UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ANALYSE DES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE DANS LE CADRE DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES EN ALGEBRE (PREMIER CYCLE) DANS UNE COLLECTION DU SECONDAIRE

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

ZITA ANTOUN

JUIN 2012

Ce mémoire est offert sincèrement à ma famille pour la remercier

Mes chers parents que j'aime plus que tout au monde
Sachez que partout à la ronde
Je veux que vous soyez si fiers de moi
Être ce symbole que vous êtes pour moi

A mon mari et à mes enfants
Je vous aime tant, je vous aime tant :
Je ne puis assez vous le dire,
Et je le répète pourtant
A chaque fois que je respire

REMERCIEMENTS

Premièrement, j'aimerais remercier Mme Mireille Saboya Mandico, une directrice de mémoire et une femme remarquable et exceptionnelle. Je la remercie pour sa grande disponibilité, sa patience et son soutien tout au long de ce projet. Ses judicieux conseils, son encouragement continu et sa rigueur m'auront guidée et poussée à clarifier mes idées. Merci à M. Philippe Jonnaert pour avoir généreusement accepté d'être le co-directeur de ce mémoire. Ses conseils et son support durant nos discussions m'auront aidée à clarifier ma vision de la recherche. C'est une chance extraordinaire et un honneur d'avoir travaillé avec eux pour l'écriture de ce mémoire.

Merci aussi aux membres de mon jury, M. Hassane Squalli et M. Fernando Hitt, d'avoir accepté de lire et de commenter ce mémoire.

Un grand merci à Mme Gisèle Legault qui a gracieusement accepté de m'aider dans la mise en forme de mon mémoire.

Finalement, je tiens à remercier mon mari Gérard Hadidi pour son soutien incomparable, mes petits anges David et Marc qui ont supporté mes stresses durant l'écriture de ce travail et mes parents pour leurs nombreux encouragements.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

Notre intérêt de recherche tourne autour des situations-problèmes proposées par un manuel scolaire issu de la réforme et se situe au moment de l'introduction de l'algèbre au premier cycle du secondaire. En effet, les manuels scolaires sont un outil de première importance pour les enseignants, ils déterminent les activités réalisées, les stratégies pédagogiques et didactiques employées. Le manuel *Perspective mathématique* propose dans son dossier huit situations-problèmes dans la séquence « L'algèbre par résolution de problèmes ». Les résultats obtenus avec deux outils d'analyse ont été croisés pour analyser ces situations-problèmes, la grille élaborée par Jonnaert qui s'appuie sur les paramètres d'une situation: objets, opérateurs et produits et celle de Bednarz et Janvier reprise par Marchand qui cible plus particulièrement les problèmes algébriques. L'analyse de ces situations-problèmes amène à cerner leur niveau de complexité, leur richesse ainsi que leurs limites permettant ainsi de déterminer l'approche privilégiée par ce manuel pour introduire l'algèbre.

Les résultats obtenus montrent que le niveau de complexité des situations-problèmes situées au début de la séquence est croissant. Les connaissances préalables sont prises en considération et l'élève est amené à construire graduellement de nouveaux apprentissages algébriques. Ces situations-problèmes apparaissent toutefois complexes. À la fin de la séquence, les situations-problèmes proposées sont d'une structure différente, moins contextualisées, leur résolution requiert un nombre de tâches beaucoup moins grand que pour les situations-problèmes présentées au début de la séquence. La gradation de l'ordre de complexité est décroissant pour ces 4 situations. Nous avons noté que deux de ces situations ne sont pas des situations-problèmes. L'analyse d'une situation-problème du MELS permet de remarquer que sa structure est différente de celles proposées dans ce manuel, celle-ci contenant un très grand nombre de tâches mais d'un ordre de complexité croissant permettant à l'élève de s'engager dans la résolution avant d'être confronté à un obstacle.

Le même travail a été mené avec les situations d'application issues de ce même dossier de *Perspective mathématique*.

Mots-clés: Situation-problème; Situation d'application; Structure d'une situation; Résolution de problème en algèbre.

INTRODUCTION

Notre étude porte sur l'introduction de l'algèbre élémentaire dans un contexte de résolution de problème et de résolution de situations-problèmes. Depuis plusieurs années, la résolution de problèmes est le pivot des programmes d'études en mathématiques au secondaire (MEQ, 1994 ; MELS, 2003 ; MELS, 2007). Résoudre des problèmes est un objectif important à atteindre à tous les niveaux et dans tous les cheminements des programmes d'études de 1994 (Mat 116, p. 16). Le nouveau programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2003 ; MELS, 2007) met l'accent sur le développement de compétences dont la première s'énonce par « Résoudre une situation-problème ». De plus, dans ce programme de formation, une emphase est mise sur l'algèbre à travers ses différentes composantes. Nous souhaitons ainsi dans cette étude nous attarder de plus près aux situations-problèmes et à ce que le programme appelle les situations d'application.

Un aperçu sur le développement de l'algèbre dans l'histoire des mathématiques montre que l'importance de la résolution de problèmes en algèbre ne fait pas de doute. Toutefois, les élèves sont confrontés à plusieurs difficultés comme celle à reconnaître le générateur. Une clarification sur notre questionnement de départ nous a amené à identifier plusieurs difficultés des élèves en algèbre relevées dans différentes recherches.

Il apparaît important de s'attarder à l'introduction de l'algèbre pour dégager comment s'opère l'entrée dans le raisonnement algébrique. Les manuels scolaires issus de la réforme de 2003 sont notre porte d'entrée. Plusieurs recherches dans différents pays (Assude et Margolinas, 2005; Lebrun, 2006; Lenoir, Roy et Lebrun, 2001) citées par Barallobres (2009) et Squalli (2007) confirment l'importance de s'intéresser aux manuels scolaires.

Une partie de notre étude se situe dans le prolongement de la recherche de Marchand (1997) qui a menée une analyse des problèmes présentés dans deux collections de manuels scolaires *Scénario* et *Carrousel* issus de la réforme de 1994. Elle constate une rupture dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes.

Dans le cadre de la résolution de problèmes et de situations-problèmes en algèbre, nous voulons analyser les situations présentées dans les manuels scolaires du 1er cycle du secondaire issues du programme d'études (MELS, 2003). Différents pédagogues comme Dewey ou Freinet ont mis l'accent sur l'importance de ce qu'on appelle « situation » dans laquelle les contenus d'apprentissage sont contextualisés, ce qui permet à l'élève de donner du sens à ses démarches. Ainsi, le programme de formation de l'école québécoise repose sur l'utilisation de situations d'apprentissage et d'évaluation complexes. Il distingue dans les situations d'apprentissage les situations d'application, les situations-problèmes et d'autres activités comme les projets, les activités d'exploration et les situations de communication.

Notre recherche porte plus particulièrement sur une analyse des situations-problèmes et des situations d'application, le manuel sur lequel nous allons nous attarder est *Perspective mathématique*. Celui-ci présente le plus grand nombre de situations-problèmes (8 versus 3 et 1 pour les deux autres collections) et c'est le seul qui identifie des situations d'application (35 en tout).

Dans ce mémoire, nous cherchons ainsi à analyser la structure et le niveau de complexité des situations-problèmes situées dans les différentes phases d'apprentissage du manuel choisi. De plus, nous voulons caractériser les situations d'application lors de l'introduction de l'algèbre. La grille d'analyse développée par Jonnaert (1990-1997) a été utilisée pour analyser les situations-problèmes reliées à la composante *Résolution de problèmes* en algèbre dans le manuel *Perspective mathématique*. La grille de Bednarz et Janvier (1994) a été surtout reprise pour les situations d'application dans ce même manuel. Dans certains cas précis, ces deux grilles ont été croisées pour valider les résultats obtenus.

Dans le premier chapitre, nous débuterons par présenter notre problématique. Seront relevées les difficultés des élèves en algèbre telles que répertoriées par plusieurs chercheurs et plus particulièrement dans la résolution de problème. Nous examinerons aussi les changements mis en place dans le nouveau programme reliés à la résolution de problèmes en algèbre et la graduation des situations d'apprentissage proposées aux élèves.

Dans le deuxième chapitre, notre cadre de référence sera développé en clarifiant le concept de situations d'apprentissage dans le programme de formation Québécoise (2003; 2007) et dans différents recherches. Nous présenterons les visions de différents chercheurs sur le concept de situation-problème pour ensuite proposer notre propre définition. De plus, nous préciserons notre cadre de référence qui s'appuie sur la notion des paramètres d'une situation, les informations fournies à l'élève sur ces paramètres et les statuts d'une situation selon ces paramètres (Jonnaert, 1990-1997) ainsi que les recherches menées par Bednarz et Janvier (1994) et Marchand (1997) pour étudier la résolution de problèmes en algèbre.

Dans le troisième chapitre, nous décrirons sommairement les trois manuels scolaires approuvés par le programme de formation de l'école québécoise, *Panoram@th*, *Perspective mathématique* et *À vos maths.* Cette analyse a permis de faire un choix éclairé du manuel à analyser selon l'objectif poursuivi, notre choix s'est arrêté sur le manuel *Perspective mathématique*. Un survol rapide des situations présentées en algèbre avant le volet Résolution de problèmes dans le manuel *Perspective mathématique* permettra de faire ressortir le scénario d'introduction de l'algèbre pensé par les auteurs de ce manuel. Finalement, les outils présentés dans le cadre de référence seront confrontés à l'analyse d'une situation-problème et d'une situation d'application provenant du MELS.

Dans le quatrième chapitre, nous analyserons les situations (situations-problèmes et situations d'application) issues du dossier « Le tour du monde » du manuel scolaire *Perspective mathématique* en utilisant la grille de Jonnaert (1990, 1994, 1997) et celle développée par Bednarz et Janvier (1994).

Le chapitre V s'attardera à dégager une interprétation transversale des résultats produits dans le chapitre précédent. Ce regard transversal permettra d'apporter un éclairage sur les situations-problèmes et les situations d'application du manuel *Perspective* et de faire un retour sur les grilles d'analyses utilisées (Jonnaert, 1990-1997; Bednarz et Janvier, 1994). Nous conclurons en faisant une brève analyse des situations-problèmes retrouvées dans les deux autres collections de manuels scolaires *Panoram@th* et *A vos Maths*.

À présent, commençons par le premier chapitre, la problématique, qui met en évidence les raisons qui ont motivées notre choix d'analyser les situations présentées dans le cadre de la résolution de problèmes en algèbre dans les manuels scolaires du 1^{er} cycle du secondaire issus du Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2003).

CHAPITRE I

PROBLEMATIQUE

Le travail présenté dans ce premier chapitre s'inscrit dans la problématique de l'enseignement de l'algèbre au premier cycle du secondaire. Ce chapitre est organisé en différentes parties qui illustrent le cheminement ayant conduit à l'élaboration de nos questions et de notre problème de recherche. Nous commencerons par clarifier notre questionnement de départ, qui nous a amené à identifier plusieurs difficultés des élèves en algèbre relevées dans différentes recherches. Une emphase est mise sur l'algèbre dans le programme de formation du MELS (2003) à travers ses différentes composantes, une importance plus particulière étant mise sur la résolution de problèmes. Notre étude porte sur l'introduction de l'algèbre élémentaire.

1.1 Questionnement de départ : le contexte du Liban

Mon questionnement part de mon expérience de 2000 à 2001 comme enseignante au secondaire dans mon pays d'origine, le Liban avec des élèves de cinquième (12-13 ans)[1]. J'ai pu remarquer que face à la résolution de problèmes, les élèves du 1er cycle du secondaire ont des difficultés importantes à mobiliser leurs connaissances algébriques. À cette époque, l'introduction de l'algèbre au Liban se faisait par l'apprentissage de son langage. Avant

---

[1] Qui correspond à la première année du secondaire au Québec. A cette période, la reforme la plus récente était celle de 1995.

d'utiliser l'outil algébrique, on doit apprendre les termes reliés à l'algèbre qui sont introduits de façon formelle, l'objectif ultime étant de pouvoir résoudre des problèmes.

Dans les planifications de mes cours, les manuels scolaires du Liban ont été une référence de premier ordre. Dans ceux de cinquième du système scolaire libanais, l'accent est mis sur l'enseignement du calcul littéral. Les élèves apprennent de nouveaux outils (le calcul littéral) qui vont leur permettre de résoudre des équations. Deux chapitres du manuel libanais portent sur le calcul littéral, le premier traite des expressions algébriques et le second des équations. En ce qui a trait au chapitre sur les « expressions algébriques », on retrouve les instructions suivantes :

Tableau 1.1 Extrait d'un manuel scolaire libanais

Contenus	Objectifs	Commentaires
5ème		
4. OPERATIONS		
4.2 Calcul sur les expressions algébriques.	Développer et réduire des expressions algébriques.	
4.3. Facteur commun.	Rechercher un facteur commun à plusieurs termes algébriques.	
Factorisation	Factoriser une somme algébrique en utilisant un facteur commun. Factoriser une expression numérique et littérale.	On se limitera à des cas simples.
6. EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES		
6.1. Puissances d'exposant entier positif d'un nombre positif.		
6.2. Equations se ramenant à ax=b.		

L'objectif de ce chapitre est d'expliquer aux élèves la signification du concept d'*expression algébrique,* de comprendre ce que sont des expressions littérales, d'expliciter comment on procède pour les ajouter, les multiplier (on introduit ici les termes semblables), pour développer, réduire, factoriser une expression littérale. L'apprentissage de ces notions est essentiel, ce sont des outils nécessaires à la résolution de problèmes. Le chapitre sur la résolution d'équations débute directement par une définition d'une « équation du premier degré » suivie des définitions de la « solution d'une équation du premier degré » et de « résoudre une équation ». À la fin du chapitre, une question est posée : « Comment mettre un problème en équation ? » et est suivie d'un exemple qui illustre la façon de procéder. L'objectif du chapitre « les équations » est présenté dès l'introduction :

Tu as appris à résoudre des problèmes en arithmétique. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à résoudre le même type de problèmes avec des méthodes algébriques. La résolution d'un problème à l'aide de l'algèbre est constituée de deux phases :

- d'abord la mise en équation du problème

- puis la résolution de l'équation. » (Chapitre 14 du manuel scolaire « *Construire les mathématiques* » de la classe de 5[e], p. 132, c'est nous qui soulignons)

On précise ici que l'élève va résoudre le même type de problèmes en algèbre qu'il résolvait en arithmétique. L'élève peut alors se demander pourquoi utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes qu'il sait déjà résoudre ? Comme le précise Chevallard l'algèbre doit apparaître comme un outil puissant pour résoudre des problèmes. Ainsi, il faut :

> ....proposer un problème tout semblable à ceux que l'arithmétique permet en principe de résoudre, mais d'une complexité telle que les seules lumières de l'arithmétique nous laissent impuissants à le résoudre effectivement ; et d'en donner alors une solution par le moyen de l'algèbre!(....) Les procédures algébriques (...) permettraient de résoudre des problèmes «très-compliqués», devant lesquels l'arithmétique seule nous laisserait cois. (Chevallard, 1984, p. 54).

Nous avons remarqué cette tendance dans certains manuels issus de la réforme de 2003 de l'école québécoise dans laquelle on demande explicitement de résoudre par l'algèbre des problèmes que l'élève est capable de résoudre facilement par l'arithmétique. Barallobres (2009) fait ce même constat. Ainsi, comme le précisent Bednarz et Janvier (1996), le choix des problèmes pour introduire l'algèbre n'est pas anodin, il est essentiel pour donner de la pertinence à utiliser ce nouvel outil, l'algèbre.

Comme enseignante, les difficultés et erreurs des élèves que j'ai pu relever tournent autour du calcul littéral, les élèves faisant des erreurs reliées à l'utilisation de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et de la priorité des opérations. J'ai également pu détecter des erreurs de signe et des difficultés dans le calcul sur les puissances. Par exemple les élèves ont de la difficulté à donner comme résultat la forme réduite $2x+1$, la majorité d'entre eux écrivant $3x$, ce que les chercheurs notent par erreur de concaténation comme nous le verrons au point 1.3. Les signes « = », « + » et « -» sont vus par certains comme une opération à effectuer et une réponse ne peut être considérée comme acceptable si elle comprend ce symbole. Dans un autre cas de figure, quand on demande aux élèves de calculer

$P = -4x^2$, *pour* $x=3$, la réponse donnée par certains élèves est $-4^2 \times 3^2 = -144$, considérant que 4 est également affecté de l'exposant 2 et pas seulement le 3. De plus, dans la tâche suivante :

Développer et réduire si possible : $C = 4(2+3a)-2(5+6a)$

les élèves répondent majoritairement $C = 8+12a-10+12a = -2+24a$. Dans cet exemple de simplification d'expressions algébriques, les élèves font l'erreur de ne soustraire que le produit de 2 par le premier terme du binôme, ajoutant au lieu de soustraire le produit de 2 par le deuxième terme. Quand la même tâche est demandée pour l'expression $(2x-3).(x+2)$, la plupart des élèves donnent comme réponse $2x^2-6$, ne multipliant que les premiers et les seconds termes des deux binômes entre eux, ce qui montre que la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pose des difficultés aux élèves. Les difficultés rencontrées par mes élèves m'amènent à me questionner sur les contenus présentés dans les manuels scolaires : y a-t-il un souci pour faciliter le passage vers l'algèbre, de lui donner de la pertinence?

Mes collègues enseignants et moi-même qui nous fions aux manuels pour planifier nos cours introduisons l'algèbre en suivant ce qui est présenté dans ces ressources pédagogiques. La définition de l'équation est donnée aux élèves et nous expliquons par la suite comment transformer une équation de la forme : $ax+b=cx+d$ à la forme $ax=b$ pour pouvoir la résoudre. Ce passage prend appui sur une suite de transformations décrites dans le manuel scolaire: « on ne change pas une équation si on ajoute, retranche, multiplie ou on divise ses deux membres par un même nombre non nul. » (Construire les mathématiques, p. 134.) Mon questionnement de départ m'amène ainsi à m'interroger sur les contenus des manuels scolaires, ceux-ci étant à la base de la pratique des enseignants comme nous le verrons au point 1.6.

Les difficultés observées dans ma pratique sont mentionnées dans plusieurs recherches. Elles soulignent l'importance de s'attarder à l'introduction de l'algèbre à travers une articulation entre l'arithmétique et l'algèbre (Chevallard, 1989a, 1989b; Bednarz et Janvier, 1996; Schmidt, 1996).

1.2 Les difficultés des élèves en algèbre : quelques données de recherche

Dans les dernières années du primaire et dès les premières années du secondaire, un nombre important d'élèves vit des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Un changement de pratiques mathématiques caractérise la transition de l'école primaire à l'école secondaire et constitue une des plus importantes sources de difficultés d'enseignement et d'apprentissage : le passage de l'arithmétique à l'algèbre (Rabih El Mouhayar, 2007). Plusieurs chercheurs (Rabih El-mouhayar, 2007; Kieran, 1992; Schmidt, Daneau et Thivierge-Ayotte, 2001; Bélanger et Erlwanger, 1983a, 1983b; Grugeon,1995 ; Collis, 1975; Filloy et Rojano, 1984; Bell 1996; Combier, 1996 ; Booth, 1984a, 1984b, 1988; Küchemann, 1981; Vlassis et Demonty, 2002) ont répertorié différentes erreurs et difficultés chez les élèves en algèbre. Les difficultés que nous traitons ici ne sont pas exhaustives, beaucoup de travaux et ce, dès les années 80 ont traité des différentes difficultés des élèves en algèbre. Les résultats de ces travaux permettent de souligner l'importance de s'attarder à ce domaine d'étude qu'est l'algèbre et plus particulièrement à son introduction. Les difficultés que nous traitons ici touchent à la compréhension du signe d'égalité, tournent autour du calcul littéral (expressions algébriques et résolution d'équations) et à la signification de la lettre.

1.2.1 Le sens du signe =

Plusieurs chercheurs (Kieran, 1992,1994; Schmidt et al, 2001; Theis 2005, Bélanger et Erlwanger, 1983a, 1983b) mettent de l'avant des difficultés des élèves autour de l'interprétation du signe d'égalité. La conception de l'égalité véhiculée en arithmétique cause des difficultés chez les élèves, en algèbre l'égalité nécessite une tout autre conception. Ainsi, dans l'enseignement primaire, les élèves ont souvent l'habitude de considérer le signe d'égalité comme l'annonce du résultat d'une opération et non pas comme une équivalence entre deux expressions numériques. En plus, dans une équation le signe = a le sens d'une égalité conditionnelle. Pour résoudre une équation comme $3x+1=2x-3$, le deuxième membre de l'égalité ne peut pas être considéré comme réponse du premier puisqu'il y a des opérations non effectuées. On peut donc imaginer la perplexité des élèves qui conservent cette représentation arithmétique de l'égalité lorsqu'ils sont confrontés à des équations à résoudre. Ainsi, le signe d'égalité peut avoir un double statut (Kieran 1992, 1994), il peut désigner soit l'annonce d'un résultat, soit une relation d'équivalence. En arithmétique,

- le signe d'égalité est utilisé essentiellement comme signe d'annonce de résultat, par exemple la somme de 4 et 3 se réécrit 7, et le sens de l'égalité de gauche à droite est alors privilégié $(4+3=7)$ (Bélanger et Erlwanger, 1983a, 1983b).

- le signe « = » est utilisé pour communiquer la décomposition d'un nombre. C'est le cas lorsque l'élève décompose un nombre sous forme de produit $(36=4\times9)$ ou, plus fréquemment lorsqu'il décompose un nombre, entier ou décimal, suivant les puissances de la base dans notre système de numération décimale. Ainsi l'égalité $2304=2\times1000+3\times100+4$ traduit que 2304 c'est deux milliers plus 3 centaines plus 4 unités.

- le signe « = » est considéré comme un opérateur lorsque l'élève croit que le signe d'égalité est un symbole qui précède la réponse à une opération. Par exemple $a=b+c$ (Theis, 2005).

En revanche, quand on travaille sur les objets de l'algèbre, une grande partie des tâches repose sur des transformations d'égalités : le signe d'égalité traduit alors nécessairement une relation d'équivalence. Selon Schmidt et al. (2001), l'égalité prend le sens de « mêmeté », c'est- à -dire que l'égalité est jugée vraie lorsque les deux membres sont identiques. Après l'enseignement de l'algèbre, pour certains élèves, le signe d'égalité se limite souvent au sens initial dominant en arithmétique, ce qui peut les conduire à des écritures incorrectes par rapport au signe d'égalité, par exemple, « $2+24=26+12=38$ », où la symétrie et la transitivité de l'égalité ne sont pas respectées. Dans une analyse de deux manuels de la réforme de 2003 au Québec, Barallobres (2009) souligne que certaines égalités ne sont pas considérées comme équivalentes mais plutôt comme « le résultat » du calcul fait, ce qui renforce la conception des élèves autour de l'égalité.

1.2.2 Les expressions algébriques

Les expressions algébriques sont de nouveaux objets construits lors de la représentation formelle des problèmes à partir de nombres, de signes opératoires et d'inconnues (ou variables). Contrairement à l'arithmétique, l'algèbre ne permet pas une distinction claire entre le processus de calcul et son résultat (Grugeon, 1995). En arithmétique, un signe opératoire indique un calcul à effectuer. En algèbre, une expression algébrique ayant le statut de résultat peut conserver un signe opératoire et rester non évaluée, par exemple ça peut être $x+3$ (Collis, 1975). Pour certains élèves, cette rupture avec les pratiques arithmétiques constitue un obstacle durable : ils refusent d'accepter qu'une expression algébrique ayant le statut de résultat conserve un signe opératoire : on peut trouver alors l'expression $x+3$ transformée en $3x$ ou $x.3$. Les élèves, ayant une expérience en arithmétique, interprètent le signe des opérations arithmétiques $(+,-,\times,\div)$ comme un signal pour l'exécution d'un calcul. Ainsi une expression comme « $x+3$ » est vue comme un calcul inachevé car elle contient une opération en suspens. Cette difficulté rejoint celle explicitée dans ma pratique où j'ai relevé que les élèves ne sont pas convaincus qu'une telle expression est un résultat final car elle contient encore une opération, les élèves essayant de la réduire en procédant à des concaténations.

La recherche de *El Mouhayar* (2007) porte essentiellement sur le développement et la réduction d'expressions littérales, son objectif étant d'identifier les difficultés et les erreurs des élèves liées aux techniques de résolution. Dans son étude, il rapporte que certains élèves donnent du sens aux termes du calcul littéral en les reliant à la vie courante, d'où la difficulté des élèves à utiliser la propriété de la distributivité de la multiplication sur l'addition, à faire la soustraction d'un binôme, à respecter l'ordre des opérations, etc. Il a remarqué que l'erreur de concaténation est très présente chez les élèves. La majorité d'entre eux commettent des erreurs liées à l'ordre des opérations quand les expressions se présentent sous la forme $a+b\times c$, erreur qui n'est pas présente pour des expressions de la forme $a\times b+c$, les élèves faisant les opérations dans l'ordre où elles apparaissent sans prendre en compte la priorité des opérations.

1.2.3 Les équations

La mise en équation de problèmes numériques conduit à l'écriture puis à la résolution d'équations, essentiellement à des équations du premier degré au premier cycle du secondaire. Des recherches (Filloy et Rojano, 1984), mettent en évidence les décalages importants de réussite existant entre les différents types d'équation du premier degré. Les équations de la forme $x + a = b, ax = b, ax + b = c$, où l'inconnue est présente d'un seul côté peuvent être résolues en adaptant des méthodes arithmétiques. Par exemple,

Déterminer un nombre tel que, quand 5 est additionné à 2 fois ce nombre, la somme est 35.

Une résolution arithmétique serait : on *soustrait* 5 à 35 puis on *divise* le résultat par 2. Il y aussi la méthode par essais erreurs. La résolution algébrique s'effectue ainsi : on recherche un nombre x vérifiant la relation $2x+5 = 35$. Je reviendrai sur la distinction entre le raisonnement algébrique et arithmétique dans le cadre de référence.

Contrairement à la résolution de ce type d'équations, la résolution d'équations de la forme $ax + b = cx + d$, où l'inconnue est présente des deux côtés du signe d'égalité, repose sur la conservation de l'égalité, ce qui rend inopérant les méthodes arithmétiques. Il se produit alors une rupture pour les élèves avec les pratiques arithmétiques, appelée par Filloy et Rojano « didactical cut ». Les études de Bell (1996) et de l'INRP (Combier, 1996) ont montré comment l'accès à des procédures formelles sur des quantités inconnues est difficile à construire.

1.2.4 Les lettres

Kieran (1992), Booth (1984a, 1984b et 1988) et Küchemann (1981) se sont intéressés à la lettre et aux différents statuts qu'elle prend chez les élèves dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre. En arithmétique, les lettres désignent des unités de mesure ou des objets, par exemple 12m peut désigner 12 mètres ou bien 12 motos, la lettre m étant alors utilisée comme étiquette (Kieran, 1992 ; Booth, 1984a et 1984b, Küchemann, 1981). En algèbre, le statut d'une lettre dépend du contexte et n'est pas réductible à celui d'étiquette : 12m signifiera 12 fois le nombre de mètres, m désignant ici un nombre, et sera à ce titre engagé dans des calculs. Il serait donc souhaitable au début de l'apprentissage de l'algèbre d'inviter les élèves à lire *12 fois le nombre m*. On met de cette façon en évidence également le signe «. » omis entre les deux nombres (Booth, 1988). Le passage d'une conception à l'autre peut donc constituer un obstacle important pour les élèves. Kückemann (1981) propose une classification des principaux statuts donnés aux lettres par les élèves :

- lettre-objet (objet concret) : la lettre est considérée comme une étiquette. Elle marque une abréviation, un symbole d'unité. Les élèves font une utilisation statique des lettres.

♦ La lettre désigne un objet précis : un point A, le nombre π
♦ La lettre désigne une unité : 4 m pour 4 mètres.
♦ La lettre désigne une abréviation d'un objet mathématique $A = L \times l$; $P = \pi \times D$

- la lettre ignorée : la lettre non prise en compte dans les calculs. Par exemple : $2a + 3 = 5$ ou $5a$ (Bourdier-Savioz, 2008, p.60).

- lettre évaluée : lettre remplacée par une valeur numérique dans les calculs. Par exemple, on accorde à chaque lettre la valeur représentant sa position dans l'alphabet. Pour le calcul m + m + m, la réponse est 13 + 13 + 13 = 39 (Vlassis et Demonty, 2002).

- inconnue : lettre désignant un nombre inconnu à déterminer, comme dans la désignation d'une équation du second degré à une inconnue qui est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, où x désigne l'inconnue, a, b, et c des nombres déterminés.

- lettre généralisée (représentant nombre généralisé) : lettre pouvant prendre plusieurs valeurs mais elle n'en prend qu'une à la fois. Par exemple, l'élève qui réussit à généraliser à l'aide de symboles la suite de nombres carrés (voir la figure ci-dessous) doit minimalement utiliser la lettre comme un nombre généralisé.

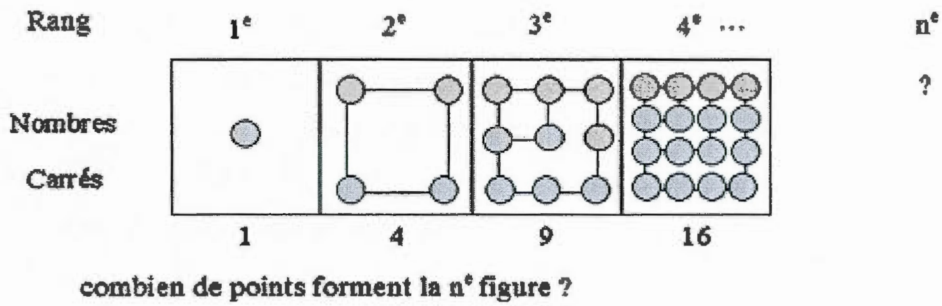


Figure 1.1 Un exemple autour de la lettre généralisée.

- variable : la lettre utilisée représente un ensemble de valeurs. Dans la figure ci-dessus, si l'élève considère que le n représente l'ensemble de tous les rangs possibles, il considère alors la lettre comme une variable. Dans un contexte fonctionnel, le calcul du périmètre des figures usuelles : $P = \pi \times d$ pour un cercle de diamètre d ou $P = 4 \times c$ pour un carré de côté c, montrent l'usage de la lettre comme variable et surtout son lien avec l'abréviation de la grandeur.

- La lettre comme paramètre : la lettre représente une quantité supposée connue par rapport à d'autres lettres qui ont soit le statut de variable, x est une variable et a un nombre déterminé pour $f(x) = ax$, soit le statut d'inconnue, $ax + b = 0$ où x est l'inconnue, a et b des nombres. Un paramètre est une variable supposée, momentanément, constante.

Barallobres (2009) souligne que dans les nouveaux manuels, le savoir est soumis à des ruptures, « les lettres sont des variables dans le contexte des suites, elles deviennent des « objets physiques » lorsqu'il s'agit de faire des calculs et enfin elles prennent le caractère d'inconnue dans le contexte des équations » (p. 74).

1.3 Les composantes de l'activité algébrique

L'activité algébrique est caractérisée de différentes façons selon les chercheurs. Vlassis et Demonty (2002) proposent d'envisager l'algèbre sous deux niveaux : ***formel*** constitué du calcul algébrique et des équations et ***fonctionnel*** où le but est la généralisation, la résolution de problèmes, les démonstrations algébriques. Kieran (2007) a caractérisé l'activité algébrique par trois aspects : l'aspect ***génératif*** quand on parle de la génération des objets de l'algèbre comme les expressions, les équations, les identités. Le deuxième aspect est ***transformationnel*** spécifié par la capacité à transformer des objets comme les expressions, les équations où rentrent en jeu le contrôle syntaxique, sémantique, théorique et technique. Le dernier, ***global***, vise la capacité à résoudre des problèmes divers du domaine algébrique comme les problèmes de généralisation, de preuve, de modélisation, de mise en équation, en mobilisant les connaissances adaptées.

Dans le programme de formation de l'école québécoise, on peut y lire que le travail algébrique au premier cycle du secondaire se fait à travers différentes composantes de l'algèbre : la manipulation algébrique, la généralisation à des fins de construction de formules, la généralisation à des fins de preuve, la résolution d'équations et la résolution de problèmes.-Elles sont schématisées par le diagramme ci-dessous :

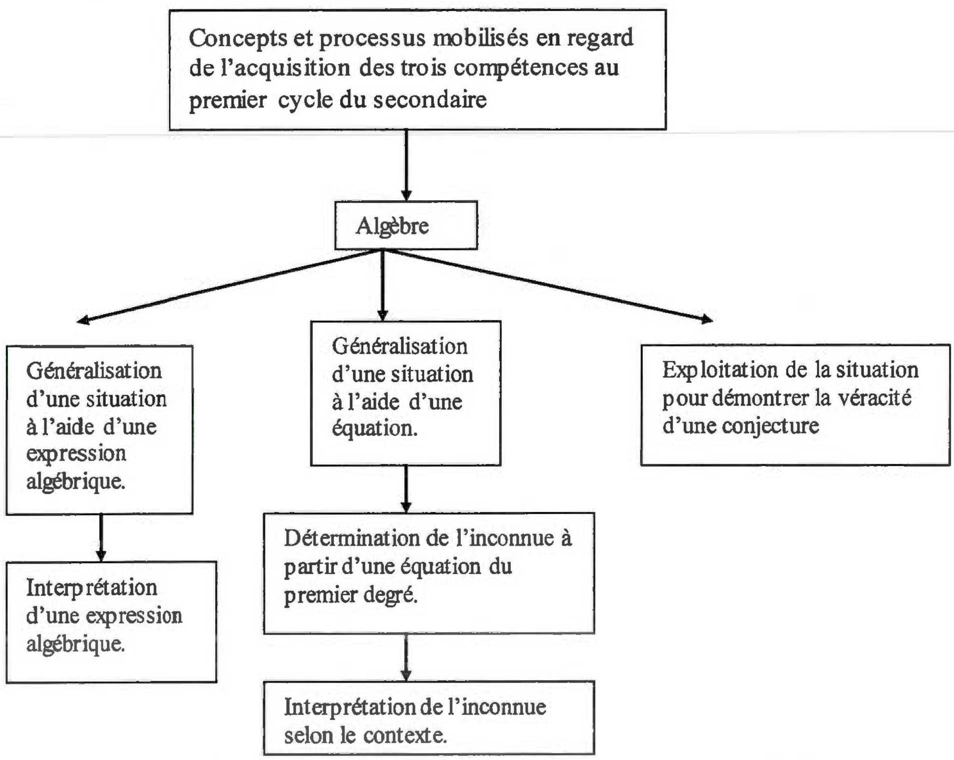


Figure 1.2 Les différentes composantes de l'algèbre telles qu'énoncées dans le programme de formation de l'école québécoise (2003).

La généralisation à des fins de construction de formules se révèle dans la « généralisation d'une situation à l'aide d'une expression algébrique » et dans « l'interprétation d'une expression algébrique ». Dans le premier cas, l'élève est amené à construire une formule issue d'une situation. Dans le deuxième cas, l'élève interprète une formule, il doit lui donner du sens dans le contexte. L'introduction et le développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes se traduit à travers la « généralisation d'une situation à l'aide d'une équation ». La résolution d'équations et la manipulation algébrique se retrouvent à travers la « détermination de l'inconnue à partir d'une équation du premier degré ». La généralisation à des fins de preuves est liée à « l'exploitation pour démontrer la véracité d'une conjecture ».

Les manipulations algébriques et la résolution des équations correspondent au niveau formel tel que explicité par Vlassis et Demonty (2002) et aux aspects génératif et transformationnel dégagés par Kieran (2007). La généralisation à des fins de construction de formules, la généralisation à des fins de preuves et la résolution de problèmes sont attachés au niveau fonctionnel de Vlassis et Demonty (2002) et à l'aspect global de l'activité algébrique de Kieran (2007). Nous allons dans ce qui suit expliciter chacune de ces composantes telles que nous les retrouvons dans le programme du MELS.

1.3.1 Manipulations algébriques

Il s'agit au premier cycle du secondaire de faire l'addition et la soustraction de termes semblables et de multiplier des monômes et « ces manipulations se font au moment de la substitution de valeurs numériques et de la résolution d'équations » (MELS, 2003, chapitre 6, p. 254). Cette composante peut être illustrée par l'exemple suivant :

Le périmètre de ce triangle est égal à 28 cm. Calculer la mesure des côtés de ce triangle.

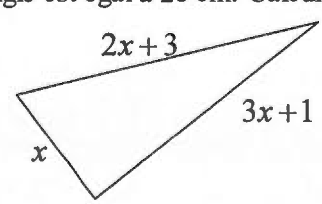


Figure 1.3 Exemple sur les manipulations algébriques.

Il s'agit ici de former l'équation $(2x+3)+(3x+1)+(x)=28$ dont le membre de gauche est composé de la somme des mesures des côtés du triangle et celui de droite vaut la mesure connue de son périmètre.

1.3.2 les notions d'équation et d'égalité conditionnelle

Une égalité est « une écriture » qui contient le signe « = ». Les lettres peuvent être arbitrairement remplacées par des valeurs numériques. Une équation est une égalité conditionnelle (peut être fausse, vraie pour n'importe quelle valeur de l'inconnue, ou encore vraie pour un nombre fini ou infini de valeurs de l'inconnue). Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs numériques que l'on peut donner à cette inconnue pour que l'égalité soit vraie.

1.3.3 Généralisation à des fins de construction de formules

Le travail sur les formules, qu'il s'agisse d'exploiter des formules données ou d'en élaborer, permet une première entrée dans le calcul littéral. Néanmoins, il ne se situe pas complètement dans la continuité des pratiques antérieures. La lettre cesse d'avoir pour seul statut celui d'étiquette, de marque d'unité dans un calcul sur les grandeurs, elle devient représentant d'un nombre quelconque, engagée dans les calculs au même titre que le nombre qu'elle représente. Le travail sur les formules intervient ici comme outil au service de la généralisation. Le programme de formation de l'école québécoise donne l'exemple suivant :

> On peut utiliser les nombres polygonaux ou différentes situations géométriques pour généraliser à l'aide d'une ou de plusieurs règles équivalentes. (MELS, 2003, Chapitre 6, p. 254)

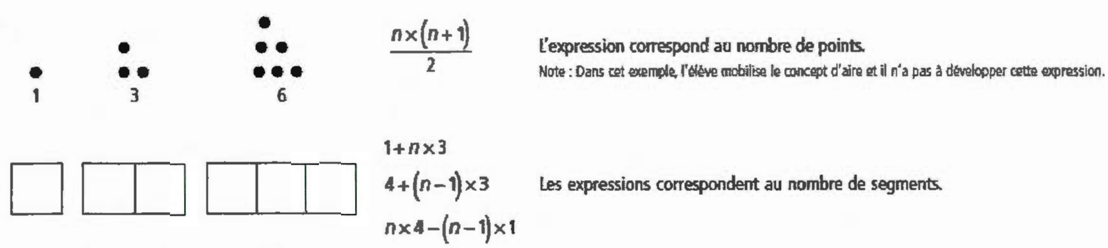


Figure 1.4 Des exemples de situations géométriques pour généraliser.

1.3.4 Généralisation à des fins de preuves

L'outil algébrique est utilisé comme outil de preuve pour conjecturer et prouver des propriétés numériques. Le but est d'amener l'élève à justifier les étapes de son raisonnement lorsqu'il conclut que des conjectures sont vraies ou à produire un contre-exemple lorsqu'il juge qu'elles sont fausses. Voici un exemple de conjecture : « La somme d'une suite de nombre impairs consécutifs commençant par 1 est un carré. » (MELS, 2003, chapitre 6, p. 254). Dans l'ancien programme de formation québécoise (1992), cette composante est absente à ce niveau de scolarité. Une analyse des manuels scolaires existant issus de la reforme 2003 nous amène toutefois à constater que la place accordée pour l'étude de cette composante n'est pas aussi importante que pour les autres composantes.

1.3.5 Résolution de problèmes

Dans cette composante qui nous intéresse plus particulièrement, il s'agit d'engager les élèves à utiliser l'écriture symbolique dans la mise en équation de problèmes et dans leur résolution. Ce contexte conduit à l'émergence du concept d'inconnue et du raisonnement algébrique[2]. On exprime la généralité issue de la une situation à l'aide d'une expression algébrique et, s'il s'agit d'une équation, on détermine et on interprète l'inconnue (MELS, 2003). Par exemple :

> Trois frères se partagent 1 500 $: David reçoit 200 $ de plus que Marc et reçoit 100 $ de plus que Lucas. Combien reçoit Lucas?

---

[2] Le raisonnement algébrique sera défini dans le cadre de référence.

L'élève doit trouver le générateur qui sera l'inconnue, dans ce cas-ci l'avoir de Lucas et génère les autres montants d'argents à partir de celui de Lucas.

Ces composantes présentes au premier cycle du secondaire sont une porte d'entrée pour l'introduction de l'algèbre. Comme nous l'avons vu au point 1.1, le Liban a choisi d'introduire l'algèbre par le calcul littéral. Le ministère d'éducation au Québec a fait ce même choix dans la réforme de 1984, comme illustré dans un manuel de l'époque, Maths Soleil :

> L'algèbre simplifie des problèmes résolus difficilement en arithmétique. Pour profiter des avantages de l'algèbre dans la résolution de problèmes, il faut d'abord que tu apprennes certaines notions et des opérations de base. (p. 109)

Ce choix a été source de difficultés chez les élèves comme nous l'avons vu au point 1.2, plusieurs d'entre elles sont répertoriées dans Bednarz et Janvier (1992). Comme le précisent ces chercheures, ces différents composantes que l'on retrouve dans l'enseignement de l'algèbre :

> … vont donner lieu à différentes options possibles quant à l'introduction de l'algèbre auprès des élèves et de son développement d'un niveau scolaire à l'autre. Les choix qui sont posés ne sont pas sans conséquence pour l'apprentissage. Ils apparaissent en effet déterminants puisqu'ils seront à la base de la conception même que les élèves se construiront de l'algèbre et des idées qu'ils développeront sur le raisonnement algébrique. (Bednarz et Janvier, 1992, p. 21)

La réforme de 1992 fait un choix différent et propose d'introduire l'algèbre par la résolution de problèmes et par des situations de généralisation qui vont permettre d'introduire le symbolisme en lui donnant du sens (l'approche par des suites ici est privilégiée). Dans son mémoire de maîtrise, Denis (1997) a élaboré une intervention en ce sens. À travers l'analyse d'un manuel scolaire approuvé par le ministère, la chercheure montre que les suites ne sont pas traitées tel que précisé dans le programme. Elles sont un objet d'enseignement et non pas un prétexte pour introduire le symbolisme en lui donnant du sens. Plusieurs chercheurs (Barallobres, 2009; Squalli et al, 2007; Adihou, en cours) remarquent cette même tendance mais cette fois-ci dans les manuels approuvés par le ministère lors de la réforme actuelle au premier cycle du secondaire en 2003 :

Les activités proposées dans Panoram@th, A vos maths sont des activités classiques que l'on retrouve dans les manuels de la reforme précédente. Ces activités traitent des règles des suites (Adihou, en cours).

Ces activités se traduisent par une recherche sur les régularités dans les suites arithmétiques, on travaille à trouver une règle et c'est le calcul algébrique qui est mis de l'avant.

La réforme de 2003 prône, comme le programme précédent, l'introduction de l'algèbre à travers les situations de généralisation et la résolution de problèmes. Ces angles d'attaque de l'algèbre sont intéressants car comme le précise Squalli (2000), la tendance à généraliser et à raisonner sur l'inconnue favorisent la tendance à symboliser. Dans notre étude, nous allons nous attarder plus précisément sur cette deuxième porte d'entrée, l'introduction et le développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes. Cette composante de l'algèbre revêt toute son importance à la fois dans le programme de formation de l'école québécoise et dans le développement de l'algèbre dans l'histoire des mathématiques.

1.4 L'importance de la résolution de problèmes et de situations-problèmes

1.4.1 Dans le programme de formation de l'école québécoise

Le programme de formation à l'école québécoise repose sur le développement des compétences disciplinaires et transversales. Pour cela, il privilégie le recours à des situations d'apprentissage comme les situations-problèmes. Les compétences disciplinaires en mathématiques sont *Résoudre une situation-problème, Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*, compétences qui sont inter reliées. *Résoudre une situation-problème* dans un contexte de mathématiques signifie aussi avoir la capacité de *raisonner à l'aide de concepts et de processus* mais aussi *communiquer la démarche et les résultats dans un langage mathématique*. Le schéma ci-dessous présente la relation entre les trois compétences privilégiées dans l'apprentissage des mathématiques :

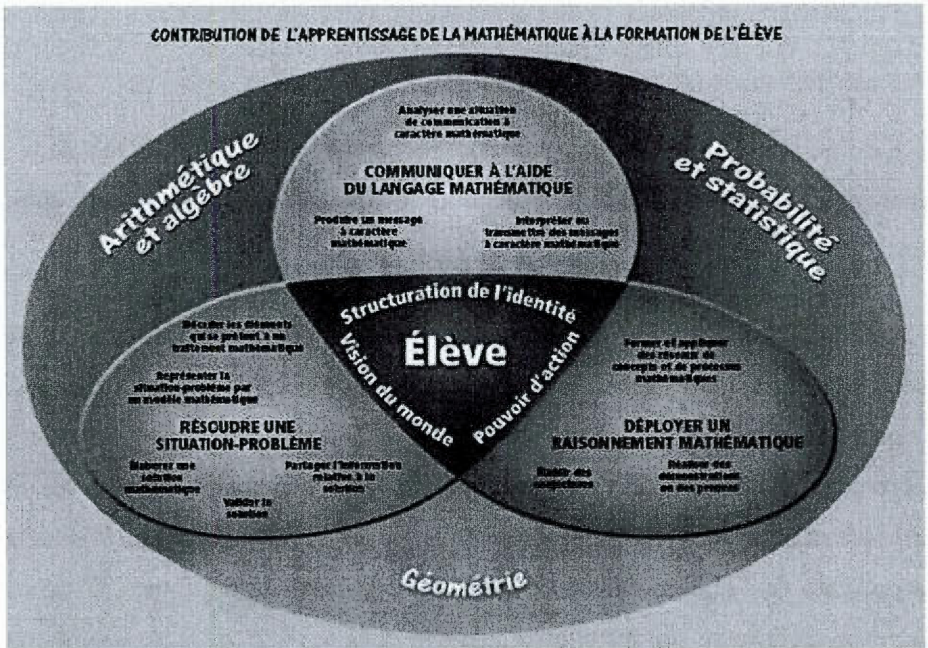


Figure 1.5 Extrait du programme de formation à l'école québécoise, 1er cycle du secondaire : version août 2003.

Les compétences disciplinaires sont liées à différents domaines d'apprentissage comme le domaine de l'univers social :

> Les compétences développées dans le domaine de l'univers social permettent de cerner et d'expliquer les besoins des sociétés. L'élève est ainsi en mesure de situer les connaissances mathématiques, scientifiques et technologiques dans les contextes sociaux, géographiques et historiques qui les ont vues naître. (MELS, chapitre 4, p. 62)

Les contenus mathématiques sont présentés dans différentes parties après les compétences, dans une section nommée « concepts et processus », dans les éléments de la méthode et dans le repère culturel qui souligne que :

> L'apprentissage de la mathématique doit amener l'élève à reconnaître l'apport de l'arithmétique et de l'algèbre dans différents domaines tels que ceux de l'univers social, de la science et de la technologie ou encore des arts. (MELS, chapitre 6, p. 255)

Le programme met de l'avant la résolution de situations-problèmes qui doit être privilégiée en raison de la richesse et de la diversité des apprentissages qu'elle favorise :

> La résolution de situations-problèmes est au cœur des activités mathématiques comme de celles de la vie quotidienne. (MELS, 2004, chapitre 6, p. 231).

Depuis quelques années, la résolution de problèmes est le pivot des programmes d'études en mathématiques au secondaire (MEQ, 1994 ; MELS, 2003 ; Mels, 2007). Résoudre des problèmes est un objectif important à atteindre à tous les niveaux et dans tous les cheminements des programmes d'étude du MEQ (Mat 116, p. 16). Le nouveau programme de formation de l'école québécoise confirme cette importance accordée à la résolution de problèmes visant le développement de compétences. Résoudre des problèmes est à la fois une compétence transversale et une compétence disciplinaire mathématique.

Le programme de formation de l'école québécoise propose ainsi une approche centrée sur le développement de compétences disciplinaires et transversales, et repose sur l'utilisation de situations d'apprentissage[3] et d'évaluation complexes. Celles-ci s'inscrivent dans des domaines généraux de formation, à travers lesquels *prendront forme, le plus souvent, les situations d'apprentissage complexes à partir desquelles les élèves seront appelés à exercer et à développer des compétences disciplinaires et transversales.* (MELS, chapitre 4, p. 57)

Le MELS (2003) décrit les situations d'apprentissage comme des situations dans lesquelles « l'élève qui déploie un raisonnement mathématique structure sa pensée en intégrant un ensemble de savoirs et leurs interrelations » (MELS, chapitre 6, p. 231). Il distingue dans les situations d'apprentissage les situations d'application et les situations-problèmes. Les situations d'application sont définies comme « des contextes plus ou moins élaborés qui nécessitent l'utilisation efficace d'une combinaison de concepts et de processus déjà appris » (MELS, chapitre 6, p. 243). Ces situations sont classées dans la première catégorie de problèmes de l'ancien programme (Mat 116, p. 16) définie par sa résolution qui *nécessite le choix par l'élève d'une combinaison adéquate de connaissances déjà étudiées ou d'habiletés déjà développées, parmi plusieurs combinaisons (possibles) qu'il a rencontrées auparavant*... Les situations-problèmes s'en distinguent par ce qu'elles doivent répondre à l'**une** des conditions suivantes :

- la situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage;
- l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a ou non fait l'apprentissage;

---

[3] Nous reviendrons sur les situations d'apprentissage dans le cadre de référence.

> - le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement. (MELS, 2003, p. 239)

Dans l'ancien programme, les situations-problèmes sont nommées des problèmes de la deuxième catégorie *dont la résolution nécessite la création d'une combinaison originale de connaissances et d'habiletés, beaucoup d'indépendance d'esprit ainsi que l'utilisation de raisonnements plausibles.* (Mat 116, p. 16).

Le programme propose également d'autres activités comme les projets pour réinvestir des savoirs et des stratégies mathématiques, les activités d'exploration qui poussent l'élève à « conjecturer, simuler, expérimenter, argumenter, construire ses savoirs et tirer des conclusions » (MELS, chapitre 6, p. 237) et les situations de communication liées à des présentations, des discussions.

1.4.2 Le développement de l'algèbre dans l'histoire des mathématiques

Chevallard (1989) note que l'enseignement de l'algèbre a pris place autour d'un corpus de problèmes pour lesquels l'arithmétique et l'algèbre proposaient des façons différentes d'attaquer les problèmes. Il y a eu donc une grande place accordée aux problèmes et l'algèbre a été considérée comme un outil efficace pour résoudre de tels problèmes. Cette approche disparaît avec les mathématiques modernes, l'accent est alors mis sur l'étude des structures algébriques avec un langage et un symbolisme de plus en plus poussés. Par la suite, la résolution de problèmes a repris une place importante dans les programmes des années 80.

Ainsi, la résolution de problèmes a joué un rôle important dans l'histoire des mathématiques. Les Babyloniens (1700 av J.C) et les Égyptiens (750 av J.C) ont travaillé sur la résolution de problèmes d'une façon rhétorique (exprimée en langage naturel). Alors qu'avec Diophante (210-290), l'algèbre devient un outil de résolution de problèmes. Dans son œuvre *arithmétique,* il introduit une inconnue sur laquelle il fait des calculs pour résoudre un problème (Radford, 1992, p. 2),

> la théorie arithmétique de Diophante, qui nous laisse voir une des facettes historiques de l'émergence de l'algèbre, peut être donc considérée par rapport à l'algèbre de Viète comme une algèbre pré-symbolique. (Radford, 1992, p. 9)

Al-Khawarizmi (≈780-850) a employé un nouvel objet, *l'équation*, comme un moyen de résolution de problèmes (Charbonneau, 1992b; Radford, 1995). Avec Viète (1540-1603), l'algèbre a été considérée comme l'outil le plus efficace de résolution de problèmes (Charbonneau, 1992a). Il a développé un calcul qui porte sur les lettres uniquement et qui devait lui permettre à résoudre des problèmes considérées auparavant impossibles. Donc, la rhétorique est restée pendant des siècles un moyen d'expression de l'algèbre jusqu'à ce que cette dernière soit devenue explicite (symbolique) avec Viète qui a voulu résoudre « tout problème ».

L'importance de la résolution de problèmes en algèbre ne fait pas de doute. Toutefois, les élèves sont confrontés à certaines difficultés.

1.5 Le concept de situation d'apprentissage dans le programme de formation québécoise

Le programme de formation de l'école québécoise propose une approche centrée sur le développement de compétences disciplinaires et transversales, et repose sur l'utilisation de situations d'apprentissage et d'évaluation complexes. Le MELS (2003) décrit les situations d'apprentissage comme des situations dans lesquelles « l'élève qui déploie un raisonnement mathématique structure sa pensée en intégrant un ensemble de savoirs et leurs interrelations » (MELS, chapitre 6, p. 231). Comme mentionné au point 1.4.1, il distingue dans les situations d'apprentissage les situations d'application, les situations-problèmes et d'autres activités comme les projets, les activités d'exploration et les situations de communication.

1.5.1 Les « autres » activités décrites par le MELS

Le programme s'attarde aux projets interdisciplinaires dans lesquels l'élève réinvestit des savoirs et des stratégies mathématiques, l'objectif étant d'amener l'élève à découvrir la place de la mathématique dans la société. Dans les activités d'exploration, l'élève est poussé à « conjecturer, simuler, expérimenter, argumenter, construire ses savoirs et tirer des conclusions » (MELS, chapitre 6, p. 237). Les situations de communication sont rattachées plus particulièrement à la troisième compétence du programme « Communiquer à l'aide du langage mathématique ». Il s'agit entre autres de présentations, de discussions, de débats dans lesquels la communication mathématique est à l'avant scène, les composantes reliées à cette troisième compétence étant « Analyser une situation de communication à caractère mathématique », « Interpréter ou transmettre des messages à caractère mathématique » et « Produire un message à caractère mathématique » (MELS, chapitre 6, p. 247). La communication est étroitement liée aux deux autres compétences disciplinaires, *Résoudre une situation-problème* et *Déployer un raisonnement mathématique*.

1.5.2 Les situations-problèmes et les situations d'application définies par le MELS

Le programme spécifie qu'une situation-problème peut porter soit sur des questions pratiques issues de situations réelles, soit sur des questions purement mathématiques. Un des objectifs est toutefois que l'élève arrive, à travers la résolution d'une situation-problème, à expliquer différentes problématiques liées à sa vie et à ses préoccupations. On sent ainsi un souci de la part du ministère pour que les situations-problèmes soient, le plus possible, ancrées dans le quotidien de l'élève. Une autre caractéristique mise de l'avant est que l'élève doit être confronté à un obstacle qu'il doit franchir, il est alors amené à formuler des hypothèses et des conjectures. Les situations-problèmes font ainsi appel à la créativité de l'élève.

Les situations-problèmes sont rattachées à la première compétence disciplinaire en mathématique, « Résoudre une situation-problème », pour laquelle on retrouve différentes composantes comme « Décoder les éléments qui se prêtent à un traitement mathématique », « Représenter la situation-problème par un modèle mathématique », « Élaborer une solution mathématique », « Partager l'information relative à la solution » et « Valider la solution » (MELS, chapitre 6, p. 241). Ces composantes donnent un indice des différents éléments que le programme souhaite faire travailler à travers une situation-problème, celle-ci reposant essentiellement sur l'exploration et la découverte. Plus particulièrement, en ce qui a trait à l'algèbre, le programme spécifie que l'élève aura recours à différents modes de représentation :

> Il construit des expressions algébriques, des tables et des graphiques pour généraliser, interpréter, résoudre la situation-problème. Il identifie l'inconnue et, à l'aide de la résolution d'équations, en découvre la ou les valeurs et les interprète selon le contexte. (MELS, chapitre 6, p. 240)

De plus, la résolution d'une situation-problème nécessite la mobilisation de concepts et de processus propres à chaque champ mathématique comme par exemple en algèbre, la généralisation d'une situation à l'aide d'une expression algébrique ou l'interprétation de l'inconnue selon le contexte. Le programme donne une définition d'une situation-problème qui a été reprise au point 1.4.1, celle-ci n'a pas été présentée en cours d'apprentissage, elle requiert une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a ou non fait l'apprentissage. Les situations-problèmes peuvent être ainsi l'occasion de nouveaux apprentissages.

Les situations d'application sont définies par le MELS comme « des contextes plus ou moins élaborés qui nécessitent l'utilisation efficace d'une combinaison de concepts et de processus déjà appris » (MELS, chapitre 6, p. 243). Les situations d'application sont associées à la deuxième compétence disciplinaire « Déployer un raisonnement mathématique », il s'agit de formuler des conjectures, de critiquer, de justifier ou infirmer une proposition en faisant appel à un ensemble organisé de savoirs mathématiques (MELS, chapitre 6, p. 242). Les composantes de cette compétence sont « Former et appliquer des réseaux de concepts et de processus mathématiques », « Établir des conjectures » et « Réaliser des démonstrations ou des preuves ».

Pour mieux comprendre la distinction entre une situation-problème et une situation d'application, un exemple de chacune de ces situations est présenté dans la section suivante. Ces exemples sont tirés de l'épreuve de 2008 du 1^er^ cycle du secondaire.

1.5.3 Un exemple de situation-problème et de situation d'application provenant du MELS

À travers un exemple d'une situation-problème, *la lutte*, et d'une situation d'application, *les délégations*, proposés aux élèves du premier cycle du secondaire, nous pouvons souligner certains éléments qui caractérisent chacune de ces situations.

