UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

En association avec

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DE PROPORTIONNALITÉ CHEZ LES ÉLÈVES DE SIXIÈME ANNÉE DU PRIMAIRE AVEC OU SANS TDA/H IDENTIFIÉ

THÈSE
PRÉSENTÉE
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DU DOCTORAT EN ÉDUCATION

PAR

THOMAS RAJOTTE

1 OCTOBRE 2014

REMERCIEMENTS

C'est avec un grand engouement que j'ai entrepris ce projet doctoral et c'est avec enthousiasme, mais surtout avec le sentiment du devoir accompli que je présente cette thèse. Par la présente, je tiens à remercier l'ensemble des élèves de sixième année qui ont accepté de participer à cette recherche. Je tiens aussi à remercier les enseignants qui ont collaboré avec moi afin que je puisse concrétiser ce projet d'étude. Merci également au *Conseil de recherches en sciences humaines du Canada,* à la *Fondation de l'Université du Québec à Rimouski* et à l'*Association québécoise des troubles d'apprentissage* qui m'ont soutenu à l'intérieur de mon cheminement grâce à l'aide financière accordée.

Mille mercis à M. Dominic Voyer et Mme Jacinthe Giroux. Grâce à vos judicieux conseils et à votre soutien continu, j'ai été en mesure de persévérer tout au long de mes études doctorales. J'adresse également des remerciements à Mme Cathy Arsenault qui m'a apporté des conseils et des suggestions fort appropriés. De plus, je désire exprimer une profonde gratitude à Mme Sophie René de Cotret et M. Frédéric Legault qui ont accepté de faire partie du jury.

En dernier lieu, je tiens à remercier Évelyne Dion, Josiane Caron, Jim Cabot-Thibault et Marie-Pier Goulet. De fidèles collègues qui ont toujours été prêts à partager leurs idées, leurs conseils et à débattre de divers sujets. Ce fut un réel plaisir de côtoyer ces chercheurs.

Encore une fois, un gros merci à tous !

TABLE DES MATIÈRES

Page

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

RÉSUMÉ

La présente recherche vise un approfondissement des connaissances concernant les difficultés d'apprentissage en mathématiques. Selon la littérature, deux grandes perspectives se dégagent des recherches sur les difficultés d'apprentissage en mathématiques. Dans la première, les difficultés d'apprentissage sont étudiées sous l'angle des caractéristiques cognitives des élèves en difficulté. Cette perspective est associée aux cadres interprétatifs provenant du domaine des sciences cognitives et relève du primat des publics. Par ailleurs, selon la seconde perspective, les difficultés d'apprentissage sont interprétées comme étant la résultante de l'interaction entre l'élève et le système scolaire auquel il participe. Cette perspective relève essentiellement des fondements relatifs à la didactique des mathématiques et s'appuie sur le primat de la culture mathématique. Dans le but d'éprouver la validité de ces perspectives interprétatives, notre étude pose trois questions de recherche.

Afin d'opérationnaliser notre étude, nous avons collaboré avec quatre types d'élèves, soit : des élèves à risque (N= 39), des élèves ayant un TDAH (N = 30), des élèves ayant un TDA (N = 37) et des élèves tout-venant (N= 434). Ces élèves provenaient de 29 classes de sixième année. Les participants devaient résoudre des énoncés de résolution de problèmes sur la proportionnalité. Ces problèmes variaient en fonction du type de rapport numérique, du type d'information et du nombre de couples de données. De plus, nous avons considéré certains facteurs, liés à l'élève, susceptibles d'influencer le rendement en résolution de problèmes, soit : les habiletés en lecture, le niveau d'attention, le niveau socio-économique, ainsi que le sexe.

Les résultats ont montré qu'il est impossible de rejeter définitivement l'une ou l'autre des perspectives dans l'interprétation des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Par ailleurs, nos résultats démontrent que le primat de la culture mathématique constitue la perspective la plus appropriée quant à l'explication des difficultés d'apprentissage des élèves à risque, avec ou sans TDA/H. D'une part, nos résultats permettent d'établir que les différences entre les types d'élèves s'expliquent en terme de degré d'efficacité et non en terme de nature des calculs relationnels. À cet effet, nous avons dégagé qu'aucun raisonnement n'est spécifique à un type d'élèves. D'autre part, les données obtenues suggèrent que les caractéristiques des problèmes et que l'effet-classe entretiennent une plus forte relation avec le rendement à résoudre des problèmes que les caractéristiques spécifiques à l'élève.

Mots clés : résolution de problèmes, élèves à risque, TDA/H, difficultés d'apprentissage, mathématiques

CHAPITRE 1

PRÉAMBULE À LA RECHERCHE

Depuis les trois dernières décennies, le ministère de l'Éducation du Québec invite les différents agents de l'éducation à mettre en œuvre des interventions adaptées auprès des élèves ayant des besoins spécifiques. C'est dans ce contexte que l'Office des personnes handicapées du Québec (OPHQ) a été créé en 1978. Depuis sa création, cet organisme a poursuivi différentes finalités, soit : de défendre les droits et les intérêts des individus ayant un handicap intellectuel ou moteur, de contrôler les causes d'apparition des différences, de minimiser les conséquences sociales et de favoriser l'intégration de ceux-ci.

Dix ans plus tard, en continuité avec les objectifs de l'OPHQ, le gouvernement du Québec a réglementé les normes d'organisation des services éducatifs des élèves handicapés ou en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) en adoptant la Loi sur l'instruction publique (loi 107). Cette initiative visait à faciliter les apprentissages et l'insertion sociale de cette clientèle d'élèves[1] (Conseil supérieur de l'éducation, 1996 ; Horth, 2000).

---

[1] Notons que les élèves handicapés et les élèves en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage sont deux publics scolaires bien distincts. Dans le premier cas, le diagnostic médical atteste, bien avant leur rentrée scolaire, de limitations physiques ou intellectuelles qui appellent des services et des ressources effectivement adaptés à leurs conditions. En revanche, la catégorie d'élèves en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage regroupe des élèves qui sont en difficulté scolaire. C'est en tant qu'élève ou sujet de l'institution scolaire qu'ils sont en difficulté.

Afin de soutenir le cheminement scolaire des EHDAA, l'intégration et la réussite des élèves ayant des difficultés d'apprentissage sont devenues des enjeux majeurs du ministère de l'Éducation (MÉQ, 2000; Squalli, Venet et Lessard, 2006). En fait, cette préoccupation constitue l'orientation fondamentale de la Politique en adaptation scolaire (Gouvernement du Québec, 1999) qui a été élaborée dans le cadre de la réforme de l'éducation (Squalli, Venet et Lessard, 2006). Dans la perspective de cette nouvelle orientation, une catégorisation de codes a été créée par le ministère afin de permettre aux agents du système éducatif d'être mieux outillés pour effectuer un dépistage et d'intervenir auprès des élèves ayant des caractéristiques plus particulières (MÉQ, 2000). Ainsi, les 31 catégories et sous-catégories de difficultés ont été remplacées par deux grandes catégories : les élèves handicapés et les élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage. Cette dernière catégorie est maintenant subdivisée en deux groupes, soit : les élèves à risque et les élèves qui ont un trouble grave du comportement (MÉQ, 2000; Rousseau, Tétrault et Vézina, 2008)[2].

Dans une approche préventive, il est prévu par le MELS (Gouvernement du Québec, 2000) que des services adaptés soient mis en œuvre auprès des élèves à risque. À cet effet, le document *Les difficultés d'apprentissage à l'école : Cadre de*

---

[2] Une brève définition des principaux termes associés aux élèves ayant des besoins particuliers sera présentée au sein du Tableau 1. Ce tableau se situe à la fin de ce préambule à la recherche.

référence pour soutenir l'intervention (MELS, 2003) précise que les interventions auprès des élèves dits «à risque[3]» constituent une avenue à privilégier.

Cette orientation a aussi été abordée à l'intérieur du document *La formation à l'enseignement : les orientations, les compétences professionnelles* (Gouvernement du Québec, 2001). Elle précise en effet que la capacité à adapter les différentes interventions aux besoins des élèves à risque constitue une compétence professionnelle à développer dans le cadre de la formation en enseignement. Ce constat se justifie par la prévalence de ces élèves, qui représentent environ 87% de la clientèle en adaptation scolaire (Psychologie scolaire, 2011) ; il faut toutefois préciser que ce taux élevé s'explique par la fusion de plusieurs sous-catégories de l'ancienne catégorisation. À ce propos, Claveau (2006) précise que les élèves à risque constituent 11,1% de la population scolaire.

De plus, le ministère de l'Éducation (MELS, 2003), mentionne que les pédagogues doivent dépister les difficultés d'apprentissage des élèves à l'égard des différentes compétences promues par le Programme de formation de l'école québécoise. Cette directive du ministère est exprimée à l'intérieur de l'extrait suivant :

> C'est au regard des compétences définies par le Programme de formation que se manifestent les difficultés d'apprentissage. Elles touchent plus particulièrement les compétences à lire, à communiquer oralement ou par écrit et à utiliser les mathématiques. Les difficultés d'apprentissage sont généralement liées à des difficultés à utiliser des stratégies

---

[3] Les élèves «à risque» démontrent des difficultés pouvant mener à un échec, des retards d'apprentissage, des troubles émotifs, des troubles du comportement, un retard de développement ou une déficience intellectuelle légère (Gouvernement du Québec, 2000).

> cognitives et métacognitives et à bien exploiter certaines compétences transversales.
>
> (MELS, 2003; p.2)

Cette volonté de soutenir le cheminement scolaire des élèves ayant des besoins particuliers a été réaffirmée par cette instance ministérielle qui, au travers de son plan d'action en matière de prévention du décrochage scolaire, soulignait la nécessité de mettre en place les conditions favorisant la réussite des élèves handicapés ou en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage (MELS, 2009a). Par cette démarche, le ministère a réitéré son intention de s'assurer que l'ensemble des élèves du territoire québécois reçoive des mesures de soutien qui facilitent leur cheminement scolaire (MELS, 2009b).

Dans la perspective de la prévention des difficultés scolaires, un des domaines privilégiés est celui des mathématiques. À cet effet, Mary, Squalli et Schmidt (2008) soutiennent que la société contemporaine exige des compétences mathématiques qui vont au-delà de la maîtrise d'un ensemble d'habiletés techniques, ce qui justifierait qu'une attention particulière soit portée à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques. De plus, le ministère de l'Éducation (2001) soutient que les mathématiques, en tant que discipline scolaire, sont considérées comme fondamentales. En fait, selon cette instance ministérielle, la mathématique représente une source importante de développement intellectuel qui constitue un élément déterminant de la réussite scolaire.

En valorisant l'adaptation des interventions effectuées auprès des élèves à risque en mathématiques, le ministère de l'Éducation effectue la promotion de la mise en oeuvre d'actes pédagogiques adaptés aux caractéristiques cognitives des élèves à risque de développer des difficultés graves d'apprentissage. Cette démarche est liée à une orientation éducative selon laquelle les élèves qui ne réussissent pas selon les normes attendues présenteraient des troubles spécifiques qui appellent des interventions adaptées à la nature même de ces difficultés (Conseil supérieur de l'éducation, 2001). Sur le plan politique, cette volonté ministérielle d'offrir un soutien pédagogique aux élèves à risque est légitime. Par contre, les plans d'action, mis en place en milieu scolaire, réfèrent peu aux disciplines qui étudient les difficultés d'apprentissage en mathématiques. À l'intérieur de la prochaine section, nous discutons des différentes perspectives qui tendent à expliquer les difficultés en mathématiques, puis nous situons la position ministérielle à l'égard de ces perspectives. Mais, tout d'abord, sont présentées au Tableau #1, les définitions associées aux différentes expressions associées aux élèves ayant des besoins particuliers, expressions utilisées dans cette étude[4].

---

[4] La terminologie que nous présentons concernant les différentes catégories d'élèves ayant des besoins particuliers est exposée de manière synthétique. Les différents concepts clés, qui réfèrent aux clientèles que nous traitons dans cette recherche, sont explicités au sein du second chapitre de ce présent projet d'étude. Ces définitions sont tirées du Cadre de référence produit par le gouvernement du Québec (2006).

Tableau 1

Synthèse des différents termes associés aux élèves ayant des besoins particuliers

Élèves handicapés ou ayant des difficultés d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA)	Grande catégorie, utilisée par le MELS et le milieu scolaire, qui permet de référer aux élèves ayant soit : un handicap physique ou mental, des difficultés d'apprentissage et/ou des difficultés d'adaptation.
Élèves handicapés	Élèves limités dans l'accomplissement d'activités normales et qui, de façon significative et persistante, sont atteints d'une déficience physique ou mentale ou qui utilisent régulièrement une orthèse, une prothèse ou tout autre moyen pour pallier leur handicap.
Élèves en difficulté d'apprentissage	Au primaire, élèves pour lesquels l'analyse de sa situation démontre que les mesures de remédiation mises en place n'ont pas permis à ceux-ci de progresser suffisamment dans leurs apprentissages pour lui permettre d'atteindre les exigences minimales de réussite du cycle en langue d'enseignement ou en mathématiques.
Élèves ayant des troubles du comportement	Élèves dont l'évaluation psychosociale révèle un déficit important de la capacité d'adaptation se manifestant par des difficultés significatives avec un ou plusieurs éléments de l'environnement familial, scolaire ou social.
Élèves ayant un trouble grave du comportement	Élèves dont la majeure partie comportementale de la vie est dominée par la présence de comportements agressifs ou destructeurs de nature antisociale, et ce, malgré les mesures d'aide mises en place.
Élèves à risque	Élèves qui présentent des facteurs de vulnérabilité susceptibles d'influer sur leurs apprentissages ou leurs comportements.
Élèves tout-venant	Ensemble des élèves qui ne répondent pas aux critères d'élèves à risque, d'élèves handicapés, d'élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage.

PROBLÉMATIQUE

Ce chapitre est divisé en deux principales sections. La première section vise à définir les différentes perspectives interprétatives des difficultés d'apprentissage en mathématiques. La seconde section vise à démontrer l'intérêt particulier que nous avons porté à la clientèle d'élèves diagnostiqués d'un TDA/H.

1.1 Perspectives concurrentes sur la notion des difficultés de l'élève en mathématiques

Dans le domaine des mathématiques, plusieurs écrits scientifiques révèlent deux perspectives distinctes sur la problématique des élèves présentant des difficultés d'apprentissage. La première perspective est essentiellement centrée sur l'identification et la description de dysfonctionnements propres à l'élève, tandis que la seconde perspective s'intéresse plutôt au fonctionnement du système didactique et aux phénomènes particuliers qui caractérisent les relations entre la production de l'élève, la situation effective d'enseignement et la spécificité du savoir à apprendre (Giroux, 2010 ; Roiné, 2009). Martin et Mary (2010) corroborent ces propos en précisant que ces différentes perspectives adoptent des positions antagonistes quant à l'explication des particularités de l'enseignement des mathématiques qui est dispensé aux élèves en difficulté.

> Ces deux perspectives reposent sur des fondements théoriques et méthodologiques particuliers, ainsi qu'elles sont alimentées et supportées par différents foyers (surtout universitaires) de recherche. De plus, elles influencent l'enseignement des mathématiques à un certain groupe d'élèves et par l'extension, elles influencent également

> l'apprentissage de cette discipline par ce même groupe d'élèves.
>
> (Martin et Mary, 2010; p.230)

À cet effet, les travaux scientifiques adoptant un cadre explicatif se rapportant aux domaines de la psychologie développementale, de la neuropsychologie, ainsi que des sciences cognitives sont rattachés à la première perspective (Giroux, 2010 ; Goupil, 2007; Martin et Mary, 2010). Les tenants de cette perspective attribuent les difficultés d'apprentissage directement à l'élève. En fait, celles-ci paraissent intrinsèquement liées aux caractéristiques fonctionnelles et structurales de l'apprenant (Lemoyne et Lessard, 2003). En adoptant ce point de vue, l'élève est perçu comme étant un sujet pour lequel les caractéristiques personnelles peuvent être mesurées par le biais d'instruments d'évaluation standardisés. Toujours selon cette perspective, le rôle de l'enseignant consiste à aider l'élève à pallier ses difficultés par le biais d'interventions remédiatives visant à modifier ses processus cognitifs. Dans ce contexte, l'élève est placé dans la position de celui qui a besoin d'aide. Par ailleurs, certaines études montrent que les modalités d'aide mises en place ne stimulent pas toujours l'engagement mathématique et cognitif de l'élève (Martin et Mary, 2010). À ce sujet, Roiné (2009) mentionne que les difficultés en mathématiques, interprétées à l'intérieur de cette perspective, relève du primat des publics. Selon cette perspective, les interventions des enseignants doivent être effectuées en correspondance avec la classification des catégories d'élèves telle que mise de l'avant à l'intérieur du système scolaire.

Par ailleurs, Lemoyne et Lessard (2003) précisent qu'au courant des dernières décennies, les recherches sur les difficultés d'apprentissage ayant adopté un cadre explicatif propre aux sciences cognitives ont obtenu peu de résultats empiriques.

Selon ces auteurs, ce constat a conduit à une remise en question du caractère immuable des caractéristiques cognitives de l'apprenant et à l'investigation du fonctionnement de l'institution scolaire. Conséquemment, une seconde perspective explicative des difficultés d'apprentissage a émergé. Cette seconde perspective repose essentiellement sur des fondements relatifs à la didactique des mathématiques. Au sein de cette perspective, les difficultés d'apprentissage sont interprétées comme étant la résultante de l'interaction de l'élève avec le système scolaire auquel il participe. Dans ce contexte, l'apprenant est considéré comme étant un élève (donc un sujet du système didactique) pour lequel certaines de ses difficultés découlent du contrat didactique[5] qui le lie au système didactique (Perrin-Glorian, 1993). Ainsi, selon Roiné (2009), les difficultés d'apprentissage sont, dans cette perspective, interprétées sous l'angle du primat de la culture mathématique. L'étude de Roiné (2009) montre que les résultats des élèves intégrant les S.E.G.P.A. (Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté)[6] ne sont pas qualitativement différents[7] de ceux obtenus par les élèves intégrant le système scolaire régulier. À cet effet, cet auteur ajoute que c'est sur le plan quantitatif qu'il y a des différences. Ainsi, les élèves en difficulté ne présenteraient pas de différences par rapport aux élèves tout-venant sur le plan psychocognitif. Les études menées par Cherel (2005), Giroux et René de Cotret (2001) et Roiné (2009) montrent d'ailleurs que les contrats

---

[5] Selon Brousseau et Balacheff (1998), le contrat didactique permet de décrire les règles implicites ou explicites qui régissent le partage des responsabilités, concernant la transmission ou l'acquisition du savoir, entre l'enseignant et l'élève. Ce contrat constitue donc une représentation des attentes de part et d'autre.

[6] Au collège français, les sections d'enseignement général et professionnel adapté (SEGPA) accueillent des élèves présentant des difficultés d'apprentissage graves et durables. Ces élèves ne maîtrisent pas toutes les connaissances et compétences attendues à la fin de l'école primaire.

[7] Par différences qualitatives, Roiné (2009) réfère à des différences en terme de raisonnements mathématiques. Cela s'oppose à des différences quantitatives qui réfèrent à des différences en terme de rendement.

didactiques sont sensiblement différents dans les classes spécialisées et dans les classes régulières.

Cette perspective considère l'enseignement du point de vue de la mise en place des conditions favorables à l'apprentissage par le biais d'interventions didactiques qui prennent en compte à la fois les connaissances mathématiques de l'élève et la spécificité du savoir (Martin et Mary, 2010). Quant à l'élève, il est modélisé comme un sujet actif qui interagit dans le cadre d'un milieu didactique que son enseignant a conçu selon les dimensions cognitives du sujet et les caractéristiques du savoir à apprendre (Mary, Squalli et Schmidt, 2008).

Afin de décrire la perspective adoptée par les différentes disciplines qui étudient les difficultés d'apprentissage en mathématiques, Giroux (2010) a proposé un schéma permettant d'organiser ces disciplines en fonction de leur finalité ou de leur posture épistémologique. Ce schéma, tel que représenté par la figure #1, permet de traduire les finalités de ces disciplines en situant celles-ci sur un axe transversal. Sur cet axe, un déplacement vers la gauche symbolise un intérêt croissant pour l'étude du fonctionnement cognitif. Ce déplacement implique une centration sur les caractéristiques des individus. Par ailleurs, Giroux (2010) mentionne qu'un déplacement vers la droite représente un intérêt croissant pour l'étude du fonctionnement du savoir en situation d'enseignement ou d'apprentissage. Ce mouvement engage une centration sur les phénomènes interactifs qui sont nécessaires à la transmission et à l'acquisition des savoirs.

SCIENCES COGNITIVES		Psychologie développementale	Didactique des mathématiques
Neuropsychologie	Psychologie cognitive		
Étude du siège cérébral des fonctions mentales	*Étude des processus cognitifs/ formation des connaissances*	*Étude du développement cognitif de l'enfant*	*Étude des conditions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*
Fonctionnement cognitif Traitement symbolique Caractéristiques individuelles			Fonctionnement du savoir Contenu de la connaissance Interactions sujet/savoir/milieu

Figure 1 : Organisation des disciplines qui étudient les difficultés en mathématiques selon Giroux (2010)

À la lumière des propos de Giroux (2010), il est possible de dégager que les tenants de la première perspective, qui comprend particulièrement les recherches issues de la psychologie développementale, de la neuropsychologie et des sciences cognitives, se situent à la gauche de l'axe. L'attribution de cette position est justifiée par le cadre explicatif des difficultés d'apprentissage en mathématiques, caractérisé par une centration sur les caractéristiques des individus, qui est adopté par les chercheurs oeuvrant dans ces disciplines. En revanche, les tenants de la seconde perspective se localisent plus spécifiquement sur la droite de l'axe dans le sens où ceux-ci effectuent une centration sur l'interaction de l'élève à l'intérieur d'un système didactique donné.

1.1.1 Position ministérielle concernant l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté

L'évolution des législations et des politiques propres à l'adaptation scolaire tend à positionner l'orientation du ministère de l'Éducation dans la première perspective sur les difficultés des élèves en mathématiques. Cette position se dégage de la *Politique de l'adaptation scolaire* (Gouvernement du Québec, 1999) qui vise à recadrer les grandes orientations de la réforme de l'éducation à l'égard des besoins particuliers et des caractéristiques propres aux EHDAA. Cette politique comprend une injonction ministérielle à l'égard des enseignants afin qu'ils adaptent leur enseignement aux caractéristiques et aux besoins des élèves (Gouvernement du Québec, 1999, 2006; MÉQ, 2000). Comme le souligne Giroux (2007), les enseignants disposent toutefois de peu d'appuis théoriques et de moyens didactiques pour réaliser cette adaptation en fonction des différents profils d'élèves à risque ou en difficulté d'apprentissage.

Par ailleurs, il est pertinent d'interroger les fondements de l'injonction ministérielle relative à l'adaptation de l'enseignement aux caractéristiques spécifiques aux élèves. À cet effet, Giroux (2007) mentionne que la perspective adoptée par le MELS ne se fonde pas sur une prise en compte de la dimension didactique de l'enseignement et de l'apprentissage. En fait, l'orientation ministérielle tend à instaurer des pratiques enseignantes constamment à la recherche de moyens pour « combler le déficit » dont souffrirait l'élève en difficulté au détriment de la prise en compte de la spécificité relative au contenu d'enseignement et des conditions didactiques qui favorisent son apprentissage. De plus, même si depuis les années 1980, les cadres explicatifs relatifs à la didactique des mathématiques sont de plus en plus utilisés (Lemoyne et Lessard, 2003), ces injonctions ministérielles, par leur posture explicative des difficultés d'apprentissage, négligent en quelque sorte les résultats de la didactique des mathématiques.

L'étude de Roiné (2009) tend à montrer que cette « logique de l'adaptation » de l'intervention se caractérise par une forme de « cécité didactique » qui peut conduire les enseignants à considérer les difficultés scolaires au sens strict du point de vue des déficits des élèves sans se soucier des conditions didactiques qui permettraient d'agir efficacement auprès de ces élèves. En fait, les enseignants seraient « aveugles » aux propriétés didactiques pouvant être à l'origine des erreurs ou des difficultés des élèves. De plus, ceux-ci élaboreraient peu de réflexions concernant les répercussions des conditions didactiques sur les apprentissages des élèves. Rappelons que l'hypothèse issue de la didactique a surtout été investie dans des classes d'adaptation scolaire et relativement peu dans les classes ordinaires qui intègrent les élèves à risque. L'ensemble de ces considérations nous amène à nous questionner sur la nature des difficultés en mathématiques des élèves à risque. Selon le cadre explicatif de la première perspective, nous pouvons penser que les caractéristiques, spécifiques à ces élèves, engendrent des difficultés en mathématiques différentes, sur les plans qualitatif et quantitatif, de celles observées chez les autres élèves. Par ailleurs, selon l'hypothèse de la seconde perspective, les difficultés en mathématiques des élèves ne seraient pas attribuables à leurs caractéristiques psychologiques, mais plutôt aux dysfonctionnements du système didactique voire de l'institution scolaire (selon une approche anthropo-didactique[8])

---

[8] La perspective anthropo-didactique considère que les situations d'enseignement sont doublement déterminées : d'une part, par le savoir particulier autour duquel se noue le projet didactique, et d'autre part, par les jeux de langage, les manières de faire, d'être et d'agir spécifiques à la culture scolaire des différents acteurs en jeu (enseignant et élèves).

auquel le système appartient. Ces deux perspectives concurrentes nous amènent à poser les questions préliminaires suivantes, au regard de notre intérêt de recherche :

- « Est-ce que les difficultés en mathématiques des élèves à risque sont qualitativement différentes[9] des difficultés observées chez les élèves tout-venant ? »
- « Est-ce que les difficultés en mathématiques des élèves à risque sont quantitativement différentes[10] des difficultés observées chez les élèves tout-venant ? »

1.2 Intérêt pour les élèves démontrant un TDA/H

Dans le but de documenter les difficultés particulières des élèves à risque, il est important de considérer les élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H)[11]. Plusieurs arguments justifient cet intérêt particulier pour ces élèves. En fait, parmi l'ensemble des élèves à risque, le sous-groupe des élèves ayant un TDA/H est le mieux représenté. Cela se justifie par la prévalence de l'attribution du TDA/H qui constitue plus de 20% de l'ensemble des troubles mentaux inventoriés par le DSM-IV (Honorez, 2002). Selon Rucklidge et Tannock

---

[9] Par « différences qualitatives », nous référons aux difficultés qui résultent de l'utilisation de raisonnements distincts qui, par la mise en œuvre d'un calcul relationnel inadéquat, engendrent un rendement plus faible.

[10] Par « différences quantitatives », nous référons la fréquence des erreurs obtenues et non pas à la nature des raisonnements utilisés.

[11] Le trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H) se définit par l'adoption de comportements inappropriés, mal contrôlés et hyperactifs, et d'une inattention, c'est-à-dire de difficultés de concentration lors de l'exécution de tâches.

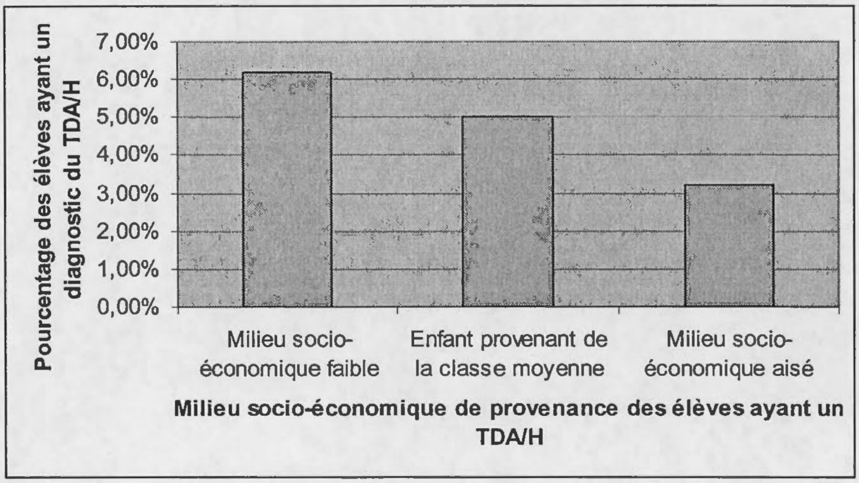
(2002), le TDA/H représenterait le diagnostic le plus fréquemment attribué lors de l'enfance. Au Québec, la prévalence de ce trouble serait de 3 à 5 % dans la population scolaire (Saint-Laurent, 2008; Amstrong, 2001; Pelletier, 2000), ce qui représente approximativement la moitié de la fréquence des EHDAA. De plus, depuis la dernière décennie, le ministère de la Santé et des Services sociaux du Québec (2000) recommande aux parents et au personnel enseignant d'adhérer à des programmes de formation afin d'être en mesure d'intervenir adéquatement auprès des élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H). Les prochaines sections permettront de délimiter les différentes prédispositions qui influencent l'attribution d'un diagnostic du TDA/H, de définir les difficultés en mathématiques vécues par ces élèves, de synthétiser les critiques adressées à l'égard de ce diagnostic ainsi que d'effectuer un retour sur la position ministérielle concernant les interventions à mettre en œuvre auprès des élèves ayant un TDA/H.

1.2.1 Prédispositions influençant l'attribution du diagnostic du TDA/H

Différentes prédispositions influenceraient l'attribution de ce diagnostic. Selon l'American Psychiatric Association (2000), le sexe de l'enfant aurait un rôle sur la probabilité que celui-ci reçoive un diagnostic du TDA/H. En effet, les garçons reçoivent le diagnostic du TDA/H dans une proportion de 2 à 9 fois plus élevée que les filles. De plus, le milieu socio-économique des enfants aurait une influence sur la prévalence de l'administration de ce diagnostic. En effet, selon une étude allemande, 6,4% des enfants provenant d'un faible milieu socio-économique reçoit le diagnostic du TDA/H, et ce, comparativement à 5% pour les enfants de la classe moyenne et de 3,2% pour les jeunes ayant grandi dans une classe sociale aisée (Huss, Hölling, Kurth et Schlack, 2008). Cette répartition du diagnostic est représentée au sein du Tableau # 2. D'autre part, Döpfner, Breuer, Wille, Erhart et Ravens-Sieberer (2008) ajoutent qu'une plus grande proportion d'enfants provenant d'un milieu urbain recevrait le diagnostic du TDA/H, et ce, au regard des jeunes ayant grandi au sein d'un environnement rural.

Tableau 2 :

Répartition des élèves ayant un TDA/H en fonction de leur milieu socio-économique



De plus, le milieu socio-économique de provenance des élèves influencerait le jugement des pédagogues concernant l'interprétation des comportements scolaires des enfants. En fait, selon une étude effectuée en Scandinavie par Rodriguez, Järvelin, Obel, Taanila, Miettunen et leurs collaborateurs (2007), entre 15 et 20% des garçons provenant d'un milieu socio-économique faible seraient jugés par leur enseignant comme étant des enfants démontrant des comportements hyperactifs et impulsifs. Par ailleurs, ce taux diminue de moitié chez les élèves provenant d'un milieu socio-économique aisé.

D'autre part, la méta-analyse menée par Lecomte et Poissant (2006) a permis d'affirmer que le statut socio-économique de l'enfant explique 3,8% de la variance reliée à l'attribution du diagnostic du TDA/H. Ces propos mènent à penser que l'environnement social de l'individu prédispose à recevoir un diagnostic du TDA/H.

1.2.2 Les difficultés en mathématiques des élèves ayant un TDA/H

Plusieurs auteurs soutiennent que les élèves ayant un TDA/H démontrent un rendement scolaire inférieur à la moyenne (Aro, Ahonen, Tolvanen et Lyytinen,1999 ; McGee et Share, 1988 ; Riccio, Gonzalez et Hynd, 1994 ; Volpe, DuPaul, DiPerna, Jitendra, Lutz, Tresco et Junod, 2006). En fait, selon l'Association canadienne du trouble de l'apprentissage (2009) et Barkley (2003), environ 20-25% des élèves ayant un TDA/H ont des difficultés d'apprentissage[12]. Wolraich, Hannah, Pinnock, Baumgaertel et Brown (1996) interprètent cette statistique en mentionnant que la proportion d'élèves ayant des difficultés d'apprentissage serait trois fois plus élevée chez les élèves ayant reçu un diagnostic lié à l'inattention que chez les élèves ayant reçu un diagnostic lié à l'hyperactivité. Ce taux est relativement plus élevé à celui qui est observé chez les élèves tout-venant, puisque l'occurrence de ces difficultés se situerait entre 3 et 7 % dans la population scolaire (Dussault, 2010 ; Snider, Frankenburger et Aspenson, 2000).

---

[12] Au primaire, ces difficultés d'apprentissage signifient que l'élève n'a pas réussi à progresser suffisamment dans ses apprentissages pour lui permettre d'atteindre les exigences minimales de réussite du cycle en langue d'enseignement ou en mathématique, et ce, conformément au Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007).

Les difficultés scolaires de ces élèves seraient particulièrement perceptibles au plan du rendement scolaire en mathématiques. À cet effet, Zentall, Smith, Lee et Wieczorek (1994), ainsi que Barry, Lyman et Klinger (2002) soutiennent que les élèves ayant un TDA/H ont un rendement plus faible en mathématiques que les élèves tout-venant. En fait, selon Capano, Minden, Chen, Schachar et Ickowicz (2008) et Zentall (2009), la prévalence des élèves ayant un TDA/H présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques se situerait entre 11% et 31%. Ces écarts en ce qui concerne la prévalence observée dégagent l'absence d'un consensus au sein de la littérature scientifique. Par ailleurs, la proportion d'élèves ayant un TDA/H ayant des difficultés d'apprentissage en mathématiques serait plus élevée que celle observée dans les classes régulières du primaire, puisque celle-ci se situerait entre 1 et 8% (Bryant, 2005 ; Censabelle et Noël, 2008). De plus, près d'un quart des élèves ayant des difficultés en arithmétique auraient reçu le diagnostic du TDA/H (Mayes, Calhoun et Crowell, 2000). Ces propos sont approfondis par Monuteaux, Faraone, Herzig, Navsaria et Biederman (2005) qui soutiennent que la prévalence des élèves ayant un TDA/H qui ont reçu un diagnostic de dyscalculie vacille entre 3 et 6%.

Afin d'intervenir efficacement auprès des élèves ayant un TDA/H, le MELS, en collaboration avec le ministère de la Santé et des Services sociaux, propose d'intervenir spécifiquement en fonction des caractéristiques cognitives de cette clientèle d'élèves (Gouvernement du Québec, 2003). En fait, selon le point de vue de cette instance ministérielle, les difficultés scolaires des élèves ayant un TDA/H seraient attribuables à l'élève, ainsi qu'à un déficit en ce qui concerne la formation des intervenants scolaires à agir adéquatement auprès de ces élèves. Ces derniers parviendraient difficilement à adapter leurs interventions aux besoins et aux caractéristiques de cette clientèle. Cette vision des difficultés conforte le primat des publics, telle que mentionnée par Roiné (2009). Par ailleurs, bien que les cadres explicatifs des difficultés en mathématiques des élèves ayant un TDA/H proviennent des sciences cognitives, plusieurs ambiguïtés persistent concernant la portée de ce diagnostic médical. En fait, certains auteurs critiquent la prévalence, ainsi que la validité des symptômes utilisés dans l'attribution de ce diagnostic.

1.2.3 Critiques adressées à l'égard des critères du diagnostic du TDA/H

À l'intérieur des prochains paragraphes, nous discutons des critiques formulées à l'égard du diagnostic du TDA/H. Ces critiques seront réparties en trois sections distinctes. Dans un premier temps, nous discuterons des critiques adressées à l'égard des symptômes et à la prévalence de ce diagnostic. Par la suite, nous abordons spécifiquement les critiques formulées par les auteurs québécois concernant ce diagnostic.

1.2.3.1 Critiques adressées aux symptômes du diagnostic du TDA/H

Une critique attribuable au diagnostic du TDA/H découle spécifiquement des ambiguïtés observées concernant la classification des symptômes de ce diagnostic. Cela se justifie par le fait que les symptômes du TDA/H s'atténuent avec les années. Par ailleurs, les critères du diagnostic sont les mêmes pour tous les individus, jeunes ou adultes. Cette ambiguïté pourrait, selon Falardeau (1997), générer des erreurs dans l'identification et l'attribution du trouble. En fait, les symptômes du TDA/H persisteraient dans une proportion se situant entre 30 et 80% chez les adolescents et de 30 à 65% chez les adultes (Barkley, 1997 ; Dulcan, 1997). À ce sujet, Guay, Lageix et Parent (2006) mentionnent que plusieurs chercheurs s'entendent actuellement sur le fait que les comportements répertoriés dans le DSM-IV-TR ne sont pas appropriés ni à l'évaluation des tout-petits, ni à celle des adolescents ou encore des adultes (Vitiello, 2001 ; Weiss et Weiss, 2004)[13]. Selon Barkley (2010), afin de hausser la validité et la fidélité du diagnostic, il serait pertinent d'abandonner le statu quo dans l'observation des symptômes menant à l'attribution médicale de ce trouble spécifique, et ce, en fonction des différentes classes d'âge des individus observés.

De plus, il est aussi nécessaire de considérer l'influence des facteurs environnementaux[14] qui teintent le jugement de l'observateur lors de l'évaluation des symptômes du TDA/H. Ces facteurs d'influence permettent difficilement de déterminer si le comportement de l'enfant est normal ou s'il représente un problème transitoire ou persistant (Campbell, 1990).

En dernier lieu, il est important de mentionner que la grande majorité des études ayant abordé la thématique du trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité ne prend pas en considération les différents types de TDA/H. En fait, la majorité des recherches ne distinguent pas les trois sous-types de TDA/H, soit le diagnostic d'inattention prédominante, celui d'hyperactivité-impulsivité prédominante, ainsi que le diagnostic de type mixte. Skounti, Philalithis et Galanakis (2007), dans leur recension sur les études provenant de différents pays ayant traité de

---

[13] À ce sujet, il est important de mentionner que la dernière version du Manuel diagnostic et statistique des troubles mentaux (DSM-5), paru à l'été 2013, considère l'âge de l'individu lors de l'attribution du diagnostic du TDA/H. Par ailleurs, la grande majorité des diagnostics émis en milieu scolaire ont été effectué en référence aux critères du DSM-IV.

[14] Les facteurs environnementaux correspondent aux divers éléments se rapportant à l'environnement immédiat de l'enfant. Par exemple, la présence d'un téléviseur dans la salle à dîner constitue un facteur environnemental qui risque d'altérer le niveau d'attention de l'enfant, et ce, spécifiquement à l'intérieur de milieu en particulier.

la prévalence du TDA/H, affirment que seulement 11 des 39 recherches recensées ont considéré les différents sous-types de TDA/H. Selon Mayes, Calhoun et Crowell (2000), la prévalence des différents sous-types de TDA/H diffère selon leur nature. En fait, 20 à 30% de ces élèves recevrait un diagnostic exclusif à l'inattention, 15% obtiendrait le sous-diagnostic d'hyperactivité/impulsivité, tandis que le TDA/H de type mixte serait observé dans une proportion variant entre 50 et 75%. Ces données suggèrent qu'il serait pertinent de considérer les différents sous-types de TDA/H dans les recherches traitant de cette population d'élèves.

L'ensemble de ces considérations constitue une synthèse des critiques adressées à l'égard des symptômes associés au diagnostic TDA/H. Rappelons qu'il n'y a pas plus de consensus sur la prévalence de ce trouble dans la population scolaire.

1.2.3.2 Remise en question de la prévalence du TDA/H

Selon Robinson (2008), l'attribution du diagnostic du TDA/H est fortement teintée par l'idéologie et la culture propre à une région géographique donnée. Cela se perçoit spécifiquement au travers de la dynamique qui s'opère dans le territoire états-unien, puisque la prévalence du diagnostic s'élève graduellement dans le passage de l'ouest vers l'est du pays. Cette divergence concernant la prévalence du diagnostic du TDA/H, observée aux États-Unis, est manifeste dans la comparaison d'études portant sur cette thématique spécifique. Costello, Angold, Burns, Stangl, Tweed et Erkanli (1996) ont observé une prévalence du diagnostic de moins de 2%. Par ailleurs, selon les études américaines de Wolraich, Hannah, Pinnonck, Baumgaertel et Brown (1996), ainsi que celle de Nolan, Gadow et Sprafkin (2001), ce taux augmenterait de 11,4% à 15,8% lorsque l'évaluation est effectuée dans la population scolaire. La disparité des statistiques évoquées dans ces études permet de constater qu'il n'y a pas de consensus sur la prévalence du diagnostic en territoire états-unien.

Dans une recension d'études, Skounti, Philalithis et Galanakis (2007) ont révélé une variance importante de la prévalence du TDA/H. Ils ont recensé 39 études distinctes concernant l'attribution du TDA/H à l'échelle mondiale et ont constaté que la prévalence du TDA/H variait, dans ces études, entre 2,2% et 17,8%. Par contre, selon ces auteurs, la majorité des études présente une prévalence qui oscille entre 4 et 10%.

L'hypothèse de l'influence de la culture scolaire sur l'attribution du diagnostic du TDA/H est rapportée par Polanczyk, Silva de Lima, Lessa Horta, Biederman et Rohde (2008). Selon ces auteurs, les divergences concernant la prévalence du diagnostic du TDA/H peuvent s'expliquer par les critères diagnostiques retenus dans les études, ainsi que par la dissimilitude des méthodologies mises en œuvre. En effet, les recherches traitant du TDA/H utilisent différentes approches méthodologiques: des grilles d'évaluation standardisées, des entrevues dirigées, des entrevues semi-dirigées avec les parents ou les enfants, ainsi que des observations participantes (Dulcan, 1997 ; Pelham, Fabiano et Gregory, 2005). La diversité de ces approches peut faire varier la prévalence observée du diagnostic dans les diverses recherches.

1.2.3.3 Critiques adressées à la prévalence du TDA/H au Québec

Il important de mentionner qu'il est difficile, voire impossible, de quantifier le nombre d'élèves ayant le diagnostic du TDA/H qui intègrent le système scolaire québécois. Cette situation découle du fait que le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) n'utilise plus ce critère dans sa catégorisation des élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA). Afin d'opérationnaliser ce changement, le ministère a inclus les élèves ayant un TDA/H dans la catégorie générale des élèves à risque. Cette démarche visait à réduire le nombre de catégories d'EHDAA afin d'adopter une approche plus globale de l'intervention (Direction de l'adaptation scolaire et des services complémentaires, 2000; MELS, 2007). Conséquemment, à partir des statistiques du MELS, il est impossible de dénombrer le nombre d'élèves québécois ayant un TDA/H.

1.2.4 Retour sur la position ministérielle à l'égard de l'enseignement des mathématiques aux élèves ayant un TDA/H

Selon le ministère, il est mentionné que les interventions effectuées auprès des élèves ayant reçu un diagnostic du TDA/H devraient tenir compte de leurs capacités et de leurs caractéristiques spécifiques (Gouvernement du Québec, 2003). Cette position concernant les interventions éducatives à mettre en place s'accorde avec la perspective de la spécificité des difficultés d'apprentissage présentée précédemment. En revanche, cette orientation du ministère présente certaines limites dans son application. En effet, en réduisant le nombre de catégories d'EHDAA de manière à adopter une approche plus globale d'intervention, le ministère a créé quelques ambiguïtés au regard de la tâche des pédagogues. Effectivement, ces derniers sont appelés à agir en fonction des caractéristiques spécifiques tout en adoptant une intervention englobante pour l'ensemble des élèves à risque.

Considérant les débats scientifiques sur la prévalence et la pertinence des symptômes associés à ce diagnostic, il y a lieu d'adopter une certaine réserve concernant l'adoption d'un cadre explicatif des difficultés en mathématiques qui se rapporte aux sciences cognitives. À cet effet, il convient d'explorer le primat de la culture mathématique concernant l'explication des difficultés en mathématiques des élèves à risque ou, plus particulièrement, des élèves ayant reçu un diagnostic du TDA/H. À notre connaissance, pour ces types d'élèves, l'investigation d'un cadre interprétatif propre à la discipline de la didactique des mathématiques est novatrice. L'originalité de faire appel aux cadres de la didactique pour étudier les raisonnements mathématiques des élèves TDA/H tient également au fait que la didactique, par sa posture même, s'intéresse rarement aux élèves qui ont reçu le diagnostic d'un trouble spécifique, tel que le TDA/H.

Afin de documenter les difficultés en mathématiques des élèves à risque, plus particulièrement ceux ayant un TDA/H, nous proposons d'étudier les calculs relationnel et numérique mis en œuvre par ces élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques. Selon Brun (1990), le calcul relationnel se rapporte aux opérations de pensée par lesquelles est effectuée la mise en relation des données pertinentes d'un problème et l'utilisation de procédures[15] adéquates. L'intérêt pour l'étude du calcul relationnel se justifie par le fait que l'observation de ce calcul permet, selon Vergnaud (1974-75), de traduire le niveau de « créativité » de l'élève

---

[15] Selon Ricco (1982), une procédure correspond aux démarches par lesquelles les enfants interprètent et traitent les données pour aboutir à une solution juste ou non.

au sein de sa démarche en mathématiques. De plus, nous souhaitons aussi considérer le calcul numérique des élèves, puisque selon Conne (1984), le calcul numérique se substitue et prolonge, au sein des relations, les actions évoquées au sein de l'énoncé.

Plus précisément, nous proposons d'analyser les calculs relationnel et numérique mis en œuvre par des élèves de sixième année lors de la résolution de problèmes sur les proportions. À ce niveau scolaire, on peut considérer que les élèves qui présentaient des symptômes du TDA/H en milieu scolaire ont déjà été recommandés pour une évaluation diagnostique et que les élèves diagnostiqués sont plus nombreux que dans les premières classes de l'ordre du primaire. De plus, la proportionnalité est une notion mathématique pertinente à aborder à ce niveau scolaire, puisque selon Benson (2009), la proportionnalité se situe au cœur de la transition entre le primaire et le secondaire.

Ce sujet d'étude est rapporté par Singh (2000) qui soutient qu'il est important de contribuer aux connaissances concernant la manière par laquelle s'opère le raisonnement proportionnel des élèves à l'intérieur de divers énoncés de problèmes mathématiques. De plus, Grobecker (1999) affirme que l'étude du raisonnement proportionnel des élèves ayant des difficultés d'apprentissage demeure un champ de recherche largement inexploré. En fait, selon Bley et Thorton (1995), les études dans le domaine se sont contentées d'approfondir les connaissances langagières de ces élèves, ainsi que le raisonnement abstrait de ceux-ci. Ces propos justifient la pertinence d'aborder la thématique des calculs relationnel et numérique des élèves à risque lors des problèmes de proportion en tant qu'objet de recherche spécifique.

1.3 Questions de recherche

Le principal objectif de cette recherche consiste à analyser les calculs relationnel et numérique des élèves à risque de sixième année, avec ou sans TDA/H, lors de la résolution de problèmes sur les proportions. De plus, nous souhaitons éprouver les cadres interprétatifs des sciences cognitives et de la didactique concernant l'explication des difficultés d'apprentissage en mathématiques de cette clientèle d'élèves. Afin de répondre à ces objectifs, nous avons élaboré trois questions de recherche distinctes. À partir de ces questions de recherche, nous avons énoncé trois sous-questions spécifiques. Celles-ci sont formulées de la manière suivante :

1- *« Est-ce que le rendement en résolution de problèmes sur les proportions diffère chez les élèves à risque, les élèves ayant un TDAH, les élèves ayant un TDA et les élèves tout-venant ? »*

« Est-ce que les différentes variables didactiques impliquées au sein des énoncés de problèmes mathématiques permettent de prédire le rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves ? »

« Est-ce qu'un effet-classe permet de prédire le rendement en résolution de problèmes de proportionnalité ? »

2- « Est-ce que la justesse des procédures mises en œuvre dans la résolution de problèmes sur les proportions diffère chez les élèves à risque, les élèves ayant un TDAH, les élèves ayant un TDA et les élèves tout-venant ? »

« Est-ce que les calculs relationnels mis en œuvre par les différents types d'élèves lors la résolution de problèmes sur les proportions diffèrent selon les variables didactiques impliquées par les énoncés de problèmes ? »

3- « Quelle est la portée du diagnostic du TDA/H au regard des autres prédicteurs du rendement des élèves lors de la résolution de problèmes en mathématiques?»

Le prochain chapitre permettra de décrire le cadre théorique que nous adoptons afin de traiter ces questions de recherche.

CHAPITRE 2

CADRE THÉORIQUE

Ce chapitre comporte quatre sections. Les deux premières sections exposent les concepts fondamentaux du projet d'étude. La première section présente les variables liées aux caractéristiques et aux catégories d'élèves. Au sein de cette section, sont définis les concepts d'élèves « à risque » et d'élèves ayant reçu le diagnostic du trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H). La seconde section présente certaines variables associées aux tâches de résolution de problèmes mathématiques, variables qui relèvent du cadre interprétatif de la didactique. Cette section expose spécifiquement les principales variables susceptibles d'influencer le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions. Dans la troisième section, est présentée la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1990). Un intérêt particulier est porté à la notion de proportionnalité dans le champ conceptuel des structures multiplicatives. Puis, au sein de la quatrième section, une brève recension des écrits traitant des principales études en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques ayant traité de la proportionnalité est réalisée.

2.1 Définitions des variables se rapportant aux caractéristiques des élèves

Dans cette section sont décrites certaines variables de l'étude, relevant particulièrement du cadre interprétatif des sciences cognitives, qui permettent de caractériser et de catégoriser les élèves en sous-groupes spécifiques. Dans un premier temps, nous définissons le concept « d'élève à risque ». Puis, nous abordons la notion de trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H).

2.1.1 Définition des élèves à risque

Avant l'an 2000, les élèves présentant deux ans de retard ou plus dans une des deux matières de base (mathématiques et français) étaient étiquetés par le ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) comme des élèves ayant des difficultés graves d'apprentissage (DGA) et les élèves présentant plus d'un an de retard d'apprentissage comme élèves ayant des difficultés légères d'apprentissage (DLA). Depuis 2000, le MEQ a remplacé cette terminologie par deux nouvelles catégories concernant les élèves qui ont des besoins spécifiques : les élèves handicapés et les élèves en difficulté d'adaptation et d'apprentissage, tous deux regroupés sous la dénomination d'élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA).

De plus, l'une de ces nouvelles catégories, qui correspond aux élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EDAA), est elle-même divisée en deux sous-catégories distinctes, soit les élèves à risque et les élèves ayant un trouble grave de comportement (Gouvernement du Québec, 2000). Selon les définitions, les élèves dits «à risque» sont ceux qui présentent des difficultés pouvant mener à un échec, des retards d'apprentissage, des troubles émotifs, des troubles du comportement, un retard de développement ou encore une déficience intellectuelle légère (Martin, 2008). La catégorie des élèves à risque comporte donc un regroupement d'élèves tout à fait hétérogène, répondant au seul critère « d'absence de progrès du jeune en fonction des buts que se fixe l'école au regard de ses apprentissages, de sa socialisation et de sa qualification » (Gouvernement du Québec, 2000 ; p.5).

Cette définition de l'élève à risque s'appuie sur le cheminement de ce dernier par rapport aux objectifs élaborés à son égard par les différents acteurs du monde de l'éducation lesquels déterminent si une intervention préventive ou adaptée est nécessaire (Martin, 2008). Cette définition se base sur la reconnaissance d'un besoin ainsi que sur l'intention d'offrir un service rendant possible une réussite éducative qui, autrement, demeurerait peu probable (Gouvernement du Québec, 1999). Cette prise de position est cohérente avec les choix de l'école québécoise qui se veut en faveur de la prévention et d'une approche globale des difficultés des élèves (Martin, 2008). Elle s'oppose à la pratique d'étiquetage souvent remise en question dans les écrits en éducation et permet de centrer les efforts sur les interventions préventives (Schmidt, Tessier, Drapeau, Lachance, Kalubi et Fortin, 2003).

Par ailleurs, en publiant le document *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA)*, le gouvernement du Québec (2007) a exclu le concept d'élèves à risque de l'appellation « élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage ». La notion d'élève à risque a été rectifiée en conséquence :

> « On entend par «élèves à risque» des élèves du préscolaire, du primaire et du secondaire qui présentent des facteurs de vulnérabilité susceptibles d'influer sur leur apprentissage ou leur comportement et peuvent ainsi être à risque, notamment au regard de l'échec scolaire ou de leur socialisation, si une intervention rapide n'est pas effectuée. »
>
> (Gouvernement du Québec, 2007; p. 24)

Selon Honorez (2008) et Saint-Laurent (2008), ce concept d'élèves à risque correspond à une catégorie « fourre-tout ». En fait, cela permet d'inclure la majorité des élèves ayant des difficultés particulières, et ce, en excluant seulement de cette catégorie les élèves handicapés et les élèves démontrant des troubles du comportement (Honorez, 2008). À ce sujet, Honorez (2001) mentionne que cette nouvelle définition a comme caractéristique administrative principale de ne pas avoir à être déclarée, donc de faire en sorte que les élèves à risque n'ont pas à être identifiés ou identifiables administrativement. En fait, ce chercheur mentionne que l'absence de code administratif empêche le repérage et la comptabilisation des élèves à risque. De plus, Honorez (2007) ajoute que ces changements ont fait en sorte que 135 000 élèves ont été soustraits de la définition des EHDAA telle qu'abordée par le ministère.

2.1.2 Le trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H)

La catégorie des élèves à risque inclut les élèves ayant reçu une étiquette de la part du milieu médical, soit le diagnostic du trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H). Le TDA/H se définit comme un mode persistant d'inattention et/ou d'hyperactivité-impulsivité, plus fréquent et plus sévère que ce qu'on observe habituellement chez des sujets d'un niveau de développement similaire (MÉQ, 2000; American Psychiatric Association 2000). Selon Barkley (1997) le TDA/H est d'abord un trouble du développement des capacités d'inhibition du comportement. Ce désordre vient affecter les capacités d'autorégulation qui sont associées en neuropsychologie aux fonctions exécutives. En fait, les difficultés d'attention correspondent aux conséquences du trouble d'inhibition.

Le diagnostic du TDA/H doit nécessairement être attribué par un médecin. Le DSM-IV[16] distingue trois formes de TDA/H, soit les diagnostics d'inattention

---

[16] Il est important de mentionner que la cinquième version du DSM a été publiée au courant de l'été 2013. À cet effet, cette nouvelle version du DSM a adopté les mêmes symptômes pour diagnostiquer le TDA/H.

prédominante, d'hyperactivité / impulsivité et le diagnostic de type mixte. Pour attribuer les deux premiers diagnostics, le médecin doit percevoir six symptômes[17] propres à neuf manifestations relatives à chacun des deux diagnostics. De plus, les symptômes doivent persister depuis au moins six mois et être perçus à l'intérieur d'au moins deux environnements différents (Saint-Laurent, 2008). Les symptômes des diagnostics d'inattention et d'hyperactivité / impulsivité sont présentés au sein du Tableau #3. D'autre part, le diagnostic de type mixte est attribué lorsque l'enfant manifeste six symptômes relatifs au diagnostic d'inattention, et ce, simultanément à six symptômes propres au diagnostic d'hyperactivité / impulsivité (American Psychiatric Association 2000; Saint-Laurent, 2008).

Afin de mieux comprendre la réalité et le fonctionnement des enfants ayant un TDA/H, la théorie de l'intégration sensorielle sera présentée à l'intérieur de la prochaine sous-section. Cette théorie permet de saisir la provenance des comportements surréactifs ou des attitudes sous-réactives des élèves ayant un TDA/H.

---

[17] Dans le DSM-V, à partir de 17 ans, seule l'observation de 5 symptômes est nécessaire à l'attribution du diagnostic du TDA/H.

Tableau 3

Liste des 18 symptômes du trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité selon le DSM-IV

Le diagnostic regroupe neuf manifestations attribuées à l'inattention :	**Le diagnostic regroupe neuf manifestations attribuées à l'hyperactivité-impulsivité** :
- Souvent, ne parvient pas à prêter attention aux détails, ou fait des fautes d'étourderie dans les devoirs scolaires, le travail ou les autres activités. - A souvent du mal à soutenir son attention au travail ou dans les jeux. - Semble souvent ne pas écouter quand on lui parle personnellement. - Souvent, ne se conforme pas aux consignes et ne parvient pas à mener à terme ses devoirs scolaires, ses tâches domestiques ou ses obligations professionnelles. - A souvent du mal à organiser ses travaux ou ses activités. - Souvent, évite, a en aversion ou fait à contrecoeur les tâches qui nécessitent un effort mental soutenu. - Perd souvent les objets nécessaires à son travail ou à ses activités. - Souvent, se laisse facilement distraire par des stimuli externes. - A des oublis fréquents dans la vie quotidienne.	- Remue souvent les mains ou les pieds, ou se tortille sur son siège. - Se lève souvent en classe ou dans d'autres situations où il est supposé être assis. - Souvent, court ou grimpe partout, dans des situations où cela est inapproprié. - A souvent du mal à se tenir tranquille dans les jeux ou les activités de loisir. - Est souvent «sur la brèche» ou agit souvent comme s'il était «monté sur ressorts». - Parle souvent trop. - Laisse souvent échapper la réponse à une question qui n'est pas encore entièrement posée. - A du mal à attendre son tour. - Interrompt souvent les autres ou impose sa présence.
Cette dichotomisation des symptômes permet de dégager trois types de TDA/H : - TDA/H, type inattention prédominante; - TDA/H, type hyperactivité-impulsivité prédominante; - TDA/H, type mixte	

2.1.2.1 Survol de la théorie de l'intégration sensorielle

La théorie de l'intégration sensorielle permet de représenter la réalité des élèves ayant un TDA/H. Cette théorie, qui relève du domaine de l'ergothérapie, permet de mieux comprendre et d'effectuer des inférences sur l'état d'esprit d'un enfant hyperactif ou d'un élève ayant un déficit d'attention. Dans cette section, est présentée la théorie de l'intégration sensorielle ainsi que et les liens entre cette théorie et les comportements pouvant être mis de l'avant par un élève ayant un TDA/H.

