étude mathématique du mouvement physique décrit. Cet exemple nous parait abstrait pour l'élève, parce qu'il peut s'imaginer le mouvement de la balle sans comprendre les équations sous-jacentes. Même si l'élève vit l'expérience du lancer physique, il est loin de percevoir les concepts mathématiques et l'histoire que trace la balle.

En portant un regard sur cette situation, l'on se demande quelles unités significatives y auraient-elles entre l'équation algébrique $S(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1$ et la figure présentant la position de la balle en fonction de temps. De l'expression algébrique vers la figure, l'on a un ensemble de tracé/axes représentant cette expression. Toutefois, cette situation ne présente pas de modifications dans l'écriture algébrique de façon à modifier l'image. Vue sous cet angle, la variable visuelle pertinente dont parle Duval n'est pas présente dans ce manuel, parce qu'on y trouve pas des modifications conjointes de l'image et de son écriture algébrique. Le manuel ne présente dont pas une démarche d'interprétation globale de la situation du lancer de la balle parce que cela ne met pas en présence une association variable visuelle de la représentation unité significative de l'écriture algébrique. En regardant la courbe représentative de la situation, l'on a l'impression qu'il s'agit d'une démarche de pointage parce qu'elle semble interpréter une association entre point sur le graphique et couple de nombres comme le présente la figure suivante [Sources : Hamel et Amyotte (p. 66)].

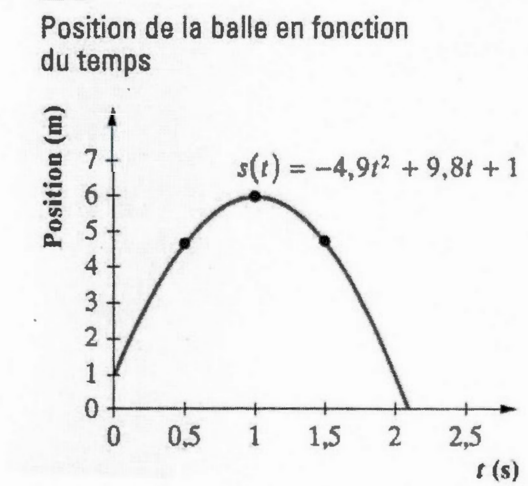


Figure 4.1 Position de la balle en fonction de temps.

La tâche reliée à ladite situation consiste à déterminer la variation de la hauteur de la balle lorsque le temps passe de 0,5 s à 1 s. Pour le faire, les auteurs calculent $S(0,5)$ et $S(1)$ pour ensuite faire la différence. Ce qui donne $S(1) - S(0,5) = 5,9 - 4,675 = 1,255\ m$. Cela signifie que lorsque le temps passe de 0,5 s à 1 s, la hauteur de la balle augmente de 1,225 m. Par la suite, ils font la différence $S(1,5) - S(1) = 4,675 - 5,9 = -1,255\ m$. Le signe négatif est interprété par les auteurs comme une diminution de la hauteur de la balle au cours du même intervalle de temps. Cela signifie que la balle se situe « à 1,225 m plus bas que l'endroit où elle se trouvait à $t = 1\ s$. Sur le plan physique, la balle revient vers le sol. Cette interprétation corrobore avec la figure ci-dessus traduisant la position de la balle en fonction du temps évoquant ainsi l'idée mentionnée sur le pointage. Aucune mention partant du graphique vers l'expression algébrique n'est toutefois faite. Cependant, le taux de variation moyen entre 1,5 s et 1 s est donné par la relation $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(1,5)-s(1)}{1,5-1} = \frac{4,675-5,9}{0,5} = -2,45\ m/s$. Ceci traduit la diminution de la position de la balle entre ces deux valeurs. Selon les auteurs « *le taux de variation moyen de la position d'un mobile est appelé vitesse moyenne* » (p. 69). Pour déterminer le taux de variation instantanée de la position lorsque $t = 1{,}5s$, les auteurs précisent le fait suivant (p. 74) :

On a que :

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(1{,}5 + \Delta t) - s(1{,}5)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left[-4{,}9(1{,}5 + \Delta t)^2 + 9{,}8(1{,}5 + \Delta t) + 1\right] - 4{,}675}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{-4{,}9\left[2{,}25 + 3\Delta t + (\Delta t)^2\right] + 14{,}7 + 9{,}8\Delta t + 1 - 4{,}675}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{-4{,}9\Delta t - 4{,}9(\Delta t)^2}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta t(-4{,}9 - 4{,}9\Delta t)}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} (-4{,}9 - 4{,}9\Delta t)$$

$$= -4{,}9 \text{ m/s}$$

Dans la démarche des auteurs, on se rend compte qu'il y a des traitements algébriques avec la limite et le calcul de la limite se fait sur la dernière ligne. Ils ne précisent toutefois pas comment passer de l'avant dernière ligne à la dernière. Il n'y a pas de processus explicatif traduisant le passage de l'avant dernière à la dernière ligne. L'on peut donc constater que toute cette démarche se résume en deux grands blocs. Le premier porte sur le traitement algébrique et le deuxième qui est la dernière ligne. L'élève pourrait penser que le passage à la limite s'est substitué. Ce qui pourrait poser un conflit pour comprendre le concept de limite actuel dans un processus de calcul de limite.

De leur point de vue, ce taux de variation instantanée de la position d'un point mobile représente la vitesse instantanée avec un signe négatif qui représente la balle se dirigeant vers le bas. Cette expression représente également la limite d'un quotient où le numérateur Δs représente la variation de position en mètres tandis que le dénominateur Δt représente une variation de temps en secondes. Une autre façon équivalente (confère page 74) de présenter la résolution précédente se fait comme suit :

$$\begin{aligned}
\lim_{b \to 1,5} \frac{s(b) - s(1,5)}{b - 1,5} &= \lim_{b \to 1,5} \frac{[-4,9b^2 + 9,8b + 1] - 4,675}{b - 1,5} \\
&= \lim_{b \to 1,5} \frac{-4,9b^2 + 9,8b - 3,675}{b - 1,5} \\
&= \lim_{b \to 1,5} \frac{(b - 1,5)(-4,9b + 2,45)}{b - 1,5} \\
&= \lim_{b \to 1,5} (-4,9b + 2,45) \\
&= -4,9 \text{ m/s}
\end{aligned}$$

De ce qui précède, l'on remarque que le calcul de la limite traduit une conversion et une coordination entre les expressions algébriques suivantes.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(1,5 + \Delta t) - s(1,5)}{\Delta t}$$

$$\lim_{b \to 1,5} \frac{s(b) - s(1,5)}{b - 1,5}$$

L'expert regarderait ces expressions comme associées à la définition formelle et pourtant cela traduit l'infini actuel, tandis que l'élève y verrait la limite comme une tendance de plus en plus proche liée à l'infini potentiel. Par ailleurs, l'on se rend compte que les auteurs dans ce manuel évoquent la vitesse comme un outil fondamental pour introduire la dérivée. Ils utilisent la situation paradigmatique dans le chapitre un et au début du chapitre 2. Cependant, la situation dont ils font usage ne présente pas une image de la notion de vitesse. Toutefois, une image qui évoque la notion de vitesse est celle représentant les athlètes au départ d'une course de vitesse.

Figure 4.2 Départ d'une course de vitesse (source Hamel et Amyotte pp. 62-63).

Cette image semble mettre en évidence la vitesse comme une quantité variable qui pourrait être définie par une fonction. Comme le calcul différentiel « *consiste essentiellement dans l'étude du concept de dérivée, qui permet de mesurer le rythme auquel change une quantité variable définie par une fonction* » (p. 62) tel que soulignent ces auteurs, l'on est ainsi porté à penser que leur vision concernant le changement d'une quantité variable définie par une fonction s'inscrit dans l'illustration de l'image de départ de la course. Dans ce contexte, la vitesse est parlante et le contexte pourrait faire penser à une vitesse instantanée, c'est-à-dire la dérivée ou le taux de variation d'une fonction $f(x)$, qui elle-même est représentée par l'expression $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ (p. 62). Il semble alors avoir un rapprochement entre l'image et ce taux de variation instantanée. L'expert pourrait y voir les trois activités cognitives dont parle Duval. Il y a comme une sorte de conversion entre l'expression $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ et l'image représentant les athlètes. L'élève toutefois pourrait ne pas percevoir ce lien; ni, la distinction entre la vitesse moyenne et vitesse instantanée; la relation entre la vitesse moyenne et le taux de variation moyen; la relation entre la vitesse instantanée et le taux de variation instantanée; la relation entre la vitesse instantanée et la dérivée; et finalement, la dérivée et l'expression algébrique associée. Cela représente une description du processus que peut prendre l'élève pour commencer avec la vitesse moyenne jusqu'à la dérivée, en passant tour à tour par différents registres de représentation. Alors dans ce qui suit, il est précisé les différents types de représentations qui sont nécessaire dans ce processus.

Au regard de tout ce qui précède, l'on reconnait toutefois dans cette situation paradigmatique les éléments d'un registre sémiotique R_V, R_A, R_G, R_N avec absence du registre image (ou *figurale*) R_S. L'on constate également une production des registres PS_V à travers les définitions, PS_A à travers les formules et autres expressions algébriques, PS_G à travers différents graphiques utilisés, et PS_N à travers divers tableaux dont ils ont recours dans la résolution de la situation paradigmatique. L'on a également des transformations internes à l'intérieur d'un même registre sémiotique ($T_V \uparrow$, $T_A \uparrow$, $T_G \uparrow$, $T_N \uparrow$) comme l'exemple la description en mot de la vitesse moyenne et de sa représentation algébrique, des conversions $C_{G \to A}$; $C_{A \to G}$, $C_{V \to A}$ ...$\to$ ou transformations externes de représentations entre deux registres sémiotiques différents comme par exemple la description de la situation en registre verbal et algébrique et une présence sporadique de coordination $C_{G \leftrightarrow A}$, $C_{A \leftrightarrow G}$, $C_{V \leftrightarrow G}$ ...$\to$ de représentations entre différents registres sémiotiques. Étant donné que pour Duval la conversion entre représentations est au cœur de la construction d'un concept, alors les auteurs du manuel scolaire devraient faire beaucoup plus d'attention à faire ressortir (à montrer) la conversion entre représentations. Les représentations semblent alors se présenter comme des ilots ponctuels et isolés sans donner la possibilité aux lecteurs de faire un lien.

L'on peut alors revoir la théorie de Duval et le concept paradigmatique de Zandieh dans le tableau suivant :

Tableau 4.2 Conversions, transformations et coordinations dans Hamel et Amyotte.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma (RS) de la situation.	Algébrique **RA**	Tableau RN	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	Le lancement de la balle vers le haut avec absence d'un schéma traduisant la situation.				
Présentation de la situation.	RV; PS_V		**RA**; PS_A		
Vitesse moyenne	**RV** (formule en mots) PS_V (définition en mots) T_V ↑ entre **RV et** PS_V.		**RA** ($V_{moy} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$) T_A ↑ entre **RA, RN et** PS_A ($\frac{s(1)-s(0{,}5)}{1-0{,}5}$) **RN** ($\frac{5{,}9-4{,}75}{0{,}5}$ = 2,45 m/s) PS_N	**RN** (nombres) PS_N (tableau) T_N ↑ (tableau) Entre **RV** (intervalle de temps en (s) versus vitesses moyenne sur l'intervalle en (m/s) et **RN** (valeurs numériques du tableau) PS_N	**RV** (Titre du graphique) **RA** (formule de s(t) présente sur le graphique) **RG** (le graphique lui-même) **RN** (utilisation des nombres dans le graphique) T_G ↑ et conversions $C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ …→ Coordination entre divers registres: $C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ …→
Sécante	RV (La vitesse [moyenne] représente la pente de la droite **sécante** au graphique de la fonction s(t) passant par les points et) RN (utilisation du couple de points (0,5;4,675) et (1;				**RV** (Titre du graphique) **RA** (formule de s(t) présente sur le graphique) **RG** (le graphique lui-même) **RN** (utilisation des nombres dans le graphique) T_G ↑ et conversions

<table>
<tr><td></td><td>5,9))

$C_{V\to N}$</td><td></td><td></td><td></td><td>$C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ ...→

Coordination entre divers registres: $C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ ...→</td></tr>
<tr><td>Vitesse instantanée</td><td>PS_V (définition en mots)

T_V ↑ entre RV et PS_V.</td><td></td><td></td><td rowspan="2">RN (nombres)

PS_N (tableau)

T_N ↑ (tableau)

Entre RV (intervalle de temps en (s) versus vitesses moyenne sur l'intervalle en (m/s) et RN (valeurs numériques du tableau)

PS_N</td><td rowspan="3">RV (Titre du graphique)

RA (formule de s(t) présente sur le graphique)

RG (le graphique lui-même)

RN (utilisation des nombres dans le graphique)

T_G ↑ et conversions $C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ ...→

Coordination entre divers registres: $C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ ...→</td></tr>
<tr><td>Limite</td><td>PS_V (Se rapproche de plus en plus. La droite qui ne fait qu'effleurer la courbe lorsque t = 0,5 s.)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Tangente</td><td>PS_V (la sécante dont on calcule la pente pour trouver v_{moy} se rapproche de plus en plus de [discours lié à l'infini potentiel] la droite tangente à la courbe lorsque t = 0,5 s.)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

4.2.2 Analyse comparative avec le manuel projet Harvard

Comparativement à Hamel et Amyotte, les auteurs Hughes-Hallet, Gleason et al. (1999) dans projet Harvard, utilisent également le lancement de la balle avec quelques différences près. Ils précisent la nature de la balle qui est dans ce cas un pamplemousse, ce qui n'est pas fait dans le premier cas. Pour introduire la dérivée, leur intervention commence par un questionnement sur le problème de vitesse. Ils veulent savoir comment peut-on mesurer la vitesse d'un objet en mouvement à un instant donné. Le point commun avec Hamel et Amyotte est qu'ils soutiennent que la vitesse est une notion clé permettant d'aborder la dérivée. Ils font une expérimentation théorique de la vitesse moyenne et instantanée à travers la situation suivante :

> *On observe la vitesse d'un petit objet (par exemple un pamplemousse) qui serait lancé verticalement en l'air à l'instant t = 0 s. Le pamplemousse quitte la main de celui qui l'a lancé à une très grande vitesse, ensuite il ralentit au fur et à mesure qu'il atteint sa hauteur maximale, puis il réaccélère de nouveau tandis qu'il tombe et, finalement c'est l'impact !* (p. 96)

Pour interpréter la situation, ils utilisent les données suivantes :

Tableau 4.3 Table de valeurs représentant la hauteur du pamplemousse.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
y (pi)	6	90	142	162	150	106	30

Sources du tableau : Hughes-Hallet, Gleason et al. (p. 96).