On peut remarquer que la situation-problème se présente à travers un long texte illustré par quelques schémas qui expose le contexte dans lequel on veut plonger l'élève. La situation[4] d'application au contraire est beaucoup plus rapide à lire. Si on s'attarde à la résolution de la situation-problème, on peut constater que celle-ci requiert de nombreuses étapes, beaucoup plus d'étapes que pour résoudre la situation d'application. Dans la situation-problème, il s'agit de déterminer le prix de vente des billets sans les taxes pour assister aux compétitions de lutte. La condition pour assister aux compétitions de lutte qui durent 7 jours est que le revenu total provenant de la vente des billets doit couvrir les dépenses liées à la tenue des compétitions de lutte. La réponse à cette question exige de passer par plusieurs étapes. Il faut déterminer ces dépenses durant les 7 jours : le coût de location du stade, le coût de décoration du stade (déjà donné, 20 000$ en tout), le coût de location des panneaux d'affichage, la somme versée aux employés, le coût des trois plateformes, le coût des quatre tapis. Le calcul du montant total versé aux employés pendant 7 jours amène la recherche du nombre d'employés de chaque catégorie (entretien, guichet et sécurité, officiel) ainsi que la somme versée aux employés de chaque catégorie pendant 7 jours. Le coût d'une plateforme est proportionnel à celui de l'aire de sa base, il suffit donc de chercher l'aire de la base et, en s'appuyant sur la table de valeurs on trouve le coût d'une plateforme, pour ensuite déduire le coût des trois plateformes. Le coût d'un tapis dépend de l'aire et de la couleur de ses différentes sections.

On a besoin alors de calculer l'aire ainsi que le coût de chaque section. Après avoir trouvé le total des dépenses liées à la tenue des compétitions de lutte, on revient à la question principale, le prix de vente des billets sans les taxes. Celui-ci dépend de la catégorie de sièges. Trois catégories de sièges sont données, il suffit alors de chercher le nombre de sièges de chaque catégorie pour déterminer le nombre de billets de chaque catégorie mise en vente et trouver ainsi ceux vendus durant les 7 jours de compétition. Toujours en considérant que le revenu total provenant de la vente des billets doit couvrir les dépenses liées à la tenue des compétitions de lutte, il faut donc que ce revenu total soit supérieur à la valeur minimale (les

---

[4] Les énoncés de ces deux situations sont à l'appendice A. Ces situations seront analysées selon les grilles de Jonnaert (1990, 1997) et Bednarz et Janvier (1994) au point 3.3 dans la méthodologie.

dépenses) et ne dépasse pas la valeur maximale des revenus qui est égale à 120% des dépenses. Dans le cas où le revenu total provenant de la vente des billets est inférieur à la valeur minimale (les dépenses), les dépenses liées à la tenue des compétitions de lutte ne seront pas couvertes et on ne peut pas assister aux compétitions. Donc, il faut augmenter le prix de vente des billets. Si le revenu total provenant de la vente des billets dépasse 120%, il faut réduire le prix de vente des billets. Tous les essais faits en respectant cette condition sont acceptables. Pour résoudre cette situation-problème, plusieurs étapes imbriquées les unes dans les autres sont nécessaires, celle-ci exige le recours à une combinaison de concepts et processus tel que spécifié par le programme.

Pour résoudre la situation d'application, il suffit de trouver le nombre d'athlètes dans les délégations des quatre pays et de calculer alors le coût total des chambres pour les athlètes du Canada. La résolution est beaucoup plus simple que pour la situation-problème précédente.

La situation-problème apparaît, de plus, complexe. Il est possible d'envisager qu'à la fin de la lecture de l'énoncé, l'élève risque bien de rencontrer des difficultés dans la démarche qu'il doit entreprendre à organiser et gérer toutes les informations. Il doit alors revenir sur la situation-problème afin de pouvoir décoder les éléments de la situation qui permettront de la résoudre. L'approche de la situation-problème est bien différente, les concepts et processus mis en jeu dans cette situation étant travaillés préalablement, l'élève ne ressentira certainement pas d'obstacle, il pourra démarrer aisément la résolution.

Finalement, la situation-problème fait appel à de nombreux concepts et processus : la notion de pourcentage, la manipulation d'expressions algébriques, la résolution d'équations du premier degré à une inconnue, la notation fractionnaire, la moyenne arithmétique, l'aire d'une forme octogonale, l'aire du triangle, l'aire du cercle, l'aire du carré et le prisme droit. Cette situation-problème utilise ainsi des concepts et processus de différents champs mathématiques. La situation d'application requiert l'utilisation de beaucoup moins de concepts et processus : la manipulation d'expressions algébriques, la résolution d'équations du premier degré à une inconnue et le concept de moyenne arithmétique.

1.6 Difficultés des élèves en résolution de problèmes

Dans le but de réaliser des comparaisons entre les types de raisonnements mis de l'avant par des élèves du secondaire 1 et 2 dans la résolution de différents types de problèmes algébriques, Marchand et Bednarz (2000) ont mené une recherche dans laquelle elles font ressortir les difficultés qui caractérisent le passage d'un mode de traitement arithmétique à un traitement algébrique :

> … difficulté pour l'élève de percevoir un générateur qui permettra de retrouver les autres quantités, difficultés associées à la symbolisation des relations entre les quantités en présence, refus d'opérer sur l'inconnue, difficultés associées à la substitution que requiert le passage à une seule inconnue. (Marchand et Bednarz, 2000, p.16)

Ces difficultés sont illustrées dans Bednarz et Janvier (1996) qui ont fait passer des entrevues à des élèves en leur proposant trois types de problèmes algébriques portant sur le même contexte mais de niveau de difficulté différent. Le premier simple mais non classique contient deux relations multiplicatives entre les quantités.

> Un garçon aide son père à faire l'inventaire de son magasin et lui laisse le message suivant : « j'ai compté trois types d'articles. Il y a en tout 288 raquettes et bâtons de hockeys. Il y a 4 fois plus de raquettes que de ballons et 7 fois plus de bâtons de hockeys que de raquettes. » (Bednarz et Janvier, 1996, p. 130)

Les chercheures ont répertorié plusieurs difficultés comme la difficulté à opérer sur les inconnues. Par exemple, un des élèves se demande comment on peut travailler sur le nombre de ballons pour trouver celui des autres articles alors que le nombre de ballons n'est pas donné. Il est également difficile pour certains élèves de générer directement à partir d'une seule inconnue, ce processus apparaissant extrêmement complexe. Dans l'exemple ci-dessus, les élèves trouvent le nombre de raquettes à partir de celui des ballons et à partir du nombre raquettes, ils cherchent le nombre de bâtons de hockey. Ils n'ont pas pensé à utiliser immédiatement la composition des deux relations en utilisant un seul générateur (le nombre de ballons) pour trouver directement le nombre de bâtons de hockey. Finalement, le symbolisme utilisé pour présenter les relations dans une équation présente une difficulté pour certains élèves.

Dans la résolution de problèmes, les élèves ressentent donc des difficultés qui se situent dans le passage d'un raisonnement arithmétique à un raisonnement algébrique. Il apparaît important de s'attarder à l'introduction de l'algèbre pour dégager comment s'opère l'entrée dans le raisonnement algébrique. Les manuels scolaires issus de la réforme de 2003 sont notre porte d'entrée. Mais pourquoi s'intéresser à analyser les manuels scolaires ?

1.7 Importance des manuels scolaires

Comme décrit au point 1.1, mes planifications de cours autour de l'enseignement de l'algèbre reposaient sur les contenus explicités dans les manuels scolaires présents au Liban. Marchand (1997) fait ce même constat d'après ses observations dans des classes du Québec :

> Nous faisons l'hypothèse implicite que le manuel est fortement utilisé dans les classes et qu'il constitue en ce sens l'approche d'enseignement utilisée par l'enseignant. Nos observations dans les classes nous conduisent à voir qu'une telle hypothèse est vraisemblable. (Marchand, 1997, p. 69)

Plusieurs recherches dans différents pays (Assude et Margolinas, 2005; Lebrun, 2006; Lenoir, Roy et Lebrun, 2001) citées par Barallobres (2009) abondent dans le même sens. Les manuels scolaires apparaissent comme un outil de première importance pour les enseignants, ceux-ci déterminent les savoirs à enseigner, les activités réalisées en classe et les stratégies pédagogiques et didactiques employées. Lebrun et al. (2006) résume le point de vue de Morin comme suit *le manuel est un actant de la situation éducative et a ainsi le pouvoir de la définir* (p. 7). Ils concluent que le manuel scolaire joue *un double rôle créateur* à cause de l'utilité sociale et didactique de son contenu. En plus, il est *un véritable objet culturel qui enseigne et renseigne sur la société dont il est issu.* (Lebrun et al., 2007, p. 119)

Squalli (2007) confirme l'importance des manuels scolaires en citant les huit fonctions attribuées à ceux-ci par la Commission du matériel didactique (2002),

> médiation entre le programme et les enseignants ; soutien à l'enseignement ; support à l'apprentissage, référent pour l'élève et ses aidants (ex : les parents), rehaussement culturel ; promotion de valeurs sociétales ; garantie de la gratuité scolaire ; supervision pédagogique. (Squalli, 2007, p. 4)

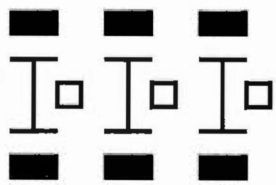
Une analyse des manuels scolaires sous l'angle de la résolution de problèmes au moment de l'introduction de l'algèbre a été menée par Marchand (1997). Elle a analysé deux manuels scolaires issus de la réforme de 1994. À notre connaissance, aucune recherche ne porte sur l'analyse des manuels scolaires sous l'angle d'une entrée par la résolution de problèmes dans les manuels actuels, issus de la réforme de 2003.

1.8 Travail mené par Marchand

La chercheure a analysé les problèmes généralement présentés avant toute introduction à l'algèbre (secondaire I), lors de son introduction (secondaire II) et lors de son développement (secondaire III) dans deux collections de manuels scolaires *Scénario* et *Carrousel* issus de la réforme de 1994. Elle s'est d'abord attardée à classer les problèmes présentés dans ces deux manuels en trois catégories, les problèmes de taux, de comparaison et de transformation et ce, dans les trois niveaux scolaires pour dégager l'articulation de ces problèmes d'un niveau scolaire à l'autre. Voici trois exemples correspondants à chaque catégorie de problèmes avec leurs schématisations[5] tels que choisis par Marchand.

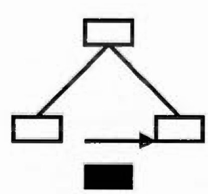
Problème de taux :

William veut connaître sa rapidité au clavier de son ordinateur. Dans ce but, il copie un texte. Il a tapé 150 mots en 5 min, 350 mots durant les 10min suivantes et 480 mots au cours des 15 dernières minutes.



a) Calcule le taux de variation du nombre de mots pour chaque période.
b) Quelle observation peut-on faire au sujet des taux de variation ?
c) À quelle vitesse moyenne William tape-t-il ? (Marchand, 1997, p.131 tiré de Carrousel 3, tome 2, p.93#17)

Problème de comparaison :



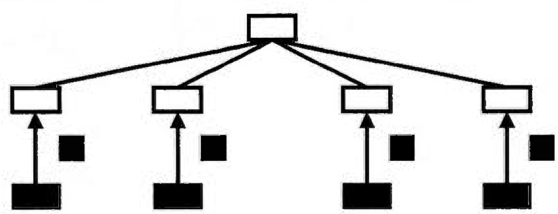
Éloïse a remarqué que, peu importe le nombre

[5] Un retour sur les schématisations utilisées par les chercheures sera fait dans le cadre de référence.

de disques qu'elle possède, elle a toujours deux
fois plus de disques français que de disques anglais.
a) Représente la relation décrite dans cette situation par une table de valeurs.
b) si x représente le nombre de disques anglais que possède Éloïse, représente alors le nombre de ses disques français.
c) Traduis par une équation la relation décrite dans cette situation. (p.126) Scenario 3, tome 1 p. 133 #1

Problème de transformation :

Joseph a emprunté 12000$ à sa caisse. Il emprunte 3000$ à son père et 99$ à sa sœur.
Quel est le montant de sa dette s'il devait déjà 175$ à un ami?
Exprime l'avoir de Joseph en nombre entier. (p. 94) scenario 1, p. 177 #5



Les résultats de son étude montrent que dans les deux manuels, les problèmes de taux dominent en secondaire 1, les problèmes de comparaison dominent en secondaire 2 alors qu'en secondaire 3 les problèmes de taux reprennent une place centrale. Marchand constate ainsi une rupture dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes car les élèves ne sont pas préparés à résoudre des problèmes impliquant des relations de comparaison. Les problèmes de transformation sont rarement utilisés (ils sont plus présents dans un manuel que dans un autre) car ils apparaissent complexes pour les élèves.

Marchand s'est également attardée à l'ordre de présentation des problèmes dans chacun des manuels scolaires analysés cherchant à mieux comprendre l'importance et la progression de ces problèmes. La chercheure fait le constat que ces trois types de problèmes sont présents dans l'un des manuels, ce qui motive les élèves à passer d'un type de raisonnement (arithmétique) à un autre (algébrique). Il y a ainsi une cohérence dans la gradation et dans la variété des problèmes (divers degrés de complexité) ce qui favorise chez les élèves le passage à l'algèbre. Par contre, dans l'autre manuel, on ne retrouve que des problèmes simples et moyens. Ainsi, l'ordre des problèmes présentés ne prend pas en considération une gradation dans le degré de complexité des problèmes. Elle souligne ainsi une difficulté pour les élèves à passer de l'arithmétique à l'algèbre.

1.9 Objectifs et questions de recherche

Cette recherche s'articule autour des difficultés des élèves face à la résolution de problèmes en algèbre, et part du problème que soulève son introduction. Dans la poursuite de l'étude de Marchand, une étude des manuels scolaires issus de la réforme de 2003 permettra de relever comment s'articule l'introduction de l'algèbre au moment de la résolution de problèmes. Dans ce programme, l'accent est mis sur les situations d'apprentissage et plus particulièrement les situations-problèmes. L'objectif de ma recherche peut s'énoncer comme suit : ***Analyser les situations d'apprentissage dans le cadre de la résolution de problèmes en algèbre dans les manuels scolaires du 1er cycle du secondaire issus du nouveau programme (MELS, 2003).***

Questions de recherche :

1) Quelle est la nature des problèmes, des situations-problèmes, des situations d'application proposées dans les manuels scolaires du premier cycle du secondaire ?

2) Est-ce que la gradation des situations d'apprentissage proposées aux élèves favorise le développement du raisonnement algébrique?

Afin d'analyser les situations présentées dans le cadre de la résolution de problèmes en algèbre dans les manuels scolaires du 1er cycle du secondaire issus du Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2003), je vais cerner les balises théoriques qui me permettront de caractériser ces différents types de situations.

CHAPITRE II

CADRE DE RÉFÉRENCE

L'objectif principal de recherche de cette étude, rappelons-le, est d'analyser les situations présentées dans le cadre de la résolution de problèmes en algèbre dans les manuels scolaires du 1[er] cycle du secondaire issus du programme d'études du (MELS, 2003). Ce programme distingue dans les situations d'apprentissage des situations d'applications et des situations-problèmes qui sont étudiées par de nombreux chercheurs (Pallascio, 2005; Jonnaert, 2010 ; Douady, 1986). Afin d'analyser les situations issues des manuels scolaires québécois, l'outil privilégié sera la grille élaborée par Jonnaert (1990, 1997). De plus, comme cette étude s'intéresse à l'introduction de l'algèbre et pour répondre à la deuxième question de recherche qui tourne autour du développement du raisonnement algébrique, une attention particulière sera portée à la caractérisation des raisonnements arithmétique et algébrique (Bednarz et Janvier, 1996). La grille d'analyse élaborée par Bednarz et Janvier (1994) et utilisée par Marchand (1997) permettra de compléter l'analyse menée à travers l'étude de problèmes *algébriques* (les situations d'application).

La notion de compétences a été étudiée par plusieurs chercheurs, je ne rapporterai ici que l'étude menée par Jonnaert (2010). Comme souligné au point 1.4.1, le programme de formation de l'école québécoise privilégie cette approche par compétences. Une brève incursion dans cette étude permettra de mieux comprendre l'esprit dans lequel les manuels scolaires ont été rédigés et de cerner ainsi l'importance des situations pour développer des compétences.

2.1 Le concept de compétences

Selon Legendre (2008) et Jonnaert (2010), les compétences sont « peu prédictibles » et sont construites en situation. C'est en adaptant et en généralisant le traitement compétent à d'autres situations d'une même famille que les élèves développent leurs compétences. Une compétence se développe dans une situation et dépend des actions de la personne engagée dans cette situation, l'action de la personne en situation désignant le fait d'agir en situation (Vermersch, 2003 cité par Jonnaert, 2006). Cette action est une connaissance autonome qui dépend toujours de la situation dans laquelle elle se construit et se modifie, elle est donc située et contextualisée. Elle ne peut être transposée d'une situation à une autre sans être adaptée et reconstruite par la personne qui est elle-même en situation. Donc, l'action est incontournable dans ce processus. De plus, l'action n'est pas immobile mais réflexive, elle est temporairement viable, et non définie une fois pour toutes. Ainsi, l'élève se construit dans l'interaction avec son environnement, et c'est à travers ses actions que la situation existe et a du sens pour lui. Ses connaissances et ses compétences sont donc relatives, celles-ci étant définies par les circonstances de la situation qui ont permis sa construction.

L'élève développe ses compétences grâce à un ensemble d'éléments liés, la « compétence », la « situation » et le « savoir ». Les situations amènent l'élève à être compétent lorsqu'il est confronté à différents défis que lui posent ces situations. Donc, la situation est un moyen de développement de compétences, elle est *la source et le critère d'un traitement compétent* (Jonnaert, 2010). Un traitement est dit compétent quand l'élève l'adapte et le généralise dans de nouvelles situations, l'élève utilisant les savoirs comme ressource dans le traitement d'une situation. Il peut ainsi donner du sens à ces savoirs, il construit ainsi des connaissances.

Différents pédagogues comme Dewey ou Freinet ont mis l'accent sur l'importance de ce qu'on appelle « situation » dans laquelle les contenus d'apprentissage seront contextualisés, ce qui permet à l'élève de donner du sens à ses démarches.

2.2 Les situations d'apprentissage dans les recherches : quelques recensions d'écrits

Pallascio (2005) définit la résolution d'une situation-problème comme une activité de production et non de reproduction. Il va dans le même sens que le MELS en distinguant deux types de pensées qui sont mis en place, « une pensée convergente (où on synthétise et on justifie) et une pensée divergente (où on crée, on a recours à l'intuition, on analyse) » (Pallascio, 2005, p. 32). Pour Pallascio (2005), une situation-problème demande une activité mentale liée à une pensée diversifiée, même il est possible d'avoir plusieurs solutions. Elle est présentée au début de la séquence d'apprentissage dans le but d'introduire de nouvelles connaissances, l'élève faisant appel à sa créativité, à l'intuition, à l'analyse et à la synthèse. Alors qu'un problème demande une activité mentale liée à une pensée vers un but à atteindre. Douady (1983) exprime sept conditions qui assurent l'existence d'un problème chez l'élève. Ces conditions ont été adaptées par Jonnaert (1986) pour qu'une situation-problème suscite réellement une activité chez l'élève.

1) l'énoncé de la situation doit avoir du sens dans le champ des connaissances de l'élève.
2) l'élève doit pouvoir envisager ce que pourrait être la réponse au problème.
3) l'élève doit pouvoir engager une procédure de traitement du problème en fonction de ses connaissances actuelles au moment de sa confrontation au problème.
4) la situation-problème est riche.
5) le degré d'ouverture de la situation-problème est suffisant.
6) La situation-problème doit pouvoir se formuler dans des cadres différents.
7) La connaissance visée par l'apprentissage est le moyen de répondre au problème.

Pour Douady (1986), ce qui caractérise une situation-problème, c'est l'attitude des élèves qui sont capables de s'engager dans la résolution mais se sentent à un moment démunis, incapables de résoudre la situation jusqu'au bout :

> **La situation doit véritablement poser problème aux élèves** autrement dit « compte tenu de leurs connaissances, les élèves peuvent engager une procédure de résolution, mais ils ne peuvent pas résoudre complètement le problème » ainsi « les connaissances visées par l'apprentissage (contenu ou méthode) sont des outils adaptés au problème. La situation-problème ne consiste donc pas à illustrer une notion ou à servir de prétexte

> à celle-ci, mais représente essentiellement un problème dont la solution la plus efficace passera par le nouveau contenu à enseigner » (Douady, 1986, citée par Vlassis et Demonty, 2002, p. 33).

Douady (1986) met l'accent sur l'énoncé (contexte et question) qui doit avoir un sens pour les élèves. Ainsi Vlassis et Demonty (2002) retiennent les critères d'une situation-problème cités par Douady (1986) et ajoutent un troisième directement relié à l'algèbre.

> Dans le contexte algébrique, les problèmes posés ne doivent pas spécialement être concrets ou consacrer de la vie de tous les jours. En effet, d'une part, il est difficile de trouver des problèmes de cette nature, si ce n'est dans le cas des équations, mais dans le programme d'algèbre ne se résume pas aux équations. Et, d'autre part, **la fonction principale de l'algèbre n'est pas de résoudre des problèmes de la vie quotidienne.** (Vlassis et Demonty, 2002, p. 33)

Elles donnent des exemples de situation-problèmes centrées sur la fonction de l'algèbre comme les problèmes de dénombrement (les suites) et les problèmes de type « choisis un nombre ».

La place de la situation-problème dans une séquence d'enseignement pour ces chercheurs diffère de celle présentée par le MELS. En effet pour le ministère, une situation-problème peut prendre place à n'importe quel moment de la séquence d'enseignement et sa fonction peut ne pas être celle de présenter de nouvelles connaissances mais d'utiliser les connaissances acquises. Toutefois, ces chercheurs et le programme convergent sur le fait que face à une situation-problème, l'élève a le rôle d'un chercheur qui cherche à concevoir une stratégie pour pouvoir résoudre.

Dans son article, Pallascio (2005) parle non pas de *situations* d'application mais plutôt de *problèmes* d'application. Ces derniers sont définis par Pallascio comme des problèmes qui permettent d'utiliser et d'entraîner des connaissances en voie de construction. Ils prennent place à la fin de la séquence d'apprentissage, il s'agit donc pour l'élève d'appliquer une stratégie. L'élève est vu ici comme un exécutant. Les situations d'application telles que présentées par le MELS vont au-delà d'une simple application de connaissances puisqu'il s'agit, comme présenté précédemment, de déployer un raisonnement mathématique qui est rattaché à l'élaboration de conjectures, de justifications. La situation d'application, *les* *délégations*, illustre ces caractéristiques. En effet, on demande à l'élève de se prononcer et de justifier : « *Le budget est-il suffisant? Expliquez pourquoi.* » La question requiert une justification, une explication et non pas un simple calcul.

D'autres chercheurs (Jonnaert, 2010; Jonnaert et Koudgobo, 2004) proposent une clarification entre les concepts de *contexte, situation, tâche, problème et situation-problème* pertinente pour cette étude. Le schéma suivant montre les inclusions successives :

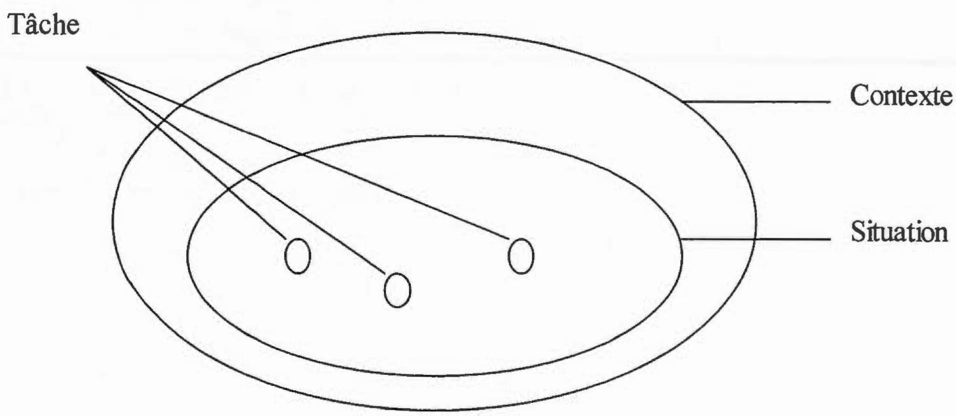


Figure 2.1 Lien entre contexte, situation et tâche.

Le *contexte* donne du sens à une situation. Il comprend la personne en situation, une série de ressources, des contraintes et des obstacles. Le contexte permet à l'élève de donner du sens à ce qu'il fait en classe comme activités. Une *situation* est un ensemble plus ou moins complexe et organisé de circonstances. Ces dernières peuvent être des ressources (directes ou indirectes) ou des contraintes pour le traitement de la situation. Pour éclaircir ces concepts, nous avons choisi un exemple de Jonnaert et Simbagoye (2010) : « un enseignant peut proposer à ses élèves, durant la saison des pluies au Benin, d'effectuer une série de relevés pluviométriques dans la cour de l'école afin de calculer la moyenne pluviométrique journalière durant un mois » (p. 115). Cette situation a du sens pour l'élève puisqu'elle est proposée dans le contexte de la saison des pluies. L'élève est tout entier en situation.

Schroeder et al (2007) et, Jonnaert et Simbagoye (2010) vont dans le même sens que le programme de formation de l'école québécoise en soulignant l'importance du contexte dans les situations à proposer aux élèves. Ils soulignent que les activités contextualisées ou les activités qui permettent à l'élève de faire un lien entre son contexte de vie et le contenu de son cours offrent un meilleur apprentissage que les activités décontextualisées, surtout pour l'élève faible.

Une *tâche* est définie comme requérant simplement l'utilisation de ce qui est connu et l'utilisation de ressources accessibles, alors qu'un *problème* est une tâche qui ne s'accomplit pas automatiquement. L'élève doit faire des démarches supplémentaires par rapport à ce que la tâche demande pour obtenir les ressources manquantes. L'exemple de la pluviométrie peut être considéré comme une tâche s'il est proposé à l'élève de relever les données pluviométriques dans un cahier, l'élève a alors juste besoin de lire le niveau de l'eau atteint dans le pluviomètre et noter ces données dans son cahier. L'élève aboutit ainsi à son but sans rencontrer d'obstacle. Si l'élève ne peut pas lire le niveau de l'eau dans le pluviomètre, la tâche devient un problème. Jonnaert (2010) précise que certaines tâches sont des problèmes pour une personne alors qu'elles ne le sont pas nécessairement pour d'autres.

Une *situation-problème* est définie par un ensemble de tâches dans lequel au moins une des tâches est un problème pour les élèves. Si le traitement de la situation de pluviométrie requiert que l'élève comprenne le plan pour la construction d'un pluviomètre, d'apprendre à faire des relevés du niveau de l'eau dans un pluviomètre ou de résoudre différents problèmes afin de trouver la moyenne pluviométrique sur toute la durée d'un mois. Alors, cette situation devient une situation-problème. Une situation-problème est donc complexe et s'articule autour d'un ensemble de tâches.

Des visions similaires sont proposées par plusieurs chercheurs, cités par Jonnaert (2010) comme, J.-F. Richard (1985), et, Jonnaert et Vander Borght (2009). D'autres chercheurs comme De Vecchi et Carmona – Magnaldi (2002), D'Hainaut (1988), Poirier – Proulx (1999), Tardif (1992) caractérisent un problème d'une façon différente.

J.-F. Richard (1985) caractérise une situation-problème par trois états : un état de départ qui est la situation initiale, un état-but constituant la situation finale et des opérateurs formés des actions permettant de relier l'état initial à l'état-but. Pour De Vecchi et Carmona–Magnaldi (2002), un *problème* est une situation initiale qui nécessite l'élaboration d'une suite d'actions en mobilisant une activité intellectuelle afin d'atteindre le but imposé qui est inconnu initialement. La solution demande une démarche de recherche pour l'atteindre. Hainaut (1988) va dans ce même sens, il spécifie qu'un *problème* existe si au moins un des facteurs suivants est nouveau pour celui qui le résout : *(a) la classe de la situation initiale, (b) le processus de résolution, (c) la classe de situation finale (la solution).* Poirier – Proulx (1999) choisissent de définir un *problème* à résoudre par

- L'existence d'un écart, d'une distance entre une situation présente jugée insatisfaisante et une situation désirée ou un but à atteindre;

- une absence d'évidence du cheminement menant à la réduction de l'écart exigeant ainsi, de la part du sujet, d'une démarche cognitive active d'élaboration et de vérification d'hypothèses sur la même nature de cet écart et les moyens possibles de le réduire;

- Le caractère subjectif relie à la résolution de problèmes; en effet, une même situation fera problème à une personne qui devra comprendre la tache à accomplir et élaborer une stratégie de résolution, alors que pour une autre, il s'agit simplement d'expliquer une procédure, si complexe soit-elle. (Cité dans Jonnaert, 2010, p. 136)

Enfin, *Tardif (1992)* spécifie qu'un *problème* possède quatre caractéristiques distinctes. La première est qu'un problème a un but à atteindre, la seconde se révèle dans les données offertes par le problème qui amènent la personne à se construire une représentation du problème. Ainsi, les contraintes ou les obstacles que la personne doit surmonter dans la démarche de résolution forment la troisième caractéristique. Pour résoudre un problème, la personne fait une recherche cognitive à partir du but désiré pour savoir comment procéder. Ce fait constitue la quatrième caractéristique. Tardif a conclu que l'existence d'un problème dépend de la base des connaissances dans la mémoire d'une personne qui n'arrive pas à trouver le fil conducteur pour surmonter les contraintes afin de résoudre le problème. Donc, un *problème* n'est pas un *problème* pour tous. Il définit *une situation-problème comme une situation à traiter, avec des contraintes et des obstacles à franchir.*

Ainsi, une *situation-problème* est une situation complexe et riche qui requiert de la part de l'élève la mobilisation de différents concepts et processus, de la créativité, un esprit de synthèse, et face à laquelle l'élève se trouve confronté à un obstacle. Les situations d'apprentissage visent le développement de compétences.

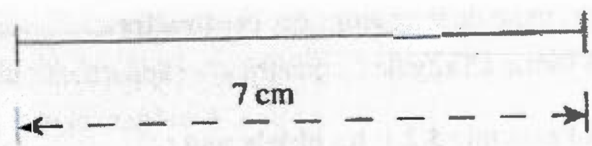
La définition d'une situation-problème retenue dans cette étude après la lecture de tous ces points de vue pourrait s'énoncer comme suit :

Une situation-problème est une situation comportant plus qu'une tâche liée ou non dont l'une au moins est un problème. Dans une situation-problème, l'élève rencontre des contraintes et des obstacles et il doit les surmonter en élaborant une série d'actions pour atteindre le but désigné. Elle est caractérisée par un contexte qui influence sa complexité.

À ce stade de cette étude une distinction est essentielle à faire entre la *démarche de résolution* de problèmes et *les caractéristiques d'une situation-problème*. En ce qui a trait à la démarche de résolution de problèmes, Tardif (1992) organise cette résolution en deux catégories : la représentation du problème et la solution de celui-ci. Plusieurs chercheurs proposent différentes démarches de résolution de problème. Par exemple, Polya (1945) résume cette démarche en quatre étapes : *Définir, planifier, exécuter et rétroacter.* Pour Jonnaert (1997), l'élève passe dans la résolution de problèmes par quatre étapes consécutives formées chacune de plusieurs catégories. Dans la première étape, l'élève doit *se construire une représentation de la situation-problème* pour pouvoir ainsi *se construire une représentation du but à atteindre* en définissant à partir des données quel est le résultat attendu. Pour résoudre le problème, l'élève *élabore une stratégie de traitement* qui l'amène à un résultat qui sera *vérifié* en le comparant à l'hypothèse qu'il a déjà formulée. Ces recherches s'attardent à l'élève en action dans la résolution. Dans mon étude, ce point de vue ne sera pas traité, je m'attarde plutôt à analyser la situation-problème présentée, ses caractéristiques sans considérer l'élève en action.

2.3 Une grille pour analyser les situations-problèmes

Jonnaert (1997) caractérise une situation (une tâche ou une situation-problème) par trois classes de paramètres : les objets, les opérateurs et les produits. L'articulation de ces trois paramètres constituent la structure d'une situation qui sera habillée dans un contexte et présentée aux élèves. Qu'entend-on par chacun de ces trois paramètres? Jonnaert définit les objets comme les *matériaux* nécessaires à l'élève pour exercer une activité. Ces matériaux peuvent être donnés dans la situation ou l'élève doit lui-même les chercher. Les opérateurs sont les outils que l'élève applique aux objets donnés pour traiter la situation comme par exemple, des formules, des règles, des algorithmes... Ces opérateurs sont donnés dans la situation ou alors l'élève doit se servir de références pour les retrouver. Le produit est *le résultat des traitements sur les objets par les opérateurs* (Jonnaert, 1997, p.118), par exemple, la réponse attendue ou la solution. Pour éclaircir le rôle de chacun de ces éléments, l'exemple suivant a été choisi, extrait de (Jonnaert, 1997, p.115) :



Un enseignant de 4ᵉ primaire fournit à ses élèves la mesure de la longueur d'un segment de droite.
Il exprime cette mesure en cm : 7.
Il dit que c'est la mesure de la longueur d'un côté d'un quadrilatère, et que ce quadrilatère est un carré.
Il demande à ses élèves de calculer l'aire du quadrilatère en appliquant la formule apprise antérieurement.

Dans cette situation, les objets sont fournis à l'élève, c'est sur ceux-ci que l'élève exercera son activité. Ces objets sont le segment de droite, l'unité de longueur de ce segment en cm, la mesure de sa longueur qui est égale à 7 et la forme du quadrilatère qui est un carré. Les opérateurs ou les outils que l'élève utilisera pour traiter la situation ne sont pas fournis à l'élève. Il doit lui même organiser une démarche de recherche pour trouver les opérateurs qui représentent dans cet exemple : la formule de l'aire d'un quadrilatère carré donnée par c x c, la transformation des unités de longueur en unités d'aire: $cm \rightarrow cm^2$.

Le produit, représentant le troisième élément d'une situation et résultant des traitements des opérateurs sur les objets, désigne dans cet exemple l'aire du carré exprimé en cm^2 : 49.

Ces trois classes de paramètres [objet(s), operateur(s) et produit(s)] constituent *le squelette de la situation*. Celle-ci sera compréhensible en habillant ce squelette, c'est-à-dire en présentant *le squelette* dans un énoncé accessible à l'élève de manière à ce que celui-ci soit capable de traiter la situation. Ce chercheur précise qu'il ne faut pas exagérer en habillant le squelette d'une situation pour ne pas perturber l'élève par des informations qui ne sont pas nécessaires au traitement de la situation.

Pour pouvoir analyser une situation, l'enseignant doit tenir compte de ces quatre éléments (les 3 paramètres qui constituent le squelette de la situation et l'habillage de celle-ci). Cet outil permet également à l'enseignant de créer de nouvelles situations. Dans ce cas, il doit d'abord définir l'objectif de la situation, ensuite caractériser son squelette et finalement son habillage (par un énoncé). Une situation pose des problèmes à l'élève quand ce dernier rencontre des contraintes et est confronté à des obstacles à franchir pour atteindre le but. Cette situation devient alors une « situation-problème ». Mais quelles sont les caractéristiques d'un problème? Celui-ci se caractérise par des obstacles à franchir rencontrés par l'élève dans la situation, par un manque dans les informations nécessaires pour traiter la situation et pour arriver au but fixé donc une partie *non-maîtrisée* par l'élève est présente dans la situation. Cette partie peut se présenter sous la forme d'éléments inconnus qui portent sur les objets, l'élève devant chercher les données ou une partie d'entre elles. Elle peut porter sur les opérateurs si l'élève doit chercher une partie ou toute la procédure de résolution ou sur les produits dès que l'élève est obligé de chercher les solutions ou une partie des solutions. Ainsi, les inconnues peuvent se trouver dans plusieurs endroits de l'énoncé. La place des inconnues est importante, elle influence les objectifs du problème.

Ces éléments sont donc des inconnues lorsque les informations sur ces éléments ne sont pas toutes fournies à l'élève dans la situation. Il doit lui-même les chercher dans des fichiers, des manuels, des dictionnaires. Selon, Jonnaert et Laveault (1994, p. 12), trois degrés d'incertitude attachés aux paramètres de la situation sont retenus en fonction de la quantité d'informations fournie à l'élève :

-i^+ : indice fort sur le paramètre et incertitude faible. Le paramètre est présent dans la situation et l'élève peut y accéder sans faire de traitement sur la situation. Le paramètre est une donnée du problème.

- i^- : indice faible sur le paramètre et incertitude forte. Le paramètre est présent dans la situation, mais le sujet doit effectuer un traitement sur la situation pour y accéder.

- i^o: indice nul sur le paramètre et incertitude maximale. Le paramètre est absent de la situation, le sujet doit, soit le conjecturer, soit le chercher ailleurs que dans la situation.

Le tableau ci-dessous extrait de Jonnaert (1990) montre les différents statuts d'une situation selon ses paramètres, ainsi que le niveau de l'information et le degré d'incertitude sur ces paramètres. La situation devient une situation-problème à partir de la troisième ligne. Plus le niveau d'informations est faible, plus l'élève va rencontrer des obstacles et des contraintes dans la situation.

Tableau 2.1 Extrait de Jonnaert (1990) sur les statuts des situations

Paramètres de la structure de la Situation			*Caractérisation des paramètres*			*Statuts de la situation*
Objet(s)	*Opérateur(s)*	*Produit(s)*	***Niveau de l'information (NI)***	***Degré d'incertitude (DI)***	***Degré d'ouverture (DO)***	***Situation(S) /situation-problème (SP)***
i^+	i^+	i^+	Maximum	Nul	Nul	Absence de problème; situation fermée-(S)
i^+	i^+	i^-	Elevé	Faible	Quasi nul	Absence de problème; situation fermée-(S)
i^+	i^-	i^-	Moyen	Moyen	Faible	SP potentielle;
i^+	i^-	i^0	Faible	Élevé	Faible à moyen	Fort potentiel de SP
i^+	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Élevé	SP
i^-	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Très élevé	SP quasi ouverte
i^0	i^0	i^0	Nul	Maximum	Maximum	SP ouverte

Dans le tableau ci-dessus synthétisant des données extraites de Jonnaert, Lauwaers et Peltier (1990), la situation devient une situation-problème à partir de la troisième ligne. Il y a trois caractérisations des paramètres qui varient selon la variation des paramètres de la situation. Le niveau de l'information représente la quantité d'information associée aux paramètres de la situation. Le degré d'incertitude dépend de cette quantité fournie à l'élève, plus la quantité d'information est élevée, plus le degré d'incertitude est bas. Donc, le niveau de l'information et le degré d'incertitude progressent inversement sur un axe allant de nul à maximum. Ainsi, le degré d'ouverture de la situation est fonction du degré d'incertitude, plus le degré d'incertitude est élevé plus la situation est ouverte. En résumé, le statut de la situation dépend de ses paramètres et de la caractérisation de chacun de ses paramètres.

Voici quelques exemples extraits de Jonnaert (1997) qui vont aider à mieux comprendre les différents statuts des inconnus dans une situation et les différents statuts des informations. Pour mieux analyser chacune des situations, nous avons appliqué le tableau ci-dessus.

Situation 1

Le contrôleur du train n'est pas content ! Jean-Pierre a perdu son abonnement et le contrôleur croit qu'il est monté dans le train sans payer sa place. Le contrôleur réclame non seulement le prix de la place au tarif plein, 220 F, mais en plus il lui réclame une taxe de 30% du prix de la place. Recherche ce que devra payer Jean-Pierre.

Tableau 2.2 Structure de la situation 1

Objet	**Opérateur**	**Produit**
Le prix de la place au tarif plein, (220F) : i^+	La proportionnalité : i^-	Le prix de la place à payer par Jean-Pierre : i^-

L'inconnue dans cette situation est posée sur le produit qui est le prix de la place à payer par Jean-Pierre. Pour résoudre le problème, l'élève est amené à trouver les opérateurs nécessaires et devraient lui être familiers à ce stade de son étude. Le tableau ci-dessous représente les informations sur les éléments de la situation (p. 130) :

Dans l'exemple ci-dessous tiré de Jonnaert (1997, p.130) l'inconnue est placée sur chacun des paramètres.

Situation 2

Quel est le nombre moyen d'élèves par année scolaire dans ton école ? Fais une enquête dans ton école et renseigne-toi sur le nombre d'élèves qu'il y a par année scolaire. Calcule ensuite la moyenne des élèves par année scolaire.

Année scolaire	***Relevé du nombre d'élèves par année scolaire***
Nombre d'élèves	
Année	

Calcul de la moyenne : ______________________

Nombre moyen d'élèves par classe : ______________________

Année dans laquelle il y a le plus d'élèves : ______________________

Année dans laquelle il y a le moins d'élèves : ______________________

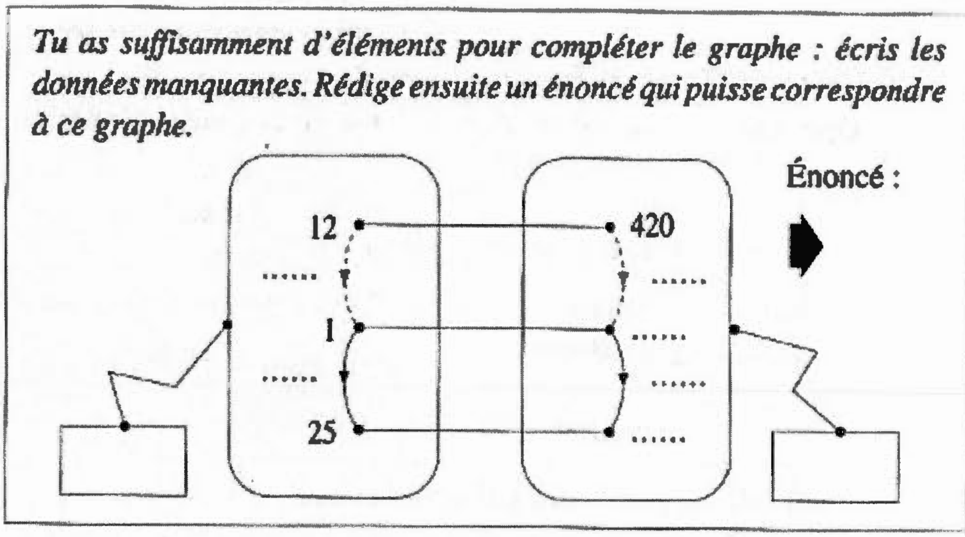
Dans cette situation, malgré que les données semblent en quelque sorte familières à l'élève, l'objet, l'opérateur et l'inconnue ne sont pas fournis mais il y a des indices sur chacun d'eux. L'élève doit chercher ces données pour appliquer un opérateur qui devrait lui être familier à ce niveau d'études afin de résoudre le problème et trouver la solution. Les informations sur les paramètres de la situation sont représentées comme suit :

Tableau 2.3 Structure de la situation 2

Objet	**Opérateur**	**Produit**
Le nombre d'élèves par année scolaire : i	La moyenne : i	La moyenne des élèves par année scolaire et par classe : i

Il arrive que pour certaines situations, l'opérateur et le produit soient inconnus comme dans l'exemple ci-dessous (Jonnaert, 1997, p.131) :

Situation 3



L'élève est amené à chercher les données manquantes et à appliquer l'opérateur qui lui est partiellement fourni mais n'est pas connu pour rédiger l'énoncé de la situation qui représente le produit. L'inconnue est donc posée sur l'opérateur et sur le produit. Les informations sur *le squelette de la situation* sont données dans le tableau ci-dessous :

Tableau 2.4 Structure de la situation 3

Objet	**Opérateur**	**Produit**
Les données du graphe : ī	La combinaison entre les nombres du premier diagramme : ī	Rédiger un énoncé : ī

Le tableau synthèse ci-dessous présente les éléments du *squelette* d'une situation qui seront pris en compte dans l'analyse menée dans cette étude autour des situations présentées dans les manuels scolaires du premier cycle du secondaire autour de l'introduction de l'algèbre :

Tableau 2.5 Présentation des éléments du *squelette* d'une situation

Objets	**Opérateurs**	**Produit**
- Matériaux nécessaires à l'élève pour traiter la situation. - Fournis ou non à l'élève.	- Outils appliqués par l'élève sur les objets pour traiter la situation. - Donnés ou non par la situation.	- Le résultat des traitements des opérateurs sur les objets.

Dans cette étude, ce sont les caractéristiques d'une situation et les phases de résolution de problème qui seront identifiées. Comme précisé plus haut, la démarche de résolution de problème est à dissocier et ne sera pas traitée ici. Dans cette démarche, l'élève doit s'approprier d'abord les éléments d'une situation pour pouvoir ensuite construire une représentation de la situation-problème et du but à atteindre afin d'élaborer une stratégie de traitement et résoudre le problème. L'élève est amené enfin à vérifier le résultat trouvé.

2.4 Conditions d'une situation intéressante

Six conditions sont nécessaires pour qu'une situation existe pour l'élève (Jonnaert et Vander Borght, 2009). Ces conditions se caractérisent par le sens de la situation proposée à l'élève (est-ce que la situation proposée à l'élève est porteuse de significations par rapport à ses connaissances), par le but de cette situation (qu'apporte cette situation à l'élève), par le traitement de cette situation (l'élève doit imaginer le mode de traitement nécessaire à cette situation). Ainsi, une des conditions montre qu'une situation devient intéressante pour l'élève lorsqu'elle est liée à différents concepts que l'élève peut également trouver dans d'autres situations. Alors que, l'existence de plusieurs traitements possibles pour la résolution d'une situation et la nécessité de choisir un mode de traitement amène à une situation dite « situation ouverte » définissant la cinquième condition. La dernière condition est l'apprentissage de cette situation (à quoi sert son apprentissage? Est-ce que cette situation amène l'élève à construire de nouvelles connaissances?)

Cette étude s'intéresse plus particulièrement à l'introduction de l'algèbre et à la nature des situations présentées dans les manuels dans ce sens. Cette intention m'amène à m'intéresser à la distinction entre les raisonnements arithmétique et algébrique.

2.5 Caractérisation des raisonnements arithmétique et algébrique

Bednarz et Janvier (1996) distinguent le raisonnement arithmétique du raisonnement algébrique en résolution de problèmes. Il existe différents types de raisonnements arithmétiques, la particularité de ceux-ci réside dans le recours au début de la résolution à des nombres pour opérer. Un de ces raisonnements prend comme point de départ de la résolution l'état connu du problème. À partir de cet état connu, l'élève peut générer les inconnues du problème. Ce raisonnement s'appuie sur des nombres et génère les grandeurs à partir des liens qui lient ces grandeurs. Un autre raisonnement arithmétique relevé par les chercheures est celui où l'élève crée un état initial en utilisant un nombre fictif (par exemple les procédures essais-erreurs). Le raisonnement algébrique est tout autre, l'élève part d'un état non connu mais qu'il considère connu et opère en utilisant les liens fournis pour écrire une équation mathématisant le problème que l'élève va par la suite résoudre.

Schmidt (1996) s'est intéressée à identifier les ruptures existant entre l'arithmétique et l'algèbre au niveau des démarches de raisonnement dans ces deux domaines chez des futurs maîtres. Elle met en lumière « une dialectique fonctionnelle » (p. 286) dans le cadre de la résolution de problèmes arithmétiques nécessitant la mise en œuvre d'une démarche algébrique de résolution. Dans son expérimentation, elle a présenté à plusieurs futurs enseignants une épreuve écrite contenant huit problèmes mathématiques dont quatre de « tradition arithmétique » et quatre de « tradition algébrique » (p. 279). Ces situations ont été sélectionnées à partir de la grille d'analyse des problèmes développée par Bednarz et Janvier (1994) et qui sera explicitée au prochain point. L'analyse des résultats au test écrit montre que certains de ces futurs enseignants ont utilisé l'arithmétique pour résoudre les deux types de problèmes, soit les problèmes connectés dans lesquels « une relation peut facilement être établie entre deux données connues, induisant alors un raisonnement de type arithmétique s'articulant sur les données connues du problème pour aboutir en fin de processus à retrouver la donnée inconnue » (p. 279) et les problèmes déconnectés dans lesquels « aucun pont ne peut être établi a priori directement entre les données connues du problème » (p. 279). D'autres ont eu recours à l'algèbre même pour les problèmes connectés. Enfin, quelques futurs enseignants ont employé tantôt l'arithmétique tantôt l'algèbre.

Pour mieux comprendre les raisons qui ont amenées les futurs enseignants à résoudre les problèmes en utilisant une seule de ces deux approches, la chercheure a passé des entrevues individuelles à huit futurs enseignants appartenant aux trois groupes, primaire, adaptation scolaire et secondaire. Il en ressort que les difficultés rencontrées par ces sujets dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre et inversement, de l'algèbre à l'arithmétique sont liées au symbolisme, au type de contrôle exercé et au rapport entretenu avec l'arithmétique et l'algèbre. Schmidt conclut qu'il existe « une dichotomie entre l'arithmétique et l'algèbre chez les futurs enseignants » (p. 291). Toutefois, certains sujets sont dits à tendance mixte, ces derniers procédant à une articulation entre l'arithmétique et l'algèbre.

Schmidt (1996) donne l'exemple de Maxime, un sujet à tendance mixte pour qui l'écriture littérale est « un outil de modélisation ». En effet, Maxime utilise les lettres « *x* » et « *z* » pour modéliser les relations présentes dans l'énoncé du problème suivant :

> Arsène Ponton lègue sa fortune à ses trois nièces. Marie, Chantal et Sophie. Il donne 2 fois plus d'argent à Marie qu'à Chantal, 36 000$ de plus à Sophie qu'à Chantal et finalement 43 000$ de plus à Marie qu'à Sophie. Combien d'argent recevront Marie, Chantal et Sophie? (Annexe 2, problème n°5, p. 294)

x désigne le montant de Chantal, $2x$ celui de Marie et z celui de Sophie. Cette modélisation permet à Maxime de situer le montant de Sophie entre celui de Chantal et de celui de Marie. Il arrive ainsi à déduire que l'écart entre le montant de Marie et de Chantal est de 79 000$. En s'appuyant sur des valeurs de x et de $2x$, il essaie de trouver deux nombres dont l'un est le double de l'autre, l'écart entre les deux étant connu (79 000$). Donc, par des essais numériques, il a pu contrôler la double relation multiplicative et additive pour résoudre le problème par un raisonnement arithmétique. Maxime a utilisé l'écriture symbolique pour indiquer la partie de Chantal et de Sophie. La situation est alors modélisée sous la forme de trois expressions « algébriques » (x, $2x$ et z), qui permettent de garder la trace de l'analyse orale réalisée. Maxime applique ensuite la méthode arithmétique de type « essais-erreurs » pour résoudre le problème modélisé par l'algèbre.

Une dialectique entre l'arithmétique et l'algèbre se dégage donc de cette résolution du problème : l'algèbre permet de garder trace de l'analyse du modèle de situation qui sert de support au raisonnement arithmétique et l'arithmétique a une fonction d'outil permettant de résoudre le système d'équations élaboré.

2.6 Un retour sur les composantes de l'algèbre

Au point 1.3 de la problématique, différentes composantes de l'algèbre ont été relevées au premier cycle du secondaire : la généralisation à des fins de construction de formules, la généralisation à des fins de preuves, la résolution de problèmes et la manipulation algébrique. Ces composantes se retrouvent chez Vlassis et Demonty (2002) qui classent l'activité algébrique en deux niveaux, formel et fonctionnel. Pour Kieran (2007), cette activité prend place selon trois aspects, *génératif, transformationnel* et *global.* Mais quelles sont les composantes, les niveaux ou les aspects à privilégier lors de l'introduction de l'algèbre? Squalli (2003) apporte des éléments de réponse à cette question. En effet, il se questionne sur l'approche didactique à utiliser dans l'enseignement de l'algèbre dans l'éducation de base. Il distingue pour cela quatre approches, *langage*, *structures*, *modélisation* et *fonction*. Ce questionnement l'amène également à distinguer quatre aspects essentiels dans la pensée algébrique liés à ces approches,

> 1) l'habileté à penser analytiquement; 2) l'habileté à construire, à interpréter et à valider des modèles algébriques de situations réelles ou mathématiques; 3) l'habileté à manipuler des expressions algébriques selon des règles prédéfinies et 4) l'habileté à généraliser et à abstraire des relations, des règles, des structures algébriques de même que des structures de situations réelles ou mathématiques (Squalli, 2003, p. 91).

Dans l'approche *langage,* l'apprentissage du langage algébrique est central. Il s'agit comme le précise le chercheur d'

> accepter de représenter algébriquement des variables et des relations entre variables et d'opérer algébriquement sur ces représentations; en particulier, d'apprendre à penser analytiquement. De lire, former des écritures algébriques de manière syntaxiquement

> valide; d'exprimer algébriquement des relations et interpréter des écritures algébriques dans divers types d'activités et de contextes (...). De manipuler le calcul algébrique de manière formellement valide et fonctionnellement pertinente. (Squalli, 2003, p. 165)

Les objectifs de l'approche *structures* sont d'appréhender la notion générale d'opération, d'abstraire, de généraliser des structures algébriques, d'abstraire et de généraliser des structures de situations algébrisables. Le chercheur rentre dans cette approche le travail sur les suites arithmétiques fait au premier cycle du secondaire. L'approche *modélisation* permet d'arrimer les mathématiques au monde réel, elle permet d'étudier des phénomènes réels. L'approche *fonction* est liée à l'idée de variation. Il s'agit « d'apprendre à décrire, à manipuler et à interpréter des relations fonctionnelles algébriques, celles pouvant être représentées par des expressions algébriques » (p.172). Squalli (2003) propose une approche didactique « mixte » de l'algèbre dans l'éducation de base, c'est-à-dire une approche qui intègre de façon cohérente les approches citées. Au tout début de l'apprentissage, l'approche *structure* serait appropriée. Squalli (2003) donne comme premier exemple un travail sur les opérations et comme deuxième exemple le travail sur les régularités :

> On doit familiariser l'apprenant avec de multiples situations où figurent des opérations. En utilisant des situations concrètes spécifiant des structures algébriques, l'apprenant peut s'initier à comparer les propriétés des opérations et à identifier les structures algébriques isomorphes. La recherche de régularités est un thème qui peut être abordé au début de l'apprentissage de l'algèbre. (Squalli, 2003, p. 178)

De plus, il précise que l'apprentissage du langage algébrique doit se faire constamment et parallèlement aux autres aspects de l'algèbre. Finalement, Squalli précise que l'approche *modélisation* s'intègre bien avec l'approche *fonction* puisqu'une relation fonctionnelle peut être le modèle de plusieurs situations réelles ou mathématiques.

2.7 Un cadre d'analyse pour des problèmes en algèbre

Bednarz et Janvier (1994) ont élaboré une grille d'analyse qui permet de situer la complexité d'un problème, grille qui a été reprise par Marchand (1997) dans une étude sur les manuels scolaires issus du programme de 1992. Pour concevoir cette grille, Bednarz et Janvier (1994) se sont appuyées sur le cadre conceptuel de Vergnaud (1982) autour du calcul relationnel dans les problèmes arithmétiques. Par exemple pour les problèmes suivants (Vergnaud, 1989-90, p. 65):

> **Exemple 9 : Pierre a 5 billes. Il joue une partie avec des amis et gagne 7 billes. Combien de billes a-t-il maintenant ?**
>
> **Exemple 10 : Robert vient juste de perdre 7 billes. Il a maintenant 5 billes. Combien de billes avait-il avant de jouer ?**
>
> **Exemple 11 : Thierry vient de jouer deux parties de billes. A la seconde partie il a perdu 7 billes. Quand il compte ses billes à la fin, il s'aperçoit qu'il a gagné en tout 5 billes. Que s'est-il passé à la première partie ?**

Le chercheur a remarqué que le taux de réussite diffère d'un problème à un autre même si ces trois problèmes se résolvent par la même opération « 5+7 ». Les élèves n'ont réussi à résoudre le problème de l'exemple 10 qu'un à deux ans après avoir réussi le problème de l'exemple 9. De plus, 75% des élèves de 12-13 ans ont échoué le problème de l'exemple 11. Ainsi, le problème de l'exemple 11 est plus complexe que les deux autres. La structure de chacun de ces problèmes qui peut être mise de l'avant par la schématisation suivante fournit une explication de la complexité de ces problèmes.

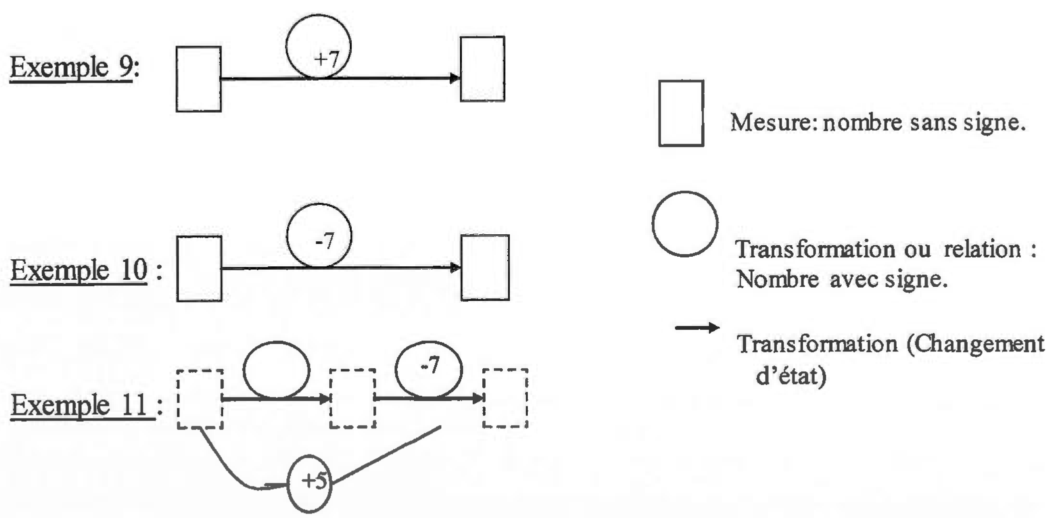


Figure 2.2 Schémas de complexité de trois types de problèmes.

