

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE SUR LE DÉVELOPPEMENT DU CONCEPT DE
COVARIATION ENTRE DEUX GRANDEURS RÉVÉLÉ PAR UNE ANALYSE
DES REPRÉSENTATIONS SPONTANÉES D'ÉLÈVES DU PREMIER CYCLE
DU SECONDAIRE

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR
VALÉRIANE PASSARO

JUIN 2007

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de ce mémoire se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.01-2006). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [la] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

REMERCIEMENTS

J'exprime ma reconnaissance envers mon directeur, Monsieur Fernando Hitt, pour sa disponibilité, sa patience et ses bons conseils.

Je rends hommage à mon mentor, Madame Bernadette Janvier, qui m'a inspiré tout au long de ma formation et qui me soutient encore aujourd'hui dans mon cheminement.

Je remercie la Commission scolaire de Montréal ainsi que les directions des écoles secondaires Louis-Riel et Père-Marquette de m'avoir permis de réaliser mon expérimentation. Mais surtout, j'exprime ma gratitude à Madame Inga Gnass et Monsieur Jean-François Blanchet pour avoir participé activement à cette expérimentation.

Pour ses encouragements, sa présence et son indulgence, je tiens à remercier mon mari, Dominic Messier. Merci aussi à ma mère et son mari, Francine et Denis Hervé, d'avoir pris le temps de lire mon travail et d'en corriger les fautes de français.

Je dédie ce travail à ma fille qui vient de naître en lui souhaitant d'être aussi passionnée que moi !

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX	vi
RÉSUMÉ	vii
CHAPITRE I	
PROBLÈME DE RECHERCHE	1
1.1 INTRODUCTION.....	1
1.2 PROBLÉMATIQUE.....	3
1.2.1 <i>Importance du concept de fonction</i>	3
1.2.2 <i>Les modes de représentation « situation » et « graphique », et les transferts de l'un à l'autre</i>	17
1.2.3 <i>Conclusion et objectifs de la recherche</i>	31
1.2.4 <i>Questionnement</i>	32
1.2.5 <i>Méthodologie de la recherche</i>	32
CHAPITRE II	
CADRE THÉORIQUE	33
2.1 IMPORTANCE DE LA PRISE EN COMPTE DES REGISTRES DE REPRÉSENTATION SÉMIOTIQUES (DUVAL 1988,1993)	33
2.1.1 <i>Registre de représentation sémiotique et mode de représentation</i>	34
2.1.2 <i>Le concept de fonction (second regard)</i>	43
2.1.3 <i>La coordination des registres : ça implique quoi ?</i>	44
2.1.4 <i>Les unités signifiantes et les variables visuelles de la « situation »</i>	47
2.1.5 <i>Les variables visuelles du « graphique »</i>	54
2.1.6 <i>Mise en relation des éléments signifiants de la « situation » et du « graphique »</i>	56
2.1.7 <i>Conséquences pour la présente recherche</i>	58
2.2 CONCEPTION DE L'APPROCHE D'ENSEIGNEMENT.....	59
2.2.1 <i>La construction du concept de fonction chez les élèves selon De Cotret (1985)</i>	60
2.2.2 <i>Exploiter les représentations spontanées des élèves</i>	65
2.3 CONCLUSION	75
CHAPITRE III	
MÉTHODOLOGIE DE L'EXPÉRIMENTATION	79
3.1 OBJECTIFS DE L'EXPÉRIMENTATION	79
3.1.1 <i>Rappels des objectifs de la recherche</i>	79

3.1.2	<i>Précision des objectifs généraux de l'expérimentation</i>	80
3.1.3	<i>Principes à la base de la construction de la séquence d'enseignement</i>	80
3.2	PLANIFICATION DE L'EXPÉRIMENTATION	81
3.2.1	<i>Construction de la séquence d'enseignement</i>	81
3.2.2	<i>Deux versions de la situation-problème</i>	83
3.2.3	<i>Différences entre les deux versions et origine de ces différences</i>	85
3.2.4	<i>Exploitation de ces situations-problèmes en classe</i>	86
3.2.5	<i>Suite de la séquence d'enseignement</i>	88
3.2.6	<i>Organisation de l'expérimentation</i>	90
3.2.6	<i>Schématisation des étapes de la planification</i>	91
3.3	MODE D'ANALYSE ET D'INTERPRÉTATION DES DONNÉES	93
3.4	ANALYSE À PRIORI DES RÉSULTATS.....	93
3.4.1	<i>Unités signifiantes dans le contexte de la randonnée en forêt : première version de la situation-problème</i>	94
3.4.2	<i>Unités signifiantes dans le contexte du rallye dans le quartier : deuxième version de la situation-problème</i>	94
3.4.3	<i>Variables visuelles dans les deux contextes</i>	95
3.4.4	<i>Anticipation des résultats</i>	96

CHAPITRE IV

	ANALYSE DES RÉSULTATS	99
4.1	INTRODUCTION.....	99
4.2	DÉROULEMENT GÉNÉRAL DE L'EXPÉRIMENTATION.....	99
4.2.1	<i>Appropriation de la séquence par les enseignants</i>	99
4.2.2	<i>Participation des élèves</i>	100
4.3	ANALYSE DU GROUPE C	101
4.3.1	<i>Analyse des descriptions individuelles des élèves</i>	101
4.3.2	<i>Analyse des descriptions d'équipe</i>	115
4.3.3	<i>Analyse des représentations visuelles des élèves</i>	119
4.3.4	<i>Analyse de l'évolution des élèves</i>	131
4.4	ANALYSE DU GROUPE B	140
4.4.1	<i>Caractéristiques des explications données par l'enseignant</i>	140
4.4.2	<i>Analyse des descriptions individuelles des élèves</i>	141
4.4.3	<i>Analyse des descriptions d'équipe</i>	147
4.4.4	<i>Analyse des représentations visuelles des élèves</i>	148
4.4.5	<i>Analyse de l'évolution des élèves</i>	157
4.5	ANALYSE DU GROUPE A.....	164

4.5.1	<i>Caractéristiques des pistes proposées par les élèves (première analyse des représentations visuelles spontanées des élèves)</i>	165
4.5.2	<i>Analyse des descriptions individuelles des élèves</i>	167
4.5.3	<i>Analyse des descriptions d'équipe</i>	174
4.5.4	<i>Analyse des représentations visuelles des élèves</i>	175
4.5.5	<i>Analyse de l'évolution des élèves</i>	189
4.6	COMPARAISON DES RÉSULTATS DES TROIS GROUPES.....	200
4.6.1	<i>Descriptions individuelles</i>	201
4.6.2	<i>Descriptions d'équipes</i>	204
4.6.3	<i>Représentations visuelles</i>	207
4.6.4	<i>Évolution des représentations spontanées des élèves</i>	210
4.7	CONCLUSIONS	211
4.7.1	<i>Réussite des élèves face à la perception des unités signifiantes et des variables visuelles de la situation</i>	211
4.7.2	<i>Moyens utilisés par les élèves pour représenter les unités signifiantes et les variables visuelles</i>	214
4.7.3	<i>Évolution des représentations spontanées et facteurs contextuels ayant influencé cette évolution</i>	216

CHAPITRE V

CONCLUSIONS..... 221

5.1	RÉSUMÉ DE LA DÉMARCHE.....	221
5.2	RÉPONSES AUX QUESTIONS DE RECHERCHE.....	223
5.3	PERSPECTIVES POUR L'ENSEIGNEMENT	226
5.4	QUESTIONNEMENT ET PROLONGEMENTS	232

APPENDICE A

DOCUMENTS GUIDES REMIS AUX ENSEIGNANTS.....234

APPENDICE B

DOCUMENTS DE TRAVAIL REMIS AUX ÉLÈVES.....248

APPENDICE C

VERBATIMS PARTIELS.....277

RÉFÉRENCES.....308

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Page
1.1 Savoirs et balises correspondantes pour le développement de la compétence « Dégagements de plantations et de peuplements en génération »	12
1.2 Tableau de traduction extrait du programme d'étude du MEQ (1994).....	27
2.1 Unités signifiantes associées à leurs valeurs dans le registre « verbal ».....	47
2.2 Variables visuelles associées à leurs valeurs dans le registre « figural » dans le cadre de l'identification du type de relation entretenu par les deux grandeurs observées.....	52
2.3 Variables visuelles associées à leurs valeurs dans le registre « graphique »	54
2.4 Variables visuelles associées à leurs valeurs dans le registre « graphique » dans le cadre de l'identification du type de relation entretenu par les deux grandeurs observées.....	55
2.5 Parallèle entre les éléments signifiants des registres « verbal » et « graphique ».....	56
2.6 Parallèle entre les variables visuelles des registres « figural » et « graphique » dans le cadre de l'identification du type de relation entretenu par les deux grandeurs observées.....	57
4.1 Classification des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») des élèves du groupe C selon les quatre niveaux d'abstraction	122
4.2 Classification des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») des élèves du groupe B selon les quatre niveaux d'abstraction	151
4.3 Classification des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») des élèves du groupe A selon les quatre niveaux d'abstraction.....	179
4.4 Perception des unités signifiantes d'après les descriptions individuelles : comparaison des trois groupes	203
4.5 Niveau d'abstraction des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») : comparaison des trois groupes.....	208
4.6 Nombre d'élèves ayant représenté les unités signifiantes et variables visuelles dans leur représentation visuelle.....	209

RÉSUMÉ

De nombreuses recherches ont mis en évidence les difficultés rencontrées par les élèves relativement au concept de fonction. Néanmoins, peu de chercheurs se sont penchés sur les sources possibles de ces difficultés qui sont liées au développement, chez les élèves du premier cycle du secondaire, du concept de covariation entre deux grandeurs, ni sur les moyens envisageables pour remédier à ces difficultés. C'est donc ce que nous faisons dans cette recherche.

Évidemment, la problématique est très vaste et les angles pour l'aborder aussi. Nous avons donc choisi de nous concentrer sur les transferts entre modes de représentation, particulièrement le transfert de la situation au graphique. Ce choix est dû, entre autres, au fait que ce transfert en est un de ceux qui pose le plus de difficultés aux élèves alors qu'on le retrouve très tôt dans les objectifs des programmes de formation de l'école secondaire (MEQ, 1994 et MELS, 2003). Nos hypothèses sur la source de ces difficultés sont l'incompréhension du concept de covariation entre deux grandeurs par les élèves et le manque de prise en considération de la complexité des transferts entre modes de représentation dans l'enseignement.

Afin d'approfondir cette deuxième hypothèse, nous nous sommes intéressé aux travaux de Duval (1988, 1993) en ce qui concerne les registres de représentation sémiotiques, ce qui nous a permis d'analyser précisément en quoi consiste le transfert de la situation au graphique. Nous avons alors élaboré sur la conversion d'une situation présentée à l'aide de deux registres, « verbal » et « figural », au registre « graphique », ce qui nous a permis par la suite d'analyser les résultats de l'expérimentation.

Nous avons en effet conçu une séquence d'enseignement permettant de développer le concept de covariation et d'introduire le graphique comme étant la représentation visuelle de cette covariation chez des élèves de secondaire 2, puis nous l'avons expérimentée auprès de trois groupes d'élèves de niveaux académiques différents (faible, régulier et fort). Cette séquence d'enseignement repose principalement sur une perspective constructiviste de l'enseignement et de l'apprentissage, ainsi que sur la considération des représentations spontanées des élèves. Elle propose donc une situation-problème menant les élèves à la construction de la représentation graphique à partir de leurs représentations spontanées.

Notre analyse des résultats met principalement en évidence les caractéristiques des représentations spontanées des élèves, ainsi que leur évolution tout au long de l'expérimentation. Elle nous permet donc de tirer plusieurs conclusions relativement au développement du concept de covariation et à l'introduction de la représentation graphique chez les élèves du premier cycle du secondaire.

Mots clés : covariation, mode de représentation, registre de représentation sémiotique, représentation spontanée, graphique.

CHAPITRE I

PROBLÈME DE RECHERCHE

1.1 Introduction

L'étude des fonctions en mathématiques occupe une place importante dans le programme de formation de l'école québécoise. En fait, elle devient une priorité au 2^{ème} cycle du secondaire et particulièrement en secondaire 4 et 5. Cependant, ce n'est pas en secondaire 4 que les élèves abordent pour la première fois des situations fonctionnelles, ils le font bien avant. C'est le cas, entre autres, en secondaire 2 lorsque les élèves sont initiés à la représentation graphique d'une relation entre deux grandeurs. Les situations qui sont alors présentées aux élèves sont, pour la majorité, fonctionnelles. Par la suite, en secondaire 3, les élèves sont amenés à aborder officiellement les relations linéaires à travers leurs divers modes de représentation. Mais, malgré le travail effectué en secondaire 2 et 3, les élèves de secondaire 4 et 5 éprouvent beaucoup de difficultés lors de l'étude des fonctions et c'est sans doute une des raisons pour lesquelles le concept de fonction est absent des programmes de mathématiques réguliers (soit le 416 et le 514 dans le programme de 1994).

L'étude faite en secondaire 4 et 5 permet aux élèves, d'après le programme, d'arriver à une maîtrise assez poussée du concept de fonction puisqu'ils font l'étude de plusieurs modèles de variation : linéaire, quadratique, racine carrée, exponentiel, logarithmique, rationnel, partie entière et trigonométrique. Ils doivent pouvoir utiliser, pour chacun de ces modèles, les quatre modes de représentation indiqués dans le programme : mots-situation, table de valeurs, graphique et formel. Cependant, si on s'intéresse aux différentes recherches élaborées sur le sujet dans les dernières décennies, on constate que la maîtrise attendue du concept de fonction n'est pas si poussée. Effectivement, lorsqu'on demande à des élèves gradués du secondaire de résoudre des problèmes non-routiniers sur les fonctions ou d'avoir

recours au concept de fonction de manière non explicite pour résoudre un problème, le taux de réussite est très faible (Carlson, 1998).

Une des lacunes majeures mises en évidence par ces recherches concerne l'interprétation et la production de graphiques dans un contexte donné. Ce qui est particulièrement inquiétant puisque la représentation graphique est très répandue dans les médias et est supposée rejoindre la majorité des citoyens (Corbalan, 1994). Et ce qui est curieux, c'est que comme nous l'avons dit précédemment, la représentation graphique est une des premières représentations introduites aux élèves.

Ces dernières constatations ne peuvent que nous amener à nous questionner sur la manière d'introduire le concept de fonction aux élèves et particulièrement la représentation graphique d'une fonction. La recherche qui suit est donc issue de ce questionnement. Nous aurions pu nous concentrer sur l'observation et l'analyse des pratiques courantes dans le milieu scolaire en ce qui concerne l'introduction du concept de fonction. Cependant, plusieurs recherches passées mettent déjà en évidence, indirectement parfois, les caractéristiques de l'enseignement traditionnel grandement répandu dans nos écoles, c'est pourquoi nous avons préféré aborder le problème autrement. En effet, à l'aide des résultats de plusieurs recherches antérieures effectuées sur le sujet, nous avons mis en place une approche d'enseignement pour l'introduction du concept de fonction et de la représentation graphique en secondaire 2. Cette approche a pour objectif de préparer les élèves à aborder le concept de fonction en secondaire 4 de manière explicite et de les amener à la construction du graphique comme mode de représentation d'une situation fonctionnelle.

Nous commencerons donc par détailler la problématique évoquée dans l'introduction, puis nous aborderons l'ensemble du cadre théorique ayant permis l'élaboration de l'approche d'enseignement proposée. Ensuite, nous présenterons cette approche et la méthodologie de l'expérimentation de celle-ci dans plusieurs classes de secondaire 2. Finalement, nous analyserons l'approche proposée au regard du cadre théorique ayant permis son élaboration et de ce qui s'est passé en classe.

1.2 Problématique

1.2.1 Importance du concept de fonction

Afin de mettre en évidence la problématique ayant inspiré cette recherche, nous allons d'abord expliciter pourquoi le concept de fonction est à la source de notre questionnement. Nous commencerons donc par définir ce que nous appelons le « concept de fonction » puis nous nous intéresserons à l'importance du concept de fonction dans le cursus scolaire, dans la vie courante et dans la vie professionnelle. Finalement, nous relaterons quelques résultats de recherche sur les fonctions de manière à cibler davantage notre intérêt de recherche.

1.2.1.1 Qu'entend-t-on par « concept de fonction » ?

D'abord, nous allons distinguer la *définition* de la fonction du *concept* de fonction lui-même. Cette distinction nous semble nécessaire car quelle que soit la définition que nous puissions écrire, elle ne pourra jamais représenter l'entièreté du concept lui-même. En fait, nous considérons qu'une personne qui maîtrise le concept de fonction en connaît bien plus que sa simple définition. Nous allons donc d'abord élaborer sur le contenu de la *définition* de la fonction, puis nous approfondirons la signification du *concept* de fonction.

1.2.1.1.1 Définition

Afin d'identifier ce que devrait contenir la définition de la fonction, nous avons consulté plusieurs lexiques et dictionnaires. Nous y avons trouvé des définitions à l'image des mathématiques modernes : très symboliques et peu parlantes pour des élèves du secondaire. Puisque notre objectif n'est pas d'effectuer une recherche sur le sujet, nous avons consulté le mémoire de maîtrise de Fikrat (1994) qui présente, entre autres, une analyse détaillée des différents types de définitions. Elle a retenu sept notions permettant de caractériser une fonction : « une fonction est une relation, une correspondance, une variable, une variation, une dépendance, un algorithme ou une expression algébrique » (p. 74). Parmi ces notions, nous nous sommes questionné à savoir quels étaient ceux présents dans les définitions

proposées aux élèves du secondaire. Pour répondre à ce questionnement, nous avons consulté deux collections de manuels scolaires de niveau secondaire. Voici ce que nous y avons trouvé :

Définition A : « Une fonction est une relation entre les éléments d'un ensemble de départ et les éléments d'un ensemble d'arrivée dans laquelle tout élément de l'ensemble de départ a au plus une image dans l'ensemble d'arrivée. » (Réflexions mathématiques 436 Tome 1, 1996, p. 19)

Définition B : « Une fonction est une relation qui fait correspondre à chaque valeur de la variable indépendante une ou aucune valeur de la variable dépendante. » (Scénarios 436 Tome 1, 1996, p. 6)

La définition A est très largement inspirée du courant des mathématiques modernes basé sur une vision ensembliste, mais elle tente tout de même de vulgariser cette vision, contrairement aux lexiques et dictionnaires. La définition B, quant à elle, met l'accent sur l'idée de variable et de dépendance. Outre les idées d'ensemble, de variable et de dépendance, les deux définitions apportent l'idée de l'existence d'une relation de correspondance. Cette idée de relation a particulièrement retenu notre attention car les manuels scolaires tentent de différencier la simple relation de celle qui est fonctionnelle. On y retrouve les définitions suivantes pour la notion de relation :

Définition C : « Lien qui existe entre deux variables d'une situation ou association entre deux ensembles de données. » (Réflexions mathématiques 3 Tome 1, 1995, p. 171)

Définition D : « Plusieurs situations de la vie courante expriment une relation entre deux variables. On peut établir cette relation en observant l'influence que l'une des variables exerce sur l'autre. » (Scénarios 436 Tome 1, 1995, p. 6)

Dans ces définitions on retrouve aussi les idées d'ensemble, de variable et de dépendance. Ainsi, ce qui différencie la fonction de la relation, c'est uniquement la restriction du type de relation possible. Comme on peut le voir dans les définitions A et B, la relation est fonctionnelle à condition que à un élément de l'ensemble de départ, il corresponde **au plus** un élément de l'ensemble d'arrivée.

Finalement, dans les définitions proposées aux élèves du secondaire nous retrouvons les concepts de relation, correspondance, variable, variation et dépendance identifiés par

Fikrat (1994), mais aussi la notion d'ensemble. Ainsi, une définition complète de la fonction devrait tenir compte de toutes ces notions importantes. Nous ne tenterons cependant pas d'élaborer cette définition complète car comme l'indique De Cotret (1985, p. 23) : « Étant donné l'ampleur de ce concept, nous ne pouvons nous résoudre à le restreindre à une seule définition, car aucune ne lui laisse toute sa richesse. »

1.2.1.1.2 Le concept de fonction (premier regard)

Définir la fonction est difficile si on se place du point de vue du didacticien. Cependant, il est encore plus difficile d'expliquer ce qu'est le concept de fonction dans son entièreté. Notre premier regard est donc le résultat d'une simple réflexion basée sur la consultation de plusieurs définitions et sur une vision personnelle rejoignant certaines analyses de De Cotret (1985), Fikrat (1994) et Cabana (1996).

D'abord, nous pensons que les éléments composant les définitions relevées précédemment nous renseignent bien sur ce qu'est le concept de fonction. En effet, la définition fait partie en elle-même du concept, mais elle apporte aussi des indices sur ce qui compose entièrement ce concept. Reprenons d'abord ces éléments un à un. Dans la définition A, on parle d'« ensembles » qui sont en fait les indicateurs des valeurs possibles que peuvent prendre chacune des grandeurs considérées. De plus, le recours à la qualification d'un ensemble de départ et d'un ensemble d'arrivée ajoute une idée de correspondance entre les deux ensembles dans un ordre précis : il y en a un duquel on part pour terminer dans l'autre. La correspondance évoquée est très générale car on dit que les éléments de chacun des ensembles sont mis en relation. Dans la définition B, on parle de chaque « valeur de la variable » ce qui amène l'idée d'une correspondance plus ponctuelle car on regarde les valeurs une à une. Les variables sont aussi qualifiées de « indépendante » ou « dépendante » ce qui permet de mettre de l'avant l'existence d'une relation ordonnée de dépendance. Dans les deux définitions on retrouve aussi l'idée d'une correspondance restreinte qui permet de distinguer la fonction de la relation. L'analyse et l'interprétation de ces deux définitions permettent donc de faire ressortir plusieurs idées :

- il existe une relation de dépendance entre deux grandeurs ;

- on peut regarder cette relation de manière globale, c'est-à-dire s'intéresser à la « réaction » d'une des grandeurs (variable dépendante) lorsqu'on fait « bouger » l'autre (variable indépendante) ;
- on peut aussi regarder cette relation de manière ponctuelle, c'est-à-dire s'intéresser à la valeur que prend une des grandeurs (variable dépendante) lorsque l'autre grandeur (variable indépendante) prend une valeur précise ;
- la relation entre les deux grandeurs respecte la contrainte suivante : « à une valeur de la variable indépendante correspond au plus une valeur de la variable dépendante ».

Le premier point indique bien que pour qu'une fonction existe, il doit y avoir deux grandeurs liées par une relation de dépendance. Le second et le troisième points précisent davantage ce qu'est une relation de dépendance : il existe à la fois un lien entre les valeurs que prend une des grandeurs et les valeurs que prend l'autre, et un lien entre les variations d'une des grandeurs et les variations de l'autre. Nous pouvons rattacher ces deux regards sur la relation entre deux grandeurs – que l'on symbolise par les variables – à ce que De Cotret (1985) appelle les approches qualitatives et quantitatives de la fonction. L'approche qualitative est basée sur la perception globale de la relation entre les grandeurs, alors que l'approche quantitative se rattache à l'idée de mesure. Or, d'après De Cotret (1985), la meilleure conception du concept de fonction provient de la réunion de ces deux approches et bien que d'autres conceptions soient aujourd'hui en vigueur, nous préférons considérer celle-ci. Ainsi, la construction du concept de fonction repose non seulement sur la définition d'une relation de dépendance entre deux grandeurs, mais aussi sur la considération de deux approches différentes qui se complètent. Notons que nous utiliserons par la suite l'expression « covariation entre deux grandeurs » pour synthétiser les idées présentes dans les deux premiers points. Le quatrième point, quant à lui, est différent des trois autres car il correspond simplement à une convention établie de manière à distinguer la fonction de la relation. Ce dernier point est, à notre avis, secondaire et ne contribue pas beaucoup à la conceptualisation de la fonction.

Ainsi, lorsque nous parlerons du concept de fonction par la suite, nous considérerons le résultat de la combinaison de ces quatre points.

1.2.1.2 Le concept de fonction dans le programme de formation de l'école québécoise

Au moment de la présente recherche, le nouveau programme de formation du 2^{ème} cycle du secondaire n'est pas encore disponible, c'est pourquoi nous allons nous baser sur le programme de formation de l'école québécoise implanté à partir de 1994. Dans ce dernier, le concept de fonction apparaît uniquement à partir des programmes de secondaire 4 enrichi (436) et transitoire (426). On retrouve les mêmes objectifs dans ces deux programmes :

Objectif général 1 : Accroître chez l'élève l'habileté à utiliser l'algèbre

Objectif terminal 1.1 : Analyser des situations fonctionnelles à l'aide de divers modes de représentation (pp. 15-16, programme de 436)

Le programme précise les habiletés que les élèves ont du développer dans les années antérieures relativement aux situations de relation entre deux variables et il précise maintenant que :

L'atteinte de l'objectif terminal 1.1 du présent programme suppose que l'élève utilise divers modes de représentation pour analyser des situations fonctionnelles de façon davantage formelle. (p. 16, programme de 436)

Cette formulation laisse donc supposer que les situations abordées dans les années précédentes étaient déjà fonctionnelles, mais que leur étude n'était pas faite de manière formelle. Il semblerait donc que les élèves aient travaillé en secondaire 2 et 3 avec des situations fonctionnelles de manière non explicite. Il est alors difficile de repérer dans le programme tout ce qui concerne le travail sur le concept de fonction. Nous considérerons donc pour le moment le travail explicite sur les fonctions en secondaire 4 et 5.

En secondaire 4, les élèves doivent être amenés à étudier plusieurs situations fonctionnelles et à faire les liens entre les différents modes de représentation :

Les objectifs globaux, l'objectif général 1 ainsi que les principes directeurs favorisent le recours à une grande variété de situations qui susciteront des discussions et du questionnement, où l'élève devra analyser des fonctions. L'élève y développera son sens de l'observation, son esprit d'analyse et son habileté à synthétiser une situation. L'élève en viendra à interpréter les représentations graphiques et à comprendre les liens entre les représentations symboliques, graphiques et numériques d'une même situation. (p. 16, programme de 436)

Il est clair que l'objectif principal est que l'élève soit capable de résoudre des problèmes portant sur des situations fonctionnelles en effectuant si besoin des transferts entre divers modes de représentation. Il doit aussi exercer son sens de l'observation, ses habiletés de recherche d'informations et son esprit critique.

Ce travail général sur les situations fonctionnelles semble aussi préparer les élèves à aborder plus précisément des modèles fonctionnels particuliers. En effet, l'objectif terminal 1.3 stipule que les élèves doivent « analyser des fonctions polynomiales de degré inférieur à trois » (p. 20, programme de 436). Dans ce cadre, les élèves doivent faire l'étude complète de fonctions polynomiales de degré inférieur à trois que ce soit dans le contexte d'une situation ou pas. Cette étude complète est composée de la détermination des propriétés de la fonction et de la construction de ses divers modes possibles de représentation. Cependant, on peut remarquer que le programme insiste sur l'importance de la représentation graphique, entre autres dans la perspective de l'introduction de la calculatrice graphique.

En secondaire 5, les programmes enrichi (536) et transitoire (526) offrent de poursuivre le travail sur les modèles particuliers de fonctions entamé en secondaire 4. En effet, l'objectif général 1 étant toujours d'accroître chez l'élève l'habileté à utiliser l'algèbre, on retrouve l'objectif terminal suivant :

Objectif terminal 1.2 : Résoudre des problèmes en utilisant des fonctions à variables réelles comme modèle d'une situation. (p. 20, programme de 536)

Il est aussi précisé que :

L'analyse approfondie de ces modèles mènera à une caractérisation des fonctions à variables réelles selon leur règle et selon leur représentation graphique. L'élève pourra alors utiliser ces modèles pour mathématiser des situations qui font problème. (p. 20, programme de 536)

L'objectif est donc toujours d'élargir les connaissances et habiletés des élèves en ce qui concerne les différents modèles de variation afin de leur donner un outil supplémentaire de résolution de problèmes.

Finalement, les programmes d'étude enrichis et intermédiaires de secondaire 4 et 5 visent à ce que les élèves acquièrent de nouveaux outils de résolution de problèmes. Les modèles de variation imposés par le programme sont des modèles correspondant à beaucoup

de situations scientifiques (modèles de variation exponentielle, logarithmique et trigonométrique par exemple), mais aussi à des situations de la vie courante (modèles de variation constante, linéaire et partie entière par exemple).

1.2.1.3 Les situations fonctionnelles dans la vie courante

Par « situation fonctionnelle » nous entendons « toute situation dans laquelle deux grandeurs sont reliées par une dépendance » conformément au concept de fonction tel qu'il nous intéresse.

Bien que l'apprentissage du concept de fonction soit réservé aux élèves des groupes enrichis, les situations fonctionnelles pullulent dans la vie courante. En fait, la plupart des phénomènes qui nous entourent suivent un modèle de variation fonctionnel. Prenons une petite histoire pour illustrer les fonctions de la vie courante : « Aujourd'hui, Marie invite ses amis pour le souper. Elle décide de préparer son menu : un pâté chinois en sera le plat principal. Elle prend alors sa voiture pour aller chez le boucher acheter le bœuf haché. Elle se stationne, met de l'argent dans le parcomètre et entre chez le boucher. Là elle commande la viande et paye. De retour chez elle, le téléphone sonne, elle laisse donc la viande sur le comptoir pour aller répondre rapidement. C'est son amie Véronique ! Elle est très contente de lui parler et elles discutent pendant 1 heure. » À chaque étape de cette histoire toute simple, on peut trouver une situation fonctionnelle. En effet, on peut mettre en relation la quantité de bœuf à acheter et le nombre d'invités, le coût de l'essence utilisée et la distance parcourue, le coût du parcomètre et le temps de stationnement, le prix du bœuf haché et la quantité achetée, le nombre de bactéries dans la viande et le temps que celle-ci passe sur comptoir et finalement, le temps que la viande passe sur le comptoir et le temps de l'appel. Sur une histoire courte, on a eu affaire à six situations fonctionnelles dont trois sont linéaires, une exponentielle, une constante et une partie entière.

Bien sûr, certains diront que bien que ces situations soient fonctionnelles, on ne s'y intéresse pas forcément comme tel. Il est vrai que dans le quotidien on ne cherchera pas forcément à trouver la règle ou tracer le graphique des fonctions qui nous entourent. Par contre, on utilisera naturellement plusieurs notions reliées à l'étude des fonctions. Par exemple, Marie s'attendra à payer plus cher sa viande si elle en achète plus, elle estimera son temps de stationnement avant de mettre de l'argent dans le parcomètre et elle évaluera si le

temps que la viande est restée sur le comptoir a permis une prolifération trop grande des bactéries pour qu'elle la serve à ses invités. Ainsi, la notion de relation fonctionnelle intervient dans nos réflexions quotidiennes puisque les propriétés de plusieurs modèles fonctionnels influencent nos choix, nos attentes et nos décisions.

Finalement, l'utilisation du concept de fonction se manifeste dans la vie courante par des réflexions plus ou moins approfondies résultant d'une approche soit qualitative, soit quantitative. En effet, on peut reconnaître la première approche lorsque, par exemple, on veut calculer le prix exact à payer lors de l'achat d'une quantité précise de bœuf haché. La deuxième approche, quant à elle, nous permet de savoir, par exemple, que la prolifération des bactéries en fonction du temps est très rapide puisque cette prolifération suit un modèle exponentiel. Ce que nous retiendrons, c'est que tout citoyen doit savoir qu'il est entouré de phénomènes de covariation qui influencent sa vie. Pour reprendre les idées du programme de formation de l'école québécoise (2003), la mathématique contribue à la formation générale de l'élève et elle l'amène à se représenter le monde dans lequel il vit pour mieux le comprendre et s'y adapter. Le concept de fonction fait donc partie de ces concepts qui, à notre avis, permettent à l'élève d'atteindre cet objectif.

1.2.1.4 Les situations fonctionnelles dans la vie professionnelle

Nous ne parlerons pas ici des professions dites scientifiques puisqu'il n'est pas à montrer que les sciences utilisent le concept de fonction. Nous nous attarderons donc aux professions issues des voies professionnelles ou techniques de formation.

Après le secondaire 3 ou après le secondaire 5, les élèves peuvent choisir une voie de formation professionnelle ou technique. Pour les formations dites professionnelles de niveau secondaire, le préalable en mathématiques, pour un jeune qui a atteint l'âge de 16 ans, est le cours de secondaire 3. Pour les formations dites techniques de niveau collégial, le diplôme d'étude secondaire est nécessaire. Pour obtenir ce dernier, il faut, en mathématiques, avoir complété le programme de mathématiques de secondaire 4 enrichi (436) ou de secondaire 5 régulier (514). Pour suivre le programme régulier de secondaire 5, l'élève doit évidemment avoir suivi le programme régulier de secondaire 4. Il est donc possible d'obtenir un diplôme d'étude secondaire en ayant suivi uniquement le programme régulier en mathématiques.

Certaines formations techniques exigent cependant la réussite du cours de mathématiques enrichi de secondaire 4 (436).

Il existe donc beaucoup de programmes de formation pour lesquelles il n'est pas nécessaire de suivre le programme de mathématiques enrichi. Il est surprenant de constater la grande quantité de professions auxquelles préparent ces formations. Si on considère uniquement la formation professionnelle de niveau secondaire, il y a plus de 120 programmes offerts. Cela signifie qu'une bonne quantité de professionnels ont pour seule formation mathématique celle qu'ils ont reçue durant leur scolarité à la formation générale c'est-à-dire de la première année du primaire à la troisième du secondaire.

D'après le programme d'étude, les élèves qui complètent uniquement leur secondaire 3 n'abordent jamais le concept de fonction. Cependant, il est intéressant de constater que le concept de fonction est présent dans les situations réelles abordées par les programmes d'enseignement professionnel.

À titre d'illustration, nous allons considérer le programme de formation professionnel de niveau secondaire numéro 5289, soit « Travail sylvicole », produit par le Ministère de l'Éducation du Québec (2004). Ce programme de formation est offert dans le secteur 12 de formation, c'est-à-dire celui de « Foresterie et papier ». Nous avons choisi ce programme car il est peu connu et il propose beaucoup de situations fonctionnelles. Le programme est présenté sous forme de compétences à atteindre par l'étudiant. Pour chaque compétence, des suggestions de savoirs sont données. Prenons par exemple la compétence suivante : « Dégagements de plantations ou de peuplements en régénération ». Nous trouvons alors plusieurs savoirs accompagnés de balises (*voir* tableau 1.1). Les trois situations données en balises sont clairement fonctionnelles. Cela signifie que les étudiants de ce programme devraient avoir préalablement développé des habiletés relativement au concept de fonction. En effet, ce sont ces habiletés qui vont leur permettre de comprendre les situations fonctionnelles qui leur sont proposées dans leur travail et ainsi de faire des choix éclairés.

Tableau 1.1 Savoirs et balises correspondantes pour le développement de la compétence
« Dégagements de plantations et de peuplements en génération »

<p>p. 30</p> <ul style="list-style-type: none"> • Associer des hauteurs et des diamètres d'arbres à des stades de semis, de gaulis, de perchis et de futaie. 	<p>Variation des hauteurs et des diamètres en fonction des essences, de la fertilité du sol, de l'altitude, de la latitude, de l'hydrologie, de la compétition, etc.</p>
<p>p. 39</p> <ul style="list-style-type: none"> • Creuser un trou. 	<p>Dimension et profondeur du trou en fonction de la grosseur du système racinaire.</p>
<p>p. 51</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observer les tiges ainsi que leur milieu physique et choisir la technique de coupe. 	<p>Choix de la technique de coupe en fonction du diamètre, de l'inclinaison et de la hauteur de la tige.</p>

Finalement, il est difficile d'échapper au concept de fonction même si on choisit un métier dont la formation est de niveau secondaire professionnel. C'est pourquoi la formation de base au secondaire (secondaire 1 à 3) doit permettre aux élèves d'aborder le concept de fonction. Cependant, vus les types d'applications dans la vie courante et dans la vie professionnelle du concept de fonction, il ne s'agit pas de faire faire aux élèves une étude systématique de tous les modèles fonctionnels existants, mais plutôt de les amener à résoudre des problèmes dans lesquels ils doivent prendre en compte des phénomènes de covariation entre deux grandeurs.

1.2.1.5 Les difficultés des élèves relevées par les chercheurs à propos du concept de fonction

Nous avons tenté, dans les paragraphes qui précèdent, de montrer l'importance du développement du concept de fonction chez l'ensemble des citoyens. C'est d'ailleurs cette importance qui nous mène à approfondir la problématique de l'enseignement et de l'apprentissage du concept de fonction à l'école secondaire. Afin de cibler notre optique de recherche à ce sujet, nous avons consulté plusieurs autres recherches ayant eu lieu. Il est à noter que nous avons dû faire des choix puisqu'il nous apparaissait impossible de répertorier la totalité des recherches existantes sur le sujet. La plupart des recherches choisies ont été effectuées auprès d'étudiants de niveau collégial ou universitaire et étaient majoritairement

centrées sur l'apprenant. Nous allons donc tracer un portrait global des difficultés des étudiants avec le concept de fonction qui sont ressorties lors de ces recherches.

1.2.1.5.1 Survol des résultats de différentes recherches

Carlson (1998), a effectué une recherche de manière à faire ressortir les difficultés des étudiants avec le concept de fonction en vue de la constitution d'un nouveau curriculum. Pour cela, elle a construit un questionnaire évaluant différentes habiletés. Dans l'ensemble, on peut dire que les tâches proposées demandent de faire le transfert d'un mode de représentation à un autre pour une fonction donnée, de représenter et interpréter la covariation de deux grandeurs dans une situation et de conceptualiser la fonction à la fois comme processus et comme objet. Les résultats de l'expérimentation ont montré que les étudiants ont de la difficulté à représenter des situations réelles à l'aide d'un graphique ou d'une formule, à interpréter des informations dynamiques dans un graphique et à identifier correctement le rôle des variables dépendante et indépendante. De plus, les étudiants interrogés ont indiqué qu'ils ne s'attendaient pas à ce que les problèmes mathématiques aient du sens et qu'ils n'ont pas confiance en eux dans la résolution de problèmes qui ne leur sont pas familiers.

Les problèmes relevés par Carlson sont nombreux. Nous retenons toutefois que les difficultés liées au concept de fonction concernent majoritairement l'identification du rôle de chacune des variables, les transferts d'un mode de représentation à un autre et l'interprétation dynamique du graphique. Mais aussi, qu'il y a des problèmes relativement à l'enseignement des mathématiques dont témoigne l'attitude des étudiants envers la tâche demandée.

Puisque les étudiants éprouvent beaucoup de difficultés avec le concept de fonction, et particulièrement avec les transferts d'un mode de représentation à un autre, la recherche de Hitt (1998) s'est adressée aux enseignants de mathématiques à l'école secondaire. Lors de l'expérimentation, plusieurs questions faisant appel au concept de fonction ont été posées à ces enseignants. Ce qui est ressorti est d'abord une prépondérance du mode formel de représentation comme outil de résolution. De plus, « l'activité des maîtres est en général efficace pour le passage d'un registre à un autre pour lequel il est demandé un devoir de

caractère algorithmique, elle ne l'est plus quand le devoir à réaliser n'est pas du même style, où est recherchée l'articulation de plusieurs registres » (Hitt, 1998, p. 24). Les chercheurs mettent donc en évidence la difficulté des maîtres à articuler différents registres de représentation et associent ce phénomène à la nature des activités que proposent régulièrement ces professeurs dans leur classe. Il semble, en effet, que ces activités soient majoritairement de nature algorithmique et ne prennent pas en compte la promotion de l'articulation de différents registres. Bien que les maîtres réussissent mieux que les élèves pour un questionnaire semblable, les résultats ont montré qu'ils ont une faible connaissance des fonctions en terme de concept stable pour lequel l'articulation des registres est effectuée sans contradiction. Ainsi, nous pouvons supposer que la plupart des difficultés qu'éprouvent les étudiants, en ce qui a trait aux transferts de registres de représentation, sont une conséquence de l'enseignement reçu.

Monk (1992) s'est aussi intéressé à la compréhension du concept de fonction, mais dans le cadre plus particulier d'une situation fonctionnelle donnée par un modèle physique. Les étudiants devaient répondre à des questions sur la situation représentée par un schéma (une échelle appuyée contre un mur), puis tracer une esquisse du graphique obtenu pour des grandeurs imposées et finalement expliquer comment répondre aux mêmes questions qu'au départ, mais cette fois à partir du graphique. Plusieurs observations intéressantes sont ressorties de cette expérimentation et deux d'entre elles concernent des difficultés rencontrées par les étudiants. D'abord, les étudiants ont une forte tendance à vouloir associer des principes généraux connus pour décrire le comportement global des variables. Mais les principes auxquels ils ont recours sont trop simples et ne s'appliquent pas à la situation. Il semble donc qu'il y ait soit un manque d'habileté à articuler et à appliquer de tels principes, soit un manque de compréhension de la situation de la part de ces étudiants. Ensuite, lors de la construction et de l'interprétation du graphique à partir du modèle physique proposé, les étudiants démontrent une tendance marquée à la traduction iconique, c'est-à-dire qu'ils confondent le *mode source* et le *mode cible* (Janvier, 1993). Ce qui met en évidence un manque de compréhension du graphique comme la représentation du lien entre deux variables. En effet, Janvier (1993) rappelle plusieurs résultats de ses recherches auprès de jeunes de niveau secondaire (12 à 15 ans). Une question bien connue sur le nombre de

virages effectués par une automobile, dont on connaît le graphique de la vitesse en fonction de la distance parcourue par celle-ci, démontre clairement la confusion de l'élève entre le *mode source*, qui est la piste sur laquelle se déplace l'automobile, et le *mode cible*, qui est la courbe du graphique. Les élèves ont donc tendance à associer le graphique à une image qu'ils essaient de relier à une représentation visuelle qu'ils se font de la situation. De cette manière, ils ne voient pas le graphique comme une représentation de la relation entre deux grandeurs. Les élèves se fient donc à ce qu'ils voient pour décrire un phénomène qui n'est pas celui de la covariation entre deux grandeurs. C'est le cas par exemple de la description de l'allure de la piste de course au lieu de la variation de la vitesse en fonction de la distance parcourue. Cette erreur d'interprétation montre une incompréhension du fonctionnement de la représentation graphique. En fait, l'image de la courbe est identifiée, mais ce que l'élève ne voit pas ce sont les deux grandeurs mises en relation et la covariation de ces deux grandeurs. L'identification de deux grandeurs dans une situation et la compréhension de la covariation entre celles-ci sont donc des préalables à la compréhension de la représentation graphique.

Finalement, ces deux recherches font ressortir trois points importants relativement au manque de coordination des différents modes de représentation : celui-ci découle certainement d'une lacune au niveau de la résolution de problèmes non-routiniers, d'une mauvaise compréhension de la représentation graphique et de la difficulté à identifier un phénomène de covariation entre deux grandeurs.

En ce qui concerne les modèles physiques, Beichner (1994) s'est attardé à la représentation graphique dans le cas de situations cinématiques, c'est-à-dire des situations physiques dans lesquelles on observe un phénomène de mouvement. Le questionnaire, passé à des étudiants de niveaux collégial et universitaire ayant suivi un cours sur le mouvement en physique, était composé de questions du type « associer le bon graphique à la situation suivante ». Les situations portaient toutes sur le mouvement, c'est pourquoi les grandeurs étudiées étaient la distance, la vitesse, le temps, l'accélération etc. La note moyenne à ce test fût de 40%, ce que le chercheur considère comme faible étant donné que les étudiants avaient suivi un cours de physique sur le mouvement. Les résultats montrent que les étudiants ne sont pas habiles dans l'interprétation de graphiques d'une situation cinématique. Par exemple, on a constaté que 25% des étudiants pensent qu'échanger les variables ne modifie pas l'allure du

graphique et que 25% ne sont pas capables de déterminer la pente d'une droite qui ne passe pas par l'origine.

Ce que nous retenons de cette expérimentation qui cible les situations cinématiques, c'est que bien que les étudiants connaissent et aient expérimenté ces situations, ils ne maîtrisent pas la représentation graphique de la relation entre des grandeurs dont les valeurs varient dans ces situations. La difficulté ne se situe donc pas uniquement au niveau de la nature de la situation et du degré de maîtrise de la situation par les élèves, mais aussi au niveau de la compréhension de la représentation graphique elle-même.

1.2.1.5.2 Conclusions

En résumé, la recherche de Carlson (1998) met clairement en évidence les difficultés qu'éprouvent les étudiants lors du transfert d'une situation à un graphique et lors de l'interprétation de manière globale d'un graphique. Elle propose deux pistes de solutions : premièrement de revoir le curriculum et deuxièmement de proposer aux élèves des situations physiques lors de l'étude des fonctions. En ce qui concerne le curriculum (*voir* paragraphe 1.2.1.2), les objectifs stipulent clairement que les enseignants doivent faire travailler les élèves sur les transferts entre les modes de représentation. Ainsi, il ne faudrait pas s'attarder sur le curriculum écrit, mais plutôt sur le curriculum effectif. Pour cela, nous nous sommes intéressés à l'enseignement au niveau secondaire à travers la recherche de Hitt (1998) qui permet de mettre en évidence les difficultés qu'éprouvent les enseignants avec le concept de fonction. Or, ces difficultés se situent majoritairement au niveau de l'articulation de plusieurs registres. Cette dernière habileté semble constituer un réel problème dans l'apprentissage et l'enseignement des fonctions. En réponse à la deuxième piste proposée par Carlson (1998), nous considérons la recherche de Monk (1992) dont les questions portent sur une situation physique. Les difficultés alors rencontrées par les élèves se situent toujours au niveau de l'articulation de plusieurs registres de représentation. Ici, les transferts concernés sont les passages de la situation schématisée aux modes de représentation formel et graphique, ainsi que le passage du graphique à la situation. La situation physique n'apporte pas de cette manière une solution puisque les étudiants ont toujours de la difficulté à modéliser et à interpréter un graphique. Ainsi, il n'est pas suffisant de présenter une situation physique

réelle pour contrer les difficultés reliées au concept de fonction. Cependant, il se pourrait que ce soit le manque de compréhension de la situation physique qui cause des difficultés et non pas le concept de fonction. C'est pourquoi, nous nous sommes intéressés à la recherche de Beichner (1994), puisque celui-ci questionne des étudiants qui ont suivi un cours de physique sur le mouvement et qui ont donc travaillé avec beaucoup de situations cinématiques. Les résultats de cette dernière recherche montrent que les étudiants ont tout de même de la difficulté à passer de la situation au graphique et du graphique à la situation. Nous en concluons donc que l'introduction et la compréhension de situations cinématiques ne suffit pas à contrer les difficultés des élèves avec les transferts de registres de représentation particulièrement en ce qui concerne la représentation graphique. Les résultats de recherche de Janvier (1993) confirment l'existence de difficultés reliées à l'articulation des modes de représentation « situation » et « graphique » et mettent en évidence le manque de compréhension du graphique comme mode de représentation d'une situation de covariation.

En conclusion, les difficultés reliées au concept de fonction, et identifiées par les chercheurs, concernent toutes de près ou de loin les transferts d'un mode de représentation à un autre et la coordination de ces modes de représentation. Les modes de représentation les plus problématiques dans cette optique sont les modes « situation » et « graphique ». C'est pourquoi nous allons à présent nous intéresser plus particulièrement à ces deux modes de représentation et aux transferts de l'un à l'autre à la fois du point de vue de l'apprentissage et de l'enseignement.

1.2.2 Les modes de représentation « situation » et « graphique », et les transferts de l'un à l'autre

Les résultats des précédentes recherches nous amènent à nous concentrer plus spécifiquement sur les transferts entre les modes de représentation « graphique » et « situation ». Cependant, pour parler de transferts entre les modes de représentation, il est nécessaire de préciser ce que sont la « situation » et le « graphique ». Or, nous ne pouvons pas définir indépendamment ces deux termes puisque les définitions que nous allons choisir dépendent justement de l'interrelation entre ces deux modes de représentation.

En effet, dire ce que désigne le terme « situation » implique de faire des choix selon le contexte qui nous concerne. Si nous voulons que le passage à une représentation graphique soit possible, il faut caractériser le type de situations concernées. Mais, ce dernier dépend lui-même du type de graphique qui nous intéresse. Nous partirons donc du fait que nous sommes dans le contexte de la construction du concept de fonction. Ainsi, on s'intéresse d'abord et avant tout à la relation de dépendance entre deux grandeurs. Dans ce contexte, nous présenterons ce qu'on entend par modes de représentation « situation » et « graphique », puis nous amorcerons la réflexion sur les sources possibles des difficultés de transferts entre ces modes de représentation.

1.2.2.1 Le mode de représentation « situation »

Le terme « situation » tel qu'utilisé en mathématique n'est pas défini dans les dictionnaires et les lexiques. Il est pourtant largement utilisé par le programme de formation de l'école québécoise. Par exemple, le programme de formation de l'école québécoise (2003) indique que les élèves du premier cycle du secondaire doivent être capables d'effectuer la « représentation globale d'une **situation** par un graphique » (p. 253). Malheureusement, ce dernier programme ne donne pas d'amples précisions sur la nature des situations concernées. En fait, il est pris pour acquis que le lecteur sait ce qu'est une situation, c'est pourquoi nous pensons que ce terme est utilisé de manière très large. Ainsi, le programme de formation ne nous donne pas de piste quant à la définition possible de « situation » dans le contexte de la relation entre deux grandeurs.

Essayons donc de définir la « situation » à partir d'une vision globale. En mathématiques, on pourrait dire que la « situation » est la description d'un phénomène. Mais, il y a différents types de phénomènes comme ceux de la vie courante, ceux de la physique ou ceux qui sont purement mathématiques. Il y a aussi plusieurs moyens de présenter ce phénomène. La description peut être faite en mots écrits ou parlés. Ces mots peuvent être accompagnés d'un dessin, d'un schéma, d'une figure géométrique ou d'un matériel concret. L'absence de cadre officiel de ce mode de représentation, nous mène donc à le définir au sens large. C'est-à-dire que, pour nous, le mode de représentation « situation » est forcément composé d'un énoncé (en mots) qui est agrémenté éventuellement d'une représentation

figurale et/ou d'un matériel concret. Cette définition permet d'un côté de regrouper une multitude de situations ce qui donne la possibilité de la diversité, mais d'un autre côté l'éventail de situations possibles ne permet pas d'établir un modèle d'analyse systématique du mode « situation ». Il est difficile de prévoir le type et la forme des informations disponibles dans une situation donnée. Ainsi, dans le cadre qui nous intéresse, les situations possibles peuvent être regroupées sous la dénomination suivante : « situations de relation entre deux grandeurs ». Ces situations se caractérisent par la présence d'au moins deux grandeurs qui coexistent et sont liées par une relation de dépendance.

Nous allons déterminer à présent quel type de graphique permet de représenter une situation de relation entre deux grandeurs.

1.2.2.2 Le mode de représentation « graphique »

Tout d'abord, si on consulte le grand dictionnaire terminologique de l'Office québécois de la langue française, on trouve plusieurs définitions différentes pour le terme « graphique » en mathématique. Nous avons relevé deux définitions qui semblaient tenir compte de l'idée de relation entre deux grandeurs :

Définition 1 : Tracé représentant divers phénomènes au moyen d'une ligne appelée courbe établissant en abscisse (horizontalement) et en ordonnée (verticalement) le rapport de deux variables de manière à les faire se rencontrer à des points caractéristiques.

Définition 2 : Représentation d'un phénomène par une courbe ou d'autres symboles conventionnels.

Représentation géométrique des relations entre des données numériques.

Note : En présence de tableaux de résultats expérimentaux, les graphiques suggèrent mieux des hypothèses interprétatives et explicatives que la sécheresse abstraite des chiffres. En outre, leur aspect perceptif permet au lecteur de contrôler plus rapidement, dans un premier temps, la valeur des conclusions d'une étude. Ce genre de dessin s'emploie en particulier pour illustrer des données statistiques.

La première définition met bien en évidence la présence de variables mises en relation et l'idée de plan cartésien. La seconde définition donne les avantages du graphique comparativement à la table de valeurs. Elle fait ressortir le rôle communicatif du graphique comme mode de représentation et elle définit le graphique comme une représentation

géométrique. Ces derniers éléments nous seront utiles lors de la création de l'approche d'enseignement proposée dans cette recherche.

Dans le programme de formation, nous n'avons pas trouvé d'indications sur la distinction entre les différents types de graphiques abordés à l'école secondaire. En ce qui concerne l'étude des fonctions, il est toutefois question du « graphique cartésien » comme mode de représentation graphique.

Finalement, nous parlerons de la représentation graphique d'une situation comme d'une combinaison des deux définitions énoncées précédemment. Nous garderons l'idée du graphique comme un ensemble de points dans un plan cartésien. Mais aussi comme une représentation visuelle d'un phénomène de dépendance entre deux grandeurs permettant une interprétation rapide et efficace de plusieurs informations. D'autre part, il est important de garder en tête que ce type de graphique est *la* représentation mathématique *visuelle* d'une situation de relation entre deux grandeurs.

1.2.2.3 Les transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique » : origine des difficultés éprouvées par les élèves

Les transferts entre ces deux modes de représentation sont problématiques d'après les chercheurs (*voir* paragraphe 1.2.1.5). L'origine de ces difficultés peut être diverse. Pour tenter de l'identifier, nous donnerons un aperçu de l'historique de la représentation « graphique », puis nous analyserons les différences entre ces modes de représentation, ensuite nous caractériserons l'approche traditionnelle de l'enseignement des fonctions et finalement nous mettrons en évidence le rôle du concept de covariation dans les transferts entre les modes « situation » et « graphique ».

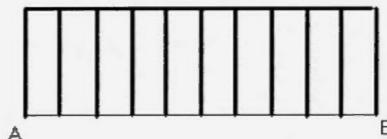
1.2.2.3.1 L'apport historique

Afin de retracer brièvement l'histoire de la représentation graphique, nous nous sommes arrêtés à la recherche de Castelnovo (1994) qui s'est intéressée aux représentations graphiques qui ont émergé depuis l'art du Paléolithique. Par graphique, on entend ici « ce qui a trait au graphisme », c'est-à-dire, d'après le grand dictionnaire terminologique de l'Office

québécois de la langue française, une « technique de représentation à l'aide d'un langage visuel qui sert à expliquer et à décrire ». Cependant, une partie de sa recherche porte sur ce qu'elle appelle le *graphique reflétant un phénomène variable*. Elle décrit donc d'abord une peinture datant de l'époque de 1100 avant J.C. qui utilise un fond quadrillé permettant de déterminer la position des étoiles à une certaine heure d'observation. Cette représentation permet de voir la position des étoiles à un moment donné, mais ne permet pas de voir le parcours de ces mêmes étoiles au cours du temps. Ainsi, le plan coordonné apparaît, mais il ne permet pas encore de représenter la covariation de deux grandeurs. Beaucoup plus tard, un parchemin datant du X^{ème} ou XI^{ème} siècle présente cette idée de trajectoire des planètes dans un système de référence espace-temps.

Mais il faudra attendre Oresme en l'an 1360 pour voir une représentation d'un phénomène non plus céleste mais terrestre. Oresme s'intéresse alors à la vitesse en fonction du temps. Il représente les mouvements uniforme et uniformément accéléré par une représentation géométrique très proche du graphique cartésien (*voir fig. 1.1 a), b) et c)*). Sur cette représentation, le temps est indiqué par un segment horizontal sur lequel des intervalles de temps égaux déterminent des moments précis. Pour chaque moment, une vitesse est représentée verticalement par un segment. C'est la première fois que l'Homme atteint le niveau d'abstraction lui permettant de représenter une vitesse, qui est une grandeur invisible et impalpable, par un segment, qui est un objet géométrique qu'on peut représenter par une ligne bornée sur du papier. Cette représentation géométrique est très intéressante, mais d'après Castelnovo, elle est limitée car elle ne fait pas référence à des axes. Ainsi, elle considère que les premières idées sur le plan cartésien sont plus intéressantes.

a) la vitesse est toujours la même et on a un *rectangle*



b) la vitesse augmente de façon constante à partir de zéro et on a un *triangle rectangle*



c) la vitesse augmente de façon constante, mais ne part pas de zéro et on a un *trapèze rectangle*

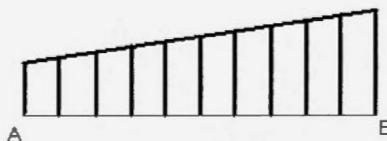


Figure 1.1 Représentation visuelle de la vitesse en fonction du temps selon Oresme (1360)

En ce qui nous concerne, nous trouvons la représentation d'Oresme très satisfaisante car elle donne du sens à ce qui est fait : le graphique explique d'une certaine manière le phénomène physique. À l'aide d'une échelle précisée, on peut représenter une vitesse par un segment d'une certaine longueur. C'est en quelque sorte ce qui est fait dans un plan cartésien sauf qu'on ne voit pas les segments qui sont reportés sur les axes.

L'idée d'Oresme est reprise par Galileo trois siècles plus tard, mais cette fois avec le système d'axes. Galileo représente la chute des corps et son graphique se confond alors avec la trajectoire du corps en chute. Cet avantage visuel rend la communication entre scientifiques plus facile d'après Castelnovo, mais peut, d'après nous, amener la confusion entre le *mode source* et le *mode cible* (Janvier, 1993) dans un contexte scolaire. Par la suite, les différents diagrammes statistiques apparaissent au XVIII^{ème} siècle et en 1827 Quételet présente des graphiques sur des phénomènes anthropologiques, comme par exemple la taille

de l'être humain en fonction de son âge. Ces dernières préoccupations sont davantage d'ordre statistique que fonctionnel.

Finalement, la représentation graphique en mathématique a pris beaucoup de temps à faire sa place dans la société. Les premières situations représentées par des graphiques sont de nature scientifique et sont réservées à la communication entre une minorité de personnes. Cette disponibilité tardive des graphiques au public est peut-être une source des difficultés éprouvées aujourd'hui par les élèves. Si, comme le dit Castelnovo, les mathématiciens ont fait preuve de trop de purisme, les dirigeants furent trop réticents à rendre l'information disponible à tous. Il est donc possible qu'il nous en reste des séquelles aujourd'hui. Ainsi, même si le graphique est un moyen de diffusion de l'information très répandu, il n'est pas bien compris par la majorité des gens. Quelque part, ceux qui voulaient bloquer l'accessibilité à l'information ont, sans le savoir, réussi leur coup.

1.2.2.3.2 Différences et similitudes entre les modes de représentation « situation » et « graphique »

Une autre explication de l'origine des difficultés de transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique » est la différence entre ce que suggère chacun de ces modes de représentation. En effet, la situation fournit certaines informations alors que le graphique en fournit d'autres. Comme l'indique Duval (1988), les différents registres sémiotiques présentent chacun leurs caractéristiques. Par exemple, le *registre graphique* englobe bien plus que l'objet « graphique » lui-même, il implique un ensemble de symboles, de codes et de conventions. Quant à ce que nous avons appelé le mode de représentation « situation », il regroupe les *registres verbal et figural* qu'a identifiés Duval et qui eux aussi présentent leurs caractéristiques. Nous analyserons plus loin, dans le cadre théorique de la présente recherche, ce que sont plus précisément ces registres sémiotiques. Pour le moment, nous allons continuer de parler des modes de représentation « situation » et « graphique » en effectuant une première analyse succincte de leurs caractéristiques respectives afin de mieux pouvoir les comparer.

La compréhension du mode de représentation « situation » implique une multitude de connaissances et d'habiletés. Ces dernières dépendent de la manière de présenter la situation

et du type de situation abordée. Dans l'ensemble, on pourrait dire que le langage et la représentation visuelle imagée sont les éléments majeurs constituant ce mode de représentation. Le langage est constitué d'un ensemble de codes propres à la langue concernée. Ces codes sont d'ailleurs différents si le langage est écrit ou parlé. Lorsqu'il est parlé, il peut même être complété par un autre élément de codage : les gestes. Bien que le langage courant soit un moyen de communication rapidement maîtrisé par les êtres humains, des codes spécifiques représentés par un vocabulaire et des expressions particuliers interviennent et dépendent du type de situation concernée.

La représentation visuelle imagée, quant à elle, utilise des codages visuels qui peuvent ou non respecter certaines normes. Le dessin, par exemple, est libre de toute contrainte puisqu'il est le fruit de l'image mentale de la personne qui le produit. Cette dernière se fait une représentation de la situation qui n'est régit par aucune règle précise exceptées peut-être les contraintes naturelles de la pensée humaine. Cette liberté du dessin fait de celui-ci une représentation difficilement interprétable puisqu'aucune balise ne permet d'en faire une analyse précise. D'autres représentations visuelles par contre, comme les figures géométriques et les schémas, respectent certaines règles qui en permettent une interprétation plus uniforme. Le schéma doit être une reproduction de la situation « théorique » ou détachée du monde. C'est-à-dire une image des objets dans un monde parfait dans lequel on fait abstraction de certains aspects de la réalité. Par exemple, le schéma d'une échelle posée sur un mur pourrait être celui de la figure 1.2. Ce schéma est appelé ainsi justement parce qu'on ne voit pas les détails de l'échelle, du mur, du sol. On a représenté la situation le plus simplement possible sans s'attarder aux détails ou aux contraintes de la réalité, on a donc schématisé la situation. Cette simplification de l'image de la situation permet d'isoler les éléments qui nous intéressent, on réduit ainsi les éléments possibles de distraction de l'œil et de l'esprit.

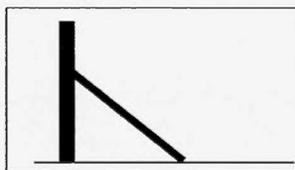


Figure 1.2 Schématisation
d'une échelle posée sur un mur

Dans le mode de représentation « situation » on retrouve donc un ensemble de codages langagiers et visuels. La compréhension de la situation implique donc d'abord une tâche de décodage – tâche qui d'ailleurs n'est pas la même si l'énoncé est accompagné ou non d'une représentation figurale. Mais ce décodage n'est pas aveugle car il doit permettre de répondre à un objectif précis, celui du transfert à la représentation « graphique ».

Le mode de représentation « graphique » répond, contrairement à celui de la « situation », à plusieurs normes de codage universelles. Ces normes vont permettre l'uniformisation de la représentation graphique et filtrer la situation réelle, ce qui présente l'avantage de l'interprétation unique. Par contre, ces dernières ne sont pas aussi naturelles que le langage et ne sont utilisées que dans le cadre de certaines démarches qui ne sont pas quotidiennes. Si on répertorie les différents codages que comporte le mode de représentation « graphique », on peut encore une fois distinguer les codages langagiers des codages visuels. En effet, le langage intervient encore dans ce mode de représentation puisqu'un vocabulaire particulier est nécessaire à la désignation des éléments composant le graphique. Les codages visuels permettent d'ailleurs d'identifier le rôle de chacun de ces éléments.

Les modes de représentations « situation » et « graphique » sont donc différents en ce qui a trait aux normes de codage. En effet, le mode de représentation « situation » n'est pas régi par des règles précises comme l'est le mode de représentation « graphique ». Par contre, ces deux modes de représentation se rejoignent en un point, celui du langage. Ainsi, nous pouvons déjà anticiper que les difficultés de transferts entre ces modes de représentation découlent des disparités sur les normes de codage, mais aussi que le langage est un moyen de pallier à ces difficultés.

1.2.2.3.3 Caractérisation et influence des approches d'enseignement actuelles

1.2.2.3.3.1 L'enseignement par transmission des connaissances

Puisque différentes recherches à diverses époques et divers lieux ont fait ressortir les difficultés de transfert entre les modes de représentation « situation » et « graphique », nous

nous questionnons sur les approches d'enseignement concernant ces modes de représentation. Cependant, nous n'effectuerons pas ici une analyse détaillée des programmes de formation à travers le monde et les années car nous nous éloignerions de notre objectif. Nous allons donc simplement caractériser l'enseignement des mathématiques au Québec depuis les années 70.

Le programme de formation de l'école québécoise instauré en 1966 tentait de donner suite au rapport Parent en recommandant le recours à une pédagogie active centrée sur l'élève. Cette recommandation découlait alors du constat de l'échec de la pédagogie par transmission des connaissances dans laquelle l'élève apprenait en imitant son modèle : l'enseignant. Le rapport annuel de l'activité éducative de 1969-1970 (1971) montre cependant que cette recommandation n'a pas été respectée, l'objectif du rapport Parent n'est pas atteint. Aujourd'hui encore, il est triste de constater que l'approche transmissive est largement utilisée dans nos écoles. Or, cette approche influence sans aucun doute l'apprentissage de l'élève puisque celui-ci n'est pas acteur mais spectateur.

En ce qui concerne l'enseignement de la représentation graphique comme mode de représentation d'une situation, l'approche transmissive propose de définir ce qu'est une « situation », puis de définir ce qu'est un graphique et finalement de donner quelques exemples de graphiques pour des situations données. Dans ce cadre, les caractéristiques des modes de représentation et les difficultés de transferts entre ceux-ci sont complètement ignorées. Notons que dans la mesure où on ne s'attarde pas sur l'existence de registres sémiotiques et sur ce qu'impliquent les transferts de l'un à l'autre, l'approche transmissive semble appropriée. Effectivement, c'est notre cadre théorique qui nous permettra de remettre en question la valeur de cette approche de l'enseignement encore très populaire.

1.2.2.3.3.2 Le programme de formation

Le programme de formation de 1994 tient compte de l'importance des transferts d'un mode de représentation à un autre. On y retrouve d'ailleurs des tableaux de traduction entre les modes de représentation inspirés des recherches de Janvier-Girardon-Morand (1993). Ces tableaux présentent les différents modes de représentation possibles, ainsi que les traductions qui doivent être travaillées avec les élèves. Les objectifs concernant les transferts entre les

modes « situation » et « graphique » se trouvent dans le programme de mathématiques 216 (1994) :

Objectif général 1 : Favoriser chez l'élève l'accroissement de l'habileté à utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes.

Objectif terminal 1.1 : Effectuer des transferts de représentation d'une situation donnée.

Objectifs intermédiaires : Décrire globalement une situation représentée par un graphique.

Représenter globalement une situation par un graphique. (pp. 23-25)

Ils sont accompagnés du tableau 1.2. Dans ce tableau, les cases marquées d'un **x** sont celles qui concernent les transferts entre les modes « situation » et « graphique ». De plus, les intentions de ces objectifs sont précisées par les indications suivantes :

On voit se profiler derrière cette description très sommaire un aspect fondamental des mathématiques sous lequel celles-ci apparaissent comme un langage. Ce langage prend plusieurs formes : expression numérique, image ou dessin, table de valeurs, graphiques ou diagramme, expression algébrique, équation, formule, etc., autant de modes de représentation qui permettent de mettre en lumière des aspects particuliers de la situation. On doit aider l'élève à voir les avantages qu'il y a à utiliser plusieurs modes de représentation d'une situation pour bien la comprendre.

D'abord (objectif terminal 1.1), il s'agit d'amener l'élève à exploiter ces différents modes de représentation et de le rendre capable de passer de l'un à l'autre. (p. 24)

Tableau 1.2 Tableau de traduction extrait du programme d'étude du MEQ (1994)

de \ à	Mots ou dessin	Table de valeurs	Graphique	Règle ou équation
Mots ou dessin			x	
Table de valeurs				
Graphique	x			
Règle ou équation				

On voit bien dans ces intentions que les transferts entre les modes de représentation sont importants. Cependant, il n'y a pas de préoccupation quant aux difficultés que peuvent représenter ces transferts. En fait, les intentions sont bonnes, mais il n'y a pas suffisamment d'indications sur les moyens à utiliser pour effectuer des transferts entre modes de représentation.

D'autre part, le programme de mathématiques 216 précise que :

Lorsque l'élève aura à **DÉCRIRE une situation** à l'aide de mots, d'un dessin, d'une table de valeurs ou **d'un graphique**, il devra le faire d'une **façon globale**. Lorsque l'élève aura à **REPRÉSENTER une situation**, elle ou il devra aussi en présenter une **vision globale**. (p. 24)

Dans les modes de représentation qui nous intéressent, l'habileté à *décrire* concerne le passage du graphique à la situation, alors que l'habileté à *représenter* concerne le passage de la situation au graphique. Par contre, le programme ne fournit aucune précision sur ce qu'il entend par *décrire de façon globale* et *présenter une vision globale*. Ainsi, il y a une restriction dans la nature des transferts à effectuer, mais celle-ci n'étant pas explicitée, plusieurs interprétations sont possibles.

Finalement, l'importance des transferts entre les différents modes de représentation est mise de l'avant dans le programme de formation, mais plusieurs points restent flous. C'est le cas des moyens à utiliser pour passer d'un mode de représentation à l'autre et du type de transfert attendu. Évidemment, le manque de précision laisse place à de multiples interprétations. Il reste donc à voir si ces dernières prennent en compte les caractéristiques des modes de représentation et la difficulté du transfert entre ceux-ci.

1.2.2.3.3.3 Interprétation du programme révélée dans les manuels scolaires

Nous avons choisi une seule collection de manuel scolaire du programme 216 : Carrousel mathématique 2 (1994). Dans ce manuel, un chapitre concerne les diverses formes de représentation d'une situation et la plus grande partie de ce chapitre est consacrée aux représentations « graphique » et « situation ». D'abord, on montre aux élèves ce qu'est un plan cartésien et comment y placer et y lire des points. Ensuite, on indique aux élèves qu'un graphique fournit beaucoup d'informations, entre autres des informations ponctuelles et des

informations globales. Puisque le manuel n'explique pas exactement ce qu'on entend par ponctuel et global, nous avons consulté les exemples donnés. Les informations ponctuelles sont obtenues par une lecture directe des coordonnées d'un point du graphique. Par contre, il n'est pas évident de comprendre ce que sont les informations globales car les exemples proposés ne sont pas clairs. Par la suite, les élèves doivent répondre à des questions sur des graphiques donnés. Ces questions sont majoritairement des tâches d'identification d'informations ponctuelles contextualisées. Finalement, on propose plusieurs exercices dans lesquels on demande aux élèves de passer de la situation au graphique. Aucun outil n'est donné explicitement pour effectuer cette tâche sauf bien sûr le début du chapitre qui montre comment placer des points dans un plan cartésien. La particularité de ces exercices est la présence systématique d'une question sur la construction d'une table de valeurs et d'une autre sur la construction du graphique à partir de cette table de valeurs.

En résumé, l'analyse rapide de ce manuel a permis de faire ressortir les caractéristiques suivantes :

- La représentation graphique est donnée aux élèves et on leur montre comment placer des points à l'aide de coordonnées,
- Le transfert du graphique à la situation précède le transfert de la situation au graphique,
- Dans la partie sur le transfert du graphique à la situation, les questions portent majoritairement sur des informations ponctuelles bien qu'on indique qu'il soit aussi possible de recueillir des informations globales,
- Dans la partie sur le transfert de la situation au graphique, on impose aux élèves la construction d'une table de valeurs comme moyen de passer à la représentation graphique.

Ainsi, si nous revenons à notre objectif, qui était d'identifier une interprétation du programme de formation à travers la consultation d'une collection de manuels scolaires, nous pouvons dire que l'interprétation est pauvre. En effet, le seul moyen donné aux élèves pour effectuer des transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique » concerne le passage de la situation au graphique. Il s'agit de passer par un mode de représentation intermédiaire : la table de valeurs, puis d'effectuer un repérage dans le plan cartésien. La maîtrise de cette habileté permet de répondre aux questions ponctuelles qui font appel à ce que De Cotret (1985) nomme l'approche quantitative. Par contre, elle ne permet

pas de développer l'approche qualitative d'une situation de covariation. D'autre part, les éclaircissements que nous attendions sur la notion de globalité abordée par le programme ne nous ont pas été apportés par ce manuel. Bien qu'on y parle de la possibilité de recueillir des informations globales dans un graphique, on ne retrouve pas d'interprétation claire de ce que sont la description globale d'un graphique et la représentation globale d'une situation.

Finalement, l'approche du manuel scolaire démontre une forte préoccupation pour les informations ponctuelles qui confère au graphique un aspect statique puisqu'on ne s'intéresse qu'aux points indépendamment les uns des autres. Cette approche quantitative est importante dans la construction du concept de fonction, mais elle ne permet pas de mettre en évidence le concept de covariation qui lui aussi est important dans cette construction. L'aspect statique de l'approche quantitative ne favorise pas la conceptualisation du graphique comme étant la représentation d'un phénomène de covariation entre deux grandeurs. Or, nous allons montrer que la covariation est à la base de la coordination des modes de représentation « situation » et « graphique ».

1.2.2.3.4 Importance du concept de covariation dans la coordination des modes de représentation situation et graphique

La coordination entre deux modes de représentation implique la maîtrise des transferts de l'un à l'autre. Ces transferts doivent tenir compte de l'ensemble des composantes de ces modes de représentation. En ce qui concerne les transferts entre les modes de représentation « graphique » et « situation », ils doivent tenir compte de l'existence d'informations statiques et dynamiques dans le mode de représentation graphique. Nous avons vu que l'approche des manuels scolaires tenait compte de l'aspect statique du graphique, mais pas du dynamique. Or, cet aspect dynamique est le témoin du phénomène de covariation entre deux grandeurs.

Ainsi, les difficultés des élèves lors du transfert du mode de représentation « situation » au mode de représentation « graphique » sont, à notre avis, dues à une conceptualisation incomplète du graphique. En effet, le graphique est une représentation très riche puisqu'elle fournit beaucoup d'informations. Ces informations, comme l'indique le manuel Carrousel mathématique 2 (1994), sont de deux natures : ponctuelles et globales. L'interprétation de l'information ponctuelle n'est pas ce qui pose problème aux élèves car si on fait référence à la

recherche de Carlson (1998), ce sont les tâches d'interprétation de manière globale du graphique qui sont mal réussies. Ainsi, il manque aux élèves des habiletés pour effectuer cette interprétation globale du graphique. Nous pensons que ces habiletés reposent sur le concept de covariation. En effet, la covariation étant l'intérêt pour la réaction d'une des grandeurs quand l'autre « bouge », comprendre ce qu'est la covariation entre deux grandeurs implique d'avoir une vision dynamique du graphique. Cette vision dynamique est celle qui permet d'interpréter ce qui se passe entre les points et ce que dit le graphique globalement.

Ainsi, les difficultés mises de l'avant par les chercheurs concernent la conceptualisation du graphique comme la représentation de la covariation entre deux grandeurs. Cette conceptualisation repose donc d'abord sur la compréhension de ce qu'est la covariation puis sur le moyen de représenter visuellement cette covariation.

1.2.3 Conclusion et objectifs de la recherche

Notre intérêt pour l'enseignement et l'apprentissage du concept de fonction nous a d'abord mené à montrer l'importance de ce concept dans le programme de formation de l'école québécoise au niveau secondaire, mais aussi dans la vie courante et dans la vie professionnelle de tout citoyen. Ensuite, la consultation de résultats de recherche sur ce sujet nous a fait réaliser que des difficultés majeures étaient rencontrées par des étudiants suivant déjà des programmes scientifiques à des niveaux post-secondaires. Le classement rapide de ces difficultés a révélé que celles-ci concernaient majoritairement des transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique ». Plus exactement, ce sont les transferts nécessitant des interprétations globales ou dynamiques qui semblaient problématiques. Nous nous sommes alors penché sur les sources possibles de ces difficultés et nous avons constaté que la représentation graphique d'une situation comme moyen de communication pour tous était apparue tardivement. D'autre part, aujourd'hui, l'enseignement de ce mode de représentation ne tient pas compte des difficultés qu'implique le transfert entre différents modes de représentation et ne permet pas la conceptualisation du graphique comme moyen de représentation de la covariation entre deux grandeurs. Finalement, nous en sommes arrivés à établir que les difficultés relevées par les chercheurs étaient dues à une conceptualisation

incomplète du graphique. Le manque à combler étant le développement du concept de covariation puis le passage à une représentation visuelle de cette covariation.

Ainsi, l'objectif de notre recherche est de trouver un moyen de développer le concept de covariation chez des élèves de secondaire 2, afin d'ensuite les amener à conceptualiser le graphique comme représentation visuelle de cette covariation.

1.2.4 Questionnement

Les questions qui se posent sont les suivantes : Comment développer le concept de covariation chez les élèves ? Comment introduire la représentation graphique comme mode de représentation visuel d'une situation de covariation ?

1.2.5 Méthodologie de la recherche

Afin de répondre à notre questionnement, nous avons élaboré une séquence d'enseignement basée sur le développement du concept de covariation et sur le passage à la représentation graphique. Évidemment, une de nos principales préoccupations lors de la conception de cette approche a été la prise en considération de la difficulté des transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique ». Ainsi, la séquence a été conçue à partir des résultats de plusieurs recherches antérieures et de la collaboration de trois enseignants en pratique. Elle a été ensuite expérimentée dans trois groupes de secondaire 2.

CHAPITRE II

CADRE THÉORIQUE

2.1 Importance de la prise en compte des registres de représentation sémiotiques (Duval 1988,1993)

Dans le chapitre I, nous avons fait ressortir une problématique importante concernant le concept de fonction. Nous avons en fait constaté que les transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique » représentaient une difficulté pour les élèves. Après avoir effectué une première analyse personnelle des sources possibles de cette difficulté (*voir* paragraphe 1.2.2.3), nous allons à présent nous référer aux recherches de Duval qui s'est penché particulièrement sur les registres de représentation sémiotiques. Ce cadre théorique nous permettra à la fois de cibler les objectifs précis de la présente recherche et d'analyser les données recueillies lors de l'expérimentation. Nous commencerons donc par montrer en quoi les registres de représentation sont reliés aux modes de représentation tels qu'exposés jusqu'ici. Ce parallèle nous permettra alors de peaufiner notre regard sur le concept de fonction et sur ce qu'implique la coordination de différents registres de représentation. Nous appliquerons alors cette théorie aux registres de représentation impliqués dans nos questions de recherche, ce qui nous permettra finalement de préciser les objectifs de notre expérimentation en lien avec cette théorie.

2.1.1 Registre de représentation sémiotique et mode de représentation

2.1.1.1 Définition de registre de représentation sémiotique

D'abord Duval (1993) parle de représentation sémiotique par opposition à la représentation mentale. Pour lui, la représentation sémiotique est une production « constituée par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signifiante et de fonctionnement » (p. 2), alors que la représentation mentale ne recouvre que les images et conceptions qu'un individu peut avoir sur un objet ou une situation. Il ne faut pas non plus restreindre la représentation sémiotique à l'extériorisation de la représentation mentale car elle est plus que cela. Elle est non seulement un moyen de communication avec l'extérieur, mais aussi un élément clé dans l'activité cognitive de la pensée. En effet, elle a, entre autres, les fonctions d'objectivation (expression privée ou construction interne qui permet à l'individu la reconnaissance d'un objet) et de traitement pour lequel les représentations mentales sont insuffisantes. Ainsi, la représentation sémiotique est à la base du fonctionnement cognitif de la pensée humaine. Duval exprime cette idée en précisant que « si on appelle *sémiosis* l'appréhension, ou la production, d'une représentation sémiotique, et *noésis* l'appréhension conceptuelle d'un objet, il faut affirmer que la *noésis* est inséparable de la *sémiosis* » (p. 3). Ainsi, pour lui il n'y a pas de *noésis* sans *sémiosis* ce qui signifie que la conceptualisation d'un objet n'est possible que si un processus d'appréhension ou de production d'une représentation sémiotique a eu lieu.