La théorie de l'intégration sensorielle représente essentiellement la capacité d'un individu à assimiler l'information environnante à partir de ses sens. Cette intégration sensorielle est nécessaire au fonctionnement quotidien d'un individu (Yeckley, 2009). Que ce soit au niveau du toucher, de l'odorat, du goûter, de la vue ou de l'ouïe, l'individu doit considérer les informations sensorielles afin de traiter celles-ci et de générer une réponse signifiante à l'égard du stimulus ressenti (Bundy, Lane et Murray, 2002). L'intégration sensorielle se produit dans le système nerveux central. Celle-ci s'opère par le biais d'une interaction complexe entre les parties du cerveau responsables de la coordination, de l'attention, de l'état d'éveil, de l'autonomie, des émotions, de la mémoire et du fonctionnement cognitif (Ayres, 1979). En fait, en correspondance avec les propos de Berger (2002), environ 80% des activités du système nerveux central sont impliqués dans le processus de l'organisation de l'information sensorielle.

Cette théorie implique aussi l'hypothèse de désordres du système fonctionnel. Ces désordres se définissent comme un trouble ayant un impact sur l'habileté d'un individu à traiter les stimuli environnementaux. En fait, ces désordres engendrent un blocage dans le traitement de l'information qui entrave le fonctionnement normal d'un individu (Ayers, 1979 ; Murray-Slutsky et Paris, 2005). Les désordres du système fonctionnel peuvent être de différents ordres, soit celui de l'hypersensibilité ou encore de l'hyposensibilité (Yeckley, 2009). Selon Mulligan (2003), ces désordres sont comorbides à l'égard de différents diagnostics, tels : le déficit d'attention avec ou sans hyperactivité, l'autisme et le syndrome du X fragile[18].

Kranowitz (2005) et Miller (2006) mentionnent que l'hypersensibilité se définit comme le caractère d'un individu à fournir des réponses exagérées aux stimuli qui l'entourent. La perception des stimuli est augmentée, ce qui engendre une surcharge cognitive étant donné la somme d'informations sensorielles dans son environnement. Murray-Slutsky et Paris (2005) précisent que les informations sont enregistrées trop intensément au sein du cerveau. Ainsi, l'individu interprèterait mal les stimuli environnants et adopterait des comportements défensifs, de l'hostilité ou de l'anxiété.

À l'opposé, l'hyposensibilité correspondrait à une réponse apathique à l'égard des stimuli présentés. L'enfant hyposensible aurait de la difficulté à préserver l'état d'éveil (Yeckley, 2009). Le cerveau des enfants hyposensibles enregistre les sensations moins intensément que les autres jeunes de son âge. L'enfant hyposensible ne recueille pas suffisamment d'informations sensorielles et celui-ci doit recevoir plus de stimulation que les autres afin de déclencher un comportement attendu (Murray-Slutsky et Paris, 2005).

---

[18] Le syndrome du X fragile est une maladie génétique rare associé à un déficit intellectuel léger à sévère qui peut être comorbide à des troubles du comportement et à des signes physiques caractéristiques.

La figure #2 représente simultanément les états d'hyposensivité et d'hypersensivité. L'hyposensivité est représentée par la ligne courbe inférieure, tandis que l'hypersensivité correspond à l'ondulation supérieure. La figure démontre que la réaction à l'égard de l'environnement tend à amener l'individu hypersensible dans un état de surstimulation. De plus, il est possible de percevoir que la courbe de l'hyposensibilité oscille près de l'état de sommeil. D'autre part, le trait central représente la norme relative aux réactions des individus à l'égard des différentes sources de stimuli environnants.

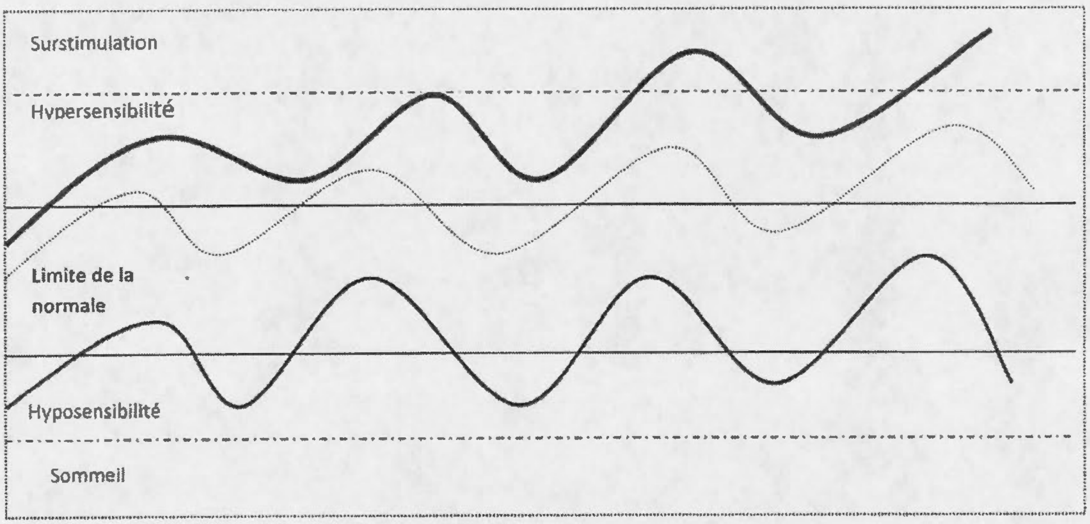


Figure 2 : Représentation graphique de l'état de surstimulation et de l'état de sommeil

En fait, un enfant hypersensible représenterait un enfant qui réagit fortement aux stimuli éprouvés par les sens (Yeckley, 2009). Suite à l'exposition à une source de stimuli modérée, ce type d'enfant peut facilement se sentir menacé et réagir défensivement, ce qui risque d'engendrer des comportements atypiques, tels que courir dans un coin ou se cacher sous un pupitre (Murray-Slutsky et Paris, 2005). D'autre part, l'hyposensibilité représenterait la sous-réactivité à l'égard des sensations ressenties (Murray-Slutsky et Paris, 2005). Par exemple, un jeune hyposensible ressentirait difficilement la douleur physique, ses besoins de sommeil ou ses besoins d'alimentation. La faible attention que portent ces enfants à leur schème corporel justifierait cette situation (Yeckley, 2009).

2.2 Présentation des principales variables relevant des tâches de résolution de problèmes sur les proportions

À l'intérieur de cette section, nous présentons les principales variables relevant des tâches de résolution de problèmes. Afin d'exposer ces variables, nous définissons dans un premier temps la résolution de problèmes sur les proportions. Puis, nous exposons les trois principales catégories de variables susceptibles d'influencer le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions, soit les variables relatives aux thèmes, les variables relatives aux données numériques, ainsi que les variables relatives à la forme de l'énoncé.

2.2.1 Définition d'un énoncé de problème sur les proportions

Selon Deblois (2011), un problème de proportion correspond à un énoncé de problème à l'intérieur duquel une situation de proportionnalité est mise de l'avant. Cette situation de proportionnalité permet de modéliser un phénomène impliquant la mise en place de deux ou plusieurs grandeurs qui sont mutuellement liées. La notion de proportion réfère à l'égalité de deux rapports.

Le raisonnement proportionnel correspond au sens que l'élève attribue à la mise en relation des données qu'il effectue. Le raisonnement proportionnel, c'est-à-dire la mise en relation des données qui respecte la proportionnalité, s'exerce dans plusieurs contextes impliquant la notion de proportionnalité, soit des problèmes de rapport (comparaison de prix, recette), de taux (salaire, vitesse), de pourcentage, d'homothétie (agrandissement et réduction de surface, échelle des cartes géographiques), de similitude de figures géométriques.

2.2.2 Variables ayant une influence sur le rendement à résoudre des problèmes impliquant des proportions

René de Cotret (2006) recense différentes variables ayant une influence sur le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions. Ces variables se divisent en deux types distincts, soit les variables relatives aux thèmes, ainsi que les variables associées aux données numériques. À l'intérieur des deux prochaines sous-sections, nous présentons ces deux types de variables. De plus, au sein de cette section, nous ajoutons un type de variable associé à la forme de l'énoncé des problèmes. Cette préoccupation se justifie par les difficultés spécifiques et les caractéristiques des élèves ayant un TDA/H lors de la résolution de problèmes en mathématiques.

2.2.2.1 Variables relatives aux thèmes

René de Cotret (2006) recense trois variables distinctes, reliées aux choix des thèmes, soit les grandeurs de nature semblables ou dissemblables, la présence ou l'absence du temps comme élément du problème, ainsi que la familiarité avec le taux de variation. De plus, au sein de cette section, nous ajoutons les variables d'expérience physique/empirique, telle qu'élaborée par Oliveira (2008), ainsi que le caractère discret/continu d'un problème tel que mentionné par Rouche (2001) et Krikorian (1996).

La nature des grandeurs

Selon Oliveira (2008), la nature des grandeurs (de même nature ou nature différente) peut influencer le choix de la stratégie privilégiée par les élèves. En fait, les problèmes représentés par des grandeurs de nature différente seraient plus fréquemment résolus à partir d'un opérateur multiplicatif fonction. René de Cotret (2006) souligne les deux exemples suivants afin d'évoquer la différence entre les deux types de nature de grandeurs :

Problème référant à des grandeurs de même nature (homogènes)

«Une petite entreprise fabrique du ruban très fin. Pour fabriquer "x_1" mètres de ruban, il faut "y_1" mètres de fil. Combien faudra-t-il de fil pour faire "x" mètres de ruban ?»(p.21)

Problème référant à des grandeurs de nature différente (non homogène)

«Un marchand vend "x_1" kilos de pommes pour "y_1" \$. Combien me coûteront "x" kilos de pommes?»(p.21)

Dans le premier problème, seule la longueur du ruban et de fil, exprimée en mètres, doit être considérée dans la mise en œuvre d'une stratégie de résolution de problèmes. Par ailleurs, au sein du second problème, les élèves doivent travailler à partir de deux grandeurs de natures différentes, soit la relation entre le prix et les kilos.

Présence ou absence d'éléments temporels

René de Cotret (2006) ajoute que la notion de temporalité est un concept très difficile à maîtriser. En fait, cette notion ne serait maîtrisée que tardivement dans le cursus scolaire d'un élève. Cette variable influerait donc le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions, ainsi que les raisonnements associés à la résolution de ceux-ci.

Familiarité présumée avec le taux

Pour les problèmes impliquant des grandeurs de nature différentes, René de Cotret (2006) mentionne qu'un taux, jugé familier, par exemple le prix en fonction du poids, risque de favoriser une procédure qui consiste à dégager une valeur unitaire. Prenons l'énoncé suivant :

«3 kilos de pommes coûtent 6$. Combien coûtent 5 kilos de pommes?» (Oliveira, 2008, p.69)

Cet énoncé vise à amener l'élève à calculer le coût d'un kilo de pommes. Puis, celui-ci reportera ce taux ($/1 kilogramme) sur 5 kilos de pommes.

L'expérience physique/empirique à laquelle réfère l'énoncé

À l'intérieur des problèmes impliquant des objets issus du domaine de la physique et/ou empirique, une autre variable peut influencer la manière à laquelle les élèves s'engagent à l'intérieur de la résolution d'un problème. Cette variable réfère à l'expérience physique mise en place au sein de l'énoncé. Selon Oliveira (2008), on peut ainsi retrouver dans un énoncé de problème :

- des objets tangibles, tels des pots de peinture, des mélanges…

- des objets non tangibles, tel le calcul des chances d'avoir un résultat

- ainsi que des objets issus du domaine des mathématiques, tels des longueurs, des surfaces

Ce type de variable aurait une influence sur le niveau d'engagement de l'élève. Cet engagement se traduirait par l'appropriation de la signification du problème, ainsi que par la manipulation des données pour lesquelles la signification n'est toujours pas naturelle.

Le caractère discret/continu d'un problème

Selon Rouche (2001), le caractère discret/continu d'un problème influencerait la mise en œuvre d'un raisonnement de résolution de problèmes chez l'élève. En fait, le caractère continu réfère à tout objet qui peut être indéfiniment divisé sans qu'il y ait perte d'identité, tels un segment de droite ou une boule de pâte à modeler. Par ailleurs, le terme discret signifie qu'il est impossible de diviser l'élément sans qu'il y ait perte d'identité. Ce caractère se rapporte à différents éléments, tels : l'être humain, une bille ou une voiture. Cette variable aurait une influence sur le rendement de l'enfant à résoudre des problèmes sur les proportions. Selon Fernandez et Llinarez (2011), ainsi que Krikorian (1996), cette différence entre le caractère discret/continu engendre un niveau de difficulté différent. En fait, ces chercheurs mentionnent que le caractère discret implique un niveau de difficulté plus élevé que les problèmes représenté par le caractère continu.

2.2.2.2 Variables relatives aux données numériques

René de Cotret (2006) souligne qu'il est possible de distinguer trois variables associées aux données numériques, soit la taille et la nature des nombres, le rapport entre les nombres, ainsi que le nombre de couples. Ces variables sont présentées dans ce qui suit.

La taille et la nature des nombres

La taille des nombres joue un rôle sur le rendement en résolution de problèmes. Plus les données numériques sont grandes, plus le niveau de difficulté du problème est élevé. De plus, il est mentionné que les nombres ou les quotients inférieurs à zéro engendrent un niveau de difficulté plus élevé (Oliveira, 2008).

La valeur numérique de la proportion abordée

Selon Sungmi (2009), la valeur numérique de la proportion peut influencer le rendement de l'élève. En fait, lorsque le rapport entre deux mesures de grandeur peut être exprimé par un entier naturel ou relatif, le rendement des élèves est plus élevé. Par contre, lorsque la proportion s'exprime par un rationnel, le rendement baisse. De la même manière, Sungmi (2009) démontre que les tâches impliquant un ratio de 2 :1 étaient plus faciles à résoudre que les énoncés comportant les ratios 3 :1, 3 :2 ou 6 :1. Par contre, le ratio 3 : 2, qui peut être représenté par un nombre décimal, impliquait le niveau de difficulté le plus élevé parmi l'ensemble des proportions présentées dans son étude.

Le type de rapports numériques

René de Cotret (2006, p.22) définit quatre types de rapports entre les données des problèmes, et ce, en fonction des raisonnements que chacun peut favoriser ou défavoriser. Cette auteure explicite le contexte d'application de chacun des types mis de l'avant :

- *Type 1 : Rapport scalaire entier*

  Dans la situation où l'on donne le couple (x_1,y_1) et que l'on cherche le "y" correspondant à un "x" donné, le rapport scalaire entier signifie que le rapport entre le "x_1" et le "x" est entier et que celui entre x_1 et y_1 est fractionnaire. Il devrait donc favoriser les procédures scalaires si la variable type de rapport joue un rôle prédominant.

- *Type 2 : Rapport fonction entier*

  Dans ce cas, c'est seulement le rapport entre "x_1" et "y_1" qui est entier. La procédure fonction devrait donc être favorisée à condition que le rapport numérique ait une influence.

- *Type 3 : Rapports entiers partout*

  À l'intérieur de ce cas, tous les rapports sont entiers, ce qui risque de favoriser le traitement proportionnel du problème, mais sans suggérer une procédure particulière.

- *Type 4 : Aucun rapport entier*

  Dans ce dernier cas, aucun rapport n'est entier. Cette situation risque d'avoir pour effet principal d'augmenter la fréquence des procédures additives au détriment des procédures proportionnelles.

Le nombre de couples

Le nombre de couples influence grandement le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions. La présence d'un troisième couple aiderait l'élève à modéliser et à résoudre le problème. De plus, ce couple de données favoriserait la perception des différences entre les valeurs d'une même variable, tout en réduisant la fréquence d'utilisation d'un calcul relationnel erroné, telle la stratégie additive. À cet effet, Oliveira (2008) soumet l'exemple suivant :

«Une voiture roule à vitesse constante. Elle fait 28 kilomètres en 12 minutes, ou encore 42 kilomètres en 18 minutes. À ce rythme, la voiture aura parcouru 40 kilomètres en combien de minutes ?»

Dans ce contexte, on peut dégager que l'introduction d'un troisième couple de données facilite la mise en œuvre d'un raisonnement proportionnel chez les élèves. En définitive, cette dernière section a permis de dégager que plusieurs variables, relatives aux données numériques du problème, ainsi qu'aux contextes de ceux-ci, influencent les raisonnements des élèves et leur rendement en résolution de problèmes sur les proportions. À l'intérieur de la prochaine sous-section, nous discuterons des variables relatives à la forme de l'énoncé du problème.

2.2.2.3 Variables relatives à la forme de l'énoncé

Selon Voyer (2006), un énoncé peut comprendre deux grandes catégories d'éléments d'information : les éléments essentiels et les éléments de situation. Les éléments essentiels comprennent les données numériques pertinentes à la résolution, les relations entre ces données, de même que la consigne ou la question du problème. Par ailleurs, les autres éléments de l'énoncé s'inscrivent dans la catégorie des éléments de situation. Les éléments de situation se divisent en trois grandes catégories : les éléments de situation plus généraux, les éléments d'explication et les détails superflus pour la compréhension de la situation.

Les éléments de situation plus généraux, que nous appelons les éléments situationnels, comme on les retrouve dans les problèmes utilisés par Cummins, Kintsch, Reusser et Weimer (1988), permettent de créer un contexte plus élaboré et de situer le questionnement mathématique dans une situation réaliste.

Les éléments d'explication rendent plus explicites les relations entre les données ou les conséquences d'un événement dans le texte (Moreau et Coquin-Viennot, 2003). Ces éléments peuvent prendre la forme d'une phrase ajoutée à l'énoncé pour mettre l'accent sur une relation implicite ou sur les conséquences de cette relation, ou encore prendre la forme d'un texte reformulé de manière à atteindre le même objectif, c'est-à-dire d'expliciter ce qui était à l'origine implicite (Voyer, 2006).

Dans la littérature scientifique, la plupart des articles empiriques ayant abordé la structure des énoncés de résolution de problèmes a introduit les éléments de situations et les éléments d'explication au sein de leurs énoncés afin d'observer si la présence de ces composants influençait le rendement en résolution de problèmes (Cummins, Kintsch, Reusser et Weimer, 1988 ; Stern et Lehrndorfer, 1992). Par ailleurs, l'étude de Voyer (2006) a permis de démontrer qu'il était pertinent d'isoler les éléments d'explication des éléments de situation afin de mettre en évidence les différences qui s'opèrent entre ceux-ci.

Les éléments de détails, pour leur part, fournissent des informations sans intérêt pour la compréhension de la situation. Il s'agit d'informations superflues pour la compréhension, comme la couleur des moutons dans un problème, où cette information ne joue aucun rôle. Du point de vue de la recherche, ces éléments sont intéressants pour des fins de contrôle (Voyer, 2006).

Afin d'illustrer comment les variables associées au type d'information se mettent en œuvre dans le texte, Voyer (2009) soumet un exemple d'énoncé de problème évocateur. Au sein de cet exemple, les numéros du début de chaque phrase renvoient à la description de leur statut décrit plus bas.

> (1) Julie et son frère Antoine pratiquent le ski ensemble depuis déjà quelques années. (2) Cette année, Julie est en 6^{e} année et son frère en 1re secondaire. (3) Les skis de Julie sont rouges et ceux d'Antoine sont jaunes. (4) Les deux veulent économiser pour leur prochain voyage de ski. (5) Julie a déjà 30$ en banque pour le voyage mais Antoine a seulement 15$ (6) Antoine est capable d'amasser 5$ par semaine pour le voyage. (7) Julie peut amasser 2$ par semaine pour le voyage. (8) Antoine a moins d'argent au départ, mais à chaque semaine ses économies augmentent plus rapidement que celles de Julie. (9) Dans combien de semaines Julie et Antoine auront-ils la même somme d'argent amassée pour le voyage ?

1re phrase : élément situationnel servant à présenter le ou les personnages.

2^{e} phrase : élément situationnel servant à situer le ou les personnages dans leur milieu scolaire.

3^{e} phrase : élément de détail, superflu à la compréhension du problème. Précisons que l'élément de détail sert de moyen de contrôle.

4^{e} phrase : élément situationnel servant à mettre en contexte le problème mathématique.

5^{e}, 6^{e} et 7^{e} phrase : éléments essentiels à la résolution du problème incluant les données numériques.

8^{e} phrase : élément d'explication permettant d'expliciter la relation entre les données numériques.

9^{e} phrase : élément essentiel, la question à répondre

Ces considérations concernant le type d'information impliqué à l'intérieur d'un problème constituent les derniers éléments que nous abordons afin de présenter les variables ayant une influence sur le rendement en résolution de problèmes. À l'intérieur de la prochaine section, nous exposons sommairement la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1981). Cette démarche vise à présenter la théorie à laquelle nous référons dans le cadre de ce projet de recherche. Une attention particulière est portée à la notion de proportionnalité dans le champ conceptuel des structures multiplicatives, puisque nous nous intéressons à la résolution de problèmes sur les proportions.

2.3 La théorie des champs conceptuels

Les travaux de recherche de Vergnaud (1981; 1990) ont permis de clarifier les rapports entre les activités concrètes de l'enfant et ses manipulations en fonction de ses activités intellectuelles. À ce sujet, Vincent (2006), mentionne que les travaux de ce chercheur ont permis de démontrer que la formation de concepts chez l'enfant dépend du traitement pragmatique que celui-ci effectue à l'égard d'un ensemble de situations de problèmes ou de tâches. La notion de « champ conceptuel » permet de représenter la logique d'apprentissage, qui découle des liaisons nécessaires entre les notions ou les concepts mathématiques, tout en concevant que l'apprentissage est dépendant d'invariants qui sont implicites dans les procédures des sujets en situation. En fait, un champ conceptuel peut se définir comme un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion (Vergnaud, 1990).

Différents aspects, indissociablement imbriqués, permettent de clarifier les fondements et de saisir les enjeux de cette théorie. En premier lieu, Vincent (2006) mentionne qu'à l'intérieur de cette théorie, la connaissance ne peut être réduite à la maîtrise de définitions des objets physiques ou autres. C'est plutôt en confrontant l'enfant à des situations nombreuses et variées que celui-ci est amené progressivement à intégrer de nouveaux savoirs et de nouveaux savoir-faire. Par ailleurs, les situations s'articulent généralement les unes aux autres dans des ensembles qui, pour être maîtrisés, nécessitent l'utilisation de plusieurs concepts de nature différente. Il n'y a donc pas de relation univoque entre un concept et une situation. Un concept opère dans plusieurs situations et, inversement, plusieurs concepts agissent simultanément à l'intérieur d'une même situation (Levain, 1997).

De plus, Vincent (2006) ajoute que l'activité de conceptualisation, qui produit la connaissance, découle des réalisations du sujet qui apprend moyennant l'action des schèmes organisateurs qui règlent ses procédures.

> « La connaissance est donc fonction d'une organisation à partir des schèmes dont le sujet dispose, schèmes qui sont automatisés. C'est ainsi qu'un sens, qu'une signification peut être attribuée aux sujets, qu'une représentation peut être construite. »
>
> (Vincent, 2006 ; p.23)

D'autre part, au sein de cette théorie, le concept de représentation est fondamental. La notion de représentation, telle que proposée par Vergnaud (1990) réfère à l'idée de conceptualiser le réel afin d'agir efficacement. Le sujet élabore et construit ses représentations au sein de ses interactions avec les événements ou les objets. De plus, les représentations du sujet guident celui-ci dans ses actions et contribuent à l'efficacité opératoire. Selon Vincent (2006), les représentations ne découlent pas de signifiants, tels le langage naturel, les gestes ou les dessins, mais plutôt des signifiés qui émanent des schèmes activés à l'intérieur d'une situation donnée (règles d'action, inférences, prédictions ou invariants).

De ce fait, à l'intérieur de cette théorie, il est nécessaire de référer et d'approfondir le concept de schème. Selon Vergnaud (1990), le schème est un outil qui décrit l'organisation invariante de la procédure mise en œuvre par une personne dans une classe de situations données. Un schème permet de donner origine à différentes séquences d'action, de recueil d'informations et de contrôle, et ce, selon les caractéristiques de chaque situation (Vergnaud, 1981). Un schème est constitué de quatre composantes distinctes, soit : les buts, les règles d'actions et d'anticipations, les invariants opératoires et les possibilités d'inférence. Vincent (2006) mentionne qu'il est nécessaire de préciser la notion d'invariant opératoire. En fait, le concept d'invariant opératoire peut désigner un triple statut de connaissances. Cela peut représenter des propositions ou des théorèmes (théorèmes-en-acte) dont le sujet dispose pour résoudre le problème posé. Cela peut aussi bien constituer des concepts ou les propositions (concepts-en-acte) auxquels le sujet se réfère. En dernier lieu, les invariants opératoires peuvent représenter les arguments ou les objets sur lesquels le sujet s'appuie. Ces différents statuts des invariants opératoires ne sont pas explicites et se manifestent en interaction. Levain (1997) mentionne que face à un problème, la réponse du sujet va dépendre à la fois du répertoire de schèmes qu'il peut mobiliser et aussi de la plus ou moins grande familiarité de la tâche qui lui est demandée.

À ce sujet, Vincent (2006) ajoute qu'en considérant la définition de schème de Vergnaud (1990), il est possible de réaliser une analyse du développement conceptuel consécutif à l'adaptation des individus aux nouvelles situations. En fait, un élève qui se trompe correspond à un élève qui n'a pas bien exécuté un schème. Cela peut découler de différents ordres : soit il a mal adapté le schème à la particularité de la situation abordée, soit il a mobilisé un schème inadapté à la situation à traiter ou soit il a abordé des propositions (théorèmes-en-actes) erronées. Par ailleurs, l'élève qui réussit correspond à l'apprenant qui choisit les bonnes opérations et qui s'appuie sur les bonnes données afin d'aborder une classe de situations donnée. En fait, cet élève est en mesure de sélectionner, d'appliquer et de combiner adéquatement les schèmes opportuns à l'intérieur d'une situation donnée.

2.3.1 Le champ conceptuel des structures multiplicatives

La didactique des mathématiques s'est intéressée à la notion de champ conceptuel afin de creuser la question des relations additives et des relations multiplicatives (El-Assadi, 2006 ; Kieren, 1988 ; Ricco, 1982 ; Vergnaud, 1981 ; Vincent, 2006). Selon Vergnaud (1990), lorsque nous abordons le cas des structures multiplicatives, nous référons à *«l'ensemble des situations dont le traitement implique une ou plusieurs multiplications ou divisions et l'ensemble des concepts et théorèmes qui permettent d'analyser ces situations : proportion simple et proportion multiple, fonction linéaire et n-linéaire, rapport scalaire, quotient et produit de dimensions, fraction, rapport, nombre rationnel, multiple et diviseur, etc.»* (Vergnaud, 1990 ; p.147-148). À ce sujet, Vergnaud (1990) effectue la distinction entre structures additives et structures multiplicatives de la manière suivante:

> *«Il n'est pas superflu, par contre, de remarquer que l'analyse des structures multiplicatives est profondément différente de celle des structures additives. Les relations de base les plus simples ne sont pas ternaires, mais quaternaires, parce que les problèmes les plus simples de multiplication et de division impliquent la proportion simple de deux variables l'une par rapport à l'autre.»*
>
> (Vergnaud, 1990, p. 153)

2.3.1.1 La proportionnalité dans le champ conceptuel des structures multiplicatives

Notre étude s'appuie sur les structures multiplicatives, telles qu'énoncées par Vergnaud au sein de sa théorie des champs conceptuels. En fait, nous nous intéressons au concept de proportion. Afin de cerner notre objet d'étude dans le cadre des travaux de Vergnaud concernant les structures multiplicatives, nous aborderons la structure des problèmes sur les proportions, ainsi que les relations entre les données de ces problèmes de type multiplicatif.

2.3.1.1.1 La structure des problèmes traitant des proportions

En prenant en considération le nombre d'espaces de mesures qui interviennent dans le problème, puis la position de l'inconnue, Vergnaud distingue six classes de problèmes. Pour les problèmes dans lesquels interviennent quatre quantités qui appartiennent à deux espaces de mesures différents, il y a quatre classes de problèmes élémentaires qui renvoient à des schèmes différents (Vergnaud, 1990, p.153-154) :

Multiplication		Division-partition	
1	a	1	?
b	?	b	c
Division-quotition		**« 4ème proportionnelle »**	
1	a	a	b
?	c	c	?

Figure 3 : Les quatre classes de problèmes élémentaires selon Vergnaud (1990)

Parmi les problèmes qui font intervenir plus de deux espaces de mesures, Vergnaud distingue les problèmes de proportion simple composée et ceux de produit de mesures :

> *«La combinaison de deux proportions ne pose aucun problème cognitif si la combinaison se fait par un enchaînement de fonctions qui lient les variables deux à deux : x est proportionnelle à y, y est proportionnelle à z ou si elle se fait par produit : z proportionnelle à x, et à y ; x et y indépendantes entre elles. Il s'agit alors d'une structure de proportion double».*
>
> (Vergnaud, 1990, p. 154)

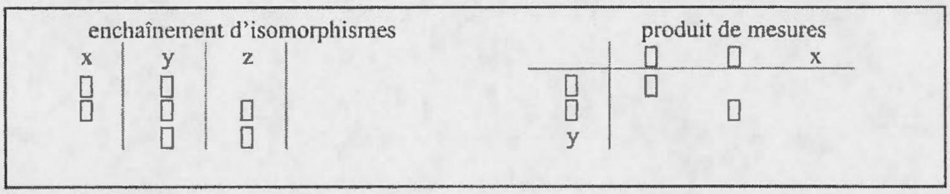


Figure 4 : Problèmes de combinaison de deux proportions

Par ailleurs, il est important de mentionner que la structure multiplicative de Vergnaud (1990) a été reprise par Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri (2004). Ces auteurs définissent la structure d'un problème à partir du nombre de grandeurs qui intervient dans le problème et des relations entre les grandeurs. Ils proposent une classification en deux catégories, soit : ceux qui font intervenir deux grandeurs, ainsi que ceux qui font intervenir plus de deux grandeurs. De plus, la correspondance des grandeurs concernant leur nature, ainsi que la nature des relations entre les grandeurs sont prises en considération (Hersant, 2001). Cette catégorisation a permis de mettre en place onze structures distinctes. Voici des exemples de problèmes, tirés de l'étude de Houdebine (1999 ; p.57-58) se rapportant à chacune des neuf structures obtenues.

Tableau 4

Structure des problèmes de proportionnalité selon Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri (2004)

Deux grandeurs	*De même nature*	
	Indépendantes	*Construire un rectangle de même forme qu'un rectangle donné et ayant une largeur donnée*
	Partie/ partie	*Quel est le mélange qui a le plus de goût : 3 verres de jus de fruit pour 5 verres d'eau ou 5 verres de jus de fruit pour 8 verres d'eau ?*
	Partie/ tout	*Pierre prépare une boisson en mélangeant de l'eau et du jus de fruit. Combien doit-il mettre de jus de fruit pour obtenir 6 verres d'une boisson ayant le même goût que 3 verres d'un mélange contenant 2 verres de jus de fruit ?*
	De nature différente	
		Pour Noël j'achète des chocolats au poids. Je paie 60 F pour 600 g. Quel est le prix au kilo de ces chocolats ?
Plus de	*Des grandeurs isomorphes*	
		Pour faire une tarte pour 3 personnes, il faut 500 g de farine, 200 g de beurre et 3 cuillerées d'eau. Quelle sera la recette pour 5 personnes ?
Plus de	*Avec une relation additive*	
	% d'augmentation	*Après avoir subi une augmentation de 10%, un aspirateur coûte 880 F. Quel était son prix avant l'augmentation ?*
	% de répartition	*Dans un magasin, les ventes en milliers de francs de trois rayons se répartissent de la manière suivante :* *Vêtements 1440 F, Linge 360 F, Parfumerie 180 F. Quelle part du chiffre d'affaires total représentent en pourcentage les ventes du rayon parfumerie ?*
	Enchaînement d'isomorphismes	
		13 kg de blé donnent 9 kg de farine. 9 kg de farine donnent 12 kg de pâte à pain. Quel poids de blé faut-il pour obtenir 8 kg de pâte à pain ?
	Proportion multiple	
	Grandeurs de nature différente	*Un fermier compare le rendement de ses deux races de vaches : 21 vaches pie noire donnent 1200 litres de lait en 3 jours ; 7 vaches salers donnent 1100 litres de lait en 9 jours. Quelle est la race la plus productive ?*
	Grandeurs de même nature	*Une plaque de contre plaqué rectangulaire de 40 cm sur 120 cm a pour masse 2,1 kg. Quelle est la masse d'une plaque carrée de 40 cm de côté découpée dans le même contre plaqué ?*
	Proportionnalité inverse	
		Une expédition scientifique dans l'Antarctique, composée de 60 personnes, rencontre un groupe de personnes sans vivres. Le cuisinier déclare : « nous avions 15 jours de vivres ; désormais nous n'en avons plus que 12 jours. » Combien de personnes ont été recueillies ?

La publication de Boisnard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri (2004) s'adresse principalement aux enseignants. En fait, ces chercheurs apportent trois conseils aux pédagogues. En premier lieu, ceux-ci proposent de familiariser l'élève à différentes classes de problèmes, et ce, en variant les "types de tâches" relatives à une situation donnée. En second lieu, tel que mentionné dans Julo (1995), ceux-ci suggèrent d'aider l'élève à l'intérieur de sa construction du problème (multi-représentation du problème, tâches surajoutées, etc...). Puis, ces chercheurs soulignent l'importance d'amener les élèves à vulgariser leurs raisonnements avec un vocabulaire et des outils adaptés afin d'obtenir des éclaircissements concernant le niveau de compréhension propre aux modèles utilisés dans l'enseignement des proportions.

2.3.1.1.2 Modalités concernant l'analyse des problèmes sur les proportions

Tel que mentionné dans El-Assadi (2008), Vergnaud (1981) propose deux types d'analyse pour les problèmes de proportion, soit : une analyse verticale, basée sur l'opérateur multiplicatif scalaire, ainsi qu'une analyse horizontale, basée sur l'opérateur multiplicatif fonction. L'opérateur multiplicatif scalaire traduit une opération qui s'effectue à l'intérieur d'un objet/ensemble donné, et ce, sans modifier la nature de l'objet/ensemble. D'autre part, l'opérateur multiplicatif fonction se caractérise par une altération de la nature de l'ensemble ou de l'état considéré. Sokona (1989) mentionne que l'emploi de l'opérateur fonction (opérateur multiplicatif) serait antérieur à celui de l'opérateur scalaire (âgés de 7 à 11 ans)[19]. De plus, l'opérateur scalaire ne serait employé que tardivement (chez les élèves plus âgés, c'est-à-dire 9-11 ans). La figure # 5, tirée de l'étude de Steinthorsdottir et Sriraman (2009), permet de percevoir la différence entre les opérateurs « scalaire » et

---

[19] Par ailleurs, ce constat contredit les résultats obtenus par d'autres recherches. En effet, certains auteurs soutiennent que l'opérateur scalaire serait antérieur à l'opérateur fonction. À ce sujet, Sokona (1989) souligne l'importance de considérer l'influence qui relève des différentes variables didactiques impliquées par le problème.

« fonction ». Le rapport « within » représente un rapport dégagé au sein d'un même couple de données, tandis que le rapport « between » correspond à un rapport dégagé entre deux couples de données.

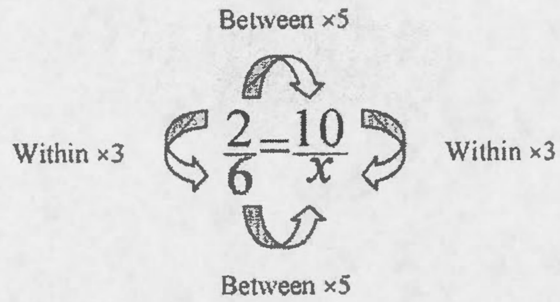


Figure 5 : Représentations des différences entre les opérateurs scalaire et fonction selon Steinthorsdottir et Sriraman (2009)

Les propos de René de Cotret (2006) permettent d'expliciter les différences fondamentales entre les opérateurs scalaire et fonction. Ceux-ci se traduisent de la manière suivante :

> «Ainsi, par exemple, la procédure scalaire, qui consiste à trouver le rapport entre les quantités de même nature et à reporter ce rapport sur les quantités correspondantes, est aussi appelée procédure de type "between" ou analogique. [...] La procédure fonction, elle, consiste à trouver le coefficient de proportionnalité entre les éléments en jeu et à appliquer ce coefficient à la valeur pour laquelle on cherche le correspondant. Elle porte aussi parfois le nom de procédure "within" ou analytique.»
>
> (René De Cotret, 2006 ; p.16 -17)

La figure #6, qui schématise la proportion simple en mettant en jeu quatre quantités appartenant à deux espaces de mesures, permet de percevoir les différents termes qui sont utilisés afin de représenter les opérateurs scalaires (q) (« within ») et fonction (k) (« between »).

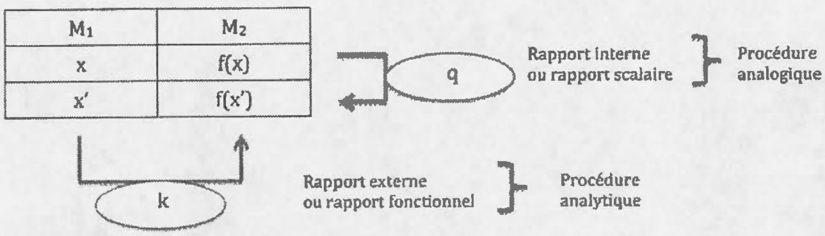


Figure 6 : Les différents termes utilisés pour représenter les opérateurs scalaires et fonction

2.4 Recension des écrits sur le raisonnement proportionnel

À l'intérieur de cette section, nous recensons les études pionnières ayant traité de la résolution de problèmes sur les proportions. Ensuite, nous présentons les principales études ayant approfondi cette thématique de recherche, et ce, en répertoriant celles-ci selon leur discipline spécifique, soit : la didactique ou la psychologie cognitive.

Les études pionnières recensées correspondent à celles de Piaget et Inhelder (1974), de Noelting (1980a ; 1980b), ainsi qu'à celle de Desjardins et Hétu (1974). Par la suite, les études en psychologie cognitive de Levain (1997) de Ricco (1982) sont abordées. Dans un dernier temps, la recherche propre au domaine de la didactique de René de Cotret (2006) est mise de l'avant. Au sein de la prochaine section, nous présentons successivement chacun des écrits que nous avons ciblés à l'intérieur de cette recension des écrits.

2.4.1 Les études pionnières sur le raisonnement proportionnel

Dans un premier temps, à l'intérieur de cette recension, nous présentons les études pionnières ayant traité du raisonnement proportionnel. Cette démarche se justifie par notre intérêt de cibler le point initiateur qui marque le début des recherches abordant la thématique du raisonnement proportionnel.

2.4.1.1 Les travaux de Piaget et Inhelder (1951)

Les travaux de Piaget et de ses collaborateurs ont permis une avancée majeure dans l'étude de l'acquisition des notions de rapport et de proportion. Bien qu'aujourd'hui une majorité des recherches font encore référence à ces travaux, c'est pour s'en démarquer plus ou moins nettement (Levain, 1997). Pour Piaget et Inhelder, la proportionnalité est une notion logico-mathématique qui se rattache à la pensée opératoire formelle (propre à la théorie piagétienne concernant les différents stades de développement). Selon ces auteurs, la mise en œuvre du raisonnement proportionnel évolue selon deux phases distinctes, soit : une compréhension logique de la proportionnalité, puis une estimation de ses aspects métriques (Piaget et Inhelder, 1951). Afin d'étayer sa théorie concernant le développement logique du raisonnement proportionnel, Piaget et Inhelder ont administré deux tests aux participants de son étude. Dans un premier temps, ces auteurs ont utilisé le test de la balance. Ce test traduit une situation de proportionnalité puisque les poids impliqués au sein de l'énoncé sont en proportion inverse avec les distances à l'égard de la balance (Figure # 7).

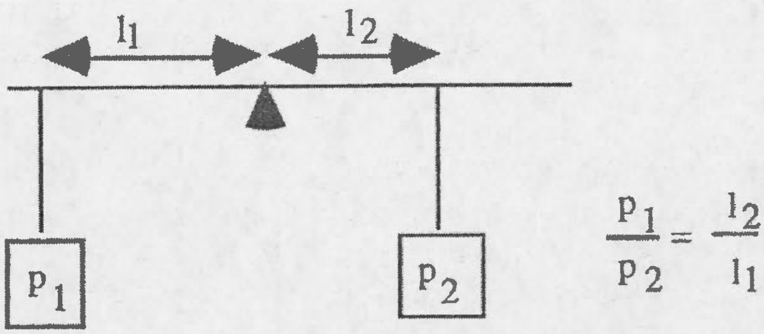


Figure 7 : Épreuve de la balance telle qu'utilisée par Piaget et Inhelder

Le raisonnement proportionnel impliqué à l'intérieur de ce test est le suivant : « si je donne p1, je dois aussi doubler l_2 ». Cette expérience, qui fait intervenir la notion de "moment", aboutit à l'égalité de deux produits plutôt qu'à l'égalité de deux rapports. Selon ces auteurs, le développement de la notion de proportion, au sein de cette expérience, s'effectue en fonction de trois stades distincts. Chacun de ces stades est divisé en deux sous-stades :

Au stade 1A (entre 3 et 5 ans), l'enfant est incapable d'intégrer les données du problème et il ne possède que des représentations intuitives des facteurs impliqués dans la situation. Au niveau B de ce stade (de 5 à 8 ans), l'enfant reconnaît l'action du poids ou de la distance par rapport à l'axe, mais sans possibilité de compensation de l'un par rapport à l'autre. À ce niveau, Piaget aborde le concept de régulation, qui permet de résoudre les problèmes les plus simples où un seul facteur varie.

Ensuite, au stade 2A (de 7 à 10 ans environ), l'enfant devient apte à opérer concrètement sur chacun des facteurs en jeu, et ce, sans toutefois parvenir à coordonner le poids avec la distance. L'équilibre est atteint par le biais d'approximations successives. Au stade B de ce niveau, la loi d'équilibre est quantifiée ordinalement. Selon ce raisonnement, « plus de poids » signifie « moins de distance ».

Le stade formel 3A (entre 12 et 13 ans) se caractérise par la découverte de la proportionnalité et par l'explication de la loi d'équilibre (un poids déterminé peut compenser une distance donnée multiplicativement). Par ailleurs, il manque encore au sujet une connaissance métrique assez développée afin de traiter toutes les questions possibles. Au niveau B de ce stade (entre 13 et 14 ans), tous les rapports sont analysés quantitativement. L'adolescent devient apte à résoudre l'ensemble des cas présentés : $P1/P2 = D1/D2$. Un résumé de la progression des stades de progression dans l'équilibre de la balance est présenté au sein du tableau # 5.

Tableau 5

Résumé de la progression des stades dans l'équilibre de la balance

Stade :	Âge :	Observations :
IA	3 à 5 ans	L'enfant est incapable d'intégrer les données du problème, et ne possède que des représentations intuitives des facteurs en jeu.
IB	5-6 à 7-8 ans	Mise en évidence de l'action du poids suivant la position sur le fléau. Régulations qui permettent déjà de résoudre les problèmes les plus simples où un seul facteur varie.
IIA	7-8 à 9-10 ans	Capacité à opérer l'équilibre par approximation : pas de coordination générale poids-distance.
IIB	9-10 à 11-12 ans	La loi d'équilibre est quantifiée additivement (plus de poids donc moins de distance).
IIIA	12 à 13 ans	Explication de la loi : »un poids déterminé peut compenser une distance donnée multiplicativement ». La proportionnalité est découverte.
IIIB	13 à 14 ans	P1/P2 = D2/D2. Résolution de tous les cas (y compris les plus complexes).

Piaget et Inhelder ont réalisé une seconde expérience permettant d'étudier le développement de la notion de proportion. Cette expérience porte sur la comparaison de deux collections de jetons blancs dont certains portent une croix à l'endos. Les jetons sont retournés, de manière à ce que les croix ne soient plus visibles, puis mélangés. On demande alors au sujet de déterminer la collection qui offre le plus de chances, lors d'un tirage aléatoire d'un seul jeton, d'obtenir un jeton avec la croix. La probabilité repose sur une différenciation entre l'ensemble des cas favorables et l'ensemble des cas possibles, puisque parmi tous les jetons, il n'y en a qu'une minorité qui est représentée par une croix. La combinatoire de l'ensemble des cas possibles amène Piaget à affirmer que les opérations permettent de construire le concept de hasard. Le développement de la proportionnalité passe encore une fois par trois stades comprenant chacun deux sous-stades.

Au stade 1A (de 4 à 5 ans), l'enfant ne se préoccupe pas des relations quantitatives, il réussit des problèmes à l'intérieur desquels les probabilités sont nulles (0/2 et 0/3 constituent des probabilités égales. Au niveau B de ce stade (5 à 7 ans), l'enfant réussit, de manière irrégulière, à analyser certains rapports à l'intérieur desquels une seule variable en jeu ne conserve pas la même valeur dans les deux collections (1/2 et 1/3, ¼ et 2/4). À ce moment, l'enfant s'appuie essentiellement sur une configuration perceptive ou imagée de la collection. De ce fait, la démarche de l'enfant n'est pas effectuée en fonction d'opérations basées sur des emboîtements ou des disjonctions généralisables entre parties et touts.

Au stade 2A (de 7 à 9 ans), l'enfant réussit généralement l'ensemble des comparaisons à l'intérieur des problèmes pour lesquels une seule des variables en jeu ne conserve pas la même valeur dans les deux collections. Par ailleurs, celui-ci échoue systématiquement aux autres questions traitant de la proportionnalité. Puis, au niveau B de ce stade (entre 9 et 11 ans), en manipulant empiriquement les jetons impliqués à l'intérieur de l'étude, l'enfant réussit à résoudre des problèmes impliquant deux variables distinctes (1/2 et 2/4 par exemple). Ce niveau constitue un stade de transition qui marque le passage vers le stade 3.

Au stade 3 (12 ans et plus), l'enfant réussit systématiquement l'ensemble des questions comportant deux variables. Celui-ci est en mesure de comparer 1/3 à 2/6, ½ à 2/5 ou 2/5 à 4/9. Une synthèse de la progression des stades à l'intérieur de l'épreuve de quantification des probabilités est représentée à l'intérieur du tableau 6.

Tableau 6

Synthèse de la progression des stades dans l'épreuve de la quantification des probabilités

Stade :	Âge :	Observations :
IA	4 à 5 ans	L'enfant ne se préoccupe pas des relations quantitatives, mais réussit les problèmes à l'intérieur desquels la probabilité est nulle : 0/2 comparé à 0/3, 0/2 à 2/2, ½ à 0/2.
IB	5 à 7 ans	Régulations s'appuyant sur des configurations perceptives ou imagées de la collection. Par encore d'opérations basées sur des emboîtements ou disjonctions généralisables à des relations parties-tout ex : 1/2 comparé à 1/3 ; 1/4 à 2/4
IIA	7 à 9 ans	Réussite générale aux comparaisons à une seule variable. Échec systématique aux questions de proportion.
IIB	9 à 11 ans	Solutions empiriques aux questions de proportionnalité simples par exemple : 1/2 comparé à 2/4.
III	12 ans et plus	Résolution systématique des questions à deux variables : aussi bien 1/3 comparé à 2/6 que ½ à 2/5 ou 2/5 à 4/9.

L'étude de Piaget et Inhelder (1951) constitue une recherche pionnière dans le domaine du développement psychogénétique qui s'applique à la proportionnalité. Les travaux de ces chercheurs ont pavé la voie à de nouveaux chercheurs. Notamment, les études menées par Noelting (1980a ; 1980b) se situent en continuité de la pensée piagétienne concernant le développement de la connaissance sous forme de stades successifs. Par ailleurs, ce chercheur associait chaque stade développemental à la mise en œuvre d'une stratégie de résolution de problèmes sur les proportions.

2.4.1.2 Les études de Noelting (1980a ; 1980b)

Dans le cadre de son étude, Noelting (1980a ; 1980b) a demandé à 321 sujets, âgés de six à seize ans, d'effectuer la comparaison concernant la teneur en jus d'orange de deux boissons préparées en mélangeant un certain nombre de verres remplis de jus d'orange avec des verres remplis d'eau. La tâche consistait donc à établir deux rapports afin de déterminer la boisson la plus concentrée. Vingt-trois mises en situation, présentées selon un niveau de difficulté croissant, étaient soumises aux participants. Ceux-ci devaient verbaliser leur raisonnement pour chacune des situations présentées.

Afin d'analyser les réponses des élèves, Noelting (1980a ; 1980b) établit neuf niveaux de difficulté distincts aux problèmes des participants. Les démarches de résolution, telles que mises en œuvre par les élèves, permettent de situer le stade de ceux-ci par rapport à la compréhension de la concentration. En fait, en catégorisant le raisonnement des élèves en fonction de sa capacité à résoudre les différents niveaux de difficulté impliqués par le problème de concentration, ce chercheur situe le stade de compréhension de chacun des participants. La catégorisation des neuf niveaux de difficulté, telle qu'obtenue par l'expérimentation de Noelting (1980a ; 1980b) est présentée au sein du tableau # 7. Ce tableau donne un exemple de comparaisons de rapports caractéristiques de chacun de ces niveaux de difficulté. Les deux termes ordonnés du couple entre parenthèses correspondent au nombre de verres d'orange et d'eau utilisés afin de composer chaque mélange.

Tableau 7

Échelle des stades obtenus lors de l'expérience des concentrations de Noelting

Stratégies	Stade	Caractéristiques
0	0 : Symbolique (1-2 à 3-4 ans)	Identification des éléments et différenciation couple-unité
1	IA : Intuitif inférieur (3-4 à 5-6 ans)	Différence entre premiers termes
2	IB1 : Intuitif supérieur (5-6 à 6-7 ans)	Premiers termes égaux, différence dans deuxièmes termes
3	IB2 : Intuitif supérieur 2 (6-7 à 7-8 ans)	Termes égaux dans un couple, différents dans l'autre
4	IIA : Opératoire concret inférieur (7-8 à 10-11 ans)	Classe d'équivalence (1,1)
5	IIB : Opératoire concret supérieur (10-11 à 12-13 ans)	Classe d'équivalence (1,n) ou (n,1)
6	IIIA : Opératoire formel de transition (12-13 à 13-14 ans)	Non-équivalence avec un couple (1,n) ou (n,1) après simplification éventuelle
	Opératoire formel inférieur (13-14 à 15-16 ans)	Non-équivalence due à une unité additionnelle dans chaque couple
7	IIIB : Opératoire formel supérieur (dès 14-15 ans)	Non-équivalence sans divisibilité entre termes

En référant à la pensée piagétienne, Noelting (1980a ; 1980b) associe la capacité à résoudre des problèmes impliquant un certain niveau de difficulté à chacun des stades développementaux. Les participants se situant au niveau du stade 1 adoptent essentiellement des stratégies additives afin de résoudre les problèmes. Ces participants ne mettent pas en œuvre un raisonnement proportionnel. Au stade 2, tel que mentionné par Blouin (2002), les enfants effectuent des multiplications ou des divisions des termes des rapports afin d'établir des classes d'équivalence. En dernier lieu, les élèves se situant au stade 3 sont en mesure de créer des rapports équivalents et de comparer ces rapports par la suite.

De plus, Noelting (1980a ; 1980b) identifie sept stratégies de résolution de problèmes distinctes. Tel que mis de l'avant dans le tableau # 7, ces stratégies sont associées aux différents stades de compréhension de la notion de concentration. Cet auteur définit ces stratégies comme étant l'ensemble des transformations permettant de résoudre les items d'un stade considéré. Une analyse approfondie permet de différencier une erreur obtenue par le maintien de la stratégie d'un stade à l'égard d'un problème plus complexe, d'une erreur correspondant à la régression à une stratégie antérieure. Les stratégies qui conduisent à l'échec sont analysées et mises en rapport, pour chaque groupe d'items, avec la stratégie de niveau supérieur qui conduit à la réussite. Ce niveau d'analyse permet à Noelting d'inférer les mécanismes de passage d'un stade au suivant. Voici un résumé des différentes stratégies recensées par ce chercheur.

Niveau 1

Le sujet de ce niveau ne répond qu'en fonction du nombre de verres de jus et ignore complètement l'eau. Ce sujet dénombre les verres de jus de deux mélanges et sélectionne le mélange composé du plus grand nombre de verres de jus. Soit J et E, respectivement le nombre de verres de jus et le nombre de verres d'eau, à gauche, et J' et E' à le nombre de verres de jus et d'eau à droite :

- si $J > J'$, il répond : « à gauche » ;
- si $J < J'$, il répond : « à droite »
- si $J = J'$, il répond « égal »

Niveau 2

Le sujet abordant une stratégie de niveau 2 adopte exactement la même stratégie qu'au niveau 1. En fait, celui-ci base son jugement exclusivement sur la quantité de verres de jus dans un mélange, sauf lorsque la quantité de verres de jus dans les deux mélanges est égale. À ce moment, le sujet réfère à la quantité d'eau afin de donner sa réponse.

Niveau 3

Le sujet adoptant cette stratégie sait qu'il doit raisonner simultanément en fonction de la quantité de verres d'eau et de la quantité de verres de jus. Par ailleurs, ce sujet n'arrive pas à établir un raisonnement qui compare des relations entre la quantité de jus et la quantité d'eau. Parfois, ce sujet raisonne uniquement en fonction de la quantité de jus et parfois en fonction de la quantité d'eau.

Niveau 4

Le sujet adoptant une stratégie de niveau 4 est en mesure d'agir sur chacun des problèmes mis de l'avant. À ce moment, ce sujet adopte un raisonnement additif qui consiste à soustraire de chaque côté les nombres de verres de jus et d'eau, ainsi qu'à comparer les deux nombres obtenus. Cette stratégie amène le sujet à effectuer les comparaisons suivantes : (J – E) en comparaison avec (J' – E') ou bien (E – J) en comparaison avec (E' – J').

Niveau 5

Le sujet adoptant une stratégie de niveau 5 utilise lui aussi un raisonnement additif. Par ailleurs, celui-ci est en mesure de voir une égalité lorsque les deux mélanges ont un rapport double ou triple.

Niveau 6

Le sujet adoptant une stratégie de ce niveau effectue une comparaison terme à terme[20] afin de porter un jugement sur le mélange ayant le plus de jus. Cette stratégie engendre un rendement élevé à l'épreuve des concentrations de jus.

Niveau 7

Le sujet abordant une stratégie de niveau 7 adopte un raisonnement multiplicatif qu'il peut appliquer à l'ensemble des problèmes rencontrés. Les sujets qui utilisent cette stratégie mobilisent leurs connaissances sur les fractions afin de comparer numériquement les rapports $\frac{J}{J+E}$ versus $\frac{J'}{J'+E'}$ ou $\frac{J}{E}$ versus $\frac{J'}{E'}$

En effectuant une analyse raffinée des différentes stratégies de résolution en fonction de la structure des problèmes abordant la concentration de jus, Noelting (1980a ; 1980b) a distingué neuf stades concernant l'acquisition du raisonnement proportionnel, alors que Piaget n'en distinguait que six. De plus, à la différence de

---

[20] Selon Poirier (2001), la correspondance terme à terme réfère à l'acte de l'enfant de placer un élément de la première collection (ou du mélange) vis-à-vis d'un élément de la seconde et ainsi de suite, jusqu'au dernier élément de l'une des deux collections. La collection qui comprend encore des éléments est la plus grande et celle qui ne comprend plus d'éléments est la plus petite.

son prédécesseur, Noelting (1980a, 1980b) se représentait le développement du raisonnement proportionnel, non pas en fonction d'une évolution psychogénétique universelle, mais plutôt à partir d'une utilisation graduelle de stratégies de plus en plus efficaces. Par ailleurs, tel que mentionné par Levain (1997), certains chercheurs ont affirmé qu'il était difficile de dégager une théorie générale à partir de l'analyse d'une seule situation. Conséquemment, à l'intérieur des prochains paragraphes, nous présenterons l'étude menée par Desjardins et Hétu (1974) qui a permis de mettre en lumière l'influence des modalités de présentation d'un problème sur la mise en œuvre d'un raisonnement proportionnel.

2.4.1.3 L'étude de Desjardins et Hétu (1974)

En 1974, Desjardins et Hétu ont aussi mis en place une étude traitant du développement génétique concernant l'acquisition du raisonnement proportionnel. Par ailleurs, ces auteurs remettaient en doute la solidité des modèles explicatifs liés à la théorie des stades, telle que proposée par Piaget et Inhelder (1951). Cela se justifie par l'intérêt de ces chercheurs d'explorer l'influence de la structure d'un problème sur la mise en œuvre d'un raisonnement proportionnel.

Afin de réaliser leur projet, Desjardins et Hétu (1974) ont observé la mise en œuvre des opérations additives ou multiplicatives par des élèves de quatrième ou de cinquième année lors de la résolution de situations-problèmes portant sur les nombres rationnels. La tâche impliquée consistait à ajouter des quantités de gouache de deux couleurs différentes de manière à reproduire la teinte d'un mélange-étalon. La difficulté de la tâche découlait d'un conflit par l'action d'ajouter du liquide (comportement additif) selon des modalités d'ordre multiplicatif (puisqu'il s'agit de maintenir un rapport constant).

Pour ce faire, Desjardins et Hétu (1974) ont administré cette situation-problème, portant sur la conservation des rapports à 90 enfants, soit : 50 élèves de quatrième année et 40 élèves de cinquième année. Le contenu de la situation-problème était le même pour les élèves de quatrième année et les élèves de cinquième. Par ailleurs, celui-ci démontrait quelques divergences en ce qui concerne les modalités de la présentation. En fait, les élèves de quatrième année étaient regroupés par 12 ou 13 autour de deux grands récipients, l'un contenant de la couleur bleue, obtenue par un mélange d'eau et de gouache, tandis que l'autre mélange contenait du jaune. L'intervenant effectuait un mélange comportant un rapport de deux parties de bleu pour 3 parties de jaune. À l'intérieur d'une dyade, les enfants devaient mélanger le ¨ même vert ¨ à l'aide de la même unité, et ce, de manière à obtenir une grande quantité du mélange.