Nous pouvons constater que le problème de l'exemple 9 est moins complexe que les deux autres car l'état initial et la transformation sont donnés. Pour résoudre le problème, il suffit d'opérer « directement » avec les données présentées dans l'énoncé. Le problème de l'exemple 10 est plus complexe que le précédent, ici sont donnés l'état final et la transformation. Pour résoudre le problème, l'élève doit faire subir une modification à la transformation donnée, il doit associer à l'état final la relation opposée de celle fournie dans l'énoncé (-7 dans l'énoncé mais il faut faire +7). Le problème de l'exemple 11 est le plus complexe. En effet, aucun état n'est donné, l'élève doit opérer sur deux transformations données. Il s'agit pour l'élève d'interpréter correctement deux transformations, ce qui est complexe.

Bednarz et Janvier (1994) se sont, quant à elles, intéressées à construire une grille d'analyse des problèmes cette fois-ci algébriques. Elles distinguent trois types de problèmes : des problèmes de type partage inéquitable (de comparaison), les problèmes impliquant une transformation et les problèmes impliquant une relation entre grandeurs non homogènes par l'intermédiaire d'un taux. Voici un exemple de chacun de ces types de problèmes présenté par les chercheures :

Problème de partage inéquitable :

> 380 étudiants sont inscrits aux trois activités sportives offertes durant la saison. Il y a trois fois plus d'étudiants inscrits au basket-ball qu'au patinage, et il y a 114 étudiants de plus inscrits à la natation qu'au basket-ball. Combien d'étudiants se sont inscrits à chacune des activités ?

Pour l'analyse de ce type de problème, les chercheures s'attardent au nombre de relations de comparaison, à leur nature et aux quantités données. Dans le cas du problème précédent, il y a deux relations de comparaison, une relation multiplicative *(trois fois plus d'étudiants inscrits au basket-ball qu'au patinage)* et une relation additive *(114 étudiants de plus inscrits à la natation qu'au basket-ball)* qui sont liées par une composition de ces deux relations *(le nombre d'étudiants inscrits à la natation dépend du nombre d'étudiants inscrits au basket-ball, ce dernier dépend du nombre d'étudiants inscrits au patinage)*. Il y a une relation entre une quantité totale (connue, c'est un état) et les inconnues *(380 étudiants correspond au nombre d'étudiants inscrits à la natation, au patinage et au basket-ball).*

Problèmes de transformation :

Luc a 3,50 $ de moins que Michel. Luc double son montant d'argent tandis que Michel augmente le sien de 1,10 $. Maintenant Luc a 0,40 $ de moins que Michel. Combien chacun avait-il au départ ?

Dans ce type de problèmes, une transformation dans le temps est mise de l'avant *(les avoirs de Luc et Michel à un moment donné et leurs avoirs plus tard dans le temps)*. Il y a deux relations de comparaison reliant les montants de Luc et Michel *(Luc a 3,50$ de moins que Michel et Luc a 0,40$ de moins que Michel)*. Il y a de plus deux transformations : une multiplicative *(quand le montant de Luc double)* et une additive *(lorsque le montant de Michel augmente)*.

Problème impliquant un taux :

Pour rejoindre deux villes, un homme en moto a réalisé une vitesse moyenne de 80 km/h dans un sens et de 60 km/h dans l'autre sens, il a accompli ainsi un aller-retour en 7 heures. Quelle est la distance entre les deux villes ?

Dans ce type de problèmes, le lien entre les grandeurs est exprimé par un taux. Dans l'exemple ci-dessus, *la distance entre les deux villes* et *le temps mis pour parcourir le trajet entre les deux villes* sont mis en relation à l'aide d'un taux (vitesse à l'aller, vitesse au retour). Il y a de plus une relation implicite entre la distance, qui est la même à l'aller et au retour, et le temps mis à l'aller et au retour.

Bednarz et Janvier (1994) ont développé un cadre d'analyse pour les problèmes de type « partage inéquitable ». Elles ont ciblé certains éléments qui peuvent expliquer la complexité du problème :

- le nombre de relations de comparaison impliquées,

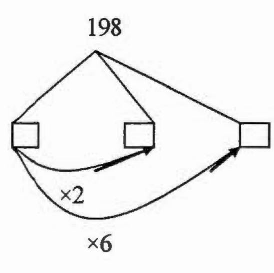
- la nature des relations (additive, multiplicative, ...)

- le nombre de générateurs.

D'une part, elles ont constaté que les problèmes donnant lieu à composition de deux relations additives entre les données est moins complexe à la fois que ceux dont les deux relations sont multiplicatives et que ceux dont les deux relations sont respectivement additive et multiplicative. D'autre part, elles soulignent que si différentes grandeurs peuvent être exprimées en fonction d'une même grandeur, alors le problème est plus simple à résoudre qu'un autre impliquant une composition de relations. Pour mieux illustrer ce deuxième énoncé, citons des exemples de problèmes présentés dans Marchand et Bednarz (1999).

Problème 1 : Trois enfants jouent aux billes. Ils ont ensemble 198 billes. Pierre a 6 fois de billes que Denis et Georges a 2 fois plus de billes que Denis. Combien de billes possède chacun des enfants ?

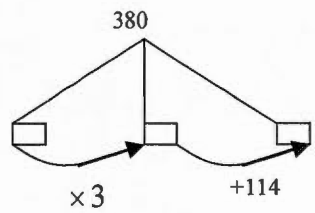
Les chercheures illustrent la structure du problème par la schématisation suivante qui montre le nombre et la nature des données ainsi que le type d'enchaînement.



Cette schématisation permet de voir que deux des grandeurs *(avoir de Pierre et l'avoir de Georges)* peuvent être exprimées en fonction d'une même grandeur *(avoir de Denis)*. Ce type de problème est plus simple que le problème suivant que nous avons énoncé précédemment :

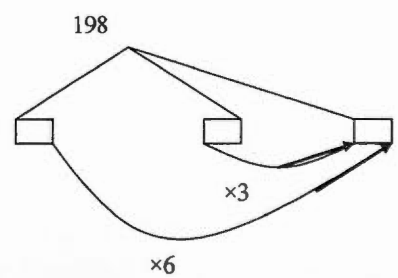
Problème 2 : 380 étudiants sont inscrits aux trois activités sportives offertes durant la saison. Il y a trois fois d'étudiants inscrits au basket-ball qu'au patinage, et il y a 114 étudiants de plus inscrits à la natation qu'au basket-ball. Combien d'étudiants se sont inscrits à chacune des activités ?

La schématisation de ce problème



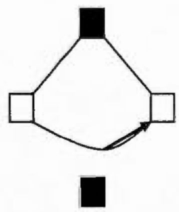
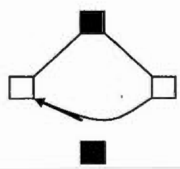
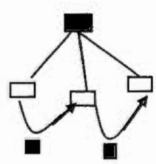
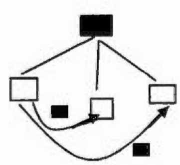
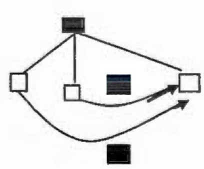
permet de détecter une composition de relations : pour retrouver le nombre d'élèves inscrits à la natation il faut ajouter 114 au nombre d'élèves inscrits au basket-ball, ce dernier se déduisant en multipliant par 3 le nombre d'élèves inscrits au patinage. Les problèmes les plus complexes pour les élèves sont les problèmes « puits », dans lesquels une des inconnues est générée à partir de deux autres. Les chercheures présentent comme exemple le problème suivant :

<u>Problème 3</u> : Trois enfants jouent aux billes. Ils ont ensemble 198 billes. Pierre a 6 fois plus de billes que Denis et 3 fois plus de billes que Georges. Combien de billes possède chacun des enfants?



Le nombre de billes de Pierre est généré à la fois par la quantité de billes de Denis et par la quantité de billes de Georges.Nous avons repris dans un tableau les résultats présentés par Marchand (1997). Nous y reportons les différents types de problèmes, leur structure et le degré de complexité.

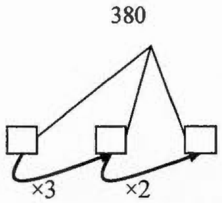
Tableau 2.6 Nature et structure des problèmes de comparaison

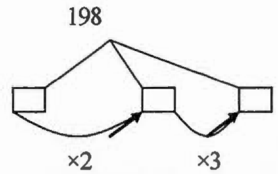
La nature des problèmes	**Les structures des problèmes**	**Commentaires / Degré de complexité**
Problème impliquant une seule comparaison (deux branches)	 Multiplicative ou additive  Multiplicative ou additive	Facilement résolus arithmétiquement
Problème impliquant deux comparaisons (a trois branches) et ouvrant la porte à un raisonnement algébrique. Légende : ☐ : valeur inconnue. ■ : valeur connue	  	**Problème de composition** de deux relations additives ou multiplicatives ou bien un additive et l'autre multiplicative Problème « source » Problème « puits » plus complexes que les autres

Bednarz et Janvier (1994) ont constaté que les problèmes « source » sont les problèmes les mieux réussis par les élèves de secondaire 1 et sont loin devant les problèmes de composition et de type « puits ». Les problèmes « puits » restent plus difficiles et complexes pour tous les niveaux (secondaire 1, 2, 3, 4 régulier et 4 enrichi). Ainsi le degré de complexité des problèmes algébriques est influencé par plusieurs éléments : le nombre de relations, l'enchaînement des relations, la nature des opérations et la structure du problème. De plus, l'expérimentation menée par Bednarz et Janvier (1994) auprès d'élèves de secondaire 1 les ont amenées à constater que, pour un même type de problèmes de composition dont les relations sont multiplicatives, le taux de réussite n'est pas le même. Un autre élément doit être considéré dans la complexité des problèmes : le contexte. Par exemple, pour le problème suivant : *380 étudiants sont inscrits aux trois activités sportives offertes durant la saison. Le basket-ball regroupe 3 fois plus d'élèves que le patinage et la natation regroupe 2 fois plus d'élèves que le basket-ball. Combien d'élèves participent à chacune des activités ?* 15% des élèves de secondaire 1 ont réussi à résoudre ce problème alors que 20% ont réussi le même type de problème :

<u>Problème</u>: Trois enfants jouent aux billes. Ils ont ensembles 198 billes. Georges a deux fois plus de billes que Denis et Pierre a trois fois plus de bille que Georges. Combien de billes possède chacun des enfants ?

La structure des deux problèmes est similaire.





Malgré cette ressemblance, les élèves ne les ont pas réussis avec le même taux de réussite. Une différence de 5% n'est toutefois pas très grande mais donne une possible information sur la réussite de l'élève. Cette différence revient peut-être à la familiarité du contexte dans le problème de billes plus familier que celui des activités sportives. L'élève peut se sentir plus à l'aise avec le contexte des billes qu'avec le regroupement des élèves dans chacune des activités. Ainsi, les chercheures avancent que le contexte influence le taux de réussite des élèves.

Dans sa recherche, Marchand (1997) s'est appuyée sur la grille d'analyse de Bednarz et Janvier (1994) pour analyser les deux manuels scolaires de l'ancien programme (Carrousel et Scénario). La chercheure arrive à la conclusion que cette grille d'analyse des problèmes algébriques est encore valide.

Dans cette étude, les deux grilles d'analyse (Jonnaert, 1990, 1997; Bednarz et Janvier, 1994) seront réinvesties pour analyser les situations proposées dans les manuels du premier cycle du secondaire lors de l'introduction de l'algèbre.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Comme mentionné précédemment, l'objectif de cette recherche tourne autour d'une analyse des situations-problèmes et de situations d'application issues des manuels scolaires du premier cycle du secondaire. Il existe trois manuels scolaires à ce cycle, *Panoram@th*, *Perspective mathématique* et *À vos maths.* Chacune de ces collections est composée de quatre livres, deux pour la première année et deux pour la deuxième année du secondaire. Cette étude s'intéresse plus particulièrement à la composante de résolution de problèmes en algèbre qui est traitée dans les volumes suivants :

- Panoramath, 2006, Richard Cadieux, Isabelle Gendron et Antoine Ledoux. Manuel A, volume 2. Éditions CEC.
- Perspective mathématique, 2005, Sylvio Guay, Jean-Claude Hamel et Steeve Lemay. Manuel B, volume 2, *l'algèbre : une stratégie de résolution de problèmes*. Éditions Grand Duc.
- À vos maths, 2006, Michel Coupal. Manuel C, chapitre 4 : *l'algèbre un outil de résolution de problèmes*. Chenelière éducation.

L'analyse fine qui veut être menée ici m'amène à choisir un seul de ces manuels. La description de chacun des manuels permettra un choix éclairé du manuel à analyser selon l'objectif poursuivi.

3.1 Description sommaire des trois manuels scolaires approuvés par le programme de formation de l'école québécoise

3.1.1 Description de *Perspective mathématique*

Cette collection distingue les mathématiques en trois branches : 1) arithmétique et algèbre; 2) probabilités et statistiques; 3) géométrie. L'ensemble des quatre manuels scolaires est réparti en huit parties :

Première année du premier cycle :

- Parties 1 et 2 dans le manuel de l'élève A, Volume 1.
- Parties 3 et 4 dans le manuel de l'élève A, Volume 2.

Deuxième année du premier cycle :

- Parties 5 et 6 dans le manuel de l'élève B, Volume 1.
- Parties 7 et 8 dans le manuel de l'élève B, Volume 2 *(la partie 7 étant celle qui m'intéresse)*.

Chacune de ces parties comprend trois dossiers, chacun d'eux étant associé à un domaine général de formation et se terminant par une réalisation personnelle. C'est autour des dossiers que s'articulent les situations d'apprentissage. Les auteurs précisent que chacune de ces situations s'étale entre 7 à 9 périodes de 75 minutes. Chaque situation d'apprentissage comprend *un dossier* distribué sur 11 pages, 2 ou 3 *séquences d'activités*, des sections « *Zoom sur* » composées de 8 pages chacune, une section *Eurêka* de 4 pages et une page *« je fais le point »*. Dans le premier manuel de chacune des années du premier cycle du secondaire, les auteurs présentent la structure du manuel. Ils précisent qu'il y a trois temps dans chacune des situations d'apprentissage :

- <u>*Premier temps*</u> : la préparation des apprentissages

- *Deuxième temps* : la réalisation des apprentissages

- *Troisième temps* : l'intégration et le réinvestissement des apprentissages.

La préparation des apprentissages (premier temps) est constituée de la page titre du dossier et d'une situation appelée « Situation de préparation ». Le thème présenté dans ces trois pages du manuel tourne autour des «situations de la vie quotidienne et des phénomènes sociaux actuels » (Perspective, volume 1, A, p. IV). Par exemple, dans le dossier qui s'intitule *Le tour du monde,* plusieurs explorateurs qui ont fait le tour du monde avec différents moyens de transport sont suivis tout le long du dossier. La situation de préparation *prépare l'élève aux nouvelles notions à explorer* (Perspective, Guide de l'enseignant, volume 2, B, p.VII). À la fin de chaque situation de préparation, « une réalisation personnelle » est présentée, l'élève doit l'effectuer une fois qu'il aura finalisé le dossier. Par exemple dans le dossier portant sur la résolution de problèmes en algèbre, la réalisation personnelle proposée est la suivante :

> Après avoir exploré les différents tours du monde présenté dans ce dossier, tu pourras toi aussi planifier un tour de la planète. Tu constateras que la planification d'une telle aventure procure déjà une grande excitation. Alors imagine si tu la vivais.... (Perspective, Volume 2, B, p. 281).

La réalisation des apprentissages (deuxième temps) présente trois situations-problèmes. Les auteurs précisent que :

> Il s'agit de situations plus ou moins complexes, liées au dossier en cours et qui présentent un obstacle que tu pourras ou non franchir. Pour trouver la ou les solutions, tu devras tenter différentes stratégies et faire de nouveaux apprentissages. (Perspective, Volume 1, A, p. V).

Les situations-problèmes pouvant présenter un obstacle pour l'élève, les auteurs réfèrent celui-ci à la section « *Zoom sur* » pour aller chercher ou approfondir les notions visées par ces situations. Ce « *Zoom sur* » contient une première page d'histoire suivie d'activités qui feront « découvrir les concepts et les processus liées aux situations-problèmes du dossier » (Perspective, volume1, A, p. VI) puis une rubrique « *mes outils* » qui résume le contenu mathématique avec le vocabulaire employé et finalement des exercices d'application qui servent à exercer l'élève si celui-ci a éprouvé des difficultés dans les rubriques « *Je vérifie mes connaissances* ». Des situations d'application sont proposées à la suite pour que l'élève « puisse raffiner sa compréhension des contenus mathématiques et consolider ses nouveaux apprentissages » (Perspective, Volume 1, A, p. VI). Les auteurs précisent que quand l'élève aura terminé les activités et les situations d'application, il devra revenir aux situations-problèmes pour les résoudre.

Dans l'intégration et le réinvestissement des connaissances (troisième temps), l'élève est amené à réinvestir dans la rubrique *réalisation personnelle* les apprentissages réalisés dans les différents situations-problèmes. Dans la section « *je fais le point* » se trouvant à la fin de chaque dossier, l'élève doit réfléchir sur l'ensemble des apprentissages qu'il a réalisés. À la fin de chacune des parties, une banque de quatre situations-problèmes est présentée. Il s'agit pour l'élève « d'élaborer des stratégies et de réinvestir ses nouvelles connaissances » (Perspective, Volume 1, B, p. X).

Les situations-problèmes présentées dans cette collection ont des rôles différents. Au début de l'apprentissage, elles amènent l'élève à faire de nouvelles connaissances qu'il pourra utiliser pour résoudre la situation-problème. L'élève quitte ainsi la situation-problème pour acquérir les savoirs qui vont lui permettre de dépasser l'obstacle. Elles sont un déclencheur à la recherche de nouvelles connaissances. À la fin de l'apprentissage, les situations-problèmes servent pour réinvestir les connaissances apprises. Selon leur emplacement dans la situation d'apprentissage, les situations-problèmes ont une visée différente.

Les auteurs ont introduit un *dossier Rétrospective* (troisième dossier de la deuxième partie du deuxième volume de chaque année), celui-ci fait le retour sur le thème de chaque dossier des deux volumes en présentant des situations d'application et une situation-problème qui permettent de réinvestir les concepts et processus explorés dans chacun des dossiers du manuel.

3.1.2 Description de la collection *Panoram@th*

Les quatre manuels de cette collection sont divisés en ce que les auteurs nomment des « Panorama », chacun étant constitué d'un projet, de différentes unités et de rubriques intitulées « Société des maths », « À qui ça sert? » et « Tour d'horizon ». La partie portant sur la résolution de problèmes en algèbre se retrouve dans le Panorama 13 sous le titre « De l'inconnue à la résolution d'équations » (Panaoram @th, unité 13.3, volume 2, B). Dans ce panorama, l'élève apprend à « comment utiliser les règles de transformation des équations pour résoudre des situations complexes ». (Panoram@th, volume 2, B, p. IX). Chaque panorama débute par un projet composé de plusieurs parties liées à un même thème, ce projet « vise le développement des compétences disciplinaires et transversales, et l'appropriation des notions mathématiques abordées dans chacune des unités du panorama » (Panoram@th, volume 1, A, p. V). Pour travailler ces différentes parties du projet, l'élève doit se référer aux unités qui suivent le projet. Chaque unité est introduite par une situation-problème qui est un élément déclencheur présenté au début de chaque unité. Elle « nécessite le recours à plusieurs compétences et à différentes stratégies, et mobilise des connaissances » (Panoram@th, volume 1, A, p. V).

La situation-problème est suivie d'activités favorisant la compréhension des notions mathématiques et de différentes rubriques comme« *Calepin de savoirs* » présentant « un résumé des éléments théoriques vus dans l'unité » (Panoram@th, volume 1, A, p. VI); *« Coups d'œil »* qui « présente une série d'exercices et de problèmes contextualisés permettant de développer des compétences et de consolider les apprentissages faits dans l'unité ». Cette rubrique se termine par une ou deux situations-problèmes. La rubrique particulière « Tour d'horizon » clôt chaque panorama par une série de problèmes contextualisées correspondants aux unités du panorama et une ou deux situations-problèmes.

Dans l'unité 13.3 sur laquelle porte le sujet cette étude, on retrouve deux situations-problèmes, une activité et 12 exercices et problèmes contextualisés. Si je prends en considération les situations présentées dans la rubrique *« Tour d'horizon »* qui ne sont pas uniquement liées à l'unité 13.3 mais à toutes les unités du panorama 13, je peux comptabiliser en tout trois situations-problèmes, une activité et 31 exercices et problèmes contextualisés.

3.1.3 Description de la collection *À vos maths*

Dans cette collection, la partie en algèbre portant sur la résolution de problèmes est clairement identifiée dans la table des matières au chapitre 4 du manuel C sous titre *L'algèbre : un outil de résolution de problèmes.*

Les situations d'apprentissage s'articulent ici autour de chapitres. Chacun de ceux-ci s'assemble autour de trois phases d'apprentissage : la *préparation*, la *réalisation et* l'*intégration et le réinvestissement.* On retrouve ici les trois temps de *Perspective mathématique.* Chaque chapitre débute par la phase de préparation qui propose une situation-problème présentée comme suit « Cette activité te demande de recourir à tes connaissances antérieures et t'amène à développer ta compétence à *Résoudre des situations-problèmes* » (À vos maths, Manuel C, p. VI). Les différentes sections formant le chapitre sont composées de séquences d'apprentissage contenant des situations d'applications et des encadrés théoriques.

À la fin de chaque séquence, une série d'activités est proposée à l'élève « pour appliquer, dans différents contextes, les concepts et processus étudiés » (À vos maths, Manuel C, p. VII). Ainsi, chaque section du dossier clôt par la section « *Bric à maths »,* un ensemble de situations de réinvestissement de concepts et de processus qui ne sont pas identifiés. L'auteur ne précise pas s'il s'agit d'exercices d'application, de situations d'application, des problèmes ou de situations-problèmes. Le niveau de difficulté des activités et des situations (faible, moyen ou élevé) est précisé dans le guide de l'enseignant.

À la fin de chaque chapitre, plusieurs tâches complexes sont proposées dans « *L'option projet »* pour que l'élève développe ses compétences. L'activité d'intégration précédant *L'option projet*, est « une occasion de consolider tes apprentissages » (À vos maths, Manuel C, p. VII). Elle comprend 9 activités dont quelques unes sont des problèmes de comparaison, ces «problèmes sont présentés selon un niveau de difficulté progressif identifié par le type de médaille qui y est associé » (bronze, argent, or) (p. 494, guide de l'enseignant, manuel C).

En résumé, dans ce chapitre plus particulièrement dans les sections 2 et 3, une seule situation-problème est présentée, celle-ci est située au début du chapitre. On retrouve 18 *action!* et 37 activités.

Le tableau synthèse ci-dessous présente la nature des situations trouvées dans chacune des collections ainsi que leur nombre dans la partie *Résolution de problèmes* en algèbre sur laquelle porte cette étude.

Tableau 3.1 Synthèse des situations trouvées dans chacune des collections

	Perspective mathématique	**Panoram@th**	**À vos maths**
Nature des situations	Situations-problèmes	Situations-problèmes	Situations-problèmes
	Activités	Activités	Activités d'intégration et des activités
	Exercices d'application	Exercices et problèmes	Action, tâches
	Situations d'application		
		Projet	
Nombre de situations-problèmes	**8** situations-problèmes (3 au début et 4 à la fin du dossier et une situation-problème dans le dossier *Rétrospective).*	**3** situations-problèmes (une au début de l'unité 13.3, une à la fin dans la rubrique *Coup d'œil* et une situation-problème dans la rubrique *Tour d'horizon*).	**1** situation-problème (au début du chapitre)
Nombre d'activités	**4** activités	**1** activité	**37** activités
Situations d'application	**18** dans la partie Résolution de problème du dossier et **17** dans le dossier *Rétrospective.*	Pas de situations d'application mais **31** exercices et problèmes contextualisés.	Pas de situations d'application

Comme mentionné dans le cadre de référence, le programme de formation de l'école québécoise précise que les situations d'apprentissage regroupent des situations-problèmes, des situations d'application, des activités et des projets. Ceux-ci ne se retrouvent pas identifiés comme tel dans toutes les collections. De plus, les activités ne sont pas vues de la même façon par les différents concepteurs des manuels scolaires. Ainsi pour les auteurs de

Perspective mathématique, « les activités feront découvrir aux élèves les concepts et les processus lies aux situations-problèmes du dossier » (Panoram@th, guide de l'enseignant, volume 2, B, p.VII, c'est moi qui souligne). Dans *Panoram@th,* « les activités favorisent la compréhension des notions mathématiques » (Panoram@th, guide de l'enseignant, Manuel B, Volume 2, p. X, c'est moi qui souligne). Pour *À vos maths,* « les activités te sont proposées pour appliquer dans différents contextes, les concepts et processus étudiés » (Manuel C, p. VII, c'est moi qui souligne). Le rôle d'application attribué par *À vos maths* aux activités permet d'expliquer le grand nombre d'activités contenues dans cette dernière collection.

Ma recherche portant plus particulièrement sur une analyse des situations-problèmes et des situations d'application, le manuel sur lequel je vais m'attarder est *Perspective mathématique*. Celui-ci présente le plus grand nombre de situations-problèmes (8 versus 3 et 1 pour les autres collections) et c'est le seul qui identifie des situations d'application (35 en tout). La résolution de problèmes en algèbre se situe dans cette collection dans le quatrième manuel du premier cycle du secondaire. L'algèbre étant travaillée dans des dossiers précédents sous d'autres composantes que la résolution de problèmes, il est important de retracer comment celle-ci prend place à travers les différents manuels pour bien comprendre la façon dont est pensée l'introduction de l'algèbre par les auteurs.

3.2 La séquence d'enseignement en algèbre proposée dans la collection *Perspective mathématique*

Un survol rapide des situations présentées en algèbre avant le volet Résolution de problèmes dans le manuel *Perspective mathématique* permettra de faire ressortir le scénario d'introduction de l'algèbre pensé par les auteurs, ce qui permettra de comprendre où devrait se situer l'élève.

Dans cette collection, l'introduction de l'algèbre se fait dès le premier livre *Manuel de l'élève* Volume 1, A, partie 2, dans le dossier *Les idées ingénieuses* (p. 121). Pour résoudre la situation-problème 3 (p. 128), l'élève doit travailler la séquence d'activités portant sur l'introduction à l'algèbre (p. 174 à 181). Dans cette séquence d'apprentissage, l'élève aborde l'algèbre comme un ***outil de généralisation***. Une préoccupation des auteurs est qu'« un lien est établi entre les connaissances arithmétiques des élèves et leurs nouvelles connaissances algébriques » (p. 174). Dans cette séquence, l'élève est amené à aborder des concepts et des processus arithmétiques et algébriques nécessaires pour la résolution de cette situation-problème tels les chaînes d'opérations, la priorité des opérations, apprendre ce que signifie une variable et une expression algébrique et comment attribuer une valeur à cette expression algébrique. On retrouve ici l'approche *structure* et *langage* présentées par Squalli (2003).

Dans *les retours* (Perspective, volume 2, A, p. 411), des situations d'application sont proposées à l'élève dans le but de réviser les différents concepts et processus explorés dans les différents dossiers durant l'année scolaire. En ce qui concerne l'algèbre, deux situations d'application (p. 418) liées aux concepts *les chaines d'opérations et les expressions algébriques* sont proposées à l'élève où il sera amené à généraliser son raisonnement.

Dans le manuel B, volume 1, les parties 5 et 6 touchent à l'algèbre. Le dossier *Sur les traces de Marco Polo* (p. 79) de la partie 5 propose à l'élève deux situations-problèmes liées à l'algèbre. Dans la situation-problème 2 *Chez les musulmans* (p. 84-85), l'élève doit construire des expressions algébriques comportant deux variables puis comparer ces expressions algébriques pour vérifier si elles sont équivalentes. Ce modèle est nouveau pour l'élève. Pour cela il est amené à réaliser la séquence d'activités et quelques situations d'application (p. 98-106) liées à cette situation afin de consolider ses acquis, il retournera ensuite à la situation pour compléter sa résolution. Dans l'activité 1 (p. 98), l'élève réfléchit sur le concept d'équivalence d'expressions algébriques. L'activité 2 (p. 99) permet à l'élève d'aborder les processus de manipulations des expressions algébriques dans le but de les réduire ou faire la somme en tenant compte des propriétés des opérations. On amène ainsi l'élève à travailler sur les ***manipulations algébriques***.

Ce travail se poursuit par la suite. Dans la situation-problème 3 *Au service du grand Khan* de la partie 5 (p. 86-87), l'élève travaille sur d'autres opérations en algèbre. Ce travail ne sera complet qu'une fois que l'élève aura effectué les activités et les situations d'application liées à cette situation (p. 109-115) comme la soustraction d'expressions algébriques liée à l'activité 1 et la multiplication et la division d'une expression algébrique par une constante liée à l'activité 2. A la fin de ce dossier l'élève doit être capable d'interpréter des expressions algébriques et reconnaître des expressions algébriques équivalentes, termes, coefficients, à faire des manipulations d'expressions algébriques (addition, soustraction, multiplication et division par une constante) et réduire les termes semblables.

La mise en place de l'outil manipulations algébriques, va permettre à l'élève de résoudre des équations. En effet, la situation-problème 3 du dossier *Sports spectaculaires* de la partie 6 porte sur les équations (p. 134-135). À travers la séquence d'activités et des situations d'application liées à cette situation (p. 156-165), les auteurs introduisent le concept d'équation. L'élève est alors amené à découvrir différentes stratégies pour résoudre des équations, celles-ci pouvant se ramener sous la forme $ax + b = c$. Dans l'activité 1 (p.156), l'élève apprend à procéder par essais et erreurs. L'activité 2 (p. 157) présente à l'élève deux autres stratégies de résolution d'équation comme utiliser les opérations inverses et la méthode du terme caché.

Après la résolution d'équations, les auteurs font travailler les élèves autour des opérations sur les monômes. Le dossier *Faire plus avec moins* de la partie 6 (p.171), la situation-problème 3 *Au marché* (p. 178-179) et la séquence d'activités correspondante (p. 202-209), l'élève est confronté aux concepts et processus *produit de monômes et chaînes d'opérations.* L'élève travaille sur la multiplication de monômes et l'évaluation des expressions contenant des exposants tout en respectant la priorité des opérations.

Par la suite, dans la partie 7 du manuel B, volume 2, nous trouvons le dossier *Le tour du monde* (p. 281) qui comprend trois situations-problèmes dont la première *la réalité rejoint la fiction* et la deuxième *le tour de monde en avion* sont liées respectivement aux concepts « résolution d'équations » et « résolution de problèmes ». C'est cette partie que nous allons analyser, **la résolution de problèmes** apparaît ainsi une fois que tous les outils ont été mis en place.

Une fois la résolution de problèmes travaillée, l'étude des **suites arithmétiques** est traitée dans la séquence *Régularité et représentations* du dossier *Surprenante nature* de la partie 8 (Perspective, volume 2, B, p.423). L'élève est amené à utiliser une suite comme un outil pour arriver à traduire une situation par une expression algébrique et à faire le lien entre la table de valeurs, le graphique et l'expression algébrique. Les auteurs précisent que « L'activité 1 diffère de ce qui a été vu en 1re moitié du cycle, outre le fait que les élèves devront établir un lien entre la table de valeurs dressée et l'expression algébrique représentant la relation entre les deux grandeurs impliquées » (Perspective, guide de l'enseignant, p.423A). Cette activité amène l'élève à observer une suite et sa régularité et à dégager la règle.

Finalement, la composante **généralisation à des fins de preuve** est travaillée dans le dossier *Illusion et magie* de la même partie. Une situation-problème *La magie des nombres* et une séquence d'activités, d'exercices et de situations d'application liés à l'argumentation en algèbre sont proposés à l'élève. Dans cette situation-problème, l'élève doit se servir de l'algèbre comme outil de démonstration. Pour pouvoir la résoudre, il doit réaliser la séquence d'activités (Perspective, volume 2, B, p. 465-471) puis retourner à la situation-problème et compléter sa résolution.

L'élève a ainsi été initié à l'écriture algébrique avant d'entamer le volet Résolution de problèmes et ce, à travers l'étude de situations de généralisation et un travail sur les manipulations algébriques dont la résolution d'équations de la forme $ax + b = c$ (l'inconnue étant d'un seul côté de l'égalité). Dans la prochaine partie, un retour sur les deux grilles d'analyse retenues dans cette étude sera fait, celles-ci seront testées sur la situation-problème et la situation d'application présentées au point 2.2.2 du cadre théorique. Cette analyse permettra d'exemplifier ce que le programme de formation de l'école québécoise entend par situation-problème et situation d'application et de pouvoir comparer les caractéristiques de ces situations à celles que l'on trouve dans le manuel *Perspective mathématique*.

3.3 Une première analyse sur des situations proposées par le ministère de formations de l'école québécoise

Du cadre de référence autour des situations-problèmes et des situations d'application, une première caractérisation de ces situations émerge.

Tableau 3.2 Éléments caractérisant une situation-problème

Éléments caractérisant une SITUATION-PROBLÈME
♦ Reliée au franchissement d'un obstacle.
♦ Fait appel à des concepts et processus.
♦ Fait appel à la créativité, à la découverte.
♦ Demande la formulation d'hypothèses et de conjectures.
♦ Recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a ou non fait l'apprentissage.
♦ Présence d'un contexte qui influence sa complexité.
♦ Ensemble de tâches et de problèmes inter-reliées.

Tableau 3.3 Éléments caractérisant une situation d'application

Éléments caractérisant une SITUATION D'APPLICATION
♦ Combinaison de concepts et de processus déjà appris.
♦ Peut être simple (un réseau de concepts et de processus) ou complexe (plusieurs réseaux de concepts et de processus).
♦ Requiert des justifications, des éclaircissements.
♦ Est liée à la compétence *Déployer un raisonnement mathématique.*
♦ Permet d'établir des conjectures.
♦ Permet de réaliser des démonstrations ou des preuves.

Pour analyser les situations d'apprentissage du manuel *Perspective mathématique*, les éléments du « squelette » d'une situation (Jonnaert, 1997) seront considérés (objets, opérateurs et produits) ainsi que les statuts des situations (Jonnaert, Lauwaers et Peltier, 1990) tels que présentés dans le cadre théorique au point 2.4.

3.3.1 Analyse d'une situation-problème issue du MELS

Les outils présentés dans le cadre ont été utilisés pour analyser la situation-problème, *la lutte*[6], proposée par le programme de formation de l'école québécoise. Dans le tableau ci-dessous est rapportée l'analyse globale issue des informations transmises par l'énoncé de la situation-problème. Cette analyse va être confrontée à celle des situations-problèmes issues du manuel Perspectives pour en dégager les différences et les ressemblances.

[6] Cette situation est présentée dans le chapitre 1 au point 1.5.3, l'énoncé se trouvant à l'appendice A.

Tableau 3.4 Structure de la situation-problème du MELS.

Objets	Opérateurs	Produits
- Le coût de location du stade par jour (10 000$) i^+ - La durée de compétition de lutte (7 jours) i^+ - Le coût de location des panneaux d'affichage par jour (12 000$) i^+ - Le nombre total d'employés (150 employés) i^+ - Le salaire des employés selon leur domaine de travail. i^+ - Périmètre de la base de la plateforme (85,76 m) i^+ - L'apothème de la base octogonale de la plateforme (12,94m) i^+ - Le coût d'un m^2 de la section blanche. (70$) i^+ - Le cout d'un m^2 des sections	- Le pourcentage des employés selon leur domaine de travail. (ou utilisation de la proportionnalité) i^+ - Le lien entre le nombre de sièges de chaque catégorie. i^+ - La proportionnalité du coût de la plateforme et de l'aire de sa base. i^+ - le lien entre le nombre de billets mis en vente de chaque catégorie et celui des billets qui seront vendus. i^+ -le lien entre les prix des billets de chaque catégorie. i^+ - le lien entre le revenu provenant de la vente des billets et les dépenses.	Le prix de vente des billets sans les taxes pour assister aux compétitions de lutte. i^-

rouges et jaunes. (74$)	i^+	
i^+		
- Le côté du tapis carré. (12m)		
i^+		
- Diamètre de la zone circulaire du tapis. (9m)		
i^+		
- La mesure du côté formant l'angle droit du coin triangulaire du tapis. (1,8m)		
i^+		
- Le nombre total de sièges. (2000)		
i^+		
- Le prix minimum d'un billet. (20$)		
i^+		

Selon le tableau de Jonnaert et al. (1990), le niveau d'information sur les paramètres est élevé et le degré d'incertitude est faible. La situation est donc fermée, elle ne contient aucun problème. Cette première analyse permet d'avoir une idée globale de la situation. Afin d'obtenir une analyse plus fine de cette situation-problème, j'ai procédé à une analyse détaillée consistant à analyser toutes les tâches qui constituent cette situation. Ceci m'amène à reformuler le tableau de Jonnaert et al. en termes de tâches :

Tableau 3.5 Statuts de la tâche

Paramètres de la structure de la Tâche			*Caractérisation des paramètres*			*Statuts de la tâche*
Objet(s)	*Opérateur(s)*	*Produit(s)*	*Niveau de l'information (NI)*	*Degré d'incertitude (DI)*	*Degré d'ouverture (DO)*	*Tâche (T)/ problème (P)*
i^+	i^+	i^+	Maximum	Nul	Nul	Absence de problème; tâche fermée-(T)
i^+	i^+	i^-	Elevé	Faible	Quasi nul	Absence de problème; tâche fermée-(S)
i^+	i^-	i^-	Moyen	Moyen	Faible	P potentiel;
i^+	i^-	i^0	Faible	Elevé	Faible à moyen	Fort potentiel de P
i^+	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Elevé	P
i^-	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Très élevé	P quasi ouvert
i^0	i^0	i^0	Nul	Maximum	Maximum	P ouvert

Dans cette deuxième analyse, je m'attarde à l'interprétation de l'information de la situation. Cette situation-problème est divisée en plusieurs tâches, il s'agit de déterminer le prix de vente des billets sans les taxes pour assister aux compétitions de lutte. La condition pour assister aux compétitions de lutte qui durent 7 jours est que le revenu total provenant de la vente des billets doit couvrir les dépenses liées à la tenue des compétitions de lutte mais ne pas dépasser 120% de ces dépenses.

La résolution de cette situation-problème exige tout d'abord de déterminer les dépenses et le revenu total provenant de la vente des billets pour ensuite trouver le prix de vente des billets. Plusieurs tâches sont à l'œuvre ici comme la détermination du coût de location du stade, le coût de location des panneaux d'affichage, la somme versée aux employés, le coût des trois plateformes et le coût des quatre tapis. Ces derniers coûts constituent les dépenses liées à la tenue des compétitions de lutte.

La première tâche consiste donc à trouver le coût de location du stade.

Tableau 3.6 Structure de la tâche T_1

	Objets	Opérateur	Produit
T_1	-Le coût de location du stade par jour, (10 000$) : i^+ - la durée de compétition de lutte, (7 jours) : i^+	Raisonnement proportionnel : i^-	Le coût de location du stade pour la durée des compétitions : i^0

Le coût de location du stade par jour est 10 000$ donc pour 7 jours le cout de location sera $7 \times 10000\$ = 70000\$$.

La deuxième tâche consiste à chercher le coût de location des panneaux d'affichage pour la durée de la compétition de lutte.

Tableau 3.7 Structure de la Tâche T_2

	Objets	Opérateur	Produit
T_2	-Le coût de location des panneaux d'affichage par jour, (12 000$) : i^+ - la durée de la compétition de lutte, (7 jours) : i^+	Raisonnement proportionnel : i^-	Le coût de location des panneaux d'affichage pour la durée des compétitions : i^0

Le coût de location des panneaux d'affichage par jour est 12 000\$. Pour 7 jours, le coût de location sera $7 \times 12000\$ = 84000\$$.

Dans les deux tâches $T_1 et T_2$, les informations sur les objets sont suffisantes (i^+), les opérateurs manquent d'informations (i^-) et l'information sur le produit est absente (i^0). Le NI (niveau d'information) sur les paramètres est donc faible et le DI (degré d'incertitude) est élevé. Ces deux tâches ont donc un fort potentiel de Problème.

Le calcul du montant total versé aux employés pendant 7 jours est réparti sur deux tâches. En premier, nous avons besoin du nombre d'employés de chaque catégorie (entretien, guichet et sécurité, officiel) pour ensuite calculer la somme versée aux employés de chaque catégorie pendant 7 jours.

Tableau 3.8 Structure de la tâche T_3

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_3	Le nombre total des employés, (150 employés) : i^+	Le pourcentage des employés de la catégorie d'entretien, (22%) : i^+	Le nombre d'employés de la catégorie d'entretien : i^0

Dans cette troisième tâche, nous trouvons le nombre d'employés de chaque catégorie. Pour la catégorie d'entretien, le nombre d'employés est $150 \times 22\% = 33$ employés.

Tableau 3.9 Structure de la tâche T_4

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_4	Le nombre total des employés, (150 employés) : i^+	Le pourcentage des employés de la catégorie de guichet et de sécurité, (70%) : i^+	Le nombre d'employés de la catégorie de guichet et de sécurité : i^0

Pour la catégorie de guichet et de sécurité, le nombre d'employés est de $150 \times 70\% = 105$ employés.

Tableau 3.10 Structure de la tâche T_5

	Objet	Opérateur	Produit
T_5	Le nombre total des employés, (150 employés) : i^+	Le pourcentage des employés de la catégorie des officiels, (8%) : i^+	Le nombre d'employés de la catégorie des officiels : i^0

Pour la catégorie des officiels, le nombre des employés est $150 \times 8\% = 12$ employés.

Dans les tâches $T_3, T_4 et T_5$, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes (i^+) et les informations sur les produits sont absentes (i^0). Ce regroupement des informations (i^+, i^+, i^0) n'est pas présent dans le tableau de tâches précédentes.

Tableau 3.11 Statut de la tâche T_5

Paramètres de la structure de la tâche			*Caractérisation des paramètres*			*Statuts de la tâche*
Objet(s)	*Operateur(s)*	*Produit(s)*	*Niveau de l'information (NI)*	*Degré d'incertitude (DI)*	*Degré d'ouverture (DO)*	*Tâche (T)/ problème (P)*
i^+	i^+	i^0	Elevé	Faible	Quasi nul	Absence de problème; tâche fermée-(T)

Une analyse s'impose dans laquelle il semble que le NI sur les paramètres soit élevé et le DI est faible. Cette tâche sera fermée - (T) et il n'y a aucun problème.

Puisque nous avons déjà trouvé le nombre d'employés de chaque catégorie, nous pouvons maintenant trouver le montant versé aux employés de chaque catégorie par jour pour ensuite déduire le montant versé pour 7 jours.

Tableau 3.12 Structure de la tâche T_6

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_6	- Le salaire d'un employé de la catégorie d'entretien par jour, (160$) : i^+ - Le nombre d'employés de la catégorie d'entretien, (33) : i^+	Raisonnement proportionnel : i^-	Le salaire des employés de la catégorie d'entretien par jour : i^0

Le salaire des employés travaillant dans le domaine d'entretien par jour est $33 \times 160\$ = 5280\$$.

Tableau 3.13 Structure de la tâche T_7

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_7	- Le salaire d'un employé de la catégorie de guichet et sécurité par jour, (190$) : i^+ - Le nombre d'employés de la catégorie de guichet et sécurité,(105) : i^+	Raisonnement proportionnel : i^-	Le salaire des employés de la catégorie de guichet et de sécurité par jour : i^0

Le salaire des employés travaillant dans le domaine de Guichet et sécurité par jour est $105 \times 190\$ = 19950\$$.

Tableau 3.14 Structure de la tâche T_8

	Objets	Opérateur	Produit
T_8	- Le salaire d'un employé de la catégorie des officiels par jour, (600$) : i^+ - Le nombre d'employés de la catégorie des officiels, (12) : i^+	Raisonnement proportionnel : i^-	Le salaire des employés de la catégorie des officiels par jour : i^0

Le salaire des employés travaillant dans le domaine des officiels par jour est $12 \times 600\$ = 7200\$$.

Dans les tâches $T_6, T_7 et T_8$, les informations sur les objets sont suffisantes (i^+), les opérateurs manquent d'informations (i^-) et les informations sur les produits sont absentes (i^0). Le NI est donc faible et le DI élevé. La tâche présente un fort potentiel de problème.

Dans les tâches suivantes, il s'agit de trouver le montant versé aux employés de chaque catégorie pendant 7 jours.

Tableau 3.15 Structure de la tâche T_9

	Objet	Opérateur	Produit
T_9	Le salaire des employés de la catégorie d'entretien par jour, (5280$) : i^+	La durée des compétitions, (7 jours) : i^+	Le salaire des employés de la catégorie d'entretien pour la durée des compétitions : i^0

Le salaire des employés travaillant dans le domaine d'entretien pendant 7 jours est $7 \times 5280\$ = 36960\$$.

Tableau 3.16 Structure de la tâche T_{10}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{10}	Le salaire des employés de la catégorie de guichet et sécurité par jour, (19950$) : i^+	La durée des compétitions, (7 jours) : i^+	Le salaire des employés de la catégorie de guichet et sécurité pour la durée des compétitions : i^0

Le salaire des employés travaillant dans le domaine de Guichet et sécurité pendant 7 jours est $7 \times 19950\$ = 139650\$$.

Tableau 3.17 Structure de la tâche T_{11}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{11}	Le salaire des employés de la catégorie des officiels par jour, (7200$) : **i⁺**	La durée des compétitions, (7 jours) : **i⁺**	Le salaire des employés de la catégorie des officiels pour la durée des compétitions : **i⁰**

Le salaire des employés travaillant dans le domaine des officiels pendant 7 jours $7 \times 7200\$ = 50400\$$.

Dans les tâches $T_9, T_{10} et T_{11}$, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes (i^+), les informations sur les produits sont absentes (i^0). Le NI est donc élevé et le DI est faible. La tâche est donc fermée. Il n'y a aucun problème.

Le salaire total de tous les employés sera donc la somme de salaires de chaque catégorie.

Tableau 3.18 Structure de la tâche T_{12}

	Objets	Opérateur	Produit
T_{12}	- Le salaire des employés de la catégorie d'entretien pour la durée des compétitions, (36960$) : i^+ - Le salaire des employés de la catégorie de guichet et sécurité pour la durée des compétitions, (139650$) : i^+ - Le salaire des employés de la catégorie des officiels pour la durée des compétitions, (50400$) : i^+	La somme : i^-	Le salaire total des employés : i^0

Le salaire total des employés sera égal a 36960+139650+50400= 227010$.

Dans cette tâche, les informations sur les objets sont suffisantes (i^+), les opérateurs manquent d'informations (i^-) et les informations sur les produits sont absentes (i^0). Le NI est donc faible et le DI est élevé. La tâche est un fort potentiel de problème.

Parmi les dépenses, il y a le coût des trois plateformes à base octogonale qui est proportionnel à l'aire de la base. Donc, nous allons tout d'abord chercher l'aire de la base.

Tableau 3.19 Structure de la tâche T_{13}

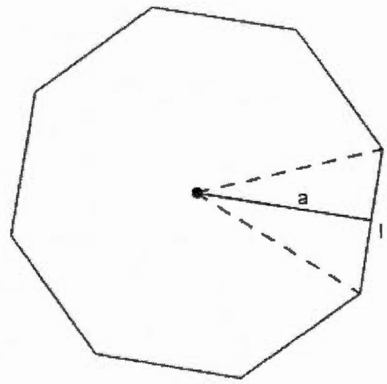
	Objet	Opérateur	Produit
T_{13}	Périmètre de la base, (85,76 m) : i^+	Formule du périmètre d'un octogone. (p=8.a) où a est la mesure du côté : i^0	La longueur du côté a de l'octogone : i^0

Le périmètre de la base octogonale est égale à 8 fois la mesure d'un côté de cette base. Donc, la mesure d'un côté de la base d'une plateforme est égale au périmètre de la base divise par 8. Alors, $l=\dfrac{p}{8}=\dfrac{85{,}76m}{8}=10{,}72m$.

Tableau 3.20 Structure de la tâche T_{14}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{14}	La longueur du côté de l'octogone, (10.72m) : i^+	Formule de l'aire de l'octogone. ($A=2l^2\cot\dfrac{\pi}{8}$) ou bien A=$8*A_{tiangle}=8*\dfrac{l*a}{2}$ ou l est la longueur du cote de l'octogone et a est l'apothème : i^0	L'aire de la base : i^0

L'aire de la base octogonale est donnée par : $A=\dfrac{8\times l\times a}{2}=\dfrac{8\times 10.72m\times 12.94m}{2}=554.8672m^2$.



Dans les tâches $T_{13} et T_{14}$, les informations sur les objets sont suffisantes (i^+), les informations sur les opérateurs et les produits sont absentes (i^0). Le NI est donc quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient un problème.

Tableau 3.21 Structure de la tâche T_{15}

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{15}	L'aire de la base : i^+	Raisonnement proportionnel : i^+	Le coût d'une plateforme : i^0

Selon l'énoncé, le coût d'une plateforme est proportionnel à l'aire de sa base. Le coût par m² sera égal à $\frac{2000\$}{80m^2} = 25\$/m^2$. Donc, le coût d'une plateforme dont l'aire de la base est égale à $554{,}8672m^2$, est $554{,}8672m^2 \times 25\$/m^2 = 13\ 871{,}68\$$.

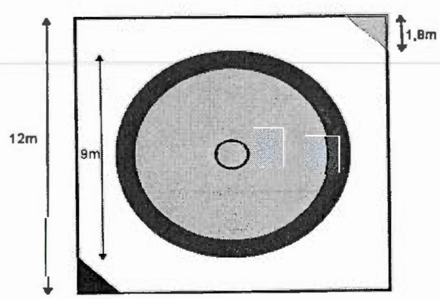
Dans cette tâche, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes (i^+) et l'information sur le produit est absente (i^0). Le NI sur les paramètres est donc élevé et le DI est faible. Cette tâche sera fermée, il n'y a aucun problème.

Tableau 3.22 Structure de la tâche T_{16}

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{16}	Le coût d'une plateforme : i^+	Raisonnement proportionnel : i^0	Le coût des trois plateformes : i^0

Le coût des trois plateformes est 3×13 871,68$ = 41 615,04$.

Pour les compétitions, ils ont besoin de quatre tapis de lutte isométriques dont le coût de chacun dépend de l'aire et de la couleur de ses différentes sections comme le montre la figure ci-dessous.



Cherchons en premier l'aire des deux coins du tapis.

Tableau 3.23 Structure de la tâche T_{17}

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{17}	Mesure des côtés de l'angle droit, (1,8m) : i^+	Formule de l'aire d'un triangle rectangle : i^0	L'aire des deux coins du tapis : i^0

L'aire d'un coin (rectangulaire isocèle) est $\frac{1{,}8 \times 1{,}8}{2} = 1{,}62 m^2$. Or, les deux coins sont identiques alors l'aire de deux coins sera $2 \times 1{,}62\ m^2 = 3{,}24\ m^2$.

Tableau 3.24 Structure de la tâche T_{18}

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_{18}	- L'aire des deux coins : i^+ - Le coût par m^2, (75$) : i^+	Raisonnement proportionnel : i^0	Le coût des deux coins : i^0

Or, le coût par m^2 des deux sections rouges et jaunes est le même. Donc, le coût des deux coins sera $75 \times 3{,}24\ m^2 = 239{,}76\$$.

D'après l'énoncé, le coût de la section circulaire dépend de son aire. Donc, nous avons besoin de chercher en premier l'aire de cette section.

Tableau 3.25 Structure de la tâche T_{19}

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{19}	Diamètre de la section circulaire, (d=9m) : i^+	Formule de l'aire d'un cercle ($A = \pi(d/2)^2$: i^0	L'aire de la section circulaire : i^0

L'aire de la section circulaire $= \pi(9m/2)^2 = \pi(4{,}5m)^2 = 63{,}6172 m^2$.

Le coût de cette section sera donc 63,6172×74= 4 707,68$

Le coût de la section blanche diffère des deux sections rouges et jaunes. Il est de 70$ par m^2. Cherchons donc l'aire de cette partie pour pouvoir ainsi trouver son coût.

Tableau 3.26 Structure de la tâche T_{20}

	Objets	Opérateur	Produit
T_{20}	- L'aire de la section circulaire : i^+ - L'aire de la section des coins : i^+ - L'aire du dessus du tapis : i^0	Calcul de l'aire : i^0	L'aire de la section blanche : i^0

Aire de la section blanche = Aire du dessus du tapis- Aire des deux coins-Aire de la section circulaire. Or Aire du dessus du tapis qui est de forme d'un carré = (côté) ^{2}= $(12m)^2$=$144m^2$. D'où Aire de la section blanche =$144m^2$ - 3,24 m^2- 63,6172 m^2= 77,1427m^2

Cherchons maintenant le coût de la section blanche.

Tableau 3.27 Structure de la tâche T_{21}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{21}	L'aire de la section blanche, (77,1427...m^2) : i^+	Calcul du coût de la section blanche (opération) : i^0	Le coût de la section blanche : i^0

Le coût de la section blanche sera égale à 77,1427...×70= 5 399,99$

Le coût d'un tapis sera la somme des coûts de ses sections.

Tableau 3.28 Structure de la tâche T_{22}

	Objets	Opérateur	Produit
T_{22}	- Le coût de la section blanche, (5 399,99\$) : i^+ - Le coût des deux coins, (239,76\$) : i^+ - Le coût de la section circulaire, (4 707,68\$) : i^+	La somme totale : i^0	Le coût d'un tapis : i^0

Le cout d'un tapis est *239,76\$* +4 707,68\$+5 399,99\$= 10 347,43\$.

Tableau 3.29 Structure de la tâche T_{23}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{23}	Le coût d'un tapis, (10347,43\$): i^+	Le coût total : i^0	Le coût des quatre tapis : i^0

Mais, ils ont acheté quatre tapis. Donc le coût des quatre est 4×10 347,43\$ = 41 389,72\$.

Avant de déterminer le prix de vente des billets, calculons le total des dépenses liées à la tenue des compétitions de lutte.

Tableau 3.30 Structure de la tâche T_{24}

	Objets	Opérateur	Produit
T_{24}	- Le cout de location du stade, (70 000$) : i^+ - Le coût de décoration du stade, (20 000$) : i^+ - Le coût de location des panneaux d'affichage, (84000$) : i^+ - Le montant versé aux employés, (227 010$) : i^+ - Le coût des trois plateformes, (41615,04$) : i^+ - Le coût des quatre tapis, (41 389,72$) : i^+	La somme des dépenses : i^0	Le total des dépenses : i^0

Le total des dépenses sera donc :

70 000$+20 000$+84 000$+227 010$+41 615,04$+41 389,72$ = 484 014,76$.

Dans les tâches $T_{16}, T_{17}, T_{18}, T_{19}, T_{20}, T_{21}, T_{22}, T_{23} et T_{24}$, les informations sur les objets sont suffisantes (i^+), les informations sur les opérateurs et les produits sont absentes (i^0). Le NI est donc quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient un problème.

Cherchons maintenant le nombre de sièges de chaque catégorie par jour.

Tableau 3.31 Structure de la tâche T_{25}

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{25}	Le nombre de sièges de chaque catégorie : i^+	Lien entre le nombre des sièges de chaque catégorie : i^+	Les expressions algébriques représentant le nombre de sièges de chaque catégorie : i^0

Soit x le nombre de sièges de la catégorie A.

Le nombre de sièges de la catégorie B sera : x+600.

Le nombre de sièges de la catégorie C : 2x.

Nous venons de représenter le nombre de sièges de chaque catégorie par une expression algébrique.

Dans cette tâche, les informations sur l'objet et l'opérateur sont suffisantes (i^+) et l'information sur le produit est absente (i^0). Le NI sur les paramètres est donc élevé et le DI est faible. Cette tâche sera fermée, il n'y a aucun problème.

Trouvons ensuite leurs valeurs numériques.

Tableau 3.32 Structure de la tâche T_{26}

	Objets	Opérateur	Produit
T_{26}	- Le nombre total des sièges, (2000 sièges) : i^+ - Les expressions algébriques représentant le nombre de sièges de chaque catégorie : i^+	La mise en équation : i^0	- le nombre de sièges de la catégorie A : i^0

Il y a en tout 2000 sièges, $x+(x+600)+2x=2000$

$$x+x+600+2x=2000$$

$$4x+600=2000$$

$$4x=1400$$

$$x=350$$

Donc, le nombre de sièges de la catégorie A est 350 sièges.

Dans cette tâche, les informations sur les objets sont suffisantes (i^+), les informations sur l'opérateur et le produit sont absentes (i^0). Le NI est donc quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient un problème.

Nous pouvons ensuite en déduire le nombre de sièges de deux autres catégories comme suit :

Tableau 3.33 Structure de la tâche T_{27}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{27}	Le nombre de sièges de la catégorie A, (350sièges) : i^+	Lien entre le nombre de sièges de chaque catégorie : i^+	Le nombre de sièges des catégories B et C : i^0

Le nombre de sièges de la catégorie A est 350 sièges, le nombre de sièges de la catégorie B sera 350+600=950 sièges et celui de la catégorie C sera 2×350=700 sièges.

Dans cette tâche, les informations sur l'objet et l'opérateur sont suffisantes (i^+) et l'information sur le produit est absente (i^0). Le NI sur les paramètres est donc élevé et le DI est faible. Cette tâche sera fermée, il n'y a aucun problème.

Puisque chaque billet est mis en vente pour chaque siège, cherchons donc le nombre de billet mis en vente pour chaque catégorie durant les 7 jours de compétition.