Il ajoute cependant que « pour qu'un système sémiotique puisse être un registre de représentation, il doit permettre trois activités cognitives fondamentales liées à la *sémiosis* » (p. 4). La première activité est celle de la formation d'une représentation identifiable. En fait, la concrétisation de la représentation doit être reconnaissable par l'humain qui en connaît les règles de fonctionnement. Par exemple, la grammaire est une règle du registre de la langue naturelle permettant aux individus de communiquer entre eux. La seconde activité est celle du traitement. Le traitement est la transformation de la représentation dans le registre même où elle a été formée. En fait, le traitement est une activité se déroulant à l'intérieur d'un même registre sémiotique. La représentation n'est pas exactement répétée, mais plutôt modifiée de manière, par exemple, à témoigner de la transformation d'une situation ou à mettre l'accent sur un aspect différent d'une même situation. La troisième activité est la conversion de la

représentation dans un autre registre que celui d'où elle provient. Par exemple, « la *description* est la conversion d'une représentation non verbale (schéma, figure, graphe) en une représentation linguistique » (p. 5). Cette dernière activité est sans doute la plus problématique car il n'existe pas toujours de règles de conversions possibles et lorsqu'il y en a, leur importance est négligée. Cette négligence est certainement l'une des sources des difficultés éprouvées par des élèves lors de tâches de conversion.

En ce qui concerne le concept de fonction, nous nous intéressons, dans la présente recherche, aux modes de représentation « graphique » et « situation ». Nous allons donc analyser ces modes de représentation pour montrer en quoi ils sont reliés à ce que Duval appelle les *registres* de représentation.

2.1.1.2 Mode de représentation « graphique » et registre de représentation

Duval (1988) parle de difficultés relatives aux registres « graphique » et « algébrique ». Ainsi, pour lui le graphique comme représentation visuelle d'une situation fonctionnelle fait parti d'un registre sémiotique. Essayons donc d'analyser le mode de représentation « graphique » comme nous l'entendions précédemment à l'aide des trois critères donnés par Duval pour définir un registre de représentation. Le premier critère indique que le registre doit contenir une représentation identifiable. Ce que Duval (1993) entend par identifiable semble faire référence à des conventions, des connaissances scolaires car si nous nous adressons à des gens non-scolarisés, le champ des représentations identifiables diminue. Ainsi, le graphique cartésien est une représentation mathématique universelle répondant à une multitude de conventions qui en font une représentation facilement identifiable par quelqu'un qui est scolarisé. Le second critère est l'activité de traitement. Ce que nous comprenons de l'activité de traitement nous porte à croire que cette activité est possible au sein du registre « graphique » puisqu'il suffit de rester dans ce même registre. Nous pensons qu'il y a par contre deux types de traitement car on peut soit représenter la même situation par des graphiques différents (il suffit de changer l'échelle), soit représenter une certaine situation que l'on modifie ensuite en restant dans le registre « graphique ». Voici un exemple du premier type de traitement : le graphique de la figure 2.2 est obtenu à partir du graphique de la figure 2.1 en effectuant simplement un changement d'échelle horizontal. Ces deux

représentations graphiques représentent donc la même fonction même si on ne voit pas exactement la même courbe. Un exemple du second type de traitement pourrait être le suivant : le graphique de la figure 2.4 a été obtenu directement par transformation du graphique de la figure 2.3 (on a translaté la courbe de la fonction g de 3 horizontalement et de 1 verticalement, on a alors obtenu la fonction h). Dans ce cas, les fonctions représentées ne sont pas les mêmes bien que leurs courbes soient identiques.

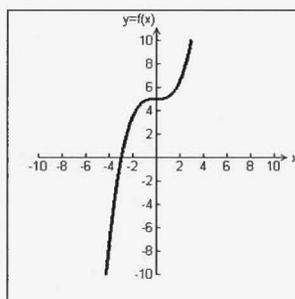


Figure 2.1 Graphique d'une fonction f

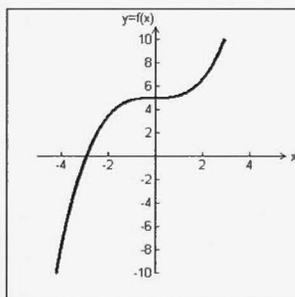


Figure 2.2 Graphique de la fonction f avec changement d'échelle horizontale

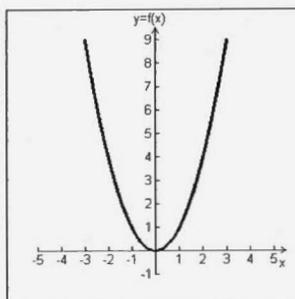


Figure 2.3 Graphique d'une fonction g

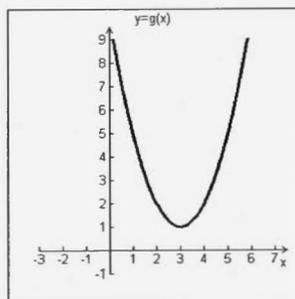


Figure 2.4 Graphique d'une fonction h

Dans ces deux exemples, on voit bien que l'activité de traitement est possible puisqu'on n'a pas eu besoin de sortir du registre « graphique ». Le troisième critère, auquel un registre de représentation doit répondre, est la conversion dans d'autres registres. Dans le cas du graphique, il est effectivement possible et même très courant de passer à un autre registre de représentation. Par exemple, on pourrait passer de la représentation de la figure 2.4 à la représentation symbolique suivante : $y = h(x) = (x - 3)^2 + 1$ appartenant au registre « algébrique ». Ainsi, nous parlerons à présent du « registre graphique » et non plus du « mode de représentation graphique » puisque nous avons justifié la validité de cette appellation conformément à la théorie de Duval.

2.1.1.3 Mode de représentation « situation » et registre de représentation

Le mode de représentation « situation » n'étant pas abordé par Duval, nous ne savons pas si on peut parler de registre « situation ». En fait, Duval distingue les registres « verbal » et « figural » qui, à notre avis, sont des composantes du mode de représentation « situation ». En effet, précédemment, au paragraphe 1.2.2.1, nous avons défini la situation comme étant la description d'un phénomène présentée à l'aide d'un énoncé (en mots) qui est agrémenté éventuellement d'une représentation figurale et/ou d'un matériel concret. Cependant, nous n'avons pas approfondi sur les fondements de cette définition. À présent, notre démarche d'analyse des registres « figural » et « verbal » nous amène à étudier plus précisément le mode de représentation « situation ». Nous laisserons ainsi de côté l'idée d'utiliser un matériel concret puisque celui-ci ne correspond pas à un registre défini par Duval. Nous commencerons donc par présenter les différents types de situations possibles, selon les registres dans lesquels elles sont présentées. Puisque nous nous situons dans le cadre de situations de covariation entre deux grandeurs, il faut noter qu'une situation complète doit au minimum présenter les informations suivantes : quelles sont les grandeurs étudiées, laquelle des grandeurs dépend de l'autre et comment ces grandeurs sont reliées.

2.1.1.3.1 Situations pour lesquelles seul l'énoncé est donné

Pour qu'un énoncé seul soit suffisant, il doit fournir les informations précédemment citées. Prenons la situation suivante comme premier exemple : « À l'épicerie le bœuf haché coûte 3,55\$ la livre. On s'intéresse au coût du bœuf haché selon la quantité achetée. » Dans cette situation, la seconde phrase fournit les deux grandeurs mises en relation : le coût et la quantité, on comprend aussi bien qu'on regarde le coût en fonction de la quantité. La première phrase quant à elle nous indique que les grandeurs entretiennent une relation de proportionnalité puisque le prix de la livre de bœuf haché est constant. Avec une telle situation l'énoncé est suffisant et une représentation figurale n'apporterait rien de plus. Il ne serait pas non plus possible de remplacer une partie de l'énoncé par une telle représentation puisque les grandeurs mises en relation ne se représentent pas visuellement sans le recours à des symboles numériques. Ainsi, on peut dire que les grandeurs de cette situation ne sont pas

directement visualisables et que par le fait même la représentation figurale n'a pas lieu d'être. Comme deuxième exemple, regardons la situation suivante : « Jean court sur une piste circulaire de rayon 235 mètres au centre de laquelle il y a une fontaine d'eau. On s'intéresse à la distance qui sépare Jean de la fontaine selon la distance qu'il parcourt sur la piste. » Dans cette situation, on donne les informations sur les grandeurs mises en relation dans la seconde phrase et dans la première on a recourt à des propriétés mathématiques implicites qui permettent d'identifier le type de relation qu'entretiennent les grandeurs. En effet, les termes « circulaire », « rayon » et « centre » en disent long puisqu'ils font référence au cercle comme un ensemble de points équidistants d'un centre, ce qui permet de déduire que quelle que soit la distance que Jean parcourt, la distance qui le sépare de la fontaine est 235 mètres. Puisque toutes les informations nécessaires sont présentes dans l'énoncé, une représentation figurale n'est pas nécessaire, mais elle pourrait toutefois remplacer une partie de l'énoncé. Effectivement, au lieu de préciser que la piste est circulaire et que la fontaine est au centre, on pourrait donner la figure 2.5 combinée à l'énoncé suivant : « Jean court sur la piste illustrée ci-dessous. On s'intéresse à la distance qui sépare Jean de la fontaine selon la distance qu'il parcourt sur la piste. » La figure utilisée dans cette situation est accompagnée de mots car sa forme schématisée ne permet pas d'identifier directement les objets « piste » et « fontaine » et l'absence d'échelle ne permet pas de déterminer le rayon du cercle. La différence entre cette situation et la première est que cette dernière est visualisable dans un registre « figural ». En fait, les grandeurs qu'on prend en considération sont représentables visuellement par des segments puisque ce sont des longueurs. On peut remarquer cependant qu'un minimum de symboles (mots ou nombres) est nécessaire car la représentation figurale n'est pas exactement la situation réelle, elle en est la représentation. Si on avait la situation réelle, on verrait qu'il s'agit d'une piste et d'une fontaine et on pourrait directement mesurer le rayon du cercle formé par la piste. Mais dans les deux cas, celui où on a une représentation figurale et celui où on a la situation réelle, il est indispensable de préciser à quelles grandeurs on s'intéresse et quelle est celle des deux dont on regarde la valeur varier lorsque la valeur de l'autre varie.

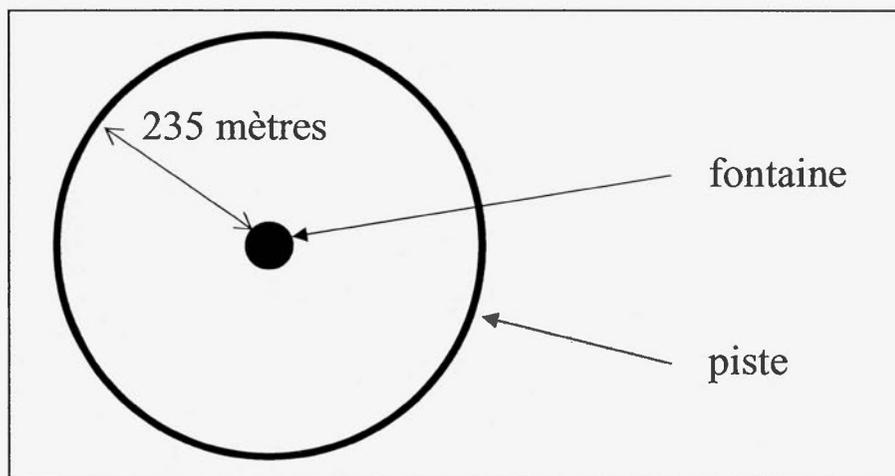


Figure 2.5 Illustration de la piste sur laquelle Jean court

Finalement, les deux situations précédentes sont de deux natures différentes, l'une est visualisable dans un registre « figural », l'autre non. Par contre, elles peuvent toutes deux être précisément décrite en restant uniquement dans le registre « verbal ». Toutefois, une situation visualisable comme dans l'exemple 2 pourrait en partie être exprimée dans le registre « verbal » et en partie dans le registre « figural ». Mais les situations de relation entre deux grandeurs n'appartiennent pas toutes à ces deux catégories, nous allons donc voir s'il existe des situations pour lesquelles le recours au registre « figural » est indispensable et d'autres pour lesquelles le registre « figural » serait autosuffisant.

2.1.1.3.2 Situations pour lesquelles une représentation figurale est donnée

Évidemment, les situations semblables à l'exemple 2 cité précédemment peuvent être présentées sous la forme d'un énoncé accompagné d'une représentation figurale. Ce qui nous a permis dans cet exemple de remplacer une partie de l'information verbale par une figure est la référence à une forme mathématiquement connue : le cercle. Mais si la forme de la piste ne suivait pas celle d'une forme géométrique connue et nommée, alors cette substitution de représentation n'aurait pas pu avoir lieu. En fait, l'énoncé aurait été insuffisant à l'identification précise de la situation. Prenons cette variante de la situation 2 pour exemple :

« Jean court sur une piste à l'intérieur de laquelle il y a une fontaine d'eau. On s'intéresse à la distance qui sépare Jean de la fontaine selon la distance qu'il parcourt sur la piste. » Dans cette situation, on ne connaît pas la forme de la piste et ce n'est pas forcément parce que l'information a été volontairement omise, mais plutôt parce qu'il n'existe pas de mots qui décriraient exactement cette piste. Cette situation présentée dans l'unique registre « verbal » peut donner lieu à une infinité d'interprétations figurales. En effet, un élève de secondaire 2, n'ayant pas encore développé des habiletés d'abstraction, choisirait certainement une représentation sous forme de dessin témoignant de son expérience dans la vie réelle (voir figure 2.6). Par contre, un enseignant choisirait sans doute une illustration schématisée respectant des conventions mathématiques implicites comme la représentation de la fontaine par un point (voir figure 2.7). Dans les deux cas, la forme de la piste et l'emplacement de la fontaine sont sujets à plusieurs interprétations (voir figures 2.6 et 2.7).

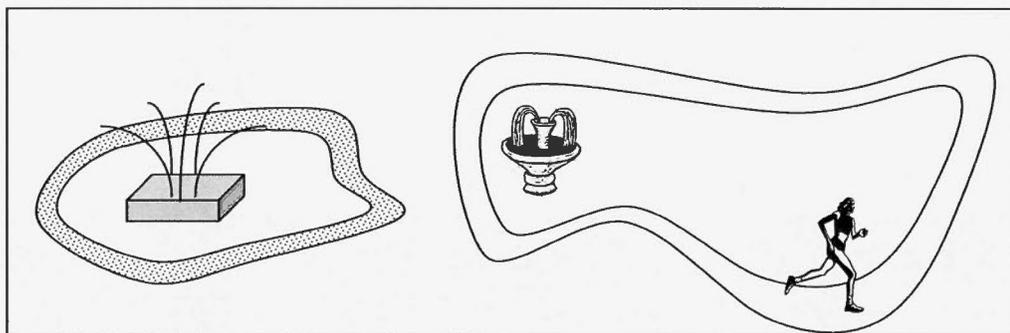


Figure 2.6 Illustrations « dessin » de différentes pistes possibles

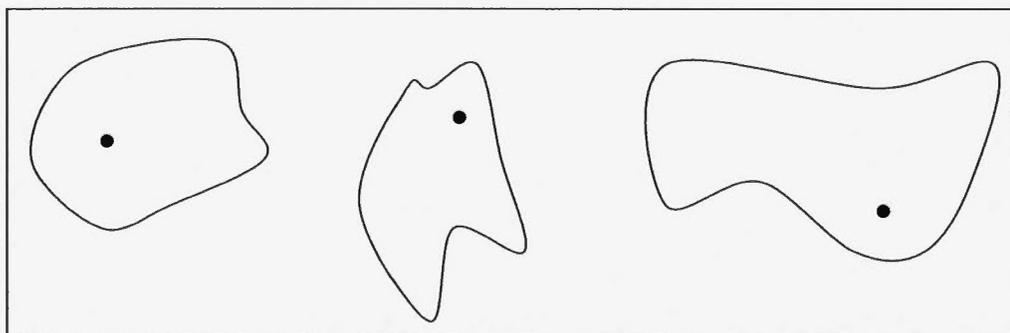


Figure 2.7 Illustrations schématisées de différentes pistes possibles

Pour que la situation soit plus précise, on doit alors ajouter la représentation figurale. Évidemment, en mathématiques, on choisira de présenter une figure schématisée comme celles proposées à la figure 2.7 puisqu'elle permet un travail plus facile. Il faut cependant être conscient que cette illustration n'est pas celle de l'élève et que sa compréhension exige un certain degré d'abstraction.

Le troisième type de situation est donc celui des situations visualisables et ne faisant pas référence à des objets précisément descriptibles verbalement. Ces objets ne possèdent pas non plus de propriétés connues c'est pourquoi la figure est indispensable à l'interprétation de la variation entre les deux grandeurs. En effet, pour savoir comment varie la distance séparant Jean de la fontaine lorsque la distance parcourue par Jean sur la piste varie, il faut bien étudier la figure et comparer les longueurs sur celle-ci.

Puisque certaines situations sont visualisables et que cette visualisation est indispensable, on pourrait se demander s'il est possible de présenter une situation dans le seul registre « figural ».

2.1.1.3.3 Situations pour lesquelles seule une représentation figurale est donnée

Il est vrai que pour une situation visualisable comme celle de la piste de course, une représentation figurale permet de comprendre comment les grandeurs sont reliées entre elles. Néanmoins, si on fournit uniquement cette représentation, on ne sait pas quoi regarder. D'abord, si la représentation est schématisée, les mots sont nécessaires à l'identification des éléments représentés. Le schéma suivant par exemple (*voir* figure 2.8), peut donner lieu à diverses interprétations ou même à aucune interprétation si on ne donne pas quelques indications. Par contre, l'ajout de quelques mots permet à notre cerveau d'imaginer ce qui est schématisé (*voir* figure 2.9). Ainsi, on peut considérer soit que ces quelques mots sont partie intégrante du registre « figural », soit qu'ils indiquent qu'on doit forcément avoir un mélange des registres « figural » et « verbal ». Dans tous les cas, il est clair que les mots sont nécessaires pour désigner les grandeurs qui nous intéressent.

Il n'existe donc pas de situations exprimées uniquement à l'aide d'une représentation figurale pour lesquelles on peut facilement identifier quelles sont les grandeurs étudiées, quelle grandeur dépend de l'autre et comment ces grandeurs sont reliées.

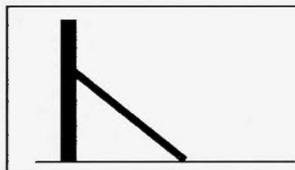


Figure 2.8 Schéma d'une situation sans légende

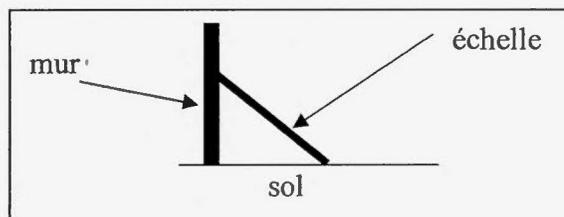


Figure 2.9 Schéma 2.8 auquel on a ajouté une légende

2.1.1.3.4 Conclusion

Nous avons vu dans la précédente analyse des différents types de situations qu'il n'était pas possible de restreindre le mode de représentation « situation » au seul registre « verbal » ni au seul registre « figural » sans mots. C'est pourquoi la « situation » restera pour nous une combinaison des registres « verbal » et « figural », même si pour chaque type de situation la combinaison de registres utilisés n'est pas la même.

2.1.2 Le concept de fonction (second regard)

Au paragraphe 1.2.1.1.2, nous avons jeté un premier regard sur ce qu'est le concept de fonction. À ce regard nous pouvons maintenant ajouter l'importance de la prise en compte des différents registres sémiotiques. Précédemment, nous avons relaté le point de vue de Duval selon lequel il n'y a pas de *noésis* sans *sémiosis*. Ce qui signifie que la construction du concept de fonction dépend des différentes représentations sémiotiques de la fonction. La conceptualisation de la fonction n'est possible que si on considère ces représentations sémiotiques. Mais de quelle manière ces représentations interviennent-elles dans cette

conceptualisation ? Duval (1993) nous dit que la « conceptualisation implique une coordination de registres de représentation » (p. 10). Ainsi, la connaissance des différents registres n'est pas suffisante, il faut qu'il y ait une coordination entre ces registres. Duval (1993) émet en fait l'hypothèse que « la compréhension d'un contenu conceptuel repose sur la coordination d'au moins deux registres de représentation, et cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité cognitive de conversion » (p. 11). La coordination de deux registres nécessite d'une part des activités de traitement dans chacun de ces registres et d'autre part des activités de conversion entre ceux-ci. L'habileté à coordonner deux registres repose donc sur les habiletés à manipuler les représentations au sein même de leur registre et à effectuer des transferts entre différents registres. Ces transferts sont évidemment bilatéraux et impliquent un certain parallélisme entre les registres. En effet, la coordination c'est aussi l'habileté à transformer une représentation dans un certain registre et à en anticiper les effets dans un autre registre.

Finalement, la construction du concept selon Duval n'est possible que par la considération de l'existence de plusieurs registres sémiotiques et par la coordination entre ceux-ci. Ces idées viennent confirmer notre premier regard dans le sens où on ne peut pas réduire un concept à sa simple définition. Néanmoins, Duval ajoute une dimension importante à ce qu'est le concept. Ainsi, aux éléments identifiés dans le premier regard sur le concept de fonction, nous pouvons ajouter l'importance de considérer les représentations sémiotiques reliées à ce concept, ainsi que leur coordination.

2.1.3 La coordination des registres : ça implique quoi ?

Lorsque nous avons qualifié l'enseignement par transmission des connaissances au paragraphe 1.2.2.3.3.1, nous avons déploré l'absence de la considération des difficultés des transferts entre les différents modes de représentation. La coordination des registres est étroitement liée à cette idée de transfert. En fait, nous pouvons maintenant préciser cette idée grâce à celle de la coordination des registres. Effectivement, Duval (1993) apporte davantage de précisions sur ce qu'implique la coordination des registres de représentation.

D'abord, Duval indique que la coordination est loin d'être naturelle. L'enseignement axé sur les contenus conceptuels – qui présente d'ailleurs des similitudes avec l'approche par

transmission de connaissances – engendre un cloisonnement des registres de représentation chez la majorité des élèves. Ces derniers ne développent donc pas d'habileté à coordonner les différents registres qu'ils connaissent pourtant très bien. Cette absence de coordination n'empêche pas toute compréhension, mais elle rend les connaissances acquises peu ou pas mobilisables. « En définitive, cette compréhension mono-registre conduit à un travail à l'aveugle, sans possibilité de contrôle du « sens » de ce qui est fait. » (p. 12) Plusieurs raisons peuvent expliquer ce phénomène de cloisonnement, mais Duval s'arrête sur une seule : la non-congruence.

La congruence est définie par Duval (1993) à l'aide de trois critères :

- La possibilité d'une correspondance « sémantique » des éléments signifiants : à chaque unité signifiante simple de l'une des représentations, on peut associer une unité signifiante élémentaire.
- L'univocité « sémantique » terminale : à chaque unité signifiante de la représentation de départ, il ne correspond qu'une seule unité signifiante élémentaire dans le registre de la représentation d'arrivée.
- L'organisation des unités signifiantes : les organisations respectives des unités signifiantes des deux représentations comparées conduit à y appréhender les unités en correspondance sémantique selon le même ordre dans les deux représentations. (pp. 12-13)

Si il y avait congruence entre les registres, alors l'activité de conversion serait triviale et se résumerait même à une simple activité de codage. Cependant, les registres de représentation ne sont pas congruents car il n'existe pas de règles régissant le passage d'une unité signifiante dans un registre à une unité signifiante correspondante dans un autre registre. C'est pourquoi l'activité de conversion et la coordination des registres sont des difficultés à prendre en compte dans l'enseignement des mathématiques. Or, celui-ci « est généralement organisé comme si la coordination des différents registres de représentation introduits ou utilisés s'effectuait rapidement et spontanément, comme si les problèmes et les coûts liés à la non-congruence n'existaient pas » (p. 13). En ce qui concerne le concept de fonction, cette constatation explique bien les difficultés relevées par les chercheurs (Beichner, 1994 ; Monk, 1992 ; Carlson, 1998 ; Hitt, 1998). Il est donc évident que l'enseignement devrait tenir compte de ces difficultés, mais comment ?

Duval apporte des éléments de réponse à cette question. Il indique que le développement de la coordination ne peut se faire par de simples exercices de conversion

isolés car cela requiert une prise de conscience plus globale que ce que permet le travail sur chaque représentation particulière. « Un apprentissage prenant en compte le lien étroit qui existe entre la *noésis* et la *sémiosis* doit donc placer les élèves dans des conditions qui permettent cette prise de conscience plus globale, et pour cela leur présenter des tâches spécifiques. » (p. 14) Ces tâches sont de trois types et nous allons nous arrêter sur les deux premières, la troisième n'étant pas explicitée par Duval (1993). La première tâche repose d'abord sur la discrimination des unités signifiantes relatives à chacun des registres du concept concerné. « La discrimination des unités signifiantes constituant une représentation dans un registre est étroitement liée à l'activité cognitive de conversion » (p. 14), ce qui suppose donc une identification préalable de ces unités signifiantes. Celles-ci dépendent cependant de la conversion qui nous intéresse puisqu'il faut établir une certaine correspondance entre les unités signifiantes du registre de départ avec celui d'arrivée. La seconde tâche est celle du traitement, activité se situant à l'intérieur d'un même registre. Avant de pouvoir effectuer des conversions entre registres, les activités de traitement sont nécessaires puisqu'elles constituent une étape d'appropriation de la représentation au sein même de ce registre.

Finalement, la coordination de deux registres est une activité complexe du fait de la non-congruence de ces registres. Néanmoins certaines activités peuvent favoriser la conversion puis la coordination des registres : l'identification des unités signifiantes des représentations dans chacun de ces registres et l'activité de traitement à l'intérieur de ces registres pris indépendamment. Dans cette dernière affirmation, nous considérons d'une part que la coordination présuppose la conversion puisqu'elle est le résultat de plusieurs conversions effectuées sous forme d'un va-et-vient entre deux registres, et d'autre part que les unités signifiantes dépendent des registres de départ et d'arrivée.

Puisqu'une des étapes menant à la conversion de registres est l'identification des unités signifiantes, nous allons procéder à cette identification pour la « situation » combinant les registres « verbal » et « figural » et pour le « graphique » apparenté au registre « graphique ».

2.1.4 Les unités signifiantes et les variables visuelles de la « situation »

Dans l'article précédent (2.1.3), nous avons utilisé le vocabulaire employé par Duval (1993). Cependant, Duval (1988) s'est penché sur deux registres particuliers : le registre « graphique » et le registre « symbolique ». Dans le registre « graphique », il a donné un nom plus parlant aux unités signifiantes, il s'agit de « variables visuelles ». En ce qui nous concerne, nous allons utiliser cette appellation de « variables visuelles » pour désigner les unités signifiantes des registres « graphique » et « figural » puisque le point commun de ces registres est justement l'aspect de la communication visuelle. Pour le registre « verbal », nous continuerons de parler des unités signifiantes. Comme Duval (1993, voir extrait à l'article précédent), nous parlerons parfois d' « éléments signifiants », appellation qui englobe les unités signifiantes et les variables visuelles, donc qui permet d'alléger le texte lorsque plusieurs registres sont considérés.

Les éléments signifiants de la situation sont en fait directement en lien avec les trois caractéristiques d'une situation complète comme nous les avons abordées précédemment : quelles sont les grandeurs étudiées, quelle grandeur dépend de l'autre et comment ces grandeurs sont-elles reliées. Les éléments signifiants qui sont discriminés dans la situation doivent évidemment permettre le passage au registre « graphique ». Rappelons-nous d'abord qu'il y a trois types de situations complètes possibles : les situations pour lesquelles il n'y a pas de représentation figurale utile possible, les situations pour lesquelles une représentation figurale est possible mais non indispensable, et les situations pour lesquelles la représentation figurale est indispensable. Nous allons uniquement considérer ce dernier cas puisqu'il chevauche deux registres de représentation, ce qui nous apparaît plus complexe, mais aussi plus intéressant. Ainsi, nous allons analyser les unités signifiantes du registre « verbal » et les variables visuelles du registre « figural ».

Au paragraphe 2.1.1.3.2, nous avons donné l'exemple d'une situation pour laquelle une figure était nécessaire. En fait, l'énoncé en mots permettait d'identifier les grandeurs et leur lien de dépendance, mais il ne permettait pas d'établir quelle était exactement la relation entretenue par les deux grandeurs. Ainsi, dans le registre « verbal », le lecteur (ou l'auditeur) doit identifier le vocabulaire et les expressions relatant l'identification des grandeurs observées ainsi que leur lien de dépendance. Plusieurs termes et expressions permettent

d'exprimer ces informations, nous avons donc répertorié quelques unités signifiantes possibles associées à leurs valeurs dans le tableau 2.1. Ce tableau est loin de contenir tous les termes et expressions permettant d'identifier l'information relative aux trois caractéristiques de la situation de relation entre deux grandeurs. Il est en fait quasiment impossible de répertorier exhaustivement ces termes et expressions et c'est ce qui fait du registre « verbal » un registre très riche, mais aussi très complexe. Il serait effectivement plus facile pour des élèves de reconnaître les grandeurs et la relation qu'elles entretiennent si les termes et expressions utilisés étaient toujours les mêmes. Cependant, il n'y a pas de règles en ce sens et bien que cela puisse paraître un inconvénient dans certains cas, c'est aussi ce qui rend le registre « verbal » si intéressant.

Tableau 2.1 Unités signifiantes associées à leurs valeurs dans le registre « verbal »

Information représentée	Unités signifiantes	Valeurs des unités signifiantes
Identification des deux grandeurs mises en relation.	<p><u>Présence de termes reliés à :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Unité de mesure (longueur, aire, volume, masse...). ▪ Unité de taux (vitesse, masse volumique, coût au poids...). 	Les grandeurs observées sont...
Identification du lien de dépendance.	▪ a dépend de b	→ Les grandeurs a et b dépendent l'une de l'autre.
	▪ On s'intéresse à la variation de a selon (en fonction de, lorsque) la variation de b.	→ La grandeur a dépend de la grandeur b.

Ce qui revient au registre « figural » est alors l'identification du type de relation entretenu par les grandeurs. En fait, la figure permet d'établir comment varie la valeur de la grandeur dépendante lorsque la valeur de la grandeur indépendante varie. Pour cela, une première étape de conversion intervient puisque l'information contenue dans l'énoncé doit être reconnue sur la figure. Il n'est effectivement possible d'établir le type de relation entretenu par les grandeurs qu'à conditions d'identifier les grandeurs sur la figure. Selon la figure, il est plus ou moins difficile de savoir comment sont reliées les grandeurs. Dans l'exemple que nous avons pris au paragraphe 2.1.1.3.1, la piste sur laquelle courait Jean était de forme circulaire, ce qui permettait de savoir rapidement que la valeur de la grandeur dépendante restait constante quel que soit la variation de la grandeur indépendante. Mais il est rare que la situation soit aussi simple et que les figures soient des formes géométriques dont les propriétés sont connues (du moins si on prend en compte le réalisme de la situation). Reprenons donc l'exemple suivant : « Jean court sur une piste à l'intérieur de laquelle il y a une fontaine d'eau. On s'intéresse à la distance qui sépare Jean de la fontaine selon la distance qu'il parcourt sur la piste depuis le point de départ. » (voir fig. 2.10) qui présente une situation plus réaliste. Il est clair que la forme de la piste ne nous permet pas de savoir rapidement comment les grandeurs sont reliées, c'est pourquoi il faut travailler sur la figure. L'analyse de celle-ci doit permettre d'identifier différentes phases de la situation pour lesquelles on est capable temporairement de qualifier le type de relation entretenu. Les bornes de ces phases sont des points repères auxquels un changement s'effectue.

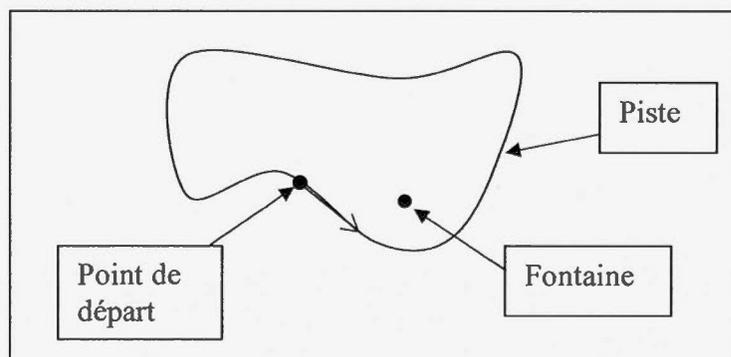


Figure 2.10 Illustration de la situation de la piste sur laquelle court Jean

À partir du moment où Jean commence à courir, la distance qu'il parcourt sur la piste augmente sans cesse de manière plus ou moins constante. Parallèlement, la distance qui le sépare de la fontaine varie, elle dépend en fait de l'endroit où est rendu Jean donc de la distance qu'il a parcourue depuis le point de départ. Si on s'intéresse de plus près au type de relation entretenu entre les grandeurs (distance parcourue et distance à la fontaine), on doit travailler directement sur la figure. Au point de départ, Jean se trouve déjà à une certaine distance de la fontaine. Imaginons maintenant que Jean se déplace sur la piste. En considérant des accroissements constants de la distance parcourue par Jean, on voit que la distance qui le sépare de la fontaine diminue entre les points A et B (voir fig. 2.11). Par contre, cette diminution semble marquée au départ puis elle l'est de moins en moins. On pourrait décrire ce phénomène de la manière suivante : « entre A et B, pour un décroissement constant de la valeur de la grandeur indépendante, l'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus petit ». Si on continue notre observation en imaginant Jean se déplaçant, on se rend compte que sur une certaine distance, Jean est quasiment à une distance constante de la fontaine, on peut décrire ce phénomène de la manière suivante : « entre B et C, pour un accroissement constant de la valeur de la grandeur indépendante, l'accroissement (ou le décroissement) de la valeur de la grandeur dépendante est nul » (voir fig. 2.12). Puis, une troisième phase apparaît pour laquelle la distance à la fontaine augmente. On peut voir aussi que non seulement cette distance augmente, mais que ses accroissements sont de plus en plus grands. On peut dire que « entre C et D, pour un accroissement constant de la valeur de la grandeur indépendante, l'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus grand » (voir fig. 2.13). On pourrait continuer ainsi jusqu'à ce que Jean soit revenu au point de départ.

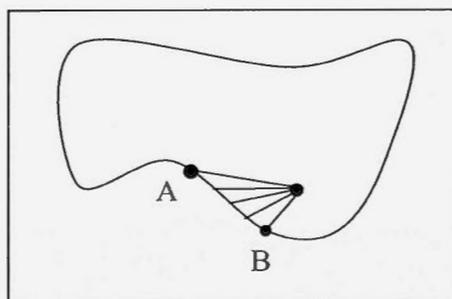


Figure 2.11 Illustration de plusieurs distances entre Jean et la fontaine lorsqu'il se trouve entre les points A et B

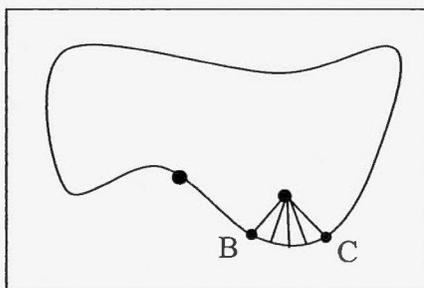


Figure 2.12 Illustration de plusieurs distances entre Jean et la fontaine lorsqu'il se trouve entre les points B et C

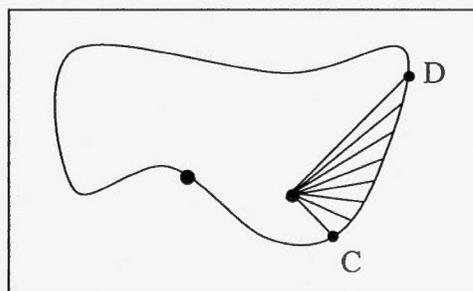


Figure 2.13 Illustration de plusieurs distances entre Jean et la fontaine lorsqu'il se trouve entre les points C et D

Ce travail sur la figure nous a forcé à identifier des points repères (A, B, C et D) auxquels un changement du type de relation entretenu entre les grandeurs se produit. Entre ces points, nous avons ce que nous appelons des phases. Puisque les points repères indiquent un changement du type de relation, les phases sont les intervalles sur lesquels le type de relation reste le même. Évidemment, une analyse rapide comme nous venons de le faire ne permet pas d'identifier avec certitude les types de relation entretenus par les grandeurs durant les différentes phases, mais elle donne une idée globale du phénomène. L'identification précise des types de relation est sans doute possible mais complexe et elle impliquerait certainement un découpage en phases plus petites et plus nombreuses.

Ainsi, pour identifier les variables visuelles, il faut d'abord repérer les grandeurs mises en relation (distance parcourue et distance à la fontaine), puis reconnaître le lien de dépendance (la distance à la fontaine dépend de la distance parcourue). Une première

observation de la figure permet d'établir que les deux grandeurs observées sont continues (voir tableau 2.2). Ensuite, en visualisant le phénomène, soit en imaginant que Jean marche sur la piste, on peut faire une analyse de la relation entretenue par les deux grandeurs. Un premier niveau d'analyse permet de dire si la valeur de la grandeur dépendante augmente, diminue ou reste constante alors que la valeur de la grandeur indépendante augmente (Jean avance toujours sur la piste). Un second niveau d'analyse permet de préciser comment la valeur de grandeur dépendante augmente ou diminue. Pour pouvoir apporter cette dernière précision, il faut alors considérer des accroissements constants de la valeur de la grandeur indépendante (on peut ainsi simplement comparer les valeurs que prend la grandeur dépendante). En effectuant cette analyse de la relation entretenue par les deux grandeurs, on observe des phases sur lesquelles la relation reste la même. Ces phases sont délimitées par ce que nous avons appelé des points repères. Ainsi, chaque fois que le type de relation change, on peut identifier un point repère sur la figure. Nous avons répertorié les variables visuelles et leurs valeurs dans le tableau 2.2. Évidemment, ce tableau a été construit à partir de la situation prise en exemple et c'est pourquoi les valeurs que prend la grandeur dépendante sont matérialisées par des segments.

Finalement, la représentation figurale est un moyen nécessaire pour présenter certaines informations. Elle permet effectivement d'identifier le type de relation entretenu par les grandeurs à l'aide de la discrimination de variables visuelles résultant parfois de manipulations de la figure. Cependant, sa présence peut engendrer des difficultés. En effet, puisqu'elle est forcément combinée au registre « verbal », une première étape de conversion – plus exactement l'identification sur la figure des grandeurs mises en relation – entre les registres « verbal » et « figural » est indispensable. Cette première étape de conversion n'est pas à négliger et représente certainement un obstacle à la compréhension de la situation.

Tableau 2.2 Variables visuelles associées à leurs valeurs dans le registre « figural » dans le cadre de l'identification du type de relation entretenu par les deux grandeurs observées

Variables visuelles		Valeurs	
La piste est continue et Jean passe par tous les points de la piste. A chaque point de la piste on peut tracer un segment reliant ce point à la fontaine. Le segment obtenu peut avoir n'importe quelle longueur réelle. Il y a x points repères délimitant x phases.		Les grandeurs observées sont continues.	
Sur une phase (entre deux points repères), la relation entretenue par les deux grandeurs est toujours la même. Il y a x-1 changements du type de relation entretenu par les deux grandeurs.			
<p>À partir du point de départ, on regarde des points de plus en plus loin sur la piste (la distance parcourue par Jean augmente). Alors la valeur de la grandeur indépendante augmente et on peut observer la grandeur dépendante :</p>			
	Variables visuelles	Valeurs	Valeurs
1 ^{er} niveau d'analyse	Les segments sont de plus en plus longs.	La valeur de la grandeur dépendante augmente.	Les segments sont toujours de la même longueur.
		La valeur de la grandeur dépendante diminue.	La valeur de la grandeur dépendante reste constante.
<p>On prend des points sur la piste équidistants les uns des autres (la distance parcourue par Jean augmente de manière constante). Alors les accroissements de la valeur de la grandeur indépendante sont constants et on peut observer la grandeur dépendante :</p>			
	Variables visuelles	Valeurs	Valeurs
2 ^{ème} niveau d'analyse	L'augmentation de longueur est constante.	Les accroissements de valeur de la grandeur dépendante sont constants.	Les décroissements de la valeur de la grandeur dépendante sont constants.
	L'augmentation de longueur diminue.	Les accroissements de la valeur de la grandeur dépendante sont de plus en plus petits.	Les décroissements de la valeur de la grandeur dépendante sont de plus en plus grands.
	L'augmentation de longueur augmente.	Les accroissements de la valeur de la grandeur dépendante sont de plus en plus grands.	Les décroissements de la valeur de la grandeur dépendante sont de plus en plus petits.

2.1.5 Les variables visuelles du « graphique »

Le graphique est une représentation conventionnelle et normalisée qui présente donc des éléments signifiants très précis et sans ambiguïté. Ces unités signifiantes sont ce qu'on peut appeler des variables visuelles comme le fait Duval (1988) puisque le graphique est une représentation visuelle. Notons cependant que des mots se greffent au graphique de manière à en faire une représentation réellement identifiable. Le graphique en lui-même, sans mots, ne permet pas de conversion vers les registres « verbal » et « figural » de la situation. Les variables visuelles qui nous intéressent sont donc celles qui permettent les conversions entre les registres « verbal » et « figural » de la situation et le registre « graphique ». Puisque les unités signifiantes et les variables visuelles de la situation ont été identifiées, il suffit de retrouver leurs homologues dans le registre « graphique ». Pour cela nous nous sommes basés sur les informations présentées dans une situation de relation entre deux grandeurs pouvant être représentée à l'aide d'un graphique. Le tableau 2.3 présente les variables visuelles du graphique, ainsi que leurs valeurs pour les deux premières informations, soient l'identification des deux grandeurs et de leur lien de dépendance. Le tableau 2.4 présente quant à lui les variables visuelles associées à leurs valeurs pour ce qui est de l'identification du type de relation entretenu par les deux grandeurs.

Tableau 2.3 Variables visuelles associées à leurs valeurs dans le registre « graphique »

Information représentée	Variables visuelles	Valeurs des variables visuelles
Identification des deux grandeurs mises en relation.	Les grandeurs sont associées à deux axes perpendiculaires (l'un horizontal et l'autre vertical). Chaque axe est associé à une des deux grandeurs.	Chaque axe est une droite numérique présentant toutes les valeurs possibles que peut prendre la grandeur à laquelle il est associé.
Identification du lien de dépendance.	La grandeur indépendante est associée à l'axe horizontal et la grandeur dépendante est associée à l'axe vertical.	Le graphique représente les variations de la grandeur dépendante selon les variations de la grandeur indépendante.

Les variables visuelles du graphique peuvent ensuite être mises en relation avec les unités signifiantes et les variables visuelles de la « situation ». Cette mise en relation permettra de préciser en quoi consiste la conversion de la situation au graphique.

Tableau 2.4 Variables visuelles associées à leurs valeurs dans le registre « graphique » dans le cadre de l'identification du type de relation entretenue par les deux grandeurs observées

Variables visuelles		Valeurs	
Le tracé de la courbe est continu.		Les grandeurs observées sont continues.	
Il y a y points d'inflexion sur la courbe.		Entre deux points d'inflexion, la relation entretenue par les deux grandeurs est toujours la même. Il y a y changements du type de relation entretenue par les deux grandeurs.	
En regardant le graphique de gauche à droite, la valeur de la grandeur indépendante augmente et on peut observer la grandeur dépendante :			
Variables visuelles	Valeurs	Valeurs visuelles	Valeurs
Le tracé monte.	La valeur de la grandeur dépendante augmente.	Le tracé descend.	La valeur de la grandeur dépendante diminue.
1 ^{er} niveau d'analyse		Le tracé est horizontal (il ne monte ni ne descend) : _____	La valeur de la grandeur dépendante reste constante.
On prend des accroissements constants de la valeur de la grandeur indépendante et on peut observer la grandeur dépendante :			
Le tracé est linéaire.	L'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est constant.		Le décroissement de la valeur de la grandeur dépendante est constant.
La courbe est ouverte vers le haut :	L'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus grand.		Le décroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus petit.
La courbe est ouverte vers le bas :	L'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus petit.		Le décroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus grand.
2 ^{ème} niveau d'analyse			

2.1.6 Mise en relation des éléments signifiants de la « situation » et du « graphique »

Rappelons qu'une situation de relation entre deux grandeurs doit fournir les informations suivantes : quelles sont les grandeurs étudiées, laquelle des grandeurs dépend de l'autre et comment ces grandeurs sont reliées. Ces trois caractéristiques sont donc repérées dans la situation à l'aide de certains éléments signifiants. Ces derniers éléments sont ceux qui permettent ensuite la conversion entre les registres concernés. En effet, les valeurs des éléments signifiants identifiés dans la situation peuvent être mises en correspondance avec les valeurs des variables visuelles du graphique. Lorsque cette correspondance est établie, on obtient une nouvelle correspondance, celle des unités signifiantes et des valeurs visuelles de la situation avec les variables visuelles du graphique. En combinant les tableaux construits précédemment, on obtient donc les tableaux 2.5 et 2.6. Le tableau 2.5 présente le parallèle entre les éléments signifiants des registres « verbal » et « graphique », il est donc obtenu à partir des tableaux 2.1 et 2.3. Le tableau 2.6 quant à lui présente le parallèle entre les variables visuelles des registres « figural » et « graphique », il est donc obtenu à partir des tableaux 2.2 et 2.4.

Tableau 2.5 Parallèle entre les éléments signifiants des registres « verbal » et « graphique »

Information représentée	Unités signifiantes de la situation	Valeurs	Variables visuelles du graphique
Identification des deux grandeurs mises en relation.	<p>Présence de termes reliés à :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Unité de mesure (longueur, aire, volume, masse...). ▪ Unité de taux (vitesse, masse volumique, coût au poids...). 	Les deux grandeurs observées sont ...	Les grandeurs sont associées à deux axes perpendiculaires (l'un horizontal et l'autre vertical). Chaque axe est associé à une des deux grandeurs.
Identification du lien de dépendance.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ a dépend de b ▪ On s'intéresse à la variation de a selon (en fonction de, lorsque) la variation de b. 	<p>→ Les grandeurs a et b dépendent l'une de l'autre.</p> <p>→ La grandeur a dépend de la grandeur b.</p>	La grandeur b est associée à l'axe horizontal et la grandeur a est associée à l'axe vertical.
Identification du type de relation entretenu par les deux grandeurs.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La grandeur b a une valeur fixe. ▪ La valeur de la grandeur b varie selon un taux de variation constant. 	<p>→ La fonction est constante.</p> <p>→ La fonction est linéaire.</p> <p>...</p>	<p>La courbe est une droite horizontale.</p> <p>La courbe est une droite oblique.</p> <p>...</p>

Tableau 2.6 Parallèle entre les variables visuelles des registres « figural » et « graphique » dans le cadre de l'identification du type de relation entretenu par les deux grandeurs observées

	Variables visuelles du registre figural	Valeurs	Variables visuelles du registre graphique
	La piste est continue et Jean passe par tous les points de la piste. À chaque point de la piste on peut tracer un segment reliant ce point à la fontaine. Le segment obtenu peut avoir n'importe quelle longueur réelle.	Les grandeurs observées sont continues.	Le tracé de la courbe est continu.
	Il y a x points repères délimitant x phases.	Sur une phase (entre deux points repères), la relation entretenu par les deux grandeurs est toujours la même. Il y a $x-1$ changements du type de relation entretenu par les deux grandeurs.	Il y a $x-1$ points d'inflexion sur la courbe. (donc $y = x-1$ si on se réfère aux tableaux 2.2 et 2.3)
1 ^{er} niveau d'analyse	Les segments sont de plus en plus longs.	La valeur de la grandeur dépendante augmente.	Le tracé monte.
2 ^{ème} niveau d'analyse	L'augmentation de longueur est constante.	L'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est constant.	Le tracé est linéaire.
	L'augmentation de longueur diminue.	L'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus grand.	La courbe est ouverte vers le haut.
1 ^{er} niveau d'analyse	L'augmentation de longueur augmente.	L'accroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus petit.	La courbe est ouverte vers le bas.
	Les segments sont de plus en plus courts.	La valeur de la grandeur dépendante diminue.	Le tracé descend.
2 ^{ème} niveau d'analyse	La diminution de longueur est constante.	Le décroissement de la valeur de la grandeur dépendante est constant.	Le tracé est linéaire.
	La diminution de longueur diminue.	Le décroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus petit.	La courbe est ouverte vers le haut.
1 ^{er} et 2 ^{ème} niveaux d'analyse	La diminution de longueur augmente.	Le décroissement de la valeur de la grandeur dépendante est de plus en plus grand.	La courbe est ouverte vers le bas.
	Les segments sont toujours de la même longueur.	La valeur de la grandeur dépendante reste constante.	Le tracé est horizontal (il ne monte ni ne descend) : _____

La conversion des registres « verbal » et « figural » de la situation au registre « graphique » est donc basée sur la démarche de correspondance que présentent les tableaux précédents. Finalement, cette conversion est le résultat de l'enchaînement de plusieurs étapes que nous avons suivies :

- 1) discriminer les unités signifiantes et les variables visuelles de tous les registres concernés (ici ce sont les registres « verbal » et/ou « figural » et « graphique ») dans l'optique de l'interrelation entre ces registres,
- 2) interpréter ces éléments en leur attribuant une valeur,
- 3) associer les valeurs du registre de départ aux valeurs du registre d'arrivée,
- 4) établir une correspondance entre les unités signifiantes et les variables visuelles du registre de départ et les variables visuelles du registre d'arrivée à partir de la démarche effectuée à l'étape 3.

Ces étapes sont celles qui devraient mener à une conversion correcte et complète, elles sont donc aussi à la base de l'habileté à coordonner différents registres de représentation. La coordination des registres « verbal », « figural » et « graphique » dans le cadre du développement du concept de fonction repose donc d'abord sur cette démarche en quatre étapes permettant la conversion entre les registres de la « situation » et celui du « graphique ».

2.1.7 Conséquences pour la présente recherche

L'identification de ces étapes permettant l'activité de conversion entre les registres met en évidence toute la complexité et l'ampleur d'un tel travail. Cette nouvelle conscientisation nous permet donc d'émettre des hypothèses quant à l'enseignement de l'introduction de la représentation « graphique » comme mode de représentation d'une situation.

En effet, l'enseignement devrait permettre aux élèves de développer les habiletés relatives dans les quatre étapes précédemment identifiées à la base de la conversion de registres. Or, les difficultés relevées par les chercheurs, dont nous avons parlé dans la problématique de la présente recherche, témoignent de l'absence de ces habiletés chez les élèves. L'enseignement courant actuel, comme nous l'avons caractérisé au paragraphe

1.2.2.3.3, ne semble donc pas permettre de développer correctement et efficacement ces habiletés. Cependant, nous ne savons pas exactement à quel niveau se situent les lacunes, nous émettons donc l'hypothèse qu'il faut imaginer un moyen différent de faire passer les élèves par ces quatre étapes. Puisque nous avons choisi de travailler avec des élèves de secondaire 2 au moment où doit être introduite la représentation « graphique », nous allons nous concentrer sur la discrimination des éléments signifiants des registres de la « situation » uniquement.

Finalement, une prise en compte des travaux de Duval (1988, 1993) nous a permis de faire ressortir l'importance de la considération de l'existence de registres de représentation sémiotiques dans l'enseignement et l'apprentissage du concept de fonction. Nous nous sommes concentrés sur les registres impliqués dans le transfert entre les modes de représentation « situation » et « graphique », ce qui nous a mené à identifier les éléments signifiants relatifs à ces registres. Nous avons établi que la conversion entre registres de représentation reposait sur des habiletés concernant ces éléments signifiants et c'est pourquoi ces derniers constituent un élément important dans l'élaboration de la méthodologie et de l'analyse de cette recherche comme nous allons le voir plus loin. Néanmoins, ce cadre théorique ne suffit pas à inspirer une approche d'enseignement différente de celle actuelle et c'est pourquoi nous avons consulté d'autres auteurs.

2.2 Conception de l'approche d'enseignement

Rappelons que l'objectif de la recherche est de trouver un moyen de développer le concept de covariation chez des élèves de secondaire 2, afin d'ensuite les amener à conceptualiser le graphique comme représentation visuelle de cette covariation.

Nous savons qu'en secondaire 2, les élèves doivent effectuer des transferts entre les représentations « situation » et « graphique » (voir paragraphe 1.2.2.3.3.2) et c'est pourquoi nous avons analysé précisément en quoi consistait la conversion entre les registres de la « situation » et celui du « graphique » dans la section précédente. Nous avons établi qu'il fallait prendre en considération les éléments signifiants relatifs à chacun des registres concernés, mais nous ne savons pas exactement comment. Nous cherchons donc des pistes sur l'approche d'enseignement à utiliser.

2.2.1 La construction du concept de fonction chez les élèves selon De Cotret (1985)

Nous considérons que la présente recherche se situe dans le prolongement de celle de De Cotret effectuée dans le cadre d'un mémoire de maîtrise en 1985. En effet, De Cotret s'est intéressée à la construction du concept de fonction chez les élèves en adoptant une approche épistémologique de ce concept dont témoigne l'histoire. La perspective historique lui a permis de mettre en évidence l'existence de deux approches du concept de fonction, l'une qualitative, l'autre quantitative. C'est pourquoi son expérimentation avait pour objectif de comparer l'influence de ces approches dans la construction du concept de fonction. C'est une analyse comparative de deux groupes d'élèves, auxquels on a imposé l'une des deux approches, qui lui a permis d'émettre des conclusions quant à la construction du concept de fonction. Ce sont en partie ces conclusions qui vont nous permettre de mettre en place notre approche d'enseignement, mais aussi les caractéristiques de l'expérimentation élaborée par De Cotret. Ce sont ces choix communs, ainsi que la prise en compte des résultats de recherche de cette chercheuse qui nous laissent prétendre que nous y donnons suite.

Nous allons donc développer la position de De Cotret (1985) en ce qui concerne l'adoption d'une perspective constructiviste, la considération des représentations mentales et bien évidemment la distinction des approches qualitative et quantitative, tout en montrant comment nous allons intégrer ces points de vue à notre approche d'enseignement.

2.2.1.1 Perspectives constructivistes

De Cotret (1985) s'intéresse à la *construction* du concept de fonction car pour elle, « on ne peut pas simplement ajouter une nouvelle connaissance à l'ensemble des connaissances déjà construites [...], tout apprentissage se fait à partir de nos acquis et petit à petit de nouveaux éléments s'ajoutent, s'imbriquent à travers nos connaissances afin de former finalement une nouvelle notion » (p. 30). Elle ajoute, qu'« ainsi, une connaissance, ne s'acquiert pas directement, mais se construit à partir des connaissances et des expériences antérieures » (p. 30). Cette vision de l'apprentissage est celle qui caractérise les perspectives constructivistes. En effet, on retrouve ces idées dans ce que Legendre (2004) exprime en parlant des fondements des perspectives constructivistes :

En effet, l'apprentissage, dans la perspective constructiviste, ne se réduit pas à un processus cumulatif. Il implique toujours une restructuration plus ou moins profonde des connaissances antérieures, qualifiée par plusieurs de changement conceptuel (Pines et West, 1985), qui ne s'effectue pas sans obstacles ni ruptures et doit s'inscrire dans une perspective à plus long terme. [...] Tout apprenant effectue un travail de transformation sur les contenus qui lui sont enseignés (assimilation) et sur ses propres connaissances (accommodation). Il n'est donc pas possible de programmer entièrement l'apprentissage de l'extérieur, sans prendre en considération à la fois les connaissances antérieures dont dispose le sujet, les activités mentales qu'il est en mesure d'effectuer et la structure des savoirs à enseigner. Dans cette perspective, l'apprentissage ne dépend pas uniquement des prérequis, au sens de connaissances préalables jugées nécessaires à un nouvel apprentissage, mais plus généralement aux pré-acquis ou connaissances antérieures, c'est-à-dire des structures d'accueil, des représentations préalables ou des schèmes mentaux qui peuvent avoir un effet tout autant perturbateur (notion d'obstacles) que facilitateur (idée d'ancrage ou de point d'appui) sur les apprentissages à réaliser. (p. 72)

D'abord, nous retenons ces aspects de construction des connaissances et d'importance de la prise en compte des connaissances antérieures – au sens utilisé par Legendre (2004) – des élèves dans l'enseignement. C'est pourquoi, lorsque nous parlons d'identifier les variables visuelles et les unités significatives prises en compte par les élèves dans une situation donnée, nous considérons donc que celles-ci sont en fait le résultat des connaissances et expériences antérieures des élèves. Ainsi, nous ne nous attendons pas à ce que tous les élèves perçoivent les mêmes éléments, ni à ce que ces éléments soient exactement ceux qu'un enseignant voudrait obtenir.

D'autre part, nous exploiterons les idées de l'existence de « structures d'accueil, de représentations préalables ou de schèmes mentaux » car c'est ce que, dans une certaine mesure, nous essayerons d'identifier de manière à faire ressortir les variables visuelles et les unités significatives prises en compte par les élèves.

Finalement, il est à noter que d'après nous, la perspective constructiviste permet de justifier l'intérêt de notre recherche puisque si nous voulons amener les élèves à construire le concept de fonction à travers la coordination de différents registres de représentation, nous devons nous baser sur leurs connaissances antérieures et par le fait même il nous faut identifier celles-ci. Or, les connaissances antérieures sont nombreuses et il faut d'abord discriminer celles qui sont pertinentes à la construction du concept qui nous intéresse. Nous avons concentré notre intérêt sur la coordination des registres « verbal », « figural » et

« graphique » particulièrement dans le cadre du passage d'une situation à un graphique. Ainsi, pour nous, les connaissances antérieures pertinentes sont les variables visuelles et les unités signifiantes perçues par les élèves dans une situation de covariation entre deux grandeurs.

2.2.1.2 Situation-problème

De Cotret (1985) indique que le processus de construction des connaissances nécessite des interactions entre le sujet (l'apprenant) et l'objet à comprendre (le concept). Ces interactions se produisent par l'intermédiaire de situations problématiques auxquelles l'apprenant est confronté. Cette idée rejoint celles du programme de formation de l'école québécoise (2003) qui met de l'avant l'importance de présenter aux élèves des situations-problèmes comme modalité pédagogique permettant de soutenir la démarche d'apprentissage. La situation-problème désigne davantage que ce que nous avons défini comme mode de représentation « situation ». En fait, l'idée de situation-problème peut être exploitée dans différentes matières scolaires. Afin de définir cette idée, nous avons choisi de nous référer aux caractéristiques établies par Douady (1986) :

1. La situation doit permettre un démarrage ; l'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème. Cette conception rejoint l'idée de défi raisonnable.
2. Si la résolution du problème nécessite un réinvestissement des connaissances antérieures, il faut s'assurer que les connaissances de l'élève sont suffisantes. C'est habituellement le cas des problèmes placés en fin de chapitre dans les manuels scolaires, qui portent sur les notions mathématiques traitées. On désigne ici les problèmes écrits pour lesquels l'élève connaît la marche à suivre sans mettre en branle tout le processus de résolution de problèmes. Si ces problèmes nécessitent l'acquisition de nouvelles connaissances, l'élève ne sera pas outillé pour les résoudre immédiatement. Il se trouvera alors dans une impasse et confronté à une véritable situation de résolution de problèmes.
3. La situation - problème doit permettre à l'élève de décider si la solution qu'il a trouvée est adéquate ou pas. Sinon, il continuera d'utiliser le même procédé alors que celui-ci est inapproprié. L'enseignante ou l'enseignant amènera l'élève à discuter de sa solution et des autres solutions possibles avec les autres. La démarche de résolution de problèmes met l'accent sur le développement du jugement, du sens critique et du raisonnement de l'élève par le biais des

interactions sociales. La communication est donc primordiale dans toute démarche de résolution de problèmes.

4. La connaissance à acquérir doit être l'outil le mieux adapté à la résolution d'un problème. Il est donc essentiel d'analyser le problème avant de le soumettre aux élèves afin de prévoir les procédures et les difficultés des élèves.

Ces caractéristiques nous orientent à la fois sur le choix de la situation et sur l'exploitation de celle-ci. Dans le cadre de notre expérimentation, nous retenons d'abord que la situation-problème doit permettre à l'élève de s'engager dans la tâche donc que celle-ci doit être accessible et motivante. Ensuite, nous ferons de la communication une priorité puisque celle-ci est primordiale dans toute démarche de résolution de problèmes. Finalement, la situation-problème choisie proposera aux élèves de trouver une nouvelle représentation de la situation selon certaines contraintes d'efficacité. Ces contraintes seront établies de manière à ce que le graphique cartésien soit la représentation la plus appropriée.

En ce qui concerne les modalités d'exploitation de la situation-problème, nous voulons ajouter quelques éléments que Legendre (2004) exprime à travers une citation bien choisie : « rendre l'élève actif, c'est lui soumettre des problèmes, le faire travailler sur ses représentations préalables, lui laisser le temps nécessaire pour explorer un problème, réfléchir sur des questions importantes, approfondir sa compréhension, confronter ses idées à celles des autres (Brooks et Brooks, 1993) » (p. 78). Les éléments retenus sont donc le travail sur les représentations préalables des élèves et l'importance du temps.

En résumé, la construction de la connaissance débute par la confrontation à une situation-problème appropriée, puis continue par une exploitation réfléchie. Dans la constitution de notre approche d'enseignement, nous tiendrons compte du fait que cette exploitation utilise les représentations préalables des élèves et qu'elle nécessite temps, réflexion ainsi que partage avec les pairs.

2.2.1.3 Approches qualitative et quantitative

La première partie de la recherche de De Cotret (1985) a permis de mettre en évidence l'existence de deux approches du concept de fonction, l'une qualitative, l'autre quantitative. Elle décrit la première comme étant une approche globale basée sur la perception des

variations. Celle-ci permet d'avoir une vue d'ensemble d'un phénomène de covariation entre deux grandeurs et elle se caractérise par l'absence de valeurs numériques. Nous avons déjà associé cette approche qualitative à ce que le programme de formation appelle adopter une « vision globale » (voir paragraphe 1.2.2.3.3.2). Cette approche résulte d'une analyse « dynamique » de la situation, d'après Monk (1992). La seconde approche se caractérise par la présence de valeurs numériques témoignant d'états précis des deux grandeurs considérées. Cette approche est ponctuelle et repose sur la mesure. Elle découle d'un regard « statique » de la situation, d'après Monk (1992).

La seconde partie de la recherche de De Cotret (1985) est l'expérimentation qui vise à évaluer jusqu'où chacune de ces approches permet aux élèves d'accéder à une conception juste et efficace du concept de fonction. Les élèves choisis étaient de niveau secondaire 1 et 2 de manière à ce qu'ils ne soient pas influencés par des apprentissages scolaires relatifs au concept de fonction. C'est l'observation de deux groupes d'élèves, confrontés à une même situation, mais à deux approches différentes, qui a permis de faire ressortir différents résultats. Le résultat qui nous intéresse le plus est celui qui montre que l'approche qualitative de la situation a mené les élèves vers une meilleure conceptualisation. En effet, ceux-ci ont éprouvé moins de difficulté à tracer des graphiques corrects selon des situations données. Pour De Cotret (1985), l'approche qualitative serait donc celle à privilégier en début d'apprentissage et c'est pourquoi nous l'utiliserons.

2.2.1.4 Synthèse des caractéristiques de notre approche inspirées par la recherche de De Cotret (1985)

Nous avons retenu plusieurs idées qui seront à la base de la conception de l'approche d'enseignement. D'abord, notre approche sera composée d'une situation-problème présentée aux élèves. Cette situation-problème sera exploitée à l'aide d'une approche qualitative de la relation qu'entretiennent deux grandeurs qui dépendent l'une de l'autre. L'exploitation de cette situation laissera à l'élève le temps pour réfléchir, pour partager et pour confronter ses idées avec ses pairs. C'est ainsi que nous proposons de développer le concept de covariation. Ensuite, nous ferons en sorte de faire construire par les élèves la représentation « graphique » de manière à représenter le phénomène de covariation. Cette approche constructiviste repose

sur la considération des représentations préalables des élèves, ce qui nous apparaît un élément clé dans la conception de l'approche d'enseignement. C'est pourquoi nous allons nous pencher davantage sur cet élément.

2.2.2 Exploiter les représentations spontanées des élèves

Le questionnement sur le fonctionnement cognitif lors de la démarche de construction d'un concept mathématique a mené à différentes recherches sur le rôle des représentations mentales. C'est le cas par exemple de Vinner (1983) qui parle de « *concept image* » et qui s'intéresse ainsi à l'ensemble des images mentales construites autour d'un objet mathématique. Cependant, comme le fait remarquer Hitt (2004), « l'emphase mise sur les représentations mentales a produit une diminution de l'intérêt des chercheurs pour les représentations sémiotiques » (p. 329). Pourtant, Hitt (2006, sous presse) indique que « nous avons constaté que ces représentations employées par les étudiants en construisant un concept jouent un rôle significatif et sont une partie de leur conception ». Ainsi, nous nous intéressons aux représentations sémiotiques externes (représentation spontanées) que produisent et utilisent les élèves lors de la résolution de problèmes en mathématiques. Nous savons que « ces représentations fonctionnelles sont un genre de représentations qui diffèrent habituellement de ceux que nous trouvons dans les manuels, ou ceux qu'utilisent les professeurs dans les classes de mathématiques » (Hitt, 2006), mais nous sommes convaincus qu'il est possible d'exploiter positivement ces représentations dans une démarche d'enseignement.

2.2.2.1 Rôle des représentations spontanées dans la construction de concept

D'abord, comme nous venons de le faire remarquer, les représentations spontanées des élèves diffèrent généralement des représentations officielles qui sont les représentations conventionnelles reconnues par la communauté et présentées dans les livres. Or, l'enseignement est habituellement axé sur ces représentations officielles et ne considère donc pas l'existence de représentations propres aux élèves. De cette manière, les représentations

des élèves sont écrasées par les représentations officielles, alors qu'elles devraient plutôt fusionner ensemble.

En effet, la représentation spontanée est propre à l'élève. Elle est le résultat d'une construction particulière basée sur un agencement de liaisons établies entre des connaissances et des expériences personnelles. La représentation officielle quant à elle est le plus souvent une structure organisée issue de la conjugaison d'une évolution historique (*voir* paragraphe 1.2.2.3.1) et d'une entente entre plusieurs membres de la communauté scientifique. Cette représentation bien qu'évoluée, pratique et mathématiquement belle n'est absolument pas le résultat de la construction de l'élève. Elle semble d'ailleurs souvent très loin de la représentation spontanée de tout individu qui doit en faire l'apprentissage.

Cette analyse rapide des deux types de représentations auxquels nous avons affaire dans l'enseignement met en évidence une problématique jusqu'alors largement ignorée. Deux choix s'offrent aux enseignants et aux chercheurs : soit ils continuent d'ignorer le problème, soit ils tentent d'en tenir compte dans l'enseignement. La première option semble la plus facile puisqu'elle n'implique pas de changement dans les habitudes. La seconde, quant à elle, apparaît très compliquée. En effet, tenir compte des représentations spontanées dans la construction des concepts exigerait d'abord de connaître la nature de ces représentations spontanées et ensuite de trouver un moyen de relier celles-ci à la représentation officielle désirée. La première étape semble à prime abord impossible puisque nous avons dit que la représentation spontanée est propre à l'individu. La seconde étape, quant à elle, dépend de la première et exige un travail d'analyse approfondi des représentations spontanées des élèves. Cependant, nous pensons que la deuxième option est celle qui devrait être adoptée car nous savons que l'enseignement actuel par écrasement des représentations spontanées n'est pas efficace (*voir* chapitre I).

Dans le cadre de notre recherche, nous émettons donc l'hypothèse selon laquelle l'option visant à tenir compte des représentations spontanées des élèves lors de la construction du graphique comme mode de représentation d'une situation permettrait un enseignement et un apprentissage plus efficace. C'est-à-dire, une meilleure compréhension de la représentation « graphique » et un gain de temps par rapport à un enseignement traditionnel. Afin de justifier cette hypothèse, nous allons d'abord montrer comment elle est appuyée par certains aspects théoriques.

2.2.2.2 Pourquoi prendre en considération les représentations spontanées des élèves dans l'enseignement

Nous voulons d'abord rappeler un commentaire de Hitt (2004) qui suit une analyse approfondie des recherches prenant en compte l'importance des représentations sémiotiques dans la construction de concept :

Nous avons voulu montrer que la production des représentations par les étudiants dans une démarche heuristique est beaucoup plus importante que ce que nous avons cru par le passé. Le caractère fonctionnel et dynamique de ces représentations sémiotiques permet à l'étudiant d'avoir un contrôle sur la démarche qui le mène à la solution. (p. 350)

Ainsi, nous sommes d'avis que les représentations spontanées jouent un rôle important dans la construction de concept et que leur prise en compte est la clé pour résoudre une problématique largement identifiée. En choisissant cette option, nous prôtons une approche favorisant la fusion des représentations spontanées et des représentations officielles. Par représentation officielle, nous entendons toute représentation conventionnelle présente dans les manuels scolaires.

Puisque la représentation spontanée est déjà présente, il nous faut la relier à la représentation officielle de manière à ce que l'élève comprenne et s'approprie cette dernière. Pour nous, comme nous l'avons déjà explicité, la construction d'un concept est le résultat de la connexion entre des connaissances antérieures et des informations nouvelles qui surgissent dans une situation problématique. C'est d'ailleurs la formation de liens entre ces éléments qui permet l'émergence et la solidification d'une nouvelle connaissance. Hiebert et Carpenter (1992) expliquent que :

L'un des avantages de la tendance à créer des liens entre les nouveaux savoirs et les savoirs plus anciens est qu'une connaissance bien connectée se mémorise mieux (Baddeley, 1976, Bruner, 1960, Hilgard, 1957). Il y a probablement deux explications à ceci. La première, est qu'un large réseau de connaissances est moins facile à détériorer qu'un morceau isolé d'information. La seconde, est qu'il est plus aisé de retrouver une information lorsque celle-ci est connectée à un plus large réseau de connaissances. Il y a tout simplement plus de chemins pour retourner à cette information. (p. 74)

Ainsi, relier la représentation spontanée de l'élève et la représentation officielle désirée dans une situation donnée amènerait la constitution d'une représentation solide. Cette solidité repose sur la force des liens établis. Cependant, on pourrait se questionner sur l'efficacité d'une telle démarche lorsque la représentation spontanée de l'élève est issue de conceptions erronées. Ces conceptions erronées peuvent être qualifiées de ce que Brousseau (1983) appelle un obstacle épistémologique. Cet obstacle fait naître un conflit puisqu'il y a incohérence entre les conceptions de l'élève et celles qu'implique la représentation officielle. Hitt (2004) indique à ce sujet, en citant Brousseau, que :

[...] le dépassement d'un obstacle de ce type est lié à une activité mathématique riche où l'individu est immergé dans un processus de questionnement sur la nature de ses conceptions, et où il réalisera lui-même une reconstruction, ou une nouvelle construction, d'un schéma qui jouera un rôle significatif dans des situations qu'auparavant il ne maîtrisait pas. (p. 342)

Ainsi, la confrontation de la représentation spontanée avec la représentation officielle mène toujours à la construction d'une nouvelle connaissance quelle que soit la nature de la représentation spontanée.

Le dernier cas abordé, pour lequel la représentation spontanée est issue de conceptions erronées, justifie une fois encore l'option choisie. Effectivement, en choisissant l'autre option, nous ne considérons pas l'existence possible de conceptions erronées chez les élèves. Ces dernières subsistant, la représentation officielle ne peut pas acquérir la solidité espérée.

Finalement, le courant didactique recommandant aux enseignants de prendre en compte les idées des élèves dans leur enseignement n'est pas nouveau. Maher et Davis (1990) ont rappelé qu'il y avait toujours un choix à faire et que dans le cas où on décide de considérer les productions des élèves, il faut être conscients des difficultés que cela implique. Entre autre, ces chercheurs font allusion aux discordances inévitables entre les idées des élèves et l'interprétation de l'enseignant. Cependant, la considération des représentations des élèves permet à la fois aux élèves de faire évoluer leurs propres représentations et à l'enseignant de mettre en place des activités adaptées aux représentations des élèves. Dans cette perspective, le rôle de l'enseignant est non seulement de se construire ses propres représentations des concepts mathématiques qu'il doit enseigner, mais aussi de comprendre celles des élèves particulièrement lorsqu'elles diffèrent des siennes. La dynamique de classe dans ce contexte

ne peut être la même que dans le cas d'un enseignement par transmission des connaissances puisque le rôle de l'enseignant diffère. Maher et Davis (1990) indiquent que :

“Deep routed behaviors in teaching that focus on giving information to student are hard to change. Looking carefully at mathematics and how children learn may suggest that teachers seriously consider alternatives. Perhaps the mathematics classroom can become a learning environment for both teacher and students.” (p. 90)

Le simple choix de prendre en considération les idées des élèves exige une remise en question du rôle de l'enseignant, de la dynamique de classe, de l'organisation de la classe etc. Malgré ce chamboulement, les chercheurs concluent que tenir compte des idées des élèves, et surtout de leur manière de se représenter un problème, est important voire essentiel dans la construction de la connaissance.

2.2.2.3 Comment prendre en considération les représentations spontanées des élèves dans l'enseignement

À présent que nous avons choisi l'option de prendre en considération les représentations spontanées des élèves dans l'enseignement, nous devons trouver comment réaliser cela. Selon ce que nous avons dit précédemment, nos objectifs sont donc de connaître la nature des représentations spontanées des élèves, puis de trouver un moyen de relier celles-ci à la représentation officielle désirée. Pour nous, ces deux objectifs se réalisent en trois étapes. D'abord, il faut faire ressortir les représentations des élèves, ensuite il faut analyser ces représentations de manière à les comprendre et à pouvoir finalement les relier à la représentation officielle souhaitée. Puisque cette démarche se situe dans le cadre de la construction d'un concept mathématique, il faut évidemment commencer par choisir ce concept.

2.2.2.3.1 Faire ressortir les représentations des élèves

Pour un concept choisi, nous voulons collecter les représentations des élèves. Pour effectuer cette collecte, nous ne pouvons pas simplement demander aux élèves de produire leur représentation de ce concept puisqu'ils ne le connaissent pas encore. En fait, ils

connaissent certainement plusieurs éléments constituant le concept, mais ces éléments ne sont pas encore connectés et associés à un vocabulaire mathématique précis. Illustrons cette idée par l'exemple de notre recherche. Nous voulons amener les élèves à construire le concept de fonction. Évidemment, lorsque nous avons cet objectif, c'est que les élèves ne connaissent pas ce concept et que par le fait même la signification qu'ils donnent au mot « fonction » n'est pas forcément celle que nous voulons développer en mathématique. C'est pourquoi, d'une part, demander aux élèves de représenter ce qu'ils comprennent du mot « fonction » aboutirait à des représentations issues de la vie courante qui n'auraient sans doute rien de commun avec le concept de fonction en mathématique. Ce que nous voulons en fait ce n'est pas associer tout de suite un terme précis au concept, mais plutôt développer son sens. D'autre part, le concept de fonction est complexe et y accéder n'est pas une opération directe.

Effectivement, dans le cas de concepts complexes, comme celui de fonction, une analyse approfondie doit permettre de cibler l'ensemble des éléments composant le concept. Remarquons que nous parlons ici du sens à donner à ce concept qui ne peut être réduit à une simple définition (*voir* paragraphe 1.2.1.1). Au paragraphe 1.2.1.2, nous avons effectué cette analyse qui a été par la suite raffinée à l'article 2.1.2. Nous avons fait ressortir de nombreux éléments et nous nous sommes concentrés sur deux d'entre eux : la covariation entre deux grandeurs et la coordination des registres de représentation. En fait, pour nous, la conceptualisation de la fonction passe d'abord par ces deux éléments. Ainsi, nous voulons amener les élèves à comprendre ce qu'est la covariation et à coordonner les différents registres de représentation de la fonction.

Puisque notre analyse nous a permis de préciser comment développer le concept de fonction, nous pouvons revenir à notre objectif de départ : collecter les représentations des élèves. Nous voulons donc d'abord savoir quelle est la représentation que les élèves se font de la covariation. Encore là, il n'est pas possible de simplement demander à l'élève de produire sa représentation de la covariation puisque ce terme lui est certainement inconnu. D'ailleurs peut-on vraiment représenter la covariation ? En fait, cette opération n'est possible que dans le cas où on se donne des grandeurs puisque la covariation n'existe que lorsque deux grandeurs mises en relation dépendent l'une de l'autre. Le moyen à utiliser apparaît donc de lui-même : l'élève doit s'intéresser à un phénomène dans lequel deux grandeurs sont mises en relation. Ce phénomène peut être présenté de différentes manières et peut même être

laissé au choix de l'élève. Cependant, si nous nous plaçons dans le cadre scolaire, ce phénomène peut être présenté sous forme d'une situation choisie par l'enseignant. Nous revenons alors à ce que De Cotret (1985) et Legendre (2004) recommandaient en ce qui concerne l'utilisation d'une situation problématique (*voir* paragraphe 2.2.1.2). À partir de cette situation de covariation entre deux grandeurs, nous devons donc pousser les élèves à extérioriser leurs représentations. Dans ce contexte, un questionnement approprié peut permettre la collecte des représentations des élèves.

Évidemment, selon le concept abordé, on peut plus ou moins anticiper la nature des représentations des élèves. En ce qui concerne le concept de covariation, très peu de documentation nous permet de prévoir ce qui va ressortir. Des difficultés peuvent aussi survenir à ce stade comme les blocages des élèves ou la proposition d'une trop grande variété de représentations. Rappelons-nous aussi que dans le cas d'une représentation visuelle, nous pouvons avoir affaire à des dessins, des schémas etc. et que certains types de représentation sont sujets à une interprétation plus ou moins facile. C'est le cas, par exemple, du dessin comme nous l'avons fait remarquer au paragraphe 1.2.2.3.2. Cependant, nous sommes convaincus que si la situation est bien choisie et que le temps nécessaire est alloué à la compréhension de la situation, le risque d'apparition de ces difficultés est diminué.