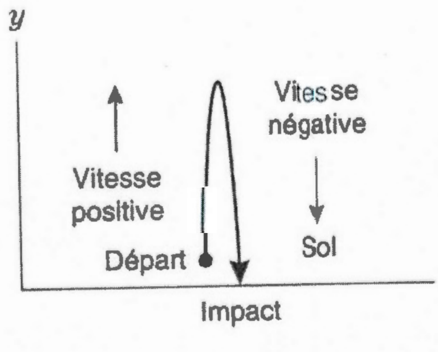


Figure 4.3 Parcours vertical du pamplemousse vers le haut et vers le bas.

Sources. Hughes-Hallet, Gleason et al. (p. 96).

Le paramètre y est une fonction de temps avec un impact sur le sol qui survient après 6 ou 7 s. Les chiffres de la table de valeurs illustrent le comportement du phénomène parce que cela permet de constater que le pamplemousse se déplace par exemple plus vite pendant le premier intervalle de temps (entre 0 et 1 s) c'est-à-dire $0 \leq t \leq 1$ et qui se représente numériquement par la relation 90 – 6 = 84 pi que dans le deuxième intervalle $1 \leq t \leq 2$ où il se déplace de 142 – 90 = 52 pi. Pour représenter visuellement la hauteur à laquelle se trouve le pamplemousse selon le temps, ils utilisent la figure 4.4 suivante qui, ne représente pas l'image du parcours du pamplemousse. Cela permet également de visualiser la vitesse moyenne en utilisant le couple de points représentant le rapport entre la variation de positions sur la variation de temps correspondant. La notion de vitesse moyenne du point de vue des auteurs est donnée par la relation suivante:

> Si $s(t)$ est la position d'un objet à l'instant t, alors la **vitesse moyenne** de cet objet sur l'intervalle $a \leq t \leq b$ est égale à
>
> $$\text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{Variation de la position}}{\text{Variation de temps}} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}.$$
>
> En d'autres mots, la **vitesse moyenne** d'un objet sur un intervalle est la variation nette de position durant cet intervalle divisée par la variation du temps.

Sources. Hughes-Hallet, Gleason et al. (p.97)

La visualisation de ladite vitesse est donnée par cette figure.

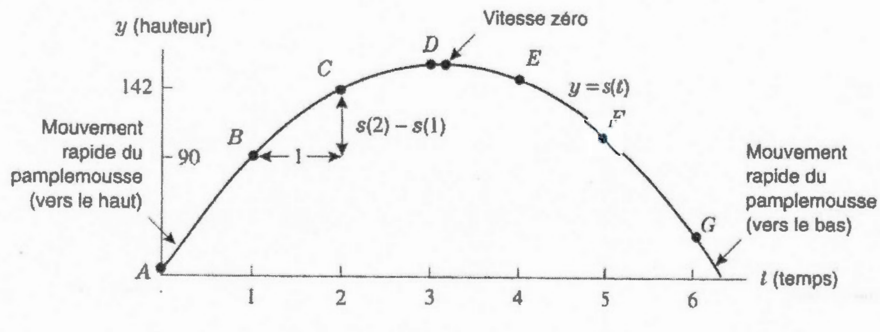


Figure 4.4 Hauteur h d'un pamplemousse au temps t.

Sources. Hughes-Hallet, Gleason et al. (p. 99).

Cependant, autour du temps t = 1 s par exemple, la vitesse moyenne est donnée par la représentation suivante :

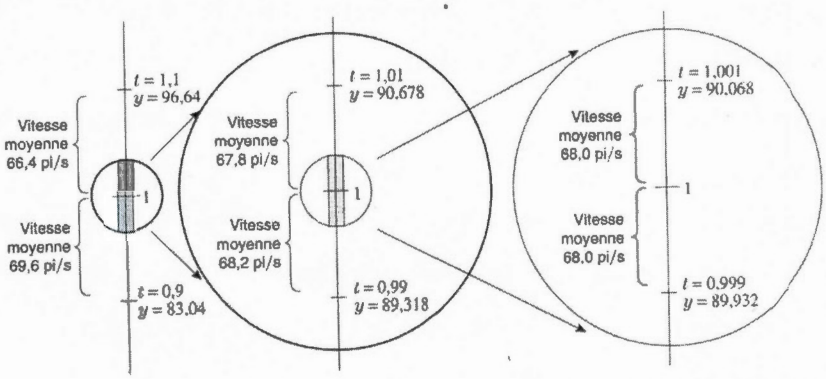


Figure 4.5 Vitesses moyennes au cours des intervalles de temps autour de $\boldsymbol{t = 1s}$.

Sources. Hughes-Hallet, Gleason et al. (p.97).

C'est la représentation d'un processus visuel vers la limite qui provient de l'expression algébrique $y = 6 + 100t - 16t^2$. Cependant, ils soutiennent que la vitesse instantanée en un point arbitraire $t = a$ considérée dans l'intervalle $a \leq t \leq a + h$ où les intervalles sont de plus en plus petits et de taille h autour de $t = a$ est donnée par :

Vitesse instantanée = Limite, quand h tend vers zéro, de $\frac{s(a+h)-s(a)}{h}$ (p. 98), avec la vitesse moyenne donnée par l'expression vitesse moyenne = $\frac{s(a+h)-s(a)}{h}$

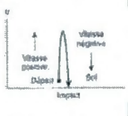
En d'autres termes, la vitesse instantanée à la position $s(t)$ au temps $t = a$ est donnée de manière suivante :

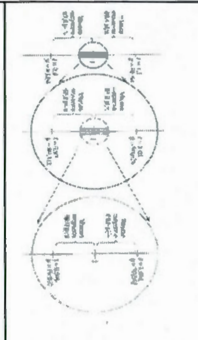
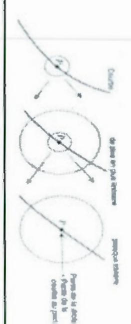
$$\text{Vitesse instantanée à } t = a = \lim_{h \to 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}$$

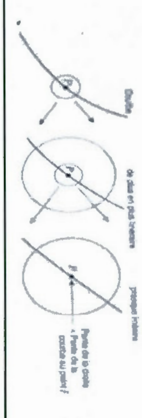
À travers la définition en mots, ils soutiennent que « *la vitesse instantanée d'un objet au temps $t = a$ est obtenue par la limite de la vitesse moyenne sur un intervalle au fur et à mesure que cet intervalle se rétrécit autour de a.* » (p. 98)

Suivant la théorie de Duval et notre grille d'analyse, cette situation paradigmatique se présente comme suit.

Tableau 4.4 Grille d'analyse dans Hughes-Hallet, Gleason et al. (1999.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de la situation.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	Le lancement d'un pamplemousse vers le haut avec présence d'un tableau et d'un schéma traduisant l'expérimentation de la situation.				
Présentation de la situation.	✓		$y = 6 + 100t - 16t^2$		
Vitesse moyenne	$\text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{Variation de la position}}{\text{Variation de temps}}$ La vitesse moyenne d'un objet sur un intervalle est la variation nette de position durant cet intervalle		$\frac{s(b) - s(a)}{b - a}$		

	divisée par la variation du temps.				
Sécante	La pente de la droite qui joint les points du graphe $s(t)$ correspondant à $t = a$ et à $t = b$				
Vitesse instantanée	C'est la vitesse instantanée d'un objet au temps t = a est obtenue par la limite de la vitesse moyenne sur un intervalle au fur et à mesure que cet intervalle se rétrécit autour de a. *Vitesse instantanée = Limite, quand h tend vers zéro, de* $\frac{s(a+h)-s(a)}{h}$		Vitesse instantanée à $t = a$ $= \lim_{h \to 0} \frac{s(a+h)-s(a)}{h}$		
Limite	Introduite pour montrer que les vitesses moyennes sur les		On écrit		

	intervalles se réduisent à proximité d'un point pour déterminer la vitesse instantanée.		$\lim_{x \to c} f(x)$ pour représenter le nombre L dont se rapproche $f(x)$ quand x tend vers c		
Tangente	C'est la pente de la courbe en un point donné. Elle représente la vitesse instantanée.				

Ce tableau présente la reconnaissance de cinq registres pour présenter la situation du lancement d'un pamplemousse. L'on est en présence des registres R_V, R_A, R_G, R_N, R_S $\rightarrow$ traduisant la reconnaissance des éléments d'un registre sémiotique.

Dans le registre algébrique par exemple, l'on observe des transformations à l'intérieur de ce registre, comme par exemple l'utilisation de l'expression algébrique $y = 6 + 100t - 16t^2$ pour élaborer la vitesse moyenne $\frac{s(b)-s(a)}{b-a}$ et la vitesse instantanée donnée par la relation :

$$\text{Vitesse instantanée à } t = a \quad = \quad \lim_{h \to 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}$$

Cependant, l'on peut voir des conversions ou transformations externes de représentations entre deux registres sémiotiques différents comme par exemple le passage de la définition en mots de la vitesse instantanée vers sa représentation algébrique. L'on constate également une coordination entre différents registres pour présenter la situation du lancement d'un pamplemousse. Pour résoudre le problème, les auteurs font une production de diverses représentations (PS_V, PS_A, PS_G, PS_N, PS_S). Toutefois, la remarque qui se dégage de cette situation met en évidence l'idée du pointage évoquée par Duval sans faire ressortir la variable visuelle pertinente qui permet de faire une interprétation graphique. Aucune modification de l'image et de sa forme de son écriture algébrique n'est faite. Il n'y a donc pas une démarche d'interprétation globale mettant en relation variable visuelle de la représentation-unité significative de l'écriture algébrique. Cependant, la théorie de Duval en lien à cette situation paradigmatique se trouve dans le tableau suivant :

Tableau 4.5 Conversions, transformations et coordinations dans Projet Harvard.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de la situation.	Algébrique **RA**	Tableau RN	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	Le lancement d'un pamplemousse vers le haut avec présence d'un tableau et d'un schéma traduisant l'expérimentation de la situation.				
Présentation de la situation.	RV; PS_V	RS et PS_S	**RA;** PS_A	RN et PS_N	RG et PS_G

Vitesse moyenne	**RV** (formule en mots) PS_V (définition en mots) T_V ↑ entre **RV** **et** PS_V.	Utilisation du registre verbal RV, numérique RN et algébrique RV pour présenter la vitesse moyenne sur la courbe.	**RA** ($V_{moy} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$) T_A ↑ entre **RA, RN et** PS_A et **RN** PS_N		**RV** (Titre du graphique) **RG** (le graphique lui-même) **RN** (utilisation des nombres dans le graphique) T_G ↑ et conversions $C_{G\rightarrow A}$, $C_{A\rightarrow G}$, $C_{V\rightarrow A}$ …→ Coordination entre divers registres: $C_{G\rightarrow A}$, $C_{A\rightarrow G}$, $C_{V\rightarrow A}$ …→
Sécante	La pente de la droite qui joint les points du graphe $s(t)$ correspondant à $t = a$ et à $t = b$ Présence d'un registre verbal RV avec conversion $C_{V\rightarrow N}$				**RV** (Titre du graphique) **RG** (le graphique lui-même) **RN** (utilisation des nombres dans le graphique) T_G ↑ et conversions $C_{G\rightarrow A}$, $C_{A\rightarrow G}$, $C_{V\rightarrow A}$ …→ Coordination entre divers registres: $C_{G\rightarrow A}$, $C_{A\rightarrow G}$, $C_{V\rightarrow A}$ …→
Vitesse instantanée	PS_V (définition en mots) T_V ↑ entre **RV** **et** PS_V.		Utilisation du registre algébrique pour présenter la vitesse instantanée.		**RV** (Titre du graphique) **RG** (le graphique lui-même) **RN** (utilisation des nombres dans le graphique)

					T_G ↑ et conversions $C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ …→ Coordination entre divers registres: $C_{G\to A}$, $C_{A\to G}$, $C_{V\to A}$ …→
Limite	PS_V :Introduite pour montrer que les vitesses moyennes sur les intervalles se réduisent à proximité d'un point pour déterminer la vitesse instantanée		Utilisation du RV et algébrique pour décrire $\lim_{x \to c} f(x)$ et pour représenter le nombre L dont se rapproche $f(x)$ quand x tend vers c		
Tangente	PS_V (c'est la pente de la courbe en un point donné. Elle représente la vitesse instantanée.) lorsque t = 0,5 s.)				

L'on remarque la mise en évidente d'un grand nombre de liens entre les représentations utilisées pour résoudre cette situation. Qu'en est-il du manuel de Brunel et Désautels?

4.3 Analyse des données dans le manuel de Brunel et Désautels.

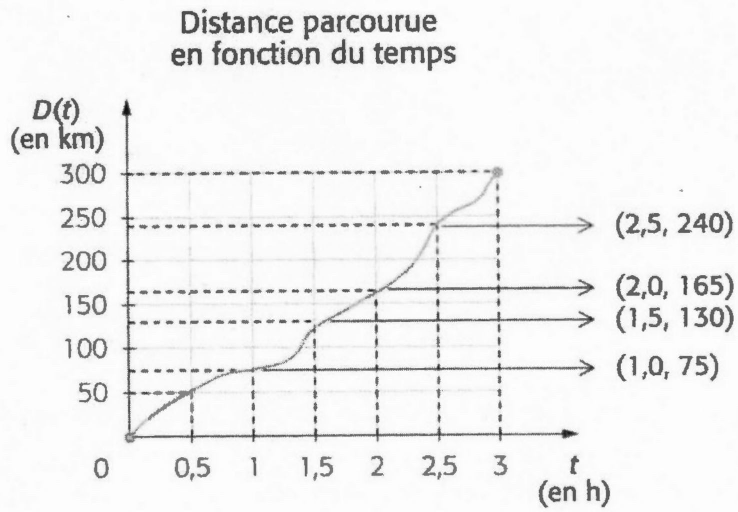
Le présent manuel introduit la notion de dérivée à travers une image évoquant une route qui se présente comme suit :

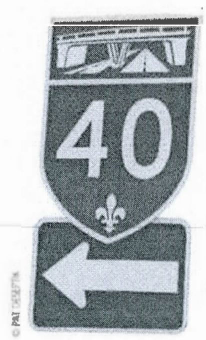
Figure 4.6 Image d'une route. Sources : Brunel et Désautels (2011). (p. 141)

L'image de la route, peut signifier que l'on pourrait travailler sur des situations où les usagers de la route se déplacent à travers un moyen de transport ou à pied. Ceci mettant en évidence la notion de vitesse.