Les modalités de présentation n'étaient pas semblables pour les élèves de cinquième année. En fait, l'intervenant racontait une histoire à ceux-ci :

> *Picasso désire effectuer un mélange de bleu et de jaune de façon à obtenir de la peinture verte. Le matin, il mélange 2 petits pots de bleu à 3 petits pots de jaune. L'après-midi, il doit mélanger le ¨même vert¨ mais en plus grande quantité. Combien doit-il mettre de jaune et de bleu ?*

Par le biais d'un dessin, les enfants devaient illustrer leurs réponses. Puis, l'intervenant validait les démarches des élèves par le biais d'un retour réflexif sur l'activité effectuée. En observant les démarches des élèves, Desjardins et Hétu (1974 ; p.87-88) ont recensé six grandes catégories de solution :

- A) *Répétition du mélange-étalon* : L'enfant se contente de reproduire une quantité de peinture verte égale à la quantité contenue dans le mélange-étalon, soit deux parties de bleu pour 3 parties de jaune ;

- B) *Quantité égale de jaune et de bleu* : Le mélange ne prend pas en considération le rapport entre les quantités contenues dans le mélange-étalon. Une grande quantité de liquide est obtenue, mais le bleu et le jaune ne sont pas bien représentés ;

- C) *Différence constante entre les termes du rapport :* Ces comportements consistent à s'assurer que la différence entre les termes du rapport (1 dans ce cas) reste constante quelles que soient les quantités en jeu. Ce résultat découle de l'un ou l'autre des procédés suivants : ou bien l'enfant ajoute n bleu et n jaune au mélange initial, ou bien il s'assure que la différence entre les quantités de son mélange soit égale à son mélange-étalon ;

- D) *Évaluation approximative du rapport* : L'enfant tente de tenir compte du rapport entre les quantités, mais celui-ci parvient seulement à s'approcher du rapport réel (6 bleu et 8 jaune pour 6 bleu et 9 jaune par exemple) ;

- E) *Rapport multiplicatif* : Par divers procédés logiques (n fois le mélange initial, n fois chacun des termes du rapport), l'enfant parvient à la certitude que la teinte de son mélange est identique à celle du mélange étalon ;

- F) *Absence de coordination entre les procédures additives et multiplicatives* : L'enfant agit additivement sur l'un des termes du rapport et multiplicativement sur l'autre. Par exemple : il exécute les opérations suivantes : 2b x 3 = 6 b et 3 j + 3 = 6 j, d'où le rapport 6 bleu pour 6 jaune.

L'analyse des démarches des participants démontre que les élèves de quatrième année utilisaient majoritairement (soit 74%) une stratégie associée à la *différence constante des rapports*. Par ailleurs, 70% des élèves de cinquième année utilisent une stratégie de *rapport multiplicatif*, ce qui assure la réussite de la situation-problème présentée. L'ensemble des démarches des élèves, représenté en pourcentage, est présenté au sein du tableau # 8.

Tableau 8

Répartition des comportements des élèves de quatrième et de cinquième année lors de la situation-problème concernant la conservation des rapports

Comportements types	Quatrième année	Cinquième année
A	3%	2%
B	4%	5%
C	74%	19%
D	7%	0%
E	12%	70%
F	0%	5%

Desjardins et Hétu (1974) ont exploré l'hypothèse selon laquelle la structure du problème influence le raisonnement proportionnel des élèves, ainsi que la mise en œuvre de procédures additives ou multiplicatives. Pour ce faire, ces chercheurs ont placé les élèves dans un contexte de troc au travers duquel ceux-ci devaient échanger du matériel. Leur étude a révélé qu'en utilisant un matériel numérique plutôt que des quantités physiques, tels des liquides, il est possible d'engendrer une quasi-disparition des procédures additives. Cette démarche, concernant la modification des modalités du problème, a diminué radicalement les comportements associés aux démarches additives, puisque celles-ci représentent, dans ce nouveau contexte, seulement 3% des réponses des élèves de quatrième année et 8% des réponses des élèves de cinquième.

Les résultats de Desjardins et Hétu (1974) remettent en question la théorie des stades dans l'explication du développement du raisonnement proportionnel. Ces chercheurs démontrent l'importance de considérer la structure du problème mathématique, ainsi que les modalités de présentation de celui-ci afin de prédire l'émergence d'un raisonnement proportionnel. De plus, tel que mentionné par Levain (1997), les années de 1970 à 1980 marquent une période de rupture et à la fois de continuité à l'égard de la pensée piagétienne. En fait, l'observation simultanée de taux de réussite précoce et d'échecs tardifs à différents problèmes de proportionnalité a amené graduellement les chercheurs à adopter une nouvelle perspective concernant ce champ de recherche. À l'intérieur des prochains paragraphes, nous abordons les études relevant du domaine de la psychologie cognitive.

2.4.2 Les études en psychologie cognitive

2.4.2.1 L'étude de Ricco (1982)

À l'intérieur de son étude, Ricco (1982)[21] a étudié les différentes stratégies mises en œuvre lors de la résolution de problèmes traitant de la fonction linéaire. Sa recherche fut effectuée exclusivement en fonction des problèmes faisant intervenir

---

[21] Il est important de mentionner que l'étude de Ricco (1982) constitue une recherche positionnée à mi-chemin entre les sciences cognitives et la didactique. Dans le cadre de ce projet, nous avons décidé d'insérer cette étude au sein du champ disciplinaire des sciences cognitives.

l'isomorphisme de mesures, c'est-à-dire une proportion entre deux espaces de mesure.

Afin d'analyser les stratégies mises en œuvre par les élèves, Ricco (1982) a soumis deux tâches distinctes aux participants de son étude. Les tâches demandées impliquaient des nombres se situant à l'intérieur de l'ensemble des nombres entiers (N) et les problèmes portaient sur des quantités discrètes. Les deux épreuves qui furent administrées aux enfants étaient représentées sous forme de tableaux. À l'intérieur de celles-ci, les élèves devaient trouver le prix à payer pour un certain nombre de stylos achetés. La valeur unitaire d'un stylo correspondait à 4 francs. Au sein des deux épreuves, deux couples de données furent présentés aux élèves. Dans la première épreuve, les couples (3,12) et (4,16) furent abordés, tandis qu'à l'intérieur de la seconde épreuve, les couples (3,12) et (5,20) furent mis de l'avant. 40 élèves ont participé à chacune des épreuves, soit 10 élèves de CE1, 10 de CE2, 10 de CM1, ainsi que 10 de CM2[22]. L'ensemble des élèves provenait de deux écoles distinctes de la ville de Paris. La figure # 8 représente le type d'épreuve utilisé par Ricco (1982).

---

[22] Les sigles CE1 et CE2 réfèrent aux cours élémentaires 1 et 2. Les sigles CM1 et CM2 représentent les cours moyen 1 et 2. Ces quatre degrés scolaires correspondent au passage entre la 3ème et la 6ème année dans le système scolaire québécois.

Épreuve no.1		
	Nombre de stylos achetés	Prix payé
Pascale	1	
Didier	2	
Agnès	3	12 F
Anne	4	16 F
Marcel	5	
Sophie	6	
Louis	8	
Catherine	10	
M. Dostal	15	
Mme Dupont	16	
M. Daudin	18	
Mme Lemaine	71	
M. Ducros	72	
M. Simon	75	

Figure 8 : Exemple d'épreuve utilisé par Ricco (1982)

L'analyse des démarches a dégagé la mise en œuvre de diverses stratégies. Celles-ci sont classées en deux catégories, soit les stratégies respectant la règle de proportionnalité et celles ne respectant pas la règle de proportionnalité. De plus, elles sont distribuées selon une hiérarchie composée de quatre niveaux. Les trois premiers niveaux correspondent aux stratégies ne respectant pas la règle de proportionnalité, tandis que le dernier niveau représente les stratégies respectant la règle de proportionnalité. Les différents niveaux attribués aux stratégies sont présentés au sein des prochains paragraphes.

1. Règles qui ne respectent pas la proportionnalité

Cette catégorie regroupe les niveaux de stratégie où les enfants dégagent des règles qui utilisent certaines propriétés de la fonction linéaire, mais en aucun cas et sous aucune forme la notion de coefficient constant.

Niveau 0 : Règles de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre strictement croissant

Cette stratégie consiste à établir arbitrairement les valeurs d'arrivée tout en respectant les relations de plus ou de moins. Au sein de cette démarche, aucune opération permettant de quantifier la relation de différence n'est impliquée. En fait, les seules contraintes respectées au sein de ce raisonnement est que la fonction en jeu a une croissance monotone. Par exemple, un enfant mettant en œuvre cette stratégie pourra affirmer que six cahiers coûteront environ 38 francs, en basant exclusivement son raisonnement sur l'idée que 6 cahiers doivent nécessairement coûter plus cher que trois.

Niveau 1 : Suite numérique +1

À partir de l'ensemble de départ, cette stratégie consiste à appliquer l'opérateur additif +1 aux images de l'ensemble d'arrivée (couples de données recherchés). Un élève appliquant cette stratégie pourrait, par exemple, affirmer que 6 stylos vont coûter 21 francs, puisque ceux-ci doivent coûter un franc de plus que le prix de cinq stylos (cinq stylos coûtent 20 francs).

Niveau 2 : Règles composites de caractère additif ou multiplicatif

L'enfant qui applique une stratégie de niveau 2 est en mesure de trouver les images manquantes à partir des données disponibles, et ce, en effectuant des compositions additives ou multiplicatives. Par ailleurs, la composition additive ou multiplicative employée afin de mettre en relation les deux éléments ne permet pas d'établir une constance (celle-ci n'assure pas la croissance linéaire). Afin d'illustrer comment s'opère une stratégie propre à ce niveau, Deshaies (2006) présente l'exemple suivant :

« L'enfant ajoute 6 au prix de 5 cahiers (20 francs) pour déterminer le prix de 6 cahiers. Ce raisonnement découle du fait que 6 cahiers correspondent à un de plus que 5 cahiers (6 cahiers vont alors coûter 26 francs (20 francs + 6 ; les 6 sont devenus 6 francs)). D'autre part, un enfant, pour déterminer le prix de deux cahiers, pourrait enlever deux au prix de trois cahiers (12 francs) ce qui lui permettrait d'affirmer que la valeur de 2 cahiers équivaut à 10 francs ».

2. Règles respectant la proportionnalité

Niveau 3 : Notion de constante

Cette catégorie se caractérise par la recherche d'une constante, en donnant à ce terme une signification très large. En fait, la constante peut être interprétée selon le cas comme écart, comme valeur unitaire, comme rapport entre l'arrivée et la source, comme scalaire, etc.

De plus, les stratégies de niveau 3 se répartissent en six catégories. Quatre de celles-ci permettent de résoudre le problème demandé, tandis que deux de celles-ci engendrent un calcul erroné. Ces différentes stratégies sont présentées dans les prochains paragraphes.

3a : Procédure des écarts constants

La procédure permettant de trouver une constante peut revêtir deux différentes formes, qu'il y ait ou non une reconnaissance de la valeur unitaire. La première forme (3a1) consiste à établir un écart constant sans qu'il y ait reconnaissance de la valeur unitaire. En établissant cette stratégie, les enfants réussissent à établir que d'une part, les éléments de l'ensemble de départ croissent d'un en un, tandis que d'autre part, dans l'ensemble d'arrivée, les éléments croissent de quatre en quatre. Dans ce contexte, les élèves obtiennent l'opérateur additif +4 afin de représenter la relation de différence entre deux images données. Toutefois, les élèves appliquent cette stratégie de résolution sans prendre connaissance de la valeur unitaire d'un stylo (un stylo vaut 4 francs).

À l'intérieur de la seconde forme (3a2), qui consiste à établir la valeur constante et la valeur unitaire, l'élève applique la même procédure et le même raisonnement que celui qui a été élaboré au sein de la première forme. Par ailleurs, cet élève comprend que l'écart existant entre deux images données correspond à la valeur unitaire.

3b : La procédure dite hypothétique

Cette stratégie consiste à attribuer arbitrairement un prix à un élément d'un ensemble. Ensuite, les élèves tendent à ajuster cette valeur à plusieurs reprises de manière à reconstituer le ou les couples donnés. Ricco (1982) soumet le protocole d'entrevue suivant pour illustrer cette procédure:

Combien coûte un stylo ?

- Enseignant : Tu ne peux pas savoir combien coûte un stylo ? Tu sais que 3 stylos coûtent 12 F.

- Élève : Mettons que ça (un stylo) coûte un franc. ; 1+1+1, ça va pas ; mettons 3 : 3+3+3, ça ne va pas !!!; mettons 4 : 4+4+4, ça fait 12, ça y est ! maintenant ça marche : un stylo coûte quatre francs.

3c : La procédure utilisant l'opérateur fonction

Cette procédure est de nature multiplicative en ce sens qu'un opérateur multiplicatif est dégagé entre l'ensemble d'arrivée et de départ. Afin d'illustrer cette procédure, Deshaies (2006) donne l'exemple suivant : « pour trouver le coût de 6 stylos, l'enfant divise par 3 le coût de 3 stylos (12F/3) ; ce nombre (4 francs pour 1 stylo) devient l'opérateur fonction (x 4) qui sera appliqué au nombre 6. Cette procédure prend deux formes distinctes : soit l'opérateur fonction avec ou sans reconnaissance unitaire. La procédure utilisant l'opérateur fonction est représentée au sein de la figure #9.

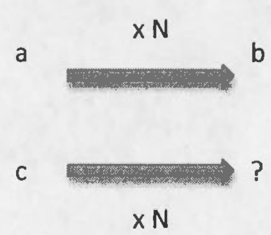


Figure 9 : Représentation de la procédure utilisant l'opérateur fonction

3d : La procédure utilisant l'opérateur scalaire

Cette dernière procédure permettant de résoudre un problème sur les proportions est aussi de nature multiplicative. À partir de cette procédure, l'opérateur multiplicatif est dégagé entre les éléments d'un même ensemble de mesure. Ensuite, celui-ci est appliqué à l'ensemble de départ. Par exemple, pour trouver le prix de huit stylos, l'enfant peut diviser les 3 stylos en 3 pour obtenir le prix d'un stylo. Ensuite, l'enfant multipliera ce dernier stylo par 8 afin d'obtenir un ensemble de 8 stylos. Dans le but d'obtenir l'ensemble d'arrivée, l'enfant exécutera les mêmes opérateurs, soit diviser par 3 le prix de 3 stylos (12 francs) pour obtenir le prix d'un stylo (4 francs) et ensuite, multiplier ce prix par 8 pour obtenir le prix de 8 stylos. La procédure utilisant l'opérateur scalaire est représentée au sein de la figure #10 :

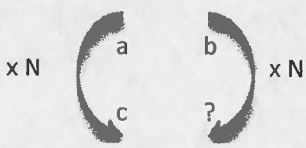


Figure 10 : Représentation de la procédure utilisant l'opérateur scalaire

3e : procédure d'échec[23] : la procédure qui consiste à fixer la valeur unitaire au hasard

Cette procédure mène à un échec. Les enfants utilisant cette procédure sélectionnent arbitrairement des valeurs aux images afin de résoudre le problème

[23] Au sein de sa typologie, Ricco (1982) inclut deux procédures menant à l'échec à l'intérieur du troisième niveau de sa classification. Cela se justifie par le fait que celle-ci attribue une signification très large à la notion de constance. En fait, cette chercheure interprète la constante selon le cas comme un écart, comme valeur unitaire, comme rapport entre l'arrivée et la source, comme scalaire, etc.

demandé. Ceux-ci mettent en branle cette stratégie puisqu'ils ne sont pas capables d'établir les relations numériques qui interviennent dans la détermination de la constante assurant la croissance linéaire de l'ensemble d'arrivée. Par exemple, de façon aléatoire, l'enfant pourra répondre spontanément qu'un cahier coûte 2F et maintenir sa réponse sans pouvoir fournir d'argument justifiant celle-ci.

3f : procédure d'échec : la procédure qui consiste à prendre comme valeur unitaire l'élément n du couple donné

Cette procédure engendre un échec. L'enfant détermine la valeur unitaire en confondant les termes connus d'un couple et en n'appliquant aucun opérateur aux éléments du couple. Par exemple, un enfant pourrait affirmer que le prix d'un cahier est trois francs, puisque 3 cahiers coûtent douze francs.

L'analyse des résultats de Ricco (1982) a dégagé que 70% des élèves de CE1 (entre 7-8 ans) adoptent une procédure ne respectant pas la notion de constance, tandis qu'à partir du CE2 (entre 10 et 11 ans), 80% des enfants utilisent des stratégies de niveau 3. De plus, il a été observé que 100% des élèves du CM2 adoptent des stratégies propres à ce dernier niveau. Ensuite, l'analyse des procédures de Ricco (1982) a établi que les jeunes élèves du primaire abordent majoritairement des stratégies additives afin de résoudre des problèmes d'isomorphismes de mesure. Puis, en vieillissant, les élèves ont tendance à s'approprier graduellement des stratégies de nature multiplicative. À ce sujet cette auteure mentionne que les procédures impliquant l'opérateur scalaire sont privilégiées à l'opérateur fonction. Les résultats de cette recherche contribuent à décrire la manière à laquelle s'opère le raisonnement proportionnel des élèves de différentes tranches d'âge, et ce, au sein des problèmes typiquement scolaires. À l'intérieur des prochains paragraphes, nous relèverons une seconde étude provenant du domaine de la psychologie cognitive.

2.4.2.2 L'étude de Levain (1997)

Dans le cadre de son projet de recherche, Levain (1997) a mené deux expérimentations distinctes. Lors de sa première expérimentation, ce chercheur a présenté dix-neuf problèmes d'agrandissement distincts à 225 élèves âgés de onze à quinze ans. Sa démarche de recherche visait à répondre aux trois objectifs suivants :

1- Explorer les compétences des élèves à résoudre des problèmes d'agrandissement et d'échelle[24] sur une large période de temps
2- Catégoriser et décrire les différentes procédures de résolution
3- Analyser si la réussite ou l'échec renvoie à des profils cognitifs spécifiques ainsi qu'à l'utilisation de procédures particulières

Lors de l'interprétation des données, Levain (1997) a formé cinq sous-groupes d'élèves, à partir de son échantillon, et ce, en fonction du profil cognitif de ceux-ci (le niveau de réussite, le degré d'objectivation du rapport et la plus ou moins grande familiarité avec les différents types de problèmes). Les principales conclusions de ses analyses sont les suivantes :

- Il y a un écart de réussite important entre les problèmes d'agrandissement et les problèmes d'échelle. En fait, le taux de réussite des problèmes

---

[24] Les problèmes d'agrandissement de Levain (1997) se distinguent des problèmes d'échelles dans le sens où ceux-ci impliquent la mise en œuvre d'une représentation graphique, tandis que les problèmes d'échelles correspondent à des énoncés de problèmes verbaux.

d'agrandissement progresse de 25% chez les élèves de 11 ans à 75% chez les élèves de 13 ans. Par ailleurs, les problèmes d'échelles sont réussis dans une proportion de 25% chez les élèves de 11 ans, mais ce taux n'augmente qu'à 33% chez les élèves de 15 ans.

- L'utilisation du rapport fonction ou scalaire dépend plus de la tâche que des particularités cognitives du sujet. En fait, les rapports internes ont été rarement observés à l'intérieur de ce projet de recherche.
- L'âge de 13 ans constitue une période importante dans la maîtrise des problèmes d'agrandissement.
- Une conceptualisation spécifique de l'échelle semble différencier les « bons élèves» de ceux qui sont en difficulté. Les « bons » élèves conceptualisent l'échelle principalement comme une opération impliquant la mise en œuvre du sens rapport de la division ; les élèves « faibles » démontrent des difficultés à utiliser des nombres fractionnaires et à reconnaître des rapports d'agrandissement. À ce sujet, Levain (1997) mentionne que l'acquisition du sens rapport est plutôt indépendante de la maturation cognitive du sujet. En fait, celle-ci découlerait plutôt des acquisitions scolaires de l'enfant. Conséquemment, ce chercheur recommande au milieu scolaire d'effectuer un enseignement précoce du concept de rapport.

À l'intérieur d'une seconde expérimentation, Levain (1997) a effectué des entretiens « cliniques » auprès de vingt élèves volontaires âgés de 10 à 14 ans. Les participants étaient divisés en deux groupes distincts. Neuf de ceux-ci étaient répertoriés en tant que «bons élèves», tandis que onze de ceux-ci étaient caractérisés d'élèves en difficulté. L'analyse des entretiens a permis de dégager que les élèves en difficulté se construisent rarement une représentation de la tâche, tandis que les «bons élèves» prennent le temps nécessaire afin de se construire une représentation du problème : graphique (schémas et dessins) ou orale (verbaliser les données essentielles).

De plus, les observations de ce chercheur ont dégagé que les élèves en difficultés n'harmonisent pas fréquemment les unités d'un rapport (en fait, un numérateur pourrait être représenté en centimètres, tandis que le dénominateur le serait en mètres). Cet auteur mentionne aussi qu'il est difficile de confronter les élèves faibles lorsque ceux-ci commettent des «erreurs aberrantes». En fait, il semble que ces élèves utilisent les mathématiques comme étant une discipline distincte, qui ne permet pas d'agir sur la compréhension du réel.

En dernier lieu, il est important de mentionner les diverses pistes de propositions didactiques que Levain (1997) propose en guise de conclusion. Ces pistes se formulent ainsi :

1- Il convient de présenter à l'élève une plus grande variété de problèmes qui traduisent plus systématiquement les différentes structures de proportionnalité.

2- Il importe, en ce sens, de faire varier les différentes valeurs numériques à l'intérieur d'une même structure de problèmes.

3- Il apparaît nécessaire de souligner qu'un même problème peut être traité de différentes manières afin d'aider l'élève à mieux analyser le problème et à construire un répertoire de procédures.

4- Il importe d'attirer l'attention des élèves sur la commutativité de la multiplication tout au long du processus d'apprentissage.

5- Il convient d'insister sur la nécessité de traiter les problèmes simples, nécessitant une seule multiplication ou division,

> comme de véritables problèmes de proportionnalité et de bien en schématiser la structure à quatre termes.
>
> (Levain, 1997 ; p.227)

En définitive, l'étude de Levain a dégagé que l'acquisition du raisonnement proportionnel, tel que mis en œuvre au sein des problèmes d'agrandissement et d'échelles, ne découle pas spécifiquement d'une maturation cognitive universelle, mais plutôt des acquis scolaires de l'élève. De plus, les entretiens « cliniques » qu'il a menés ont pavé la voie à diverses propositions didactiques concernant l'enseignement de la proportionnalité. Ces constatations favorisent l'émergence de recherches, propres au domaine de la didactique des mathématiques, concernant la thématique du développement du raisonnement proportionnel.

2.4.3 La littérature relevant du domaine de la didactique

Depuis, les dernières décennies, les recherches sur la proportionnalité prennent davantage en considération les apprentissages scolaires des sujets (Comin, 2002). Cela se traduit par l'émergence de considérations didactiques dans la mise en œuvre des projets abordant cette thématique de recherche. À l'intérieur de cette section, nous résumons une des principales recherches québécoises, relevant du domaine de la didactique des mathématiques, qui a traité de la résolution de problèmes sur les proportions.

2.4.3.1 L'étude de René de Cotret (2006)

Dans le cadre de sa recherche, René de Cotret (2006) a abordé deux objectifs distincts, soit : d'étudier l'indice de proportionnalité des thèmes et de documenter l'effet de l'insertion d'un troisième couple de données à l'intérieur d'un problème de proportions. Afin de répondre à ces deux objectifs de recherche, cette chercheure a élaboré deux expérimentations distinctes.

Lors de la première expérimentation, René de Cotret (2006) avait pour objectif de répondre à la question suivante : *Y a-t-il pour les élèves des thèmes plus "naturellement" proportionnels que d'autre ?* Afin de répondre à cette question de recherche, cette auteure a sélectionné trente et un élèves de secondaire 1 (16 élèves) ou 2 (15 élèves) afin de participer à son expérimentation. Les élèves devaient résoudre neuf problèmes impliquant sept thèmes distincts susceptibles d'engendrer un raisonnement proportionnel, soit : la vitesse, le pain, le mazout, le prix, le ruban, les robinets ainsi que la confiture. De plus, un problème non-proportionnel associé à l'âge fut inséré au sein du protocole de recherche. Pour chacune des tâches, René de Cotret (2006) distribuait aux élèves un énoncé déjà résolu. Les élèves devaient indiquer si, à leur avis, la solution proposée était correcte, incorrecte, ou s'ils ne pouvaient pas s'avancer sur cette situation. Les solutions proposées impliquaient un raisonnement additif erroné. Par ailleurs, cette chercheure a mentionné que le rejet des solutions proposé ne signifie pas que l'élève considérait le thème abordé par le problème comme étant proportionnel.

L'analyse des données de René de Cotret (2006) a établi que chacun des thèmes implique un niveau différent de reconnaissance de la proportionnalité. En fait, le classement des thèmes selon leur indice de proportionnalité est le suivant :

vitesse, prix, pain et mazout. De plus, cette chercheure a mentionné que, bien que le thème de mazout semble peu proportionnel, il ne semble pas être perçu additivement pour autant. La difficulté des élèves à se représenter une situation caractérisée par ce thème, découle du fait que les élèves n'étaient familiers ni avec le mazout ni avec la consommation d'un système de chauffage.

D'autre part, cette chercheure a observé un lien entre la fréquence de réussite et l'indice de proportionnalité pour les problèmes de prix, de pain et de mazout. En fait, pour ces thèmes, la réussite semble être étroitement liée à la perception de la proportionnalité. Par contre, l'indice de reconnaissance de la proportionnalité dans les problèmes de vitesse est nettement supérieur à sa fréquence de réussite. Ce constat fut justifié par la présence d'autres facteurs d'échecs qui affectent ce thème.

Par ailleurs, la présence du problème d'âge, associé à un modèle additif non-proportionnel, a évoqué *«une mention explicite de la proportionnalité des autres thèmes»* (René de Cotret, 2006, p.138). En fait, René de Cotret (2006) a mentionné que ce type de problème semble avoir permis à certains élèves de préciser leur conception de proportionnalité, et ce, en permettant une comparaison des modèles proportionnel et additif.

En dernier lieu, pour le problème lié aux confitures, des rapports entiers ont été attribués entre les données. Cette démarche a fait en sorte que la majorité des participants a rejeté un procédé additif afin d'adopter un raisonnement proportionnel concernant la mise en œuvre d'une recette. En fait, pour cet énoncé, la majorité des élèves a adopté un raisonnement lié au double. Cette situation a permis de dégager qu'un rapport entier entre les données peut favoriser la reconnaissance de la proportionnalité.

Suite à cette première expérimentation, René de Cotret (2006) a conclu que la reconnaissance de la proportionnalité ne mène pas toujours à un traitement proportionnel et que celle-ci n'est pas nécessairement garante de la réussite des élèves. Cette situation a amené cette chercheure à effectuer une seconde expérimentation. Cette expérimentation visait à dégager si l'ajout d'un troisième couple de données peut préciser la proportionnalité du problème, tout en favorisant un traitement proportionnel. Trois sous-questions distinctes ont découlé de cette démarche de recherche:

- Quels sont les changements de procédures apportés par la présence d'un troisième couple ?
- Le troisième couple peut-il contribuer à préciser le modèle proportionnel ?
- Peut-on utiliser le troisième couple pour amener les élèves à réaliser que les thèmes ne sont pas proportionnels d'emblée ?

La seconde expérimentation comportait 12 problèmes impliquant les 6 thèmes suivant: vitesse, mazout, brioche, prix, confitures et robinets. Chacun des thèmes fut associé à un problème à 2 couples, ainsi qu'à un autre à 3 couples. Le thème du pain fut remplacé par un autre thème de même texture soit la Brioche. D'autre part, le thème d'âge a été éliminé et le thème des Robinets a été ajouté. Un seul élève fut choisi par chaque dyade d'élèves (binômes), et ce, afin de participer au travail individuel de la seconde expérimentation.

Cette expérimentation a permis d'obtenir quelques résultats fort intéressants :

- L'ajout du troisième couple de données contribue à préciser la proportionnalité. Certains élèves abandonnent leurs procédures additives afin d'utiliser des procédures proportionnelles.

- Cet ajout favorise le passage des procédures scalaires vers des procédures fonctions.

- De plus, cette expérience permet de constater que lorsque les élèves en ont l'opportunité, ceux-ci tendent vers une activité de modélisation. Tel que cité dans El-Assadi (2008), les élèves se sont concentrés vers «*la recherche des régularités [ou des invariants dans les problèmes] qui peut s'apparenter à la recherche d'un modèle permettant d'établir une relation satisfaisante entre les données.*» (René de Cotret, 2006, p. 143). En plus, le processus de modélisation permet «*d'inférer un modèle à partir du contexte*». (René de Cotret, 2006, p. 67) étant donné qu'un «*contexte est principalement composé du thème et de valeurs numériques attribuées aux variables de ce thème*» (René de Cotret, 2006, p. 63). Dans cette perspective, «*le thème est défini par une relation de dépendance entre deux variables*» (René de Cotret, 2006, p. 62).

René de Cotret (2006) a conclu en mentionnant que l'activité de modélisation offre l'avantage de redonner un sens à l'activité mathématique des élèves. De plus, cette chercheure a ajouté que cette activité constitue un projet réaliste, puisque la simple introduction d'un troisième couple dans les problèmes de proportions permet d'amorcer ce processus chez les élèves du secondaire.

2.4.4 Retour sur les études recensées

En effectuant un retour sur les études recensées, il est possible de dégager que l'évolution sur les recherches ayant traité de la proportionnalité s'est effectuée à partir d'une progression graduelle à l'intérieur de divers courants. La principale étude pionnière a été mise en œuvre par Piaget et Inhelder (1951). À cette époque, l'acquisition d'un raisonnement proportionnel était expliquée par une vision psychogénétique du développement qui se traduisait par l'adhésion à un stade spécifique. Par la suite, divers auteurs ont adopté un cadre interprétatif associé à la psychologie cognitive (Noelting 1980a, 1980b ; Desjardins et Hétu, 1974 ; Ricco, 1982) afin d'explorer la séquence à laquelle s'opère l'acquisition du raisonnement proportionnel des enfants en fonction de leur âge et du degré d'efficacité des stratégies utilisées. Par ailleurs, les résultats de ces études ont amené les chercheurs à émettre l'hypothèse selon laquelle différentes variables relatives à la structure du problème pouvaient influencer la mise en oeuvre d'un raisonnement proportionnel. Ce constat a engendré un nouveau courant de recherche qui s'est traduit par l'émergence de différentes recherches en didactique des mathématiques. C'est dans cette lignée que l'étude de René de Cotret (2006) a été effectuée. L'ensemble des écrits recensés permet de traduire sommairement l'évolution des recherches ayant traité du développement proportionnel.

CHAPITRE 3

MÉTHODOLOGIE

Ce présent chapitre présente la démarche méthodologique mise en œuvre afin de répondre à nos questions de recherche. Ce chapitre est divisé en cinq sections. À l'intérieur des quatre premières sections, nous présentons notre devis méthodologique, ainsi que chacune des phases du protocole de recherche. Par la suite, dans le cadre de la cinquième section, sont traités les aspects déontologiques spécifiques à cette recherche.

3.1 Devis méthodologique

Afin de répondre aux objectifs de notre étude, nous avons utilisé un devis mixte, tel qu'entendu par Creswell (2003). En effet, le devis que nous avons mis en place a la particularité de se diviser en trois phases distinctes : les phases 1 et 3 relèvent d'une approche qualitative, alors que la phase 2 relève d'une approche quantitative.

La première phase vise à la réalisation de l'analyse *a priori* par laquelle sont choisies les variables didactiques à partir desquelles sont construits les énoncés de problèmes de proportionnalité. Cette analyse s'alimente non seulement des études recensées, mais également d'entretiens semi-dirigés effectués successivement auprès d'élèves québécois de 6^{e} année, et ce, afin de spécifier les raisonnements[25] susceptibles d'être mis en œuvre dans la résolution d'énoncés de problèmes de « 4^{e} proportionnelle ». Le choix des variables didactiques et de leurs valeurs est essentiel pour obtenir le plus large spectre possible de calculs relationnels.

La seconde phase, de nature quantitative, poursuit trois finalités. La première est de procéder à une comparaison des rendements et des procédures de résolution mises en œuvre par les différents types de participants considérés dans cette recherche, soit : les élèves à risque, les élèves ayant un TDA/H, les élèves ayant un TDA, ainsi que les élèves tout-venant[26]. La seconde est d'évaluer l'influence des variables didactiques des énoncés et de l'effet-classe sur le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions. Enfin, la troisième est d'éprouver le critère du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement des élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques impliquant un raisonnement proportionnel.

La troisième phase s'inscrit dans la suite de la première phase par la réalisation d'une analyse *a posteriori*. Cette analyse vise d'abord à identifier les calculs relationnels engagés par les participants en fonction des variables didactiques des problèmes. Elle vise, ensuite, à dégager les raisonnements mis en œuvre par les

---

[25] Dans le cadre de cette thèse, nous utilisons indistinctement les termes « calcul relationnel » et « raisonnement » afin de référer à la mise en relation des données qu'effectuent les élèves lors de la résolution d'un problème.

[26] Afin d'opérationnaliser notre projet de recherche, il est important de mentionner que nous avons décidé d'adopter le terme « type » d'élèves au lieu du terme « catégorie » d'élèves. Bien que le choix ne corresponde pas à la nomenclature utilisée dans les documents ministériels, nous considérions que le terme « catégorie d'élèves/participants » était péjoratif.

différents types d'élèves. La figure #11 permet de synthétiser le protocole de recherche.

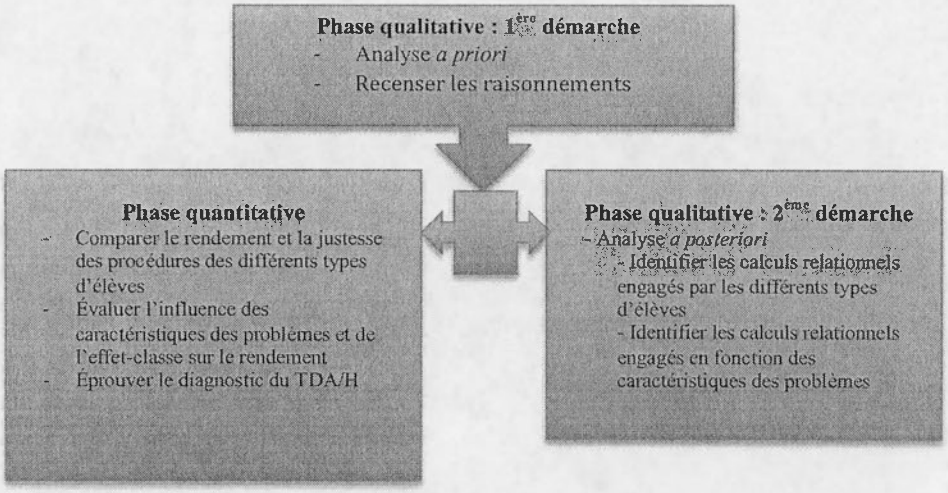


Figure 11 : Synthèse des différentes phases de notre protocole de recherche

3.2 Première phase : Analyse *a priori*

L'analyse *a priori* repose non seulement sur les recherches recensées, mais également sur les résultats d'une expérimentation[27]. Cette expérimentation vise à dégager les raisonnements susceptibles d'être mis en œuvre dans la résolution d'énoncés de « 4e proportionnelle », construits en respectant un certain nombre de variables didactiques. Dans ce qui suit, sont exposées les caractéristiques des énoncés de problèmes, les modalités relatives à la sélection des élèves pour cette

---

[27] Nous avons effectué des entretiens semi-dirigés afin d'observer si les variables didactiques insérées au sein des problèmes permettaient d'obtenir un vaste éventail de calculs relationnels. De plus, en complémentarité à notre analyse a priori, cette démarche a permis de dégager un éventail élargi de calculs relationnels.

expérimentation, ainsi que l'analyse qualitative des conduites récoltées au cours de cette première phase.

3.2.1 Caractéristiques des énoncés de problèmes

Considérant les travaux de Levain et Vergnaud (1994-95) selon lesquels la recherche d'une quatrième proportionnelle est à la portée des enfants de CM2[28], et ce, lorsque les données numériques sont simples et que les contextes sont familiers, nous avons proposé des énoncés de problèmes de type « quatrième proportionnelle » aux participants à l'étude.

3.2.1.1 Variables didactiques retenues

En nous référant aux recherches sur la résolution de problèmes de proportionnalité, nous avons identifié trois variables qui semblent influencer le type de raisonnement mis en œuvre par les élèves.

3.2.1.1.1 L'information contenue dans l'énoncé

Sur la base des travaux de Voyer (2010)[29], la première variable retenue est relative au type d'information contenu dans l'énoncé de problème. Quatre valeurs

---

[28] Au Québec, le cycle CM2 (cours moyen de deuxième année), propre au système scolaire français, correspond à la sixième année du primaire.

[29] En référence à la section #2.2.2.3 du cadre théorique.

différentes sont attribuées à cette variable : 1) l'information contenue dans l'énoncé présente exclusivement les données essentielles à la résolution d'un problème ; 2) l'information contenue dans l'énoncé présente des éléments d'informations superflus à la résolution du problème ; 3) l'information contenue dans l'énoncé présente des éléments d'information situationnels ; 4) l'information contenue dans l'énoncé présente simultanément des éléments d'informations situationnels et explicatifs.

Les travaux de Voyer (2010) montrent que les élèves ayant un faible rendement scolaire et présentant des difficultés en lecture obtiennent des résultats inférieurs, lors de la résolution de problèmes impliquant des éléments d'information situationnels, à ceux obtenus par les autres élèves. Aussi, certains travaux recensés au chapitre précédent (Barry, Lyman et Klinger, 2002 ; Zentall, 2009) tendent à montrer que les élèves ayant reçu un diagnostic du TDA/H ont un rendement inférieur lors de la résolution de problèmes écrits impliquant des éléments d'information superflus à celui obtenu par les élèves n'ayant pas reçu ce diagnostic.

3.2.1.1.2 Le rapport numérique entre les données

Selon les travaux de René de Cotret (2006), la nature du rapport entre les données numériques influence la mise en œuvre des stratégies de résolution de problèmes de proportionnalité. Les différentes valeurs attribuées à cette variable dans le cadre de notre étude spécifient la nature des rapports entre les données : 1) le rapport scalaire entier ; 2) le rapport fonction entier ; 3) aucun rapport entier.

Nous n'avons pas retenu le rapport de type « *entiers partout»* tel qu'utilisé dans l'étude de René de Cotret, puisque que le défi engendré par ce type de problèmes n'est pas adapté aux élèves de sixième année primaire[30].

3.2.1.1.3 Le nombre de couples

Prenant appui sur l'étude de René de Cotret (2006), le nombre de couples de données est également retenu comme variable didactique. Ainsi, les énoncés soumis dans cette étude comportent soit 2 ou 3 couples de données.

3.2.1.2 Variables contrôlées

Afin d'assurer une homogénéité en ce qui concerne la difficulté engendrée par chacun de ces problèmes, nous avons décidé de contrôler d'autres variables.

3.2.1.2.1 La taille des nombres

Tous les nombres que nous avons utilisés correspondent à des entiers naturels (restreints à l'ensemble N). Ces nombres sont supérieurs à 1 et inférieurs ou égaux à 100. Nous avons choisi d'éviter des nombres inférieurs à 1, puisque selon René de Cotret (2006), les nombres inférieurs à 1 peuvent être une source de difficulté pour les élèves.

---

[30] La préexpérimentation a permis d'établir que les problèmes de type « *entiers partout* » étaient trop faciles à résoudre pour des élèves de sixième année.

3.2.1.2.2 Le coefficient de proportionnalité

Afin de nous assurer que les valeurs numériques ne permettent pas aux élèves de résoudre les problèmes par l'utilisation d'un rappel direct de leurs connaissances concernant les tables de multiplication, nous avons impliqué des coefficients de proportionnalité présentant un niveau de difficulté adapté à leur degré scolaire. En fait, les coefficients de proportionnalité que nous avons mis en place sont inférieurs ou égaux à 3.

3.2.2 Sélection des problèmes de la première phase

Par un jeu sur les variables didactiques, ainsi que les différentes valeurs que peut prendre chacune d'elles, douze énoncés de problèmes [4 (types d'information impliqués dans le problème) x 3 (types de rapports numériques)] sont générés. Les caractéristiques de chacun des problèmes sont présentées au sein du tableau # 9. Au sein de la figure présentant les différentes caractéristiques de nos problèmes, les énoncés comportant 3 couples de données sont caractérisés par un astérisque (*).

Tableau 9

Présentation des énoncés de problèmes en fonction des valeurs des variables didactiques

	Données essentielles	Éléments situationnels	Éléments superflus	Version complète[31]
Rapport scalaire entier	Problèmes #8	Problème #2*	Problème #9	Problème #4
Rapport fonction entier	Problème #5	Problème #1[32]	Problème #10*	Problème #6
Aucun rapport entier	Problème #12	Problème #11	Problème #3	Problème #7*

Les énoncés que nous avons construits sont des adaptations des problèmes de l'étude de Misailidou et Williams (2003) qui identifie 13 énoncés favorisant l'émergence du raisonnement proportionnel. Nous avons préalablement effectué une traduction libre de ceux-ci. Puis, nous avons reformulé ces problèmes pour qu'ils varient en fonction des valeurs des variables didactiques retenues. L'adaptation que nous avons réalisée des énoncés de Misailidou et Williams (2003) est présentée à l'intérieur de l'annexe #1.

---

[31] Les problèmes caractérisés par une version complète se définissent par la présence simultanée d'éléments d'information situationnels et explicatifs.

[32] Dépendamment de l'interprétation adoptée, il est important de mentionner que le problème #1 peut aussi être caractérisé par un *rapport scalaire entier*.

3.2.3 Sélection des participants

Dans le cadre d'entretiens semi-dirigés, nous avons soumis les énoncés problèmes à 16 élèves d'une classe de sixième année primaire, provenant de la commission scolaire de la Capitale[33]. Ces entretiens suivent une préexpérimentation menée auprès de 3 élèves, laquelle a permis à l'expérimentateur de se familiariser avec le protocole d'entretien semi-dirigé. L'ensemble des entretiens s'est déroulé aux mois de janvier et de février 2012.

3.2.4 Modalités relatives à l'entretien

La durée des entretiens est d'environ 60 minutes. L'expérimentation s'est déroulée lors des heures régulières de classe. L'ensemble des traces écrites et orales est recueilli par l'expérimentateur.

Lors de cette première phase, les élèves sont rencontrés individuellement. Afin de faire en sorte que la durée des entretiens soit raisonnable, nous avons administré 6 problèmes, sélectionnés à l'intérieur de notre banque de douze énoncés, et ce, à chacun des élèves. Pour chacun des problèmes présentés, chaque participant est invité à faire une première lecture silencieuse. Puis, afin de s'assurer que des difficultés relatives aux habiletés en lecture n'interfèrent pas dans la compréhension

---

[33] Il est important de mentionner que nous avons effectué notre expérimentation à l'intérieur d'une classe régulière du primaire sans considérer les types d'élèves. Les élèves ont été sélectionnés par le biais d'une méthode d'échantillonnage de volontaires.

du problème, l'expérimentateur procède à une seconde lecture à haute voix des différents énoncés de problèmes.

Ensuite, les participants doivent résoudre oralement le problème. Au besoin, afin d'effectuer des calculs écrits, un stylo et du papier sont mis à leur disposition. Afin d'obtenir le plus grand nombre de traces écrites possible, on demande aux élèves de ne pas effacer leurs traces, mais plutôt de les rayer.

3.2.5 Analyse des raisonnements mis en oeuvre

Comme il a été mentionné précédemment, l'analyse *a priori* s'appuie non seulement sur les études recensées, mais également sur les résultats obtenus lors de la première phase. Prenant appui sur la typologie des problèmes de Ricco (1982), les principaux raisonnements attendus pour chacun des énoncés de problèmes soumis aux 16 élèves sont présentés au tableau # 10.

Cette typologie comporte quatre niveaux[34]. Les trois premiers impliquent des raisonnements qui ne respectent pas la proportionnalité (niveaux 0, 1 et 2). Seul le dernier niveau (niveau 3) implique un raisonnement de type proportionnel [35]. Ces niveaux se déclinent ainsi :

> *Niveau 0* : règles de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre strictement croissant ;

---

[35] Les différents niveaux de raisonnements mis de l'avant par Ricco (1982) ont été explicités à l'intérieur de la section #2.4.2.1.

Niveau 1 : suite numérique + 1 ; règle qui consiste à découvrir l'opérateur additif +1 qui engendre la suite numérique de l'ensemble de départ et à ajouter + 1 aux images de l'ensemble d'arrivée ;

Niveau 2 : règles composites de caractères additif ou multiplicatif ;

Niveau 3 : règles où apparaît la notion de constance :

3a : raisonnement des écarts constants avec reconnaissance ou non de la valeur unitaire ;

3b : raisonnement dit hypothétique impliquant la reconnaissance de la valeur unitaire ;

3c : raisonnement utilisant l'opérateur fonction ;

3c1 : raisonnement multiplicatif sans reconnaissance de la valeur unitaire ;

3c2 : raisonnement multiplicatif identifié à la valeur unitaire ;

3d : raisonnement utilisant l'opérateur scalaire ;

3e : (échec) : raisonnement qui consiste à fixer la valeur unitaire au hasard ;

3f (échec) : raisonnement qui consiste à prendre comme valeur unitaire l'élément n du couple donné

La prochaine section permettra de décrire les raisonnements mis en œuvre lors de notre pré-expérimentation, raisonnements qui ne relèvent pas de la typologie originale de Ricco (1982). Ensuite, une synthèse des raisonnements considérés dans le cadre de nos analyses sera mise de l'avant.

Tableau 10

Raisonnements susceptibles d'être mis en œuvre à la première phase

Typologie des raisonnements	Problème #1 RFE + Sit.	Problème #2 RSE + Sit.*	Problème #3 ARE+ Sup.	Problème #4 RSE+ V.C.	Problème #5 RFE + D.E.	Problème #6 RFE + V.C
Niveau 0 : règles de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre de croissance		X	X			X
Niveau 1 : suite numérique +1			X		X	
Niveau 2 : règles composites de caractère additif ou multiplicatif	X	X	X	X	X	X
Niveau 3a : raisonnement des écarts constants		X				
Niveau 3b : raisonnement hypothétique impliquant la reconnaissance de la valeur unitaire		X		X	X	X
Niveau 3c : raisonnement utilisant l'opérateur fonction	X		X		X	X
Niveau 3d : raisonnement utilisant l'opérateur scalaire		X	X	X		
Niveau 3e : raisonnement qui consiste à fixer une valeur unitaire au hasard	X					
Niveau 3f : raisonnement qui consiste à prendre un élément n du couple de données				X		

Typologie des raisonnements	Problème #7 ARE + V.C.*	Problème #8 RSE + D.E.	Problème #9 RSE+ Sup.	Problème #10 RFE+ Sup.*	Problème #11 ARE + E.Sit.	Problème #12 ARE + D.E.
Niveau 0 : règles de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre de croissance					X	X
Niveau 1 : suite numérique +1				X	X	X
Niveau 2 : règles composites de caractère additif ou multiplicatif	X	X	X	X	X	X
Niveau 3a : raisonnement des écarts constants	X			X		
Niveau 3b : raisonnement hypothétique impliquant la reconnaissance de la valeur unitaire		X	X	X		
Niveau 3c : raisonnement utilisant l'opérateur fonction	X			X	X	X
Niveau 3d : raisonnement utilisant l'opérateur scalaire	X	X	X		X	X
Niveau 3e : raisonnement qui consiste à fixer une valeur unitaire au hasard					X	
Niveau 3f : raisonnement qui consiste à prendre un élément n du couple de données						

Légende
RSE : Rapport scalaire entier
RFE : Rapport fonction entier
ARE : Aucun rapport entier
D.E. : Données essentielles
E.Sit. : Éléments d'information situationnels
E.Sup. : Éléments d'information superflus
V.C. : Version complète
* : Présence d'un troisième couple de données à l'intérieur de l'énoncé

3.2.5.1 Raisonnements non répertoriés par Ricco (1982)

Une analyse exhaustive des calculs relationnels réalisés par 16 élèves, lors de la résolution des 12 énoncés de problèmes de « 4e proportionnelle », a succédé à l'analyse *a priori*. Dans cette section, sont présentés les raisonnements qui émergent de cette analyse et qui ne sont pas répertoriés dans la typologie de Ricco (1982). L'identification de ces raisonnements vise à élaborer une adaptation de typologie de Ricco, adaptation qui prend en considération la spécificité de nos énoncés. Rappelons que le jeu sur les variables retenues dans cette étude génère des énoncés qui n'ont pas les mêmes caractéristiques que ceux utilisés dans l'étude de Ricco, notamment le mode de présentation des problèmes, les données numériques et le type d'informations. De plus, les participants sont plus âgés que les élèves de l'étude de Ricco (1982)[36].

L'analyse qualitative des protocoles permet d'identifier quatre raisonnements non répertoriés dans la typologie de Ricco (1982): 1) le calcul relationnel impliquant une donnée numérique impertinente ; 2) l'application successive de deux opérateurs multiplicatifs ; 3) la fraction opérateur (ou la règle de trois) ; 4) le recours à une suite logique croissante/décroissante lorsque l'énoncé du problème implique 3 couples de données.

Calcul relationnel impliquant une donnée numérique impertinente

Le calcul relationnel impliquant une donnée numérique impertinente n'est mis en œuvre que dans les énoncés où sont présentées des informations superflues. Ce

[36] En effet, l'ensemble de nos élèves intègrent des classes de sixième année, tandis que les participants à l'étude de Ricco (1982) intégraient des classes de CE1, CE2, CM1 et CM2.

calcul implique que soit dégagé correctement un opérateur, lequel opérateur est toutefois appliqué à une donnée non pertinente. Ce raisonnement a été particulièrement observé lors de la résolution du problème suivant :

<u>Les scouts</u>

18 scouts sont allés au camp Trois-Saumons la semaine dernière. Afin de nourrir ces enfants, 21 petits pains, 8 litres de lait, 4 lasagnes et 3 gâteaux au chocolat ont été préparés par le cuisinier. Au total, les enfants scouts ont eu le temps de compléter 12 activités. Cette semaine, 54 scouts visitent le camp. Combien de petits pains le cuisinier doit-il préparer cette semaine ?

Comme le montre l'extrait suivant, l'élève dégage correctement l'opérateur scalaire par la comparaison des éléments de nature semblable, soit : les quantités de scouts (x3). Cet opérateur est ensuite appliqué à une donnée impertinente soit le nombre d'activités plutôt que le nombre de pains. On peut penser que dans ce cas, les informations superflues ont un effet distracteur dans la résolution de l'énoncé.

<u>P6 (problème formulé)</u>

<u>E8 : Bon, alors voilà. 54 / 18 = 3. J'ai trouvé qu'il y avait 3 fois plus de scouts cette semaine. Et puis, 3 fois 12. Dans ce cas, les scouts effectueront donc 36 activités cette semaine.</u>

L'application successive de deux opérateurs multiplicatifs

Le raisonnement qui consiste à appliquer successivement deux opérateurs multiplicatifs est observé exclusivement dans la résolution du problème suivant :

Le voyage à New York

Lors d'un voyage à New York, M. Balboa place les élèves de sixième année en petits groupes composés de 7 élèves. Afin de s'assurer que les garçons et les filles puissent discuter ensemble, M. Balboa dispose 4 filles dans chaque groupe. S'il y a 84 élèves de sixième année qui participent au voyage, combien y a-t-il de filles au total ?

Pour résoudre cet énoncé de problème, certains élèves ont d'abord identifié le nombre de groupes d'élèves par une division de type «groupement» (ou «contenance») : 84 élèves ÷ 7 élèves/groupe= 12 groupes. Les élèves procèdent ensuite à la multiplication du nombre de groupes par le nombre de filles par groupe pour trouver le nombre de filles recherché (12 groupes x 4 filles/groupe = 48 filles). On pourrait aussi interpréter ce raisonnement comme la recherche puis l'application d'un opérateur scalaire. La recherche du nombre de filles demande implicitement de connaître le nombre de groupes. Ainsi, le nombre de groupes (12 groupes) correspond à l'opérateur scalaire (x12) qui permet de passer de 7 à 84 élèves, lequel opérateur est ensuite appliqué au nombre de filles par groupe pour trouver le nombre de filles de la classe.

P1 (problème formulé)

E3 : Alors, voici ma démarche. J'ai fait 84 / 7 = 12. Donc, il y a 12 petits groupes. Ensuite, voilà, il y a les filles. Donc, 12 x 4 = 48 filles.

La fraction opérateur

Le calcul relationnel faisant appel au sens opérateur de la fraction se schématise ainsi : x_1/y_1 de $x_2 = y_2$. Ce raisonnement s'apparente à la règle de 3 (règle de proportionnalité), telle qu'enseignée au sein du curriculum d'études au secondaire. Ce raisonnement prend la forme suivante : $y_2 = \frac{y_1 \times x_2}{x_1}$.

Comme le montre l'extrait suivant, E414[37] a utilisé une règle de 3 afin de dégager le rapport entre deux mélanges de peinture. L'application de la règle de 3 permet à l'élève de dégager la « 4ème proportionnelle ».

<u>P5 Le mélange de peinture</u>

Un mélange de couleurs est composé de 14 millilitres de peinture verte et de 8 millilitres de peinture jaune. En utilisant 56 millilitres de peinture verte, combien faut-il de millilitres de peinture jaune pour obtenir ce mélange ?

<u>E414 : Bon, pour celui-ci, voilà comment j'ai procédé. J'ai fait, 56 x 8. J'ai trouvé 448. Puis, après ma division avec 14, j'ai eu 32. C'est ça, c'est 32 millilitres… hmm, 32 millilitres de peinture jaune.</u>

Suite logique d'ordre croissant/décroissant

Un dernier raisonnement non prévu consiste à mettre en œuvre une suite logique croissante/décroissante. Ce raisonnement est utilisé lorsque l'élève tente de dégager une suite logique à partir des valeurs numériques provenant des différents couples de données. La mise en place de ce calcul relationnel implique l'absence d'un raisonnement proportionnel. Ce calcul est exclusivement observé dans la résolution des problèmes comportant trois couples de données. Soulignons cependant que les données numériques du problème semblent favoriser la mise en œuvre de ce raisonnement. Le calcul relationnel qui implique une suite logique d'ordre croissant/décroissant[38] est illustré dans ce qui suit:

---

[37] Il est important de mentionner que la décision d'ajouter ce raisonnement à notre typologie résulte de la collecte de données que nous avons réalisée lors du volet quantitatif de notre étude. Après avoir participé au volet quantitatif, E414 a été rencontré individuellement.

[38] Il est important de mentionner que le raisonnement impliquant une suite logique d'ordre croissant/décroissant a été recensé à l'intérieur du volet quantitatif de notre projet d'études.

P9- Le jus d'orange En pressant 4 oranges, il est possible d'obtenir 6 verres de jus d'orange. En utilisant 6 oranges, il est possible d'obtenir 9 verres de jus d'orange. Si je presse 10 oranges, combien de verres de jus vais-je obtenir ?

Pour résoudre cet énoncé de problème, un élève affirme qu'en pressant 10 oranges, on obtient 14 verres de jus. Ce raisonnement découle de la mise en œuvre d'une suite logique. La différence entre 4 et 6 (2) et entre 6 et 9 (3) qui est dégagée conduit l'élève à inférer qu'il y a une différence 4 entre les données du troisième couple.

P9 (formulé) E217 : Je te dis comment j'ai fait. Et bien, entre 4 et 6, c'est 2. Puis, entre 6 et 9, c'est 3. J'ai donc dit, entre 10 et 14, c'est 4. Alors, j'ai eu 14 verres.

3.2.5.2 Synthèse des raisonnements observés

L'analyse des données recueillies au cours de la première phase de la recherche permet donc de recenser quatre raisonnements non répertoriés dans l'étude de Ricco (1982). De plus, un raisonnement de cette typologie n'est pratiquement pas apparu, soit celui du raisonnement dit hypothétique (3b), qui se rapportait simultanément aux raisonnements impliquant les opérateurs scalaire/fonction. Il est donc retiré de la typologie pour notre étude. La synthèse des raisonnements utilisés afin de résoudre les énoncés de problèmes mathématiques que nous avons impliqués à l'intérieur de notre devis de recherche est présentée au sein de la figure #12. Cette typologie englobe les raisonnements observés par Ricco (1982), ainsi que ceux que nous avons observés dans le cadre de nos entretiens individuels ou de la réalisation des tests écrits relevant du volet quantitatif de notre recherche. Suite à la réalisation de cette première expérimentation, puisque nous avons dégagé une diversité de raisonnements adéquats ou non adéquats, nous avons décidé de conserver les variables didactiques retenues, ainsi que les valeurs numériques impliquées au sein des énoncés de problèmes.