Lorsque l'étape de la collecte est complétée, nous arrivons à une étape d'analyse. En effet, pour pouvoir exploiter les représentations des élèves, nous devons les comprendre et les mettre en relation avec ce à quoi nous voulons arriver.

2.2.2.3.2 Analyse des représentations des élèves

Dans le cadre de notre recherche, nous voulons recueillir les représentations des élèves sur le concept de covariation. D'un autre côté, nous voulons développer à la fois la covariation et la coordination de différents registres de représentation. Les registres choisis, suite à notre analyse de la problématique entourant le concept de fonction (*voir* paragraphe 1.2.1.5), sont les registres « verbal » et « figural » constituant le mode de représentation situation et le registre « graphique ». Ainsi, puisque nous sommes partis d'une situation de covariation, les représentations des élèves devraient être analysées en fonction du passage à la représentation « graphique » officielle.

La démarche d'analyse de représentations d'élèves ne suit pas de procédure établie et universelle. C'est pourquoi nous devons établir notre propre démarche. Nous considérons d'abord que les représentations produites par les élèves devraient être le centre de discussions dans la classe. Ces discussions doivent permettre à l'élève, qui a produit une représentation, d'expliquer celle-ci et aux autres élèves de poser des questions ou d'émettre des commentaires au sujet de cette représentation. L'enseignant, lors de cette démarche, peut discerner des pistes d'analyse et même recueillir toute l'information constituant cette analyse. Suite à ces interactions verbales, l'enseignant peut classer les représentations des élèves selon des caractéristiques précises en lien avec la représentation officielle à laquelle il veut arriver. Ces caractéristiques permettront plus tard d'établir les liens avec la représentation officielle.

Un point majeur apparaît ici concernant la valorisation de la représentation officielle. En effet, si les représentations des élèves sont complètes et appropriées, pourquoi alors leur proposer une autre représentation ? Bien que des liens s'établissent entre les représentations des élèves et la représentation officielle, l'élève n'aurait, dans cette situation, aucune raison d'adopter cette dernière. C'est pourquoi il faut réussir à trouver un contexte dans lequel la représentation officielle est naturellement supérieure aux autres. Ce contexte c'est en fait celui dans lequel on cherche une représentation qui présente certaines particularités. Ces particularités doivent être celles qui font de la représentation officielle LA représentation la plus appropriée. Ces particularités peuvent être, à notre avis, regroupées sous deux enseignes différentes : les particularités conceptuelles et les particularités organisationnelles. Nous nous intéresserons d'abord aux particularités conceptuelles puisque ce sont celles qui à notre avis sont essentielles à la compréhension. L'identification de ces particularités résulte d'une analyse approfondie de la représentation officielle désirée.

Dans notre cas, la représentation officielle est le graphique cartésien. Son rôle est ici de représenter visuellement des situations de covariation entre deux grandeurs. Nous savons que ce rôle du graphique est apparu tardivement dans l'histoire (*voir* paragraphe 1.2.2.3.1) et qu'il diffère d'un intérêt au plan cartésien comme outil d'étude analytique. Nous avons déjà indirectement fait ressortir les particularités conceptuelles du graphique cartésien et nous allons voir comment.

A. Première particularité : une représentation visuelle

Au paragraphe 1.2.2.2, nous avons tenté de définir le graphique et nous en sommes arrivés à la conclusion importante que le graphique est « *la représentation mathématique visuelle d'une situation de relation entre deux grandeurs* ».

À l'article 2.1.5, l'analyse des variables visuelles du graphique qualifie d'elle-même le caractère visuel de cette représentation.

B. Deuxième particularité : une représentation efficace

Par efficacité nous entendons quantité et rapidité. Ce qui signifie que le graphique est un moyen de présenter beaucoup d'informations de manière rapide. La notion de quantité est utilisée par les manuels scolaires pour vanter le recours à cette représentation, c'est le cas de Carrousel mathématique 2 (1994) qui indique que « les graphiques sont des sources incroyables d'informations » (p. 21). La notion de rapidité transpire de la citation suivante de Corbalan (1994) : « On a l'habitude de représenter des graphiques quand on veut présenter un résultat, de façon qu'il soit saisi facilement et d'un seul coup d'œil. » (p. 149)

C. Troisième particularité : une représentation qui permet de comparer rapidement

La comparaison ici abordée est de deux natures : comparaison de deux situations différentes et comparaison de plusieurs valeurs que prend une même grandeur dans une situation donnée. La première comparaison peut se faire, par exemple, par la superposition des deux graphiques. Il est évident que ce moyen permet de comparer rapidement beaucoup plus d'informations que tout autre mode de représentation. La seconde comparaison est à notre avis ce qui a en partie motivé Oresme à représenter différentes valeurs que prend la vitesse par des segments verticaux alignés (*voir figure 1.1 p. 22*) puisque cet agencement permet rapidement de décrire comment varie cette vitesse. En fait, nous voulons mettre en évidence que la représentation visuelle d'une grandeur par un segment est très judicieuse, mais peu efficace en ce qui concerne la comparaison de plusieurs valeurs que prend cette grandeur si les segments sont placés en vrac.

D. Quatrième particularité : une représentation utilisable pour une infinité de situations

À partir du moment où deux grandeurs sont mises en relation, il est possible de produire un graphique de cette relation. Dans notre cas, ce sont plus particulièrement les situations

pour lesquelles les grandeurs dépendent l'une de l'autre qui nous intéresse. Ce qui fait qu'une situation est représentable par un graphique c'est l'intérêt pour deux grandeurs qui sont par définition quantifiables. Au paragraphe 2.1.1.3.1, nous avons élaboré sur l'existence de grandeurs visualisables ou non. Dans les deux cas, le graphique est un mode de représentation approprié.

Finalement, ces particularités doivent faire partie de la situation présentée aux élèves de manière à ce que leurs représentations spontanées puissent être mises en relation avec la représentation officielle désirée. Il manque toutefois la prise en compte des particularités organisationnelles qui vont permettre de compléter l'idée de construire une représentation visuelle efficace.

2.2.2.3.3 Mettre en relation les représentations des élèves et la représentation officielle

Si les deux précédentes étapes, soit la collecte des représentations des élèves et l'analyse de celles-ci, ont correctement eu lieu, alors la mise en relation avec la représentation officielle ne devrait pas être une étape problématique. En fait, les représentations des élèves devraient relater les particularités du graphique puisque celles-ci sont une exigence de la situation. Néanmoins, il est à prévoir que ces particularités ne seront pas toutes prises en compte en même temps par un même élève. Effectivement, plus les conditions à respecter sont nombreuses, plus il faut s'attendre à ce que les élèves ne les considèrent pas toutes. Ce qui d'ailleurs n'est pas dû à un manque de connaissance de leur part, mais plutôt à la restriction cognitive de tout individu.

Nous devons aussi nous attendre à ce que les représentations des élèves ne témoignent pas des particularités organisationnelles de la représentation officielle. Ces particularités sont nombreuses et bien qu'elles aient été élaborées de manière à ce que le graphique soit le plus efficace possible, elles ne sont pas forcément naturelles. Regardons de plus près ces particularités.

A. Première particularité : présence de deux axes

Les deux axes concernés sont en fait deux droites numériques placées perpendiculairement de manière à ce que leur intersection soit à la valeur 0 pour chacune.

- B. Deuxième particularité : chaque axe est associé à une des grandeurs
Ainsi, les valeurs numériques que peut prendre la grandeur sont matérialisées par la droite numérique que représente l'axe.
- C. Troisième particularité : la grandeur placée sur l'axe vertical est celle qui dépend de l'autre placée sur l'axe horizontal.
- D. Quatrième particularité : les deux axes définissent un plan en deux dimensions sur lequel tout point sera associé à deux valeurs numériques, l'une horizontale, l'autre verticale. Ces valeurs numériques sont en fait les valeurs qu'on obtient en lisant les valeurs obtenues par projection orthogonale du point sur la droite numérique. Les points du plan sont donc la représentation visuelle de deux valeurs associées que prennent les grandeurs considérées.

Il est évident qu'il ne faut pas s'attendre à ce que les élèves pensent spontanément à utiliser deux droites numériques placées perpendiculairement s'ils n'ont jamais eu connaissance de ce type de représentation auparavant. De plus, le passage d'une dimension à deux dimensions n'est pas facile même si les élèves ont déjà fait de la géométrie. En effet, à ce niveau scolaire, les figures géométriques sont encore largement associées à des objets concrets. Ainsi, les représentations des élèves présenteront certainement d'autres particularités organisationnelles et c'est à l'enseignant de les amener aux particularités de la représentation officielle de manière à ce que les élèves voient la pertinence de ces dernières. Cette pertinence est soit d'ordre pratique, soit d'ordre communicatif car une des principales raisons d'établir des conventions est de pouvoir communiquer efficacement. Notons d'ailleurs que l'usage de la représentation « graphique » comme moyen de communication est relié à la compétence de communication que les élèves doivent développer à l'école selon le programme d'étude du MELS (2003).

2.3 Conclusion

Dans le présent chapitre, nous nous sommes d'abord intéressés aux travaux de Duval (1988, 1993). En reliant les modes de représentation et les registres de représentation sémiotiques, nous avons pu compléter notre regard sur le concept de fonction en y ajoutant le rôle de la coordination des différents registres de représentation dans la construction de

concept. Ce nouvel élément nous est apparu comme étant très important et c'est pourquoi nous avons cherché à savoir en quoi il consistait. Nous avons trouvé que, d'après Duval (1993), la coordination de registres reposait, entre autres, sur la maîtrise des activités de traitement et de conversion. Or, nous savions déjà que cette dernière posait problème puisqu'elle s'apparente aux transferts entre modes de représentation dont nous avons parlé dans le chapitre I. Nous avons donc regardé de plus près la conversion entre les registres des modes de représentation sur lesquels se concentre la présente recherche : la « situation » et le « graphique ». Cette conversion s'est déroulée en quatre étapes dont la première est la discrimination des éléments signifiants de chacun des registres concernés. Dans le cadre de notre expérimentation et de notre analyse, nous avons décidé de nous concentrer, entre autres, sur ces éléments signifiants car dans l'optique où nous voulons introduire le graphique comme étant la représentation visuelle de la covariation entre deux grandeurs, il faudrait s'assurer que les élèves perçoivent correctement les éléments signifiants des registres de départ, soient ceux de la « situation ». Ce cadre théorique apporte des éléments de réponse à nos questions, mais il s'avère insuffisant à la conception de l'approche d'enseignement servant à effectuer notre expérimentation. En fait, à ce stade, nous savons que nous voulons vérifier si les élèves perçoivent les éléments signifiants des registres de la « situation », mais nous ne savons pas comment procéder. Nous ne pouvons pas répondre complètement à notre objectif de recherche qui était de trouver un moyen de développer le concept de covariation chez les élèves, afin d'ensuite les amener à conceptualiser le graphique comme représentation visuelle de cette covariation.

C'est pour cette raison que nous avons relevé trois éléments de la recherche de De Cotret (1985) nous permettant de compléter ce que nous avaient apporté les travaux de Duval. D'abord, nous avons adopté une perspective constructiviste de l'apprentissage selon laquelle la connaissance se construit à partir des connaissances antérieures. Les conséquences pour l'enseignement sont alors de travailler à partir des représentations préalables des élèves dans le cadre d'une situation-problème bien choisie. Le recours à une situation-problème est justement le deuxième élément important que nous avons retenu. Outre les caractéristiques générales de ce type de situation (situation nouvelle, accessible, motivante, favorisant la communication etc.), nous avons ajouté une particularité inspirée par De Cotret (1985) : la situation-problème doit favoriser une approche qualitative du phénomène. Ce dernier élément

joue un rôle important dans la mesure où, d'après nous, il est à la base du développement du concept de covariation.

Finalement, nous avons élaboré sur un des éléments qui était ressorti de la recherche de De Cotret : la considération des connaissances antérieures des élèves. En effet, nous pensons que ces structures d'accueil se révèlent par les représentations spontanées des élèves. Hitt (2004, 2006) a mis de l'avant l'importance de considérer ces représentations spontanées et c'est pourquoi nous allons en tenir compte dans la conception de l'approche d'enseignement. Pour cela, nous avons établi qu'il fallait d'abord faire ressortir ces représentations spontanées, puis les analyser de manière à les mettre en relation, éventuellement, avec la représentation officielle souhaitée.

En résumé, après avoir décrit une certaine problématique relative au concept de fonction (chapitre I), nous nous sommes fixé comme objectif de recherche de trouver un moyen de développer le concept de covariation chez des élèves de secondaire 2 de manière à introduire le graphique comme étant la représentation visuelle de cette covariation. Nous avons choisi un cadre théorique permettant d'apporter des pistes de réponse à cet objectif.

D'abord, pour que les élèves développent le concept de covariation, il faut leur proposer une situation-problème portant sur la relation entre deux grandeurs. Cette situation-problème doit présenter une situation où les informations sont données dans les registres « verbal » et « figural ». En effet, le fait qu'il y ait deux registres de représentation pousse les élèves à effectuer une première conversion (*voir* l'article 2.1.4) et à analyser la figure, ce qui prend du temps et permet une meilleure appropriation de la situation. Le questionnement sur la situation doit mettre l'accent sur le phénomène de covariation avec une approche qualitative et amener les élèves à produire une représentation spontanée dans le registre « verbal ». Cette première représentation spontanée nécessite à la fois des activités de traitement et de conversion (*voir* l'article 2.1.3). Or, la maîtrise de l'activité de traitement est préalable à celle de conversion (*voir* l'article 2.1.3) et cette première production révèle les éléments signifiants perçus par les élèves. L'approche qualitative force les élèves à décrire le phénomène de covariation et ainsi à rester dans le registre « verbal » (la présence de données numériques amènerait les élèves à passer à un autre registre qu'on pourrait qualifier de « symbolique »).

Ensuite, pour introduire le graphique (la représentation officielle) comme étant la représentation visuelle de la covariation entre les deux grandeurs observées dans la situation, nous devons partir des représentations spontanées des élèves. Les premières représentations recueillies dans le registre « verbal » témoignent des éléments signifiants perçus par les élèves. Il faut donc faire évoluer ces représentations de manière à ce que les éléments signifiants soient tous correctement perçus. Pour cela, nous utilisons des moyens à la base de la construction de la connaissance selon la perspective constructiviste, soient la communication, le partage et la réflexion. Toute cette démarche se déroule dans les registres connus par les élèves : « verbal » et « figural », ce qui ne permet pas encore le passage au registre « graphique ». Effectivement, les premières productions des élèves ayant été imposées dans un registre « verbal », il faut à présent leur imposer de produire une représentation dans un registre visuel. Évidemment, le registre désiré est « graphique », mais les élèves ne connaissent pas encore ce registre puisque nous voulons le construire avec eux. C'est pourquoi, la situation-problème doit imposer aux élèves certaines caractéristiques à respecter de manière à ce que les représentations spontanées se rapprochent de la représentation officielle. En fait, nous avons fait remarquer qu'il ne serait pas possible d'utiliser les représentations spontanées des élèves pour construire la représentation officielle sans avoir imposé certaines caractéristiques à respecter (*voir* paragraphe 2.2.2.3.2). Ces nouvelles productions permettent à la fois d'identifier certains éléments signifiants perçus par les élèves, mais aussi de construire une nouvelle représentation de la covariation : le graphique.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE DE L'EXPÉRIMENTATION

3.1 Objectifs de l'expérimentation

3.1.1 Rappels des objectifs de la recherche

Lorsque nous avons conclu sur la problématique de la présente recherche, nous avons situé notre travail dans le cadre très large de la construction du concept de fonction chez les élèves du secondaire. Nous nous sommes alors questionné sur les moyens de développer le concept de covariation, celui-ci étant à la base du concept de fonction, et d'introduire le graphique comme mode de représentation de cette covariation. Notre cadre théorique a permis d'apporter des éléments de réponses à ce questionnement. Effectivement, la construction du concept de covariation, et plus largement de celui de fonction, repose, selon Duval (1988, 1993), sur la coordination des registres de représentation de ce concept. Cette coordination entre les registres débute par des activités de conversion entre ceux-ci. Dans la perspective d'une introduction au concept de fonction, nous nous sommes concentrés sur la conversion des registres « verbal » et « figural », composant le mode de représentation situation, au registre « graphique ». Il nous apparaissait en effet plus approprié de travailler avec ces registres de représentation plutôt qu'avec un registre « symbolique » par exemple, puisque d'une part le programme de formation de l'école québécoise le demande et d'autre part les registres « verbal » et « figural » sont déjà familiers aux élèves. Notons que, toujours d'après Duval (1988, 1993), cette conversion n'est possible que si les éléments signifiants des

registres de départ sont correctement perçus d'où les objectifs de l'expérimentation qui suivent.

3.1.2 Précision des objectifs généraux de l'expérimentation

Comme point de départ à la construction du concept de covariation, et par le fait même de celui de fonction, nous nous sommes fixé comme objectif d'identifier les éléments signifiants perçus par des élèves de secondaire 2 dans une situation de covariation donnée. Cette identification se déroule dans le cadre d'une séquence d'enseignement minutieusement construite.

La structure de cette séquence permettra d'ailleurs d'effectuer de plus amples analyses. Nous extrapolerons, entre autres, sur les difficultés à envisager lors de la construction du graphique comme mode de représentation d'une situation de covariation.

3.1.3 Principes à la base de la construction de la séquence d'enseignement

À la section 2.2, nous avons élaboré sur les principes retenus en vue de l'élaboration d'une séquence d'enseignement. Ces principes étaient de différentes natures. D'abord, nous avons pris position sur une perspective globale de l'enseignement et de l'apprentissage, celle du constructivisme. Cette perspective étant très large, nous avons précisé les principes fondamentaux que nous avons retenus. Ce qui nous mène à créer une séquence d'enseignement dans laquelle nous tiendrons compte des structures d'accueil des élèves et dans laquelle ces derniers seront les principaux acteurs. Toujours dans le même ordre d'idée, nous avons choisi le recours à une situation-problème comme moyen didactique menant à la construction de la représentation « graphique ». Cette situation exigera une étude qualitative du phénomène (voir la conclusion du chapitre précédent pour les détails). Pour des fins d'analyse, les élèves seront amenés à produire des représentations dans le registre « verbal » puis dans un registre visuel. Celles-ci témoigneront des structures d'accueil que nous caractériserons à l'aide des notions d'unité signifiante et de variable visuelle.

3.2 Planification de l'expérimentation

Il nous apparaît important de préciser que nous avons décidé de travailler en collaboration avec des enseignants en pratique lors de la démarche de planification de la séquence d'enseignement. En effet, nous pensons qu'une telle approche est indispensable lors d'une recherche comme la nôtre. Nous sommes convaincus que les résultats de la recherche sont largement influencés par le degré d'appropriation de la séquence d'enseignement par l'enseignant ; or, l'appropriation n'est possible que lorsqu'il y a collaboration. Nous n'avons cependant pas suivi un processus de recherche collaborative au sens complet où Bednarz et al. (2001) l'entendent, mais nous nous situons bien dans une méthodologie liée au cadre de la recherche-action. En fait, nous avons consulté trois enseignants lors d'une rencontre collective préliminaire de manière à recueillir leurs commentaires et idées sur la séquence d'enseignement en construction. Puis nous avons travaillé individuellement avec chacun des deux enseignants acceptant d'expérimenter cette séquence avec leurs élèves. Ce dernier travail était de nature consultatif dans le sens où les enseignants donnaient leur avis sur ce que nous proposons de manière à ce que nous adaptions la séquence d'enseignement à la personnalité de ceux-ci.

Nous allons détailler notre démarche de planification à partir de la construction initiale de la séquence jusqu'aux détails de l'organisation de l'expérimentation. Nous terminerons par un schéma récapitulatif de cette démarche de manière à fournir une vision d'ensemble de celle-ci.

3.2.1 Construction de la séquence d'enseignement

À partir des objectifs fixés, nous avons d'abord élaboré la situation-problème qui allait être proposée aux élèves. Nous avons choisi une situation pour laquelle les grandeurs étaient visualisables de manière à pouvoir présenter cette situation à l'aide de deux registres : « verbal » et « figural ». De plus, nous avons choisi une situation pour laquelle la figure est indispensable à l'étude du phénomène (*voir* paragraphe 2.1.1.3). Le recours à la figure permettant, à notre avis, d'aider les élèves dans leur processus de visualisation de la situation et ainsi d'amoindrir les difficultés reliées à l'habileté d'abstraction, mais aussi de forcer les élèves à s'approprier la situation. La situation initiale était donc celle d'une randonnée en

forêt. Un randonneur se déplaçant sur une piste fermée délimitant une zone à l'intérieur de laquelle se trouve un poste de secours, on s'intéressait aux grandeurs suivantes : la distance parcourue par le randonneur sur la piste et la distance séparant ce randonneur du poste de secours. Dans cette première version de la situation, nous pensions imposer aux élèves une piste de forme carrée de manière à obtenir un phénomène facilement descriptible et présentant des régularités reliées aux propriétés de cette figure géométrique. Les deux grandeurs choisies pouvant être matérialisées par des segments, la relation entre les deux grandeurs nous semblait facilement perceptible.

Ensuite, nous voulions faire ressortir les représentations spontanées (schémas, dessins...) des élèves concernant le phénomène de covariation entre les deux grandeurs de cette situation et exploiter ces représentations intermédiaires de manière à passer à la représentation officielle : le graphique cartésien.

Le squelette de la séquence était alors le suivant :

- 1) Présenter une situation-problème (le randonneur) aux élèves ;
- 2) Faire ressortir les représentations spontanées des élèves (schémas, dessins...) ;
- 3) Investir ces représentations spontanées et motiver le passage à une autre représentation (le graphique cartésien) ;
- 4) Institutionnaliser les conventions du graphique cartésien ;

C'est ce squelette que nous avons présenté à trois enseignants de secondaire 2 en pratique intéressés par la recherche. Nous voulions alors recueillir leurs commentaires sur ces étapes de la séquence d'enseignement et leurs idées sur les moyens à utiliser pour réaliser chacune de ces étapes. Nous avons aussi sondé le terrain quant au temps nécessaire à la réalisation de cette séquence et à celui que les enseignants étaient prêts à donner.

À l'issue d'une première rencontre collective, nous avons constaté que les avis divergeaient à la fois sur la pertinence de la situation choisie et sur la manière de l'exploiter. C'est pourquoi nous décidâmes de travailler individuellement avec chacun des deux enseignants ayant accepté d'effectuer l'expérimentation avec leurs élèves. Ce travail déboucha donc sur deux versions de l'approche d'enseignement. Toutefois, les objectifs restant les mêmes, nous avons réussi à constituer deux versions quasi semblables en tenant compte au mieux des idées de chacun des enseignants.

3.2.2 Deux versions de la situation-problème

Nous allons considérer que la situation-problème est composée d'un contexte et d'un questionnement. Ainsi, les deux versions présentent des différences mineures pour chacune de ces deux composantes. Toutes les informations entre guillemets qui suivent sont exactement celles qui ont été données aux élèves à l'intérieur des cahiers d'élèves (voir appendice B).

La première version du contexte est la suivante : « Un randonneur entreprend une longue randonnée en forêt. Il suit une piste fermée qui lui permet donc de revenir à son point de départ à la fin de la randonnée. En suivant cette piste, il ne repasse jamais au même endroit de la forêt. Il ne fait qu'un seul tour de piste. Un poste de secours est situé à l'intérieur de la région délimitée par la piste. Un grand mât avec un drapeau permet au randonneur de repérer l'emplacement du poste de secours quel que soit l'endroit où il se trouve sur la piste. » Le questionnement qui suit est présenté en deux parties, premièrement on demande à l'élève de décrire en mots comment il perçoit le phénomène : « Afin de se sentir en sécurité, le randonneur s'intéresse à la distance la plus courte le séparant du poste de secours selon la distance qu'il a parcourue sur la piste. Décris ce qui se passe avec ces deux grandeurs tout au long du trajet du randonneur (n'oublie pas qu'il ne fait qu'un seul tour de piste). », deuxièmement on veut que l'élève produise une nouvelle représentation de la situation selon certaines contraintes : « Lorsqu'on a expliqué au randonneur ce qui se passait avec la distance qui le séparait du poste de secours selon la distance qu'il avait parcourue, il a trouvé que c'était trop long. Il nous demande donc de trouver un moyen plus rapide de lui montrer ce qui se passe. Il veut aussi que ce moyen lui permette de comparer rapidement plusieurs distances au poste de secours. En plus de rendre service au randonneur, notre esprit pratique nous conseille de trouver une représentation réutilisable dans d'autres situations. Il faudrait, par exemple, qu'on puisse représenter : « le prix de la viande hachée selon la quantité de viande hachée achetée » ou « l'aire de la surface d'une piscine recouverte par une toile selon le nombre de tours de manivelle effectués pour enrouler la toile » avec une représentation semblable. Propose une représentation visuelle organisée qui répond au mieux à toutes ces exigences. » Cette version est celle qui a été expérimentée par la suite à l'école secondaire Louis-Riel dans un groupe de secondaire 2.

Dans la seconde version, nous avons remplacé le contexte de la randonnée par celui d'un rallye (voir les raisons de ce changement à l'article 3.2.3 qui suit). En effet, cette version étant destinée à être expérimentée avec deux groupes de secondaire 2 de l'école secondaire Père-Marquette, nous avons adapté la situation à la réalité des élèves sur les conseils de leur enseignant. Ce dernier nous avait fait remarquer que la plupart des élèves de l'école n'avaient certainement jamais effectué de randonnée en forêt puisqu'ils sont issus d'un milieu défavorisé. Voici donc la situation présentée aux élèves : « Lors d'un rallye organisé par l'école, vous devez vous rendre à 5 endroits précis dans le quartier. Dans l'ordre, vous devez aller : à la piscine Père-Marquette, au jardin communautaire Père-Marquette, à l'école Saint-Étienne, à l'Éco-centre Petite-Patrie et finalement à l'école Madeleine de Verchères. Votre point de départ et d'arrivée est l'intersection des rues Bellechasse et Marquette. ATTENTION : Vous devez absolument passer par les trottoirs (vous devez ressortir de chaque endroit et reprendre le trottoir à chaque fois). » Le questionnement sur cette situation ressemble beaucoup à celui du randonneur, il commence par le recueil de descriptions : « Le directeur de l'école veut être sûr que vous ne vous éloignerez pas trop de l'école. Pour le rassurer, vous devez vous intéresser aux 2 grandeurs suivantes : la distance que vous allez parcourir depuis le point de départ et la distance à « vol d'oiseau » qui vous sépare de l'école. Lorsqu'une de ces grandeurs change, l'autre réagit. Décris comment ça se passe tout au long du trajet (du départ à l'arrivée). », puis il continue par la collecte de représentations visuelles selon certains critères : « Lorsque vous avez expliqué au directeur comment varie la distance à l'école lorsque la distance parcourue augmente, il a trouvé vos explications très longues. Il vous demande donc de trouver un moyen plus rapide de lui montrer ce qui se passe. Il voudrait aussi que ce moyen soit visuel car c'est aussi moins long à interpréter. Finalement, il demande que la représentation visuelle proposée lui permette de comparer rapidement plusieurs distances à l'école. De cette manière, selon où sont rendus les différents groupes d'élèves, il pourra savoir lequel est le plus proche de l'école (« à vol d'oiseau »). Propose une représentation visuelle organisée qui répond au mieux à toutes ces exigences. »

Malgré les différences contextuelles, ces situations-problèmes sont assez semblables. Elles sont toutes deux composées d'un contexte visualisable dans lequel on s'intéresse à la relation entre une distance par rapport à un point de référence et une distance parcourue. Le questionnement est effectué en deux étapes permettant de recueillir les productions des

élèves : d'abord leurs descriptions verbales (représentations spontanées dans le registre « verbal »), ensuite leurs représentations visuelles (représentations spontanées dans un registre visuel : registre « graphique » ou registre « figural »). Quelques différences apparaissent toutefois et celles-ci influencent le degré de difficulté de la tâche demandée.

3.2.3 Différences entre les deux versions et origine de ces différences

Les différences entre les deux versions sont d'abord dues aux choix fait par les enseignants. Ces choix sont le résultat à la fois de leur personnalité et de leur connaissance des élèves. En effet, le niveau de chacun des groupes sujets à l'expérimentation est différent.

Le groupe de l'école secondaire Louis-Riel, que nous nommerons le groupe A, est un groupe privilégié participant à un programme enrichi en mathématiques et en sciences particulièrement. Les élèves de ce groupe ont été sélectionnés selon des critères de réussite scolaire et d'attitude générale. Ce sont des élèves qui ont de bonnes bases en mathématiques et qui sont intéressés, curieux et travailleurs. Ils ont aussi l'habitude de s'investir dans des projets spéciaux durant lesquels on leur demande de travailler en équipe. L'enseignante a confiance en ses élèves pour ce qui est de la compréhension de la situation-problème, de la collaboration durant les activités et de la richesse des interventions. C'est pourquoi, dans la version 1 de la situation-problème, nous avons conservé le contexte de la randonnée pour laquelle les élèves choisissent la forme de la piste. Nous avons aussi décidé de donner les trois critères suivants lors du passage à une représentation visuelle : « c'est un moyen rapide de présenter l'information », « on peut comparer facilement plusieurs distances au poste de secours » et « c'est une représentation réutilisable dans d'autres situations » (entre autres des situations non-visualisables). Ce dernier critère est assez difficile à respecter car il implique d'identifier les similitudes entre la situation de la randonnée et ces autres situations alors que certaines grandeurs sont visualisables et d'autres non. Nous sommes conscients que le nombre de critères influence aussi le degré de difficulté et cette situation-problème peut ainsi être qualifiée de difficile pour des élèves de secondaire 2. Cependant, vu le niveau des élèves, l'enseignante a considéré cette situation-problème appropriée.

À l'école secondaire Père-Marquette, nous avons choisi deux groupes, que nous nommerons B et C, qualifiés respectivement d'enrichi et de régulier au sein de l'école.

Cependant, relativement au groupe A choisi à l'école secondaire Louis-Riel, ces groupes sont beaucoup plus faibles. C'est pourquoi nous qualifierons le groupe B de régulier et le groupe C de faible. L'école secondaire Père-Marquette présente en général de faibles taux de réussite académique et les élèves du groupe C en sont la représentation. Ces élèves ont pour la plupart beaucoup de lacunes en mathématiques. Leur attitude montre un manque d'intérêt pour la matière et pour l'école en général. Le groupe B est assez hétérogène, mais son niveau académique est légèrement supérieur au groupe C. Les élèves sont aussi plus calmes et plus intéressés que dans le groupe C. L'enseignant de ces deux groupes connaît la réalité sociale et scolaire de ses élèves. C'est pourquoi il a préféré que nous élaborions une autre version de la situation-problème de manière à rejoindre la majorité des élèves. D'abord, le contexte de la randonnée est devenu celui du rallye. Ce rallye se déroule dans le quartier de l'école que tous les élèves connaissent bien. Les élèves doivent choisir le trajet qu'ils emprunteraient pour faire ce rallye, mais les lieux d'arrêts sont imposés. Ainsi, cette version laisse moins de liberté aux élèves puisque la carte du quartier est donnée et le rallye est imposé. Ensuite, les critères pour le passage à une autre représentation sont légèrement différents de la première version. En effet, dans cette deuxième version nous avons enlevé le critère 3 de la précédente, c'est-à-dire le fait que la représentation doit être réutilisable dans d'autres situations. Nous avons déjà indiqué que ce critère était difficile à comprendre et à prendre en compte pour des élèves de secondaire 2 et l'enseignant a préféré que nous le retirions. En fait, nous avons laissé trois critères, mais le premier est celui qui dit que la représentation doit être visuelle. Dans la première version nous n'avions pas mis l'accent sur ce critère qui était pourtant présent. Finalement, les trois critères pour cette version sont : « c'est une représentation visuelle », « c'est un moyen rapide de présenter l'information » et « on peut comparer facilement plusieurs distances à vol d'oiseau à l'école ».

3.2.4 Exploitation de ces situations-problèmes en classe

Les situations-problèmes sont présentées en trois étapes aux élèves :

1. Présentation du contexte et choix d'une piste (ou d'un trajet) : le contexte est présenté simplement sans qu'il n'y ait de précisions sur ce à quoi on va s'intéresser. Les élèves doivent s'approprier le contexte en élaborant leur propre piste de randonnée (ou trajet du

rallye) répondant à la description donnée. Ils effectuent d'abord ce travail individuellement, puis ils doivent partager avec les autres membres de leur équipe de manière à obtenir la piste (ou le trajet) de l'équipe et finalement il y a partage avec la classe complète, on obtient alors la piste (ou le trajet) de la classe qui sera celle (celui) utilisé dans la suite de la séquence. Cette étape force les élèves à s'approprier la situation du fait du temps de réflexion et de partage alloué.

2. Description de la relation entre les grandeurs considérées : l'énoncé de la situation-problème se poursuit par la précision sur ce à quoi on s'intéresse dans le contexte donné. Les grandeurs sont indiquées et on demande aux élèves de décrire le phénomène de covariation entre ces grandeurs. Cette étape est construite sur le même principe que la précédente, c'est-à-dire, un travail d'abord individuel puis un partage avec l'équipe et finalement un partage avec la classe. Le produit final est une sorte de synthèse des éléments que les élèves ont fait ressortir et celui-ci devient la description de la classe. Ainsi, les élèves prennent connaissance d'éléments qu'ils n'avaient pas forcément identifiés lors du travail individuel et en équipe, ce qui les influencera pour la suite de la séquence.
3. Production d'une nouvelle représentation présentant le phénomène de covariation entre les grandeurs observées : à partir de tous les éléments ressortis à l'étape précédente, les élèves doivent produire une représentation répondant à certains critères donnés (voir paragraphe précédent 3.2.1.2). Ce travail est individuel et prend un certain temps pouvant varier selon les élèves. C'est donc une étape pour laquelle il est important que les élèves travaillent seuls et en silence. À l'issue de ce travail, tous les élèves doivent avoir pris le temps de réfléchir et la plupart devraient avoir produit quelque chose.

Tout au long de ces trois étapes de travail sur la situation-problème, les élèves sont amenés à travailler individuellement, à travailler en équipe et à partager avec la classe et l'enseignant(e). Ce(tte) dernier(e) a donc ici un rôle de guide. Il(elle) maintient la discipline et organise la classe de manière à ce que le contexte soit le plus propice à l'investissement des élèves dans la tâche. Il joue aussi un rôle important lors du partage des descriptions avec la classe, il doit en effet diriger les échanges de manière à ce qu'ils soient pertinents et riches tout en laissant les élèves s'exprimer le plus possible.

3.2.5 Suite de la séquence d'enseignement

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous intéressons aux résultats ressortant de l'expérimentation des situations-problèmes explicitées précédemment avec des élèves de secondaire 2. Cependant, lors de la conception de la séquence d'enseignement, nous avons décidé d'aller plus loin. En fait, comme nous l'avons expliqué à l'article 2.2.2, nous voulons trouver un moyen d'exploiter les représentations des élèves de manière à construire la représentation visuelle officielle d'une situation de covariation : le graphique. C'est pourquoi nous avons construit la suite de la séquence dans cette optique. Les étapes suivantes sont donc :

4. Présentation de la représentation de l'enseignant(e) : à l'aide d'un matériel flexible, la piste (ou le trajet du rallye) est matérialisée. Des cure-pipes matérialisent quant à eux les distances à vol d'oiseau au poste de secours (ou à l'école) pour certains points repères. L'enseignant(e) propose de simplement déplier la piste et regarder ce que ça donne.
5. Analyse des représentations : l'enseignant(e) récupère les représentations spontanées des élèves de manière à présenter à la classe l'éventail des représentations proposées. Toutes les représentations (celles des élèves et de l'enseignant(e)) sont analysées par la classe afin de vérifier si elles répondent aux critères imposés. Les élèves sont donc amenés à éliminer les représentations incomplètes ou inappropriées tout en justifiant leur choix.
6. Construction d'une seule représentation : à partir des représentations restantes on en construit une seule. Cette construction est possible à partir du moment où les élèves distinguent les points communs et les différences entre ces représentations. La représentation obtenue est forcément très proche du graphique du fait des critères imposés.
7. Analyse détaillée de cette nouvelle représentation : cette étape est une synthèse permettant de mettre en évidence les caractéristiques de cette nouvelle représentation : comment fonctionne-t-elle, comment la construire etc.
8. Activité d'équipe 1 : les élèves sont placés en équipes de 4. Chaque équipe choisit un nouvel emplacement pour le poste de secours (ou un nouveau lieu de référence sur la carte) et le garde secret. Ensuite, chaque équipe construit un nouveau graphique représentant toujours la relation entre la distance parcourue et la distance à vol d'oiseau séparant le randonneur (ou les élèves) du poste de secours (ou du lieu de référence).

9. Activité d'équipe 2 : l'enseignant(e) ramasse les graphiques et les redistribue à d'autres équipes. Pour chaque graphique reçu, les élèves doivent retrouver l'emplacement du poste de secours (ou le lieu de référence sur la carte) choisi par les élèves ayant produit le graphique.

Chacune de ces étapes a été élaborée à partir de certains objectifs particuliers.

D'abord, nous avons décidé de présenter la représentation de l'enseignant(e) car d'une part nous ne savions pas si les élèves allaient produire des représentations utilisables et d'autre part nous voulions guider les élèves vers la représentation « graphique » en manipulant simplement le schéma de la situation. La piste dépliée fournit effectivement un réarrangement des segments qui représentent les grandeurs étudiées – d'où d'ailleurs l'intérêt de choisir une situation visualisable. Cet arrangement est exactement celui qui est à la base du graphique, mais il est obtenu par une simple manipulation : le dépliage. De cette manière, la représentation « graphique » nous apparaît plus naturelle et abordable. Les élèves devraient alors être capables d'identifier facilement où se trouvent les grandeurs.

Ensuite, l'analyse des représentations (y compris celle de l'enseignant(e)) permet d'éliminer les représentations fausses, incompréhensibles ou simplement incomplètes. L'idée ici est de laisser les élèves effectuer cette analyse et porter un jugement sur les représentations proposées. Nous pensons effectivement que plus les élèves interprètent les représentations des autres de manière à identifier les critères non respectés, plus leur propre représentation mentale évolue. Ce sont ainsi les élèves qui choisiront d'eux-mêmes des représentations se rapprochant du graphique car ils y reconnaîtront les critères recherchés. Les représentations restantes étant forcément très proches les unes des autres, l'étape de construction d'une seule représentation vient synthétiser les informations contenues dans chacune d'elle de façon à garder les caractéristiques les plus intéressantes. C'est à ce moment, par exemple, que certaines particularités organisationnelles du graphique (voir paragraphe 2.2.2.3.3) peuvent être sujettes à discussion. D'ailleurs, les situations-problèmes choisies ne permettent pas de justifier toutes les particularités organisationnelles du graphique puisque ces situations ont été composées en vue d'une approche qualitative. La représentation obtenue présente finalement de nombreuses particularités conceptuelles et organisationnelles

et il est à notre avis important de forcer les élèves à bien identifier celles-ci. Nous voulons en effet que les élèves s'approprient cette nouvelle représentation et soient capables de l'utiliser.

C'est ce qu'ils doivent faire lors de l'activité d'équipe de l'étape 8. À présent que la représentation « graphique » est construite (même si ce n'est que partiellement), les élèves doivent l'utiliser. Nous avons choisi de simplement modifier un paramètre de la situation initiale de manière à éviter les difficultés reliées à la compréhension de la situation. Nous sommes assurés à cette étape de la séquence que tous les élèves comprennent la situation, mais il est certain que la représentation « graphique » n'est pas complètement assimilée. Finalement, lors de l'activité suivante, à l'étape 9, ils doivent interpréter les graphiques des autres. Cette étape a, entre autres, pour objectif de conscientiser les élèves à l'importance du respect des particularités organisationnelles à des fins de communication. Il est en effet certain que si celles-ci ne sont pas respectées, les élèves ne seront pas capables d'interpréter les représentations des autres. Nous pensons que pour conclure cette séquence d'introduction au graphique, il est important de mettre l'accent sur la pertinence du graphique comme outil de communication.

Il est à noter que les étapes 8 et 9 de cette séquence amènent les élèves à passer de la situation au graphique puis du graphique à la situation. Nous nous situons donc dans le processus de développement chez les élèves des habiletés de conversion et de coordination de différents registres de représentation.

3.2.6 Organisation de l'expérimentation

Comme nous l'avons déjà dit, l'expérimentation s'est déroulée dans trois groupes de secondaire 2 (élèves de 13-14 ans) issus de deux écoles différentes. Les circonstances scolaires nous ont forcés à effectuer l'expérimentation à l'école Père-Marquette d'abord, dans les groupes B et C simultanément, du 5 au 18 octobre 2005. Pour la séquence complète, l'expérimentation s'est étalée sur 5 périodes de 75 minutes. Pour la partie sujette à analyse dans la présente recherche, ce sont un peu moins de deux périodes qui ont été couvertes.

Par la suite, du 24 octobre au 3 novembre 2005, l'expérimentation de la séquence complète dans le groupe A de l'école Louis-Riel s'est déroulée sur 5 périodes de 75 minutes. La partie qui sera analysée a couvert 3 de ces 5 périodes.

Dans les deux cas, nous avons fourni le matériel nécessaire pour les enseignants et les élèves. Nous avons placé respectivement dans les appendices A et B du présent document, les documents guides remis aux enseignants et les documents de travail remis aux élèves. Durant l'expérimentation, les enseignants ont suivi la séquence, tout en se l'appropriant bien sûr, et pour notre part nous avons assisté aux cours pour pouvoir filmer ce qui se passait à l'aide de deux caméras. Le visionnement de ces vidéos nous permettra, entre autres, de détailler les circonstances ayant pu influencer les élèves lors de la production des descriptions écrites et des représentations visuelles.

3.2.6 Schématisation des étapes de la planification

Afin de permettre au lecteur d'avoir une vue d'ensemble de la démarche de planification de l'expérimentation, nous avons construit un schéma récapitulatif (*voir* fig. 3.1).

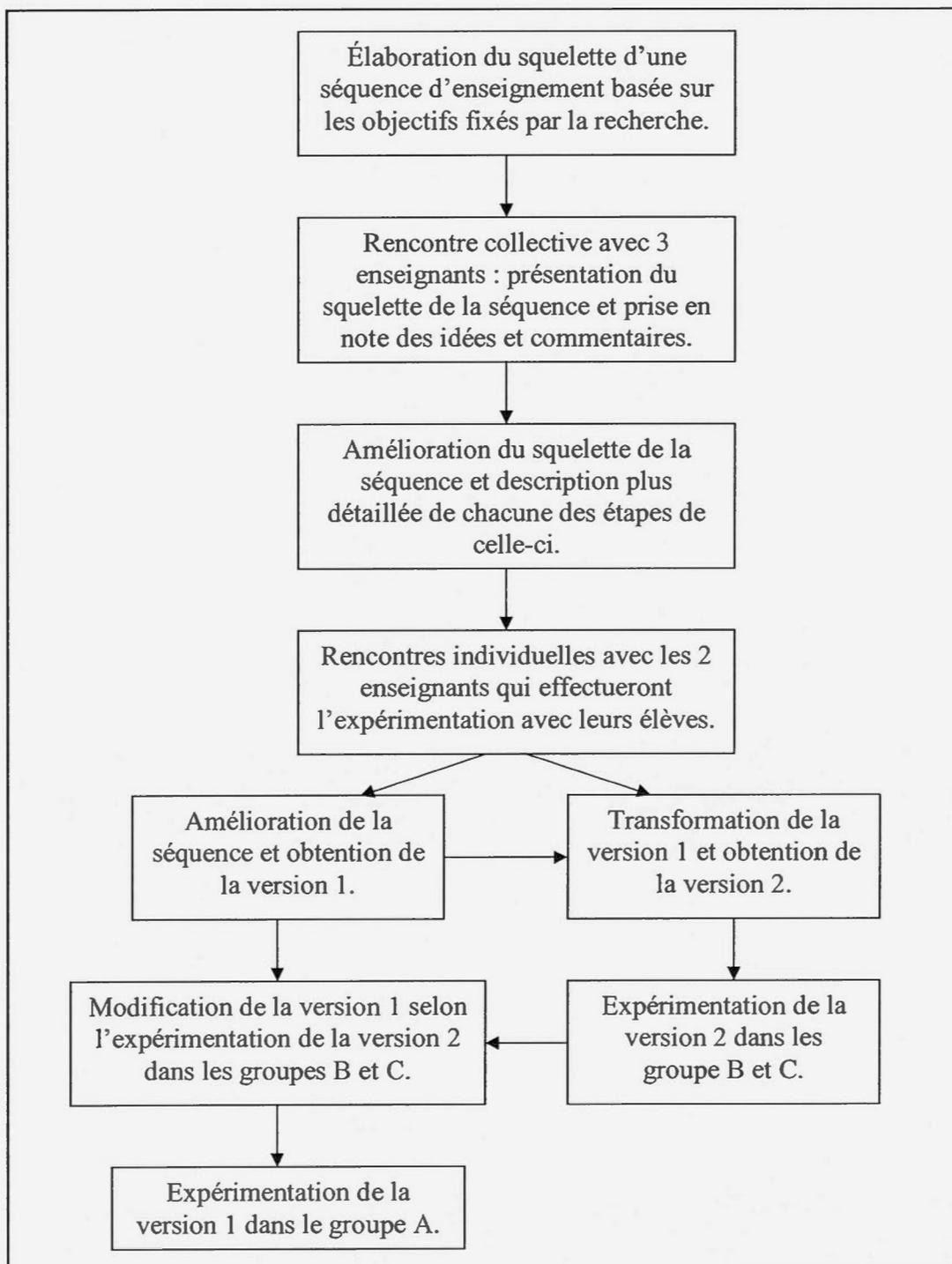


Figure 3.1 Schématisation de la démarche d'expérimentation

3.3 Mode d'analyse et d'interprétation des données

La cueillette des données sujettes à analyse se fait à la fois à l'aide de documents papiers (voir les documents remis aux élèves à l'appendice B) et de documents vidéo (voir verbatims partiels à l'appendice C). Nous recueillons ainsi des données de différentes natures et pour en tenir compte, notre analyse ne peut suivre un modèle précis préexistant. Nous présenterons et commenteront donc les productions des élèves dans l'optique du repérage des éléments signifiants identifiés précisément dans la section suivante. Puis, nous essayerons de quantifier les résultats de manière à évaluer si les élèves perçoivent ces éléments signifiants dans le cadre de la séquence d'enseignement proposée. Cependant, nos interprétations tiendront compte de différents facteurs contextuels ayant pu intervenir ; facteurs que nous tenterons d'identifier à l'aide de l'observation du déroulement de la séquence en classe.

Ainsi, notre mode d'analyse et d'interprétation est très particulier et dépend en grande partie du déroulement de l'expérimentation. Néanmoins, il est clair que la nature des données recueillies nous porte à privilégier un mode d'analyse descriptif.

3.4 Analyse à priori des résultats

Puisque nous avons restreint les objectifs de l'expérimentation à l'identification des unités signifiantes et des variables visuelles par les élèves dans une situation de covariation donnée, l'analyse à priori concerne principalement ces éléments. D'abord nous allons identifier ces éléments dans le cas précis des deux versions de la situation-problème utilisées dans cette expérimentation. Ensuite, nous tenterons d'anticiper les résultats, c'est-à-dire que nous expliquerons ce qui, selon nous, sera perçu ou pas par les élèves.

Rappelons d'abord que les situations choisies ont comme caractéristique d'être présentées à l'aide d'une combinaison des registres « verbal » et « figural ». Ainsi, elles sont composées d'un énoncé en mots présentant certaines informations et d'une figure présentant d'autres informations. Cette figure est en fait un schéma construit par les élèves, mais à partir du moment où elle est uniformisée pour la classe, elle devient partie intégrante de la situation.

3.4.1 Unités signifiantes dans le contexte de la randonnée en forêt : première version de la situation-problème

Le tableau 2.1, présenté à l'article 2.1.4, regroupe les unités signifiantes à identifier dans le registre « verbal » lorsque la situation est présentée dans les registres « verbal » et « figural ». C'est le cas de la situation de la randonnée. Regardons donc plus précisément l'énoncé de la situation (voir paragraphe 3.2.1.1). La première partie présente uniquement le contexte et les indications permettant de produire la figure qui sera utilisée par la suite. La seconde partie est le début du questionnement, on y précise à quelles grandeurs on s'intéresse et de quelle manière ces grandeurs s'influencent par la phrase suivante : « ... le randonneur s'intéresse à la distance la plus courte le séparant du poste de secours selon la distance qu'il a parcourue sur la piste. ». Si on se réfère au tableau 2.1, les unités signifiantes à repérer dans cette phrase sont les expressions et termes suivants :

- « la distance la plus courte le séparant du poste de secours » et « la distance qu'il a parcourue sur la piste » qui indiquent quelles sont les deux grandeurs observées ;
- « le randonneur s'intéresse à... selon... » qui indique d'une part qu'il y a une relation de dépendance entre les grandeurs observées et d'autre part que c'est la distance séparant le randonneur du poste de secours qui dépend de la distance parcourue par celui-ci sur la piste.

Nous allons considérer qu'il y a deux unités signifiantes à discriminer, l'une qui témoigne de la distinction entre les deux grandeurs observées et l'autre de l'identification du lien de dépendance entre ces deux grandeurs.

3.4.2 Unités signifiantes dans le contexte du rallye dans le quartier : deuxième version de la situation-problème

Dans ce deuxième contexte, les unités signifiantes sont semblables à celle du contexte de la randonnée. Plus précisément, la deuxième partie de l'énoncé présente les unités signifiantes dont témoignent les expressions suivantes :

- « ...vous devez vous intéresser aux 2 grandeurs suivantes : la distance que vous allez parcourir depuis le point de départ et la distance à « vol d'oiseau » qui vous sépare de l'école. » qui indique quelles sont les deux grandeurs observées ;

- « Lorsqu'une de ces grandeurs change, l'autre réagit. » qui précise qu'il y a une relation de dépendance entre ces grandeurs.

La formulation de l'énoncé de cette situation n'apporte pas d'indications explicites sur le lien de dépendance entre les grandeurs, à savoir sur laquelle dépend de l'autre. Néanmoins, nous pensons que dans le contexte du rallye ce lien de dépendance est implicite puisque d'abord on a indiqué aux élèves qu'ils devaient effectuer un rallye en suivant un trajet précis choisi par la classe et ensuite seulement on a précisé qu'une autre grandeur nous intéressait. Il est à noter d'autre part que par la suite, l'énoncé indique : « Lorsque vous avez expliqué au directeur **comment varie la distance à l'école lorsque la distance parcourue augmente...** » ce qui fixe clairement le lien de dépendance entre les grandeurs.

3.4.3 Variables visuelles dans les deux contextes

À partir du moment où les élèves ont choisi la piste de randonnée ou le trajet du rallye, celui-ci devient la figure qui se greffe à l'énoncé de manière à en compléter l'information. Les unités significantes de l'énoncé permettent effectivement de recueillir l'information nécessaire à l'identification des deux grandeurs observées et de leur lien de dépendance. Cependant, l'énoncé ne fournit pas l'information relative au type de lien entretenu par ces deux grandeurs. C'est pour cela que la figure joue un rôle important dans la situation-problème. Les variables visuelles à percevoir sur cette figure sont exactement celles décrites dans le tableau 2.2 à l'article 2.1.4. Elles permettent de recueillir l'information relative à la continuité des grandeurs, ainsi qu'aux points repères associés à des phases sur lesquelles le type de relation entretenu par les deux grandeurs est toujours le même. Puisque nous ne connaissons pas encore la forme de la piste ou du trajet choisi par les élèves, nous ne pouvons détailler davantage les variables visuelles à percevoir. Néanmoins, la démarche serait semblable à celle explicitée à l'aide d'un exemple à l'article 2.1.4. Nous allons considérer que les élèves ont deux variables visuelles à percevoir : les points repères et/ou les phases et la qualification de la variation de la grandeur dépendante. En effet, nous considérons que la continuité des grandeurs est une préoccupation plus poussée sur laquelle il ne faut pas mettre l'accent dès le départ. Nous considérons aussi que le 2^{ème} niveau d'analyse de la variation de la valeur de la grandeur dépendante relève d'un travail approfondi du phénomène qui n'est

pas approprié lors d'un premier contact avec une situation de covariation entre deux grandeurs.

3.4.4 Anticipation des résultats

D'abord, la démarche proposée par la séquence d'enseignement permet, à notre avis, d'amener les élèves à s'approprier correctement le contexte de la situation-problème. C'est pourquoi nous considérons que les difficultés que rencontreront possiblement les élèves ne seront pas dues à un manque de compréhension du contexte.

Lors de la production des descriptions individuelles (représentations spontanées dans le registre « verbal »), les élèves se sont déjà appropriés le contexte (énoncé et figure). Par contre, la deuxième partie de l'énoncé qui leur est présentée apporte plusieurs nouvelles informations, et même si l'enseignant(e) s'assure de la compréhension de l'énoncé par les élèves en apportant des précisions sur les grandeurs observées et sur leur lien de dépendance, nous pensons que ces informations ne seront pas complètement intégrées. Ainsi, dans les descriptions écrites des élèves nous nous attendons à retrouver beaucoup de perceptions incomplètes. En fait, si nous tenons compte des difficultés mises de l'avant dans la problématique de la présente recherche, nous savons que le concept de covariation est difficile à percevoir. Ainsi, la tâche demandée relativement à la description d'un phénomène de covariation nous apparaît difficile pour les élèves. Nous nous attendons principalement à ce que les élèves parlent d'une seule grandeur ou même d'aucune de celles qui sont imposées. Ce qui est dû, à notre avis, d'une part à la difficulté à considérer deux grandeurs en même temps et d'autre part à l'image mentale que l'élève se fait de la situation (focus sur des détails par exemple). Ainsi, les unités signifiantes ne seront certainement perçues qu'en partie par les élèves. Et, pour ce qui est des variables visuelles, leur identification dépend de la compréhension de la covariation et de la perception préalable des unités signifiantes. C'est pourquoi, il est possible que certains élèves identifient des points repères ou des phases (première variable visuelles), mais cela risque d'être peu fréquent. L'identification des types de variation (seconde variable visuelles) nécessite quant à elle un raisonnement plus poussé puisqu'elle découle d'une bonne compréhension de la covariation et de l'identification de

points repères et de phases. C'est pourquoi nous ne nous attendons pas à ce que les élèves en parlent. De plus, nous sommes conscients que le non conventionnalisme de la tâche demandée posera problème aux élèves et les descriptions risquent alors d'être floues, contradictoires, incomplètes ou superficielles. Un obstacle évident est aussi celui de la composition française. Sachant que les élèves des groupes plus faibles ont aussi des difficultés en français, leurs compositions risquent de comporter plusieurs erreurs de syntaxe, d'orthographe, de vocabulaire etc. Tout cela représentera pour nous un obstacle lors de l'analyse des descriptions.

Lorsque les élèves doivent produire une nouvelle représentation (représentations spontanées dans un registre visuel : « graphique » ou « figural ») selon certains critères précis, ils ont eu connaissance des descriptions des autres élèves de la classe. L'enseignant(e) a aussi pris le temps de faire une synthèse afin de constituer la description de la classe. Évidemment, dans cette synthèse, nous nous attendons à ce que toutes les unités significatives et les variables visuelles soient présentes, même si certaines ne sont que survolées. En fait, l'enseignant(e) a pour consigne de mettre l'accent d'abord sur les deux grandeurs observées et leur relation de dépendance, puis sur les points repères et les phases. Nous pensons qu'à ce stade de la séquence, les élèves comprennent assez bien le phénomène. Ils savent au moins qu'on regarde deux grandeurs qui sont reliées. Par contre, la difficulté majeure de la construction d'une nouvelle représentation est la transposition de la description du phénomène effectuée en mots à une représentation strictement visuelle. Nous pensons que certains élèves se sont déjà créés une image mentale du phénomène et que pour eux cette tâche ne sera pas trop difficile. Pour les autres, l'obstacle est grand car la tâche exige une réorganisation des informations et une conversion dans un autre registre. C'est pourquoi, nous estimons que seulement la moitié des élèves produiront une représentation sur papier. Sur ces représentations, nous nous attendons à ce qu'aucune ne respecte tous les critères en même temps tout en représentant correctement le phénomène. Mais nous pensons que ces représentations témoigneront une fois de plus des unités significatives et des variables visuelles perçues par les élèves.

Finalement, les représentations spontanées dans le registre visuel des élèves présenteront certainement des caractéristiques exploitables dans une démarche de construction de la représentation « graphique » officielle.

CHAPITRE IV

ANALYSE DES RÉSULTATS

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons d'abord présenter un résumé du déroulement général de l'expérimentation. Ensuite, nous ferons une analyse détaillée des résultats pour chacun des trois groupes. Dans cette dernière, nous décrirons les caractéristiques des productions des élèves de manière à établir si les unités signifiantes et les variables visuelles de la situation sont perçues et, si oui, comment cela se dégage-t-il des représentations spontanées. Nous regarderons donc successivement les descriptions individuelles des élèves (représentations spontanées dans le registre « verbal »), puis les descriptions d'équipe, ensuite les représentations visuelles (représentations spontanées dans un registre visuel, soit « figural », soit « graphique ») pour terminer par une analyse de l'évolution des représentations spontanées au cours de la séquence d'enseignement. C'est seulement après une analyse indépendante de chacun des groupes que nous tenterons de comparer ceux-ci afin de produire certaines conclusions.

4.2 Déroulement général de l'expérimentation

4.2.1 Appropriation de la séquence par les enseignants

À la section 3.2, nous avons précisé que l'élaboration de la séquence d'enseignement avait eu lieu dans un contexte de collaboration, principalement avec deux enseignants. Nous

avons ainsi pour objectif de favoriser leur appropriation de cette séquence. Puisque, selon nous, le degré d'appropriation influence les résultats, nous pensons qu'il est pertinent de l'évaluer.

D'abord, l'attitude des deux enseignants lors du premier cours a révélé qu'ils étaient confiants malgré la présence des caméras. Ensuite, lors du déroulement de la séquence, ils ont à plusieurs reprises improvisé, sans jamais avoir l'air démunis. Finalement, à la fin de l'expérimentation, ils ont exprimé leur désir de renouveler l'expérience l'année prochaine et ils nous ont demandé l'autorisation de partager la séquence d'enseignement avec d'autres enseignants du même niveau. Ces éléments témoignent, à notre avis, d'un degré d'appropriation élevé de la part de ces deux enseignants. Ce qui, d'après nous, a influencé positivement les élèves lors de l'expérimentation.

Néanmoins, nous avons constaté une divergence majeure dans les approches pédagogiques des deux enseignants. Cette divergence les a mené à guider les élèves de deux manières complètement différentes, ce qui bien évidemment a largement influencé les résultats de l'expérimentation. Nous allons voir plus en détail la nature de ces divergences ainsi que leur impact sur les productions des élèves dans les paragraphes intitulés « Caractéristiques des explications données par l'enseignant » intégrés lorsque nécessaire dans notre analyse des résultats.

4.2.2 Participation des élèves

En règle générale le niveau de participation des élèves s'est situé entre moyen et élevé selon les groupes. Le groupe A a démontré une forte motivation et un taux très élevé de participation tout au long de l'expérimentation. Par contre, les groupes B et C ont présenté beaucoup de fluctuations quant à leur niveau de motivation et de participation. Nous pouvons décortiquer ces fluctuations et établir ce niveau selon plusieurs phases. À l'étape 1 de la séquence (voir articles 3.2.4 et 3.2.5 pour l'identification des étapes de la séquence), le niveau était très élevé. Les élèves étaient emballés par l'idée de commencer un nouveau projet et un nouveau chapitre (ils ont fait un examen au cours précédent). Les étapes 2 et 3 ont par contre représenté des obstacles pour plusieurs élèves, ce qui a fait descendre le niveau de motivation et de participation. Lors des étapes 4 à 7, ce niveau est remonté d'une part parce que les élèves ont apprécié l'effet visuel du dépliement de la piste de randonnée, et

d'autre part parce que les représentations étudiées étaient les leurs. En effet, l'implication des élèves dans les discussions, à l'étape 5, a été particulièrement importante. Cela est dû à notre avis au fait que les objets des discussions étaient leurs propres productions. Certains élèves ont démontré une lassitude lors des étapes 6 et 7 du fait de la longueur de la séquence d'enseignement. En fait, c'est le fait de toujours travailler dans le cadre de la même situation qui commençait à ennuyer quelques élèves. Néanmoins, les étapes 8 et 9 furent celles qui suscitèrent le plus d'enthousiasme. Les élèves se sont facilement impliqués dans les tâches de production et d'interprétation de graphiques. Nous avons d'ailleurs été surpris par les réactions vives de plusieurs élèves lors de l'étape 9. Ces derniers se sont effectivement impliqués émotionnellement, ce qui s'est manifesté par des réactions verbales et gestuelles inattendues. En fait, nous avons constaté que les graphiques incomplets (entre autres ceux qui ne respectaient pas certaines conventions) ont provoqué des réactions chez les élèves se trouvant dans l'incapacité de les interpréter. Ces réactions émotives nous sont d'ailleurs apparues comme étant des éléments clés dans la construction de la connaissance puisqu'elles ont mené les élèves à se questionner sur la pertinence des conventions.

Nous rappelons cependant au lecteur que l'analyse qui suit ne tient pas compte des étapes 4 à 9 de la séquence d'enseignement puisque la présente recherche se limite à des objectifs concernant les étapes 1 à 3.

4.3 Analyse du groupe C

4.3.1 Analyse des descriptions individuelles des élèves

4.3.1.1 Qualification générale des descriptions individuelles

La qualité des descriptions varie d'un groupe à l'autre. Pour le groupe C, les descriptions sont très succinctes et par le fait même souvent incomplètes. Elles sont aussi difficiles à lire et à comprendre du fait du manque de soin dans l'écriture et des nombreuses fautes de français (*voir* fig. 4.1 pour exemple). Plusieurs élèves parlent d'une distance qui varie, mais on ne sait pas si c'est la distance parcourue ou celle à vol d'oiseau. Néanmoins, tous les élèves présents ont écrit quelque chose malgré les difficultés rencontrées.

Ma description :
~~Plus vite grand du la ca augmente pis quand~~
~~du la ca augmente pas a plus des fois de toute ca~~
 Airionu

Figure 4.1 Description de l'élève E-SM

4.3.1.2 Unités significantes prises en compte par les élèves

Ces unités significantes sont celles qui devraient être perçues à partir de l'énoncé de la situation-problème. La première unité significative est l'identification des deux grandeurs observées et la seconde l'identification d'une relation de dépendance entre ces deux grandeurs. L'analyse des descriptions des élèves du groupe C nous a permis de classer les descriptions selon deux catégories : les descriptions qui tiennent compte d'une seule grandeur et les descriptions qui tiennent compte des deux grandeurs. Cette analyse n'a pas été facile car elle ne pouvait se faire sans considérer les circonstances dans lesquelles les élèves ont produit ces descriptions. En effet, avant d'effectuer cette tâche les élèves ont eu à choisir – d'abord individuellement puis en équipe puis avec la classe – un trajet sur la carte selon certains critères (voir le trajet choisi par le groupe C à la figure 4.2). Ils ont ainsi obtenu le trajet de la classe et c'est à partir de celui-ci que l'enseignant a expliqué ce que les élèves devaient faire par la suite : décrire la relation entre la distance parcourue et la distance à vol d'oiseau. Cette dernière consigne fut longue à comprendre par les élèves et l'enseignant apporta beaucoup d'explications. Or, ces explications ont sans aucun doute influencé les descriptions des élèves et c'est pourquoi notre interprétation de celles-ci doit en tenir compte. Nous commencerons donc l'analyse des unités significantes par la caractérisation des explications données par l'enseignant, puis nous continuerons par la classification des descriptions des élèves.

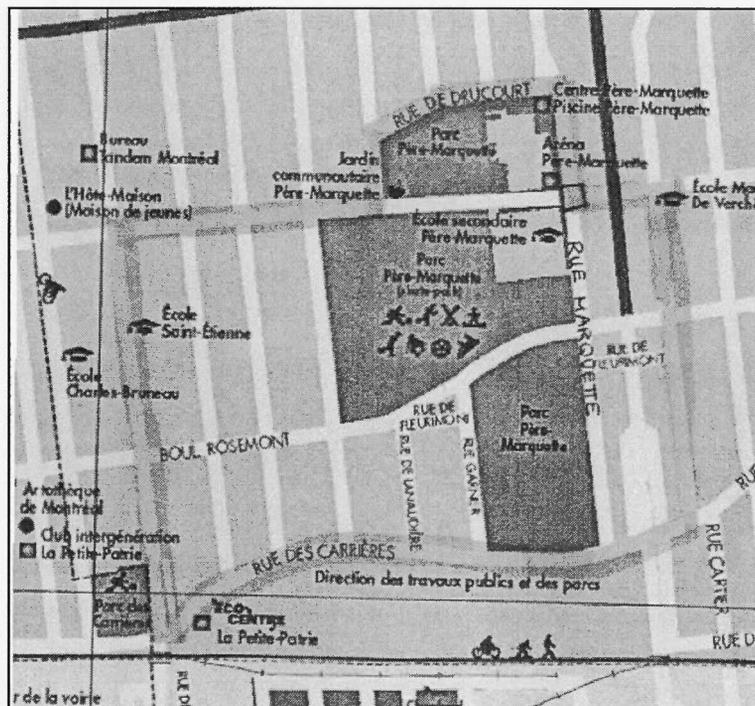


Figure 4.2 Trajet choisi par les élèves du groupe C

4.3.1.2.1 Caractéristiques des explications données par l'enseignant

En appendice C, nous avons placé la transcription exacte de ces explications ayant eu lieu lors du premier cours. Dans cette transcription, on peut d'abord remarquer que l'enseignant ne lit pas simplement la consigne, il en explique chaque élément. D'abord, il parle des deux grandeurs très clairement, mais ensuite, il indique aux élèves que « on s'intéresse à la distance qui vous sépare de l'école en fonction de l'endroit où vous êtes rendu dans le trajet » (p. 280). Bien que cette dernière phrase mette bien en évidence l'existence d'une relation de dépendance, on y perd déjà les deux grandeurs car la distance à vol d'oiseau est devenue « la distance qui nous sépare de l'école » (p. 281) et la distance parcourue est devenue « l'endroit où vous êtes rendu dans le trajet » (p. 281). Or, cette reformulation de l'énoncé influence, à notre avis, la compréhension de la situation par les élèves et la manière qu'ils vont décrire celle-ci. Effectivement, le mot *distance* est maintenant associé à la distance à vol d'oiseau alors que la distance parcourue est remplacée par un positionnement sur le trajet. Le positionnement apporte un aspect statique à la situation qui était au départ un

phénomène dynamique et il pousse à laisser de côté la grandeur indépendante qui devient alors implicite. Par la suite, la considération de ce positionnement sur le trajet continu de transparaître des explications de l'enseignant. On le voit, entre autres, lorsqu'il dit : « Par exemple, moi j'suis ici, j'suis sur le toit de l'école et je vous regarde ok donc quand t'es rendu ici, quand t'es rendu ici, quand t'es rendu ici, tu te trouves à quelle distance à vol d'oiseau de moi [...] » (p. 280). Nous pouvons donc nous attendre à ce que les descriptions des élèves tiennent compte d'un positionnement sur le trajet et que la grandeur indépendante soit oubliée.

Dans la suite de la discussion, on se rend compte que certains élèves ne comprennent pas ce que signifie l'expression « vol d'oiseau » et que d'autres ont un blocage parce qu'il n'y a pas d'échelle sur la carte. L'enseignant prend donc le temps d'illustrer ce qu'est une distance à vol d'oiseau et il indique que la description qu'on veut ne tient pas compte de longueurs exactes, que c'est une description globale.

Finalement, le commentaire d'un élève me semble parler de lui-même pour qualifier l'état cognitif dans lequel se trouvent les élèves lorsqu'ils s'engagent dans la tâche de description. Cet élève dit « j'comprends pas » alors l'enseignant de répondre « t'avais pas compris ? » et l'élève renchérit « ben j'comprends mais j'comprends pas » (p. 282). D'après nous, cette dernière phrase en dit long car nous pensons que cet élève comprend très bien tout ce qui est écrit sur la feuille, il comprend aussi parfaitement ce que l'enseignant dit, mais quelque chose lui manque et c'est ce qu'il fait que finalement il ne comprend pas. Ce qui lui manque, c'est certainement la capacité d'assembler les pièces du puzzle, c'est-à-dire de mettre en relation les deux grandeurs qu'on regarde évoluer. Cet élève distingue les deux grandeurs sans problème, mais c'est la covariation entre celles-ci qui lui pose problème.

4.3.1.2.2 Distinction d'une ou de deux grandeurs et relation entre les grandeurs

D'abord 8 élèves ne semblent considérer qu'une seule grandeur. Celle-ci peut être soit la distance parcourue, soit la distance à vol d'oiseau. Un seul élève (F-FB) regarde uniquement la distance parcourue et nous pouvons le savoir car dans sa description (voir fig. 4.3), il dit que la distance entre le jardin et l'école (Saint-Étienne) est très longue alors que la distance entre l'école (Saint-Étienne) et le centre (Éco-centre) est correcte. Si cet élève parlait

de la distance à vol d'oiseau, il ne pourrait pas qualifier celle-ci de correcte entre l'école (Saint-Étienne) et le centre (Éco-centre) puisqu'elle augmente largement. Sa description correspond cependant bien à la distance qui sépare chacun des lieux indiqués. Cette distance n'est donc pas réellement la distance parcourue, mais puisque c'est la distance sur le trajet, nous avons considéré qu'elle était plus proche de la distance parcourue que de la distance à vol d'oiseau. D'autre part, 7 élèves considèrent uniquement la distance à vol d'oiseau. C'est le cas par exemple de l'élève F-SC (voir fig. 4.4) qui regarde les distances à vol d'oiseau pour les lieux d'arrêt du rallye. Bien qu'il soit difficile de suivre la description de cet élève, il est clair que celui-ci ne tient pas compte de la distance parcourue sur le trajet, il ne fait que qualifier la distance à vol d'oiseau.

Ma description :
 la distance entre la piscine et le jardin est longue
 et entre le jardin et l'école est très longue et
 de l'école au centre est correcte pas trop
 longue pas trop courte et du centre au à l'école
 Madeleine de verchères est très très longue et entre
 l'école et la piscine la distance est courte

Figure 4.3 Description de l'élève F-FB

Ma description :
 De l'aéroport à vol d'oiseau de l'école est plus
 court que quand on est à la piscine
 mais bien au jardin communautaire
 plus loin vers l'école St-Étienne
 encore plus loin au éco centre plus
 proche vers l'école ^{Madeleine} de verchères et
 encore plus proche au coin de la rue marquette

Figure 4.4 Description de l'élève F-SC

Les 19 autres élèves qui produisent une description semblent discriminer deux grandeurs et trois cas de figure apparaissent. D'abord, 6 élèves établissent une relation de comparaison entre les deux grandeurs. C'est le cas de l'élève D-CB (voir fig. 4.5) qui indique que marcher sur le trajet est plus long que se rendre à vol d'oiseau. Cet élève compare donc la distance parcourue à celle à vol d'oiseau et établit que l'une est toujours plus courte que l'autre. Les arguments fournis par ces élèves sont de nature très concrète, par exemple, ils vont dire que d'aller tout droit c'est plus rapide parce qu'il n'y a pas d'obstacles à contourner. Ces élèves établissent bien une relation entre les deux grandeurs comme le demande l'énoncé sauf que cette relation est de nature comparative. Ensuite, 6 autres élèves semblent établir une sorte de relation de dépendance, mais celle-ci ne met pas en jeu directement les deux grandeurs considérées. En fait, ces élèves indiquent tous que la distance augmente quand on s'éloigne de l'école et diminue lorsqu'on se rapproche de l'école. L'idée d'éloignement peut être associée à la distance parcourue, mais la référence au rapprochement montre que ces élèves regardent ensuite la distance restante à parcourir et non plus la distance parcourue. Néanmoins, nous considérons que ces élèves amorcent un raisonnement de dépendance entre les deux grandeurs. Finalement, 7 élèves établissent clairement une relation de dépendance entre les deux grandeurs. Celle-ci se manifeste de plusieurs manières. L'élève A-AP (voir fig 4.6), par exemple, repère un point particulier à partir duquel la variation de la distance à vol d'oiseau change. Il indique que d'abord elle augmente puis elle diminue et cela tout au long du trajet. La phrase « plus que tu avance, plus que la distance augmente » est pour nous une phrase clé qui montre que l'élève établit la relation de dépendance entre les deux grandeurs. Notons toutefois, que dans une telle description nous avons considéré le mot distance comme représentant la distance à vol d'oiseau d'une part parce que c'est cette seule signification qui donne du sens à la description de l'élève et d'autre part parce que nous considérons ici l'influence des explications de l'enseignant, comme nous l'avons fait remarquer précédemment. L'élève C-DM (voir fig 4.7) établit aussi une relation de dépendance que l'on peut facilement identifier à l'aide du terme *selon*. La distance à vol d'oiseau est clairement qualifiée, mais la distance parcourue est implicite puisqu'on doit la reconnaître dans l'expression « l'endroit ou la personne est situé ». Cette référence à un positionnement découle certainement, encore là, des explications de l'enseignant et c'est pourquoi nous y voyons clairement la relation entre les deux grandeurs considérées. Notons que les

descriptions qui établissent une relation de dépendance entre deux grandeurs ne sont pas forcément complètes et exactes. C'est le cas de l'élève B-SL (voir fig 4.8) qui indique que la distance à vol d'oiseau augmente au fur et à mesure qu'on avance. Or, cette description du phénomène n'est que très partielle car la distance à vol d'oiseau ne fait pas qu'augmenter, au contraire.

Ma description :
 Ben marcher est plus long
 tandis que en vol d'oiseau
 on peut se rendre plus facilement
 et plus vite

Figure 4.5 Description de l'élève D-CB

Ma description :
 plus que tu avance; plus que la
 distance augmente jusqu'au coin de
 christophe-columb et des carrières
 apres la distance se réduit

Figure 4.6 Description de l'élève A-AP

Ma description :
 pour celui qui voit a vol d'oiseau la distance est ~~plus~~
~~plus~~ grande que ceux qui marcher sur la rue car la distance
 change seint iendrait a la personne est situé.

Figure 4.7 Description de l'élève C-DM

Ma description :
 la distance a col d'eau ajoutée
 a l'axe et a l'axe gauche avance
 entre chaque point il y a
 une distance différente

Figure 4.8 Description de l'élève B-SL

En résumé, il est positif de constater que la majorité des élèves (19 sur 27) distinguent les deux grandeurs et décrivent une sorte de relation entre celles-ci. Néanmoins, le vocabulaire et les expressions utilisés par les élèves sont variés et pas toujours appropriés. Il est ainsi difficile d'être certain de ce qu'ils veulent dire.

4.3.1.2.3 Conclusion

Les deux unités significantes à discriminer dans l'énoncé étaient : les deux grandeurs observées et la relation de dépendance entre celles-ci. L'analyse des descriptions des élèves (représentations spontanées dans le registre « verbal ») montre que 19 élèves sur 27 discriminent les deux grandeurs, mais que seulement 7 d'entre eux établissent clairement la relation de dépendance entre ces deux grandeurs. Ainsi, nous pouvons dire que pour les élèves faibles, 70% des élèves perçoivent la première unité significative et 26% des élèves perçoivent la seconde unité significative.

Puisque nous avons établi dans le cadre théorique de la présente recherche que la perception des unités significantes du registre « verbal » était un des préalables à la conversion vers le registre « graphique », nous pouvons dire pour le moment qu'uniquement 26% des élèves de ce groupe disposent de ces préalables. Cependant, nous avons aussi identifié des variables visuelles à percevoir dans le registre « figural » c'est-à-dire à partir de la figure fournie (ou produite par les élèves) dans la situation-problème. Ainsi, en plus des unités significantes, l'élève doit pouvoir percevoir ces variables visuelles dans la situation. Nous allons donc analyser les descriptions des élèves du groupe C de manière à vérifier quelles

sont les variables visuelles qui sont naturellement identifiées par les élèves dans le registre « figural » de la situation-problème proposée.

4.3.1.3 Variables visuelles prises en compte par les élèves

Comme nous l'avons rappelé, les variables visuelles sont des éléments qui devraient être perçus à partir de la figure. Nous avons déjà déterminé que la première variable visuelle est l'identification de points repères et/ou de phases ; et la seconde est la qualification de la variation de la grandeur dépendante entre ces points repères ou sur ces phases. Pour le groupe C, nous avons constaté que peu de descriptions faisaient allusion à des points repères et des phases. En fait, certains élèves restent collés à l'énoncé de la situation et prennent pour points repères les lieux d'arrêt du rallye. Or, ces lieux ne sont pas des points repères au sens où nous l'avons défini. Comme les phases sont directement reliées aux points repères, puisqu'une phase est un intervalle délimité par ces points particuliers, il est évident que leur identification est faussée.

Pour ce qui est de la seconde variable visuelle, soit la qualification de la variation de la grandeur dépendante entre les points repères ou sur les phases, elle dépend de la première variable visuelle. Il serait alors logique de déduire que seul un élève qui a perçu la première variable visuelle peut potentiellement percevoir la seconde. Toutefois, nous pensons qu'il serait intéressant de regarder si les élèves sont capables de qualifier la variation de la grandeur dépendante même si les points repères qu'ils ont choisis sont erronés. En fait, nous décidons de faire abstraction de la première variable visuelle dans l'évaluation de la seconde variable visuelle. Nous sommes ainsi convaincus qu'il y a plus d'un seul élève qui témoigne d'une habileté à qualifier la variation de la grandeur dépendante.

Les étapes de notre analyse sont donc les suivantes : d'abord, nous caractériserons les explications de l'enseignant en ce qui concerne les deux variables visuelles concernées, ensuite, nous détaillerons l'analyse des descriptions des élèves pour ce qui est de la perception de ces deux variables visuelles et finalement, nous établirons une classification des descriptions des élèves en fonction à la fois des caractéristiques des explications de l'enseignant et des variables visuelles identifiées.