La situation proposée est celle d'une automobiliste qui emprunte l'autoroute Félix-Leclerc pour se rendre à Hudson à Sainte-Foy. Les auteurs énoncent l'hypothèse suivant laquelle si elle parcourt cette distance de 300 km en 3 h, et que nous savons que sa vitesse moyenne est de 100 km/h telle que représentée par la figure 4.7 suivante, alors, pour calculer la dite vitesse moyenne, ils divisent la distance parcourue par l'automobiliste selon le temps nécessaire pour parcourir cette distance.

Soit $V_{moy} = \frac{D(3)-D(0)}{3-0} = \frac{300-0}{3} = 100\ km/h$





Dans le cadre de la prévention
et de la sécurité routière, le Canada
a légiféré dans les années 1970
sur la vitesse maximale permise
sur les autoroutes pour diminuer
le nombre d'accidents de la route.
Ces limitations ont aussi été instaurées
afin d'économiser du carburant.

Figure 4.7 Image représentant l'autoroute 40 et la distance parcourue.

Entre t = 1 h et t =2 h par exemple, la vitesse moyenne est $V_{moy} = \frac{D(2)-D(1)}{2-1} = \frac{165-75}{1} = 90\ km/h$ tandis qu'entre t = 1 h et t = 1,5 h, cette vitesse sera $V_{moy} = \frac{D(1{,}5)-D(1)}{1{,}5-1} = \frac{130-75}{0{,}5} = 110\ km/h$. Les auteurs admettent cela comme ***un principe***. C'est-à-dire que lorsqu'on prend « *un intervalle de temps de plus en plus petit, nous*

nous rapprochons de plus en plus de la véritable vitesse de l'automobiliste en t = 1 h » (p. 142). Cependant, ils soutiennent que « mathématiquement, l'on pourrait écrire que la vitesse à t = 1 h vaut

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{D(1+\Delta t) - D(1)}{\Delta t}$$

C'est ce qu'ils appellent « *la dérivée de la fonction $D(t)$ en t = 1* » (p. 142). Ils spécifient cependant que le symbole Δ (delta) représente la variation. Ainsi, Δt représente une variation de la variable t ou la longueur d'un intervalle $\Delta t = t_2 - t_1$ correspondant à la longueur $[t_1, t_2]$.

Pour définir le taux de variation moyen par exemple, ils prennent l'exemple introductif de l'automobiliste où est calculée une vitesse moyenne sur l'intervalle [0, 3] à l'aide de la formule $V_{moy} = \frac{D(3)-D(0)}{3-0}$. Ils précisent ce qui suit :

> Si nous analysons cette formule, nous observons qu'il s'agit du rapport entre la variation de la fonction sur un intervalle et la variation de la variable indépendante sur ce même intervalle. Cela nous donne la variation moyenne de la fonction sur cet intervalle. Nous parlerons donc d'un taux de variation moyen. (p. 143).

Quant à la définition de la dérivée proprement dite, les auteurs réutilisent la même situation de l'automobiliste dans laquelle la tâche consiste à déterminer la vitesse de l'automobile à t = 1 h. En calculant divers taux de variations moyens sur des intervalles de temps de plus en plus petits, cela revient « *à étudier le comportement de la limite d'un taux de variation moyen* [...] *d'une fonction lorsque la distance entre x_1 et x_2 s'approche de zéro. C'est la définition de la dérivée* » (p. 149). Cette définition de la dérivée en un point (taux de variation instantané) est la suivante :

Soit une fonction $f(x)$ et $a \in \operatorname{dom} f$. La dérivée de $f(x)$ en $x = a$, notée $\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=a}$, est donnée par :

$$\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

si cette limite existe.

Cependant, les auteurs présentent d'autres moyens de présenter la dérivée dans ce qui suit :

Il existe d'autres façons d'écrire la dérivée de $f(x)$ en $x = a$. Voici des exemples :

$$\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=a} = \left.\frac{d}{dx}f\right|_{x=a} = f'(a) = f_x'(a)$$

Dans certains ouvrages, nous pouvons également voir $\mathrm{TVI}\big|_{x=a}$ lorsque nous parlons de taux de variation instantané.

Une définition complémentaire qu'ils donnent au sujet de la dérivée est la suivante.

Soit une fonction $f(x)$ et $a \in \operatorname{dom} f$. La dérivée de $f(x)$ en $x = a$, notée $\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=a}$, est donnée par :

$$\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=a} = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

si cette limite existe.

Le taux de variation moyen selon les auteurs correspond à la pente de la droite sécante passant par les points $(a, f(a)) et (a + h, f(a + h))$ que l'on note sur les figures suivantes.

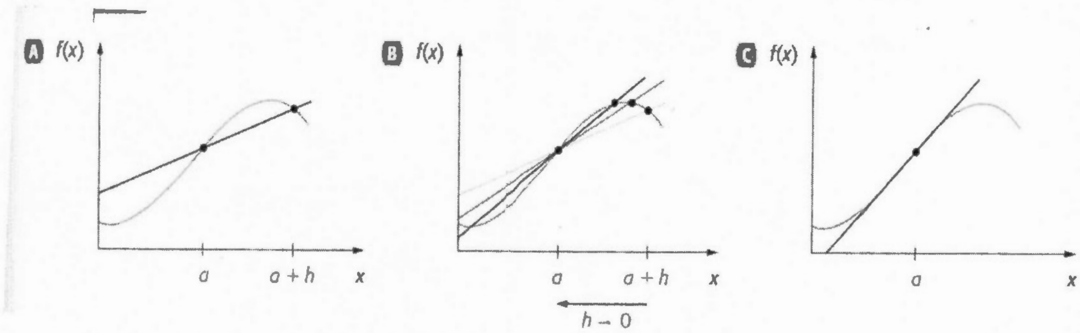


Figure 4.8 Pente de la droite sécante à droite de a.

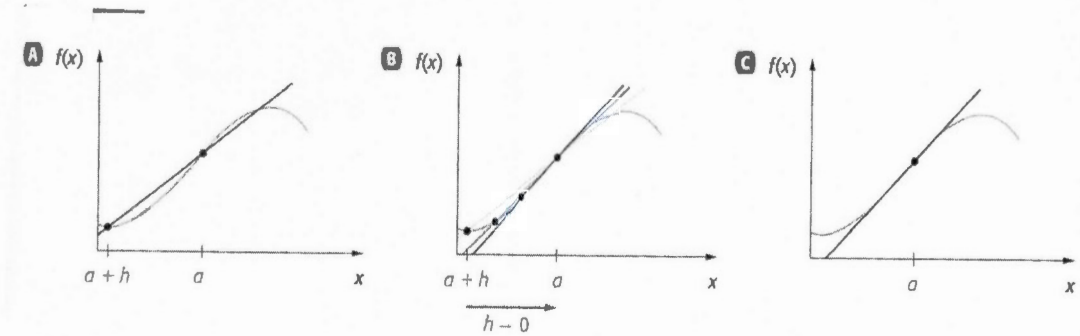
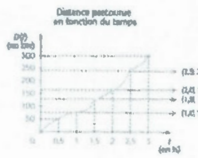
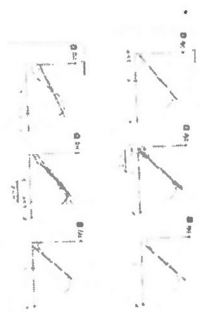


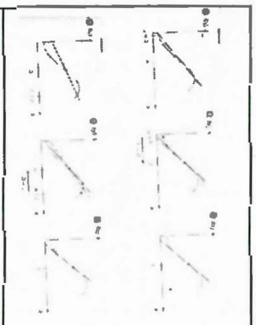
Figure 4.9 Pente de la droite sécante à gauche de a.

L'analyse du point de vue de Duval et de Zandieh est présente dans ce qui suit. Le tableau suivant représente l'analyse de la situation paradigmatique dans Brunel et Désautels (2011).

Tableau 4.6 Grille d'analyse de manuel dans Brunelle et Désautels.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de la situation.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	Le trajet d'une automobiliste empruntant l'autoroute Félix-Leclerc pour se rendre de Hudson à Sainte-Foy.				
Présentation de la situation.	✓			✓ Utilisation des nombres	
Vitesse moyenne	Pour la vitesse moyenne, nous avons divisé la distance parcourue par l'automobiliste selon le temps nécessaire pour parcourir cette distance.		$V_{moy}=\frac{D(3)-D(0)}{3-0}=\frac{300-0}{3}=100km/h$ $V_{moy}=\frac{D(2)-D(1)}{2-1}=\frac{165-75}{1}=90km/h$ $V_{moy}=\frac{D(1,5)-D(1)}{1,5-1}=\frac{130-75}{0,5}=110km/h$		
Sécante					
Vitesse instantanée	En prenant un intervalle de temps de plus en				

	plus petit, nous nous approchons de plus en plus de la véritable vitesse de l'automobile en t=1h. Mathématiquement, elle se traduit par l'expression suivante (RA). C'est ce que nous appelons la dérivée de la fonction D(t) en t=1. C'est une des notions les plus importantes du calcul différentiel.		$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{D(1+\Delta t)-D(1)}{\Delta t}$		
Limite	Nous nous intéressons au taux de variation moyen d'une fonction lorsque la distance entre x_1 et x_2 s'approche de zéro. C'est la définition même de la dérivée.		$\frac{df}{dx}\Big\|_{x=a} = \lim_{b \to a} \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ $\frac{df}{dx}\Big\|_{x=a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ $\frac{df}{dx}\Big\|_{x=a} = \frac{d}{dx}f\Big\|_{x=a} = f'(a) = f_x(a)$		
Tangente	Lorsque $a+h$ est très près de a, nous observons que la droite est devenu une droite				

	tangente. C'est-à-dire qu'elle touche seulement la courbe au point $(a, f(a))$ dans un voisinage de a. Voir (RG)				

La situation est représentée par le registre verbal à travers les mots qui sont d'usage, l'image de l'autoroute, le registre numérique à travers les nombres utilisés et enfin un registre graphique à partir de la représentation schématisée dudit trajet. Pour résoudre la situation, les auteurs utilisent entre autres le concept de vitesse moyenne, de vitesse instantanée, de limite et de tangente. Au niveau de la vitesse moyenne et instantanée, ils utilisent le registre verbal et algébrique, concernant la limite ils utilisent le registre verbal, algébrique et graphique tandis qu'à la tangente, le registre verbal et graphique est utilisé. Cependant, ce que l'on remarque est que, probablement entre la vitesse instantanée et la notion de limite pour l'auteur, on peut penser que c'est une continuation avec la situation, il s'agit plutôt d'une rupture. Les espaces vides observés dans le tableau relèvent d'un déficit de réseaux de registres utilisés pour résoudre cette situation au sens de la théorie de Duval. Le tableau de conversions, transformations et coordinations se trouvent dans le tableau suivant.

Tableau 4.7 Conversions, transformations et coordinations

Brunelle et Désautels.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de la plaque de signalisation indiquant l'autoroute.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	Le trajet d'une automobiliste empruntant l'autoroute Félix-Leclerc pour se rendre de Hudson à Sainte-Foy avec présence de l'image de la plaque de signalisation indiquant l'autoroute. Absence de l'image de l'automobiliste, de la voie empruntée et de son moyen de transport.				
Présentation de la situation.	RV; PS_V	RS et PS_S		RN et PS_N	RG et PS_G
Vitesse moyenne	**RV** (utilisation des mots) PS_V (définition en mots) T_V ↑ entre **RV et** PS_V.		**RA** ($\mathbf{V_{moy}}$) T_A ↑ entre **RA, RN et** PS_A et **RN**		
Sécante					
Vitesse instantanée	PS_V (définition en mots) T_V ↑ entre **RV et** PS_V.		Utilisation du registre algébrique pour présenter la vitesse instantanée.		

Limite	PS_V : pour expliquer le rapport entre le taux de variation et la définition de la dérivée.		Utilisation du registre algébrique (RA) pour décrire la dérivée d'une fonction $f(x)$		**RV** (Titre du graphique) **RG** (le graphique lui-même) **RN** (utilisation des nombres dans le graphique) T_G ↑ et conversions $C_{G \to A}$, $C_{A \to G}$, $C_{V \to A}$ ...→ Coordination entre divers registres: $C_{G \to A}$, $C_{A \to G}$, $C_{V \to A}$ ...→
Tangente	Production d'un registre verbal PS_V pour faire une description du registre graphique (RG) de la notion de tangente.				

Ce tableau montre que les auteurs utilisent moins de traitement à l'intérieur d'un même registre et l'on remarque que le passage d'un registre à l'autre est très abrupt. Cependant, la situation du trajet de l'automobiliste utilisée semble être une situation familière de par sa forme et complexe dans le fond. Qu'en est-il des situations utilisées dans le manuel de Charron et Parent (2013)?

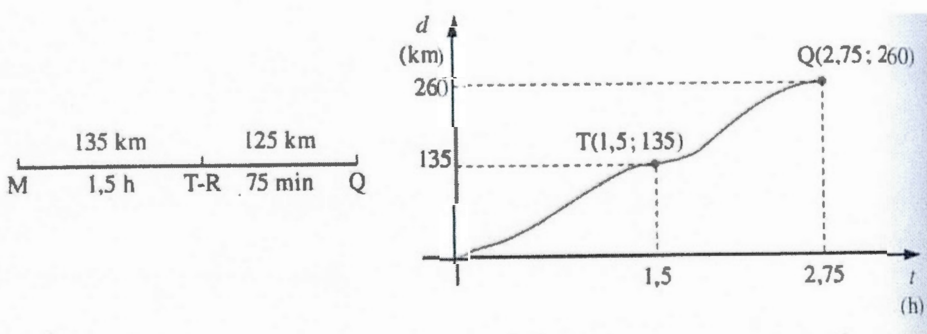
4.4 Analyse des données dans le manuel de Charron et Parent.