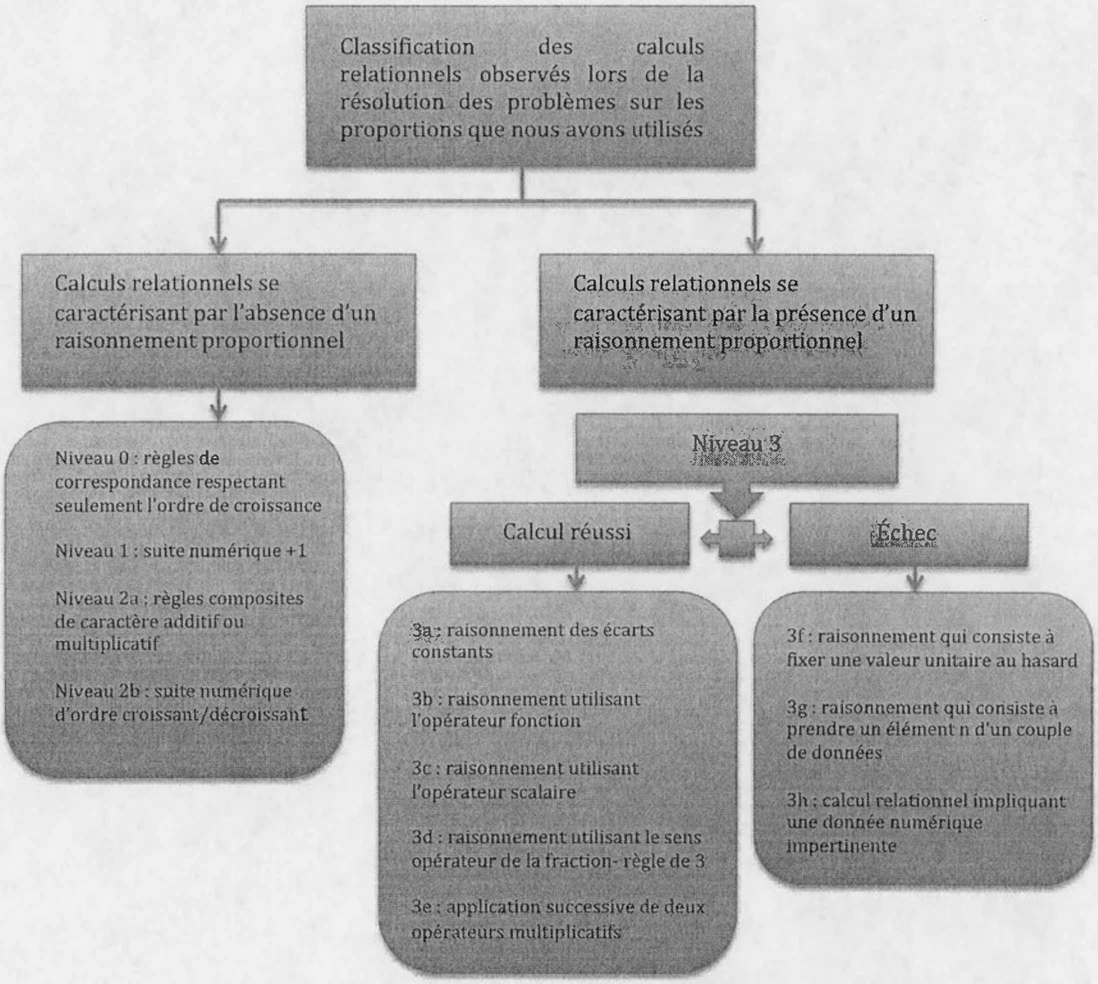


Figure 12 : Typologie des raisonnements observés dans la résolution des problèmes utilisés dans notre devis de recherche

3.3 Deuxième phase : démarche quantitative

À l'intérieur de notre protocole d'étude, nous avons inséré une seconde phase de recherche. Cette phase vise à comparer le rendement et la justesse des calculs relationnels mis en œuvre par les différents types de clientèle mis de l'avant à l'intérieur de notre devis. De plus, parallèlement à cette visée, nous souhaitons observer l'influence des caractéristiques du problème et de l'effet-classe sur le rendement à résoudre des problèmes.

En dernier lieu, par le biais de cette phase, nous avons pour objectif d'éprouver le critère du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement des élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques sur les proportions. Pour ce faire, nous avons vérifié si des indicateurs du niveau d'attention, alternatifs au diagnostic du TDA/H, ainsi que d'autres variables indépendantes, tels le niveau de motivation scolaire et le niveau du rendement en lecture, constituent de meilleurs prédicteurs du rendement des élèves en résolution de problèmes mathématiques.

À l'intérieur des prochains paragraphes, nous expliquons les modalités utilisées afin de sélectionner les participants de cette phase de l'étude. De plus, nous abordons l'opérationnalisation de cette phase de la recherche en présentant les instruments de mesure que nous avons utilisés, ainsi que la démarche effectuée lors de la collecte de données.

3.3.1 Les participants à l'étude

Dans le cadre de notre projet de recherche, nous avons choisi de restreindre notre échantillon d'étude aux élèves de sixième année du primaire. Ce choix méthodologique se justifie par le fait que nous avons décidé d'octroyer le plus de temps possible au milieu médical afin que celui-ci bénéficie d'un délai suffisant pour diagnostiquer les élèves ayant un TDA/H.

3.3.1.1 La sélection des participants

Afin de sélectionner les participants de notre étude, nous avons utilisé la technique de l'échantillonnage accidentel. Cela signifie que les participants sont choisis selon des critères bien précis (Fortin, 2006). Dans notre cas, nous avons choisi des élèves de sixième année provenant de classes régulières. Afin de constituer notre échantillon, nous avons approché diverses directions scolaires distinctes dans le but d'obtenir la collaboration des enseignants titulaires d'une classe de sixième année. Pour chacun des enseignants ayant accepté de participer à l'étude, nous avons sollicité les parents de l'ensemble des élèves intégrant la classe afin d'obtenir le consentement de ceux-ci. Les élèves n'ayant pas obtenu le consentement de leurs parents ont systématiquement été exclus du protocole de recherche.

3.3.1.2 L'échantillon de l'étude

Suite à la démarche visant à recruter des participants pour collaborer au projet de recherche, 28 enseignants se sont impliqués au sein du protocole de l'étude. Au total, l'échantillon que nous avons constitué a permis d'effectuer notre expérimentation sur 30 participants ayant un TDAH[39], 37 élèves ayant un TDA[40], ainsi que 39 élèves ayant reçu la catégorisation ministérielle « d'élèves à risque », sans TDA/H associé. De plus, 416 élèves sont catégorisés comme « tout-venant »[41]. L'ensemble des participants provient de quatre commissions scolaires distinctes, soit : des Navigateurs, de la Côte Sud, des Découvreurs, ainsi que de la Capitale. Ces commissions scolaires se situent dans les régions administratives de la Capitale-Nationale et de Chaudière-Appalaches.

De plus, nous avons systématiquement retiré de notre échantillon tous les élèves ayant participé à la première phase de notre étude. Cette démarche se justifie par le fait que nous souhaitons nous assurer qu'aucun élève n'ait préalablement résolu des énoncés de problèmes semblables à ceux utilisés au sein de la seconde phase de l'étude. Cette expérience aurait pu influencer le rendement des élèves à résoudre des problèmes sur les proportions.

En dernier lieu, il est important de mentionner que nous n'avons pas contrôlé la prise ou non de la médication de la part des élèves lors de la réalisation du volet quantitatif du volet de l'étude. Ce choix se justifie par le fait que nous avons décidé de collaborer avec les élèves tels qu'ils se présentaient au moment de l'expérimentation, et ce, en classant exclusivement les participants à partir du profil fourni par l'enseignant.

---

[39] Nous effectuons ici la distinction entre les sigles TDAH et TDA/H. Le TDA/H représente l'ensemble des individus ayant un trouble déficitaire de l'attention, et ce, quel que soit le sous-diagnostic attribué. Par ailleurs, le sigle TDAH réfère exclusivement aux individus ayant reçu un sous-diagnostic d'hyperactivité.

[40] Dans le cadre de notre recherche, nous avons utilisé le sigle TDA afin de référer aux élèves ayant exclusivement reçu un diagnostic du trouble déficitaire de l'attention de type inattention prédominante.

[41] Il est important de mentionner que l'attribution d'une catégorie spécifique à l'ensemble des participants à l'étude découle directement des informations que nous avons reçues de la part des enseignants titulaires d'une classe de sixième année du primaire.

3.3.1.3 Défection des participants

Pour diverses raisons, certains participants n'ont pas été en mesure de compléter l'ensemble du processus lié à la démarche de recherche. Puisque certains élèves n'ont pas obtenu l'autorisation d'une autorité parentale ou que d'autres enfants étaient absents lors de la journée de la passation des questionnaires, 83 élèves ont été exclus du protocole d'étude[42]. Ces participants sont répartis équitablement au sein des quatre types d'élèves que nous avons considérés au sein de notre protocole.

3.3.2 Première finalité: éprouver la perspective du primat des publics

Afin de comparer le rendement et la justesse des procédures[43] des différents types d'élèves lors de la résolution de problèmes de proportionnalité, nous avons utilisé une variable indépendante, soit les différentes clientèles impliquées dans notre étude. De plus, nous avons aussi mis de l'avant deux variables dépendantes, soit la justesse des procédures de résolution de problèmes, ainsi que le rendement en résolution de problèmes mathématiques. À l'intérieur des prochaines sections, nous discutons de la nature des variables impliquées à l'intérieur de ce volet de notre protocole.

---

[42] Conséquemment, au lieu de travailler avec un échantillon de 605 élèves, nous avons collaboré avec un échantillon de 522 élèves.

[43] Nous utilisons le terme « procédure » afin de référer à trois grandes catégories de raisonnements, soit : les calculs relationnels adéquats, les calculs relationnels inadéquats, ainsi que les raisonnements non identifiés.

3.3.2.1 Variable indépendante

3.3.2.1.1 Les types d'élèves

Afin de répondre à la première finalité de la phase quantitative, la variable indépendante utilisée correspond aux différents types d'élèves impliqués au sein du devis de l'étude. En fait, les quatre types d'élèves considérés correspondent aux classes suivantes, soit : les élèves à risque, les élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention avec hyperactivité (TDAH), les élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention sans hyperactivité (TDA), ainsi que les élèves tout-venant.

3.3.2.2 Variables dépendantes

3.3.2.2.1 Évaluation du rendement en résolution de problèmes sur les proportions

Afin d'opérationnaliser la phase quantitative, nous avons évalué le rendement[44] des élèves à résoudre des problèmes sur les proportions. Afin de porter un jugement sur la qualité de la démarche de résolution, telle qu'abordée par les participants, nous référons aux barèmes de correction de Voyer (2006). L'échelle de correction de Voyer est graduée en 5 points distincts. Les différentes cotes attribuables à la démarche de l'élève sont décrites de la manière suivante :

- Cote 5 : Démarche pertinente complète et réponse exacte

  L'élève utilise un graphique, un tableau, une liste ou toute autre démarche pour comparer les deux options en cause et obtenir une réponse adéquate

---

[44] À l'intérieur de ce projet de recherche, nous abordons le terme « rendement » afin de référer à l'évaluation conjointe du calcul relationnel et du calcul numérique de l'élève.

- Cote 4 : Démarche pertinente complète, mais erreur(s) de calcul

  L'élève fait une ou plusieurs erreurs de calcul. L'élève fait des erreurs de transcription.

- Cote 3 : Erreur d'interprétation des résultats obtenus OU démarche pertinente partielle avec cohérence dans la démarche

  L'élève interprète mal les résultats obtenus pour fournir sa réponse. L'élève utilise une stratégie cohérente (un tableau, une liste, etc.), mais ne se rend pas jusqu'au bout dans sa démarche. Sa stratégie comprend une façon de comparer les deux options.

- Cote 2 : Amorce d'une démarche pertinente

  La démarche n'est pas cohérente dans son ensemble. L'élève choisit une bonne option (addition répétée) pour obtenir la somme pour une ou deux options, mais ne fournit pas de moyen de comparer les deux options.

- Cote 1 : Aucune démarche pertinente

3.3.2.2.2 Évaluation des raisonnements en résolution de problèmes

Afin d'évaluer la justesse des procédures de résolution de problèmes mises en œuvre par les participants, nous avons effectué deux démarches successives. La première démarche consiste à définir chacun des raisonnements des élèves. Cette démarche est présentée dans les prochains paragraphes. Ensuite, nous avons regroupé ces raisonnements en trois catégories de procédures distinctes. L'opérationnalisation de cette seconde démarche est présentée au sein de la prochaine section.

Afin d'évaluer les raisonnements de nos participants en résolution de problèmes, nous avons soumis ceux-ci à neuf énoncés de problèmes de type « 4ème proportionnelle ». Les problèmes utilisés sont similaires à ceux présentés dans la première phase de l'étude. Pour chacun de ces énoncés, la taille des nombres, ainsi que la classe de problèmes ont été contrôlées. De plus, ces énoncés de problèmes varient en fonction du type de relation numérique entre les données, ainsi qu'en lien avec le type d'information qu'ils présentaient. Par ailleurs, afin d'éviter que le temps nécessaire à la résolution des problèmes soit trop élevé, nous avons retiré de notre protocole les problèmes impliquant des éléments d'information complets[45]. Les caractéristiques des neuf problèmes utilisés sont présentées à l'intérieur du tableau # 11. Au sein de cette figure, les énoncés de problèmes comportant 3 couples de données sont représentés par un astérisque (*). Ces problèmes ont été administrés aux participants à l'intérieur d'un cahier de l'élève. Ce cahier est présenté au sein de l'annexe #3.

Tableau 11

Présentation des énoncés de problèmes utilisés à l'intérieur du volet quantitatif

	Données essentielles	Éléments situationnels	Éléments superflus
Rapport scalaire entier	Problème #5	Problème #1	Problèmes #2* et #6
Rapport fonction entier	Problème #4	Problème #7*	Aucun problème
Aucun rapport entier	Problème #9*	Problème #8	Problème #3*

[45] Nous avons effectué ce choix suite à notre préexpérimentation. En effet, nous avons dégagé que les énoncés de problèmes impliquant des informations complètes ne semblent pas engendrer la mise en œuvre de calculs relationnels particuliers.

Dans le but d'identifier le calcul relationnel des élèves, en référant aux questionnaires complétés par les élèves, nous avons analysé les productions écrites de ceux-ci. Ces analyses ont permis de classifier les raisonnements des élèves selon l'adaptation de la typologie de Ricco (1982), effectuée au sein de la première phase de l'étude. Chacun des raisonnements observés est associé à une cote spécifique. Le système de codification est présenté à l'intérieur de lu tableau # 12. De plus, nous avons ajouté trois cotes afin de répertorier les différents raisonnements des élèves que nous n'avons pas identifiés. En fait, la cote 96 représente la mise en œuvre d'une réponse instantanée qui n'impliquait aucune trace visible du calcul relationnel engagé. La cote 97 représente les énoncés de problèmes que les élèves n'ont pas réalisés (sans même tenter une seule démarche visible de résolution). La cote 98 permet d'identifier la mise en œuvre d'un raisonnement inconnu. Enfin, la cote 99[46] signifie la présence d'une donnée manquante.

Il est important de mentionner que cette classification des raisonnements implique un grand nombre de cotes distinctes. Puisqu'il est impossible de réaliser des tests statistiques paramétriques sur une quantité aussi élevée de raisonnements, nous avons regroupé ceux-ci en fonction de la justesse impliquée lors de la résolution des problèmes. Ces groupements sont présentés au sein de la prochaine section.

---

[46] Il est important de mentionner que la cote 99 a été utilisée pour une seule des classes ayant participé à notre expérimentation. En fait, sur les 28 classes de sixième année constituant notre échantillon, il y a qu'une seule classe à l'intérieur de laquelle certains élèves n'ont pas bénéficié de suffisamment de temps afin de compléter le questionnaire.

Tableau 12

Système de codification utilisé afin de classifier les différents raisonnements utilisés lors de la résolution des problèmes

Classification des différents raisonnements observés		Cote utilisée
Niveau 0	Règles de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre strictement croissant	1
Niveau 1	Suite numérique + 1 ; règle qui consiste à découvrir l'opérateur additif +1 qui engendre la suite numérique de l'ensemble de départ et à ajouter + 1 aux images de l'ensemble d'arrivée	2
Niveau 2a	Règles composites de caractères additif ou multiplicatif	3
Niveau 2b	Suite logique d'ordre croissant/ décroissant	4
Niveau 3 : règle où apparaît la notion de constance		
Niveau 3a	Raisonnement des écarts constants avec reconnaissance ou non de la valeur unitaire	5
Niveau 3b	Raisonnement utilisant l'opérateur fonction	6
Niveau 3c	Raisonnement utilisant l'opérateur scalaire	7
Niveau 3d	Raisonnement qui consiste à utiliser le sens opérateur de la fraction – règle de 3	8
Niveau 3e	Application successive de deux opérateurs multiplicatifs	9
Niveau 3f (échec)	Raisonnement qui consiste à fixer la valeur unitaire au hasard	10
Niveau 3g (échec)	Raisonnement qui consiste à prendre comme valeur unitaire l'élément n du couple donné	11
Niveau 3h (échec)	Raisonnement qui consiste à utiliser une donnée numérique superflue	12
	Réponse instantanée – aucune démarche visible de résolution	96
	Problème abandonné sans que l'élève n'entame une démarche	97
	Raisonnement inconnu	98
	Donnée manquante : le problème n'a pas été complété par manque de temps	99

3.3.2.2.3 Considération de la justesse des procédures de résolution de problèmes

En considérant l'adaptation de la typologie de Ricco (1982) que nous avons réalisée, est regroupé l'ensemble des raisonnements recensés en trois catégories de procédures, soit : les procédures impliquant un raisonnement proportionnel, les procédures impliquant l'absence d'un raisonnement proportionnel, ainsi que les raisonnements inclassés. Ces regroupements visent à identifier explicitement l'ensemble des raisonnements appropriés concernant la résolution d'un problème sur les proportions, et ce, par rapport à l'ensemble des raisonnements inappropriés. De plus, cette catégorisation permet de distinguer les raisonnements adéquats, sans que nous ayons à considérer la justesse de la réponse numérique fournie.

3.3.2.3 Analyses statistiques effectuées

Afin de comparer le rendement en résolution de problèmes des différents types de participants, nous avons effectué des analyses de variance (ANOVA). Ces analyses de variance ont été effectuées pour chacun des neuf problèmes. Ensuite, dans le but de comparer les différences de répartition des quatre types de participants en fonction de la justesse des procédures utilisées, nous avons effectué des analyses du *khi carré*.

3.3.3 Deuxième finalité: éprouver la perspective du primat de la culture mathématique

À l'intérieur de cette section, nous décrivons la méthodologie utilisée afin de répondre à la seconde finalité de cette phase de la recherche. Dans un premier temps, nous expliquons la démarche adoptée afin d'évaluer l'influence des variables didactiques des énoncés sur le rendement à résoudre des problèmes de proportions. Dans un second temps, nous présentons la méthodologie mise en place afin d'évaluer l'effet-classe sur le rendement en résolution de problèmes.

3.3.3.1 Évaluation de l'influence des variables didactiques des énoncés de problème

Afin d'évaluer l'influence des variables didactiques des énoncés sur le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions, nous avons mis en place des analyses descriptives. Ces analyses visent à dégager les niveaux de difficulté impliqués par chacun des problèmes spécifiques, ainsi qu'en fonction des variables didactiques mises de l'avant. Par la suite, nous avons effectué une analyse de variance multivariée (MANOVA). Cette analyse vise spécifiquement à dégager s'il y a une différence significative en ce qui concerne la difficulté impliquée par chacun des problèmes.

En complémentarité avec nos MANOVA, nous avons effectué des tests T appariés pour chacune des dyades de couples de problèmes, ainsi qu'en fonction de chacune des dyades de catégories de problèmes[47]. Ces tests visent à dégager spécifiquement entre quels problèmes se situent les différences relevant de la difficulté du problème. De plus, nous avons effectué un test T supplémentaire afin de vérifier s'il existe des différences concernant le rendement à résoudre des problèmes impliquant 2 couples de données en comparaison avec les problèmes comportant 3 couples de données.

---

[47] Ces tests furent effectués puisque les résultats des MANOVA se sont avérés significatifs.

3.3.3.2 Évaluation de l'effet-classe sur le rendement en résolution de problèmes

Afin d'évaluer l'influence de l'effet-classe, nous avons effectué une analyse de variance (ANOVA). Cette analyse vise à dégager s'il existe une différence concernant le rendement en résolution de problèmes entre les différentes classes de sixième année avec lesquelles nous avons collaboré.

De plus, de manière à prendre en considération le rôle que pourrait entretenir le niveau socio-économique des participants, tel qu'opérationnalisé par les indices de défavorisation du MELS (indice de milieu socio-économique et indice du seuil de faible revenu), nous avons effectué une analyse de covariance (ANCOVA). Cette analyse a pour objectif de contrôler partiellement l'effet médiateur du niveau socio-économique quant à l'influence de l'effet-classe sur le rendement en résolution de problèmes sur les proportions.

3.3.4 Troisième finalité: éprouver le diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement en résolution de problèmes

À l'intérieur de cette phase quantitative, nous adoptons une troisième finalité. En fait, nous souhaitons éprouver le critère du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement de l'élève lors de la résolution de problèmes abordant la notion de proportionnalité. Cette démarche se justifie par les différentes critiques formulées concernant la validité de ce diagnostic spécifique. À l'intérieur des prochains paragraphes, nous discutons des variables utilisées afin de répondre à cet objectif.

3.3.4.1 Variables indépendantes

Afin d'éprouver le critère du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement des élèves en résolution de problèmes, nous avons inséré au sein de notre protocole sept variables indépendantes. Pour ce faire, nous avons considéré les principales variables, associées aux caractéristiques des élèves, susceptibles d'influer sur les résultats en résolution de problèmes mathématiques des élèves du primaire.

3.3.4.1.1 Évaluation de l'attention sélective

À l'intérieur de notre protocole, nous avons inséré une variable indépendante relative à l'attention sélective. Cette démarche se justifie par les propos de Bouvard, Le Heuvey et Mouren (2006), ainsi que de Bender (2008) qui affirment que l'attention sélective pourrait expliquer le faible rendement en résolution de problèmes des élèves à risque et, plus particulièrement, des élèves ayant un TDA/H.

Afin d'évaluer le niveau d'attention sélective des élèves, nous avons utilisé l'adaptation française de Baillargeon (1994) du Test 2 et 7 de Ruff (voir annexe #4). Ce choix méthodologique découle du fait que ce test a été validé en contexte québécois. La tâche impliquée par le test consiste à biffer des caractères représentés sous forme de «2» et de «7», tout en ayant à ignorer différentes sources de stimuli distracteurs (des chiffres ou des lettres). Les participants doivent passer au travers de 20 blocs distincts de stimuli et ils ont 15 secondes pour compléter chaque bloc.

3.3.4.1.2 Considération du diagnostic du TDA/H

Au sein de notre protocole d'étude, nous avons aussi impliqué le critère du diagnostic du TDA/H. Afin de considérer cette variable dans nos analyses, nous référons à deux critères distincts, soit : l'attribution du diagnostic du TDA/H ou la non-attribution du diagnostic.

3.3.4.1.3 Évaluation des habiletés en lecture

En correspondance avec les propos de Voyer (2006), le niveau d'habileté en lecture des participants est susceptible d'influencer leur rendement en résolution de problèmes. Afin d'évaluer cette variable spécifique, nous avons utilisé la méthode de Sovik, Frostrad et Heggberget (1999). Cette méthode consiste à demander à l'enseignant titulaire d'attribuer une cote de 1 à 3 pour chacun des participants, et ce, en fonction de leur rendement en lecture. La cote «3» signifie que le rendement de l'élève dans les disciplines considérées est élevé. Le participant étant catégorisé avec un «2» est considéré comme ayant un rendement moyen, tandis que le candidat recevant un «1» est perçu comme ayant un faible rendement scolaire dans la discipline évaluée.

Afin de valider leur méthode de catégorisation du rendement des élèves, Sovik, Frostrad et Heggberget (1999) ont comparé les classifications des enseignants avec des résultats obtenus à partir de tests standardisés. Cette analyse a permis de dégager un degré élevé d'homogénéité entre les données découlant de la méthode utilisée et les résultats provenant de l'utilisation des instruments d'évaluation.

3.3.4.1.4 Évaluation du niveau d'attention

De plus, nous avons aussi utilisé la méthode de Sovik, Frstrad et Heggberget (1999) afin de considérer l'évaluation des enseignants du niveau d'attention des élèves. Nous avons référé à la perception des enseignants plutôt qu'à celle des parents puisque, selon Pigon (2008), seule l'évaluation du niveau d'attention, telle qu'effectuée par les pédagogues, permet de prédire le rendement en mathématiques des élèves. De plus, Rodriguez, Järvelin, Obel, Taanila, Miettunen et leurs collaborateurs (2007) affirment que l'évaluation des enseignants du niveau d'attention et d'hyperactivité constitue un prédicteur très représentatif des accomplissements scolaires des élèves au primaire.

3.3.4.1.5 Évaluation du niveau de motivation scolaire

Selon Poirier-Proulx (1999), le niveau de motivation scolaire influence le processus de résolution de problèmes mathématiques. Afin d'évaluer le niveau de motivation scolaire des participants, nous avons utilisé l'échelle de motivation scolaire au primaire de Vallerand. Cet instrument est composé de 12 items distincts qui permettent d'évaluer le niveau de motivation de l'élève. De plus, quatre composantes de la motivation sont impliquées à l'intérieur de l'outil, soit : l'amotivation, la motivation intrinsèque, la motivation extrinsèque identifiée, ainsi que la motivation extrinsèque introjectée. L'échelle d'évaluation de la motivation scolaire au primaire est présentée au sein de l'annexe #5. L'étude de Vallerand, Pelletier, Blais, Brière, Senécal et Vallières (1993) a permis d'établir que l'alpha de Cronbach de l'outil se situe à 0,80. Cet indicateur signifie que le niveau de consistance interne de l'outil est satisfaisant.

3.3.4.1.6 Considération de l'indice de défavorisation des élèves

Selon Huss, Hölling, Kurth et Schlack (2008), ainsi que Rodriguez et ses collaborateurs (2007), le milieu socio-économique de l'élève influence la prise de décision concernant l'attribution du diagnostic du TDA/H. Nous avons donc décidé de considérer cette variable spécifique. Pour ce faire, nous avons référé aux deux indices de défavorisation tels qu'utilisés par le ministère de l'Éducation, soit : l'indice de milieu socio-économique (IMSE)[48], ainsi que l'indice du seuil de faible revenu (SFR)[49].

3.3.4.1.7 Considération du sexe de l'élève

La dernière variable indépendante considérée correspond au sexe de l'élève. Le choix de cette variable se traduit par les propos de l'American Psychiatric Association (2000) qui affirme que le sexe des élèves influencerait leur niveau d'attention et la probabilité qu'un diagnostic du TDA/H soit attribué. De plus, selon Baudelot (2009), à

---

[48] L'IMSE est constitué de la proportion des familles avec des enfants dont la mère n'a pas de diplôme, certificat ou grade (ce qui représente deux tiers du poids de l'indice) et la proportion de ménages dont les parents n'étaient pas à l'emploi durant la semaine de référence du recensement canadien (ce qui représente le tiers du poids de l'indice).

[49] Le SFR correspond à la proportion des familles avec enfants dont le revenu est situé près ou sous le seuil de faible revenu. Le seuil de faible revenu se définit comme le niveau de revenu selon lequel on estime que les familles consacrent 20 % de plus que la moyenne générale à la nourriture, au logement et à l'habillement. Il fournit une information qui sert à estimer la proportion des familles dont les revenus peuvent être considérés comme faibles, en tenant compte de la taille de la famille et du milieu de résidence (région rurale, petite région urbaine, grande agglomération, etc.).

l'intérieur de la majorité des pays de l'OCDE, le sexe de l'élève aurait une influence sur le rendement en résolution de problèmes mathématiques.

3.3.4.2 Évaluation de la variable dépendante

3.3.4.2.1 Évaluation du rendement en résolution de problèmes

Afin de considérer le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions, nous avons évalué les élèves à chacun des problèmes. Pour ce faire, nous avons utilisé l'échelle de correction de Voyer (2006)[50].

3.3.4.2.2 Analyses statistiques

Afin d'éprouver le critère du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement à résoudre des problèmes sur les proportions, nous avons effectué des analyses de régression. Ces analyses visent à traduire l'influence relative de chacune des variables explicatives (variables indépendantes) impliquées dans le protocole sur les résultats des élèves en résolution de problèmes sur les proportions. Pour ce faire, nous avons utilisé la méthode avec entrée progressive de type *pas à pas (stepwise)* lors de la mise en œuvre de nos analyses de régression.

[50] Les modalités relatives à l'utilisation de cette échelle sont présentées à l'intérieur de la section #3.3.2.2.1

3.3.5 La collecte de données

La collecte de données s'est déroulée au courant des mois de mars et d'avril 2012. Celle-ci a été effectuée par l'expérimentateur qui a diffusé les consignes de la recherche selon un protocole préétabli, accompagné de balises rigoureuses.

3.3.6 Méthode d'analyse des données

Afin d'analyser les données recueillies, nous avons utilisé le logiciel SPSS (version 20). L'analyse et l'interprétation des résultats obtenus sont présentées à l'intérieur du quatrième chapitre de ce projet d'étude.

3.4 Troisième phase : Analyse *a posteriori*

Dans le cadre de cette section, nous présentons la troisième phase de notre devis de recherche. Cette phase consiste à effectuer l'analyse *a posteriori* et donc de décrire les différents raisonnements engagés par les quatre types de participants lors de la résolution des problèmes sur les proportions.

3.4.1 Analyse *a posteriori* des raisonnements mis en oeuvre

Dans un premier temps, nous avons effectué une analyse descriptive de l'ensemble des différents raisonnements mis en œuvre afin de résoudre chacun des neuf énoncés de problèmes de la phase quantitative. La fréquence d'utilisation de chacun des raisonnements a été comptabilisée pour l'ensemble des participants, ainsi qu'en fonction de chacun des quatre types d'élèves inclus au sein de notre protocole. Ces statistiques descriptives sont associées à des pourcentages afin de relativiser le taux d'utilisation d'un raisonnement spécifique par rapport à l'ensemble des raisonnements relevés. Cette démarche correspond à la première étape de notre analyse *a posteriori*. Celle-ci est présentée au sein du chapitre 4.

Par la suite, dans le cadre la seconde étape de notre analyse *a posteriori*, nous avons analysé les statistiques descriptives obtenues afin de dégager différents constats concernant la mise en œuvre d'un raisonnement particulier, et ce, en fonction des variables didactiques des problèmes. De plus, nous avons aussi observé si l'utilisation des raisonnements diffère en fonction des types d'élèves impliqués au sein du devis (élèves à risque, élèves tout-venant, élèves ayant un TDA, élèves ayant un TDAH). Les principaux résultats dégagés lors de ces phases de l'analyse sont présentés dans le chapitre 5.

3.5 Aspects déontologiques

Avant d'entamer le processus relatif à la collecte de données, nous nous sommes assurés de répondre aux politiques internes du comité d'éthique de l'UQAR concernant la recherche auprès des êtres humains. Suite à l'obtention de l'approbation de ce comité (voir annexe 6), nous avons approché les milieux scolaires de la rive-nord et de la rive-sud de Québec afin de constituer l'échantillon de notre étude.

Ensuite, pour chacun des milieux ayant accepté de collaborer au projet, nous avons acheminé une demande de consentement aux autorités parentales responsables des élèves de sixième année ciblés. Les participants n'ayant pas retourné leur formulaire de consentement parental dans les délais prévus ont été systématiquement exclus du protocole de recherche.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS

Dans le cadre de notre projet de recherche, nous avons pour objectif de répondre à trois questions de recherche distinctes. Afin de répondre à chacune de ces trois questions, nous avons élaboré un devis méthodologique mixte. Un résumé de notre plan d'analyse est présenté au sein du Tableau #13.

Tableau 13

Résumé du plan d'analyse

Questions de recherche	Analyses
1- « Est-ce que le rendement en résolution de problèmes sur les proportions diffère chez les élèves à risque, les élèves ayant un TDAH, les élèves ayant un TDA et les élèves tout-venant ? »	- ANOVA - Test de comparaisons multiples
1a) *« Est-ce que les différentes variables didactiques impliquées au sein des énoncés de problèmes mathématiques permettent de prédire le rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves ? »*	- Analyses descriptives - MANOVA -Tests T pairés
1b) *« Est-ce qu'un effet-classe permet de prédire le rendement en résolution de problèmes de proportionnalité ? »*	- ANOVA - ANCOVA
2- « Est-ce que la justesse des procédures mises en œuvre dans la résolution de problèmes sur les proportions diffère chez les élèves à risque, les élèves ayant un TDAH, les élèves ayant un TDA et les élèves tout-venant ? »	*- Khi-carré*
2a) *« Est-ce que les calculs relationnels mis en œuvre par les différents types d'élèves lors de la résolution de problèmes sur les proportions diffèrent selon les variables didactiques impliquées par les énoncés de problèmes ? »*	Analyse *a posteriori* : - Analyses descriptives
3- *« Quelle est la portée du diagnostic du TDA/H au regard des autres prédicteurs du rendement des élèves lors de la résolution de problèmes en mathématiques?»*	Analyse de régression simple - Analyse de régression multiple

4.1 Résultats relatifs à la première question de recherche

Afin de répondre à notre première question de recherche, nous avons mis en œuvre différents tests statistiques. En premier lieu, nous avons vérifié si les élèves à risque, avec ou sans TDA/H identifié, obtiennent un rendement en résolution de problèmes quantitativement différent de celui des élèves tout-venant. En second lieu, nous avons évalué si les variables didactiques impliquées au sein des problèmes influencent la capacité des élèves à résoudre ceux-ci. En dernier lieu, nous avons vérifié si un effet-classe influence le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions.

4.1.1 Analyse du rendement des différents types d'élèves lors de la résolution de problèmes sur les proportions

Dans le but de vérifier si le rendement des élèves à risque lors de la résolution de problèmes sur les proportions diffère quantitativement de celui des les élèves tout-venant, nous avons effectué une analyse de variance (ANOVA). Cette analyse a permis de comparer les résultats des différents types d'élèves (élèves à risque, TDAH, TDA, élèves tout-venant)[51] pour l'ensemble des énoncés de problèmes utilisés (moyenne obtenue suite à la résolution des 9 énoncés de problèmes). Les statistiques descriptives du test sont présentées à l'intérieur du Tableau #14. De plus, les résultats de cette

---

[51] Mentionnons que le sigle TDA/H réfère à l'ensemble des élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention, et ce, peu important le sous-diagnostic associé (hyperactif ou inattentif). Le sigle TDAH s'applique aux élèves ayant un sous-diagnostic d'hyperactivité, tandis que le sigle TDA s'applique aux élèves ayant un sous-diagnostic d'inattention.

analyse de variance, ainsi que le test d’homogénéité des données mis de l’avant au sein des Tableaux #15 et #16.

Tableau 14

Statistiques descriptives relatives à l'analyse de variance concernant le rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves

Statistiques descriptives

	N	Moyenne	Écart type	Erreur standard moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence		Min.	Max.
					Inférieure	Supérieur		
Élèves à risque	39	25,1026	10,89856	1,74517	21,5697	28,6355	9	45
TDAH	30	29,3000	9,68166	1,76762	25,6848	32,9152	9	45
TDA	37	25,1081	9,93250	1,63289	21,7964	28,4198	9	42
Élève tout-venant	416	30,0865	9,43652	0,46266	29,1771	30,9960	9	45
Total	522	29,3161	9,73082	0,42591	28,4794	30,1528	9	45

Tableau 15

Résultat du test d'homogénéité des variances relatif à l'ANOVA concernant le rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves

Statistique de Levene	Ddl 1	Ddl 2	Signification
1,183	3	518	0,315

Tableau 16

Résultats de l'ANOVA concernant le rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves

	Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	F	Sig.	Taille de l'effet
Inter-groupes	1594,503	3	531,501	5,767	0,001	0,032
Intra-groupes	47738,342	518	92,159			
Total	49332,845	521				

Considérant le test d'homogénéité des variances et le résultat de l'analyse de variance qui a permis de dégager une différence statistiquement significative concernant le rendement en résolution de problèmes des différentes catégories d'élèves ($F(3,521) = 5,767$; $p = 0,001$), nous avons effectué un test de Bonferroni[52]. Ce test vise à percevoir à quels niveaux se situent les différences observées. Les résultats de ce test sont présentés à l'intérieur du Tableau #17.

[52] Il est important de mentionner que nous avons décidé d'utiliser le test de Bonferroni au lieu de mettre en place le test de Tukey's B. Ce choix s'explique par le fait que parmi ces deux tests, le test de Bonferroni est reconnu comme étant le plus conservateur.

Tableau 17

Observation des différences concernant le rendement en résolution de problèmes de l'ensemble des types d'élèves

Test de Bonferroni						
Types d'élèves (I)	Types d'élèves (J)	Différences des moyennes	Erreur standard	Signification	Intervalle de confiance à 95%	
					Borne inférieure	Borne supérieure
Élève à risque	TDAH	-4,19744	2,33131	0,434	-10,3718	1,9769
	TDA	-0,00554	2,20314	1,000	-5,8404	5,8293
	Élève tout-venant	-4,98397	1,60766	0,012	-9,2418	-0,7262
TDAH	Élève à risque	4,19744	2,33131	0,434	-1,9769	10,3718
	TDA	4,19189	2,35855	0,457	-2,0546	10,4383
	Élève tout-venant	-0,78654	1,81480	1,000	-5,5929	4,0198
TDA	Élève à risque	0,00554	2,20314	1,000	-5,8293	5,8404
	TDAH	-4,19189	2,35855	0,457	-10,4383	2,0546
	Élève tout-venant	-4,97843	1,64691	0,016	-9,3402	-0,6167
Élève tout-venant	Élève à risque	4,98397	1,60766	0,012	0,7262	9,2418
	TDAH	0,78654	1,81480	1,000	-4,0198	5,5929
	TDA	4,97843	1,64691	0,016	0,6167	9,3402

* Application de la correction de Bonferroni: puisqu'il y a 6 paires de Post Hoc, la différence de moyenne est significative au niveau 0.008 (0,05/6)

À la lumière des données obtenues, nous pouvons observer une différence statistiquement significative concernant le rendement moyen en résolution de problèmes des différents types d'élèves ($p < 0,05$). La taille de l'effet de cette différence entre le rendement des différents types d'élèves est modérément faible ($\eta^2 = 0,032$)[53]. Par ailleurs, nos analyses ne permettent pas d'établir entre quels types d'élèves ces différences sont dégagées.

4.1.1.1 Exploration du rendement des différents types d'élèves pour chacun des énoncés de problèmes

Afin d'observer si les différents types d'élèves obtiennent un rendement homogène à l'intérieur de chacun de nos énoncés de problèmes, nous avons décidé de mettre en place des analyses de variance. Par ailleurs, avant d'effectuer ces analyses, nous avons réalisé des tests de Levene. Ces tests visent à dégager si nous respectons le critère d'homogénéité des variances, qui constitue une condition d'application à la mise en œuvre des analyses de variances. Les résultats des tests de Levene sont présentés au sein du tableau # 18.

---

[53] L'interprétation de la taille de l'effet est effectuée en référence à l'ouvrage de Cohen (1988).

Tableau 18

Résultats des tests de Levene concernant l'observation du rendement des différents types d'élèves dans chacun des problèmes

	Statistique de Levene	dd1	ddl2	Sig.
Problème #1	2,276	3	518	0,079*
Problème #2	2,266	3	518	0,080*
Problème #3	10,878	3	518	0,000
Problème #4	13,923	3	518	0,000
Problème #5	6,662	3	518	0,000
Problème #6	4,953	3	518	0,002
Problème #7	2,983	3	518	0,031
Problème #8	3,528	3	518	0,015
Problème #9	3,128	3	518	0,025

À la lumière des données obtenues, nous observons que le critère d'homogénéité des données est respecté pour les problèmes #1 et #2. Conséquemment, nous avons effectué deux analyses de variance distinctes. Les résultats de ces analyses sont présentés au sein du Tableau # 19. De plus, pour les problèmes #3 à #9, qui ne respectent pas le critère de l'homogénéité des données, nous avons effectué des tests de Brown-Forsythe. Les analyses de variance et les tests de Brown-Forsythe visent à dégager s'il y a des différences concernant le rendement en résolution de problèmes des quatre types d'élèves[54]. Les résultats des tests de Brown-Forsythe sont mis de l'avant à l'intérieur du Tableau #20.

[54] Bien que les analyses de variance et les tests de Brown-Forsythe aient permis de dégager des différences concernant le rendement des quatre types d'élèves, ces tests ne permettaient pas d'établir la nature de ces différences.

Puisque nous avons effectué des tests statistiques sur 9 variables dépendantes distinctes (chacun des énoncés de problèmes), nous avons appliqué la correction de Bonferroni. Conséquemment, le seuil de signification de nos tests est divisé par 9 ($p \leq 0{,}006$)[55].

Tableau 19

Résultats des ANOVA concernant le rendement obtenu par les différents types d'élèves pour chacun des énoncés de problèmes

		Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	F	Sig.	Taille de l'effet
1	Inter-groupes	7,209	3	2,403	0,891	0,446	0,005
	Intra-groupes	1397,083	518	2,697			
	Total	1404,291	521				
2	Inter-groupes	56,463	3	18,821	5,530	0,001*	0,031
	Intra-groupes	1762,817	518	3,403			
	Total	1819,280	521				

* Correction de Bonferroni : seuil de signification établi à $p \leq 0{,}006$ (0,05/9)

[55] Lorsque plusieurs variables sont testées, la correction de Bonferroni est appliquée de cette manière. Par ailleurs, nous ne considérons pas cette correction lors de la réalisation de tests visant à vérifier des prérequis, tels les analyses de Levene préablement effectués. Cette considération de la correction de Bonferroni découle des recommandations de Salkind (2007) qui soutient que la réalisation de plusieurs tests statistiques facilite la probabilité de trouver un événement rare et engendre des erreurs d'interprétations chez le chercheur. Ce phénomène est communément appelé *« the inflation of the alpha level »* (l'alpha cumulatif).

Tableau 20

Résultats aux tests de Brown-Forsythe concernant l'observation du rendement des différents types d'élèves à l'intérieur de nos problèmes

	Statistique de Brown-Forsythe	ddl	ddl2	Sig.
Problème #3	2,566	3	109,853	0,058
Problème #4	3,730	3	110,010	0,013
Problème #5	3,009	3	116,375	0,033
Problème #6	2,694	3	118,199	0,049
Problème #7	3,521	3	114,151	0,017
Problème #8	1,257	3	109,664	0,293
Problème #9	0,726	3	115,205	0,538

- Correction de Bonferroni : seuil de signification établi à $p \leq 0{,}006$ (0,05/9)

Puisque les analyses de variance (ANOVA) et les tests de Brown-Forsythe ont exclusivement permis de dégager un rendement différent au problème #2 pour les différents types d'élèves, nous avons effectué un test de Bonferroni afin de vérifier à quel endroit se situent les différences observées. Les résultats de ce test sont présentés au sein du Tableau #21.

Tableau 21

Observation des différences concernant le rendement à résoudre le problème #2 pour l'ensemble des types d'élèves

Test de Bonferroni						
Types d'élèves (I)	Types d'élèves (J)	Différences des moyennes	Erreur standard	Sig.	Intervalle de confiance à 95%	
					Borne inférieure	Borne supérieure
Élève à risque	TDAH	-0,26667	0,44799	1,000	-1,4531	0,9198
	TDA	0,62162	0,42336	0,856	-0,4996	1,7429
	Tout-venant	-0,56490	0,30893	0,408	-1,3831	0,2533
TDAH	Élève à risque	0,26667	0,44799	1,000	-0,9198	1,4531
	TDA	0,88829	0,45323	0,303	-0,3120	2,0886
	Tout-venant	-0,29824	0,34874	1,000	-1,2218	0,6254
TDA	Élève à risque	-0,62162	0,42336	0,856	-0,2533	1,3831
	TDAH	-0,88829	0,45323	0,303	-0,6254	1,2218
	Tout-venant	-1,18653*	0,31648	0,001*	-0,3484	2,0247
Tout-venant	Élève à risque	-0,56490	0,30893	0,190	-1,3046	0,1748
	TDAH	-0,29824	0,34874	0,775	-1,1333	0,5368
	TDA	-1,18653*	0,31648	0,001*	-1,9443	-0,4288

* Application de la correction de Bonferroni: puisqu'il y a 6 paires de tests Post Hoc, la différence de moyenne est significative au seuil 0.008 (0,05/6)

À la lumière des données obtenues, il est possible de dégager que le rendement des élèves tout-venant au problème #2 diffère de celui-ci des élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention sans hyperactivité ($p < 0,008$). La taille de l'effet de cette différence entre le rendement des différents types d'élèves est modérément faible ($\eta^2 = 0,031$). Rappelons qu'en fonction des variables didactiques que nous avons contrôlées, le problème #2 se caractérise par la présence d'un rapport scalaire entier, d'éléments d'informations situationnels, ainsi que d'un troisième couple de données numériques (RSE+E.Sit.*). Lors de nos analyses descriptives du calcul relationnel, nous porterons une attention particulière aux énoncés ayant des caractéristiques semblables à ce problème, et ce, afin d'observer s'il y a des distinctions relevant des raisonnements mis en œuvre par les types d'élèves.

4.1.2 Évaluation de la difficulté impliquée par chacun de nos énoncés de problèmes mathématiques

Dans le but d'évaluer l'influence qu'entretiennent les caractéristiques spécifiques des neuf énoncés de problèmes sur le rendement des élèves, nous avons effectué des analyses descriptives. Ces analyses visent à dégager le rendement moyen obtenu par l'ensemble des participants, tout type d'élèves confondus, lors de la résolution de chacun des énoncés de problèmes. Les résultats de ces statistiques descriptives sont présentés à l'intérieur du Tableau #22.

De plus, afin de dégager s'il existe des différences statistiquement significatives en ce qui concerne la complexité impliquée par chacun de ces problèmes, nous avons mis en œuvre une analyse de variance multivariée (MANOVA) et des tests T pairés. Les résultats de ces analyses sont présentés au sein des Tableaux #23 et #24. Ceux-ci permettent d'observer un ordonnancement en quatre paliers de la complexité associée à la résolution de nos énoncés de problèmes. Une interprétation de cet ordonnancement sera présentée à l'intérieur du chapitre 5.

Tableau 22

Statistiques descriptives concernant le rendement obtenu aux différents problèmes mathématiques

	Statistiques descriptives[56]			
	Moyenne	N	Écart Type	Erreur standard moyenne
Problème 1	4,0843	522	1,64176	0,07186
Problème 2	3,4215	522	1,86866	0,08179
Problème 3	2,4751	522	1,82759	0,07999
Problème 4	4,3103	522	1,42215	0,06225
Problème 5	2,9598	522	1,95543	0,08559
Problème 6	3,1590	522	1,96016	0,08579
Problème 7	3,4272	522	1,90752	0,08349
Problème 8	2,7567	522	1,68663	0,07382
Problème 9	2,7222	522	1,94883	0,08530

[56] Rappelons les caractéristiques des neuf énoncés de problème que nous avons utilisés : problème #1 (RSE + E.Sit) ; problème #2 (RSE + E.Sit*) ; problème #3 (ARE+E.Sup*) ; problème #4 (RFE + D.E.) ; problème #5 (RSE + D.E.) ; problème #6 (RSE + E.Sup) ; problème #7 (RFE + E.Sup*) ; problème #8 (ARE+E.Sit) ; problème #9 (ARE+D.E*).

Ensuite, dans le but d'explorer l'influence des caractéristiques associées à chacun des énoncés de problèmes mathématiques que nous avons mis en œuvre au sein de notre protocole de recherche, nous avons mis en œuvre une analyse de variance multivariée (MANOVA). Puisque nous avons impliqué 9 énoncés de problèmes mathématiques à l'intérieur de notre protocole de recherche, nous avons intégré 9 items au sein de notre MANOVA. Ces items correspondent à 9 scores de rendement reliés aux 9 problèmes qui sont placés comme variables dépendantes dans cette MANOVA. Les différents scores de rendement sont comparés entre eux. Les résultats de ce test statistique sont présentés dans le Tableau #23.

Tableau 23

Résultats de l'analyse de variance multivariée concernant l'exploration des différences relatives à la difficulté impliquée par chacun de nos problèmes mathématiques

MANOVA							
Effet	Valeur	F	Hypoth. DF	Error DF	Sig.	Noncent. Paramètre	Puissance observée
Pillai's Trace	0,931	770,647	9,000	513,000	,000	6935,821	1,000
Wilks' Lambda	0,069	770,647	9,000	513,000	,000	6935,821	1,000
Hotelling's Trace	13,520	770,647	9,000	513,000	,000	6935,821	1,000
Roy's Largest Root	13,520	770,647	9,000	513,000	,000	6935,821	1,000

Tel que démontré à l'intérieur du Tableau #23 nous pouvons observer des différences significatives concernant la difficulté associée à chacun des problèmes que nous avons impliqués à l'intérieur de notre protocole de recherche ($F(8,513)= 770,647$; $p<0,001$; Wilk's $\lambda= 0,069$). Afin de faire suite à ces données de recherche, nous avons décidé de vérifier à quels endroits se situent ces divergences concernant les différents niveaux de difficulté associés à chacun de nos problèmes mathématiques. Pour ce faire, nous avons effectué un test T pairé pour les différentes combinaisons de dyades de problèmes qu'il était possible de mettre en place. Au total, nous avons effectué 36 tests T pairés distincts, puisqu'il y avait 36 combinaisons de problèmes possibles. De ce fait, afin de respecter le critère de l'alpha cumulatif (*inflation of the alpha*), nous avons effectué la correction de Bonferroni en divisant notre seuil de signification par 36 pour chacun de ces tests. Conséquemment, notre seuil de signification pour chacun des tests T pairés a été fixé à $p \leq 0,001$ (0,05/36). Les résultats des tests T pairés sont mis de l'avant dans le Tableau #24.

Tableau 24

Résultats des tests T pairés concernant les différentes combinaisons de dyades d'énoncés de problèmes mathématiques

Tests T pairés								
	Différences appariées							
	Moyenne	Écart type	Erreur standard moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence		t	ddl	Sig. (bilatérale)
				Inférieure	Supérieur			
Paire 1 : Problèmes 1 et 2	0,66284	2,10048	0,09194	0,48223	0,84345	7,210	521	0,000*
Paire 2 : Problèmes 1 et 3	1,60920	2,11850	0,09272	1,42704	1,79135	17,355	521	0,000*
Paire 3 : Problèmes 1 et 4	-0,22605	1,93727	0,08479	-0,39263	-0,05948	-2,666	521	0,008
Paire 4 : Problèmes 1 et 5	1,12452	2,38715	0,10448	0,91926	1,32978	10,763	521	0,000*
Paire 5 : Problèmes 1 et 6	0,92529	2,26128	0,09897	0,73085	1,11972	9,349	521	0,000*
Paire 6 : Problèmes 1 et 7	0,65709	2,14163	0,09374	0,47294	0,84124	7,010	521	0,000*
Paire 7 : Problèmes 1 et 8	1,32759	2,01481	0,08819	1,15434	1,50083	15,054	521	0,000*
Paire 8 : Problèmes 1 et 9	1,36207	2,12587	0,09305	1,17928	1,54486	14,639	521	0,000*
Paire 9 : Problèmes 2 et 3	0,94636	2,23070	0,09763	0,75455	1,13817	9,693	521	0,000*
Paire 10 : Problèmes 2 et 4	-0,88889	1,97565	0,08647	-1,05876	-0,71901	-10,280	521	0,000*
Paire 11 : Problèmes 2 et 5	0,46169	2,30818	0,10103	0,26322	0,66015	4,570	521	0,000*
Paire 12 : Problèmes 2 et 6	0,26245	2,21626	0,09700	0,07189	0,45302	2,706	521	0,007

Paire 13 : Problèmes 2 et 7	-0,00575	2,28110	0,09984	-0,20189	0,19039	-0,058	521	0,954
Paire 14 : Problèmes 2 et 8	0,66475	2,01260	0,08809	0,49170	0,83780	7,546	521	0,000*
Paire 15 : Problèmes 2 et 9	0,69923	2,26455	0,09912	0,50452	0,89395	7,055	521	0,000*
Paire 16 : Problèmes 3 et 4	-1,83525	1,98354	0,08682	-2,00580	-1,66469	-21,139	521	0,000*
Paire 17 : Problèmes 3 et 5	-0,48467	2,33573	0,10223	-0,68551	-0,28384	-4,741	521	0,000*
Paire 18 : Problèmes 3 et 6	-0,68391	2,24200	0,09813	-0,87669	-0,49113	-6,969	521	0,000*
Paire 19 : Problèmes 3 et 7	-0,95211	2,33795	0,10233	-1,15314	-0,75108	-9,304	521	0,000*
Paire 20 : Problèmes 3 et 8	-0,28161	2,06497	0,09038	-0,45917	-0,10405	-3,116	521	0,002
Paire 21 : Problèmes 3 et 9	-0,24713	2,18840	0,09578	-0,43530	-0,05896	-2,580	521	0,010
Paire 22 : Problèmes 4 et 5	1,35057	2,08589	0,09130	1,17122	1,52993	14,793	521	0,000*
Paire 23 : Problèmes 4 et 6	1,15134	2,05913	0,09013	0,97429	1,32840	12,775	521	0,000*
Paire 24 : Problèmes 4 et 7	0,88314	1,95824	0,08571	0,71476	1,05152	10,304	521	0,000*
Paire 25 : Problèmes 4 et 8	1,55364	1,93215	0,08457	1,38750	1,71978	18,372	521	0,000*
Paire 26 : Problèmes 4 et 9	1,58812	2,14827	0,09403	1,40340	1,77284	16,890	521	0,000*
Paire 27 : Problèmes 5 et 6	-0,19923	2,17792	0,09533	-0,38650	-0,01197	-2,090	521	0,037
Paire 28 : Problèmes 5 et 7	-0,46743	2,38274	0,10429	-0,67231	-0,26255	-4,482	521	0,000*
Paire 29 : Problèmes 5 et 8	0,20307	2,26823	0,09928	0,00803	0,39810	2,045	521	0,041
Paire 30 : Problèmes 5 et 9	0,23755	2,34809	0,10277	0,03565	0,43945	2,311	521	0,021
Paire 31 : Problèmes 6 et 7	0,26820	2,26568	0,09917	0,07338	0,46301	2,705	521	0,007
Paire 32 : Problèmes 6 et 8	-0,40230	2,10178	0,09199	-0,58302	-0,22158	-4,373	521	0,000*
Paire 33 : Problèmes 6 et 9	-0,43678	2,30846	0,10104	-0,63528	-0,23829	-4,323	521	0,000*
Paire 34 : Problèmes 7 et 8	-0,67050	2,14240	0,09377	-0,85471	-0,48628	-7,150	521	0,000*
Paire 35 : Problèmes 7 et 9	-0,70498	2,44265	0,10691	-0,91501	-0,49495	-6,594	521	0,000*
Paire 36 : Problèmes 8 et 9	-0,03448	2,10446	0,09211	-0,21543	0,14647	-0,374	521	0,708

* Correction de Bonferroni : Test T pairé significatif au seuil de $p \leq 0{,}001$

À la lumière des données obtenues, nous observons une différence statistiquement significative concernant la majorité des combinaisons des dyades de problèmes. En fait, nous dégageons que 26 dyades sur 36 impliquent des niveaux de difficulté divergents. Seules les dyades suivantes n'ont pas permis d'observer une différence concernant la complexité impliquée par les problèmes[57] : les problèmes #1 et #4 ($T(521)= 2{,}666$; $p > 0{,}001$), la dyade de problèmes #2 et #6 ($T(521) = 2{,}706$; $p > 0{,}001$), la paire de problèmes #2 et #7 ($T(521)=0{,}058$; $p > 0{,}001$), les problèmes #3 et #8 ($T(521) = 3{,}116$; $p > 0{,}001$), les problèmes #3 et #9 ($T(521) = 2{,}58$; $p > 0{,}001$), les problèmes #5 et #6 ($T(521) = 2{,}09$; $p > 0{,}001$), les problèmes #5 et #8 ($T(521) = 2{,}045$; $p > 0{,}001$), les problèmes #5 et #9 ($T(521) = 2{,}311$; $p > 0{,}001$), les problèmes #6 et #7 ($T(521) = 2{,}705$; $p > 0{,}001$), ainsi que la dyade de problèmes #8 et #9 ($T(521) = 0{,}374$; $p > 0{,}001$). Ces résultats montrent que des différences statistiquement significatives sont observées concernant la difficulté impliquée par la majorité des problèmes présentés au sein de notre protocole de recherche.

4.1.2.1 Évaluation de l'influence du type de rapport numérique et du type d'information sur le rendement à résoudre des problèmes

Dans le but d'approfondir les résultats que nous avons obtenus concernant le niveau de difficulté impliqué par chacun de nos énoncés de problèmes, nous avons mis en place de nouvelles analyses descriptives. Ces analyses visent à dégager le

[57] Rappelons les caractéristiques des neuf énoncés de problème que nous avons utilisés : problème #1 (RFE + E.Sit) ; problème #2 (RSE + E.Sit*) ; problème #3 (ARE+E.Sup) ; problème #4 (RFE + D.E.) ; problème #5 (RSE + D.E.) ; problème #6 (RSE + E.Sup) ; problème #7 (RFE + E.Sup*) ; problème #8 (ARE+E.Sit) ; problème #9 (ARE+D.E*).

niveau de complexité associé aux principales variables didactiques caractérisant nos problèmes. Les résultats de ces analyses descriptives sont présentés au sein du Tableau #25.

Tableau 25

Statistiques descriptives concernant le rendement aux différentes catégories de problèmes mathématiques

Statistiques descriptives				
Catégories de problèmes	Moyenne (sur 5)	N	Écart Type	Erreur standard moyenne
Rapport scalaire entier	3,4061	522	1,25514	0,05495
Rapport fonction entier	3,8688	522	1,36817	0,05988
Aucun rapport entier	2,6513	522	1,35262	0,05920
Données essentielles	3,3308	522	1,267253	0,05547
Éléments situationnels	3,4227	522	1,26052	0,05517
Éléments superflus	3,0185	522	1,36817	0,05988

4.1.2.2 Évaluation de l'influence de l'insertion d'un troisième couple de données à l'intérieur de nos énoncés de problèmes

Afin d'évaluer l'influence de l'insertion d'un troisième couple de données à l'intérieur de nos énoncés de problèmes mathématiques, nous avons décidé de comparer les rendements moyens des élèves aux problèmes impliquant 2 couples de données par rapport au rendement à la résolution des problèmes impliquant 3 couples de données. Les statistiques descriptives concernant le rendement à ces deux classes de problèmes sont présentées à l'intérieur du Tableau #26, tandis que les résultats du test T pairé sont soulignés au sein du Tableau #27.