4.3.1.3.1 Caractéristiques des explications données par l'enseignant

Avant de caractériser les explications de l'enseignant nous tenons à préciser que ces explications sont elles aussi sujettes à certaines influences. Ici, il y a, entre autres, l'influence de la situation choisie. En effet, le fait de choisir le contexte d'un rallye était motivé par des objectifs d'appropriation de la situation par les élèves, mais il est évident que ce contexte n'est pas parfait. En fait, on pourrait se questionner sur l'existence possible d'un contexte parfait. Quoiqu'il en soit, dans un rallye, on doit se rendre à certains endroits précis et y arrêter. Ces endroits ont été imposés par la situation puisque nous voulions que tous les élèves effectuent le même rallye de manière à favoriser le partage de leurs réflexions. Ainsi, l'énoncé de la situation met d'abord l'accent sur ces endroits d'arrêt du rallye, même si ceux-ci ne sont qu'en fait un moyen détourné d'obtenir un trajet uniforme pour la classe. Il faut donc s'attendre à ce que les élèves donnent une grande importance à ces endroits et à juste titre. L'enseignant, quant à lui, doit réussir à ce que les élèves se concentrent sur les grandeurs à observer et non pas sur les endroits d'arrêt. C'est d'ailleurs ce qu'il fait au départ en mettant d'abord l'accent dans son discours sur la relation entre les grandeurs. Cependant, lorsqu'il se rend compte que les élèves ne comprennent pas, il a recours à des exemples et c'est là qu'il revient naturellement aux endroits d'arrêt du rallye. On le voit par exemple lorsqu'il dit : « Par exemple, moi j'suis ici, j'suis sur le toit de l'école et je vous regarde ok donc quand **t'es rendu ici** (il montre le jardin communautaire sur la carte), quand **t'es rendu ici** (il montre l'École Saint-Étienne sur la carte), quand **t'es rendu ici** (il montre l'Éco-centre sur la carte), tu te trouves à quelle distance à vol d'oiseau de moi [...] » (p. 280 du verbatim en appendice C). Les gestes, décrits entre parenthèses, qui accompagnent le discours ne sont alors pas anodins puisque l'enseignant désigne par « ici » les endroits d'arrêt du rallye alors qu'il aurait pu prendre n'importe quel autre point sur le trajet. Plus loin dans l'explication de la situation, il indique que « [...] on s'intéresse à la distance qui te sépare de l'école en fonction de l'endroit où t'es rendu sur le tracé ok **si tu es rendu par exemple au jardin communautaire marquette...** t'es à quelle distance en ligne droite avec l'école. » (p. 281). L'exemple qu'il prend alors est encore un endroit d'arrêt du rallye.

Ainsi, dans le cadre du contexte que nous avons choisi, l'enseignant s'est trouvé face à un dilemme dans ses explications, soit il se rattachait à ce que les élèves connaissaient : les endroits d'arrêt du rallye, soit il tentait de donner du sens à la situation en laissant de côté ces

endroits particuliers. Le premier choix a l'avantage de rassurer les élèves et de les ramener à ce qu'ils connaissent, mais il a le désavantage de favoriser l'attachement aux endroits d'arrêt du rallye qui risquent d'être confondus avec les points repères de la situation de covariation à laquelle on s'intéresse. À l'inverse, le second choix a le désavantage de laisser les élèves dans une certaine instabilité qui pour certains peut mener au découragement, mais il a l'avantage de montrer aux élèves que lors du rallye, on ne passe pas uniquement par les endroits qu'impose l'énoncé et qu'en fait on s'intéresse aux grandeurs observées indépendamment des endroits où on s'arrête. Nous pensons d'ailleurs que la première option a tendance à influencer les élèves à avoir une approche discrète de la situation. En effet, les élèves risquent de s'intéresser uniquement à ce qui se passe en ces points pour les grandeurs observées et oublier de regarder ce qui se passe entre ces points. À l'opposé, la seconde option guide les élèves vers une approche continue de la situation puisqu'il n'y a plus de points particuliers, mais seulement deux grandeurs qu'on regarde évoluer.

Finalement, la transcription des explications de l'enseignant nous montre que celui-ci a eu tendance à se rattacher à la première option à partir du moment où les élèves témoignaient de leur incompréhension. Ce choix ne sera sans doute pas sans influence sur les descriptions des élèves.

4.3.1.3.2 Identification des points repères, des phases et qualification de la variation de la grandeur dépendante

Comme nous l'avons déjà dit, peu d'élèves distinguent des points repères et des phases. Aucun élève ne prend donc l'initiative de rechercher les vrais points repères de la situation, à l'exception de l'élève A-AP (voir fig. 4.6 p. 107) qui voit bien qu'au coin des rues Christophe-Colomb et Des Carrières un changement de variation s'opère. Comme le démontre ce dernier élève, le support de la carte du quartier permet pourtant de nommer facilement les points repères puisque des lieux et des noms de rues sont fournis. Ainsi, seul l'élève A-AP semble identifier deux phases réelles : celle avant le coin des rues Christophe-Colomb et Des Carrières et celle après. Bien que cet élève n'ait pas remarqué l'existence de plusieurs autres phases dans la situation, il est évident qu'il possède une longueur d'avance sur les autres élèves en ce qui concerne l'identification de points repères et de phases.

Il est tout de même intéressant de regarder de plus près les descriptions des autres élèves. Entre autres, il y en a 3 qui utilisent les endroits d'arrêt du rallye comme points repères en établissant des phases entre ces points. C'est le cas, par exemple, de l'élève E-NLD (voir fig. 4.9) qui décrit la variation de la distance à vol d'oiseau entre chaque endroit d'arrêt du rallye. D'autres élèves établissent indirectement deux phases de variation sans vraiment en préciser les délimitations. Ce sont les 6 élèves qui parlent d'une augmentation puis d'une diminution selon qu'on s'approche ou qu'on s'éloigne de l'école. Ainsi, 10 élèves sur les 27 parlent de la variation de la grandeur dépendante sur certaines phases du trajet.

Néanmoins, nous avons remarqué que beaucoup d'élèves tentent de qualifier la grandeur dépendante sans forcément avoir recours à des points repères et des phases. En fait, ces élèves regardent la distance à vol d'oiseau pour tous les endroits d'arrêt du rallye et ils établissent une comparaison entre les longueurs obtenues. Bien que cette comparaison témoigne d'une approche discrète de la situation, elle est proche de la seconde variable visuelle à identifier. En fait, nous pouvons dire que la démarche que suivent ces élèves est semblable à celle qui mène à la qualification de la variation de la grandeur dépendante sauf qu'elle est discrète au lieu de continue. Cette approche discrète peut d'ailleurs être simplement la conséquence du contexte choisi et des caractéristiques des explications de l'enseignant. Parmi les 5 élèves qui ont recours à une telle démarche, nous avons l'élève F-SC (voir fig 4.4 p. 105).

<u>Ma description :</u>
Discine = augmente
Discine - Jardin = augmente
Jardin - École St. C. = augmente
École St. C. - Éco-centre = augmente
Éco-centre - École Madeleine = augment
École Madeleine - École P.M. = diminue

Figure 4.9 Description de l'élève E-NLD

À l'inverse, certains élèves ont une approche continue de la situation, mais ne qualifient pas les variations de la grandeur dépendante. Cette approche est importante dans la mesure où on considère la variation de deux grandeurs qui sont continues. Ainsi, un élève comme B-AVR (voir fig. 4.10) ne distingue pas les différentes phases de la situation, mais il est capable de qualifier la variation de la distance à vol d'oiseau à l'aide d'une approche continue. Seulement 5 élèves démontrent une habileté semblable à celle de l'élève B-AVR. Toutefois, 7 autres élèves ont aussi une approche continue de la situation, mais ils ne qualifient pas la variation de la grandeur dépendante. C'est le cas par exemple de l'élève C-FT (voir fig. 4.11) qui semble bien cerner le caractère continue des deux grandeurs, mais qui comparent celles-ci entre elles au lieu de qualifier la variation de la grandeur dépendante selon la variation de la grandeur indépendante.

Ma description :
 À mesure que j'avance dans le trajet, la distance
 «à vol d'oiseau» agrandit.

Figure 4.10 Description de l'élève B-AVR

Ma description :
 la distance de celui qui marche
 sera plus longue de la distance qui
 sépare le marcheur du voyageur

Figure 4.11 Description de l'élève C-FT

Finalement, bien que la perception des variables visuelles dans le registre « figural » semble être une tâche plus fastidieuse que celle de la perception des unités signifiantes dans le registre « verbal », nous avons réussi à identifier des éléments témoignant de la perception partielle des variables visuelles par les élèves. En fait, aucun élève ne démontre l'habileté à percevoir complètement et exactement les deux variables visuelles auxquelles nous nous intéressons. C'est pourquoi nous avons cherché à identifier des composantes de ces variables visuelles dans les descriptions des élèves. En ce qui concerne l'identification des points repères et des phases, nous avons remarqué que certains élèves prenaient les lieux imposés par la situation comme points repères et que d'autres établissaient implicitement des phases sans vraiment en donner les délimitations. Pour la qualification de la variation de la grandeur dépendante sur les phases identifiées, nous l'avons scindée en deux habiletés que nous avons pu identifier dans les descriptions des élèves. D'abord, certains élèves démontrent une habileté à qualifier la grandeur dépendante de manière discrète et d'autre part, d'autres élèves ont une approche continue de la situation. Nous considérons que ces deux habiletés démontrent une perception partielle de la variable visuelle puisque la perception complète est la combinaison de ces deux habiletés. En effet, la qualification de la variation de la grandeur dépendante sur certaines phases déterminées exige, outre l'identification des phases, de qualifier les valeurs que prend la grandeur dépendante en adoptant une approche continue de la situation.

4.3.1.3.3 Conclusion

La faiblesse des élèves du groupe C en ce qui concerne la perception des variables visuelles dans le registre « figural » est évidente. Cependant, nous pensons que cela peut être en parti dû au contexte choisi et aux caractéristiques des explications de l'enseignant.

Nous avons effectivement constaté d'une part que 37% des élèves (10 sur 27) ressentaient le besoin d'avoir recours à des points repères ou des phases même s'ils le font maladroitement. D'autre part, 19% des élèves (5 sur 27) qualifient les valeurs de la grandeur dépendante, mais de manière discrète, et 44% (12 sur 27) ont une approche continue de la situation. Ainsi, la majorité des élèves qui démontrent au moins une habileté naturelle directement en lien avec la perception de l'une ou l'autre des variables visuelles.

Finalement, nous retenons que les élèves faibles ne sont pas capables de percevoir complètement et correctement les deux variables visuelles du registre « figural » de la situation proposée, mais qu'ils démontrent presque tous des habiletés sous-jacentes à cette perception. Nous considérons donc que la perception des variables visuelles par ces élèves est partielle, mais non absente.

4.3.2 Analyse des descriptions d'équipe

4.3.2.1 Qualification générale des descriptions d'équipe

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, les élèves du groupe C ont de la difficulté à s'exprimer et ne sont pas habiles en rédaction écrite. Il n'est donc pas surprenant de constater que les descriptions d'équipe ne sont en fait que la reproduction exacte d'une des descriptions individuelles. Effectivement, il semblerait que dans chaque équipe les élèves ont choisi une des descriptions individuelles de leur équipe qu'ils ont transcrite littéralement. L'observation des élèves durant cette activité nous permet de décrire quelque peu la démarche qu'ils ont empruntée pour la plupart. D'abord, ils ont effectué un partage de leurs descriptions individuelles en faisant lire aux autres leur texte. Chaque élève a donc lu les trois autres descriptions des membres de son équipe. Ensuite, certains élèves ont donné leur avis sur les descriptions de manière très succincte en disant par exemple « ça c'est bon », « ça c'est nul » etc. Puis, ils ont fait un choix, ils ont choisi une des descriptions individuelles. Mais d'une équipe à l'autre, les motivations de ce choix ne semblaient pas être les mêmes. Nous avons repéré une équipe, par exemple, dans laquelle une élève semblait très sûre d'elle alors que les trois autres membres de l'équipe n'étaient pas certains de ce qu'il fallait faire. Cette équipe a évidemment choisi la description de l'élève sûre d'elle puisqu'elle était la seule à être capable d'expliquer pourquoi elle avait écrit cette description.

Finalement, les descriptions d'équipe ne sont pas des descriptions synthèses comme nous l'avions espéré et demandé. Les élèves ont plutôt décidé de choisir une des descriptions individuelles selon certaines motivations qui varient d'une équipe à l'autre.

4.3.2.2 Classification des descriptions choisies par les équipes

Nous avons d'abord répertorié les descriptions choisies par chacune des équipes puis nous nous sommes intéressés aux caractéristiques de ces descriptions. Nous avons constaté que 5 équipes sur 7 avaient choisi une description qui présentait les caractéristiques de la majorité des descriptions individuelles de l'équipe. Par exemple, dans l'équipe E, trois élèves ont écrit une description qui ne tient compte que d'une seule grandeur, celle à vol d'oiseau, et un élève a écrit une description qui présente une relation entre deux grandeurs. La description choisie par l'équipe E a donc été celle d'un des élèves qui présentait une seule grandeur. Il est clair que ce choix est le reflet de ce que pense la majorité.

Les 2 autres équipes n'ont pas choisi une description présentant les caractéristiques les plus fréquentes dans l'équipe. En fait, ce sont deux cas particuliers assez intéressants. Une de ces équipes a choisi la description du seul élève qui exprimait une relation de dépendance entre les deux grandeurs observées. Ce choix est certainement dû soit à la forte conviction de cet élève ayant réussi à convaincre les autres, soit à la reconnaissance par les autres des habiletés de cet élève en mathématiques. L'autre équipe a curieusement choisi une description qui ne correspond à aucune des descriptions individuelles. En fait, alors que les quatre membres de l'équipe avaient produit une description présentant la relation de dépendance entre les deux grandeurs observées, la description de l'équipe exprime une sorte de relation entre deux grandeurs qui manque de précision. Cette description d'équipe ressemble cependant beaucoup à celle d'une autre équipe ce qui nous porte à croire que les élèves de la première se sont laissés influencer par les élèves de cette dernière.

Les caractéristiques des descriptions d'équipe ne sont pas vraiment généralisables, mais nous avons relevé quelques points intéressants. D'abord, 3 équipes sur 7 ont choisi une description montrant une approche discrète de la situation, alors que 4 équipes sur 7 ont choisi une description montrant une approche continue. Ensuite, 5 équipes sur 7 se retrouvent avec une description d'équipe dans laquelle deux grandeurs sont prises en considération. Les 2 autres équipes présentent uniquement la distance à vol d'oiseau. Finalement, seulement deux équipes font référence à des phases de variation et aucune d'entre elles ne détermine clairement une phase réelle.

4.3.2.3 Retour en classe sur les descriptions d'équipe : ce que révèlent les commentaires des élèves

Lors du retour en classe sur les descriptions d'équipe, les discussions apportent des éléments de précision à notre interprétation des descriptions des élèves. Par exemple, première équipe qui présente sa description est l'équipe A qui établit une relation entre deux grandeurs sans bien préciser lesquelles. Une élève lit la description suivante : « elle augmente quand on s'éloigne et elle diminue quand on se rapproche ». Mais bien que cette description ne précise pas les grandeurs concernées, l'enseignant suppose que c'est la distance à vol d'oiseau qui est désignée par « elle » et il ne se préoccupe pas de la grandeur à laquelle les expressions « quand on s'éloigne » et « quand on se rapproche » font référence. Ainsi, puisque les élèves semblent d'accord, cela confirme l'importance donnée à la distance à vol d'oiseau dans ce type de descriptions.

Par la suite, l'enseignant essaie de guider les élèves vers une description plus détaillée, mais ceux-ci n'ont pas l'air d'en ressentir le besoin. En fait, leur regard sur la situation, le trajet et les grandeurs, reste très global. Lorsque l'enseignant les force à préciser à partir d'où la distance à vol d'oiseau se met à diminuer, les élèves répondent à l'unanimité que c'est à partir de l'école Madeleine de Verchères. Or, cela n'a pas vraiment de sens car elle diminue depuis bien avant ce point. Cette erreur est, à notre avis, une conséquence d'une approche discrète de la situation. En effet, les élèves ne regardent la distance à vol d'oiseau que pour les endroits d'arrêt du rallye et n'imaginent pas que cette distance existe en dehors de ces points particuliers. Cette approche discrète ne leur permet pas d'identifier le point à partir duquel la distance à vol d'oiseau se met à diminuer puisque pour cela il faut avoir une approche continue de la situation. Il est évident qu'en regardant la distance à vol d'oiseau à l'Éco-centre et celle à l'école Madeleine de Verchères, les élèves associent le terme « diminuer » à ce dernier lieu. En fait, avec une approche discrète, il est vrai que si on veut qualifier la distance à vol d'oiseau à l'école Madeleine de Verchères par rapport à celle à l'Éco-centre, on peut dire qu'elle a diminué. Alors que si on qualifie la distance à vol d'oiseau à l'Éco-centre par rapport à celle à l'école Saint-Étienne, on peut dire qu'elle a augmenté. L'enseignant intervient alors de manière appropriée en demandant aux élèves de comparer deux autres distances à vol d'oiseau dont l'une est prise à partir d'un point quelconque sur le trajet. Il force ainsi les élèves à regarder entre les endroits d'arrêt du rallye.

Le questionnement qui s'ensuit est très directif et les élèves répondent souvent par oui ou non. L'enseignant leur fait qualifier la variation de la distance à vol d'oiseau entre les lieux d'arrêt du rallye, ce qui se déroule assez bien. Par contre, lorsqu'il veut leur faire réaliser que les lieux du rallye ne sont en fait pas forcément les points à partir desquels la variation change, il y a un blocage de la part des élèves. Ceux-ci n'imaginent pas que d'autres points puissent être importants dans la démarche de description de la variation de la distance à vol d'oiseau. Cela est dû, à notre avis, à la trop grande importance qui a été mise jusqu'ici aux lieux d'arrêt du rallye. En effet, l'enseignant a lui-même renforcé l'idée de l'importance de ces endroits à plusieurs reprises et entre autres, lorsqu'il demande aux élèves si il est important de mentionner tous les points d'arrêt, que ceux-ci répondent que oui et qu'il acquiesce.

4.3.2.4 Conclusion

En conclusion, les descriptions d'équipe ne reflètent pas un partage des idées, ni une réorganisation des informations comme nous aurions voulu le voir. Nous sommes conscients toutefois que les lacunes en rédaction écrite des élèves de ce groupe sont en partie à l'origine de la pauvreté de ces descriptions. Cependant, les élèves ont utilisé une démarche démocratique en favorisant la majorité, afin de choisir la description de l'équipe ce qui montre tout de même qu'ils ont pris la peine de lire et comprendre les descriptions des autres.

À la fin de cette activité, 70% des équipes (5 sur 7) proposent une description qui présente deux grandeurs ce qui ne démontre pas vraiment une évolution par rapport aux descriptions individuelles puisque 70% des élèves (19 sur 27) distinguaient déjà cette unité signifiante.

Les discussions en classe sur les descriptions confirment que les élèves donnent beaucoup d'importance aux endroits d'arrêt du rallye et ont de la difficulté à s'en détacher et à voir d'autres points. Cette tendance les confine dans une approche discrète de la situation qui les empêche de qualifier correctement la variation de la distance à vol d'oiseau tout au long du trajet et de considérer l'autre grandeur qu'est la distance parcourue. Effectivement, cette dernière reste toujours implicite puisque l'accent est mis sur la nomination des points atteints et non sur la distance parcourue sur le trajet pour parvenir à ces points.

Toujours sur les 21 productions, 4 présentent une autre situation que celle du rallye. Il semble que ces élèves aient compris que trouver une nouvelle représentation impliquait de changer de situation. La représentation de l'élève F-SC (voir fig. 4.13) en est un bon exemple. On y voit apparaître des lieux comme le « marché Jean-Talon » et « l'école Notre de la défense » qui ne sont même pas des lieux qui apparaissent sur la carte.

Ainsi, il reste 14 productions de la situation sur 21 qui sont analysables en termes d'éléments signifiants, ce qui représente 52% des élèves.

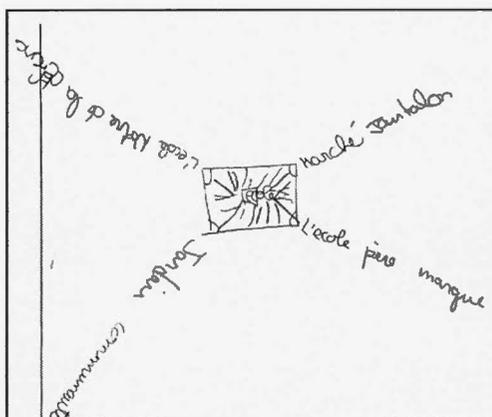


Figure 4.13 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève F-SC

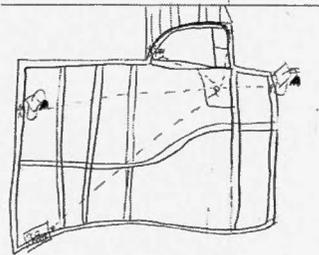
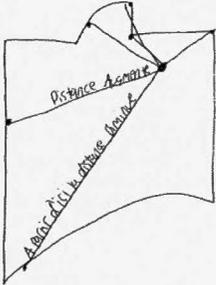
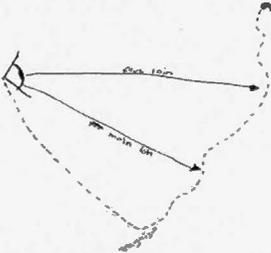
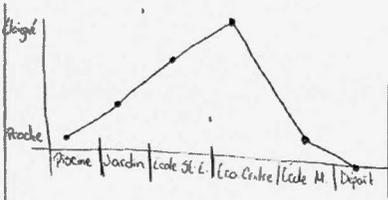
4.3.3.2 Niveau d'abstraction des représentations spontanées dans un registre visuel

Parmi les représentations proposées par les élèves, nous avons remarqué que presque la moitié sont en fait des reproductions du trajet et que seulement deux élèves essaient de réorganiser l'information en faisant abstraction du tracé du trajet. Cette constatation nous a porté à établir une classification des représentations des élèves selon le degré d'abstraction qu'elles témoignent. Voici les 4 niveaux d'abstraction que nous avons établis :

- Niveau 0 : la représentation est une reproduction de la situation réelle. Elle présente le tracé du trajet, ainsi que les endroits d'arrêt du rallye. Des détails visuels, n'ayant pas de rôle à jouer dans la relation entre les grandeurs observées, sont conservés.
- Niveau 1 : la représentation est une schématisation du trajet du rallye. Elle présente le tracé du trajet, mais celui-ci a été simplifié de manière à mettre en évidence les grandeurs observées. Il reste uniquement des traces des détails visuels n'ayant pas de rôle à jouer dans la relation entre les grandeurs observées.
- Niveau 2 : la représentation est une réorganisation des informations connues de la situation. Le tracé du trajet n'apparaît pas. La représentation fait abstraction des détails visuels et s'efforce de présenter uniquement les informations relatives aux deux grandeurs observées.
- Niveau 3 : la représentation présente exactement la relation de dépendance entre les grandeurs observées. Tous les éléments visuels de la situation de départ ont disparu, seules les grandeurs et la relation entre celles-ci est présentée.

Dans le tableau 4.1, nous présentons le résultat de la classification des 21 représentations des élèves du groupe C en donnant un exemple pour chaque niveau d'abstraction. Nous pouvons y voir que la plupart des productions des élèves de ce groupe se situent aux deux premiers niveaux d'abstraction (16 productions sur 21).

Tableau 4.1 Classification des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») des élèves du groupe C selon les quatre niveaux d'abstraction

Niveau d'abstraction	Nombre de productions	Exemple
Niveau 0	8	<p style="text-align: center;">Élève D-AM</p> 
Niveau 1	8	<p style="text-align: center;">Élève C-DM</p> 
Niveau 2	3	<p style="text-align: center;">Élève C-FT</p> 
Niveau 3	2	<p style="text-align: center;">Élève B-AVR</p> 

4.3.3.3 Unités significantes et variables visuelles représentées par les élèves

Nous nous intéressons toujours aux deux unités significantes que sont la distinction des deux grandeurs observées et la relation de dépendance entre ces deux grandeurs, et aux deux variables visuelles que sont l'identification de points repères et/ou de phases et la qualification de la variation de la grandeur dépendante entre ces points repères ou sur ces phases. Pour discerner si les élèves représentent ces unités significantes et variables visuelles, nous devons d'abord comprendre leurs représentations spontanées, c'est-à-dire décoder l'information que présentent ces représentations. Pour cela nous ne pouvons pas faire abstraction de nos propres conceptions et connaissances des représentations visuelles. Nous allons donc tenter de décoder au mieux les productions des élèves tout en étant conscients que n'importe quel décodage ne peut être totalement objectif. Il est à noter d'autre part que nous n'extrapolerons pas sur ces représentations, nous allons tenir compte uniquement de ce qui est vraiment représenté.

Nous commencerons donc par résumer les caractéristiques des explications données par l'enseignant lors du retour sur les descriptions d'équipe, la conception de la description de la classe et la présentation de la tâche à réaliser. Ensuite, nous évaluerons si les représentations des élèves mettent en évidence les unités significantes et les variables visuelles préalablement identifiées.

4.3.3.3.1 Caractéristiques des explications données par l'enseignant

Après que les élèves aient composé les descriptions d'équipes, l'enseignant fait un retour sur celles-ci dans le but d'effectuer une synthèse et de construire la description de la classe. Cette partie de la séquence d'enseignement correspond en fait à la deuxième étape de la démarche de conversion selon Duval (*voir* article 2.1.6) : l'interprétation et l'attribution d'une valeur aux unités significantes et aux variables visuelles. Lors de cette mise au point, l'enseignant a recours à un certain langage et met l'accent sur des éléments en particulier, ce qui évidemment influence les productions que les élèves effectueront par la suite.

D'abord, la construction de la description de la classe se déroule en deux parties. La première partie a lieu à la fin du premier cours et la seconde au début du deuxième cours (*voir* appendices C.1 et C.2). Lors de la première partie l'enseignant insiste toujours sur les

endroits d'arrêt du rallye. En fait, il les prend comme points repères même s'ils ne le sont pas réellement. L'extrait suivant du verbatim montre bien l'importance qui est donnée aux endroits d'arrêt du rallye par l'enseignant :

Moi je pense que oui ok donc si on reprend la description de Sterly et de son équipe, il faudrait en fait que on rajoute dans notre description que ici (il montre la distance à vol d'oiseau entre la piscine Père-Marquette et l'école Père-Marquette) on est à une certaine distance, que ça a augmenté ici (il montre la distance à vol d'oiseau entre le jardin communautaire et l'école Père-Marquette), que ça a augmenté là (il montre la distance à vol d'oiseau entre l'école Saint-Étienne et l'école Père-Marquette), que ça a augmenté là (il montre la distance à vol d'oiseau entre l'Éco-centre et l'école Père-Marquette), pis après ça ça diminue jusqu'à ce qu'on arrive à Madeleine de Verchères et ça diminue encore plus lorsqu'on revient à notre point de départ. (p. 285)

Le discours lors de cette partie est caractérisé principalement par une approche discrète de la situation puisque la distance à vol d'oiseau est regardée uniquement à des endroits précis. Néanmoins, vers la fin de la description, l'approche semble changer quelque peu lorsque l'enseignant dit «*pis après ça ça diminue jusqu'à ce qu'on arrive à Madeleine de Verchères et ça diminue encore plus lorsqu'on revient à notre point de départ* ». L'expression «*jusqu'à ce que* » montre qu'il y a une certaine continuité dans le regard porté sur la grandeur dépendante.

Lors de la deuxième partie, c'est justement cette approche continue qui prend le dessus. En fait, l'enseignant laisse de côté ce qu'il appelle les points repères, et qui sont en fait les endroits d'arrêt du rallye, pour se concentrer sur les phases. Mais, les phases sont directement reliées à une approche continue, c'est pourquoi le discours change. Les gestes de l'enseignant changent aussi de manière à devenir cohérents avec le discours. Par exemple, il suit du doigt le trajet au fur et à mesure qu'il qualifie la variation de la distance à vol d'oiseau. Sur la carte, il trace des segments pour matérialiser la distance à vol d'oiseau à plusieurs endroits, en dehors des endroits d'arrêt du rallye, sur le trajet. L'enseignant guide les élèves dans l'identification des différentes phases et ceux-ci semblent bien adhérer à cette nouvelle vision puisqu'un élève (A-AP, voir appendice C.2 p. 291) fait remarquer l'oubli d'une phase à l'enseignant. Il utilise aussi un codage visuel à l'aide des signes + et - pour symboliser les phases d'augmentation et de diminution (voir appendice C.2 pp. 291-292).

Évidemment, la représentation visuelle, que constituent le tracé du trajet du rallye, les segments représentant les distances à vol d'oiseau et les signes + et - , aura une grande

influence sur les productions des élèves puisqu'on leur demande de trouver une nouvelle représentation visuelle de la situation.

4.3.3.3.2 Distinction d'une ou deux grandeurs et relation entre les grandeurs

D'abord, nous avons regardé si les représentations proposées présentaient une ou deux des grandeurs observées dans la situation. Nous avons alors remarqué que 9 représentations présentaient une seule des deux grandeurs observées : 3 présentent la distance parcourue et 6 la distance à vol d'oiseau. Par exemple, sur la représentation de l'élève E-SM (voir fig. 4.14), les traits montrent bien la considération de la distance parcourue, alors que sur la représentation de G-SRA (voir fig. 4.15) on distingue des segments montrant la distance à vol d'oiseau, mais aucun élément ne témoigne explicitement de la considération de la distance parcourue.

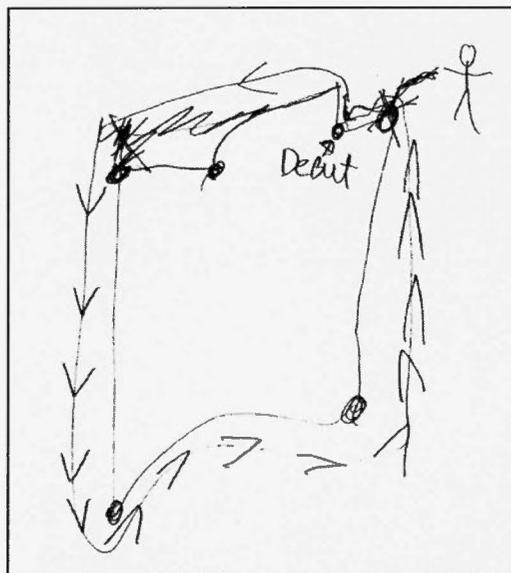


Figure 4.14 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève E-SM

Cependant, il est clair que l'élève E-NLD ne présente pas clairement la relation de dépendance existant entre les deux grandeurs. Par contre, la représentation de l'élève B-AVR, elle, (voir fig. 4.17) présente des éléments permettant de comprendre la mise en relation des deux grandeurs. Évidemment, c'est ce que nous sommes en mesure d'identifier puisque nous reconnaissons les caractéristiques de la représentation « graphique » qui nous est bien connue. Mais, il est fort possible que, pour quelqu'un qui n'a jamais vu de graphique, l'identification de la relation de dépendance entre les grandeurs dans la représentation de l'élève B-AVR ne soit pas si évidente.

Ainsi, les représentations spontanées dans un registre visuel des élèves révèlent que seulement 5 élèves arrivent à représenter la première unité signifiante, c'est-à-dire la distinction entre les deux grandeurs observées et parmi ces élèves un seul représente clairement la seconde unité signifiante, soit la relation de dépendance entre les deux grandeurs.

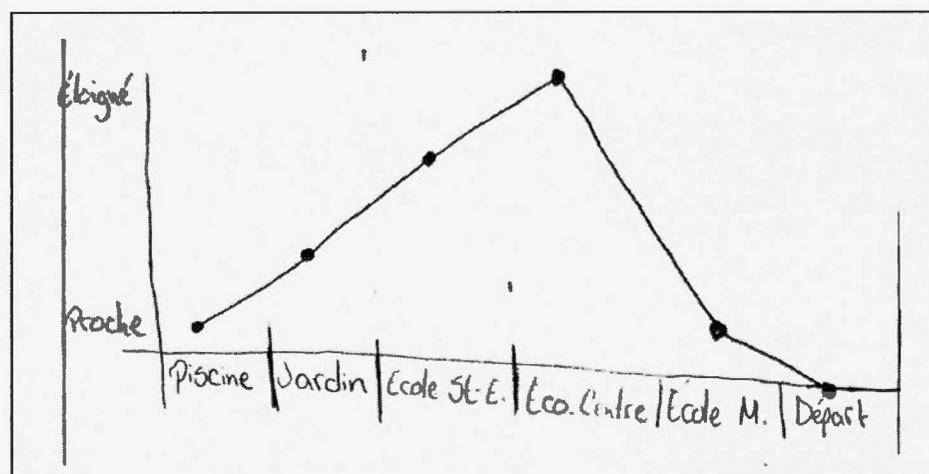


Figure 4.17 Représentation spontanée (registre « graphique ») de l'élève B-AVR

4.3.3.3.3 Représentation des points repères, des phases et de la variation de la grandeur dépendante

Pour ce qui est des points repères, nous avons constaté que, dans le discours de l'enseignant, ce terme n'était pas employé dans le sens que nous avons établi. Ainsi, lorsque les représentations présentent les endroits d'arrêt du rallye, nous ne considérons pas qu'il s'agisse de la représentation des points repères de la situation. Par contre, les phases telles qu'identifiées par l'enseignant sont exactement celles qui correspondent à la première variable visuelle. Le verbatim du deuxième cours (*voir* appendice C.2) nous a d'ailleurs permis de constater que l'enseignant avait insisté particulièrement sur ce qu'était une phase et sur l'identification de toutes les phases de la situation. Pourtant, aucune représentation spontanée d'élève ne présente réellement les phases. En fait, 3 élèves ont pris comme phases les parties du trajet situées entre deux endroits d'arrêt du rallye. C'est le cas par exemple de l'élève G-TB (*voir* fig. 4.18) qui propose une représentation très proche de ce à quoi ressemble le trajet du rallye sur la carte projetée par l'enseignant lors des explications. Sur cette représentation on peut voir les termes «rapproche» et «éloigne» entre chaque endroit du rallye. Bien que l'information donnée par cette représentation ne soit pas fausse, elle ne témoigne pas de l'identification de phases réelles. On le voit précisément d'ailleurs entre l'Éco-centre et l'école Madeleine de Verchères où les deux qualificatifs apparaissent l'un à la suite de l'autre sans qu'on ne sache vraiment où se termine l'un et où commence l'autre. La représentation de l'élève B-AVR (*voir* fig. 4.17 p. 127), quant à elle, présente involontairement trois phases réelles. Nous considérons cela involontaire car les points placés par l'élève montrent que les phases considérées sont délimitées par les endroits d'arrêt du rallye.

La qualification de la variation de la grandeur dépendante est un élément qui a été mieux représenté par les élèves. Plusieurs moyens ont d'ailleurs été employés par 9 élèves pour représenter cette variable visuelle. La plupart de ces élèves ont utilisé des symboles comme c'est le cas de l'élève F-BD (*voir* fig. 4.19). D'autres ont ajouté des mots comme l'élève G-TB (*voir* fig. 4.18) et seul l'élève B-AVR (*voir* fig. 4.17 p. 127) a eu recours à un moyen uniquement visuel pour illustrer cette variation.

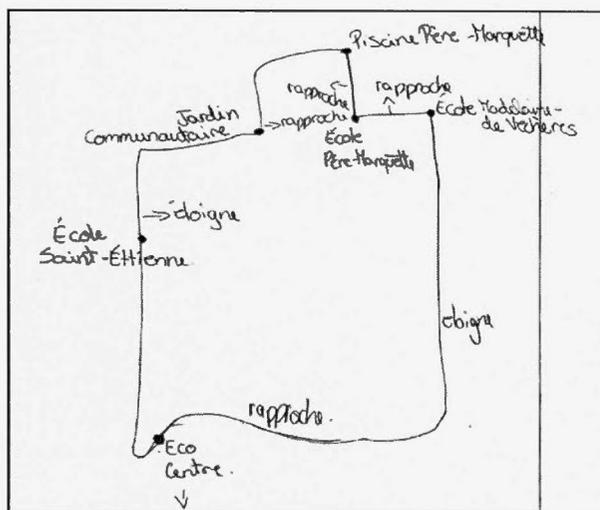


Figure 4.18 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève G-TB

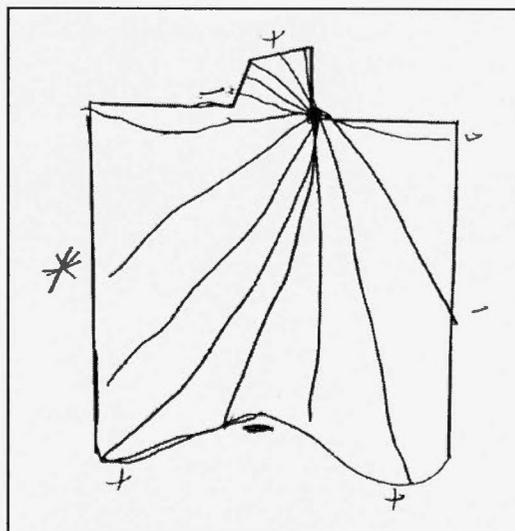


Figure 4.19 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève F-BD

Finalement, la première variable visuelle est très mal représentée alors que la seconde l'est un peu mieux.

4.3.3.3.4 Conclusion

À partir de l'analyse des descriptions verbales individuelles des élèves, nous avons établi à l'article 4.3.1 que 70% (19 sur 27) des élèves percevaient la première unité signifiante, soit l'identification des deux grandeurs observées, et que 26% (7 sur 27) percevaient la deuxième, soit la relation de dépendance entre ces deux grandeurs. D'autre part, nous avons relevé que la majorité des élèves démontraient au moins une habileté nécessaire à la perception d'une des deux variables visuelles. À présent, l'analyse des représentations spontanées dans un registre visuel montre que seulement 5 élèves sur les 27 ont été capables de représenter visuellement la première unité signifiante et qu'un seul élève a représenté la seconde. Pour les variables visuelles, aucun élève n'a correctement et complètement représenté la première, soit l'identification de points repères ou de phases, et 9 élèves sur 27 ont représenté la seconde, soit la qualification de la variation de la grandeur dépendante.

Ainsi, il est évident que les représentations spontanées des élèves ne tiennent pas compte de tout ce qu'ils connaissent de la situation. En fait, la conversion vers un autre registre des informations connues de la situation n'est pas une tâche facile.

Nous pensons que les représentations spontanées dans un registre visuel des élèves témoignent de leurs habiletés relativement aux activités de traitement et de conversion. En effet, la tâche demandée aux élèves en est une à la fois de traitement et de conversion puisqu'on demande de produire une représentation dans un registre visuel à partir d'informations fournies dans les registres «figural» et «verbal». En fait, on veut que les élèves réussissent à présenter toute l'information fournie dans ces deux registres en une seule représentation. Ainsi, les représentations visuelles sont moins représentatives des unités significantes perçues par les élèves que les descriptions écrites analysées précédemment.

4.3.4 Analyse de l'évolution des élèves

4.3.4.1 Analyse globale

Il est intéressant de se pencher sur l'évolution des caractéristiques des productions des élèves tout au long de la séquence d'enseignement. En fait, nous nous sommes demandé si il était possible de faire ressortir des comportements typiques d'élèves. Comme nous avons analysé les descriptions écrites (représentations spontanées dans le registre « verbal ») puis les représentations visuelles (représentations spontanées dans un registre visuel : « figural » ou « graphique ») des élèves, nous pouvons effectivement dégager le portrait de l'évolution des représentations spontanées de ces élèves dans le cadre de cette expérimentation.

Nous nous sommes intéressés d'une part à la perception des unités signifiantes et des variables visuelles et d'autre part à la difficulté de représentation de ces éléments. Ainsi, nous pouvons comparer les descriptions écrites et les représentations visuelles de manière à vérifier si un comportement typique se dégage.

Dans le groupe C, 14 élèves ont produit à la fois une description et une représentation visuelle interprétables. Le comportement le plus fréquent est celui de 8 élèves qui distinguaient les deux grandeurs observées dans leur description écrite, mais qui n'en représentent qu'une seule dans leur représentation visuelle. Il semblerait donc que pour ces élèves, la difficulté majeure n'est pas la perception de l'unité signifiante, mais plutôt sa représentation.

Puisqu'il y a moins d'élèves qui produisent une représentation visuelle interprétable (14 élèves) que d'élèves qui produisent une description écrite (27 élèves), nous avons regardé de plus près quelles étaient les caractéristiques des descriptions des élèves qui ne produisaient pas de représentation visuelle. Finalement, la majorité, soit 7 de ces élèves, avaient produit une description qui présentait les deux grandeurs observées, alors que seulement 3 ne distinguaient qu'une seule grandeur et les autres aucune. Ainsi, il semblerait que la discrimination des deux grandeurs observées ait représenté un obstacle pour certains élèves puisqu'ils n'ont pas été capables de réaliser la tâche suivante, soit la production d'une représentation visuelle. Il est évident qu'il est plus difficile de représenter deux grandeurs plutôt qu'une seule sur une même représentation. La relation de dépendance entre ces deux

grandeurs est encore plus difficile à représenter et c'est certainement pour cette raison que deux élèves ayant identifié correctement cette unité signifiante dans leur description n'ont pas produit de représentation visuelle.

4.3.4.2 Analyse détaillée de quelques cas

4.3.4.2.1 Le cas de E-SM

La description de l'élève E-SM (*voir* fig. 4.1 p. 102) est très brouillon. Elle est difficile à lire et à comprendre, c'est pourquoi nous en avons fait la transcription : « quand chu la ca augmente pis quand chu la ca augmente pas. Plus tes proche de l'école ca diminu ». Cet élève de par son écriture et son langage démontre un manque d'intérêt pour la tâche à réaliser. Il semble quasiment vouloir qu'on ne le comprenne pas. Cependant, nous sommes capables d'identifier les idées dont témoigne cette description. D'abord, la première phrase démontre une contradiction dans l'approche adoptée car d'une part l'expression « quand chu la » reflète une approche discrète de la situation et d'autre part les mots « augmente » et « diminue » font allusion à une approche continue. Dès le départ cet élève semble donc confus. Mais, il est aussi possible que ce soit simplement la description qui soit confuse et que l'élève ait une idée claire et correcte de la situation. Dans cette phrase, on ne sait pas à quoi le « la » fait référence alors on ne peut pas savoir si l'élève considère uniquement les endroits d'arrêt du rallye ou s'il regarde entre ces points.

Pour ce qui est de sa deuxième phrase, elle ressemble davantage à la description d'autres élèves qui, eux, qualifient la distance à vol d'oiseau lorsqu'on s'éloigne et qu'on s'approche de l'école. Évidemment, on ne sait pas à coup sûr à quoi le « ca » fait référence, mais nous supposons que c'est à la distance à vol d'oiseau dans la mesure où l'accent a été mis en classe sur cette grandeur. Ainsi, la phrase « Plus tes proche de l'école ca diminu » établit une sorte de relation entre deux grandeurs. L'élève voit que lorsqu'on se rapproche de l'école, donc lorsque la distance restant à parcourir pour retourner jusqu'à l'école diminue, la distance à vol d'oiseau nous séparant de l'école diminue aussi. La référence à cette relation est intéressante puisque, même si elle n'est pas exactement celle à laquelle on s'intéresse dans la situation, elle montre que cet élève est capable de considérer deux grandeurs en même

temps. Or, cette dernière habileté est indispensable à la compréhension de ce qu'est la covariation. Nous avons donc classé la description de cet élève dans la catégorie de celles qui présentent deux grandeurs et qui établissent une relation entre ces deux grandeurs. D'autre part, la formulation « Plus tes proche... » témoigne d'une approche continue du phénomène. Ainsi, pour nous, cet élève ne distingue pas complètement ni la première unité signifiante, ni la deuxième. Par contre, il s'intéresse à deux grandeurs, il établit une relation entre celles-ci et il adopte une approche continue du phénomène, on peut donc dire qu'il démontre les habiletés nécessaires à la perception des unités signifiantes, c'est juste qu'il ne cible pas exactement ce à quoi on s'intéresse dans CETTE situation.

Dans son équipe, l'élève E-SM est le seul à décrire le phénomène de cette manière. Ses trois coéquipiers produisent des descriptions qui présentent une seule grandeur, celle à vol d'oiseau, et qui font systématiquement référence aux endroits d'arrêt du rallye (*voir* par exemple la description de l'élève E-NLD fig. 4.9 p. 112). Lors du travail sur la description d'équipe, les élèves choisissent une description qui correspond à ce que pense la majorité, ce n'est donc pas la description de l'élève E-SM qui est choisie, mais plutôt celle de l'élève E-NLD. Lors du retour en classe sur les descriptions d'équipe, un élève propose une description ressemblant à la deuxième phrase de la description de E-SM. L'enseignant indique que bien que cette description soit correcte, elle n'est pas assez précise parce qu'on ne sait pas à partir de quand on peut considérer qu'on s'approche ou s'éloigne de l'école.

Ensuite, la représentation visuelle que produit l'élève E-SM (*voir* fig. 4.14 p. 125) ne présente qu'une seule grandeur, la distance parcourue. En fait, des flèches montrent l'existence d'une distance parcourue sur le trajet, mais la distance à vol d'oiseau n'apparaît pas. L'illustration à l'aide de multiples flèches qui se suivent laisse croire que cet élève adopte une approche continue du phénomène. On distingue effectivement des points qui symbolisent les endroits d'arrêt du rallye, mais les flèches ne confèrent aucune priorité à ces endroits. La symbolisation à l'aide de points et la reproduction du trajet de manière schématique nous ont porté à classer cette production au niveau 1 d'abstraction. Cet élève n'a donc pas été capable de réorganiser l'information de manière à représenter visuellement la relation qu'il avait établi entre deux grandeurs dans sa description.

Finalement, l'élève E-SM ne semble pas distinguer ni les unités signifiantes, ni les variables visuelles de la situation. Il ne représente pas non plus ces éléments dans sa

représentation visuelle du phénomène. Mais, la description écrite de cet élève démontre certaines habiletés non négligeables face à la mise en relation de deux grandeurs. Ces habiletés ne lui permettent cependant pas de passer à une représentation visuelle adéquate. En effet, la représentation visuelle de cet élève ne présente qu'une seule grandeur alors que nous savons qu'il en distingue deux.

4.3.4.2.2 Le cas de E-NLD

Nous avons déjà abordé certaines caractéristiques des productions de l'élève E-NLD. Sa description (*voir* fig. 4.9 p. 112) a, entre autres, servi comme exemple pour montrer que certains élèves établissaient des phases entre les endroits d'arrêt du rallye. Nous avons transcrit cette description :

« Piscine = augmente
 Piscine-Jardin = augmente
 Jardin-École St.E. = augmente
 École St. É.-Éco-centre = augmente
 Éco-centre-École Madeleine = augment
 École Madeleine-École P-M = diminue »

Cette description ne considère qu'une seule grandeur et nous avons supposé que c'était celle à vol d'oiseau du fait des interventions en classe de l'enseignant. L'autre grandeur n'apparaît pas puisque l'accent est mis sur les phases délimitées par les endroits d'arrêt du rallye. On ne peut donc pas dire qu'il y ait une relation établie entre deux grandeurs puisqu'une seule grandeur apparaît explicitement. Les unités signifiantes ne sont donc pas perçues par cet élève d'après la description qu'il fait. Par contre, le découpage en phases et la qualification de la variation de la distance à vol d'oiseau démontrent une certaine prise en compte des variables visuelles. En fait, la première variable visuelle est mal perçue puisque les phases établies ne sont pas réelles. La préoccupation pour les endroits d'arrêt du rallye induit cet élève en erreur. Mais la qualification de la variation de la distance à vol d'oiseau est assez convaincante, sauf évidemment une erreur curieuse à la cinquième ligne où il devrait y avoir le mot « diminue » au lieu de « augmente ». Ainsi, la première variable visuelle n'est pas perçue, mais on peut considérer que la seconde l'est.

Comme nous l'avons déjà dit en traitant le cas de l'élève E-SM, l'équipe de E-NLD a choisi la description de celui-ci comme description d'équipe. Ce choix semblait être celui de la majorité puisque deux autres élèves de l'équipe ont une description semblable à celle de l'élève E-NLD.

Par la suite, la représentation visuelle de cet élève (*voir fig. 4.16 p. 126*) présente les deux grandeurs observées dans la situation, ce qui est une évolution par rapport à la description écrite puisque celle-ci ne présentait qu'une seule grandeur. Par contre, la relation entre ces deux grandeurs n'est pas représentée. Mais outre cette légère évolution au point de vue de la première unité signifiante, la représentation visuelle de l'élève E-NLD démontre une certaine régression en ce qui concerne les variables visuelles. En effet, on ne peut pas identifier de phases ni de qualification de la variation de la grandeur dépendante. Les deux variables visuelles ne sont en fait pas du tout représentées. Néanmoins, l'utilisation de flèches témoigne d'une approche continue du phénomène ce qui est un pré-requis à l'identification de phases.

Finalement, cet élève est un exemple de la diversité des cas possibles d'évolution des élèves. Il est passé d'une description qui démontrait la perception d'une seule variable visuelle : la qualification de la variation de la grandeur dépendante à une représentation visuelle qui présente uniquement une unité signifiante : la distinction des deux grandeurs observées. Bien que cette évolution soit particulière, elle reflète bien ce que nous avons pu observer chez les élèves de ce groupe : il n'y a pas de comportement typique, chaque élève suit une évolution différente. Nous allons détailler deux autres cas de figure qui présentent des comportements complètement différents.

4.3.4.2.3 Le cas B-AVR

La description de l'élève B-AVR (*voir fig. 4.10 p. 113*) est très succincte. Elle est composée de la phrase suivante : « À mesur que j'avance dans le trajet, la distance « à vol d'oiseau » agrandit. », ce qui montre que cet élève considère les deux grandeurs observées et qu'il les met en relation. Évidemment, cela nécessite de considérer la distance parcourue dans l'expression « À mesur que j'avance dans le trajet ». Ainsi, les deux unités signifiantes sont perçues par cet élève. Pour ce qui est des variables visuelles, on se rend compte que l'élève

n'identifie pas du tout l'existence de différentes phases puisqu'il décrit le phénomène comme s'il était régulier, pour lui, la distance à vol d'oiseau grandit toujours. Il est donc certain que la première variable visuelle n'est pas perçue. Par contre, dans la mesure où cet élève voit le trajet en une seule et unique phase, on peut dire qu'il est capable d'y qualifier la variation de la grandeur dépendante puisqu'il dit qu'elle « agrandit ». Il distingue donc la seconde variable visuelle. La description de cet élève démontre particulièrement des habiletés à percevoir les unités signifiantes et les variables visuelles dans la situation même si la description est succincte.

Les coéquipiers de B-AVR ont produit des descriptions semblables, mais malgré cela lors du travail d'équipe, les élèves modifient leur description pour la suivante : « A mesure qu'on avance dans le trajet la distance entre chaque point augmente et lorsqu'on se rapproche la distance diminue. ». Dans cette description, il semble que les élèves aient fait un mélange entre leurs descriptions et celle d'une autre équipe. Effectivement, on retrouve l'idée de la distance qui augmente lorsqu'on s'éloigne et qui diminue lorsqu'on se rapproche, ce qui n'était pas présent dans les descriptions individuelles de cette équipe. Néanmoins, cette évolution permet de produire une description dans laquelle il y a davantage de considération de l'existence de phases, mais sans que celles-ci soient clairement identifiées.

La représentation visuelle de l'élève B-AVR (voir fig. 4.17 p. 127) présente les deux grandeurs observées et leur relation de dépendance. Ce qui signifie que cet élève a été capable de représenter les unités signifiantes qu'il distinguait dans sa description. Comme nous l'avons déjà expliqué au paragraphe 4.2.3.3, cette représentation démontre aussi la distinction involontaire des phases réelles. En effet, on peut voir clairement les changements de variation, mais l'élève lui a plutôt partagé son graphique à partir des endroits d'arrêt du rallye. Il a certainement simplement placé les points pour chaque endroit puis il les a reliés. La qualification de la variation de la grandeur dépendante est clairement identifiable grâce à l'organisation de la représentation utilisée. On voit effectivement bien que lorsque la courbe monte c'est que l'on s'éloigne de l'école à vol d'oiseau donc que la distance à vol d'oiseau augmente et inversement.

Finalement, cet élève présente une certaine constance dans ses productions. Les unités signifiantes et variables visuelles perçues au départ d'après sa description sont ensuite représentées sans problème. Cet élève a rencontré très peu de difficulté dans les tâches que

nous évaluons, soit la perception des variables visuelles et la conversion vers un autre registre de représentation. Notons cependant que ce cas est exceptionnel dans ce groupe puisqu'aucun élève n'a eu un cheminement se rapprochant de l'élève B-AVR.

4.3.4.2.4 Le cas C-TF

La description de l'élève C-TF (*voir fig. 4.20*) est assez particulière. En fait, elle ne présente qu'une seule grandeur. Cette grandeur ne peut pas être la distance parcourue parce qu'alors la description n'aurait pas de sens, c'est donc la distance à vol d'oiseau. L'élève qualifie donc la distance à vol d'oiseau en deux endroits d'arrêt du rallye. Il indique d'une part qu'à l'école Madeleine de Verchères la distance est la plus courte et d'autre part qu'à l'école Saint-Étienne la distance est longue. Il semble donc que cet élève identifie l'endroit d'arrêt du rallye qui est le plus proche de l'école à vol d'oiseau. Mais au lieu d'identifier celui qui serait le plus loin, il en choisit un qui est simplement plus loin que l'école Madeleine de Verchères. Le choix de ce dernier endroit est donc difficilement explicable. Mais quoiqu'il en soit, cet élève ne perçoit pas les deux unités signifiantes de la situation.

Pour ce qui est des variables visuelles, il est clair qu'il n'y a pas de référence aux points repères et aux phases de la situation. Néanmoins, le fait de qualifier la distance à vol d'oiseau en un endroit particulier démontre une certaine habileté nécessaire à la perception de la seconde variable visuelle. L'approche de cet élève étant discrète, il n'arrive cependant pas à percevoir correctement celle-ci.

L'équipe de l'élève C-TF a choisi la description de l'élève C-DM (*voir fig.4.7 p. 107*) qui établit une relation de dépendance entre les deux grandeurs observées. Nous ne savons pas jusqu'où l'élève C-TF était en accord avec ce choix, mais il est certain que celui-ci doit l'avoir poussé à réfléchir sur la présence de deux grandeurs et d'une relation de dépendance entre les deux.

Ma description :

le point de départ est plus proche à l'école de Madeleine de Verchères et le point de départ est plus loin à l'école saint-étienne.

Figure 4.20 Description de l'élève C-TF

La représentation visuelle de l'élève C-TF (voir fig. 4.21) est aussi particulière. Elle ressemble à une sorte de réseau qui met en relation les endroits d'arrêt du rallye. Cette représentation appartient, d'après nous, au niveau 2 d'abstraction même si les informations présentées ne sont pas complètes. En effet, les flèches partant du départ jusqu'aux endroits d'arrêt sont agrémentées de signes + et -. Vu la nature des signes choisis, il semble que cet élève représente la distance à vol d'oiseau entre le départ et chacun de ces endroits. Seules deux flèches particulières entre l'école Saint-Étienne et l'Éco-centre puis entre l'Éco-centre et l'école Madeleine de Verchères semblent concrétiser la distance parcourue, mais les signes + qui sont associées à ces flèches peuvent autant concerner la distance parcourue que la distance à vol d'oiseau puisque les deux grandeurs augmentent. Ainsi, on peut dire que cet élève représente majoritairement la distance à vol d'oiseau. Il n'établit pas de relation entre les deux grandeurs dans sa représentation visuelle sauf si, par exemple, entre l'école Saint-Étienne et l'Éco-centre, la flèche représente la distance parcourue alors que le signe concerne la distance à vol d'oiseau. Dans cet exemple, il y a une sorte de relation qui est établie puisque à la variation de la distance parcourue on associe la variation de la distance à vol d'oiseau.

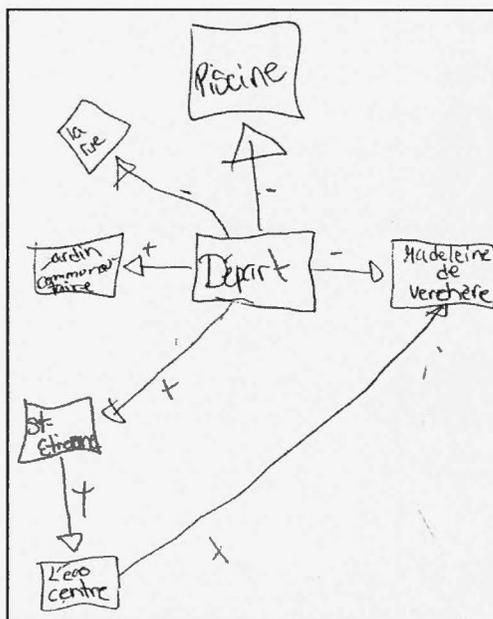


Figure 4.21 Représentation spontanée
(registre « figural ») de l'élève C-TF

Mais on ne voit pas clairement la relation de dépendance entre ces deux grandeurs. La représentation ne met pas en évidence l'existence de phases, mais elle propose explicitement une qualification de la variation de la grandeur dépendante à l'aide des signes + et -.

4.3.4.3 Synthèse sur l'évolution des élèves du groupe C

Les différents cas que nous avons détaillés présentent un éventail de cheminements d'élèves de différents niveaux dans un groupe faible. En fait, nous avons montré que certains élèves percevaient des unités significatives et des variables visuelles sans pour autant être capables de les représenter alors que d'autres, qui ne les perçoivent pas à première vue, réussissent à le faire. Ce que nous dégagons de cette diversité de cas de figure c'est que chaque élève évolue d'une certaine manière selon ses habiletés naturelles. Bien que cette dernière affirmation puisse apparaître comme une évidence, il est important pour nous de la rappeler puisque nos conclusions en dépendront. Ainsi, certains ont plus de difficulté à

percevoir les unités signifiantes et les variables visuelles, alors que pour d'autres c'est le passage à un autre registre de représentation qui semble poser problème.

Finalement, on ne peut pas dire que les productions que nous avons recueillies nous permettent d'évaluer l'évolution des élèves en ce qui concerne la perception des unités signifiantes et des variables visuelles puisque nous ajoutons la difficulté des activités de traitement et de conversion entre registres. Néanmoins, nous avons d'une part dépeint le portrait des élèves d'un groupe faible en ce qui concerne la perception naturelle des unités signifiantes et des variables visuelles dans une situation de covariation donnée, et d'autre part, nous avons classifié les types de représentations spontanées produites dans un registre visuel (« figural » ou « graphique ») par ces élèves dans ce même contexte.

4.4 Analyse du groupe B

4.4.1 Caractéristiques des explications données par l'enseignant

Contrairement au groupe C, nous n'allons pas détailler les caractéristiques des explications données par l'enseignant avant et après la réalisation de chacune des deux tâches. En fait, nous considérons que cela n'est pas nécessaire puisque le visionnement des vidéos des cours dans ce groupe nous a fait réaliser que le discours et l'approche de l'enseignant avaient été semblables dans les groupes B et C. La seule différence fût la rapidité de compréhension des élèves et donc le temps passé par l'enseignant sur les explications. Effectivement, les élèves du groupe B, que nous avons qualifiés de niveau régulier, ont pris moins de temps à comprendre les explications données par l'enseignant que les élèves faibles du groupe C.

Nous pouvons donc résumer les caractéristiques des explications données par l'enseignant de la manière suivante :

- Avant la production des descriptions : l'enseignant a tendance à faire référence à un positionnement sur le trajet au lieu de considérer la distance parcourue. Ce positionnement est d'ailleurs toujours en lien direct avec les endroits d'arrêt du rallye et propose une approche discrète de la situation. La grandeur indépendante est ainsi mise de

côté au profit de la grandeur dépendante qui devient *la distance* à laquelle le discours de l'enseignant fait référence.

- Retour sur les descriptions d'équipe et construction de la description de la classe : une première partie des explications met l'accent sur une approche discrète relativement à des points repères qui sont en fait les endroits d'arrêt du rallye. Une deuxième partie met de l'avant l'existence de phases qui n'ont rien à voir avec les endroits d'arrêt du rallye, l'approche devient alors continue.

Nous considérerons ces caractéristiques lors de l'analyse des descriptions écrites et des représentations visuelles des élèves.

4.4.2 Analyse des descriptions individuelles des élèves

4.4.2.1 Qualification générale des descriptions individuelles

En général, la qualité des descriptions des élèves du groupe B est supérieure à celle du groupe C. En fait, il y a plusieurs descriptions qui sont plus détaillées et mieux exprimées comparativement au groupe C. Mais il y a encore beaucoup de fautes de français et de formulations vagues. La description de l'élève A-SN (voir fig. 4.22) en est un bon exemple.

Ma description :

1. A l'école point de départ
2. La pique c'est plus loin
3. Eco Centre : c'est encore plus loin
4. A l'école madelaine... c'est plus proche
5. A l'école st-Etienne

Figure 4.22 Description de l'élève A-SN

En ce qui concerne la première unité signifiante, soit la distinction entre les deux grandeurs observées, seulement 8 descriptions sur les 23 présentent les deux grandeurs. C'est le cas de l'élève F-YW (voir fig. 4.24) qui distingue bien les deux grandeurs observées même s'il établit une relation de comparaison au lieu d'une relation de dépendance. Les 15 autres descriptions ne présentent que la distance à vol d'oiseau. Par exemple, l'élève A-JBT (voir fig. 4.25) qualifie une certaine distance – qui d'après la description est la distance à vol d'oiseau – pour les endroits d'arrêt du rallye.

Ma description :

Si on va au jardin communautaire Pere-marguerite, école Saint-Étienne et à l'éco-centre Petite-portie et prend la distance qu'on va parcourir depuis le point de départ, la distance est plus long que la distance à «vol d'oiseau».

Si on va à la piscine et l'école Madeleine de Varchères, c'est la même distance. Ça ne change pas.

Figure 4.24 Description de l'élève F-YW

Ma description :

distance { Elle est plus grande (Jardin communautaire)
 Elle est encore plus grande (École 1)
 Elle est à sa distance la plus grande
 Elle est plus petite (École 2) ↓
 (Éco)

Figure 4.25 Description de l'élève A-JBT

Pour la seconde unité signifiante, soit l'identification de la relation de dépendance entre les deux grandeurs observées, seuls les 8 élèves qui ont distingué la première unité signifiante sont susceptibles de percevoir cette deuxième. Curieusement, seulement un de ces élèves établit une relation de dépendance mais celle-ci ne concerne pas directement les deux grandeurs observées. En fait, cet élève a une description semblable à plusieurs élèves du groupe C, il s'agit de la description suivante : « la distance augmente plus que tu t'éloignes de l'école et diminue quand tu te rapproches de l'école » (transcription de la description de l'élève E-MPP). Les 7 autres élèves comparent les deux grandeurs observées comme le fait l'élève F-YW (voir fig. 4.24 p. 143).

Finalement, les descriptions des élèves du groupe B n'étant pas diversifiées, le compte-rendu de l'analyse en est simplifié. Il est décevant de constater que seulement 35% (8 sur 23) des élèves distinguent la première unité signifiante et qu'aucun élève ne perçoit vraiment la seconde unité signifiante.

4.4.2.3 Variables visuelles prises en compte par les élèves

D'abord, 3 descriptions présentent un point repère associé à deux phases assez réalistes. Pour les 3, le point repère est l'Éco-centre et les deux phases sont les portions du trajet avant et après ce point. C'est le cas par exemple de l'élève B-ML (voir fig. 4.26) qui exprime bien le fait que la distance à vol d'oiseau augmente de plus en plus jusqu'à l'Éco-centre puis qu'elle diminue. Par contre, cet élève semble garder une approche discrète de la situation puisqu'il précise que la diminution est à l'école Madeleine de Verchères alors qu'elle commence bien avant et se termine après.

Ma description :
 la distance augmente un peu + à chaque fois jusqu'à l'éco-centre
 puis elle diminue beaucoup à l'école Madeleine-
 de Verchère.

Figure 4.26 Description de l'élève B-ML

Un autre élève établit aussi deux phases, mais de manière très vague puisqu'on ne sait pas où termine la première pour que commence la seconde. Cet élève est l'élève E-MPP, dont nous avons déjà parlé, qui indique que la distance augmente lorsqu'on s'éloigne de l'école et qu'elle diminue lorsqu'on s'en rapproche. Les 4 élèves qui établissent des phases qualifient donc aussi la variation de la grandeur dépendante même si parfois l'approche semble discrète.

Dans ces conditions nous pouvons dire que tous les autres élèves ne perçoivent ni l'une ni l'autre des variables visuelles, du moins d'après leurs descriptions. Mais, nous avons tout de même regardé de plus près les descriptions pour voir si nous pouvions y déceler les traces d'habiletés en lien avec la perception d'une ou l'autre des variables visuelles.

D'une part, plusieurs élèves font référence aux endroits d'arrêt du rallye pour qualifier la distance à vol d'oiseau. Nous attribuons cette tendance au fait que l'enseignant ait mis l'accent sur les endroits d'arrêt du rallye tout au long de son discours précédent la production des descriptions écrites par les élèves. En fait, 1 élève détermine des phases entre les endroits d'arrêt du rallye et 11 élèves qualifient la distance à vol d'oiseau uniquement en ces endroits. L'élève F-LTL (voir fig. 4.26) est un élève parmi ces 11 derniers. On voit dans sa description qu'il regarde la distance à vol d'oiseau car sa description décrit correctement comment cette distance a évolué à l'endroit considéré par rapport à l'endroit précédent. Cet élève regarde donc la variation de la distance à vol d'oiseau et c'est pour cela qu'il utilise les termes « augmente » et « diminue ». D'autres élèves, comme l'élève A-JBT (voir fig. 4.25 p. 143), s'intéressent à la distance à vol d'oiseau, mais utilisent des qualificatifs différents qui semblent davantage faire référence à un état plutôt qu'à une variation (« plus grande », « encore plus grande » etc.). Malgré le fait que les points repères sont mal choisis, les descriptions montrent que plusieurs élèves sont capables de qualifier la distance à vol d'oiseau soit avec une approche discrète, soit avec une approche continue. Nous considérons donc que ces élèves démontrent des habiletés relatives à la perception de la seconde variable visuelle.

D'autre part, beaucoup d'élèves dans ce groupe (7 sur 23) comparent les deux grandeurs observées de manière à établir laquelle des deux a la valeur la plus grande tout au long du trajet. 3 de ces élèves s'intéressent à un ou plusieurs endroits d'arrêt du rallye et ils y comparent la distance parcourue et la distance à vol d'oiseau, leur approche reste donc discrète. C'est le cas de l'élève C-PM (voir fig. 4.27) qui indique que de l'école à la piscine la

distance parcourue est la même que celle à vol d'oiseau puis qui continue avec chaque endroit d'arrêt du rallye. Par contre, les 4 autres élèves établissent une comparaison générale qui semble valoir sur l'ensemble du trajet, il n'y a donc pas de priorité donnée aux endroits d'arrêt du rallye. Leurs descriptions sont très vagues comme le montre la description de l'élève E-DP (voir fig. 4.28), mais elles témoignent d'une approche continue de par leur aspect général. Cette approche continue, comme nous l'avons déjà fait remarquer, est à la base de la perception de la seconde variable visuelle car pour pouvoir qualifier la variation de la grandeur dépendante correctement il faut adopter une approche continue de la situation.

Ma description : De l'école à...
 la piscine : ça ne change pas
 jardin communautaire : c'est plus long
 école St Etienne : c'est plus long
 éco-centre : c'est plus long
 école Madeleine... plus courte

Figure 4.27 Description de l'élève C-PM

Ma description :
 La distance est moins longue quand c'est à
 vol d'oiseau

Figure 4.28 Description de l'élève E-DP

Finalement, seulement 13% des élèves (3 sur 23) identifient correctement un point repère et deux phases associées. Puisqu'il y a plus de points repères que cela, nous pouvons dire que ces élèves perçoivent partiellement la première variable visuelle. Pour la seconde variable, visuelle, elle est correctement perçue par ces derniers élèves. Mais, 70% des élèves (16 sur 23) du groupe démontrent une habileté relativement à la perception de cette variable visuelle : soit ils qualifient la grandeur dépendante en des points précis, soit ils ont une approche continue de la situation.

Ainsi, les élèves de niveau régulier ne sont pas non plus très habiles pour ce qui est de la perception des variables visuelles. Néanmoins, 83% des élèves (19 sur 23) font soit preuve d'une perception partielle, soit ils démontrent des habiletés nécessaires à cette perception.

4.4.3 Analyse des descriptions d'équipe

Les descriptions d'équipe produites par les élèves ressemblent beaucoup aux descriptions individuelles. Les mêmes idées sont en fait exprimées même si plusieurs équipes font un effort de reformulation. Dans ce groupe, toutes les équipes ont choisi une description qui exprimait les idées de la majorité des élèves. En fait, les idées exprimées dans la description d'équipe sont les mêmes que celles exprimées dans les descriptions individuelles de la plupart des élèves de l'équipe. Il semble par contre que les élèves aient essayé d'être plus clairs. Par exemple, l'équipe C a repris la description de l'élève C-AG (voir fig. 4.29), mais elle a ajouté à la fin la phrase suivante : « Nous avons comparé la distance à pied et la distance à vol d'oiseaux. », ce qui permet d'interpréter plus facilement ce qui est écrit avant.

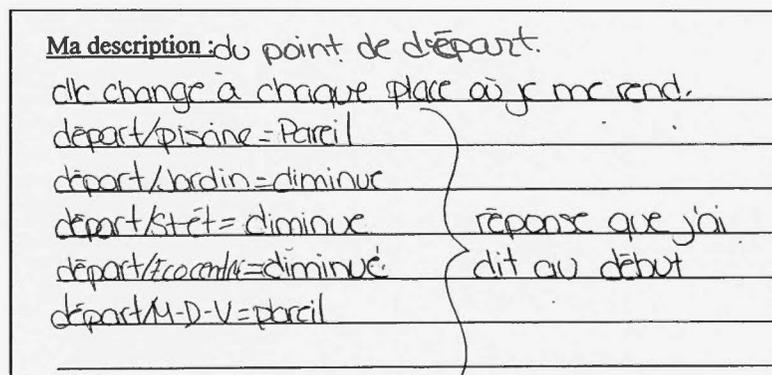


Figure 4.29 Description de l'élève C-AG

En choisissant une description correspondant à la majorité des idées des élèves, les équipes se sont retrouvées avec 4 descriptions considérant uniquement la distance à vol d'oiseau et 2 descriptions établissant une comparaison entre les deux grandeurs observées. Sur ces 6 descriptions, la moitié témoigne d'une approche continue et l'autre moitié d'une approche discrète. Seulement 2 descriptions parlent d'un point repère et de deux phases associées.

Finalement, les descriptions d'équipe ne montrent pas qu'il y ait eu amélioration en ce qui concerne la perception des unités signifiantes et des variables visuelles dans cette situation. La seule amélioration que nous avons observée concerne la formulation des descriptions qui sont plus claires que les descriptions individuelles.

4.4.4 Analyse des représentations visuelles des élèves

4.4.4.1 Qualification générale des représentations spontanées dans un registre visuel

D'abord, seulement 11 élèves ont produit une représentation visuelle sur les 23 élèves de la classe. Il y a deux équipes complètes qui n'ont rien fait, ce qui est surprenant. Les productions recueillies ne sont pas très diversifiées, mais elles sont originales. En effet, plusieurs élèves ont fait preuve d'imagination pour réorganiser les informations connues. C'est le cas, par exemple de l'élève C-ADF (voir fig. 4.30) qui présente une sorte de tableau de variation montrant six phases sur lesquelles soit il y a diminution, soit il y a augmentation.

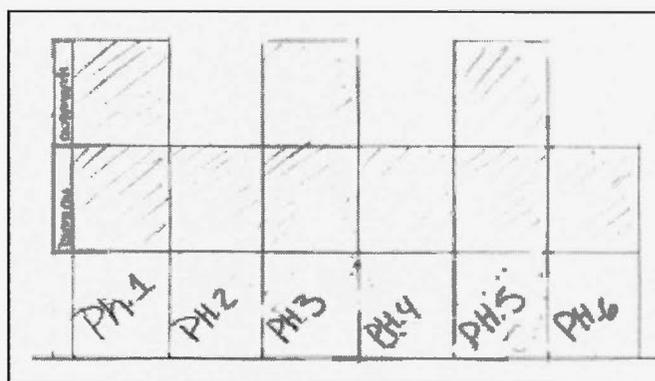


Figure 4.30 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève C-ADF

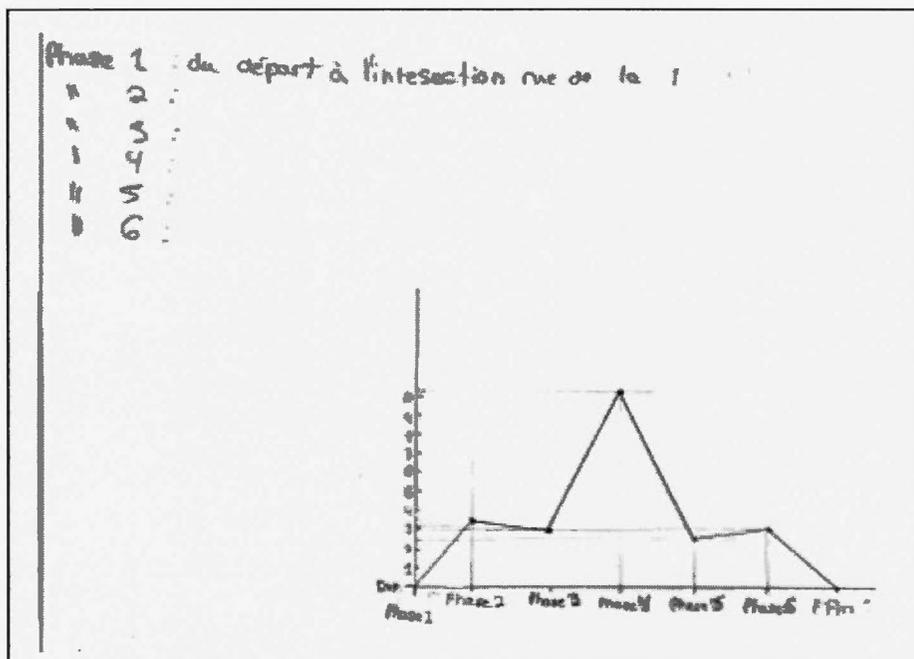
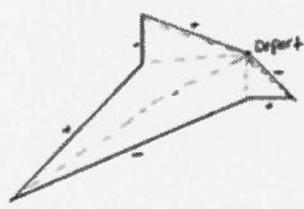
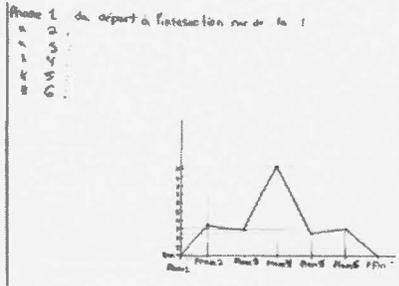


Figure 4.32 Représentation spontanée (registre « graphique ») de l'élève B-ML

4.4.4.2 Niveau d'abstraction des représentations spontanées dans un registre visuel

Nous allons considérer les mêmes quatre niveaux d'abstraction que pour le groupe C. Le détail des caractéristiques de ces niveaux est présenté au paragraphe 4.3.3.2. Le tableau 4.2 présente la classification des représentations spontanées des élèves du groupe B selon ces quatre niveaux. Comme pour le groupe C, nous avons fourni un exemple de représentation d'élève pour chaque niveau concerné.

Tableau 4.2 Classification des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») des élèves du groupe B selon les quatre niveaux d'abstraction

Niveau d'abstraction	Nombre de productions	Exemple																		
Niveau 0	0																			
Niveau 1	6	<p>Élève B-MF</p> 																		
Niveau 2	4	<p>Élève C-PM</p> <p>exemple:</p> <table border="1" data-bbox="909 990 1149 1294"> <tr> <td>+</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>/</td> <td>/</td> <td>Phase 1</td> </tr> <tr> <td>/</td> <td>/</td> <td>Phase 2</td> </tr> <tr> <td>/</td> <td>/</td> <td>Phase 3</td> </tr> <tr> <td>/</td> <td>/</td> <td>Phase 4</td> </tr> <tr> <td>/</td> <td>/</td> <td>Phase 5</td> </tr> </table>	+	-		/	/	Phase 1	/	/	Phase 2	/	/	Phase 3	/	/	Phase 4	/	/	Phase 5
+	-																			
/	/	Phase 1																		
/	/	Phase 2																		
/	/	Phase 3																		
/	/	Phase 4																		
/	/	Phase 5																		
Niveau 3	1	<p>Élève B-ML</p> 																		

La répartition des représentations spontanées des élèves dans un registre visuel montre que celles-ci présentent un niveau d'abstraction entre 1 et 3. En fait, on voit que les représentations se répartissent majoritairement entre les niveaux d'abstraction 1 et 2. Ainsi, les élèves de niveau régulier présentent des représentations dont le niveau d'abstraction est moyen.

4.4.4.3 Unités signifiantes et variables visuelles représentées par les élèves

Dans cette partie de l'analyse des représentations spontanées, nous voulons évaluer le degré d'habileté des élèves en ce qui concerne la représentation des unités signifiantes et variables visuelles dans un registre visuel.

D'abord, 4 élèves n'ont représenté qu'une seule grandeur : la distance à vol d'oiseau. Ces élèves sont ceux qui ont proposé des tableaux ou diagramme de variation. Comme le montre la représentation de l'élève C-PM (*voir* fig. 4.33), l'accent est mis sur la qualification de la variation de la grandeur dépendante, soit cette dernière augmente (signe +), soit elle diminue (signe -) selon sur quelle phase on se trouve. La grandeur indépendante n'est pas clairement considérée puisque l'élève se contente de séparer le trajet en plusieurs phases sans préciser où celles-ci commencent et se terminent. La représentation de l'élève C-AG (*voir* fig. 4.34) est un autre exemple qui présente uniquement la distance à vol d'oiseau et cette fois il n'y a même pas de traces de la considération de la grandeur indépendante. En effet, l'élève indique quelle distance à vol d'oiseau il regarde et si celle-ci a augmenté au diminué par rapport à la précédente. Évidemment, ce qui est implicite c'est que lorsqu'on est rendu à la piscine par exemple, on a dû parcourir une certaine distance pour s'y rendre. Mais les élèves ne laissent pas de traces visuelles suffisantes à l'identification de la grandeur indépendante, c'est pourquoi nous considérons que seule la grandeur dépendante est représentée.