Dans le manuel calcul différentiel 7^e^ édition (2013) de Charron et Parent, les auteurs précisent qu'

> une partie importante du calcul différentiel, c'est-à-dire « la notion de dérivée » qui correspond au taux de variation instantanée d'une fonction » se résout et se définit en un point à travers l'utilisation des calculs de limites (p. 129).

Ils présentent la vitesse moyenne et instantanée par le biais du taux de variation moyen et le taux de variation instantanée. Ils utilisent différentes situations liées aux phénomènes physiques tout comme dans d'autres manuels analysés. Contrairement à d'autres manuels, un choix est porté sur trois situations différentes faisant intervenir la notion de vitesse en vue de nous situer dans la perspective de Zandieh d'une part, et de voir si chaque situation aborde à la fois le concept de vitesse moyenne, de sécante, de vitesse instantanée, de limite et de tangente. La première situation physique (p. 130) est la suivante :

> Sophie parcourt la distance de 135 km entre Montréal et Trois-Rivières en 1,5 h et la distance de 125 km entre Trois-Rivières et Québec en 75 minutes.
>
> Illustrons la situation à l'aide des représentations suivantes.



> Calculons les vitesses scalaires moyennes définies par le rapport de la distance d parcoure sur Δt, le temps nécessaire pour parcourir cette distance. (p. 130).

Ils n'utilisent pas la même échelle entre Montréal et Trois-Rivières (unité en heures) et Trois-Rivières et Québec (unité en minutes). Il y a ici un mélange d'unités dans une même figure qui sont équivalentes sur lequel le lecteur doit faire un effort avant de comprendre. Il se pose un conflit cognitif sur les notations du temps au niveau de 1,5h et 2,75h. Il y a une difficulté pour comprendre le schéma et la représentation graphique parce que dans le schéma, il y a un mélange d'unités et d'échelles qui ne correspondent pas. Ce qui traduit un manque de relation directe entre schéma et la représentation graphique et cela est source de conflit.

Pour résoudre ladite situation, ils opèrent comme suit :

i) Entre Montréal et Trois-Rivières.

$$v_{scal} = \frac{d}{\Delta t} \qquad v_{scal[M,\,T\text{-}R]} = \frac{135}{1,5} = 90, \text{ d'où } 90 \text{ km/h.}$$

ii) Entre Trois-Rivières et Québec.

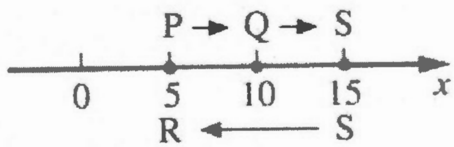
$$v_{scal[T\text{-}R,\,Q]} = \frac{125}{1,25} = 100, \text{ d'où } 100 \text{ km/h.}$$

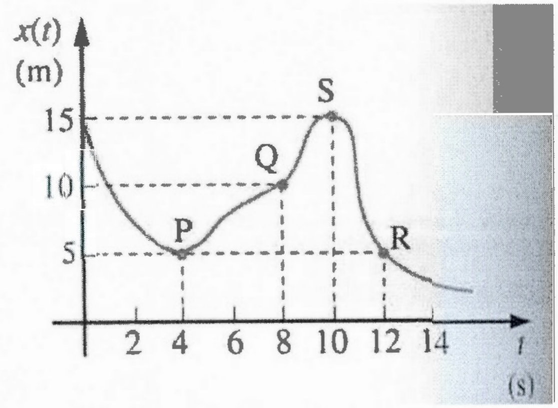
iii) Entre Montréal et Québec.

$$v_{scal[M,\,Q]} = \frac{135+125}{1,5+1,25} = 94,\overline{54}, \text{ d'où } 94,\overline{54} \text{ km/h.}$$

Les registres verbaux, algébriques et numériques sus mentionnées sont les seules utilisés par les auteurs pour résoudre cette situation. Quant à la deuxième situation, elle traite du mouvement d'une particule qui se présente comme suit :

> Une particule se déplace d'une façon rectiligne en passant par les points P, Q, S et R. si la position x en fonction du temps t est donnée par le graphique ci-contre.





Calculons les vitesses moyennes sur les intervalles [4s, 8s], [8s, 12s] et [4s, 12s], en donnant l'interprétation géométrique de chacune et calculons les vitesses scalaires moyennes sur les mêmes intervalles. (p. 132).

Sur ce graphique, t est la variable indépendante tandis que x(t) dépend de t. Cet usage de x n'est pas usuelle. En général, l'on sait que les lettres sont muettes. Par contre, à l'école secondaire, x est utilisé comme variable indépendante. Cette nouvelle rencontre avec x(t) qui n'a plus le statut de variable indépendante pourrait constituer un conflit pour l'étudiant. Le contexte physique de la situation n'est pas explicité et ne donne aucune idée sur ce qui se passe sur le phénomène. L'on doit partir de la représentation graphique et imaginer le phénomène. Il est important d'utiliser des contextes physiques qui promeuvent l'intuition et la compréhension.

La résolution se présente comme suit :

$v_{[t_1, t_2]} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ a) i) $v_{[4\,s,\,8\,s]} = \frac{x(8)-x(4)}{8-4} = \frac{10-5}{8-4} = \frac{5}{4}$, donc 1,25 m/s.

Cette vitesse moyenne correspond à la pente de la sécante à la courbe de la fonction position passant par le point P(4, 5) et le point Q(8, 10).

Le passage entre ces deux expressions de la vitesse peut constituer un conflit chez l'étudiant. La mathématique de point de vue formel est présente tout de suite.

$v_{scal} = \frac{d}{\Delta t}$ ii) $v_{scal[4\,s,\,8\,s]} = \frac{|x(8)-x(4)|}{8-4} = \frac{10-5}{4} = \frac{5}{4}$, donc 1,25 m/s.

b) i) $v_{[8\,s,\ 12\,s]} = \dfrac{x(12)-x(8)}{12-8} = \dfrac{5-10}{4} = \dfrac{-5}{4}$, donc -1,25 m/s.

Cette vitesse moyenne correspond à la pente de la sécante à la courbe de la fonction position passant par le point Q(8, 10) et le point R(12, 5).

ii) $v_{\text{scal}[8\,s,\ 12\,s]} = \dfrac{|x(10)-x(8)|+|x(12)-x(10)|}{12-8}$

$= \dfrac{|5-10|+|5-15|}{4} = \dfrac{5+10}{4} = \dfrac{15}{4}$, donc 3,75 m/s.

c) i) $v_{[4\,s,\ 12\,s]} = \dfrac{x(12)-x(4)}{12-4} = \dfrac{5-5}{8} = 0$, donc 0 m/s.

Cette vitesse moyenne correspond à la pente de la sécante à la courbe de la fonction position passant par le point P(4, 5) et le point R(12, 5).

ii) $v_{\text{scal}[4\,s,\ 12\,s]} = \dfrac{|x(10)-x(4)|+|x(12)-x(10)|}{8}$

$= \dfrac{|15-5|+|5-15|}{8} = \dfrac{10+10}{8} = \dfrac{20}{8}$, donc 2,5 m/s.

Tout comme dans la première situation, seuls les registres verbaux, algébriques et numériques sus mentionnées sont utilisés par les auteurs pour résoudre cette situation. Ils se limitent au concept de vitesse moyenne dans la première situation et ajoutent brièvement le concept de sécante dans la deuxième situation. Quant à la troisième situation, elle porte sur le lancement d'un objet vers le haut qui se formule comme suit : « *la position x, en fonction du temps t, d'un objet lancé verticalement vers le haut, est donnée par* $x(t) = -4{,}9t^3 + 14{,}7t + 22$, *où test en seconde et x, en* *mètres. Calculons les vitesses moyennes suivantes* » (p. 133). L'énoncé de ladite situation s'accompagne du graphique suivant. Mais en ce qui concerne la résolution, elle se réduit à ce qui suit.

$$v_{[0\,s,\,2\,s]} = \frac{x(2) - x(0)}{2 - 0} = \frac{31,8 - 22}{2} = 4,9, \text{ donc } 4,9 \text{ m/s.}$$

$$v_{[1\,s,\,2\,s]} = \frac{x(2) - x(1)}{2 - 1} = \frac{31,8 - 31,8}{1} = 0, \text{ donc } 0 \text{ m/s.}$$

$$v_{[1,5\,s,\,3\,s]} = \frac{x(3) - x(1,5)}{3 - 1,5} = \frac{22 - 33,025}{1,5} = \text{-}7,35, \text{ donc } \text{-}7,35 \text{ m/s.}$$

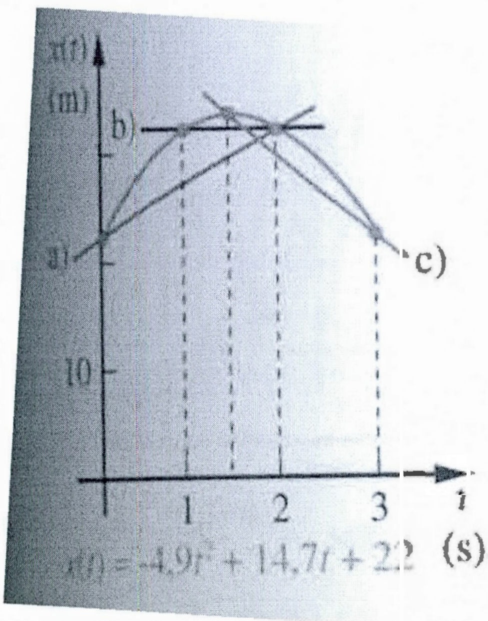


Figure 4.10 Graphique traduisant la courbe représentative de la fonction $x(t) = -4,9t^3 + 14,7t + 22$.

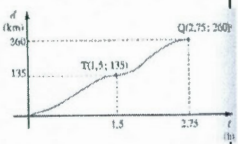
Sources. Charron et Parent (p. 133).

L'on se rend compte que les auteurs se limitent juste au concept de vitesse moyenne et de sécante pour présenter la situation. La notion de vitesse instantanée, de limite et de sécante est absente. Le constat général qui se dégage est que la situation du lancement d'un objet vers le haut se retrouve dans trois des manuels utilisés ainsi que le manuel du projet Harvard.

Le manuel *calcul différentiel* 7e édition (2013) de Charron et Parent met en évidence le concept paradigmatique de Zandieh dans le mesure où la vitesse est une notion clé que les auteurs utilisent pour introduire la dérivée. Cependant, plusieurs situations utilisées pour introduire la dérivée portent davantage sur les mathématiques avec utilisation des fonctions algébriques. Les situations qui font intervenir la notion de vitesse sont ponctuelles, figées et sans passage harmonieux entre les situations. Elles sont toutes isolées. Les tableaux suivants traitent de ces situations.

Tableau 4.8 Grille d'analyse de manuel et de la situation paradigmatique 1 dans Charron et Pierre Parent.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma (RS) de la situation.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	*«Sophie parcourt la distance de 135 km entre Montréal et Trois-Rivières en 1,5 h et la distance de 125 km entre Trois-Rivières et Québec en 75 minutes.*				

Présentation de la situation.	✓			✓ Utilisation des nombres	
Vitesse moyenne			$v_{scal} = \frac{d}{\Delta t}$ Utilisation du RA . $v_{scal[M,\ T\text{-}R]}$ $v_{scal[T\text{-}R,\ Q]}$ $v_{scal[M,\ Q]}$	Calcul de $v_{scal[M,\ T\text{-}R]}$ $v_{scal[T\text{-}R,\ Q]}$ $v_{scal[M,\ Q]}$	
Sécante					
Vitesse instantanée					
Limite					
Tangente					

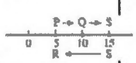
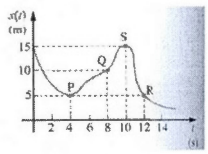
Ce tableau montre une utilisation moindre des représentations pour présenter le concept de vitesse moyenne suivant le cadre théorique de Duval. Les conversions, transformations et coordinations entre ces registres sont consignées dans le tableau suivant.

Tableau 4.9 Conversions, transformations et coordinations de la situation 1 dans Charron et Parent.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de l'échelle.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	Trajet de parcouru par Sophie.				
Présentation de la situation.	RV; PS_V	RS et PS_S		RN et PS_N	RG et PS_G
Vitesse moyenne			**RA** (V_{moy}) T_A ↑ entre **RA, RN et** PS_A et **RN**	Utilisation des nombres pour calculer les vitesses moyennes.	
Sécante					
Vitesse instantanée					
Limite					
Tangente					

La situation concernant le trajet de Sophie se réduit au concept de vitesse moyenne. Il y a une sous utilisation des réseaux de registres pour résoudre cette situation. Dans la suite, les auteurs utilisent une autre situation faisant intervenir la vitesse. Il s'agit cette fois de la vitesse d'une particule en déplacement dont la situation est présentée dans les deux tableaux qui suivent.

Tableau 4.10 Grille d'analyse de manuel et de la situation paradigmatique 2 dans Charron et Parent.

Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de la situation.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	*Une particule qui se déplace d'une façon rectiligne en passant par les points P, Q, S et R.*				
Présentation de la situation.	✓			✓ Utilisation des nombres	
Vitesse moyenne			$v_{[t_i,t_f]} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $v_{scal} = \frac{d}{\Delta t}$	Utilisation du RN pour calculer les vitesses moyennes	
Sécante	RV pour introduire la sécante				

Vitesse instantanée					
Limite					
Tangente					

Tableau 4.11 Conversions, transformations et coordinations de la situation 2 dans Charron et Parent.