Tableau 26

Statistiques descriptives concernant le rendement aux problèmes impliquant 2 ou 3 couples de données

Statistiques descriptives				
Classes de problèmes	Moyenne	N	Écart Type	Erreur standard moyenne
2 couples de données	3,0115	522	1,26355	0,05530
3 couples de données	3,4530	522	1,11155	0,04865

Tableau 27

Résultats de la comparaison des problèmes impliquant 2 ou 3 couples de données

Test T pairé								
	Différences appariées							
	Moyenne	Écart type	Erreur standard moyenne	Intervalle de confiance 95% de la différence				Sig.
				Inférieure	Supérieur	t	ddl	(bilatérale)
Comparaison des problèmes à 2 couples et 3 couples de données	-0,44253	,95882	0,04197	-0,52497	-0,36008	-10,545	521	0,000*

À la lumière des données obtenues, nous dégageons une différence significative concernant le rendement à résoudre des problèmes impliquant 2 couples de données et des problèmes comportant 3 couples de données $T(521)= 10{,}545$; $p < 0{,}001$). C'est donc dire que les énoncés de problèmes sur les proportions comportant 3 couples de données sont plus faciles à résoudre que les énoncés impliquant 2 couples de données.

4.1.3 Évaluation de l'effet-classe sur le rendement à résoudre des problèmes

À l'intérieur de cette section, nous vérifions si le fait d'appartenir à une classe, dirigée par un enseignant titulaire donné, influence le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions. Pour ce faire, d'une part, nous avons effectué une analyse de variance (ANOVA). D'autre part, en complémentarité à ce dernier test, nous avons aussi mené une analyse de covariance (ANCOVA). Cette démarche vise à considérer l'effet médiateur que pourrait entretenir le niveau socio-économique en lien avec l'appartenance à un milieu scolaire spécifique[58]. Afin de respecter les conditions d'application de ces deux tests statistiques, nous avons observé si nous respections l'homogénéité des variances en effectuant un test de Levene. Les résultats de ce test sont présentés au sein du Tableau #28. De plus, les résultats de l'ANOVA sont mis de l'avant à l'intérieur du Tableau #29. Ensuite, les résultats de l'ANCOVA sont présentés au sein du Tableaux #30.

---

[58] En effet, selon l'OCDE (2004), le niveau socio-économique d'un milieu scolaire est susceptible d'influer sur le rendement des élèves à résoudre des problèmes mathématiques.

Tableau 28

Résultats du test de Levene concernant la réalisation de l'ANOVA et de l'ANCOVA

Variables dépendantes	Statistique de Levene	df1	df2	Sig.
Résultat total	1,085	25	496	0,356

Tableau 29

Résultats de l'ANOVA concernant le rendement en résolution de problèmes tel qu'obtenu par les différentes classes participant à l'étude

		Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	F	Sig.	Taille de l'effet
Résultat total	Inter-groupes	8276,108	25	331,044	3,999	0,000	0,168
	Intra-groupes	41056,737	496	82,776			
	Total	49332,845	521				

Tableau 30

Résultats de l'ANCOVA concernant le rendement en résolution de problèmes tel qu'obtenu par les différentes classes participant à l'étude

		Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	F	Sig.	Taille de l'effet
Résultat total	Classe	5487,554	23	238,589	2,882	0,000	0,118
	Erreur	41056,737	496	82,776			
	Total	497957,000	522				
	Total corrigé	49332,845	521				

À la lumière des données obtenues, il est possible de dégager que le rendement des élèves en résolution de problèmes sur les proportions diffère en fonction de la classe d'appartenance des élèves de sixième année ($F= 3,999$; $p \leq 0,001$). La portion de la variance en résolution de problèmes expliquée par l'effet-classe est de grande taille ($\eta^2 = 0,168$). De plus, lorsque le niveau socio-économique[59] est considéré, l'effet-classe influence tout de même le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions ($F= 2,882$; $p \leq 0,001$). En effet, lorsque le niveau socio-économique est contrôlé, la portion de la variance en résolution de problèmes expliquée par l'effet-classe est de taille modérément-élevée ($\eta^2 = 0,118$).

En dernier lieu, il est important de mentionner que nous avons exploré l'influence de l'appartenance à une classe sur le rendement à résoudre chacun de nos énoncés de problèmes. Par ailleurs, puisque ces analyses ne permettent pas de répondre au critère de l'homogénéité des variances, nous avons choisi de ne pas mettre en œuvre des analyses statistiques complémentaires. Conséquemment, nous avons décidé de ne pas explorer si le fait d'appartenir à une classe de sixième année, dirigée par un enseignant titulaire donné, influence le rendement à résoudre chacun des énoncés que nous avons impliqués au sein de notre protocole de recherche.

4.2 Résultats relatifs à la seconde question de recherche

4.2.1 Analyse de la justesse des procédures mises en œuvre par les différents types d'élèves

Nos intérêts de recherche nous ont amenés à questionner la nature des procédures mises en œuvre par les différentes catégories d'élèves lors de la résolution de problèmes sur les proportions. Pour ce faire, nous souhaitons comparer les

[59] Tel qu'opérationnalisé à partir des indicateurs de l'IMSE et le SFR du MELS

différents raisonnements mis en œuvre par les différents types d'élèves lors de la résolution des problèmes. Par ailleurs, puisque la quantité de raisonnements recensés était trop volumineuse afin de permettre la mise en place d'analyses paramétriques, nous avons décidé d'effectuer nos analyses sur des regroupements de raisonnements[60], et ce, en fonction de leur niveau d'efficacité. Conséquemment, nous avons décidé d'investiguer la justesse des procédures de résolution de problèmes des élèves. Pour ce faire, nous avons distingué les procédures appropriées des procédures de résolution de problèmes inappropriées[61]. Cette distinction est effectuée au regard de la justesse du calcul relationnel du problème.

Afin de comparer la justesse des procédures mises en œuvre, nous avons effectué des analyses du *khi-carré* sur les procédures de résolution de problèmes des élèves en fonction de leur catégorie d'appartenance. De manière à répondre aux conditions d'application du *khi-carré*, nous avons créé trois regroupements de procédures distinctes. En fait, les trois catégories de procédures que nous avons considérées sont les suivantes: les procédures de résolution de problèmes impliquant l'absence d'un raisonnement proportionnel, les procédures de résolution de problèmes impliquant un raisonnement proportionnel, ainsi que les raisonnements inclassés.

---

[60] En effet, puisque nous avons utilisé 16 cotes distinctes afin de catégoriser les raisonnements des élèves, ainsi que 4 cotes référant aux différents types d'élèves afin d'effectuer nos analyses statistiques, il nous était impossible de mettre en œuvre des tests paramétriques. Conséquemment, nous avons regroupé les différents raisonnements afin d'être en mesure de mettre en place des tests paramétriques.

[61] Nous considérons qu'une procédure est adéquate lorsque les relations entre les données, autrement dit le calcul relationnel, est adéquat, et ce, même si la réponse numérique fournie n'est pas juste.

Dans le but de répondre à notre seconde question de recherche qui consiste à comparer les procédures des élèves à risque et des élèves tout-venant, nous avons effectué un test du *khi-carré* pour chacun des énoncés de problèmes que nous avons abordés. Les résultats de ces tests sont présentés à l'intérieur du Tableau #31.

De plus, afin de comparer les procédures des élèves ayant reçu le diagnostic du trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H), nous avons effectué des tests du *khi-carré* pour chacun des 9 problèmes sur les proportions que nous avons mis de l'avant. Les résultats de ces tests sont présentés au sein du Tableau #32.

Tableau 31

Comparaison des procédures des élèves à risque et des élèves tout-venant

Problèmes abordés		Procédures observées			*Khi-carré*		
		Absence raisonnement proportionnel	Présence raisonnement proportionnel	Raisonnement inclassé	Valeur	ddl	Sig.
Problème 1	Élèves à risque	25 (23,6%)	78 (73,6%)	3 (2,8%)	2,408	2	0,300
	Élèves tout-venant	82 (19,7%)	329 (79,1%)	5 (1,2%)			
Problème 2	Élèves à risque	37 (34,9%)	48 (45,3%)	21 (19,8%)	20,998	2	0,000*
	Élèves tout-venant	99 (27,2%)	282 (67,8%)	35 (8,4%)			
Problème 3	Élèves à risque	59 (55,7%)	33 (31,1%)	14 (13,2%)	4,556	2	0,102
	Élèves tout-venant	189 (45,4%)	176 (42,3%)	51 (12,3%)			
Problème 4	Élèves à risque	22 (20,8%)	78 (73,6%)	6 (5,7%)	15,517	2	0,000*
	Élèves tout-venant	44 (10,6%)	366 (88,0%)	6 (1,4%)			
Problème 5	Élèves à risque	56 (52,8%)	43 (40,6%)	7 (6,6%)	6,050	2	0,049
	Élèves tout-venant	173 (41,6%)	224 (53,8%)	19 (4,6%)			
Problème 6	Élèves à risque	56 (52,8%)	43 (40,6%)	7 (6,6%)	6,050	2	0,049
	Élèves tout-venant	173 (41,6%)	224 (53,8%)	19 (4,6%)			
Problème 7	Élèves à risque	38 (35,8%)	58 (54,7%)	10 (9,4%)	9,565	2	0,008
	Élèves tout-venant	95 (22,8%)	293 (70,4%)	28 (6,7%)			
Problème 8	Élèves à risque	59 (55,7%)	38 (35,8%)	9 (8,5%)	5,096	2	0,078
	Élèves tout-venant	188 (45,2%)	200 (48,1%)	28 (6,7%)			
Problème 9	Élèves à risque	53 (50,0%)	42 (39,6%)	11 (10,4%)	1,846	2	0,397
	Élèves tout-venant	197 (47,4%)	189 (45,4%)	30 (7,2%)			

* Correction de Bonferroni : Puisque nous avons réalisé 9 tests distincts, nous avons établi le seuil de signification des tests du *khi-carré* à $p < 0,006$ (0,05/9).

À la lumière des données obtenues, pour la majorité des énoncés de problèmes sur les proportions, nous ne dégageons pas de divergence concernant la justesse des procédures mises en place par les élèves à risque et par les élèves tout-venant. Par ailleurs, des différences significatives concernant des procédures de résolution de problèmes ont été observées pour les problèmes #2 (*khi-carré* = 20,998, ddl = 2 ; $p < 0{,}001$) et #4 (*khi-carré* = 15,517, ddl = 2 ; $p < 0{,}001$). Rappelons que le problème #2 correspond à un énoncé impliquant un rapport scalaire entier, des éléments d'informations situationnels et un troisième couple de données (RSE+E.Sit*), tandis que le problème #4 se caractérise par un rapport fonction entier et la présence d'éléments d'information essentiels (RFE + D.E).

Tableau 32

Comparaison des procédures des élèves ayant un TDA/H en fonction des autres élèves

Problèmes abordés		Procédures observées			*Khi-carré*		
		Absence raisonnement proportionnel	Présence raisonnement proportionnel	Raisonnement inclassé	Valeur	ddl	Sig.
Problème 1	Élèves ayant un TDA/H	14 (20,9%)	51 (76,1%)	2 (3,0%)	1,098	2	0,578
	Élèves sans TDA/H	93 (20,4%)	356 (78,2%)	6 (1,3%)			
Problème 2	Élèves ayant un TDA/H	25 (37,3%)	28 (41,8%)	14 (20,9%)	16,730	2	0,000*
	Élèves sans TDA/H	111 (24,4%)	302 (66,4%)	42 (9,2%)			
Problème 3	Élèves ayant un TDA/H	40 (59,7%)	20 (29,9%)	7 (10,4%)	4,645	2	0,098
	Élèves sans TDA/H	208 (45,7%)	189 (41,5%)	58 (12,7%)			
Problème 4	Élèves ayant un TDA/H	15 (22,4%)	49 (73,1%)	3 (4,5%)	8,645	2	0,013
	Élèves sans TDA/H	51 (11,2%)	395 (86,8 %)	9 (2,0%)			
Problème 5	Élèves ayant un TDA/H	38 (56,7%)	28 (41,8%)	1 (1,5%)	6,086	2	0,048
	Élèves sans TDA/H	191 (42,0%)	239 (52,5%)	25 (5,5%)			
Problème 6	Élèves ayant un TDA/H	38 (56,7%)	28 (41,8%)	1 (1,5%)	6,086	2	0,048
	Élèves sans TDA/H	191 (42,0%)	239 (52,5%)	25 (5,5%)			
Problème 7	Élèves ayant un TDA/H	20 (29,9%)	41 (61,2%)	6 (9,0%)	1,291	2	0,524
	Élèves sans TDA/H	113 (24,8%)	310 (68,1%)	32 (7,0%)			
Problème 8	Élèves ayant un TDA/H	36 (53,7%)	28 (41,8%)	3 (4,5%)	1,651	2	0,438
	Élèves sans TDA/H	211 (46,4%)	210 (46,2%)	34 (7,5%)			
Problème 9	Élèves ayant un TDA/H	34 (50,7%)	28 (41,8%)	5 (7,5%)	0,251	2	0,882
	Élèves sans TDA/H	216 (47,5%)	203 (44,6%)	36 (7,9%)			

*Correction de Bonferroni : Puisque nous avons réalisé 9 tests distincts, nous avons établi le seuil de signification des tests du *khi-carré* à $p < 0,006$ (0,05/9).

À la lumière des données obtenues, pour la majorité des énoncés de problèmes sur les proportions, nous ne dégageons pas de divergence relevant de la justesse des procédures mises en place par les élèves ayant reçu le diagnostic du TDAH, et ce, par rapport aux élèves n'ayant pas reçu l'attribution de ce diagnostic. Par ailleurs, une différence significative concernant des procédures de résolution de problèmes a été observée pour le problème #2 (*khi-carré* = 16,730, ddl = 2 ; $p < 0{,}001$). Rappelons qu'une différence propres aux procédures de résolution a aussi été observée entre les élèves à risque et les élèves tout-venant pour le problème #2 (RSE+E.Sit*).

En complémentarité à ces comparaisons de la justesse des procédures mises en œuvre par les différents types d'élèves, des analyses descriptives des calculs relationnels ont été élaborées pour chacun de nos énoncés de problèmes. Cette analyse, qui correspond à la première phase de l'analyse *a posteriori,* est présentée au sein de la prochaine section. Les autres phases de l'analyse *a posteriori* correspondent à une interprétation des principaux résultats dégagés de cette analyse qualitative. Celles-ci sont présentées au sein du prochain chapitre.

4.2.2 Analyse *a posteriori* : étude des calculs relationnels mis en œuvre par chacun des types d'élèves

Au sein de cette section, sont décrits les différents calculs relationnels mis en œuvre par chacun des types d'élèves. Pour chacun des énoncés de problèmes, une analyse de fréquence et des pourcentages d'utilisation des calculs relationnels est mise de l'avant.

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #1

> 1- Le voyage à New York des élèves de sixième année
>
> Lors du voyage à New York, M. Pouliot place les élèves de sixième année dans des petits groupes composés de 7 élèves. Afin de s'assurer que les garçons et les filles puissent discuter ensemble, M. Pouliot dispose 4 filles dans chaque groupe. S'il y a 84 élèves de sixième année qui participent au voyage, combien y a-t-il de filles au total?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : *rapport scalaire entier*
Élément d'informations : Éléments situationnels
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre le problème #1, les élèves ont opté majoritairement pour un raisonnement lié à l'application de deux opérateurs multiplicatifs. Tel que prévu à l'analyse *a priori*, la mise en oeuvre de ce raisonnement était à prévoir. Par ailleurs, la fréquence relative à l'utilisation du raisonnement de deux opérateurs multiplicatifs (76,4%) fut plus élevée que ce que nous avions anticipé.

De plus, nous remarquons que le raisonnement de règles composites de caractères additif ou multiplicatif a été utilisé par près de 20% des élèves (19,7%). Ce raisonnement se traduisait par la mise en œuvre d'algorithmes additifs ou multiplicatifs correspondant à des calculs relationnels erronés. La fréquence d'utilisation de ce raisonnement est relativement homogène pour l'ensemble des types d'élèves. Par ailleurs, nous observons que les élèves à risque et les élèves ayant un TDA utilisent un peu plus fréquemment le raisonnement de règles composites de caractère additif ou multiplicatif que les autres types d'élèves.

D'autre part, nous constatons que la hiérarchisation des deux calculs relationnels priorisés en fonction de leur fréquence d'utilisation est la même pour chacun des types d'élèves. En fait, le raisonnement lié à l'application de deux opérateurs multiplicatifs a été le plus populaire pour l'ensemble des types d'élèves. Ensuite, le raisonnement de règles composites de caractère additif ou multiplicatif constitue le deuxième calcul relationnel le plus fréquemment utilisé.

D'autres mises en relation des données ont été recensées lors de la résolution de cet énoncé de problème, mais leur fréquence est très peu élevée. L'analyse descriptive de l'ensemble des calculs relationnels utilisés pour résoudre ce problème est présentée au sein du Tableau #33.

Tableau 33

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #1

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés						Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs inadéquats		Calculs adéquats						
	Ordre strictement croissant	Règles composites +/x	Application de deux opérateurs multiplicatifs	Écarts constants	Sens opérateur de la fraction / règle de 3	Prise de l'élément n comme valeur unitaire	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	0	11 (28,2%)	27 (69,2%)	0	0	0	0	1 (2,6%)	0
TDAH (n=30)	0	5 (16,7%)	24 (80%)	0	0	0	0	0	1 (3,3%)
TDA (n=37)	0	9 (24,3%)	27 (73%)	0	0	0	0	1 (2,7%)	0
Tout-venant (n =416)	2 (0,5%)	78 (18,8%)	321 (77,2%)	1 (0,2%)	6 (1,4%)	2 (0,5%)	1 (0,2%)	4 (1%)	1 (0,2%)
Total (n = 522)	2 (0,4%)	103 (19,7%)	399 (76,4%)	1 (0,2%)	6 (1,1%)	2 (0,4%)	1 (0,2%)	6 (1,1%)	2 (0,4%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #2

> <u>2- Les serpents du zoo</u>
>
> Dans le vivarium du zoo, il y a 3 serpents et 2 crocodiles. Les crocodiles mesurent entre 4 et 6 mètres de long. Par contre, les serpents sont plus grands que les crocodiles. En fait, le serpent A mesure 48 décimètres de long et celui-ci mange 15 souris chaque mois. Le serpent B mesure 64 décimètres de long et mange 20 souris par mois. Le nombre de souris offert aux serpents dépend de leur longueur. Si le serpent C mesure 16 décimètres de long, combien de souris mangera-t-il chaque mois?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : *rapport scalaire entier*
Élément d'informations : Éléments superflus
Nombre de couples de données : 3 couples de données

Afin de résoudre le second problème, le raisonnement des écarts constants a été privilégié par les participants à l'étude (37%). Afin d'expliquer l'occurrence de cette mise en relation des données, nous pensons que la présence du troisième couple de données peut avoir favorisé l'émergence de l'utilisation du raisonnement des écarts constants, et ce, puisque l'écart entre les données de même grandeur (64 cm et 48 cm et 20 souris et 15 souris) donne directement accès au rapport entier le plus simple, rapport qui était dans le problème recherché (16 pour 5).

De plus, les participants ont utilisé le raisonnement impliquant l'opérateur scalaire dans 16,5% des cas, ainsi que l'opérateur fonction dans une proportion de 7,6%. Ces résultats sont en accord avec l'analyse *a priori*. En effet, nous anticipions que le raisonnement impliquant l'opérateur scalaire soit privilégié au raisonnement impliquant l'opérateur fonction.

Aussi, ces analyses permettent de dégager que près d'un quart des élèves (25,7%) ont utilisé un raisonnement ne respectant pas la règle de proportionnalité (soit une règle de correspondance respectant seulement l'ordre de croissance ou une règle composite de caractères additif ou multiplicatif). De plus, dans 1% des cas, les participants ont utilisé une mise en relation des données qui consiste à fixer une valeur unitaire au hasard.

Le taux associé à l'usage des différents calculs relationnels se hiérarchise de manière à peu près semblable dans les différents types d'élèves. Celui-ci est présenté à l'intérieur du Tableau #34. En effet, le raisonnement des écarts constants a été priorisé par la majorité des types d'élèves. Seuls les élèves ayant un TDA font exception en privilégiant la mise en œuvre des règles composites de caractères multiplicatif ou additif. De plus, nous remarquons que parmi l'ensemble des calculs relationnels que nous avons été en mesure d'identifier, l'opérateur scalaire correspond au second raisonnement le plus fréquemment utilisé pour les élèves tout-venant et les élèves ayant un TDAH. Les élèves à risque et les élèves ayant un TDA semblent délaisser ce raisonnement afin de mettre en œuvre un peu plus fréquemment des calculs relationnels associés aux règles de correspondance d'ordre arbitraire, ainsi qu'aux règles composites de caractère additif ou multiplicatif.

Par ailleurs, force est de constater que les élèves à risque (17,9%) et les élèves ayant un TDA (16,2%) n'ont pas engagé de démarche visible de résolution de problèmes dans une proportion plus élevée que les autres élèves. De plus, il est possible de dégager que les élèves ayant un TDA (21,6%) effectuent un peu plus fréquemment le raisonnement de l'ordre strictement croissant que les autres types d'élèves. En effet, la fréquence à laquelle les autres types d'élèves élaborent ce raisonnement se situe entre 8,2% et 12,8%.

Tableau 34

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #2

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés						Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs non adéquats			Calculs adéquats					
	Ordre strictement croissant	Règles composites +/x	Valeur unitaire fixée au hasard	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Écarts constants	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	5 (12,8%)	7 (17,9%)	0	1 (2,6%)	6 (15,4%)	13 (33,3%)	0	7 (17,9%)	0
TDAH (n=30)	3 (10%)	5 (16,7%)	1 (3,3%)	3 (10%)	5 (16,7%)	6 (20%)	1 (3,3%)	2 (6,7%)	4 (13,3%)
TDA (n=37)	8 (21,6%)	9 (24,3%)	0	0	3 (8,1%)	8 (21,6%)	1 (2,7%)	6 (16,2%)	2 (5,4%)
Tout-venant (n=416)	34 (8,2%)	63 (15,1%)	4 (1%)	34 (8,2%)	72 (17,3%)	166 (39,4%)	8 (1,9%)	30 (7,2%)	5 (1,2%)
Total (n=522)	50 (9,6%)	84 (16,1%)	5 (1%)	38 (7,3%)	86 (16,5%)	193 (37%)	10 (1,9%)	45 (8,6%)	11 (2,1%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #3

<u>3- La soupe à l'oignon pour 12</u>
La recette d'une soupe à l'oignon pour 18 implique les ingrédients suivants:

8 oignons
6 tasses d'eau
4 cubes de concentré de poulet
24 grammes de beurre
½ tasse de crème

Je sais que j'ai besoin de 28 grammes de beurre afin de préparer de la soupe à l'oignon pour 21 personnes. Par ailleurs, pour la fête de l'Action de grâce, je souhaite préparer de la recette de soupe pour ma famille et mes cousins. J'ai donc besoin de préparer la recette pour douze personnes. Combien de grammes de beurre ai-je besoin afin de cuisiner ma recette?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : *aucun rapport entier*
Élément d'informations : Éléments d'information superflus
Nombre de couples de données : 3 couples de données

Afin de résoudre le problème #3, l'énoncé le plus difficile à résoudre selon nos statistiques descriptives, les participants ayant utilisé un calcul relationnel adéquat ont privilégié le raisonnement des écarts constants (37%). Bien que la mise en œuvre de ce raisonnement a été envisagée au sein de notre analyse *a priori*, nous ne pensions pas que l'occurrence de cette mise en relation des données soit aussi élevée. De plus, différents calculs relationnels relevant de notre adaptation de la typologie de Ricco (1982) ont été relevés. En effet, le raisonnement de l'opérateur fonction (7,1%), le raisonnement de l'opérateur scalaire (2%), ainsi que le raisonnement impliquant le sens opérateur de la fraction (1,2%) ont été utilisés afin de résoudre adéquatement ce problème.

Aussi, nous remarquons que certains élèves ont utilisé une mise en relation des données impliquant la présence d'un raisonnement proportionnel, mais qui engendre un échec. Cela se traduit par une fréquence de 3,6% concernant l'utilisation du raisonnement qui consiste à prendre un élément n d'un couple de données[62], ainsi que du raisonnement qui implique l'utilisation d'une donnée numérique impertinente (0,4%). La présence d'éléments d'information superflus justifie probablement l'émergence de cette dernière mise en relation des données. En effet, certains participants ont utilisé des données numériques impertinentes afin de mettre en oeuvre leur calcul relationnel.

Par ailleurs, nous constatons une fréquence élevée concernant l'utilisation d'un calcul relationnel inadéquat. En effet, parmi l'ensemble des élèves ayant échoué à ce problème, nous constatons que 38,3% de ceux-ci ont utilisé un raisonnement de règles composites de caractères additif ou multiplicatif. De plus, 5% des participants ont mis en œuvre un raisonnement de correspondance arbitraire respectant seulement la monotonie, tandis que près de 1 % des participants ont opté pour une suite numérique +1. Cela signifie qu'un peu plus de 45% des élèves ont échoué à ce problème.

Bien que les élèves tout-venant et les élèves ayant un TDAH aient utilisé plus fréquemment des calculs relationnels impliquant la présence d'un raisonnement proportionnel, nous observons que les différents types d'élèves ont utilisé les différentes mises en relation des données dans une fréquence relativement homogène. En effet, pour l'ensemble des types d'élèves, les règles composites de caractère additif ou multiplicatif, ainsi que les écarts constants constituent les deux

---

[62] À titre d'exemple, ce raisonnement pouvait se produire lorsque les participants sélectionnaient « 12 » en tant que donnée numérique référant à la quantité de personnes pour laquelle la recette est prévue et qu'ils reportaient cette donnée numérique de manière à traduire le nombre de grammes de beurre nécessaire pour effectuer la recette

raisonnements les plus fréquemment utilisés. Par contre, à la différence des autres types d'élèves qui adoptent l'opérateur fonction en tant que troisième priorité, les élèves ayant un TDAH semblent privilégier le raisonnement des règles de correspondance d'ordre arbitraire.

D'autre part, nous remarquons que les élèves ayant un TDAH semblent émettre des réponses instantanées (10%) dans une fréquence un peu plus élevée que les autres types d'élèves. De plus, les élèves à risque, les élèves ayant un TDA et les élèves tout-venant n'engagent pas de démarche visible de résolution de problèmes dans une fréquence un peu plus élevée que les élèves ayant un TDAH. L'ensemble des calculs relationnels utilisés afin de résoudre le problème #3 est présenté à l'intérieur du Tableau #35.

Tableau 35

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #3

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés									Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs non adéquats					Calculs adéquats						
	Ordre strictement croissant	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Utilisation donnée impertinente	Prise de l'élément n comme valeur unitaire	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Sens opérateur de la fraction / règle de 3	Réponse instantanée-réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	3 (7,7%)	0	16 (41%)	0	0	8 (20,5%)	4 (10,3%)	0	1 (2,6%)	0	7 (17,9%)	0
TDAH (n=30)	4 (13,3%)	0	11 (36,7%)	0	1 (3,3%)	7 (23,3%)	2 (6,7%)	1 (3,3%)	0	3 (10%)	1 (3,3%)	0
TDA (n=37)	1 (2,7%)	0	20 (54,1%)	1 (2,7%)	2 (5,4%)	4 (10,8%)	3 (8,1%)	0	0	0	5 (13,5%)	1 (2,7%)
Tout-venant (n=416)	18 (4,3%)	3 (0,7%)	153 (36,8%)	1 (0,2%)	16 (3,8%)	122 (29,3%)	28 (6,7%)	9 (2,2%)	5 (1,2%)	10 (2,4%)	43 (10,3%)	8 (1,9%)
Total (n=522)	26 (5%)	3 (0,6%)	200 (38,3%)	2 (0,4%)	19 (3,6%)	141 (27%)	37 (7,1%)	10 (2%)	6 (1,2%)	13 (2,5%)	56 (10,7%)	9 (1,7%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #4

4- Le prix des citrouilles 16 citrouilles coûtent 64$. Je veux acheter 18 citrouilles. Quel est le prix de 18 citrouilles?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : *rapport fonction entier*
Élément d'informations : Données essentielles
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Le raisonnement privilégié, afin de résoudre le problème #4, correspond à l'opérateur fonction. En fait, 83,3% des participants ont sélectionné l'opérateur fonction afin de résoudre cet énoncé de problème.

De plus, nous remarquons que les élèves ayant utilisé un raisonnement impliquant l'absence d'un raisonnement proportionnel ont mis en œuvre une règle composite de caractères additif ou multiplicatif dans 9,8% des cas. Aussi, le raisonnement de la suite numérique +1 a été utilisé à l'intérieur d'un peu plus de 2% des cas de résolution.

Concernant les calculs relationnels mis en œuvre par les différents types d'élèves, nous constatons que les raisonnements des opérateurs fonctions et des règles composites de caractères additif ou multiplicatif sont priorisés par l'ensemble des types d'élèves. Par ailleurs, nous observons que les élèves tout-venant ont utilisé un procédé engendrant un calcul réussi plus fréquemment que les autres types d'élèves (86,6%). De plus, les élèves ayant un TDAH, les élèves ayant un TDA et les élèves à risque ont plus souvent utilisé un calcul relationnel impliquant l'absence d'un raisonnement proportionnel que les élèves tout-venant. Ce constat nous amène à émettre l'hypothèse selon laquelle les élèves tout-venant sont peut-être en mesure de mettre plus aisément en œuvre un calcul relationnel adéquat lorsque les caractéristiques de l'énoncé engendrent un faible niveau de difficulté[63]. À cet effet, nous pouvons supposer que les élèves tout-venant maîtrisent peut-être plus rapidement, que les autres types d'élèves, l'ensemble des connaissances mathématiques nécessaires à la résolution de ce problème spécifique. De plus, il est possible que le faible niveau de difficulté impliqué par le problème influence, à la hausse, le niveau d'homogénéité relatif à l'utilisation d'un raisonnement spécifique de résolution du problème.

En dernier lieu, nous devons mentionner que les élèves à risque (7,7%) et les élèves ayant un TDA (5,4%) n'ont pas engagé de démarche visible de résolution dans une occurrence un peu plus élevée que celle observée chez les autres catégories d'élèves (3,3% pour les élèves ayant un TDAH et 1,4% chez les élèves tout-venant). L'ensemble des calculs relationnels utilisés afin de résoudre le problème #4 est présenté au sein du Tableau #36.

---

[63] Il est à noter que le résultat moyen à la résolution du problème #4 était de 4,31/5. À cet effet, parmi les neuf énoncés que nous avons soumis aux élèves, ce problème était le plus facile à résoudre.

Tableau 36

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #4

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés								Calculs relationnels non identifiés	
	Calculs non adéquats				Calculs adéquats					
	Ordre strictement croissant	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Valeur unitaire fixée au hasard	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Sens opérateur de la fraction / règle de 3	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait
Élève à risque (n=39)	0	0	7 (17,9%)	0	0	27 (69,2%)	1 (2,6%)	0	1 (2,6%)	3 (7,7%)
TDAH (n=30)	0	1 (3,3%)	6 (20%)	0	0	22 (73,3%)	0	0	0	1 (3,3%)
TDA (n=37)	0	1 (2,7%)	7 (18,9%)	0	0	26 (70,3%)	1 (2,7%)	0	0	2 (5,4%)
Tout-venant (n=416)	3 (0,7%)	9 (2,2%)	31 (7,5%)	1 (0,2%)	1 (0,2%)	360 (86,6%)	2 (0,5%)	1 (0,2%)	2 (0,5%)	6 (1,4%)
Total (n=522)	3 (0,6%)	11 (2,1%)	51 (9,8%)	1 (0,2%)	1 (0,2%)	435 (83,3%)	4 (0,8%)	1 (0,2%)	3 (0,6%)	12 (2,3%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #5

<u>5- Le mélange de couleurs</u> Un mélange de couleurs est composé de 14 millilitres de peinture verte et de 8 millilitres de peinture jaune. En utilisant 56 millilitres de peinture verte, combien faut-il de millilitres de peinture jaune pour obtenir ce même mélange?

Structure du problème : $4^{ème}$ proportionnelle
Rapport numérique : *rapport scalaire entier*
Élément d'informations : Données essentielles
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre l'énoncé de problème #5, les participants ont privilégié l'utilisation de l'opérateur scalaire (48,1%). Ici, les raisonnements associés à l'opérateur fonction (1,1%) et à l'écart constant (0,4%) ont été peu fréquemment utilisés. Il semble ainsi que la présence d'éléments d'information essentiels, lorsque jumelée à un rapport numérique de type *scalaire entier*, engendre une plus grande homogénéité propres aux calculs relationnels utilisés, et ce, sans qu'il y ait une influence concernant le rendement observé.

Cette homogénéité se traduit aussi par des calculs relationnels impliquant l'absence d'un raisonnement proportionnel[64]. En effet, le raisonnement impliquant l'utilisation de règles composites de caractères additif ou multiplicatif (40,8%) a été plus fréquemment mis en œuvre que les raisonnements associés à la suite numérique +1 (0,4%), ainsi qu'aux règles de correspondance arbitraires respectant l'ordre de croissance (1%).

---

[64] Il est important de mentionner que cette homogénéité des calculs relationnels ne s'applique pas lorsque l'énoncé de problème se caractérise par un rapport numérique *aucun rapport entier*.

De plus, nous observons que la fréquence à laquelle le raisonnement qui consiste à prendre un élément n d'un couple de données a été observé est relativement élevée (1,9%) par rapport à celle relevée lors de la résolution des autres problèmes. Les différents types d'élèves semblent utiliser les différents calculs relationnels dans une proportion relativement homogène. Par ailleurs, la fréquence à laquelle le raisonnement de l'opérateur scalaire est mis en œuvre fait en sorte que les élèves tout-venant et que les élèves ayant un TDAH adoptent plus souvent un calcul relationnel adéquat que les autres types d'élèves. À cet effet, les élèves ayant un TDA et les élèves à risque élaborent un calcul relationnel inadéquat plus fréquemment que les autres types d'élèves, et ce, puisqu'ils utilisent le raisonnement des règles composites de caractères additif ou multiplicatif dans des proportions de 64,9% et de 43,6%. D'autre part, nous remarquons que les élèves à risque n'ont engagé aucune démarche visible de résolution (15,6%) un peu plus fréquemment que les autres types d'élèves. L'ensemble des calculs relationnels utilisés par les participants est présenté à l'intérieur du Tableau #37.

Tableau 37

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #5

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés								Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs non adéquats					Calculs adéquats					
	Ordre strictement croissant	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Valeur unitaire fixée au hasard	Prise de l'élément n comme valeur unitaire	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	0	0	17 (43,6%)	0	1 (2,6%)	0	2 (5,1%)	13 (33,4%)	0	6 (15,4%)	0
TDAH (n=30)	0	0	12 (40%)	0	1 (3,3%)	1 (3,3%	0	15 (50%)	1 (3,3%)	0	0
TDA (n=37)	0	1 (2,7%)	24 (64,9%)	0	0	0	0	11 (29,7%)	0	1 (2,7%)	0
Tout-venant (n=416)	5 (1,2%)	1 (0,2%)	160 (38,5%)	1 (0,2%)	8 (1,9%)	1 (0,2%)	4 (1%)	212 (50,9%)	5 (1,2%)	18 (4,3%)	1 (0,2%)
Total (n=522)	5 (1%)	2 (0,4%)	213 (40,8%)	1 (0,2%)	10 (1,9%)	2 (0,4%)	6 (1,1%)	251 (48,1%)	6 (1,1%)	25 (4,8%)	1 (0,2%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #6

> 6- Les scouts
> 18 scouts sont allés au camp Trois-Saumons la semaine dernière. Afin de nourrir ces enfants, 21 petits pains, 8 litres de lait, 4 lasagnes et 3 gâteaux au chocolat ont été préparés par le cuisinier. Au total, les enfants scouts ont eu le temps de compléter 12 activités. Cette semaine, 54 scouts visitent le camp. Combien de petits pains le cuisinier doit-il préparer cette semaine?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : *rapport scalaire entier*
Élément d'informations : Éléments d'information superflus
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre le problème #6, les participants ont privilégié l'utilisation d'un raisonnement associé à l'opérateur scalaire (49,4%). De plus, l'opérateur fonction (4,6%) et le raisonnement des écarts constants (1%) ont aussi été utilisés, mais dans une moindre mesure.

Les élèves ayant mis en œuvre un calcul relationnel inadéquat ont fréquemment utilisé un raisonnement impliquant des règles composites de caractères additif ou multiplicatif (36,4%). Par ailleurs, le raisonnement impliquant des règles de correspondance arbitraires respectant l'ordre de croissance (1%), ainsi que le raisonnement de la suite numérique +1 (0,2%) ont aussi été utilisés.

D'autre part, nous remarquons que le raisonnement qui consiste à prendre l'élément n d'un couple de données (0,4%), ainsi que le raisonnement utilisant une donnée numérique impertinente (0,2%) ont aussi été mis de l'avant, mais très peu fréquemment. De plus, nous dégageons que les différents types d'élèves ont utilisé les différents calculs relationnels dans une fréquence relativement homogène. En effet, l'ensemble des types d'élèves a adopté l'opérateur scalaire, ainsi que les règles composites de caractères additif ou multiplicatif en tant que raisonnements privilégiés. Par ailleurs, les élèves ayant un TDA/H ont eu plus fréquemment recours à un raisonnement impliquant l'opérateur scalaire (60%) que les autres types d'élèves. En contrepartie, ceux-ci ont aussi utilisé le raisonnement impliquant des règles composites de caractères additif ou multiplicatif dans une proportion moins élevée que les autres types d'élèves (20%). En dernier lieu, nous remarquons aussi que les élèves à risque n'ont engagé aucune démarche visible de résolution (17,9%) dans une occurrence un peu plus élevée que les autres types d'élèves. L'analyse descriptive de l'ensemble des calculs relationnels utilisés pour résoudre ce problème est présentée au sein du Tableau #38.

Tableau 38

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #6

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés								Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs non adéquats					Calculs adéquats					
	Ordre strictement croissant	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Prise de l'élément n comme valeur unitaire	Utilisation donnée impertinente	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	1 (2,6%)	0	14 (35,9%)	0	0	0	1 (2,6%)	16 (41,1%)	0	7 (17,9%)	0
TDAH (n=30)	1 (3,3%)	0	6 (20%)	0	0	1 (3,3%)	1 (3,3%)	18 (60%)	1 (3,3%)	2 (6,7%)	0
TDA (n=37)	2 (5,4%)	0	16 (43,2%)	0	1 (2,7%)	0	2 (5,4%)	14 (37,8%)	0	2 (5,4%)	0
Tout-venant (n=416)	1 (0,2%)	1 (0,2%)	154 (37%)	2 (0,5%)	0	4 (1%)	19 (4,5%)	210 (50,5%)	1 (0,2%)	21 (5%)	3 (0,7%)
Total (n=522)	5 (1%)	1 (0,2%)	190 (36,4%)	2 (0,4%)	1 (0,2%)	5 (1%)	23 (4,6%)	258 (49,4%)	2 (0,4%)	32 (6,1%)	3 (0,6%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #7

7- Le camp de vacances Chaque année, le camp de vacances *Cité Joie* offre d'héberger des élèves ayant eu un bon comportement pour une durée de deux jours. La fin de semaine passée, 18 enfants ont dormi au camp de vacances. Ceux-ci ont bu 72 verres de lait. En fin de semaine, 23 enfants ont bu 92 verres de lait. Combien de verres de lait le directeur du camp doit-il prévoir s'il y aura 21 enfants présents la fin de semaine prochaine?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : *rapport fonction entier*
Élément d'informations : Éléments d'information superflus
Nombre de couples de données : 3 couples de données

Afin de résoudre l'énoncé de problème #7, les participants ont majoritairement utilisé un raisonnement associé à l'opérateur fonction (53,8%). Ce résultat est conforme à l'analyse *a priori* que nous avons menée. Le raisonnement des écarts constants a aussi été utilisé à quelques reprises, c'est-à-dire dans 5,9% des cas, tandis que les raisonnements associés à l'opérateur scalaire (0,6%), ainsi qu'au sens opérateur de la fraction (0,4%) ont été rarement mis en œuvre. Ces résultats permettent de dégager que le raisonnement « opérateur scalaire » est très peu sollicité lorsque le problème est caractérisé par un rapport fonction entier.

D'autre part, les élèves ayant utilisé un calcul relationnel inadéquat ont privilégié le raisonnement de règles composites de caractères additif ou multiplicatif (18,4%). De plus, le raisonnement de la suite numérique +1 a été mis en place dans 4,2% des cas de résolution, tandis que le raisonnement des règles de correspondance arbitraire respectant l'ordre de croissance fut utilisé dans 8,4% des démarches de résolution. Les raisonnements qui consistent à fixer une valeur unitaire au hasard (0,2%), ainsi que celui qui consiste à prendre un élément n d'un couple de données (0,2%) furent rarement observés.

Le taux associé à l'usage des différents raisonnements se hiérarchise de manière à peu près semblable dans les différents types d'élèves. Par ailleurs, nous remarquons que les élèves tout-venant ont utilisé, un peu plus fréquemment, le raisonnement impliquant l'opérateur fonction (56,7%) que les autres types d'élèves. De plus, les élèves ayant un TDAH (16,7%) et les élèves ayant un TDA (13,5%) adoptent plus souvent le raisonnement des règles de correspondance respectant seulement l'ordre arbitraire, tandis que les élèves à risque (35,9%) mettent en œuvre plus souvent le raisonnement des règles composites de caractères additif ou multiplicatif que les autres types d'élèves. D'autre part, nous relevons que les élèves à risque (10,3%) et que les élèves ayant un TDA (10,8%) n'ont pas engagé de démarche visible de résolution de problèmes dans une proportion plus élevée que les autres types d'élèves. L'analyse descriptive de l'ensemble des calculs relationnels utilisés pour résoudre ce problème est présentée au sein du Tableau #39.

Tableau 39

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #7

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés									Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs non adéquats					Calculs adéquats						
	Ordre strictement croissant	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Valeur unitaire fixée au hasard	Prise de l'élément n comme valeur unitaire	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Sens opérateur de la fraction / règle de 3	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	3 (7,7%)	2 (5,1%)	14 (35,9%)	0	0	4 (10,3%)	12 (30,8%)	0	0	0	4 (10,3%)	0
TDAH (n=30)	5 (16,7%)	0	6 (20%)	1 (3,3%)	0	0	14 (46,7%)	0	1 (3,3%)	1 (3,3%)	1 (3,3%)	1 (3,3%)
TDA (n=37)	5 (13,5%)	4 (10,8%)	4 (10,8%)	0	0	1 (2,7%)	19 (51,4%)	0	0	0	4 (10,8%)	0
Tout-venant (n=416)	31 (7,4%)	16 (3,8%)	72 (17,3%)	0	1 (0,2%)	26 (6,2%)	236 (56,7%)	3 (0,7%)	1 (0,2%)	2 (0,5%)	24 (5,8%)	4 (1%)
Total (n=522)	44 (8,4%)	22 (4,2%)	96 (18,4%)	1 (0,2%)	1 (0,2%)	31 (5,9%)	281 (53,8%)	3 (0,6%)	2 (0,4%)	3 (0,6%)	33 (6,3%)	5 (1%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #8

> 8- L'imprimerie
> Dans le but de préparer les élèves du Québec à la dictée PGL, une imprimerie doit publier plusieurs dictionnaires. Cette imprimerie a besoin d'exactement 6 minutes afin de publier 8 dictionnaires. S'il reste 15 minutes avant la fin de la journée de travail, combien de dictionnaires est-il possible d'imprimer?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : *aucun rapport entier*
Élément d'informations : Éléments d'information situationnels
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre le problème #8, le troisième énoncé le plus difficile à résoudre selon nos statistiques descriptives, les élèves ayant utilisé un calcul relationnel adéquat ont privilégié le raisonnement des écarts constants (17,8%), ainsi que l'opérateur fonction (13,8%). Par ailleurs, l'opérateur scalaire (9,2%) et le raisonnement impliquant le sens opérateur de la fraction (1,9%) ont aussi été utilisés. Ces constats nous amènent à émettre l'hypothèse selon laquelle le type de rapport numérique *aucun rapport entier* peut possiblement favoriser une utilisation diversifiée des différents calculs relationnels.

De plus, parmi les élèves ayant mis en œuvre un calcul relationnel inadéquat, les raisonnements associés aux règles de correspondance respectant strictement l'ordre de croissance (25,1%), ainsi qu'aux règles composites de caractères additif ou multiplicatif (18,8%) ont été le plus fréquemment utilisés. La suite numérique +1 a aussi été mobilisée dans 2,9% des démarches de résolution.

Le taux associé à l'usage des différents calculs relationnels se hiérarchise de manière à peu près semblable dans les divers types d'élèves. À cet effet, le raisonnement impliquant les règles de correspondance respectant seulement l'ordre de croissance a été priorisé par les différents types d'élèves (25,1%). Par ailleurs, nous remarquons que les élèves ayant un TDAH ont mis en œuvre un peu plus fréquemment ce dernier raisonnement (33,4%) que les autres types d'élèves (soit environ 25% pour les autres types). Notons que plus de 10% des élèves ayant un TDAH ont émis une réponse juste (sans solution) alors que ce taux n'est d'environ que de 2% chez les autres types d'élèves. De plus, les élèves à risque n'ont pas engagé de démarche visible de résolution de problèmes (15,4%) dans une proportion plus élevée que les autres types d'élèves (entre 0% et 5,4% pour chacun des autres types). Enfin, les élèves à risque ont mis en œuvre le raisonnement de la suite numérique +1 (10,8%) dans une proportion plus élevée que celle observée chez les autres types d'élèves. L'analyse descriptive de l'ensemble des calculs relationnels utilisés pour résoudre ce problème est présentée au sein du Tableau #40.

Tableau 40

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #8

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés									Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs non adéquats					Calculs adéquats						
	Ordre strictement croissant	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Valeur unitaire fixée au hasard	Prise de l'élément n comme valeur unitaire	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Sens opérateur de la fraction / règle de 3	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	11 (28,2%)	1 (2,6%)	11 (28,2%)	0	0	5 (12,8%)	2 (5,1%)	2 (5,1%)	0	1 (2,6%)	6 (15,4%)	0
TDAH (n=30)	10 (33,4%)	0	6 (20%)	1 (3,3%)	0	4 (13,3%)	3 (10%)	3 (10%)	0	3 (10%)	0	0
TDA (n=37)	9 (24,3%)	4 (10,8%)	6 (16,2%)	0	0	6 (16,2%)	6 (16,2%)	2 (5,4%)	1 (2,7%)	0	2 (5,4%)	1 (2,7%)
Tout-venant (n=416)	101 (24,3%)	10 (2,4%)	75 (18%)	2 (0,4%)	2 (0,4%)	78 (18,8%)	61 (14,6%)	41 (9,8%)	9 (2,2%)	9 (2,2%)	22 (5,3%)	6 (1,4%)
Total (n=522)	131 (25,1%)	15 (2,9%)	98 (18,8%)	3 (0,6%)	2 (0,4%)	93 (17,8%)	72 (13,8%)	48 (9,2%)	10 (1,9%)	13 (2,5%)	30 (5,7%)	7 (1,3%)

Analyse *a posteriori* des calculs relationnels utilisés pour résoudre le problème #9

9- Le jus d'orange En pressant 4 oranges, il est possible d'obtenir 6 verres de jus d'orange. En utilisant 6 oranges, il est possible d'obtenir 9 verres de jus d'orange. Si je presse 10 oranges, combien de verres de jus vais-je obtenir?

Structure du problème : $4^{ème}$ proportionnelle
Rapport numérique : *aucun rapport entier*
Élément d'informations : Données essentielles
Nombre de couples de données : 3 couples de données

Afin de résoudre le problème #9, le deuxième énoncé le plus difficile à résoudre selon nos statistiques descriptives, les participants ont privilégié le raisonnement des écarts constants (28,9%). Aussi, les raisonnements impliquant l'opérateur fonction (7,9%) et l'opérateur scalaire (1,5%) ont été mis en œuvre à quelques occasions. Ces résultats sont un peu surprenants, puisque selon l'analyse *a priori* que nous avons mise en place, nous anticipions une occurrence plus élevée des raisonnements liés à l'opérateur fonction, ainsi qu'à l'opérateur scalaire.

Par ailleurs, parmi les calculs relationnels inadéquats, le raisonnement des suites numériques croissant/décroissant a été le plus fréquemment utilisé (22,8%). Nous pensons que les données numériques impliquées à l'intérieur des différents couples de données ($x_1 = 4$, $y_1 = 6$; $x_2 = 6$, $y_2 = 9$; $x_3 = 10$, $y_3 = ?$) ont favorisé l'émergence de ce raisonnement. Cela est essentiellement attribuable au fait que ces données numériques spécifiques peuvent influer l'élève à mettre en œuvre une suite numérique qui n'implique pas la présence d'un raisonnement proportionnel. Les calculs relationnels associés aux règles composites de caractères additif ou multiplicatif (11,1%), aux règles de correspondance respectant seulement l'ordre de croissance (10,4%), ainsi qu'à la suite numérique + 1 (2,3%) ont aussi été mis en œuvre afin de résoudre ce problème.

Le taux associé à l'usage des différents calculs relationnels se hiérarchise de manière à peu près semblable dans les différents types d'élèves. En effet, les raisonnements des écarts constants et de la suite numérique croissante/décroissante sont les deux calculs relationnels privilégiés par l'ensemble des types d'élèves. Par contre, les élèves tout-venant, les élèves ayant un TDAH et les élèves ayant un TDA ont utilisé plus souvent une suite numérique d'ordre croissant/décroissant. Pour leur part, les élèves à risque (23,1%) ont plus fréquemment utilisé un raisonnement de règles composites de caractères additifs ou multiplicatifs que les autres types d'élèves (8,1% chez les TDA, 9,9% chez les élèves tout-venant et 16,7% chez les TDAH). De plus, nous remarquons que les élèves ayant un TDAH (20%) ont émis une réponse instantanée dans une occurrence plus élevée que celle observée chez les autres types d'élèves (entre 2,7% et 5,1%). Pour leur part, les élèves à risque n'ont pas engagé aucune démarche visible de résolution (12,8%) dans une proportion plus élevée que celle dégagée chez les autres types d'élèves. L'analyse descriptive de l'ensemble des calculs relationnels utilisés pour résoudre ce problème est présentée au sein du Tableau #41.

Tableau 41

Analyse descriptive des calculs relationnels effectués par chacun des types d'élèves pour le problème #9

Types d'élèves	Calculs relationnels identifiés										Calculs relationnels non identifiés		
	Calculs non adéquats						Calculs adéquats						
	Ordre strictement croissant	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Suite numérique croissante	Valeur unitaire fixée au hasard	Prise de l'élément n comme valeur unitaire	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Sens opérateur de la fraction / règle de 3	Réponse instantanée - réussite	Problème pas fait	Raisonnement inconnu
Élève à risque (n=39)	4 (10,3%)	1 (2,6%)	9 (23,1%)	5 (12,8%)	0	0	9 (23,1%)	3 (7,7%)	0	0	2 (5,1%)	5 (12,8%)	1 (2,6%)
TDAH (n=30)	2 (6,7%)	0	5 (16,7%)	7 (23,3%)	0	1 (3,3%)	6 (20%)	0	0	1 (3,3%)	6 (20%)	1 (3,3%)	1 (3,3%)
TDA (n=37)	4 (10,8%)	1 (2,7%)	3 (8,1%)	11 (29,7%)	0	0	9 (24,3%)	4 (10,8%)	1 (2,7%)	0	1 (2,7%)	3 (8,1%)	0
Tout-venant (n=416)	44 (10,5%)	10 (2,4%)	41 (9,9%)	96 (23,1%)	4 (1%)	2 (0,5%)	127 (30,5%)	34 (8,2%)	7 (1,7%)	3 (0,7%)	18 (4,3%)	25 (6%)	5 (1,2%)
Total (n=522)	54 (10,4%)	12 (2,3%)	58 (11,1%)	119 (22,8%)	4 (0,8%)	3 (0,6%)	151 (28,9%)	41 (7,9%)	8 (1,5%)	4 (0,8%)	27 (5,2%)	34 (6,5%)	7 (1,3%)

4.3 Résultats relatifs à la troisième question de recherche

Afin de répondre à notre troisième question de recherche, nous avons mis en œuvre deux tests statistiques distincts. Dans un premier temps, nous avons évalué la part de la variance expliquée par le diagnostic du TDA/H sur le rendement en résolution de problème. Par la suite, nous avons réévalué l'influence du diagnostic du TDA/H en considérant simultanément les principaux prédicteurs susceptibles d'influer sur le rendement en résolution de problèmes.

4.3.1 Analyse de l'influence du diagnostic du TDA/H sur le rendement en résolution de problèmes sur les proportions

Afin de vérifier la portée du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement des élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques, nous avons effectué une analyse de régression simple. Cette première analyse vise spécifiquement à dégager la variance du rendement en résolution de problèmes expliquée par le TDA/H lorsque ce diagnostic constitue la seule variable considérée. Les résultats de ce test sont rapportés à l'intérieur du Tableau #42.

Tableau 42

Résultats de l'analyse de régression simple concernant l'évaluation du critère du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement en résolution de problèmes

Analyse de régression simple					
Récapitulatif du modèle	R	R carré	R carré ajusté	Erreur standard de l'estimation	
	0,092[a]	0,08	0,07	9,69885	
Modèle 1	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Signification
Régression	417,662	1	417,662	4,440	0,036[b]
Résidu	48915,183	520	94,068		
Total	49332,845	521			

[a] Variable dépendante : résultat total en résolution de problèmes mathématiques.

[b] Prédicteur : Élèves étiquetés comme ayant un TDA/H par rapport aux autres élèves.

À la lumière des données obtenues, nous dégageons une influence statistiquement significative du critère d'attribution du diagnostic du TDA/H sur le rendement en résolution de problèmes (F(1,521) = 4,440 ; p = 0,036). L'analyse du R carré permet d'observer que le critère du diagnostic du TDA/H justifie 7,0% de la variance du rendement en résolution de problèmes mathématiques.

4.3.2 Analyse de la portée des autres prédicteurs du rendement en mathématiques

Afin de déterminer la portée des autres prédicteurs du rendement lors de la résolution de problèmes mathématiques sur les proportions, nous avons effectué une analyse de régression multiple. Dans le cadre de cette analyse, nous avons considéré différentes variables indépendantes susceptibles d'influencer le rendement en résolution de problèmes, soit : le niveau socio-économique selon les deux indicateurs du ministère de l'Éducation[65], le niveau de motivation scolaire, l'évaluation du niveau d'attention selon l'enseignant, l'évaluation de l'enseignant du niveau d'habiletés en lecture de l'élève, le sexe, ainsi que le niveau d'attention sélective de l'élève.

Afin de mettre en œuvre notre analyse de régression multiple, nous avons choisi d'utiliser la méthode avec entrée progressive de type *pas à pas* (*stepwise*) telle que définie par Kinnear et Grey (2005). Le choix de cette méthode nous parait pertinent afin de déterminer, dans un premier temps, la variable indépendante la plus fortement corrélée avec le rendement à résoudre des problèmes mathématiques (variable dépendante). Si l'analyse est significative, la méthode d'entrée progressive de type pas à pas insère cette variable au sein d'un modèle de régression. De plus, cette méthode d'analyse permet de hiérarchiser les autres variables indépendantes en fonction de la force de leur corrélation avec la variable dépendante. Les variables indépendantes sont intégrées une par une au modèle de régression si celles-ci apportent une contribution significative. À cet effet, la méthode d'entrée progressive

---

[65] Rappelons que les deux indicateurs du ministère correspondent à l'indice de milieu socio-économique (IMSE), ainsi que l'indice du seuil de faible revenu (SFR). L'IMSE réfère implicitement au niveau de scolarité de la mère et à l'occupation d'un emploi des parents. Le SFR correspond essentiellement à la proportion des familles dont le revenu est situé près ou sous le seuil de faible revenu.

de type *pas à pas* permet d'éliminer les variables redondantes qui n'apportent pas de contribution significative au modèle.

Les différents modèles de régression multiple retenus suite à l'analyse sont présentés au sein du Tableau #43. Les seuils de significations du modèle sont abordés à l'intérieur du Tableau #44. En dernier lieu, les valeurs des coefficients de régression sont mises de l'avant au sein du Tableau #45.

Tableau 43

Présentation des différents modèles de régression multiple retenus

Récapitulatif des modèles				
Modèles sélectionnés	R	R carré	R carré ajusté	Erreur standard de l'estimation
1	0,384[a]	0,147	0,146	8,92278
2	0,443[b]	0,196	0,193	8,67360
3	0,489[c]	0,239	0,234	8,44680
4	0,511[d]	0,262	0,255	8,33010
5	0,525[e]	0,276	0,268	8,25863

a. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant.

b. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève.

c. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève, l'indice du seuil de faible revenu selon le ministère de l'Éducation.

d. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève, l'indice du seuil de faible revenu selon le ministère de l'Éducation, le niveau d'attention sélective.

e. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève, l'indice du seuil de faible revenu selon le ministère de l'Éducation, le niveau d'attention sélective, le niveau d'amotivation.

Tableau 44

Seuil de signification de chacun des modèles retenus

Modèles		ANOVA[a] Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Signification
1	Régression	6733,528	1	6733,528	84,575	,000[b]
	Résidu	38932,203	489	79,616		
	Total	45665,731	490			
2	Régression	36712,873	2	4476,429	59,013	,000[c]
	Résidu	45665,731	488	75,231		
	Total	45665,731	490			
3	Régression	10919,077	3	3639,692	51,013	,000[d]
	Résidu	34723,840	487	71,348		
	Total	45665,731	490			
4	Régression	11941,891	4	2985,473	43,024	,000[e]
	Résidu	33723,840	486	69,391		
	Total	45665,731	490			
5	Régression	12586,321	5	2517,264	36,907	,000[f]
	Résidu	33079,410	485	68,205		
	Total	45665,731	490			

a. Variable dépendante : Résultat total en mathématiques.

b. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant.

c. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève.

d. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève, l'indice du seuil de faible revenu selon le ministère de l'Éducation.

e. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève, l'indice du seuil de faible revenu selon le ministère de l'Éducation, le niveau d'attention sélective.

f. Valeurs prédites : (constantes), Évaluation du niveau d'habiletés en lecture selon l'enseignant, le sexe de l'élève, l'indice du seuil de faible revenu selon le ministère de l'Éducation, le niveau d'attention sélective, le niveau d'amotivation.