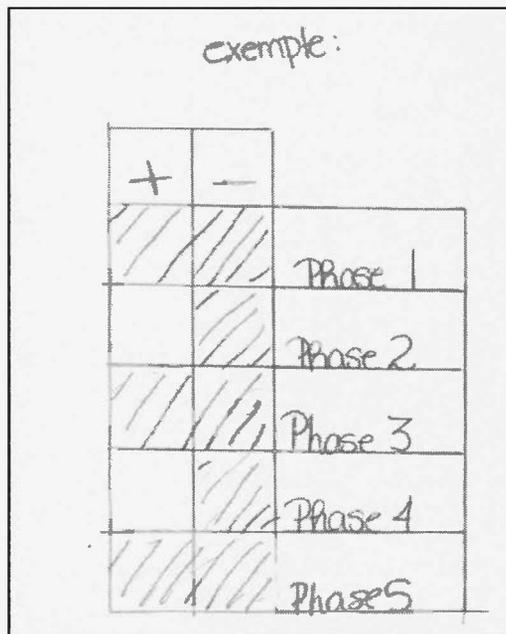


Figure 4.33 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève C-PM

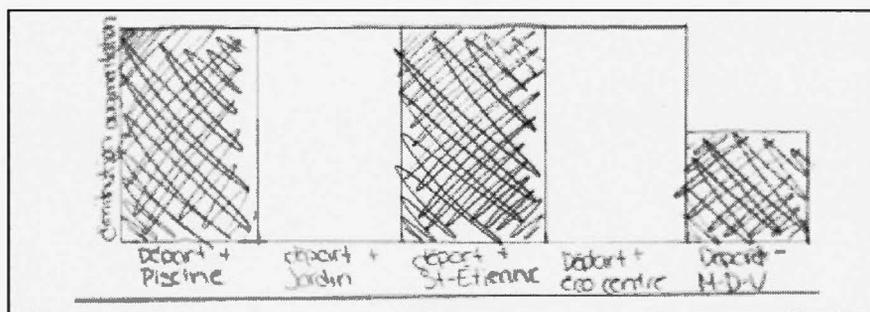


Figure 4.34 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève C-AG

Ensuite, les 7 autres élèves présentent les deux grandeurs dans leurs représentation, mais seulement l'un d'entre eux représente la relation entre les deux grandeurs. Il s'agit de l'élève B-ML (voir fig. 4.32 p. 150) qui présente une sorte de diagramme à ligne brisée. Il est vrai que cet élève fait référence à des phases qu'il numérote comme le fait l'élève C-PM (voir fig. 4.33), mais il ajoute une légende (qu'il n'a pas eu le temps de terminer malheureusement) qui indique où commence et se termine chaque phase. Évidemment, nous ne sommes pas certains que cet élève considère bien la distance parcourue sur le trajet, mais sa représentation démontre une certaine prise en considération de cette grandeur. Les 6 autres élèves qui

présentent les deux grandeurs observées, mais qui ne les mettent pas en relation, sont ceux qui schématisent le trajet du rallye et qui utilisent un code de couleur pour identifier les phases d'augmentation et les phases de diminution de la grandeur dépendante. Prenons deux exemples différents de ce type de représentation. D'abord, l'élève A-JBT (voir fig. 4.35) trace la distance à vol d'oiseau pour les endroits d'arrêt du rallye et il utilise un code de couleur pour marquer les portions du trajet pour lesquelles la distance à vol d'oiseau augmente ou diminue. L'identification des portions du trajet à l'aide d'un marqueur est pour nous la preuve que l'élève considère la distance parcourue. En effet, pour identifier correctement les phases d'augmentation et de diminution, il faut suivre le trajet et réfléchir tout au long à ce qui se passe avec la distance à vol d'oiseau. Le fait de suivre le trajet de manière continue montre une certaine considération de la grandeur indépendante, c'est pourquoi nous considérons que les deux grandeurs sont prises en compte. Ensuite, l'élève A-ND (voir fig. 4.36) propose une représentation assez semblable, mais il ne trace pas de distances à vol d'oiseau. Pourtant, il est clair pour nous que cette grandeur est considérée puisque le code de couleur concerne les variations de celle-ci.

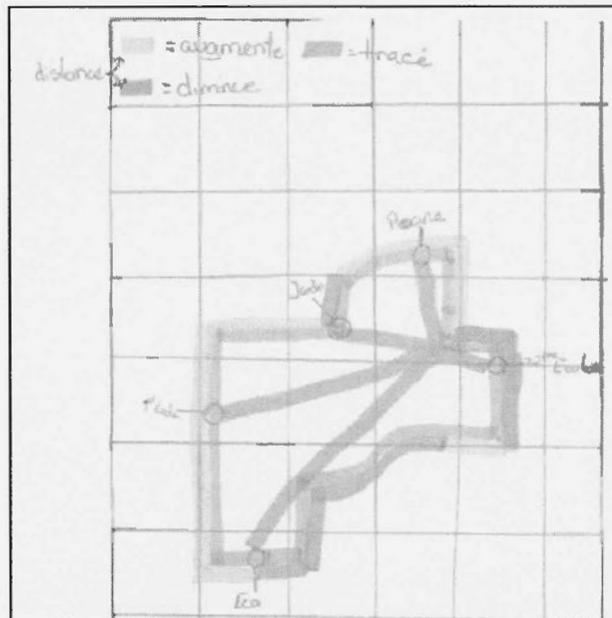


Figure 4.35 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève A-JBT

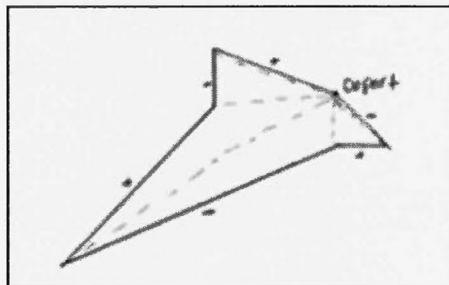


Figure 4.37 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève B-MF

La seconde variable visuelle est aussi représentée à l'aide d'un code de couleur pour certains (par exemple l'élève A-ND, fig. 4.36), de symboles pour d'autres (par exemple l'élève B-MF, fig. 4.37) ou d'un codage visuel pour le seul élève qui a construit un graphique (élève B-ML, fig. 4.32). Malgré les moyens divers utilisés pour représenter la qualification de la variation de la grandeur dépendante, nous pouvons dire que toutes les représentations proposées tiennent compte de cette variable visuelle.

4.4.4.4 Synthèse sur les représentations spontanées dans un registre visuel

D'abord, nous avons relevé que moins de la moitié des élèves de la classe a produit une représentation visuelle, ce qui correspond à ce à quoi nous nous attendions du fait de la difficulté de la tâche demandée. Par contre, les représentations recueillies sont très intéressantes car d'une part, elles présentent un degré d'abstraction moyennement élevé, ce qui montre que plusieurs élèves sont capables de se détacher de la situation concrète pour essayer de représenter le phénomène de covariation entre les deux grandeurs observées. D'autre part, ce sont des représentations qui présentent bien les unités signifiantes et les variables visuelles de la situation. En fait, nous avons établi que sur les 11 élèves qui ont produit une représentation visuelle, 7 représentent la première unité signifiante, mais seulement un élève considère la seconde. Pour les variables visuelles, ce sont 10 de ces élèves qui présentent correctement la première et tous représentent la seconde.

Finalement, les élèves de ce groupe de niveau régulier démontrent un taux de participation assez faible pour ce qui est de la production d'une représentation visuelle du phénomène observé. Mais, les élèves qui produisent une représentation démontrent une

bonne habileté à représenter les deux grandeurs observées et une très bonne habileté à représenter les phases et la qualification de la variation de la grandeur dépendante sur celles-ci.

4.4.5 Analyse de l'évolution des élèves

4.4.5.1 Analyse globale

Ce qui est le plus surprenant dans ce groupe, c'est le faible taux de participation à l'activité de production d'une représentation visuelle. Nous avons donc d'abord regardé les caractéristiques des descriptions des élèves n'ayant pas produit de représentation visuelle. La majorité de ces élèves ont produit une description qui ne présentait qu'une seule grandeur, la distance à vol d'oiseau. Les autres sont des élèves qui présentaient une comparaison entre les deux grandeurs observées. Les deux équipes n'ayant produit aucune représentation visuelle sont des équipes où les descriptions d'équipe tenaient compte aussi que d'une seule grandeur. Ainsi, la production d'une représentation visuelle s'est avérée une tâche difficile pour les élèves ne distinguant pas la première unité signifiante dans le registre « verbal ».

Pour les autres élèves, nous avons constaté que le comportement le plus fréquent, lorsqu'on regarde l'évolution entre la description écrite et la représentation visuelle, est le passage d'une seule grandeur perçue à deux grandeurs représentées. En fait, 6 élèves qui ne percevaient pas la première unité signifiante d'après leurs descriptions écrites réussissent à représenter visuellement cette unité signifiante d'après leurs représentations visuelles.

Un changement majeur s'est aussi opéré au niveau des variables visuelles. Alors que les descriptions démontraient une faiblesse quant à la perception de ces éléments, les représentations visuelles témoignent du contraire. En fait, nous pensons qu'ici l'intervention de l'enseignant entre les deux tâches a joué un rôle important. Lors de la synthèse sur les descriptions d'équipe et de la construction de la description de la classe, l'enseignant a beaucoup insisté sur la notion de phase et il a qualifié à plusieurs reprises la variation de la grandeur dépendante sur ces phases (*voir* article 4.4.1 pour plus de détails).

Les représentations spontanées dans un registre visuel montrent vraiment que les idées de plusieurs élèves ont évolué au cours de cette partie de la séquence d'enseignement. Mais,

ce n'est pas le cas de tous les élèves et c'est pourquoi nous allons regarder de plus près les cas de trois élèves de ce groupe.

4.4.5.2 Analyse détaillée de quelques cas

4.4.5.2.1 Le cas C-ADF

Au départ, l'élève C-ADF propose une description (*voir fig. 4.38*) qui établit une comparaison entre les deux grandeurs observées. C'est l'exemple proposé qui permet de bien comprendre ce que cet élève veut dire. En effet, lorsqu'il écrit « si l'on part de bellechasse et Marquette à l'écocentre si l'on le fait en prenant les trottoire on marche casiment le double que si l'on ne prenait pas les trottoire », on voit qu'il veut dire que la distance parcourue pour aller à l'Éco-centre depuis le point de départ est presque le double de la distance à vol d'oiseau pour se rendre au même endroit. Cet élève perçoit donc la première unité signifiante puisqu'il différencie les deux grandeurs observées, mais il n'établit pas une relation de dépendance entre les deux mais plutôt une relation de comparaison. Or, ce dernier type de relation ne lui permet pas de percevoir les deux variables visuelles puisque celles-ci sont valables dans le cas où une relation de dépendance est établie.

Par la suite, l'équipe de cet élève a choisi une description qui elle aussi présentait une relation de comparaison entre les deux grandeurs. Cette description précise cette fois que les qualificatifs utilisés s'appliquent à la comparaison de la distance parcourue et de la distance à vol d'oiseau. La consultation d'équipe ne fait donc pas évoluer le regard que porte cet élève sur le phénomène.

Ma description :

Moi je dit que la distance est plus courte (diminution).
 car si on mesure au même si l'on observe on
 voit une grande diminution ex: si l'on part
 de Bellechaussée et Marquette à l'école. si l'on le fait
 en prenant les trottoirs on marche quasiment le
 double que si l'on ne prend pas les trottoirs.
 avec trottoir = 155cm sans trottoir = 100m donc en coupant les trottoirs
 on diminue notre marche.

Figure 4.38 Description de l'élève C-ADF

Finalement, la représentation visuelle de l'élève C-ADF (voir fig. 4.30 p. 148) n'illustre pas du tout la comparaison entre les deux grandeurs, ce qui signifie soit que l'élève a modifié son regard au cours de la discussion en classe, soit qu'il n'a pas su représenter la relation de comparaison alors il s'est inspiré des productions des autres élèves de son équipe. Effectivement, dans l'équipe C, 3 élèves ont produit des représentations présentant de grandes similitudes. La représentation de l'élève C-ADF se caractérise par la présence de phases numérotées de 1 à 6 pour lesquelles l'élève attribue une valeur soit d'augmentation soit de diminution. On ne sait pas du tout à quoi correspondent ces phases dans la situation, mais nous supposons, d'après le discours de l'enseignant, que les qualificatifs s'appliquent à la variation de la grandeur dépendante. Ainsi, cette représentation ne présente clairement qu'une seule grandeur, la distance à vol d'oiseau, donc elle ne montre pas les unités significatives à percevoir dans la situation. Par contre, elle présente les deux variables visuelles très clairement même si on ne sait pas ce que sont réellement les phases pour cet élève.

On peut dire que l'élève C-ADF suit un cheminement particulier puisque ses deux représentations spontanées présentent deux regards complètement différents de la situation. Alors que la description écrite montre la perception de la première unité significative seulement, la représentation visuelle présente uniquement les deux variables visuelles. Il n'y a pas de cohérence entre les idées véhiculées dans le registre « verbal » à travers la description écrite et le registre « figural » à travers la représentation visuelle. Il est donc

possible que cet élève ait complètement modifié son regard sur la situation suite aux explications de l'enseignant.

4.4.5.2.2 Le cas A-JBT

La description de l'élève A-JBT (voir fig. 4.25 p. 143) nous a d'abord montré que cet élève ne distinguait qu'une seule grandeur, la distance à vol d'oiseau. Les deux unités significatives ne semblent donc pas être perçues par cet élève. Il n'y a pas non plus de préoccupation pour des points repères ou des phases. L'élève A-JBT semble en fait regarder le phénomène de manière discrète, c'est pourquoi il n'établit pas de phases de variation, il s'intéresse uniquement à la distance à vol d'oiseau à certains endroits précis. Son discours montre qu'il cherche à qualifier cette distance à vol d'oiseau pour chacun des endroits d'arrêt du rallye et pour cela il utilise des qualificatifs de comparaison comme « plus grande », « encore plus grande » etc. Cette manière de qualifier la distance n'est pas très précise car on ne sait pas exactement à quoi la distance est comparée. Par exemple, il commence sa description en indiquant que « Elle (la distance) est plus grande (Jardin communautaire) », mais il ne précise pas plus grande que quoi. Ainsi, la première variable visuelle n'est pas du tout perçue, alors que pour la seconde nous décelons une certaine habileté à qualifier la distance à vol d'oiseau, ce qui constitue une partie de la perception de cette variable visuelle.

Dans l'équipe de cet élève, tous les élèves ont produit une description qui ne présente qu'une seule grandeur, la distance à vol d'oiseau. La description de l'équipe fait donc de même mais de manière très confuse. En fait, on peut lire « Du point de départ à la piscine, c'est plus loin que l'éco-centre et ça diminue jusqu'à l'autre école ». Bien qu'il soit assez clair que cette description ne prend en compte qu'une seule grandeur, il n'est pas facile de comprendre exactement ce que les élèves veulent dire. La première partie de la phrase, « Du point de départ à la piscine, c'est plus loin que l'éco-centre », n'a en effet aucun sens. Mais ensuite, la dernière partie, « ça diminue jusqu'à l'autre école », démontre soudain une approche continue de la situation, ce qui représente un changement pour l'élève A-JBT qui avait au départ une approche discrète. Néanmoins, la description de l'équipe ne montre pas dans l'ensemble que les élèves comprennent la situation, au contraire.

Il est alors surprenant de constater que la représentation visuelle de l'élève A-JBT (voir fig. 4.35 p. 154) démontre clairement la perception d'unités significantes et de variables visuelles par cet élève. En effet, nous avons déjà pris pour exemple la représentation de l'élève A-JBT pour montrer que les deux grandeurs étaient bien représentées et que les phases et la qualification de la variation de la grandeur dépendante sur ces phases apparaissaient aussi. La représentation proposée témoigne donc à la fois de l'habileté à percevoir la première unité significative et les deux variables visuelles et de l'habileté à représenter visuellement ces éléments. Le seul élément manquant est la représentation de la seconde unité significative, soit la relation de dépendance entre les deux grandeurs, qui permet en fait d'arriver à une représentation proche du graphique.

Finalement, cet élève a suivi un cheminement aussi surprenant que celui de l'élève C-ADF. Alors que sa description démontre une approche discrète de la situation et la perception d'aucune unité significative ni variable visuelle, sa représentation visuelle témoigne d'une approche continue de la situation et de la perception d'une unité significative et des deux variables visuelles. Puisque les autres membres de l'équipe de l'élève A-JBT ont produit des représentations semblables, il est possible que celui-ci se soit laissé influencer. Il est aussi probable que les interventions de l'enseignant avant la réalisation de la tâche de production d'une représentation visuelle aient influencé le regard de cet élève sur la situation.

4.4.5.2.3 Le cas B-ML

L'élève B-ML a commencé son cheminement par une description écrite (voir fig. 4.26 p. 144) où une seule grandeur apparaît, la distance à vol d'oiseau. En voici la transcription « la distance augmente un peu + à chaque fois jusqu'à l'éco-centre puis elle diminue beaucoup à l'école Madeleine-de Verchère. ». La première partie de la phrase peut laisser croire que l'élève adopte une approche continue de la situation car sa description est globale, il indique en effet que la distance augmente un peu plus à chaque fois jusqu'à l'Éco-centre. Mais le sens donné à l'expression « à chaque fois » influence la signification de cette partie de la phrase, il nous faut donc regarder de plus près la deuxième partie pour voir si elle permet d'apporter des précisions. On peut lire par la suite que la distance diminue beaucoup à l'école Madeleine de Verchères. Le fait d'utiliser la préposition « à » change soudain tout le

sens de la phrase car si l'élève considère uniquement la distance à vol d'oiseau à cet endroit, c'est que son approche est discrète. Dans cette optique, l'expression « à chaque fois » dans la première partie de la phrase peut s'interpréter comme une référence à chaque endroit d'arrêt du rallye. Évidemment, il est aussi possible que l'élève se soit simplement trompé dans le choix de la préposition et que son approche soit en fait continue. Cependant, nous avons décidé d'analyser les productions des élèves comme elles se présentaient et dans ces conditions, nous considérons que cet élève adopte une approche discrète de la situation. Il indique toutefois clairement l'existence d'un point repère à partir duquel les distances à vol d'oiseau considérées sont plus petites alors qu'avant elles étaient de plus en plus grandes. Nous pouvons donc dire que cet élève distingue la première variable visuelle sous forme d'un point repère et qu'en ce qui concerne la seconde variable visuelle il démontre l'habileté à qualifier la variation de la distance à vol d'oiseau même si son approche est discrète.

Dans l'équipe de l'élève B-ML, toutes les descriptions proposées présentent uniquement la distance à vol d'oiseau et c'est pourquoi la description de l'équipe en fait autant. Par contre, c'est une description plus claire que celle de l'élève B-ML car elle ne présente pas d'ambiguïté. Voici cette description : « la distance augmente un peu plus à chaque fois jusqu'à l'Éco-centre puis diminue jusqu'au point de départ! ». Dans cette phrase, il est plus évident que l'approche est continue et que le point de repère sépare deux phases, l'une d'augmentation et l'autre de diminution. Ainsi, si l'élève B-ML adopte le regard de la description d'équipe, sa compréhension du phénomène s'améliore.

Nous avons déjà parlé de la représentation visuelle de l'élève B-ML (*voir* fig. 4.32 p. 150) à plusieurs reprises. D'abord, nous avons fait remarquer que sa représentation se démarquait des autres du fait qu'elle se rapprochait grandement du graphique cartésien comme nous voulons l'introduire. Ensuite, nous avons pris cette représentation pour exemple pour montrer à quoi pouvait ressembler une représentation dont le niveau d'abstraction est 3, soit le plus élevé. Puis, cette représentation nous a permis de dire que l'élève B-ML était capable de distinguer les deux unités signifiantes et qu'il était d'ailleurs le seul à représenter la seconde unité signifiante, soit la relation de dépendance entre les deux grandeurs. Finalement, pour la représentation des phases de variation, nous n'avons pas pu vérifier qu'elle était correctement effectuée puisque l'élève n'a pas terminé la légende de son graphique dans laquelle il commençait à expliciter à quoi correspondaient les différents

phases. La seconde variable visuelle est cependant bien présente puisque les segments ascendants et descendants du graphique permettent d'identifier si la variation de la grandeur dépendante est une augmentation ou une diminution.

Cet élève termine donc son cheminement par la production d'un graphique qui présente au moins les deux unités signifiantes et la seconde variable visuelle. Pourtant la description écrite de cet élève ne présentait aucun signe d'une compréhension plus poussée que les autres élèves de la situation. Cet exemple nous amène ainsi à confirmer que les activités de perception des unités signifiantes et variables visuelles, et de représentation de ces mêmes éléments font appel à des habiletés différentes. L'élève B-ML, contrairement à la plupart des autres élèves, fait preuve de bonnes habiletés relativement à la conversion vers un registre différent.

4.4.5.3 Synthèse sur l'évolution des élèves du groupe B

L'analyse détaillée de trois cas d'élèves a permis de mettre en évidence les changements majeurs s'étant opérés entre la réalisation de la première tâche, celle de rédaction d'une description, et de la seconde, celle de production d'une représentation visuelle. Les élèves du groupe B semblent en effet avoir été largement influencés par les interventions de l'enseignant lors de la construction de la description de la classe. Plusieurs élèves, comme A-JBT et B-ML, présentent une évolution relative à la première unité signifiante puisque leurs descriptions ne mettent en évidence qu'une grandeur et leurs représentations visuelles en présentent deux. La seconde unité signifiante par contre semble être la bête noire des élèves de ce groupe puisqu'un seul élève la perçoit d'après sa description et un seul autre élève la présente dans sa représentation visuelle.

En ce qui concerne les variables visuelles, l'évolution est aussi frappante puisque la détermination des points repères et des phases par les élèves n'apparaît presque pas dans les descriptions écrites alors qu'elle transpire grandement des représentations visuelles. Cette évolution est d'après nous une conséquence directe des caractéristiques des explications données par l'enseignant.

Finalement, les élèves de ce groupe régulier présentent tous des cheminements différents, mais quelques comportements plus fréquents s'observent. D'abord, les élèves n'ayant pas produit de représentation spontanée dans un registre visuel sont majoritairement

des élèves qui ne distinguaient qu'une seule grandeur dans leur représentation spontanée exprimée dans le registre « verbal ». Ensuite, la moitié des élèves ayant produit une représentation spontanée dans un registre visuel démontrent une évolution particulière : ils représentent deux grandeurs dans cette dernière représentation alors qu'ils n'en distinguaient qu'une seule dans leur première représentation spontanée (registre « verbal »). Pour terminer, 10 élèves considèrent l'existence de phases dans la situation dans leur représentation visuelle alors que seulement 3 élèves le faisaient dans leur description écrite.

4.5 Analyse du groupe A

D'abord, il est important de se rappeler que le groupe A appartient à une école différente de celle des groupes B et C. La séquence d'enseignement utilisée est la première version que nous avons élaborée, mais à laquelle nous avons apporté un léger changement suite à l'expérimentation de la version 2. En fait, nous avons reformulé l'énoncé de la situation de manière à ne plus parler de la distance « à vol d'oiseau » car cette expression avait posé problème aux élèves des groupes B et C. Nous avons donc décidé de parler de la distance « la plus courte » en supposant que les élèves sauraient que la distance la plus courte entre deux points s'obtient en traçant une ligne droite. Nous allons voir que ce changement a en fait mené à une interprétation complètement différente de la situation et qu'il n'a finalement pas aidé les élèves comme nous le supposions.

Le contexte de cette version de la séquence d'enseignement est celui d'une randonnée effectuée en forêt. La première tâche imposée aux élèves est donc le choix d'une piste de randonnée correspondant à certaines caractéristiques données. Cette tâche est quelque peu différente de celle qu'ont dû réaliser les élèves des groupes B et C puisque ces derniers devaient choisir un trajet permettant de passer par des endroits imposés sur la carte du quartier. Ensuite, le travail est semblable à celui de la version 2 et les élèves doivent produire une description écrite individuelle, puis une description d'équipe et finalement une représentation visuelle du phénomène étudié. Nous allons donc d'abord décrire les caractéristiques des pistes de randonnée proposées par les élèves et de celle choisie par la classe, puis nous allons analyser successivement les descriptions individuelles, les descriptions d'équipe et les représentations visuelles des élèves, pour finalement nous intéresser à l'évolution des élèves à travers cette partie de la séquence d'enseignement.

Comme pour les groupes précédents, nous tiendrons compte des caractéristiques des interventions de l'enseignante puisque celles-ci influencent d'après nous les productions des élèves.

4.5.1 Caractéristiques des pistes proposées par les élèves (première analyse des représentations visuelles spontanées des élèves)

Au paragraphe 2.1.1.3.2, nous avons indiqué qu'une situation comme celle de la randonnée exprimée uniquement dans le registre « verbal » peut donner lieu à diverses interprétations figurales. En fait, bien que l'énoncé restreigne les pistes possibles à l'aide de caractéristiques imposées, le lecteur a toujours le choix de représenter cette piste sous forme d'un dessin ou d'un schéma, cela dépend de la représentation mentale qu'il se fait de la situation. Nous avons d'ailleurs précisé que, d'après nous, un élève de secondaire 2 aurait tendance à utiliser une représentation de type « dessin » puisqu'il n'a pas encore développé d'habiletés d'abstraction.

Les productions des élèves ont confirmé cette hypothèse. Tous les élèves ont effectivement produit des dessins de pistes de randonnée. Les caractéristiques qui ressortent le plus sont les suivantes :

- le chemin de la piste est représenté à l'aide d'une ligne double comme le montre la piste de l'élève GI-TF (*voir fig. 4.39*),
- les arbres de la forêt sont dessinés comme sur la piste de l'élève GE-PS (*voir fig. 4.40*),
- le poste de secours et le drapeau sont représentés comme si on les voyait de face (*voir fig. 4.39 et fig. 4.40*),
- les dessins ne suivent pas de règles de représentation, par exemple, les vues de haut et de face sont mélangées et la proportionnalité des objets n'est pas respectée.

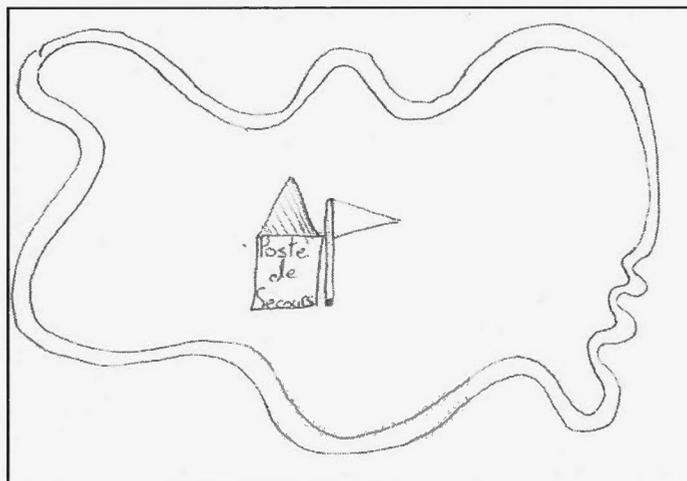


Figure 4.39 Piste de l'élève GI-TF

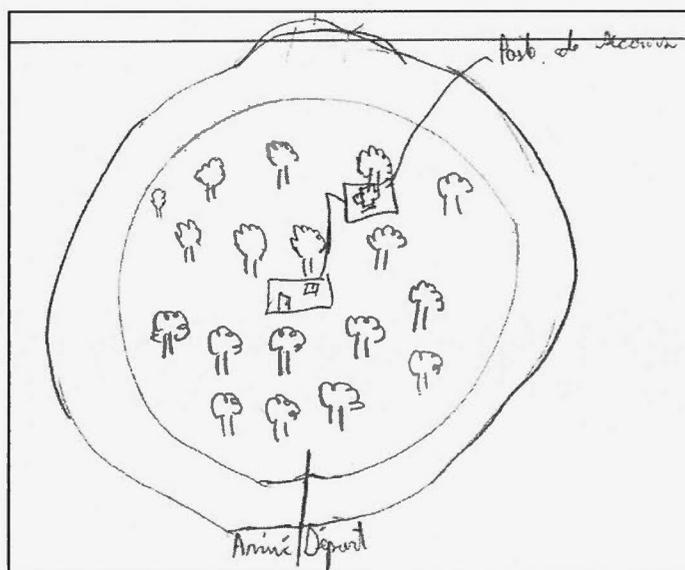


Figure 4.40 Piste de l'élève GE-PS

La piste choisie par la classe ne présente plus ces caractéristiques car l'enseignante a amené les élèves à choisir une piste où apparaissent le moins de détails possibles. Le seul détail relevant encore du dessin sur la piste originale choisie est le drapeau bien dessiné de face. Mais rapidement, lors des explications de l'enseignante, le drapeau s'est transformé en un point et la piste alors obtenue est celle de la figure 4.41.

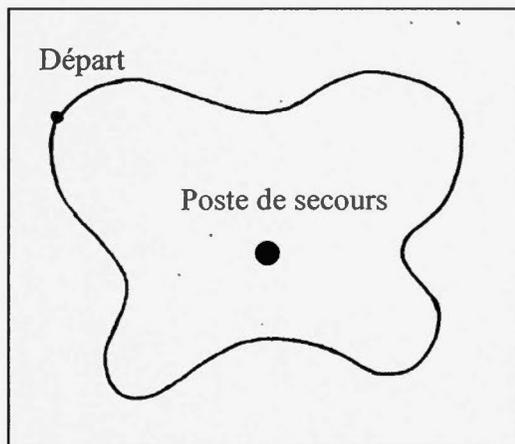


Figure 4.41 Piste choisie par la classe

Les élèves ont donc travaillé sur cette piste schématisée par la suite.

4.5.2 Analyse des descriptions individuelles des élèves

4.5.2.1 Qualification générale des descriptions individuelles

Ce qui frappe d'abord à la lecture des descriptions des élèves de ce groupe, c'est la qualité de l'expression écrite. Le contraste avec les autres groupes est énorme. Les élèves s'expriment bien, ils font des phrases bien construites à l'aide d'un vocabulaire riche et approprié. Les descriptions sont longues (la plupart des élèves utilisent toute la place disponible) et les idées sont articulées. La description de l'élève GE-NKJ (voir fig. 4.42) en est un bon exemple. Il est vrai que quelques élèves font des fautes de français, mais dans l'ensemble on voit que la rédaction écrite est bien maîtrisée par les élèves de ce groupe fort.

Ma description :
 Plus on avance dans le trajet, plus on se rapproche du poste de secours et plus on se rapproche du poste de secours, moins il y a de chemin à faire pour faire un tour de piste. Ça veut dire qu'il doit choisir le premier endroit qui est le plus proche du poste de secours sans parcourir une longue distance.

Figure 4.42 Description de l'élève GE-NKJ

Outre la forme des descriptions, nous avons relevé des caractéristiques fréquentes dans les idées exprimées par ces élèves. Le point le plus important est certainement la confusion ayant émergé de l'expression « la distance la plus courte ». Au lieu de considérer la distance en ligne droite pour chaque endroit où l'on se trouve sur la piste, les élèves ont cherché à déterminer LA distance LA plus courte entre le randonneur et le poste de secours. Cette confusion est en fait la conséquence même de la formulation de l'énoncé et les élèves ne sont pas vraiment fautifs puisque effectivement l'énoncé peut être compris de cette manière. Néanmoins, lors de la lecture de l'énoncé, les interventions de l'enseignante auraient pu éclaircir cette ambiguïté, c'est pourquoi nous allons les regarder plus en détail.

4.5.2.2 Caractéristiques des explications données par l'enseignante

L'appendice C.3 présente le verbatim partiel du cours 1. Au cours 1, les élèves travaillent à choisir une piste individuellement, puis en équipe et finalement avec la classe. Ensuite, l'enseignante lit la consigne pour la tâche de production d'une description écrite du phénomène observé. Mais les élèves à l'unanimité disent qu'ils ne comprennent pas cette consigne. L'enseignante choisit alors d'interroger des élèves ciblés en leur demandant de reformuler cette consigne dans leurs propres mots. Un élève explique que d'après lui : « ben il veut savoir c'est hum c'est d'où quand il s'ra sur la piste à quelle place la piste sera la plus proche des secours, du poste de secours, puis heu il veut aussi savoir la distance qu'y'a

parcouru sur la piste pour pas qu'il soit trop essoufflé, trop loin. » Cette description montre que l'élève comprend qu'on s'intéresse à trouver LE point le plus proche du poste de secours sur la piste tout en considérant la distance parcourue sur la piste pour se rendre à ce point. Les interventions suivantes de l'enseignante révèlent que celle-ci ne remet pas en cause cette interprétation de l'énoncé par les élèves. En fait, elle n'explique pas la consigne à sa manière, elle choisit de continuer le travail à partir de la vision des élèves. C'est pourquoi un peu plus loin, elle indique « Mais là, pour être sûr que c'est la distance la plus courte hein voyez-vous vous avez dit comme « non c'pas ça ! » pis bon alors qu'est ce qui arrive à ce moment là ? Va falloir qu'on fasse peut-être plusieurs arrêts pour voir ok ? Vous me suivez ? ». Elle veut en fait amener les élèves à étudier la relation entre les deux grandeurs, elle leur propose donc de faire plusieurs arrêts et elle justifie ce choix à l'aide du fait qu'on ne peut pas savoir exactement quel est vraiment LE point le plus proche du poste de secours sur la piste.

La suite de la discussion montre que les élèves gardent l'idée de la recherche du point le plus proche du poste de secours et que cela les freine dans leur compréhension de la consigne. Une élève propose alors une description : « tout au long du trajet la distance entre le point de départ et celui de l'arrivée va diminuer ainsi que la distance entre le départ et le point le plus proche du poste de secours. ». Cette description influencera sans aucun doute les autres élèves. D'ailleurs plusieurs élèves s'accrochent déjà à cette description et demandent si c'est la bonne réponse. Cette tendance à penser qu'il y a UNE bonne réponse est à notre avis dû à la mauvaise compréhension de l'énoncé puisque si on cherche la distance la plus courte c'est vrai qu'il n'y en a qu'une (même si elle peut éventuellement être associée à plusieurs points sur la piste). D'autre part, les réactions des élèves montrent qu'ils ont certainement l'habitude de tout bien comprendre et que ce type de consigne très large les déstabilise.

Au cours 2, l'enseignante rappelle la consigne de la tâche et les élèves composent leurs descriptions individuelles pendant une dizaine de minutes. Ce travail a réellement lieu en silence et les élèves se concentrent sur leur composition. Puis l'enseignante lit la consigne pour la composition de la description de l'équipe et les élèves y travaillent pendant une vingtaine de minutes.

4.5.2.3 Unités signifiantes prises en compte par les élèves

Évidemment, les descriptions écrites sont le reflet de la compréhension de la situation par les élèves. Puisque beaucoup d'élèves se préoccupent du point sur la piste où la distance est la plus courte, plus de la moitié des descriptions (16 sur 30) parlent de ce fameux point. Néanmoins, parmi ces élèves, 6 considèrent les deux grandeurs observées, alors que les 10 autres semblent parler davantage de la distance parcourue puisqu'ils mettent l'accent sur la distance avant et après le point le plus proche du poste de secours. La description de l'élève K-MP (voir fig. 4.43), par exemple, prend comme référence le point le plus proche du poste de secours et parle de la distance parcourue puisque dans la deuxième phrase il indique que « la distance va encore allonger de ce point mais va encore raccourcir de l'arrivée. ». Or, ce qui raccourcit lorsque le randonneur avance, c'est la distance entre où il est rendu et l'arrivée. Cet élève ne considère donc pas la distance entre le point où le randonneur est rendu sur la piste et le poste de secours.

L'élève PL-MV (voir fig. 4.44), au contraire, montre bien qu'il considère à la fois la distance parcourue et la distance au poste de secours. En effet, lorsqu'il indique « lorsque l'on se rapproche du point de la piste le plus proche du poste de secours » il considère la distance parcourue sur la piste et lorsqu'il dit qu'alors « plus on se rapproche du poste de secours » c'est qu'il regarde la distance au poste de secours. Cet élève perçoit donc la première unité signifiante même si il met l'accent sur le point le plus proche du poste de secours.

Ma description :
 Plus tu avances, moins il te reste
 de chemin à faire sur ta piste ainsi
 que l'endroit qui est le plus proche du poste
 de secours. Quand tu dépasses le point
 le plus proche du poste, la distance va
 allonger de ce point mais va encore raccourcir
 de l'arrivée.

Figure 4.43 Description de l'élève K-MP

Ma description :
 - plus on avance sur la piste plus
 on se rapproche de l'arrivée lorsque
 l'on se rapproche du point de la
 piste le plus proche ~~de~~ du poste
 de secours plus on se rapproche
 du poste de secours

Figure 4.44 Description de l'élève PL-MV

Il reste 14 autres élèves qui ne mettent pas l'emphase sur ce point le plus proche du poste de secours. Parmi eux, 6 combinent les deux grandeurs en une seule, en fait, ils considèrent que pour se rendre au poste de secours, on doit d'abord parcourir une certaine distance sur la piste puis une autre distance en forêt. Cela donne une description comme celle de l'élève P-BM (voir fig. 4.45) qui parle bien d'ajouter la distance au poste de secours à celle parcourue pour se rendre au point le plus proche. Nous ne considérons pas que les élèves qui combinent les deux grandeurs soient capables de distinguer celles-ci. En fait, ils ne voient qu'une seule grandeur qui est la distance totale parcourue entre le point de départ et le poste de secours. Ces élèves ne perçoivent donc pas la première unité signifiante.

Ma description :
 C'est que plus on avance moins il reste de
 chemin à faire. Quand on a trouvé le coin le
 plus près du poste de secours on le prend
 ce qui rajoute une autre distance.

Figure 4.45 Description de l'élève P-BM

Il reste alors 8 élèves. Ces élèves parlent des deux grandeurs observées. L'un d'entre eux établit une comparaison entre ces grandeurs, il s'agit de l'élève E3-GF (voir fig. 4.46). Cet élève semble chercher une relation entre les deux grandeurs et ce qu'il voit c'est qu'il est possible que les deux distances soient égales. Cette relation n'est évidemment pas valable sur l'ensemble du trajet, mais cela ne dérange pas cet élève. Les 7 autres élèves établissent une relation de dépendance entre les deux grandeurs. L'élève P-TS (voir fig. 4.47), par exemple, indique que tout au long du trajet on peut être soit plus proche soit plus loin du poste de secours et que cela dépend d'où on est rendu sur la piste. La relation de dépendance est très claire dans cette description.

Ma description :
 La distance que le randonneur parcourt peut être égale avec la distance du point où il arrête, au poste de secours au milieu de la forêt. Ce sont donc des distances valant le même nombre d'une valeur de calcul peut importe. Ex: km, m, cm, dm et/ou mm.

Figure 4.46 Description de l'élève E3-GF

Ma description :
 À chaque fois que l'on avance, le poste de secours peut être soit plus proche ou soit plus loin car il n'est pas vraiment central. La distance que l'on a par rapport au poste de secours dépend tout le temps de la place où on est. Cependant, on peut voir clairement que quand on est en haut, le poste de secours est plus loin que lorsqu'on est en bas.

Figure 4.47 Description de l'élève P-TS

Finalement, nous avons déterminé que 47% des élèves (14 sur 30) perçoivent la première unité signifiante alors que seulement 23% des élèves (7 sur 30) perçoivent la seconde unité signifiante. Cependant, nous pensons que l'importance donnée au point le plus proche du poste de secours lors des explications en classe a empêché les élèves de bien analyser la situation.

4.5.2.4 Variables visuelles prises en compte par les élèves

Les élèves qui ont basé leur description sur le point le plus proche du poste de secours font comme si celui-ci était le seul point repère. Ils indiquent par exemple que plus on s'approche de ce point plus la distance au poste diminue et que plus on s'en éloigne plus la distance au poste augmente. Cette constatation n'est pas fautive lorsqu'on reste dans la proximité de ce point, mais elle ne permet pas de décrire complètement le phénomène car en s'éloignant davantage, par exemple, la distance au poste se remet à diminuer. Les 16 élèves qui prennent ce point comme point repère perçoivent donc partiellement la première variable visuelle et là-dessus, les 6 élèves qui considèrent les deux grandeurs perçoivent aussi partiellement la seconde variable visuelle. En effet, ces derniers qualifient la distance au poste de secours, mais uniquement sur une portion du trajet.

Tous les autres élèves n'établissent pas de point repère et ne qualifient pas les variations de la grandeur dépendante. Ainsi, on peut dire qu'aucun élève ne perçoit complètement les variables visuelles. Cependant, nous avons constaté que toutes les descriptions (sauf une) témoignaient d'une approche continue de la situation. En effet, les élèves utilisent un vocabulaire et des expressions qui font référence à un phénomène continu comme par exemple « plus on avance » ou « plus on se rapproche » (*voir* description de l'élève PL-MV à la fig. 4.44 p. 171). Or, nous avons déjà fait remarquer que cette approche continue est nécessaire à la perception complète de la seconde variable visuelle. Ainsi, tous les élèves semblent déjà disposer d'une certaine habileté menant à la perception de la seconde variable visuelle.

Finalement, 53% des élèves (16 sur 30) perçoivent partiellement la première variable visuelle et 20% (6 sur 30) partiellement la seconde, alors que presque tous les élèves démontrent une habileté indispensable à la perception de cette dernière. Ces résultats étaient

relativement prévisibles car sur la figure de la piste de randonnée, aucun point n'apparaît, les élèves devaient donc prendre l'initiative de placer des points, ce qui nécessite de très bien maîtriser la situation et de comprendre le phénomène de covariation.

4.5.3 Analyse des descriptions d'équipe

Lors du travail en classe sur les descriptions d'équipe, les élèves ont d'abord lu les descriptions des autres membres de l'équipe, puis ils ont engagé des discussions pour finalement s'entendre sur les caractéristiques de la description d'équipe. Ce travail a duré plus de vingt minutes et certaines équipes n'avaient pas terminé.

Les descriptions proposées sont encore une fois bien rédigées. Elles sont aussi plus longues que les descriptions individuelles, comme si les élèves voulaient constituer une description la plus complète possible. Les idées sont toutes reformulées, il n'y a pas de recopiage des descriptions individuelles.

Sur les 9 équipes, 7 produisent une description qui tient compte des deux grandeurs observées. Dans ces équipes, au moins un élève avait déjà perçu cette première unité signifiante et c'est, à notre avis, pour cette raison que la description d'équipe présente cette caractéristique. Seulement 2 équipes conservent une description qui ne semble tenir compte que de la distance parcourue avant et après le point le plus proche du poste de secours sur la piste. D'autre part, 3 équipes établissent la relation de dépendance entre les deux grandeurs observées.

Finalement, les discussions ont été bénéfiques pour plusieurs élèves car sur les 9 descriptions d'équipe, 7 démontrent la perception de la première variable visuelle et 3 la seconde, ce qui représente une amélioration par rapport aux descriptions individuelles.

4.5.4 Analyse des représentations visuelles des élèves

4.5.4.1 Qualification générale des représentations spontanées dans un registre visuel

D'abord, sur les 30 élèves ayant produit une description, 27 ont produit une représentation visuelle. Par contre, 4 de ces représentations sont inutilisables car elles sont trop incomplètes, ce sont toutes des reproductions de la piste sans aucune autre information.

Les représentations proposées sont particulièrement diversifiées et originales. On retrouve, entre autres, beaucoup de représentations graphiques sous forme de diagrammes à bandes, à bâtons ou à lignes brisées. Les élèves ont d'ailleurs tendance à mesurer ou à inventer des nombres pour construire ces diagrammes. C'est le cas par exemple de l'élève S-CLJ (voir fig. 4.48) qui présente une sorte de diagramme à bandes. La hauteur de la bande informe sur la distance parcourue et le nombre inscrit dans la bande correspond à la distance au poste de secours. Nous ne savons pas comment cet élève a obtenu les valeurs numériques qu'il utilise, mais il semble partir de la supposition que la piste a une longueur de 30 km.

Malgré les nombreuses représentations originales proposées, certains élèves se rattachent au schéma de la piste qu'ils reproduisent et sur lequel ils ajoutent des informations relativement aux grandeurs observées.

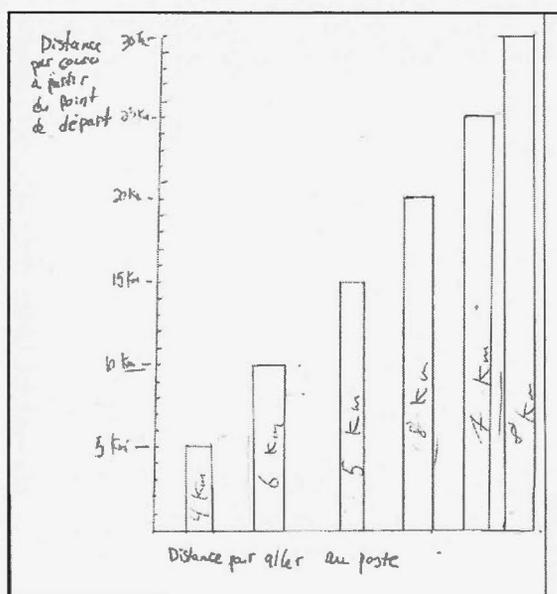


Figure 4.48 Représentation spontanée (registre « graphique ») de l'élève S-CLJ

4.5.4.2 Caractéristiques des explications données par l'enseignante

Afin de partager les descriptions d'équipe, l'enseignante a décidé d'écrire celles-ci une par une au tableau. Ainsi, lors du cours 2, après que les élèves aient terminé de composer leur description d'équipe, l'enseignante a demandé à un élève de lire cette description pour qu'elle l'écrive au tableau. Seules quatre équipes sur les dix ont eu le temps de lire leurs descriptions. À la fin de chacune des descriptions, l'enseignante a demandé aux élèves de l'équipe d'expliquer ce qu'ils voulaient dire. Les élèves ont alors apporté quelques explications de plus, mais sans vraiment ajouter d'éléments importants.

Lors du cours 3, l'enseignante relit les descriptions proposées au cours précédent et elle demande aux élèves des autres équipes s'ils ont quelque chose à ajouter. Les propositions faites par les élèves montrent que certains d'entre eux continuent de regarder uniquement le ou les points les plus proches du poste de secours. Leurs commentaires démontrent d'ailleurs que cela les gêne de se restreindre au point le plus proche du poste de secours. En effet, un élève propose de prendre plusieurs points, de regarder les quatre points les plus proches au lieu de seulement un seul. Un autre élève indique que si on se blesse sur la piste, il est plus rapide de se rendre directement au poste de secours que de se rendre d'abord au point le plus proche du poste de secours sur la piste. Ce dernier a tout à fait raison et c'est d'ailleurs de cette manière qu'il fallait comprendre la situation, c'est-à-dire qu'on regarde la distance nous séparant du poste de secours en ligne droite quel que soit l'endroit où on est rendu sur la piste. Cette idée n'est pourtant pas relevée par l'enseignante qui indique simplement qu'on ne parle pas que le randonneur se blesse. L'enseignante demande finalement aux élèves de proposer la description de la classe. Évidemment, ceux-ci restent silencieux et réfléchissent un bon moment car ce n'est pas une tâche facile. Un élève propose de faire une sorte de mélange de ce qui est écrit au tableau. Ce qui est alors écrit au tableau c'est :

« S'éloigné ou s'approché du poste de secours sans que la distance entre nous et le poste soit la plus courte. »

« La distance qui nous sépare du point de secours et de la piste augmente ou diminue à mesure qu'on avance. »

« Avant et après le point le plus proche du poste de secours, la distance entre nous et le poste ne pourra qu'être plus grande que la distance la plus courte. »

Mais l'enseignante demande de choisir une seule de ces phrases car les idées s'y répètent. Les élèves choisissent alors la seconde phrase et la prennent en note. Cette phrase, malgré sa formulation boiteuse, présente bien la relation entre les deux grandeurs observées, mais de manière globale. Pourtant l'enseignante enchaîne directement avec la notion de points repères. Cette partie de la discussion est transcrite dans le verbatim partiel du cours 3 à l'appendice C.4. À la lecture de ce verbatim, on voit que l'enseignante explique peu de choses. En fait, elle continue de laisser les élèves comprendre par eux-mêmes. Évidemment, à la fin de la discussion les élèves ne savent pas ce que sont des points repères et ne les ont donc pas vraiment identifiés. Ils pensent qu'on parle des quatre points considérés comme étant les plus proches du poste de secours. Un élève propose aussi de prendre les quatre points les plus loin, mais aucune suite n'y est vraiment donnée. Nous trouvons finalement que la discussion se termine dans une grande confusion, nous ne savons pas où l'enseignante veut en venir, ni ce que les élèves pensent vraiment. Il est à noter que l'emphase qui est mise sur les quatre points les plus proches du poste de secours propose aux élèves une approche statique de la situation. En fait, excepté la description globale du phénomène de covariation, l'ensemble des discussions ne mène pas du tout vers une approche dynamique de la situation.

C'est alors qu'on en vient à la consigne pour la seconde tâche : la production d'une représentation visuelle. Il est bien évident que l'état de confusion dans lequel se trouvent les élèves nuit à la compréhension de la consigne de cette nouvelle tâche. Comme la relation de dépendance entre les grandeurs n'a pas réellement été identifiée et qualifiée, les élèves ne peuvent pas comprendre ce qu'on attend d'eux. C'est d'ailleurs pour cela qu'ils ne comprennent pas le rapport avec les deux autres situations données en exemple. L'enseignante leur demande donc de réfléchir aux moyens de représentation qu'ils connaissent. Un élève propose alors les graphiques statistiques : diagramme à bandes ou à lignes brisées. Cette intervention influencera sans aucun doute les représentations des élèves parce que ces derniers peuvent soudain se rattacher à de représentations officielles vues dans leur cours de mathématiques de secondaire 1.

Finalement, les élèves doivent se débrouiller avec ces informations et ils commencent leur travail individuel. Ils n'ont pas le temps de terminer, alors l'enseignante leur demande de compléter la tâche en devoir. Évidemment, les représentations proposées risquent d'être influencées par des sources extérieures puisque les élèves continuent le travail à la maison.

4.5.4.3 Niveau d'abstraction des représentations spontanées dans un registre visuel

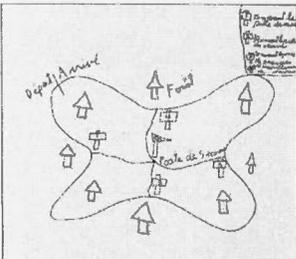
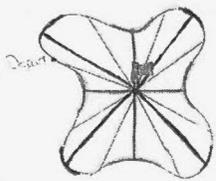
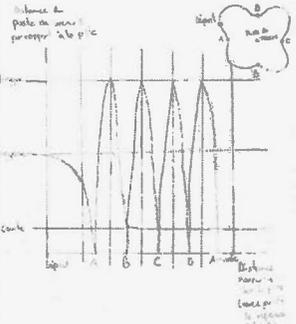
Les différents niveaux d'abstraction considérés sont toujours les mêmes que ceux décrits au paragraphe 4.3.3.2. Le tableau 4.3 résume donc la répartition des représentations visuelles des élèves du groupe A selon les quatre niveaux d'abstraction.

Selon cette classification, nous avons l'impression que les élèves de ce groupe ont une bonne capacité d'abstraction. En effet, plus de la moitié des élèves ayant produit des représentations visuelles se situent aux niveaux 2 et 3 d'abstraction et seulement 5 élèves se situent au niveau 0. Néanmoins, ces résultats ne sont pas forcément le reflet de l'habileté réelle d'abstraction de ces élèves puisque plusieurs facteurs sont à considérer.

D'une part, lors du choix de la piste de la classe (premier cours), l'enseignante a guidé les élèves de manière à ce qu'ils choisissent une piste sur laquelle apparaissent le moins d'éléments visuels superflus (arbres, poste de secours bien dessiné etc.). Ainsi, la piste choisie par les élèves ne possédait qu'un seul élément visuel non schématisé : le drapeau ; c'est d'ailleurs ce qu'on peut voir sur la représentation de l'élève L-SMM (*voir* tableau 4.3). Mais lors des discussions qui ont suivi aux cours 1 et 2, l'enseignante a reproduit cette piste uniquement sous sa forme schématisée (*voir* fig. 4.41 p. 167), menant ainsi les élèves à un niveau d'abstraction supérieur. Cette transition s'est d'ailleurs très bien déroulée puisqu'elle est passée inaperçue, c'est-à-dire que les élèves ont adopté la forme schématisée de la piste sans difficulté. Néanmoins, il est évident que si les représentations visuelles des élèves se situent au moins au niveau 1, cela n'est que le résultat d'une reproduction de ce qui a été proposé par l'enseignante.

D'autre part, deux facteurs que nous avons relevés au paragraphe 4.5.4.2 ont pu influencer les élèves. D'abord, il y a l'allusion d'un élève à différents graphiques statistiques et ensuite, il y a le fait que les élèves ont commencé leur travail en classe, mais qu'ils l'ont terminé à la maison en devoir. Le grand nombre de graphiques est donc à notre avis une conséquence de ce qu'un élève a dit (et que l'enseignante a acquiescé) et le recours fréquent à des représentations plus élaborées est certainement le résultat de la consultation de personnes de l'extérieur.

Tableau 4.3 Classification des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») des élèves du groupe A selon les quatre niveaux d'abstraction

Niveau d'abstraction	Nombre de productions	Exemple
Niveau 0	5	<p style="text-align: center;">Élève EX-LF</p> 
Niveau 1	6	<p style="text-align: center;">Élève L-SMM</p>  <p style="text-align: right;"> <ul style="list-style-type: none"> ■ chemin court ■ chemin moyen ■ chemin long ■ Point-arrivé </p> <p style="text-align: center;">part de la route par l'arbre sur les arbres.</p>
Niveau 2	6	<p style="text-align: center;">Élève GI-TCK</p> 
Niveau 3	10	<p style="text-align: center;">Élève GE-RME</p> 

Finalement, la classification des représentations spontanées dans un registre visuel semble témoigner d'une forte habileté à l'abstraction des élèves de ce groupe. Toutefois, nous sommes conscients que plusieurs facteurs ont pu influencer ces élèves et que cette classification ne dresse donc certainement pas le portrait réel des habiletés de ces élèves.

4.5.4.4 Unités signifiantes et variables visuelles représentées par les élèves

Nous allons ici, comme pour les autres groupes, évaluer le degré d'habileté des élèves en ce qui concerne la représentation des unités signifiantes et variables visuelles dans un autre registre.

4.5.4.4.1 Distinction d'une ou deux grandeurs et relation entre les grandeurs

Pour ce qui est de la première unité signifiante, soit la discrimination des deux grandeurs mises en jeu dans cette situation, nous avons répertorié 12 représentations visuelles (sur les 27 produites) ne présentant qu'une seule grandeur. La majorité de ces élèves représente uniquement la distance à vol d'oiseau (8 élèves), c'est le cas par exemple de l'élève K-GPJC (*voir* fig. 4.49) qui ne fait que tracer la distance à vol d'oiseau pour certains points repères. Alors qu'un seul élève ne représente que la distance parcourue, l'élève GI-TF (*voir* fig. 4.50), qui tente d'utiliser à la fois la piste sous forme dépliée et la représentation « graphique », mais qui n'identifie clairement qu'une seule des deux grandeurs : la distance parcourue. Les 3 autres élèves quant à eux combinent les deux grandeurs en une seule, phénomène que nous avons déjà observé lors de l'analyse des descriptions écrites. La représentation visuelle de l'élève P-GCS (*voir* fig. 4.51) fait partie de cette dernière catégorie, on y voit bien l'addition des longueurs pour chaque point repère identifié présentée dans un tableau.

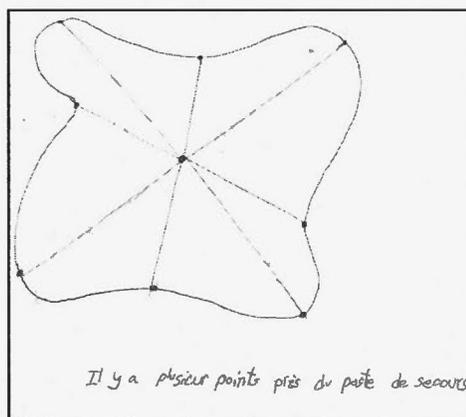


Figure 4.49 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève K-GPJC

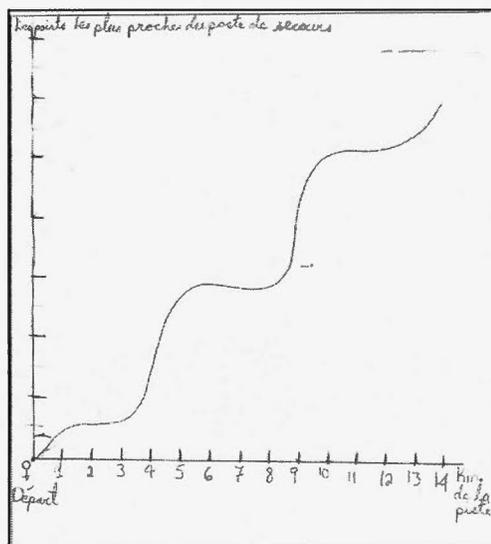


Figure 4.50 Représentation spontanée (registre « graphique ») de l'élève GI-TF

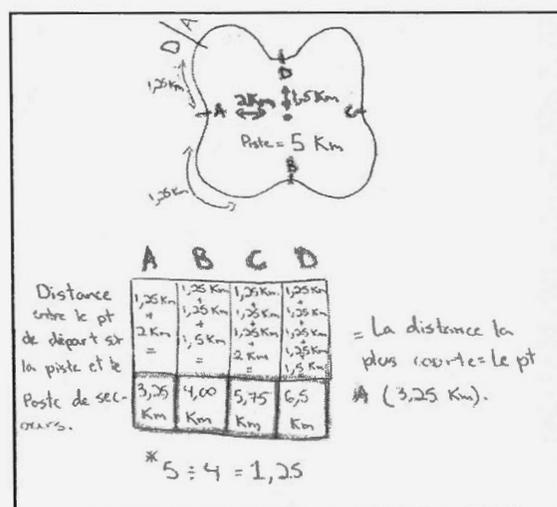


Figure 4.51 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève P-GCS

Nous retrouvons des traces des deux grandeurs dans 9 autres représentations visuelles produites. Ces 9 élèves ont donc clairement représenté la première unité signifiante et il est alors possible de voir ce qu'il en est pour la seconde. Effectivement, à partir du moment où les deux grandeurs observées sont correctement identifiées, on peut regarder si celles-ci sont mises en relation ou pas. Ainsi, seulement 4 élèves sur les 9 semblent établir une relation de dépendance entre les deux grandeurs et représentent ainsi visuellement la deuxième unité signifiante. C'est le cas par exemple de l'élève L-GBL (voir fig. 4.52) qui représente à l'aide d'un graphique la relation de dépendance entre la distance parcourue et la distance jusqu'au poste de secours. Les 5 autres élèves identifient visuellement les deux grandeurs, mais n'établissent pas réellement de relation entre les deux. Si on regarde la représentation de l'élève GI-TCK (voir fig. 4.53), par exemple, on voit d'une part la piste dépliée qui témoigne de la distance parcourue et des pointillés reliant le poste de secours à des points repères sur la piste qui concrétisent la distance à vol d'oiseau entre le poste de secours et certains points de la piste. Bien que cette représentation montre que l'élève n'est pas capable de faire complètement abstraction de la piste concrète de manière à simplement représenter les deux grandeurs observées, il nous semble évident qu'il distingue ces deux grandeurs. En effet, la piste dépliée montre que l'élève ne voit plus simplement un chemin concret mais bien une distance parcourue et les pointillés montrent la considération d'une autre distance, celle qui sépare certains points repères du poste de secours.

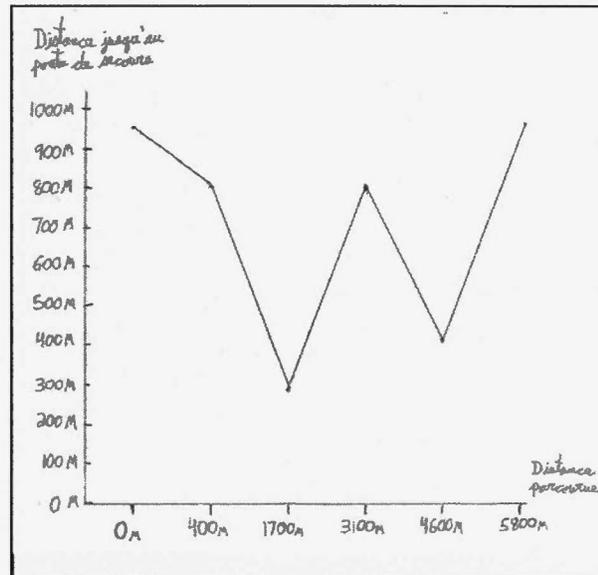


Figure 4.52 Représentation spontanée (registre « graphique ») de l'élève L-GBL

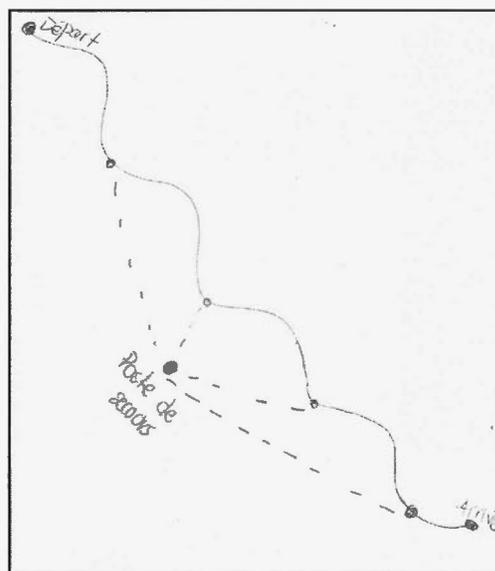


Figure 4.53 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève GI-TCK

Finalement, sur les 27 représentations spontanées produites dans un registre visuel, nous n'avons pas encore parlé de 6 cas particuliers. D'abord, 4 élèves proposent des représentations pour lesquelles aucune grandeur n'est clairement identifiable, c'est ce qu'illustre la figure 4.54. Ensuite, un élève (voir fig. 4.55) distingue les deux grandeurs observées, mais établit le rapport entre ces deux grandeurs pour certains points repères. En dernier lieu, un élève présente une représentation intéressante, mais pour laquelle il n'est pas évident d'évaluer la perception des unités signifiantes. La représentation de cet élève (voir fig. 4.56) présente la piste de randonnée sur laquelle un code de couleur est utilisé pour classifier les différentes zones de la piste. Ces zones sont en fait celles pour lesquelles le chemin est qualifié de court, moyen ou long. On voit bien que le « chemin » est celui qui relie le poste de secours à n'importe quel point sur la piste qui appartient à une zone donnée. Cette représentation est bien organisée et elle présente clairement les informations qu'elle prétend présenter. Néanmoins, la distance parcourue sur la piste n'apparaît pas explicitement puisque la piste est en fait découpée en zones et qu'on ne sait pas comment l'élève est arrivé à ce découpage. D'ailleurs, vu que les quatre points les plus proches avaient déjà été identifiés en classe, nous soupçonnons que cet élève n'a pas suivi la piste en réfléchissant tout au long à ce qui se passe avec la distance à vol d'oiseau, mais qu'il a plutôt procédé par identification des types de zones. Nous considérons donc que cet élève représente une sorte de relation de dépendance, mais sans réellement identifier les grandeurs observées puisque c'est la relation entre un « chemin » et une zone sur la piste qui est établie.

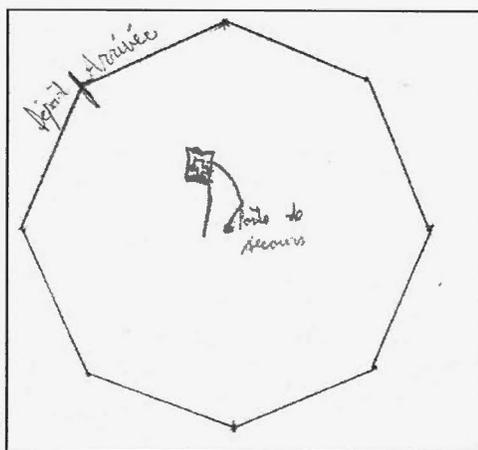


Figure 4.54 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève GE-PS

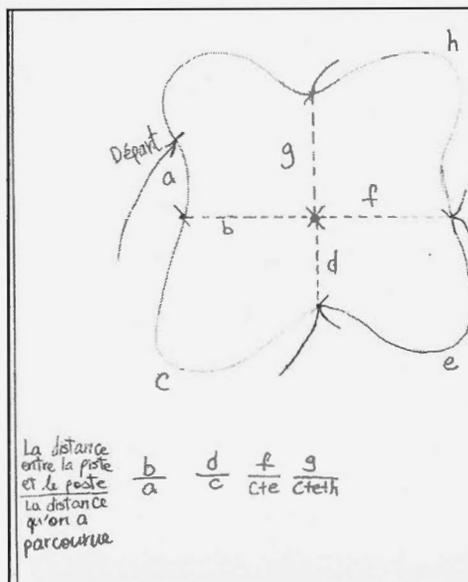


Figure 4.55 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève P-LPY

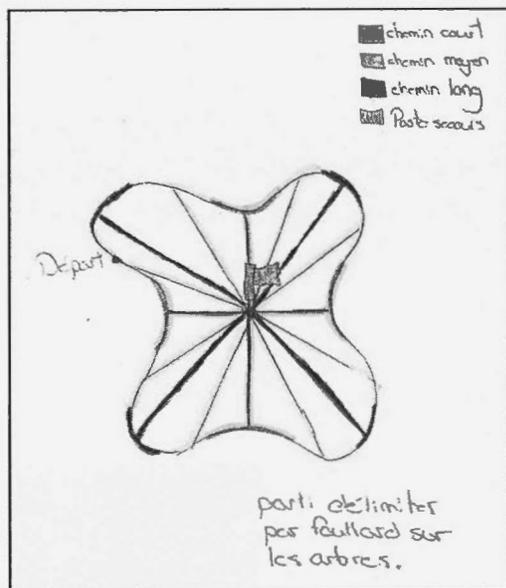


Figure 4.56 Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève L-SMM

4.5.4.4.2 Représentation des points repères, des phases et de la variation de la grandeur dépendante

En ce qui concerne les variables visuelles, nous regardons d'abord l'identification de points repères et de phases. Du fait de la nature des discussions de groupe ayant eu lieu durant les cours 1 à 3, nous nous attendons à ce que les représentations spontanées des élèves dans un registre visuel présentent majoritairement les quatre points les plus proches du poste de secours en guise de points repères et qu'il n'y ait pas de référence à des phases puisque l'approche favorisée par l'enseignante était statique.

Sur les 27 représentations visuelles, 14 présentent effectivement les quatre points sur la piste « les plus proches du poste de secours » (*voir* par exemple fig. 4.51 p. 182), mais seulement 4 présentent aussi les quatre points sur la piste « les plus loin du poste de secours » (*voir* par exemple fig. 4.57). Mais puisqu'un point repère indique un changement de variation, l'identification des points les plus proches ne suffit pas car sur une phase délimitée par deux points les plus proches, la variation n'est pas toujours la même. Ainsi, nous considérons que seuls les élèves qui ont identifié les quatre points les plus loin et les quatre points les plus proches représentent correctement la première variable visuelle.

Un seul élève présente ce qui pourrait ressembler à des phases. Nous parlons ici de l'élève L-SMM (*voir* fig. 4.56 p. 185) qui délimite des zones sur la piste. Mais ces phases ne sont pas celles qui correspondent à la variation de la grandeur dépendante, ce ne sont donc pas vraiment des phases.

Il est évident que pour la seconde variable visuelle, soit la qualification de la variation de la grandeur dépendante, l'approche statique favorisée en classe a une influence directe. En effet, certains élèves (2) ont essayé de qualifier les valeurs de la grandeur dépendante pour les points repères, comme le montre la représentation de l'élève GE-DG (*voir* fig. 4.57). Mais cela reste une qualification statique, on n'y voit pas la variation de la grandeur dépendante. Parmi les élèves qui font une tentative de représentation « graphique », on remarque que la plupart présentent une sorte de diagramme à bandes (8 élèves). Or, ce type de diagramme présente de manière statique discrète les informations (il y a une bande par point identifié), ce qui correspond bien à l'approche favorisée lors des discussions en classe, mais qui n'amène pas les élèves à regarder ce qui se passe d'un point à l'autre et ainsi à qualifier la variation de

la grandeur dépendante. Seuls 2 élèves utilisent un graphique plus proche du diagramme à lignes brisées, c'est le cas de l'élève L-GBL (voir fig. 4.52 p. 183) qui permet de montrer visuellement comment varie la valeur de la grandeur dépendante. Ces deux élèves sont donc les seuls à représenter la seconde variable visuelle. Nous pensons néanmoins, qu'en reliant les points ces élèves n'avaient pas forcément en tête l'approche dynamique de la situation, mais qu'ils se sont plutôt rattachés à ce qu'ils connaissaient de ce type de diagramme.

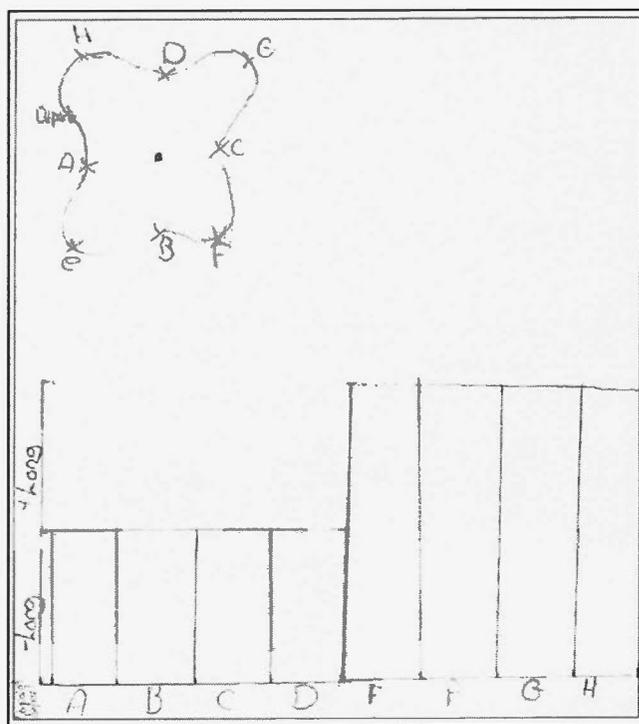


Figure 4.57 Représentation spontanée (registre « graphique ») de l'élève GE-DG

4.5.4.5 Synthèse sur les représentations spontanées dans un registre visuel

D'abord, nous avons constaté que les représentations visuelles des élèves de ce groupe étaient nombreuses (27 élèves sur 30 ont produit une représentation) et présentaient un niveau d'abstraction élevé. Malgré les différents facteurs ayant pu influencer les élèves, nous avons poursuivi notre analyse de manière à repérer les habiletés de représentation des unités significantes et des variables visuelles de ces élèves.

Nous avons établi que la première unité significative avait été représentée par 33% des élèves (9 sur 27) ayant produit une représentation visuelle, alors que 15% de ces élèves (4 sur 27) considèrent la seconde unité significative. Ainsi, bien que le passage à un autre registre de représentation ne semble avoir posé problème aux élèves, la représentation des éléments importants de la situation, soit ici des unités significantes, reste un obstacle.

Pour ce qui est des variables visuelles, les taux de réussite sont très faibles. Nous avons vu que plus de la moitié des élèves, ayant produit une représentation, ont représenté la première variable visuelle, mais qu'en fait cela n'était que le résultat de la reproduction de ce qui avait été fait en classe. En effet, les points repères identifiés par les élèves ne sont autres que ceux déjà identifiés par les élèves et l'enseignante lors des discussions en classe. Il est à noter qu'aucun élève n'a représenté réellement des phases de variation, ce que nous avons expliqué par la prédominance d'une approche statique de la situation lors des discussions en classe. Cette prédominance d'une approche statique a d'ailleurs nuit à la représentation de la seconde variable visuelle par les élèves puisque seulement 2 élèves (sur les 27 ayant produit une représentation visuelle) ont produit une représentation sur laquelle il est possible d'identifier comment varie de façon continue la valeur de la grandeur dépendante.

Finalement, les résultats de ce groupe fort se caractérisent d'abord par un haut taux de participation des élèves et par la diversité des représentations proposées. Ensuite, nous avons constaté que la première unité significative et la première variable visuelle étaient fréquemment représentées, alors qu'au contraire la seconde unité significative et la seconde variable visuelle l'étaient beaucoup moins. Les éléments les moins bien représentés restent ceux qui nécessitent une approche dynamique de la situation, soit les phases de variation et la qualification de la variation de la grandeur dépendante. Ce dernier résultat n'est pas

surprenant puisque cette approche dynamique n'a presque pas été utilisée par les élèves et l'enseignante lors des discussions en classe.

4.5.5 Analyse de l'évolution des élèves

4.5.5.1 Analyse globale

Ce qui nous intéresse ici c'est de dégager les tendances des élèves en ce qui concerne d'abord la perception des unités signifiantes et variables visuelles, puis la représentation de ces éléments dans un registre visuel (« figural » ou « graphique »). Ainsi, nous constatons que ce qui caractérise ce groupe est la constance des statistiques qui est en fait trompeuse.

En effet, il y a presque autant d'élèves qui ont identifié les unités signifiantes dans leurs descriptions écrites que d'élèves qui représentent ces unités signifiantes dans leurs représentations visuelles. Cependant, si on regarde de plus près l'évolution de chaque élève individuellement, on se rend compte que ce ne sont pas forcément les mêmes élèves qui identifient puis représentent ces éléments. En fait, pour la première unité signifiante, il y a 11 élèves qui l'identifient dans leur description et 11 élèves qui la représentent. Mais parmi les 11 premiers élèves, seulement 6 élèves représentent ensuite cette unité signifiante alors que les 5 autres ne le font pas. Il y a donc 5 élèves qui représentent la première unité signifiante sans l'avoir identifiée dans leur description. Pour la seconde unité signifiante, parmi les 7 élèves qui la perçoivent dans leur description, seulement 2 la représentent, mais 2 élèves qui ne l'avaient pas perçue d'après leur description, la représentent par la suite.

Pour ce qui est des variables visuelles, nous avons établi qu'aucun élève n'en démontrait la perception complète dans sa description écrite. En fait, la majorité des élèves ont construit leur description autour du « point le plus proche du poste de secours ». Dans les représentations visuelles, plus de la moitié des élèves mettent l'accent sur les « quatre points les plus proches du poste de secours », ce qui montre qu'il y a eu une certaine évolution, mais qu'elle n'a pas mené les élèves à la représentation complète de la première variable visuelle. Évidemment, la seconde variable visuelle a posé problème aux élèves tout au long de la démarche puisqu'il y a eu beaucoup de confusion dans la situation. Dans les descriptions écrites, cet élément n'apparaît que partiellement, c'est-à-dire qu'aucun élève ne l'identifie

complètement ; alors que dans les représentations visuelles, il apparaît seulement chez deux élèves. Il est donc évident que les discussions en classe n'ont pas permis aux élèves d'évoluer en ce qui concerne cette variable visuelle. Au contraire, l'habileté qu'ont démontrée tous les élèves dans leurs descriptions écrites relativement à une approche continue de la situation n'a pas été exploitée. Très peu de représentations mettent en évidence cette approche continue.

En résumé, l'analyse des productions écrites (représentations spontanées dans le registre « verbal ») et visuelles (représentations spontanées dans le registre « figural » ou « graphique ») des élèves montrent qu'il n'y a pas eu d'évolution flagrante des élèves en ce qui concerne la perception et la représentation des unités signifiantes et variables visuelles. Néanmoins, cette caractéristique globale ne reflète pas le cheminement de chaque élève et c'est pourquoi nous allons regarder de plus près les cas de 4 élèves.

4.5.5.2 Analyse détaillée de quelques cas

4.5.5.2.1 Le cas K-GPJC

Cet élève est un cas typique de ce groupe. En effet, il a d'abord produit une description succincte (*voir* fig. 4.58) dans laquelle on ne peut réellement distinguer qu'une seule grandeur, la distance parcourue. En effet, cet élève parle d'un « point » particulier qui d'après sa description se confond avec le poste de secours. Sa description comporte deux phases, celle avant le point et celle après le point. Il qualifie donc les variations de la grandeur indépendante lorsqu'il dit « plus il avance », mais la seconde grandeur prise en compte est la distance séparant le randonneur du point. Cette deuxième grandeur dépend de la première selon la description puisqu'il est dit que avant le point « plus il avance, plus il se rapproche » et après le point, « plus il avance, plus il s'éloigne ». L'élève établit donc une relation de dépendance, mais entre deux grandeurs qui ne sont pas celles imposées par l'énoncé de la situation. En fait, la grandeur indépendante est correcte, mais la grandeur dépendante ne l'est pas. Nous savons que cette mauvaise identification de la grandeur dépendante est le résultat d'une mauvaise interprétation de l'énoncé de la situation.

Ma description :
 Donc, plus il avance, plus il se rapproche du poste de secours.
 lorsqu'il dépasse ce point, plus il avance, plus il s'éloigne.

Figure 4.58 Description de l'élève K-GPJC

Ainsi, cet élève aurait certainement produit une description comportant les deux unités signifiantes s'il avait correctement interprété l'énoncé. Il aurait aussi probablement identifié partiellement la seconde variable visuelle car il adopte une approche dynamique continue du phénomène. La première variable visuelle est plus difficile à identifier dans cette situation puisqu'il faut prendre l'initiative de placer des points repères. Le « point » dont parle l'élève dans sa description est en quelque sorte un point repère puisqu'il sert de borne entre deux phases sur lesquelles la variation de la grandeur dépendante est différente. Néanmoins, nous ne pouvons pas dire que la première et la seconde variables visuelles sont complètement perçues puisqu'elles ne correspondent pas exactement à la situation proposée.

Par la suite, l'équipe K, dont cet élève fait partie, produit une description semblable à celle de cet élève. En fait, on y retrouve les mêmes caractéristiques avec quelques détails en plus comme le fait que le « point » est le « point le plus proche du poste de secours » et que lorsque le randonneur s'éloigne de ce point il se rapproche de l'arrivée. Cette dernière précision fait intervenir une troisième grandeur, la distance séparant le randonneur de l'arrivée. Mais cette grandeur n'est toujours pas celle qui nous intéresse dans la situation, il n'y donc pas d'évolution en ce qui concerne cet élève face à la perception des unités signifiantes et variables visuelles de la situation.

Lors des discussions en classe, l'élève K-GPJC ne s'exprime pas ouvertement, nous ne savons donc pas comment évolue son regard sur la situation. Mais sa représentation spontanée dans le registre « figural » (voir fig. 4.49 p. 181) nous informe sur ce qu'il est capable de représenter visuellement. Cette représentation met en évidence la grandeur dépendante pour certains points particuliers. L'élève indique d'ailleurs que « il y a plusieurs points près du poste de secours », ce qui montre qu'il ne s'intéresse plus qu'à un seul point mais à plusieurs. Cette évolution est celle que nous avons décrite au paragraphe 4.5.5.1. Cet

élève ne se limite cependant pas aux « quatre points les plus proches du poste de secours », mais à huit points car il semble vouloir intégrer les points les plus loin du poste de secours. On peut donc dire qu'en ce qui concerne l'identification des points repères, cet élève a évolué de manière significative même si la référence à ces points particuliers a été faite en classe. D'autre part, sa représentation visuelle ne présente pas un niveau d'abstraction très élevé puisqu'elle se situe au niveau 1 de notre classification (voir tableau 4.3 p. 179) et elle ne présente aucune des unités signifiantes de la situation. La seconde variable visuelle n'est évidemment pas présente non plus. Il est d'ailleurs décevant de constater que l'emphase mise sur les points repères propose une approche statique discrète de la situation alors que dans sa description écrite cet élève adoptait une approche dynamique continue. Ce changement nous apparaît comme une régression car nous avons choisi d'amener les élèves à adopter une approche dynamique continue du phénomène de manière à faire une étude qualitative de celui-ci.