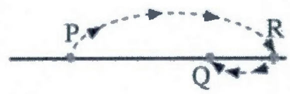
Contenus mathématiques et physiques	Représentation utilisée				
	En Mots (ou verbale) **RV**	Schéma **(RS)** de l'échelle.	Algébrique **RA**	Tableau **RN**	Graphique **RG**
Phénomène utilisée dans la Situation	Trajet de parcouru par Sophie.				
Présentation de la situation.	RV; PS_V	RS et PS_S		RN et PS_N	RG et PS_G
Vitesse moyenne			**RA (V_{moy})** T_A ↑ entre **RA, RN et** PS_A et **RN**	Utilisation des nombres pour calculer les vitesses moyennes.	
Sécante	**RV**				
Vitesse					

instantanée					
Limite					
Tangente					

Ce tableau est presque identique au tableau précédent dans la mesure où les auteurs utilisent les mêmes registres pour présenter la vitesse moyenne. La différence se situe au niveau de l'utilisation du registre verbal pour faire allusion brièvement à la sécante. L'on se demande ce qu'il en est de la suite allant dans le sens d'introduire le concept de dérivée comme dans les autres manuels analysés.

De façon isolée, les auteurs précisent qu'en physique, « *on calcule la vitesse moyenne d'une particule en utilisant le changement de position au lieu de la distance parcourue par celle-ci* » (p. 131). De leur point de vue, c'est à partir des informations sur la position d'une particule que l'on peut la décrire complètement. Cette idée est renchérie par ce qui suit :

Prenons l'exemple d'une particule se déplaçant de façon rectiligne sur l'axe des x, du point P au point Q en passant par le point R.



Appelons x_i sa position au point P à l'instant t_i et x_f, sa position au point Q à l'instant t_f.

C'est entre les deux instants t_i *et* t_f que peut varier la position de la particule. Cependant, le diagramme qui présente son mouvement prend le nom de « *graphique position-temps* » (p. 131) dans l'intervalle de temps $\Delta t = t_f - t_i$ suivant un déplacement $\Delta x = x_f - x_i$. Ils définissent un déplacement en termes de « *variation de position de la particule* » (p. 131). Ce déplacement se représente graphiquement par :

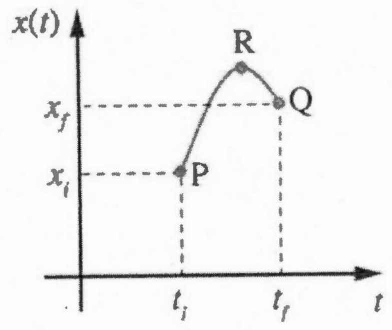


Figure 4.11 Représentation graphique du déplacement d'une particule.

Sources Charon et Parent (p.131).

La définition de la vitesse moyenne d'une particule est définie comme suit (confère p. 131) :

Soit x, la position d'une particule à l'instant t.
La **vitesse moyenne** de cette particule sur un intervalle de temps $[t_i, t_f]$, notée $v_{[t_i, t_f]}$, est définie de la façon suivante :

$$v_{[t_i, t_f]} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}, \text{ c'est-à-dire } v_{[t_i, t_f]} = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Cette vitesse moyenne « *correspond à la pente de la sécante à la courbe de la fonction de la position passant par le point de départ P et le point d'arrivée Q sur le graphique position-temps* » (p. 131).

Elle représente également le taux de variation moyen de la position par rapport au temps et se traduit graphiquement par :

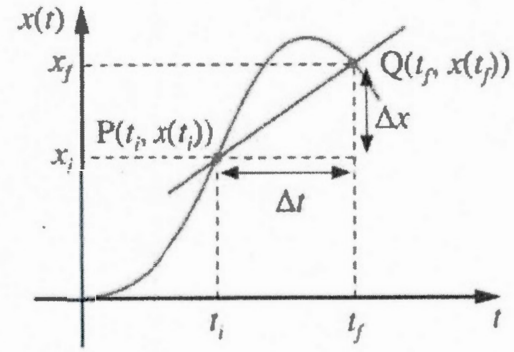


Figure 4.12 Représentation graphique de la vitesse moyenne d'une particule.

Sources Charon et Parent (p.131).

Cette vitesse moyenne ne dépend pas de la façon dont la particule se déplace entre les points P et Q sur l'intervalle de temps $[t_i \; et \; t_f]$. Elle est proportionnelle au déplacement Δx qui dépend seulement des coordonnées initiales et finales de ladite particule. Un exemple est graphiquement traduit par :

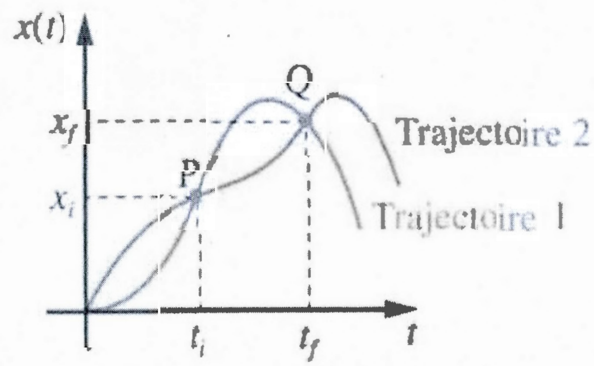


Figure 4.13 Représentation graphique du déplacement de deux particules.

Sources Charon et Parent (p.131).

Le déplacement d'une particule n'est toutefois pas la distance parcourue par cette particule. Ce sont deux notions à ne pas confondre. Cependant, sur un axe, le mouvement rectiligne d'une particule peut être positive, nulle ou négative avec un intervalle de temps toujours positif comme le montre le schéma suivant :

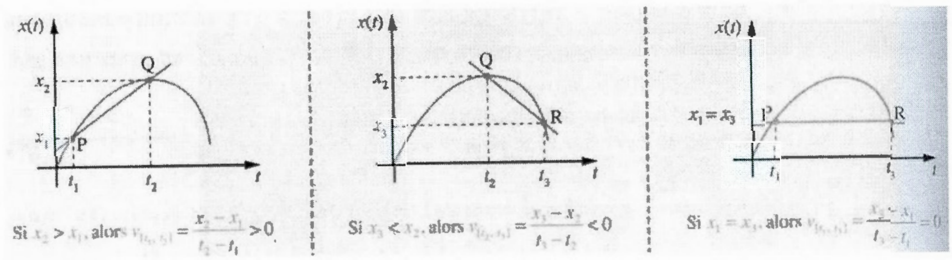


Figure 4.14 Représentation graphique du déplacement rectiligne d'une particule.

Sources Charon et Parent (p.132).

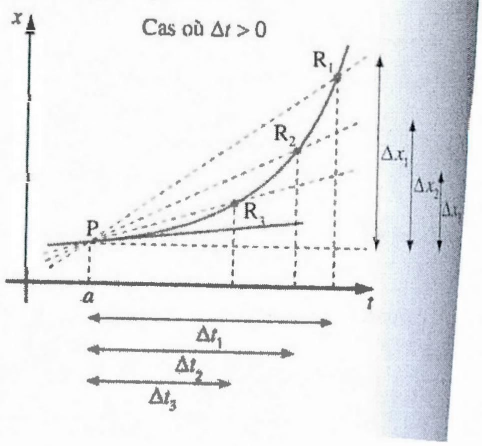
Quant à la vitesse instantanée, les auteurs la définissent de façon isolée comme étant « *la vitesse d'un mobile à un instant quelconque, ou en un certain point d'un diagramme espace-temps* » (p. 146). Ils considèrent et décrivent par exemple le mouvement rectiligne d'une particule entre deux points P et R_i sur le diagramme espace-temps suivant :

diagramme espace-temps de la figure ...

À mesure que les point R_i (R_1, R_2, R_3, ...) se rapprochent du point P, les intervalles de temps Δt_i (Δt_1, Δt_2, Δt_3, ...) deviennent de plus en plus petits.

Lorsque R_i est aussi près que nous le voulons de P, l'intervalle de temps Δt_i tend vers zéro, de sorte que la pente de la sécante passant par R_i et P se rapproche de la pente de la tangente à la courbe au point P, si cette tangente existe.

La pente de la tangente à la courbe au point P représente la vitesse instantanée de la particule à l'instant $t = a$.



Les auteurs précisent que le temps devient de plus en plus petit. Physiquement, l'on se demande ce que cela veut dire. Lorsqu'on regarde un phénomène physique, le temps passe et semble croissant. Si on l'utilise pour parler de la vitesse instantanée, comment expliquer que le temps diminue?

Au-delà du présent questionnement, l'on constate que le diagramme espace-temps proposé par les auteurs permet de montrer la relation entre la pente de la tangente et la vitesse instantanée de la particule en $t = a$. Cette vitesse instantanée est définie comme suit : « *soit* x*, la position d'une particule à l'instant* t*. La vitesse instantanée de cette particule au temps* $t = a$*, notée* $V_{t=a}$*, est donnée par* : $v_{t=a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ *lorsque la limite existe, où* $\Delta x = x(a + \Delta t) - x(a)$ » (p. 146). Ils précisent la remarque suivante :

Puisque $\Delta x = x(a + \Delta t) - x(a)$

$$v_{t=a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(a+\Delta t) - x(a)}{\Delta t}, \text{ c'est-à-dire}$$

$$v_{t=a} = x'(a)$$

Ainsi, la vitesse instantanée au temps $t = a$ est égale à la dérivée de la fonction position au point $(a, x(a))$. Lorsque la pente de la tangente à la courbe espace-temps est positive (voir point P de la figure suivante); négative (voir point R de ladite figure) ou nulle au point Q, la vitesse instantanée est à son tour positive; négative ou nulle. Ils établissent ainsi une corrélation en pente de la tangente à la courbe espace-temps et vitesse instantanée.

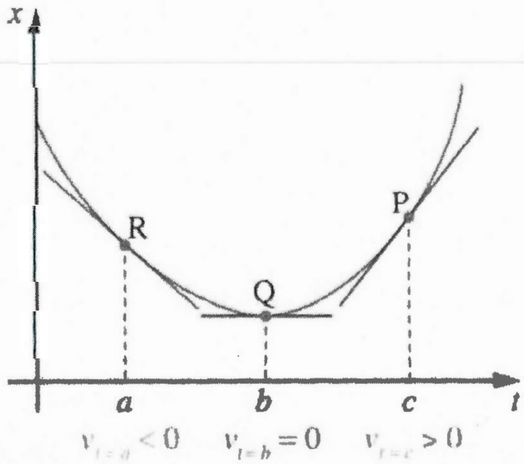


Figure 4.15 Relation entre vitesse instantanée et pente de la tangente à la courbe.

Sources. Charron et Parent (2013).

Au sujet de la dérivée, ils soutiennent (confère page 139) que la dérivée d'une fonction f au point $P(a, f(a))$, notée $f'(a)$, peut être définie par l'expression suivante lorsque la limite existe.

$$f' = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Cette expression peut se mettre sous les formes suivantes :

$$f' = \lim_{\Delta h \to 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

$$f' = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

En posant $f(a + \Delta x) - f(a) = \Delta y$ la dérivée prend la forme suivante (voir page 150 du manuel):

$$f'(x) = \lim_{\Delta h \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Cependant, si $l'on\,pose\; x + h = t$, l'on a $h = t - x$. Puisque $h \to 0$, c'est-à-dire $(t - x) \to 0, avec\; ainsi\; t \to x$, l'on obtient l'expression qui suit :

$$f'(x) = \lim_{x \to a} \frac{f(t) - f(x)}{t - x}$$

Les auteurs changent de contexte à partir de maintenant. L'on remarque que x est la variable indépendante tandis que plus haut, c'était une variable dépendante x(t).

Au regard de ce qui précède, l'on constate que la vitesse moyenne est liée à des situations diverses que les auteurs utilisent. Cependant, en ce qui concerne le concept de sécante, vitesse instantanée, tangente et de limite, les auteurs introduisent ces notions de façon isolée. Elles se présentent comme des îlots isolés n'ayant toutefois pas de liaison entre elles. Contrairement aux autres manuels qui utilisent les situations pour introduire le concept de dérivée, Charon et Parent semblent toutefois prioriser les procédures algorithmiques.

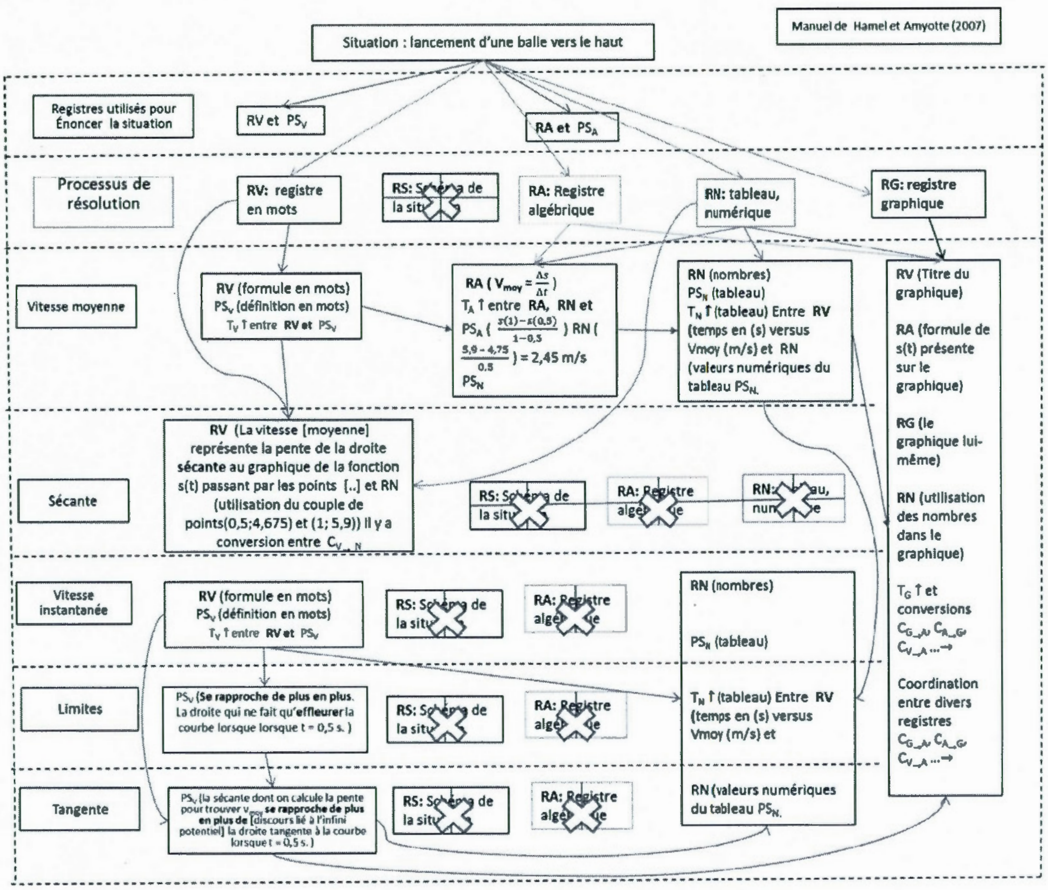
Suite à l'analyse de ces manuels, il ressort qu'au regard du cadre théorie de Duval et du concept paradigmatique de Zandieh, la promotion d'un réseau d'articulation entre représentations varie d'un manuel à un autre. Dans la partie suivante, le travail consiste à résumer sur une planche la visualisation qui promeut un réseau d'articulation entre représentations dans chaque manuel analysé.