Tableau 45

Valeurs des coefficients de régression

Modèles		Coefficients[a]				
		Coefficients non standardisés		Coefficients standardisés		
		B	Erreur standard	Bêta	t	Sig.
1	(constante)	19,036	1,199		15,877	,000
	Hab. en lecture	5,079	0,552	0,384	9,196	,000
2	(constante)	24,709	1,565		15,788	,000
	Hab. en lecture	5,441	0,541	0,411	10,058	,000
	Sexe	- 4,285	0,789	- 0,222	- 5,431	,000
3	(constante)	27,372	1,606		17,040	,000
	Hab. en lecture	5,391	0,527	0,408	10,232	,000
	Sexe	- 4,339	0,768	- 0,225	- 5,647	,000
	Seuil revenu	- 0,358	0,068	- 0,208	- 5,250	,000
4	(constante)	21,363	2,227		9,593	,000
	Hab. en lecture	5,234	0,521	0,396	10,041	,000
	Sexe	- 4,761	0,766	- 0,247	- 6,219	,000
	Seuil revenu	- 0,359	0,067	- 0,208	- 5,333	,000
	Att. sélective	0,028	0,007	0,152	3,839	,000
5	(constante)	16,101	0,007	0,152	3,839	,000
	Hab. en lecture	4,952	0,525	0,374	9,434	,000
	Sexe	- 4,889	0,760	- 0,253	- 6,430	,000
	Seuil revenu	- 0,343	0,067	- 0,199	- 5,124	,000
	Att. Sélective	0,026	0,007	0,145	3,680	,000
	Amotivation	1,407	0,458	0,122	3,074	,002

a. Variable dépendante : Résultat total en résolution de problèmes.

Le modèle de régression #5 est préservé, puisque ce modèle permet de considérer le plus grand nombre de variables ayant une influence sur le rendement à résoudre des problèmes mathématiques. À la lumière des données obtenues, nous pouvons dégager que cinq variables indépendantes distinctes influencent le rendement à résoudre des problèmes mathématiques ($F(5,490) = 36{,}907$; $p < 0{,}001$). En fait, l'évaluation de l'enseignant du niveau d'habiletés en lecture de l'élève permet de justifier 14,6% de la variance en résolution de problèmes, le sexe de l'élève explique 4,7% de cette variance, l'indice du ministère du seuil de faible revenu de l'élève justifie pour sa part 4,1% de cette variance, le niveau d'attention sélective de l'élève justifie 2,1% de cette variance. Pour finir, nous pouvons affirmer que le niveau d'amotivation de l'élève permet d'expliquer 1,1% de la variance en résolution de problèmes. Il est important de noter que le critère de l'attribution ou non du diagnostic du TDA/H est rejeté de notre modèle de régression. Cela signifie qu'en considérant plusieurs facteurs et/ou indicateurs susceptibles d'influer sur le rendement en résolution de problèmes, le critère du diagnostic du TDA/H n'apparaît pas comme étant un prédicteur du rendement de cette activité mathématique. Une interprétation de ces résultats est présentée au sein du prochain chapitre.

CHAPITRE 5

INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans le cadre de ce chapitre, une interprétation des résultats est effectuée en trois parties distinctes afin d'apporter des éléments de réponse à nos questions de recherche. D'abord, pour chacun des énoncés de problèmes du dispositif de recherche, nous interprétons le rendement de chacun des types d'élève. Ensuite, nous précisons l'influence des caractéristiques didactiques des énoncés et de l'effet-classe sur le rendement à résoudre les énoncés. Nous poursuivons nos interprétations en discutant des différents calculs relationnels mis en œuvre par chacun des types d'élèves, ainsi qu'en fonction des variables didactiques des énoncés de problèmes. Enfin, nous discutons de la portée du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement en résolution de problèmes mathématiques.

5.1 Interprétations du rendement en résolution de problèmes mathématiques

Dans cette section, est d'abord présenté et comparé le rendement obtenu par les différents types d'élèves ayant participé au devis quantitatif de l'étude. Ensuite, l'interprétation concernant l'influence des variables didactiques des problèmes sur le rendement est abordée. Enfin, nous discutons du rendement obtenu par les élèves en fonction de leur appartenance à un milieu scolaire donné.

5.1.1 Rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves

La première question de recherche porte sur la relation entre le rendement dans la résolution de problèmes de proportion et les différents types d'élèves :

1 *« Est-ce que le rendement en résolution de problèmes sur les proportions diffère chez les élèves à risque, les élèves ayant un TDAH, les élèves ayant un TDA et les élèves tout-venant ? »*

Afin de répondre à cette question de recherche, une première analyse de variance (ANOVA) a été effectuée. Cette analyse met en évidence que le rendement en résolution de problèmes, pour l'ensemble des énoncés soumis, varie en fonction des différents types d'élèves ($p \leq 0,001$)[66]. Cependant, nous n'avons pas été en mesure d'identifier entre quels types d'élèves se situent ces différences. Par ailleurs, en référant aux statistiques descriptives, il est possible de dégager que les élèves tout-venant et que les élèves ayant un TDAH résolvent, avec succès, plus fréquemment les énoncés de résolution de problèmes sur les proportions que les autres types d'élèves. Conséquemment, les élèves ayant un TDA et les élèves à risque obtiennent un plus faible rendement que les autres types d'élèves. Considérant l'ampleur de la taille de l'effet que nous avons observée suite à cette analyse de variance ($\eta^2 = 0,032$), il est plausible d'inférer que ces divergences concernant le rendement sont de faible importance.

---

[66] Il est important de rappeler que la correction de Bonferroni ainsi que la prise de médication peut avoir contribué à une diminution quant à l'observation de résultats significatifs.

En effectuant des analyses plus approfondies, nous avons observé que les différences de rendement des différents types d'élèves ne sont statistiquement significatives qu'à l'intérieur d'un seul énoncé, soit celui du problème #2. Pour ce problème, les élèves tout-venant ont obtenu un rendement plus élevé que les élèves ayant un TDA. La taille de l'effet observée est modérément faible ($\eta^2 = 0{,}031$). Étant donné que seul l'énoncé du problème #2 implique une différence significative, il convient d'examiner les caractéristiques relatives à cet énoncé spécifique. Cet énoncé implique un rapport numérique *scalaire entier*, un troisième couple de données, ainsi qu'un enrichissement des données verbales qui se traduit par des éléments d'informations superflus. Il est possible que la somme d'informations contenues dans le problème, relativement importante, ait affecté la mise en relation des données du problème des élèves ayant un TDA. La comparaison des raisonnements en résolution de problèmes des différents types d'élèves, à la section #5.2.2.2 permettra de confronter cette hypothèse.

Nos résultats suggèrent des réserves sur la validité du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur des résultats en résolution de problèmes sur les proportions. En effet, bien que les difficultés scolaires en mathématiques des élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention (TDA/H) ont été relevées dans plusieurs études en psychologie cognitive (Barry, Lyman et Klinger, 2002 ; Capano, Minden, Chen, Schachar et Ickowicz, 2008 ; Zentall, 2009), le caractère englobant de l'étiquette TDA/H semble affaiblir sa portée en tant que prédicteur du rendement en mathématiques, à tout le moins par rapport au type de problèmes soumis dans notre étude. En effet, seule une divergence concernant le rendement des élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention, type inattention prédominante (TDA), est observée dans notre étude en regard du rendement des élèves tout-venant. Considérant que les élèves diagnostiqués du TDAH et ceux diagnostiqués du TDA n'ont pas obtenu un rendement comparable, il s'avère que le diagnostic du TDA/H peut difficilement être considéré comme un facteur de prédiction du rendement en résolution de problèmes de proportionnalité pour des élèves de 6^e année primaire. La section #5.3 permettra d'approfondir ce constat de recherche.

En résumé, les résultats de notre étude permettent d'affirmer que le rendement en résolution de problèmes sur les proportions diffère en fonction des types d'élèves ($p \leq 0,001$). Ces différences sont cependant de faible importance ($\eta^2 = 0,032$). Nous relevons, par ailleurs, que les élèves ayant un TDA ont un rendement inférieur aux élèves tout-venant à la résolution de l'énoncé du problème 2. Aucune autre différence significative, entre les rendements des différents types d'élèves, n'est relevée sur l'ensemble des énoncés de problèmes.

5.1.2 Influence des variables didactiques des énoncés sur le rendement obtenu par les différents types d'élèves

Une des sous-questions de cette recherche vise à étudier la relation entre les variables didactiques, impliquées au sein d'un énoncé et le rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves :

> *« Est-ce que les différentes variables didactiques impliquées au sein des énoncés de problèmes mathématiques permettent de prédire le rendement en résolution de problèmes des différents types d'élèves ? »*

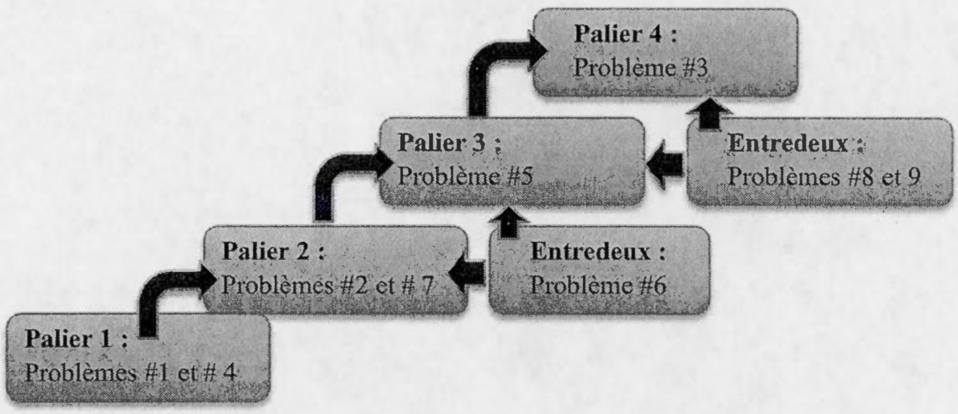
Dans un premier temps, afin de répondre à cette sous-question de recherche, le rendement global des élèves à chacun des énoncés a été utilisé pour ordonner les problèmes selon leur niveau de difficulté. La classification des problèmes en fonction de leur niveau de difficulté est présentée au Tableau #46. Tel que dégagé par cette classification, le problème le mieux réussi (problème #4) implique «un *rapport fonction entier*» entre les données numériques, deux couples de données et ne contient que des données essentielles. Le problème le moins réussi (problème #3) n'implique *aucun rapport entier* entre les données numériques, contient des éléments superflus, ainsi que trois couples de données.

Tableau 46

Classification des problèmes en fonction de leur niveau de difficulté

Niveau de difficulté	Énoncé de problème impliqué
Classement des problèmes selon le niveau de réussite impliqué Moins réussi	Problème #3 : *Aucun rapport entier*+ Éléments superflus + 3 couples
	Problème #9 : *Aucun rapport entier* + Données essentielles + 3 couples
	Problème #8 : *Aucun rapport entier* + Éléments essentiels
	Problème #5 : *Rapport scalaire entier* + Données essentielles
	Problème #6 : *Rapport scalaire entier* + Éléments superflus
	Problème #2 : *Rapport scalaire entier* + Éléments situationnels + 3 couples
	Problème #7 : *Rapport fonction entier* + Éléments superflus + 3 couples
	Problème #1 : *Rapport scalaire entier* + Éléments situationnels
Mieux réussi	Problème #4: *Rapport fonction entier* + Données essentielles

Cet ordonnancement est conforme aux résultats des analyses multivariées (MANOVA). Pour raffiner cet ordonnancement, nous avons référé aux tests T pairés. Tel que le montre la figure # 13, il est ainsi possible d'identifier 4 paliers de complexité croissante en regroupant les problèmes pour lesquels nous n'avons pas observé de différences significatives quant aux rendements globaux. Au sein de cet ordonnancement, les flèches unidirectionnelles réfèrent à des niveaux de complexité hétérogènes que nous avons relevés par le biais de nos tests T pairés. Par ailleurs, nous avons aussi utilisé des paliers intermédiaires (dénommés « entredeux ») afin de désigner certaines dyades de problèmes pour lesquelles nous n'avons pas observé de différence significative avec les problèmes situés à des paliers adjacents quant au rendement obtenu par les élèves. Ces dyades de problèmes se situent à mi-chemin entre deux paliers de complexité.



Légende :

Problème #1 : Rapport fonction entier + Éléments d'information situationnels

Problème #2 : Rapport scalaire entier + Éléments d'information situationnels + 3ème couple de données

Problème #3 : Aucun rapport entier + Éléments d'information superflus + 3ème couple de données

Problème #4 : Rapport fonction entier + Données essentielles

Problème #5 : Rapport scalaire entier + Données essentielles

Problème #6 : Rapport scalaire entier + Éléments d'information superflus

Problème #7 : Rapport fonction entier+ Éléments d'information superflus + 3ème couple de données

Problème #8 : Aucun rapport entier + Éléments d'information situationnels

Problème #9 : Aucun rapport entier + Données essentielles +3ème couple de données

Figure 13 : Classification des énoncés de problèmes en fonction de leur niveau de difficulté

Peu de dyades de problèmes impliquent des niveaux de difficulté homogènes. Sur 36 paires possibles de problèmes, nous n'avons pas observé de différences au regard du rendement obtenu pour 10 paires de problèmes distinctes. Nous déclinons ces paires de problèmes : a) 1 et 4 ; b) 2 et 6 ; c) 2 et 7 ; d) 3 et 8 ; e) 3 et 9 ; f) 5 et 6 ;

g) 5 et 8 ; h) 6 et 7 ; i) 8 et 9 ; j) 5 et 9. Ce résultat suggère que les rendements sont significativement différents dans le cas des 26 autres paires d'énoncés de problèmes. Ainsi, ces résultats indiquent que les valeurs des variables didactiques qui caractérisent les énoncés jouent un rôle relativement important dans la performance des élèves, quel que soit le type d'élèves. Ces résultats statistiques sont quelque peu surprenants. Bien que ceux-ci ne soient pas en contradiction avec la littérature scientifique, notre étonnement résulte plutôt de la considération de l'alpha cumulatif qui fut effectuée. Puisque nous avons réalisé 36 tests T pairés distincts, nous avons divisé notre seuil de signification par 36 ($p \leq 0,001$). Conséquemment, peu de résultats significatifs étaient anticipés. Les deux prochaines sections permettront de préciser l'impact des valeurs des variables didactiques des problèmes sur le rendement des élèves.

5.1.2.1 Types d'information et de rapports numériques et rendement aux énoncés de problèmes

Nous avons procédé à des analyses descriptives pour circonscrire l'effet des variables didactiques sur la performance des élèves. Afin de minimiser la quantité de tests statistiques à mettre en place, dans un premier temps, nous avons décidé d'analyser l'influence des variables liées au type de rapport numérique, ainsi qu'au type d'information. Conséquemment, notre interprétation concernant l'influence du troisième couple de données sera effectuée distinctement dans le cadre de la prochaine section.

Au regard du type de rapport numérique entre les données numériques et du type d'informations contenu dans l'énoncé, les analyses descriptives que nous avons menées permettent d'ordonner les problèmes selon leur niveau de complexité. Le Tableau # 47 permet de représenter l'ordonnancement des variables didactiques utilisées en fonction du niveau de difficulté qu'elles impliquent.

Tableau 47

Ordonnancement des variables didactiques selon leur niveau de complexité

Niveau de difficulté	Types de rapports numériques et éléments d'information impliqués au sein des énoncés
Classement des variables didactiques selon un ordre croissant du niveau de difficulté impliqué — Moins réussi	*Aucun rapport entier*
	Éléments d'information superflus
	Données essentielles
	Rapport scalaire entier
	Éléments d'information situationnels
Mieux réussi	*Rapport fonction entier*

5.1.2.2 Rendement en fonction du nombre de couples de données

Pour compléter ces analyses concernant les niveaux de difficulté des problèmes, nous avons effectué un test T pairé afin de comparer le rendement à résoudre des énoncés impliquant deux ou trois couples de donnés. Nos résultats permettent de dégager que les problèmes composés de trois couples de données sont plus faciles à résoudre que les problèmes impliquant deux couples de données. Ces résultats vont dans le même sens que ceux de l'étude de René de Cotret (2006). Par ailleurs, à la différence de notre recherche réalisée auprès d'élèves de sixième année du primaire, l'étude de René de Cotret a été menée auprès d'une clientèle d'élèves du secondaire. Ainsi, notre étude montre que le troisième couple de données facilite la résolution de problèmes de proportionnalité autant chez les élèves ayant reçu un enseignement formel sur la proportionnalité (secondaire) que ceux qui n'ont pas reçu un tel enseignement (primaire).

De plus, les analyses de la présente étude suggèrent que l'effet facilitateur du troisième couple de données ne peut pas être interprété sans considérer les autres variables didactiques présentes au sein de l'énoncé de problème. Nos résultats tendent en effet à montrer qu'une dynamique s'opère entre les différentes variables didactiques d'un problème et que le nombre de couples de données permet partiellement d'inférer le niveau de difficulté d'un énoncé. En effet, bien que notre analyse dégage que l'ensemble des énoncés comportant 3 couples de données sont plus faciles à résoudre que les énoncés comportant 2 couples de données, nous observons que, pris isolément, les problèmes impliquant 3 couples de données engendrent un niveau de difficulté hétérogène. Ce constat est observé spécifiquement au problème #3 (3 couples, éléments superflus, *aucun rapport entier*), qui constitue l'énoncé le plus difficile à résoudre[67], ainsi qu'en fonction des problèmes #2 (3 couples, éléments situationnels, *rapport scalaire entier*) et #7 (3 couples, éléments superflus, *rapport fonction entier*) qui se positionnent au deuxième palier de l'ordonnancement des problèmes selon leur niveau de complexité.

---

[67] Dans la comparaison des niveaux de difficulté imputables aux problèmes comportant 2 ou 3 couples de données, l'importance de considérer les différentes variables didactiques susceptibles d'influer sur le rendement a aussi été mentionné par El-Assadi (2008). Selon ce chercheur, à certains moments, les problèmes impliquant 2 couples de données peuvent paraître plus faciles à résoudre que les problèmes comportant 3 couples de données. Lorsque cela se produit, El-Assadi soutient que le plus faible niveau de difficulté du problème est probablement attribuable au type de rapport numérique impliqué au sein de l'énoncé.

5.1.3 Relation entre le rendement et l'effet-classe

Une sous-question de recherche, de notre étude, vise à préciser la relation entre l'appartenance à un milieu scolaire spécifique et le rendement en résolution de problèmes. Cette sous-question est énoncée comme suit:

« Est-ce qu'un effet-classe permet de prédire le rendement en résolution de problèmes de proportionnalité ? »

Afin d'étudier cette relation, nous avons comparé les résultats des participants en fonction de leur classe d'appartenance. Selon les analyses effectuées, l'appartenance à un milieu scolaire spécifique influence le rendement total à chacun des énoncés de problèmes. Par ailleurs, nous n'observons pas de différence statistiquement significative quant à l'influence de l'appartenance à un milieu scolaire à l'égard du rendement par problème.

L'analyse de la taille de l'effet démontre que la portion de la variance en résolution de problèmes expliquée par l'effet-classe est de grande taille ($\eta^2 = 0{,}168$). Par contre, lorsque nous considérons l'effet médiateur que peut entretenir le niveau socio-économique dans l'explication de l'influence de l'appartenance à un milieu scolaire sur le rendement à résoudre des problèmes, la taille de l'effet expliquée par l'effet-classe devient modérément-élevée ($\eta^2 = 0{,}118$). Ces résultats confortent l'interprétation que fait Perrin-Glorian (1993) des résultats de son étude à l'effet que certaines difficultés de l'élève doivent être considérées comme étant la résultante du contrat didactique qui lie l'élève au système didactique.

5.2 Calculs relationnels mis en œuvre par les différents types d'élèves

Au sein de cette section, sont d'abord présentées nos interprétations concernant la justesse des procédures de résolution mises en œuvre par les différents types d'élèves. Ensuite, nous énonçons les principaux résultats de l'analyse *a posteriori* que nous avons menée afin de détailler les différents calculs relationnels engagés dans le cadre de la résolution de chacun de nos énoncés de problèmes.

5.2.1 Justesse des procédures mises en œuvre par les différents types d'élèves

La seconde question de recherche vise à dégager si les procédures de résolution de problèmes varient en fonction des différents types d'élèves. Cette question est énoncée de la manière suivante :

2- « Est-ce que la justesse des procédures mises en œuvre dans la résolution de problèmes sur les proportions diffère chez les élèves à risque, les élèves ayant un TDAH, les élèves ayant un TDA et les élèves tout-venant ? »

Afin de répondre à cette question, nous avons comparé la justesse des procédures mises en œuvre par les différents types d'élèves à l'intérieur de chacun des énoncés. Nous considérons qu'une procédure est juste lorsque les relations entre les données, autrement dit le calcul relationnel, est adéquat, même si la réponse numérique fournie n'est pas juste. Pour répondre à cette question de recherche, nous avons réalisé des analyses de *khi-carré*. Considérant les résultats sur les performances des différents types d'élèves, nous avons comparé, dans un premier temps, la justesse des procédures des élèves à risque par rapport à celle des élèves tout-venant. Puis, nous avons exclusivement analysé la justesse des procédures mises en œuvre par les élèves ayant reçu un diagnostic du TDA/H (trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité) en regard de celle des élèves n'ayant pas de TDA/H identifié[68]. Les analyses mettent en évidence des différences significatives aux énoncés de problème #2 et #4. Pour l'énoncé #2, une différence significative est établie entre la justesse des procédures des élèves à risque par rapport aux élèves tout-venant ($p < 0,001$), ainsi qu'à l'égard des élèves TDA/H par rapport aux élèves tout-venant[69] ($p < 0,001$). Pour l'énoncé #4, les résultats montrent que les procédures justes des élèves tout-venant sont significativement supérieures à celles des élèves à risque[70] ($p < 0,001$).

Ainsi, les résultats montrent que les élèves à risque ne se distinguent, significativement, qu'au regard des procédures mises en œuvre à 2 des 9 énoncés de problème. Conséquemment, nous ne pouvons pas dégager que les élèves tout-venant, pour lesquels aucune difficulté particulière en mathématiques n'est attribuée, mettent en œuvre plus de procédures justes que les autres types d'élèves, et ce, par rapport à 7 de nos 9 énoncés de problèmes. De plus, à l'exception du problème #2, nous n'observons pas que les élèves TDA/H (trouble déficitaire de l'attention avec ou sans

---

[68] En référence à tous les autres types d'élèves confondus qui n'ont pas reçu un diagnostic formel du TDA/H.

[69] Ces différences seront interprétées dans le cadre de l'analyse *a posteriori*. Cette analyse est présentée dans la section #5.2.2.2.

[70] Une analyse descriptive des différents calculs relationnels effectués en fonction des caractéristiques des problèmes mathématiques est effectuée à la prochaine section.

hyperactivité) utilisent des procédures moins adéquates que celles utilisées par les autres types d'élèves.

Il semble ainsi que les calculs relationnels engagés dans la résolution de problème ne diffèrent pas de manière importante selon les types d'élèves. Ces résultats ne permettent pas de conforter l'hypothèse selon laquelle les élèves TDA/H ou TDA présenteraient des spécificités sur le plan des processus cognitifs en résolution de problèmes, spécificités qui appelleraient des interventions ciblées. Ces résultats recoupent les analyses de corrélation menées Roiné (2009) selon lesquelles les élèves des S.E.G.P.A[71] n'élaborent pas des procédures de résolution différentes de nature en regard de celles mises en œuvre par les élèves des classes ordinaires.

5.2.2 Analyse *a posteriori* : étude détaillée des différents calculs relationnels

Dans cette section, nous effectuons une analyse *a posteriori* des différents calculs relationnels élaborés par les quatre types d'élèves. La mise en œuvre de cette analyse qualitative découle des limites de l'interprétation des analyses quantitatives menées à partir des tests du *khi-carré*. En effet, puisque nous avons dû mettre en place une classification de procédures très englobantes[72] afin de réaliser ces tests non-paramétriques, il est possible que les différences observées entre les divers types

---

[71] Dans le système scolaire français, les S.E.G.P.A. accueillent les élèves présentant des difficultés scolaires graves et persistantes auxquelles n'ont pu remédier les actions de prévention, d'aide et de soutien et l'allongement des cycles d'étude

[72] Seules trois catégories de procédures ont été mises en place : 1- calcul relationnel adéquat; 2- calcul relationnel inadéquat; 3- calcul relationnel non-identifié.

d'élèves sur le plan statistique découlent de divergences concernant l'utilisation de raisonnements inclassés[73].

Notre analyse *a posteriori* vise spécifiquement à dégager si les différents types d'élèves élaborent des calculs relationnels différents et d'apporter ainsi des éléments de réponse à la sous-question de recherche suivante:

> *« Est-ce que les calculs relationnels mis en œuvre par les différents types d'élèves lors la résolution de problèmes sur les proportions diffèrent selon les variables didactiques impliquées par les énoncés de problèmes ? »*

Cette analyse *a posteriori* est menée en trois temps. Dans un premier temps, nous avons effectué une analyse descriptive des calculs relationnels, adéquats et non adéquats, mis en œuvre par les différents types d'élèves lors de la résolution de chacun des problèmes. Cette première phase de l'analyse *a posteriori* a été présentée au sein du chapitre 4.

Dans un second temps, à partir de la première phase de l'analyse *a posteriori*, nous dégageons un certain nombre de constats qui découlent des analyses de calculs relationnels mis en œuvre par les élèves considérant les variables didactiques qui caractérisent chacun des énoncés de problèmes. Enfin, nous discutons des principaux

---

[73] Rappelons qu'un raisonnement était considéré comme inclassé lorsqu'il nous était impossible d'identifier le calcul relationnel mis en œuvre à partir des traces écrites de l'élève lors de la résolution d'un problème donné.

résultats de notre analyse *a posteriori* concernant les calculs relationnels mis en œuvre en fonction des types d'élèves.

5.2.2.1 Principaux résultats de l'analyse *a posteriori* relative aux calculs relationnels

Dans cette section, nous dégageons les principaux résultats qui émergent de l'analyse *a posteriori* effectuée sur les calculs relationnels mis en œuvre. Ces résultats sont déclinés en quatre parties. Les principaux résultats relatifs aux calculs relationnels pour l'ensemble des énoncés de problèmes sont d'abord énoncés. Ensuite, les calculs relationnels sont examinés successivement en fonction des trois variables retenues : type de rapport numérique, type d'information et nombre de couples de données.

5.2.2.1.1 Principaux résultats de l'analyse *a posteriori* sur les calculs relationnels à l'ensemble des énoncés de problème

Globalement, notre analyse *a posteriori* permet de dégager que la mise en place d'un calcul relationnel n'est spécifique à aucun des types d'élèves considérés. Par ailleurs, force est de constater que certains calculs relationnels sont mis en œuvre exclusivement dans la résolution d'un seul énoncé de problème. Ainsi, le raisonnement impliquant une suite logique croissante/décroissante n'est observé qu'à la résolution du problème #9, et ce, dans une fréquence de 22,8%. Ce calcul relationnel est inadéquat. L'énoncé #9 implique un troisième couple de données au sein de l'énoncé, ainsi que de la mise en place de données numériques particulières[74] : ($x_1 = 4$, $y_1 = 6$; $x_2 = 6$, $y_2 = 9$; $x_3 = 10$, $y_3 = ?$), ce qui peut justifier ce résultat.

Un autre résultat global est à l'effet que le raisonnement concernant l'application successive de deux opérateurs multiplicatifs fut uniquement observé à l'intérieur d'un seul problème (problème #1), et ce, dans plus de 75% des cas. L'émergence de ce raisonnement spécifique découle de la structure de cet énoncé de problème[75]. La fréquence concernant l'utilisation de l'application successive de deux opérateurs multiplicatifs a fait en sorte que l'énoncé #1 a impliqué le second taux le plus élevé concernant la mise en œuvre de calculs relationnels adéquats.

5.2.2.1.2 Principaux résultats de l'analyse *a posteriori* concernant le type de rapport numérique

Comme attendu dans les analyses *a priori*, les problèmes caractérisés par un *rapport de type fonction entier* sont davantage résolus par l'opérateur fonction. De même, ceux qui impliquent un *rapport scalaire entier* sont davantage résolus par l'opérateur scalaire. Aussi, les élèves mettent en œuvre un raisonnement utilisant l'opérateur fonction afin de résoudre des problèmes de type *rapport scalaire entier* dans une faible proportion (7,3% pour le problème #2 ; 4,6% pour le problème #6). Par ailleurs, nous remarquons que le raisonnement utilisant l'opérateur scalaire n'est

---

[74] L'explication des modalités ayant favorisées l'émergence du raisonnement impliquant la mise en œuvre d'une suite logique d'ordre croissant/décroissant est présentée au sein de la section #3.2.5.1.

[75] L'explicitation des modalités concernant la mise en œuvre du raisonnement de deux opérateurs multiplicatifs est mise de l'avant au sein de la section #3.2.5.1.

pratiquement pas utilisé afin de résoudre des énoncés se caractérisant par un *rapport fonction entier* (0,8% pour le problème #4 ; 0,6% pour le problème #2).

Les problèmes dont le rapport numérique est de type *aucun rapport entier* sollicitent davantage un calcul relationnel reposant sur l'opérateur fonction que sur l'opérateur scalaire. En effet, lorsque l'énoncé de problème n'implique *aucun rapport entier*, l'opérateur fonction est utilisé dans 9,6% des cas, tandis que l'utilisation de l'opérateur scalaire est dégagée dans 4,4% des raisonnements mis en œuvre. Dans ce type de problèmes, nous constatons également que le raisonnement des écarts constants est fréquemment utilisé, soit dans une proportion variant entre 17,8% et 28,9% (27% au problème #3, 17,8% au problème #8 et 28,9% au problème #9) ; ce qui en fait le calcul relationnel adéquat le plus utilisé dans la résolution des énoncés qui n'impliquent *aucun rapport entier*. Soulignons cependant que pour ces problèmes, les calculs relationnels sont plus diversifiés et distribués plus également que pour les énoncés de problèmes impliquant un rapport numérique entier.

Un dernier constat émerge de l'analyse *a posteriori* concernant les types de rapports numériques. Le raisonnement de niveau 1, impliquant la mise en œuvre d'une suite numérique +1, est effectué majoritairement au sein des problèmes impliquant les rapports *fonction entier* et *aucun rapport entier*. Bien que mis en œuvre peu fréquemment, le raisonnement impliquant la suite numérique +1 passe d'une fréquence d'utilisation d'environ 0,2% pour les problèmes de type *rapport scalaire entier* à environ 2% pour ceux de type *rapport fonction entier* ou *aucun rapport entier*. Il est difficile d'interpréter ce résultat considérant la faible fréquence à laquelle ce raisonnement est observé.

5.2.2.1.3 Principaux résultats de l'analyse *a posteriori* concernant le type d'information impliqué dans l'énoncé

L'analyse *a posteriori* menée a engendré peu de résultats concluants concernant le rôle qu'entretient le type d'information sur la mise en œuvre d'un calcul relationnel. Par ailleurs, cette analyse a permis de dégager que la présence d'éléments situationnels semble favoriser le recours aux règles de correspondance arbitraire, règles qui ne respectent que l'ordre de croissance, et ce, en diminuant la fréquence à laquelle le raisonnement des règles composites de caractères additif ou multiplicatif est utilisé. En fait, lorsque les élèves mettent en œuvre un raisonnement ne permettant pas de respecter la règle de proportionnalité, la présence d'éléments d'information situationnels semble augmenter la tendance des élèves à établir la valeur de l'inconnue à partir d'une estimation. À cet effet, nous observons que l'utilisation la plus élevée de la règle de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre de croissance se dégage du problème #8[76]. Pour cet énoncé spécifique, près d'un quart des élèves, tous types confondus (à noter que les élèves ayant un TDAH ont utilisé ce raisonnement dans 33,4% des cas) ont eu recours à une estimation afin de tenter de résoudre le problème.

5.2.2.1.4 Principaux résultats de l'analyse *a posteriori* concernant le nombre de couples de données

L'analyse *a posteriori* montre que la présence d'un troisième couple de données peut influencer le calcul relationnel mis en oeuvre. En effet, nos résultats

---

[76] Il est à noter que le problème #8 se caractérise par un rapport numérique *aucun rapport entier,* ainsi que de la présence d'éléments d'information situationnels.

tendent à montrer que la présence d'un troisième couple de données favorise la mise en place du raisonnement des écarts constants, et ce, particulièrement pour les problèmes #2 (37%), #3 (27%) et #9 (28,9%). Pour ces problèmes, la mise en œuvre du raisonnement d'écarts constants diminue l'occurrence des autres raisonnements correspondant à un calcul relationnel adéquat. Cela s'explique peut-être par le fait que ces raisonnements font appel à des connaissances sur les structures additives qui, travaillées depuis le début du primaire, sont sans doute mieux maîtrisées que les structures multiplicatives.

Par ailleurs, un regard plus approfondi permet de dégager que cette influence du troisième couple de données doit être interprétée en fonction du type de rapport numérique caractérisant chacun des énoncés de problèmes. En effet, la présence du troisième couple de données favorise la mise en œuvre du raisonnement des écarts constants dans les problèmes impliquant un *rapport scalaire entier* (problème #2) ou *aucun rapport entier* (problèmes #3 et #9). En contrepartie, le raisonnement de l'opérateur fonction est privilégié lorsqu'il y a, à la fois, présence de trois couples de données et un *rapport de type fonction entier* (pour la résolution du problème #7, 53,8% des participants ont utilisé le raisonnement de l'opérateur fonction, tandis que 5,9% des élèves ont utilisé le raisonnement des écarts constants). Conséquemment, lorsque le rapport fonction n'est pas entier entre les données, il possible que le raisonnement des écarts constants soit une alternative au raisonnement de type fonction dans la résolution de problèmes comportant 3 couples de données numériques. Par contre, lorsqu'un rapport entier permet de trouver le coefficient de proportionnalité entre les éléments de nature différente, en jeu dans un problème impliquant 3 couples de données, les participants privilégient l'usage du raisonnement de l'opérateur fonction.

5.2.2.2 Principaux résultats de l'analyse *a posteriori* concernant les calculs relationnels mis en œuvre par les différents types d'élèves

Dans la présente section, nous formulons et interprétons différents résultats de l'analyse *a posteriori* sur la relation entre calculs relationnels et types d'élèves.

5.2.2.2.1 Engagement d'un calcul relationnel, calcul relationnel adéquat et réussite : des distinctions à faire

Globalement, les analyses descriptives menées sur le calcul relationnel mis en œuvre dans la résolution de chacun des problèmes tendent à montrer que, pour chacun des problèmes, les différents types d'élèves mettent généralement en œuvre les mêmes calculs relationnels. Cependant, ces calculs ne sont pas engagés avec la même efficacité. Ce qui distingue essentiellement les différents types d'élèves est le rendement et, non pas, le type de calcul relationnel engagé.

En effet, le taux associé à l'usage des différents calculs relationnels se hiérarchise à peu près de manière semblable à l'intérieur de chacun des types d'élèves. Par ailleurs, ces calculs aboutissent plus fréquemment à une réussite chez certains types d'élèves. Concernant l'utilisation des différents raisonnements de niveau 3 (respectant la règle de proportionnalité), nous observons que la fréquence à laquelle les élèves tout-venant effectuent des calculs relationnels adéquats (50,6%) est plus élevée que celle des élèves ayant un TDAH (42,0%), des élèves ayant un TDA (36,3%) ainsi que des élèves à risque (37,1%).

De plus, nous observons qu'une différence entre les types d'élèves tient à l'absence d'un raisonnement proportionnel plus important chez les élèves à risque (40,4%) et les élèves ayant un TDA (44,6%) que chez les élèves ayant un TDAH (35,2%) ou que les élèves tout-venant (32,4%). Cette différence est en accord avec une plus faible performance des élèves. Ces performances plus faibles s'expliquent également par un recours plus fréquent, que les autres élèves, à des calculs relationnels « composite de caractères additif ou multiplicatif » qui sont respectivement de 30,2% chez les élèves à risque, de 29,4% chez les élèves ayant un TDA, et ce, comparativement à des taux de 22,9% pour les élèves ayant un TDAH, ainsi que de 22,1% chez les élèves tout-venant. Pour chacun des types d'élèves, les statistiques descriptives concernant le taux d'utilisation des calculs relationnels adéquats et des calculs relationnels inadéquats sont présentées au sein des Tableaux #48 et #49.

Tableau 48

Pourcentage d'utilisation des principaux calculs relationnels adéquats par type d'élèves

Type d'élèves	Calculs relationnels adéquats				
	Écarts constants	Opérateur fonction	Opérateur scalaire	Sens opérateur de la fraction	Total
Tout-venant	13,98%	21,19%	14,84%	0,66%	50,6%
TDAH	9,24%	16,67%	15,56%	0,73%	42,0%
TDA	8,40%	18,02%	9,60%	0,3%	36,3%
Élèves à risque	11,11%	14,82%	10,84%	0,29%	37,1%

Tableau 49

Pourcentage d'utilisation des principaux calculs relationnels inadéquats par type d'élèves

Type d'élèves	Raisonnements ne respectant pas la règle de proportionnalité				
	Correspondance arbitraire	Suite numérique +1	Règles composites +/x	Suite numérique croissant/décroissant	Total
Tout-venant	6,4%	1,3%	22,1%	2,6%	32,4%
TDAH	9,3%	0,4%	22,9%	2,6%	35,2%
TDA	8,7%	3,2%	29,4%	3,3%	44,6%
Élèves à risque	7,7%	1,1%	30,2%	1,4%	40,4%

5.2.2.2.2 Une absence d'engagement dans la résolution des problèmes

Par ailleurs, en complémentarité à ces constats, pour l'ensemble des problèmes, nous remarquons que la fréquence à laquelle les élèves à risque et les élèves ayant un TDA n'engagent pas une démarche visible de résolution est particulièrement élevée (12,5% pour les élèves à risque ; 7,2% pour les élèves ayant un TDA)[77]. À cet effet, le problème #2 constitue l'énoncé pour lequel l'absence de démarche visible de résolution a été le plus souvent remarquée. Pour résoudre ce problème, les élèves à risque et les élèves ayant un TDA n'ont laissé aucune trace de résolution dans une proportion estimée à 17% (16,2% pour les élèves ayant un TDA et 17,9% pour les élèves à risque). Par contre, ce taux s'établit seulement à 6,7%

[77] Ces taux, concernant l'absence de traces écrites de résolution, réfèrent à des énoncés pour lesquels aucune réponse n'a été fournie.

pour les élèves ayant un TDAH et 7,2% pour les élèves tout-venant[78]. De plus, nous dégageons que la complexité du problème semble influencer la fréquence à laquelle les élèves à risque n'engagent pas de démarche visible de résolution. En effet, dans le cadre de la résolution des énoncés de problèmes les plus difficiles, les élèves à risque ont évité d'engager une démarche visible de résolution dans une proportion variant entre 12,8% et 17,9%.

5.2.2.2.3 Des solutions avec ou sans traces

Dans un autre ordre d'idées, nous devons mentionner que l'analyse *a posteriori* nous a aussi permis d'observer que les élèves ayant un TDAH répondaient, de manière très rapide (presqu'instantanément), plus fréquemment que les élèves des autres types aux énoncés de problèmes qui leur étaient soumis. Pour certains problèmes, le taux de réponses très rapides se situait entre 10% et 20%. Dans ces cas spécifiques, bien que ces élèves aient réalisé un calcul adéquat, par le biais d'un test écrit de format « papier-crayon », il nous était impossible d'identifier le calcul relationnel mis en œuvre. Cette situation nous suggère qu'il est probable que nous recensions moins de raisonnements associés aux principales catégories de calculs relationnels réussis, simplement parce que les élèves ayant un TDAH formulaient la réponse attendue, et ce, sans laisser aucune trace écrite de la mise en relation des

[78] Pour le problème #2 (*rapport entier scalaire*, éléments d'information situationnels, 3 couples de données), la fréquence à laquelle les élèves à risque et les élèves ayant un TDA évitent d'engager une démarche visible de résolution de problèmes est suffisamment élevée qu'il est possible que les résultats significatifs des analyses de *khi-carré,* concernant la comparaison de la justesse de procédures, soient attribuables à cette absence de trace écrite telle qu'attendue dans le cadre de la résolution d'un problème de mathématiques.

données qu'ils ont effectuée[79]. Dans le cadre du curriculum actuel, centré sur la résolution de problèmes complexes et comportant plusieurs étapes de résolution, il y a fort à parier que ces réponses « instantanées » risquent d'être sanctionnées.

De plus, nous devons mentionner que nous observons une occurrence relativement élevée de la fréquence à laquelle les élèves ayant un TDAH utilisent un raisonnement inconnu, et ce, particulièrement pour la résolution du problème #2 (13,3%)[80]. Conséquemment, que ce soit en lien avec une utilisation fréquente de réponses instantanées ou d'une utilisation d'un raisonnement que nous n'avons pas été en mesure d'identifier à partir d'un test écrit, nous remarquons qu'il est particulièrement difficile de retracer le calcul relationnel mis en œuvre par ce type d'élèves.

5.2.2.2.4 Le type d'information et les élèves TDA et TDAH

En dernier lieu, nous constatons que le type d'information présenté au sein de l'énoncé influence partiellement la mise en place d'un calcul relationnel particulier chez certains des types d'élèves que nous avons considérés. Cela se perçoit particulièrement à l'intérieur des énoncés de problèmes impliquant la présence d'éléments d'information superflus pour lesquels les élèves TDA et les élèves TDAH ont tendance à considérer des données numériques impertinentes dans la mise en

---

[79]Rappelons que les réponses très rapides des élèves, concernant l'absence d'une démarche écrite de résolution pour laquelle il est impossible de dégager le calcul relationnel mis en œuvre, n'influence pas l'évaluation que nous avons menée concernant le rendement de l'élève.

[80] Cette occurrence pourrait justifier le résultat significatif du test du *khi-carré* que nous avons préalablement mené dans la section #4.2.1.

œuvre de leur calcul relationnel. En effet, à eux seuls, ces types d'élèves effectuent environ 75% des calculs relationnels impliquant une donnée numérique impertinente[81]. Ces résultats correspondent aux constats relevés par divers chercheurs oeuvrant dans le domaine de la psychologie cognitive (Capano, Minden, Chen, Schachar et Ickowicz, 2008; Zentall, 2009). De plus, lorsque les énoncés de problèmes comportent des données superflues, les élèves ayant un TDA (11,5%) semblent mettre plus fréquemment en œuvre un raisonnement de règles de correspondance respectant seulement l'ordre de croissance dans une proportion plus élevée que les autres types d'élèves (7,9% pour les élèves ayant un TDAH ; 7,7% chez les élèves à risque et 4,2% chez les élèves tout-venant).

5.2.2.2.5 Bilan de l'analyse *a posteriori* sur les calculs relationnels

En définitive, les analyses *a posteriori* permettent de constater que lors de la résolution d'un problème particulier, aucun raisonnement n'est spécifique à un type d'élèves. Par ailleurs, nous remarquons que certains raisonnements sont spécifiques aux caractéristiques relatives à certains énoncés que nous avons soumis aux participants. De même, nous dégageons que les caractéristiques du problème influencent la fréquence à laquelle certains des calculs relationnels sont mis en œuvre. En complément à ces analyses, nos résultats tendent à montrer que la mise en œuvre d'un calcul relationnel est particulièrement influencée par le type de rapport numérique et, dans une moindre mesure, par le type d'éléments d'information. Le nombre de couples de données peut aussi influer sur le raisonnement de l'élève.

---

[81] Par ailleurs, il est important de mentionner que l'occurrence de la mise en œuvre de ce raisonnement spécifique est si peu élevée que cette observation concernant les élèves TDA et TDAH relève probablement du simple hasard.

Bien qu'à plusieurs reprises, les élèves à risque et les élèves TDA n'engagent pas de procédé visible de résolution[82], en particulier lorsque les énoncés de problèmes présentent une plus grande complexité, les types d'élèves semblent être relégués au second plan quant à la prédiction de la mise en œuvre d'un raisonnement spécifique. Par ailleurs, nous remarquons que les élèves tout-venant et les élèves TDAH utilisent plus fréquemment des calculs relationnels adéquats que les élèves à risque et les élèves TDA. À l'intérieur de la prochaine section, nous interpréterons les résultats que nous avons obtenus afin de répondre à notre troisième question de recherche.

5.3 Analyse de la portée du diagnostic du TDA/H en tant que prédicteur du rendement

La troisième question de recherche que nous avons formulée vise à dégager si le diagnostic du TDA/H constitue un prédicteur adéquat du rendement à résoudre des problèmes mathématiques, et ce, au regard des autres indicateurs susceptibles d'influer sur cette variable. Cette question s'énonce de la manière suivante :

> *3- « Quelle est la portée du diagnostic du TDA/H au regard des autres prédicteurs du rendement des élèves lors de la résolution de problèmes en mathématiques? »*

Afin de répondre à cette question de recherche, nous avons effectué une analyse de régression simple et une analyse de régression multiple. Nos résultats

---

[82] Rappelons que les interprétations que nous avons menées concernant l'absence de procédés visibles de résolution des élèves à risque et des élèves TDA réfèrent exclusivement aux énoncés pour lesquels aucune réponse n'a été formulée.

montrent que le diagnostic du TDA/H influence, de manière statistiquement significative, le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions. La variance expliquée par ce diagnostic concernant le rendement se situe à 7%.

Par ailleurs, notre analyse de régression multiple démontre qu'en considérant plusieurs autres facteurs susceptibles d'influencer le rendement en résolution de problèmes sur les proportions, le critère d'attribution du diagnostic du TDA/H ne permet pas d'expliquer le rendement obtenu dans la résolution de ces problèmes. À cet effet, l'évaluation de l'enseignant des habiletés en lecture de l'élève (14,6%), le sexe de l'élève (4,7%), l'indice du ministère du seuil de faible revenu (4,1%), le niveau d'attention sélective (2,1%) et l'amotivation (1,3%) justifient une part importante de la variance en résolution de problèmes ($p \leq 0,002$)[83]. Ces résultats permettent de dégager que les difficultés d'apprentissage en mathématiques, expliquées sous l'angle du primat des publics, ne devraient pas être interprétées par le biais du diagnostic du TDA/H. En effet, en ayant recours à des indicateurs plus accessibles, tels le niveau d'habileté en lecture ou le niveau socio-économique (IMSE), le pédagogue sera en mesure de prédire plus précisément le rendement de l'élève en mathématiques. Une interprétation plus approfondie de l'influence de ces variables sur le rendement en résolution de problèmes est présentée au sein des prochains paragraphes.

Influence des habiletés en lecture

Concernant l'influence des habiletés en lecture sur le rendement en résolution de problèmes, les résultats obtenus sont appuyés par la littérature. En effet, l'étude de Voyer (2006) a démontré que cette variable justifie près de 20% de la variance en résolution de problèmes. Selon Voyer, Beaudoin et Goulet (2012), l'influence des habiletés en lecture sur le rendement en résolution de problèmes mathématiques s'expliquerait en partie par l'habileté spécifique de l'élève à effectuer des inférences. De plus, selon l'OCDE (2004), une très forte corrélation entre le rendement en lecture et les habiletés en résolution de problèmes est observée à l'échelle internationale ($r = 0,82$). Nos résultats corroborent cette relation puisque nous observons que l'évaluation de l'enseignant des habiletés en lecture explique près de 15% de la variance en résolution de problèmes mathématiques. Par ailleurs, puisque nous avons considéré plusieurs variables explicatives au sein de notre modèle de régression, un plus faible pourcentage de variance concernant cette variable était à prévoir.

Selon Chadwicks, Taylor, Taylor, Heptinstall et Danckaerts (1999), les comportements liés à l'inattention et à l'hyperactivité découleraient de leurs difficultés en lecture. Pour soutenir ce postulat, ces chercheurs précisent que les difficultés en lecture produiraient des interférences avec les habiletés sollicitées par le curriculum, ce qui engendrerait par la suite des frustrations et l'émergence de comportements liés au TDA/H. En supposant que les difficultés en lecture sont antérieures au TDA/H, nous pouvons émettre l'hypothèse que ces difficultés influent, de manière plus prononcée, sur le rendement en résolution de problèmes mathématiques que le diagnostic du TDA/H[84].

Influence du sexe

Un autre résultat de notre étude est à l'effet que le sexe de l'élève explique près de 5 % des différences de rendement dans la résolution de problèmes de proportions. Nos données suggèrent que les garçons seraient favorisés lors de la

---

[84] Tel qu'opérationnalisé par le DSM-IV.

résolution de cette catégorie de problèmes. L'avantage des garçons en résolution de problèmes mathématiques est aussi mis en évidence par une étude de l'OCDE (2004). Par contre, les évaluations à grande échelle menées par cet organisme montrent clairement que dans la majorité des pays adhérant à l'OCDE, cet avantage des garçons sur les filles n'est pas observé. Ainsi, il semble que les différences de rendement entre garçons et filles relèvent de facteurs culturels. De plus, cet avantage des garçons à l'égard des mathématiques tend à s'amenuiser au fil des années (Plante, Théorêt et Favreau, 2010).

Une autre interprétation, qui relève d'un effet de contrat, peut être formulée sur la différence de rendement entre les garçons et les filles dans notre étude. Rappelons que les énoncés présentés aux élèves n'ont pas encore fait l'objet d'un enseignement. Ainsi, les stratégies de résolution n'ont jamais fait l'objet d'une institutionnalisation en classe. Un certain nombre d'études mettent en évidence que les filles sont plus susceptibles d'utiliser des stratégies standards (enseignées) que les garçons et que ces derniers utilisent plus fréquemment des stratégies non conventionnelles (non enseignées) que les filles (Edwards-Omolewa, 2007 ; Gallagher, De Lisi, Holst, McGullicudy-De Lisi, Morely et Cahalan, 2000). Ainsi, il est possible que les garçons qui ont participé à notre étude aient investi plus aisément que les filles la résolution des énoncés, et ce, en engageant des stratégies n'ayant pas encore été institutionnalisées.

Influence de l'indice du ministère du seuil de faible revenu (SFR)

En troisième lieu, l'indice du ministère du seuil de faible revenu (SFR) justifie un peu plus de 4% de la variance en résolution de problèmes. Ce résultat est conforme aux études du PISA qui observent une différence d'un peu plus de deux écarts types concernant le rendement en résolution de problèmes des élèves provenant du quartile supérieur de l'échelle socio-économique par rapport à ceux se situant au quartile inférieur (OCDE, 2004). Cette analyse nous permet d'affirmer que la simple considération de cet indicateur du ministère constitue un meilleur prédicteur du rendement à résoudre des problèmes sur les proportions que le critère d'attribution du diagnostic du TDA/H. L'étude de Huss, Hölling, Kurth et Schlack (2008) permet d'approfondir l'interprétation de ce résultat. Selon ces chercheurs, l'attribution du diagnostic du TDA/H est un phénomène de nature essentiellement sociale, puisque le milieu socio-économique de l'élève prédit la prévalence de ce diagnostic. À cet effet, rappelons que la recherche menée par Lecompte et Poissant (2006) a permis d'affirmer que le statut socio-économique de l'enfant explique 3,8% de la variance reliée à l'attribution du diagnostic du TDA/H. Ce résultat s'inscrit dans la lignée des propos de Bourdieu (2002) qui souligne que des inégalités sociales, présentes dès le début de la scolarité d'un individu, engendrent un classement scolaire qui amène l'institution à transformer les différences de classes en différences d' « intelligence » ou en différences de rendement. Par ailleurs, il est important de souligner que cette influence du niveau socio-économique découle exclusivement de la considération du seuil de faible revenu (SFR). Cela signifie que les revenus familiaux expliquent en partie le rendement des élèves à résoudre des problèmes de proportionnalité. À cet effet, nos résultats n'ont pas permis d'observer que le niveau de scolarité de la mère ainsi que l'employabilité des parents, associés à l'indice de milieu socio-économique (IMSE), sont corrélés au rendement des élèves de sixième année à résoudre des problèmes sur les proportions.

Influence du niveau d'attention sélective

Ensuite, l'analyse de régression démontre que le niveau d'attention sélective de l'individu permet de justifier un peu plus de 2% de la variance en résolution de problèmes sur les proportions. Ce résultat supporte l'hypothèse de Bouvard, Le Heuzey et Mouren (2006) qui soutiennent que le rendement en résolution de problèmes des élèves ayant un TDA/H peut s'expliquer par leur niveau d'attention sélective. Ce constat permet de remettre en question la pertinence d'utiliser le critère du diagnostic du TDA/H afin de prédire le rendement en mathématiques. En fait, cela démontre que l'utilisation d'instruments de mesure de l'attention constitue probablement un meilleur prédicteur du rendement à résoudre des problèmes sur les proportions. Par ailleurs, il est important de mentionner que ce résultat est exclusivement attribuable à l'utilisation du test 2 et 7 de Ruff concernant l'évaluation de l'attention sélective ; l'évaluation de l'enseignant du niveau d'attention de l'élève ne permet pas de prédire le rendement en résolution de problèmes. Ce dernier résultat va à contresens des propos avancés par Pigon (2008), qui soutient que l'évaluation qu'effectue l'enseignant du niveau d'attention de l'élève constitue un important prédicteur des habiletés en mathématiques.

Influence du niveau d'amotivation

En dernier lieu, notre analyse de régression a permis de dégager que le niveau d'amotivation des élèves de notre échantillon explique 1,3% de la variance en résolution de problèmes sur les proportions. Cet effet de la motivation sur le rendement en mathématiques a été souligné par la littérature scientifique ayant abordé cette thématique de recherche spécifique (Poirier-Proulx, 1999 ; Schunk, Pintrich et Meece, 2008). Par ailleurs, nos résultats démontrent exclusivement un apport de l'amotivation sur le rendement en résolution de problèmes. En effet, notre étude n'a pas permis d'observer une relation significative entre le rendement à résoudre des problèmes sur les proportions et les autres types de construits motivationnels, soit : la motivation extrinsèque identifiée, la motivation intrinsèque introjectée, ainsi que la motivation intrinsèque. Selon Deci et Ryan (1985), l'amotivation correspond spécifiquement au type de construit motivationnel qui permet d'expliquer qu'un individu ne perçoit pas de relation entre ses actions et les résultats qu'il obtient. Conséquemment, les élèves qui ont la perception que leurs résultats en résolution de problèmes sont attribuables à des facteurs hors de leur contrôle, qui ne découlent pas des efforts qu'ils ont accomplis, obtiennent un rendement plus faible.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord les fondements à l'origine de cette recherche. Ensuite, nous dégageons les principaux apports de cette étude à l'avancement des connaissances dans le domaine de la didactique des mathématiques, et plus particulièrement, à la problématique de l'interprétation des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Enfin, un examen critique de l'étude permet d'en identifier les limites et de formuler des pistes de recherches.

Fondements à l'origine de la recherche

Le sujet de cette thèse est né d'un paradoxe. En fait, depuis la dernière décennie, le MELS recommande aux différents agents du système de l'éducation de mettre en œuvre des interventions adaptées aux caractéristiques cognitives des élèves ayant des besoins particuliers. Ces recommandations découlent des enjeux ministériels concernant l'intégration et la réussite des élèves ayant des difficultés d'apprentissage (MÉQ, 2000; Squalli, Venet et Lessard, 2006). Cependant, peu d'appuis théoriques permettent, d'une part, de spécifier les caractéristiques et les besoins des élèves identifiés en difficulté et, d'autre part, d'identifier le contenu des interventions didactiques pour répondre à ces besoins. Le projet doctoral s'est élaboré sur la problématisation de ce paradoxe que l'on peut résumer par quelques questions : Quels sont les publics scolaires pour lesquels doivent être élaborées des interventions adaptées ? Quelles en sont les caractéristiques ? Peut-on déceler l'effet de ces caractéristiques dans l'activité de résolution de problèmes en mathématiques de ces élèves ?

Dans le cadre de cette recherche, nous nous sommes intéressés spécifiquement aux élèves dits « à risque » et aux élèves ayant reçu un diagnostic du TDA/H. Cet intérêt découle des recommandations des instances gouvernementales responsables de la prise de décisions concernant l'orientation du système de l'éducation qui, en référence à leurs prévalences respectives dans la population scolaire, recommandent de privilégier la mise en œuvre d'interventions spécifiques auprès de ces types d'élèves (MELS, 2003 ; MSSS, 2000 ; Saint-Laurent, 2008).

Afin de prévenir les difficultés spécifiques de ces élèves, il est proposé de valoriser les interventions dans le domaine des mathématiques. À cet effet, deux perspectives concurrentes, qui émergent des écrits scientifiques, permettent d'orienter l'intervention des pédagogues en milieu scolaire. La première perspective est essentiellement centrée sur l'identification et la description de dysfonctionnements propres à l'élève sur les plans cognitif, social et moteur. Cette perspective relève du primat des publics. La seconde perspective s'intéresse plutôt au fonctionnement du système didactique et aux phénomènes particuliers qui caractérisent les relations entre la production de l'élève, la situation effective d'enseignement et la spécificité du savoir à apprendre (Giroux, 2010 ; Roiné, 2009). Cette perspective relève du primat de la culture mathématique (Giroux, 2013).

En référant aux écrits gouvernementaux, il est possible de dégager que le MELS interprète les difficultés des élèves en mathématiques en fonction de la perspective du primat des publics. Par ailleurs, le paradoxe concernant l'adaptation de l'intervention, à l'origine de ce projet de recherche, découle de cette perspective interprétative. Dans cette thèse, nous avons mis à l'épreuve de la contingence les deux perspectives interprétatives des difficultés d'apprentissage des élèves du primaire. Afin d'opérationnaliser ce projet de recherche, nous avons posé trois questions distinctes. La première question visait à documenter le rendement en résolution de problèmes en fonction du type d'élèves, des caractéristiques des problèmes, ainsi que de l'influence de la classe à laquelle appartient l'élève. La seconde question avait pour but de documenter la justesse des procédures mises en œuvre en fonction du type d'élèves, ainsi que des caractéristiques des problèmes. Enfin, la troisième question découlait des critiques adressées à l'égard du diagnostic du TDA/H. Celle-ci visait spécifiquement à éprouver ce diagnostic en tant que prédicteur du rendement en résolution de problèmes mathématiques.