4.5.5.2.2 Le cas L-GBL

Le cas de l'élève L-GBL est légèrement différent de celui de l'élève K-GPJC. En fait, ces deux élèves sont partis du même point si on compare leurs descriptions écrites. Effectivement, la description de l'élève L-GBL (voir fig. 4.59) est aussi construite autour du « point le plus proche du poste de secours ». La description commence par la considération de deux grandeurs : la distance entre le randonneur et le point de départ et la distance entre celui-ci et l'arrivée. En précisant que lorsque l'une des grandeurs augmente l'autre diminue, cet élève établit une relation de dépendance entre les deux grandeurs.

Ma description :

Lorsque le randonneur commence, il s'éloigne du départ mais se rapproche de l'arrivée. Il s'approche aussi du point le plus près du poste de secours. Lorsqu'il dépasse ce point il s'éloigne alors de celui-ci mais se rapproche de l'arrivée.

Figure 4.59 Description de l'élève L-GBL

Cependant, ces dernières ne sont pas celles qui devraient être dégagées de la situation. Par la suite, une autre grandeur intervient : la distance entre le randonneur et le « point le plus proche du poste de secours ». Cette grandeur dépend implicitement de la distance parcourue par le randonneur puisque l'élève utilise les expressions « lorsque le randonneur commence » et « lorsqu'il dépasse ce point ». Ainsi, on peut dire que l'élève perçoit une seule des deux grandeurs à repérer dans cette situation. Il établit aussi une relation de dépendance, mais pas avec la grandeur dépendante recherchée. Nous pensons donc que, comme pour l'élève K-GPJC, la mauvaise interprétation de l'énoncé de la situation a nuit à cet élève qui démontre de nettes habiletés à discriminer des grandeurs et à les mettre en relation. Évidemment, l'identification des variables visuelles est aussi influencée par l'interprétation de l'énoncé de la situation. Le seul point repère identifié est donc le « point le plus proche du poste de secours » et l'élève qualifie la variation de sa grandeur dépendante en fonction de ce point. Ce qui signifie que dans le cas où la grandeur dépendante aurait été correctement identifiée, cet élève aurait certainement perçu la seconde variable visuelle. Nous avons aussi remarqué que cet élève adoptait une approche dynamique continue de la situation, ce qui aide à confirmer cette dernière hypothèse.

La description de l'équipe de l'élève L-GBL présente exactement les mêmes éléments que la description individuelle de cet élève. Il n'y a donc pas d'évolution à cette étape du cheminement de cet élève.

Puisque cet élève n'a pas pris part aux discussions en classe, nous ne pouvons pas savoir à quel moment exactement cet élève a changé son interprétation de la situation. Nous savons effectivement qu'un changement majeur s'est produit puisque la représentation spontanée de l'élève L-GBL dans le registre « graphique » (voir fig. 4.52 p. 183) présente des éléments complètement différents. Nous pouvons d'abord décrire cette représentation comme étant de type « graphique ». En effet, nous retrouvons les deux axes bien identifiés, ainsi qu'une courbe très apparentée à un diagramme à lignes brisées. Le graphique est construit à l'aide de valeurs numériques inventées par l'élève puisque dans la situation il n'y a aucune valeur numérique fournie. Les valeurs de la grandeur indépendante (identifiée ici par « distance parcourue ») semblent avoir été estimées selon un ordre de grandeur donné par la figure. Les intervalles n'étant pas constants (donc pas d'échelle respectée), nous remarquons que les bonds d'une valeur à l'autre représentent une bonne estimation de la distance séparant

les points identifiés en classe, soit le point de départ et les quatre points les plus proches du poste de secours. Il est clair que pour cet élève il n'est pas nécessaire de respecter une certaine échelle sur l'axe horizontal puisque les intervalles sont grandement inégaux et la valeur 0 n'est pas placée à l'origine du repère. Ce graphique est donc clairement un diagramme à lignes brisées. Sur l'axe vertical, l'élève place bien la grandeur dépendante qu'il identifie par « distance jusqu'au poste de secours » et cette fois une échelle est respectée. Les longueurs semblent de nouveau avoir été estimées sur la figure car elles correspondent au bon ordre de grandeurs par rapport aux valeurs de la distance parcourue. Cependant, les points placés dans le graphique ne relatent pas exactement le phénomène. Du premier au deuxième point, il est vrai que la grandeur dépendante diminue, mais par la suite elle ne diminue pas jusqu'au point repère suivant, à moins que ce point ne soit pas un des points les plus proches du poste de secours. Il semble donc que cet élève soit conscient de comment varie la valeur de la grandeur dépendante et qu'il essaie de faire parler son graphique de manière à répondre à ce qu'il veut, mais il y a alors incohérence. Malgré tout, nous pouvons dire que cet élève représente à la fois les unités signifiantes et les variables visuelles de la situation. Par contre, pour les variables visuelles, elles ne sont pas correctement représentées et elles restent implicites au mode de représentation utilisé.

Il est clair que cet élève a fait un bond majeur entre sa description écrite et sa représentation visuelle. Cela peut être dû soit à une évolution réelle du regard porté par cet élève sur la situation, soit à l'intervention d'une aide lors du travail effectué à l'extérieur de la classe.

4.5.5.2.3 Le cas EX-BV

La première phrase écrite par cet élève montre que comme l'élève L-GBL, il établit une première relation de dépendance entre la distance parcourue et la distance qu'il reste à parcourir. Puisque cette relation ne permet pas une analyse approfondie du phénomène, nous allons nous concentrer sur la deuxième phrase écrite par l'élève EX-BV. Par cette phrase, il montre qu'il a regard différent sur la situation par rapport aux deux premiers élèves. En effet, la description individuelle de l'élève EX-BV (voir fig. 4.60) montre la perception des unités signifiantes puisque d'une part les deux grandeurs sont bien identifiées et d'autre part elles

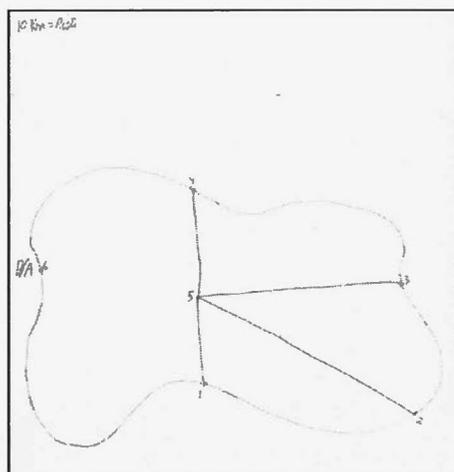
sont mises en relation. En effet, en indiquant « on avance » l'élève parle de la grandeur indépendante qu'il met en relation avec la grandeur dépendante repérée par l'expression « la distance à parcourir pour atteindre le poste de secours ». Les variables visuelles sont aussi présentes dans cette description. D'abord, on retrouve l'identification d'un point repère qui correspond en fait à l'atteinte d'un minimum. Ce point est toujours le « point le plus proche du poste de secours ». Ensuite, l'élève parle de la grandeur dépendante qui « diminue » et « grandi » tout au long du trajet, il identifie donc la seconde variable visuelle. Néanmoins, les deux variables visuelles sont simplement effleurées puisqu'il manque plusieurs points repères qui permettent d'ailleurs de préciser à partir d'où sur la piste la grandeur dépendante change de variation. La description montre donc que l'élève a identifié correctement ce qu'il fallait identifier, mais elle reste à un niveau très global.

La description de l'équipe de l'élève EX-BV est semblable à celle de l'élève. Le seul élément ajouté est la référence à un autre point repère, le « point le plus éloigné » du poste de secours. Ainsi, il n'y a pas une grande évolution de l'élève à cette étape.

La représentation visuelle de l'élève EX-BV est présentée dans le registre « figural » (voir fig. 4.61). Elle présente la piste de randonnée schématisée sur laquelle quelques points sont identifiés par des numéros. On voit en haut de la feuille que l'élève a posé une longueur pour la piste complète, ce qui indique que pour cet élève il est nécessaire de connaître cette donnée numérique pour compléter la tâche. Cette représentation n'est pas très évoluée puisqu'elle se trouve à un niveau 1 d'abstraction et qu'elle ne présente que très peu d'éléments. En effet, on retrouve uniquement la grandeur dépendante qui est matérialisée par des segments et certains points repères qui sont identifiés par des numéros. Il manque énormément d'information, ce qui ne permet pas d'interpréter cette représentation de manière à retrouver clairement les unités signifiantes et les variables visuelles.

Ma description :

Plus on avance, moins il reste de chemin à parcourir pour arriver au point d'arrivée. On avance jusqu'à ce que la distance à parcourir pour atteindre le poste de secours diminue et grandit jusqu'à un moment donné où la distance devient la plus courte.

Figure 4.60 Description de l'élève EX-BV**Figure 4.61** Représentation spontanée (registre « figural ») de l'élève EX-BV

Finalement, on voit que pour cet élève, la perception des unités significatives et variables visuelles n'a pas posé problème, par contre, la représentation de ces éléments dans un autre registre s'est avérée une grande difficulté. Nous avons ici l'exemple d'un élève pour lequel l'obstacle se situe au niveau de la conversion des registres de représentation. Cet élève est en fait le représentant d'un groupe d'élèves qui ont suivi un cursus semblable.

4.5.5.2.4 Le cas G-RME

Ce dernier cas en est un isolé. En fait, cet élève suit un parcours particulièrement intéressant dans le sens où il dépasse nos attentes. D'abord, malgré la confusion généralisée face à l'interprétation de l'énoncé de la situation, l'élève G-RME propose une description

écrite (voir fig. 4.62) qui contient tous les éléments importants. D'abord, les deux grandeurs sont identifiées et mise en relation. Ensuite, l'élève parle qu'on se rapproche du poste de secours jusqu'à un certain point, lorsqu'on dépasse ce point on s'éloigne du poste de secours jusqu'à un autre bout de la piste où on va se rapprocher de nouveau. Cette dernière description propose à la fois un point repère (« certain point ») et des phases (« bout »). Sur ces phases, on comprend que soit la grandeur dépendante augmente soit elle diminue. Il y a d'ailleurs un certain enchaînement déterminé d'augmentation et de diminution jusqu'à la fin du trajet. Lors de notre analyse globale des descriptions des élèves, nous n'avions cependant pas considéré que la perception de la première variable visuelle était complète puisqu'en effet il manque des précisions sur le nombre de points repères et sur leur position sur la piste.

Lors de la composition de la description d'équipe, soit cet élève ne s'est pas montré assez convaincant, soit il a préféré adhérer au point de vue des autres élèves car on remarque que dans cette description (voir fig. 4.63), il est question d'un seul point repère, le « point le plus court entre la piste et le poste de secours ». Après ce point, il est indiqué que « la distance augmente si on continue d'avancer ». Pour l'élève G-RME, cette description constitue un pas en arrière, mais c'est la représentation visuelle qui nous permettra de vérifier comment cet élève a réellement évolué.

Ma description :
 Plus la distance parcourue sur la piste est grande,
 plus elle nous rapproche du bout de la piste et du poste
 de secours jusqu'à un certain point. Passé cet endroit,
 plus on avance sur la piste, plus on s'éloigne du
 poste de secours jusqu'à un autre ^{bout} où l'on se rapproche
 et ainsi de suite jusqu'à l'accroche.

Figure 4.62 Description de l'élève G-RME

La description de l'équipe :
 Plus on avance sur le parcours plus on se rapproche
 du point d'arrivée et du poste de secours. Lorsqu'on
 atteint le point le plus court entre la piste et
 le poste de secours la distance augmente si on
 continue d'avancer.

Figure 4.63 Description de l'équipe G

D'un premier coup d'œil, on se rend compte que la représentation visuelle de l'élève G-RME (voir fig. 4.64) correspond davantage à la description individuelle produite par cet élève qu'à la description d'équipe. En effet, la représentation spontanée est présentée dans le registre « graphique ». Mais ce qui est surprenant, c'est que le graphique produit ne peut pas être directement rattaché à une représentation connue des élèves, ni même à une représentation officielle. En fait, contrairement à l'élève L-GBL par exemple (voir paragraphe 4.5.5.2.2), cet élève ne s'est pas rattaché à un quelconque diagramme statistique. On peut aussi difficilement imaginer qu'une aide de l'extérieur lui ait proposé ce type de graphique puisqu'il ne correspond pas à un modèle scolaire. En regardant de plus proche cette représentation, nous en avons dégagé ses particularités. D'abord, il n'y a aucune valeur numérique, ce qui respecte la situation proposée et qui permet de rester dans une approche qualitative du phénomène. Ensuite, les deux grandeurs sont bien identifiées. Sur l'axe horizontal se trouve la grandeur indépendante identifiée par « distance parcourue sur la piste », l'élève a identifié des points repères par des lettres qu'on retrouve sur la figure de manière à pouvoir repérer l'endroit où se trouve le randonneur. Sur l'axe vertical, l'élève utilise les qualificatifs « longue », « moyenne » et « courte » en parlant de la grandeur dépendante qui est la « distance du poste de secours par rapport à la piste ». On voit d'ailleurs qu'au niveau de l'axe horizontal on ne se trouve pas à une distance 0 mais à une certaine distance qui est minimal et qui est atteinte en quatre points de la piste. Finalement, la courbe qui est tracée montre bien comment varie la valeur de la grandeur dépendante en tenant compte du fait qu'on a une grandeur continue et qu'il y a un maximum et un minimum qui sont atteints à plusieurs reprises. La seule incohérence de ce graphique est la valeur de la

grandeur dépendante à l'arrivée puisque celle-ci devrait être la même qu'au départ. Toutes ces caractéristiques montrent bien que toutes les unités significantes et les variables visuelles sont représentées.

Cet élève semble comprendre du début à la fin en quoi consiste le phénomène. Non seulement il est capable d'identifier les unités significantes et les variables visuelles, mais il est aussi capable de les représenter visuellement. La représentation obtenue répond aux besoins de la situation et c'est pourquoi nous la trouvons très appropriée même si elle ne correspond pas exactement à la représentation officielle que nous désirons faire construire par les élèves. Nous avons donc ici un bon exemple de ce dont nous avons parlé dans nos objectifs de recherche.

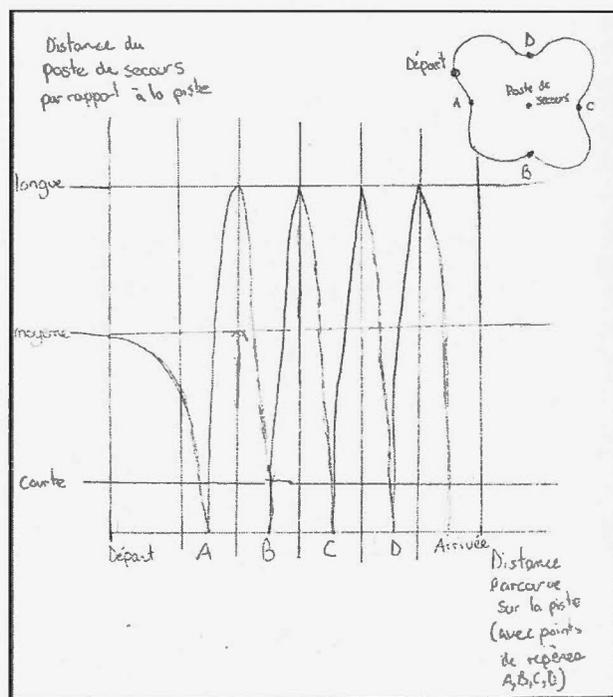


Figure 4.64 Représentation spontanée (registre « graphique ») de l'élève G-RME

4.5.5.3 Synthèse sur l'évolution des élèves du groupe A

Lors de notre analyse globale de l'évolution des élèves, nous avons fait remarquer qu'il y avait une certaine constance dans les productions des élèves. En fait, nous avons relevé la perception des unités signifiantes et variables visuelles dans plusieurs descriptions écrites, ainsi que la représentation de ces éléments dans plusieurs représentations visuelles. Néanmoins, chaque élève présente un cheminement qui lui est propre et bien que certains cheminements soient assez semblables, il est difficile de généraliser les comportements des élèves de ce groupe.

L'analyse de quelques cas d'élèves nous a permis de regarder de plus près certaines descriptions et représentations visuelles. Nous avons, entre autres, mis en évidence les caractéristiques des descriptions des élèves découlant de la mauvaise interprétation de l'énoncé de la situation, ainsi que la diversité des représentations spontanées exprimées dans un registre visuel.

Nous savons que lors des discussions en classe, l'enseignante a laissé une grande liberté à ses élèves. D'un côté, nous avons vu que cette liberté avait été à la source de beaucoup de confusion, mais d'un autre côté c'est certainement elle qui a permis une si grande variété dans les résultats. En effet, les élèves n'ont jamais vraiment été dirigés et c'est pourquoi nous ne retrouvons pas de réelles lignes directrices dans les résultats.

4.6 Comparaison des résultats des trois groupes

Dans cette section nous allons essayer de mettre en parallèle les résultats des trois groupes de manière à dégager des points communs et des différences. Il est à noter que notre objectif n'est pas d'établir si un groupe d'élèves a mieux performé qu'un autre lors de cette expérimentation puisqu'il est, à notre avis, impossible d'émettre de telles conclusions. Nous allons voir en effet que les multiples facteurs qui sont intervenus influencent grandement les résultats et que d'un groupe à l'autre ces facteurs sont différents.

Nous regarderons donc chronologiquement les productions des élèves, soient les descriptions individuelles, les descriptions d'équipes puis les représentations visuelles, puis

nous nous intéresserons à l'évolution des élèves de ces représentations spontanées dans chacun des groupes.

4.6.1 Descriptions individuelles

Dans chacun des groupes, tous les élèves ont produit une description écrite individuellement. Si on regarde d'abord la forme des descriptions, on se rend vite compte que plus les élèves appartiennent à un groupe qualifié de « fort » plus les descriptions sont longues, articulées et faciles à lire. En fait, dans le groupe faible (groupe C), nous avons remarqué que la rédaction écrite posait problème et que la plupart des descriptions étaient succinctes, incomplètes et difficiles à lire du fait des faiblesses en français écrit. Dans le groupe régulier (groupe B), les descriptions étaient un peu plus détaillées et les idées mieux exprimées que dans le groupe faible. Alors que les descriptions des élèves du groupe fort (groupe A) se sont largement démarquées par la qualité de leur forme. Les descriptions de ce dernier groupe étaient bien organisées, le vocabulaire riche et bien choisi, les idées claires et articulées, ce qui en facilitait évidemment la lecture et la compréhension. Il est donc évident qu'en ce qui concerne la forme des descriptions, les élèves plus fort se démarquent, ce qui d'ailleurs était prévisible puisque ces élèves sont sélectionnés pour leurs réussites dans l'ensemble des matières scolaires.

Cependant, il nous semble indispensable de distinguer le fond de la forme et c'est pourquoi nous allons comparer le contenu des descriptions au-delà de la manière de présenter ce contenu. Il est certain que plus une description est facile à lire, plus on y comprend les idées, mais nous avons creusé de manière à interpréter le mieux possible toutes les descriptions même les plus mal formulées et c'est pourquoi nous pouvons en comparer le contenu. Lors de notre analyse, nous avons d'abord qualifié globalement le fond des descriptions proposées dans chaque groupe. Nous avons établi que dans le groupe C les élèves formulaient des idées très variées. La variété de ces idées nous a d'ailleurs empêché de dégager les idées principales des élèves. À l'inverse, les descriptions du groupe B présentaient moins d'idées, ce qui nous a permis d'établir un portrait global de ce qui avait été compris dans la situation. Pour le groupe A, il était clair que la majorité des élèves avaient mal interprété la situation puisque la plupart des descriptions mettaient clairement en

évidence la confusion. Ainsi, d'un premier coup d'œil on se rend compte que lorsqu'il s'agit du contenu, la comparaison devient plus difficile. On ne peut plus vraiment dire si un groupe d'élèves réussit mieux qu'un autre puisque le groupe A a mal compris l'énoncé et les interventions de l'enseignante n'ont pas permis de remédier à la situation, le groupe C a présenté beaucoup d'idées en bataille alors que le groupe B a semblé plus uniforme dans sa manière de comprendre la situation.

Nous allons tout de même approfondir notre comparaison en regardant le contenu de plus près soit en nous intéressant à la perception des unités signifiantes et variables visuelles. Pour faciliter la comparaison, nous avons compilé les statistiques sur les unités signifiantes, établies tout au long de l'analyse, dans le tableau 4.4. Ce qui ressort de la comparaison de ces statistiques, c'est que les descriptions des élèves du groupe C semblent témoigner d'une meilleure perception de la première unité signifiante que celles de leurs pairs dans les groupes B et A. Pour la seconde unité signifiante, les résultats sont surprenants puisque dans les groupes C et A il y a environ le quart des élèves qui la perçoivent correctement alors que dans le groupe B, aucun élève ne le fait. Il est donc évident qu'au point de vue du contenu des descriptions, le niveau de réussite ne dépend plus du tout du niveau scolaire des élèves. Au contraire, ces résultats semblent dire que les élèves les plus faibles scolairement perçoivent mieux les unités signifiantes que les autres. En fait, nous considérons que la différence entre ces résultats est tout simplement la conséquence de l'intervention de plusieurs facteurs. D'abord, nous savons que dans le groupe C, l'enseignant a passé plus de temps à expliquer la situation aux élèves car ceux-ci avaient beaucoup de questions et ils ne comprenaient pas ce qu'ils devaient faire. Dans ce contexte, il est vrai que l'enseignant a forcément donné plus de pistes de réflexion aux élèves, il leur a aussi donné des exemples et a répété plusieurs fois les mêmes explications (sur ce qu'est la « distance à vol d'oiseau » par exemple). Dans le groupe B, ce même enseignant a donné moins d'explications, tout simplement parce que les élèves, plus sûrs d'eux ont posé moins de questions. Quant au groupe A, les élèves ont pris du temps à comprendre et ont posé beaucoup de questions. Mais cette fois ce qui diffère c'est l'approche de l'enseignante. Cette dernière a laissé beaucoup plus de liberté aux élèves ce qui fait que contrairement à l'enseignant des groupes B et C, elle n'a pas fourni d'explications sur la situation, elle a plutôt repris ce que les élèves disaient même si ceux-ci avaient mal interprété l'énoncé. En résumé, en ce qui concerne les unités signifiantes, les deux facteurs

majeurs ayant influencés les résultats sont le temps et l'approche pédagogique de l'enseignant.

En ce qui concerne les variables visuelles, nous n'avons pas construit de tableau récapitulatif car dans tous les groupes, aucun élève n'a été capable de percevoir correctement et complètement ces éléments dans sa description écrite. Nous ne sommes pas surpris de ce résultat car nous avons évalué cette tâche comme étant plus difficile et comme représentant une étape ultérieure à la perception des unités significantes. Néanmoins, lors de notre analyse, nous nous sommes intéressés à certaines caractéristiques des descriptions des élèves en lien avec ces variables visuelles. D'abord, nous avons établi que dans chacun des groupes, plusieurs élèves percevaient partiellement la première variable visuelle puisqu'ils faisaient référence à certains points pris comme repères. Ces derniers n'étaient pas forcément de vrais points repères qui délimitent un changement de variation de la grandeur dépendante, mais les élèves s'en sont servis comme tel. Certains ont aussi identifié de vrais points repères sans ressentir le besoin de tous les identifier de manière à décrire précisément le phénomène. Nous pensons par exemple aux élèves qui font référence à un point repère en précisant qu'avant ce point la grandeur dépendante diminue et qu'ensuite elle augmente, ce qui est vrai localement, mais qui ne tient pas compte du phénomène complet (du début à la fin du trajet). Nous avons aussi repéré certaines habiletés en relation avec la perception de la seconde variable visuelle.

Tableau 4.4 Perception des unités significantes d'après les descriptions individuelles : comparaison des trois groupes

	Groupe C	Groupe B	Groupe A
Pourcentage des élèves ayant discriminé les deux grandeurs observées (première unité significative)	70% (19 sur 27)	35% (8 sur 23)	47% (14 sur 30)
Pourcentage des élèves ayant établi une relation de dépendance entre les deux grandeurs observées (deuxième unité significative)	26% (7 sur 27)	0% (0 sur 23)	23% (7 sur 30)

En effet, au paragraphe 4.3.1.3.2, nous avons déterminé que « la qualification de la variation de la grandeur dépendante sur certaines phases déterminées exige, outre l'identification des phases, de qualifier les valeurs que prend la grandeur dépendante en adoptant une approche continue de la situation », c'est pourquoi nous avons tenté de repérer les traces d'habileté à qualifier les valeurs de la grandeur dépendante et à adopter une approche continue de la situation dans les descriptions des élèves. Cette analyse s'est avérée fructueuse puisque la majorité des élèves dans chaque groupe démontrent dans leur description l'une, l'autre ou les deux habiletés identifiées. Ainsi, il est vrai que la perception des variables visuelles représentait une tâche difficile, mais il est encourageant de voir à travers les descriptions écrites que beaucoup d'élèves possèdent au moins une habileté nécessaire à la réalisation de cette tâche.

Finalement, la comparaison des descriptions des trois groupes a fait ressortir les éléments suivants :

- Plus les élèves sont forts, meilleure est la forme des descriptions,
- Il est impossible de comparer le contenu des descriptions sans tenir compte des facteurs ayant influencé leur production,
- Les facteurs ayant influencés les résultats relativement à la perception des unités signifiantes sont le temps alloué aux explications, aux questions et à la réflexion, ainsi que l'approche pédagogique de l'enseignant (plus ou moins directive),
- La perception des unités signifiantes a été mieux réussie dans le groupe plus faible (groupe C) ayant bénéficié de plus de temps et d'une approche pédagogique plus directive,
- Les variables visuelles ne sont pas perçues correctement et complètement par aucun élève,
- La majorité des élèves démontrent au moins une habileté nécessaire à la perception des variables visuelles.

4.6.2 Descriptions d'équipes

La construction des descriptions d'équipes ne s'est pas déroulée de la même manière dans les trois groupes. D'un côté, dans les groupes C et B, les élèves ont procédé en

s'échangeant les descriptions, ainsi ils ont d'abord lu les descriptions des autres membres de l'équipe. Ensuite, ils ont choisi une des descriptions selon des critères qui varient d'une équipe à l'autre. Certains ont choisi la description la mieux écrite, d'autres la plus longue ou encore celle de l'élève qui semblait le plus sûr de lui. Ainsi, pour le groupe C les descriptions proposées sont une retranscription exacte de la description d'un des élèves de l'équipe alors que pour le groupe B ce sont des descriptions très proches d'une de celle produite par un élève. En fait, dans ce dernier groupe, il y a quelques descriptions qui ont subi des changements mineurs lors de la retranscription. Cette activité a duré moins de 10 minutes puisqu'il y a eu très peu d'échanges entre les élèves.

D'un autre côté, dans le groupe A, les élèves se sont aussi échangés les descriptions. Après que chaque membre ait lu les descriptions des autres, ils ont entamé une discussion sur ces productions. Lors de ces échanges, certains ont débattu plus ou moins fort pour défendre leur point de vue, d'autres se sont entendus rapidement. Un des élèves a alors entrepris la rédaction de la description de l'équipe. Cette rédaction reprend des idées issues de plusieurs descriptions individuelles et du consensus établi dans l'équipe. Évidemment, contrairement aux groupes B et C, la rédaction est de bonne qualité et il n'y a pas de retranscription exacte de la description d'un des élèves de l'équipe. Cette activité a duré plus de 20 minutes et certaines équipes n'avaient pas terminé.

Finalement, l'analyse du contenu des descriptions d'équipes montre que les élèves des groupes B et C n'ont pas vraiment évolué dans leurs idées, ce qui est plutôt normal puisqu'ils ont repris intégralement ce qui avait été dit dans les descriptions individuelles. Par contre, les élèves du groupe A présentent une certaine évolution particulièrement en ce qui concerne la perception des variables visuelles, ce qui est certainement dû à l'émergence de nouvelles idées suite aux discussions ayant eu lieu. Ainsi, deux facteurs ont influencé les résultats à cette étape de la séquence d'enseignement : le temps et le type d'échanges entre les élèves. En fait, ces deux facteurs sont reliés puisque les élèves qui ont davantage partagé, discuté et débattu du sujet ont pris plus de temps à construire la description de l'équipe. Il est évident qu'il n'aurait pas forcément été positif de laisser plus de temps aux élèves des groupes B et C puisque ceux-ci n'avaient de toute façon pas le réflexe de discuter de manière à faire évoluer leurs idées. L'habileté à échanger, discuter, débattre etc. est directement liée, à notre avis, à trois choses : l'assurance des élèves face à la tâche, l'habileté à s'exprimer oralement et

l'habitude du travail en équipe. Or, il est bien évident que les deux premiers éléments sont beaucoup plus présents chez des élèves forts qui réussissent dans toutes les matières scolaires et qui pour cela sont davantage valorisés (que ce soit à l'école, à la maison ou dans la société en général). Pour le troisième élément, il semble que dans le système scolaire actuel, le travail d'équipe ne soit pas une approche pédagogique très utilisée, du moins pas de la manière où nous l'utilisons dans cette séquence d'enseignement. Si nous prenons simplement l'exemple des trois groupes tests de notre expérimentation, la consultation des enseignants a révélé que le groupe A avait l'habitude du travail en équipe, mais pas les groupes B et C. En fait, les élèves du groupe A étant privilégiés, ils participent à plusieurs projets scientifiques dans lesquels ils travaillent beaucoup sous forme collaborative. Les élèves des groupes B et C quant à eux ont besoin de plus de temps pour atteindre les objectifs fixés par le programme et c'est pourquoi l'enseignant minimise les pertes de temps qui, selon lui, peuvent être associées à l'organisation qu'exige le travail collaboratif.

Finalement, la comparaison des descriptions d'équipes des trois groupes a fait ressortir les éléments suivants :

- Le travail d'équipe n'a permis l'évolution que des élèves du groupe A,
- Il y a deux facteurs qui ont influencé l'évolution des élèves lors de la construction de la description d'équipe : le temps alloué à la tâche et le type d'échanges entre les élèves ; plus les échanges ont été nombreux entre tous les élèves de l'équipe et de différents types (discussions, débats etc.), plus le temps alloué à la tâche a été long et plus les idées des élèves ont évolué (cette remarque est issue de la comparaison des groupes entre eux et non des équipes d'un même groupe entre elles),
- Il y a trois éléments qui, selon nous, ont favorisé le nombre et la variété des échanges entre les élèves: l'assurance face à la tâche, l'habileté à communiquer oralement et l'habitude à réaliser ce type d'échanges, soit à effectuer un travail collaboratif.

4.6.3 Représentations visuelles

À partir d'ici, il devient encore plus difficile de comparer les résultats des différents groupes. En effet, les facteurs contextuels deviennent de plus en plus nombreux et différents d'un groupe à l'autre. D'abord, le taux de participation n'est pas le même, dans le groupe C 78% des élèves (21 sur 27) ont produit une représentation visuelle, dans le groupe B c'est seulement 48% des élèves (11 sur 23) et dans le groupe A 90% (27 sur 30). Cette participation peut être à la fois le résultat de la compréhension de la situation, de la difficulté de la conversion vers un autre registre et du temps alloué à la tâche. Le groupe A par exemple a un très haut taux de participation à cette activité, mais nous savons que les élèves de ce groupe ont eu à terminer la tâche en devoir, chez eux, alors que les élèves des groupes B et C n'ont pas eu ce privilège.

Nous allons quand même tenter de comparer certains résultats relatifs aux représentations visuelles. Ce qui se compare bien c'est d'abord le niveau d'abstraction de ces représentations. Nous avons d'ailleurs constitué un tableau récapitulatif (*voir* tableau 4.5) de la classification des représentations spontanées dans un registre visuel à partir des tableaux 4.1, 4.2 et 4.3 du présent chapitre. Dans ce tableau, nous avons mis en caractères gras les pourcentages les plus élevés de manière à mettre en évidence les niveaux d'abstraction où se situent la plupart des représentations des élèves de chaque groupe. Dans le groupe C, les représentations sont concentrées aux niveaux 0 et 1 d'abstraction, dans le groupe B elles sont concentrées au niveau 1, alors que dans le groupe A, elles sont réparties entre les niveaux 1, 2 et 3, mais le plus haut pourcentage est au niveau 3. Cette comparaison montre clairement que plus les élèves sont forts, plus le niveau d'abstraction de leurs représentations visuelles est élevé. Ce résultat n'est pas vraiment surprenant puisque le passage à l'abstraction nécessite la maîtrise de plusieurs habiletés et fait appel à un processus mental complexe. Néanmoins, rappelons-nous que les élèves du groupe A ont travaillé sur leurs représentations visuelles en dehors de la classe, ce qui rend impossible une comparaison objective de ces résultats.

Tableau 4.5 Niveau d'abstraction des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique ») : comparaison des trois groupes

Niveau d'abstraction		Niveau 0	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
Groupe C	Nombre de productions*	8	8	3	2
	% des productions*	38%	38%	14%	10%
Groupe B	Nombre de productions*	0	6	4	1
	% des productions*	0%	55%	36%	9%
Groupe A	Nombre de productions*	5	6	6	10
	% des productions*	19%	22%	22%	37%

*ces nombres tiennent compte du nombre de représentations visuelles produites et non du nombre total d'élèves, soit 21 représentations visuelles pour le groupe C, 11 pour le groupe B et 27 pour le groupe A.

En ce qui concerne les unités significantes et les variables visuelles, nous avons répertorié le nombre d'élèves de chaque groupe qui en ont fait la représentation (nous avons repris les données de l'analyse détaillée de chaque groupe). Cela nous donne le tableau 4.6. Nous ne pouvons pas vraiment comparer tous les groupes entre eux puisque la difficulté de la tâche n'était pas la même dans les deux versions de la situation-problème et les facteurs contextuels ont été différents dans les deux écoles. Par contre, nous pouvons comparer les groupes B et C qui, provenant de la même école, ont eu le même enseignant et la même version de la situation-problème. Comme point commun, nous remarquons que la première unité signifiante et la seconde variable visuelle sont les éléments les mieux représentés dans ces deux groupes. Alors que la plus grande différence se situe au niveau de la première variable visuelle qui est représentée par quelques élèves du groupe B alors qu'elle ne l'est pas du tout par les élèves du groupe C. En fait, plusieurs élèves du groupe B ont mis l'accent dans leur représentation visuelle sur l'identification de phases de variation. Or, en identifiant ces phases, nous avons considéré que ces élèves représentaient implicitement les deux grandeurs observées, soit la première unité signifiante. Les élèves du groupe C quant à eux ont d'abord essayé de représenter cette première unité signifiante et ils en sont restés là. Pour le groupe A, les résultats sont quelques peu différents. Le tiers des élèves représentent la première unité signifiante, mais les autres éléments sont très peu représentés. La seconde variable visuelle

est l'élément le moins présent dans les représentations visuelles des élèves, ce qui, à notre avis, est dû à l'approche statique discrète favorisée lors des discussions en classe. Nous avons fait le total des élèves pour chaque élément à représenter de manière à avoir un portrait global des trois groupes. Nous constatons donc que sur l'ensemble des groupes, il y a un peu plus du quart des élèves qui ont représenté la première unité signifiante et la seconde variable visuelle. Cependant, le seul élément qui est fréquemment représenté à la fois dans les trois groupes est la première unité signifiante.

Finalement, la comparaison des représentations visuelles est difficile à effectuer. Les seuls éléments qui peuvent en être ressortis sont les suivants :

- Il semble y avoir une corrélation entre le niveau scolaire des élèves et le niveau d'abstraction des représentations visuelles produites ; plus les élèves sont forts, plus le niveau d'abstraction est élevé,
- L'élément qui a été le mieux représenté dans les représentations visuelles des élèves, indépendamment des facteurs contextuels, est la première unité signifiante (identification des deux grandeurs observées).

Tableau 4.6 Nombre d'élèves ayant représenté les unités signifiantes et variables visuelles dans leur représentation visuelle

	1^{ère} unité signifiante	2^{ème} unité signifiante	1^{ère} variable visuelle	2^{ème} variable visuelle
Groupe C (27 élèves)*	5	1	0	9
Groupe B (23 élèves)*	7	1	6	11
Groupe A (30 élèves)*	10	4	4	2
Total (80 élèves)	22	6	10	22

* nombre total d'élèves dans le groupe

4.6.4 Évolution des représentations spontanées des élèves

Ce qui nous intéresse à présent, c'est la comparaison de l'évolution des élèves dans chacun des groupes. D'abord, l'analyse de l'évolution des élèves effectuée indépendamment pour chacun des groupes a montré qu'il était difficile de faire ressortir des comportements typiques d'élèves. En effet, nous avons trouvé une multitude de cas de figure. Certains sont plus surprenants que d'autres, par exemple, nous ne nous attendions pas à voir des élèves ne percevant pas certains éléments d'après leur description, les représenter ensuite. Cependant, ce qui se dégage uniformément des trois groupes d'élèves est la difficulté de la conversion d'un registre à un autre. Alors que tous les élèves avaient produit une description écrite, certains n'ont pas produit de représentation visuelle. Ainsi, les éléments les mieux représentés visuellement ne le sont que par environ le quart des élèves. Prenons l'exemple de la première unité signifiante : 70% des élèves (19 sur 27) du groupe C l'ont perçue d'après leur description écrite alors que seulement 19% (5 sur 27) l'ont représentée, 35% des élèves (8 sur 23) du groupe B l'ont perçue d'après leur description écrite alors que 30% (7 sur 23) l'ont représentée et 47% des élèves (14 sur 30) du groupe A l'ont perçue d'après leur description écrite alors que 30% (9 sur 30) l'ont représentée. Ces statistiques nous montrent que tous les groupes d'élèves ont rencontré des difficultés lorsqu'il a fallu changer de registre de représentation. Mais ces difficultés n'ont pas été les mêmes dans chaque groupe puisqu'on peut voir que dans le groupe C la différence est beaucoup plus grande. Pour ce qui est des variables visuelles, on observe le phénomène inverse. Les élèves ne les ont pas perçues correctement d'après leurs descriptions, mais certains réussissent à les représenter. Puisque ces éléments n'étaient pas vraiment identifiés au départ, nous ne pouvons pas parler de la difficulté de la conversion de registres. En fait, à ce niveau, plusieurs facteurs contextuels entrent en ligne de compte, ce sont principalement le contenu des discussions en classe, le contenu des interventions de l'enseignant(e) et le temps d'appropriation de la situation par les élèves.

Finalement, il est difficile de dégager des cheminements typiques d'élève à l'intérieur de cette séquence d'enseignement. En effet, bien que la conversion d'un registre de représentation à un autre soit une difficulté fréquemment rencontrée, certains élèves la

surmontent. L'analyse de l'évolution des élèves a donc permis de faire ressortir les éléments suivants :

- La conversion d'un registre à un autre a représenté une difficulté pour plusieurs élèves,
- Certains éléments ne sont pas perçus d'après les descriptions écrites, mais sont représentés par quelques élèves par la suite, c'est le cas des variables visuelles,
- Les facteurs contextuels ayant fortement influencé les élèves dans leur évolution sont le contenu des discussions en classe, le contenu des interventions de l'enseignant(e) et le temps d'appropriation de la situation.

4.7 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons concentré notre analyse sur les productions des élèves recueillies lors des étapes 1 à 3 de la séquence d'enseignement présentées à l'article 3.2.4. À partir de ces productions, nous voulions d'abord établir si les unités signifiantes et les variables visuelles de la situation étaient perçues par les élèves. Ensuite, nous voulions identifier les moyens utilisés par les élèves pour représenter ces éléments signifiants dans le registre « verbal » (description écrite) et un registre visuel (représentation visuelle dans le registre « figural » ou « graphique »). Et finalement, l'analyse de l'évolution des représentations spontanées des élèves devait nous permettre d'identifier certains facteurs influençant cette évolution. Notre analyse des résultats nous a en effet permis de répondre à ces objectifs et nous allons reprendre les grandes lignes de ce qui est ressorti.

4.7.1 Réussite des élèves face à la perception des unités signifiantes et des variables visuelles de la situation

Dans la situation choisie, nous avons identifié deux unités signifiantes et deux variables visuelles à percevoir (*voir* section 3.4). Les deux unités signifiantes devaient être perçues à partir de l'énoncé en mots de la situation (registre « verbal »), il s'agit de la distinction des deux grandeurs observées, et de l'identification de la relation de dépendance entretenue par ces deux grandeurs. Les deux variables visuelles se repéraient, quant à elles, à partir de la figure de la situation (registre « figural »), il s'agit de l'identification de points repères ou de phases et de la qualification de la variation de la grandeur dépendante entre ces

points repères ou sur ces phases. Nous avons retrouvé les traces de la perception de ces éléments signifiants de la situation dans les représentations spontanées de plusieurs élèves.

En fait, les premières productions dans le registre « verbal » (descriptions écrites individuelles et d'équipe) ont assez bien présenté la première unité signifiante et un peu moins bien la seconde (*voir* tableau 4.4 p. 203). Bien que la forme des descriptions des élèves ait été influencée par le niveau académique de ceux-ci, il en a été tout autrement pour le fond. En fait, nous avons établi, en comparant les différents groupes d'élèves, que les élèves plus forts disposaient clairement de meilleures habiletés en expression écrites que les élèves plus faibles. Par contre, les descriptions écrites des élèves plus faibles ont témoigné d'une meilleure perception des unités signifiantes. C'est pourquoi nous avons regardé les facteurs contextuels ayant pu intervenir à ce niveau. Nous émettrons nos conclusions à ce sujet plus loin. Pour ce qui est des variables visuelles, nous avons constaté qu'aucune des deux n'avait correctement et complètement été perçue par les élèves. En fait, nous nous attendions à ce résultat car la perception des deux variables visuelles impliquait une analyse approfondie de la situation (*voir* articles 3.4.3 et 3.4.4 pour plus de détails). Or, à cette étape de la séquence d'enseignement, les élèves ne se sont pas suffisamment appropriés la situation pour être en mesure de faire cette analyse. Par contre, nous avons repéré, chez presque tous les élèves, plusieurs éléments témoignant de la présence de certaines habiletés nécessaires à cette analyse. Il serait donc incomplet de dire que les variables visuelles ne sont pas perçues du tout par les élèves puisque plusieurs les perçoivent partiellement.

Les productions dans un registre visuel des élèves ont quant à elles été plus difficiles à interpréter. En effet, le registre visuel qui permettait de représenter tous les éléments signifiants de la situation (les deux unités signifiantes et les deux variables visuelles) était le registre « graphique ». Cependant, nous savions que ce registre n'était pas des plus familiers aux élèves puisque c'est seulement en statistiques l'année précédente qu'ils ont eu à travailler quelque peu dans ce registre. Notre objectif étant de toute façon d'introduire ce nouveau registre pour permettre la représentation de phénomènes de covariation entre deux grandeurs, nous savions qu'il y avait peu de chances que les élèves présentent une représentation spontanée dans ce registre. Il s'est avéré qu'effectivement la plupart des élèves se sont exprimés dans le registre « figural » à l'aide d'un schéma ou même d'un dessin (*voir* la nuance au paragraphe 2.1.1.3.2). Ainsi, nous avons essayé de retrouver les traces de la

perception des unités signifiantes et des variables visuelles de la situation dans les productions visuelles des élèves. En regardant le tableau 4.6 (p. 209), nous avons constaté que le quart des élèves avaient bien représenté la première unité signifiante, mais que très peu (6 élèves sur 80) ont représenté la seconde. Pour les variables visuelles, c'est la seconde qui a été représentée par le quart des élèves et la première par seulement 10 élèves sur les 80. Encore là, de nombreux facteurs contextuels ont influencé la production de ces représentations et c'est pourquoi nous en parlerons plus loin.

Finalement, d'après ce que témoignent les représentations spontanées des élèves, la perception de la seconde unité signifiante est plus difficile que la perception de la première. Nous nous attendions à ce résultat puisque la seconde unité signifiante est un élément clé du concept de covariation entre deux grandeurs et que nous avons consacré la présente recherche à ce concept puisque nous en avons identifié la difficulté. La relation de dépendance n'est pas facile à percevoir pour les élèves puisqu'elle implique de considérer les deux grandeurs en même temps ainsi que leur interrelation. La réussite des élèves face à la perception de la première unité signifiante a été influencée par le niveau de compréhension de la situation. Ainsi, les élèves ayant bien compris la situation perçoivent très bien les deux grandeurs observées puisqu'elles sont données par la situation, mais ils ne perçoivent pas pour autant la relation de dépendance entre les deux grandeurs. Les variables visuelles quant à elles sont plus difficiles à percevoir que les unités signifiantes puisque, comme nous l'avons déjà fait remarquer, elles résultent d'une analyse plus approfondie de la situation comparativement aux unités signifiantes. La perception de la seconde variable visuelle a semblé plus facile que la première ce qui peut paraître surprenant puisqu'elles dépendent l'une de l'autre. En fait, ces résultats sont dus au fait que nous avons considéré que la qualification de la variation de la grandeur dépendante était présente dans certaines représentations même si les points repères et les phases n'étaient pas correctement choisis. Il est vrai que la plupart des élèves qui se sont penchés sur les variables visuelles ont fait une estimation de la variation de la grandeur dépendante sans précisément établir des points repères ou des phases.

4.7.2 Moyens utilisés par les élèves pour représenter les unités significantes et les variables visuelles

D'abord les élèves ont produit une représentation spontanée dans le registre «verbal». D'un groupe à l'autre, la forme et le fond des descriptions écrites ont beaucoup varié. Il est ressorti clairement que la qualité de l'expression écrite était supérieure chez les élèves plus forts, mais que pour ce qui était du contenu, le niveau académique des élèves n'était pas un facteur influent. Les éléments qui nous ont permis d'identifier les unités significantes et les variables visuelles dans les descriptions écrites ont été divers. En général, nous avons retrouvé le nom des grandeurs observées pour la première unité significative et une phrase établissant un lien de dépendance entre ces grandeurs pour la seconde unité significative (exprimée de différentes manières). Pour la première variable visuelle, on retrouve la plupart du temps des références précises à des endroits sur la piste (ou le trajet). Évidemment, ces points ne sont des points repères que dans le cas où ils indiquent un changement de phase de variation de la grandeur dépendante, c'est pourquoi, bien que beaucoup d'élèves fassent référence à des endroits précis sur la piste (ou sur le trajet), peu d'entre eux identifient vraiment des points repères et aucun ne perçoit complètement la première variable visuelle. Pour la seconde variable visuelle, nous avons indiqué au paragraphe précédent qu'aucun élève ne l'avait perçue complètement non plus, mais que la majorité des élèves avaient démontré des habiletés nécessaires à cette perception. Nous avons relevé particulièrement la présence de deux habiletés à l'aide de certains éléments présents dans les descriptions. La première habileté est celle de qualifier la valeur de la grandeur dépendante à des endroits précis (qui ne sont pas des points repères). Plusieurs élèves ont en effet adopté une approche discrète de la situation et ont tenté de décrire la variation de la grandeur dépendante en utilisant des qualificatifs comparatifs comme « plus grande », « encore plus grande » ou « augmente », « diminue ». La seconde habileté est celle d'adopter une approche continue de la situation. Certains élèves utilisent effectivement un vocabulaire et des expressions démontrant la continuité du phénomène, comme par exemple l'expression « À mesure que j'avance... » (élève B-AVR, fig. 4.10, p. 113). Finalement, pour cette représentation dans un registre « verbal », il est difficile de généraliser la structure des descriptions et le vocabulaire

utilisé tant ils sont différents d'un élève à l'autre, c'est pourquoi nous avons donné quelques exemples lors de l'analyse détaillée (*voir* sections 4.3, 4.4 et 4.5).

Ensuite, les élèves ont produit une représentation spontanée dans un registre visuel. Rappelons-nous que nous parlons d'un registre visuel puisque bien que le registre répondant à toutes les exigences de l'énoncé de la situation soit le registre « graphique », la plupart des élèves ont produit une représentation dans le registre « figural ». Ainsi, nous avons, lors de l'analyse détaillée, décrit les moyens employés par les élèves pour représenter les unités significantes et variables visuelles dans ces registres visuels. Pour faire la distinction entre les deux grandeurs (première unité signifiante) dans le registre « figural », les élèves ont utilisé des traits, des flèches ou de la couleur sur une représentation de la piste (ou du trajet) qui matérialisaient les deux grandeurs : la distance parcourue et la distance à vol d'oiseau (*voir* par exemple la représentation visuelle de l'élève E-NLD fig. 4.16 p. 126). Alors que dans le registre « graphique », on retrouve les deux grandeurs identifiées sur des axes (*voir* par exemple le graphique de l'élève L-GBL fig. 4.52 p. 183). Dans ce dernier cas, la grandeur indépendante est d'ailleurs toujours placée horizontalement et la grandeur dépendante verticalement. Pour ce qui est de la seconde unité signifiante (relation de dépendance entre les deux grandeurs), seules les représentations dans le registre « graphique » l'ont présentée. En fait, c'est une des raisons pour lesquelles ce registre est intéressant. Ainsi, la relation de dépendance est représentée à l'aide d'une correspondance entre les deux grandeurs dans une sorte de plan cartésien (peu d'élèves ont en fait tracé un vrai plan cartésien). Pour les variables visuelles, nous avons constaté que plusieurs élèves avaient trouvé le moyen de les représenter dans le registre « figural ». Certains identifient simplement les points repères par des points sur le schéma de la piste ou du trajet (*voir* par exemple la représentation de l'élève K-GPJC fig. 4.49 p. 181) et d'autres découpent la piste ou le trajet en phases à l'aide de couleurs référant à une variation de la grandeur dépendante précise (*voir* par exemple la représentation de l'élève A-AB fig. 4.31 p. 149). Ces derniers représentent bien les deux variables visuelles puisqu'on peut identifier clairement les différentes phases de variation et savoir si sur ces phases la valeur de la grandeur dépendante augmente ou diminue. Des élèves ont aussi essayé de mettre en évidence les phases de variation en se détachant du schéma de la piste ou du trajet. Ils ont obtenu une sorte de tableau qui met en relation les différentes

phases du phénomène et la variation de la grandeur dépendante (*voir* par exemple la représentation de l'élève C-PM fig. 4.33 p. 153). Très peu d'élèves ont eu recours à ce type de représentation, mais nous l'avons trouvé très intéressant puisqu'il était bien fait, il correspondrait au tableau de variation de la fonction étudiée. Dans le registre « graphique », les représentations présentaient majoritairement les deux variables visuelles. La première se repère à l'aide de « pics » dans le graphique indiquant qu'un maximum ou un minimum relatif est atteint et donc que la variation de la grandeur dépendante change (si elle augmentait, elle se met à diminuer et vice-versa). La seconde est matérialisée par les segments (ou les traits courbés) qui montent lorsque la grandeur dépendante augmente et qui descendent lorsqu'elle diminue.

Finalement, il est intéressant de voir les moyens divers et originaux utilisés par les élèves pour représenter unités significantes et variables visuelles. Il est aussi surprenant de constater que le seul élément significatif qui n'a pu être représenté dans le registre « figural » est la relation de dépendance entre les grandeurs observées, car pour tous les autres, certains élèves ont trouvé des moyens. Ainsi, il serait important de miser sur cet élément significatif si on veut montrer la pertinence du recours au registre « graphique ».

4.7.3 Évolution des représentations spontanées et facteurs contextuels ayant influencé cette évolution

Il est important de rappeler que, pour nous, la comparaison des productions écrites des élèves avec leurs productions visuelles ne permet pas de relater la réelle évolution des représentations spontanées puisqu'il faut considérer le changement de registre de représentation. En effet, nous avons prévu que la représentation des unités significantes et des variables visuelles dans un registre visuel serait plus difficile que celle dans le registre « verbal ». Il est vrai que le registre « verbal » est plus familier aux élèves que le registre « graphique » qui est le registre visuel approprié à la situation. Ainsi, pour représenter les unités significantes et les variables visuelles dans le registre visuel, il fallait d'abord percevoir ces éléments significatifs puis trouver un moyen de les représenter visuellement. Pour les élèves ayant déjà représenté ces éléments dans le registre « verbal », une activité de conversion de registre était alors nécessaire. Nous avons constaté que cette conversion n'était

pas effectuée par la plupart des élèves. En fait, peu d'élèves qui représentent les éléments dans le registre « verbal » le font ensuite dans le registre visuel. Nous supposons donc que la difficulté rencontrée ici est celle de la conversion de registre. Par contre, certains éléments qui n'étaient pas représentés dans le registre « verbal » le sont ensuite dans le registre visuel, c'est le cas des variables visuelles. À ce niveau, nous ne pensons pas que ce soit dû au fait que ces éléments se représentent mieux dans un registre visuel, mais plutôt à l'évolution des représentations spontanées des élèves au cours de la séquence d'enseignement. Tout au long de notre analyse, il a effectivement été difficile de ne pas tenir compte des facteurs contextuels influençant les productions des élèves. En effet, nous avons expliqué la présence de certaines caractéristiques dans les productions des élèves à partir de l'analyse succincte des explications de l'enseignant(e) à chaque étape de la séquence d'enseignement. Puis, en comparant les résultats des différents groupes, nous avons fait ressortir les facteurs contextuels majeurs ayant semblé jouer un rôle dans l'évolution des représentations spontanées des élèves.

En premier lieu, nous avons établi que les facteurs contextuels ayant influencé le contenu des descriptions écrites individuelles étaient le temps alloué aux discussions en classe, ainsi que l'approche pédagogique de l'enseignant. Plus les élèves ont posé de questions, plus les discussions en classe (entre les élèves et l'enseignant(e)) ont duré longtemps. Lors de ces discussions, certaines réponses aux questions sont apportées que ce soit par l'enseignant(e) ou par les élèves, il est donc évident que dans ce contexte, le temps a permis aux représentations spontanées des élèves d'évoluer. Cependant, les informations transmises durant ces discussions ont varié d'un groupe à l'autre. D'après notre observation, c'est l'approche pédagogique de l'enseignant(e) qui a influencé le contenu des discussions. En effet, d'une part, l'enseignant des groupes B et C a adopté une approche plus directive selon laquelle il a majoritairement répondu aux questions des élèves et d'autre part, l'enseignante du groupe A a adopté une approche plus libre selon laquelle elle reprenait les idées des élèves et reformulait d'autres questions. Dans le premier cas, les informations sont donc majoritairement venues de l'enseignant, alors que dans le second elles sont venues des élèves, ce qui n'a pas du tout donné le même contenu. Ce contenu a évidemment largement influencé les représentations spontanées des élèves. Il est à noter que l'approche pédagogique choisie par ces enseignants dépend de la connaissance qu'ils ont de leurs élèves. Ainsi, dans

les groupes B et C, l'enseignant a eu de la difficulté à faire parler les élèves qui ne voulaient pas ou ne savaient pas comment s'exprimer, alors que dans le groupe A, l'enseignante a dû à plusieurs reprises couper court aux discussions qui s'éternisaient.

En second lieu, nous avons constaté que certains facteurs avaient aussi influencé le contenu des descriptions d'équipe produites. En effet, ces descriptions ne témoignent d'une évolution des représentations spontanées que dans le cas du groupe A. Dans ce groupe, le temps alloué à la tâche en équipe a été deux fois plus long que pour les autres groupes. Durant ce temps, les élèves ont eu divers échanges sous forme de discussions, débats etc. Ainsi, il est clair que le nombre et la nature des échanges entre les élèves ont eu un effet positif sur l'évolution des représentations spontanées des élèves. Évidemment, le temps apparaît ici comme un facteur important, mais il n'est pas suffisant en lui-même puisqu'il aurait sûrement été inutile de laisser plus de temps aux élèves des groupes B et C si ceux-ci ne partageaient pas de toute façon. Ce sont donc les échanges qui sont à la base de l'évolution des représentations spontanées et plus il y a d'échanges, plus cela prend de temps. En observant les différents groupes d'élèves, nous avons conclu que le nombre et la variété des échanges étaient directement reliés à trois éléments importants : l'assurance des élèves face à la tâche, l'habileté des élèves à communiquer oralement et l'habitude des élèves à effectuer un travail collaboratif. Il est vrai que dans le cas des groupes B et C, la majorité des élèves ne disposaient pas de ces trois éléments contrairement à ceux du groupe A. Ainsi, cette étape de la séquence ne s'est avérée intéressante pour faire évoluer les représentations spontanées des élèves que dans le cas où ceux-ci possédaient certaines habiletés et compétences. Il est à noter que cela ne signifie pas qu'il faille sauter cette étape avec certains groupes d'élèves, mais plutôt qu'il est indispensable de faire développer aux élèves ces habiletés et compétences de manière à ce qu'ils puissent participer activement à ce type d'activité permettant une évolution positive des représentations spontanées.

En troisième lieu, les élèves ont produit une représentation visuelle. Il est clair qu'à cette étape de la séquence d'enseignement, les représentations des élèves sont fortement influencées par tout ce qui s'est passé avant : production d'une description écrite individuelle puis en équipe puis en grand groupe pour décrire le phénomène, ainsi que les interventions de l'enseignant(e) sur ce que sont des points repères et des phases et sur la consigne menant à la production d'une représentation visuelle. C'est pourquoi il a été difficile de comparer les

résultats de chacun des groupes. Nous avons toutefois dégagé des éléments intéressants en ce qui concerne le niveau d'abstraction des représentations visuelles proposées. En effet, nous avons constaté à plusieurs moments de la séquence d'enseignement que les représentations spontanées des élèves prenaient d'abord en compte des considérations de la vie réelle qui ne jouaient pas un rôle significatif d'un point de vue mathématique. En fait, les élèves sont restés collés à la situation concrète ; ils ont eu ainsi de la difficulté à cibler ce à quoi on s'intéressait, même si cela était explicite dans l'énoncé. Puisque cette tendance était prévisible, la séquence d'enseignement était construite de manière à amener progressivement les élèves à se détacher des informations accessoires de la situation et à se concentrer sur le phénomène de covariation entre deux grandeurs données. Notre analyse a montré que, d'après les représentations spontanées des élèves, ce passage à l'abstraction était difficile, particulièrement lorsqu'il s'agissait de présenter complètement le phénomène de covariation dans un registre visuel. Peu d'élèves se sont en effet exprimés dans le registre « graphique » qui était pourtant le seul permettant cette représentation visuelle complète (13 élèves sur les 80). À partir du tableau 4.5 (p. 208), nous avons établi qu'il existait une corrélation entre le niveau de réussite scolaire des élèves et le niveau d'abstraction des représentations visuelles produites (voir article 4.6.3). Ainsi, bien que les élèves du groupe A (enrichi) aient tous commencé par produire des représentations spontanées largement influencées par la vie réelle (voir les exemples de pistes de randonnée proposés à l'article 4.5.1), le tiers d'entre eux a terminé par présenter une représentation spontanée (représentation visuelle) dont le niveau d'abstraction est le plus élevé, soit 3 d'après notre classification. Au contraire, les élèves du groupe C (faible) ont terminé avec des représentations spontanées dont le niveau d'abstraction est très bas, soit 0 ou 1 pour la majorité. Outre le passage à l'abstraction, les représentations visuelles ont présenté davantage les variables visuelles que les descriptions écrites, ce qui est dû, entre autres, au contenu des discussions en classe, au contenu des interventions de l'enseignant(e) et au temps d'appropriation de la situation. Ces facteurs contextuels sont en effet ressortis de notre analyse car d'abord nous pensons que la perception des variables visuelles exige une analyse approfondie de la situation – analyse qui a été faite en classe avant la production des représentations visuelles – et ensuite nous avons retrouvé dans plusieurs représentations les éléments signifiants qui avaient été mis de l'avant lors des discussions en classe. Pour le groupe A, par exemple, les discussions en classe ont

mis l'accent sur les quatre points les plus proches du poste de secours et nous avons retrouvé ces points dans la plupart des représentations visuelles (registre « figural » ou « graphique »). Pour les groupes B et C, l'emphase a été mise sur les différentes phases de variation et sur la qualification de cette variation, c'est pourquoi nous avons retrouvé ces variables visuelles dans plusieurs représentations visuelles. Les représentations visuelles produites ont aussi été éventuellement influencées par d'autres facteurs dans le cas du groupe A car les élèves ont terminé la tâche en devoir et ont présenté des représentations qui se rattachaient à des représentations officielles connues (diagrammes statistiques).

Finalement, il est clair qu'au cours de cette séquence d'enseignement il y a eu évolution des représentations spontanées des élèves. Toutefois, nous ne pouvons pas dire que tous les élèves ont cheminé de la même manière, au contraire, il semble que les représentations spontanées sont propres à chacun et subissent différemment les influences de divers facteurs contextuels. Ces derniers sont d'ailleurs très nombreux et il est impossible de ne pas les considérer lors d'une analyse comme la nôtre visant, entre autres, à évaluer l'évolution des représentations spontanées au long d'une séquence d'enseignement donnée.

CHAPITRE V

CONCLUSIONS

5.1 Résumé de la démarche

Notre intérêt pour l'enseignement et l'apprentissage du concept de fonction nous a mené à nous pencher sur une problématique particulière relative à ce concept (*voir* chapitre I). En effet, suite à la consultation de plusieurs résultats de recherches antérieures sur le sujet, nous nous sommes intéressés à la difficulté que représentent les transferts entre divers modes de représentations, particulièrement les modes « situation » et « graphique ». Une première analyse des causes possibles des difficultés de transfert entre ces deux modes de représentation a fait ressortir l'importance de considérer le concept de covariation. Nous avons en fait émis l'hypothèse selon laquelle la compréhension et la maîtrise de ce concept sont à la base de l'habileté à effectuer des transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique ». Ce qui nous a mené à un questionnement précisant les objectifs de la recherche. Nous avons exactement posé les questions suivantes :

- Comment développer le concept de covariation chez les élèves ?
- Comment introduire la représentation « graphique » comme mode de représentation visuel d'une situation de covariation ?

Nous avons alors décidé de tenter de répondre à ces questions en orientant nos objectifs de recherche de manière à trouver un moyen de développer le concept de covariation chez des élèves de secondaire 2 et d'introduire le graphique comme mode de représentation de cette covariation.

Afin de trouver ce moyen, nous avons choisi de proposer une séquence d'enseignement et de l'expérimenter avec des élèves de secondaire 2. La conception de cette séquence repose

sur des aspects théoriques qui nous ont été inspirés par plusieurs auteurs (*voir* chapitre II). Notre principale référence en est une qui porte sur les transferts entre modes de représentation. Nous avons en fait cherché à approfondir le sujet en nous intéressant aux travaux de Duval (1988, 1993). Cela nous a permis de mettre de l'avant l'importance de la prise en compte de registres de représentation sémiotiques et de cibler précisément en quoi consistait la conversion des registres de la « situation » au registre « graphique ». Nous avons alors établi que dans le cadre de notre séquence d'enseignement, il faudrait prendre en considération les éléments signifiants perçus par les élèves dans les registres de la situation (registres « verbal » et « figural » dans notre cas). C'est ensuite la consultation du mémoire de maîtrise de De Cotret (1985) qui nous a permis de préciser en quoi consisterait la séquence d'enseignement. Nous avons retenu l'intérêt d'adopter une perspective constructiviste dans laquelle une situation-problème bien choisie, exploitée de manière qualitative, permettrait la construction du concept de covariation et de la représentation « graphique ». Nous avons complété ces éléments à l'aide de recherches effectuées par Hitt (2004, 2006) mettant de l'avant l'importance des représentations spontanées des élèves dans la construction de la connaissance.

Tous ces éléments, ainsi que la collaboration avec des enseignants en exercice, ont permis la construction d'une séquence d'enseignement détaillée (*voir* chapitre III). Cette séquence a été expérimentée auprès de trois groupes d'élèves de secondaire 2 issus de deux écoles et présentant des niveaux académiques différents (un groupe faible, un groupe régulier et un groupe fort). Pour des fins d'analyse, nous avons décidé de nous intéresser particulièrement aux productions spontanées des élèves. Nous nous sommes alors servis d'une partie de notre cadre théorique inspiré par Duval (1988, 1993). En fait, les représentations spontanées recueillies dans le registre « verbal » et dans un registre visuel (« figural » ou « graphique ») ont été considérées comme les témoins des éléments signifiants perçus par les élèves. C'est pourquoi nous en avons fait une analyse détaillée de manière à faire ressortir si les éléments signifiants étaient perçus et si oui, comment cela se révélait à travers les représentations spontanées des élèves. Nous avons aussi essayé d'évaluer comment les représentations spontanées des élèves avaient évolué tout au long de la séquence d'enseignement ce qui a permis de faire ressortir les facteurs contextuels ayant influencé cette évolution.

5.2 Réponses aux questions de recherche

Comme nous l'avons rappelé à la section précédente, nous avons posé deux questions de recherche intimement reliées.

La première porte sur le développement du concept de covariation. Puisque, pour nous, la compréhension et la maîtrise de ce concept est à la base de la conversion entre les registres de la « situation » et du « graphique », nous voulions trouver des pistes quant au moyen de développer ce concept dès la deuxième année du secondaire. Nous avons choisi d'émettre l'hypothèse selon laquelle une perspective constructiviste de l'apprentissage et de l'enseignement basée sur un cadre théorique sur les représentations sémiotiques pouvait répondre à cette question. Dans le cadre de notre expérimentation, cette hypothèse nous a permis de construire une séquence d'enseignement dans laquelle le point de départ est une situation-problème sur laquelle les élèves travaillent de manière individuelle, mais aussi collective (travail d'équipe et partage avec la classe). Elle a aussi inspiré notre choix de travailler à partir des représentations spontanées des élèves. L'analyse des productions des élèves n'était pas spécifiquement concentrée sur l'évaluation du degré de maîtrise du concept de covariation puisque les élèves n'en étaient qu'à leur premier contact avec ce concept. Néanmoins, nos éléments d'analyse sont directement en lien avec la covariation. En effet, la combinaison de tous les éléments signifiants de la « situation » constitue le concept de covariation. Or, nous avons analysé les représentations spontanées des élèves de manière à vérifier si ces éléments signifiants étaient perçus par ceux-ci. La notion d'élément signifiant, ainsi que l'identification de ces éléments, nous ont été inspirés par Duval (1988, 1993) (pour plus de détails, voir les sections 2.1 et 3.4). Nos conclusions sur cette analyse (voir l'article 4.7.1) indiquent que la majorité des élèves ne perçoivent qu'en partie ces éléments signifiants, ce qui signifie qu'à la fin de la séquence d'enseignement les élèves ne maîtrisent pas le concept de covariation. Ce résultat est cohérent avec ce à quoi nous nous attendions puisqu'il est évident que le travail sur une seule situation-problème pendant trois périodes de 75 minutes est insuffisant au développement complet du concept de covariation. Nous pensons en fait que la séquence présentée est une bonne amorce de ce concept et que la démarche suivie devrait inspirer la suite du travail.

La seconde question porte sur l'introduction du graphique comme étant la représentation visuelle du concept de covariation. Or, sachant que ce dernier n'est pas encore maîtrisé par les élèves, on pourrait donc se demander si il est approprié d'introduire si précocement cette nouvelle représentation. En fait, nous avons établi, grâce aux travaux de Duval (1993), que la construction d'un concept passait par la coordination des registres de représentation associés à ce concept (*voir* article 2.2.2). Ainsi, le passage à la représentation du concept de covariation dans le registre « graphique » constitue une étape indispensable au développement de ce concept.

Afin d'introduire le graphique, nous avons décidé de rester dans une perspective constructiviste et d'amener les élèves à construire cette nouvelle représentation. Pour cela, il nous fallait partir des connaissances des élèves et trouver le moyen de les guider vers la représentation « graphique ». Comme connaissances préalables, nous nous sommes basés sur les représentations spontanées produites par les élèves dans le cadre de la situation-problème proposée. Ces représentations spontanées ont d'abord été recueillies dans le registre « verbal » et elles ont été analysées de manière à vérifier si les éléments signifiants de la situation étaient perçus par les élèves. Rappelons que nous avons restreint notre analyse à deux unités signifiantes : distinction entre les deux grandeurs observées et identification de la relation de dépendance entretenue par ces deux grandeurs, et à deux variables visuelles : identification de phases ou de points repères et qualification de la variation de la grandeur dépendante sur ces phases ou entre ces points repères. Les résultats de l'analyse (*voir* chapitre IV) ont montré que les élèves percevaient en partie ces éléments signifiants. Certains éléments sont en fait mieux perçus que les autres, c'est le cas par exemple de la distinction entre les deux grandeurs observées. La suite de la séquence d'enseignement avait donc pour objectif de faire évoluer les représentations spontanées des élèves de manière à ce qu'ils perçoivent au mieux tous les éléments signifiants de la situation. Cette étape était constituée d'un travail d'équipe puis de discussions en grand groupe au sujet des représentations spontanées individuelles des élèves. Par la suite, nous avons recueilli de nouvelles représentations spontanées, mais cette fois dans un registre visuel. La consigne imposait aux élèves de produire une représentation visuelle respectant certains critères justifiés par une motivation contextuelle pertinente. Ces critères avaient bien sûr été établis de manière à guider les élèves vers le registre « graphique » (*voir* paragraphe 2.2.2.3.2 pour la description

des critères). En fait, la représentation la plus appropriée, donc respectant tous les critères, était le graphique. Ce graphique pouvait toutefois ne pas répondre à toutes les conventions du graphique cartésien puisque les particularités organisationnelles de cette représentation officielle sont nombreuses et, à notre avis, non naturelles (*voir* paragraphe 2.2.2.3.3 pour plus de détails). L'analyse des productions des élèves a clairement fait ressortir que les représentations spontanées des élèves appartenaient davantage au registre « figural » qu'au registre « graphique », ce qui était prévisible. Une minorité d'élèves, surtout ceux du groupe enrichi, a néanmoins eu recours au registre « graphique » pour représenter le phénomène de covariation entre les deux grandeurs observées. Dans ce dernier cas, nous avons reconnu l'influence de représentations officielles acquises dans le cadre scolaire l'année précédente (diagrammes à bandes, à lignes brisées...). Dans les représentations spontanées produites dans le registre visuel, nous avons identifié de nouveau les éléments signifiants de la situation perçus par les élèves. Nous avons constaté des différences dans cette perception, mais nous n'avons pas pu déterminer une évolution standard des représentations spontanées des élèves. Effectivement, de nombreux facteurs ont influencé différemment chacun des élèves (*voir* section suivante). Malgré la variété des représentations proposées, nous avons pu établir une classification de celles-ci selon leur degré d'abstraction. Cette classification a montré que, même si la majorité des élèves faibles produisait des représentations dont le niveau d'abstraction est bas, on retrouvait des représentations plus évoluées dans tous les groupes d'élèves. Or, plus les représentations présentent un niveau d'abstraction élevé, plus elles se rapprochent du graphique. Ainsi, dans la suite de l'expérimentation dont nous n'avons pas présenté l'analyse (*voir* la description des étapes de la séquence d'enseignement complète aux articles 3.2.4 et 3.2.5), il a été possible, dans tous les groupes, de construire une représentation dans le registre « graphique » en utilisant les représentations spontanées des élèves. Évidemment, il a fallu pour cela laisser le temps aux élèves de comprendre les représentations des autres et d'évaluer celles-ci en fonction du respect des critères imposés par la situation-problème.

Finalement, la séquence d'enseignement proposée semble répondre aux objectifs visés, c'est-à-dire développer le concept de covariation et introduire le graphique comme représentation visuelle de cette covariation. Il faudrait toutefois préciser que la séquence

permet l'**amorce** au développement du concept de covariation et ne pas oublier qu'il s'agit d'une **introduction** de la représentation « graphique ». Lors de nos analyses, nous avons constaté que plusieurs facteurs avaient influencé l'évolution des représentations spontanées des élèves durant le déroulement de l'expérimentation de cette séquence. Or, cette dernière repose sur ces représentations spontanées, nous pensons qu'il est important de faire part de nos observations à ce sujet dans la mesure où nous recommandons aux enseignants de s'inspirer de notre approche.

5.3 Perspectives pour l'enseignement

Suite aux résultats de notre analyse et à l'observation du déroulement de l'expérimentation, il est vrai que nous recommandons aux enseignants de s'inspirer de l'approche proposée. Néanmoins, nous tenons à faire un résumé de certains éléments qui sont ressortis de notre analyse. Nous présenterons donc ces éléments qui concernent les facteurs ayant influencé les représentations spontanées des élèves, ainsi que les caractéristiques de ces mêmes représentations. Puis nous émettrons quelques recommandations quant à la construction de la représentation « graphique ».

En premier lieu, il est important de réaliser que l'évolution des représentations spontanées est différente d'un groupe d'élèves à l'autre, mais aussi d'un élève à l'autre. En fait, chaque élève part avec ses propres représentations préalables construites à partir d'un cheminement particulier et d'expériences individuelles. Ces représentations préalables viennent influencer dès le départ la compréhension de la situation par l'élève, puis par la suite l'évolution de cette compréhension. Il est donc évident qu'il est impossible de prévoir exactement la manière d'évoluer de chacun des élèves et de considérer ce facteur influent. Cependant, nous avons constaté que d'autres facteurs intervenaient dans cette évolution ; facteurs qui quant à eux semblent avoir une influence davantage prévisible et sur lesquels un intervenant (ici l'enseignant) peut agir. Nous allons séparer ces facteurs en deux catégories : les facteurs contextuels et les facteurs conceptuels.

Les facteurs contextuels sont relatifs aux choix de l'enseignant et au contexte scolaire. Pour commencer, nous avons relevé à plusieurs reprises l'influence du facteur *temps*. En fait, quelle que soit la tâche effectuée, les élèves disposant de plus de temps ont présenté une

meilleure évolution de leurs représentations spontanées. Il serait alors facile de dire qu'il faut simplement laisser du temps aux élèves. Mais qu'est-ce que laisser du temps et est-ce suffisant à garantir la réussite ? Dans nos analyses, nous avons en partie répondu à ce questionnement. Nous avons effectivement observé que lors du travail en équipe, les élèves plus faibles n'exploitaient pas le temps qui leur était attribué contrairement aux élèves forts. Nous avons expliqué cela en décrivant la dynamique du travail en équipe dans chacun des groupes. Les élèves forts semblaient sûrs d'eux et à l'aise d'exprimer leurs idées, c'est pourquoi leurs échanges étaient nombreux et variés, alors que les élèves faibles semblaient hésitants et avaient de la difficulté à se comprendre, c'est pourquoi ils ont très peu échangé. Pour nous, il est clair que ce phénomène est directement lié à la caractérisation de ces groupes d'élèves. Nous savions, en effet, d'après les enseignants que le groupe fort regroupait des élèves privilégiés, forts académiquement qui ont l'habitude d'effectuer des travaux collaboratifs dans plusieurs matières, et que les groupes régulier et faible étaient composés majoritairement d'élèves qui ne réussissent pas académiquement (et ce depuis longtemps) et qui par le fait même n'avaient pas l'habitude de travailler en équipe. Nous en concluons donc que le facteur *temps* n'est pas ici l'élément sur lequel il faut se concentrer puisqu'il découle lui-même de plusieurs autres facteurs. Ces facteurs peuvent être résumés par trois points : l'assurance des élèves, l'habileté à s'exprimer oralement et l'habitude du travail collaboratif. Ce que nous mettons de l'avant n'est pas nouveau car il est évident que les élèves dévalorisés dans notre système scolaire ne développent pas d'estime d'eux-mêmes, se replient et communiquent très peu ou mal. Face aux problèmes de ces élèves et pour répondre à diverses exigences, les enseignants choisissent souvent de ne pas favoriser le travail en équipe qui s'avèrerait difficile à gérer et peu efficace. Évidemment, nous considérons qu'il faut travailler au niveau de ces trois points de manière à ce que les élèves qui ont plus de difficultés profitent aussi du travail collaboratif, qui d'après nos résultats de recherche s'avère bénéfique lors de la construction de concept. Il est à noter que ce travail répond parfaitement aux fondements du nouveau programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2003). Lors des discussions en classe, le facteur *temps* a aussi eu une certaine influence. Cette fois par contre, nous avons constaté que le temps alloué découlait d'un autre facteur : l'approche pédagogique de l'enseignant. En effet, les élèves plus faibles ont moins rapidement compris la situation et les consignes, ils ont donc eu tendance à poser plus de questions, ce qui a pris

plus de temps. Mais, selon les réponses de l'enseignant, les discussions se sont plus ou moins éternisées. Un des deux enseignants a adopté une approche plus directive selon laquelle il a répondu clairement aux questions des élèves. Cela l'a mené, évidemment, à donner beaucoup d'informations qui ont influencé les représentations spontanées des élèves. L'autre enseignant a choisi une approche plus libre selon laquelle il laissait les élèves répondre à leurs propres questions. De cette manière, les discussions ont duré longtemps, mais ont abouti à plusieurs mauvaises interprétations. Nous sommes conscients que le choix de l'approche pédagogique dépend à la fois de la personnalité de l'enseignant et de l'image que celui-ci a de ses élèves. Nous conseillons néanmoins aux enseignants d'effectuer régulièrement des analyses réflexives sur leur propre pratique de manière à ne pas nuire à l'évolution de leurs élèves.