Tableau 3.34 Structure de la tâche T_{28}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{28}	Le nombre de sièges de chaque catégorie : i^+	Une opération : i^0	Le nombre de billets mis en vente de chaque catégorie durant 7 jours de compétition : i^-

Ce regroupement (i^+, i^0, i^-) est absent du tableau des tâches. L'analyse ici permet de déduire que si l'information sur l'objet est suffisante (i^+), l'information sur l'opérateur est absente (i^0) et le produit manque d'information (i^-) alors le NI est quasi nul et le DI est très élevé. La tâche sera alors un problème.

Tableau 3.35 Statut de la tâche T_{28}

Paramètres de la structure de la tâche			*Caractérisation des paramètres*			*Statuts de la tâche*
			Niveau de l'information (NI)	*Degré d'incertitude (DI)*	*Degré d'ouverture (DO)*	*Tâche (T)/ problème (P)*
Objet(s)	*Operateur(s)*	*Produit(s)*				
i^+	i^0	i^-	Quasi nul	Très élevé	Elevé	P

Le nombre de billets mis en vente durant les 7 jours de compétition,

Pour la catégorie A : 7×350 = 2 450 billets.

Pour la catégorie B : 7×950 = 6 650 billets.

Pour la catégorie C : 7×700 = 4 900 billets.

Pour déterminer les revenus, nous avons besoin de savoir le nombre de billets vendus durant les 7 jours de compétition.

Tableau 3.36 Structure de la tâche T_{29}

	Objet	**Opérateur**	**Produit(s)**
T_{29}	Le nombre de billets mis en vente de chaque catégorie : i^+	Lien entre le nombre de billets mis en vente et vendus de chaque catégorie : i^+	Le nombre de billets vendus de chaque catégorie : i^0

Le nombre de billets de la catégorie A vendus : $\frac{3}{5}$ de 2 450=1470

Le nombre de billets de la catégorie B vendus : $\frac{3}{5}$ de 6 650=3 990

Le nombre de billets de la catégorie C vendus : $\frac{3}{5}$ de 4 900=2 940

La détermination du prix de vente des billets est liée à une condition que le revenu provenant de la vente des billets ne doit pas représenter plus de 120% des dépenses.

Tableau 3.37 Structure de la tâche T_{30}

	Objet	Opérateur	Produit
T_{30}	le revenu minimal, (484014,76$) : i^+	Le pourcentage, (120%) : i^+	Le revenu maximal : i^0

Or, le revenu minimal est de 484 014,76$ et le revenu maximal est 120% ×484 014,76$=580 817,71$.

Dans les tâches $T_{29} et T_{30}$, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes (i^+) et les informations sur les produits sont absentes (i^0). Le NI sur les paramètres est donc élevé et le DI est faible. Cette tâche sera fermée, il n'y a aucun problème.

Dans l'analyse de cette situation-problème, nous nous sommes arrêtés à cette tâche car la suite de la résolution se fait par essais-erreurs. Pour cela, les $T_{29} et T_{30}$ apparaissent distinctes dans le schéma ci-dessus malgré qu'elles sont liées d'une façon indirecte par cette stratégie d'essais-erreurs.

L'interprétation de cette situation en termes de tâches permet de schématiser la situation-problème, *la lutte* comme suit :

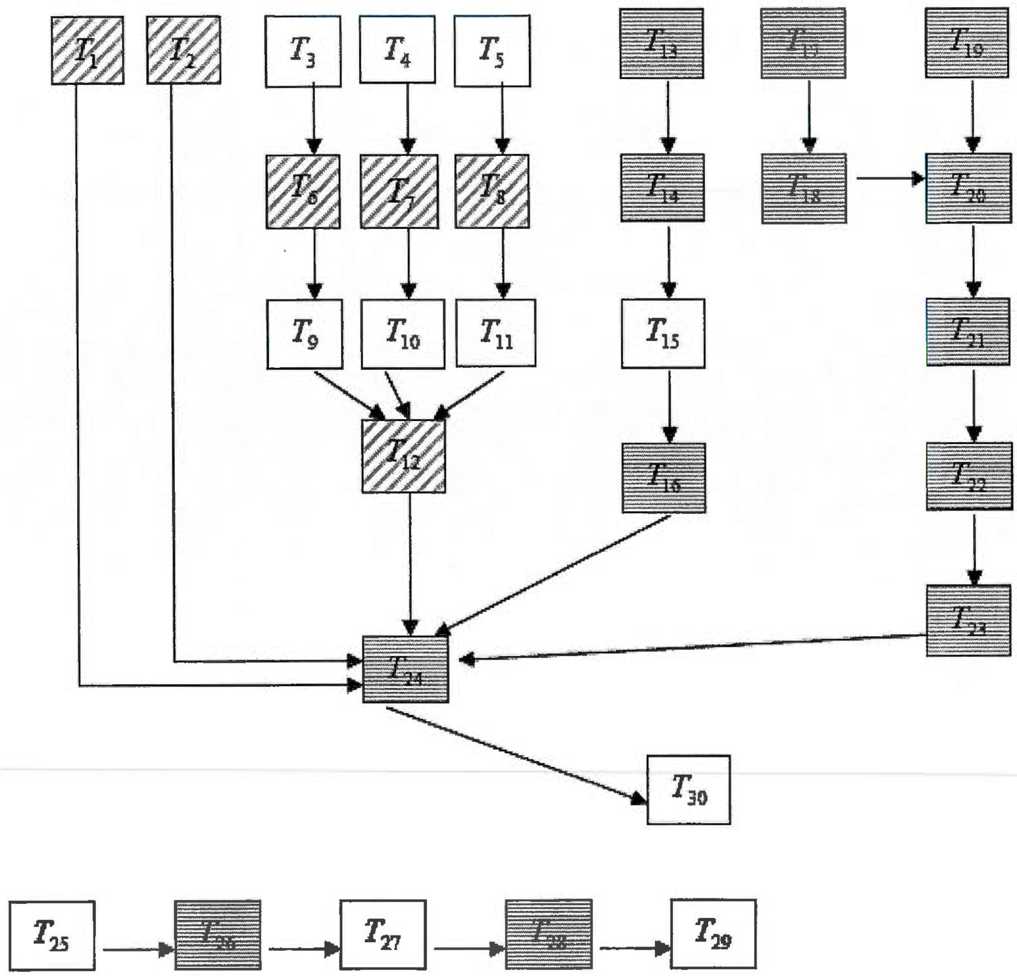


Figure 3.1 L'enchaînement des tâches de la situation-problème.

Légende :

: Tâche fermée

: Tâche devenant un problème

: Fort potentiel de problème

Nous pouvons constater que cette situation-problème est divisée en deux situations distinctes, la première constituée de 25 tâches (dont 6 tâches à fort potentiel de problème et 11tâches devenant un problème) et la deuxième de 5 tâches (dont 2 tâches devenant un problème). Cette situation-problème apparaît ainsi fort complexe. Si on regarde l'imbrication des tâches, on peut remarquer qu'il y a plusieurs groupes de tâches qui sont distinctes des autres au départ (par exemple les tâches T_1 et T_2 versus les tâches T_3, T_4, T_5), celles-ci ne sont toutefois pas indépendantes, les résultats des deux étant nécessaires pour résoudre dans l'exemple la tâche T_{24}.

L'analyse d'une situation-problème du MELS nous amène à conclure à la grande complexité de celles-ci (grand nombre de tâches, plusieurs tâches imbriquées et plusieurs tâches présentant un fort potentiel de problème et pouvant devenir un problème).

3.3.2 Analyse d'une situation d'application issue du MELS

La situation, *les délégations*[7], peut être analysée en utilisant la grille élaborée par Bednarz et Janvier (1994), celle-ci repose essentiellement sur les problèmes de partage inéquitable, plusieurs éléments sont à prendre en considération qui sont repris ci-dessous :

Éléments caractérisant la complexité des PROBLÈMES DE PARTAGE INÉQUITABLE

- Le nombre de générateurs.
- Les relations entre les grandeurs (le nombre et la nature des relations).
- Lien entre plusieurs générateurs.
- Le contexte.

[7] Cette situation est présentée dans le cadre théorique au point 2.2.3, l'énoncé se trouvant à l'appendice A.

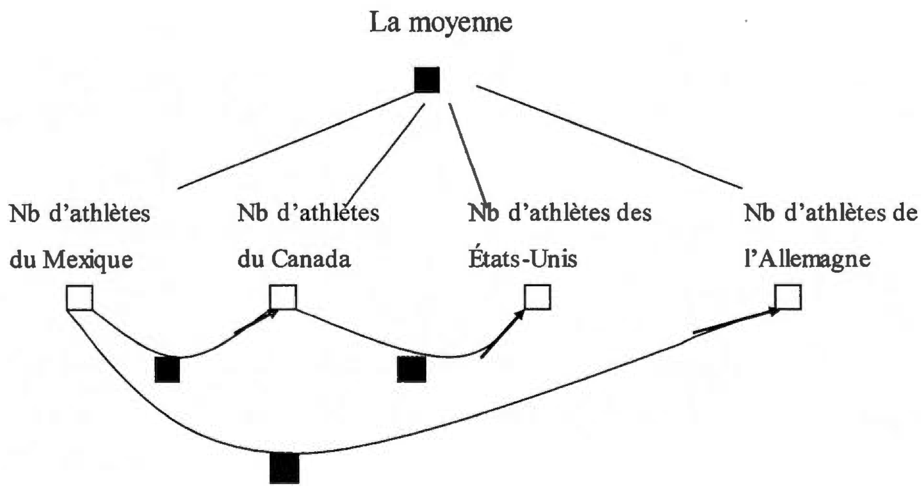


Figure 3.2 Structure de la situation d'application.

Le schéma ci-dessus montre que la structure de cette situation n'est pas présente parmi celles des problèmes de comparaison analysés par Bednarz et Janvier (1994). Cette situation contient quatre grandeurs reliées par trois relations dont deux provient de problème « source » et une relation intermédiaire. Donc, l'élève aura des difficultés à la résoudre d'une manière directe.

Cette situation d'application est représentée selon la grille de Jonnaert (1990, 1997) comme suit :

Tableau 3.38 Structure de la situation d'application

Objets	Opérateurs	Produit
Nb d'athlètes du Mexique : i^0	Le lien entre le nombre d'athlètes de chaque pays : i^+	Le budget prévu : i^-
Nb d'athlètes du Canada : i^-	La formule de la moyenne : i^-	
Nb d'athlètes des États-Unis : i^-		
Nb d'athlètes de l'Allemagne : i^-		
La moyenne du nombre d'athlètes (392) : i^+		
Le coût d'une chambre pour la durée des jeux, (625$) : i^+		
Le budget de logement des athlètes du canada, (100 000$) : i^+		
Le nombre d'athlètes par chambre, (2) : i^+		

Nous remarquons qu'il y a une variation d'informations (i^0, i^-, i^-, i^-, i^+, i^+, i^+) sur les objets de cette situation, et sur les opérateurs (i^+, i^-). Puisque les informations manquantes et absentes sur les objets sont plus grande en quantité que les informations suffisantes, nous pouvons regrouper ces informations dans une seule classe (i^-). Malgré que l'information sur l'un des opérateurs soit suffisante (i^+), il y a toujours un manque d'informations sur les opérateurs puisque l'autre opérateur manque d'information (i^-). Nous pouvons alors regrouper les informations sur les paramètres dans le tableau suivant :

Tableau 3.39 Statut de la situation

Paramètres de la structure de la tâche			***Caractérisation des paramètres***			***Statuts de la tâche***
Objet(s)	***Operateur(s)***	***Produit(s)***	***Niveau de l'information (NI)***	***Degré d'incertitude (DI)***	***Degré d'ouverture (DO)***	***Tâche (T)/ problème (P)***
i^-	i^-	i^-	Faible	Elevé	Faible à moyen	Fort potentiel de P

Nous reviendrons sur l'analyse de la situation-problème et la situation d'application du MELS lors de l'interprétation des données (chapitre V). Dans le chapitre suivant, nous allons nous attarder à l'analyse des situations d'apprentissage du manuel *Perspective mathématique.*

CHAPITRE IV

ANALYSE DES RESULTATS

Dans ce chapitre nous nous intéressons aux situations (situations-problèmes et situations d'application) issues du dossier « Le tour du monde » du manuel scolaire *Perspective mathématique*. La grille de Jonnaert (1990, 1994, 1997) et celle développée par Bednarz et Janvier (1994) sont utilisées pour analyser ces situations. Celles-ci ont été décrites dans le cadre de référence et appliquées dans la méthodologie autour de l'analyse d'une situation-problème et d'une situation d'application issues du ministère d'éducation des loisirs et des sports.

4.1 Description du dossier « Le tour du monde » de *Perspective mathématique* et rappel des éléments de la grille d'analyse

Selon les auteurs, ce dossier amène l'élève à vivre une grande aventure, *le tour du monde*. Les auteurs plongent les élèves dans divers tours du monde réalisés par des explorateurs qui ont choisi des moyens de transports différents. Le dossier débute par une phase de préparation qui présente le voyage réalisé par Fernando de Magellan qui a effectué le premier tour du monde en bateau. Les deux situations-problèmes qui suivent la phase de préparation amènent l'élève à découvrir *le tour du monde en 80 jours* de Jules Vernes et le vol en solitaire de Wiley Post. La troisième situation-problème porte sur le voyage du Russe Youri Gagarine dans l'espace. Nous n'analyserons pas cette dernière situation-problème car elle *n'est liée à aucune séquence d'activités* (Perspective, volume 2, B, p. 286), elle n'est ainsi pas reliée à la séquence de résolution de problèmes en algèbre. À travers l'étude de ces voyages autour du monde, les auteurs visent à ce que l'élève construise de nouvelles connaissances mathématiques, en particulier algébriques « la production d'expressions algébriques, la résolution d'équations et la résolution de problèmes algébriques » (Guide de l'enseignant, p. 277). Nous allons analyser ces trois situations ainsi que les quatre situations-problèmes provenant de la banque de situations-problèmes (p. 312-313) et la situation-problème qui se trouve dans le dossier Rétrospective (p. 484). Les énoncés de ces situations sont présentés dans les annexes B, C et D. Toutes ces situations seront analysées avec la grille de Jonnaert (2010) qui se caractérise par trois catégories d'éléments :

-les *objets* constituent les matériaux dont l'élève aura besoin dans la démarche de traitement de la situation.

-Les *opérateurs* sont les outils que l'élève applique aux objets pour traiter la situation.

-Le *produit* est la réponse attendue résultant des traitements sur les objets avec les opérateurs.

Ces trois catégories constituent « le squelette de la situation » (Jonnaert, 1997). Les informations sur ces éléments peuvent ne pas être fournies à l'élève dans la situation. Jonnaert (1990) précise que celles-ci peuvent être classées en trois groupes :

- i^+ : il y a suffisamment d'informations sur un élément nécessaire pour le traitement de la situation.

- i^- : il n'y a pas suffisamment d'informations sur un des éléments de la situation.

- i^0 : aucune information n'est fournie à propos d'un élément de la situation, donc une inconnue est présente dans la situation.

Si l'information codée par i^0 est dominante alors la tâche devient un problème et l'élève va rencontrer des obstacles et des contraintes. C'est à travers l'énoncé de la situation que l'analyse s'effectue. Pour que cette situation soit compréhensible pour l'élève et provoque chez lui une activité, le squelette de la situation est habillé par un contexte dans lequel les éléments sont organisés de façon signifiante pour celui-ci. L'objectif visé par les situations présentées dans ce dossier est d'amener l'élève à voir que l'algèbre est un outil de résolution de problème et l'inciter à traduire l'énoncé du problème en une équation en utilisant le langage algébrique, il s'approprie ainsi ce langage.

L'analyse est composée de deux parties. Dans un premier temps, les informations telles que présentées dans la situation sont analysées. Cette première analyse permet d'avoir une vision générale de la situation. Dans un deuxième temps, une analyse plus fine est menée autour de l'interprétation des informations présentées. Celle-ci est découpée en différentes étapes de résolution pour lesquelles la présence ou l'absence d'informations sur les éléments est notée. Cette deuxième analyse permet d'avoir un découpage fin de la situation en termes de tâches, elle fait ressortir les liens entre ces tâches et permet de détecter les possibles difficultés rencontrées par les élèves.

4.2 Analyse de la situation de préparation intitulée « Le premier tour du monde »

Cette situation, comme son titre l'indique, traite du premier tour du monde (Perspective, p. 280-281). Elle est composée de trois parties : *le départ, la traversée et l'arrivée*. Les auteurs précisent que *le départ* et *l'arrivée* s'attardent à la résolution arithmétique de problèmes. Le passage de l'arithmétique à l'algèbre en résolution de problèmes se présente ainsi dès cette situation de préparation. Dans ces deux parties de la situation, l'élève est amené à voyager avec Magellan dans sa flotte formée de cinq navires. Il doit trouver la capacité de charge de chacun des navires et le nombre initial des membres de l'équipage. Dans la deuxième partie de ce voyage, *la traversée*, il est demandé à l'élève de produire une expression algébrique pour représenter la distance parcourue par l'expédition pour réaliser le tour de monde. Ainsi, l'élève n'a pas recours de lui-même à l'algèbre mais c'est la question qui le pousse à utiliser cet outil. Pour mieux comprendre l'analyse de cette situation, nous présentons son organisation dans le schéma ci-dessous.

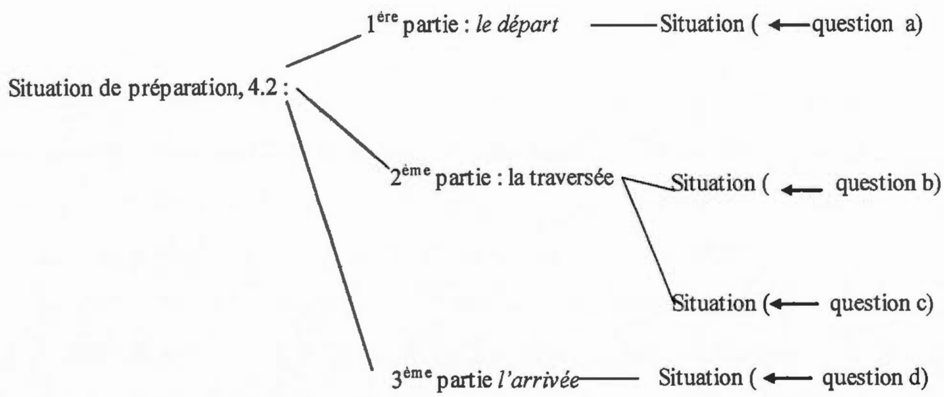


Figure 4.1 Organisation de la situation de préparation 4.2.

4.2.1 Analyse de l'information de la situation de préparation (Perspective p. 280-281)

L'analyse des informations fournies par cette situation sera présentée dans un tableau et codée tel qu'explicité au point 4.1. Pour permettre au lecteur de mieux comprendre la situation, nous avons retranscrit l'énoncé de la situation.

Le départ (Perspective, volume 2, B, p. 280)

Au départ, la flotte de Magellan comptait cinq navires : le Trinidad, le Concepción, le Victoria, le Santiago et le San Antonio. La charge de l'ensemble de ces navires totalisait 372 tonneaux. La capacité du San Antonio équivalait au trente et unième de cette charge. Le Concepción, quant à lui, avait une capacité sept fois et demie plus grande que le San Antonio, ce qui correspondait à vingt tonneaux de moins que la capacité du Trinidad. Finalement, le Victoria avait une capacité de 10 tonneaux de plus que celle du Santiago.

Tableau 4.1 Structure de la première partie de la situation de préparation 4.2

Question de la situation	Objet	Opérateur	Produit
a) Quel navire de l'expédition avait la plus grande capacité? explique ton raisonnement.	La charge totale, (372 tonneaux) : i^+	Relations entre les capacités : i^+	La plus grande capacité : i^-

Cette première analyse montre que l'élève peut facilement répondre à cette question puisque les informations sur les objets et les opérateurs sont présents (i^+). Cette première question ne comporte pas de problème.

La traversée

L'expédition de Magellan mit trois ans à faire le tour du monde. Cependant, pour diverses raisons, la navigation fut interrompue pendant une grande partie de ce temps. En considérant qu'un bateau de l'époque se déplaçait à une vitesse moyenne de 10 km/h, réponds aux deux questions suivantes.

Tableau 4.2 Structure de la deuxième partie de la situation de préparation 4.2

Questions de la situation	Objets	Opérateurs	Produits
b) Si x représente le temps total (en jours) ou l'expédition fut arrêtée, quelle expression algébrique peut représenter la distance parcourue par l'expédition pour réaliser son tour de monde?	- La durée de l'expédition, (3 ans) : i^+ - La vitesse moyenne, (10 km/h) : i^+ - Le temps total (en jours) de l'interruption de l'expédition, (x) : i^+	La relation entre la vitesse, la distance et le temps (qui s'exprime dans la relation v=d/t en km/h) : i^-	L'expression algébrique de la distance parcourue : i^-
c) L'expédition a parcouru environ 8500km. Pendant environ combien de temps la navigation fut-elle interrompue?	La distance parcourue, (85000km) : i^+	Résolution de l'équation : i^-	Le temps d'interruption de la navigation : i^-

Cette deuxième partie de la situation, composée de deux questions, pose un problème à l'élève car les informations sur les opérateurs et les produits sont insuffisantes (i^-). Nous avons choisi de coder ces informations en i^- car l'énoncé présente des indices permettant à l'élève de diriger ses actions. L'élève est ici amené à aller à la section du manuel *Zoom sur l'arithmétique et l'algèbre* pour parfaire ses connaissances et revenir par la suite résoudre le problème.

L'arrivée

En septembre 1522, seul le Victoria revint à Séville, avec à son bord le quinzième de l'équipage initial. L'expédition avait subi une perte de 252 hommes.

Tableau 4.3 Structure de la troisième partie de la situation de préparation 4.2

Question de la situation	Objets	Opérateur	Produit
d) Combien de membres d'équipage l'expédition comptait-elle a son départ? Explique ton raisonnement.	- Le nombre de membres revenus de l'équipage exprimé en fraction, ($\frac{1}{15}$) : i^+ - Le nombre de personnes perdu, (252) : i^+	Raisonnement sur la fraction : i^-	Le nombre initial de membres de l'équipage : i^-

Comme dans les questions *b* et *c*, nous retrouvons dans la question *d* des i^- sur les opérateurs et sur les produits donc un manque d'informations. Ceci génère un niveau de difficulté suffisant pour que l'on puisse formuler l'hypothèse qu'il s'agira d'une situation-problème pour l'élève même si le degré d'information est élevé dans la situation liée à la question *a*.

Ainsi, la situation de préparation est composée de 3 situations de différente nature. La première est la plus simple et ne peut être considérée comme une situation-problème car le degré d'information y est élevé : i^+ sur deux éléments de la structure et i^- sur le troisième. La deuxième et la troisième situation apparaissent toutefois plus complexes.

Dans le point suivant, nous allons procéder à l'analyse de l'interprétation de l'information qui permet une analyse plus détaillée de la situation en termes de tâches. Nous pouvons faire l'hypothèse que certaines de ces situations vont être considérées comme des situations-problèmes potentielles à cause du faible niveau d'information suscité par la double qualification en i^- (sur les opérateurs et les produits). Le degré d'incertitude est suffisamment élevé pour parler de situation-problème potentielle.

4.2.2 Interprétation de l'information de la situation de préparation

Jonnaert (2010) précise qu'une *situation est un ensemble plus ou moins complexe et organisé de circonstances* (p. 115). Celles-ci peuvent être des ressources (directes ou indirectes) ou des contraintes pour le traitement de la situation qui, *à son tour, inclut les tâches et les problèmes s'il y en a* (p. 114). Une *tâche* est considérée comme requérant simplement l'application de ce qui est connu et l'utilisation de ressources accessibles. Une tâche devient un *problème* lorsqu'elle ne s'accomplit pas automatiquement, l'élève devant faire des démarches supplémentaires par rapport à ce que la tâche demande pour obtenir les ressources manquantes. L'ensemble des tâches est constitutif de la situation. Dans l'analyse de l'interprétation de l'information, nous subdivisons la situation en tâches et codons la structure et le statut de chaque tâche d'après les paramètres introduits par Jonnaert. Le schéma ci-dessous présente la situation en termes de tâches. Pour que le lecteur puisse mieux suivre l'analyse, nous avons encadré la partie de la situation analysée et les tâches qui en découlent.

Le départ

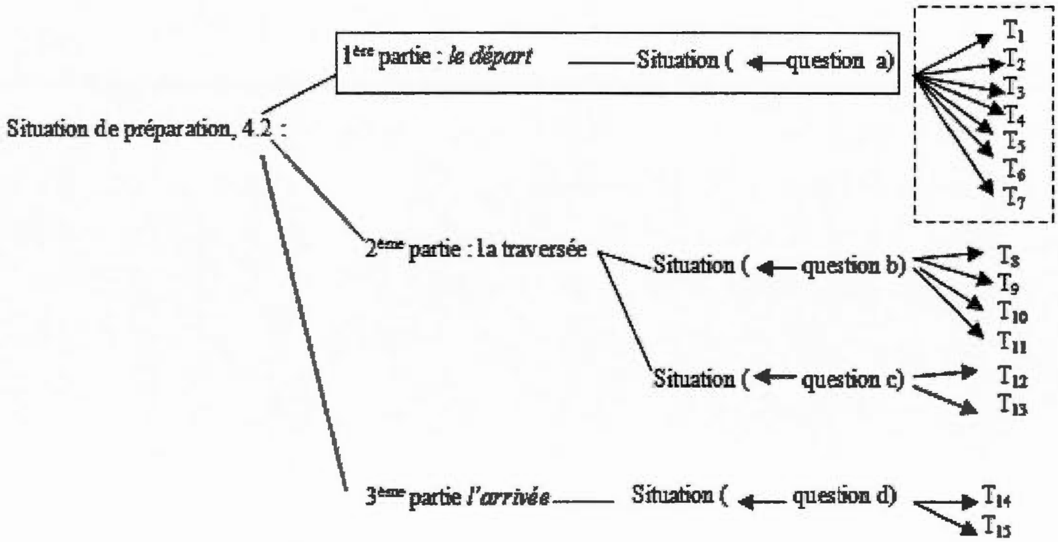


Figure 4.2 Organisation de la situation *le départ*.

Pour répondre à la question a), nous avons besoin de trouver la capacité de chaque navire pour pouvoir ensuite déduire le navire qui a la plus grande capacité. Cette situation est composée de plusieurs tâches qui peuvent susciter ou non un problème pour l'élève en fonction de la présence ou de l'absence d'informations sur les éléments dont il a besoin pour traiter la tâche. La première tâche consiste à trouver la capacité du navire *San Antonio*.

Tableau 4.4 Structure de la T_1 de la situation de préparation 4.2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_1	La charge totale, (372 nneaux) : i^+	La relation entre la capacité du ıvire *San Antonio* et la charge tale, (1/31) : i^+	La capacité du navire *San ntonio :* i^0

La capacité du navire *San Antonio,* qui vaut le trente et unième de la charge totale, est un élément (produit) qui n'est pas demandé explicitement. Toutefois, nous avons besoin de le trouver pour pouvoir le comparer à la capacité des autres navires et trouver celui qui a la plus grande capacité. Pour cette raison, l'information sur cet élément est i^0. Sa capacité sera égale à 372÷31= 12 tonneaux.

Dans la deuxième tâche, nous cherchons la capacité du navire *Concepción*, les informations sont ici absentes, nous avons donc i^0 en produit.

Tableau 4.5 Structure de la T_2 de la situation de préparation 4.2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_2	La capacité du navire *San Antonio*, (12 tonneaux) : i^+	La relation entre la capacité du navire *San Antonio* et celle de *Concepción*, (7,5 plus grande) : i^+	La capacité du navire *Concepción* : i^0

La capacité du navire le *Concepción* est 7,5 fois plus grande que celle de *San Antonio* alors sa capacité sera égale à 7,5×12 = 90 tonneaux. Il faut par la suite trouver la capacité du navire *Trinidad* :

Tableau 4.6 Structure de T_3 de la situation de préparation 4.2

	Objet	**Opérateurs**	**Produits**
T_3	La capacité du navire de *Concepción*, (90 tonneaux) : i^+	La relation entre la capacité du navire de *Trinidad* et celle de *Concepción*, (20 tonneaux de moins) : i^+	La capacité du navire de *Trinidad* : i^0

Pour les mêmes raisons que celles explicitées dans les deux tâches précédentes, l'information sur le produit est absente, elle est donc codée en i^0. La capacité du navire de *Concepción* correspond à 20 tonneaux de moins que celle de *Trinidad*. Alors, la capacité du navire de *Trinidad* est 20 tonneaux de plus que celle de le *Concepción*. D'où, sa capacité sera égale à 90 +20 = 110 tonneaux.

Dans les tâches $T_1, T_2 et T_3$, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes pour les traiter (i^+) alors que les informations sur les produits sont absentes (i^0). Le NI est donc élevé et le DI est faible, ces tâches sont donc des tâches fermées, il n'y a pas de problème.

Le *Victoria* a une capacité de 10 tonneaux de plus que *Santiago*. Pour trouver la capacité de chacun de ces navires, nous avons besoin de trouver la somme de leur charge. Dans cette tâche, nous devons donc soustraire la somme des capacités des autres navires de la charge totale.

Tableau 4.7 Structure de la T_4 de la situation de préparation 4.2

	Objets	Opérateur	Produit
T_4	- Charge totale, (372 tonneaux) : i^+ - Capacité des navires *San Antonio*, *Concepción* et *Trinidad*: i^+	Soustraction : i^-	Charge des deux navires *Victoria* et *Santiago :* i^0

La recherche de la charge des deux navires *Victoria* et *Santiago* est nécessaire pour pouvoir répondre à la question, celle-ci n'est pas demandée explicitement donc l'information est absente i^0. Nous obtenons la charge des deux navires *Victoria* et *Santiago* en retranchant la charge des trois navires *San Antonio*, *Concepción* et *Trinidad* de la charge totale. L'information sur cette soustraction, qui représente l'opérateur de cette tâche, est implicite dans la donnée de la relation, l'information sur cet opérateur sera donc i^-. La charge des deux navires *Victoria* et *Santiago* est 372-12-90-110 = 160 tonneaux.

Le *Victoria* a une capacité de 10 tonneaux de plus que *Santiago*, alors nous pouvons trouver les capacités correspondantes à ces deux navires par un simple calcul arithmétique. L'information sur cet opérateur est donnée implicitement dans l'énoncé, il sera codé par un i^-.

Tableau 4.8 Structure de la T_5 de la situation de préparation 4.2

	Objet	Opérateur	Produit
T_5	Charge des deux navires *Victoria* et *Santiago*: i^+	Calcul arithmétique : i^-	Charge du navire *Santiago*: i^0

Nous n'avons qu'à retrancher 10 de 160 puis diviser le résultat par deux pour obtenir la charge du navire *Santiago*, $(160 - 10) \div 2 = 75$ tonneaux.

Dans les tâches $T_4 et T_5$, les informations sur les objets sont suffisantes pour les traiter, i^+, les opérateurs manquent d'informations, i^-, et les informations sur les produits sont absentes, i^0. Donc, le NI est faible et le DI est élevé, le statut de ces tâches est un fort potentiel de problème.

La capacité de *Victoria* est obtenue en ajoutant 10 tonneaux à celle du navire *Santiago*. Elle sera 75 + 10=85 tonneaux.

Tableau 4.9 Structure de T_6 de la situation de préparation 4.2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_6	Charge du navire *Santiago :*	Ajout de 10 :	Charge du navire *Victoria :*
	i^+	i^+	i^0

Dans cette tâche, les informations sur l'objet et l'opérateur sont suffisantes pour les traiter, i^+, l'information sur le produit est absente, i^0. Donc, le NI est élevé et le DI est faible, cette tâche est une tâche fermée, il n'y a aucun problème.

Le produit de la tâche suivante T_7, qui est le résultat de l'application de l'opérateur sur l'objet, relève de la question a) donc l'information sur le produit est i^-.

Tableau 4.10 Structure de T_7 de la situation de préparation 4.2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_7	La capacité de chaque navire : i^+	Comparaison (l'expression *la plus grande*) : i^+	Le navire qui a la plus grande capacité : i^-

En comparant la capacité de chaque navire nous déduisons que le navire de *Trinidad* avait la plus grand charge. Dans cette tâche, les informations sur l'objet et l'opérateur sont suffisantes, i^+ et le produit manque d'information, i^-. Donc, le NI est élevé et le DI est faible alors cette tâche est une tâche fermée, il n'y a aucun problème.

Le schéma ci-dessous résume et illustre le statut et l'enchaînement des tâches de la première partie de la situation de préparation.

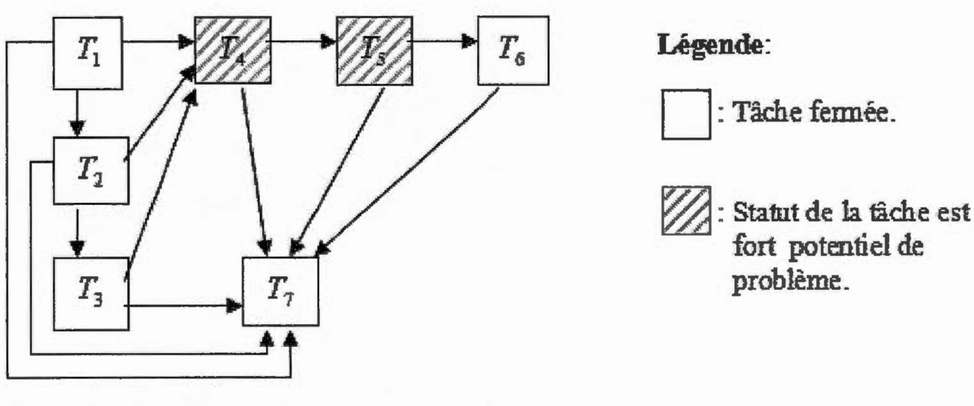


Figure 4.3 L'enchaînement des tâches de la situation *le départ.*

Cette première partie nommée *le départ* présente une situation avec un faible potentiel de problème. T_1, T_2, T_3 ne devraient pas poser de problèmes à l'élève. Celui-ci peut ressentir des difficultés pour $T_4 et T_5$ où la relation n'est pas explicite et où il doit la déduire des données. Une fois cette difficulté surmontée, les tâches $T_6 et T_7$ ne sont pas difficiles à résoudre.

Comme il s'agit d'un problème de comparaison, nous pouvons utiliser la grille de Bednarz et Janvier (1994) pour analyser cette première partie de la situation de préparation. Le schéma ci-dessous illustre cette situation :

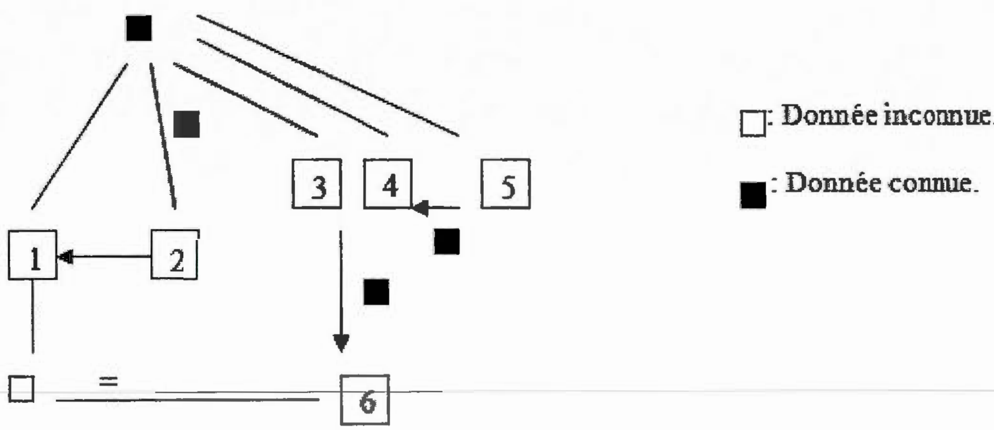


Figure 4.4 Structure de la situation *le départ* selon la grille de Bednarz et Janvier (1994)

Selon les données et la grille d'analyse de Bednarz et Janvier (1994), ce problème est un problème connecté. Pour trouver la donnée 3, l'élève doit utiliser la relation inverse à celle présentée dans l'énoncé. Pour les données 4 et 5, l'élève doit retrancher du total la somme des données 1, 2 et 3 et l'appliquer aux deux données 4 et 5 qui ne sont pas connues. Cette procédure peut être difficile pour l'élève et peut lui poser un problème.

Nous obtenons ainsi le même résultat en utilisant ces deux grilles d'analyse.

La traversée

Le schéma suivant montre la partie de la situation qui va être analysée et les tâches qui en découlent :

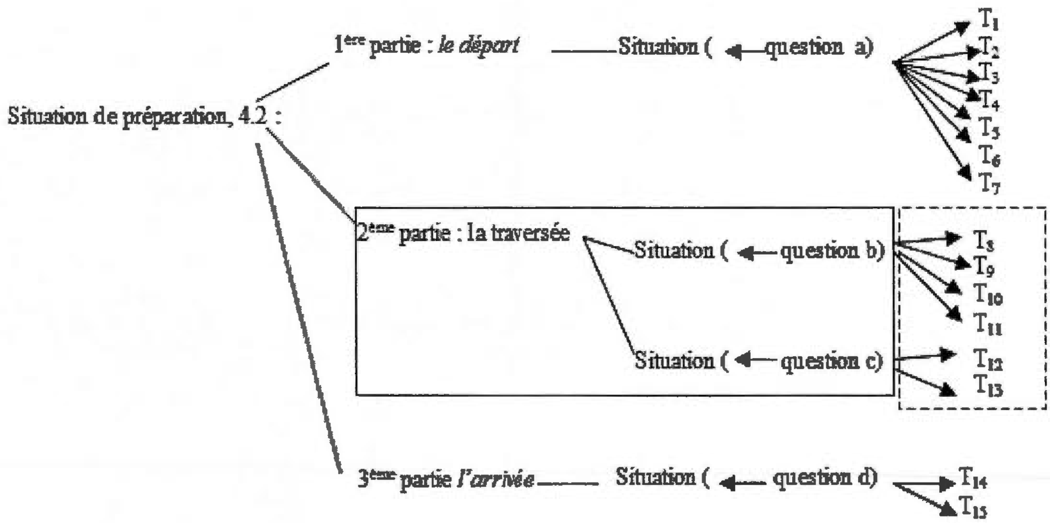


Figure 4.5 Organisation de la situation *la traversée*.

La question b) précise que la durée totale où l'expédition fut arrêtée s'exprime en jours. Dans cette tâche, l'élève doit donc convertir l'unité du temps total de l'expédition qui est donnée par an en jours.

Tableau 4.11 Structure de T_8 de la situation de préparation 4.2

	Objet	Opérateur	Produit
T_8	La durée de l'expédition, (3 ans) : i^+	Conversion d'année en jours, (raisonnement proportionnel) : i^-	La durée de l'expédition exprimée en jours : i^0

Une année compte 365 jours, trois ans sont donc constitués de 3 fois plus de jours, 3×365=1095 jours. Cette conversion d'année en jours est implicite dans l'énoncé donc l'information sur l'opérateur est insuffisante (i^-). Le produit (la durée de l'expédition exprimée en jours) dont l'élève aura besoin pour résoudre le problème n'est pas demandé explicitement l'information est donc codée en i^0.

Dans le même ordre d'idées, la vitesse est donnée en km/h, l'élève devra convertir cette unité en km/jour. La conversion de km/h en km/jour n'est pas demandée, l'élève doit la lire dans l'énoncé, l'information est donc insuffisante sur l'opérateur et sera codée en i^-.

Tableau 4.12 Structure de T_9 de la situation de préparation 4.2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_9	La vitesse moyenne. (10 km/h) : i^+	Conversion de km/h en km/jour : i^-	La vitesse moyenne exprimée en jours : i^0

10 km/h signifie qu'en une heure la distance parcourue est de 10 km. Un jour compte 24 heures donc en un jour, la distance parcourue est 24 fois plus grande soit $10 \times 24 = 240$ km. La vitesse obtenue est de 240km/h.

Tableau 4.13 Structure de T_{10} de la situation de préparation 4.2

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_{10}	- le temps total (en jours) de l'interruption de l'expédition, (x) : i^+ - La durée de l'expédition exprimée en jours, (1095) : i^+	Soustraction, (l'expédition fut arrêtée) : i^-	La durée de l'expédition sans le temps total d'interruption : i^0

On précise que la navigation fut interrompue pendant un certain temps. Pour trouver l'expression algébrique de la distance parcourue, nous devrons donc chercher la durée de l'expédition sans le temps total d'interruption. L'information sur l'opérateur qui est la soustraction n'est pas explicite, elle se déduit de l'expression « l'expédition fut arrêtée », donc l'information est codée par i^-. De plus, l'information sur cette durée dont l'élève aura besoin pour répondre à la question est absente. Le i^0 symbolise le manque d'information sur ce produit. La durée de l'expédition sans le temps total d'interruption est égale à (1095 –x) jours.

Tableau 4.14 Structure de T_{11} de la situation de préparation 4.2

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_{11}	- La durée de l'expédition sans le temps total d'interruption, (1095-x) : i^+ - La vitesse moyenne exprimée en jours, (240km/jours) : i^+	La relation entre la vitesse, la distance et le temps, (v=d/t en km/jour) : i^-	L'expression algébrique de la distance parcourue : i^-

Nous savons que la vitesse s'exprime dans la relation v= d/t en km/jour. Cette relation est déduite de l'énoncé et de la question posée, elle n'est pas donnée explicitement, l'information sur cet opérateur est donc représentée par i^-. La durée totale de l'expédition est de (1095-x) jours (sans compter l'interruption). Comme la vitesse est 240km/jour, en un jour on parcourt 240km, en (1095-x) jours l'expédition va parcourir 240 fois plus de km donc (1095-x)×240. L'expression algébrique de la distance parcourue est de 240. (1095-x).

Pour la question **c)**

Tableau 4.15 Structure de T_{12} de la situation de préparation 4.2

	Objets	Opérateur	Produit
T_{12}	- La distance parcourue, (85000km) : i^{+} - L'expression algébrique de la distance, [240. (1095-x)] : i^{+}	Mise en équation : i^{-}	Écrire l'équation : i^{0}

La distance parcourue s'exprime de deux façons différentes $d = 85000$ et $d = 240.(1095 - x)$. En identifiant ces deux égalités, nous obtenons l'équation que nous cherchons et sur laquelle nous n'avons pas d'information (i^{0}) : $240.(1095 - x) = 85000$.

La mise en équation et sa résolution représentent les opérateurs des deux tâches T_{12} et T_{13}. Les informations sur ces deux opérateurs sont implicites, l'élève possède toutefois ces connaissances des dossiers précédents, les informations sur les opérateurs sont donc insuffisantes (i^{-}).

Tableau 4.16 Structure de T_{13} de la situation de préparation 4.2

	Objet	Opérateur	Produit
T_{13}	L'équation obtenue dans T_{12} : i^{+}	Résolution de l'équation : i^{-}	Le temps d'interruption : i^{-}

L'équation obtenue dans T_{12} est :

240. (1095-x)=85000

1095-x $\approx$ 354

$x \approx 1095 - 354$

x≈741. Donc, le temps d'interruption est d'environ de 741 jours.

Dans toutes les tâches de cette partie, *la traversée*, $T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, T_{12} et T_{13}$ les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les opérateurs manquent d'informations, i^-, et les informations sur les produits sont absentes, i^0. Le NI est donc faible et le DI est élevé, ce qui amène à un fort potentiel de problème.

Le schéma suivant résume et illustre le statut et l'enchaînement des différentes tâches de cette deuxième partie de la situation :

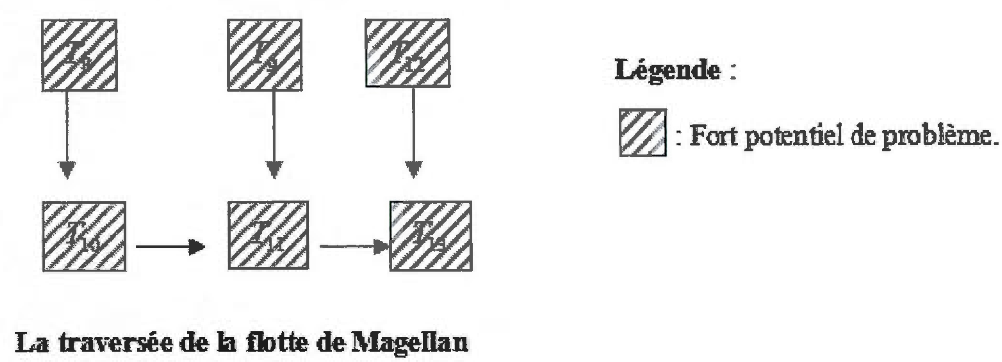


Figure 4.6 L'enchaînement des tâches de la situation *La traversée.*

Cette partie constitue une situation-problème, elle est composée de 6 tâches liées, T_8 liée à T_{10}, T_9 liée à T_{11}, T_{12} liée à T_{13} et T_{10}, T_{11} et T_{13} sont liées. L'élève risque de ressentir des difficultés dans chacune des tâches, chacune d'elles peut donc poser un problème à l'élève.

L'arrivée

Cette partie se situe comme indiqué ci-dessous dans l'organisation de la situation :

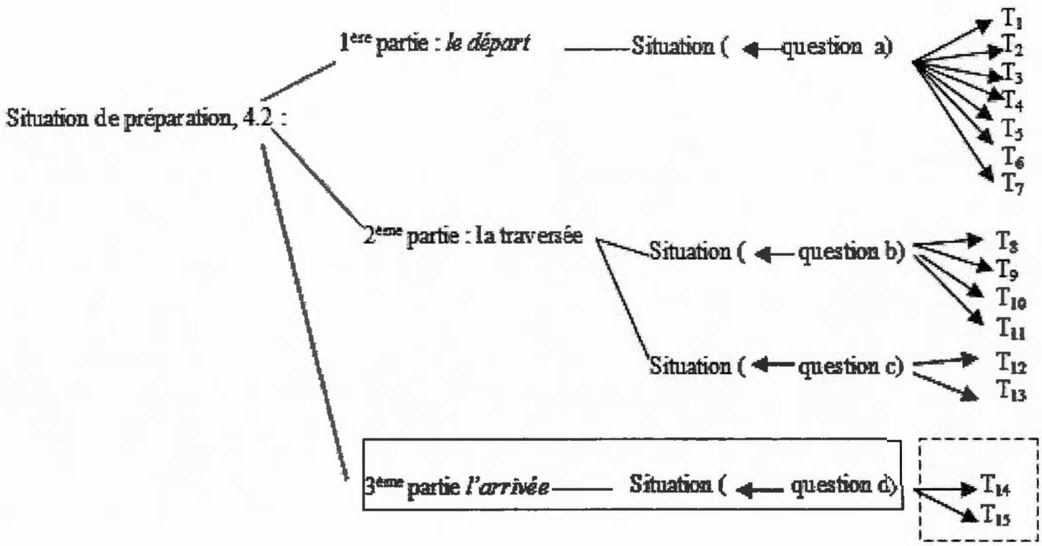


Figure 4.7 L'organisation de la situation *L'arrivée*.

Dans cette partie d), nous cherchons le nombre des membres de l'équipage de l'expédition au départ avant la perte des 252 personnes.

Tableau 4.17 Structure de T_{14} de la situation de préparation 4.2

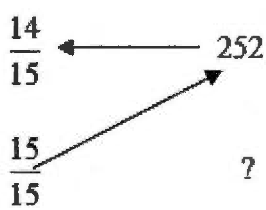
	Objet	Opérateur	Produit
T_{14}	Le quinzième de l'équipage : i^+	Soustraction : i^-	Le nombre de personnes perdues exprimé sous forme de fraction : i^-

Le nombre des membres de l'équipage qui sont revenus représente le quinzième du nombre initial (qui est le quinze quinzième) donc le nombre de personnes perdues (c'est-à-dire les 252 hommes) représente le quatorze quinzième ($\frac{15}{15}-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$). Ce produit peut être déduit, par application de l'opérateur sur l'objet, de la fraction représentant le nombre de personnes revenues à bord. Donc, l'information sur le produit sera i^-. La soustraction n'est pas explicite, l'élève peut commettre une erreur en considérant le quinze quinzième comme le nombre de personnes perdues au lieu de considérer le quatorze quinzième. L'élève devra donc chercher son opérateur dans l'énoncé, l'information sur l'opérateur sera i-. Or ce quatorze quinzième correspond à 252 personnes et nous cherchons le quinze quinzièmes.

Tableau 4.18 Structure de T_{15} de la situation de préparation 4.2

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_{15}	- Le nombre de personnes perdues, (252) : i^+ - Le nombre de personnes perdues exprimé sous forme de fraction, ($\frac{14}{15}$) : i^+	Produit en croix : i^-	le nombre initial de membres de l'équipage : i^-

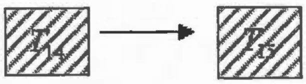
Le produit en croix qui est l'opérateur n'est pas indiqué dans l'énoncé, l'élève devra le déduire, l'information est donc insuffisante, i^-.



Le nombre initial de membres de l'équipage sera $(\frac{15}{15})\ \times 252 \div (\frac{14}{15}) = 252 \times \frac{15}{14} = 270$ personnes.

Dans les tâches $T_{14} et T_{15}$, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les opérateurs manquent d'informations, i^-, et les informations sur les produits sont absentes, i^0. Le NI est donc faible et le DI est élevé, ce qui amène à un fort potentiel de problème.

Voici le schéma qui illustre et résume cette troisième partie de la situation :



Légende :

 : Fort potentiel de problème.

L'arrivée de la flotte de Magellan

Figure 4.8 L'enchaînement des tâches de la situation *L'arrivée*.

La dernière partie est une situation formée de deux tâches qui peuvent causer un problème à l'élève.

Si nous comparons l'analyse de l'information et l'interprétation de l'information, nous remarquons que nous n'obtenons pas toujours le même résultat. Dans la partie *le Départ,* l'analyse de l'information ne permet pas de déduire que l'élève peut avoir des difficultés à résoudre la question a). L'analyse de l'interprétation de l'information va plus loin. En détaillant les tâches, nous constatons que deux taches $T_4 et T_5$ peuvent causer un problème à l'élève.

La première situation que nous venons d'analyser est la situation de préparation du dossier *le tour de monde* où l'élève réinvestit des concepts et des processus nécessaires à la réalisation du dossier. L'élève possède à ce stade toutes les connaissances nécessaires pour résoudre cette situation. Il y a dans cette situation de préparation un souci de recourir à des situations dont certaines se résolvent par l'arithmétique et d'autres par l'algèbre. La première situation-problème *Quand la réalité rejoint la fiction* est identifiée comme travaillant plus spécifiquement la résolution d'équations, c'est la première fois où l'élève sera confronté à la résolution d'équations où l'inconnue est présente des deux côtés de l'égalité. Comme nous l'avons précisé dans la méthodologie, l'élève n'a été confronté dans les dossiers précédents qu'à des équations du type a.x + b = c. Cette situation-problème vise ainsi de nouveaux apprentissages.

4.3 Analyse de la situation-problème 1 (Perspective, p. 282-283)

Cette situation-problème permet à l'élève de consolider son appropriation du langage algébrique en traduisant algébriquement les relations entre les données de la situation-problème où l'inconnue est déjà désignée et d'approfondir ses connaissances sur la résolution d'équations du premier degré à une variable.

Voici comment s'organise cette situation-problème :

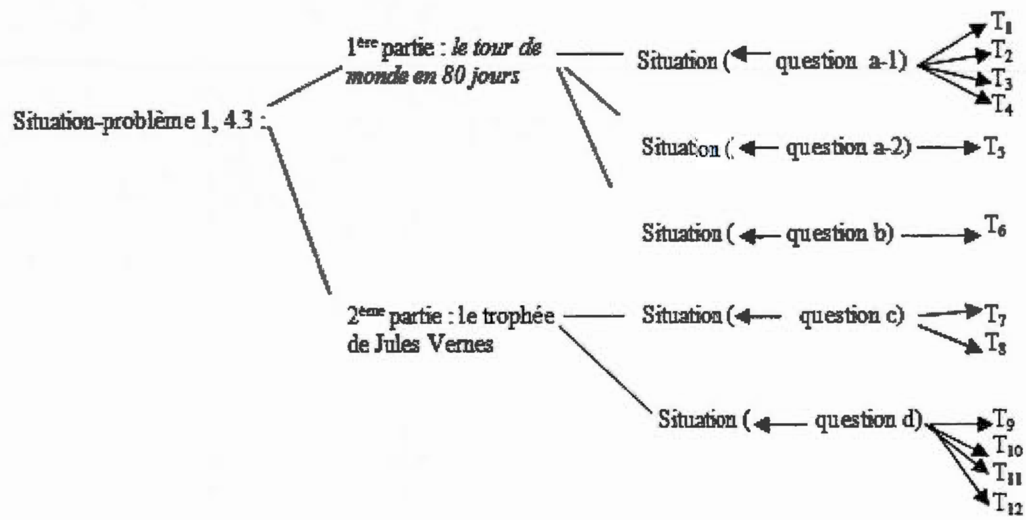


Figure 4.9 Organisation de la situation-problème 4.3.

4.3.1 Analyse de l'information de la situation-problème1 (*Perspective*, p. 282-283)

Cette situation-problème est composée de deux parties indépendantes. La première présente *Le tour du monde en 80 jours* où Phileas Fogg a traversé l'Inde de l'ouest vers l'est par deux moyens de transport différents. La deuxième expose *Le trophée de Jules*-Verne qui consiste à accomplir le tour de monde en voilier et la personne qui bat le temps du gagnant précédent reçoit ce trophée. Chacune de ces parties est formée de deux questions liées.

Le tour du monde en 80 jours

Phileas Fogg, le héros du roman de Jules Verne, part la journée même où il relève le défi, accompagné de son valet. Les deux hommes vivront une fabuleuse course contre la montre.

Au cours de son périple, M. Fogg prévoit effectuer la traversée de l'Inde d'ouest en est. De Bombay à Allahabad, il fait 18 heures en train et 20 heures à dos d'éléphant, un moyen de transport environ 16 fois moins rapide que le train. Pour compléter sa traversée, M. Fogg prend de nouveau le train et met 21 heures pour atteindre Calcutta.

Tableau 4.19 Structure de la première partie de la situation-problème 4.3

Questions des situations	**Objets**	**Opérateurs**	**Produits**
a)1- Si x correspond à la vitesse d'un train à cette époque, quelle expression algébrique représente la distance parcourue pour traverser chacune des deux parties de l'Inde?	La vitesse du train, (x) : i^+	La relation entre la vitesse, la distance et le temps. (qui s'exprime dans la relation v=d/t en mille/h) : i^-	Expression algébrique représentant la distance parcourue dans chaque partie : i^-
a)2- Sachant qu'au cours de la seconde partie de sa traversée M. Fogg a parcouru 70 milles de plus que la première partie, représente cette situation par une équation.	Les expressions algébriques représentant la distance parcourue dans chaque partie : i^+	Lien entre $d_1 et d_2$: i^+	Équation formée par les expressions algébriques représentant la distance parcourue dans chaque partie : i^-
b) Quelles étaient la vitesse d'un train à cette époque et celle d'un déplacement à dos d'éléphant?	Équation formée par les expressions algébriques représentant la distance parcourue dans chaque partie : i^+	Résolution d'équation : i^-	Vitesse du train et vitesse à dos d'éléphant : i^-

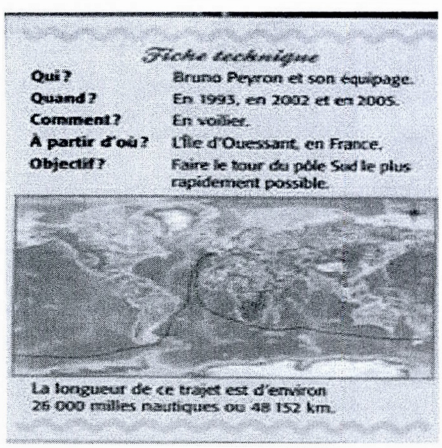
Cette première partie est subdivisée en 3 situations liées entre elles. L'information sur l'objet de la situation a)1- est suffisante, i^+ et l'opérateur n'est pas explicite dans la situation. L'élève doit le chercher dans la fiche présentée en dehors du contexte de la situation, l'information sur l'opérateur est donc insuffisante, notée i^- et le produit manque d'information, i^-. Le NI et le DI sont ici moyens, il s'agit donc d'une SP potentielle.

La situation a)2- est facile à résoudre, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes, i^+, l'élève n'aura donc pas de difficultés à répondre à la question demandée. Le NI est élevé et le DI est faible, la situation est une situation fermée.

La situation b) liée à la situation a) peut causer un problème à l'élève puisque l'information sur l'opérateur est insuffisante, i^-. L'élève doit chercher l'information manquante dans la séquence d'activités de la section Zoom sur l'arithmétique et l'algèbre où il pourra déduire des règles de transformation d'équations ayant des inconnues dans ses deux membres. Le NI est moyen et le DI est moyen. Il s'agit donc d'une SP potentielle.

Le trophée de Jules-Verne

Observe la fiche technique ci-contre.



Sur la carte, les pointillés représentent le trajet que doit suivre l'équipage d'un voilier cherchant à accomplir le tour du monde sans escale en moins de 80 jours. Chaque équipage qui réussit à battre le temps du gagnant précédent reçoit le trophée Jules-Vernes.