4.5 Tableaux de visualisation qui promeuvent un réseau d'articulation entre représentations dans les manuels analysés.

Cette partie ressort les aspects visuels résumant chaque manuel analysé.

4.5.1 Visualisation qui promeut un réseau d'articulation entre représentations dans le manuel Hamel et Amyotte.

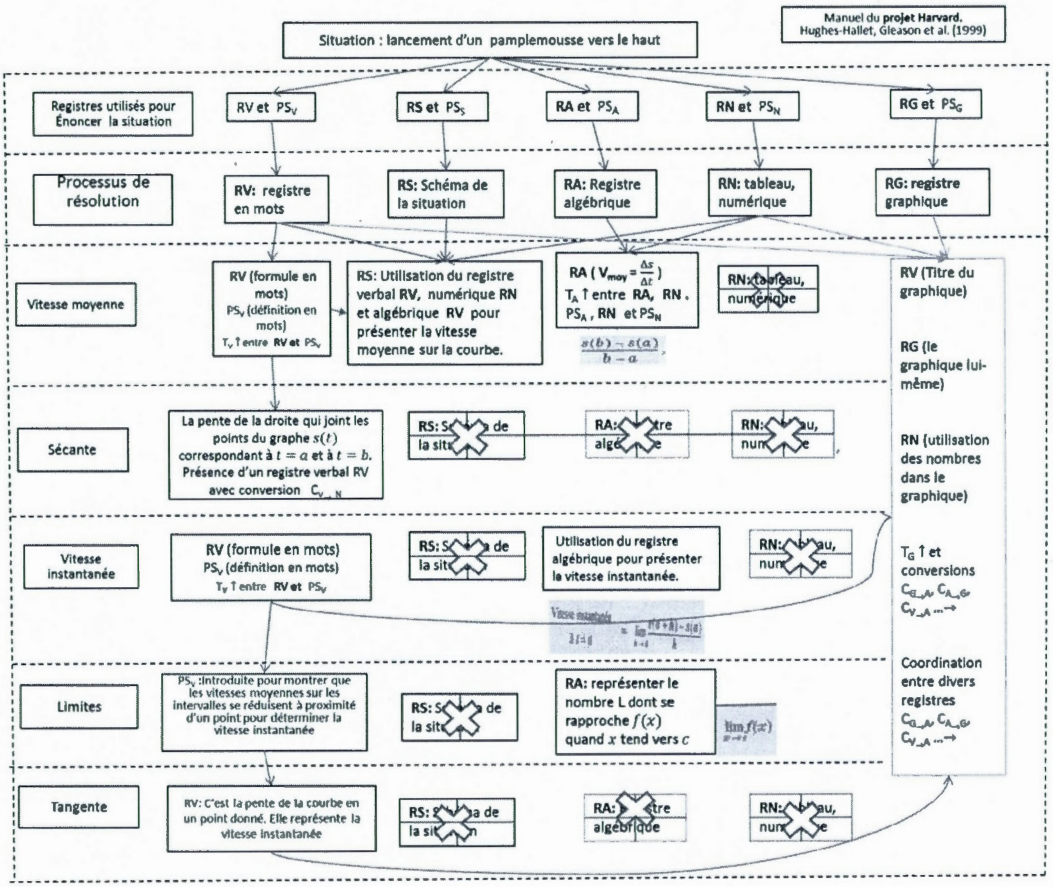
Tableau 4.12 Visualisation du réseau d'articulation entre représentations dans le manuel Hamel et Amyotte



Malgré l'utilisation de deux registres (RV-RA) pour énoncer la situation d'une balle vers le haut, les auteurs utilisent quatre registres (RV-RA-RN-RG) pour la résoudre. Les registres (RS-RA) sont absents dans la présentation du concept de sécante, de vitesse instantanée, de limite et de tangente. Ils utilisent les registres (RV-RA-RN-RG) pour présenter le concept de vitesse moyenne et (RV-RN-RG) pour présenter ces concepts de vitesse instantanée, de limite et de tangente. Il semble cependant ne pas avoir de lien direct entre le concept de sécante et de vitesse instantanée. On pourrait penser qu'en ajoutant une image illustrant le trajet du lancement de la balle, cela pourrait apporter un plus value dans la compréhension du phénomène chez les étudiants. L'on remarque que les auteurs utilisent un vaste réseau d'articulations entre représentations, les traitements à l'intérieur d'une même représentation, la conversion entre diverses représentations pour présenter la situation. Contrairement aux deux registres utilisés pour présenter la situation dans Hamel et Amyotte, le manuel projet Harvard utilisent cinq registres (RV-RS-RA-RN-RG) pour présenter la situation du lancement d'un pamplemousse vers le haut et la visualisation du traitement se présente dans le tableau suivant.

4.5.2 Visualisation qui promeut un réseau d'articulation entre représentations dans le manuel projet Harvard.

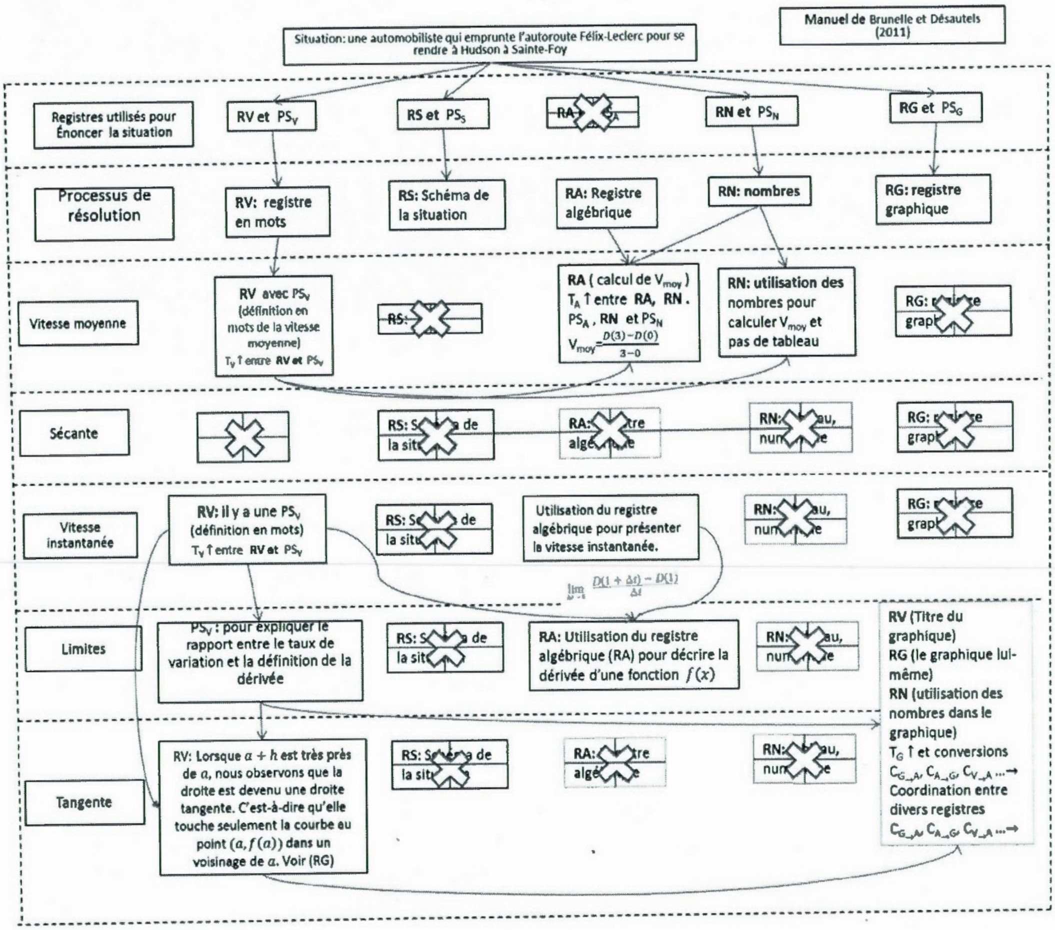
Tableau 4.13 Visualisation du réseau d'articulation entre représentations dans le manuel projet Harvard



L'on remarque que dans le manuel projet Harvard de Hughes-Hallet, Gleason et al. (1999), il y a également un vaste réseau d'articulation entre représentations avec la spécificité que cela semble être moins par rapport à Hamel et Amyotte. Qu'en est-il de la situation dans Brunelle et Désautels (2011) ?

4.5.3 Visualisation qui promeut un réseau d'articulation entre représentations dans Brunelle et Désautels

Tableau 4.14 Visualisation du réseau d'articulation entre représentations dans le manuel Brunelle et Désautels.

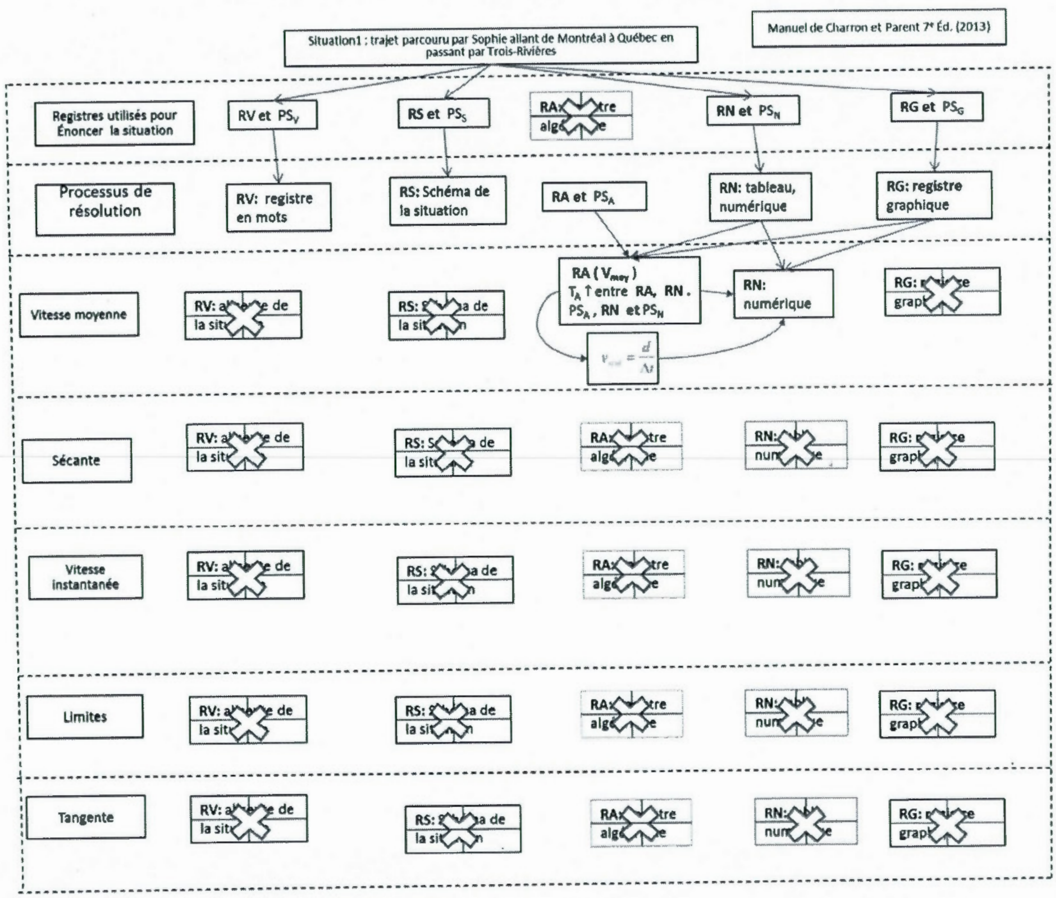


Brunel et Désautels utilisent plus de registres (RV-RS-RN-RG) qu'Hamel et Amyotte (RV-RA) pour présenter leur phénomène (celui de l'automobiliste qui emprunte l'autoroute Félix-Leclerc pour se rendre à Hudson à Sainte-Foy). Les deux manuels n'utilisent pas le registre schéma (RS) dans la résolution de leur situation respective. Brunel et Désautels ne font pas allusion au concept de sécante dans la résolution de la situation, ce qui est élément de moins par rapport à Hamel et Amyotte. Ils ont aussi un réseau d'articulation entre représentations moindre que dans Hamel et Amyotte, mais plus que dans le manuel de Charron et Parent 7^{e} édition que l'on présente dans le paragraphe suivant. Ainsi, à la lecture de ce tableau, l'on a cette impression que le concept de vitesse moyenne est isolé du concept de vitesse instantanée, de limite et de tangente. On a comme deux blocs séparés et isolés par l'intermédiaire d'un pont virtuel illustrant le concept de sécante lui-même absent. Ces auteurs pourraient par exemple augmenter le réseau d'articulation entre représentations afin de faciliter davantage la compréhension du concept de dérivée chez les étudiants. Ce constat d'îlots isolés est encore plus marqué chez Charron et Parent.