Les facteurs conceptuels sont ceux qui agissent à un niveau cognitif. Ils sont le résultat de processus mentaux que l'on peut généraliser. D'abord, nous avons constaté que les représentations spontanées des élèves étaient influencées par la vie réelle. Dans notre séquence d'enseignement, nous avons choisi d'exploiter une situation avec un contexte réaliste. Nous avons expliqué ce choix par l'intérêt que peut avoir ce type de situation dans la construction de concept. Cependant, l'utilisation d'une situation accessible aux élèves a influencé les représentations spontanées puisque justement les élèves avaient leur propre connaissance de la situation. Ils ont eu tendance à rester collés à la réalité même au moment où il aurait fallu qu'ils s'en détachent. En effet, la représentation « graphique » est abstraite car elle représente la covariation entre deux grandeurs observées, alors que la situation présente bien plus que ce simple phénomène. Le passage à la représentation officielle nécessitait donc de se concentrer sur la covariation et de laisser de côté tous les autres éléments de la situation. L'analyse des représentations spontanées proposées dans un registre visuel par les élèves a montré que la majorité d'entre elles n'atteignaient pas le niveau d'abstraction recherché. Évidemment, les élèves commençaient à peine à travailler à un niveau abstrait et c'est pourquoi ce passage s'est avéré difficile. Cependant, il faut donc être conscient que le recours à une situation réaliste donne aux élèves une occasion de rester attachés au concret et que les représentations spontanées des élèves dépendent de la situation choisie. Ensuite, la comparaison des représentations spontanées dans différents registres a confirmé qu'il fallait prendre en considération dans l'enseignement la difficulté que constitue la conversion entre ces différents registres de représentation. Nous avons effectivement

établi, suite à la consultation des travaux de Duval (1988, 1993), que la conversion des registres de la situation au registre « graphique » reposait sur plusieurs habiletés. Nous avons vérifié que les élèves ne disposaient pas complètement de la première de ces habiletés qu'est la perception des éléments signifiants de la situation au moment où on leur demande d'effectuer la conversion vers le registre « graphique ». Mais, nous avons aussi établi que la construction du concept de covariation passait, entre autres, par la coordination des différents registres de représentation possibles de ce concept. C'est pourquoi nous considérons qu'il y a là un cercle vicieux qu'on ne peut pas éviter et dont il faut avoir conscience. En fait, cela met simplement en évidence que pour construire le concept de covariation, il est indispensable de travailler dans différents registres de représentation et qu'il ne suffit pas de dire aux élèves ce qu'est la représentation « graphique » pour qu'ils la maîtrisent. Finalement, nous avons recueilli, dans le groupe fort, plusieurs représentations spontanées dans un registre visuel qui étaient inspirées par des représentations officielles : les diagrammes statistiques. Il est clair que chez des élèves forts académiquement, les acquis scolaires exercent une influence assez forte. Ces élèves ont essayé le plus possible de se rattacher à quelque chose qu'ils avaient déjà vu à l'école. Cette tendance a été très peu observée dans les deux autres groupes.

En deuxième lieu, nous voulons résumer les caractéristiques des représentations spontanées des élèves de manière à ce qu'un enseignant puisse avoir une idée globale de ce à quoi s'attendre. Effectivement, en effectuant cette recherche nous n'avions pas de ressources permettant d'anticiper les représentations spontanées des élèves, ce qui nous a mis dans une position délicate lors de la planification de la séquence d'enseignement. Nous espérions donc pouvoir dresser un portrait type pouvant servir ultérieurement d'outil aux enseignants.

Pour ce qui est des représentations spontanées dans le registre « verbal », nous pouvons dire que tous les élèves ont produit quelque chose. Ce qui différencie nettement les productions c'est la qualité de la rédaction écrite. Les élèves plus forts présentent des descriptions dont la forme est évidemment de meilleure qualité. Mais, il ne faut pas s'arrêter à la forme car notre analyse du contenu de ces descriptions a montré que celui-ci n'était pas du tout relié à la forme. Ainsi, les élèves plus faibles ont au départ produit des descriptions dont le contenu montrait une meilleure perception des éléments signifiants de la situation. Par la suite, lorsque les élèves ont travaillé sur la construction d'une description d'équipe, nous

avons constaté que seules les représentations des élèves forts avaient vraiment évolué du fait de l'influence de certains facteurs contextuels comme nous l'avons décrit précédemment.

Les représentations spontanées dans un registre visuel quant à elles ont été moins nombreuses puisque plusieurs élèves n'ont rien produit. Vue la variété des représentations proposées, il a été difficile de généraliser ce que font les élèves. Mais, nous avons réussi à caractériser les représentations spontanées des élèves selon un niveau d'abstraction dont les critères sont détaillés au paragraphe 4.3.3.2. Nous avons établi que plus les élèves étaient forts, plus le niveau d'abstraction de leurs représentations spontanées était élevé, mais il ne faut pas oublier que plusieurs facteurs contextuels sont entrés en ligne de compte. Nous avons aussi décrit plusieurs moyens utilisés par les élèves pour représenter les éléments signifiants de la situation à l'article 4.7.2. Ainsi, pour avoir une meilleure idée du type de représentation produit par les élèves, il faut consulter le chapitre IV de la présente recherche.

En dernier lieu, nous voulons rappeler au lecteur que la construction du graphique n'est pas une tâche facile.

En effet, il faut d'abord être conscient que cette représentation officielle présente de nombreuses particularités conceptuelles et organisationnelles (*voir* paragraphes 2.2.2.3.2 et 2.2.2.3.3) qui n'apparaissent pas naturellement dans les représentations spontanées des élèves. C'est pourquoi nous pensons qu'il faut introduire progressivement ces particularités, mais surtout qu'il faut amener les élèves à en voir la pertinence. Cette dernière recommandation nécessite une analyse approfondie de la représentation graphique puisqu'il faut arriver à justifier la présence de chacune de ces particularités.

Il faut aussi clairement identifier ce que permet de représenter le graphique. Dans notre recherche, nous nous sommes concentrés sur la représentation du concept de covariation puisque les difficultés les plus fréquemment rencontrées par les élèves semblaient découler de l'incompréhension de ce concept. Ainsi, pour que le graphique soit intériorisé comme étant la représentation visuelle de la covariation entre deux grandeurs, il faut travailler à développer ce concept tout au long du travail sur les relations et les fonctions. D'après nous, ce travail doit jumeler les approches *qualitative* et *quantitative* au sens où l'emploie De Cotret (1985). Il est vrai que ces deux approches se complètent et permettent la conceptualisation complète de la fonction et par conséquent de sa représentation graphique.

La considération des représentations spontanées des élèves est, à notre avis, incontournable. À la fin de cette recherche, nous constatons que les travaux récents de Duval (2006) viennent d'ailleurs appuyer ce point de vue. En effet, ce chercheur a complété sa théorie sur les registres de représentation sémiotiques par une prise en compte des représentations spontanées des élèves. Mais, il est vrai que cette approche de l'enseignement nécessite un travail d'ajustement de l'enseignant. Il faut être conscient qu'on ne sait jamais exactement quelles seront les représentations des élèves, même si nous avons donné des pistes à ce sujet. L'enseignant doit donc prévoir le temps suffisant pour analyser les représentations spontanées de ses élèves. Il peut aussi prévoir, comme nous l'avons fait, de présenter sa représentation. Évidemment, nous pensons qu'il vaut mieux proposer une représentation au niveau des élèves et non pas directement le graphique officiel qui comporte trop de particularités. C'est ce que nous avons fait en proposant de déplier la piste (ou le trajet). Bien que nous n'ayons pas analysé précisément l'impact de cette étape de la séquence d'enseignement, nous avons observé des réactions positives des élèves. En fait, ceux-ci ont trouvé judicieux de déplier la piste (ou le trajet) et ils ont rapidement trouvé la représentation obtenue intéressante. Ils n'ont donc pas senti qu'on essayait de leur imposer une représentation scolaire.

Évidemment, la situation choisie permettait de manipuler les grandeurs puisque celles-ci étaient visualisables, d'où le dépliement de la piste (ou du trajet). Mais il ne faut pas oublier qu'il existe aussi des grandeurs qui ne sont pas visualisables et que dans ce cas il est aussi possible de tracer un graphique. En fait, nous voulons attirer l'attention sur la différence entre les grandeurs qui sont visualisables et celles qui ne le sont pas. Nous pensons, qu'avec des grandeurs visualisables le travail est plus facile pour des élèves de secondaire 2 puisqu'ils peuvent se rattacher à une figure. Cependant, nous avons dit que l'inconvénient majeur était justement que les élèves restaient collés à cette figure au moment où il fallait qu'ils s'en détachent pour passer à une représentation plus abstraite : le graphique. Dans le cas de grandeurs non visualisables, on entre directement dans l'abstraction ce qui représente un obstacle au départ, mais qui devrait favoriser le passage au graphique. Nous pensons que l'introduction au graphique devrait se faire à l'aide de grandeurs visualisables. C'est ensuite qu'un travail progressif sur d'autres situations permet d'introduire des grandeurs non visualisables.

5.4 Questionnement et prolongements

D'abord, nous nous demandons jusqu'où notre démarche d'analyse est objective et appropriée. En effet, l'interprétation des productions des élèves ne fût pas une tâche facile puisque nous n'avons trouvé aucun cadre théorique fournissant des balises claires d'interprétation de ce type de données, particulièrement en ce qui concerne les représentations visuelles.

Ensuite, nous avons constaté que certains résultats semblent établir qu'une approche pédagogique directive favorise la réussite des élèves, ce qui remet en cause le choix que nous avons fait d'adopter une perspective constructiviste pour construire la séquence d'enseignement. Cependant, nous pensons que le problème réside dans la compréhension de cette perspective par les enseignants. En effet, à partir des mêmes directives assez précises, les deux enseignants qui ont participé à cette recherche n'ont pas du tout présenté et dirigé la séquence de la même manière. Ainsi, ni l'un, ni l'autre n'a vraiment, d'après nous, respecté les fondements d'un constructivisme modéré. Cela nous amène à croire qu'il faudrait passer davantage de temps avec les enseignants sur l'explication de ces fondements et sur leur application à l'intérieur d'une démarche d'enseignement.

Dans le même ordre d'esprit, nous avons remarqué que l'appropriation de la séquence d'enseignement par les enseignants semblait dépendre de leurs propres conceptions. Par exemple, les deux enseignants ont eu tendance à favoriser une vision statique de la situation à certains moments, alors que la séquence était bâtie sur une vision strictement dynamique. Il serait donc intéressant d'analyser davantage ce phénomène afin d'évaluer comment les conceptions de l'enseignant influence les conceptions des élèves, mais aussi jusqu'où une même séquence d'enseignement est transposable d'un enseignant à l'autre.

Finalement, notre analyse des représentations spontanées des élèves nous a apporté plusieurs éléments intéressants quant au développement du concept de covariation et à l'introduction de la représentation graphique. Néanmoins, nous ne pouvons pas savoir jusqu'où l'approche proposée va porter fruit, car il faudrait pour cela pouvoir suivre les élèves pendant plusieurs années. Nous ne pensons pas non plus que cette simple amorce du travail sur les fonctions soit suffisante à pallier aux difficultés relevées par différents chercheurs (Beichner, 1994 ; Monk, 1992 ; Carlson, 1998 ; Hitt, 1998 et 2006), il faudrait effectivement poursuivre le travail en gardant en tête l'importance des représentations

spontanées et des registres de représentation sémiotiques. D'ailleurs, la présente recherche a montré qu'il était indispensable de se pencher sur les difficultés qu'implique la coordination de différents registres de représentation dans le cadre du développement du concept de fonction. Mais, nous nous sommes contentés de traiter une infime partie de cette problématique puisque nous n'avons considéré que la conversion des registres de la situation à celui du graphique. Il est donc évident qu'il reste beaucoup à faire.

APPENDICE A

DOCUMENTS GUIDES REMIS AUX ENSEIGNANTS

- A.1 Document d'appui remis à l'enseignant des groupes B et C
(version 2 de la séquence d'enseignement)p. 235
- A.2 Document d'appui remis à l'enseignant du groupe A
(version 1 de la séquence d'enseignement revue après
l'expérimentation de la version 2)p. 241

A.1 DOCUMENT D'APPUI REMIS À L'ENSEIGNANT DES GROUPES B ET C

<p><u>COURS 1</u></p> <p>1. <u>Introduction de l'activité du rallye (5 min)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Présentation des chercheurs : Valériane Passaro et Fernando Hitt de l'UQAM. ➤ But de l'activité : voir si une telle activité est intéressante pour les élèves et permet la réussite des élèves. ➤ Participation des élèves : leur participation est importante car sinon ça ne mènera nulle part ! RIEN NE DOIT ÊTRE EFFACÉ, C'EST LA PARTICIPATION QUI COMPTE, IL N'Y A PAS DE BONNE OU DE MAUVAISE RÉPONSE ! ➤ Évaluation : leur indiquer que leurs cahiers d'élèves et leur cahier d'équipe seront évalués par l'enseignant : tout doit être sérieusement rempli ! (pondération ?) C'est une activité intéressante et différente alors c'est un moyen facile d'avoir une bonne note, il suffit de faire ce qui est demandé. <p>2. <u>Introduction de la situation du rallye (5 min)</u></p> <p>Les élèves lisent l'énoncé (<i>cahier de l'élève 1 p. 1 + transparent</i>). L'enseignant demande à un élève de répéter les consignes.</p> <p>3. <u>Choix d'un trajet (20 min)</u></p> <p>Chaque élève travaille individuellement sur le trajet dans son <i>cahier de l'élève 1 p. 2</i> (5 min). Puis ils partagent dans leur équipe pour essayer de comparer et trouver un trajet d'équipe qu'ils tracent dans leur <i>cahier d'équipe p. 2</i> (5 min).</p>	<p>L'enseignant repère les différents trajets. S'ils y en a plusieurs différents, il donne un transparent aux équipes pour qu'ils y tracent leur trajet. Si les trajets sont tous pratiquement identiques, il demande simplement à un élève de venir tracer le trajet puis demande s'il y a d'autres propositions.</p> <p>La classe choisit un trajet qui répond aux consignes et qui semble assez facile à réaliser (il n'y a pas trop de détours). (10 min)</p> <p>Tous les élèves prennent en note le trajet choisi dans leur <i>cahier de l'élève 1 p. 3</i>. Les élèves doivent être avertis que cette étape est importante car ils vont travailler plusieurs périodes sur ce trajet s'ils ne l'ont pas ils seront bloqués... (5 min)</p> <p>4. <u>Description du phénomène (40 min)</u></p> <p>Chaque élève décrit sa manière de voir la situation : <i>cahier de l'élève 1 p. 4</i> (5 min)</p> <p>Puis ils partagent dans leur équipe pour essayer de comparer et trouver une description d'équipe qu'ils tracent dans leur <i>cahier d'équipe p. 3</i> (15 min).</p> <p>L'enseignant circule afin de pousser les élèves à approfondir leur réflexion. Par exemple, s'ils ont simplement une phrase de description du type : « tout augmente quand on fait le tour du trajet », l'enseignant peut demander de préciser qu'est-ce qui augmente puis semer le doute « êtes-vous sûrs que ça augmente tout le temps ? ».</p> <p>L'enseignant repère aussi les différentes descriptions afin de pouvoir diriger son questionnement lors du retour en fonction des idées des élèves. Il relève les élèves qui ont des points intéressants afin de les interroger le moment venu.</p>
---	---

Dans le retour en groupe, l'enseignant dirige son questionnement afin d'avoir d'abord une description générale de ce qui se passe puis une description plus spécifique permettant de distinguer les différentes phases de la situation (et donc d'identifier les points repères que les élèves doivent aussi placer sur leur carte). **MAIS IL FAUT D'ABORD PRENDRE EN COMPTE LES DESCRIPTIONS DES ÉLÈVES.**

Le vocabulaire clé de la description doit aussi ressortir, on devrait retrouver les termes suivants : augmente, diminue, la plus grande, la plus petite; et les expressions suivantes : « quand la distance parcourue augmente, la distance nous séparant de l'école diminue (ou augmente) », « quand on se trouve au coin des rues...la distance à l'école est plus grande qu'au départ », « au départ du rallye, la distance nous séparant de la l'école est la plus petite de tout le parcours », « quand on se trouve ...la distance à l'école est la plus grande ». **MAIS ENCORE LÀ ON DOIT D'ABORD CONSIDÉRER LE VOCABULAIRE ET LES EXPRESSIONS DES ÉLÈVES : L'ENSEIGNANT NE PROPOSE DES MOTS QUE LORSQUE CEUX DES ÉLÈVES NE SONT VRAIMENT PAS APPROPRIÉS (SI CE SONT DES SYNONYMES, ON LES GARDE !). (20 min)**
Les élèves écrivent au fur et à mesure dans leur *cahier d'élève 1 p. 5.*

À cette étape, si le temps manque, le retour sur le vocabulaire se fera au cours suivant.

5. Consigne pour le devoir (5 min)

Ramassage des *cahiers d'équipes* : ils restent à l'école !

L'enseignant lit avec les élèves les nouvelles informations données : *cahier d'élève 1 p. 6.* Les élèves doivent d'abord repérer dans l'énoncé les 2 critères que la nouvelle représentation visuelle doit respecter.

Donc la partie à remettre sera les pages 6 et 7 du cahier d'élève 1 : on doit voir les 2 critères écrits et la représentation visuelle proposée. L'enseignant dit aux élèves d'écrire tout de suite leur nom sur la page 6 puisqu'ils devront détacher les pages 6 et 7 la prochaine fois pour les remettre.

COURS 2

Remise du devoir : pages 6 et 7 du *cahier d'élève 1.* Les élèves ne doivent pas oublier de mettre leur nom !! Et distribution des *cahiers d'élève 2 (5 min)*

1. Retour sur ce qui a été vu au cours passé (5 min)

Après avoir remis leur devoir, les élèves viennent relire ce qu'ils ont fait au cours passé : *cahier d'élève 1.* Ce travail est individuel donc les élèves doivent lire en silence et se concentrer pour se remettre dans la situation.

Pendant ce temps l'enseignant classe les devoirs : ils placent les différentes représentations par catégories. Par exemple : les dessins désorganisés, les dessins organisés, les diagrammes, les tentatives graphiques, les tables de valeurs et les autres.

Si besoin c'est ici que s'insère la fin du travail sur le vocabulaire.

2. Retour sur le devoir (10 à 15 min)

Les élèves prennent leur *cahier d'élève 2 p. 2.* Ils doivent transcrire les différentes représentations proposées par les autres élèves.

<p>L'enseignant demande à certains élèves de venir présenter leur représentation ou de l'expliquer de leur place. Il présente aussi des familles de représentations qu'il reproduit au tableau.</p> <p>Cette étape est vraiment un « brain-storming » des représentations, on n'émet pas encore d'avis sur la validité ou l'efficacité de celles-ci.</p> <p>3. <u>Proposition de l'enseignant (15 à 20 min)</u></p> <p>L'enseignant explique que lui aussi a pensé à une manière de représenter visuellement la situation.</p> <p>Il présente le trajet choisi par les élèves mais reproduit avec un matériel flexible. Ici l'enseignant projette la carte de la ville sur le tableau et montrer que le trajet concret est bien celui qui avait été choisi. Il éteint le projecteur pour dire que maintenant qu'il a le trajet, il va simplement travailler avec lui.</p> <p>Il explique qu'il a pensé à déplier le trajet parce que de cette manière, il pourrait avoir la distance totale parcourue sur une même ligne droite. Il montre ce que ça donne.</p> <p>Maintenant, pour avoir une vraie représentation de la situation, il faudrait que l'on voie les endroits où on arrête sur le trajet ainsi que l'emplacement de l'école.</p> <p>Il projette la carte et reprend donc le trajet sur lequel il place les endroits d'arrêt et les points repères. Il déplie le trajet et montre qu'il obtient le trajet total sur une ligne droite avec tous les endroits importants. Mais il lui manque quelque chose.</p> <p>Il demande aux élèves ce qui manque dans sa représentation. Les élèves répondront certainement « l'école ». Le problème c'est que comme on déplie, l'endroit de l'école ne peut plus être vu. MAIS on pourrait représenter autre chose ???</p>	<p>En ramenant les élèves à la description faite au cours suivant et en demandant à quoi on s'intéressait, il est clair qu'ils penseront à la distance les séparent de l'école.</p> <p>L'enseignant reprend le trajet plié et dit qu'il faudrait donc concrétiser les distances à l'école. Il propose de mettre des cure-pipes pour faire cela : il montre la démarche pour en placer un. Puis, il sort alors le trajet préparé avec tous les cure-pipes pour gagner du temps.</p> <p>Il déplie de nouveau pour que les élèves voient ce qui est obtenu : ils doivent reproduire l'allure de cette représentation sur leur <i>cahier d'élève 2 p. 3</i>.</p> <p>Tout le long de cette démarche l'enseignant vérifie que les élèves comprennent sa démarche : il pose des questions à la fin pour voir si ils voient bien ce qui est représenté.</p> <p>4. <u>Évaluation du respect des critères (30 min)</u></p> <p>L'enseignant dit aux élèves que maintenant on va vérifier quelles sont les représentations qui respectent le mieux les critères de l'énoncé. Ils doivent prendre la <i>page 4 du cahier d'élève 2</i>.</p> <p>Ils relisent les critères puis on commence la démarche de validation pour le critère 1.</p> <p>Au tableau l'enseignant a gardé les représentations proposées : celles des élèves et la sienne.</p> <p>Il passe en revue chacun des représentations en demandant aux élèves si elles respectent le critère et si non pourquoi ?</p> <p>Cette démarche éliminera les représentations qui sont des dessins du trajet et les tables de valeurs. Les élèves prennent en note les représentations restantes à la <i>page 5 du cahier d'élève 2</i>.</p> <p>Puis c'est au tour du deuxième critère. Cette démarche éliminera des représentations désorganisées, des représentations ou seulement une des deux grandeurs est représentée etc... Les élèves prennent en note les représentations restantes à la <i>page 6 du cahier d'élève 2</i>.</p>
---	---

Finalement le troisième critère. La démarche est la même et il est bien possible qu'aucune représentation ne soit éliminée car les deux premiers critères font déjà une bonne sélection.

Les élèves prennent en note les représentations restantes à la page 7 du cahier d'élève 2.

POUR CHAQUE CRITÈRE, LOSRQUE LA REPRÉSENTATION DE L'ENSEIGNANT EST CONSIDÉRÉE, ON DOIT METTRE L'ACCENT SUR COMMENT LE CRITÈRE EST RESPECTÉ ET PRENDRE PLUSIEURS EXEMPLES. LA VERBALISATION EST IMPORTANTE. ON DOIT ENTENDRE QUE :

CRITÈRE 1 : « LA REPRÉSENTATION EST VISUELLE, IL N'Y A PAS DE NOMBRES, IL Y A SEULEMENT DES SEGMENTS : UN GRAND SEGMENT HORIZONTAL QUI REPRÉSENTE LE TRAJET COMPLET ET DES PETITS SEGMENTS VERTICAUX QUI REPRÉSENTENT LES DISTANCES À L'ÉCOLE »

CRITÈRE 2 : « JE VOIS RAPIDEMENT QU'ENTRE ... ET ... LA DISTANCE À L'ÉCOLE A AUGMENTÉ (OU QU'ENTRE ... ET ... ELLE A DIMINUÉ) CAR LES SEGMENTS VERTICAUX SONT PLUS GRANDS (OU PLUS PETITS). »

CRITÈRE 3 : « JE VOIS FACILEMENT QUE QUAND ON SE TROUVE À ... LA DISTANCE À L'ÉCOLE EST PLUS GRANDE QUE QUAND ON SE TROUVE À... »

5. Les représentations restantes : devoir (5 min)

Il est certain que la représentation de l'enseignant subsiste mais on ne sait pas encore si des représentations d'élèves subsistent aussi. Si des élèves ont proposé une représentation graphique, il est bien possible qu'elle ne soit pas parfaitement utilisée. Mais elle ressemble à la représentation de l'enseignant.

En devoir, les élèves doivent comparer les représentations restantes s'il y en a plusieurs ou analyser la représentation de l'enseignant : comment elle fonctionne ? qu'est-ce qu'on peut trouver comme informations ? Ils doivent pour cela détacher les pages 7 et 8 du cahier d'élève 2 et les apporter avec eux. Ils laissent leurs cahiers d'élèves 1 et 2 à l'école.

COURS 3

1. Retour sur ce qui a été vu au cours passé (5 min)

Les élèves récupèrent leurs cahiers d'élèves 1 et 2 et on distribue le cahier 3.

Ils doivent encore se remettre dans la situation en relisant ce qu'ils ont écrit au cours précédent. Ils sortent aussi leur devoir.

2. Retour sur le devoir et analyse de la nouvelle représentation (10 à 20 min)

Première possibilité : les élèves avaient à comparer les représentations restantes.

L'enseignant leur demande leurs commentaires.

On devrait certainement retrouver les idées suivantes :

« on a une ligne horizontale dans la représentation de l'enseignant et 2 droites : une verticale et une horizontale dans le représentation de l'élève »

« on voit horizontalement les distances parcourues mais l'élève donne des valeurs et alors que l'enseignant donne les lieux »

<p>« on voit verticalement les distances à l'école mais l'élève donne des valeurs alors que l'enseignant place juste des segments » « ça se ressemble beaucoup : horizontal, vertical, distances » « l'élève a placé des points et les a reliés, l'enseignant a des segments mais ne les relie pas »</p> <p>L'enseignant doit exploiter les commentaires d'élèves alors après avoir écrit au tableau ces commentaires : les élèves les prennent en note à la page 2 du cahier 3 de l'élève, il les considère un par un.</p> <p>➤ Il doit montrer que même si visuellement on n'a pas la même chose, la signification est la même. Par exemple : si on lit sur la représentation de l'enseignant : « horizontalement je vois que j'ai parcouru telle distance (à montrer avec une corde ou les doigts) et alors verticalement je vois que je suis à telle distance » et sur la représentation de l'élève on voit la même chose sauf qu'au lieu de montrer les distances on donne des valeurs : on peut d'ailleurs remettre en doute ces valeurs puisqu'on n'a pas l'échelle de la carte ».</p> <p>➤ Il doit donc aussi remettre en question la validité des valeurs données par l'élève et montrer que les valeurs numériques ne nous informe pas sur l'endroit où on est rendu sur le trajet.</p> <p>➤ Si les points sont reliés linéairement dans la représentation de l'élève, l'enseignant doit faire une parenthèse sur la validité d'une telle démarche : il demande aux élèves si il est vrai qu'entre deux points la distance augmente ou diminue toujours de la même manière. À cette étape il doit semer le doute dans l'esprit des élèves. Si un élève propose de relier les extrémités des segments de l'enseignant, alors celui-ci doit essayer et aller reprendre un autre segment entre les deux pour montrer que oups! ce n'est pas linéaire (parler de segments de droite avec les élèves).</p>	<p>➤ Le parallèle entre les deux représentations soit permettre d'améliorer la représentation de l'enseignant. Par exemple, il peut demander aux élèves si il ne serait pas possible dans sa représentation d'aussi mettre un axe vertical. Cet axe informerait de ce qu'on lit verticalement. Il peut aussi demander si les segments verticaux sont alors indispensables : pourquoi ? et que devrait-on faire si on veut simplement en garder l'extrémité ?</p> <p>Deuxième possibilité : les élèves devaient analyser la représentation de l'enseignant Alors l'enseignant récupère les commentaires et élabore sur la représentation pour faire ressortir les points énumérés dans la première possibilité.</p> <p>3. <u>Synthèse sur la représentation obtenue (15 min)</u> Les élèves doivent prendre en note à la page 3 du cahier 3 de l'élève les éléments qui ressortent de manière à expliquer comment lire la nouvelle représentation et comment la construire.</p> <p>4. <u>Explication de l'activité d'équipe (5 min)</u> On distribue les cahiers d'équipe. Les élèves doivent lire à la page 4 du cahier 3 de l'élève les consignes de l'activité. L'enseignant reprend ces consignes sur un transparent. Il met l'accent sur l'importance du secret du choix de leur lieu de référence. Les élèves travaillent dans leur cahier 3 de l'élève mais ils doivent présenter leur représentation finale dans le cahier d'équipe (le choix du lieu ainsi que la représentation doivent y apparaître).</p>
---	---

<p>Les élèves ne savent pas encore qu'ils auront à interpréter les graphiques des autres équipes mais ils savent qu'ils doivent être minutieux car n'importe qui doit pouvoir comprendre leur graphique.</p> <p>5. <u>Activité (30 à 40 min)</u> Pendant que les élèves travaillent l'enseignant circule pour s'assurer que les consignes sont respectées. Il prévient aussi les élèves au bout de 15 min pour leur dire que leur graphique doit être commencé car il reste 15 min.</p> <p>Si vraiment il n'y a pas assez de temps, on pourrait penser continuer l'activité au cours suivant.</p> <p>*****</p> <p><u>COURS 4</u></p> <p>1. <u>Suite de l'activité : interprétation (60 min)</u></p> <p>Poursuivre la construction des graphiques car cela risque de prendre du temps et c'est la partie la plus intéressante. Ensuite, ramasser les <i>cahiers d'équipe</i>, détacher les graphiques, les numérotés (en prenant en note les numéros pour les associer aux bonnes équipes). Distribuer les graphiques à des équipes différentes. Quand les élèves ont terminé, ils font passer le graphique à l'équipe suivante. Pour éviter les attentes, les élèves doivent faire une esquisse du graphique puis passer aux autres. La consigne est donnée sur le projecteur.</p>	<p>2. <u>Amélioration de la représentation (15 min)</u></p> <p>À la page 7 du cahier d'élève 3, les élèves doivent suggérer des améliorations. On doit retrouver ici les remarques quant aux segments longs à représenter, les longueurs qu'il faut reporter, les points qu'on aimerait relier.</p> <p>Suite aux activités de production et d'interprétation, les élèves auront certainement des commentaires à faire puisqu'ils auront passé beaucoup de temps pour tracer le graphique et que l'interprétation aura été difficile.</p> <p>Par exemple, les élèves se rendront compte qu'un graphique pour lequel les axes ne sont pas identifiés ne peut être interprété.</p> <p>L'enseignant anime cette partie discussion et les élèves doivent prendre en note les commentaires ressortis.</p>
--	---

A.2 DOCUMENT D'APPUI REMIS À L'ENSEIGNANT DU GROUPE A

<p><u>COURS 1</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <u>Introduction de l'activité du randonneur (5 min)</u> ➤ Présentation des chercheurs : Valériane Passaro et Fernando Hitt de l'UQAM. ➤ But de l'activité : voir si une telle activité est intéressante pour les élèves et permet la réussite des élèves. ➤ Participation des élèves : leur participation est importante car sinon ça ne mènera nulle part ! RIEN NE DOIT ÊTRE EFFACÉ, C'EST LA PARTICIPATION QUI COMPTE, IL N'Y A PAS DE BONNE OU DE MAUVAISE RÉPONSE ! ➤ Évaluation : leur indiquer que leurs cahiers d'élève et leur cahier d'élève sera aussi évalué par l'enseignante : tout doit être sérieusement rempli ! (pondération ?) C'est une activité intéressante et différente alors c'est un moyen facile d'avoir une bonne note, il suffit de faire ce qui est demandé. 2. <u>Introduction de la situation du randonneur (5 min)</u> <p>Les élèves lisent l'énoncé (<i>cahier de l'élève 1 p. 2</i>). L'enseignante demande à un élève de répéter les consignes.</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. <u>Choix d'une piste de randonnée (individuel + équipe) (15 min)</u> <p>Chaque élève travaille individuellement sur le traçage d'une piste dans son <i>cahier d'élève 1 p. 2</i> puis il doit aller vérifier que sa piste de randonnée respecte bien les consignes <i>p. 3 (5 min)</i>.</p>	<p>L'enseignante donne le signal pour le début du partage dans l'équipe : les élèves comparent leurs pistes et s'accordent sur la piste l'équipe qu'ils tracent dans leur <i>cahier d'équipe p. 2 (5 min)</i>.</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. <u>Retour sur les pistes : choix de la piste pour la classe (20 min)</u> <p>L'enseignante demande à une première équipe de venir tracer sa piste au tableau (avec le poste de secours, puis demande à la classe si la piste choisie respecte les consignes.</p> <p>L'enseignante demande si il y a d'autres propositions de pistes qui sont très différentes (on veut des pistes qui ont des allures différentes). Elle prend les propositions des élèves en vérifiant que ce qui va être proposé est bel et bien différent. Et pour chaque proposition on vérifie que les consignes sont respectées. Si elles ne le sont pas la piste est éliminée des choix possibles.</p> <p>Lorsque les propositions sont toutes au tableau (il devrait y en avoir 4-5), l'enseignante dit aux élèves qu'on doit choisir une de ces pistes. Pour faire ce choix, elle pose des questions permettant d'éliminer : les pistes irréalistes (polygone parfait), les pistes trop régulières (ellipse, cercle, forme symétrique...) et finalement avec les pistes restantes on tranche par un vote à main levée.</p> <p>Tous les élèves prennent en note le trajet choisi dans leur <i>cahier d'élève 1 p. 4</i>. Les élèves doivent tracer l'allure de la piste choisie (on peut donner un ordre de grandeur en disant par exemple que la longueur (à l'horizontal) est de 15 cm) (5 min)</p>
--	--

<p>5. <u>Description du phénomène (25 min)</u></p> <p>Chaque élève décrit sa manière de voir la situation : <i>cahier d'élève 1 p. 5</i>. (5 min)</p> <p>Puis ils partagent dans leur équipe pour essayer de comparer et trouver une description d'équipe qu'ils écrivent dans leur <i>cahier d'équipe p. 3</i> (15 min). Il faut que la description d'équipe considère chacune des descriptions individuelles et soit la plus complète possible.</p> <p>L'enseignante circule afin de pousser les élèves à approfondir leur réflexion. Par exemple, s'ils ont simplement une phrase de description du type : « tout augmente quand on fait le tour de la piste », l'enseignante peut demander de préciser qu'est-ce qui augmente puis semer le doute « êtes-vous sûrs que ça augmente tout le temps ? ».</p> <p>L'enseignante repère aussi les différentes descriptions afin de pouvoir diriger son questionnement lors du retour en fonction des idées des élèves. Il relève les élèves qui ont des points intéressants afin de les interroger le moment venu.</p>	<p><u>COURS 2</u></p> <p>Les <i>cahiers d'élèves 1</i> et les <i>cahiers d'équipe</i> sont distribués.</p> <p>1. <u>Retour sur ce qui a été vu au cours passé (15 min)</u></p> <p>L'enseignante montre la piste choisie par la classe au tableau et demande à un élève de rappeler la situation. Les élèves prennent la page 3 du <i>cahier d'équipe</i> et la page 6 de leur <i>cahier d'élève 1</i>.</p> <p>L'enseignant demande aux élèves de donner leurs descriptions d'équipe. Elle en interroge plusieurs et prend en note au tableau les phrases clés chaque fois qu'il y en a de nouvelles.</p> <p>Elle écrit aussi dans un coin du tableau, les mots clés de la description. Ce qui est pris en note est CE QUI VIENT DES ÉLÈVES. Si les élèves ont une description trop pauvre, l'enseignante peut poser des questions pour enrichir la discussion, mais elle ne propose par de nouvelles verbalisations.</p> <p>Les élèves prennent en note à la p. 6 de leur <i>cahier d'élève 1</i> ce qui concerne le phénomène en général puis les points repères (quand la variation change) et les mots clés (augmente, diminue, distance maximale, distance minimale etc.).</p>
<p>6. <u>Fin du cours (5 min)</u></p> <p>Ramassage des <i>cahiers d'équipes</i> et <i>cahiers d'élèves 1</i>. Ils n'ont pas de devoir.</p> <p>Pour le cours suivante l'enseignante regarde les descriptions des élèves dans les <i>cahiers d'équipe</i> afin de pouvoir mieux diriger la discussion au prochain cours. Elle prend note des différents types de descriptions : statique et dynamique, des différentes informations relevées : comment ça varie, des points repères où la variation change, des extrêmes etc.</p>	<p>2. <u>À la recherche d'une nouvelle représentation (15 min)</u></p> <p>À l'aide de la description faite, les élèves doivent chercher une nouvelle représentation. Ils prennent la page 7 du <i>cahier d'élève 1</i>. L'énoncé est lu par un élève ou l'enseignante et cette dernière vérifie qu'elle est bien comprise. L'idée de nouvelle représentation peut être associée à une illustration et on peut guider les élèves en leur faisant penser à ce qu'on voit souvent dans les journaux comme représentation visuelle qui montre l'évolution d'une situation.</p>

<p>Les élèves travaillent individuellement : d'abord ils repèrent les critères dans l'énoncé p. 7 puis p. 8 ils proposent une représentation. L'enseignante circule pour repérer les différents types de représentations. Elle interrogera les élèves qui ont produit des représentations différentes si ceux-ci ne les proposent pas spontanément.</p> <p>3. <u>Partage des représentations (15 min)</u></p> <p>Les élèves proposent leurs représentations : soit ils vont la produire au tableau en l'expliquant, soit l'enseignante la copie au tableau à partir du cahier de l'élève et celui-ci explique ce qu'il a fait de sa place (tout dépend de la dynamique de classe).</p> <p>À chaque fois, l'enseignante demande si quelqu'un d'autre à une autre idée.</p> <p>Il est important que les élèves EXPLIQUE ce qu'ils ont fait et comment on doit interpréter leur représentation car les autres élèves doivent comprendre de quoi il s'agit (ils devront vérifier le respect des critères plus tard et ce n'est possible que si ils comprennent la représentation).</p> <p>À la page 9 de leur cahier d'élève, les élèves recopient ces représentations (allure) pour pouvoir poursuivre le travail.</p> <p>4. <u>Proposition de l'enseignante (15 min)</u></p> <p>L'enseignante explique que elle aussi a pensé à une manière de représenter visuellement la situation.</p> <p>Elle présente la piste choisie par les élèves, mais reproduite avec un matériel flexible et des cure-pipes. (les cure-pipes sont placés aux points repères identifiés dans la description du phénomène : soit ils sont placés par l'enseignante pendant que les élèves travaillent, soit ils sont placés au fur et à mesure avant de déplier la piste).</p>	<p>Elle explique qu'elle a pensé à déplier la piste parce que de cette manière, elle pourrait avoir la distance totale parcourue sur une même ligne droite. Elle montre ce que ça donne.</p> <p>Elle déplie la piste et montre qu'elle obtient la distance total parcourue sur une ligne droite avec tous les endroits importants. Mais il lui manque quelque chose.</p> <p>Il demande aux élèves ce qui manque dans sa représentation. Les élèves répondront certainement « le poste de secours ». Le problème c'est que comme on déplie, l'endroit du poste de secours ne peut plus être vu, mais ce n'est pas grave parce qu'on sait quand à quelle distance du poste de secours le randonneur se trouve (grâce aux cure-pipes).</p> <p>L'enseignant verbalise pour mettre en évidence ce que montre sa représentation (« je vois que quand le randonneur a parcouru cette distance sur la piste alors il se trouve à cette distance du poste de secours »).</p> <p>Les élèves voient ce qui est obtenu : ils doivent reproduire l'allure de cette représentation sur leur cahier d'élève 1 p. 10.</p> <p>Tout le long de cette démarche l'enseignant vérifie que les élèves comprennent sa démarche : il pose des questions à la fin pour voir si ils voient bien ce qui est représenté.</p> <p>5. <u>Évaluation du respect des critères : critères 1 et 2 (10 min)</u></p> <p>L'enseignant dit aux élèves que maintenant on va vérifier quelles sont les représentations qui respectent le mieux les critères de l'énoncé. Ils doivent prendre la page 11 du cahier d'élève 1.</p> <p>Ils relisent les critères puis on commence la démarche de validation pour le critère 1.</p>
---	--

Au tableau, l'enseignante a gardé les représentations proposées : celles des élèves et la sienne, elle les numérote (les élèves aussi p. 9 et 10) pour gagner du temps ensuite.

Elle passe en revue chacune des représentations en demandant aux élèves si elles respectent le critère et si non pourquoi ? Cette démarche éliminera les représentations qui sont des dessins du trajet et les tables de valeurs. Les élèves prennent en note les représentations restantes à la page 12 du cahier d'élève 1.

Puis c'est au tour du deuxième critère. Cette démarche éliminera des représentations désorganisées, des représentations ou seulement une des deux grandeurs est représentée etc... Les élèves prennent en note les représentations restantes à la page 13 du cahier d'élève 2.

POUR CHAQUE CRITÈRE, LORSQUE LA REPRÉSENTATION DE L'ENSEIGNANT EST CONSIDÉRÉE, ON DOIT METTRE L'ACCENT SUR COMMENT LE CRITÈRE EST RESPECTÉ ET PRENDRE PLUSIEURS EXEMPLES. LA VERBALISATION EST IMPORTANTE. ON DOIT ENTENDRE QUE :

CRITÈRE 1 : « JE VOIS RAPIDEMENT QU'ENTRE ... ET ... LA DISTANCE AU POSTE DE SECOURS A AUGMENTÉ (OU QU'ENTRE ... ET ... ELLE A DIMINUÉ) CAR LES SEGMENTS VERTICAUX SONT PLUS GRANDS (OU PLUS PETITS). »

CRITÈRE 2 : « JE VOIS FACILEMENT QUE QUAND ON SE TROUVE À ... LA DISTANCE AU POSTE DE SECOURS EST PLUS GRANDE QUE QUAND ON SE TROUVE À ... CAR LES SEGMENTS (OU CURE-PIPES) SONT TOUS PLACÉS VERTICALEMENT. »

6. Devoir (5 min)

Les élèves apportent avec eux leur cahier d'élève 1 et remettent le cahier d'équipe.

Ils doivent en devoir compléter la page 13, c'est-à-dire décrire les 2 autres situations puis voir quelle(s) représentation(s) permettent de les représenter.

COURS 3

1. Retour sur le devoir (15 min)

L'enseignante interroge les élèves afin de savoir quelles descriptions ils ont fait des situations 2 et 3. On doit retrouver la description globale de chacun des phénomènes :

Situation 2 : « plus on achète de viande hachée, plus ça coûte cher. Le prix de la viande hachée dépend de la quantité achetée. Pour chaque quantité précise il y a un prix précis. »

Situation 3 : « plus on tourne la manivelle, moins la surface recouverte est grande. La surface recouverte dépend du nombre de tours de manivelle effectués. À un certain nombre de tours de manivelle correspond une surface recouverte. »

Alors l'enseignante demande quelles représentations respectent le critère 3.

Cette étape est difficile, mais pour chaque représentation les élèves doivent imaginer ce qu'on obtiendrait pour les situations 2 et 3. L'enseignante force les élèves à évaluer la transposition possible ou non des représentations proposées.

Les représentations restantes sont celles qui sont proches d'un graphique.

<p>2. <u>Construction de la nouvelle représentation (30 à 45 min)</u> On distribue les <i>cahiers de l'élève 2</i>.</p> <p>Première possibilité : il reste plusieurs représentations qui satisfont les 3 critères.</p> <p>L'enseignante demande alors aux élèves de comparer les représentations (points communs, différences).</p> <p>On devrait certainement retrouver les idées suivantes :</p> <p>« on a une ligne horizontale dans la représentation de l'enseignant et 2 droites : une verticale et une horizontale dans le représentation de l'élève »</p> <p>« on voit horizontalement les distances parcourues mais l'élève donne des valeurs et alors que l'enseignant donne les lieux »</p> <p>« on voit verticalement les distances à l'école mais l'élève donne des valeurs alors que l'enseignant place juste des segments »</p> <p>« ça se ressemble beaucoup : horizontal, vertical, distances »</p> <p>« l'élève a placé des points et les a reliés, l'enseignant a des segments mais ne les relie pas »</p> <p>L'enseignante doit faire ressortir des points importants :</p>	<p>➤ Elle doit donc aussi remettre en question la validité des valeurs données par l'élève et montrer que les valeurs numériques ne nous informe pas sur l'endroit où on est rendu sur le trajet.</p> <p>➤ Si les points sont reliés linéairement dans la représentation de l'élève, l'enseignante doit faire une parenthèse sur la validité d'une telle démarche : elle demande aux élèves si il est vrai qu'entre deux points la distance augmente ou diminue toujours de la même manière. A cette étape elle doit semer le doute dans l'esprit des élèves. Si un élève propose de relier les extrémités des segments de l'enseignante, alors celle-ci doit essayer et aller reprendre un autre segment entre les deux pour montrer que oups! ce n'est pas linéaire (parler de segments de droite avec les élèves).</p> <p>➤ Le parallèle entre les deux représentations doit permettre de construire une nouvelle représentation améliorée. Par exemple, elle peut demander aux élèves si il ne serait pas possible dans sa représentation d'aussi mettre un axe vertical. Cet axe informerait de ce qu'on lit verticalement. Elle peut aussi demander si les segments verticaux sont alors indispensables : pourquoi ? et que devrait-on faire si on veut simplement en garder l'extrémité ?</p>
<p>➤ Elle doit montrer que même si visuellement on n'a pas la même chose, la signification est la même. Par exemple : si on lit sur la représentation de l'enseignant : « horizontalement je vois que j'ai parcouru telle distance (à montrer avec une corde ou les doigts) et alors verticalement je vois que je suis à telle distance » et sur la représentation de l'élève on voit la même chose sauf qu'au lieu de montrer les distances on donne des valeurs : on peut d'ailleurs remettre en doute ces valeurs puisqu'on n'a pas l'échelle de la carte ».</p>	<p>À la page 2 du <i>cahier 2 de l'élève</i>, les élèves doivent écrire quelle est la représentation privilégiée, si un élève l'a proposé on écrit alors le graphique sinon l'enseignante demande comment on appelle une telle représentation.</p>

Ils prennent en note comment lire la représentation :

« Pour chaque distance parcourue que je vois horizontalement, je peux lire la distance au poste de secours correspondant verticalement. »

« Par exemple, quand on parcourt la distance entre le point de départ et le point A alors au point A on sait que la distance au poste de secours est celle-ci |

Puis comment construire la représentation : « Il y deux axes, un horizontal et l'autre vertical. Sur chaque axe on indique la grandeur représentée (exemple : la distance parcourue). Il faut mettre un titre pour indiquer de quoi on parle. Il faut ensuite placer des segments verticaux (ou des points) à des endroits précis afin de montrer comment varie la grandeur sur l'axe vertical lorsque l'autre grandeur (sur l'axe horizontal) varie. »

Deuxième possibilité : il ne reste que la représentation de l'enseignante.

Alors l'enseignante récupère les commentaires et élabore sur la représentation pour faire ressortir les points énumérés dans la première possibilité.

3. Explication de l'activité d'équipe (10 min)

Les élèves doivent lire à la page 3 du cahier 2 de l'élève les consignes de l'activité.

L'enseignant reprend ces consignes afin de s'assurer que tout le monde comprend la consigne et que les emplacements restent secrets. Elle reprend aussi l'idée d'un responsable du graphique d'équipe.

Les élèves travaillent dans leur cahier 2 de l'élève mais ils doivent présenter leur représentation finale dans le cahier d'équipe (le choix du lieu ainsi que la représentation doivent y apparaître).

Les élèves ne savent pas encore qu'ils auront à interpréter les graphiques des autres équipes mais ils savent qu'ils doivent être **minutieux car n'importe qui doit pouvoir comprendre leur graphique.**

4. Activité (10 à 20 min)

Pendant que les élèves travaillent l'enseignante circule pour s'assurer que les consignes sont respectées. Les élèves devraient avoir le temps de choisir leur emplacement et de commencer à réfléchir sur les points repères.

Les élèves remettent leur cahier d'élève 2 et sont informés qu'au prochain cours ils devront continuer cette activité.

COURS 4

1. Suite de l'activité : production du graphique (40 min)

On distribue les cahiers d'équipe ainsi que les cahiers de l'élève 2. Les consignes sont revues. Les élèves sont informés que le graphique de l'équipe doit être le produit final de leur réflexion mais que dans leur cahier d'élève ils peuvent travailler sur des essais. Les élèves doivent entreprendre la construction des graphiques.

2. Ramassage des productions (10 min)

Au fur et à mesure que les équipes ont terminé, l'enseignante ramasse la page 5 (ou une feuille plus grande distribuée) du *cahier d'équipe* (les élèves l'enlève du duo-tang). Elle vérifie que le nom de l'équipe est bien écrit.

3. Interprétation des graphiques des autres équipes (25 min)

Les élèves prennent la *page 6 de leur cahier d'élève 2*. L'enseignante vérifie que la consigne est claire. Ce travail se fait dans le cahier d'équipe et tout le monde doit faire sa part.

Elle distribue les graphiques à des équipes différentes.

Quand les élèves ont terminé, l'enseignante s'assure de faire passer le graphique à l'équipe suivante.

Pour éviter les attentes, les élèves doivent faire une esquisse du graphique puis passer aux autres.

4. Devoir : améliorations ?

À la *page 7 du cahier d'élève 2*, les élèves doivent suggérer des améliorations.

On doit retrouver ici les remarques quant aux segments longs à représenter, les longueurs qu'il faut reporter, les points qu'on aimerait relier.

Suite aux activités de production et d'interprétation, les élèves auront certainement des commentaires à faire puisqu'ils auront passé beaucoup de temps pour tracer le graphique et que l'interprétation aura été difficile.

Par exemple, les élèves se rendront compte qu'un graphique pour lequel les axes ne sont pas identifiés ne peut être interprété.

APPENDICE B

DOCUMENTS DE TRAVAIL REMIS AUX ÉLÈVES

B.1	Cahier de l'élève 1 (groupes B et C)	p. 249
B.2	Cahier de l'élève 2 (groupes B et C)	p. 253
B.3	Cahier de l'élève 3 (groupes B et C)	p. 257
B.4	Cahier de l'équipe (groupes B et C)	p. 260
B.5	Cahier de l'élève 1 (groupe A)	p. 263
B.6	Cahier de l'élève 2 (groupe A)	p. 270
B.7	Cahier de l'équipe (groupe A)	p. 274

B.1 CAHIER DE L'ÉLÈVE 1 (groupes B et C)

Page 1

École secondaire Père-Marquette
 Mathématiques secondaire 2
 Enseignant : Jean-François Blanchet

CAHIER DE L'ÉLÈVE 1

Nom : _____ Prénom : _____
 Foyer : _____
 Noms de mes coéquipiers : _____

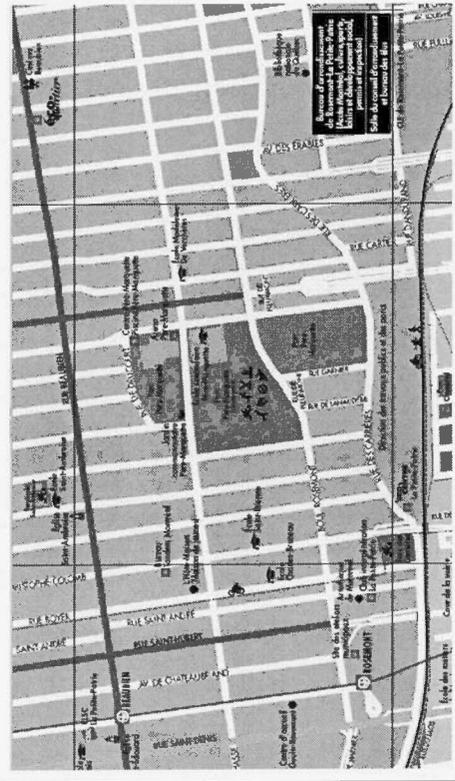
Situation : Le rallye

Lors d'un rallye organisé par l'école, vous devez vous rendre à 5 endroits précis dans le quartier. Dans l'ordre, vous devez aller : à la piscine Père-Marquette, au jardin communautaire Père-Marquette, à l'école Saint-Étienne, à l'Éco-centre Petite-Patrie et finalement à l'école Madeleine de Verchères. Votre point de départ et d'arrivée est l'intersection des rues Bellechasse et Marquette.

ATTENTION : Vous devez absolument passer par les trottoirs (vous devez ressortir de chaque endroit et reprendre le trottoir à chaque fois).

Page 2

Trace le chemin que tu emprunterais sur la carte du quartier suivante en respectant l'ordre indiqué par l'énoncé (ATTENTION : IL FAUT SE FIER À LA CARTE).



Description du phénomène

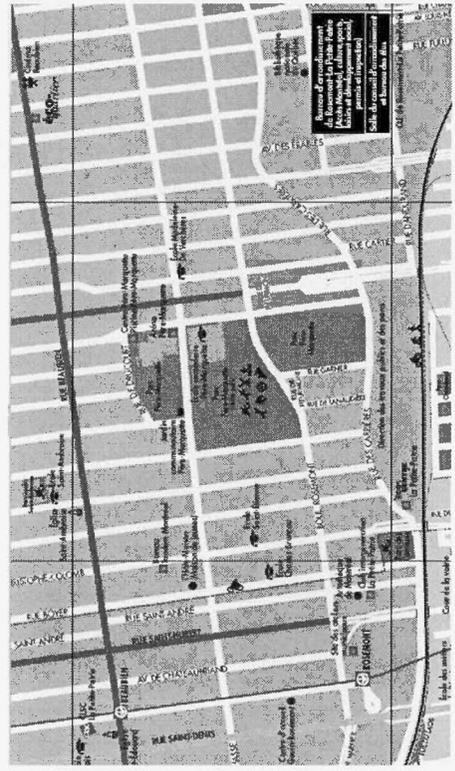
Le directeur de l'école veut être sûr que vous ne vous éloignerez pas trop de l'école. Pour le rassurer, vous devez vous intéresser aux 2 grandeurs suivantes : la distance que vous allez parcourir depuis le point de départ et la distance à « vol d'oiseau » qui vous sépare de l'école.

Lorsqu'une de ces grandeurs change, l'autre réagit. Décrivez comment ça se passe tout au long du trajet (du départ à l'arrivée).

Ma description :

Compare ta description avec celle des autres membres de ton équipe. Composez la description de l'équipe en tenant compte des descriptions de chacun. Un membre de l'équipe écrit cette description dans le CAHIER DE L'ÉQUIPE.

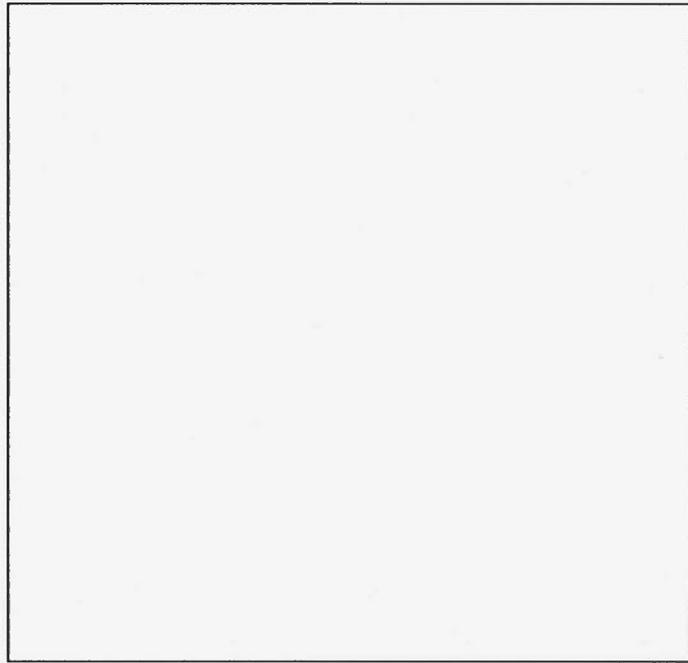
Le trajet choisi par la classe est le suivant :



Page 5	Page 6
<p>Après la présentation des descriptions de chaque équipe, la classe a composé la description suivante :</p> <p><u>La description de la classe :</u></p> <p>En général :</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Des points repères et des phases :</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Les mots-clés dans notre description :</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>À la recherche d'une nouvelle représentation visuelle de la situation</p> <p>Lorsque vous avez expliqué au directeur comment varie la distance à l'école lorsque la distance parcourue augmente, il a trouvé vos explications très longues. Il vous demande donc de trouver un moyen plus rapide de lui montrer ce qui se passe. Il voudrait aussi que ce moyen soit visuel car c'est aussi moins long à interpréter.</p> <p>Finalement, il demande que la représentation visuelle proposée lui permette de comparer rapidement plusieurs distances à l'école. De cette manière, selon où sont rendus les différents groupes d'élèves, il pourra savoir lequel est le plus proche de l'école (« à vol d'oiseau »)</p> <p>Dans l'énoncé, je repère 3 critères à respecter :</p> <p>Critère 1 : _____</p> <p>_____</p> <p>Critère 2 : _____</p> <p>_____</p> <p>Critère 3 : _____</p> <p>_____</p> <p>Propose une représentation visuelle organisée qui répond au mieux à toutes ces exigences p. 7.</p> <p>Remet ensuite les pages 6 et 7 à ton enseignant.</p>

Page 7

Voici la représentation visuelle que je propose :



Page 1

École secondaire Père-Marquette
 Mathématiques secondaire 2
 Enseignant : Jean-François Blanchet

CAHIER DE L'ÉLÈVE 2

Nom : _____ Prénom : _____
 Foyer : _____

À la recherche d'une nouvelle représentation visuelle de la situation

Lorsque vous avez expliqué au directeur comment varie la distance à l'école lorsque la distance parcourue augmente, il a trouvé vos explications très longues. Il vous demande donc de trouver **un moyen plus rapide de lui montrer ce qui se passe**. Il voudrait aussi que ce moyen soit **visuel** car c'est aussi moins long à interpréter.

Finalement, il demande que la représentation visuelle proposée lui permette de **comparer rapidement plusieurs distances à l'école**. De cette manière, selon où sont rendus les différents groupes d'élèves, il pourra savoir lequel est le plus proche de l'école (« à vol d'oiseau »).

Page 2

Après avoir partagé nos représentations, voici les différentes propositions des élèves.

Les autres représentations proposées par les élèves :

Mon enseignante aussi a proposé une représentation :



Regardons de plus près les représentations proposées...

Avant de répondre au directeur, nous devons vérifier que les représentations proposées respectent les 3 critères repérés dans l'énoncé.

Rappel des critères :

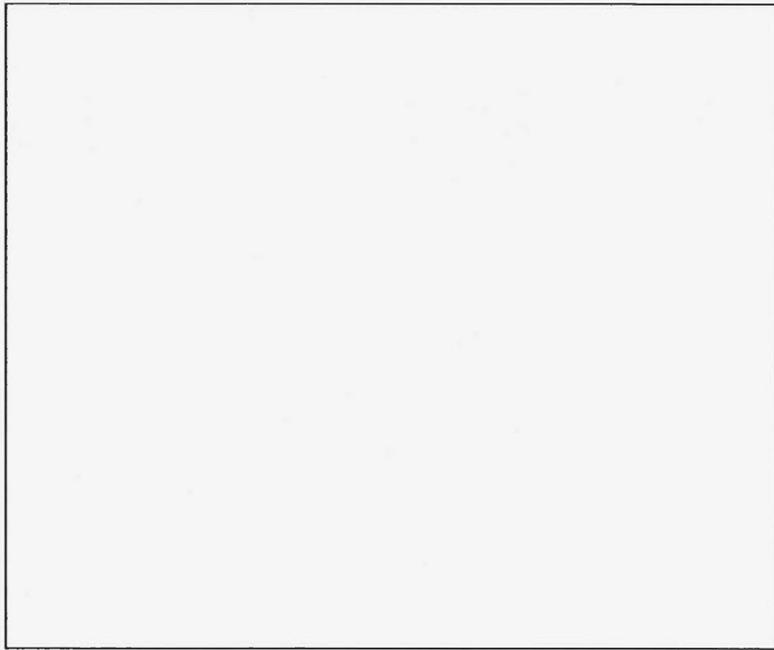
Critère 1 :

Critère 2 :

Critère 3 :

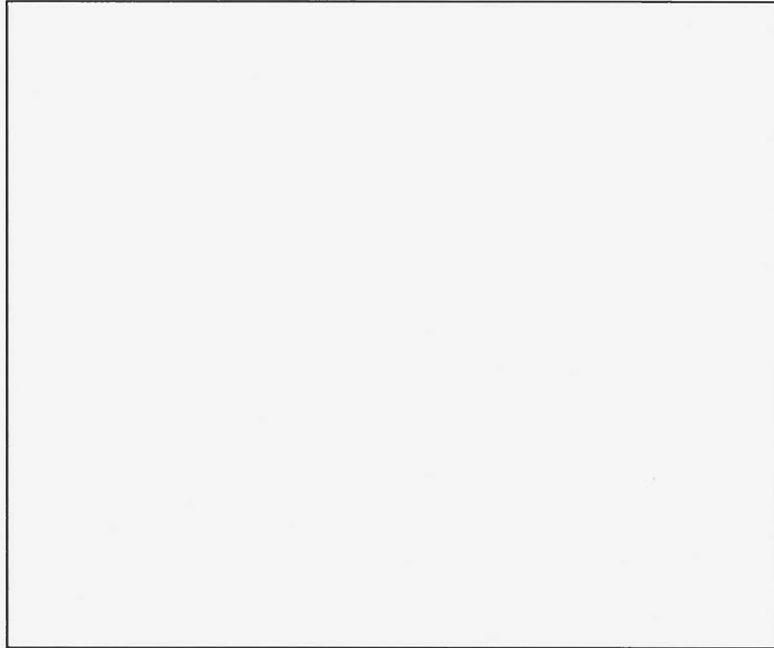
Page 5

Les représentations qui respectent le **critère 1** sont :



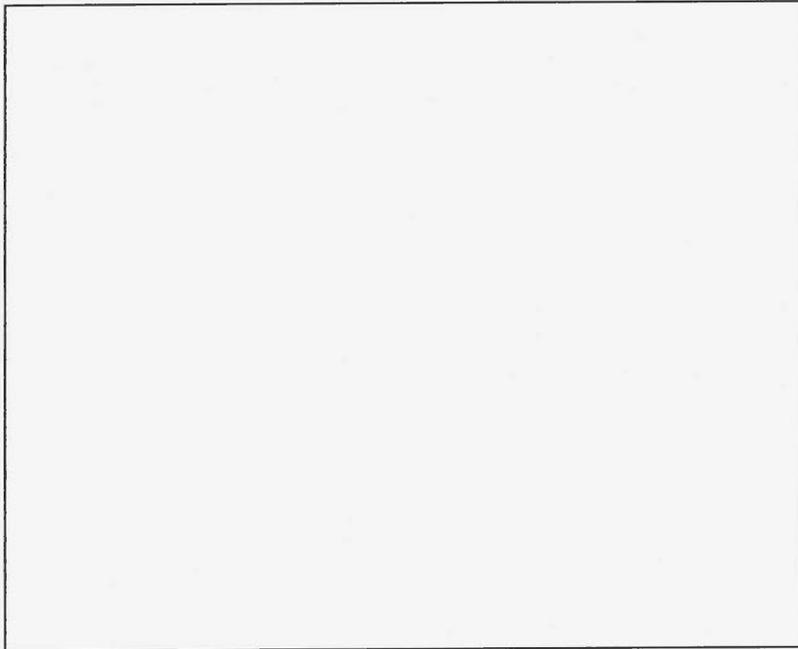
Page 6

Les représentations qui respectent le **critère 2** sont :



Page 7

Les représentations qui respectent le critère 3 sont :



Page 8

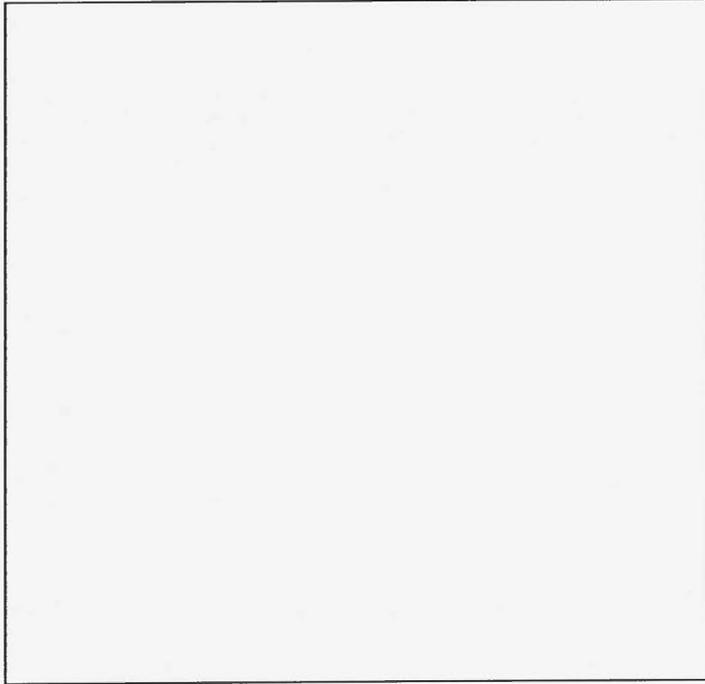
La(les) représentation(s) qui restent est(sont) :

Si plusieurs représentations répondent aux 3 critères, décris les points communs et les différences entre ces représentations :

Si il ne reste qu'une représentation, décris-la (comment elle fonctionne, comme la lire, comment la construire).

Page 1	Page 2
<p>École secondaire Père-Marquette Mathématiques secondaire 2 Enseignant : Jean-François Blanchet</p> <p style="text-align: center;"><u>CAHIER DE L'ÉLÈVE 3</u></p> <p>Nom : _____ Prénom : _____</p> <p>Foyer : _____</p> <p><i>Nous avons trouvé une représentation qui répond aux critères suivants :</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Elle est visuelle, 2) Elle permet de voir rapidement ce qui se passe dans la situation du rallye, 3) Elle permet de comparer rapidement plusieurs distances à l'école. <p>Cette représentation s'appelle : _____</p>	<p>Le directeur trouve très pratique cette représentation et il aimerait la réutiliser dans d'autres situations. Pour bien la maîtriser, il te demande de lui expliquer:</p> <p>Comment est faite la représentation ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Comment lire la représentation ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Comment construire la représentation ?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>

Le graphique que nous obtenons est le suivant :



Améliorons la nouvelle représentation.

As-tu des propositions pour améliorer la représentation ?
Si oui, prends-les en note :

Dans la classe, les élèves ont proposé :

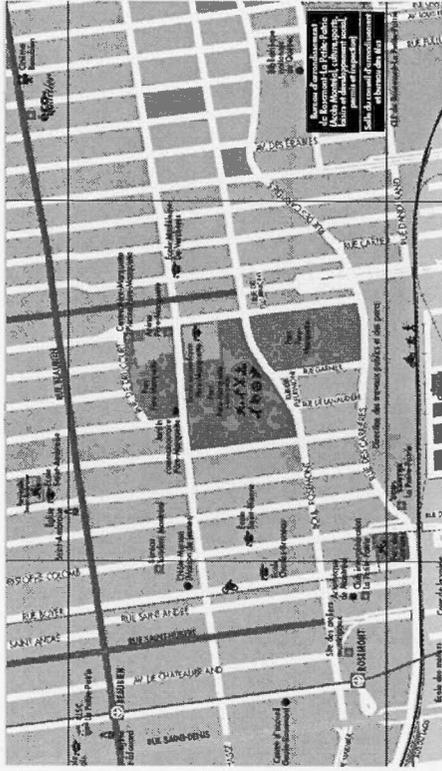
Description du phénomène

Le directeur de l'école veut être sûr que vous ne vous éloignerez pas trop de l'école. Pour le rassurer, vous devez vous intéresser aux 2 grandeurs suivantes : la distance que vous allez parcourir depuis le point de départ et la distance à « vol d'oiseau » qui vous sépare de l'école. Lorsqu'une de ces grandeurs change, l'autre réagit. Décris comment ça se passe tout au long du trajet (du départ à l'arrivée).

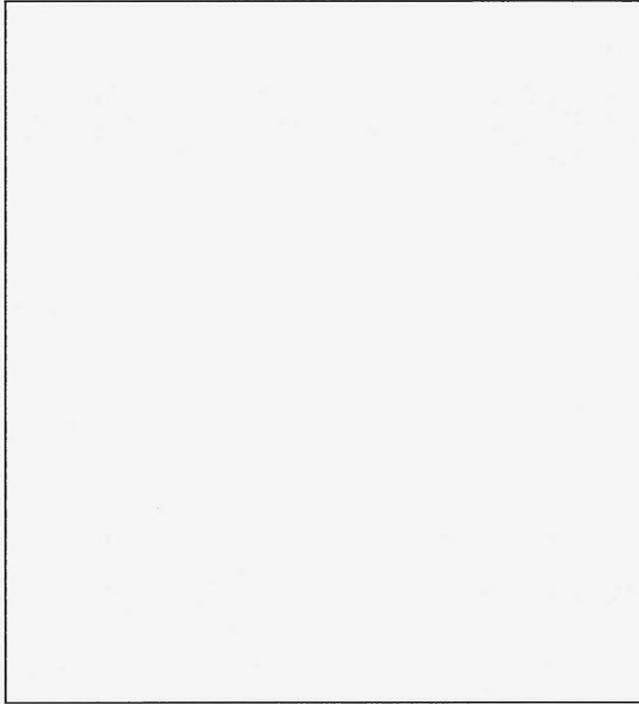
La description de l'équipe :

On change un peu la situation !

Nous avons choisi le lieu suivant :



Notre graphique :



On interprète les graphiques des autres équipes.

Les graphiques vont circuler dans la classe.

Vous devez, en équipe, interpréter ces graphiques, c'est-à-dire trouver **quel est le lieu de référence choisi par l'équipe** qui a tracé chacun de ces graphiques.

N'oubliez pas de tracer une esquisse de chaque graphique consulté (croquis qui donne l'allure du graphique).

Le lieu identifié doit être décrit soit par son nom, soit par son emplacement sur la carte.

Chaque membre de l'équipe est responsable **d'une production**, il doit écrire son nom.

Numéro du graphique	Esquisse du graphique	Description du lieu choisi par l'équipe
Nom du responsable de cette production :		

Page 1

Les relations : cahier de l'élève 1

Nom : _____
 Prénom : _____
 Foyer : _____
 Nom de l'équipe : _____
 Noms de mes co-équipiers : _____

Mon rôle dans l'équipe :



École secondaire Louis-Riel
 Mathématiques secondaire 2
 Enseignante : Inga Gnass

Page 2

Situation 1 : Le randonneur

Un randonneur entreprend une longue randonnée en forêt. Il suit une **piste fermée** qui lui permet donc de revenir à son point de départ à la fin de la randonnée. En suivant cette piste, il ne repasse **jamais au même endroit** de la forêt. Il ne fait qu'un seul tour de piste.

Un **poste de secours** est situé à **l'intérieur de la région délimitée par la piste**. Un grand mât avec un drapeau

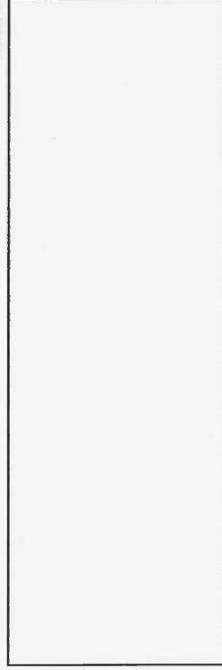
permet au randonneur de repérer l'emplacement du poste de secours quel que soit l'endroit où il se trouve sur la piste.

Trace une piste et place le poste de secours à l'endroit de ton choix en respectant l'énoncé.



1) *Choix d'une piste de randonnée*

Ma piste de randonnée :



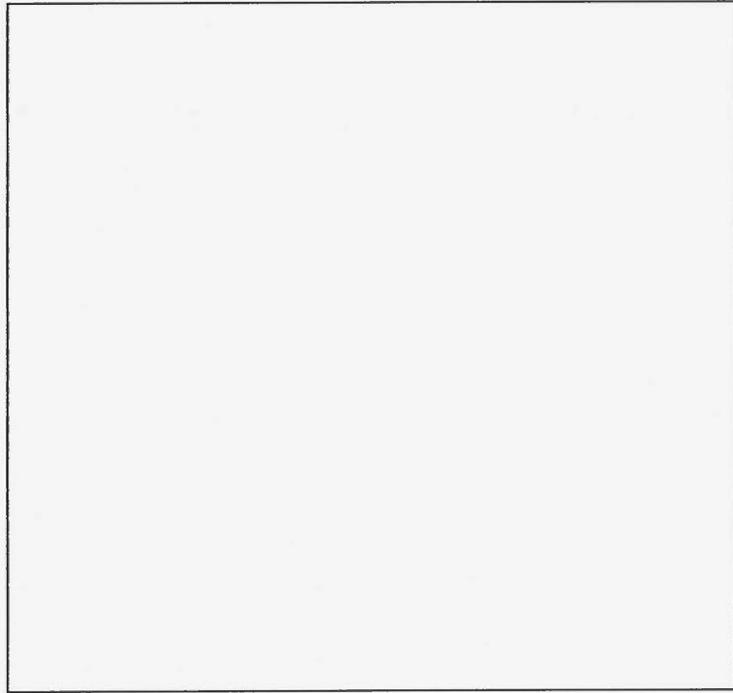
<p>Page 3</p> <p>Est-ce que ta piste respecte les consignes de l'énoncé ? Coche la bonne case pour chaque consigne :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 60%;">Consignes</th> <th style="width: 20%;">Oui, ma piste respecte cette consigne</th> <th style="width: 20%;">Non, ma piste ne respecte pas cette consigne</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>La piste est fermée (à la fin, on revient au point de départ).</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>En suivant la piste, on ne repasse jamais au même endroit.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Le poste de secours se trouve à l'intérieur de la région délimitée par la piste.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table> <p>Compare ta piste avec celle des autres membres de ton équipe. Choisissez une de ces pistes : elle doit absolument respecter les 3 consignes de l'énoncé.</p> <p>Un membre de l'équipe reproduit cette piste dans le CAHIER DE L'ÉQUIPE.</p>	Consignes	Oui, ma piste respecte cette consigne	Non, ma piste ne respecte pas cette consigne	La piste est fermée (à la fin, on revient au point de départ).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	En suivant la piste, on ne repasse jamais au même endroit.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Le poste de secours se trouve à l'intérieur de la région délimitée par la piste.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p>Page 4</p> <p>Après la présentation des pistes de chaque équipe, nous avons choisi la piste suivante : <u>La piste de randonnée choisie par la classe :</u></p> <div style="border: 1px solid black; height: 300px; width: 100%;"></div>
Consignes	Oui, ma piste respecte cette consigne	Non, ma piste ne respecte pas cette consigne											
La piste est fermée (à la fin, on revient au point de départ).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
En suivant la piste, on ne repasse jamais au même endroit.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
Le poste de secours se trouve à l'intérieur de la région délimitée par la piste.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											

Page 7	Page 8
<p>3) À la recherche d'une nouvelle représentation visuelle de la situation</p> <p>Lorsqu'on a expliqué au randonneur ce qui se passait avec la distance qui le séparait du poste de secours selon la distance qu'il avait parcourue, il a trouvé que c'était trop long.</p> <p>Il nous demande donc de trouver un moyen plus rapide de lui montrer ce qui se passe.</p> <p>Il veut aussi que ce moyen lui permette de comparer rapidement plusieurs distances au poste de secours.</p> <p>En plus de rendre service au randonneur, notre esprit pratique nous conseille de trouver une représentation réutilisable dans d'autres situations. Il faudrait par exemple, qu'on puisse représenter : « le prix de la viande hachée selon la quantité de viande hachée achetée » ou « l'aire de la surface d'une piscine recouverte par une toile selon le nombre de tours de manivelle effectués pour enrouler la toile » avec une représentation semblable.</p> <p>Dans l'énoncé, je repère 3 critères à respecter :</p> <p>Critère 1 : _____</p> <p>Critère 2 : _____</p> <p>Critère 3 : _____</p>	<p>Propose une représentation visuelle organisée qui répond au mieux à toutes ces exigences.</p> <p>Remets ensuite ton cahier à ton enseignante pour qu'elle regarde ta proposition.</p> <p><u>Voici la représentation visuelle que je propose :</u></p> <div data-bbox="590 224 1212 974" style="border: 1px solid black; height: 394px; width: 390px; margin-top: 10px;"></div>

Page 9

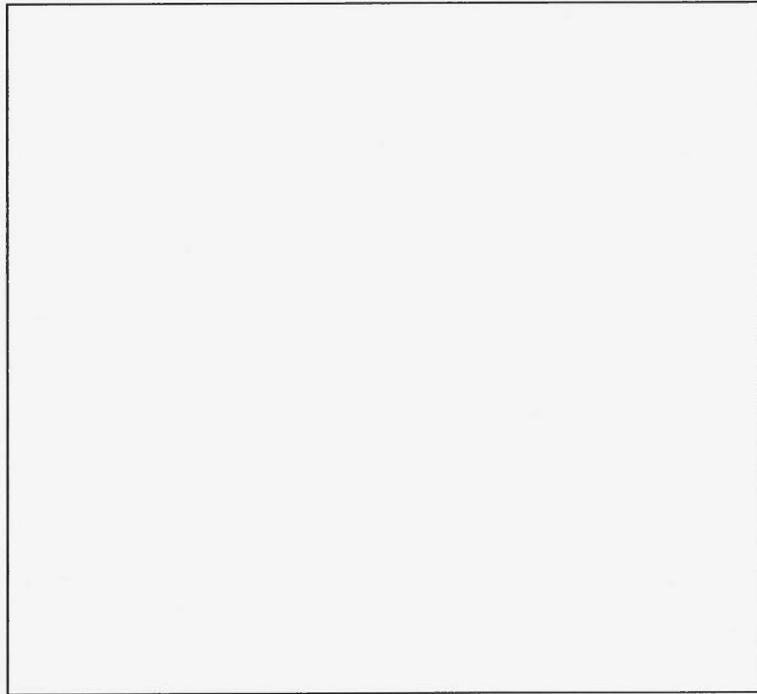
Après avoir partagé nos représentations, voici les différentes propositions des élèves.

Les autres représentations proposées par les élèves :



Page 10

Mon enseignante aussi a proposé une représentation :



<p>Page 11</p> <p>4) <i>Regardons de plus près les représentations proposées...</i></p> <p>Avant de répondre au randonneur, nous devons vérifier que les représentations proposées respectent les 3 critères repérés dans l'énoncé.</p> <p><u>Rappel des critères :</u></p> <p>Critère 1 : On voit rapidement comment varie la distance au poste de secours selon la distance parcourue.</p> <p>Critère 2 : On peut comparer facilement plusieurs distances séparant le randonneur au poste de secours.</p> <p>Critère 3 : On peut adapter la représentation pour montrer ce qui se passe dans les situations suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Situation 2. : On s'intéresse au prix de la viande hachée selon la quantité de viande hachée achetée.  <ul style="list-style-type: none"> ➤ Situation 3. : On s'intéresse à l'aire de la surface d'une piscine recouverte par une toile selon le nombre de tours de manivelle effectués pour enrouler la toile 	<p>Page 12</p> <p><u>Les représentations qui respectent le critère 1 sont :</u></p> <div data-bbox="414 314 750 932" style="border: 1px solid black; height: 325px; width: 210px; margin: 10px auto;"></div> <p><u>Les représentations qui respectent en plus le critère 2 sont :</u></p> <div data-bbox="861 314 1197 932" style="border: 1px solid black; height: 325px; width: 210px; margin: 10px auto;"></div>
--	--

Page 13

Critère 3

Avant de considérer le 3^{ème} critère, nous devons nous assurer que nous comprenons bien les situations 2 et 3.