Les membres de l'équipage de Bruno Peyron gagnent le premier trophée Jules-Verne décerné.
1993
M. Peyron et son équipe remportent une deuxième fois le trophée Jules-Verne en améliorant de 15 jours leur temps de 1993.
2002
C'est la troisième fois que l'équipage de Bruno Peyron remporte le trophée Jules-Verne. Cette fois-ci, les navigateurs ont mis 14 jours de moins qu'en 2002 pour effectuer le tour du pôle Sud.
L'amélioration du temps est si importante qu'il manque 10 jours et demi pour atteindre la moitié du temps de la performance de 1993.
2005

Tableau 4.20 Structure de la deuxième partie de la situation-problème 4.3

Question des situations	Objets	Opérateurs	Produits
c) Si x représente le nombre de jours qu'a duré le périple en 1993, quelle expression algébrique correspond à chacun des temps des deux autres performances?	Le nombre de jours en 1993, (x) : i^+	Lien entre le nombre de jours en 1993 et celui de 2002 et de 2005 : i^-	Expressions algébriques représentant le nombre de jours en 2002 et en 2005 : i^-
d) Quels sont les trois temps (en jours) réalisés par l'équipe de Bruno Peyron?	- Le nombre de jours en 1993, (x) : i^+ - Expressions algébriques représentant le nombre de jours en 2005 : i^+	Mise en équation. (lien entre le temps de la performance de 1993 et celui de 2005) : i^-	Les trois temps en jours de 1993, 2002 et 2005 : i^-

Les deux questions de la partie *le trophée de Jules-Verne* sont reliées. Les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les opérateurs et les produits manquent d'informations, i^-. L'élève doit chercher les informations dans la bande dessinée. Le NI est moyen et le DI est moyen, il s'agit donc d'une SP potentielle.

L'analyse de l'interprétation de l'information permet de s'attarder aux tâches que l'élève doit résoudre pour résoudre la première partie de cette situation-problème.

4.3.2 Interprétation de l'information de la situation-problème 1

Pour situer l'interprétation de cette partie, nous présentons son organisation par rapport à celle de la situation dans le schéma suivant :

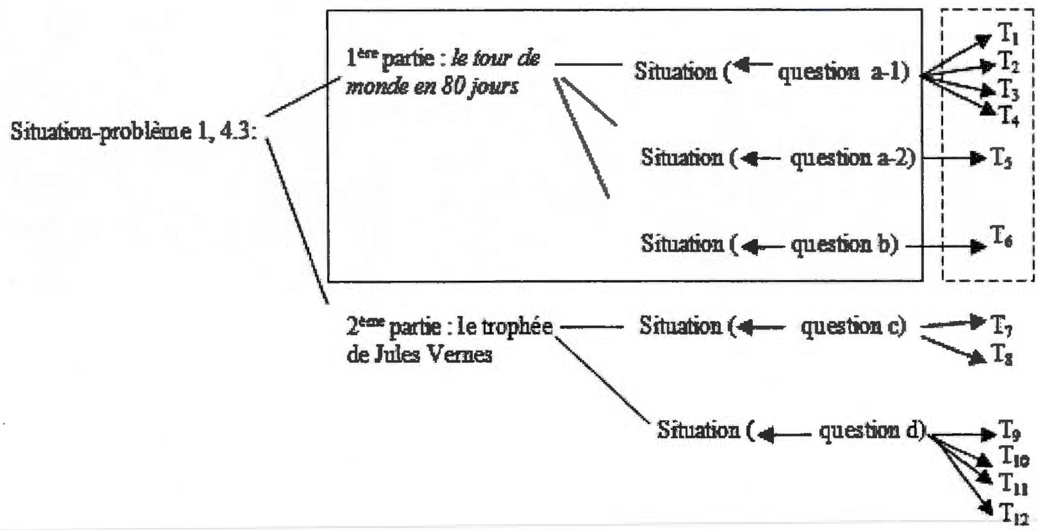


Figure 4.10 Organisation de la situation *Le tour de monde en 80 jours.*

Pour résoudre cette première question **a)1-**, l'élève a besoin d'identifier les objets, les opérateurs et les produits de cette tâche comme ci-dessous.

Tableau 4.21 Structure de T_1 de la situation-problème 4.3

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_1	- la vitesse du train, (x) : i^+ - Temps de la 1ère partie (18 h en train) : i^+ - Temps de la 2ème partie (21h en train) : i^+	La relation entre la vitesse, la distance et le temps, (v=d/t) : i^-	Expression algébrique représentant la distance parcourue par le train dans les deux parties : i^-

L'élève doit trouver l'expression algébrique représentant la distance parcourue pour traverser les deux parties de l'Inde. Pour la première partie, la vitesse du train en km est x pour un temps de 18h donc l'expression algébrique représentant la distance parcourue en train est $18x$ (en utilisant comme opérateur la relation v=d/t donc d= v×t, d en km, t en heures et v en km/h). L'information sur les objets est i^+, l'information sur l'opérateur et le produit est insuffisante, i^-, l'élève doit la chercher dans la fiche présentée en note à gauche de la page illustrée ci-dessous. Le NI et le DI sont moyens, la tâche est donc un problème potentiel.

Pour la deuxième partie, l'expression algébrique représentant la distance parcourue en train en 21 heures est d_2=21x.

Dans la première partie, M. Fogg s'est déplacé à dos d'éléphant pendant un certain temps, nous savons que la vitesse à dos d'éléphant est 16 fois plus petite que celle en train.

Pour trouver la vitesse à dos d'éléphant, nous avons besoin de plusieurs éléments représentés comme suit :

Tableau 4.22 Structure de T_2 de la situation-problème 4.3

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_2	- la vitesse du train, (x) : i^+	Lien entre la vitesse en train et la vitesse à dos d'éléphant, $v_e = \frac{1}{16} v_t$: i^+	Expression algébrique représentant la vitesse à dos d'éléphant : i^0

La vitesse à dos d'éléphant est $\frac{1}{16}$ de celle en train donc l'expression algébrique représentant la vitesse à dos d'éléphant est $\frac{1}{16}$x. L'information sur ce produit est absente, i^0, mais l'élève a besoin de la chercher pour pouvoir continuer sa démarche de résolution.

Les informations sur l'objet et sur l'opérateur sont suffisantes, i^+, et l'information sur le produit est absente, i^0. Le NI est donc élevé et le DI est faible, ce qui amène à une tâche fermée, il n'y a aucun problème. Nous savons que M. Fogg a passé 20 heures à dos d'éléphant dans la première partie.

Tableau 4.23 Structure de T_3 de la situation-problème 4.3

	Objets	**Opérateur**	**Produit**

T_3	- la vitesse à dos d'éléphant : i^+ - le temps passé à dos d'éléphant : i^+	L'expression de la vitesse, (v=d/t) : i^-	Expression algébrique représentant la distance parcourue à dos d'éléphant dans la première partie : i^0

En une heure, l'éléphant parcourt $\frac{1}{16}$x de milles donc en 20 heures, l'éléphant parcourt une distance 20 fois plus grande soit 20*($\frac{1}{16}$ x).

Dans cette tâche, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, l'opérateur manque d'information, i^-, et l'information sur le produit est absente, i^0. Le NI est donc faible et le DI est élevé, il s'agit d'un fort potentiel de problème.

Tableau 4.24 Structure de T_4 de la situation-problème 4.3

	Objets	Opérateur	Produit
T_4	- Expression algébrique représentant la distance parcourue à dos d'éléphant dans la première partie : i^+ - Expression algébrique représentant la distance parcourue en train : i^+	La somme : i^-	Expression algébrique représentant la distance totale parcourue dans la première partie : i^-

L'expression algébrique représentant la distance de la première partie est la somme des deux expressions algébriques décrivant les distances parcourues dans la première partie. Cette somme représente l'opérateur qui est implicite dans l'énoncé « il fait 18h en train **et** 20 heures à dos d'éléphant » donc l'information est insuffisante, i^-, l'information sur le produit est également insuffisante et les informations sur les objets sont suffisantes, i^+. Le NI et le DI sont donc moyens, la tâche sera un problème potentiel. L'expression algébrique représentant la distance totale parcourue dans la première partie est d_1=18x+20*($\frac{1}{16}$ x).

Dans cette partie **a)2-**, nous allons obtenir une équation avec des « x » des deux côtés. Celle-ci peut constituer un obstacle pour l'élève qui n'a été confronté jusqu'ici qu'à des équations du type $a.\ x+b=c$.

Tableau 4.25 Structure de T_5 de la situation-problème 4.3

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_5	les expressions algébriques représentant la distance parcourue dans chaque partie : i^+	Lien entre d_1 et d_2 : i^+	Équation formée par les expressions algébriques représentant la distance parcourue dans chaque partie : i^-

Cette tâche est liée à la première question a)-1. L'élève doit faire le lien entre la distance des deux parties qui est donnée par : « la deuxième est plus grande que la première de 70 milles ». L'équation sera : $d_2 = d_1 + 70$. Donc, l'équation formée par les expressions algébriques représentant la distance parcourue dans chaque partie s'exprime par 21x=18x+20*($\frac{1}{16}$ x) +70.

Les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes, i^+, le produit manque d'information, i^-. Le NI est élevé et le DI est faible, il s'agit donc d'une tâche fermée.

b)

Tableau 4.26 Structure de T_6 de la situation-problème 4.3

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_6	Équation formée par les expressions algébriques représentant la distance parcourue dans chaque partie : i^+	Résolution de l'équation obtenu dans a)2- : i^0	Vitesse du train et vitesse à dos d'éléphant : i^-

Nous remarquons que cette tâche est liée aux deux premières a)1- et a)2-. Pour trouver la vitesse du train et celle à dos d'éléphant, l'élève devra résoudre l'équation trouvée dans a)-2, 21x=18x+20*($\frac{1}{16}$ x) +70.

La résolution de l'équation de la forme $ax+b=cx+d$ est un nouvel apprentissage pour l'élève, l'information sur cet opérateur est absente, i^0, il y a donc un obstacle. Les auteurs prévoient que l'élève fasse cet apprentissage en retournant à la section Zoom sur l'arithmétique et l'algèbre pour découvrir les concepts et processus liés à cette situation-problème. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé, la tâche est donc un problème.

$$21x = 18x + 20 \times (\frac{1}{16}x) + 70;$$

$$21x - 18x - 20 \times (\frac{1}{16}x) = 70;$$

$$3x - \frac{5}{4}x = 70;$$

$$12x - 5x = 280;$$

$$7x = 280; x = 40.$$

Donc, la vitesse du train est de 40 km/h et celle à dos d'éléphant est $\frac{1}{16}$ de celle du train donc elle est égale à $40*\frac{1}{16}$=5/2=2,5km/h.

L'interprétation de l'information de cette partie, *Le tour du monde en 80 jours,* montre que c'est une situation formée de 6 tâches reliées où $T_1 et T_4$ sont des problèmes potentiels. T_3 est un fort potentiel de problème. $T_2 et T_5$ sont des tâches fermées, toutes les informations sont présentes. T_6 est un problème, les informations sur l'opérateur sont absentes. L'élève rencontrera un obstacle.

Le schéma ci-dessous résume et illustre le statut et l'enchaînement des tâches dans cette situation.

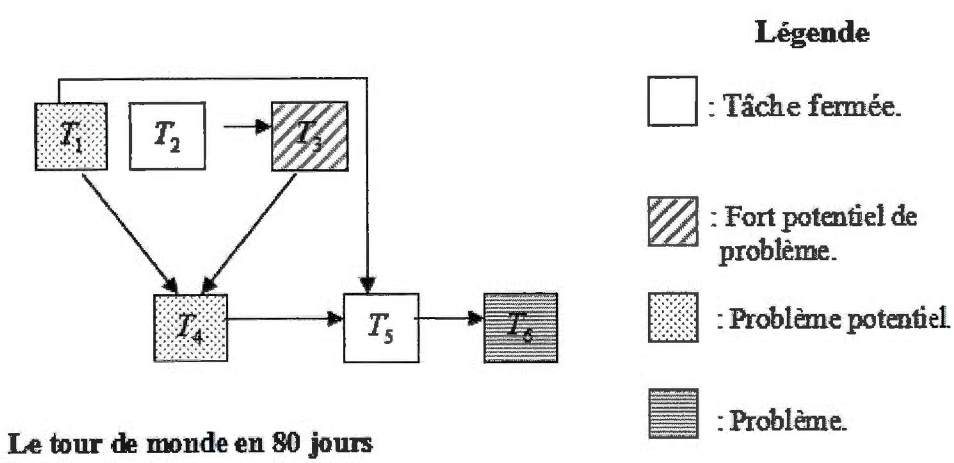


Figure 4.11 L'enchaînement des tâches de la situation *Le tour de monde en 80 jours*.

Cette situation se prête également (comme la première situation de la situation de préparation) à être analysée avec la grille de Bednarz et Janvier (1994), elle est illustrée par le schéma suivant :

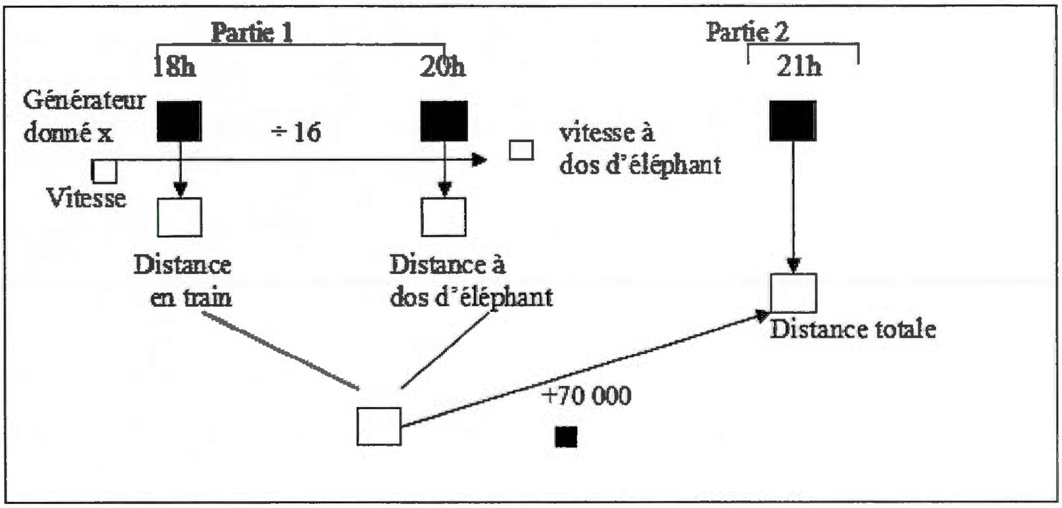


Figure 4.12 Structure de la situation *Le tour de monde en 80 jours* selon la grille de Bednarz et Janvier (1994)

Cette situation constitue un problème déconnecté, le générateur x correspondant à la vitesse du train est donné. Dans la partie 1, l'élève part des grandeurs connues auxquelles il applique une relation exprimée sous forme de taux, cette relation n'étant pas donnée. Toutefois, nous ne pensons pas que cette démarche posera un problème à l'élève puisque la relation entre le temps et la vitesse et la distance est familière à ce niveau de scolarité. La difficulté provient de l'établissement des deux grandeurs issues de la partie 1 et de la partie 2 dont seul le lien les unissant est connu.

Nous obtenons la même analyse en utilisant ces deux grilles.

Le trophée de Jules-Verne

L'organisation de cette partie dans le schéma suivant montre le travail fait dans cette partie.

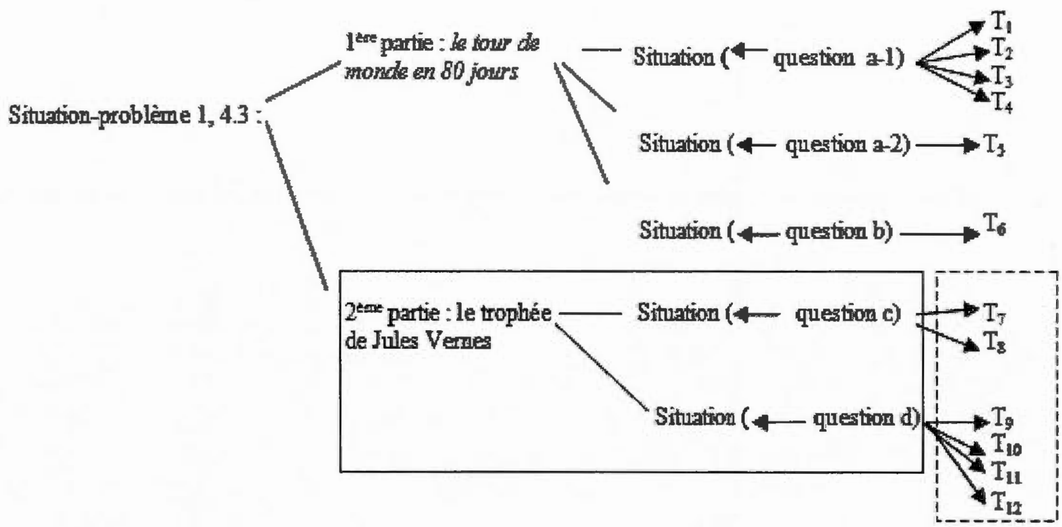


Figure 4.13 Organisation de la situation *Le trophée de Jules Vernes.*

Dans la question **c)**, la durée de voyage autour du monde en 1993 est déjà donnée x, l'élève va chercher les expressions algébriques représentant le nombre de jours en 2002 et en 2005. Il va décomposer la résolution en deux tâches, une pour trouver l'expression algébrique représentant le nombre de jours en 2002 et l'autre pour trouver celle du nombre de jours en 2005.

Tableau 4.27 Structure de T_7 de la situation-problème 4.3

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_7	le nombre de jours en 1993, (x) : i^+	Lien entre le nombre de jours en 1993 et celui de 2002, (Celui de 2002 est de 15 jours de moins qu'en 1993) : i^-	Expression algébrique représentant le nombre de jours en 2002 : i^-

Dans cette tâche T_7, le nombre de jours en 2002 est amélioré de 15 jours par rapport à 1993, donc si x est le nombre de jours en 1993, celui de 2002 sera : x-15. L'information sur la relation entre le nombre de jours en 1993 et 2002 n'est pas explicite dans l'énoncé, l'élève va chercher cette information sur la vignette.

Tableau 4.28 Structure de T_8 de la situation-problème 4.3

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_8	Expressions algébriques représentant le nombre de jours en 2002 : i^+	Lien entre le nombre de jours en 2002 et celui de 2005, (Celui de 2005 est de 14 jours de moins qu'en 2002) : i^-	Expressions algébriques représentant le nombre de jours en 2005 : i^-

Le nombre de jours en 2005 s'est amélioré de 14 jours par rapport à 2002, donc si x-15 est le nombre de jours en 2002, celui de 2005 sera : (x-15) -14.

Dans les tâches $T_7 et T_8$, l'information sur les opérateurs et sur les produits est insuffisante, i^-, l'information sur les objets est suffisante, i^+. Le NI et le DI sont donc moyens, les deux tâches deviennent des problèmes potentiels.

La question **d)** requiert de l'élève de trouver le nombre de jours de chaque performance. Il va donc trouver une relation entre les trois performances puis la traduire en équation pour laquelle l'information est absente, i^0, il s'agit ensuite de la résoudre pour déduire le résultat demandé. Cette relation se trouvant dans la vignette, l'information sur l'opérateur dans l'énoncé est insuffisante, i^-. Le NI est donc faible et le DI est élevé, il s'agit d'une tâche à fort potentiel de problème.

Tableau 4.29 Structure de T_9 de la situation-problème 4.3

	Objets	Opérateur	Produit
T_9	- le nombre de jours en 1993, (x) : i^+ - Expressions algébriques représentant le nombre de jours en 2005 : i^+	Mise en équation, (lien entre le temps de la performance de 1993 et celui de 2005) : i^-	L'équation formulée : i^0

La relation entre le nombre de jours en1993 et celui de 2005 décrite dans la vignette est donnée par : « l'amélioration du temps en 2005 est si importante qu'il manque 10 jours et demie pour atteindre la moitié du temps de la performance de 1993 ». Mais, nous remarquons que cette tâche est liée à la précédente car l'élève doit utiliser l'expression algébrique représentant le nombre de jours en 2005 dans l'élaboration de l'équation qui sera $\frac{x}{2} = (x-15) - 14 + 10{,}5$.

La résolution de l'équation avec des inconnues dans les deux membres de l'égalité est un nouveau outil algébrique que l'élève va apprendre, l'information sur l'opérateur de cette tâche est donc absente, i^0, l'élève risque de rencontrer un obstacle.

Comme nous l'avons précisé, pour trouver les trois temps, l'élève va apprendre à résoudre une équation de la forme $ax + b = cx + d$ en se référant à la séquence d'activités de la section *Zoom sur l'arithmétique et l'algèbre* puis retourner à la situation et résoudre l'équation qu'il a trouvée.

Tableau 4.30 Structure de T_{10}de la situation-problème 4.3

	Objet	Opérateur	Produit
T_{10}	L'équation formulée : i^+	Résolution de l'équation : i^0	Le temps en jours de 1993 : i^-

L'équation obtenue dans la tache T_9 est

$$\frac{x}{2} = (x-15) - 14 + 10{,}5$$

Sa résolution sera :

$$\frac{x}{2} = x - 29 + 10{,}5 \,;$$

$$-10{,}5 + 29 = x - \frac{x}{2} \,;$$

$$18{,}5 = \frac{x}{2} \,;$$

x=37 donc le temps en 1993 est 37 jours.

Dans cette tâche, l'information sur l'objet est suffisante, i^+, l'information sur l'opérateur est absente, i^0 et le produit manque d'information, i^-. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé, la tâche devient un problème.

Tableau 4.31 Structure de T_{11}de la situation-problème 4.3

	Objet	Opérateur	Produit
T_{11}	Le temps en jours de 1993 : i+	Lien entre les temps de 1993 et de 2002 : i+	Le temps en jours de 2002 : i-

Le nombre de jours en 2002 s'est amélioré de 15 jours par rapport à 1993, le temps sera 37-15 = 22 jours.

Tableau 4.32 Structure de T_{12} de la situation-problème 4.3

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{12}	Le temps en jours de 2002 : i^+	Lien entre les temps de 2005 et de 2002 : i^+	Le temps en jours de 2005 : i^-

Le nombre de jours en 2005 s'est amélioré de 14 jours par rapport à 2002, le temps est 22-14=8 jours.

Dans les deux tâches $T_{11} et T_{12}$, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes, i^+, et les produits manquent d'informations, i^-. Donc, le NI est élevé et le DI est faible, ces deux tâches sont donc des tâches fermées, il n'y a aucun problème.

Le schéma ci-dessous récapitule l'analyse précédente en termes de tâches :

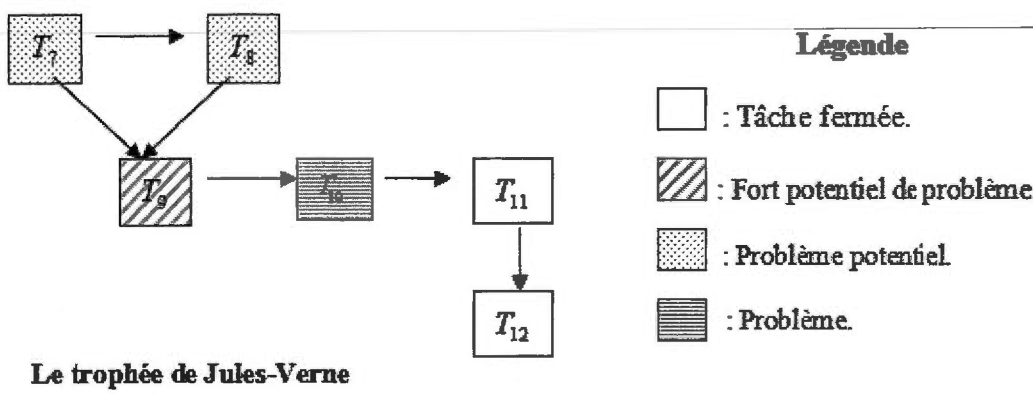


Figure 4.14 L'enchaînement des tâches de la situation *Le trophée de Jules Verne*.

Cette partie est une situation indépendante de la première. Elle est composée de six tâches liées dont $T_7 et T_8$ sont des problèmes potentiels. La tâche T_9 est un fort potentiel de problème, la tâche T_{10} présente une absence d'information sur l'opérateur, l'élève peut être confronté à un obstacle, c'est donc un problème. Les tâches $T_{11} et T_{12}$ peuvent être résolues facilement, les informations sont présentes sur les objets et les opérateurs.

Cette partie peut être analysée avec la grille d'analyse de Bednarz et Janvier (1994) dont voici le schéma :

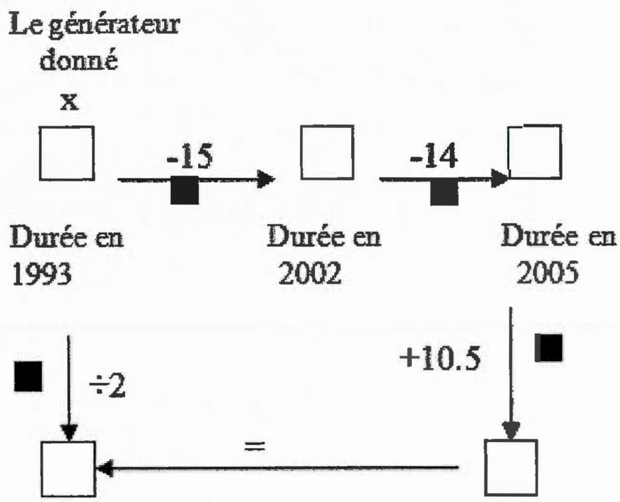


Figure 4.15 Structure de la situation *Le trophée de Jules Verne* selon la grille de Bednarz et Janvier (1994).

Nous remarquons que ce problème est déconnecté. Comme précédemment le générateur x est donné dans l'énoncé, les autres grandeurs seront exprimées par des relations qui sont connues. C'est un problème de comparaison plus précisément un problème de composition présentant deux relations soustractives. Nous ne pensons pas que l'élève ressente des difficultés pour résoudre cette partie de la situation. La difficulté sera dans l'établissement de l'égalité des deux grandeurs déduites par des relations de comparaison qui vont l'amener vers la mise en équation ayant des inconnues des deux côtés de l'égalité. Cet apprentissage est visé dans ce dossier.

Pour ne pas alourdir la lecture de l'analyse, nous avons fait le choix de présenter uniquement l'analyse globale des autres situations-problèmes. L'analyse de l'interprétation de la situation-problème 2 (p. 284-285), de la banque des situations-problèmes (p. 312-313) et de la situation-problème du dossier Rétrospective (p. 484) sont présentées à l'annexe E.

4.4 Analyse de l'information de la situation-problème 2 (Perspective, p. 284-285)

Dans cette situation-problème, *le tour de monde en avion* (Perspective, p. 284), l'élève est amené à choisir l'inconnue pour traduire ensuite l'énoncé en équation. Cette traduction peut se faire de différentes façons, l'élève doit construire les expressions algébriques et formuler par la suite l'équation associée à l'énoncé.

Le schéma ci-dessous présente l'organisation de la situation avec les tâches déduites de l'analyse de l'information :

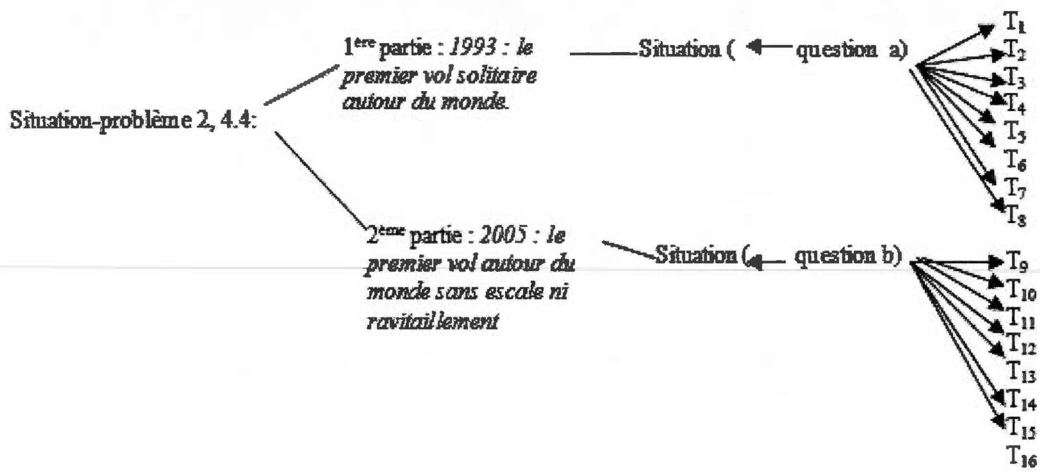


Figure 4.16 Organisation de la situation-problème 4.4.

1933 : le premier vol solitaire autour de monde

Le 15 juillet 1933, l'américain Wiley Post décolle de New York à bord de son avion, baptisé Winnie Mae. Il atterrira au même endroit 187 heures plus tard après avoir fait le tour de la terre en maintenant une vitesse de vol de 250 km/h. Il lui aura fallu neuf escales pour se ravitailler. La Fédération aérienne internationale (FAI) ne reconnaît cependant pas son exploit, car, selon ses standards, il faut franchir une distance d'environ 370000km pour que le vol soit considéré comme un tour du monde.

Si Wiley Post avait voulu atteindre cette distance en maintenant la même vitesse de vol, il serait arrivé 49 heures plus tard à New York après avoir fait deux escales supplémentaires.

Tableau 4.33 Structure de la première parte de la situation-problème 2

Question de la situation	Objets	Opérateurs	Produits
a) si Wiley Post avait franchi la distance reconnue par la FAI, quelle aurait été la durée moyenne de ses escales?	- Vitesse du vol, (250 km/h) : i^+ - Durée de vol avec 9 escales, (187 h) : i^+ - Durée de vol avec 2 escales, (49 h) : i^+ - Distance parcourue, (37000 km) : i^+	- La relation entre la vitesse, la distance et le temps : i^- - Mise en équation: i^0	La durée moyenne des escales : i^-

L'analyse des informations sur les éléments de la première situation montre qu'un des opérateurs manque d'informations, i^- et l'information sur l'autre est absente, i^0. Donc, l'élève va rencontrer un obstacle. Pour le franchir, il doit chercher ces informations dans l'énoncé et dans la séquence d'activités *L'algèbre : une stratégie de résolution de problème*. Le NI et le DI sont moyens. La situation devient alors une situation-problème potentielle.

Voici le schéma de cette première partie de la situation issu de l'analyse de l'information :

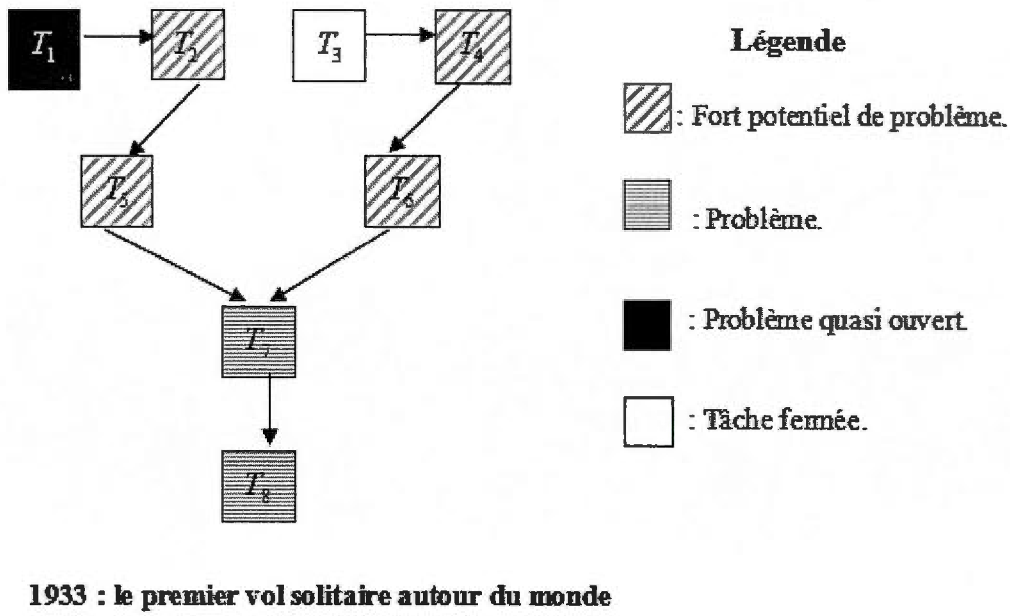


Figure 4.17 L'enchaînement des tâches de la situation *1933 : le premier vol solitaire autour du monde.*

Cette partie est composée de 8 tâches dont 4 ont un statut de fort potentiel de problème, 2 sont des problèmes et 1 constitue un problème quasi ouvert. L'élève risque donc de rencontrer des difficultés pour résoudre cette situation.

2005 : le premier vol solitaire autour du monde sans escale ni ravitaillement

Le 3 mars 2005, Steve Fosset a complété un tour du monde de 37013km à bord du Global Flyer. Il a réalisé cet exploit en environ 67 heures.

Dans la planification de ce tour du monde, Steve Fosset a dû prévoir certaines données. On peut imaginer que ses prévisions ne se sont pas parfaitement réalisées. Supposons la situation suivante.

Durée de vol : Il avait prévu un vol de 65 heures mais celui-ci a duré 2 heures de plus.

Quantité de carburant : Par mesure de sécurité, il a emporté 45 kg de carburant de plus que ce qu'il estimait nécessaire. A l'arrivée, il en restait 59kg.

Consommation de carburant : La quantité de carburant consommée par heure de vol a été de 4 kg de moins que celle qu'il avait prévue.

Tableau 4.34 Structure de la deuxième partie de la situation 4.4

Question de la situation	**Objets**	**Opérateurs**	**Produits**
b) Sachant qu'au décollage l'avion pesait 10 000kg, détermine quel pourcentage de cette masse le carburant représentait.	- Durée de vol réalisée, (67 h) : i^+ - Durée de vol prévue, (65 h) : i^+ - Quantité de carburant emportée de plus, (45 kg) : i^+ - Quantité de carburant restée à l'arrivée, (59kg) : i^+	- Relation entre la consommation moyenne de carburant prévue et celle réalisée : i^+	Pourcentage de la masse du carburant par rapport à la masse de l'avion : i^-

Cette partie apparaît facile à résoudre puisque toutes les informations sur les objets et les opérateurs sont présentes dans la situation. L'élève n'a qu'à appliquer l'opérateur sur les objets pour obtenir le produit. Le NI est ainsi élevé et le DI faible, il s'agit d'une situation fermée, il n'y aucun problème. Vérifions si cette partie reste simple pour l'élève si nous interprétons les informations de la situation. Le schéma suivant découle de cette analyse :

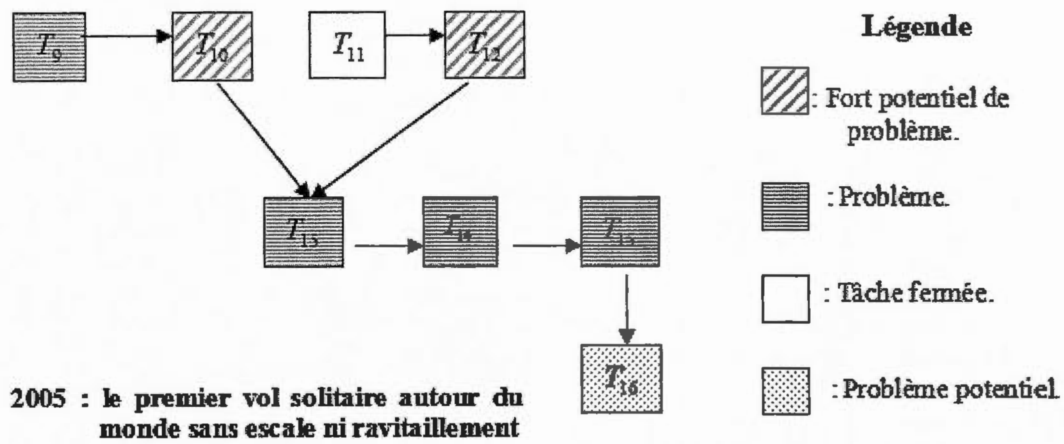


Figure 4.18 L'enchaînement des tâches de la situation 2005 : le premier vol autour du monde sans escale ni ravitaillement.

Cette partie est une situation formée de 8 tâches, 4 peuvent être un problème pour l'élève, nous retrouvons une tâche est simple, facile à résoudre et 2 tâches qui sont des forts potentiels de problèmes et une tâche qui représente un problème potentiel. Comme tous les autres dossiers du manuel, « Le tour du monde » présente à la fin des apprentissages une banque de situations-problèmes constituée de 4 situations.

4.5 Analyse de l'information de la situation-problème 1 de la section banque de situations-problèmes (Perspective, p. 312-313)

Cette section amène l'élève à réinvestir les contenus mathématiques explorés dans le dossier *le tour du monde*. Les auteurs précisent que les obstacles que peut rencontrer l'élève sont liés aux stratégies de résolution à employer : *compréhension, organisation, solution, validation et communication* (Perspective, guide de l'enseignant, p. 312A).

Voici l'organisation de la première situation proposée :

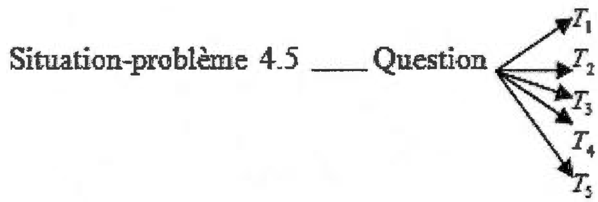


Figure 4.19 Organisation de la situation-problème 4.5.

Les bancs

Un groupe d'élèves entre dans une salle. Si les élèves s'assoient 3 par banc, 10 personnes n'auront pas de place; à 5 par banc, il y aura 6 places libres.

Tableau 4.35 Structure de la situation-problème 4.5

Question de la situation	**Objet**	**Opérateur**	**Produit**
Combien d'élèves y-a-t-il?	- 3 personnes par banc : i^+ - 5 personnes par banc : i^+ - 10 personnes qui n'ont pas de place : i^+ - 6 places libres : i^+	Mise en équation : i^-	Nombre d'élèves : i^-

Nous savons que la compréhension de l'énoncé d'une situation est un élément important pour sa résolution. Pour cette raison, l'élève est amené à utiliser un schéma mental ou concret pour se représenter la situation et pouvoir la résoudre. L'analyse globale de la situation montre que l'élève peut avoir un problème dans la résolution. Les informations sur l'objet sont suffisantes, i^+, l'opérateur et le produit manquent d'information, i^-. L'élève devra les chercher pour compléter sa résolution. Donc, le NI est moyen et le DI est moyen. La situation est une situation-problème potentielle.

Voici le schéma obtenu après l'analyse de l'interprétation de l'information :

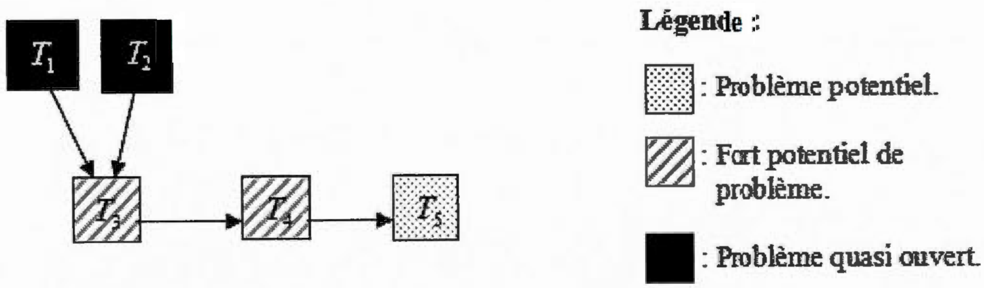


Figure 4.20 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 4.5.

Cette situation comporte 5 tâches dont le statut de 2 est un fort potentiel de problème, 2 sont des problèmes quasi ouverts et 1 tâche est un problème potentiel. Donc, l'élève peut être bloqué dès le début et ne pas atteindre le but.

4.6 Analyse de l'information de la situation-problème 2 de la section banque de situations-problèmes (Perspective, p. 312-313)

L'organisation de la deuxième situation est représentée par le schéma suivant :

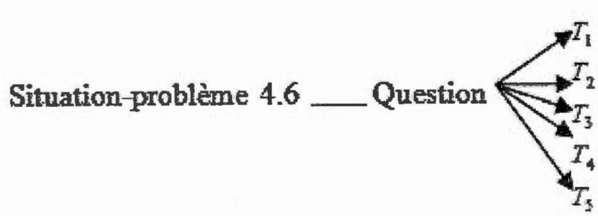


Figure 4.21 Organisation de la situation-problème 4.6.

L'exposition

À l'occasion d'une journée « portes ouvertes » à l'école, on veut présenter une exposition des réalisations des élèves en mathématiques. Au début, on prévoyait disposer six grandes tables regroupant chacun le même nombre d'élèves. Cependant, il manquait une place. On a alors décidé d'enlever deux exposants ou exposantes par table et de les placer à deux tables supplémentaires. Le plan ci-contre montre la disposition des tables. De cette manière, il y aura le même nombre d'élèves a toutes les tables, sauf une ou il restera une place libre.

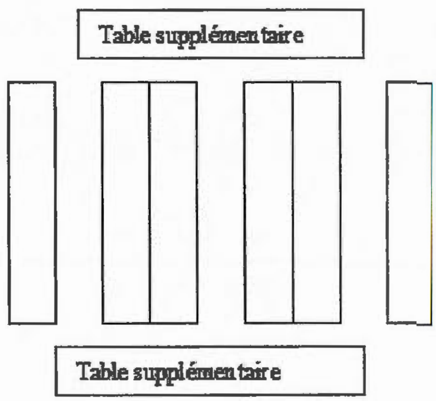


Tableau 4.36 Structure de la situation-problème 4.6

Questions de la situation	**Objets**	**Opérateur**	**Produit**
Combien d'élèves participeront à l'exposition?	- Nombre d'élèves par table : i^0 - Nombre de table, (6 ou 8) : i^+	Mise en équation : i^-	Nombre d'élèves participants à l'exposition : i^-

L'analyse globale de l'information montre que cette situation peut contenir un obstacle. Pour le franchir, l'élève doit trouver dans l'énoncé les informations manquantes ou absentes. L'analyse par des tâches amène au schéma suivant :

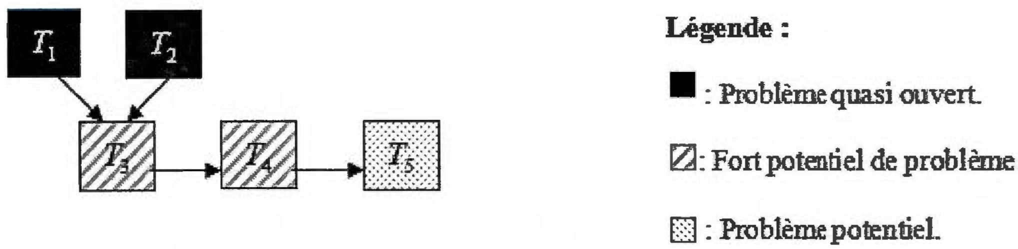


Figure 4.22 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 4.6.

Cette situation-problème est composée de 5 tâches dont les deux premières sont des problèmes quasi ouverts, deux autres ont un fort potentiel de problème et la dernière est un problème potentiel. La structure de cette situation est très semblable à celle de la situation précédente.

4.7 Analyse de l'information de la situation-problème 3 de la section banque de situations-problèmes (Perspective, p. 312-313).

Dans cette situation-problème, l'élève est amené à consolider l'utilisation de l'algèbre et du concept de la circonférence ou celui d'arc d'un cercle

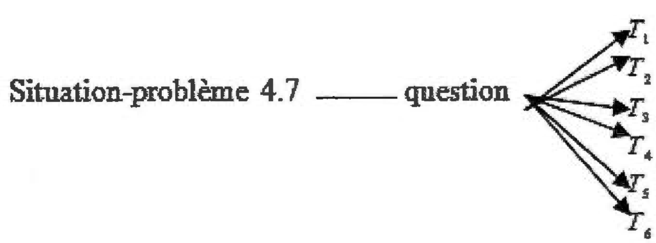


Figure 4.23 Organisation de la situation-problème 4.7.

La patinoire

Dans un parc, on a construit une patinoire délimitée par de bandes de bois. La longueur de la patinoire est trois fois plus grande que la largeur. Chacun des « coins arrondis » correspond à un arc de cercle de 90° dont le rayon mesure 4m. La bande de bois mesure au total 153,13 m.

Tableau 4.37 Structure de la situation-problème 4.7

Question de la situation	Objets	Opérateur	Produits
Quelles sont les mesures de la longueur et de la largeur de cette patinoire?	- Le rayon du « coin arrondi », (rayon=4 m) : i^+ - L'arc du cercle, (90°) : i^+ - La mesure totale de la bande de bois, (153.13 m) : i^+	- Longueur trois fois grande que la largeur : i^+	-La longueur de la patinoire : i^- - La largeur de la patinoire : i^-

L'analyse globale de l'information montre que la situation est facile à résoudre, elle ne contient aucun obstacle qui peut empêcher l'élève de compléter sa résolution. Toutes les informations sur les objets et les opérateurs sont présentes, i^+ mais le produit manque d'informations, i^-. Le NI est élevé et le DI est faible, la situation est donc une situation fermée, il n'y a aucun problème. Regardons de plus près les détails de cette situation en s'attardant à chacune des tâches qui la compose pour voir si on obtient les mêmes résultats.

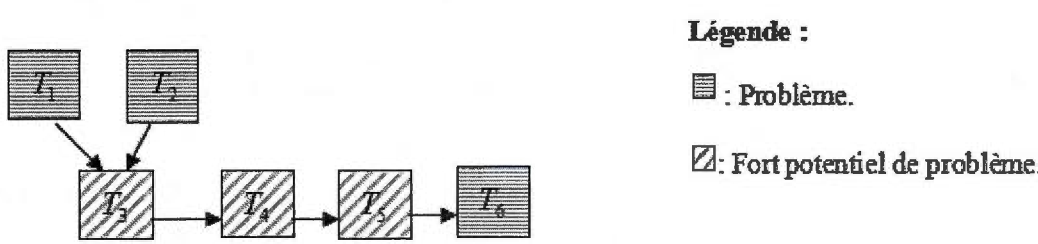


Figure 4.24 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 4.7.

Cette situation-problème contient 6 tâches dont 3 sont des problèmes et 3 sont des forts potentiels de problème. Nous pouvons remarquer que le nombre de tâches pour ces trois premières situations est sensiblement le même. Le degré de difficulté n'est toutefois pas le même. Cette situation apparaît moins complexe que les deux premières situations-problèmes.

4.8 Analyse de l'information de la situation-problème 4 de la section banque de situations-problèmes (Perspective, p. 312-313)

Cette situation est différente des précédentes. Elle met l'accent sur le langage algébrique en demandant à l'élève de traduire le raisonnement formulé en mots dans ce langage. Nous représentons dans le schéma suivant l'organisation de cette situation :

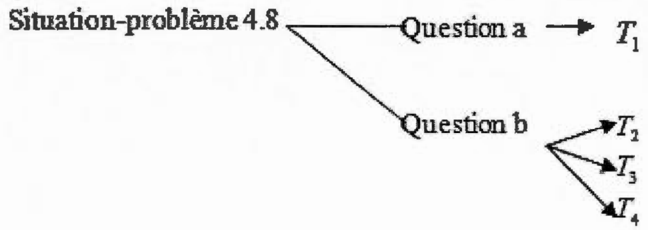


Figure 4.25 Organisation de la situation-problème 4.8.

Alexis Claude Clairaut

À l'époque d'Alexis Claude Clairaut, la résolution d'équation ne se faisait pas à l'aide du symbolisme mathématique utilisé aujourd'hui. Le problème ci-dessous est tiré d'un de ses ouvrages.

Partager une somme, par exemple, 860 δ à trois personnes, de sorte que la première ait 180 δ de plus que la seconde, et la seconde, 115 δ de plus que la troisième.

Dans le texte reproduit ci-contre, Clairaut explique le raisonnement permettant de résoudre le problème.

Voici d'abord comment j'imagine qu'aura raisonné un homme, qui, sans aucune teinture de l'Algèbre sera parvenu à résoudre ce problème.

Il est évident que si on connaissait une des trois parts, on connaîtrait aussitôt les deux autres. Supposons, par exemple qu'on connaisse la troisième qui est la plus petite, il faudrait y ajouter 155 δ, et l'on aura la valeur de la seconde, ensuite pour avoir la première, il faudra ajouter 180 δ à cette seconde, ce qui revient au même que si l'on ajoutait 180 δ plus 115 δ ou 295 δ à la troisième.

Quelle que soit la troisième part, nous savons donc que cette part, plus elle-même avec 115 δ , plus encore elle-même avec 295 δ doit faire une somme égale à 890 δ .

De la, il sait que le triple de la plus petite part, plus 115 δ plus 295 δ ou en une fois 410 δ est égale à 890 δ.

Or si le triple de la part qu'on cherche plus 410 δ est égal à 890 δ , il faut donc que ce triple de la part qu'on cherche soit plus petit que 890 δ de 410 δ .

Tableau 4.38 Structure de la situation-problème 4.8

Questions de la situation	**Objets**	**Opérateurs**	**Produits**
a) Traduis les différentes étapes du raisonnement décrit par des équations utilisant le symbolisme mathématique que tu connais.	Le texte d'Alexis Claude Clairaut : i^+	Traduction de la démarche de résolution en langage algébrique : i^+	Le texte mis en équation : i^-
b) Quelle est la valeur des trois parts recherchées?	Le texte mis en équation : i^+	Les relations entre les trois parts : i^+	La valeur des trois parts : i^-

L'analyse globale de l'information de la situation montre que cette dernière ne contient obstacle et peut être résolue facilement. L'élève n'est donc pas confronté ici à une situation-problème. L'interprétation de l'information aboutit au schéma suivant :

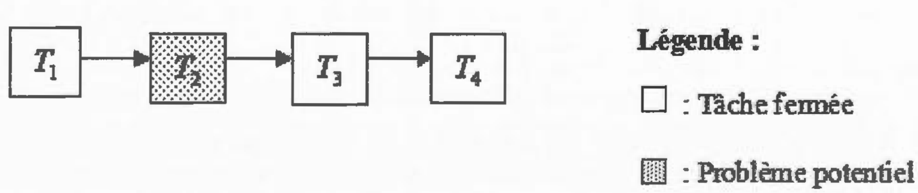


Figure 4.26 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 4.8.

Cette situation est composée de 4 tâches dont une seulement est un problème potentiel et les 3 autres sont des tâches fermées. Cette situation n'est pas aussi difficile à résoudre que les situations-problèmes précédentes.

Le manuel Perspective présente en lien avec le dossier relié à la résolution de problèmes en algèbre une dernière situation-problème qui est située dans une section nommée Rétrospective.

4.9 Analyse de l'information de la Situation-problème 7 du dossier Rétrospective (Perspective, p. 484)

Dans ce dossier Rétrospective, les situations-problèmes sont des prolongements aux dossiers explorés au cours de l'année (Perspective, p. IX). Cette situation présente une manière différente de faire le tour le monde. C'est en marchant que le Québécois Jean Béliveau a décidé de faire le tour de la planète *afin de promouvoir la non-violence et la paix au profit des enfants du monde.* L'organisation de cette situation se présente comme suit :

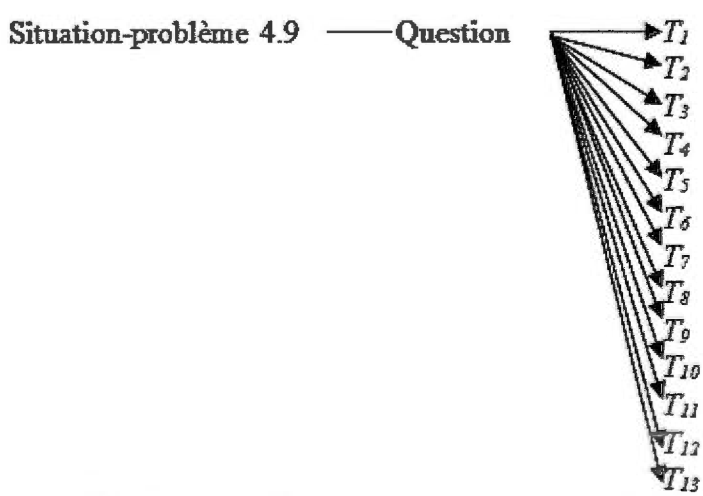


Figure 4.27 Organisation de la situation-problème 4.9.

Une marche pour la paix

À la fin de novembre 2005, Jean Béliveau arrive en Europe après avoir fait environ 33500 km en franchissant les Amériques et l'Afrique.

Il a parcouru 24% de son trajet en Amérique du nord et en Amérique centrale, 32% en Amérique du sud et le reste en Afrique. Il a passé en Amérique du sud 165 jours de plus que dans les autres Amériques, mais 340 jours de moins qu'en Afrique. En fait, le temps qu'il a mis à parcourir les Amériques dépasse de 95 jours le temps qu'il lui a fallu pour traverser l'Afrique.

Tableau 4.39 Structure de la situation-problème 4.9

Question de la situation	Objet	Opérateurs	Produit
Dans laquelle des trois parties de l'itinéraire complété (Amérique du nord et en Amérique centrale; Amérique du sud; Afrique) le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour a-t-il été le plus grand?	La distance parcourue en franchissant les Amériques et l'Afrique, (33 500 km) : i^+	- Le pourcentage de son trajet dans chaque partie : i^+ - Relation entre le nombre de jours passés dans chaque partie : i^+ - la relation entre le nombre de kilomètres et le temps (exprimée en km/jour) : i^-	Le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour le plus grand : i^-

Cette première analyse montre que cette situation est une situation fermée car les informations sur les objets et 3 sur 4 des opérateurs sont suffisantes, i^+. Le produit manque d'informations, i^-. Le schéma obtenu après l'interprétation en termes de tâches fournit des informations sur cette situation.

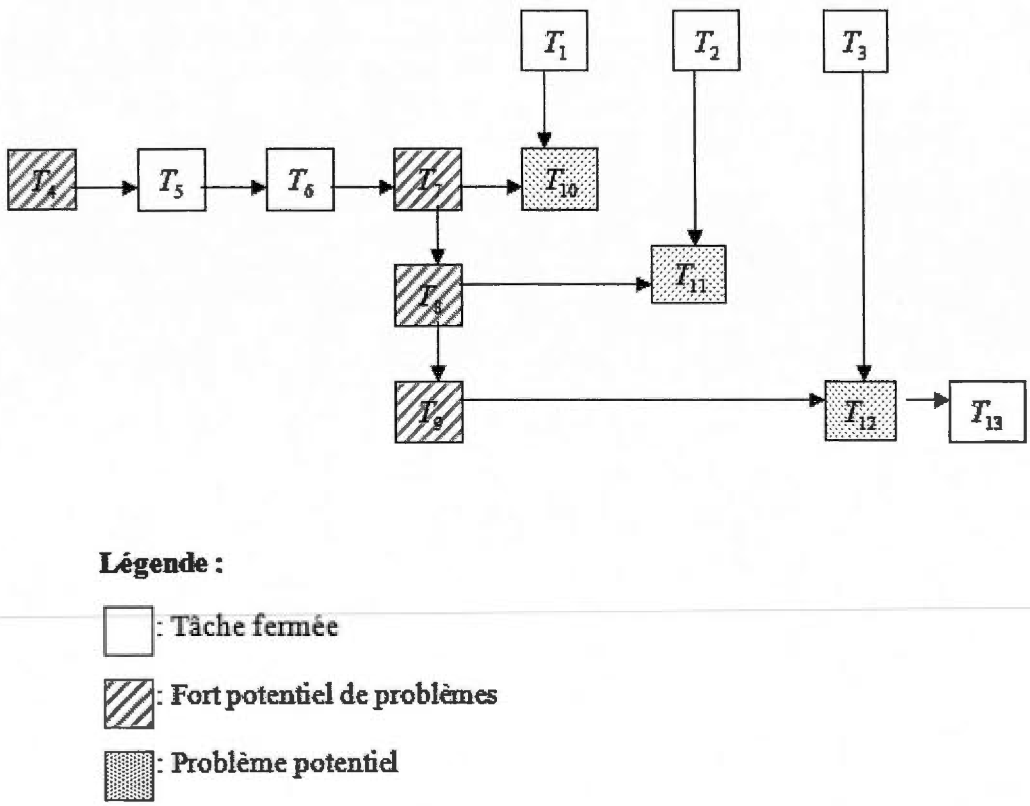


Figure 4.28 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 4.9.

Le schéma ci-dessus montre que cette situation-problème est formée de 13 tâches, dont 6 sont des tâches fermées, 3 sont des problèmes potentiels et 4 sont des forts potentiels de problème. Le dossier *Rétrospective* est un prolongement des dossiers explorés au cours de l'année. Cette situation-problème est donc un prolongement des situations-problèmes explorées dans le dossier *le tour du monde.* L'élève va chercher les informations manquantes dans ces tâches de ses connaissances nouvellement acquises du dossier *le tour du monde.* C'est la situation qui présente le plus de tâches liées de celles que nous avons analysées dans le manuel Perspective.

Dans le chapitre V, un retour sera fait sur l'analyse des situations analysées.

Dans notre étude, nous nous intéressons également aux situations d'application. Le dossier *Le tour de monde* présente 18 situations d'applications en lien avec *L'algèbre : une stratégie de résolution de problème* (Perspective, volume 2, B, p. 305-309). Les auteurs identifient cette section comme *Situations d'application*. Pour mieux comprendre comment celles-ci s'enchainent dans la séquence proposée dans ce manuel, nous allons brosser un rapide coup d'œil des situations d'application issues de la première année du premier cycle du secondaire ainsi que des situations d'application qui précèdent le volet « L'algèbre : une stratégie de résolution de problème » et qui sont dans le volet intitulé « La résolution d'équations » à la deuxième année du premier cycle. Ces deux volets se retrouvent dans le dossier *Le tour de monde*. La grille d'analyse de Bednarz et Janvier (1994) sera l'outil privilégié pour mener cette analyse. Vu l'analyse fine produite pour les 8 situations-problèmes, nous ne ferons qu'une analyse sommaire des situations d'application.

4.10 Situations d'application : une analyse sommaire des situations présentées avant le volet « L'algèbre : une stratégie de résolution de problème »

En ce qui concerne la première année du premier cycle du secondaire (Perspective, volume 1, B, p. 156- 165), nous retrouvons différents types de situations. Les situations les plus représentées peuvent être classées en deux catégories.