4.5.4 Visualisions qui promeut un réseau d'articulation entre représentations dans Charron et Parent

4.5.4.1 Situation 1

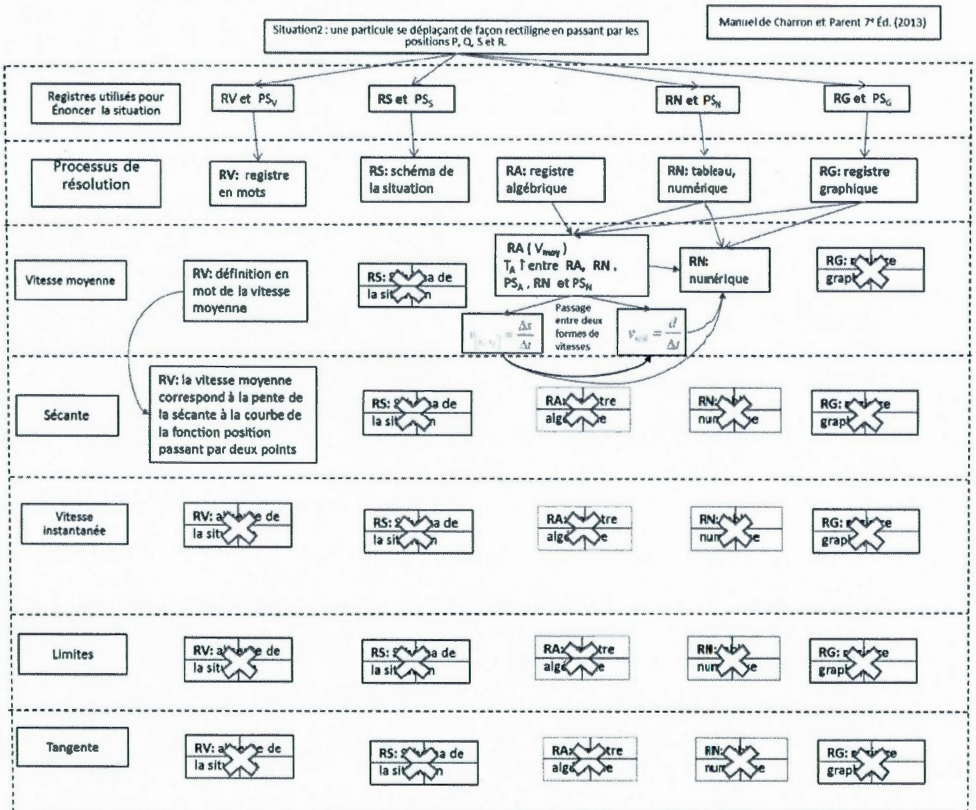
Tableau 4.15 Visualisation du réseau d'articulation entre représentations de la situation 1.



Même s'ils utilisent quatre registres (RV-RS-RN-RG) pour présenter la première situation, sa résolution se limite à la vitesse moyenne dans laquelle est utilisée le registre (RA-RN) uniquement. Il y a une infime utilisation du réseau d'articulation entre représentations dans cette situation 1. Dans la seconde situation présente dans le tableau 24 suivant, c'est le presque le même constat qui se dégage. Cette fois, l'on observe que contrairement à la situation 1, les auteurs intègrent le registre verbal à travers la définition en mots de la vitesse moyenne tout en faisant un lien avec le concept de sécante. La présentation du concept de sécante se réduit au registre verbal. Le passage entre les deux formes de vitesses peut également poser un conflit chez les étudiants. Ce que l'on tire de cette situation, c'est l'utilisation presque très réduite à néant d'un réseau d'articulation entre représentations du point de vue de Duval.

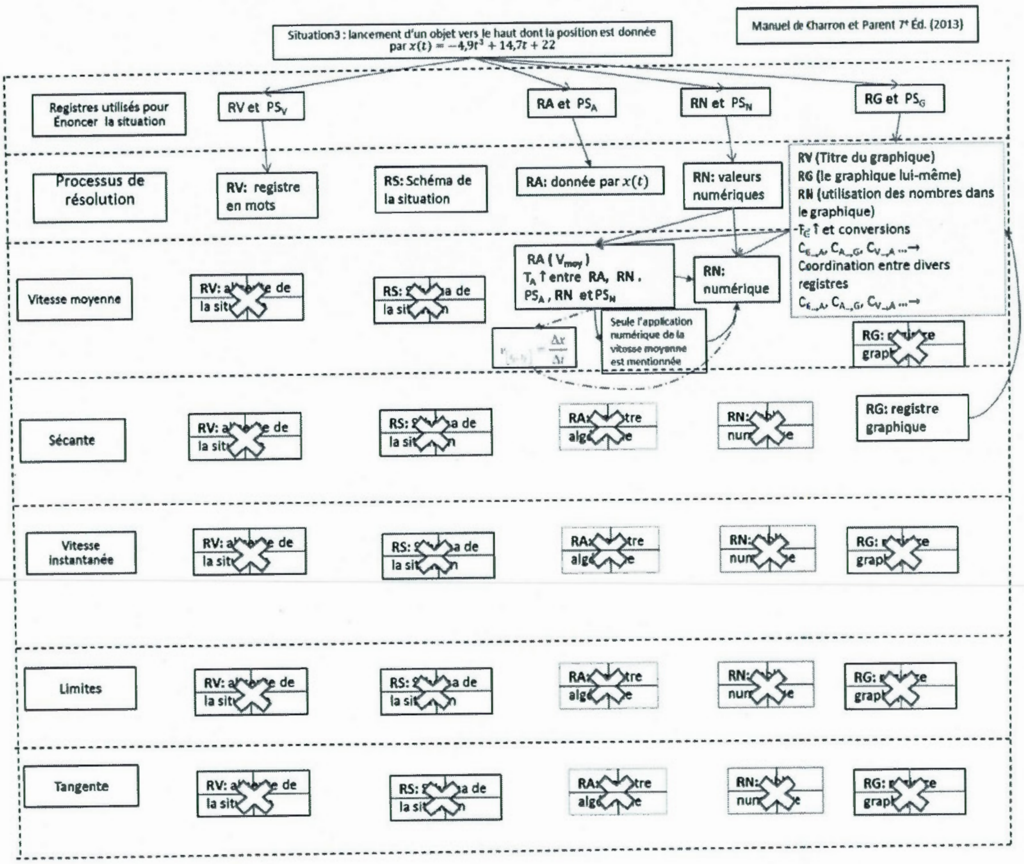
4.5.4.2 Situation 2

Tableau 4.16 Visualisation du réseau d'articulation entre représentations de la situation 2.



4.5.4.3 Situation 3

Tableau 4.17 Visualisation du réseau d'articulation entre représentations de la situation 3.



La situation 3 se réduit aussi au concept de vitesse moyenne comme la première, mais les auteurs utilisent trois registres (RA-RN-RG) pour présenter ledit concept. L'on note aussi une infime utilisation d'un réseau d'articulations entre représentations. Les concepts de vitesse instantanée, de limite et de tangente ne sont pas abordés dans ces trois situations. Le concept de sécante est partiellement abordé dans la situation 2. Toutes ces notions sont certes abordées de façon isolées dans ce manuel et une grande priorité est accordée au formalisme mathématique. L'on constate en général que du point de vue de Duval, il y a une très faible utilisation d'un réseau d'articulation entre représentations dans le manuel de Charron et Parent. Le point commun entre tous ces manuels est qu'ils font usage du concept paradigmatique de Zandieh, c'est-à-dire l'utilisation de la notion de vitesse pour introduire la dérivée.

4.6 Conclusion.

Au regard du cadre théorique de Duval et du concept paradigmatique de Zandieh, ce qui ressort de ces manuels est que la promotion d'un réseau d'articulation entre représentations varie d'un manuel à un autre. Cependant, bien que les phénomènes utilisés (lancée de la balle vers le haut, lancé d'un pamplemousse vers le haut, déplacement d'une automobiliste sur la route, le trajet parcouru par Sophie ou le déplacement d'une particule) soient différents d'un manuel à un autre, l'on constate que la vitesse est le concept clé sur lequel les auteurs semblent se fonder pour introduire la dérivée. La vitesse est alors vue comme une situation paradigmatique au sens de Zandieh. C'est une conception qui semble être communément partagée par ces auteurs. À la lumière des différents tableaux réalisés, si l'on utilise le manuel de Charon et Parent par exemple, il serait important d'établir des ponts entre différents concepts liés à la dérivée. En utilisant le manuel de Hamel et Amyotte par exemple, il me semble important que les auteurs puissent associer un schéma pour appuyer la présentation de la situation.

[Cette page a été laissée intentionnellement blanche]

CHAPITRE V

CONCLUSION

Cette recherche porte sur l'analyse des manuels de calcul différentiel les plus utilisés présentement au Québec. L'attention porte sur la façon dont les auteurs introduisent le concept de dérivée. L'on s'intéresse à savoir quelles sont les situations que les auteurs utilisent pour présenter cette notion. Précisément, le questionnement qui intéresse cette recherche est de savoir : quels sont les types de situations utilisées par les auteurs dans les manuels scolaires de calcul différentiel au cégep pour introduire la dérivée? La question principale qui émerge du questionnement précédent dont le présent travail tente de répondre est la suivante : quelles sont les situations paradigmatiques utilisées par les auteurs dans les manuels scolaires au collégial pour introduire le concept de dérivée? Pour situer le problème de recherche, une perspective théorique basée sur la théorie de représentation sémiotique de Duval et le concept paradigmatique de Zandieh a été développée dans les premiers chapitres.

Un des objectifs de cette recherche est aussi de faire ressortir l'idée fondamentale qui anime ces auteurs pour introduire le concept de dérivée. Une analyse de ces manuels montre que les situations utilisées par les différents auteurs diffèrent d'un manuel à l'autre. L'on a par exemple le lancement d'une balle vers le haut chez Hamel et Amyotte, le lancement d'un pamplemousse vers le haut dans projet Harvard, la voiture qui se déplace sur l'autoroute dans Brunelle et Désautels et le trajet d'une particule dans Charron et Parent. Le point commun qui ressort dans tous ces manuels est que la vitesse est l'objet fondamental qu'utilisent les auteurs pour introduire la dérivée. Du point de vue de Zandieh, l'on constate que la vitesse est la situation paradigmatique que ces auteurs utilisent pour introduire la dérivée. Sur cet aspect, cette recherche s'inscrit dans le concept paradigmatique de Zandieh. Dans la suite de cette conclusion, l'on va cependant préciser dans ce qui suit, les représentations qui sont d'usage dans ces manuels.

5.1 Les représentations qui sont d'usage dans ces manuels

Une revue de la littérature montre que tous les auteurs des manuels choisis utilisent divers registres à travers différentes situations pour présenter le concept de dérivée. Sous un angle théorique portant sur la théorie de représentation sémiotique de Duval, les auteur de ces manuels, mettent en évidence l'utilisation des registres verbaux R_V, algébriques R_A, graphiques R_G, numériques (ou tableaux) R_N et schématiques R_S, ainsi que l'articulation entre ces divers registres. L'on remarque toutefois que dans ces manuels, il y a entre autres et selon la théorie de Duval une reconnaissance des éléments d'un registre sémiotique (R_V, R_A, R_G, R_N, R_S $\rightarrow$), des transformations internes à l'intérieur d'un même registre sémiotique ($T_V\uparrow$, $T_A\uparrow$, $T_G\uparrow$, $T_N\uparrow$, $T_S\uparrow \rightarrow$), des conversions ou transformations externes de représentations entre deux registres sémiotiques différents ($C_{G\rightarrow A}$, $C_{A\rightarrow G}$, $C_{V\rightarrow A}$ ...$\rightarrow$), des coordinations de représentations entre différents registres sémiotiques ($C_{G\leftrightarrow A}$, $C_{A\leftrightarrow G}$, $C_{V\leftrightarrow G}$ ...$\rightarrow$) et la production de représentations dans la résolution d'un problème (PS_V, PS_A, PS_G, PS_N, PS_S $\rightarrow$).

Ce qui ressort cependant d'un manuel à l'autre (voir conclusions du chapitre 4) est que la promotion d'un réseau d'articulation entre représentations varie. Ce réseau, comme nous l'avons montré au chapitre 4, semble plus dense dans le manuel de Hamel et Amyotte, dans celui de Brunelle et Désautels que dans le manuel de Charron et Parent. Le manuel de Brunelle et Désautels semble prioriser une approche intuitive tandis que Charron et Parent semble plutôt promouvoir l'approche algorithmique. L'on se rend compte que le réseau d'articulation entre représentations dans Hamel et Amyotte semble très proche de celui du projet Harvard. L'on observe dans ces manuels des traitements à l'intérieur d'un même registre, une grande coordination entre registre algébrique et verbal. Cependant, l'idée de pointage tel que décrit par Duval est très priorisé dans tous ces manuels. Par contre, la variable visuelle pertinente et significative qui consiste à faire varier un graphique ou une partie d'un graphique pour voir son influence sur son expression algébrique est absente dans tous ces manuels. Comme tous ces auteurs ont pour objectif général de faciliter l'apprentissage du concept de dérivée aux utilisateurs, l'on constate que le paradigme qui semble les animer est la vitesse.

5.2 Les limites de la présente recherche et son prolongement.

Somme toute, étant donné les séries de réseaux et de représentations, l'on constate qu'il y a plus de réseaux entre représentations dans Hamel et Amyotte, Projet Harvard, Brunelle et Désautels que dans Charon et Parent. Du point de vue de Duval, il y a une promotion pour construire chez l'étudiant une articulation entre les différentes représentations liées au concept de dérivée. Tous parlent de la vitesse comme situation paradigmatique. Charon et Parent présentent une approche plus formelle aux notions de calcul différentiel que les autres. Hamel et Amyotte, Projet Harvard et Brunelle et Désautels ont une tendance à équilibrer l'utilisation des différentes représentions ne donnant pas exclusivement une priorité à la représentation algébrique dans un contexte où la vitesse est un élément essentiel pour l'introduction de la dérivée. .

Le fait de travailler dans le manuel suppose avoir affaire aux représentations statiques (institutionnelles) et non fonctionnelles. Ainsi, au sujet de l'introduction de la dérivée, l'on ne peut donc savoir quelle est la portée de la promotion d'un réseau d'articulation entre représentations que présente chaque manuel sur l'apprentissage de ce concept par les étudiants. Une autre limite de ce travail vient du fait que l'on ne pouvait regarder toutes les autres situations que les auteurs utilisent pour introduire la dérivée. Dans une optique de prolongement, une analyse des conceptions des étudiants sur ces manuels ainsi que leur utilisation de ces documents pourrait permettre d'avoir une idée sur la portée de ce réseau d'articulation sur leur apprentissage. Cela permettrait de voir et de savoir comment ils font usage de ces représentations dans l'apprentissage du calcul. Leur point de vue permettrait de faire ressortir les points forts dans chacun des manuels ainsi que ceux à améliorer. Ce travail peut aussi permettre de structurer certaines situations physiques pour développer les concepts mathématiques. Aussi, une prise en compte des conceptions des étudiants permet à ces auteurs d'améliorer les prochains ouvrages de calcul différentiel. Le manuel doit jouer un rôle médiateur entre la recherche, les programmes proposés par le ministère de l'éducation, l'enseignant et l'élève.