Description de la situation 2

Description de la situation 3

Les représentations qui respectent le critère 3 sont :

Page 1

Les relations : cahier de l'élève 2

Nom : _____
 Prénom : _____
 Foyer : _____
 Nom de l'équipe : _____

Noms de mes co-équipiers : _____

Mon rôle dans l'équipe : _____



École secondaire Louis-Riel
 Mathématiques secondaire 2
 Enseignante : Inga Gnass

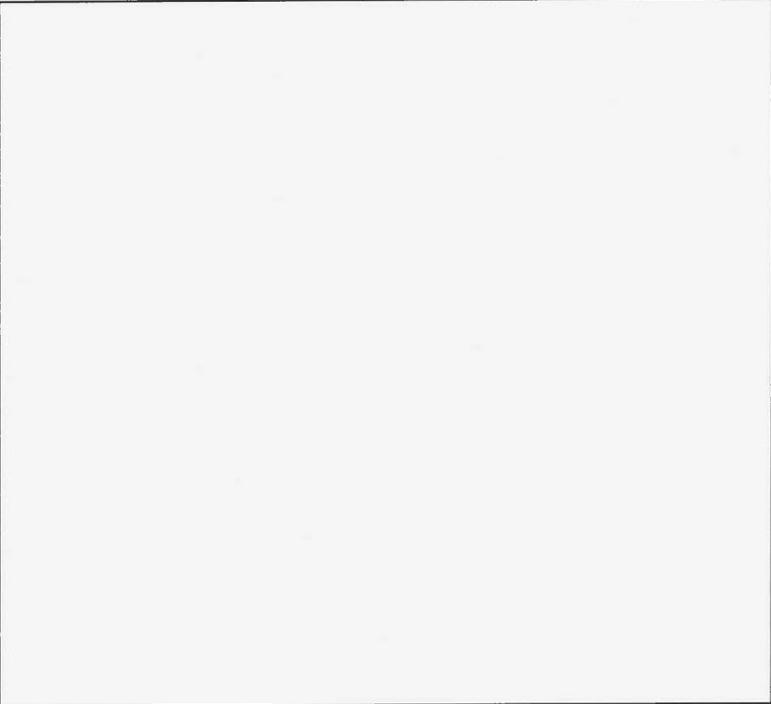
Page 2

5) La représentation privilégiée est : _____

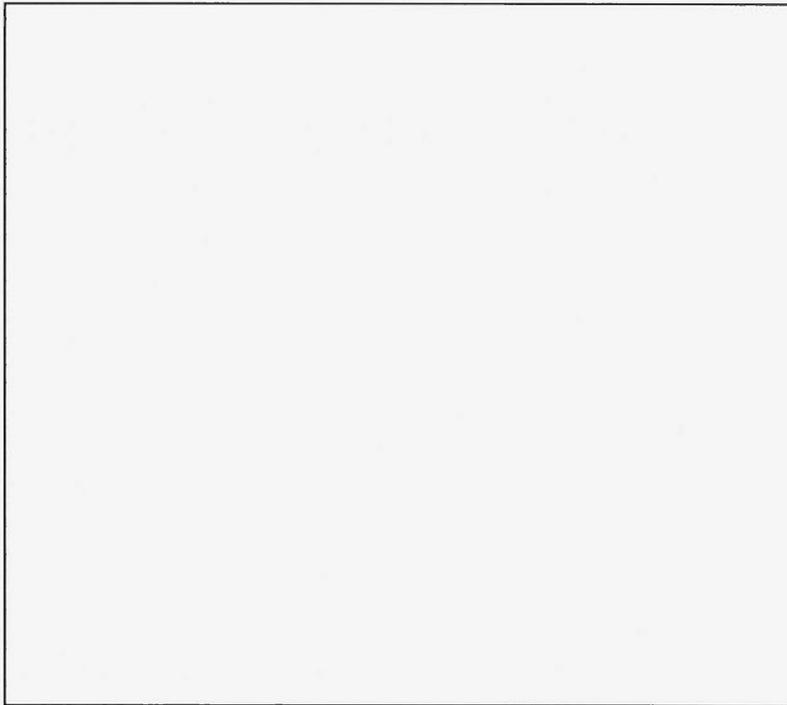
En remettant cette nouvelle représentation au randonneur, nous devons nous assurer qu'il puisse la comprendre.

Voici comment lire la représentation :

Voici comment construire la représentation :

Page 3	Page 4
<p>6) <i>On change un peu la situation et on utilise la nouvelle représentation.</i></p> <p>Avec les membres de ton équipe, vous décidez de changer l'emplacement du poste de secours.</p> <p>Vous devez donc d'abord choisir cet emplacement EN LE GARDANT SECRET CAR CHAQUE EQUIPE CHOISIT SON NOUVEL EMBLACEMENT.</p> <p>Ensuite, vous devez représenter à l'aide d'un graphique cette nouvelle situation. Vous vous intéressez donc à la distance parcourue par le randonneur depuis le point de départ (qui n'a pas changé) et à la distance la plus courte entre le randonneur et le poste de secours.</p> <p>Dans le cahier de l'équipe, vous avez le plan de la piste sur lequel vous devez indiquer l'emplacement du poste de secours par un gros point coloré.</p> <p>Vous avez aussi une page blanche pour tracer votre graphique d'équipe. L'élève responsable de tracer le graphique de l'équipe n'a pas besoin de le tracer dans son cahier (il doit écrire dans son cahier que c'est lui le responsable du graphique de l'équipe).</p>	<p><u>Le nouvel emplacement choisi est :</u></p> 

Nous avons obtenu le graphique suivant :



7) On interprète les graphiques des autres équipes

À FAIRE DANS LE CAHIER D'ÉQUIPE !

Les graphiques vont circuler dans la classe.

Vous devez, **en équipe**, interpréter ces graphiques, c'est-à-dire trouver **quel est l'emplacement du poste de secours choisi par l'équipe** qui a tracé chacun de ces graphiques.

Pour chaque graphique, il y a un responsable qui écrit son nom. Ensuite, il écrit le nom de l'équipe qui a produit le graphique, il trace une **esquisse** de ce graphique (croquis qui donne l'allure du graphique) puis il indique l'emplacement identifié par l'équipe à l'aide d'un point sur le plan de la piste de randonnée.

Chaque membre de l'équipe **DOIT** être responsable d'au moins une production.

Exemple :

Nom de l'équipe	Esquisse du graphique	Emplacement du poste de secours
Nom du responsable :		

Page 7

8) *Améliorons la nouvelle représentation.*

As-tu des propositions pour améliorer la représentation ?

Si oui, prends-les en note :

Dans la classe, les élèves ont proposé :

Page 1

Les relations : CAHIER DE L'ÉQUIPE

Nom de l'équipe :

Noms des membres de l'équipe :

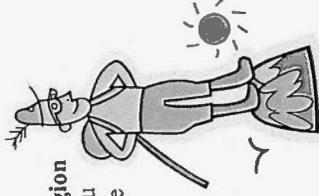


École secondaire Louis-Riel
Mathématiques secondaire 2
Enseignante : Inga Gnass

Page 2

Situation 1 : Le randonneur

Un randonneur entreprend une longue randonnée en forêt. Il suit une **piste fermée** qui lui permet donc de revenir à son point de départ à la fin de la randonnée. En suivant cette piste, il ne repasse **jamais au même endroit** de la forêt. Il ne fait qu'un seul tour de piste.



Un **poste de secours** est situé à l'intérieur de la région **délimitée par la piste**. Un grand mât avec un drapeau permet au randonneur de repérer l'emplacement du poste de secours quel que soit l'endroit où il se trouve sur la piste.

1) *Choix d'une piste de randonnée*

La piste de randonnée choisie par l'équipe :

Page 5

7) On interprète les représentations des autres équipes.

Nom de l'équipe	Esquisse de la représentation	Emplacement du poste de secours
Nom du responsable :		
Nom du responsable :		

APPENDICE C

VERBATIMS PARTIELS

C.1	Groupe C : verbatim partiel du cours 1	p. 278
C.2	Groupe C : verbatim partiel du cours 2	p. 288
C.3	Groupe A : verbatim partiel du cours 1	p. 295
C.4	Groupe A : verbatim partiel du cours 3	p. 300

C.1

GROUPE C – COURS 1

3 :19 :00

Enseignant : Tout le monde est prêt ? On commence.

L'année dernière en secondaire 1, vous avez vécu un rallye dans le quartier avec les organismes de quartier. Vous aviez à vous déplacer d'un...de...hum...à différents endroits. On a repris un petit peu cette idée là pour vous faire faire un rallye autour de l'école. Ok donc on va lire ensemble la situation initiale qui est le rallye que vous avez sur votre première page. Donc on dit (il lit) « lors d'un rallye organisé par l'école vous devez vous rendre à cinq endroits précis dans le quartier, dans l'ordre, vous devez aller à la piscine Marq...de Père-Marquette, au jardin communautaire Père-Marquette, ensuite à l'école Saint-Étienne, à l'Éco-centre et finalement à l'école Madeleine de Verchères. Votre point de départ et d'arrivée est l'intersection des rues Bellechasse et Marquette. Très important, vous devez absolument passer par les trottoirs. » Ok donc vous devez suivre le tracé qui vous sera fourni donc vous avez en page deux une carte du quartier. Vous devez suivre les rues, vous ne pouvez pas piquer à travers le parc. Donc vous devez absolument passer par les trottoirs, vous devez ressortir de hum chaque endroit et reprendre les trottoirs à chaque fois, donc si tu rentres par exemple au heu jardin communautaire Père-Marquette par une entrée désignée ben tu dois ressortir par le même endroit ok. Trace le chemin que tu emprunterais sur ta carte du quartier... sur la carte du quartier suivant en respectant l'ordre imposé par l'énoncé. Donc évidemment, il faut se fier à la carte donc si moi je prends la carte (silence 2 secondes, il allume le projecteur pour projeter la carte du quartier) que j'ai du quartier qui est la carte que vous avez en page deux ok. Donc tout le monde est à la page deux ?

Élèves : oui

Enseignant : Donc vous partez évidemment du coin Marquette-Bellechasse, vous devez vous rendre à la piscine Père-Marquette qui est le votre premier arrêt. La piscine Marquette vous avez un petit heu...comment je dirais...un petit point bleu qui est ici (il montre la piscine Père-Marquette sur la carte projetée à l'aide d'un transparent en couleur) qui est sur le coin de la rue ok vous vous fiez à ce point là. Donc vous vous rendez à ce point là, ensuite au jardin communautaire Père-Marquette qui est sur ...qui est indiqué par un deuxième point qui est au coin ici (il montre le jardin communautaire sur la carte)...et vous vous rendez dans les endroits qu'on vous a donnés sur la carte...heu...sur le le projet...sur la situation initiale. Donc individuellement pour commencer, tout le monde fait son tracé, si vous vous voulez vous pouvez utiliser de la couleur, vous pouvez le faire ok. Donc individuellement ça veut dire que t'es pas supposé de discuter avec ton voisin ok, donc individuellement. Shut shut shut (3 secondes) D-AM ! T'as pas suivi ce que j'ai dit ?

Élève (D-AM) : oui

Enseignant : Bon alors tu dois savoir quoi faire ?

Élève (D-AM) : ouais

Enseignant : go !

3 :19 :56 à 3 :23 :39

Les élèves travaillent et bavardent un peu (léger bruit de fond)

L'enseignant lit la consigne pour le choix du trajet de l'équipe.

3 : 24 :28 à 3 : 29 :15

Travail d'équipe. L'enseignant distribue quelques transparents pour avoir les tracés.

Retour sur les trajets tracés par certains élèves sur un transparent. Comparaison des différents tracés et choix du trajet de la classe.

3 :31 :30

Prise en note par les élèves du tracé choisi pour la classe.

3 :33 :15 à 3 :39 :35

Enseignant : La prochaine étape du travail consiste en décrire qu'est-ce qui se passe dans cette situation là. En fait, on s'intéresse à deux choses, on s'intéresse à la distance que tu vas franchir d'une part donc à la distance que tu franchis en faisant ce tracé là, on s'intéresse à cette distance là et on s'intéresse aussi à la distance qui te sépare de l'école à vol d'oiseau ok donc par exemple, on dit pendant ce tracé là, pendant ce rallye là, il y a des gens sur le toit de l'école avec des jumelles qui t'observent, qui veulent pouvoir vous voir évoluer dans ce rallye là ok ils sont sur le toit de l'école avec des jumelles et on s'intéresse à la distance qui vous sépare de l'école en fonction de l'endroit où vous êtes rendu dans le trajet, est-ce que c'est clair ?

Élèves : ouais

Non (très mitigé)

Enseignant : ok moi je suis sur le toit de l'école, vous autres vous faites le rallye et moi je suis sur le toit de l'école, je veux pouvoir vous observer ok donc on s'intéresse à la distance qui va vous séparer à vol d'oiseau de moi, donc du toit de l'école et la distance à laquelle vous allez vous trouver de l'école sur le trajet ok. Par exemple, moi j'suis ici, j'suis sur le toit de l'école et je vous regarde ok donc quand t'es rendu ici (il montre le jardin communautaire sur la carte), quand t'es rendu ici (il montre l'École Saint-Étienne sur la carte), quand t'es rendu ici (il montre l'Éco-centre sur la carte), tu te trouves à quelle distance à vol d'oiseau de moi, donc si je te regarde en ligne directe, c'est quelle distance ça ?

Élèves : c'est quoi vol d'oiseau ?

C'est comme à 3 rues ou heu...

Enseignant : on suit pas les rues, c'est que moi je suis sur le toit de l'école, pis je bon par exemple je me dis j'suis ici là et là je regarde B-VR par exemple. J'suis à quelle distance de B-VR en ligne droite.

Élèves : trois mètres

Quatre mètres

Enseignant : J'suis mettons à quatre mètres ou cinq mètres. Mais si je marche pour me rendre jusqu'à B-VR est-ce que je vais marcher quatre ou cinq mètres ?

Élèves : Non

Enseignant : Non ok donc je m'intéresse à cette distance là à vol d'oiseau en fonction de la distance que B-VR a parcouru pour se rendre jusqu'à sa place. Est-ce que c'est plus clair ?

Élèves : ouais
Non

Enseignant : ok on recommence ... pour une dernière fois. Shuut

Élève : mais on peut pas savoir à combien de mètres qu'on est de l'école sur l'affaire là.

Enseignant : ok toi quand tu fais le tracé tu suis la ligne bleue ok (il fait le geste de suivre le trajet avec son doigt sur la carte), ça c'est la distance que tu franchis toi ok, donc par exemple à ici (il ne montre par vraiment un point particulier, son geste est vague) t'es rendu à cent mètres, à deux cent mètres, à deux trois mètres, bon peu importe ok donc toi tu franchis une certaine distance ok donc le trajet a une certaine longueur par exemple quelques kilomètres à franchir ok on s'intéresse à la distance qui te sépare de l'école en fonction de l'endroit où t'es rendu sur le tracé ok si tu es rendu par exemple au jardin communautaire marquette (il le montre sur la carte)... t'es à quelle distance en ligne droite avec l'école. Peut-être que t'as franchi cinq cents mètres mais que t'es seulement à cent mètres de l'école en ligne droite. Jusque là ça va ? Donc c'est la distance à laquelle tu te trouves de l'école en fonction de la distance que tu as franchie. Est-ce que ça va ? Y'en a tu pour qui c'est pas clair encore ?

Élève (E-IC) : ben pour moi oui. C'est juste comment qu'on peut savoir la...la longueur en ligne droite ben la distance...la longueur comme tu dis on a traversé cinq cents mètres pour arriver...

Enseignant : ok ici on n'attache pas d'importance à la distance on veut juste savoir comment les deux distances varient ok de façon générale, t'as deux distances qui varient E-IC, t'as la distance que toi tu franchis (il marche un peu pour mimer qu'on parcourt une distance) pour te rendre aux différents endroits et t'as la distance qui te sépare de l'école (il montre par un geste de la main une distance en ligne droite entre lui et un point devant lui)

Élève : ok ouais

Enseignant : ok donc on veut savoir comment ces deux distances là varient...ça marche...une en fonction de l'autre. Donc sur la page quatre de ton cahier de l'élève, individuellement ok, vous allez décrire selon vous comment varient ces distances là. On décrit ça de façon globale, de façon générale, on n'a pas besoin de distance ok. Donc on dit ça varie comme ci, ça varie comme ça, donc tu donnes une description qui est personnelle comment toi tu vois ça l'évolution de ces deux distances là en fonction du tracé qui est ici. Ça va ?

Élève 1 : On dit genre heu ... j'pense qu'c'est à cent mètres ? Non ?

Élève 2 : ça pas rapport

Enseignant : non non..non non.. tu dis... quand tu te déplaces sur la ligne bleu, sur le trajet, comment la distance à vol d'oiseau de l'école varie-t-elle ?

Élève 1 : ah ok

Enseignant : ok ? ça va ? donc vous faites une petite description personnelle, essayez quelque chose ok.

Élève 2 : j'comprends pas

Enseignant : t'avais pas compris ?

Élève 2 : ben j'comprends mais j'comprends pas

Enseignant : tu comprends mais tu comprends pas ? ben essaye quelque chose ok Raconte moi une histoire, quand on décrit on fait une description on peut se raconter une petite histoire dire genre j'me promène plus j'avance sur le trajet plus heu...t'sé qu'est ce qui se passe avec la distance

Élève 1 : je marche alors j'avance...

Élève 3 : hé c'est bon ça ... mais tu peux marcher et aller de reculons

3 :39 :35 à 3 :47 :00

Brouhaha, les élèves travaillent (pas vraiment individuel)

3 :47 :10 consigne pour description d'équipe

3 :54 :34 à 4 :12 :50

Enseignant : Individuellement et en équipe vous vous êtes entendu sur une façon de décrire comment évolue la distance à vol d'oiseau en fonction de l'endroit où vous êtes situés sur le trajet ok donc ce qu'on va faire, c'est qu'on va regarder en gros les descriptions de chacune des équipes et ensuite on s'entendra en groupe pour faire une description qui va être bonne pour tout le monde, ça marche ? Donc tiens commençons donc avec A-CC et la description de son équipe, tu prends ça et tu nous lis ça.

Élève (A-CC) : Elle augmente quand on s'éloigne et elle diminue quand on se rapproche.

Enseignant : (il écrit au tableau et répète) Elle augmente quand on s'éloigne et elle diminue quand on se rapproche. (ce qu'il est écrit au tableau : *Augmente* → *s'éloigne*
Diminue → *s'approche*)

Donc si je regarde la distance à vol d'oiseau... donc plus on s'éloigne de l'école plus la distance à vol d'oiseau va augmenter et ensuite quand on se rapproche la distance à vol d'oiseau diminue. (il montre sur la carte les distances à vol d'oiseau en plusieurs endroits pris au hasard mais dans l'ordre du trajet en décrivant des segments imaginaires avec son

doigt) Donc c'est une bonne façon de décrire mais vous trouvez pas que c'est un peu sommaire ? c'est un peu court, c'est un peu simpliste

Élève : ben c'est pas compliqué

Enseignant : ouais c'est pas compliqué, c'est bon c'est correct c'est pas mauvais ce qui est écrit là mais est-ce qu'y aurait moyen d'être un petit peu plus précis ? je sais qui a des équipes qui en ont écrit un petit peu plus long que ça. Est-ce qui en a qui aurait des choses à rajouter à cette description là ? Non ? Ben vous autres (il regarde une équipe) est ce qu'on peut savoir ce que vous avez écrit ? Vas-y D-AM on t'écoute.

Élève (D-AM) : le vol d'oiseau est plus vite et plus facile et marcher est plus long car il faut contourner et on ne peut aller en ligne droite.

Enseignant : là la description que vous faites c'est ...vous décrivez pas comment la distance évolue vous décrivez comment ...vous décrivez la différence entre le vol d'oiseau et la distance qui va être franchie en suivant les rues ok donc vous avez simplement fait la distinction entre ces deux choses là, c'est pas tout à fait ce qu'on voulait ok...mais c'est pas grave...autre description, tiens C-FT, votre équipe vous avez écrit quoi ?

Élève (C-FT) : heu ch'pas capable de lire avec son écriture

Enseignant : heu bon vas-y donc C-DM

Élève (C-DM) : ouais ! Pour celui qui voit à vol d'oiseau, la distance est plus grande selon l'endroit où la personne est située.

Enseignant : ok donc à vol d'oiseau la distance est plus grande selon l'endroit où elle est située ok donc ça rejoint un petit peu ce qu'on avait écrit au départ. F-SC votre équipe vous avez écrit quoi vous autres ? Parce que c'est pas mal plus long donc c'est peut-être plus détaillé un petit peu.

Élève (F-SC) : ben c'est parce que nous...c'est juste que...c'est juste que quand on a juste écrit comme, ben tu vois la distance comme de l'école à...ben mettons de l'école à l'aréna ben à peu près comme si tu marches ça va être plus long pis si tu...

Enseignant : ok est-ce que tu peux me lire exactement ce que vous avez écrit ?

Élève (F-SC) : De l'aréna à vol d'oiseau de l'école est plus court que quand on est à la piscine moins loin au jardin communautaire plus loin vers l'école Saint-Étienne encore plus loin au Éco-centre plus proche au coin de la rue Marquette.

Enseignant : ok la description qu'eux autres ont fait elle est encore plus précise (hein Tamika) parce qu'on a décrit comment la distance à vol d'oiseau...B-SL! comment la distance à vol d'oiseau évolue pour chaque endroit où on doit aller. Donc si on prend la distance à vol d'oiseau ici, est-ce qu'elle est la même qu'ici ?

Élève : non

Enseignant : non, comment a-t-elle évoluée ? elle a...augmenté. Quand on est rendu à l'école Saint Étienne est-ce que c'est plus grand qu'au jardin communautaire ? (il montre les distances à vol d'oiseau par un geste en même temps qu'il nomme les lieux)

Élève : ouais

Enseignant : oui, quand on est rendu à l'Éco-centre est ce que c'est plus grand qu'à l'école Saint Étienne ?

Élève : ouais

Enseignant : oui, est-ce que c'est important d'être plus précis comme ça ?

Élèves : ouais

Non

Enseignant : si je dis quand on s'éloigne ça augmente pis quand on s'approche ça diminue, quand est-ce que ça augmente ? quand est-ce que ça diminue ? est-ce que c'est dit dans une description comme celle là ?

Élève : ouais

Enseignant : ah ouais ? à partir de quand ça diminue ?

Élève : quand on se rapproche

Enseignant : mais on se rapproche à partir d'où ?

Élève : ben d'un point

Enseignant : de quel point ?

Élève : celui que tu veux

Enseignant : Celui que je veux ? ah ouais fais que moi j'peux décider qu'à partir de ce point on se rapproche ?

Élève : ouais

Enseignant : ah ouais ! j'suis rendu là (il montre l'école Saint-Étienne) j'me suis rapproché ? (il montre un point sur la carte)

Élève : non

Enseignant : non ? j'peux décider à partir de quel point j'me rapproche. À partir de où j'me rapproche là-dedans ?

Élève : ben ça dépend de...

À partir de l'école Madeleine de Verchères...

Enseignant : À partir de Saint-Étienne ? à partir de l'Éco-centre ? à partir de Madeleine de Verchères ? (il montre ces lieux en même temps qu'il les nomme sur la carte)

Élèves : Madeleine de Verchères !

Enseignant : ah ouais ? ok shuut

Si je prends la distance là (il montre la distance à vol d'oiseau entre Saint-Étienne et l'école Père-Marquette) et mettons la distance ici (il montre la distance à vol d'oiseau entre un point quelconque aux environs du coin des rues Des Carrières et Marquette et l'école Père-Marquette) laquelle des deux est la plus grande ?

Élève : ben c'est la même

Enseignant : ah ouais ? Ou si je prends la distance ici (il montre la distance à vol d'oiseau entre l'école Madeleine de Verchères et l'école Père-Marquette) et la distance là (il montre la distance à vol d'oiseau entre l'école Saint-Étienne et l'école Père-Marquette) est-ce que c'est la même ?

Élèves : non !

Enseignant : non ?! ok donc lorsqu'on fait une description, et là c'est important...lorsqu'on fait une description, y'a des descriptions vraiment globales ok mais est-ce que ça donne de l'information sur comment ça évolue vraiment ? pas tout à fait, y'a des précisions qu'on peut rajouter dans cette description là qui va faire en sorte qu'on va savoir à partir d'où ça augmente et à partir d'où ça diminue. Est-ce que c'est important de savoir ça ? Moi je pense que oui ok donc si on reprend la description de F-SC et de son équipe, il faudrait en fait que on rajoute dans notre description que ici (il montre la distance à vol d'oiseau entre la piscine Père-Marquette et l'école Père-Marquette) on est à une certaine distance, que ça a augmenté ici (il montre la distance à vol d'oiseau entre le jardin communautaire et l'école Père-Marquette), que ça a augmenté là (il montre la distance à vol d'oiseau entre l'école Saint-Étienne et l'école Père-Marquette), que ça a augmenté là (il montre la distance à vol d'oiseau entre l'Éco-centre et l'école Père-Marquette), pis après ça ça diminue jusqu'à ce qu'on arrive à Madeleine de Verchères et ça diminue encore plus lorsqu'on revient à notre point de départ. Donc à partir de ce moment là on sait où ça augmente, on sait quand est ce qu'on s'éloigne et on sait où ça diminue donc quand est ce qu'on se rapproche de l'école, est ce que c'est clair pour tout le monde ça ?

Élèves : ouais

Enseignant : ouais ok donc maintenant on va prendre en note la description de la classe ...ok...la description de la classe donc...on va partir de celle donnée par F-SC et son équipe. B-XYZ, tu prends ça en note...donc dans ton cahier de l'élève à la page 5. La description de la classe en générale ok. Donc j'vais la noter avec vous ok. Pour ça faut qu't'aies un crayon din mains et qu'tu prennes en note ce qui est au tableau. Donc comment vous avez commencé ça F-SC ?

Élève (F-SC) : ce que j'ai dit là ?

Enseignant : ouais. Comment vous avez débuté ça ?

Élève (Sterly) : huuuum ché pas

Élève : ben là tu l'a

Enseignant : bon est ce que c'est important de mentionner tous les points où on s'arrête.

Élèves : ouais

Enseignant : ouais ok donc si on commence avec le premier point. À la piscine (il écrit)...ouais...la distance à vol d'oiseau ...est ce qu'elle est plus grande ou plus petite que la distance à vol d'oiseau pour le jardin communautaire ?...si vous regardez vos cartes là ok...est ce que tu penses que la distance à vol d'oiseau à heu...qui nous mène heu...du coin Marquette-Bellechasse à la piscine est ce qu'elle est plus grande ou plus petite que du coin Marquette-Bellechasse jusqu'au jardin communautaire ? ...Elle est plus petite. Ok donc à la piscine la distance à vol d'oiseau (il écrit) est plus petite que la distance à vol d'oiseau jusqu'au jardin communautaire. Après le jardin communautaire, on s'en va où ?

Élèves : à l'école Saint-Étienne

Enseignant : à l'école Saint-Étienne. Qu'est ce qui est arrivé avec la distance à vol d'oiseau lorsqu'on est rendu à l'école Saint-Étienne ?

Élèves : Elle a augmentée.

Enseignant : Elle a augmentée donc (il écrit) à l'école Saint-Étienne, la distance à vol d'oiseau a augmentée ...(silence 7 sec) Rendu à l'Éco-centre petite patrie, est ce que la distance a encore augmentée ou elle a diminuée ?

Élèves : elle a augmentée.

Enseignant : B-SL? Qu'est ce que t'en penses ?

Élève (B-SL) : elle a augmentée

Enseignant : elle a augmentée donc...(il écrit), à l'Éco-centre, la distance à vol d'oiseau a encore augmentée...(silence 10 sec). Est-ce que la distance continue à augmenter une fois qu'on est à l'Éco-centre ?

Élèves : non

Enseignant : ou si elle va se mettre à diminuer ?

Élèves : elle va se mettre à diminuer

Enseignant : elle va se mettre à diminuer ok est ce que c'est clair pour tout le monde qu'à partir du moment où on part de l'Éco-centre, la distance à vol d'oiseau va rétrécir ? ok donc à partir de l'Éco-centre (il écrit), la distance à vol d'oiseau diminue. On a presque fini. Est-ce qu'elle diminue jusqu'à l'école Madeleine de Verchères ?

Élèves : ouais

Enseignant : ouais ? vous êtes sûrs de ça ?

Élèves : ouais

Enseignant : ok donc à partir de l'Éco-centre la distance à vol d'oiseau diminue jusqu'à l'école Madeleine de Verchères ou jusqu'au retour ?

Élèves : jusqu'au retour

Enseignant : jusqu'au retour ok jusqu'au retour (il écrit)...donc comparativement aux deux, trois lignes que certaines équipes avaient inscrites on a maintenant une description de la distance à vol d'oiseau qui est beaucoup plus précise ok donc on tient compte des endroits où on se dirige, ça va ? La question que je vous pose maintenant...B-SL ! La question que je vous pose maintenant, est-ce qu'il y a d'autres endroits où la distance...où la distance à vol d'oiseau. Est-ce qu'il y a d'autres endroits sur la carte où la distance à vol d'oiseau change. Ou il y a des moments où ça va...bon là on sait que, dans notre tête, on sait que jusqu'ici la distance va augmenter pis qu'après l'Éco-centre la distance diminue mais est-ce qui y'a d'autres endroits qui sont importants à retenir là-dedans. Est-ce qui a d'autres endroits où la distance pourrait augmenter au lieu de diminuer ou diminuer au lieu d'augmenter ? F-SC ?

Élève (F-SC): ben ché pas ben parce que tu vois genre de heu de l'école jusqu'au jardin communautaire là

Enseignant : ouais

Élève (F-SC) : ben c'est pas si si ...c'est aussi court ...c'est aussi long que de Madeleine de Verchères à l'école

Enseignant : ok donc toi tu penses que la distance ici c'est la même que celle-là ?

Élève (F-SC) : ben c'est pas la même mais comme on aurait pu faire ça, on aurait fait le contraire genre du...le contraire à la place d'aller vers heu...ben à la place tu vois t'sé comme on a commencé à la piscine mais si on aurait fait le contraire...

Enseignant : ok toi tu veux dire si on change le sens dans lequel on s'en va ben la distance va varier différemment oui mais là considérant le fait que tous le monde s'en va dans le même sens ok, est-ce qui a, est ce que la distance ne fait qu'augmenter ? ok prenons la première section ici ok ? si je pars de l'école ok si je m'en vais à la piscine ben la distance augmente toujours, est-ce qu'on est d'accord là-dessus ?

Élèves : ouais

Enseignant : ok A-TV ! C'est par ici que ça se passe. Donc la distance augmente toujours à vol d'oiseau jusqu'on jusqu'à ce qu'on se rende à l'école Marquette heu à la piscine ok. Maintenant quand j'm'éloigne de la piscine sur la rue heu Drucourt ok ici la distance augmente la distance augmente, la distance augmente (il suit le trajet avec son

doigt entre la piscine Père-Marquette et le coin des rues Drucourt et du jardin communautaire) jusque là (il montre le coin des rues Drucourt et du jardin communautaire), qu'est-ce qui arrive quand j'ai tourné le coin de la rue ici ? Est-ce que la distance augmente encore ? hein ? Qu'est ce que t'en penses D-AM ? La distance à partir du coin de la rue ici elle diminue un petit peu ok ? Donc le coin de la rue ici est ce que c'est un point important dans la description du changement de l'évolution de la distance ?

Élèves : non

Enseignant : non ? mais vous venez de me dire qu'à partir du coin de la rue là, la distance diminue au lieu d'augmenter ...pis c'est pas important ?

Élève : oui c'est important

Enseignant : ben oui c'est important ok, il y a différentes phases il y a différents endroits sur la carte qui sont importants pour savoir si la distance augmente ou diminue ok à partir d'ici (il montre le point de départ du rallye au coin des rues Marquette et Bellechasse) la distance elle va augmenter augmenter augmenter jusqu'au coin ici (il montre le coin de la rue Drucourt et de la rue du jardin communautaire) mais le coin là est-ce qu'il est important ? est-ce que la distance va continuer d'augmenter à partir de ce coin là pour se rendre jusqu'à l'école Saint-Étienne ? Donc, est-ce qu'il y a différents endroits qui sont importants à l'intérieur de ce tracé là ? ok moi je pense que oui, J'pense qu'il y a différents endroits qui font évoluer la description, qui pourraient faire sorte qu'on ait une description encore plus précise que celle qu'on a là ok donc on va arrêter ça là ça sonne dans très dans très bientôt.

C.2

GROUPE C – COURS 2

Rappels de la dernière fois (trajet de la classe, description de la classe).

00 :14 :52

Enseignant : Dans votre cahier, on a fait la description générale ensemble, maintenant juste en dessous (dans le cahier de l'élève) c'est marqué (il lit) « des points repères et des phases » donc description des points repères et des phases, une différence entre c'est quoi un point repère et c'est quoi une phase. G-MMD ? (il s'adresse à G-MMD) Es-tu capable de me dire là-dedans c'est quoi les points repères ? Dis-moi il y a combien de points repères là-dedans ? (silence) Combien de points repères là-dedans ? (il s'adresse à la classe)

Élève : six

Enseignant : six ? qui seraient quoi F-BD ?

Élève : heu...la piscine

Enseignant : la piscine

Élève : le jardin communautaire

Enseignant : le jardin communautaire

Élève : heu ...l'école Saint-Étienne

Enseignant : Saint-Étienne...si tu tournais la page de ton cahier tu les aurais en avant de toi

Élève : heu ...Éco-centre

Enseignant : l'Éco-centre

Élève : l'école Madeleine de Verchères

Enseignant : et l'école Madeleine de Verchères...cinq points ?... et le point de départ et d'arrivée. Donc on a en fait...si on parle des points...ça vous le prenez en note s'il-vous-plait...(il écrit) points repères...les points repères il y en a six qui sont : le départ, la piscine, le jardin communautaire etc. Est-ce que tout le monde comprend bien c'est quoi un point repère ? E-TQ ?

Élève : ouais !

Enseignant : c'est quoi un point repère ?

Élève : c'est les endroits où on a été

Enseignant : c'est les endroits où on a été ok. Maintenant, les phases...(il écrit) j'en aurai combien de phases ? Bon première des chose peux tu m'expliquer c'est quoi une phase ?...ouais E-TQ tu veux nous expliquer ça ?

Élève (E-TQ) : non mais on peut pas les compter les phases parce que...mais c'est ça c'est pas juste les phases

Enseignant : hein ? c'est quoi les phases ? J viens de l'expliquer c'est quoi un changement de phase.

Élève (E-TQ) : à chaque déplacement ben quand tu te déplaces ben ça augmente ou ça diminue

Enseignant : ça augmente ou ça diminue et le changement de phase y'arrive quand ?

Élève (E-TQ) : quand tu te déplaces

Enseignant : oui mais quand tu te déplaces là (il montre la zone sur le trajet autour du coin de la rue Drucourt et de la rue du jardin communautaire) ok, un moment donné tu rentres dans un changement de phase, pourquoi t'es rentré dans un changement de phase ?

Élèves : parce que tu te rapproches

Enseignant : parce que tu vas te rapprocher. Par exemple, à un moment donné tu t'éloignais là à un moment donné, à partir de ce point là (il montre toujours le même coin de rue) tu te mets à te rapprocher. Donc là t'as vécu un changement de phase. ok C'est comme en science physique, t'sé quand on parle des changements de phase de l'eau ok ben à zéro qu'est-ce qui arrive avec l'eau ? Elle devient ? Elle devient ?

Élèves : gazeuse
Solide

Enseignant : Elle devient solide, y'a un changement de phase ok et quand on arrive à cent degrés celsius, elle s'met à bouillir et là y'a un changement de phase, elle va devenir vapeur. Donc y'a un changement qui se produit. Ok donc une phase c'est là où y'a un changement qui se produit. ok Est-ce qu'on est capable de les déterminer ensemble sont où les phases là-dedans ?

Élèves : ben à chaque ligne qu't'as faites ! (ils parlent des segments que l'enseignant a fait au début du cours pour montrer plusieurs distance à vol d'oiseau)

Enseignant : vraiment à chaque ligne ?

Élèves : oh non non non

Enseignant : shut shut shut ok donc ici quand j'suis parti y'avait une certaine distance qui augmente, qui augmente, qui augmente (il suit du doigt le trajet entre le point de départ et le coin de la rue Drucourt et de la rue du jardin communautaire) et oup à partir de là ...à partir de là ça se met à diminuer...donc j'ai une phase d'augmentation ici (il montre la même zone du trajet), une phase de diminution ici (il montre la zone qui suit la précédente et qui se rend jusqu'au jardin communautaire) donc j'ai deux phases...rendu

au jardin communautaire j'ai vécu deux phases, ensuite, si je m'en vais à l'école Saint-Étienne (il suit le trajet du doigt jusqu'à l'école Saint-Étienne), est ce que je vis seulement une phase ?

Élèves : ouais

Enseignant : oui ça augmente, est ce que ça continue à augmenter jusqu'à... l'Éco-centre ? À partir de l'Éco-centre est ce que j'ai un changement de phase ? Oui A-AP ?

Élève (A-AP) : y'en a deux à l'Éco-centre parce que tu vas tout droit pis après ça quand tu reviens y'a une courbe là

Enseignant : ok tu veux dire ici là (il montre la zone du trajet entre le coin des rues Des Carrières et Christophe-Colomb et l'Éco-centre) ? en fait y'a on a en changement de phase ici dans le coin (il montre le coin des rues Des Carrières et Christophe-Colomb) et on n'est pas tout à fait rendu à l'Éco-centre ok donc y'a un changement de phase qui se vit au coin de la rue ici ok parce que ici c'est l'endroit le plus éloigné. Ensuite aussitôt que je tourne le coin de la rue, avant de me rendre à l'Éco-centre, je vis un changement de phase donc ça commence à diminuer et ça va diminuer jusqu'où ? ça diminue, ça diminue, ça diminue, ça diminue (il suit le trajet du doigt et s'arrête avant la rue Lanaudière)... est ce que y'a un changement de phase qu'on vit dans ce coin là (il montre la zone du trajet autour de la rue Lanaudière) ?

Élèves : ouais

heu ...non

Enseignant : non ?

Élèves : ouais

Enseignant : est ce que ici (il montre un point quelconque avant la rue Lanaudière) t'es plus proche de l'école que là (il montre le coin de la rue Garner) ou que là (il montre un point quelconque après la rue Garner) ?

Élèves : Ouais

Enseignant : Ouais ok donc y'a un changement de phase qui se fait dans ce coin ci (il encercle la zone autour de la rue Lanaudière) ok ?...donc qui qui ne durera pas longtemps...donc mettons entre là pis là (il désigne les bornes de la zone encerclée) y'a un changement de phase où y s'met à y'avoir une augmentation de la distance pis ensuite on va revenir à une diminution (il écrit un signe - le long du trajet pour symboliser la diminution)...on diminue, on diminue, on diminue (il continue de suivre le trajet du doigt) ok pis ensuite on va diminuer jusqu'à ce qu'on soit, jusqu'à ce qu'on soit à l'école ? jusqu'à ce qu'on revienne à notre point de départ ?

Élèves : ouais

Enseignant : ok donc c'est une diminution (il écrit un signe - le long du trajet dans la zone ascendante de sur la carte) donc ici j'avais augmentation (il écrit un signe + sur la première partie du trajet entre le point de départ et le coin de la rue Drucourt), ici

diminution (il écrit un signe – sur la seconde partie du trajet entre le coin de la rue Drucourt et le jardin communautaire), ici augmentation (il écrit un signe + sur la troisième partie du trajet entre le jardin communautaire et le coin des rues Des Carrières et Christophe-Colomb), à partir de là diminution (il écrit un signe – sur la quatrième partie du trajet entre le coin des rues Des Carrières et Christophe-Colomb et un point un peu avant la rue Lanaudière), une courte augmentation ici (il montre de nouveau la zone autour de la rue Lanaudière) et ensuite une diminution jusqu'à l'école, donc on a vécu combien de changement de phase là-dedans ?



Élèves : six

Enseignant : un deux trois quatre cinq six changements de phase, donc les phases (il écrit), il y a six changements, on prend ça en note donc six changements de phase. Comment on pourrait expliquer un changement de phase ?

Élève : on écrit ça où ?

Enseignant : en-dessous de points repères...(silence 6 sec) bon D-ARCV, comment on a expliqué ça un changement de phase tantôt ?...as-tu compris ce que c'était ? T'as pas compris ce que c'était ? Là ça fait dix minutes que je parle de changement de phases, on les a toute vu...on a tout vu y'était où sur la carte mais tu sais toujours pas c'est quoi. C'est tu parce que tu suis plus par là que par là ? D-AM c'est quoi un changement de phase ?

Élève (D-AM) : ben c'est mettons que, c'est quand heu ça change quand mettons tu te rapproches ou tu t'éloignes...là tu marches pis là tu te rapproches de l'école pis à un moment donné tu t'éloignes

Enseignant : ok donc le changement de phase c'est quand l'augmentation cesse pour devenir diminution

Élève (D-AM) : ou le contraire

Enseignant : ou le contraire. B-SL ! Ça marche ? c'est clair pour tout le monde ça augmentation, diminution, les changements de phases ? Donc qu'est ce qu'un changement de phase. (Il écrit) On obtient un changement de phase au moment où l'augmentation cesse pour devenir une diminution...j'ai mis entre parenthèse et vice-versa, ça pourrait être au moment où la diminution cesse pour devenir une augmentation. (silence 24 sec) Ok est ce que tout le monde a noté ça ? Juste en dessous (dans le cahier de l'élève) on a les mots clés de la description, quels sont les mots clés dans cette description là ? Quels sont les mots importants dans notre description. Augmentation et diminution ce sont les deux mots les plus importants dans notre description ok parce qu'on parle de la variation de la distance à vol d'oiseau donc on parle de distance qui augmente et de distance qui diminue ok donc ce sont deux termes à noter donc en bas les mots clés de notre description : augmentation, diminution. Y'en a deux autres qu'on pourrait rajouter ok. Rendu au coin de Christophe-Colomb et de Des Carrières, ce sera la distance...

Élève : la plus éloignée

Enseignant : la plus éloignée ou la plus longue ok donc on pourra parler dans une description plus nette, plus claire, d'une distance la plus longue ok on note ça aussi, distance la plus longue, et quand on sera au point de départ et d'arrivée on pourra parler de la distance...

Élève : la plus proche

Enseignant : la plus proche...ok donc il y aura la distance la plus longue...la distance la plus longue qui est au coin de Christophe-Colomb et Des Carrières pis la distance la plus courte est où ? elle est...au point de départ et d'arrivée donc sur le coin de Marquette et Bellechasse. Ouais ?

Élève : la distance la plus longue c'est pas...(inaudible)

Enseignant : oh attention là on parle de la distance à vol d'oiseau qui nous sépare de l'école, là la distance dont tu parles c'est la distance que tu franchis pour faire la rallye ok c'est un autre type de distance c'est...en fait ces deux distances là vont être en relation ok ça va jusque là ? C'est clair pour tout le monde ? ok on tourne la page ...et là je vais vous demander de faire un exercice qui risque...qui va être un petit peu plus songé ok. Il va falloir que tu fasses aller tes neurones un peu ok. À la page suivante, c'est (il lit) à la recherche d'une nouvelle représentation visuelle de la situation.

00 :28 :15

Enseignant : Donc là c'est..depuis le cours dernier on décrit la situation, quand on s'éloigne de l'école, la..qu'est ce qui arrive avec...quand..plus..hum...dépendant de l'endroit où on se trouve sur le tracé, qu'est ce qui arrive avec la distance à vol d'oiseau.

00 :28 :34

Enseignant : et là ce que je vais vous demander de faire c'est d'essayer de me trouver une représentation visuelle qui va représenter ce phénomène là. Donc je vais vous

demander d'essayer de trouver une représentation visuelle essayer de m'inventer une représentation qui parlerait d'elle-même ok. Parce que quand on dit bon disons ce qui est écrit ici : (lecture de la consigne) Donc je vous demande d'essayer de réfléchir d'essayer de trouver une façon de représenter la distance qui vous sépare de l'école dépendant de l'endroit où vous êtes rendu sur le trajet. Est-ce que vous comprenez la consigne ? Est-ce que vous savez de quoi je parle ? Là il y a deux choses qui sont importantes à distinguer ici. Y'a je sais pas quoi faire mais je comprends la question ou je comprends pas la question faque j'sais pas quoi faire. Donc est ce que vous comprenez la question ?

Élèves : oui
Non (partagé)

Enseignant : Y'a a tu qui comprennent pas la question ? La question c'est je veux que tu essaies de penser à une représentation visuelle que t'essaies de m'trouver une représentation visuelle ok

Élève : mais c'est quoi ça ?

Enseignant : ça peut être un dessin, ça peut être un schéma qui va me montrer comment la distance va varier ok

00 : 31 :18 à 00 :31 :50 (...) gestion de classe

Enseignant : ok on reprend donc ce que je vous demande de faire c'est d'essayer de trouver une représentation visuelle. Donc ça peut être un schéma, ça peut être un dessin, ça peut être heu.. n'importe quelle représentation visuelle que tu pourrais dessiner qui me permettrait de comprendre rapidement lorsque t'es rendu mettons à la piscine Marquette est ce que t'es plus ou moins loin de l'école que lorsque t'es au jardin communautaire ou à l'école Saint-Étienne ok est ce que vous comprenez la question ?

Élèves : ouais
Non

Enseignant : c'est quoi la question ?

Élève : c'est faire un dessin...

Enseignant : faire un dessin, essayer...

Élève : on explique qu'est ce qui fait...

Enseignant : ok minutes ok on essaie de faire un dessin qui va faire...qui va représenter comment va varier la distance à vol d'oiseau par rapport à où on se trouve sur le trajet. Avant de faire ça par exemple, on dit (il lit) dans l'énoncé repère trois critères à respecter donc pour ta représentation visuelle t'as trois critères à respecter, j'te demande de les repérer dans l'énoncé, et ensuite tu tournes la page, tu les écris évidemment, tu tournes la page et là y'a une belle page blanche pour que tu puisses me faire ton schéma ta représentation visuelle ok. Je vous donne dix minutes maximum pour essayer de me trouver une représentation visuelle.

Élève : t'check ben ça ma représentation visuelle

Enseignant : ok donc j'vous rappelle ça peut être n'importe quoi, j'veux juste que ça soit une représentation visuelle, un espèce de modèle ok

Élève : (inaudible)

Enseignant : ba tu peux le dessiner avant de faire les critères, faut que tu fasses les critères aussi ok ça va pour tout le monde ? (pas de réponse) est ce que c'est clair pour tout le monde ? ok go on s'met au travail.

00 :33 :52 à 00 :44 :48

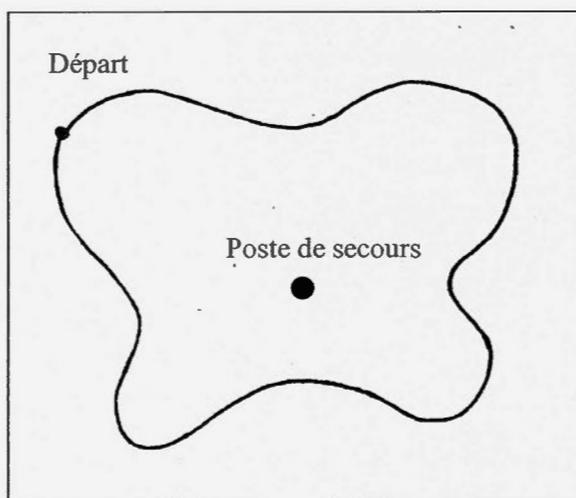
Les élèves travaillent individuellement, mais ce n'est pas le silence, ça communique un peu.

L'enseignant circule et répète la consigne pour aider les élèves bloqués.

C.3

GROUPE A – COURS 1

Présentation du projet, lecture de la situation et de la première consigne.
Travail individuel sur la piste. Choix d'équipe. Choix de la classe. Les élèves choisissent la piste suivante :



01 :05 :45

Enseignante : vous tournez votre page, tout le monde est bien attentif là ? Il est inscrit ceci : « afin de se ...selon la distance qu'il a parcourue sur la piste ». Est-ce que vous comprenez ce que je viens de lire ?

Élèves (unanimes) : non

Enseignante : bah personne ?

Élèves : rires

Enseignante : Personne, personne, personne ??? L-CD qu'est ce que t'en comprends ?

Élève (L-CD) : ben il veut savoir c'est hum c'est d'où quand il s'ra sur la piste à quelle place la piste sera la plus proche des secours, du poste de secours, puis heu il veut aussi savoir la distance qu'y'a parcouru sur la piste pour pas qu'il soit trop essoufflé, trop loin.

Élève (S-CLJ) : Mais madame j'comprends pas le selon la distance...

Enseignante : ok alors, attends...tu m'dis on s'intéresse à la distance qui est...d'où il est rendu, c'est ça que t'as mentionné ?

Élève (L-CD) : ben la plus proche du poste de secours, ben de la piste heu ben dans l'fond où ce que le poste de secours y'est le plus proche de la piste ok ? pis il voudrait savoir aussi si heu il peut s'y rendre sans être trop essoufflé.

Enseignante : ok en d'autres termes, t'es en train de me dire quelque chose qui ressemble à ceci, j'sais pas là, tu m'dis si c'est pas ça ok mettons c'est une autre piste que je vais

dessiner et j'mets un poste de secours ici d'accord ? t'es en train de me dire la distance la plus courte c'est ça ?

Élève : ouais

Enseignante : viens la mettre.

Élève : ce serait comme ici

Élèves : non

Enseignante : ben là on essaie pas de voir si c'est vrai ou pas vrai. Et le point de départ y'est où là ?

Élève : ben le point de départ ce serait ici et là il voudrait savoir si faire ce trajet là ce serait pas comme...ce serait plus court

Enseignante : ok

Élève : plus essoufflé s'il se rend jusque là ou si il fait un autre trajet

Enseignante : ok mais est ce que tu prends en considération une autre distance ?

Élève : ben la distance entre le point de départ et où ce qui est rendu

Enseignante : ok alors avez-vous entendu ce qu'il a dit ?

Élèves : non

Enseignante : ok merci L-CD. Il vient de dire on prend la distance, on s'intéresse en fait à la distance entre ici et ici et on s'intéresse à la distance entre là et la distance qu'il a parcouru pour se rendre là. Ok ça va ? est ce que vous avez compris ce que je viens de dire ? La phrase qui est écrite ici (elle lit) : « on s'intéresse à la distance la plus courte le séparant du poste de secours selon la distance qu'il a parcourue sur la piste ». ok autrement dit on s'intéresse à deux choses, la distance ici et la distance qu'il a parcourue. D'accord ? Vous me suivez ?

Élèves : ouais

Enseignante : oui tout le monde ? D'accord. Mais là, pour être sûr que c'est la distance la plus courte hein voyez-vous vous avez dit comme « non c'pas ça ! » pis bon alors qu'est ce qui arrive à ce moment là ? Va falloir qu'on fasse peut-être plusieurs arrêts pour voir ok ? Vous me suivez ?

Élèves : non

Enseignante : comment non ?

Élève (S-CLJ) : j'catch pas pourquoi faut faire plusieurs arrêts

Enseignante : peut-être qu'il va falloir faire plusieurs arrêts c'est savoir c'est où ? (silence) laisse faire S-CLJ

Élève : mais faudrait savoir la distance de la piste

Enseignante : oui mais là on n'a pas de de de de nombres, on n'a pas de kilomètres, on a rien, on essaie de fonctionner sans sans heu sans kilomètres en fait ok...pas sans le chiffre cent, sans s-a-n-s n'est ce pas...alors ce que je vais vous demander, maintenant qu'on a bien compris le sens de la phrase, on dit (elle lit) « décrit ce qui se passe avec ces deux grandeurs tout au long du trajet du randonneur. N'oublie pas qu'il ne fait qu'un seul tour de piste. » Alors qu'est ce qu'on doit faire maintenant ? Pour répondre à cette phrase (silence) Est-ce que vous comprenez ?

Élèves : oui

Enseignante : J'veux pas avoir la réponse, j'veux juste les questions si y'a des questions. Oui?

Élève : C'est que y disent qu'il faut qu'il fasse seulement un seul tour de piste. Mais si admettons...

Enseignante : ben y'a un point de départ

Élève : oui je sais

Enseignante : si je fais le tour de piste je reviens...

Élève : ouais tu r'viens à ton point de départ, mais si là comme si on prend cet exemple là qui part du point de départ pise qui s'en va jusque au heu ...en fait j'comprends pas la question, j'comprends pas qu'est ce qui veulent qu'on fasse

Élèves : moi non plus

Élève (S-CLJ) : moi non plus j'catch pas la description...

Enseignante : S-CLJ !! Peux-tu ...ok « afin de se sentir en sécurité, le randonneur s'intéresse à la distance la plus courte le séparant du poste de secours selon la distance qu'il a parcourue sur la piste ok ? »

Élève : ok

Enseignante : L-CD est venu nous expliquer ce que ça voulait dire. En d'autres termes il a décrit en quelque sorte, la phrase, dans ses mots d'accord. Il nous a dit on s'intéresse à savoir si on va avoir une distance plus courte à quelque part, lui il a supposé que ça pouvait être celle-ci ok Puis on s'intéresse à la distance qu'on a parcouru pour se rendre jusqu'ici ce qui ferait que ici ce serait la distance la plus courte ok c'est ça qu'y'a fait, y'a expliqué dans ses mots cette phrase ci et la relation entre les deux. Il y a une relation. Quelle serait la relation entre les deux ? (silence) ben observez ! L-CD ?

Élève (L-CD) : ben heu la longueur ?

Enseignante : la longueur de ?

Élève (L-CD) : la longueur des deux trajets

Enseignante : des deux trajets ? ouais parce qu'on parle de distance oui

Élève (L-CD) : c'est la seule relation que je vois

Enseignante : ouais, peux-tu être plus précis ? ou tiens GI-TCK ?

Élève (GI-TCK) : hum ben moi j'ai écrit : tout au long du trajet la distance entre le point de départ et celui de l'arrivée va diminuer ainsi que la distance entre le départ et le point le plus proche du poste de secours.

Élèves : quoi quoi quoi ?

C'est quoi qu'elle a dit ?

Enseignante : (elle prend la feuille de l'élève et lit) tout au long du trajet la distance entre le point de départ et celui de l'arrivée va diminuer, ainsi que la distance entre le départ et le point le plus proche du poste de secours.

Élève (S-CLJ) : ok j'comprends parce que vu que t'avances, plus t'avances pis plus ça va...

Enseignante : et voilà ! c'est ce qu'on veut ! on veut quelque chose qui ressemble à ceci, maintenant il faut que vous réfléchissiez.

Élève : ça veut dire quoi

Enseignante : est ce que vous comprenez maintenant là ?

Élève 1 : non j'comprends pas ! ça veut dire quoi ce que t'as dit ?

Élève (GI-TCK) : ben dans l'fond plus qu't'avances moins y'a de chemin à faire

Enseignante : exactement, plus t'avances moins y risque d'y avoir de chemin à faire.

Élève 1 : ben ça sert à quoi de dire ça ?

Enseignante : est ce que je t'ai demandé de ... à quoi ça servait ?

Élève 1 : oui mais j'sais pas d'où elle l'a sorti

Enseignante : ben elle a observé l'image qui est ici

Élève 2 : c'est ça la réponse ? c'est ça qu'il faut écrire ?

Enseignante : heu non ! j'ai tu dis qu'c'était LA réponse ? est ce qui a UNE réponse ?

Élève : mais faut dire...

Enseignante : faut que vous vous observiez la piste et de réfléchir comme GI-TCK l'a fait et écrire une phrase qui décrit justement la relation qui a entre les deux ?

Élève : on prend tu celle des pingouines ou heu...

Enseignante : non on prend celle des pingouins d'accord ? est ce que ça va ? ouais ? ouais ? est ce que ça va tout le monde oui ou non ?

Élève : ben non pas vraiment. C'que vous voulez là, est ce que vous voulez qu'on vous dise de quel côté on est plus proche de...

Enseignante : non j'veux pas de réponse, j'veux juste que tu m'expliques que tu décrives

Élève : la piste ?

Enseignante : la piste ! mais pas vraiment la piste non plus c'est la relation qui existe entre les deux distances, c'est ce que GI-TCK a fait...

Élève : ben c'est la bonne réponse !

Enseignante : c'est pas LA bonne réponse, y'a pas de bonne réponse...
La cloche sonne, le travail reprendra au prochain cours.

C.4

GROUPE A – COURS 3

2 :47 :00

L'enseignante relit les descriptions de la dernière fois.

Elle demande aux autres équipes si elles ont quelque chose à ajouter.

L'équipe GI propose d'identifier les quatre points les plus proches du poste de secours.

L'équipe S ajoute que « lorsqu'on dépasse le point le plus proche du poste de secours, la distance qui nous sépare du poste est forcément plus grande ». L'enseignante complète en indiquant que cela est vrai avant le point le plus proche du poste de secours.

L'équipe L ajoute que si on se blesse sur la piste, il est plus rapide d'aller directement au poste de secours que de se rendre d'abord au point le plus proche du poste de secours sur la piste.

L'enseignante demande aux élèves de proposer la description de la classe. Les élèves choisissent de reprendre des idées des descriptions proposées.

Au tableau il est écrit :

« S'éloigné ou s'approché du poste de secours sans que la distance entre nous et le poste soit la plus courte. »

« La distance qui nous sépare du point de secours et de la piste augmente ou diminue à mesure qu'on avance. »

« Avant et après le point le plus proche du poste de secours, la distance entre nous et le poste ne pourra qu'être plus grande que la distance la plus courte. »

L'enseignante demande aux élèves de proposer la description de la classe. Les élèves choisissent de reprendre des idées des descriptions proposées. Ils choisissent une des phrases écrites au tableau.

La description de la classe :

« La distance qui nous sépare du point de secours et de la piste augmente ou diminue à mesure qu'on avance. »

2 :48 :26

Enseignante : ok par la suite qu'est ce que vous remarquez ? il est inscrit « des points de repères » sur votre feuille, est ce que vous voyez qu'on a besoin de points de repères ?

Élève : par rapport à quoi les points de repères ? à la piste ou...?

Enseignante : ben pour établir la distance qui nous sépare du point de secours et de la piste qui augmente et qui diminue à mesure qu'on avance. Est-ce qu'on est obligé de choisir des points de repères ? Est-ce qu'on a besoin de trouver...

Élève : non

Enseignante : comment non ? comment on peut calculer ? Y'a quelqu'un qui a parlé de calculer tout à l'heure hein ? Effectivement ! calculer la distance alors c'est bien beau mais si je veux calculer la distance j'ai besoin de de de d'un point non ? Ben j'en ai mis un point mais est ce que c'est le seul et unique est ce que c'est le bon ?

Élève : c'est le point heu...c'est pas le point de secours ?

Enseignante : ouais mais par rapport à la piste ? regardez, la relation entre le point le plus proche du poste et la piste et la relation avec la distance qu'on aura parcourue sur la piste. Alors il faut que je mette un point à quelque part sur la piste et dire bon ben ok que je suppose que c'est peut-être lui, mais je sais pas si c'est lui. Est-ce que j'suis obligée d'en mettre ailleurs ?

Élèves : ouais

Enseignante : pour déterminer quelle est la distance la plus courte non ? oui ou non ?

Élèves : ouais

Enseignante : bon alors c'était votre suggestion à vous... de mettre plusieurs points

Élèves : oui

Enseignante : hein de mettre plusieurs points et de calculer la distance non ? Alors pouvez-vous établir des points de repères ?

Élève : ben les quatre points

Enseignante : les quatre points ? juste ceux là ?

Élève 3 : oui tu fais A, B, C, D

Élève 4 : c'est les quatre plus proches

Enseignante : c'est la quatre plus proches ? ok qui semblent être plus proches

Élève : mais madame il faut aussi...

Enseignante : est ce qu'il faut par contre prendre les autres ? est ce qu'il faut en prendre d'autres ? que ces quatre points là

Élève : non parce qu'il faut que les points soient éparpillés partout parce que c'est comme il faut qu'il y ait une distance un peu égale et là si tu prends les quatre la distance qu'il parcourt d'un point à l'autre est presque la même

Enseignante : ah ! oh c'est pas bête ça, répète

Élève : ben il faut prendre les quatre points qu'on a déjà encerclé parce que entre chacun la distance qu'on doit parcourir d'un point à l'autre est presque la même pour chacun

Enseignante : oui mais est ce que on parle d'un point à l'autre ou est ce qu'on parle du point de départ ?

Élève : ah ouais...

Enseignante : ben t'es en train de me dire que la distance entre là et là est à peu près la même qu'entre là et là ok. Sauf est ce qu'on parle entre la distance entre un point et un autre point ici ou on parle de la distance entre le point de départ et ce point ci ?

Élève : non heu...

Enseignante : La distance parcourue sur la piste...ben j'pars de où moi ? j'pars de d'là, j'pars de d'là

Élèves : ok ouais

Enseignante : ben la distance que j'vais avoir parcourue va va...heu ...la distance parcourue sur la piste c'est toujours du point de départ constamment...

Élève : pourquoi est ce qu'on mettrait pas le point de départ...

Enseignante : ben parce que moi j'm'en viens sur la piste on va changer le point de départ sur la piste comme ça parce que moi je m'appelle...et pis oui le garde forestier va dire ah ok ton point de départ y'est ici maintenant. Ça se déplace comme on veut ? Vous êtes pas tellement réalistes !

Alors on a assez discuté, pouvez vous écrire des points de repères ? Est-ce qu'on a besoin de points de repères ?

Élèves : les quatre points les plus proches
Le point de départ

Enseignante : ben le point de départ c'est un point heu oui...ensuite ?

Élèves : les quatre points les plus proches

Enseignante : les quatre points les plus proches

Élève : le poste de secours

Enseignante : le poste de secours...

Élève : ok j'comprends !
(silence 4 sec)

Enseignante : suivez vous en arrière ? pas sûr !
Oui EX-MV ?

Élève (EX-MV) : ben il pourrait y avoir plus de points, ça juste dépend aussi de la taille de la piste. Si est pas grande on peut en mettre comme ça mais si est grande ben le temps qu'on fasse toute la boucle pis toute ben pourrait y en avoir d'autres ben comme sur chaque ben pourrait y en avoir un de plus à chaque coin par exemple

Enseignante : coin ? ouin ça ressemble à un coin... tu veux dire ici ?

Élève : ouais par exemple la piste...

Enseignante : est ce que c'est nécessairement visé par la longueur de la piste ? mais bon, oui on peut en ajouter effectivement...j'suis pas contre

Élève 5 : fait que dans le fond ce serait pas les quatre points les plus proches mais les points...

Élève 6 : on peut écrire les quatre points les plus proches et les quatre points les plus loin

Enseignante : pas nécessairement on peut utiliser d'autres points oui effectivement. C'est parce que en fait le but c'était de trouver la relation...faut pas penser que c'est toujours forcément le point le plus proche, c'est qu'on essaie de découvrir quel est le point le plus proche ok, la distance la plus courte, on essaie de découvrir cette distance là mais pour pouvoir la découvrir qu'est ce qui nous faut ? (silence 3 sec) En principe qu'est ce qui nous faudrait ? Si on n'avait pas de dessin là qu'est ce qui faudrait faire ?

Élève : mesurer

Enseignante : mesurer oui mais comment ferais-tu ? si t'étais dans la réalité là ? T'es dans ton sentier, t'es sur la piste pis...

Élève : j'compterais les pas

Enseignante : ok on compterait les pas ce serait notre unité de mesure..exacte mais là on a un sentier qui se présente à nous, est ce que je sais que si je prends ce sentier-ci jusqu'au poste de secours est ce que c'est ce sentier là nécessairement qui va être le plus court ?

Élève : non c'est le grand
Ben tu prends un ruban, tu le mets sur l'arbre...

Enseignante : mais tu le sais pas ! tu ne la sais pas....ok regarde on recommence. T'es sur une nouvelle piste, elle vient d'être construite ok ? T'es la première personne qui fait une randonnée, tu veux savoir si y'a un moyen d'avoir une distance...de connaître la distance entre toi et le poste de secours

Élève : ah ben tu regardes...

Enseignante : y'a des sentiers qui mènent au poste de secours, qu'est ce que tu vas faire pour connaître les distances

Élève : tu regardes le foulard... le drapeau à travers...

Enseignante : ah ouais et tu vas savoir la distance toi ?

Élève : non mais tu vas regarder à peu près

Enseignante : tu vas en faire une approximation ouais mais ça te donne pas la distance

Élèves : brouhaha

Enseignante : ok on arrête ! J'essaie juste de vous faire voir que pour connaître les distances, faut que vous les mesuriez non ? bon est ce que il est dit que c'est celle-là la piste la plus courte ?

Élèves : non

Enseignante : non ! donc vous devez faire quoi ?

Élève : ben mesurer

Enseignante : mesurer à partir de ...

Élève : du point de départ

Enseignante : bon la distance qu'on a parcourue oui et ...

Élève : ?

Enseignante : à partir du point de repère vers ? le poste de secours mais c'est une poste totalement inconnu. Est-ce que vous allez prendre une fois ou vous allez prendre plusieurs fois pour connaître la distance ?

Élève : plusieurs fois

Enseignante : plusieurs fois !! est ce que vous avez compris ?
Ok vous écrivez ce que vous savez

(...) les élèves complètent la description de la classe dans leur cahier

Enseignante : ok la dernière partie. Est-ce qu'il y aurait des mots clés dans notre description, qu'on aimerait conserver, quels seraient ces mots clés là ? Distance, augmente...(les élèves lancent des mots) shuuuuuuut est ce qu'il y en a d'autres ? si oui vous les écrivez ok

Les élèves écrivent.

Enseignante : une fois que vous avez terminé, vous tournez votre page. Il est inscrit : « à la recherche d'une nouvelle représentation visuelle de la situation ». On a une représentation visuelle ici là ok Là à partir de cette représentation visuelle, on veut en trouver une nouvelle ok ? (elle lit) « Lorsqu'on a expliqué au randonneur...plus rapide de lui montrer ce qui se passe. » Parce que là ce qu'On est en train de dire c'est qu'à chaque point, peu importe le nombre de points qu'on a pris, il faut faire le calcul, n'est-ce pas ? vrai ou faux

Élève : ouin

Enseignante : bon alors lui il veut que ça aille plus vite

Élève : y'est ben impatient !

Enseignante : ben comme certains, certaines, y'a des gens qui sont moins patients ok. Alors il nous demande de trouver un moyen qui serait plus rapide pour nous montrer heu pour trouver ce qu'on cherche. Alors il veut aussi que ce moyen lui permette de comparer rapidement plusieurs distances au poste de secours donc là comme vous avez vu y'en a qui en ont pris quatre, y'en a qui ont peut-être prise plus de points de repères et à ce moment là, quelle serait la façon la plus rapide pour pouvoir les comparer ces distances là ? d'accord ? est ce que vous me suivez ? on essaie de trouver une nouvelle représentation qui permet de comparer des distances ok ? c'est ça qui est écrit là « comparer rapidement plusieurs distances » et que c'est un moyen rapide pour me montrer...me montrer ça veut dire voir

Élève : Mais est ce qu'il le voit genre de même ou est ce qu'il le voit sur une carte...

Enseignante : ben toi tu vas trouver une manière de lui représenter ces distances là afin qu'il puisse les comparer et qu'il soit pas obligé de tout faire ok (elle lit) « En plus de se rendre au service heu ...de rendre service au randonneur, vous autre, notre esprit pratique nous conseille de trouver une représentation réutilisable » donc quand tu vas faire ton dessin, parce que ça veut dire qu'il va falloir que tu fasses un dessin, hein ? une représentation, il faut être capable de la réutiliser dans d'autres types de situations ok autre chose alors qu'est ce qu'on nous suggère ici. Faudrait qu'on puisse par exemple représenter « le prix de la viande hachée selon la quantité de viande hachée achetée », nos fameux taux, comment on pourrait les représenter en dessin ok ? La...hein ? ohhh j'viens d'en perdre une, si j'en ai pas perdu plus que ça...

Élève : Mais c'est quoi le rapport entre la viande hachée et la piste ?

Enseignante : c'est beau regarde c'est un exemple ...c'est ta représentation à toi en fonction de la piste ok, ta nouvelle représentation pourrait...on pourrait la réutiliser cette la représentation là mais dans une autre situation, on pourrait utiliser cette méthode, ce moyen de représenter n'importe quelle situation. Est-ce que vous connaissez des représentations ? Est-ce que vous en connaissez ?

Élève : non

Enseignante : des représentations qui permettent de comprendre rapidement ce qui se passe ?

Élève : ben les graphiques

Enseignante : ensuite ? est-ce qu'il y a juste les graphiques ? Qu'est-ce que t'entend par graphique ?

Élève : ben à mettons je sais pas mais n'importe quel heu...à mettons à bandes ou les graphiques comme avec des lignes brisées

Enseignante : ok ensuite ?

Élève : circulaire

Enseignante : bon circulaire ok bon ça c'est des moyens de représentation hein ? bon j'dis pas qu'c'est ça mai il faut que vous trouviez une façon de représenter ceci de façon à ce que ce soit tout plus rapide et très ah oui c'est ça qui se passe...et que cette façon de faire là que vous avez faites, que vous avez trouvé puisse répondre à d'autres situations, j'peux reprendre la même chose et dire ok j'peux l'appliquer dans d'autres situations...ça marche ? est ce que vous me suivez ?...Josiane ? heu Rosane ?

Élève : c'est parce que là nous autre notre affaire c'est que tu regardes comme ça pis tu vois que cette distance là est plus petite que cette distance là, me semble

Enseignante : me semble que non ! non non j'pas sûre, j'pas sûre...j'pas rendue là, moi j'comprends pas ta question

Alors heu bon ici l'autre exemple qu'on a donné c'est celui de l'aire de la surface d'une piscine recouverte par une toile selon le nombre de tours de manivelles effectués pour enrouler la toile...bon là on n'a pas visuellement ce que ça peut représenter mais bon...avec une représentation semblable ok c'est des exemples, ça pourrait être n'importe quel autre exemple ok ? ça marche ?

Élèves : ouais

Enseignante : ok si ça vous embête les exemples, pensez-y même pu. Trouver un moyen de représentation c'est tu clair ?

Élève : oui

Enseignante : ok alors là dans l'énoncé, ce qu'on a lu, y'a trois critères à respecter alors vous devez écrire le premier critère, deuxième critère, troisième critère...vous le faites tout seul

Élève : j'comprends pas

Enseignante : ben j'viens de vous le lire...ben lis le...j'vais pas vous donner les réponses, c'est pas ça le but là...(silence 5 sec)
Relisez le texte peut-être que ça va vous permettre de mieux comprendre.

Travail en silence 03 :09 :00 à 03 :11 :55

Enseignante : oh j'viens d'avoir quelque chose là heu peut-être qui va vous aider, LPY, elle m'a dit...elle demandait un éclaircissement ok...l'éclaircissement heu qu'elle demandait c'est en rapport avec cette phrase-ci. Elle dit est ce que par hasard on cherche la distance entre le poste et nous, autrement dit, cette distance-ci ok par rapport à la distance qu'on va avoir parcourue sur la piste. Est-ce que c'est plus clair ? C'est cette distance-ci en rapport avec celle-là. Cette distance-ci en rapport avec celle-ci. Ok est ce que c'est plus clair pour vous comme phrase ?

Élève : est ce que ça signifie que c'est heu c'est quoi la distance ok admettons la distance de la piste mettons on est rendu au point A ben sur un des points, celui-là mettons, heu la distance jusqu'au heu...

Enseignante : la distance entre ici là...cette distance-ci par rapport à celle-ci

Élève : non mais je sais...mais « par rapport » qu'est ce que c'est...

Enseignante : en relation...

Il est inscrit à la page suivante (elle lit) : « propose une représentation visuelle organisée qui répond au mieux à toutes les exigences, donc aux trois critères que vous venez d'écrire ». Vous le faites sur votre petit cahier ici dans le rectangle à la page 8. Qu'est-ce qui a GI-LR ?

Élève (GI-LR) : ben j'pense que après ce que vous venez de dire là...ben j'sais pas si ça marche mais heu une autre phrase pour dire...

Enseignante : oh non on change plus les phrases là...

Élève : mais...est ce que ça marche...plus heu le point sur la piste heu plus on se rapproche du point sur la piste plus le trajet...

Enseignante : est ce que ça va être nécessairement ça ?...

03 :14 :48 à 03 :24 :42

Travail individuel. Certains élèves communiquent quand même.

Enseignante circule et répond à quelques questions en ramenant les élèves à ce qui est au tableau.

03 :24 :42 l'enseignante donne le travail à finir en devoir

RÉFÉRENCES

- Bednarz, Nadine ; Schmidt, Sylvine ; Dufour-Janvier, Bernadette. 1989. *Étude des représentations développées par les enfants dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques impliquant des concepts dynamiques*. Rapport de recherche CIRADE. Université du Québec à Montréal.
- Bednarz, Nadine ; Poirier, Louise ; Desgagné, Serge ; Couture, Christine. 2001. Conception de séquences d'enseignement en mathématiques : une nécessaire prise en compte des praticiens. *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories d'enseignement*. (pp. 43-266). A. Mercier, G. Lemoyne et A. Rouchier (Eds). De Boeck Université.
- Bednarz, Nadine. 2004. Quelques réflexions sur l'apport du socioconstructivisme dans mon cheminement de chercheure et formatrice. *Constructiviste, choix contemporains. Hommage à Ernst von Glasersfeld*. (pp. 165-175). Presses de l'Université du Québec.
- Beichner, Robert J. 1994. Testing student interpretation of kinematics graphs. *American journal of physics*, 62. (pp. 750-762)
- Breton, Guy. 1994. *Carrousel mathématique 2, Tome 1*. Éditions CEC.
- Breton, Guy. 1995. *Carrousel mathématique 3, Tome 1*. Éditions CEC.
- Breton, Guy. 1996. *Réflexions mathématiques 436, Tome 1*. Éditions CEC.
- Brousseau, Guy. 1983. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, vol. 4, no. 2*. (pp. 165-198)
- Cabana, Marie. 1996. "La notion de fonction vue sous l'angle de l'étude de la variation". Mémoire de maîtrise. Université du Québec à Montréal.
- Carlson, Marilyn P. 2002. Physical enactment : a powerful representational tool for understanding the nature of covarying relationships ?. *Representations and mathematics visualization*. (pp. 63-77).
- Carlson, Marilyn P. 1998. A cross-sectional investigation of the development of the function concept. *CBMS Issues in Mathematics Education, volume 7*. American Mathematical Society.
- Castelnuovo, Emma. 1994. Les représentations graphiques en mathématique : une esquisse historique. *Représentations graphique et symbolique de la maternelle à l'université*. (pp. 125-131). CIEAEM. A. ANTIBI.
- Conseil supérieur de l'Éducation. 1971. *L'activité éducative, rapport annuel 1969-70*. Éditeur officiel du Québec.

- Corbalan, Fernando. 1994. Un regard mathématique sur les graphiques de la presse. *Représentations graphique et symbolique de la maternelle à l'université*. (pp. 149-155). CIEAEM. A. ANTIBI.
- De Cotret, Sophie René. 1985. "Étude historique de la notion de fonction: analyse épistémologique et expérimentation didactique". Mémoire de maîtrise. Université du Québec à Montréal.
- Diezmann, Carmel M. & English, Lyn D. 2001. Promoting the use of diagrams as tools for thinking. *The role of representation in school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Douady, Régine. 1986. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactiques des mathématiques*, vol. 7, no.2.
- Duval, Raymond. 1988. Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 1. IREM de Strasbourg.
- Duval, Raymond. 1993. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5. IREM de Strasbourg.
- Duval, Raymond. 2006. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61. (pp. 103-131). Springer 2006.
- Fikrat, Latifa. 1994. "La notion de fonction et ses représentations". Mémoire de maîtrise. Université du Québec à Montréal.
- Glaserfeld, Ernst von. 1985. *The construction of knowledge : contribution to conceptual semantics*. Intersystems publications.
- Guay, Sylvio ; Lemay, Steeve. 1994. *Scénarios 2*. Éditions HRW
- Guay, Sylvio ; Lemay, Steeve. 1995. *Scénarios 3, Tome 1*. Éditions HRW
- Guay, Sylvio ; Lemay, Steeve. 1996. *Scénarios 436, Tome 1*. Éditions HRW
- Hiebert, James & Carpenter, Thomas P. 1992. Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 65-97). MacMillan publishing company. Douglas A. Grouws editor.
- Hitt-Espinosa Fernando. 1998. Systèmes sémiotiques de représentation liés au concept de fonction. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 6. IREM de STRASBOURG.
- Hitt, Fernando. 2004. Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. *Le langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques : complexité et diversité des cadres d'étude*, vol. 30, no. 2. (pp. 329-354). Gisèle Lemoyne (Editor).

Hitt, Fernando. 2006. Student's functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An example: the concept of limit. *Annales de didactique et de sciences cognitives, vol 11*. (sous presse). IREM de STRASBOURG.

Janvier, Claude, Girardon Catherine et Morand Jean-Charles. 1993. Mathematical Symbols and Representations. *Research Ideas for the Classroom-High School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. Research Interpretation Project, Macmillan Publishing Company. (pp. 79-102). D.T. Owens (Ed).

Janvier, Claude. 1993. Les graphiques cartésiens : des traductions aux chroniques. *Les représentations graphiques dans l'enseignement et la formation*. Les sciences de l'éducation. C.E.R.S.E Université de Caen.

Janvier, Claude. 1983. Représentation et compréhension, Un exemple : le concept de fonction. *Bulletin de l'AMQ*. Association Mathématique du Québec.

Legendre, Marie-Françoise. 2004. Approches constructivistes et nouvelles orientations curriculaires. *Constructiviste, choix contemporains. Hommage à Ernst von Glasersfeld*. (pp. 51-91). Presses de l'Université du Québec.

Maher, Carolyn A. et Davis, Robert B. 1990. Building representations of children's meanings. *Journal for research in mathematics education number 4*. (pp. 79-90). National Council of Teachers of Mathematics.

Ministère de l'Éducation du Québec. 1994. *Programme d'études, enseignement secondaire, Mathématique 216*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec. 1996. *Programme d'études, enseignement secondaire, Mathématique 416*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec. 1996. *Programme d'études, enseignement secondaire, Mathématique 426*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec. 1996. *Programme d'études, enseignement secondaire, Mathématique 436*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec. 1997. *Programme d'études, enseignement secondaire, Mathématique 514*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec. 1997. *Programme d'études, enseignement secondaire, Mathématique 526*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec. 1997. *Programme d'études, enseignement secondaire, Mathématique 536*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. 2003. *Programme de formation de l'école québécoise, Enseignement secondaire 1^{er} cycle, Domaine de la mathématique*. (pp. 223-264). Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. 2004. *Programme d'études professionnelles 5289, Travail sylvicole*. Gouvernement du Québec.

Monk, Steve. 1992. The concept of function aspects of epistemology and pedagogy. In Ed Dubinsky, Guershon Harel (Eds.), *MAA notes and reports series* (pp. 175-194).

Romberg, Thomas A. 1994. Classroom instruction that fosters mathematical thinking and problem solving: connections between theory and practice. In A. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 287-304). Editorial Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Vinner, Schlomo. 1983. Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 14(3). (pp. 293-305).

Yerushalmy, Michal & Shternberg, Beba. 2001. Charting a visual course to the concept of function. In A. Cuoco (Ed.) *The role of representation in school mathematics* (pp. 251-268). National Council of Teachers of Mathematics.

Références Internet

<http://www.granddictionnaire.com>