1- Situations travaillant sur des relations de comparaison avec un contexte
2- Situations où l'équation à résoudre est donnée d'avance

Les situations de la première catégorie présentent des relations de comparaison. Elles sont toujours structurées de la même façon : un contexte est donné, les auteurs demandent à l'élève de déterminer les expressions algébriques traduisant l'énoncé. Pour cela, le générateur est toujours donné. Par la suite, les élèves doivent combiner leurs expressions algébriques en une mise en équation qu'ils vont résoudre. Nous retrouvons dans ces situations des contextes géométriques. Voici à titre d'exemple, la situation d'application 7, p. 160.

> La longueur d'un rectangle mesure 3 cm de plus que le double de sa largeur.
> a) si x représente la largeur de ce rectangle en cm, quelle expression algébrique représente
> 1) la longueur de ce rectangle ?
> 2) le périmètre de ce rectangle ?
> b) si le périmètre du rectangle est de 48 cm, quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

L'élève est confronté dans 2)b) à un problème de comparaison avec une relation additive entre deux grandeurs qui sont la longueur et la largeur d'un rectangle. L'inconnue, la largeur de ce rectangle, est donnée dans l'énoncé. D'après la grille de Bednarz et Janvier, il s'agit d'un problème qui peut être facilement résolu arithmétiquement.

Un autre exemple de situation d'application avec un contexte non géométrique est le suivant :

> Maria et Paula, les deux filles de M. Bélair, ont reçu ensemble 181$ pour leur travail.
> a) Si x représente la somme reçue par Marie, quelle expression représente la somme reçue par Paula ?
> b) Ce qu'a reçu Marie moins ce qu'a reçu Paula est égal a 37$.
> Quel montant chacune a-t-elle reçu ? (perspective, volume1, B, n° 9, p 160)

Dans cette situation, le générateur représentant la somme reçue par Marie est, comme pour la situation précédente, fourni, la somme reçue par Marie. La part de Paula sera donc 181-x (question a). La question b) amène à la mise d'équation suivante : x-(181-x) = 37 et permet de déduire le montant de chacune des deux filles de M. Bélair. Nous savons que les parenthèses représentent une difficulté pour l'élève qui peut oublier ici de les écrire lors de la composition de l'équation. Nous pouvons remarquer que cette situation est un problème impliquant une seule comparaison qui peut être comme le précédent résolu par l'arithmétique (Bednarz et Janvier, 1994).

Pour la deuxième catégorie de situations relevées, nous retrouvons les problèmes conçus sans contexte comme dans l'exemple suivant :

Dans le cas de chaque équation ci-dessous,
a) réduis l'expression algébrique qu'elle contient ;
b) si tu le peux, résous l'équation obtenue ;
c) vérifie ta réponse.

1)4x+ (2x+3)=6 4) 4x+ 2(2x+3)=6
2) 4x- (2x+3)=6 5) 4x-2 (2x+3)=6
3) 4x- (2x-3)=6 6) 4x- 2(2x-3)=6 (perspective, volume 1, B, n° 10, p. 161)

Ainsi, dans le manuel Perspective, les situations d'application n'ont pas forcément de contexte.

Comme nous l'avons précisé, le dossier « Le tour du monde » se divise en deux volets, « La résolution d'équation » et « L'algèbre : un outil de résolution de problème ». Dans ce premier volet, l'élève est amené à résoudre une nouvelle forme d'équation ayant des inconnues dans les deux membres de l'égalité. Les démarches requises à l'élève à travers les questions posées sont exactement les mêmes que celles que l'on retrouve dans le manuel de la première année du premier cycle. Voici une situation à titre d'exemple :

Laurence possède trois fois plus de cartes de hockey que Loïc qui en possède cinq de moins que Nicolas.

a) Si x représente la quantité de cartes de Loïc, exprime algébriquement la quantité de cartes de Laurence et celle de Nicolas.

b) Même si Loïc et Nicolas réunissent leurs cartes, Laurence en possède encore 12 de plus qu'eux. Trouve une équation permettant de déduire le nombre de cartes de Loïc.

Combien de cartes chaque personne possède-t-elle ? (perspective, volume 2, B, Je vérifie mes connaissances, p. 293)

Selon la grille de Bednarz et Janvier (1994), ce problème de comparaison se schématise comme suit :

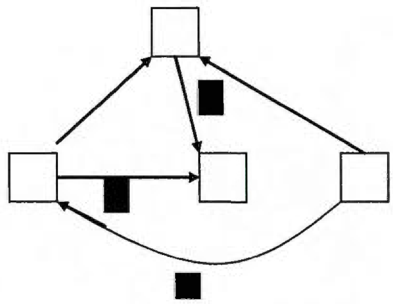


Figure 4.29 Structure de l'exemple selon la grille de Bednarz et Janvier (1994).

C'est un problème avec un degré de complexité assez grand. Aucune grandeur n'est fournie à l'élève qui doit donc travailler sur les relations de comparaison entre les données. Si nous analysons cette situation selon la grille de Jonnaert (1990-1997) nous obtenons le tableau suivant :

Analyse de l'information de la situation

Tableau 4.40 Structure de l'exemple

Objets	**Opérateurs**	**Produits**
a) La quantité de cartes de Loïc : i^+	Relation entre les quantités de cartes : i^+	Les expressions algébriques de la quantité de cartes de Laurence et celle de Nicolas : i^-
b) Les expressions algébriques de la quantité de cartes de Laurence et celle de Nicolas : i^+	- Mise en équation : i^+	- L'équation : i^+
c) L'équation : i^+	Résolution de l'équation : i^-	La quantité de cartes de chaque personne : i^-

Les questions a) et b) sont fermées, elles ne contiennent aucun problème. La question c) est un problème potentiel car l'information sur l'objet est suffisante i^{+} et l'opérateur et le produit manquent d'informations, $\bar{\text{i}}$. Le NI et le DI seront donc moyens.

Dans ce dossier, nous comptabilisons 12 situations d'application. Nous remarquons que la gradation des situations n'est pas dans un ordre de complexité croissant. Par exemple, la situation d'application 7 p. 296 est un problème puits considéré d'après la grille de Bednarz et Janvier (1994) comme un problème très complexe alors qu'une des situations d'application qui suit, la 9 p. 297 présente un problème de composition avec deux relations l'une multiplicative et la deuxième soustractive qui est d'une complexité moins grande.

Situation d'application 7 p. 296
Une famille a passé des vacances à la mer. Léon en a apporte deux fois plus de sable que sa sœur et 50g de moins que son frère.
a) qui a rapporte la plus grande quantité de sable?
b) Si x représente la plus petite des trois quantités de sable, exprime algébriquement les deux autres.
c) Si les trois membres de cette famille ont rapporte une masse totale de 250 grammes de sable, quelle est la masse rapportée par chacun?

Comme nous l'avons précisé, ce problème qui se schématise comme suit est un problème « puits » considéré comme ayant un grand degré de complexité :

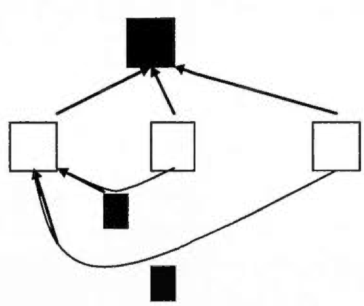


Figure 4.30 Structure de la situation d'application 7.

Ce problème est constitué de trois grandeurs et le total est fourni. La première question est intéressante, elle amène l'élève à trouver la personne qui a rapporté la quantité de sable la plus grande, ce qui requiert un raisonnement plus qualitatif sur l'énoncé. L'analyse produite avec la grille de Jonnaert (1990-1997) nous conduit aux mêmes conclusions.

Analyse de l'information de la situation

Tableau 4.41 Structure de la situation d'application 7

Objets	Opérateurs	Produits
a) Quantité totale de sable : i^0	Relation entre les quantités : i^+	La personne qui a rapporte la plus grande quantité de sable : i^-
b) la plus petite quantité : i^+	Relation entre les quantités : i^+	L'expression algébrique des deux autres quantités de sable : i^-
c) la masse totale de sable : i^+	Substitution : i^-	La masse rapportée par chacun : i^-

La première question a) constitue un fort potentiel de situation-problème car l'information sur l'objet est absente, i^0 et le produit manque d'information. La question c) constitue une situation-problème potentielle car l'opérateur et le produit manquent d'informations, i^-.

Situation d'application 9 p. 297

Lundi, la température maximale a été de 2.5 ° C de moins que celle de mardi, qui était le double de celle de, mercredi.

a) Si x représente la température maximale du mercredi, exprime algébriquement les températures maximales du lundi et du mardi.

b) La moyenne des températures maximales de ces trois journées est de -5°C. Traduis cette situation par une équation en utilisant les expressions algébriques crées en a)

c) Quelle a été la température maximale de chacun des trois jours?

Selon la grille de Bednarz et Janvier (1994), la situation est un problème de composition de deux relations, une additive et l'autre multiplicative illustrée comme ci-dessous :

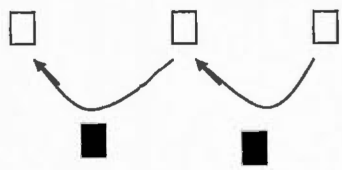


Figure 4.31 Structure de la situation d'application 9 selon la grille de Bednarz et Janvier(1994).

Une fois que l'élève a établi ses relations de comparaison, il doit utiliser la formule de la moyenne pour répondre à la question. Cette situation d'application apparaît plus facile à résoudre que la situation précédente. Le générateur est ici également fourni (la température maximale de mercredi). Voici l'analyse obtenue avec la grille de Jonnaert (1990-1997).

Analyse de l'information de la situation

Tableau 4.42 Structure de la situation d'application 9

Objets	**Opérateurs**	**Produits**
a) la température maximale du mercredi : i^+	Relation entre les températures : i^+	L'expression algébrique des températures maximales de lundi et mardi : i^-
b) - La moyenne des températures maximales de ces trois journées : i^+ - L'expression algébrique des températures maximales de lundi et mardi : i^+	Traduction de cette situation en une équation : i^+	L'équation : i^-
c) L'équation : i^+	Résolution de l'équation : i^0	La température maximale de chacun des trois jours : i^-

Le tableau ci-dessus montre que les deux premières questions ne causent pas de problèmes. Ce sont des situations fermées, le NI est élevé et le DI est faible. Pour la question c), l'information sur l'objet est suffisante, i^+, l'information sur l'opérateur est absente, i^0 et le produit manque d'informations, i^-. Le NI est quasi nul et DI est très élevé, la situation est donc un problème.

Nous remarquons que toutes les situations d'applications présentées dans ces quatre pages (Perspective, volume 2, B, p. 296-299) sont des problèmes de comparaison. Nous ne retrouvons qu'un seul problème provenant d'une autre classe, un problème impliquant une transformation dans le temps :

Juliette a le triple de l'âge de Maxime. Dans cinq ans, elle n'en aura que le double.
a) Si x représente l'âge actuel de Maxime, représente l'âge actuel de Juliette.
b) Traduis la situation par une équation afin de déterminer quel sera l'âge de l'un et de l'autre dans cinq ans (Perspective, volume 2, B, n° 15, p. 299).

Dans ce problème, le générateur est fourni et la mise en équation se présente avec l'inconnue dans les deux membres de l'égalité. D'après Bednarz et Janvier (1994), ce problème est d'un degré de complexité moyen. La grille de Jonnaert (1990-1997) permet de valider ces résultats :

Analyse de l'information de la situation

Tableau 4.43 Structure de la situation d'application 15

Objets	**Opérateurs**	**Produits**
a) L'âge actuel de Maxime : i^+	Relation entre l'âge de Juliette et celui de maxime : i^+	L'âge actuel de Juliette : i^-
b) Les parts de chacun : i^+	Traduction de la situation par une équation : i^+	L'âge de l'un et de l'autre dans cinq ans : i^-

Le tableau ci-dessus souligne que cette situation est une situation fermée. Le NI est élevé et le DI est faible.

Dans la prochaine section, nous allons nous intéresser aux situations d'application qui sont dans le volet dont s'intéresse notre étude, la résolution de problèmes.

4.11 Situations d'application : un aperçu de l'analyse des situations dans le volet « L'algèbre : une stratégie de résolution de problème »

Dans ce volet, les trois classes de problèmes décrites par Bednarz et Janvier (1994), les problèmes ayant des relations de comparaison, les problèmes de transformation dans le temps et les problèmes avec des taux, sont présents dans les trois activités présentées au début du dossier. La grande différence avec ces 18 situations d'applications réside dans leur formulation. En effet, les étapes ne sont pas ici précisées, l'élève doit chercher lui-même le générateur, écrire les différentes expressions algébriques, procéder à la mise en équation et finalement résoudre l'équation. Voici un exemple de situation que nous retrouvons dans cette partie :

Les fléchettes
Olivier joue aux fléchettes avec son frère Georges et sa sœur Ève. Georges marque 5 points de plus qu'Olivier et sa sœur atteint le triple des points marqués par Olivier; en fait, Ève a accumulé 10 points de plus que les résultats de ses frères réunis. Combien de points chaque personne a-t-elle accumulés? (Perspective, volume 2, B, n° 6 p. 305).

Nous remarquons qu'il y a un seul problème de transformation dans le temps et trois problèmes qui ont des taux. Ces deux classes de problèmes sont donc sous-représentées. Toutes les autres situations sont des problèmes ayant des relations de comparaison. De cette classe de problèmes, cinq d'entre eux ont deux grandeurs, une seule relation de comparaison, ils sont donc constitués de deux branches. D'après Bednarz et Janvier (1994), ces problèmes appartiennent au premier niveau de complexité. Les autres problèmes sont formés de trois grandeurs, ce sont les problèmes les plus nombreux. Ceux-ci sont considérés plus complexes que ceux à deux branches. Nous constatons que la gradation dans l'ordre de complexité des problèmes n'est pas respectée comme c'est le cas dans les situations d'application précédemment analysées. En effet, des problèmes à deux branches sont présentés après des problèmes à trois branches. Prenons à titre d'exemple le problème à deux branches suivant :

Pas a pas
Tous les jours, Jasmine utilise un podomètre et note le total de ses pas.
En comparant les résultats des deux dernières semaines, elle constaté qu'au cours de la première elle a fait 258 pas plus que pendant la seconde.

Pour être en forme, il est recommandé d'effectuer en moyenne 1440 pas par jour. Si Jasmine a fait au total 19 948 dans les deux semaines, a-t-elle atteint la moyenne recommandée au cours de la seconde? (Perspective, volume 2, B, n° 8 p. 306).

Ce problème se schématise comme suit :

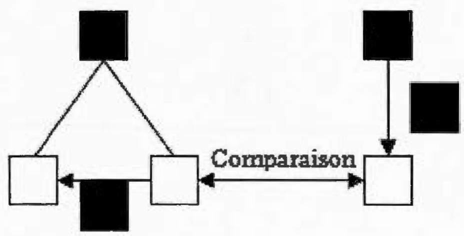


Figure 4.32 Structure de la situation d'application 8 selon la grille de Bednarz et Janvier(1994).

Ce problème peut être facilement résolu arithmétiquement. Le total est donné ainsi que la relation entre les deux grandeurs. Il y a une deuxième étape à ce problème qui requiert une bonne interprétation du concept de moyenne. Le problème à trois branches (Perspective, volume 2, B, n° 6, p.305) décrit précédemment se schématise :

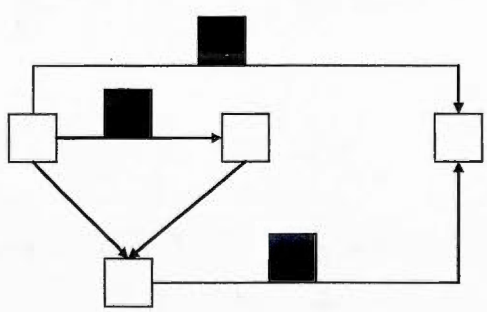


Figure 4.33 Structure de la situation d'application 6 selon la grille de Bednarz et Janvier(1994).

Ce problème est complexe, aucun total n'est donné et l'élève doit raisonner sur les relations qui elles sont connues. Il s'agit d'un problème de degré de complexité élevé.

De plus, la gradation de l'ordre de complexité des problèmes n'est pas respectée à l'intérieur des problèmes à trois branches. Le problème 6 déjà décrit précède des problèmes avec des structures plus simples comme le problème 7 p. 305 :

A l'eau!

Un nageur s'entraine pour une compétition. Selon la recommandation de son entraineur, il doit faire 325 longueurs de piscine en trois jours. Le premier jour, il nage quatre fois plus de longueurs que le deuxième jour; et le dernier jour, deux fois plus que le premier. Détermine le nombre de longueurs correspondant au dernier jour.

qui se schématise :

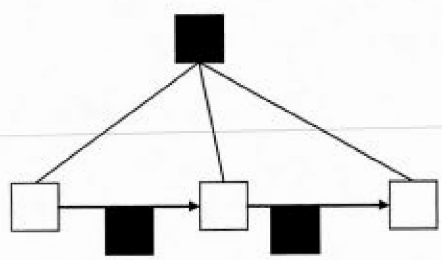


Figure 4.34 Structure de la situation d'application 7 selon la grille de Bednarz et Janvier(1994).

Ce problème est un problème de composition avec deux relations multiplicatives. Celui-ci est considéré comme appartenant aux problèmes les moins complexes dans les problèmes de composition (par la nature de relations).

Dans le chapitre suivant, une interprétation transversale des résultats produits dans ce chapitre permettra d'apporter un éclairage sur les situations-problèmes et les situations d'applications du manuel *Perspective*. Nous pourrons ainsi répondre aux questions de recherche soulevées dans la problématique.

CHAPITRE V

DISCUSSION DES RESULTATS

Dans ce chapitre, nous allons revenir sur les outils d'analyse utilisés pour analyser les situations du manuel *Perspective mathématique* (1er cycle du secondaire), la grille de Jonnaert (1990-1997) et celle de Bednarz et Janvier (1994). À la lumière des définitions retenues pour les situations-problèmes et les situations d'application, une analyse transversale va être menée autour de ces situations, une comparaison avec la situation-problème et la situation d'application provenant du MELS (2003) va être produite. Dans cette étude, nous nous sommes attardés à l'analyse d'un des trois manuels scolaires. Nous rapporterons une brève analyse des situations-problèmes issues de ces deux autres collections *Panoram@th* et *À vos Maths*.

5.1 Un retour sur les grilles d'analyse

Une grille utilisée pour analyser les situations proposées dans le manuel *Perspective mathématique* est celle élaborée par Jonnaert (1990-1997). Celle-ci permet de caractériser le statut des situations comme décrit dans le tableau ci-dessous :

Tableau 5.1 Extrait de Jonnaert (1990) sur les statuts des situations

Paramètres de la structure de la Situation			*Caractérisation des paramètres*			*Statuts de la situation*
Objet(s)	*Opérateur(s)*	*Produit(s)*	*Niveau de l'information (NI)*	*Degré d'incertitude (DI)*	*Degré d'ouverture (DO)*	*Situation(S) /situation-problème (SP)*
i^+	i^+	i^+	Maximum	Nul	Nul	Absence de problème; situation fermée-(S)
i^+	i^+	i^-	Élevé	Faible	Quasi nul	Absence de problème; situation fermée-(S)
i^+	i^-	i^-	Moyen	Moyen	Faible	SP potentielle;
i^+	i^-	i^0	Faible	Élevé	Faible à moyen	Fort potentiel de SP
i^+	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Elevé	SP
i^-	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Très élevé	SP quasi ouverte
i^0	i^0	i^0	Nul	Maximum	Maximum	SP ouverte

Ce tableau permet de produire une analyse globale de la situation. Pour mieux décrire les opérations effectuées dans chacune des situations, nous avons été amenées à faire une analyse de la situation en termes de tâches. Chaque opération constitue une tâche. À cette fin, la grille de Jonnaert a été reformulée en termes de tâches (Tableau3.5).

L'analyse de la situation-problème du MELS et des situations-problèmes issues du manuel *Perspective mathématique* (chapitre III et IV) a fait apparaître de nouvelles catégories sur l'information des paramètres. Nous obtenons le tableau d'analyse suivant dans lequel ces nouvelles catégories sont ombrées en gris :

Tableau 5.2 Nouveaux statuts de tâches

Paramètres de la structure de la tâche — *Objet(s)*	*Opérateur(s)*	*Produit(s)*	*Caractérisation des paramètres* — *Niveau de l'information (NI)*	*Degré d'incertitude (DI)*	*Degré d'ouverture (DO)*	*Statuts de la tâche* — *Tâche (T)/ problème (P)*
i^+	i^+	i^+	Maximum	Nul	Nul	Absence de problème; tâche fermée-(T)
i^+	i^+	i^-	Élevé	Faible	Quasi nul	Absence de problème; tâche fermée-(T)
i^+	i^+	i^0	Élevé	Faible	Quasi nul	Absence de problème; tâche fermée-(T)
i^+	i^-	i^-	Moyen	Moyen	Faible	P potentiel;
i^+	i^-	i^0	Faible	Élevé	Faible à moyen	Fort potentiel de P
i^-	i^+	i^0	Faible	Élevé	Faible à moyen	Fort potentiel de P
i^-	i^-	i^-	Faible	Élevé	Faible à moyen	Fort potentiel de P
i^-	i^-	i^0	Quasi nul	Très élevé	Élevé	P
i^+	i^0	i^-	Quasi nul	Très élevé	Élevé	P
i^+	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Élevé	P
i^0	i^+	i^0	Quasi nul	Très élevé	Élevé	P
i^-	i^0	i^0	Quasi nul	Très élevé	Très élevé	P quasi ouvert
i^0	i^-	i^0	Quasi nul	Très élevé	Très élevé	P quasi ouvert
i^0	i^0	i^0	Nul	Maximum	Maximum	P ouvert

Nous avons remarqué que cette analyse en termes de tâches est fructueuse pour appréhender plus finement la situation. Par exemple, dans l'analyse de la phase de préparation du manuel *Perspective* (p. 280- 281), l'interprétation de l'information de la situation *le départ de la flotte de Magellan* nous montre clairement que les tâches $T_4 et T_5$ sont des forts potentiels de problèmes. Cette information n'est pas accessible lors de l'analyse globale de l'information. Le même phénomène apparaît dans la situation-problème provenant du MELS.

Au départ, nous avions prévu d'utiliser cette grille pour analyser les situations-problèmes. Tout le long de l'analyse des situations d'application, nous avons remarqué que cette grille est applicable également à ces situations et à tout autre type de situations. La grille de Bednarz et Janvier (1994) a été utilisée pour l'analyse de quelques situations-problèmes et sur les situations d'applications, essentiellement utilisée pour analyser des situations ayant des relations de comparaison. Nous avons remarqué que ces deux grilles amènent au même résultat, ce sont deux grilles d'analyse valides pour analyser les situations d'apprentissage de la nouvelle réforme.

5.2 Regard transversal sur les situations-problèmes du manuel *Perspective mathématique*

Rappelons la définition d'une situation-problème retenue dans le cadre théorique :

Une situation-problème est une situation complexe et riche dans laquelle l'élève rencontre des contraintes et des obstacles et il doit les surmonter en élaborant une série d'actions pour atteindre le but désigné. Elle est caractérisée par un contexte qui influence sa complexité.

Dans notre étude, un obstacle est identifié par des tâches qui sont des problèmes ou des problèmes quasi ouverts. Nous retrouvons dans ce manuel quatre types de situations, trois de ces types sont répartis sur les trois temps d'une situation d'apprentissage et un est présent dans le dossier *Rétrospective*. Dans le premier temps : *La préparation des apprentissages* d'une situation d'apprentissage, les auteurs du manuel proposent une situation de préparation pour préparer l'élève à l'exploration de nouvelles notions. Dans le deuxième temps : *La* *réalisation des apprentissages*, nous trouvons trois situations-problèmes plus ou moins complexes qui amènent l'élève à tenter différents stratégies et à faire de nouveaux apprentissages. Le troisième temps : *L'intégration et le réinvestissement des apprentissages*, présente un nouveau type de situations dans lequel l'élève élabore des stratégies et réinvestit ses nouvelles connaissances. Le dossier *Rétrospective* représente le quatrième type de situations retrouvé dans le manuel *Perspective mathématique*, c'est un prolongement du dossier étudié. Elle offre à l'élève l'occasion de réinvestir ces contenus de formation. L'analyse des situations menée au chapitre précédent permet d'avoir un portrait transversal sur toutes ces situations

5.2.1 La situation de préparation du premier temps : *La préparation des apprentissages*

Cette situation est constituée de situations indépendantes, « Le départ de la flotte de Magellan », « La traversée de la flotte de Magellan » et « L'arrivée de la flotte de Magellan». La première est constituée de 7 tâches, la deuxième de 6 tâches et la troisième de 2 tâches. En tout, cette situation est formée de 15 tâches. Cette situation est schématisée comme suit :

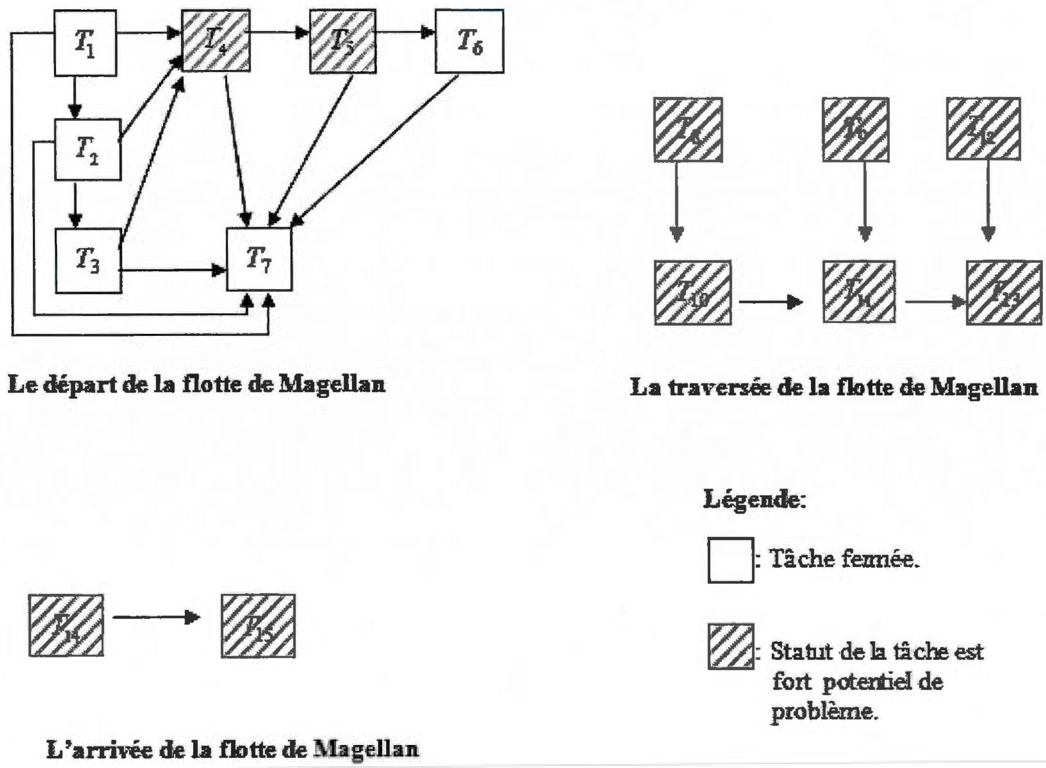


Figure 5.1 L'enchaînement des tâches de la situation de préparation, section 4.2.

Ce schéma montre que l'élève débute sa démarche de résolution dans la première situation par des tâches fermées ne causant aucun problème. Cette situation « Le départ » comporte deux tâches qui sont des forts potentiels de problèmes. Le niveau de complexité n'est pas trop élevé. Il en est autrement pour les deux autres situations « La traversée » et « L'arrivée » qui ne sont constitués que par des tâches qui sont des forts potentiels de problèmes. Le degré de complexité augmente tout le long de cette situation, l'objectif des auteurs étant de préparer l'élève à l'apprentissage de nouvelles notions.

5.2.2 Un retour sur les situations du deuxième temps

Situation-problème 1 du deuxième temps : la réalisation des apprentissages

Cette situation-problème comporte deux situations indépendantes « Le tour de monde en 80 jours » et « Le trophée de Jules-Verne » composée chacune de 6 tâches. En tout, cette situation-problème contient 12 tâches.

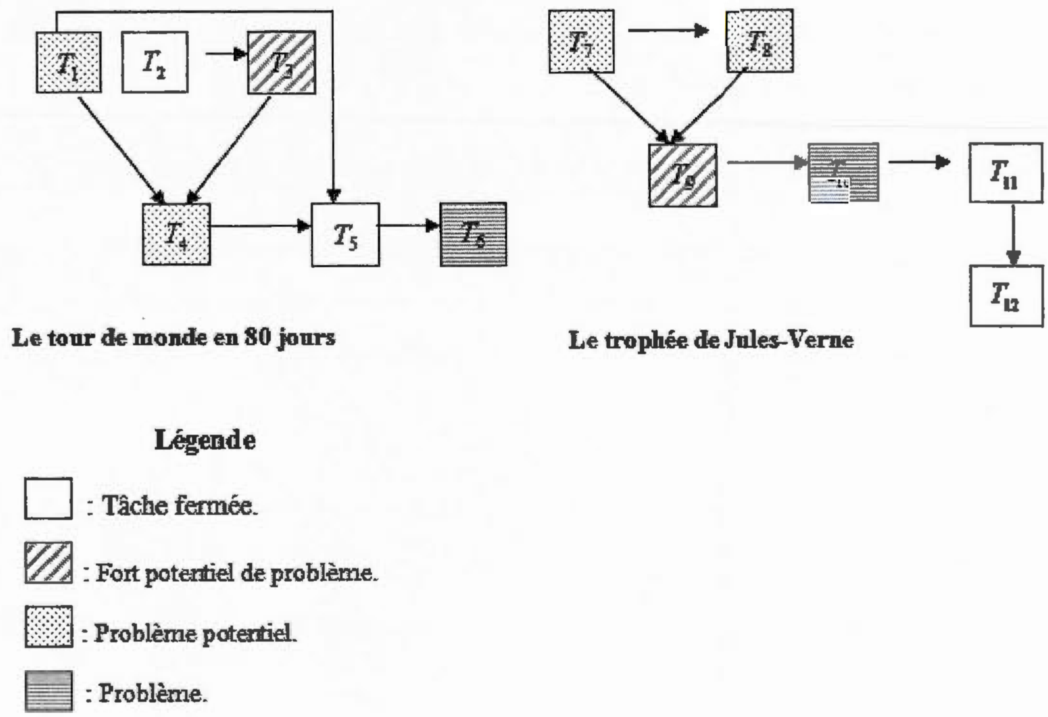


Figure 5.2 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 1, section 4.3.

Dans la première partie de cette situation, l'élève débute sa démarche de résolution par un problème potentiel. Il est ensuite confronté à des tâches fermées faciles à résoudre et à une tâche qui est un fort potentiel de problème. Cette situation se termine par une tâche qui constitue un problème. Dans la deuxième partie de cette situation, l'élève rencontre rapidement un problème, T_{10} dans sa démarche de résolution pour ensuite terminer par deux tâches fermées.

Nous remarquons que les deux parties de la situation contiennent le même nombre de tâches fermées, de problèmes potentiels, de forts potentiels de problèmes et de problèmes. Toutefois, l'enchaînement de ces tâches n'est pas le même, ce qui a une influence sur leur complexité. Dans la première partie, le degré de complexité des tâches n'est pas croissant, on retrouve par exemple une tâche fermée (T_5) après une tâche avec un fort potentiel de problème (T_3). L'élève rencontre à la toute fin un problème dans la dernière tâche (T_6). Dans la deuxième partie de cette situation, les quatre premières tâches sont d'ordre de complexité croissant, l'élève rencontre un problème dans la quatrième tâche pour ensuite passer à deux tâches fermées sans aucun problème.

Situation-problème 2 du deuxième temps : la réalisation des apprentissages

Cette situation-problème comporte deux situations indépendantes « 1933 *: le premier vol solitaire autour du monde* » et « *2005 : le premier vol solitaire autour du monde sans escale ni ravitaillement* » formées chacune de 8 tâches de différent niveau de complexité. En tout, elle contient 16 tâches.

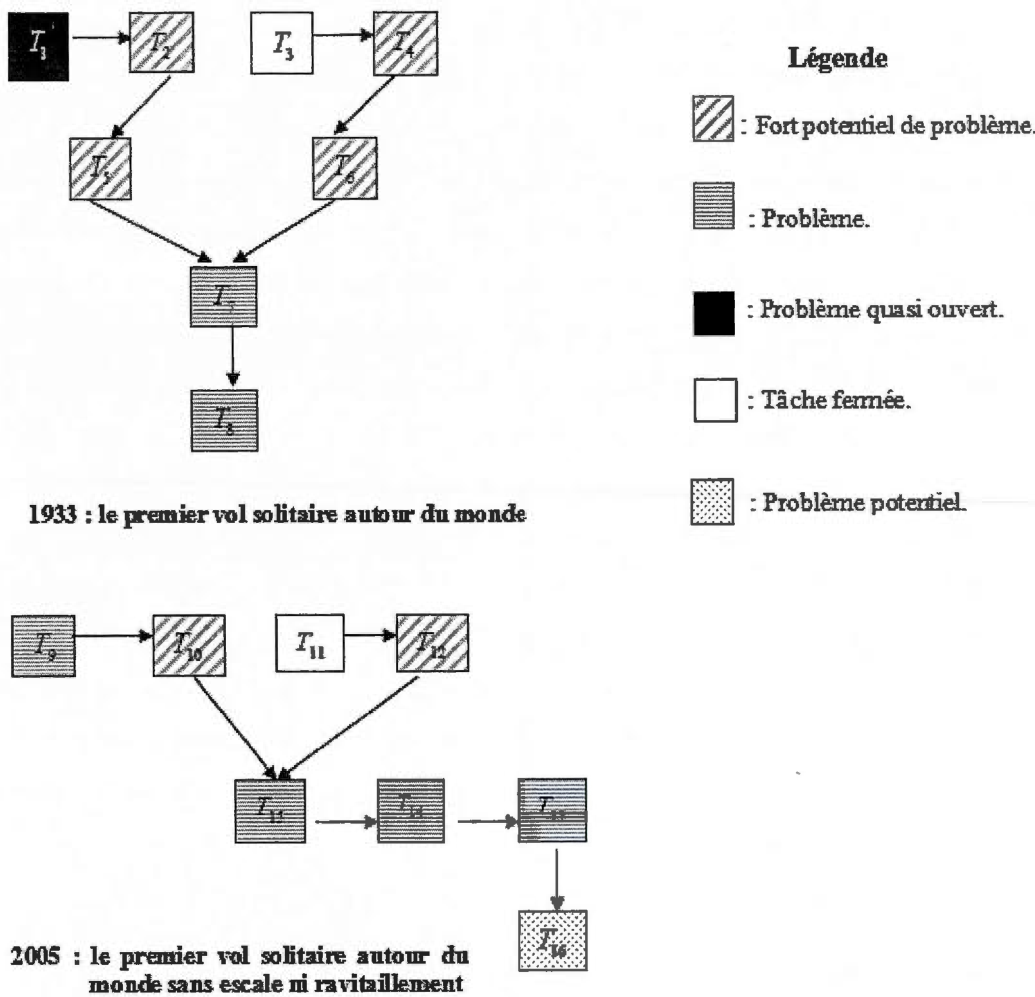


Figure 5.3 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 2, section 4.4.

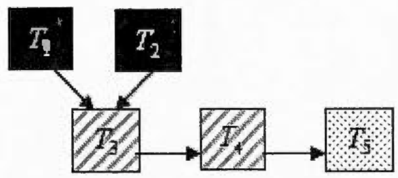
La première partie de cette situation débute par une tâche de degré de complexité élevé, un problème quasi ouvert qui peut empêcher l'élève de passer à la tâche suivante. Le nombre de forts potentiels de problèmes et de problèmes est plus grand que celui de tâches fermées. La deuxième situation est composée de quatre tâches qui sont des problèmes, deux tâches qui sont des forts potentiels de problèmes, une tâche fermée et un problème potentiel. Le degré de complexité de cette situation est plus grand que la situation 1 précédente. Ce qui nous amène à déduire que la gradation d'ordre de complexité dans ce deuxième temps est croissante.

Si nous comparons la situation de préparation du premier temps aux situations du deuxième temps, nous pouvons conclure que le degré de complexité est croissant. Au premier temps l'élève n'est confronté à aucun obstacle car la situation ne contient pas de tâches causant un problème. Au deuxième temps, les situations proposées sont des situations-problèmes car elles contiennent au moins un problème. De plus, la gradation du degré de complexité est croissante à l'intérieur de chacune des situations. La première partie de la situation-problème 1 contient un problème à la toute fin de la résolution. L'élève peut se rendre assez loin dans la résolution avant d'être confronter à un obstacle. Dans la deuxième partie de cette situation, la tâche qui cause un problème se trouve en plein milieu de la résolution. L'élève peut ainsi être bloqué à un stade moins avancé de résolution. La situation-problème 2 apparaît plus complexe que la précédente. D'une part, le nombre de tâches est plus grand (16 tâches pour la SP 2 versus 12 tâches pour la SP 1). D'autre part, le nombre de tâches constituant un problème est plus grand. Dans la première partie de la SP 2, l'élève est confronté dès le début à une tâche quasi ouverte et à deux tâches causant un problème à la toute fin de la situation. Dans la deuxième situation de la SP 2, nous retrouvons 4 tâches causant un problème dont l'une d'elles est au tout début de la résolution. Cette situation-problème apparaît très complexe à résoudre.

5.2.3 Un retour sur les situations du troisième temps

Situation-problème 1 du troisième temps : l'intégration et le réinvestissement des apprentissages

Cette situation comporte 5 tâches de niveaux de complexité différents.



Légende :

: Problème quasi ouvert.

Fort potentiel de problème.

: Problème potentiel.

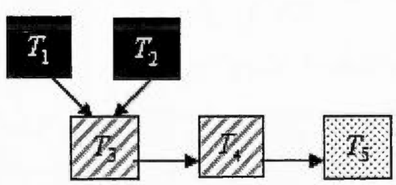
Les bancs

Figure 5.4 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 1, section 4.5.

Les deux premières tâches sont des problèmes quasi ouverts. Dès le début de la résolution, l'élève va rencontrer des obstacles. Il va résoudre ensuite trois tâches dont deux sont des forts potentiels de problèmes et une tâche qui cause un problème. Malgré que le nombre de tâches n'est pas grand, cette situation est complexe.

Situation-problème 2 du troisième temps : l'intégration et le réinvestissement des apprentissages

Cette situation-problème est semblable à la précédente. Elle comporte 5 tâches de niveau de complexité décroissant.



Légende :

: Problème quasi ouvert.

Fort potentiel de problème.

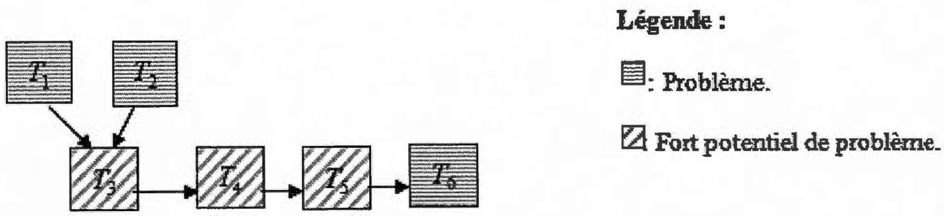
: Problème potentiel.

L'exposition

Figure 5.5 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 2, section 4.6.

Situation-problème 3 du troisième temps : l'intégration et le réinvestissement des apprentissages

Cette situation-problème contient 6 tâches dont 3 sont des problèmes et 3 sont des forts potentiels de problème.



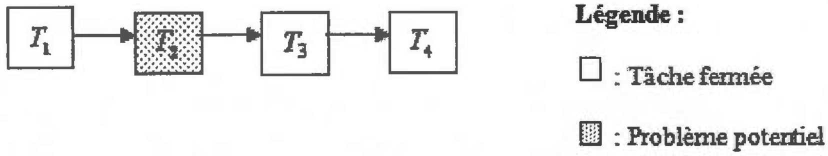
La patinoire

Figure 5.6 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 1, section 4.7.

Cette situation débute par deux tâches constituant des problèmes pour l'élève, les trois tâches suivantes sont des forts potentiels de problèmes et la dernière tâche est un problème. Le degré de complexité de cette situation est moins grand que les deux situations précédentes ne contenant pas de problèmes quasi ouverts.

Situation-problème 4 du troisième temps : l'intégration et le réinvestissement des apprentissages

Cette situation-problème comporte deux situations liées. La première est formée d'une seule tâche et la deuxième de trois tâches. En tout, elle est formée de 4 tâches.



Le texte de Clairaut

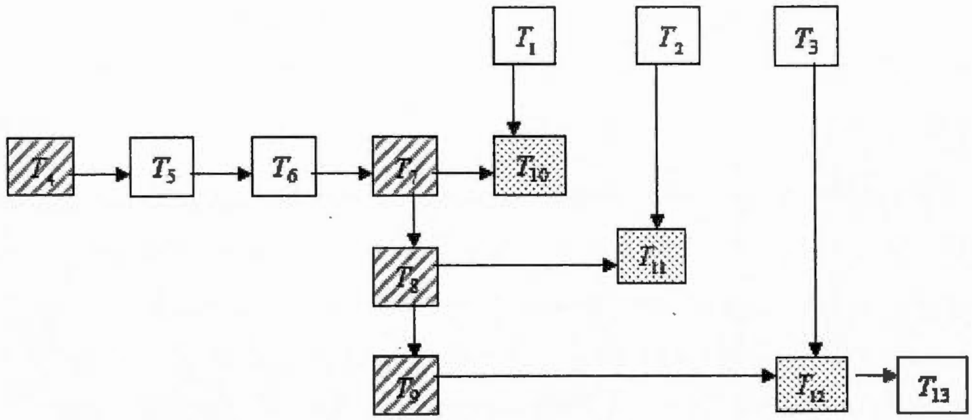
Figure 5.7 L'enchaînement des tâches de la situation-problème 4, section 4.8.

Cette situation est formée de trois tâches fermées ne comportant aucun problème et un problème potentiel. Le niveau de complexité de cette situation est faible. Elle ne peut pas être considérée comme une situation-problème.

Dans ce troisième temps, l'élève est confronté à des situations de réinvestissement des apprentissages. La structure de ces situations est très différent des situations du deuxième temps. L'énoncé est beaucoup plus court et le nombre de tâches est moins grand (au maximum 6 tâches dans les situations de ce troisième temps versus 12 et 16 tâches dans les situations du deuxième temps). Contrairement aux situations du deuxième temps, l'ordre de complexité n'est pas respecté, il est même décroissant. Les deux premières situations sont des situations-problèmes complexes présentant des tâches quasi ouvertes dès le début de la résolution. La troisième situation est également une situation-problème mais moins complexe. Finalement, la quatrième situation ne comportant aucun problème ne peut pas être considérée comme une situation-problème.

5.2.4 La situation-problème du dossier *Rétrospective*

Cette situation comporte 13 tâches dont 6 sont des tâches fermées, 3 sont des problèmes potentiels et 4 sont des forts potentiels de problème.



Une marche pour la paix

Légende :

: Tâche fermée

: Fort potentiel de problèmes

: Problème potentiel

Figure 5.8 L'enchaînement des tâches de la situation-problème, section 4.9.

Le nombre de tâches fermées est plus grand que les autres types de tâches. Cette situation de réinvestissement peut ne pas causer un problème à l'élève.

En résumé, le niveau de complexité des situations-problèmes situées dans les différentes phases d'apprentissage est décroissant. Les situations-problèmes du deuxième temps sont plus contextualisées, contiennent plus de tâches que celles du troisième temps. La situation-problème « Une marche pour la paix » qui est un prolongement des autres situations-problèmes se trouve à un niveau de contextualisation moyen par rapport aux autres types de situations. Comme aucune des tâches n'est un problème, nous pouvons conclure que ce n'est pas une situation-problème.

5.2.5 Comparaison avec les situations du MELS

L'analyse de la situation-problème provenant du MELS menée au chapitre 3, montre que cette situation contient une seule question présentée au début et à la fin de l'énoncé. L'énoncé est très long, il contient beaucoup d'informations. Cette situation comprend 30 tâches de niveau de complexité différent.

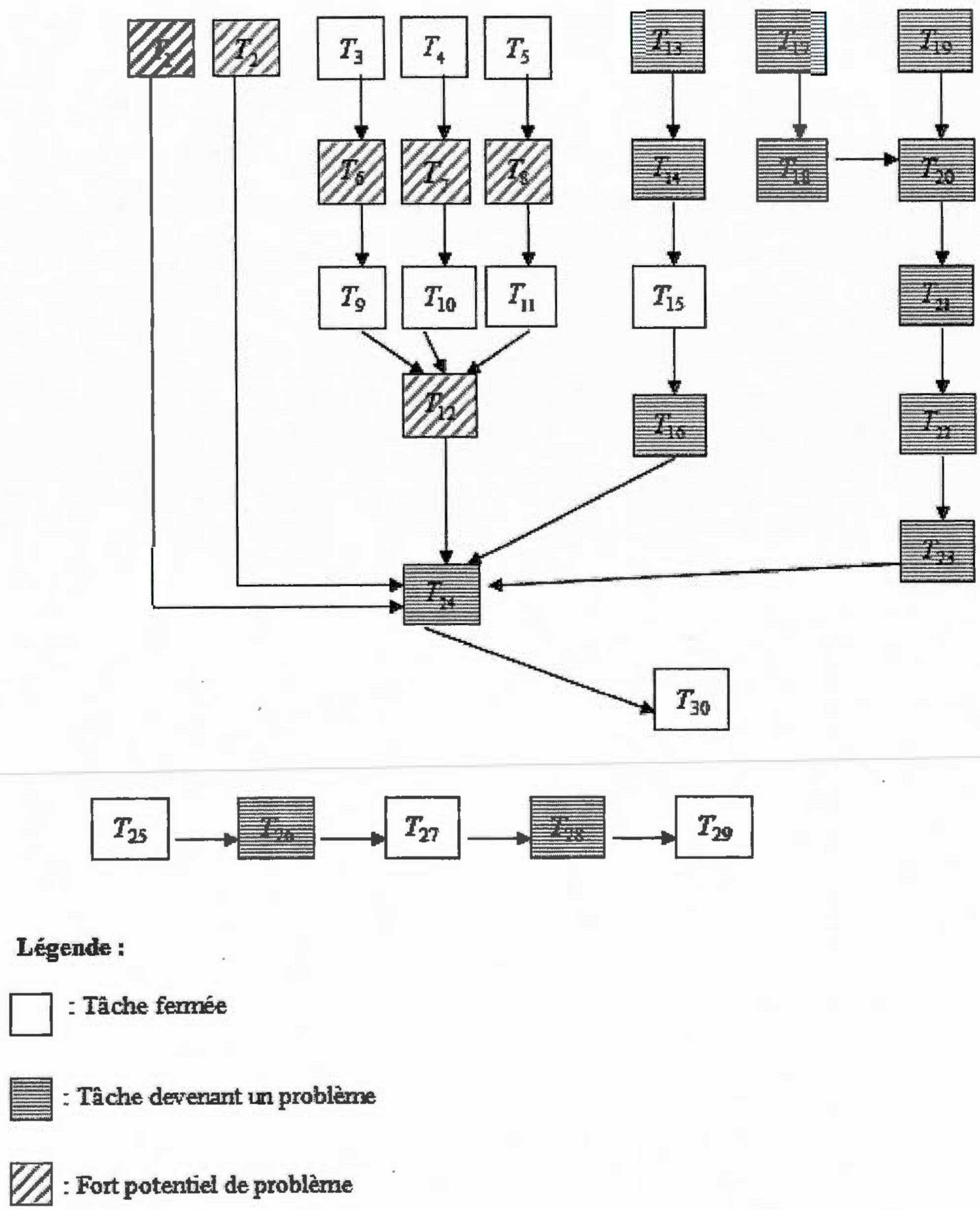


Figure 5.9 L'enchaînement des tâches de la situation-problème provenant du MELS, sous-section 3.3.1.

Selon le schéma de cette situation, l'élève rencontre dans les deux premières tâches un fort potentiel de problème. Le niveau de complexité des tâches varie ensuite entre tâche fermée sans aucun problème et un fort potentiel de problème et ce, jusqu'à la tâche T_{12}. À partir de la tâche T_{13}, l'élève sera confronté à des problèmes jusqu'à la tâche T_{24}. Ensuite, les tâches T_{25} à T_{29} varient entre des tâches fermées et des tâches constituant un problème. Ces tâches apparaissent indépendantes des tâches précédentes car nous nous sommes arrêtés à ce niveau de résolution car la suite se fait par essais-erreurs.

Même si cette situation-problème provenant du MELS ne mobilise pas des connaissances algébriques chez l'élève, nous pouvons comparer sa structure à celles du manuel *Perspective* que nous avons analysées. La situation-problème du MELS et celles du manuel *Perspective* sont présentées différemment. D'une part, la situation-problème du MELS ne comporte qu'une seule question avec 30 tâches liées alors que les situations-problèmes du manuel *Perspective* ont au maximum deux fois moins de tâches. Celles qui présentent le plus de tâches sont constituées d'au moins deux situations qui sont complètement indépendantes et elles comportent des questions et des sous-questions. Les seules situations-problèmes qui ne contiennent qu'une seule question comme celle du MELS sont des « petites » situations qui ont au maximum 6 tâches. Dans le manuel *Perspective*, l'élève est plus accompagné que dans la situation du MELS à travers les nombreuses questions posées. Toutefois, nous pouvons remarquer que les 12 premières tâches de la situation-problème du MELS contiennent au plus des forts potentiels de problèmes, ce n'est qu'à la treizième tâche où se présentent plusieurs tâches devenant des problèmes (11 tâches en tout). L'élève peut donc facilement s'engager dans la résolution.

En ce qui concerne le contexte utilisé, nous trouvons que l'effort de contextualisation de la situation-problème « La lutte » proposée par le MELS s'apparente à celui des situations-problèmes du deuxième temps du dossier « Le tour du monde » du manuel *Perspective*. Toutefois, nous pensons que le contexte des jeux olympiques est plus familier pour l'élève que celui du tour du monde.

Nous faisons l'hypothèse que l'élève qui a déjà résolu les situations-problèmes du manuel *Perspective* sera bien préparé pour attaquer la résolution des situations-problèmes du MELS ayant une structure comparable à la situation analysée.

5.3 Un regard transversal sur les situations d'application

Nous rappelons les caractéristiques d'une situation d'application présentées par le MELS (sous-section 3.3.2) :

Éléments caractérisant une SITUATION D'APPLICATION

- Combinaison de concepts et de processus déjà appris.
- Peut être simple (un réseau de concepts et de processus) ou complexe (plusieurs réseaux de concepts et de processus).
- Requiert des justifications, des éclaircissements.
- Est liée à la compétence *Déployer un raisonnement mathématique.*
- Permet d'établir des conjectures.
- Permet de réaliser des démonstrations ou des preuves.

Dans cette étude, nous avons essentiellement analysé les situations d'application de la deuxième année du secondaire du premier cycle, lors de l'introduction de l'algèbre. Marchand (1997), quant à elle, s'est intéressée à analyser les problèmes avant l'introduction à l'algèbre (secondaire 1), lors de son introduction (secondaire 2) et lors de son développement (secondaire 3). Le regard que porte cette chercheure sur les problèmes proposés dans les manuels scolaires est plus transversal que celui que nous apportons ici. Comme Marchand, nous constatons que les trois classes de problèmes, transformation dans le temps, comparaison et taux sont présents dans le manuel *Perspective*. Les problèmes de comparaison dominent largement le volet *Résolution de problèmes* de ce manuel. Dans son étude, Marchand (1997) a constaté le même phénomène. Elle souligne de plus une rupture dans la nature des problèmes, les problèmes de taux dominent en secondaire 1 et 3 alors que les problèmes de comparaison sont les plus nombreux en secondaire 2. Il serait intéressant d'aller vérifier ce qu'il en est pour les manuels de la réforme 2003.

De plus, nous remarquons dans le manuel *Perspective* une grande cohérence dans la variété de problèmes proposés, divers degré de complexité pour les problèmes sont présents. Nous rejoignons l'étude de Marchand (1997) sur ce point. Cette chercheure souligne que dans l'un des deux manuels analysés, l'ordre de complexité des problèmes n'est pas pris en compte. Nous faisons ce même constat pour les situations d'application du manuel *Perspective*.

Nous retrouvons la même structure dans les situations d'application ainsi nommées dans le manuel *Perspective* que dans les problèmes issus des manuels de l'ancienne réforme. Il n'y a pas dans les situations proposées dans le manuel les caractéristiques des situations d'application telles que décrites par le MELS. Toutefois, plusieurs de ces caractéristiques sont présentes dans la situation d'application du ministère que nous avons analysée: c'est une situation qui fait appel à une combinaison de concepts et de processus, requiert des justifications, des éclaircissements, est liée à la compétence Déployer un raisonnement mathématique et permet d'établir des conjectures : *le budget prévu est-il suffisant? Expliquez pourquoi.*

Une dernière remarque peut être faite. Les situations d'application analysées du manuel *Perspective* sont essentiellement des problèmes de comparaison qui ont au plus trois grandeurs. La situation d'application du MELS présente quatre grandeurs et quatre relations. Ce qui est un peu plus complexe à résoudre.

Comme présenté dans la méthodologie, *Perspective mathématique* a été le manuel que nous avons choisi d'analyser. Mais qu'en est-il des situations présentées dans les deux autres manuels approuvés par le ministère?

5.4 Une brève analyse des situations-problèmes issues des manuels *Panoram@th* et *A vos Maths*

Dans le manuel *À vos Maths*, les auteurs identifient la situation suivante comme une situation-problème :

F4 =7,5%*(D4+E4)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Facturation décembre							
2								
3	No de facture	No de client	Description	Tarif	TPS (7 %)	TVQ (7,5 %)	Total	
4	765	3984	Nettoyage complet	50 $	3,50 $	4,01 $	57,51 $	
5	766	10402	Changement du jeu de chevilles	105 $	7,35 $	8,43 $	120,78 $	
6	767	4964	Changement tasseau du haut et enclavement	395 $	27,65 $	31,70 $	454,35 $	
7	768	3175	Cassure d'éclisse avec doublure	130 $	9,10 $	10,43 $	149,53 $	
8	769	1902	Plaque de touche	200 $	14,00 $	16,05 $	230,05 $	
9								

Un luthier utilise un tableur pour gérer sa facturation mensuelle.

1. Explique la formule qui permet de calculer la cellule F4 dans ce tableur.
2. Selon toi, quelle formule apparaît dans la cellule : a) E4? b) G8?
3. Après révision, le montant associé au nettoyage complet de la facture n° 765 passe à 75,00$.

a) La formule de la cellule F4 change-t-elle?

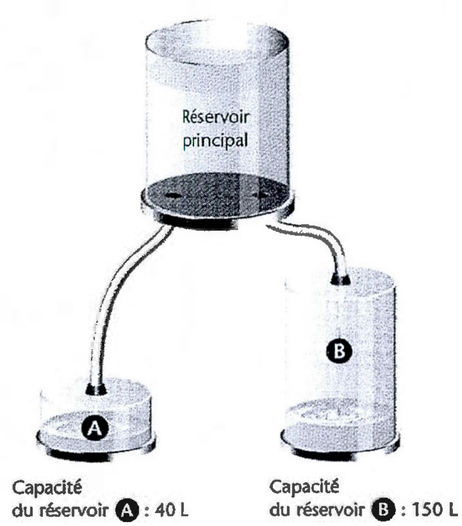
b) Le résultat affiché dans la cellule F4 change-t-il?

4. Quelle formule permettrait de calculer le montant total de la facturation de cet entrepreneur? Dans quelle cellule placerais-tu cette formule?
5. ~~Où retrouve-t-on le concept de variable dans ce contexte?~~

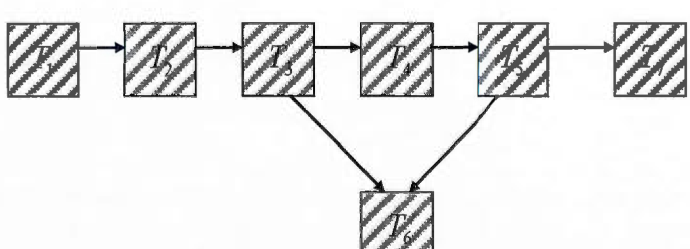
Cette situation est présentée au début du chapitre 4 « L'algèbre : un outil de résolution de problèmes » (p. 200-201). Nous pouvons remarquer que cette situation n'est pas une situation-problème comme nous l'avons définie au point 5.2. En effet, nous ne détectons aucun problème ou obstacle. Cette situation demande d'interpréter les données présentées dans le tableau et d'appliquer les concepts et processus que l'élève a déjà travaillé (reliés au pourcentage). De plus, nous remarquons que la seule difficulté possible de l'élève qui serait de trouver la formule permettant de calculer le prix avec la TVQ (qui se trouve dans la cellule F4) est fournie dans la plage des saisies.

Le manuel *Panoram@th* présente trois situations-problèmes reliées au chapitre de Résolution de problème en algèbre (Panorama 13, unité 13.3). Nous constatons que les deux premières situations-problèmes ainsi identifiées par les auteurs requièrent de l'élève une simple interprétation d'expressions algébriques déjà fournies. À première vue, il ne nous semble pas que ces situations sont des situations-problèmes telles que définies dans cette étude. La troisième situation-problème proposée (p. 38) ne fait pas appel à des concepts et processus algébriques. Elle apparaît toutefois plus complexe que les deux premières situations. Après analyse, nous constatons que cette situation n'est pas non plus une situation-problème. Nous avons fait une analyse sommaire des tâches requises dans l'interprétation de l'information pour mieux analyser ce qu'il en est.

> Avant une opération de transvidage, le réservoir principal contient 194,5 L d'eau et les réservoirs A et B sont vides. Durant l'opération, le réservoir principal alimente le réservoir A à un débit de 2 L/min et le réservoir B à un débit de 3 L/min.
>
> La photographie ci-dessous a été prise pendant le transvidage. A ce moment, 11 L d'eau avait été transvidés dans le réservoir A et 16,5 L d'eau dans le réservoir B.
>
> Combien de temps après la prise de cette photographie le réservoir principal sera-t-il vide?