BIBLIOGRAPHIE

Arditi, S. (2012). «Manuels scolaires et pratiques des enseignants : des problèmes complexes». Dans *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Paris : IREM de Paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques, pp. 9-29.

Atlan, H. (1999). La fin du « tout génétique » ? Vers de nouveaux paradigmes en biologie. Paris : Éditions de l'INRA (91 pages).

Boulay, H. (2012, mai). Conseillère pédagogique. Cégep Maisonneuve. http://www.cegep-lanaudiere.qc.ca/college-terrebonne/cest-quoi-la-diff%C3%A9rence-entre-le-secondaire-et-le-c%C3%A9gep

Brian, J. & Peltier, M.-L. (2010). «Le manuel scolaire carrefour de tensions mais aussi privilégié de vulgarisation des recherches en didactique des mathématiques» dans *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Paris : IREM de Paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques, 12 p.

Bruillard, É. (2005). Les manuels scolaires questionnés par la recherche in Bruillard Éric (dir.). *Manuels scolaires, regards croisés*. CRDP de Basse-Normandie, Documents, actes de rapport sur l'éducation, Caean, pp. 13-36.

Bruillard, É. Et Baron, G.-L. (1998). Vers des manuels électroniques ? Résultats d'une étude en mathématiques en classe de sixième. Dans *Sciences et Techniques Educatives. Vol. 5, n° 4*, pp. 343-370.

Brun, J. (1994). Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. *In* M. Artigue, R. Grass, C. Laborde et P. Tavignot (dir.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (p. 67-83). Grenoble: La Pensée sauvage.

Brunelle, E. et Désautels, M.-A. (2011). *Calcul différentiel*, les éditions CEC inc., Québec.

Bureau d'approbation du matériel didactique. (2004). Les ensembles didactiques et les critères d'évaluation. Enseignement primaire et secondaire. *Critères_evaluation12-8049.pdf.* Ministère de l'Éducation du Québec. Consulté le 05-12-2013. Gouvernement du Québec. 9 pages.

Charron, G. et Parent, P. (2013). Calcul différentiel, 7e éd. Chenelière éducation. Montréal (Québec), 514 P.

Chevallard, Y. (1971-2010) : consulter : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/cours PLC1 1994 : «les savoirs enseignés et leurs formes scolaires de transmission : un point de vue didactique».

Corriveau, C. (2007, décembre). *Arrimage secondaire-collégial. Démonstration et formalisme*, Mémoire de la maîtrise en didactique des mathématiques. UQÀM, 223 pages.

Corriveau, C. (2010, avril). Chronique didactique. La transition secondaire-collégial en mathématiques : bilan et perspectives. *Formation et profession.* UQÀM. (pp. 47 – 49). Québec.

D'Amore, B. (1999b). *Elementi di Didattica della Matematica.* Bologna, Pitagora.

D'Amore, B. (2001). Conceptualisation, registre de représentations sémiotiques et noétique : interactions constructivistes dans l'apprentissage des concepts mathématiques et hypothèse sur quelques facteurs inhibant la dévolution. *Scientia Paedagogica Experimentalis.* Gent, Belgio. XXXVIII, 2, 143-168.

D'Amore, B. (2001). Conceptualisation, registres de représentations sémiotiques et noétique: interactions constructivistes dans l'apprentissage des concepts mathématiques et hypothèse sur quelques facteurs inhibant la dévolution. *Scientia Paedagogica Experimentalis.* Gent, Belgio. XXXVIII, 2, 143-168.

D'Avial, C. (2001). Le manuel scolaire brésilien : allié ou vilain dans la classe. Dans *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites.* Sherbrooke : Éditions du CRP, pp. 115-143.

Denis, M. (1989). *Image et cognition,* Presses Universitaires de France, France, 284 pages.

Drolet, D. (2012, octobre). *Évaluation du niveau de compréhension des étudiants issus du renouveau pédagogique à l'égard du concept de fonction,* Mémoire de la maîtrise en mathématiques, UQÀM, 167 pages.

Dufour, S. (2011, avril). *L'utilisation des représentations par deux enseignantes du collégial pour l'introduction de la dérivée*. Mémoire de la maîtrise en didactique des mathématiques. UQÀM, 232 pages.

Duval, R. & Lang, P. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registre sémiotiques et apprentissages intellectuel*, Berne, 395 pages

Duval, R. (1988). Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *1*, 235-253.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*, 37-65.

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissage intellectuels. Berne: Peter Lang.

Duval, R. (2002). Proof understanding in mathematics: What ways for students? *In* F.L. Lin (dir.), *International conference on mathematics – «Understanding proving and proving to understand»* (p. 61-77). Taipei : NSC/NTNU.

Duval, R. (2007). La conversion des représentations : un des deux processus fondamentaux de la pensée. Jacques Baillé (Éd.), *Du mot au concept. Conversion* (pp. 9-45). Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble, 286 pages.

Gamo, S. (2001). *Résolution de problèmes*. Cycle 3, Bordas.

Gérard, F.-M. (2010, Janvier). Le manuel scolaire, outil efficace, mais décrié. *Éducation et Formation*, e-292.

Gouvernement du Québec. (2010, Août). MELS, Programme d'études préuniversitaires 200.BO. Sciences de la nature. Québec. 108 pages.

Gouvernement du Québec. MELS (2014). *Matériel didactique approuvé pour l'éducation préscolaire et l'enseignement primaire. Ensembles didactiques 2013-2014. Programme de formation de l'école québécoise. Bureau d'approbation du matériel didactique, Direction des ressources didactiques*. Québec. 49 p.

Gouvernement du Québec. MELS. *Programme de formation de l'école québécoise*. Chapitre 6. Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie. 144 P.

Hamel, J. et Amyotte, L. (2007). *Calcul Différentiel*, (É.R.P.I) Éd. Du renouveau pédagogique Inc., Canada, 449 pages.

Hardy, N. (2009). *Students' models of the knowledge to be learned about limits in college level calculus courses. The influence of routine tasks and the role played by institutional norms*. These de doctorat. Université Concordia. Lien de lecture: www.nadiahardy.com/NHARDY_PHDTHESIS.pdf

Hardy, N. (2010). Discours didactique et discours mathématiques en manuels de calcul différentiel et intégral. *ARDM Calendrier des communications orales*. Lien *www.ardm.asso.fr/ee16/docs/communications-orales.pdf*

Hardy, N. et Sierpinska, A. (2001). Mathematical organization of some french and english algebra textbooks used in remedial courses in colleges and universities in north america. *Actes du colloque sur la formation à la recherche en Didactique des mathématiques*, UQÀM. Montréal, pp. 174-180. Lien :

Hitt, F. (1994). Teachers' difficulties with the construction of continuous and discontinuous functions. *Focus on learning problems in mathematics*. Vol. 6, pp. 7-26.

Hitt, F. (1998a). systèmes sémiotiques de représentation liés au concept de fonction. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM-Strasbourg*. Vol. 6, pp. 7-26.

Hitt, F. (1998b). Difficulties in articulation of different representation linked to the concept of function. *Journal of Mathematical Behavior*. Vol. 17 (1), pp. 123-134.

Hitt, F. (1998c). the role of the semiotic representations in the learning of mathematics. *British society for Research into Learning Mathematics*. Universitiy of Nottingham.Vol. 18 (3), pp. 23-28.

Hitt, F. (2002). Introduction. History of the working Group: Representations and mathematics visualization (1998-2002). *Representations and mathematics visualization*, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, working group on representations and mathematics visualization (1998-2002), Cinvestav-IPN, North Calorina, 398 pages.

Hitt, F. (2003). Le caractère fonctionnel des représentations. *Annales de Didactique et de sciences cognitives*. Strasbourg. Vol. 8, pp. 255-271.

Hitt, F. (2006). Studens' functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An exemple: The concept of limit. *Annales de Didactique et de sciences cognitives. IREM de Strasbourg*. Vol. 11, pp. 251-267.

Hitt, F., Guzmán, J. et Paéz, R. (2001). Que signifie être compétent dans une théorie des représentations des concepts mathématiques. *Actes du Colloque Annuel du Groupe des Didacticiens des Mathématiques du Québec.* Montréal, Canada, p. 173-187.

http://www.er.uqam.ca/nobel/r21245/Pre-Actes.pdf

Hughes-Hallet, D., Gleason, M., A. et al. (1999). Projet Harvard, *fonctions d'une variable*, chenelière éducation, Québec.

Janvier, C. (1983). Représentation et compréhension. Un exemple : le concept de fonction. *Bulletin AMQ*, octobre 1983, pp. 22-28.

Janvier, C. (1987). *Problem of representation in the teaching and learning of mathematics.* London, Lawrence Erlbaum Associates.

Jonnaert, Ph. (2009, novembre). *Élaborer et évaluer des manuels scolaires.* Document de travail. Atelier OIF, Ndjamena, p. 30

Kim Lien, D. (2003, février). *L'exploration du dialogue de bohm comme approche d'apprentissage : une recherche collaborative.* Thèse de Doctorat. Université Laval. Faculté des sciences de l'éducation, Québec, 501 pages.

Kuhn, T.-S. (1972). *La structure des révolutions scientifiques.* Paris : Flammarion.

Lajoie C. (2002, octobre). *Difficultés reliées à l'apprentissage des concepts élémentaires de la théorie des groupes chez les étudiants et étudiantes universitaires.* Thèse de doctorat. Université Laval. Ste-Foy.

Lebrun, M. (2006). *Le manuel scolaire. Un outil à multiples facettes.* Québec : Presses de l'université du Québec.

Lemoyne, G., René de Cotret, S. et Coulange, L. (2002). La dynamique du couple représentation-interprétation dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. *Année des sciences de l'éducation,* 151-179.

Lessard, G. (2010) Thèse. *Acculturation institutionnelle du chercheur, de l'enseignant et des élèves de 1re secondaire présentant des difficultés d'apprentissage dans la conception et la gestion de situations-problèmes impliquant des nombres rationnels.* Université de Montréal. 617p.

Meirieu, P. (1987). Guide méthodologique pour l'élaboration d'une situation problème. Dans *Apprendre... oui, mais comment,* ESF, Paris, pp. 165-180.

Meirieu, P. (1988). Guide méthodologique pour l'élaboration d'une situation-problème. Dans *Cahier pédagogique* n° 263.

Meirieu, P. (1990) *L'école, mode d'emploi. Des méthodes actives à la pédagogie différenciée*, Paris, Ed. ESF, 5e éd.

Mortagne, A. (2006). *La pédagogie par situation-problème. Modélisation d'une démarche*. Mémoire en formation musicale. CEFEDEM Rhône-Alpes. Promotion 2004/2006. 05 p.

Odierna, M. (2004, février). *Étude de l'enseignement et de l'apprentissage des formes indéterminées*, Mémoire de la Maîtrise en sciences de l'éducation. Option didactique. Faculté des sciences de l'éducation. Université de Montréal. 202 pages.

Perkins, D. et Simmons, R. (1988). Patterns of misunderstanding: An integrative model for science, math and programming. *Review of Educational Research, 58*, 303-326.

Proulx, J. (2013). *De la didactique des mathématiques au Québec, entretien avec ses bâtisseurs*, P.U.Q., Canada, 251 pages.

Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. Dans Y. Lenoir, G. Roy, B. Rey, & J. Lebrun, *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites*. Sherbrooke: Editions du CRP.

Richard, J.F. (1998). *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions*. (3e éd.). Paris: Armand Colin.

Robert, A. et Boschet, F. (1984). L'acquisition des débuts de l'analyse sur **R** dans un section ordinaire de DEUG première année, *Cahier de didactique des mathématiques 18–1*, IREM, Paris VII.

Selden 1., Mason, A. et Selden, A. (1989). Can average calculus students solve nonroutine problems? *Journal of Mathematical Behavior*. 8 (1989) 45-50.

Selden, A., Selden, J., Hauk, S. et Mason, A. (1999). Do calculus students eventually learn to solve non-routine problems ? *Tennessee technological university. Technical report n° 5*. Department of mathematics. 21 p.

Selden, J., Selden, A. et Mason, A. (1994). *Even good calculus students can't solve nonroutine problems*. Research issues in undergraduate mathematics learning. MAA notes 33, pp. 19-26.

Sierpinska, A. (1985). Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 6 (1), pp. 5-68.

Skemp, R. (1971). *The psychology of learning mathematics* (2e éd.). Middlesex : Penguin Books.

Tall, D. (1993). *Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus*, ICME-7 1992, Québec, Canada, 13–28.

Tall, D. et Vinner, S. (1981). Concept image and concept denifition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, V. 12, 151-169.

Tarmizi, R., A. (2010). Visualizing Students' Difficulties in Learning Calculus. *International Conference on Mathematics Education Research 2010 (ICMER 2010). Procedia Social and Behavioral Sciences 8.* Institute for Mathematical Research & Faculty of Educational Studies. Universiti Putra, Malaysia pp. 377–383.

Vinner, S. et Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for reseach in mathematics education.* Vol. 20, pp. 356-366.

Zandieh, M. (1997). *The evolution of student understanding of the concept of derivative.* Unpublished doctorat dissertation. Oregon State University.

Zandieh, M. (1998). The role of a formal definition in nine students' concept image of derivative. In S. Berenson, K. Dawkins, M. Blanton, W. Coulombe, J. Klob, K. Norwood & L. Stiff (Eds.). *Proceedings of the 20th annual meeting of the North American chapter of the international group for the Psychology of Mathematics Education*, pp. 136-141. Columbus OH : ERIC clearinghouse for science, mathematics and environmental education.

Zandieh, M. (2000). A theorical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. *American Mathematical Society. CBMS Issues in Mathematics Education.* Vol. 8, pp. 103-127.