Dans le but de répondre à ces questions, nous avons mis en œuvre un devis de recherche mixte. De manière à opérationnaliser ce devis, nous avons distingué les différents types d'élèves avec lesquels nous avons collaboré, soit: le sous-groupe des élèves à risque, le sous-groupe des élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention avec hyperactivité (TDAH), le sous-groupe des élèves ayant un trouble déficitaire de l'attention sans hyperactivité (TDA), ainsi que le sous-groupe des élèves tout-venant. L'ensemble des élèves a résolu 9 énoncés de problèmes de type « 4ème proportionnelle » et a réalisé un test d'évaluation de leur niveau d'attention sélective, ainsi qu'un test traitant de leur motivation scolaire. Les enseignants titulaires ont aussi contribué à la collecte de données en portant un jugement sur le niveau d'habileté en lecture et sur le niveau d'attention des élèves, variables qui, selon les écrits scientifiques, sont susceptibles d'influer sur le rendement à résoudre des problèmes.

Les principaux constats dégagés par notre recherche

Les analyses qualitatives et quantitatives ont permis d'établir divers constats concernant les modalités d'interprétation des difficultés en mathématiques des quatre types d'élèves considérés. Nous traitons les éléments de réponse obtenus en référant successivement au rendement et aux raisonnements mis en œuvre par les différents types d'élèves, au rendement et aux raisonnements observés en fonction des caractéristiques des problèmes, ainsi qu'au rendement en fonction de la classe d'appartenance des élèves. Ensuite, nous jetons un regard approfondi sur la validité du diagnostic du TDA/H. Pour finir, nous synthétisons les principaux éléments de réponses obtenus et nous précisons notre apport à la discussion concernant les différentes perspectives interprétatives des difficultés d'apprentissage.

Des différences qui s'expliquent en terme de rendement et non pas en terme de raisonnements

Un des premiers constats de la recherche est que le rendement en résolution de problèmes s'explique faiblement en fonction du type d'élèves. Cela signifie que le système scolaire est en mesure d'effectuer un classement relativement précis des élèves en fonction de leur rendement, classement qui s'opérationnalise partiellement par l'attribution d'un type ou d'une étiquette distinctive aux élèves les plus faibles.

À cet effet, les résultats obtenus ont permis de dégager que la justesse des procédures et des raisonnements ne varie pas de façon significative selon les types d'élèves. Les analyses quantitatives ont établi que la justesse des procédures de résolution de quatre types d'élèves diffère à l'intérieur de seulement deux énoncés de problèmes. Par ailleurs, nos analyses qualitatives ont approfondi ces résultats en soulignant que ces divergences propres à la justesse des procédures ne découlent probablement pas de la mise en œuvre de calculs relationnels distincts chez les différents types d'élèves, mais plutôt de la fréquence à laquelle des raisonnements non identifiés sont utilisés. Conséquemment, il est possible d'inférer que ce n'est pas la nature des raisonnements qui distingue les différents types d'élèves, mais plutôt la fréquence à laquelle ceux-ci formulent une réponse adéquate lors de la résolution d'un problème.

Ces éléments de réponse confortent la perspective interprétative du primat de la culture mathématique. En effet, en dégageant que les raisonnements des différents types d'élèves sont sensiblement les mêmes, mais qu'ils sont simplement engagés dans une fréquence différente, il est délicat de recommander aux pédagogues d'adapter leurs interventions aux caractéristiques des élèves.

Des problèmes homogènes qui engendrent un rendement fort hétérogène

Un constat général a été dégagé par notre étude de l'influence des caractéristiques des énoncés sur le rendement des élèves en résolution de problèmes. Celui-ci se traduit par la mise en lumière d'une grande disparité à l'égard de la complexité impliquée par différents énoncés comportant une structure homogène, soit des problèmes de « quatrième proportionnelle ». Cette disparité concernant le niveau de complexité des problèmes se dégage de la présence de trois variables didactiques distinctes, variables qui engendrent une fluctuation considérable du rendement obtenu par l'ensemble des élèves.

D'ailleurs, nous constatons que l'influence des caractéristiques du problème est d'une telle ampleur que le jeu sur les valeurs des variables didactiques peut engendrer la mise en œuvre de raisonnements exclusifs à la résolution d'un problème spécifique. Conséquemment, les éléments de réponse obtenus permettent d'inférer que ce n'est pas la catégorisation que le milieu scolaire effectue des différents types d'élèves qui distingue les raisonnements utilisés, mais plutôt la structure d'un énoncé de problèmes qui, sous certaines conditions, peut engendrer la mise en œuvre d'un calcul relationnel spécifique à la structure de l'énoncé.

Un système didactique qui diffère selon les milieux, et selon les types d'élève ?

Nos résultats permettent d'établir que l'appartenance à un milieu scolaire spécifique influence grandement le rendement des élèves à résoudre des problèmes sur les proportions. Ce résultat peut s'interpréter à l'aune du concept de contrat didactique. En effet, la variation du rendement selon la classe d'appartenance est sans doute liée aux conditions de diffusion des connaissances relatives à la résolution de problèmes de proportions, conditions de diffusion découlant de contrats didactiques spécifiques se nouant au sein d'une classe.

Par ailleurs, quelques éléments de réponse permettent d'apporter de nouvelles pistes explicatives concernant la manière à laquelle s'opèrent ces contrats dans les milieux scolaires. En effet, en dégageant de nos analyses qualitatives que les élèves ayant un TDA et que les élèves à risque évitent plus fréquemment d'entamer une démarche écrite de résolution de problèmes, il est possible qu'une dynamique particulière régisse le système d'attentes réciproques entre l'enseignant et ces élèves en situation de résolution de problèmes. La présence d'un contrat différencié selon les types d'élèves, au sein d'une même classe, pourrait expliquer pourquoi les élèves tout-venant, caractérisés par un faible rendement en mathématiques, n'adoptent pas une telle conduite d'évitement. Cette hypothèse mériterait d'être investiguée par d'autres recherches.

Pour tester ces hypothèses, les travaux sur la description de la topogenèse de Schubauer-Leoni et de Leutenegger (2002) pourraient être utiles. Ils proposent une définition de la dynamique contractuelle selon un trilogue. Ce trilogue traduit les dynamiques communicationnelles entre l'enseignant, un élève érigé momentanément en interlocuteur privilégié et les autres élèves. Nos résultats suggèrent de repenser la topogenène sous la forme d'un quadrilogue. Quadrilogue qui décrit les dynamiques communicationnelles de la même manière que Schubauer-Leoni et Leutenegger (2002), mais en attribuant un espace particulier aux élèves caractérisés par une étiquette spécifique. Cette dynamique contractuelle, qui s'opère auprès de certains types d'élèves, a déjà été relevée par Roiné (2009). Ce chercheur soutient en effet que les interventions des enseignants auprès des élèves faibles contribuent à préserver leur classement au sein de la classe. Des études qualitatives complémentaires visant à documenter les interactions didactiques en fonction des différents sous-groupes d'élèves, caractérisés par une étiquette particulière, sont nécessaires pour mettre à l'épreuve cette hypothèse.

Les élèves ayant un TDA/H, un type d'élève pas si différent des autres...

Selon Monuteaux, Faraone, Herzig, Navaria et Biederman (2005), le TDA/H et les difficultés en mathématiques proviennent de régions cérébrales distinctes. Conséquemment, pour les élèves ayant un TDA/H, ces chercheurs proposent la mise en œuvre de stratégies d'intervention distinctes de celles adressées aux élèves qui éprouvent des difficultés en mathématiques (Sousa, 2010). Par ailleurs, la récente méta-analyse menée par Gersten, Chard, Jayanthi et Baker (2006) n'a pas permis de dégager les modalités d'une intervention efficace, adaptée à la clientèle des élèves ayant reçu le diagnostic du TDA/H. De plus, les écrits scientifiques n'ont pas été en mesure de relever des différences concernant les raisonnements mis en œuvre par les élèves ayant un TDA/H par rapport aux autres élèves. En fait, la majorité des chercheurs ayant traité de cette thématique se sont contentés de dégager un rendement inférieur en mathématiques (Zentall, 2009) qui, sur le plan cognitif, s'expliquerait par une mémoire de travail défaillante et à des difficultés de ces élèves à utiliser efficacement leur attention sélective (Lucangeli et Cabrele, 2006). En revanche, nos résultats suggèrent que le diagnostic du TDA/H constitue un faible prédicteur du rendement en résolution de problèmes mathématiques. D'ailleurs, les raisonnements mis en œuvre par les élèves ayant un TDA/H ne diffère pas de ceux utilisés par l'ensemble des autres élèves de l'étude. Conséquemment, l'adaptation de l'intervention auprès de cette catégorie d'élèves paraît donc inappropriée.

Le niveau socio-économique des élèves identifiés TDA/H, tel que dégagé par l'indice du seuil de faible revenu du MELS (SFR), agit en tant que meilleur prédicteur du rendement de ces élèves que le diagnostic lui-même. De plus, en complémentarité aux analyses de régression effectuées, nous relevons une prévalence de 3 à 5 fois plus élevée que la norme (16,4%) des élèves provenant des milieux socio-économiques les plus défavorisés qui ont reçu le diagnostic du TDA/H. Cette divergence de la prévalence du diagnostic du TDA/H est conforme aux résultats de l'étude de Huss, Hölling, Kurth et Schlack (2008) qui fut réalisée en territoire européen.

Selon une perspective sociologique, une part du rendement scolaire s'expliquerait par des d'inégalités sociales qui caractérisent les élèves dès leur entrée dans le système d'éducation. Nos résultats confortent, *a priori*, cette thèse puisque les élèves, issus des milieux défavorisés, reçoivent le diagnostic du TDA/H plus fréquemment que les élèves des autres milieux socio-économiques. Selon Roiné (2009), l'attribution d'un diagnostic spécifique, qui caractérise socialement un élève, inciterait les enseignants à signaler plus facilement les comportements qui témoignent d'un décalage au regard des attentes de l'école. D'autres études sont cependant nécessaires pour investir l'hypothèse sociologique. Le cadre anthropo-didactique serait approprié pour de telles recherches dans la mesure où il permet de faire l'étude des conditions à la fois didactiques et non didactiques qui pèsent sur les systèmes didactiques. Ainsi, ce cadre permet d'articuler des considérations à la fois sociologiques, telles que les inégalités scolaires, et didactiques, tel que le fonctionnement du contrat didactique.

Apports à la discussion concernant les modalités d'intervention en mathématiques auprès des élèves à risque, avec ou sans TDA/H identifié

À la lumière des résultats obtenus, quelques éléments contributifs à la problématique relative aux interventions, auprès des élèves à risque, avec ou sans TDA/H en mathématiques, peuvent être dégagés. Ces éléments reposent sur les considérations suivantes. Les résultats de notre étude :

1) ne montrent pas de différence concernant la nature des raisonnements mis en œuvre par les différents types d'élèves lors de la résolution de problèmes mathématiques
2) montrent de faibles différences de rendement en résolution de problèmes chez les différents types d'élèves ; différences observées l'intérieur d'un seul des neuf énoncés de problèmes

3) montrent un effet-classe et d'importantes différences concernant la complexité des problèmes impliquant une structure homogène ; différences pouvant se traduire par la mise en œuvre d'un raisonnement exclusif à la structure de l'énoncé

Un premier élément concerne les fondements mêmes de la perspective de la primauté des publics. Les sciences cognitives sur lesquelles se fonde cette interprétation des difficultés d'apprentissage adoptent une forme de déterministe philosophique qui sous-tend leur explication de la nature des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Au sein de cette approche interprétative, ce déterminisme se traduit à deux niveaux. D'abord par une dimension idéologique selon laquelle l'intervention adaptée aux caractéristiques cognitives des élèves est intégralement justifiée par la considération d'une catégorisation ou d'une étiquette attribuée à un élève (élève à risque, TDA/H ou autre). Ensuite, par le postulat selon lequel l'intervention sera nécessairement efficace si celle-ci est spécifique aux caractéristiques des élèves. Ce double déterminisme ne peut être maintenu sans que des résultats empiriques démontrant d'une part, la nature des spécificités cognitives chez certains types d'élèves et, d'autre part, l'efficacité des interventions adaptées à celles-ci, soient apportés. Nous rappelons donc l'importance de réaliser de nouvelles recherches visant à évaluer l'efficacité des interventions en fonction de la catégorisation ministérielle des élèves ou plutôt des cotes attribuées aux EHDAA.

Notre étude permet également de mettre en évidence le paradoxe déjà énoncé par Giroux (2013). Les enseignants reçoivent l'injonction ministérielle d'intervenir en fonction des spécificités des élèves. Par ailleurs, les modalités des interventions à mettre en place sont adaptées à des catégories « fourre-tout » d'élèves qui ne permettent pas de traduire leur spécificité, soit : des élèves ayant des difficultés en mathématiques, des élèves intégrant une classe spécialisée ou plutôt en fonction de la typologie des intelligences multiples. La méta-analyse menée par Kroesbergen et Van Luit (2003), l'ouvrage de Sousa (2010), ainsi que l'étude de Gersten, Chard, Jayanthi et Baker (2006) témoignent de ce paradoxe. Conséquemment, il serait approprié de mettre en place des recherches visant à démontrer l'efficacité de différentes interventions auprès des divers types de EHDAA avant même d'exiger des enseignants une adaptation de leurs interventions sur des catégories d'élèves mal définies à partir de moyens pédagogiques mal circonscrits (Giroux, 2013). Cette démarche visant à documenter les modalités des interventions adaptées aux caractéristiques intrinsèques des élèves, telle qu'opérationnalisées par la typologie ministérielle des EHDAA, concorderait plus spécifiquement aux fondements relevant de la perspective du primat des publics.

En contrepartie des arguments que nous venons d'exposer, nous avons déjà signalé que la prédominance de la perspective interprétative du primat des publics, dans le milieu scolaire, découle peut-être, du moins en partie, d'une orientation politique. Selon Fisher (2009), la prévalence de la dyscalculie développementale, au sein de la population scolaire, se situe autour de 1,4%. Selon la posture adoptée par les sciences cognitives, la prévention et la remédiation des difficultés d'apprentissage de ces élèves nécessitent la mise en œuvre d'interventions adaptées bien que ces interventions ne soient pas encore définies. Il est possible que l'injonction ministérielle d'adaptation relève d'un phénomène de généralisation du cas spécifique de la dyscalculie développementale à un ensemble de catégories d'élèves. Il est impératif de clarifier le concept de dyscalculie et documenter les interventions efficaces en mathématiques auprès des élèves dyscalculiques, et ce, avant de généraliser les postulats relevant de la perspective du primat des publics aux différentes catégories des EHDAA.

Émergence d'une nouvelle problématique : considération de la perspective sociologique

L'ensemble de nos résultats, mais plus particulièrement celui concernant l'attribution plus importante du TDA/H des élèves issus de milieux défavorisés, nous convie à examiner la perspective sociologique de l'éducation dans l'explication des difficultés scolaires. En fait, cette perspective établit une relation entre les inégalités scolaires et les inégalités sociales. L'approche sociologique a été supplantée par l'approche psychologique dans la plupart des écrits scientifiques sur les difficultés scolaires (Roiné, 2009). C'est dans les années 1960 et 1970 que cette thèse a été principalement diffusée, et en particulier, par l'ouvrage de Bourdieu et Passeron (1970) intitulé : *La reproduction : éléments pour une théorie du système d'enseignement.* La thèse sociologique met en lumière des mécanismes par lesquels l'institution scolaire agit comme un système de reproduction des classes sociales. Sommairement, l'idée avancée par cette thèse est que l'institution scolaire transforme le classement social des élèves en classement scolaire ou, autrement dit, transforme les différences de classes sociales en différences d'intelligence. Tel que rappelé par Haecht (2006), cette reproduction des classes s'effectue par le biais d'une *violence symbolique*, dissimulant les rapports de force entre les différentes classes sociales, qui amène les classes supérieures à préserver leur statut au fil des générations.

Certaines des données empiriques obtenues, particulièrement en ce qui a trait aux élèves ayant un TDA/H, fournissent quelques arguments en faveur de l'approche sociologique. En effet, nous avons dégagé que l'attribution du diagnostic du TDA/H, tel qu'effectué par les systèmes scolaire et médical, permet bel et bien de distinguer le rendement de ces élèves par rapport à celui des élèves n'ayant pas reçu ce diagnostic. Par ailleurs, nous avons relevé que cette identification des élèves ne se distribue pas également entre les niveaux socio-économiques. Au sein des écoles les plus défavorisées de notre échantillon, on note une prévalence considérablement plus élevée que la norme des élèves ayant un TDA/H. Il est pourtant important de rappeler que le niveau socio-économique ne fait pas partie des critères d'attribution du diagnostic du TDA/H. De plus, notre modèle de régression renforce la validité de cette hypothèse en démontrant que le niveau socio-économique constitue un prédicteur adéquat du rendement des élèves en mathématiques, ce qui n'est pas le cas du diagnostic du TDA/H. Selon l'approche psychologique, les élèves de milieux socio-économiquement défavorisés souffriraient d'un manque de stimulation dû à un environnement familial «pauvre» et seraient ainsi plus susceptibles d'éprouver des difficultés de différents ordres, soit de comportements, soit scolaires (CREPAS, 2001). On peut à tout le moins interroger tout à la fois, les critères diagnostiques, les causes, mais également, il nous semble, la pertinence même de ce trouble pour orienter les interventions scolaires.

S'appuyant sur les travaux de Bourdieu (2002), il paraît pertinent d'étudier le processus d'attribution du diagnostic du TDA/H par les médecins ou les psychologues selon les classes sociales d'origine des enfants et de leurs parents qui les consultent. Une étude sociologique serait également pertinente pour comprendre la variation de la prévalence des EHDAA selon les régions administratives québécoises (5,2% au Nord-du-Québec comparativement à 22,6% en Gaspésie ou à 25,4% en Outaouais) (MELS, 2014). Plusieurs facteurs doivent être considérées dont, entre autres : 1) la disponibilité des services aux élèves EHDAA (moins de services serait associé à une plus faible prévalence) ; 2) la tolérance aux comportements «différents» selon les régions ou encore les cultures spécifiques qui les caractérisent (la prévalence en milieu autochtone est très inférieure à la moyenne québécoise) ; 3) la culture d'origine des professionnels.

Tel que souligné par Giroux (2013), depuis leur apparition, les thèses sociologiques explicatives des difficultés scolaires n'ont pas eu beaucoup d'échos dans le milieu scolaire étant donné l'écart entre le niveau d'analyse macro social de ces théories et les obligations des milieux d'enseignement qui contraignent à un regard sur les processus d'enseignement à un niveau plus micro. À cet effet, il est possible d'inférer que ce regard approfondi sur les processus d'enseignement a amené les chercheurs francophones en didactique des mathématiques à développer graduellement une expertise des méthodologies de recherche qualitatives et, de surcroit, à délaisser les devis quantitatifs. Ultérieurement, afin d'éprouver les thèses didactiques et sociologiques concernant l'interprétation des difficultés d'apprentissage en mathématiques, il serait nécessaire de mettre en place des recherches quantitatives permettant de traiter et d'interpréter les données provenant de vastes échantillons. Si l'approche anthropo-didactique a inauguré par ses devis quantitatifs, l'approche strictement didactique mériterait d'être investiguée également dans le cadre d'études quantitatives.

Au final : comment devons-nous intervenir auprès des élèves en difficulté ?

En définitive, les éléments de réponses que nous avons obtenus dans le cadre de cette recherche tendent à montrer que la perspective du primat de la culture mathématique semble être la plus appropriée afin d'interpréter les difficultés d'apprentissage en mathématiques des élèves du primaire. De plus, il nous semble pertinent de reconsidérer la perspective sociologique dans la réalisation de recherches ultérieures. Par ailleurs, au terme de cette étude, nous sommes en droit de nous demander si le devis de recherche que nous avons utilisé nous amène, en tant que chercheur, à faire preuve d'une « cécité interprétative » concernant les modalités des interventions à effectuer auprès des élèves ayant des difficultés d'apprentissage en mathématiques. En effet, tel que souligné par Fisher (2009), il est possible que les modalités dictant l'intervention ne doivent pas être expliquées exclusivement à partir d'une seule perspective interprétative, mais plutôt par le biais d'un maillage de certaines recommandations provenant des différentes perspectives interprétatives. Conséquemment, afin d'optimiser l'intervention auprès des élèves ayant des difficultés d'apprentissage en mathématiques, il est possible qu'une coopération soit nécessaire entre les différentes disciplines qui s'intéressent à ce domaine d'étude. Quelle que soit l'avenue à adopter, avant d'être en mesure d'adopter une position définitive sur le sujet, beaucoup d'encre devra nécessairement couler.

RÉFÉRENCES

American Psychiatric Association (2000). *DSM-IV-TR: Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux.* Washington : Masson.

Amstrong, T. (2001). *Déficit d'attention et hyperactivité : stratégie pour intervenir autrement en classe.* Montréal : Chenelière/McGraw-Hill.

Aro, T. ; Ahonen, T. ; Tolvanen, A. et Lyytinen, H. (1999). Contribution of ADHD Caracteristics to Academic Treatment Outcome of Children With Learning Disabilities, *Developmental Neuropsychology, 15*(2), 291-305.

Association canadienne du trouble de l'apprentissage (2009). *Le droit d'apprendre et réussir.* Récupéré le 23 août 2012 du site d'Association canadienne du trouble de l'apprentissage : http : //www.ldac-acta.ca/fr/.

Ayres, A.J. (1979). *Sensory integration and the child.* Los Angeles: Western Psychological Services.

Baillargeon, J. (1994). *Adaptation française du « Test 2 et 7 de Ruff ».* Document inédit, Université du Québec à Trois-Rivières.

Barkley, R.A. (1997). Attention-deficit/hyperactivity disorder. Dans E.J. Mash; R.A. Barkley (Éds). *Child Psychopathology* (p.63-112). New York: Guilford.

Barkley, R.A. (2003). Issues in the diagnostic of attention-deficit/hyperactivity disorder in children. *Brain & Development, 25*, 77-83.

Barkley, R.A. (2010). Against the Status Quo : Revising the Diagnostic Criteria for ADHD. *Journal of the American Academy of Child and Adolecent Psychiatry, 49*(3), 205-207.

Barry, T.D.; Lyman, R.D. et Klinger, L.G. (2002). Academic underachievement and attention deficit/hyperactivity disorder: The negative impact of symptom severity on school performance. *Journal of School Psychology, 40*, 259-283.

Baudelot, C. (2009). *L'élitisme républicain: l'école française à l'épreuve des comparaisons internationales*. Seuil: Paris.

Bender, W.N. (2008). *Learning disabilities : Characteristics, identification, and teaching strategies.* Boston : Allyn and Bacon.

Benson, S.L.D. (2009). *The influence of studying students' proportional reasoning on middle school mathematics teacher's content and pedagogical content knowledge*. Mémoire inédit. University of Houston: Houston.

Berger, D.S. (2002). *Music therapy, sensory integration and the autistic child.* London: Jessica Kinsley Publishers.

Bley, N.S. et Thorton, C.A. (1995). *Teaching mathematics to learning disabled children*. Austin, TX : PRO-ED.

Blouin, P. (2002). *Dessine-moi un bateau : la multiplication par un et demi.* Éditions de la Bande Didactique : Montréal.

Boisnard, D.; Houdebine, J.; Julo, J.; Kerboeuf, M.-P. et Merri, M. (2004). La proportionnalité et ses problèmes. Hachette Éducation : Paris.

Bourdieu, P. (2002). Intervention, 1961-2001, *Science sociale et action politique.* Marseille : Agone.

Bourdieu, P. et Passeron, J.-P. (1970). *La reproduction : éléments pour une théorie du système d'enseignement.* Les Éditions de Minuit : Paris.

Bouvard, M. ; Le Heuzey, M.F. et Mouren, M.C. (2006). *L'hyperactivité : de l'enfance à l'âge adulte*. Rueil-Malmaison: Doin.

Brousseau, G. et Balacheff, N. (1998). *Théorie des situations didactiques: didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Brun, J. (1990). La résolution de problèmes arithmétiques: bilan et perspectives. *Math-école, 29*, 2-14.

Bryant, D.P. (2005). Commentary on early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 340-345.

Bundy, A.C. Lane, S.J. et Murray, E.A. (2002). *Sensory Integration: Theory and Practice*. Philadelphie: F.A. Davis.

Campbell, S. B. (1990). *Psychiatric disorder in preschool children*. New York: Gilford Press.

Capano, L. ; Minden, D. ; Chen, S.X. ; Schachar, R.J. et Ickowicz, A. (2008). Mathematical Learning Disorder in School-Age Children With Inattention-Deficit Hyperactivity Disorder. *La Revue Canadienne de Psychiâtrie, 53*(6), 392-399.

Censabelle, S. et Noel, M.P. (2008). The inhibition capacities of children with mathematical difficulties. *Child neuropsychology, 14*, 1-20.

Chadwick, O., Taylor, E., Taylor, A., Heptinstall, E. et Danckaerts, M. (1999). Hyperactivity and reading disability : A longitudinal study of the nature of the association. *Journal of child psychology and psychiatry and allied disciplines 40*(7), 1039-1050.

Cherel, C. (2005). *Deux élèves en difficulté s'intègrent à une classe ordinaire le temps... des mathématiques*. Montréal: Éditions Bande didactique.

Claveau, C. (2006). *Les fluctuations de la motivation pour les mathématiques en cours d'année scolaire chez les élèves du primaire*. Mémoire inédit. Montréal: Université du Québec à Montréal.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale : Lawrence Erlbaum.

Comin, E. (2002). L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège. *Recherches en didactique des mathématiques, 22*(2/3), 135-182.

Conne, F. (1984). Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problèmes arithmétiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 5*(3), 269-341.

Conseil régional de prévention de l'abandon scolaire (2001). *Le milieu à risque d'abandon scolaire : Quand pauvreté, conditions de vie et décrochage scolaire vont de pair.* Jonquière : Conseil régional de prévention de l'abandon scolaire.

Conseil supérieur de l'éducation (1996). *L'intégration scolaire des élèves handicapés et en difficulté.* Sainte-Foy : Conseil supérieur de l'éducation.

Conseil supérieur de l'éducation (2001). *Les élèves en difficulté de comportement à l'école primaire : comprendre, intervenir, prévenir.* Sainte-Foy : Conseil supérieur de l'éducation.

Costello, E.J.; Angold, A.; Burns, B.J.; Stangl, D.K.; Tweed, D.L. et Erkanli, A. (1996). The Great Smoky Mountain Study of Youth. *Archives of General Psychiatry, 53*, 1129-1143.

Creswell, J.W. (2003). *Research design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches.* Sage Publication, inc.: Thousand Oaks.

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. et Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20*(4), 405-438.

Deci, E.L. et Ryan, R.M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior.* Plenum : New York.

Deblois, L. (2011). *Enseigner les mathématiques : des intentions à préciser pour planifier, guider et interpréter.* Presses de l'Université Laval : Sainte-Foy.

Deshaies, S. (2006). *Une première formalisation de la notion de fraction chez des élèves forts, moyens et faibles au 2e cycle du primaire.* Mémoire inédit. Université du Québec à Trois-Rivières : Trois-Rivières.

Desjardins, M. et Hétu, J.-C. (1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions*. Presses de l'Université du Québec : Montréal.

Direction de l'adaptation scolaire et des services complémentaires (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA): Définitions*. Québec : Direction des services complémentaires.

Döpfner, M. ; Breuer, D.; Wille, N.; Erhart, M. et Ravens-Sieberer, U. (2008). How often do children meet ICD-10/DSM IV criteria of attention deficit-/hyperactivity disorder and hyperkinetic disorder? Parent-based prevalence rates in a national sample – results of the BELLA study. *Journal of Child & Adolescent Psychiatry, Supplement 1, 17*, 59-70.

Dulcan, M. (1997). Practice parameters for the assessment and treatment of children, adolescents, and adults with attention-deficit/hyperactivity disorder. *Journal of the American Academy of Child & Adolescent Psychiatry, 36*(10 Suppl), 85S-121S.

Dussault, A. (2010). *L'attention dans le trouble du déficit d'attention/hyperactivité (TDA/H) chez les enfants*. Thèse inédite. Québec : Université Laval.

Edwards-Omolewa, N.D. (2007). *Elementary school children's strategy use and strategy preferences on multidigit addition and substraction story problems*. Thèse inédite. University of Delaware : Newark.

El-Assadi, M. (2008). *Étude de la notion de proportionnalité chez des élèves du secondaire de la première nation crie*. Mémoire inédit. Université du Québec à Montréal : Montréal.

Falardeau, G. (1997). *Les enfants hyperactifs et lunatiques*. Montréal : Le Jour éditeur.

Fernandez, C. et Llinarez, S. (2011). From the additive to the multiplicative structure : The effect of two variables in the development of proportional reasoning. *Infancia y Aprendizage, 34*(1), 67-80.

Fisher, J.P. (2009). Six questions ou propositions pour cerner la notion de dyscalculie développementale, *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant, 21*(2), 117-133.

Fortin, M.F. (2006). *Fondements et étapes du processus de recherche.* Montréal: Chenelière Éducation.

Gallagher, A.M.; De Lisi, R.; Holst, P.C.; McGullicudy-De Lisi, A.V.; Morely, M. et Cahalan, C. (2000). Gender differences in advanced mathematical problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology, 86*(2), 204-211.

Gersten, R. ; Chard, D. ; Jayanthi, M. et Baker, S. (2006). *Experimental and quasi-experimental research on instructional approaches for teaching mathematics to students with disabilities : A research synthesis.* Signal Hill, Californie : Center on Instruction/ RG Research Group.

Giroux J. (2007) – « Adapter l'enseignement en classe d'adaptation scolaire (La TSD à la rescousse des difficultés d'enseignement aux élèves en difficulté d'apprentissage), *Entre didactique et politique : Actualités de la Théorie des Situations Didactiques à propos de quelques questions vives sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*, Contribution au Symposium Bordeaux 2, mai 2007.

Giroux, J. (2010). *Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques.* Actes de colloque du GDM: Moncton.

Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/ apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Éducation et Didactique, 7*(1), 59-86.

Giroux, J. et René de Cotret, S. (2001). Le temps didactique en classe de doubleurs. Dans *L'éducation au tournant du nouveau millénaire*, Actes du sixième congrès des sciences de l'éducation de langue française (AFDEC), Les publications de la Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal : Montréal, 41-71.

Goupil, G. (2007). *Les élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage* (3e éd.). Montréal : Gaétan Morin.

Gouvernement du Québec (1999). *Une école adaptée à tous les élèves. Politique de l'adaptation scolaire.* Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.

Gouvernement du Québec (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) : Définitions.* Québec : Ministère de l'Éducation du Québec.

Gouvernement du Québec (2003). *Document de soutien à la formation : connaissances et intervention.* Québec : Gouvernement du Québec.

Gouvernement du Québec (2006). *L'évaluation des apprentissages au secondaire, Cadre de référence.* Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Gouvernement du Québec (2007). *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage.* Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Grobecker, B. (1999). The Evolution of Proportional Structures in Children with and without Learning Differences. *Learning disabilities quarterly, 22*(3), 192-211.

Guay, M.-C., Lageix, P. et Parent, V. (2006). Proposition d'une demarche evaluative du TDAH. Dans Chevalier, N., Guay, M.-C., Achim, A., Lageix, P. et Poissant, H. (dir.). *Trouble déficitaire de l'attention avec hyperactivité:*

Soigner, éduquer, surtout, valoriser. Québec: Presses de l'Université du Québec. (pp.3-15).

Hersant, M. (2001). *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège.* Thèse inédite, Université de Paris 7 – Denis Diderot : Paris.

Honorez, J.-M. (2001). Que sont les difficultés d'apprentissage devenues? Éditorial de *La Feuille orthopédagogique, 2*(5), Site du Groupe Lire, octobre 2007, [en ligne] <www.er.uqam.ca/nobel/lire/FeuilleOrtho/nov-dec01/nov-dec01.PDF>.

Honorez, J.-M. (2002). *Hyperactivité avec ou sans déficit de l'attention : Un point de vue de l'épidémiologie scolaire.* Outremont : Les Éditions LOGIQUES.

Honorez, J.M. (2007). Prévalence manifeste et cachée des élèves en difficulté. Dans P. Nederlandt, J.M. Honorez, J.P. Martinez et *al.* (dir.), *Les services scolaires aux enfants en difficulté.* Namur : Éditions modulaires européennes. (pp.127-142).

Honorez, J.M. (2008). Les problèmes scolaires de langage écrit sont-ils des handicaps ? Dans J.P. Martinez, G. Boutin, L. Bessette et Y. Montoya (dirs.). *La prévention de l'échec scolaire : une notion à redéfinir.* Québec : Presses de l'Université du Québec.

Horth, R. (2000). (Page consultée le 3 septembre 2012) *Historique de l'adaptation scolaire au Québec.* [En ligne]. Adresse URL : http://www.adaptationscolaire.org/themes/fs_themes.htm

Houdebine, J. (1999). *Des questions didactiques posées par la réalisation d'un logiciel d'aide à la résolution de problèmes de proportionnalité, Fascicule de didactique des mathématiques et de l'EIAO*, Université de Rennes I, IRMAR, 55-72.

Huss, M.; Hölling, H.; Kurth, B.M. et Schlack, R. (2008). How often are German children and adolescents diagnosed with ADHD? Prevalence based on the judgment of health care professionals: results of the German health and examination survey (KiGGS). *European Child & Adolescent Psychiatry, 17*, 52-58.

Julo, J. (1995). *Représentations de problèmes et réussite en mathématiques*. Presses universitaires de Rennes : Rennes.

Kieren, T. E. (1988). Personnel Knowledge of Rational Numbers : Its intuitive and Formal Development in Hiebert, J. Bher (eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Editions Lawrence Erlbaum, pp. 162-181.

Kinnear, P. et Gray, C. (2005). *SPSS facile appliqué à la psychologie et aux sciences sociales: maîtriser le traitement de données*. Éditions De Boeck: Bruxelles.

Kranowitz, C.S. (2005). *The out-of-sync: Recognizing and coping with sensory processing disorder*. New York: Penguin Group.

Krikorian, N. (1996). *Compétences de l'élève de fin primaire concernant des aspects de fractions considérés essentiels et sur lesquels l'enseignant de secondaire 1 devrait construire son enseignement des nombres rationnels*. Mémoire inédit. Université du Québec à Montréal : Montréal.

Kroesbergen, E.H. et Van Luitt, J.E.H. (2003). Mathematics interventions for children with special education needs : A meta-analysis. *Remedial and Special Education, 24*, 97-114.

Lecompte, S. et Poissant, H. (2006). Facteurs de risque du TDAH. Dans N. Chevalier, M.C. Guay, A. Achim, P. Lageix et H. Poissant (Éds.). *Trouble déficitaire de l'attention avec hyperactivité : soigner, éduquer, surtout valoriser*. Presses de l'université du Québec : Québec.

Lemoyne, G. et Lessard, G. (2003). Les rencontres singulières entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants. *Éducation et francophonie, 21*(2). [En ligne]. Disponible le 30 septembre 2011 : *http://www.acelf.ca/revue/revuehtml/31-2/01-lemoyne.html*.

Levain, J.-P. (1997). *Faire des maths autrement : développement cognitif et proportionnalité*. Montréal : L'Harmattan.

Levain, J.-P. et Vergnauld, G. (1994-95). Proportionnalité simple, proportionnalité multiple. *Grand N, 56*, 55-66.

Lucangeli, D. et Cabrele, S. (2006). Mathematical difficulties and ADHD. *Exceptionality, 14*(1), 53-62.

Martin, V. (2008). *Rôle de l'élève à risque lors d'une situation-problème probabiliste à l'intérieur d'une équipe de travail hétérogène*. Mémoire inédit. Université de Sherbrooke : Sherbrooke.

Martin, V. et Mary, C. (2010). *Particularités de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en classes régulières ou spéciales*. Actes du colloque du GDM. Université de Moncton : Moncton.

Mary, C.; Squalli, H. et Schmidt, S. (2008). Mathématiques et élèves en difficulté grave d'apprentissage: Contexte favorable à l'intégration et au raisonnement mathématique. Dans J.M. Bisaillon et N. Rousseau (Éds.). *Les jeunes en difficulté: Contextes d'intervention favorables*. Presses de l'Université du Québec: Québec.

Mayes, S.W.; Calhoun, S.L. et Crowell, E.W. (2000). Learning disabilities and ADHD-Overlapping spectrum disorders. *Journal of Learning Disabilities, 33*, 417-424.

McGee, Rob et Share, D.L. (1988). Attention Deficit Disorder-Hyperactivity and Academic Failure : Which Comes First and What Should Be Treated ?

Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry, 27(3), 318-325.

Miller, L.J. (2006). *Sensational kids : Hope and help for children with sensory processing disorder.* New York: Penguin Group.

Ministère de la Santé et des Services sociaux du Québec (2000). *Trouble de déficit de l'attention/hyperactivité : rapport du comité-conseil sur le trouble de déficit de l'attention/hyperactivité et sur l'usage de stimulants du système nerveux central.* Québec, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2003). *Les difficultés d'apprentissage à l'école. Cadre de référence pour soutenir l'intervention.* Gouvernement du Québec : Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2007). *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA).* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et des Sports (2009a). *Plan stratégique 2009-2013 du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport et Plan stratégique 2009-2013 de la Commission consultative de l'enseignement privé.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et des Sports (2009b). *L'école, j'y tiens! Tous ensemble pour la réussite scolaire.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et des Sports (2014). *Effectif scolaire handicapé ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) et effectif régulier à la formation générale des jeunes, selon la région administrative de l'établissement fréquenté, réseau public, année scolaire 2011-2012* [tableau]. Document inédit.

Ministère de l'Éducation du Québec. (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) : définitions.* Québec : Direction de l'adaptation scolaire et des services complémentaires.

Ministère de l'Éducation du Québec (2001). *Programme de formation de l'école québécoise.* Québec : Gouvernement du Québec.

Misailidou, C. et Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 335-368.

Monuteaux, M.C.; Faraone, S.V.; Herzig, K.; Navsaria, N. et Biederman, J. (2005). ADHD and dyscalculia: Evidence for independent familial transmission. *Journal of learning disabilities, 1*, 86-93.

Moreau, S. et Coquin-Viennot, D. (2003). Comprenhension of arithmetic word problems by fifth-grade pupils: Represention and selection of information. *British Journal of Psychology, 73*, 109-121.

Mulligan, S. (2003). Examination of the evidence for occupational therapy using a sensory integrative framework for children. Part one. *Sensory Integration Special Interest Sect Q, 26*, 1-4.

Murray-Slutsky, C., & Paris, B. (2005*). Is it sensory or is it behavior?* Austin, TX: Hammill Institute on Disabilities.

Noelting, G. (1980a). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part 1 – Differention of stages. *Educational Studies in Mathematics, 11*(2), 217-253.

Noelting, G. (1980b). The development of proportional reasoning and the ratio concept, Part 2, Problem-structure at successive stages: Problem solving strategies and the mechanism of adaptative restructuring, *Educational Studies in Mathematics, 11*(3), 331-363.

Nolan, E.E. ; Gadow, K.D. et Sprafkin, J. (2001). Teacher report of DSM-IV ADHD, ODD, and CD symptoms in schoolchildren, *Journal of American Academy of Child and Adolescent Psychiatry, 40*, 240-249.

Oliveira, I. (2008). *Exploration de pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans les problèmes de proportion.* Université du Québec à Montréal : Montréal.

Organisation pour la coopération et le développement économique. (2004). *Résoudre des problèmes, un atout pour réussir : premières évaluations des compétences transdisciplinaires issues de PISA 2003*. Paris : OCDE.

Pelham, W.E.; Fabiano, G.A. et Massetti, G.M. (2005). Evidence-Based Assessment of Attention Deficit Hyperactivity Disorder in Children and Adolescent. *Journal of Clinical Child and Adolescent Psychology, 34*(3), 449-476.

Pelletier, E. (2000). *Déficit de l'attention sans hyperactivité : compréhension et interventions*. Outremont : Les Éditions Quebecor.

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherche en didactique des mathématiques, 13*(1/2), 5-18.

Piaget, J. et Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant. Presses universitaires de France* : Paris.

Pigon, D. (2008). *The role of inattention, working memory, and phonological decoding in children's computational fluency*. Mémoire inédit. Université de Toronto: Toronto.

Plante, I.; Théorêt, M. et Favreau, O.E. (2010). Les stéréotypes de genre en mathématiques et en langues : recension critique en regard de la réussite scolaire. *Revue des sciences de l'éducation, 36*(2), 389-419.

Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire : notes didactiques*. Québec : Éditions du Renouveau Pédagogique Inc.

Poirier-Proulx, L. (1999). *La résolution de problèmes en enseignement : cadre référentiel et outils de formation*. Bruxelles : De Boeck Université.

Polanczyk, G. ; Silva de Lima, M. ; Lessa Horta, B. ; Biederman, J. et Rohde, L.A. (2008). The Worldwide Prevalence of ADHD : A Systematic Review and Metaregression Analysis. *Journal of American Psychiatry, 164*, 942-948.

Psychologie scolaire. (2011). Récupéré le 31 août 2011 de http://www.cyberspecialistes.com/index.php/Psychologie_scolaire#.C3.89l.C3.A8ve_en_difficult.C3.A9_d.E2.80.99adaptation_ou_d.E2.80.99apprentissage

René de Cotret, S. (2006). *L'élève et le modèle proportionnel, une histoire de confitures*. Montréal: Éditions Bande Didactique.

Riccio, C. Gonzalez, J. et Hynd, G. (1994). Attention-deficit hyperactivity disorder (ADHD) and learning disabilities. *Learning Disability Quarterly, 17*, 311-319.

Ricco, G. (1982). Les premières acquisitions de la notion de fonction linéaire chez l'enfant de 7 à 11 ans. *Educational Studies in Mathematics, 13*, 289-327.

Robinson, K. (2008). *Changing paradigms*. Communication effectuée dans le cadre des conferences du RSA. Récupéré de http://www.thersa.org/events/video/archive/sir-ken-robinson.

Rodriguez, A. ; Järvelin, M.-R. ; Obel, C. ; Taanila, A. ; Miettunen, J. ; Moilanen, I. ; Henriksen, T.B. ; Pietiläinen, K. ; Ebeling, H. ; Kotimaa, A.J. ; Markussen, K. et Olsen, J. (2007). Do inattention and hyperactivity symptoms equal scholastic impairment? evidence from three European cohorts. *BMC Public Health, 7*, 327-336.

Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A : Une contribution à la question des inégalités.* Thèse inédite. Université Victor Segalen Bordeaux 2 : Bordeaux.

Rouche, N. (2001). *Pourquoi ont-ils inventé les fractions?* Ellipses : Paris.

Rousseau, N.; Tétrault, K. et Vézina, C. (2008). Parcours scolaire normatif et obtention d'un premier diplôme chez les élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA). J.M. Bisaillon et N. Rousseau (Éds.). *Les jeunes en grande difficulté : Contextes d'intervention favorables.* Presses de l'Université du Québec : Québec.

Rucklidge, J.J. et Tannock, R. (2002). Neuropsychological profiles of adolescents with ADHD : effects of reading difficulties and gender. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 43*(8), 988-1003.

Saint-Laurent, L. (2008). *Enseigner aux élèves à risque et en difficulté au primaire.* Montréal : Gaëtan Morin Éditeur.

Salkind, N.J. (2007). *Enclyclopedia of measurement and statistics.* Thousands Oaks : SAGE Publications.

Schmidt, S. ; Tessier, O. ; Drapeau, G. ; Lachance, J. ; Kalubi, J.-C. et Fortin, L. (2003). *Recension des écrits sur le concept d'«élèves à risque» et sur les interventions éducatives efficaces.* Rapport de recherche. Université de Sherbrooke : Sherbrooke.

Schubauer-Leoni, M.L. et Leutenegger, F. (2002). Expliquer et comprendre dans une approche clinique/expérimentale du didactique ordinaire. Dans F. Leutenegger et M. Saada-Robert. (Dir.). *Expliquer et comprendre en sciences de l'éducation.* Paris : De Boeck (pp.227-251).

Schunk, D.H. ; Pintrich, P.R. et Meece, J.L. (2008). *Motivation in Education : Theory, Research and Applications.* Upper Saddle River : Prentice Hall.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics, 43*, 271-292.

Skounti, M. ; Philalithis, A. et Galanakis, E. (2007). Variations in prevalence of attention deficit hyperactivity disorder worldwide. *European Journal of Pediatrics, 166*(2), 117-123.

Snider, V.E.; Frankgurger, W. et Aspenson, M.R. (2000). The relationship between learning disabilities and attention deficit disorder: A national survey. *Developmental Disabilities Bulletin, 28*, 19-37.

Sokona, S.-B. (1989). Aspects analytiques et aspects analogiques de la proportionnalité dans une situation de formulation. *Petit X*, 19, 5-27.

Sousa, D.A. (2010). *Un cerveau pour apprendre les mathématiques : Mieux comprendre le fonctionnement du cerveau pour enseigner les mathématiques plus efficacement.* Chenelière Éducation : Montréal.

Sovik, N.; Frostrad, P. et Heggberget, M. (1999). The Relation between Reading Comprehension and Task-specific Strategies used in Arithmetical Word Problem, *Scandinavian Journal of Educational Research, 43*(4), 371-398.

Squalli, H.; Venet, M. et Lessard, A. (2006). Intervention auprès de l'élève à risque : approches multiples et différenciées. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 9*(2), 119-122.

Steinthorsdottir, O. B. et Sriraman, B. (2009). Icelandic 5th-Grade girls' developmental trajectories in proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal, 21*(1), 6-30.

Stern, E. et Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving words problems. *Cognitive Development, 7*(1), 259-268.

Sungmi, A.K. (2009). *Thought Processes in Proportional Reasoning*. Thèse inédite. Harvard University: Boston.

Vallerand, R.J., Pelletier, L.G., Blais, M.R., Brière, N.M., Senécal, C. B., & Vallières, E.F. (1993). On the assessment of intrinsic, extrinsic, and amotivation in education : Evidence on the concurrent and construct validity of the Academic Motivation Scale. *Educational and Psychological Measurement, 53* , 159-172.

Vergnaud, G. (1974-75). Calcul relationnel et représentation calculable. *Bulletin de Psychologie, 315*, XXVIII, 7-8, 378-387.

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité.* Peter Lang : Berne.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des Mathématiques, 10*(2-3), 133-170.

Vincent, S. (2006). *Allez et multipliez...* Éditions Bandes Didactique : Montréal.

Vitiello, B. (2001). Psychopharmacoly for young children : Clinical needs and research opportunities. *Pediatrics, 108*(4), 983-989.

Volpe, R.J. ; DuPaul, G.J. ; DiPerna, J.C. ; Jitendra, A.K. ; Lutz, G. ; Tresco, K. et Junod, R.V. (2006). Attention Deficit Hyperactivity Disorder and Scholastic Achievement : A Model of Mediation via Academic Enablers. *School Psychology Review, 35*(1), 47-61.

Voyer, D. (2006). *L'influence des facteurs liés à l'élève ou à l'énoncé sur la compréhension en résolution de problèmes écrits d'arithmétique.* Thèse inédite. Université Laval. Québec : Canada.

Voyer, D. (2009*). La résolution de problèmes: Régler des maux en changeant des mots*! Éditions de la Bande Didactique: Montréal.

Voyer, D. (2010). Performance in mathematical problem solving as a fonction of comprehension and arithmetic skills. *International Journal of Science and Mathematics Education, 9*(5), 1073-1092.

Voyer, D.; Beaudoin, I. et Goulet, M.P. (2012). De la lecture à la résolution de problèmes : des habiletés spécifiques à développer. *Revue canadienne de l'éducation, 35*(2), 401-421.

Weiss, M.D. et Weiss, J.R. (2004). A guide to the treatment of adults with ADHD. *Journal of Clinical Psychology, 65*(suppl. 3), 27-37.

Wolraich, M.L.; Hannah, J.A.; Pinnonck, T.Y.; Baumgaertel, A. et Brown, J. (1996). Comparaison of diagnostic criteria of attention deficit disorder in a county wide sample. *Journal of the American Academy of Child & Adolescent Psychiatry, 35*, 319-324.

Yeckley, K.A. (2009). *Sensory integration theory as applied through equine facilited therapy with a child diagnosed with autistic spectrum disorder.* Thèse inédite. California School for Professional Psychology at Alliant International University: San Diego.

Zentall, S.S. (2009). Math Performance of Students with ADHD: Cognitive and Behavioral Contributions and Interventions. Dans D.B. Berch et M.M. Mazzocco (Éds). *Why is math so hard for some children.* (p. 219-243). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.

Zentall, S.S; Smith, Y.N; Lee, Y-B.B. et Wieczorek, C. (1994). Mathematical Outcomes of Attention-Deficit Hyperactivity Disorder. *Journal of Learning Disabilities, 27*(8). 510-519.

Annexe 1:

Adaptation des énoncés de problèmes de Misailidou et Williams (2003)

1- Le voyage à New York des élèves de sixième année

Lors du voyage à New York, M. Pouliot place les élèves de sixième année dans des petits groupes composés de 7 élèves. Afin de s'assurer que les garçons et les filles puissent discuter ensemble, M. Pouliot dispose 4 filles dans chaque groupe. S'il y a 84 élèves de sixième année qui participent au voyage, combien y a-t-il de filles au total?

2- Les serpents du zoo

Dans le vivarium du zoo, il y a 3 serpents et 2 crocodiles. Les crocodiles mesurent entre 4 et 6 mètres de long. Par contre, les serpents sont plus grands que les crocodiles. En fait, le serpent A mesure 48 décimètres de long et celui-ci mange 15 souris chaque mois. Le serpent B mesure 64 décimètres de long et mange 20 souris par mois. Le nombre de souris offert aux serpents dépend de leur longueur. Si le serpent C mesure 16 décimètres de long, combien de souris mangera-t-il chaque mois?

3- La soupe à l'oignon pour 12

La recette d'une soupe à l'oignon pour 18 implique les ingrédients suivants:

8 oignons
6 tasses d'eau
4 cubes de concentré de poulet
24 grammes de beurre
½ tasse de crème

Je sais que j'ai besoin de 28 grammes de beurre afin de préparer de la soupe à l'oignon pour 21 personnes. Par ailleurs, pour la fête de l'Action de grâce, je souhaite préparer de la recette de soupe pour ma famille et mes cousins. J'ai donc besoin de préparer la recette pour douze personnes. Combien de grammes de beurre ai-je besoin afin de cuisiner ma recette?

4- La soupe à l'oignon pour 4

Afin de fêter le réveillon de Noël en famille, je désire cuisiner de la soupe à l'oignon pour mes parents, ma sœur et moi. J'ai donc besoin de préparer une recette de soupe à l'oignon pour 4 personnes. La recette de soupe à l'oignon de la cafétéria est prévue pour 56 personnes. Celle-ci demande d'utiliser 42 tasses d'eau. Puisque le nombre d'individus pour lesquels je souhaite cuisiner est plus petit que le nombre de personnes prévues par la recette de la cafétéria, je devrai diminuer mes quantités. Si je décide de faire une recette de soupe à l'oignon pour 4 personnes, combien ai-je besoin de tasses d'eau ?

5- Le prix des citrouilles

16 citrouilles coûtent 64$. Je veux acheter 18 citrouilles. Quel est le prix de 18 citrouilles?

6- Le prix des livres

Ce samedi, c'est le festival du livre dans la ville de Québec. Il y a donc une vente de livres chez le libraire du coin. Les livres se vendent tous au même prix. Marie a acheté 13 livres et a payé 65 $. Pour sa part, Rosalie a acheté 8 livres. Combien Rosalie a-t-elle payé pour acheter ses livres?

7- La peinture

Jenny, Samuel et Patrick souhaitent peinturer ensemble les murs extérieurs de leur école primaire. Chacun de ces trois amis souhaite utiliser le même mélange de couleur. Patrick utilise un mélange composé de 4 pots de peinture jaune et de 6 pots de peinture rouge. Pour sa part, Samuel mélange 6 pots de peinture jaune à 9 pots de peinture rouge. De son côté, Jenny décide d'utiliser 10 pots de peinture jaune. Puisque Jenny utilise plus de peinture jaune que ses amis, celle-ci devra insérer une plus grande quantité de peinture rouge afin d'obtenir le même mélange que les autres. Combien de pots de peinture rouge Jenny doit-elle mélanger afin d'obtenir la même couleur que Samuel et Patrick?

8- Le mélange de couleurs

Un mélange de couleurs est composé de 14 millilitres de peinture verte et de 8 millilitres de peinture jaune. En utilisant 56 millilitres de peinture verte, combien faut-il de millilitres de peinture jaune pour obtenir ce même mélange?

9- Les scouts

18 scouts sont allés au camp Trois-Saumons la semaine dernière. Afin de nourrir ces enfants, 21 petits pains, 8 litres de lait, 4 lasagnes et 3 gâteaux au chocolat ont été préparés par le cuisinier. Au total, les enfants scouts ont eu le temps de compléter 12 activités. Cette semaine, 54 scouts visitent le camp. Combien de petits pains le cuisinier doit-il préparer cette semaine?

10- Le camp de vacances

Chaque année, le camp de vacances *Cité Joie* offre d'héberger des élèves ayant eu un bon comportement pour une durée de deux jours. La fin de semaine passée, 18 enfants ont dormi au camp de vacances. Ceux-ci ont bu 72 verres de lait. En fin de semaine, 23 enfants ont bu 92 verres de lait. Combien de verres de lait le directeur du camp doit-il prévoir s'il y aura 21 enfants présents la fin de semaine prochaine?

11- L'imprimerie

Dans le but de préparer les élèves du Québec à la dictée PGL, une imprimerie doit publier plusieurs dictionnaires. Cette imprimerie a besoin d'exactement 6 minutes afin de publier 8 dictionnaires. S'il reste 15 minutes avant la fin de la journée de travail, combien de dictionnaires est-il possible d'imprimer?

12- Le jus d'orange

En pressant 6 oranges, il est possible d'obtenir 9 verres de jus d'orange. Si j'utilise 10 oranges, combien de verres de jus vais-je obtenir?

Annexe 2

Analyse *a priori*

Analyse a priori

À l'intérieur des prochains paragraphes, nous effectuons une *analyse a priori* concernant les différents calculs relationnels susceptibles d'être mis en œuvre lors de la résolution de chacun des problèmes que nous avons présentés aux élèves. Cette analyse est réalisée en fonction de l'ordre auquel les énoncés de problèmes ont été soumis aux participants du premier volet de la recherche.

Analyse du problème #1

> <u>1- Le voyage à New York des élèves de sixième année</u>
>
> Lors du voyage à New York, M. Pouliot place les élèves de sixième année dans des petits groupes composés de 7 élèves. Afin de s'assurer que les garçons et les filles puissent discuter ensemble, M. Pouliot dispose 4 filles dans chaque groupe. S'il y a 84 élèves de sixième année qui participent au voyage, combien y a-t-il de filles au total?

Structure du problème : isomorphisme de mesures
Rapport numérique : rapport scalaire entier
Élément d'informations : Éléments situationnels
Nombre de couples de données : 3 couples de données

D'entrée de jeu, nous concevons que les élèves peuvent utiliser un raisonnement lié à l'application successive de deux opérateurs multiplicatifs afin de résoudre ce problème. Pour ce faire, ceux-ci dégagent d'abord le nombre de groupements : 84 élèves ÷ 7 élèves/groupe = 12 groupes ; cela implique la mise en œuvre du premier opérateur multiplicatif (÷ 7 élèves par groupement). Ensuite, les élèves effectuent l'algorithme suivant : 12 groupements x 4 filles/groupement = 48 filles. Il s'agit là du second opérateur multiplicatif.

De plus, nous anticipons que certains élèves pourront utiliser un raisonnement de règles composites de caractères additif ou multiplicatif afin de résoudre le problème. Les élèves réalisant ce raisonnement risquent de dégager le nombre de groupements présents : 84 élèves ÷ 7 élèves/groupe = 12 groupes. Ensuite, ces élèves chercheront à trouver le nombre de filles par groupe en effectuant une soustraction (7 élèves – 4 = 3 filles). Ce raisonnement engendrera un résultat erroné (12 groupements x 3 filles/groupement = 36 filles). D'autre part, l'application d'un procédé exclusivement multiplicatif est susceptible d'être opérée. À ce moment, les élèves pourraient négliger de référer au nombre total d'élèves afin de dégager le nombre de groupements présents, et ce, en considérant les deux premières données numériques du problème. Le produit de ces deux données correspondrait à une valeur plus petite que le nombre total d'élèves impliqué (7 x 4 filles = 28 filles; 28 filles < 84 élèves au total).

En dernier lieu, nous anticipons que certains élèves utiliseront le calcul relationnel qui consiste à établir la valeur unitaire au hasard. Pour ce faire, ces élèves dégageront le nombre de groupements au hasard (ex : il y a environ 16 groupements; 16 groupements x 4 filles/ groupement = 64 filles). Ce raisonnement s'apparente à la mise en œuvre d'une estimation. Par ailleurs, par ce raisonnement, l'élève effectuerait un algorithme afin de trouver le nombre de filles présentes lors du voyage à New York.

Analyse du problème #2

<u>2- Les serpents du zoo</u> Dans le vivarium du zoo, il y a 3 serpents et 2 crocodiles. Les crocodiles mesurent entre 4 et 6 mètres de long. Par contre, les serpents sont plus grands que les crocodiles. En fait, le serpent A mesure 48 décimètres de long et celui-ci mange 15 souris chaque mois. Le serpent B mesure 64 décimètres de long et mange 20 souris par mois. Le nombre de souris offert aux serpents dépend de leur longueur. Si le serpent C mesure 16 décimètres de long, combien de souris mangera-t-il chaque mois?