Voici la structure des tâches de cette situation représentée par le schéma suivant :



Légende:

: Fort potentiel de problème.

Figure 5.10 L'enchaînement des tâches de la situation-problème présentée dans Panoram@th.

Nous remarquons que toutes les tâches de cette situation sont des forts potentiels de problème. Cette situation ne contient donc aucun problème, ce n'est pas une situation-problème comme définie au point 5.2.

CONCLUSION

Nous rappelons que l'objectif principal de recherche de cette étude est d'analyser les situations d'apprentissage dans le cadre de la résolution de problèmes en algèbre dans les manuels scolaires du 1er cycle du secondaire issus du nouveau programme (MELS, 2003). Une analyse des trois manuels scolaires approuvés par le programme de formation de l'école québécoise, *A vos maths, Panoram@th et Perspective mathématique* nous a permis de choisir le manuel *Perspective*. Celui-ci présente le plus grand nombre de situations d'apprentissage. Une analyse transversale a été menée autour des situations-problèmes et des situations d'application, une comparaison avec la situation-problème et la situation d'application provenant du MELS (2003) a été produite ainsi qu'une brève analyse des situations-problèmes issues des deux autres collections *Panoram@th* et *À vos Maths*. Cette analyse permet de répondre à nos questions de recherche.

Retour sur les questions de recherche

Dans notre étude, nous avons soulevé deux questions de recherche.

1) Comment se caractérisent les changements mis en place dans le nouveau programme reliés à la résolution de problèmes en algèbre; plus particulièrement : quelle est la nature des problèmes, des situations-problèmes, des situations d'application proposées dans les manuels scolaires du premier cycle du secondaire ?

Le nouveau programme de formation de l'école québécoise met l'accent sur les compétences. Pour les développer, le ministère a mis en place des situations d'apprentissage dans lesquelles nous retrouvons des situations-problèmes et des situations d'application. Suite à l'analyse des situations issues du manuel *Perspective* et du MELS, nous pouvons observer que ces situations possèdent différentes structures. Ce manuel dégage trois temps d'apprentissage. Dans le premier temps : *La préparation des apprentissages,* nous retrouvons une situation de préparation qui sert à préparer l'élève à l'exploration de nouvelles notions.

Cette situation est formée en tout de 15 tâches. Le degré de complexité augmente tout le long de cette situation. Toutefois, cette situation n'est pas une situation-problème car aucune des tâches ne cause un problème. Dans le deuxième temps : *La réalisation des apprentissages*, nous avons analysé deux situations-problèmes. La première comporte 12 tâches dont deux sont des problèmes alors que la deuxième est formée de 16 tâches dont 6 sont des problèmes. Le troisième temps, *L'intégration et le réinvestissement des apprentissages,* présente un nouveau type de situations. En tout, nous relevons quatre situations dont l'une n'est pas une situation-problème. Elles sont constituées d'au plus six tâches, l'énoncé est beaucoup plus court et formé d'une seule question. Alors que dans les premières situations-problèmes du deuxième temps, les auteurs proposent plusieurs questions et sous-questions. Ce qui facilite la démarche de résolution à l'élève.

Nous remarquons que les situations présentées au premier et deuxième temps sont plus contextualisées que celle du troisième. La situation-problème du MELS ressemble à celles proposées dans le deuxième temps. Elle est toutefois constituée d'une seule question.

Nous constatons d'après l'analyse produite qu'une situation-problème possède deux caractéristiques essentielles. D'une part, le contexte semble plus ou moins familier à l'élève (contexte de *la lutte* est plus familier que celui du *tour du monde*). D'autre part, la situation-problème est constituée d'une ou plusieurs questions, d'un nombre de tâches variant entre 6 et 30 (30 tâches pour celle du MELS). Ce qui est important pour que ce soit une situation-problème est qu'au moins une de ces tâches soit un problème ou bien un problème quasi ouvert.

Une grande différence existe entre les situations présentées dans les trois collections des manuels scolaires. De la brève analyse des situations-problèmes issues des manuels *Panoram@th* et *A vos Maths* résulte que ces situations-problèmes ne contiennent aucun problème. Donc, elles ne sont pas des situations-problèmes comme définie dans notre étude au point 5.2.

Le regard transversal sur les situations d'application de la deuxième année du secondaire du premier cycle, lors de l'introduction de l'algèbre montre que les trois classes de problèmes, transformation dans le temps, comparaison et taux sont présents dans le manuel

Perspective. Les problèmes de comparaison dominent largement le volet *Résolution de problèmes* de ce manuel. Nous avons remarqué qu'il y a une grande cohérence dans la variété de problèmes proposés, divers degré de complexité pour les problèmes sont présents mais l'ordre de complexité des problèmes n'est pas pris en compte. En comparant ces situations avec celle du MELS, nous constatons que cette dernière est plus complexe que celles du manuel *Perspective,* le nombre de relations et de grandeurs étant plus grand. La structure des situations d'application ainsi nommées dans le manuel *Perspective* ressemble à celle des problèmes que nous trouvons dans les manuels de l'ancienne réforme. Les caractéristiques d'une situation d'application ne se retrouvent pas dans le manuel analysé, le fait que l'élève puisse émettre une conjecture et que la situation requière des justifications et des éclaircissements de sa part. Caractéristiques que nous retrouvons dans la situation du MELS.

2) Est-ce que la gradation des situations d'apprentissage proposées aux élèves favorise le développement du raisonnement algébrique?

L'analyse transversale faite sur les situations des trois temps de la situation d'apprentissage du dossier « le tour du monde » et la situation présentée dans le dossier *Rétrospective* nous a amenés à faire plusieurs constats. Le degré de complexité de la situation du premier temps augmente tout le long de cette situation. Mais, l'élève n'est confronté à aucun obstacle car la situation ne contient pas de tâches causant un problème. Ceci correspond aux objectifs des auteurs qui sont de préparer dans cette situation à l'apprentissage de nouvelles notions. L'élève fait ici un retour sur des notions arithmétiques et algébriques déjà acquises.

Au deuxième temps, les deux situations-problèmes ont un degré de complexité croissant. C'est dans ces situations-problèmes que l'élève est confronté à de nouveaux apprentissages qui peuvent être un obstacle lors de la résolution. Dans la première situation-problème, les auteurs du manuel guident les élèves dans une démarche de résolution en lui fournissant le générateur, en lui demandant les expressions algébriques traduisant l'énoncé et en demandant la résolution de l'équation obtenue. La même démarche est explicitée dans les dossiers précédents qui traitent de l'algèbre. La nouveauté réside dans la nouvelle forme de l'équation « équation dont l'inconnue est dans les deux membres de l'égalité ». Dans la deuxième situation-problème, la démarche de résolution n'est plus explicitée a l'élève. Il doit trouver lui-même le générateur, écrire les expressions algébriques, formuler l'équation et la résoudre.

Dans le troisième temps, nous constatons une rupture dans la gradation de la complexité des situations. L'élève est confronté à des situations de réinvestissement des apprentissages où l'ordre de complexité n'est pas respecté, il est même décroissant. De plus, la situation proposée dans le dossier *Rétrospective* est une situation de réinvestissement ne causant pas un problème à l'élève.

Ainsi, nous pouvons conclure de l'analyse des situations-problèmes, des situations d'application issues de la première année du premier cycle du secondaire et des situations d'application qui précèdent le volet « L'algèbre : une stratégie de résolution de problème » et qui sont dans le volet intitulé « La résolution d'équations » à la deuxième année du premier cycle favorise le développement du raisonnement algébrique. Toutefois, il ne faut pas oublier que certaines situations-problèmes et situations d'application ne respectent pas un ordre de complexité croissant.

Les limites de cette recherche

Dans notre étude, nous avons analysé une seule situation-problème provenant du MELS. Cette dernière n'a pas un lien avec le volet « résolution de problèmes en algèbre ». Il serait intéressant pour approfondir l'analyse ici menée d'aller faire ce même travail sur d'autres situations-problèmes provenant du MELS.

De plus, vu la finesse de l'analyse des situations-problèmes produites dans ce mémoire, nous avons été contraint de présenter une analyse plus sommaire des situations d'application. Une analyse fine permettra de mieux saisir la structure, la nature et la gradation de ces situations au premier cycle du secondaire et même à la première année du deuxième cycle, étude que Marchand (1997) a menée dans les deux collections des manuels de l'ancienne réforme.

Finalement, nous proposons comme prochaine étude une analyse comparative des trois collections des manuels scolaires du premier cycle du secondaire dont nous avons eu un aperçu dans cette étude.

Quelques constats sur l'utilisation des situations-problèmes du manuel Perspective par les enseignants du secondaire

Le manuel scolaire *Perspective* est riche en situations-problèmes. Nous trouvons quatre types de situations distribuées sur différents temps d'apprentissage, premier temps pour préparer les élèves à l'apprentissage, deuxième temps pour réaliser l'apprentissage et auquel l'élève va élaborer des nouvelles stratégies et le troisième temps où l'élève réinvestit ses nouvelles connaissances. Le dernier type se situe dans le dossier *Rétrospective* qui est un prolongement du dossier étudié. A partir de cette description rapide de l'organisation des situations-problèmes dans ce manuel, quelques questions se posent, est-ce que les enseignants sont-ils formés pour utiliser cet outil à bon escient? Disposent-ils d'assez du temps pour le faire? Quelles sont les interventions que l'enseignant peut privilégier pour attaquer les obstacles éventuels des élèves?

APPENDICE A

ÉNONCÉS DE LA SITUATION-PROBLÈME ET DE LA SITUATION D'APPLICATION PROVENANT DU MELS.

A.1 Énoncé de la situation-problème

A.2 Énoncé de la situation d'application

A.1 Énoncé de la situation-problème

LA LUTTE

Depuis 1896, la lutte est une discipline olympique. Le comité organisateur des Jeux veut que la vente des billets pour assister aux compétitions de lutte permette de recueillir suffisamment d'argent pour couvrir les dépenses liées à leur tenue.

Vous devez déterminer le prix de vente des billets pour assister aux compétitions de lutte.

Les renseignements nécessaires pour vos calculs sont présentés ci-dessous. Les coûts incluent les taxes.

DURÉE DES COMPÉTITIONS

- Il y aura 7 jours de compétitions de lutte.

LES DÉPENSES

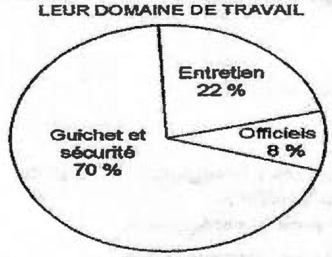
Location et décoration du stade et location des panneaux d'affichage

- La location du stade coûte 10 000 $ par jour.
- La décoration du stade coûte 20 000 $ en tout.
- Des panneaux d'affichage doivent être loués pour la durée des compétitions. Ces panneaux indiqueront le classement des lutteurs ainsi que l'horaire des compétitions de la journée. La location de ces panneaux coûte 12 000 $ par jour.

Salaire des employés

- Chaque jour, 150 employés travaillent à la réalisation des compétitions de lutte. Le diagramme et le tableau suivants montrent la répartition de ces employés et leur salaire selon leur domaine de travail.

RÉPARTITION DES 150 EMPLOYÉS SELON LEUR DOMAINE DE TRAVAIL



SALAIRE DES EMPLOYÉS SELON LEUR DOMAINE DE TRAVAIL

Domaine de travail	Salaire ($ par jour)
Entretien	160
Guichet et sécurité	190
Officiels	600

Aménagement des plateformes

- À l'intérieur du stade, 3 aires de combat isométriques seront aménagées. Chaque aire de combat sera constituée d'une plateforme sur laquelle un tapis de lutte sera installé. L'illustration de la page 4 montre les aires de combat.
- Chaque plateforme est un prisme droit à base octogonale régulière. Le périmètre de la base est de 85,76 m. L'apothème de la base mesure 12,94 m. Le coût d'une plateforme est proportionnel à l'aire de sa base. La table de valeurs suivante présente l'aire de la base et le coût de deux plateformes de ce genre.

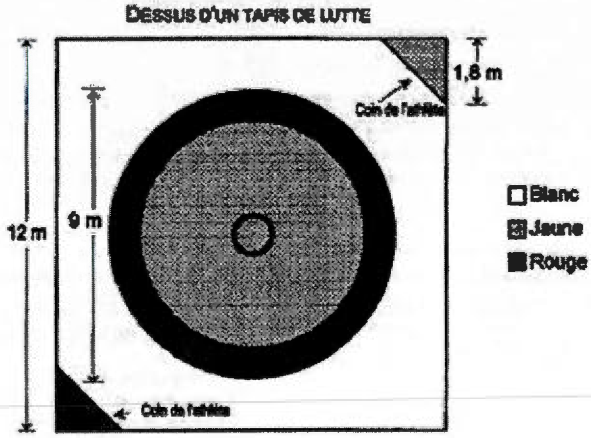
COÛT D'UNE PLATEFORME SELON L'AIRE DE SA BASE

Aire de la base	Coût de la plateforme
80 m^2	2 000 $
265 m^2	6 625 $

Achat des tapis

- On doit acheter 4 tapis de lutte : un pour chaque plateforme et un tapis supplémentaire en cas de bris.
- Le coût d'un tapis dépend de l'aire et de la couleur de ses différentes sections. Le coût de la section blanche est de 70 \$ par m^2. Le coût des sections jaunes et rouges est de 74 \$ par m^2.
- Le dessus de chaque tapis a la forme d'un carré dont chaque côté mesure 12 m.
- Les combats ont lieu dans une zone circulaire de 9 m de diamètre située au centre du tapis.
- Chaque athlète a un espace dans un coin du tapis. Cet espace a la forme d'un triangle rectangle isocèle dont les côtés formant l'angle droit mesurent 1,8 m.

DESSUS D'UN TAPIS DE LUTTE



LES REVENUS

- Il y a 2 000 sièges dans ce stade. Ces sièges sont répartis dans trois catégories : A, B et C.
  - Dans la catégorie B, il y a 600 sièges de plus que dans la catégorie A.
  - Le nombre de sièges de la catégorie C est le double de celui de la catégorie A.
- Pour chaque journée de compétition, un billet est mis en vente pour chaque siège.
- On prévoit que seulement les $\frac{3}{5}$ des billets mis en vente pour chaque catégorie seront vendus.
- Le prix minimum d'un billet est de 20 \$.
- Le prix d'un billet de catégorie B doit être d'au moins 15 \$ de plus que celui d'un billet de catégorie C.
- Le prix d'un billet de catégorie B doit être égal à la moitié de celui d'un billet de catégorie A.
- Le revenu provenant de la vente des billets ne doit pas représenter plus de 120 % des dépenses.

Vous devez déterminer le prix de vente des billets, sans les taxes, pour assister aux compétitions de lutte en tenant compte des différentes contraintes.

A.2 Énoncé de la situation d'application

5. LES DÉLÉGATIONS

Au village olympique, les athlètes du Canada occupent un pavillon avec les athlètes de trois autres pays, soit l'Allemagne, le Mexique et les États-Unis.

- La délégation canadienne compte 20 athlètes de plus que le quadruple de celle du Mexique.
- La délégation de l'Allemagne compte 388 athlètes de plus que celle du Mexique.
- La délégation des États-Unis compte deux fois plus d'athlètes que celle du Canada.
- Dans ce pavillon, la moyenne du nombre d'athlètes par pays est de 392.

Les athlètes du Canada sont logés deux par chambre. Le coût d'une chambre pour la durée des jeux est de 625 $.

On a prévu un budget de 100 000 $ pour loger les athlètes du Canada.

Le budget prévu est-t-il suffisant? Expliquez pourquoi.

APPENDICE B

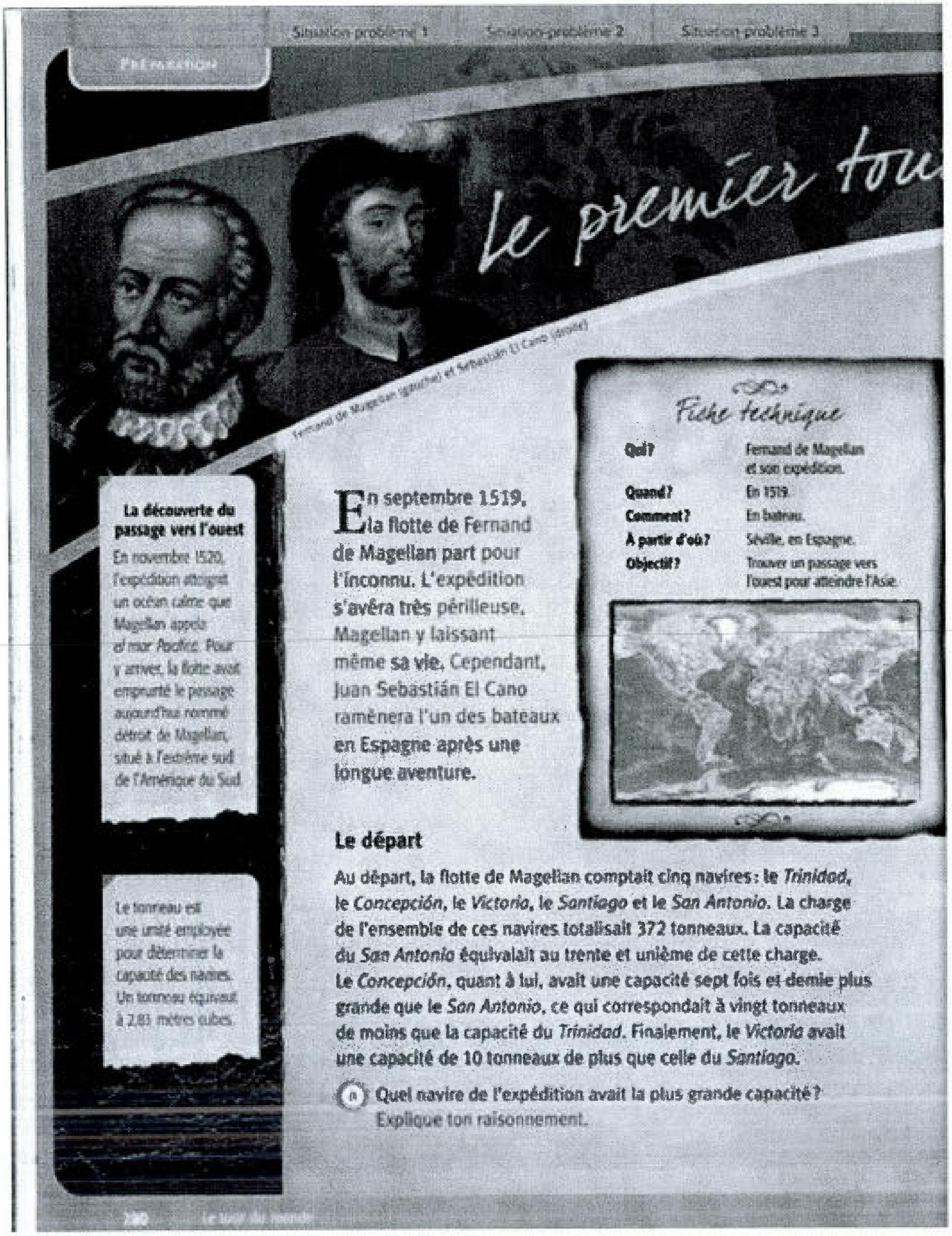
ÉNONCÉ DE LA SITUATION DE PREPARATION ET DES SITUATIONS-PROBLÈMES DU MANUEL *PERSPECTIVE* DU DOSSIER « LE TOUR DU MONDE » (P. 280-285)

B.1 Énoncé de la situation de préparation

B.2 Énoncé de la situation-problème 1

B.3 Énoncé de la situation-problème 2

B.1 Énoncé de la situation de préparation


Situation-problème 1 Situation-problème 2 Situation-problème 3

PRÉPARATION

Le premier tou

Fernand de Magellan (gauche) et Sebastián El Cano (droite)

La découverte du passage vers l'ouest

En novembre 1520, l'expédition atteignit un océan calme que Magellan appela *el mar Pacifico*. Pour y arriver, la flotte avait emprunté le passage aujourd'hui nommé détroit de Magellan, situé à l'extrême sud de l'Amérique du Sud.

En septembre 1519, la flotte de Fernand de Magellan part pour l'inconnu. L'expédition s'avéra très périlleuse, Magellan y laissant même sa vie. Cependant, Juan Sebastián El Cano ramènera l'un des bateaux en Espagne après une longue aventure.

Fiche technique

Qui?	Fernand de Magellan et son expédition.
Quand?	En 1519.
Comment?	En bateau.
À partir d'où?	Séville, en Espagne.
Objectif?	Trouver un passage vers l'ouest pour atteindre l'Asie.

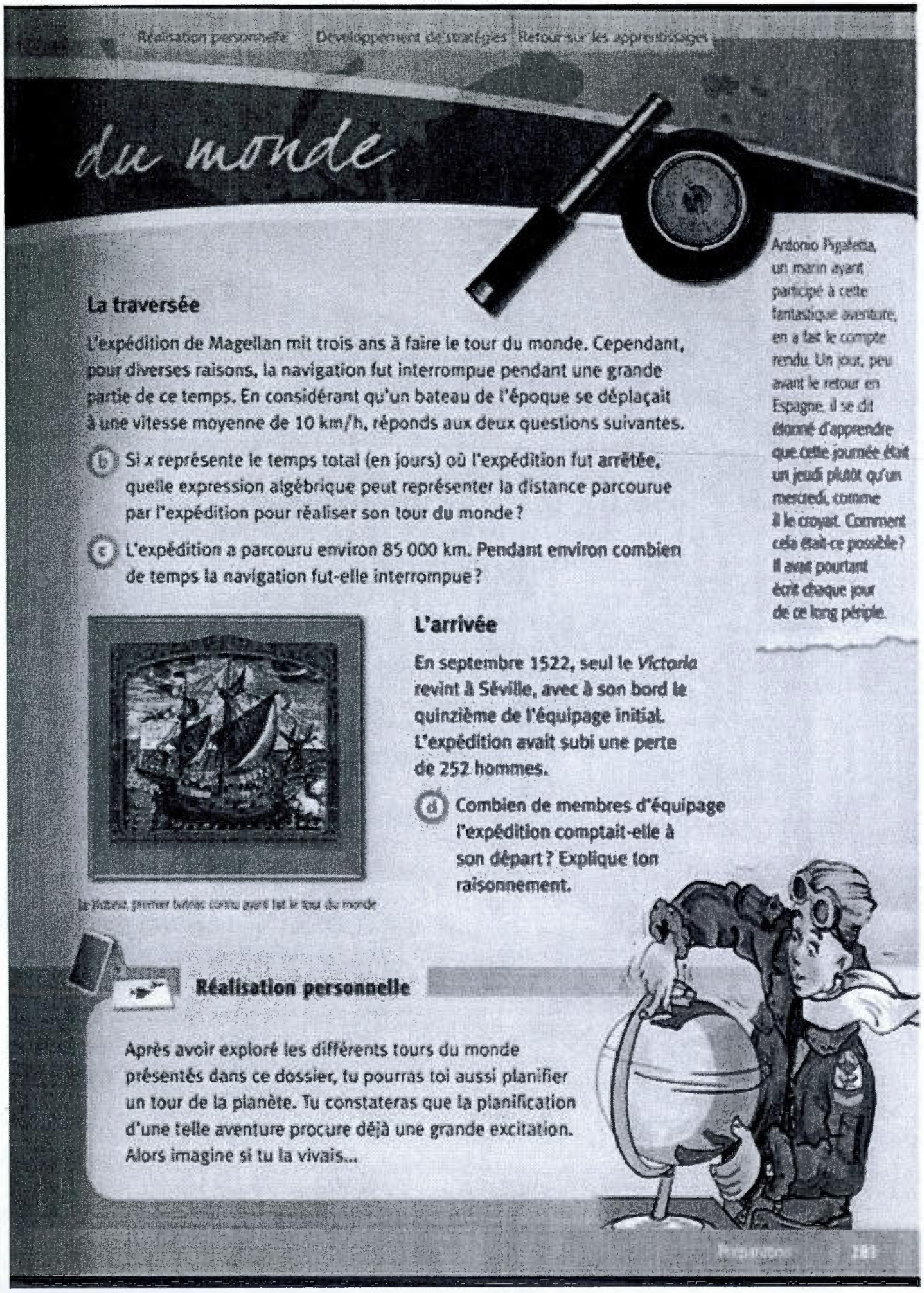
Le départ

Au départ, la flotte de Magellan comptait cinq navires : le *Trinidad*, le *Concepción*, le *Victoria*, le *Santiago* et le *San Antonio*. La charge de l'ensemble de ces navires totalisait 372 tonneaux. La capacité du *San Antonio* équivalait au trente et unième de cette charge. Le *Concepción*, quant à lui, avait une capacité sept fois et demie plus grande que le *San Antonio*, ce qui correspondait à vingt tonneaux de moins que la capacité du *Trinidad*. Finalement, le *Victoria* avait une capacité de 10 tonneaux de plus que celle du *Santiago*.

Le tonneau est une unité employée pour déterminer la capacité des navires. Un tonneau équivaut à 2,83 mètres cubes.

(a) Quel navire de l'expédition avait la plus grande capacité ? Explique ton raisonnement.

280 Le tour du monde



Réalisation personnelle | Développement de stratégies | Retour sur les apprentissages

du monde

Antonio Pigafetta, un marin ayant participé à cette fantastique aventure, en a fait le compte rendu. Un jour, peu avant le retour en Espagne, il se dit étonné d'apprendre que cette journée était un jeudi plutôt qu'un mercredi, comme il le croyait. Comment cela était-ce possible ? Il avait pourtant écrit chaque jour de ce long périple.

La traversée

L'expédition de Magellan mit trois ans à faire le tour du monde. Cependant, pour diverses raisons, la navigation fut interrompue pendant une grande partie de ce temps. En considérant qu'un bateau de l'époque se déplaçait à une vitesse moyenne de 10 km/h, réponds aux deux questions suivantes.

b) Si x représente le temps total (en jours) où l'expédition fut arrêtée, quelle expression algébrique peut représenter la distance parcourue par l'expédition pour réaliser son tour du monde ?

c) L'expédition a parcouru environ 85 000 km. Pendant environ combien de temps la navigation fut-elle interrompue ?

Le Victoria, premier bateau connu ayant fait le tour du monde

L'arrivée

En septembre 1522, seul le *Victoria* revint à Séville, avec à son bord le quinzième de l'équipage initial. L'expédition avait subi une perte de 252 hommes.

d) **Combien de membres d'équipage l'expédition comptait-elle à son départ ? Explique ton raisonnement.**

Réalisation personnelle

Après avoir exploré les différents tours du monde présentés dans ce dossier, tu pourras toi aussi planifier un tour de la planète. Tu constateras que la planification d'une telle aventure procure déjà une grande excitation. Alors imagine si tu la vivais...

B.2 Énoncé de la situation-problème 1

Préparation | Situation-problème 1 | Situation-problème 2 | Situation-problème 3

Zoom sur l'arithmétique et l'algèbre
La résolution d'équations, p. 290 à 299

Quand la réalité

En 1873, Jules Verne écrit un roman dont le héros relève le défi de faire le tour du monde en au plus 80 jours. Ce roman a inspiré l'association Tour du monde en 80 jours. Depuis 1993, celle-ci décerne un trophée à l'équipage d'un voilier accomplissant un tour du monde sans escale en moins de 80 jours selon un trajet précis. Cent vingt ans plus tard, le rêve de Jules Verne reprenait vie...

Dans tous les territoires de l'Empire britannique, les distances sont exprimées en milles et les vitesses, en milles à l'heure. Un mille correspond à environ 1,6 kilomètre.

Le tour du monde en 80 jours

Phileas Fogg, le héros du roman de Jules Verne, part la journée même où il relève le défi, accompagné de son valet. Les deux hommes vivront une fabuleuse course contre la montre.

Fiche technique

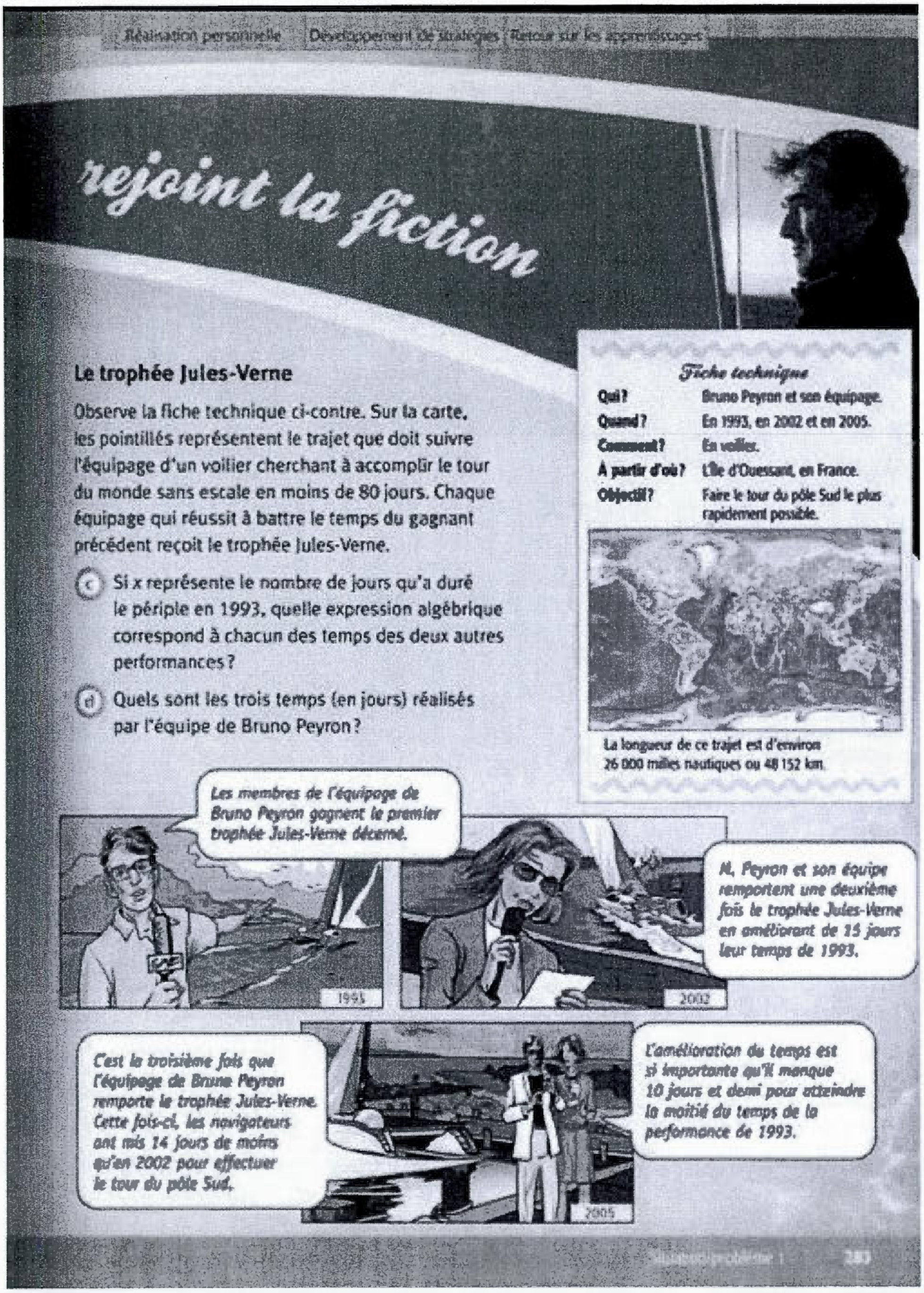
Qui?	Sir Phileas Fogg et son valet.
Quand?	En 1873.
Comment?	En bateau, en train, à dos d'éléphant et en traîneau.
À partir d'où?	Londres, en Angleterre.
Objectif?	Relever un défi.

Au cours de son périple, M. Fogg prévoit effectuer la traversée de l'Inde d'ouest en est. De Bombay à Allahabad, il fait 18 heures en train et 20 heures à dos d'éléphant, un moyen de transport environ 16 fois moins rapide que le train. Pour compléter sa traversée, M. Fogg prend de nouveau le train et met 21 heures pour atteindre Calcutta.

a 1) Si x correspond à la vitesse d'un train à cette époque, quelle expression algébrique représente la distance parcourue pour traverser chacune des deux parties de l'Inde?

2) Sachant qu'au cours de la seconde partie de sa traversée M. Fogg a parcouru 70 milles de plus que dans la première partie, représente cette situation par une équation.

b Quelles étaient la vitesse d'un train à cette époque et celle d'un déplacement à dos d'éléphant?



Réalisation personnelle | Développement de stratégies | Retour sur les apprentissages

rejoint la fiction

Le trophée Jules-Verne

Observe la fiche technique ci-contre. Sur la carte, les pointillés représentent le trajet que doit suivre l'équipage d'un voilier cherchant à accomplir le tour du monde sans escale en moins de 80 jours. Chaque équipage qui réussit à battre le temps du gagnant précédent reçoit le trophée Jules-Verne.

c) Si x représente le nombre de jours qu'a duré le périple en 1993, quelle expression algébrique correspond à chacun des temps des deux autres performances ?

d) Quels sont les trois temps (en jours) réalisés par l'équipe de Bruno Peyron ?

Fiche technique

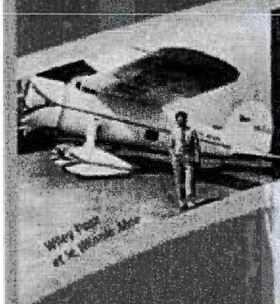
Qui ?	Bruno Peyron et son équipage.
Quand ?	En 1993, en 2002 et en 2005.
Comment ?	En voilier.
À partir d'où ?	L'île d'Ouessant, en France.
Objectif ?	Faire le tour du pôle Sud le plus rapidement possible.

La longueur de ce trajet est d'environ 26 000 milles nautiques ou 48 152 km.

Situation-problème 1 283

B.3 Énoncé de la situation-problème 2

Le tour du monde



Quantité de tours du monde en avion ont été effectués depuis l'invention de cet appareil. Il y a eu différents types de tours du globe et les records sont nombreux. Survolons ensemble ce qui a été réalisé plus particulièrement dans la catégorie des vols en solitaire.

1933 : le premier vol solitaire autour du monde

Le 15 juillet 1933, l'Américain Wiley Post décolle de New York à bord de son avion, baptisé *Winnie Mae*. Il atterrira au même endroit 187 heures plus tard après avoir fait le tour de la Terre en maintenant une vitesse de vol de 250 km/h. Il lui aura fallu neuf escales pour se ravitailler. La Fédération aérienne internationale (FAI) ne reconnaît cependant pas son exploit, car, selon ses standards, il faut franchir une distance d'environ 37 000 km pour que le vol soit considéré comme un tour du monde.

Si Wiley Post avait voulu atteindre cette distance en maintenant la même vitesse de vol, il serait arrivé 49 heures plus tard à New York après avoir fait deux escales supplémentaires.

a) Si Wiley Post avait franchi la distance reconnue par la FAI, quelle aurait été la durée moyenne de ses escales ?

Fiche technique

Qui ?	Wiley Post.
Quand ?	En 1933.
Comment ?	En avion.
À partir d'où ?	New-York, aux États-Unis.
Objectif ?	Réaliser le premier vol en solitaire autour du monde.

Réalisation personnelle | Développement de stratégies | Retour sur les apprentissages

en avion

Fiche technique

Qui ?	Steve Fossett
Quand ?	En 2005
Comment ?	En avion.
À partir d'où ?	Salina, aux États-Unis
Objectif ?	Réaliser le premier vol en solitaire autour du monde sans escale ni ravitaillement.

2005 : le premier vol solitaire autour du monde sans escale ni ravitaillement

Le 3 mars 2005, Steve Fossett a complété un tour du monde de 37 013 km à bord du *GlobalFlyer*. Il a réalisé cet exploit en environ 67 heures.

Dans la planification de ce tour du monde, Steve Fossett a dû prévoir certaines données. On peut imaginer que ses prévisions ne se sont pas parfaitement réalisées. Supposons la situation suivante.

Durée de vol : Il avait prévu un vol de 65 heures, mais celui-ci a duré 2 heures de plus.

Quantité de carburant : Par mesure de sécurité, il a emporté 45 kg de carburant de plus que ce qu'il estimait nécessaire. À l'arrivée, il en restait 59 kg.

Consommation de carburant : La quantité de carburant consommée par heure de vol a été de 4 kg de moins que celle qu'il avait prévue.

b) Sachant qu'au décollage l'avion pesait 10 000 kg, détermine quel pourcentage de cette masse le carburant représentait.

APPENDICE C

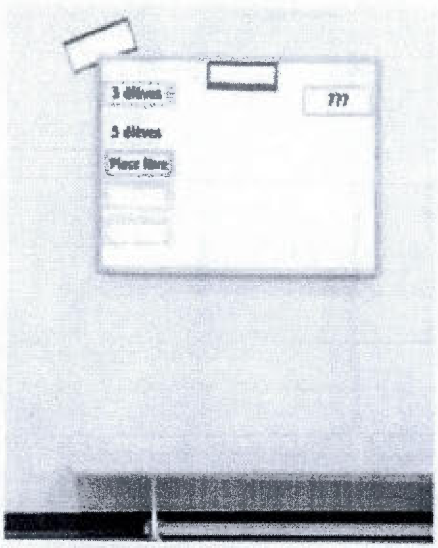
ÉNONCÉ PROVENANT DE LA BANQUE DE SITUATIONS-PROBLÈMES DU MANUEL *PERSPECTIVE* DU DOSSIER « LE TOUR DU MONDE » (P. 312-313)

C.1 Énoncé des situations-problèmes 1 et 2

C.2 Énoncé des situations-problèmes 3 et 4

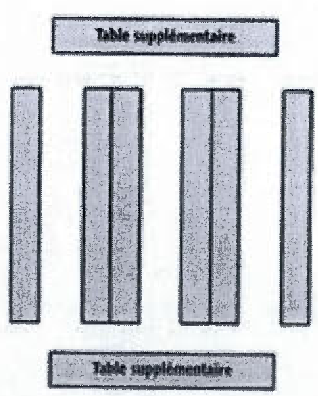
C.1 Énoncé des situations-problèmes 1 et 2

Banque de situations-problèmes



1. Les bancs

Un groupe d'élèves entrent dans une salle.
Si les élèves s'assoient 3 par banc,
10 personnes n'auront pas de place ;
à 5 par banc, il y aura 6 places libres.
Combien d'élèves y a-t-il ?



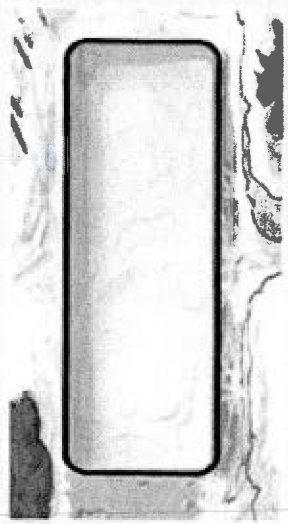
2. L'exposition

À l'occasion d'une journée « portes ouvertes » à l'école, on veut présenter une exposition des réalisations des élèves en mathématiques. Au début, on prévoyait disposer six grandes tables regroupant chacune le même nombre d'élèves. Cependant, il manquait une place. On a alors décidé d'enlever deux exposants ou exposantes par table et de les placer à deux tables supplémentaires. Le plan ci-contre montre la disposition des tables. De cette manière, il y aura le même nombre d'élèves à toutes les tables, sauf une où il restera une place libre. Combien d'élèves participeront à l'exposition ?

C.2 Énoncé des situations-problèmes 3 et 4

3. La patinoire

Dans un parc, on a construit une patinoire délimitée par des bandes de bois. La longueur de la patinoire est trois fois plus grande que la largeur. Chacun des « coins arrondis » correspond à un arc de cercle de 90° dont le rayon mesure 4 m. La bande de bois mesure au total 153,13 m. Quelles sont les mesures de la longueur et de la largeur de cette patinoire ?



4. Alexis Claude Clairaut

À l'époque d'Alexis Claude Clairaut, la résolution d'équations ne se faisait pas à l'aide du symbolisme mathématique utilisé aujourd'hui. Le problème ci-dessous est tiré d'un de ses ouvrages.

> *Partager une somme, par exemple, 890 # à trois personnes, en sorte que la première ait 180 # de plus que la seconde, & la seconde, 115 # de plus que la troisième*

Dans le texte reproduit ci-contre, Clairaut explique le raisonnement permettant de résoudre le problème.

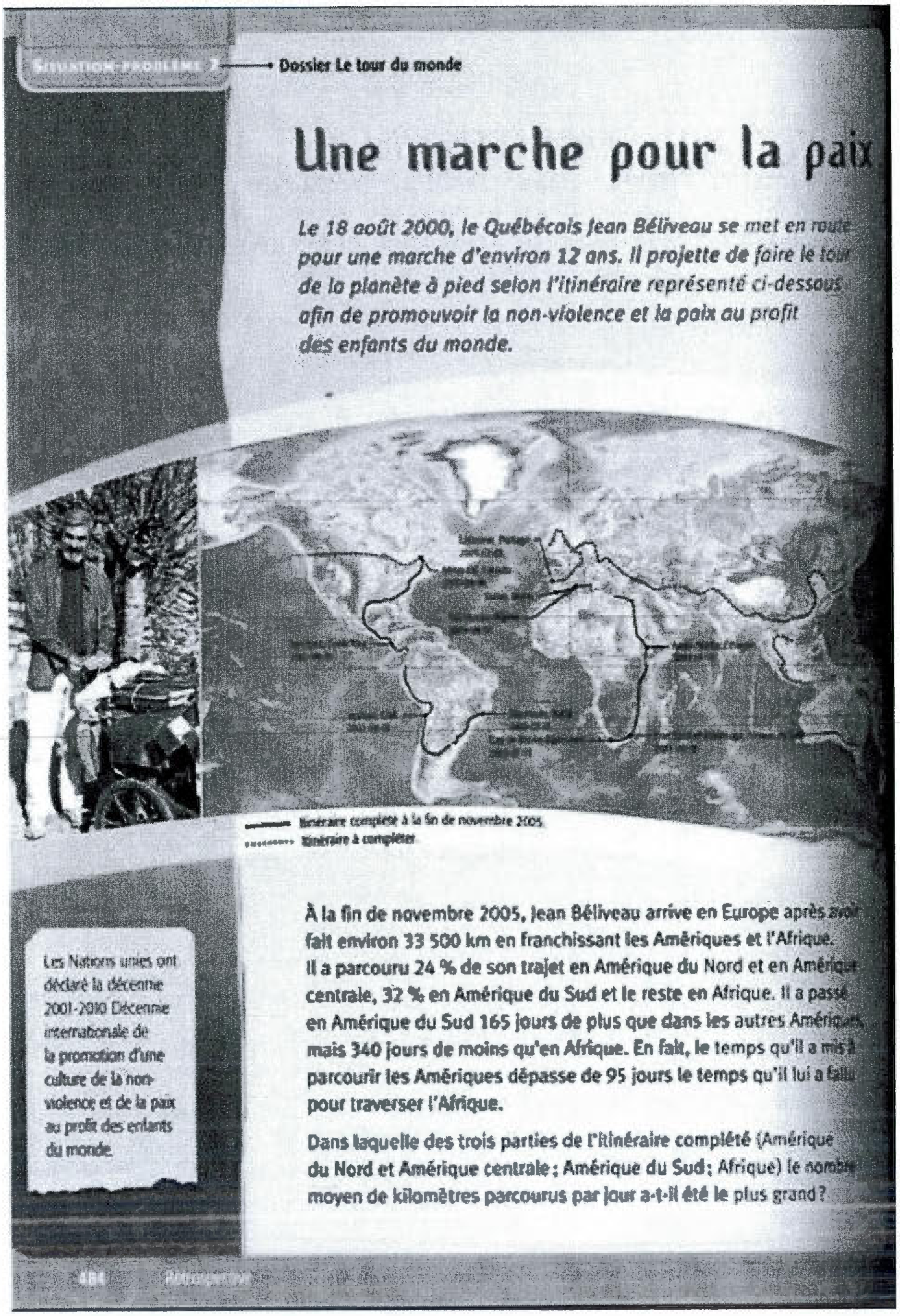
a) Traduis les différentes étapes du raisonnement décrit par des équations utilisant le symbolisme mathématique que tu connais.

b) Quelle est la valeur des trois parts recherchées ?

> *Voici d'abord comment j'imagine qu'aurait raisonné un homme, qui, sans aucune teinture de l'Algèbre, seroit parvenu à résoudre ce problème.*
>
> *Il est évident que si on connoissoit une des trois parts, on connoîtroit aussi-tôt les deux autres ; supposons, par exemple qu'on connût la troisième qui est la plus petite, il faudroit y ajouter 155 #, & l'on auroit la valeur de la seconde ; ensuite pour avoir la première, il faudroit ajouter 180 # à cette seconde, ce qui revient au même que si on ajoutoit 180 # plus 115 # ou 295 # à la troisième.*
>
> *Quelle que soit la troisième part, nous sçavons donc que cette part, plus elle-même avec 115 #, plus encore elle-même avec 295 # doit faire une somme égale à 890 #.*
>
> *De là, il suit que le triple de la plus petite part, plus 115 # plus 295 # ou en une fois 410 # est égal à 890 #.*
>
> *Or, si le triple de la part qu'on cherche plus 410 # est égal à 890 #, il faut donc que ce triple de la part qu'on cherche soit plus petit que 890 # de 410 #.*

APPENDICE D

ÉNONCÉ DE LA SITUATION-PROBLÈME PROVENANT DU DOSSIER RÉTROSPÉCTIVE (P. 484).



Situation-problème 7 — Dossier Le tour du monde

Une marche pour la paix

Le 18 août 2000, le Québécois Jean Béliveau se met en route pour une marche d'environ 12 ans. Il projette de faire le tour de la planète à pied selon l'itinéraire représenté ci-dessous afin de promouvoir la non-violence et la paix au profit des enfants du monde.

Itinéraire complété à la fin de novembre 2005
Itinéraire à compléter

Les Nations unies ont déclaré la décennie 2001-2010 Décennie internationale de la promotion d'une culture de la non-violence et de la paix au profit des enfants du monde.

À la fin de novembre 2005, Jean Béliveau arrive en Europe après avoir fait environ 33 500 km en franchissant les Amériques et l'Afrique. Il a parcouru 24 % de son trajet en Amérique du Nord et en Amérique centrale, 32 % en Amérique du Sud et le reste en Afrique. Il a passé en Amérique du Sud 165 jours de plus que dans les autres Amériques, mais 340 jours de moins qu'en Afrique. En fait, le temps qu'il a mis à parcourir les Amériques dépasse de 95 jours le temps qu'il lui a fallu pour traverser l'Afrique.

Dans laquelle des trois parties de l'itinéraire complété (Amérique du Nord et Amérique centrale ; Amérique du Sud ; Afrique) le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour a-t-il été le plus grand ?

484

« Reproduit avec l'autorisation des Éditions Grand Duc, une division de Groupe Educalivres inc. »

APPENDICE E

INTERPRÉTATION DE L'INFORMATION DE LA SITUATION-PROBLÈME 2 (P. 284-285), DE LA BANQUE DE SITUATIONS-PROBLÈMES (P. 312-313) ET DE LA SITUATION-PROBLÈME DU DOSSIER *RÉTROSPECTIVE* (P. 484) DU MANUEL *PERSPECTIVE.*

E.1 Interprétation de l'information de la situation-problème 2 (Perspective, p. 284-285)

1933 : le premier vol solitaire autour du monde

Dans cette partie de la situation, l'élève va chercher la durée moyenne des escales qui représente l'inconnue donc il va supposer que x représente cette durée. La difficulté qui peut rencontrer l'élève est de bien saisir quelle est la quantité associée à l'inconnue et nécessaire pour la résolution.

Voici l'organisation de cette partie dans l'analyse de la situation :

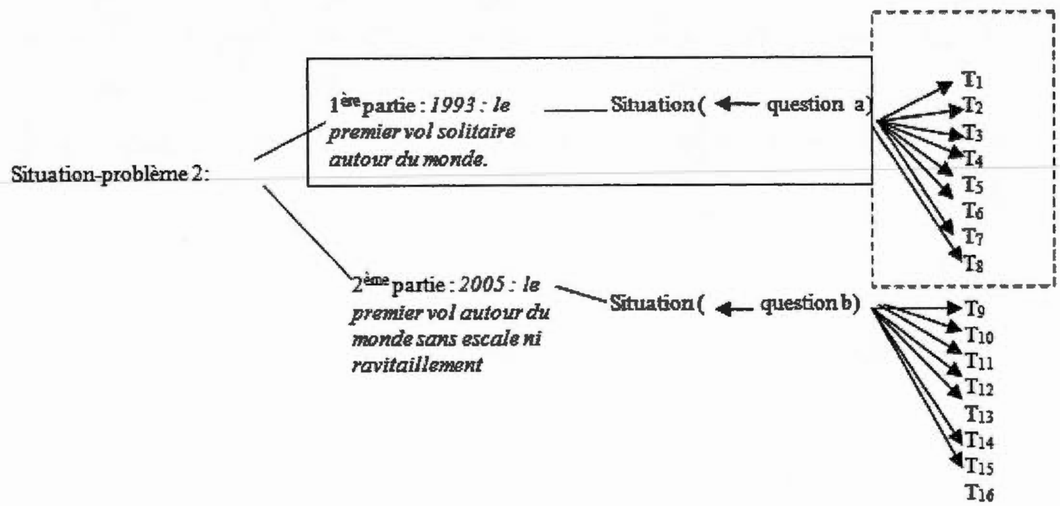


Figure E.11 Organisation de la première partie de la situation-problème 2.

Dans la première tâche, l'élève calculera la durée des 9 escales que Wiley Post a faites durant son tour de monde.

Tableau E.1 Structure de T_1 de la situation-problème 2

	Objets	Opérateur	Produit
T_1	- La durée moyenne des escales. i^0 - Nombre d'escales pour le premier vol. (9 escales) i^+	Multiplication i^-	Durée des 9 escales i^0

Cette tâche peut constituer un problème pour l'élève car l'information sur l'opérateur est insuffisante, i^-, il peut la trouver dans l'énoncé. Mais, l'information sur un des objets et le produit est absente, i^0, alors l'élève doit alors faire une démarche de recherche à l'extérieur de la situation, de la séquence d'activités L'algèbre : une stratégie de résolution de problème.

Le NI est quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient un problème quasi ouvert.

La durée des 9 escales sera 9 fois la durée moyenne des escales, 9.x.

Dans la deuxième tâche, l'élève cherchera la durée de vol sans les 9 escales.

Tableau E.2 Structure de T_2 de la situation-problème 2

	Objets	Opérateurs	Produit
T_2	- Durée de vol avec 9 escales, (187 h) : i^+ - la durée des 9 escales : i^+	Soustraction : i^-	L'expression algébrique de la durée de vol sans les 9 escales : i^0

La durée de vol sans les escales est égale à la durée de vol avec 9 escales diminuée de la durée des 9 escales. Elle sera donc 187-9x.

Dans cette tâche, l'information sur les objets est suffisante, i^+, l'opérateur manque d'information, i^- et l'information sur le produit est absente, i^0. Le NI est faible et le DI est élevé. Il s'agit donc d'un fort potentiel de problème.

Si Wiley Post a fait deux escales supplémentaires, calculons la durée de ces derniers.

Tableau E.3 Structure de T_3 de la situation-problème 2

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_3	- La durée moyenne des escales : i^- - nombre d'escales pour le premier vol, (2 escales) : i^+	Multiplication : i^-	L'expression algébrique de la durée des 2 escales : i^0

Puisque x représente la durée moyenne des escales, la durée des 2 escales sera 2.x. Les informations sur l'opérateur et un objet sont insuffisantes, i^-. Un des objets est la quantité inconnue de la tâche et l'operateur est une connaissance déjà acquis par l'élève mais il doit réfléchir pour le trouver, il manque donc d'information. Alors que l'information sur le produit est absente, i^0. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé. Donc la tâche devient un problème.

Cherchons la durée de vol sans les deux escales.

Tableau E.4 Structure de T_4 de la situation-problème 2

	Objets	Opérateur	Produit
T_4	- Durée de vol avec 2 escales, (49 h) : i^+ - la durée des 2 escales : i^+	Soustraction : i^-	L'expression algébrique de la durée de vol sans les 2 escales : i^0

La durée de vol sans les escales sera donc 49-2x.

Tableau E.5 Structure de T_5 de la situation-problème 2

	Objets	Opérateur	Produit
T_5	- Vitesse du vol, (250 km/h) : i^+ - Durée de vol sans les 9 escales : i^+	- la relation entre la distance, la vitesse et le temps, (v=d/t): i^-	L'expression algébrique de la distance parcourue dans le vol avec 9 escales : i^0

L'expression algébrique de la distance parcourue dans le vol avec 9 escales sera égale à la vitesse du vol par le temps de vol sans les 9 escales : 250(187-9x).

Tableau E.6 Structure de T_6 de la situation-problème 2

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_6	- Vitesse du vol, (250 km/h) : i^+ - Durée de vol sans les 2 escales : i^+	- la relation entre la distance, la vitesse et le temps (v=d/t) : i^-	L'expression algébrique de la distance parcourue dans le vol avec 2 escales : i^0

L'expression algébrique de la distance parcourue dans le vol avec 2 escales sera égale à la vitesse du vol par le temps de vol sans les 2 escales : 250(49-2x).

Dans les tâches $T_4, T_5 et T_6$, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les opérateurs manquent d'informations, i^- et les informations sur les produits sont absentes, i^0. Le NI est faible et le DI est élevé. Il s'agit donc d'un fort potentiel de problèmes.

Tableau E.7 Structure de T_7 de la situation-problème 2

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_7	- L'expression algébrique de la distance parcourue dans le vol avec 2 escales et celle avec 9 escales : i^+ - Distance parcourue (37000 km) i^+	Mise en équation: i^0	L'équation formulée : i^0

Si Wiley a fait le tour de monde en 49 heures de plus que 187 heures, sa vitesse a été conservée à 250 km/h pour franchir une distance de 37000 km. S'il a fait 9 escales, il arrive 187 heures plus tard au même endroit de décollage et s'il fait 2 escales supplémentaires, il arrive 49 heures plus tard. Cette tâche contient un obstacle, l'information sur l'opérateur est absente, i^0, l'élève doit travailler la séquence d'activités. L'activité 1 lui apprend à établir les relations entre les données d'un problème, l'activité 2 lui apprend à choisir l'inconnue pour la mise en équation et l'activité 3 à valider et interpréter la solution d'une équation. (Perspective, Guide de l'enseignant, P. 279 B) ensuite, il retourne à la situation pour compléter sa résolution. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé. Cette tâche devient alors un problème.

Puisque x représente la durée moyenne des escales, la situation sera traduit comme suit : $250(187-9x)+250(49-2x)=37000$.

Tableau E.8 Structure de T_8 de la situation-problème 2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_8	L'équation formulée : i^+	Résolution de l'équation : i^0	la durée moyenne des escales : i^-

Après développer et réduire l'équation $250(187-9x)+250(49-2x)=37000$, $x=8$. Donc, la durée moyenne des escales est 8 heures.

Dans cette tâche, l'information sur l'objet est suffisante, i^+ et celle sur l'opérateur est absente, i^0. Alors que le produit manque d'information, i^-. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient un problème.

Conclusion avec le schéma

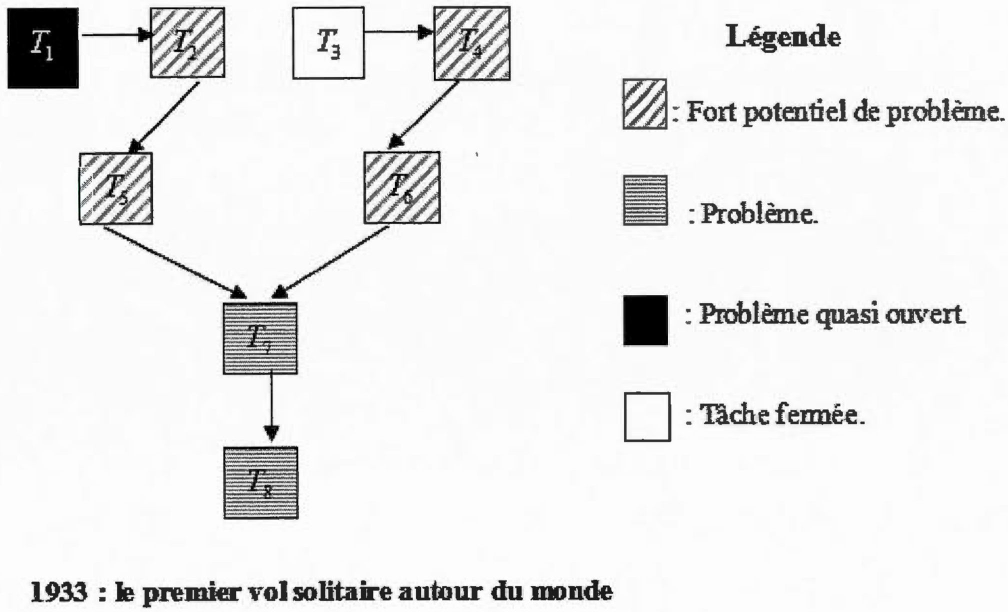


Figure E.2 L'enchaînement des tâches de la situation *1933 : le premier vol solitaire autour du monde*

Cette partie est composée de 8 tâches dont 4 ont un statut de fort potentiel de problème, 2 sont des problèmes et 1 constitue un problème quasi ouvert. Donc, l'élève va rencontrer des difficultés à résoudre cette situation.

Dans la deuxième partie de la situation-problème *2005 : le premier vol solitaire autour du monde sans escales ni ravitaillement* (Perspective, volume 2, B, p. 285), l'élève peut avoir des difficultés à comprendre le contexte ainsi qu'à débuter sa démarche de la résolution du problème (procéder) afin de répondre à la question initiale. L'énoncé de cette deuxième partie contient plus d'informations que l'élève doit organiser pour être capable de résoudre le problème. Nous représentons la structure de la situation afin de voir pourquoi elle représente un problème.