Structure du problème : $4^{ème}$ proportionnelle
Rapport numérique : rapport scalaire entier
Élément d'informations : Éléments situationnels
Nombre de couples de données : 3 couples de données

Concernant ce problème, nous anticipons que certains élèves mettront en place un raisonnement impliquant l'opérateur scalaire. Pour ce faire, ceux-ci dégageront le rapport scalaire à partir des comparaisons entre les valeurs du premier couple et du troisième couple de données (48 décimètres ÷ 16 décimètres = 3 longueurs de 16 décimètres; 15 souris pour 48 décimètres ÷ 3 longueurs de 16 décimètres = 5 souris par longueur de 16 décimètres). De plus, certains élèves trouveront le rapport scalaire à partir d'une comparaison interne entre les éléments du second couple et du troisième couple de données (64 décimètres ÷ 16 décimètres = 4 longueurs de 16 décimètres; 20 souris pour 64 décimètres ÷ 4 longueurs de 16 décimètres = 5 souris par longueur de 16 décimètres). Aussi, nous pensons que le rapport scalaire pourra être découvert par le recours au raisonnement dit hypothétique.

De plus, nous pensons que d'autres élèves sélectionneront un raisonnement d'écarts constants. À ce moment, ces élèves dégageront un écart de 16 décimètres de 5 souris entre les valeurs des deux premiers couples de données. Par le biais d'une soustraction répétée, cet écart sera reporté successivement jusqu'à ce que les élèves trouvent combien de souris un serpent de 16 décimètres peut manger.

	64 décimètres	20 souris	
- 16			- 5
	48 décimètres	15 souris	
- 16			- 5
	32 décimètres	10 souris	
- 16			- 5
	16 décimètres	5 souris	

Par ailleurs, nous anticipons que certains élèves utiliseront partiellement le raisonnement écarts constants. Cela se justifie par le fait qu'en soustrayant la longueur du serpent B de la longueur du serpent A (64 dm – 48 dm), les participants obtiendront une longueur de 16 décimètres. Cette longueur correspond à la taille du serpent C. Conséquemment, en soustrayant le nombre de souris consommées par le serpent B du nombre de souris consommé par le serpent A (20 souris – 15 souris), les élèves obtiendront une différence de 5 souris. Cet écart ainsi dégagé, soit 5 souris pour chaque longueur de 16 décimètres, correspond explicitement au rapport recherché afin de résoudre le problème.

Aussi, nous prévoyons que certains élèves utiliseront un raisonnement de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre de croissance. En fait, nous pensons que les élèves qui ne seront pas en mesure de dégager le coefficient de proportionnalité du problème réfèreront aux données numériques en place afin de mettre en place une estimation (ex : si un serpent de 48 décimètres consomme 15 souris, je crois qu'un serpent de 16 décimètres devrait en manger environ 4).

Analyse du problème #3

3- La soupe à l'oignon pour 12

La recette d'une soupe à l'oignon pour 18 implique les ingrédients suivants:

8 oignons
6 tasses d'eau
4 cubes de concentré de poulet
24 grammes de beurre
½ tasse de crème

Je sais que j'ai besoin de 28 grammes de beurre afin de préparer de la soupe à l'oignon pour 21 personnes. Par ailleurs, pour la fête de l'Action de grâce, je souhaite préparer de la recette de soupe pour ma famille et mes cousins. J'ai donc besoin de préparer la recette pour douze personnes. Combien de grammes de beurre ai-je besoin afin de cuisiner ma recette?

Structure du problème : $4^{ème}$ proportionnelle
Rapport numérique : aucun rapport entier
Élément d'informations : Éléments superflus
Nombre de couples de données : 3 couples de données

Concernant ce problème, nous concevons que certains élèves utiliseront un raisonnement lié à l'opérateur scalaire. Pour ce faire, ces élèves dégageront le rapport scalaire en comparant les éléments de même nature, que ce soit en lien avec le nombre de grammes de beurre ou fonction du nombre de personnes impliqué (ex : 18 personnes pour une recette ÷ 12 personnes pour une recette = 1 ½ fois moins de personnes pour la deuxième recette; 24 grammes de beurre ÷ 1 ½ = 16 grammes de beurre pour 12 personnes).

Ensuite, nous anticipons que d'autres élèves recourront à l'opérateur fonction afin de résoudre le problème. Ceux-ci trouveront le rapport fonction à partir d'une comparaison entre les éléments de deux natures distinctes : 28 grammes de beurre ÷ 21 personnes = 1,75 gramme de beurre par personne; 12 personnes x 1,75 gramme de beurre/personne = 16 grammes de beurres pour la recette prévue pour douze personnes.

D'autre part, quelques élèves risquent d'utiliser un raisonnement additif afin de résoudre ce problème. Ici, les élèves trouveront une différence entre les valeurs d'une même nature, puis ils reporteront cette différence aux valeurs ayant une nature différente : 18 personnes – 12 personnes = une différence de 6; 24 grammes de beurre – 6 = 18.

De plus, il est possible que d'autres élèves décident d'opter pour un raisonnement impliquant une règle de correspondance arbitraire. À ce moment, ces élèves pourraient estimer le nombre de grammes de beurre nécessaire pour une recette pour 12 personnes, et ce, en référant aux données numériques impliquées dans le problème (ex : 28 grammes pour 21 personnes, donc environ 14 grammes pour 12 personnes).

Aussi, afin de résoudre ce problème, il est probable que certains élèves adoptent le raisonnement des écarts constants. En effet, afin de résoudre ce problème, il est possible que quelques élèves dégagent une différence de 4 grammes de beurre (28 grammes de beurre -24 grammes de beurre) pour chaque groupe composé de 3 individus (21 personnes – 18 personnes). Par le biais de soustractions répétées, cet écart pourrait être reporté à plusieurs reprises afin de dégager qu'il sera nécessaire de prévoir 16 grammes de beurre afin de cuisiner une soupe à l'oignon pour 12 personnes.

	18 personnes	24 grammes de beurre	
- 3			- 4
	15 personnes	20 grammes de beurre	
- 3			- 4
	12 personnes	16 grammes de beurre	

En dernier lieu, nous pensons que la présence d'un rapport *aucun rapport entier* risque d'amener les élèves à mettre en œuvre une suite numérique +1. À ce moment, les élèves pourraient effectuer une soustraction répétée en soustrayant successivement 1 aux valeurs correspondant aux grammes de beurre et au nombre de personnes, et ce, jusqu'à l'obtention d'une quantité de beurre pour 12 personnes :

	18 personnes	24 grammes de beurre	
- 1			- 1
	17 personnes	23 grammes de beurre	
- 1			- 1
	16 personnes	22 grammes de beurre	
- 1			- 1
	15 personnes	21 grammes de beurre	
- 1			- 1
	14 personnes	20 grammes de beurre	
- 1			- 1
	13 personnes	19 grammes de beurre	
- 1			- 1
	12 personnes	18 grammes de beurre	

Analyse du problème #4

<u>4- La soupe à l'oignon pour 4</u>

Afin de fêter le réveillon de Noël en famille, je désire cuisiner de la soupe à l'oignon pour mes parents, ma sœur et moi. J'ai donc besoin de préparer une recette de soupe à l'oignon pour 4 personnes. La recette de soupe à l'oignon de la cafétéria est prévue pour 56 personnes. Celle-ci demande d'utiliser 42 tasses d'eau. Puisque le nombre d'individus pour lesquels je souhaite cuisiner est plus petit que le nombre de personnes prévues par la recette de la cafétéria, je devrai diminuer mes quantités. Si je décide de faire une recette de soupe à l'oignon pour 4 personnes, combien ai-je besoin de tasses d'eau ?

Structure du problème : $4^{ème}$ proportionnelle
Rapport numérique : rapport scalaire entier
Élément d'informations : Version complète
Nombre de couples de données : 2 couples de données

D'entrée de jeu, nous concevons qu'une partie des élèves résoudra ce problème en utilisant l'opérateur scalaire. Pour ce faire, ces élèves dégageront le rapport scalaire à partir d'une comparaison entre les nombres de personnes pour lesquels les deux recettes sont prévues (56 personnes pour la première recette ÷ 4 personnes pour la seconde recette = 14 fois plus de personnes prévues dans la première recette par rapport à la seconde). Puis, ce rapport sera reporté à la quantité d'eau exigée : 42 tasses d'eau ÷ 14 = 3 tasses d'eau. Par ailleurs, puisque ce rapport scalaire est supérieur à 10, nous pensons que quelques élèves utiliseront le raisonnement hypothétique afin de trouver celui-ci.

Ensuite, nous pensons que certains élèves recourront à un raisonnement additif afin de résoudre ce problème. Pour ce faire, ces élèves dégageront une différence entre les données numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au second couple de données : 56 – 42 = 14 de différence ; 4 + 14 = 18 tasses d'eau.

En dernier lieu, nous anticipons que certains élèves utiliseront le raisonnement qui consiste à prendre un élément n du couple de données afin de résoudre ce problème. En effet, il est possible que certains élèves décident d'utiliser la valeur numérique « 4 » en tant que coefficient de proportionnalité. En rapportant ce coefficient à la quantité de tasses d'eau nécessaire à la réalisation de la recette, ces élèves obtiendront une réponse erronée : 42 ÷ 4 = 10½ tasses d'eau.

Analyse du problème #5

5- Le prix des citrouilles 16 citrouilles coûtent 64$. Je veux acheter 18 citrouilles. Quel est le prix de 18 citrouilles?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : rapport fonction entier
Élément d'informations : Données essentielles
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre cet énoncé de problème, nous pensons que les élèves opteront majoritairement pour un raisonnement impliquant l'opérateur fonction. Pour ce faire, ces élèves dégageront l'opérateur fonction par le biais d'une comparaison entre les données de deux natures différentes : 64$ ÷ 16 citrouilles = 4 $/citrouille ; 18 citrouilles x 4$/citrouille = 72$. Le raisonnement hypothétique pourrait être utilisé afin de dégager ce rapport fonction.

Ensuite, un raisonnement impliquant une démarche additive pourra aussi d'être utilisé. À ce moment, les élèves trouveront la différence entre les valeurs numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au second couple : 64 – 16 = différence de 48 ; 18 citrouilles + 48 = 66. D'autre part, l'utilisation de la suite numérique +1 permettrait d'arriver à ce résultat. Les élèves utilisant ce raisonnement additionneraient successivement 1 aux valeurs associées aux citrouilles, ainsi qu'aux dollars, et ce, jusqu'à l'obtention du rapport recherché :

	16 citrouilles	64$	
+1			+1
	17 citrouilles	65$	
+1			+1
	18 citrouilles	66$	

Analyse du problème #6

> 6- Le prix des livres
>
> Ce samedi, c'est le festival du livre dans la ville de Québec. Il y a donc une vente de livres chez le libraire du coin. Les livres se vendent tous au même prix. Marie a acheté 13 livres et a payé 65 $. Pour sa part, Rosalie a acheté 8 livres. Combien Rosalie a-t-elle payé pour acheter ses livres?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : rapport fonction entier
Élément d'informations : Version complète
Nombre de couples de données : 2 couples de données

D'entrée de jeu, nous concevons que les élèves de sixième année seront en mesure de résoudre ce problème en utilisant l'opérateur fonction. Pour ce faire, ces élèves dégageront le rapport fonction par le biais d'une comparaison entre les données de deux natures différentes : 65$ ÷ 13 livres = 5 $/livre ; 8 livre x 5$/livre = 40$. Le raisonnement hypothétique pourrait être utilisé afin de dégager ce rapport.

Ensuite, nous pensons que les élèves pourront aussi utiliser un raisonnement additif. Par ce raisonnement, certains élèves trouveront la différence entre les valeurs numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au second couple de données : 65 – 13 = 52 de différence; 8 + 52 = 60$. De plus, nous pensons que la différence dégagée peut découler d'une comparaison entre les éléments d'une même nature : 13 livres – 8 livres = différence de 5 ; 65$ - 5 = 60$ pour 8 livres.

En dernier lieu, nous pensons que les élèves risquent de recourir à une mise en relation des données impliquant une règle de correspondance strictement croissante. En fait, puisque la recherche du rapport fonction nécessite d'opérer à partir de valeurs numériques relativement élevées, nous concevons que les élèves essaieront de dégager l'inconnue à partir d'une estimation (ex : 13 livres pour 65$, donc 8 livres pour environ 35$).

Analyse du problème #7

> <u>7- La peinture</u>
> Jenny, Samuel et Patrick souhaitent peinturer ensemble les murs extérieurs de leur école primaire. Chacun de ces trois amis souhaite utiliser le même mélange de couleur. Patrick utilise un mélange composé de 4 pots de peinture jaune et de 6 pots de peinture rouge. Pour sa part, Samuel mélange 6 pots de peinture jaune à 9 pots de peinture rouge. De son côté, Jenny décide d'utiliser 10 pots de peinture jaune. Puisque Jenny utilise plus de peinture jaune que ses amis, celle-ci devra insérer une plus grande quantité de peinture rouge afin d'obtenir le même mélange que les autres. Combien de pots de peinture rouge Jenny doit-elle mélanger afin d'obtenir la même couleur que Samuel et Patrick?

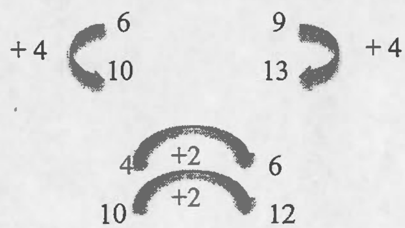
Structure du problème : $4^{ème}$ proportionnelle
Rapport numérique : aucun rapport entier
Élément d'informations : Version complète
Nombre de couples de données : 3 couples de données

D'entrée de jeu, nous appréhendons que certains élèves utiliseront le raisonnement des écarts constants afin de résoudre ce problème. Pour ce faire, ces élèves dégageront l'écart entre les valeurs numériques des éléments propres aux éléments de même nature des deux premiers couples de données : 6 pots de peinture jaune – 4 pots de peinture jaune = différence de 2 pots de peinture jaune; 9 pots de peinture rouge – 6 pots de peinture rouge = différence de 3 pots de peinture rouge. Cet écart sera reporté successivement jusqu'à l'obtention d'une quantité de peinture jaune recherchée, soit 10 pots.

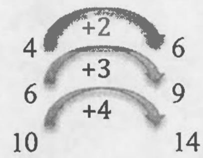
$$\begin{array}{cccc} & 4 & 6 & \\ +2 & 6 & 9 & +3 \\ +2 & 8 & 12 & +3 \\ +2 & 10 & 15 & +3 \end{array}$$

Ensuite, nous pensons que d'autres élèves seront en mesure d'utiliser soit l'opérateur scalaire ou l'opérateur fonction afin de résoudre ce problème. Selon nous, cela se justifie par la présence du rapport numérique *aucun rapport entier*. Conséquemment, les élèves dégageront un rapport en comparant les valeurs numériques des éléments de même nature ou en comparant les données numériques propres aux éléments de natures différentes. Les élèves utilisant l'opérateur fonction trouveront un rapport de x1,5, puis ils reporteront ce rapport au troisième couple de données pour lequel l'inconnue est recherchée : 6 pots de peinture rouge ÷ 4 pots de peinture jaune = 1,5 fois plus de peinture rouge que de peinture jaune ; 10 pots de peinture jaune x 1,5 pot de peinture rouge/pot de peinture jaune = 15 pots de peinture rouge. D'autre part, les élèves choisissant d'utiliser un rapport scalaire dégageront un rapport en comparant les éléments de même nature : 10 pots de peinture jaune ÷ 4 pots de peinture jaune = 2,5 fois plus de peinture; 6 pots de peinture rouge x 2,5 fois plus de peinture = 15 pots de peinture rouge.

Aussi, nous pensons que certains autres élèves s'approprieront le raisonnement de règles composites de caractères additif ou multiplicatif. Pour ce faire, ces élèves dégageront une différence en comparant les valeurs numériques des éléments d'une même nature (10 pots de peinture jaune – 6 pots de peinture jaune = une différence de 4 pots ; 9 pots de peinture rouge + 4 pots = 13 pots de peinture rouge) ou en comparant les valeurs numériques des éléments provenant de natures distinctes (6 pots de peinture rouge – 4 pots de peinture jaune = différence de 2 pots ; 10 pots de peinture jaune + 2 de pots = 12 pots de peinture rouge).



En dernier lieu, nous appréhendons que la présence de trois couples de données distincts, accompagnés de valeurs numériques spécifiques, risque d'amener les élèves à dégager une suite logique. En fait, certains pourraient observer une différence croissante entre les trois couples de données (+2, +3 et +4).



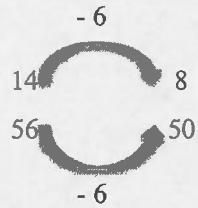
Analyse du problème #8

> 8- Le mélange de couleurs
> Un mélange de couleurs est composé de 14 millilitres de peinture verte et de 8 millilitres de peinture jaune. En utilisant 56 millilitres de peinture verte, combien faut-il de millilitres de peinture jaune pour obtenir ce même mélange?

Structure du problème : $4^{\text{ème}}$ proportionnelle
Rapport numérique : rapport scalaire entier
Élément d'informations : Données essentielles
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre ce problème, nous concevons que certains élèves dégageront le rapport scalaire en comparant les données numériques des éléments de même nature, soit de la peinture verte : 56 ml de peinture verte ÷ 14 ml de peinture verte = 4 fois plus de peinture dans le second mélange. Puis, ce rapport sera reporté à la quantité de peinture jaune : 8 ml de peinture jaune x 4 fois plus de peinture pour le second mélange = 32 ml de peinture jaune. De plus, nous pensons que certains élèves utiliseront le raisonnement dit hypothétique afin de dégager ce rapport.

Par ailleurs, nous pensons que certains élèves adopteront un raisonnement additif. Pour ce faire, ces élèves dégageront une différence entre les valeurs numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au second couple : 14 ml de peinture verte – 8 ml de peinture jaune = une différence de 6; 56 ml de peinture verte – 6 = 50 ml de peinture jaune.



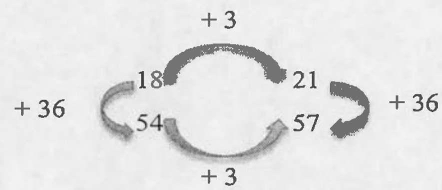
Analyse du problème #9

> 9- Les scouts
> 18 scouts sont allés au camp Trois-Saumons la semaine dernière. Afin de nourrir ces enfants, 21 petits pains, 8 litres de lait, 4 lasagnes et 3 gâteaux au chocolat ont été préparés par le cuisinier. Au total, les enfants scouts ont eu le temps de compléter 12 activités. Cette semaine, 54 scouts visitent le camp. Combien de petits pains le cuisinier doit-il préparer cette semaine?

Structure du problème : $4^{ème}$ proportionnelle
Rapport numérique : rapport scalaire entier
Élément d'informations : Éléments d'information superflus
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre ce problème, nous concevons que certains élèves utiliseront le raisonnement de l'opérateur scalaire. Pour ce faire, ces élèves dégageront un rapport scalaire en comparant les valeurs numériques des élèves d'une même nature, soit une quantité de scouts. Puis, ils reporteront ce rapport à la quantité de pains à prévoir : 54 scouts cette semaine ÷ 18 scouts la semaine dernière = 3 fois plus de scouts cette semaine ; 21 pains pour les scouts de la semaine dernière x 3 fois plus de pains pour les scouts cette semaine = 63 pains. Nous pensons que le raisonnement hypothétique permettra à quelques élèves de dégager ce rapport.

D'autre part, nous pensons que d'autres élèves mettront en œuvre une mise en relation des données additive afin de résoudre cet énoncé de problème. À ce moment, ces élèves dégageront une différence entre les valeurs numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au second couple : 21 pains – 18 scouts = une différence de 3, donc il y a trois pains de plus que de scouts ; 54 scouts + 3 = 57 pains à prévoir. Par ailleurs, le recours à une analyse scalaire, visant à dégager une différence entre les éléments d'un même ensemble et à reporter cette différence aux éléments du second ensemble, pourra aussi être utilisé : 54 scouts – 18 scouts = une différence de 36 ; 21 pains + 36 = 57 pains.



Analyse du problème #10

> 10- Le camp de vacances
> Chaque année, le camp de vacances *Cité Joie* offre d'héberger des élèves ayant eu un bon comportement pour une durée de deux jours. La fin de semaine passée, 18 enfants ont dormi au camp de vacances. Ceux-ci ont bu 72 verres de lait. En fin de semaine, 23 enfants ont bu 92 verres de lait. Combien de verres de lait le directeur du camp doit-il prévoir s'il y aura 21 enfants présents la fin de semaine prochaine?

Structure du problème : 4$^{\text{ème}}$ proportionnelle
Rapport numérique : rapport fonction entier
Élément d'informations : Éléments d'information superflus
Nombre de couples de données : 3 couples de données

D'entrée de jeu, nous anticipons que certains élèves opteront pour le raisonnement impliquant l'opérateur fonction afin de résoudre ce problème. Pour ce faire, ces élèves dégageront un rapport fonction en comparant les valeurs numériques des éléments provenant de deux natures distinctes : 72 verres de lait ÷ 18 enfants = 4 verres de lait/enfant ou 92 verres de lait ÷ 23 enfants = 4 verres de lait/enfant. Ce rapport sera ensuite reporté au couple de données pour lequel l'inconnue est recherchée : 21 enfants x 4 verres de lait/enfant = 84 verres de lait au total. Aussi, nous anticipons que certains élèves utiliseront le raisonnement dit hypothétique afin de dégager le coefficient de proportionnalité.

Par ailleurs, nous concevons que d'autres élèves, qui seront en mesure de dégager la valeur unitaire en utilisant l'opérateur fonction (72 verres de lait ÷ 18 enfants = 4 verres de lait/enfant), préfèreront opter pour un raisonnement lié aux écarts constants. Ici, nous pensons que ces élèves reporteront successivement la valeur unitaire aux données numériques du premier couple, et ce, jusqu'à trouver le nombre de verres de lait prévu pour 21 personnes.

$$\begin{array}{ccccc} & 18 & & 72 & \\ +1 & 19 & & 76 & +4 \\ +1 & 20 & & 80 & +4 \\ +1 & 21 & & 84 & +4 \end{array}$$

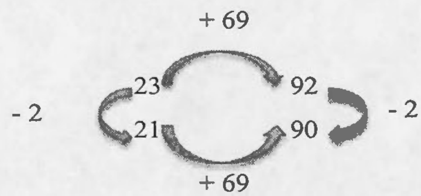
Par contre, nous pensons que d'autres élèves utiliseront le raisonnement impliquant la suite numérique +1 afin de résoudre ce problème. Les élèves utilisant cette mise en relation des données additionneront successivement 1 aux valeurs associées aux scouts, ainsi qu'aux verres de lait, et ce, jusqu'à l'obtention du rapport recherché :

$$\begin{array}{ccccc} & 18 & & 72 & \\ +1 & 19 & & 73 & +1 \\ +1 & 20 & & 74 & +1 \\ +1 & 21 & & 75 & +1 \end{array}$$

En dernier lieu, nous anticipons que d'autres élèves mettront en œuvre un raisonnement impliquant une règle composite de caractères additif ou multiplicatif. Les élèves utilisant cette mise en relation des données dégageront soit une différence entre les données numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au couple de données pour lequel l'inconnue est recherchée : 72 verres de lait – 18 personnes = différence de 54; 21 personnes + 54 = 75 verres de lait à prévoir. Par ailleurs, ces élèves pourront aussi trouver une différence en comparant les données numériques d'une même nature, soit une quantité de personnes, puis ils reporteront cette différence à la quantité de verres de lait : 21 personnes – 18 personnes = différence de 3; 72 verres de lait + 3 = 75.

$$\begin{tikzcd} 18 \arrow[r, bend left, "+54"] \arrow[d, bend right, "+3"'] & 72 \arrow[d, bend left, "+3"] \\ 21 \arrow[r, bend right, "+54"'] & 75 \end{tikzcd}$$

La même démarche pourra aussi être mise en œuvre en utilisant les données numériques du troisième couple de données :



Analyse du problème #11

<u>11- L'imprimerie</u> Dans le but de préparer les élèves du Québec à la dictée PGL, une imprimerie doit publier plusieurs dictionnaires. Cette imprimerie a besoin d'exactement 6 minutes afin de publier 8 dictionnaires. S'il reste 15 minutes avant la fin de la journée de travail, combien de dictionnaires est-il possible d'imprimer?

Structure du problème : 4ème proportionnelle
Rapport numérique : aucun rapport entier
Élément d'informations : Éléments d'information situationnels
Nombre de couples de données : 2 couples de données

Afin de résoudre ce problème, nous pensons que les élèves privilégieront les raisonnements impliquant soit l'opérateur scalaire ou l'opérateur fonction. Les élèves utilisant le raisonnement de l'opérateur scalaire dégageront un rapport scalaire à partir d'une comparaison des valeurs numériques des éléments d'une même nature, soit les minutes, ce coefficient sera ensuite reporté au nombre de dictionnaires à imprimer : 15 minutes ÷ 6 minutes = 2,5 fois plus de temps pour imprimer des dictionnaires ; 8 dictionnaire x 2,5 fois plus de temps pour imprimer des dictionnaires = 20 dictionnaires.

D'autre part, les élèves sélectionnant l'opérateur fonction pourront dégager le rapport en comparant les données numériques du premier couple de données. Le coefficient trouvé sera ensuite reporté au second couple de données : 8 dictionnaires ÷ 6 minutes = capacité d'imprimer $1\frac{1}{3}$ dictionnaire /minute ; $1\frac{1}{3}$ dictionnaire à imprimer/minute x 15 minutes = 20 dictionnaires.

Par ailleurs, nous pensons que quelques élèves utiliseront une règle de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre de croissance. Puisque le problème implique le rapport numérique *aucun rapport entier*, il sera nécessaire d'utiliser les nombres décimaux afin de trouver le coefficient de proportionnalité. Par contre, nous pensons que certains élèves tenteront de dégager le coefficient de proportionnalité en recourant exclusivement aux nombres naturels (ex :15 minutes ÷ 6 minutes = environ 2 fois plus de minutes ; 8 dictionnaires x 2 fois plus de minutes = 16 dictionnaires).

En dernier lieu, nous anticipons que d'autres élèves utiliseront un raisonnement additif. Ces élèves dégageront une différence entre les données numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au second couple : 8 dictionnaires – 6 minutes = une différence de 2 ; 15 dictionnaires + 2 de différence = 17 dictionnaires.

Analyse du problème #12

<u>12- Le prix des citrouilles</u> En pressant 6 oranges, il est possible d'obtenir 9 verres de jus d'orange. Si j'utilise 10 oranges, combien de verres de jus vais-je obtenir ?

Structure du problème : 4$^{\text{ème}}$ proportionnelle
Rapport numérique : aucun rapport entier
Élément d'informations : Données essentielles
Nombre de couples de données : 2 couples de données

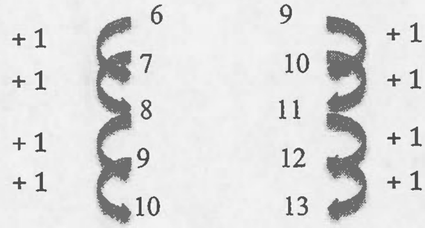
Afin de résoudre ce problème, nous pensons que les élèves privilégieront les raisonnements impliquant soit l'opérateur scalaire ou l'opérateur fonction. Les élèves utilisant le raisonnement de l'opérateur scalaire dégageront le coefficient de proportionnalité à partir d'une comparaison des valeurs numériques des éléments d'une même nature, soit en fonction d'une quantité d'oranges. Ce coefficient sera ensuite reporté au nombre de verres de jus à presser : 10 oranges ÷ 6 oranges = 1⅔ fois plus d'oranges dans le deuxième ensemble; 6 oranges pour 9 verres de jus x 1⅔ fois plus d'oranges à presser = 15 verres de jus.

D'autre part, les élèves sélectionnant l'opérateur fonction pourront dégager le rapport en comparant les données numériques du premier couple de données. Le coefficient trouvé sera ensuite reporté au second couple de données : 9 verres de jus ÷ 6 oranges = 1½ verre de jus/orange; 1½ verre de jus/orange x 10 oranges = 15 oranges.

De plus, nous pensons que certains élèves utiliseront le raisonnement consistant à mettre en place une règle de correspondance arbitraire respectant seulement l'ordre croissant. À ce moment, ces élèves réfèreront aux valeurs numériques des données du premier couple afin d'estimer la valeur de l'inconnue du second couple de données (ex : 9 verres de jus pour 6 oranges, alors j'aurai environ 14 verres de jus pour 10 oranges).

Nous prévoyons aussi que d'autres élèves effectueront une démarche additive afin de résoudre le problème. Pour ce faire, nous pensons que ces élèves dégageront une différence entre les données numériques du premier couple de données, puis ils reporteront cette différence au second couple : 9 verres de jus – 6 oranges = une différence de 3 ; 10 oranges + 3 = 13 oranges.

En dernier lieu, nous pensons que certains élèves opteront pour le raisonnement associé à la suite numérique +1. Pour ce faire, ces élèves additionneraient successivement 1 aux valeurs associées aux oranges, ainsi qu'aux verres de jus, et ce, jusqu'à l'obtention du rapport recherché :


6
+ 1
7
+ 1
8
+ 1
9
+ 1
10
9
+ 1
10
+ 1
11
+ 1
12
+ 1
13

Annexe 3 :

Questionnaire utilisé dans le volet quantitatif

UQAR

Campus de Lévis

Projet de recherche

Questionnaire de l'élève

Partie B

Fiche d'identification

Nom :

____

Âge : _______________

☐ Garçon

☐ Fille

Numéro de classe : _______________________

Nom de l'enseignant : ____________________________

Consignes :

- Lis chacune des questions et réponds au meilleur de tes connaissances
- Tu peux utiliser ton crayon et ton efface
- La calculatrice est interdite
- Aucune de tes réponses ne comptera comme évaluation de classe

L'ÉCOLE ET MOI

Pour chacune des raisons ci-dessous, encercle la réponse qui tu conviens le mieux en utilisant les choix de réponses de 1 à 5.

Presque jamais pour cette raison	Rarement pour cette raison	Généralement pour cette raison	Souvent pour cette raison	Presque toujours pour cette raison
1	2	3	4	5

A) <u>Habituellement</u>, je fais mes travaux scolaires ou mes devoirs . . .

1. ... parce que j'ai choisi moi-même de le faire pour mon bien. 1 2 3 4 5
2. ... je ne sais pas trop pourquoi parce que je ne vois pas ce que ça peut me donner. 1 2 3 4 5
3. ... parce que c'est ce que je suis supposé-e faire. 1 2 3 4 5
4. ... pour le plaisir de le faire. 1 2 3 4 5

B) <u>Habituellement</u>, je vais à l'école . . .

1. ... parce que j'ai choisi moi-même de le faire pour mon bien. 1 2 3 4 5
2. ... je ne sais pas trop pourquoi parce que je ne vois pas ce que ça peut me donner. 1 2 3 4 5
3. ... parce que c'est ce que je suis supposé-e faire. 1 2 3 4 5
4. ... pour le plaisir de le faire. 1 2 3 4 5

C) <u>Habituellement</u>, j'écoute ce que disent mes professeurs en classe . . .

1. ... parce que j'ai choisi moi-même de le faire pour mon bien. 1 2 3 4 5
2. ... je ne sais pas trop pourquoi parce que je ne vois pas ce que ça peut me donner. 1 2 3 4 5
3. ... parce que c'est ce que je suis supposé-e faire. 1 2 3 4 5
4. ... pour le plaisir de le faire. 1 2 3 4 5

Section 2:

Résolution de problèmes

1- Le voyage à New York des élèves de sixième année

Lors du voyage à New York, M. Pouliot place les élèves de sixième année dans des petits groupes composés de 7 élèves. Afin de s'assurer que les garçons et les filles puissent discuter ensemble, M. Pouliot dispose 4 filles dans chaque groupe. S'il y a 84 élèves de sixième année qui participent au voyage, combien y a-t-il de filles au total?

2- Les serpents du zoo

Dans le vivarium du zoo, il y a 3 serpents. Le serpent A mesure 48 décimètres de long et celui-ci mange 15 souris chaque mois. Le serpent B mesure 64 décimètres de long et mange 20 souris par mois. Le nombre de souris offert aux serpents dépend de leur longueur. Si le serpent C mesure 16 décimètres de long, combien de souris mangera-t-il chaque mois?

3- La soupe à l'oignon pour 12

La recette d'une soupe à l'oignon pour 18 implique les ingrédients suivants:

8 oignons
6 tasses d'eau
4 cubes de concentré de poulet
24 grammes de beurre
½ tasse de crème

Je sais que j'ai besoin de 28 grammes de beurre afin de préparer de la soupe à l'oignon pour 21 personnes. Par ailleurs, pour la fête de l'Action de grâce, je souhaite préparer de la recette de soupe pour ma famille et mes cousins. J'ai donc besoin de préparer la recette pour douze personnes. Combien de grammes de beurre ai-je besoin afin de cuisiner ma recette?

4 - Le prix des citrouilles

16 citrouilles coûtent 64$. Je veux acheter 18 citrouilles. Quel est le prix de 18 citrouilles?

5- Le mélange de couleurs

Un mélange de couleurs est composé de 14 millilitres de peinture verte et de 8 millilitres de peinture jaune. En utilisant 56 millilitres de peinture verte, combien faut-il de millilitres de peinture jaune pour obtenir ce même mélange?

6 - Les scouts

18 scouts sont allés au camp Trois-Saumons la semaine dernière. Afin de nourrir ces enfants, 21 petits pains, 8 litres de lait, 4 lasagnes et 3 gâteaux au chocolat ont été préparés par le cuisinier. Au total, les enfants scouts ont eu le temps de compléter 12 activités. Cette semaine, 54 scouts visitent le camp. Combien de petits pains le cuisinier doit-il préparer cette semaine?

7- Le camp de vacances

Chaque année, le camp de vacances *Cité Joie* offre d'héberger des élèves ayant eu un bon comportement pour une durée de deux jours. La fin de semaine passée, 18 enfants ont dormi au camp de vacances. Ceux-ci ont bu 72 verres de lait. En fin de semaine, 23 enfants ont bu 92 verres de lait. Combien de verres de lait le directeur du camp doit-il prévoir s'il y aura 21 enfants présents la fin de semaine prochaine?

8 - L'imprimerie

Dans le but de préparer les élèves du Québec à la dictée PGL, une imprimerie doit publier plusieurs dictionnaires. Cette imprimerie a besoin d'exactement 6 minutes afin de publier 8 dictionnaires. S'il reste 15 minutes avant la fin de la journée de travail, combien de dictionnaires est-il possible d'imprimer?

9- Le jus d'orange

En pressant 4 oranges, il est possible d'obtenir 6 verres de jus d'orange. En utilisant 6 oranges, il est possible d'obtenir 9 verres de jus d'orange. Si je presse 10 oranges, combien de verres de jus vais-je obtenir?

Annexe 4 :

Test 2 et 7 du Ruff

Le test 2 et 7
Une mesure d'attention sélective.

Test développé par Ronald M. Ruff, Ph.D.
University of California, San Francisco

Adaptation française par Jacques Baillargeon, Ph.D.
Département de psychologie
Université du Québec à Trois-Rivières

L'utilisation de ce test à des fins de recherche est permise à condition de respecter les normes habituelles de déontologie. Il est entendu que la diffusion de l'instrument devrait être faite en maintenant l'intégrité de l'instrument. Toutes les pages du présent document devraient être diffusées de manière à assurer que le test sera administré selon les consignes développées par Ruff et ses collaborateurs et que les crédits appropriés seront accordés aux concepteurs de l'instrument.

Le document comporte:

- cette page frontispice
- deux pages de consignes
- le test lui-même incluant une page d'exemples et deux pages de stimuli
- une feuille de cotation

Trois-Rivières, le 24 octobre 1994

Le test "2 et 7" de Ruff.

Le test "2 et 7" permet l'évaluation des mécanismes de l'attention sélective sans nécessiter l'utilisation d'appareillage complexe. La tâche du sujet consiste simplement à biffer, à l'aide d'un crayon, les chiffres 2 et 7 qui sont dispersés parmi plusieurs distracteurs. La recherche des cibles se fait sous deux conditions très différentes. Dans la première, les cibles (2 et 7) sont disséminées parmi des distracteurs appartenant à une catégorie différente (des lettres). Cette condition permet un traitement "en parallèle" et s'appuie sur une détection automatique. Dans la seconde condition, les cibles sont dispersées parmi des distracteurs appartenant à la même catégorie (d'autres chiffres). Cette condition force un traitement "sériel" caractéristique des processus de recherche contrôlés par l'attention. Parce que le test s'étend sur une période ininterrompue de cinq minutes, il permet aussi d'évaluer l'attention soutenue et la vigilance. Finalement, Ruff suggère que la contribution de la mémoire est minimale dans ce test qui mesure spécifiquement les composantes attentionnelles.

<u>Description du matériel</u>:

Le test consiste en deux pages sur lesquelles les stimuli cibles "2" et "7" sont dispersés parmi des distracteurs qui peuvent être soit des chiffres, soit des lettres, selon les différentes conditions du test. Au total, le sujet devra passer à travers 20 blocs de stimuli différents. L'utilisation d'une montre ou d'un chronomètre permet de s'assurer que le sujet bénéficie d'une période de 15 secondes pour chacun des 20 blocs.

<u>Procédure et consignes</u>:

Avant l'administration du test, les deux pages de stimuli doivent être fixées l'une à la suite de l'autre à l'aide d'un papier collant, de manière à former une seule grande page de format 17 X 11 pouces. (Cette mesure évite que certains patients ne perdent trop de temps à tourner les pages. Attention: puisque les pages 1 et 2 ne sont pas identiques, il faut s'assurer que la page 2 soit collée en bas de la page 1). Si possible, il est préférable d'utiliser un crayon de couleur vive (rouge ou autre) car les marques au plomb sont plus difficiles à coter.

En montrant au sujet les deux sections de la page frontispice, dites:

"Nous avons ici un groupe de lettres et un groupe de chiffres. J'aimerais que vous passiez à travers chacune des lignes le plus rapidement possible et que vous fassiez un trait sur tous les 2 et 7 que vous allez rencontrer. Commencez toujours du côté gauche de la page et travaillez jusqu'à ce que je vous dise "Suivant, s'il-vous-plaît." Vous devrez passer aussitôt au bloc suivant et ainsi de suite tant qu'il y aura des blocs."

Montrez brièvement les deux pages du test pour que le sujet puisse comprendre qu'il y aura plusieurs blocs. Dites:

"Maintenant vous allez faire une pratique!"

Administrez les deux blocs de la page frontispice en allouant 15 secondes par bloc. Montrez au sujet toutes les erreurs qu'il a pu commettre dans les blocs de pratique (omissions et fausses détections). Montrez alors le test complet et dites au sujet de procéder.

"Allez-y maintenant!"

Après 15 secondes, dites au sujet de passer au bloc suivant:

"Suivant, s'il-vous-plaît!"

Assurez-vous que le sujet passe aussitôt au bloc suivant. Pointez le début du bloc suivant uniquement si le sujet n'y passe pas de lui-même dès que vous lui donnez la consigne. L'administration totale devrait durer environ 5 minutes.

Correction:

Chaque ligne du test 2 et 7 comprend 10 cibles à détecter. Le correcteur dénombre tous les 2 et les 7 qui ont été correctement marqués par le sujet. Un transparent sur lequel les cibles ont été encerclées peut faciliter la correction. On note aussi toutes les erreurs qui peuvent être de deux sortes: les omissions et les fausses détections. Ces erreurs sont dénombrées jusqu'à la dernière marque inscrite par le sujet dans un bloc. Par exemple, un patient qui a correctement identifié 15 cibles, mais qui en a sauté 3 (entre le début du bloc et la position de sa dernière marque), recevra la cote 15 / 3 dans la marge droite vis-à-vis ce bloc. Cette procédure doit être appliquée à chacun des 20 blocs avant que les scores ne soient transférés sur la feuille de cotation.

Références utiles:

Ruff, R.M. (1994). What role does depression play on the performance of the Ruff 2 and 7 selective attention test? Perceptual and Motor Skills, 78, 63-66.

Ruff, R.M., Niemann, H., Allen, C.C., Farrow, C.E., & Wylie, T. (1992). The Ruff 2 and 7 selective attention test: A neuropsychological application. Perceptual and Motor Skills, 75, 1311-1319.

Ruff, R.M., Evans, R.W., & Light, R.H. (1986). Automatic detection vs controlled search: A paper-and-pencil approach. Perceptual and Motor Skills, 62, 407-416.

Test 2 et 7 d'attention sélective -- Feuille de cotation

	CHIFFRES		LETTRES	
Essai	Total	Erreurs	Total	Erreurs
1. C	____	____		
2. L			____	____
3. L			____	____
4. C	____	____		
5. C	____	____		
6. L			____	____
7. C	____	____		
8. L			____	____
9. L			____	____
10. C	____	____		
11. C	____	____		
12. L			____	____
13. C	____	____		
14. L			____	____
15. L			____	____
16. C	____	____		
17. L			____	____
18. C	____	____		
19. L			____	____
20. C	____	____		
Total	____	____	____	____

Percentile

Vitesse

(Chiffres & Lettres) ____

Facteur de correction ____

Total ____ ____

Justesse

$$\frac{(\text{Vitesse - Erreurs}) \times 100}{\text{Vitesse}}$$ ____

Facteur de correction ____

Total ____ ____

Traitement

$$\frac{(\text{Lettres correctes - Erreurs de lettres})}{\text{Chiffres corrects - Erreurs de chiffres}}$$

= ____

Facteur de correction ____

Total ____ ____

LE TEST 2 ET 7 DATE: ____________

Nom:______________________ Age:_____ Sexe:___ Scolarité:________ Occupation:__________

2 G O X C 7 M J 7 H Z R N G A S 2 Y W Q 2 L H B Z G J N V 7 E T 2 P R V M J H S T Q 2 C 7 K L W C 7
X M T 7 K T R 2 A V P I W O C 2 G J 7 L S 2 B N V W 7 T O X R 2 P H 7 F D A B M 2 W H K A S T 2 O P
H W E D 2 T R N E Q X 2 P K L 7 P K 7 Z C V 7 2 Z 7 E T G H L K S D I N 7 S 2 W I S N 7 T B M O P W
3 1 0 7 8 9 4 4 7 0 5 3 7 6 3 8 1 5 2 3 6 5 6 9 7 0 8 9 1 5 7 8 4 3 6 2 8 6 3 2 8 6 1 5 4 2 8 0 9 1
2 9 1 8 9 2 8 1 3 7 6 4 5 3 7 8 0 4 6 7 9 6 2 9 1 2 8 3 9 1 8 3 7 8 9 4 6 5 9 1 4 7 0 8 6 7 1 3 0 3
9 1 0 2 3 3 8 9 4 1 2 6 5 5 3 5 7 6 8 9 5 7 0 5 9 6 1 7 3 2 8 5 9 2 8 3 1 2 8 3 3 1 4 3 8 9 4 6 2 5

8 6 6 2 1 2 1 9 6 0 1 6 4 5 3 7 1 0 4 1 9 6 7 9 9 6 5 3 0 4 2 4 7 2 8 7 8 4 8 7 3 5 2 3 0 8 8 9 4 5
2 6 8 9 7 8 1 7 3 8 5 5 8 2 6 8 7 6 8 5 0 6 5 5 1 2 4 8 2 1 9 5 3 7 6 5 3 9 7 9 0 5 6 6 1 8 4 3 2 0
7 0 9 5 1 6 7 9 4 3 4 7 1 9 9 4 8 2 5 9 1 5 2 5 4 7 0 8 3 9 5 1 5 0 5 2 6 3 3 5 3 2 5 8 1 7 9 5 0 7
I W R V Q Z 2 E B W O I 2 H L 7 E V B W M N R 7 S T U E Y L D Q M 2 X 7 Z 2 C G Y T 7 D 2 A P L 2 G
B Y D Q 2 P U F F V 7 E I Y L A Z T 7 2 E H J 2 J R K 7 2 R N 7 S U S W 7 P C X 2 1 E J G H T M V Z
S 2 B E T I 7 X 2 U Q E Y I P A 7 D G J L Z C B 7 G J D A S G L E C 7 N I 2 1 C 7 T M 2 L A P Q 2 S
U 7 W R S F D 7 F H R V C 7 2 R E Y I 2 A H S H J 2 D E 7 B E R N T M W 7 P I Y 2 P E J G H 7 O Q W
W P U N O 2 H F G Z H 2 H J L 2 S L Q I 7 E U C 7 N E J D R U S S 7 L K Y 2 P F S T A 2 L 7 L 2 B T
M T O V 2 B 7 S T 2 K E U 2 L X C V Q I T 2 X Z P I G O L 2 W T C 2 M Q 7 Z C X O Y I 7 W S 7 A V W
6 5 1 4 7 0 3 3 5 7 3 0 5 8 2 6 0 3 7 5 8 6 2 6 2 4 9 3 1 5 6 3 0 0 9 4 2 4 7 8 1 3 6 1 7 9 1 2 0 9
0 3 8 1 4 7 3 2 8 3 9 8 4 3 2 7 1 8 6 7 1 5 8 7 1 8 5 3 2 0 0 5 1 6 7 9 1 3 4 1 1 5 3 5 2 9 4 2 1 4
4 4 2 8 3 0 6 7 9 0 2 9 5 1 5 0 5 7 6 3 3 7 5 8 5 8 0 9 4 7 5 8 3 4 7 0 8 9 5 4 6 3 7 0 3 9 2 3 7 3
3 6 6 9 2 5 8 5 0 2 3 5 3 8 0 8 8 9 2 1 7 6 5 3 2 0 4 2 9 5 5 1 7 8 9 5 7 3 4 0 8 5 9 2 3 4 0 7 8 8
3 2 3 3 7 9 5 1 2 5 0 5 1 6 6 1 1 0 3 4 2 4 8 0 5 3 8 7 6 4 3 3 0 8 7 3 2 1 1 9 6 5 3 7 0 9 7 4 2 3
5 3 9 2 1 0 3 2 4 6 9 7 3 1 6 5 1 7 0 0 9 5 3 4 9 3 4 2 7 4 7 4 8 8 4 2 1 4 1 9 2 1 5 2 3 5 9 0 1 4
Y G S I S Q W 7 Z 2 T 7 X U T 7 T O E U 2 W L I T R F H V C Q P L H I 7 O T H 2 7 F M 2 S L A R J 2
P 7 H F R S Y T 7 V M H W Q G 7 D 2 E N E J P 7 R G F 2 S 7 S G 2 L W X P X B R I C M 2 C 7 I W T R
X B Z Y 2 S C T 7 L I M T Y 2 S Q 2 X C E Y 7 W U J J E 2 X Y U V X 2 A R V 7 T V B I Y 7 U Z T 7 J
5 7 0 3 3 5 5 6 4 5 9 7 5 2 6 5 3 0 7 1 9 1 2 1 5 3 2 3 1 9 7 4 1 4 0 6 8 9 8 7 3 5 2 4 6 5 5 0 3 2
3 6 7 6 9 2 0 1 4 8 4 2 6 4 5 5 7 3 0 9 1 2 4 6 8 7 3 1 8 5 0 4 6 6 1 0 9 3 2 1 7 4 4 6 3 7 9 2 8 1
8 3 2 9 1 0 9 1 4 2 8 9 4 1 4 0 2 6 8 7 7 8 4 3 1 9 9 8 0 2 4 6 5 3 9 1 4 3 7 1 0 7 4 5 9 2 6 4 7 1
C G H F P I T R A C M W 7 E W S 2 S T Y M Q 7 Y O X T P Z 7 U K 2 C K V 2 N Y 2 P N 7 C H L 7 2 P S
J H S Y O 7 B E U D 7 I H 2 K Y T 7 G S Q P 7 L V C K 2 S C 2 Z P Y Z W U 7 X U L 2 M X R 2 Z W M O
O P 2 S T O P X Y B 7 L U 2 Z E I R N K J 2 S P X Z Y L 7 D T P Y 7 V P W X 7 I 2 E Y 7 L S X V 2 D
X H P S Q 2 E B M W E S 7 P O C 2 X 2 S E T P V 7 E T Y P B N 7 L P A B 2 V P W 7 M 2 M E 7 S R P Z
I K H 7 P R X B R C M N Y T C 2 A R 7 S 7 C 2 H L T 2 O C Y 7 H L W 2 E X Z 7 T L B P 2 W L Q V A B
Y 2 N S N T S L 7 E W 7 G P X 2 T V N I S 7 P L K R C N U S A P T R A 7 G H 2 J K 2 J C G 7 Q P J 2
7 3 0 9 9 3 4 1 5 9 7 3 1 2 4 8 2 4 5 0 9 1 4 7 9 0 4 3 1 2 0 4 2 4 3 3 5 9 3 2 1 7 8 3 2 9 4 0 1 3
3 4 7 0 1 9 7 8 3 3 0 9 1 3 4 7 4 3 9 2 8 1 7 0 0 7 3 1 2 9 8 2 8 4 4 3 1 0 3 8 4 2 4 0 2 1 0 9 8 4
6 7 9 8 8 1 5 6 8 7 1 9 3 9 3 8 3 9 2 3 7 2 1 6 3 6 1 2 9 0 3 7 8 8 3 2 7 1 0 8 8 3 1 3 0 4 3 2 4 1

7 1 3 0 4 9 2 1 7 8 2 9 4 3 1 7 4 4 1 0 9 8 7 3 2 3 1 6 6 0 9 1 4 8 5 7 6 3 5 1 7 9 4 8 1 2 4 1 3 9
2 9 5 9 8 3 6 2 5 6 0 1 3 0 8 6 5 4 7 4 3 1 8 2 3 4 1 7 3 6 9 9 2 1 7 3 0 0 3 4 2 0 8 9 2 3 9 7 4 1
0 9 1 2 4 0 7 1 1 4 6 5 3 7 1 9 0 4 5 2 3 5 7 9 8 7 1 2 0 8 2 8 4 8 6 7 3 8 9 0 1 8 4 0 7 3 9 8 1 0

2 G H I K I 7 P L T W N V B 2 Z Q X O 2 N E 7 M 2 T Y 2 X K S Z Q Y R S 2 K I L D C I O A 7 P L W 7
N Y P Z 7 U W E O R 7 S I 2 A S B I 7 Q P 2 F G H H W O P W 2 Z V T E 7 H L I 2 U H G 7 X C H Z 7 J
H J U 2 K S W G 2 J P O 7 Q R I 2 S P J H G 7 E E S Q 2 V P L S 7 M S 2 N V X Z U Q F 2 F Y 7 T E O

0 0 1 4 5 7 6 8 8 7 3 5 8 2 1 8 9 3 4 4 7 8 4 0 9 1 8 7 3 1 5 9 0 7 3 8 9 8 2 4 5 6 0 7 0 1 7 2 1 4
3 2 5 6 1 3 0 7 8 3 2 8 1 4 6 5 2 6 6 4 0 0 7 1 4 6 9 2 9 6 6 4 3 1 2 9 5 8 7 1 2 0 0 4 8 3 0 1 2 9
2 5 6 8 9 1 4 9 3 0 7 0 1 2 4 4 5 3 8 9 5 0 2 1 1 4 2 8 0 1 8 3 7 4 8 1 9 2 1 3 6 9 0 7 4 3 7 9 8 7

G D V Q P S T 2 X G 7 H W Q S 2 H J 2 I C 7 O 2 P E C Y Z 7 A T W 7 K D N I U M 7 E C V E D T 2 O C
K Q 7 X A X D I O 7 P F H M 2 N V 2 X J H 2 E E S V P L S M N V 7 X L K A 2 P T 7 K J C 2 C 7 E P G
R B T 7 Z X C N 2 T Y F 7 F Y K A S U M 2 D 7 J H 2 Y Y I E 2 G M O 1 O P D K D 7 U Q P 7 O E I Z 7

C S O 7 S C W Y 7 Z C R I 2 Y P L W 2 O S Y 7 G 2 H M X C W I M A 2 E J 7 H B 2 B M C P C R U 2 D N
W P J 2 H E X Z B S 7 E T Y X B M P 2 H 7 J T 2 C K L L Q 2 O T L C H G 2 Z U Y Z 7 X C V 7 T B R 7
P F 2 N W M O 7 C G H J 2 M W I O P S 7 T D K L 7 U I D S 2 L I O C F 7 D O W M S 2 D W Q 7 G H 2 T

6 9 7 3 2 6 8 4 4 2 0 9 1 1 2 5 3 9 6 7 8 3 4 9 8 1 0 2 4 9 7 6 4 0 2 9 8 4 4 0 1 7 3 9 3 0 8 7 3 1
3 0 1 2 9 4 8 9 3 7 3 6 6 2 0 8 1 7 6 5 3 2 6 3 9 3 6 5 4 7 3 8 1 8 2 4 9 5 2 0 6 1 7 3 0 2 4 9 4 6
0 3 9 8 7 6 1 3 9 8 7 1 4 8 6 5 9 2 0 4 4 0 8 2 3 1 6 7 4 2 1 6 0 0 2 9 5 2 4 6 8 1 7 9 0 9 7 8 9 3

H M W I O P S 2 T G H W Z J K 7 S 2 D R U 7 H N K S 7 A R H C F F 7 P W B X O 2 A 7 G 7 E S 2 P N X
Q L H J W 2 I C R K 2 R R P S K J 7 H S C 2 N T Q O X V U 7 E S T F 7 I 2 P O L 2 U Y 7 C X 7 Z A E
L 2 U E U 2 L O W 7 F J D 7 I D S O 7 N B X N S 2 B I 7 E 2 K A R B 7 O A W 7 C K B E S O T W I Y D

5 5 9 0 1 3 9 4 6 4 2 0 0 3 1 2 3 4 6 9 7 0 2 1 2 7 8 9 2 4 6 7 7 0 3 1 8 0 0 5 3 7 8 1 9 4 3 0 1 8
9 9 2 3 2 0 3 2 1 4 0 9 3 2 6 3 7 8 0 9 1 4 6 4 5 7 6 4 0 6 1 4 4 8 2 0 9 7 8 7 6 4 3 9 8 1 4 7 4 3
4 7 3 1 0 9 3 1 8 7 4 1 2 5 9 6 3 7 3 2 4 6 4 9 0 2 1 0 7 9 5 7 8 5 6 0 9 5 2 5 1 4 2 0 3 3 9 0 1 8

2 F J I A S 2 W 7 N B V 7 X B N R 2 O P E 7 G H I O 2 T R P P O Y L R W 2 V 7 D L F L R 7 X F T K Y
P T R U V 7 Q S B Y H J K W 7 B 2 R 7 T Y W 7 I M D O X 7 W H 2 G 7 L J L 2 T N 7 C S H E I S K P F
7 G R O E I 7 T R P X 2 F J K 2 T R P N C X N 2 R 7 L I B 2 G R O Y D 2 O E U 2 X P K 2 W E D E Z A

2 1 3 1 4 7 9 6 6 5 7 4 1 0 2 0 4 3 5 5 8 1 4 3 2 8 4 7 9 3 6 8 2 1 0 3 2 5 5 1 2 8 9 0 3 4 2 5 1 6
4 5 1 3 5 8 8 9 2 3 3 6 1 4 7 5 6 2 4 3 7 0 5 4 1 1 0 0 7 9 3 9 7 6 8 5 2 3 1 2 1 3 2 9 0 1 7 5 6 0
0 2 1 8 7 9 3 4 5 6 3 6 1 0 7 8 3 9 1 4 8 4 5 6 7 9 2 9 3 1 6 0 6 4 7 8 9 0 7 0 2 9 8 1 7 3 2 8 9 0

Annexe 5 :

Instrument d'évaluation de la motivation scolaire

L'ÉCOLE ET MOI

Pour chacune des raisons ci-dessous, encercle la réponse qui tu conviens le mieux en utilisant les choix de réponses de 1 à 5.

Presque jamais pour cette raison	Rarement pour cette raison	Généralement pour cette raison	Souvent pour cette raison	Presque toujours pour cette raison
1	2	3	4	5

A) Habituellement, je fais mes travaux scolaires ou mes devoirs . . .

1. ... parce que j'ai choisi moi-même de le faire pour mon bien. 1 2 3 4 5
2. ... je ne sais pas trop pourquoi parce que je ne vois pas ce que ça peut me donner. 1 2 3 4 5
3. ... parce que c'est ce que je suis supposé-e faire. 1 2 3 4 5
4. ... pour le plaisir de le faire. 1 2 3 4 5

B) Habituellement, je vais à l'école . . .

1. ... parce que j'ai choisi moi-même de le faire pour mon bien. 1 2 3 4 5
2. ... je ne sais pas trop pourquoi parce que je ne vois pas ce que ça peut me donner. 1 2 3 4 5
3. ... parce que c'est ce que je suis supposé-e faire. 1 2 3 4 5
4. ... pour le plaisir de le faire. 1 2 3 4 5

C) Habituellement, j'écoute ce que disent mes professeurs en classe . . .

1. ... parce que j'ai choisi moi-même de le faire pour mon bien. 1 2 3 4 5
2. ... je ne sais pas trop pourquoi parce que je ne vois pas ce que ça peut me donner. 1 2 3 4 5
3. ... parce que c'est ce que je suis supposé-e faire. 1 2 3 4 5
4. ... pour le plaisir de le faire. 1 2 3 4 5

Annexe 6 :

Approbation du comité d'éthique

UQAR
Université du Québec à Rimouski

CERTIFICAT D'ÉTHIQUE ÉTUDIANT

Titulaire (s) du projet :	Thomas Rajotte
Nom du programme :	Doctorat en éducation
Nom du directeur :	Dominic Voyer
Titre du projet :	Influence de l'attention sélective sur le rendement en résolution de problèmes mathématiques des élèves ayant un TDA/H
Organisme subventionnaire ou autre (s'il y a lieu) :	Bourse du CRSH
Titre du cours (s'il y a lieu) :	---

Le CÉR de l'Université du Québec à Rimouski certifie, conjointement avec le titulaire du certificat, que les êtres humains, sujets d'expérimentation, pour ce projet seront traités conformément aux principes de **l'Énoncé de politique des trois Conseils** : Éthique de la recherche avec des êtres humains ainsi que les normes et principes en vigueur de la Politique d'éthique avec les êtres humains de l'UQAR (C2-D32).

Réservé au CÉR

N° de certificat :	CÉR-62-339
Période de validité du certificat:	Du 9 février 2011 au 9 février 2012

Bruno Leclerc

Bruno Leclerc, président du CÉR-UQAR

Date de la réunion : 9 février 2011