Dans cette partie, l'élève est amené à se concentrer pour pouvoir comprendre le contexte (il y a ici une difficulté à le comprendre) et se construire une représentation du problème pour ensuite dégager les données nécessaires à la formulation correcte d'une équation. En d'autres termes, une fois l'énoncé est comprise l'élève doit être compétent en posant l'inconnu pour formuler l'équation. Et, c'est ici la difficulté. Donc, l'élève a besoin de mobiliser des savoirs mathématiques pour résoudre le problème tout en s'appuyant sur les nouvelles connaissances acquises dans la section *zoom sur l'algèbre: une stratégie de résolution de problème*. Une fois l'équation est résolue l'élève ne doit pas s'arrêter à ce point mais il faut revenir à la question initiale pour donner la solution. Donc, l'élève passe par plusieurs étapes qui constituent des tâches à résoudre afin d'arriver à la valeur demandée.

Voici l'organisation de cette partie présentée dans le schéma suivant :

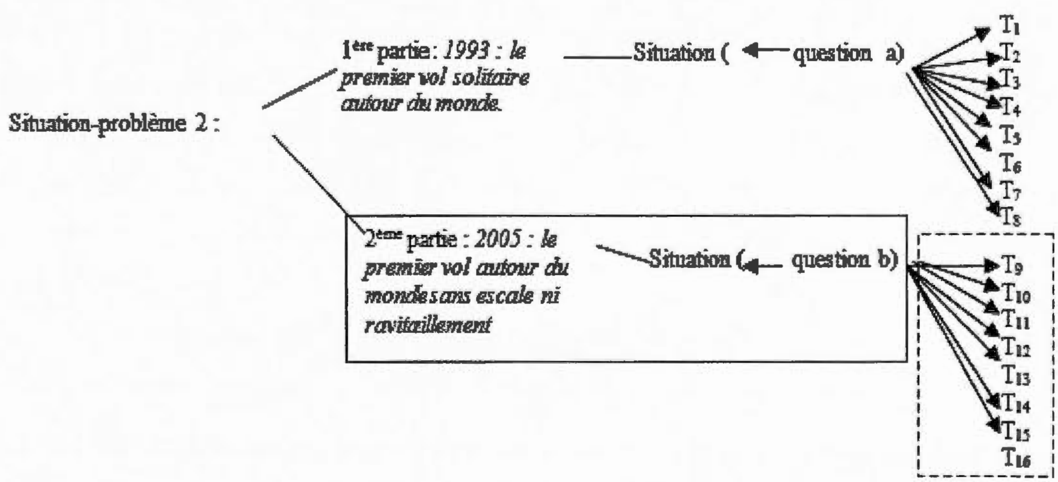


Figure E.3 Organisation de la situation *2005 : le premier vol solitaire autour du monde sans escales ni ravitaillement*

Dans cette partie, l'inconnue n'est pas précisée l'élève doit bien lire l'énoncé afin de pouvoir identifier les quantités connues et inconnues et les relations qui les relient. La quantité inconnue est la consommation de carburant (kg/h). L'élève devra trouver cette inconnue pour ensuite trouver la quantité de carburant contenue dans l'avion pour enfin répondre à la question en trouvant le pourcentage de cette quantité par rapport à la masse de l'avion.

Tableau E.9 Structure de T_9 de la situation-problème 2

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_9	- la consommation moyenne du carburant prévue, (en kg/h) : i^0 - Durée de vol prévue, (65 h) : i^+	Relation entre la masse, le temps et le taux, (m/t exprimé en kg/h) : i^-	L'expression algébrique de la quantité de carburant prévue pour un vol de 65 heures : i^0

L'information sur l'objet *la consommation moyenne du carburant prévue* est absente, i^0, supposons que x représente cet objet (en kg/h), l'information sur l'operateur est insuffisante, i^-, elle peut être déduite de l'énoncé de la situation et l'information sur le produit est absente, i^0. Donc, le NI est quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient un problème. L'expression algébrique de la quantité de carburant prévue pour un vol de 65 heures sera 65x.

Tableau E.10 Structure de T_{10} de la situation-problème 2

	Objets	**Opérateur**	**Produits**
T_{10}	- la quantité de carburant prévue pour un vol de 65 heures : i^+ - Quantité de carburant emportée de plus, (45 kg) : i^+	La somme : i^-	L'expression algébrique de la masse du carburant dans l'avion pour la durée de vol prévue : i^0

Mais, 45 kg de carburant sont emportés de plus, donc l'expression algébrique de la masse du carburant dans l'avion sera 65x+45.

Dans cette tâche, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+. Les operateurs manquent d'informations, i^- et l'information sur le produit est absente, i^0. Le NI est donc faible et le DI est élevé. La tâche est un fort potentiel de problème.

Pour une heure la consommation moyenne de carburant est moins de 4 kg que celle prévue.

Tableau E.11 Structure de T_{11} de la situation-problème 2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{11}	Durée de vol réalisée, (67 h) : i^+	Lien entre la consommation moyenne de carburant et celle prévue : i^+	L'expression algébrique de la quantité de carburant consommée : i^0

Pour un vol de 67 heures, l'expression algébrique de la quantité de carburant consommée sera 67(x-4).

Cette tâche est facile à résoudre, les informations sur les objets et les operateurs sont suffisantes, i^+. L'élève n'a qu'a appliqué l'operateur sur l'objet pour obtenir le produit dont l'information est absente, i^0. Le NI est élevé et le DI est faible. Donc, pas de problème, la tâche est une tâche fermée-(T).

Tableau E.12 Structure de T_{12} de la situation-problème 2

	Objets	Opérateur	Produit
T_{12}	- Quantité de carburant restée à l'arrivée, (59kg) : i^+ - L'expression algébrique de la quantité de carburant consommée : i^+	La somme : i^-	L'expression algébrique de la masse du carburant dans l'avion pour la durée de vol réalisée : i^0

Mais, à l'arrivée 59kg sont restés. Alors, l'expression algébrique de la masse du carburant dans l'avion sera 67(x-4) +59.

Dans cette tâche, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+. Les operateurs manquent d'informations, i^- et l'information sur le produit est absente, i^0. Le NI est donc faible et le DI est élevé. La tâche est un fort potentiel de problème.

Tableau E.13 Structure de T_{13} de la situation-problème 2

	Objets	Opérateur	Produit
T_{13}	- L'expression algébrique de la masse du carburant dans l'avion pour la durée de vol prévue : i^+ - L'expression algébrique de la masse du carburant dans l'avion pour la durée de vol réalisée : i^+	Mise en équation : i^0	L'équation formulée : i^0

Or, la masse du carburant dans l'avion pour la durée de vol prévue est la même que celle qui est dans l'avion pour la durée de vol réalisée.

D'où l'équation :

$67(x-4) +59=65x+45$.

Tableau E.14 Structure de T_{14} de la situation-problème 2

	Objet	Opérateur	Produit
T_{14}	L'équation formulée : i^+	Résolution de l'équation : i^0	La consommation moyenne du carburant prévue : i^0

Après avoir résolue l'équation, nous obtenons x=127kg/h d'où la consommation moyenne du carburant prévue est 127kg/h.

Dans les deux Tâches $T_{13} et T_{14}$, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+ et les informations sur les operateurs et les produits sont absentes, i^0. Le NI est donc quasi nul et le DI est très élevé. Les tâches deviennent des problèmes. L'élève va faire une recherche pour trouver ces informations absentes de l'extérieur de la situation. Comme dans d'autres situations-problèmes, il devra travailler les exercices et situations d'application de la séquence *L'algèbre : une stratégie de résolution de problème*. Il construit des nouvelles connaissances puis il retourne à la situation pour compléter sa résolution.

Tableau E.15 Structure de T_{15} de la situation-problème 2

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{15}	La consommation moyenne du carburant prévue, (en kg/h) : i^+	Substitution de l'objet dans l'expression, 65x+45 : i^0	La masse du carburant, (en kg) : i^-

L'information sur l'objet est suffisante, i^+, l'information sur l'operateur est absente, i^0 et le produit manque d'information, i^-. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé. La tâche est donc un problème.

Puisqu'au décollage la durée prévue est de 65 heures alors la masse du carburant sera

65*127+45=8300 kg.

La recherche de la quantité inconnue n'est pas la réponse à la question posée. L'élève doit savoir que le travail ne s'arrête pas à ce point et la démarche de résolution n'est pas terminée. Il doit utiliser la quantité obtenue pour atteindre le résultat prévue. L'élève peut croire que la quantité obtenue est dont il a besoin pour la résolution et oublie ce qui est demandé dans la question. C'est une difficulté pertinente que peut empêcher l'élève à résoudre la situation complètement.

Tableau E.16 Structure de T_{16} de la situation-problème 2

	Objets	Opérateur	Produit
T_{16}	- la masse du carburant, (8300kg) : i^+ - Masse de l'avion, (10 000 kg) : i^+	Application du pourcentage : i^-	Pourcentage de la masse du carburant par rapport à la masse de l'avion : i^-

Pour une masse d'avion de 10000kg, le carburant représente un pourcentage de $\frac{8300 \times 100}{10000} = 83\,\%$ de cette masse.

Dans cette tâche, les operateurs et le produits manquent d'informations, i^- et les informations sur les objets sont suffisantes, i^+. Le NI et le DI sont moyens. La tache devient un problème potentiel.

Conclusion avec schéma :

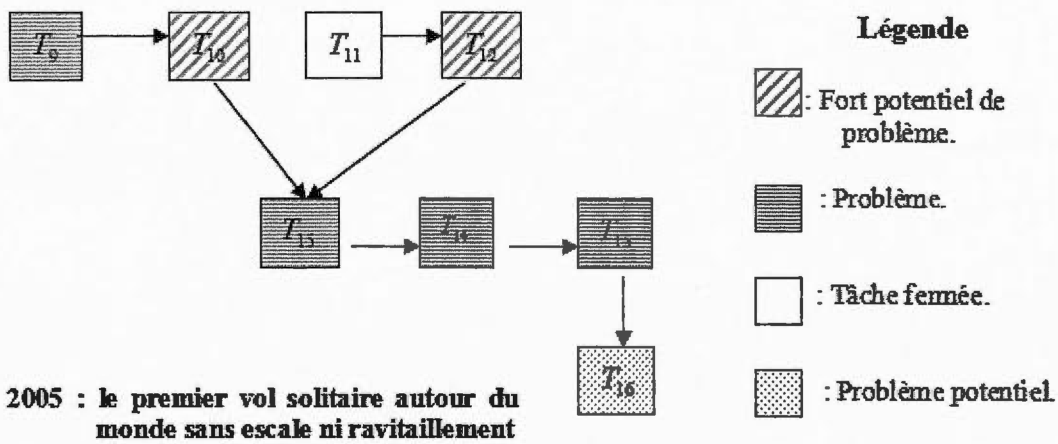


Figure E.4 L'enchaînement des tâches de la situation *2005 : le premier vol autour du monde sans escale ni ravitaillement.*

Cette partie est une situation formée de 8 tâches dont 4 peut être un problème pour l'élève, une tâche simple facile à résoudre et 3 tâches contenant un obstacle comme vous le voyez dans le schéma ci-dessus.

E.2 Interprétation de l'information de la situation-problème 1de la banque de situations-problèmes. (312-313)

Voici l'organisation de la situation telle que travaillée dans la sous-section suivante :

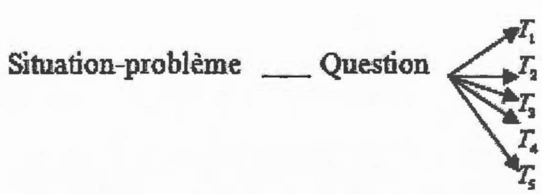


Figure E.5 Organisation de la situation-problème.

Afin de répondre à la question, l'élève devra reformuler la situation dans ses propres mots pour trouver toutes les informations qui lui sont nécessaires pour la résolution de la situation.

Tableau E.17 Structure de T_1 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_1	Le nombre de banc total, (x) : i^0	Lien entre le nombre de banc et le nombre d'élèves qui s'assoient 3 par banc : i^-	L'expression algébrique représentant le nombre d'élèves : i^0

Soit x le nombre de banc total.

Si 3 élèves s'assoient par banc, il reste 10 personnes qui n'ont pas de places, l'expression algébrique représentant le nombre d'élèves sera : $3x+10$.

Tableau E.18 Structure de T_2 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_2	Le nombre de banc total, (x) : i^0	Lien entre le nombre de banc et le nombre d'élèves qui s'assoient 5 par banc : i^-	L'expression algébrique représentant le nombre d'élèves : i^0

Si 5 élèves s'assoient par banc, il reste 6 places libres, le nombre d'élèves sera : $5x-6$.

Les tableaux ci-dessus montrent que les informations sur les objets et les produits des tâches $T_1 et T_2$ sont absentes, i^0, et les informations sur les opérateurs sont insuffisantes, i^-. Donc, le NI est quasi nul et le DI est très élevé. Alors, ces deux tâches sont des problèmes quasi ouverts.

Tableau E.19 Structure de T_3 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_3	Les expressions algébriques représentants le nombre d'élèves : i^+	Mise en équation : i^-	L'équation formulée : i^0

Le nombre d'élèves est le même, d'où l'équation : 3x+10=5x-6.

Tableau E.20 Structure de T_4 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_4	L'équation formulée : i^+	Résolution de l'équation : i^-	Le nombre de banc : i^0

L'équation formulée est 3x+10 = 5x-6; 10+6 = 5x-3x; 16 = 2x; x = 8. Donc, le nombre de banc est 8.

Dans les tâches $T_3 et T_4$ Les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les opérateurs manquent d'informations, i^-, et les informations sur les produits sont absentes, i^0. L'élève devra les chercher des activités explorées dans le même dossier. Le NI est faible et le DI est élevé. Ce qui amène à un fort potentiel de problème.

Le travail sur la résolution ne s'arrête pas a ce point, l'élève devra substituer le nombre de banc dans l'une des expressions algébriques représentants le nombre d'élèves pour trouver ce nombre.

Tableau E.21 Structure de T_5 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_5	Le nombre de banc, (8) : i^+	Substitution : i^-	Le nombre d'élèves : i^-

L'expression algébrique représentant le nombre d'élèves est 3x+10. Substituons le nombre de banc trouvé dans la tâche T_4, le nombre d'élèves est $3\times8+10=24+10=34$ élèves.

L'information sur l'objet est suffisante, i^+, l'opérateur et le produit manquent d'informations, i^-. Le NI est donc moyen et le DI est moyen. La tâche devient alors un problème potentiel.

Conclusion avec un schéma

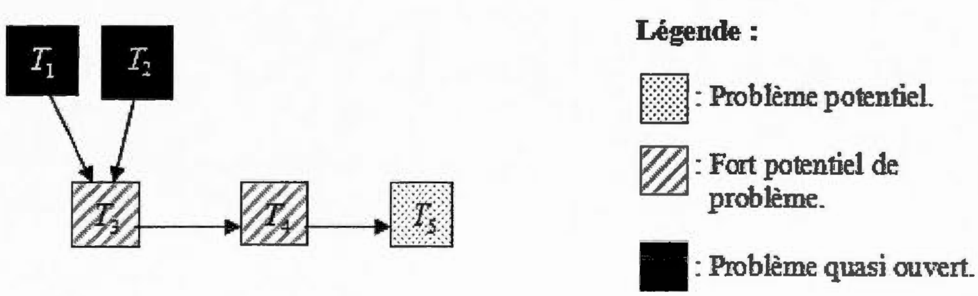


Figure E.6 L'enchaînement des tâches de la situation-problème.

Cette situation comporte donc 5 tâches dont le statut de 2 est fort potentiel de problème et deux sont des problèmes quasi ouverts et une tâche est un problème potentiel. Donc, l'élève peut se bloquer et ne pas atteindre le but.

E.3 Interprétation de l'information de la situation-problème 2 de la banque de situations-problèmes. (p. 312)

L'organisation de cette situation est représentée par le schéma suivant :

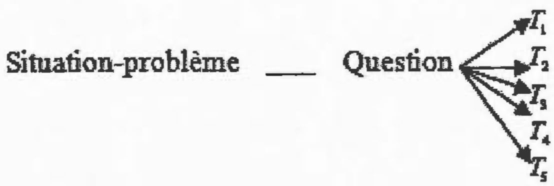


Figure E.7 Organisation de la situation-problème.

Dans cette situation, le nombre d'élèves par table est inconnu. Mais nous savons que si nous distribuons le même nombre d'élèves sur 6 tables, il nous manque encore une place.

Tableau E.22 Structure de T_1 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produits**
T_1	le nombre d'élèves par table, (x) : i^0	Le lien entre le nombre d'élèves par table et le nombre de table : i^-	L'expression algébrique représentant le nombre d'élèves : i^0

Si x représente le nombre d'élèves par table, l'expression algébrique représentant le nombre d'élèves reparti sur 6 tables est $6x+1$.

Tableau E.23 Structure de T_2 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_2	le nombre d'élèves par table, (x) : i^0	Le lien entre le nombre d'élèves par table et le nombre de table : i^-	L'expression algébrique représentant le nombre d'élèves : i^0

S'ils ont enlevé deux exposants de chaque table et les distribuons sur deux tables supplémentaires de façon à disposer le même nombre d'élèves à toutes les tables sauf une où il restera une place libre. L'expression algébrique représentant le nombre d'élèves sera $8(x-2)-1$.

Dans les deux tâches $T_1 et T_2$, les informations sur les objets et les produits sont absentes, i^0, et les opérateurs manquent d'informations, i^-. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé. Ces deux tâches sont donc des problèmes quasi ouverts.

Tableau E.24 Structure de T_3 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_3	Les expressions algébriques représentant le nombre d'élèves : i^+	Mise en équation : i^-	L'équation formulée : i^0

Le nombre d'élèves est le même dans les deux cas de répartition, donc l'équation sera $6x+1=8(x-2)-1$.

L'information sur l'operateur est insuffisante, i^-, l'élève peut la chercher de ses connaissances nouvellement acquises pour pouvoir résoudre le problème.

Tableau E.25 Structure de T_4 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_4	L'équation formulée : i^+	Résolution de l'équation : i^-	Le nombre d'élèves par table : i^0

L'équation formulée est : $6x+1=8(x-2)-1$

La résolution de l'équation donne

$$6x+1=8(x-2)-1;$$
$$6x+1=8x-16-1;$$
$$6x+1=8x-17;$$
$$8x-6x=17+1;$$
$$2x=18;$$
$$x=9.$$

Le nombre d'élèves par table est 9 élèves.

L'élève va réinvestir ses nouvelles connaissances pour résoudre le problème et répondre à la question. L'élève devra substituer la valeur obtenue pour chercher le nombre total d'élèves participants.

Dans les tâches $T_3 et T_4$, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les operateurs manquent d'informations, i^- et les informations sur les produits sont absentes, i^0. Le NI est faible et le DI est élevé. Ces deux tâches deviennent fort potentiel de problèmes.

Tableau E.26 Structure de T_5 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_5	Le nombre d'élèves par table, (9) : i^+	Substitution : i^-	Le nombre total d'élèves : i^-

Le nombre d'élèves par table est 9, par substitution de ce nombre dans l'expression algébrique $6x+9$, le nombre total d'élèves participants à l'exposition est : $6\times9+1=55$ élèves.

Les informations sur les objets de cette tache sont suffisantes, i^+ et l'operateur et le produit manque d'informations, i^-. Le NI et le DI sont donc moyens. La tâche devient un problème potentiel.

Conclusion avec un schéma

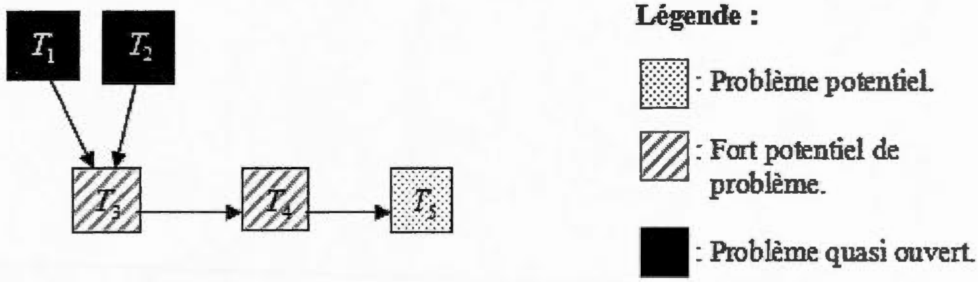


Figure E.8 L'enchaînement des tâches de la situation-problème.

Cette situation-problème est composée de 5 tâches dont les deux premières sont des problèmes quasi ouverts, deux autres sont fort potentiel de problème et la dernière est un problème potentiel.

E.4 Interprétation de l'information de la situation-problème 3 de la banque de situations-problèmes. (p. 313)

Voici l'organisation de la situation-problème 3 :

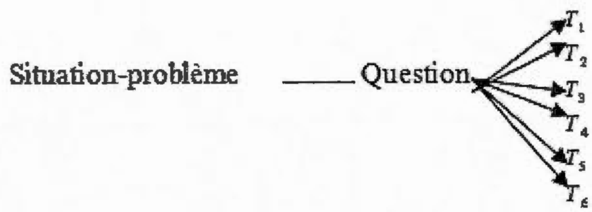
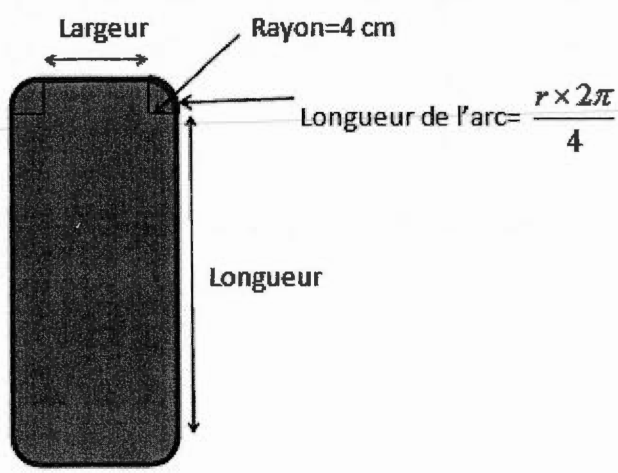


Figure E.9 Organisation de la situation-problème.

Pour répondre à la question, l'élève devra tout d'abord décomposer la situation en parties puis résoudre chacune à part. La forme de la patinoire n'est pas exactement rectangulaire, chaque coin est arrondi.



Donc, la première tâche nécessite de calculer la longueur de l'arc de chaque coin.

Tableau E.27 Structure de T_1 de la situation-problème

	Objets	Opérateur	Produit
T_1	- Le rayon des « coins arrondis », (rayon=4 m) : i^+ - L'arc du cercle, (90°) : i^+	La longueur de l'arc, $(\frac{r\times 2\pi}{4})$: i^0	La longueur de l'arc de chaque coin : i^0

Dans cette première tâche, l'es informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les informations sur l'operateur et le produit sont absentes, i^0. Le NI est quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient alors un problème.

La longueur de l'arc de chaque coin est égale $\frac{r\times 2\pi}{4}=\frac{4\times 2\pi}{4}=2\pi$ m.

Tableau E.28 Structure de T_2 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_2	La largeur de la patinoire sans les coins : i^0	Lien entre la longueur et la largeur : i^+	L'expression algébrique de la longueur de la patinoire sans les coins : i^0

Si sans tenir compte des coins, x représente la largeur alors l'expression algébrique de la longueur sera égale à 3x.

Dans cette tâche l'information sur l'operateur est suffisante, i^+, l'élève va l'appliquer sur l'objet dont l'information est absente, i^0 pour obtenir le produit. Le NI est Quasi nul et le DI est très élevé. La tâche devient donc un problème.

Tableau E.29 Structure de T_3 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_3	- La longueur de l'arc de chaque coin, (2π m) : i^+ - La mesure totale de la bande de bois, (153,13 m) : i^+	- le périmètre de la patinoire : i^-	L'équation formulée : i^0

Le périmètre de la patinoire est égale a deux fois la somme de la largeur et la longueur sans les coins additionnée de la longueur de l'arc des quatre coins de la patinoire. Or, ce périmètre est égal à 153,13m, l'élève obtiendra l'équation suivante: $2(x+3x)+(4\times 2\pi)=153{,}13$.

Tableau E.30 Structure de T_4 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_4	L'équation formulée : i^+	Résolution de l'équation : i^-	La largeur de la patinoire sans les coins : i^0

L'équation obtenue est : $2(x+3x)+(4\times 2\pi)=153{,}133$.

La résolution de l'équation, donne $x \approx 16$. Donc, sans tenir compte des coins, la largeur est égale à 16 m.

Tableau E.31 Structure de T_5 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_5	La largeur de la patinoire sans les coins : i^+	Substitution : i^-	La longueur de la patinoire sans les coins : i^0

L'expression algébrique de la longueur de la patinoire sans les coins est 3x, la longueur de la patinoire sans les coins sera $3 \times 16 = 48m$.

Dans les tâches T_3, T_4 et T_5, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les operateurs manquent d'informations, i^- et l'information sur le produit est absente, i^0. Donc, le NI est faible et le DI est élevé. Donc, ces tâches sont des forts potentiels de problème.

Mais, la question est de chercher les mesures des largeurs et les longueurs de la patinoire, alors l'élève devra trouver ses dimensions.

Tableau E.32 Structure de T_6 de la situation-problème

	Objets	Opérateur	Produits
T_6	- La longueur de la patinoire sans les coins : i^+ - La largeur de la patinoire sans les coins : i^+ - Le rayon des « coins arrondis », (rayon=4 m) : i^+	Ajout du rayon aux dimensions considérées sans les coins arrondis. i^0	- La longueur de la patinoire : i^- - La largeur de la patinoire : i^-

La longueur de la patinoire sera 48+2r=48+8=56m.

La largeur de la patinoire sera 16+2r=16+8=24m.

Cette tâche constitue un problème car les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, l'information sur l'operateur est absente, i^0 et le produit manque d'informations, i^-. Donc, le NI est quasi nul et le DI est très élevé.

Conclusion avec le schéma

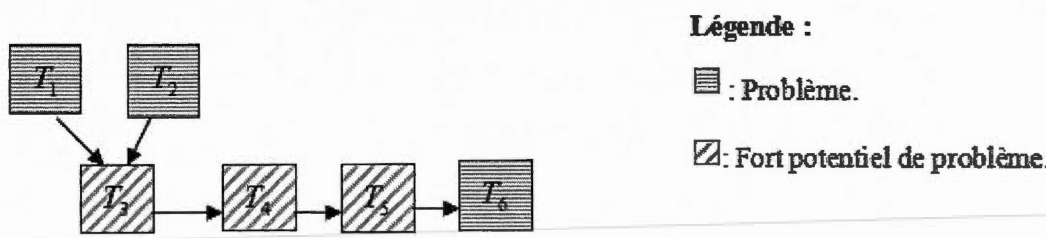


Figure E.10 L'enchaînement des tâches de la situation-problème.

Cette situation-problème contient donc 6 tâches dont 3 sont des problèmes et 3 sont des forts potentiels de problème.

E.5 Interprétation de l'information de la situation-problème 4 de la banque de situations-problèmes. (p. 313)

a) Le schéma suivant montre le déroulement de l'analyse de cette question :

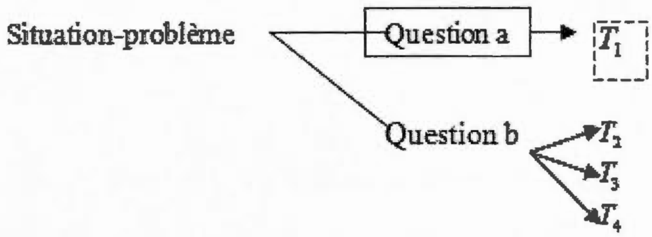


Figure E.11 Organisation de la première partie de la situation-problème.

Tableau E.33 Structure de T_1 de la situation-problème

	Objets	Opérateur	Produit
T_1	- Le texte d'Alexis Claude Clairaut : i^+ - la part de la troisième : i^-	Traduction de la démarche de résolution en langage algébrique : i^+	Le texte mis en équation : i^-

Cette première tâche consiste à traduire les différentes étapes du raisonnement par des équations. Supposons que x représente la part de la troisième.

La traduction du texte en langage algébrique donne ce qui suit :

La seconde part sera égale à $x+115$

La première part sera $x+115+180=x+295$

La relation entre les parts sera

$$x+(x+115)+(x+295)=890$$

$$3x+115+295=890$$

$3x + 410 = 890$

$3x = 890 - 410$

Cette tâche comme le montre le tableau d'informations ne cause pas de problèmes, les informations sur les objets et l'opérateur sont suffisantes, i^+ et le produit manque d'informations, i^-. Le NI est élevé et le DI est faible. Donc, la tâche est fermée. Il suffit que l'élève l'applique sur les objets pour obtenir le produit. Un des objets manque d'informations mais l'élève peut les chercher de ses connaissances nouvellement acquises.

b) L'organisation de l'analyse de cette question est la suivante :

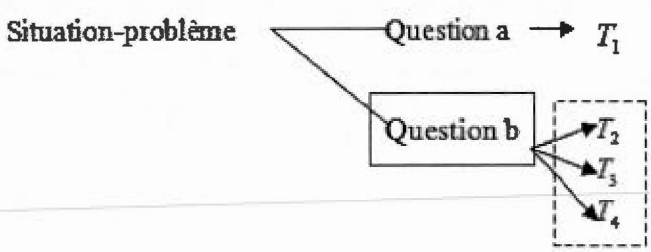


Figure E.12 Organisation de la deuxième partie de la situation-problème.

Tableau E.34 Structure de T_2 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_2	Le texte mis en équation : i^+	Résolution de l'équation : i^-	La part de la troisième : i^-

D'après la première partie a) $3x = 890 - 410$;

$$3x = 480$$
$$x = 160$$

Donc la part de la troisième est 160.

Les informations sur l'opérateur et le produit dans cette tâche sont insuffisantes, i^-, les informations sur l'objet est suffisante, i^+. Le NI et le DI sont donc moyens. La tâche est alors un problème potentiel. L'élève va les chercher des activités déjà explorées dans ce dossier.

Dans les deux tâches qui suivent, l'élève utilisera la troisième part trouvée dans la tâche T_2 pour la remplacer dans la part des deux autres et trouver la valeur de chacune.

Tableau E.35 Structure de T_3 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_3	La part de la troisième : i^+	Relation entre les parts : i^+	- La part de la deuxième : i^-

La seconde part est égale à 160+115=275

Tableau E.36 Structure de T_4 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_4	La part de la troisième : i^+	Relation entre les parts : i^+	- La part de la première : i^-

La première part est égale à 160+295=455.

Selon les tableaux d'informations, ces deux tâches sont faciles à résoudre ne contenant pas d'obstacles. Les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes, i^+ et les produits manquent d'informations, i^-. Le NI est donc élevé et le DI est faible. Les tâches T_3 et T_4 sont des tâches fermées

Conclusion avec un schéma

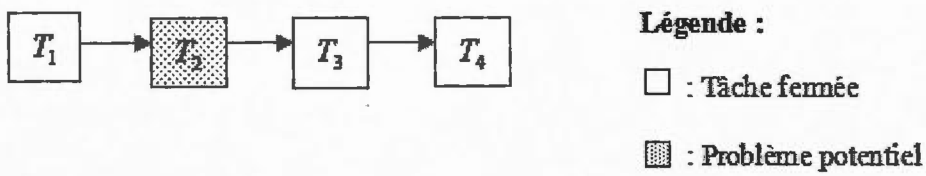


Figure E.37 L'enchaînement des tâches de la situation-problème.

Le schéma ci-dessus montre que cette situation est composée de 4 tâches dont un seulement est un problème potentiel et les 3 autres sont des tâches fermées. Donc, cette situation n'est pas aussi difficile à résoudre que les situations-problèmes précédentes.

E.6 Interprétation de l'information de la Situation-problème 7 du dossier Rétrospective (Perspective, p. 484)

Cette situation-problème se situe dans le dossier *Rétrospective* dont les situations-problèmes sont des prolongements aux dossiers explorés au cours de l'année. (*Perspective*, guide de l'enseignant, p. IX)

Elle nous présente une manière différente à faire le tour le monde. C'est en marchant que le Québécois Jean Béliveau a décidé de faire le tour de la planète *afin de promouvoir la non-violence et la paix au profit des enfants du monde.* L'organisation de cette situation est présentée comme suit :

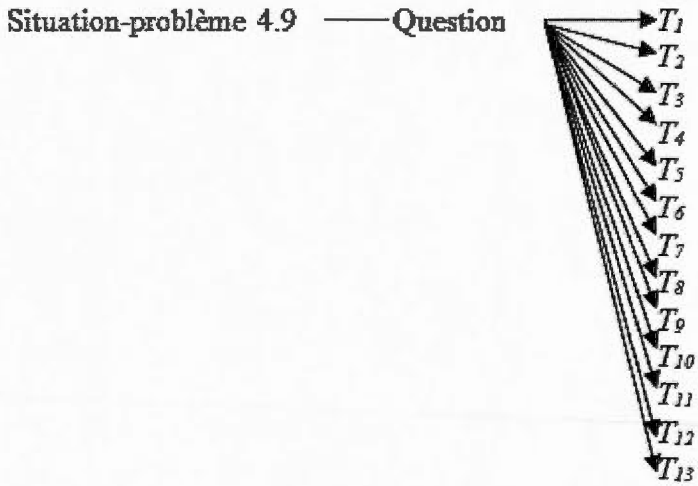


Figure E.13 Organisation de la situation-problème.

Pour trouver le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour de chaque partie de l'itinéraire complété, l'élève devra chercher la distance parcourue dans chaque partie et le nombre de jour correspondant pour traverser chaque partie.

Tableau E.38 Structure de T_1 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produits**
T_1	La distance parcourue en franchissant les Amériques et l'Afrique, (33 500 km) : i^+	Le pourcentage de son trajet en Amérique du nord et en Amérique du centre, (24%) : i^+	- La distance parcourue en Amérique du nord et en Amérique du centre : i^0

Dans cette première tâche l'élève va chercher la distance parcourue en Amérique du nord et l'Amérique du centre. La distance parcourue en franchissant l'Amérique du nord et l'Amérique du centre est 24% de 33 500km qui vaut 8040 km.

Tableau E.39 Structure de T_2 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_2	La distance parcourue en franchissant les Amériques et l'Afrique, (33 500 km) : i^+	Le pourcentage de son trajet en Amérique du Sud, (32%) : i^+	- La distance parcourue en Amérique du Sud : i^0

En Amérique du Sud, il a parcouru 32% de 33 500km qui vaut 10 720km.

Tableau E.40 Structure de T_3 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_3	La distance parcourue en franchissant les Amériques et l'Afrique, (33 500 km) : i^+	Le pourcentage de son trajet en Afrique, (44%) : i^+	La distance parcourue en Afrique : i^0

Pour l'Afrique, il a parcouru (100-24-32)% =44% de 33 500km donc une distance égale à 14740 km.

Dans ces trois premières tâches *T_1, T_2 et T_3*, les informations sur les objets et les opérateurs sont suffisantes, i^+ et les informations sur les produits sont absentes, i^0. Le NI est élevé et le DI est faible. Ces trois tâches sont donc des tâches fermées, il n'y a aucun problème.

Ensuite, l'élève cherchera le nombre de jours qu'il lui a fallu pour traverser chaque partie.

Tableau E.41 Structure de T_4 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_4	Le nombre de jours passés en Amérique du Nord et Amérique du Centre, (supposé x) : i^-	Relation entre le nombre de jours passés dans les deux parties « l'Amérique du Nord et Amérique du Centre » et « Amérique du Sud » : i^+	L'expression algébrique du temps passé en Amérique du Sud : i^0

Si x représente le nombre de jours passés en Amérique du Nord et Amérique du Centre.

x+165 est le nombre de jours passés en Amérique du Sud.

Le tableau ci-dessus représentant les éléments de cette tâche montre que les informations sur l'operateur sont présentes, i^+, mais l'information sur l'objet est insuffisante, i^- et l'information sur le produit est absente, i^0. L'élève devra chercher cette information des nouvelles connaissances acquis au cours du dossier *le tour du monde* de la partie 7. Donc, le NI est faible et le DI est élevé. La tâche sera alors fort potentiel de problème.

Tableau E.42 Structure de T_5 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_5	L'expression algébrique du temps passé en Amérique du Sud, (x+165) : i^+	Relation entre le nombre de jours passés dans les deux parties « Amérique du Sud » et « l'Afrique » : i^+	L'expression algébrique du temps passé en Afrique : i^0

x+165+340 est le nombre de jours passés en Afrique.

Tableau E.43 Structure de T_6 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_6	L'expression algébrique du temps passé en jours de chaque partie : i^+	Lien entre le nombre de jours des Amériques et celui de l'Afrique. (Mise en équation) i^+	L'équation formulée. i^0

Ces deux tâches $T_5 et T_6$ sont faciles à résoudre, les informations sur les objets et les operateurs sont présentes, i^+, l'application des operateurs sur les objets donne le produit dont l'information est absente, i^0. Le NI est élevé et le DI est faible. Les deux tâches sont des tâches fermées, il n'y a aucun problème.

Le temps qu'il lui a fallu pour traverser les Amériques dépasse de 95 jours le temps pour traverser l'Afrique. En utilisant les expressions algébriques du temps passé en jours de chaque partie obtenue dans la deuxième tâche, l'élève obtiendra l'équation suivante (x+165+340) +95 = (x+165) +x.

Tableau E.44 Structure de T_7 de la situation-problème

	Objet	Opérateur	Produit
T_7	L'équation formulée : i^+	Résolution de l'équation : i^-	Le temps passé en Amérique du Nord et Amérique du Centre : i^0

L'équation obtenue dans la troisième tâche est

$$x+165+340+95=x+165+x$$

$$340+95=x$$

$$435=x$$

D'où, le nombre de jours passés en Amérique du Nord et Amérique du Centre est 435 jours. L'élève ne doit pas s'arrêter ici, il devra trouver le nombre de jours passés dans les autres parties pour pouvoir ainsi chercher le nombre moyen de kilomètres en jours de chaque partie.

Tableau E.45 Structure de T_8 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_8	Le nombre de jours passés en Amérique du Nord et Amérique du Centre, (435 jours) : i^+	Substitution dans l'expression algébrique de l'Amérique du Sud : i^-	Le nombre de jours passés en Amérique du Sud : i^0

Le nombre de jours passés en Amérique du Sud est 435+165=600 jours.

Tableau E.46 Structure de T_9 de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_9	Le nombre de jours passés en Amérique du Nord et Amérique du Centre, (435 jours) : i^+	Substitution dans l'expression algébrique de l'Afrique : i^-	Le nombre de jours passés en Afrique : i^0

Le nombre de jours passés en Afrique est 435+165+340=940 jours.

Mais, la question est de trouver le plus grand nombre moyen parcourus par jour. Alors, cette tâche consiste à calculer le nombre moyen parcourus dans chaque partie pour en déduire ensuite celui qui est le plus grand.

Dans les tâches $T_7, T_8 et T_9$, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+, les operateurs manquent d'informations, i^-. Le NI est faible et le DI est élevé. Ces trois tâches sont donc forts potentiels de problème.

Tableau E.47 Structure de T_{10} de la situation-problème

	Objets	**Opérateur**	**Produit**
T_{10}	- La distance parcourue en Amérique du nord et en Amérique du centre, (8040 km) : i^+ - Le nombre de jours passés en Amérique du nord et en Amérique du centre, (435 jours) : i^+	Le taux exprimé en km/jour : i^-	Le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour en Amérique du nord et en Amérique du centre : i^-

Pour le trajet fait en Amérique du Nord et Amérique du Centre qui est 8040 km dans 435 jours, le nombre moyen de kilomètre est 8040 km/435j $\approx$ 18,5 km/j.

Tableau E.48 Structure de T_{11} de la situation-problème

	Objets	Opérateur	Produit
T_{11}	- La distance parcourue en Amérique du Sud, (10720 km) : i^+ - Le nombre de jours passés en Amérique du Sud, (600 jours) : i^+	Le taux exprimé en km/jour : i^-	Le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour de l'Amérique du Sud : i^-

Pour le trajet fait en Amérique du Sud qui est 10720 km dans 600 jours, le nombre moyen de kilomètre est 10720km/600j ≈ 17,9 km/j.

Tableau E.49 Structure de T_{12} de la situation-problème

	Objets	Opérateur	Produit
T_{12}	- La distance parcourue en Afrique, (14740 km) : i^+ - Le nombre de jours passés en Afrique, (940 jours) : i^+	Le taux exprimé en km/jour : i^-	Le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour en Afrique : i^-

Pour le trajet fait en Afrique qui est 14740 km dans 940 jours, le nombre moyen de kilomètre est 14740km/940j$\approx$15,7km/j.

Dans les trois tâches $T_{10}, T_{11} et T_{12}$, les informations sur les objets sont suffisantes, i^+ et les operateurs et les produits manquent d'informations, i^-. Le NI et le DI sont moyens. Ces tâches deviennent alors des problèmes potentiels.

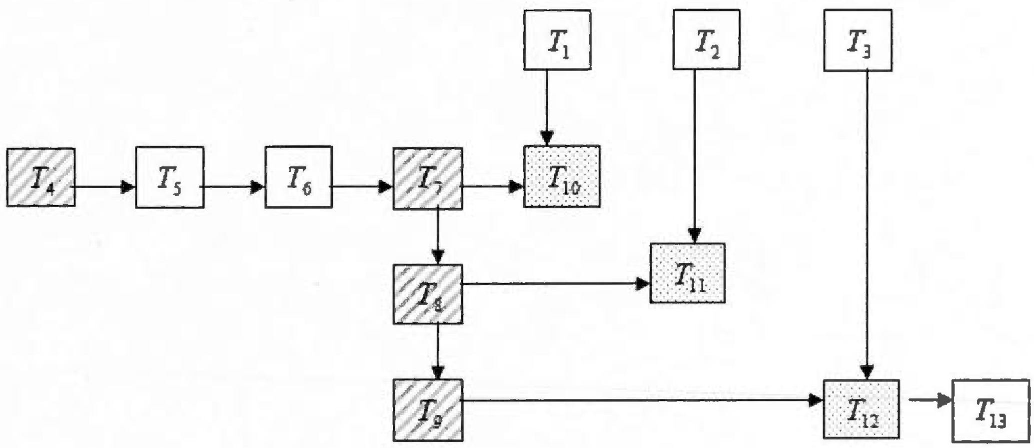
Tableau E.50 Structure de T_{13} de la situation-problème

	Objet	**Opérateur**	**Produit**
T_{13}	Le nombre moyen de kilomètres parcourus par jour de chaque partie de l'itinéraire complété : i^+	Comparaison : i^+	Le nombre moyen de kilomètres parcourus par jours le plus grand : i^-

Nous constatons donc que le nombre moyen de kilomètres parcourus par jours le plus grand est celui de l'Amérique du Nord et l'Amérique du Centre.

La tâche T_{13} est une tâche fermée. Les informations sur l'objet et l'operateur sont suffisantes, i^+ et le produit manque d'information, i^-. Le NI est élevé et le DI est faible. Il n'y a aucun problème.

Conclusion avec le schéma :



Légende :

: Tâche fermée

: Fort potentiel de problèmes

: Problème potentiel

Figure E.14 L'enchaînement des tâches de la situation-problème.

Le schéma ci-dessus montre que cette situation-problème est formée de 13 tâches, dont 6 sont des tâches fermées, 3 sont des problèmes potentiels et 4 sont forts potentiels de problème. Le dossier *Rétrospective* est un prolongement des dossiers explorés au cours de l'année. Cette situation-problème est donc un prolongement des situations-problèmes explorées dans le dossier *le tour du monde.* L'élève va chercher les informations manquantes dans ces tâches de ses connaissances nouvellement acquises du dossier *le tour du monde*.

BIBLIOGRAPHIE

Adihou, Adolphe. (à venir) «Étude des nouvelles situations proposées par les nouveaux manuels aux fins d'enseignement et d'apprentissage de l'algèbre au secondaire». À soumettre à Petit x ou Educational Studies in Mathematics Education, (en préparation).

Assude, Teresa, et Claire Margolinas. 2005. «Aperçu sur les rôles des manuels dans les recherches en didactique des mathématiques». In E. Bruillard (Ed.), Manuels scolaires, regards croisés, p. 231-241. Scérén, CRDP Basse-Normandie.

Aubin, Paul. 2007. «Le manuel scolaire québécois entre l'ici et l'ailleurs ». In *Le manuel scolaire d'ici et d'ailleurs, d'hier à demain,* sous la dir. de Monique Lebrun, p. 25-62. Québec, Presses de l'université du Québec.

Barallobres, Gustavo. 2009. «Caractéristiques des pratiques algébriques dans les manuels scolaires québécois ». *Petit x,* no 80: IREM de Grenoble, p. 55-76.

Bednarz, Nadine, et Bernadette Dufour-Janvier. 1992. *L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une caractérisation du scénario actuel et des problèmes qu'il pose aux élèves. Actes du colloque international du 20 au 22 mai 1992 : didactique des mathématiques, formation normale des enseignants.* École normale supérieur Marrakech. p. 21-40.

Bednarz, Nadine, Bernadette Dufour-Janvier, Claudine Mary et André Lepage. 1992. *L'algèbre comme outil de résolution de problèmes: une réflexion sur les changements nécessaires dans le passage d'un mode de traitement arithmétique à un mode de traitement algébrique.* Recueil des textes du Colloque du programme de Recherche sur l'émergence de l'algèbre. Montréal: CIRADE, Université du Québec à Montréal, p. 17-31.

Bednarz, Nadine, et Bernadette Dufour-Janvier. 1994. « The emergence and development of algebra in a problem solving context: A problem analysis». In J. da Ponte et J. Matos (din), Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Vol. II, p. 64-71. Lisbonne: Université de Lisbonne.

Bednarz, Nadine, et Bernadette Dufour-Janvier. 1996. «Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic». In N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (Eds.) Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching, p. 115-136. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Bednarz Nadine, Carolyn Kieran, et Lesley Lee. 1996. *Approaches to algebra. Perspectives for Research and Teaching*, Mathematics Education Library, Kluwer Academic Publishers.

Bednarz Nadine, et Madeleine Landry. 2001. « Développement d'habiletés en résolution de problèmes en algèbre au secondaire ». In C. Cortés, F. Hitt, A. Sepulveda, L. Guerrero (Eds) Actes de la Conferencia Internacional Sobre Uso de Tecnologia en la Ensenanza de las Matematicas. Noveno Encuentro de Profesores de Matematicas del Nivel Medio Superior, p. 13- 27. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo, 10 au 12 janvier.

Bednarz, Nadine. 2001. «A problem solving approach to algebra: Accounting for reasonnings and notations developed by students». In H. Chick, K. Stacey, Jill Vincent, John Vincent (Eds). *Proceedings of the twelth ICMI Study* Conference. *The future of the Teaching and Learning of Algebra*. Volume 1, p. 69-78. The University of Melbourne, Australia, December 9-14.

Bélanger, Marc, et Stanley Erlwanger. 1983. «Strategies used by first to fourth grade children to transform statements containing an equal sign». In *Proceedings of the fifth Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, North American chapter (PME-NAV), p. 230-234. Montréal.

Bell, Alan. 1996. «Algebraic Thought and the Role of a Manipulable Symbolic Language». In N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee (eds), *Approaches to Algebra*, p. 115-136. Kluwer Publischers, Netherlands.

Booth, Lesley R. 1984. *Algebra: children's strategies and errors: a report of strategies and errors in secondary mathematics project*. Windsor, UK: NFER-NELSON.

Booth, Lesley. 1985. «Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire». *Petit x*, no 5: IREM de Grenoble, p. 5-17.

Booth, Lesley. 1988. «Children's Difficulties in Beginning Algebra». In A.F. COXFORD, *The Ideas of Algebra*, K-12, p. 20-32.

Bourdier-Savioz, Françoise. 2008. *L'erreur n'est pas une faute: pour une nouvelle approche des devoirs d'élèves*. Éditeur : L'Harmattan Paris

Charbonneau, Louis. 1992. « Du raisonnement laissé à lui-même au raisonnement outillé: l'algèbre depuis Babylone jusqu'à Viète ». *Bulletin de l'Association des Mathématiques du Québec*, p. 9-15.

Chevallard, Yves. 1984. « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège ». *Première partie. Petit x*, no 5: IREM de Grenoble, p. 51-94.

Chevallard, Yves. 1989. « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège ». *Deuxième partie. Petit x*, no 19: IREM de Grenoble, p. 43-72.

Chevallard, Yves. 1990. « Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège ». *Troisième partie. Petit x*, no 23: IREM de Grenoble, p. 5-38.

Collis, Kevin Francis. 1975. *A study of concrete and formal operations in school mathematics: a piagetian viewpoint*, hawthorn, Victoria: Australian council for Educational Research, Melbourne, 206 p.

Combier, Georges, Gerard Combier, Jean-Claude Guillaume et André Pressiat. 1996. *Les débuts de l'algèbre au collège. Au pied de la lettre*, INRP, Didactique des Disciplines, Paris.

Coulange, Lalina. 2000. « Évolution du passage arithmétique –algèbre dans les manuels et les programmes du XXe siècle : contraintes et espaces de liberté pour le professeur ». *Petit x*, no 57 : IREM de Grenoble, p. 61-78.

D'Hainaut, Louis. 1988. *Des fins aux objectifs de l'éducation : un cadre conceptuel et une méthode générale pour établir les résultats attendus d'une formation*. 5e éd, Bruxelles : Éditions Labor, 491 p.

Denis, Chantal. 1997. « Une introduction à l'algèbre en secondaire 3: Généralisation et construction de formules ». Mémoire de maîtrise, Montréal, Université de Québec à Montréal, 210 p.

De Vecchi, Gérard, et Nicole Carmona-Magnaldi. 2002. « Faire vivre de véritables situations-problèmes ». Paris : Hachette Education.

Douady, Régine. 1983. « Rapport enseignement apprentissage : dialectique outil-objet, jeux de cadre ». *Cahiers de didactique des mathématiques, IREM de Paris VII*, numéro spécial (3), p. 5-26.

Douady, Régine. 1986. « Jeux de cadres et dialectique outil-objet ». *Recherches en didactique des mathématiques, la pensée sauvage*, vol. 7.2, p. 5-31.

El Mouhayar, Rabih. 2007. « Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques au niveau de l'école moyenne (11-15) dans le cas de l'algèbre en France et au Liban ». Thèse de doctorat, Lyon, Université Lumière Lyon 2 et Université Libanaise.

Filloy, Eugenio, et Teresa Rojano. 1984. «From an arithmetical to an algebraic thought (A clinical study with 12-13 years old) ». *Proceedings of the Sixth Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter*. Madison, WI: University of Madison, p. 51-56.

Gascón, Josep. 1993. «Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternance à l'arithmétique généralisée». *Petit x,* no 37: IREM de Grenoble, p. 43-63.

Grugeon, Brigitte. 1995. «Étude des rapports personnels et des rapports institutionnels à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : B.E.P. et Première G». Thèse de doctorat, Université Paris 7.

Jeannotte, Doris. 2005. «L'interprétation de la lettre et les erreurs commises en algèbre par des élèves du secondaire d'aujourd'hui et ceux de la fin des années 70: une étude comparative». Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke.

Jonnaert, Philippe. 1986. «L'analyse des pré-acquis cognitifs des élèves de l'enseignement fondamental au service des didactiques de la mathématique et des sciences expérimentales». Thèse de doctorat non publiée. Mons : UEM.

Jonnaert, Philippe, Antonia Lauwers, et Edward Peltier. 1990. «Capacités et compétences des élèves au terme de l'enseignement secondaire général. Construction et validation d'un outil». *Phase exploratoire de la recherche' Radioscopie de l'étudiant au terme du cycle supérieur des études secondaires dans l'enseignement secondaire francophone'.* Louvain - la – Neuve : Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation, Laboratoire de Pédagogie Expérimentale; Rapport de recherche.

Jonnaert, Philippe, et Dany Leveault. 1994. « Évaluation de la familiarité de la tâche : quelle confiance accorder à la perception de l'élève? ». *Revue des sciences de l'éducation,* vol. 20, no 2, p. 271-291.

Jonnaert, Philippe. 1997. *L'enfant- géomètre. Une autre approche de la didactique des mathématiques à l'école fondamentale (ou à l'école primaire).* 2e édition, Éditions Plantyn – Bruxelles, 472. p.

Jonnaert,Philippe, et Koudgobo, Jeanne. 2004. « Une numéracie pour la construction de connaissances opératoires et mathématiques par les personnes moins performantes : perspectives pour le développement d'un continuum ». Note de synthèse. Montréal, *rapport de recherche : documents de l'observatoire des reformes en éducation, UQAM.*

Jonnaert, Philippe. 2006. « Action et compétence, situation et problématisation ». In Fabre, M et Vellas, E (2006), *Situations de formation et problématisation.* Bruxelles : De Boeck-Université, p. 31-40.

Jonnaert, Philippe, et Cécile Vander Borght. 2009. *Créer des conditions d'apprentissage. Un cadre de référence socioconstructiviste pour une formation didactique des enseignants.* 3e édition. Bruxelles : De Boeck-Université, 432. p.

Jonnaert, Philippe. 2010. *Situations et programmes de formation. Vers le traitement compétent de situations.* Bruxelles : De Boeck- Université.

Jonnaert, Philippe. (dir), et Athanase Simbagoye. 2010. *Les cahiers de la CUDC. Approche par situations. Matrice du traitement compétent de situations*. Chaire UNESCO de développement curriculaire, UQAM, 74. p.

Kieran, Carolyn. 1992. «The Learning and Teaching of School Algebra». In D.A. GROUWS (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan Publishing Company, p. 390-419.

Kieran, Carolyn. 1994. «A functional approach to the introduction of algebra. Some pros and cons». In *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, PME XVIII, Vol. I. University of Lisbon, 29 July - 3 August, p. 157-175.

Kieran, Carolyn. 2007. «Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation». In F. K. Lester, Jr., (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, Greenwich, CT: Information Age Publishing, p. 707-762.

Küchemann, Dietmar. 1981. «Children's understanding of mathematics, Algebra». In Hart, K. (Ed.), London: J. Murray, p. 11-16.

Landry, Madeleine. 1999. « Développement d'habiletés en résolution de problèmes en algèbre chez des élèves du secondaire ». Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal.

Lebrun, Monique. 2006. *Le manuel scolaire. Un outil a multiples facettes*, Presses de l'Université du Québec, 329. p.

Legendre, Marie-Françoise. 2008. « La notion de compétence au cœur des réformes curriculaires : effet de monde ou moteur de changements en profondeur ? ». In F. Audigier & N. Tutiaux-Guillon (dir.), *Compétences et contenus. Les curriculums en question*. Bruxelles : De Boeck., p. 51-65.

Lenoir, Yves, Bernard Rey, Gérard-Raymond Roy, et Johanne Lebrun. (dir.). 2001. *Le manuel scolaire et l'intervention éducative: regards critiques sur ses apports et ses limites*. Sherbrooke: Éditions du CRP, p. 5-21.

Lee, Lesley. 1996. «An initiation into algebraic culture trough generalization activities». In N. Bednarz et al. (eds). *Approaches to algebra*, Kluwer, Netherlands, p. 87-106,

Marchand, Patricia. 1997. « Résolution de problème au secondaire : analyse de deux approches et des raisonnements des élèves ». Thèse de maîtrise. Université de Québec à Montréal, 218.p.

Marchand, Patricia, et Nadine Bednarz. 1999. « L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une analyse des problèmes présents aux élèves ». *Bulletin de l'Association des Mathématiques du Québec,* vol. XXXIX, no 4, p. 30-42.

Marchand, Patricia, et Nadine Bednarz. 2000. «Développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes: résolution des élèves». *Bulletin de l'Association des Mathématiques du Québec,* vol. XL, no 4, p. 15-24.

Pallascio, Richard. 2005. «Les situations- problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématique ». *Vie pédagogique* no 136, p. 32-35.

Poirier-Proulx, Lise. 1999. *La résolution de problèmes en enseignement. Cadre référentiel et outils de formation.* Bruxelles : De Boeck Université, 184. p.

Polya, George. 1945. *How to solve it.* Princeton, NJ : Princeton University Press, 288. p.

Radford, Luis. 1992. «Diophante et l'algèbre pré-symbolique», *Bulletin de l'Association des Mathématiques du Québec*, no 31-32, p. 73-80.

Radford, Luis. 1995. «Before the other unknowns were invented: didactic inquiries on the methods and problems of medieval Italian algebra». *For the Learning of Mathematics*, vol. 15, no 3, p. 28-38.

Richard, Jean-François. 1985. « La représentation du problème». *Revue française de psychologie*. Vol. 30, no 3-4, p. 277-284.

Schmidt, Sylvine. 1996. « La résolution de problèmes, un lieu privilégié pour une articulation fructueuse entre arithmétique et algèbre ». *Revue des sciences de l'éducation*, vol. 22, no 2, p. 277-294.

Schmidt, Sylvine, Claude Daneau, et louise Thivierge-Ayotte. 2001. «Les significations accordées au signe égal et aux égalités arithmétiques par des élèves en difficulté grave d'apprentissage». *Instantanés mathématiques*, vol. XXXVIII, no 3)\, p. 4-12.

Schmidt, Sylvine, et Nadine Bednarz. 2002. «Arithmetical and Algebraic Types of Reasoning used by preservice teachers in a problem-solving context». *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* vol. 2, no 1, p. 67-90.

Schmidt, Sylvine. 1994. «Passage de l'arithmétique à l'algèbre et inversement de l'algèbre à l'arithmétique, chez les futurs enseignants dans un contexte de résolution de problèmes». Thèse de doctorat, Montréal, Université du Québec à Montréal, 606. p.

Schmidt, Sylvine. 1996. La résolution de problèmes, un lieu privilégié pour une articulation fructueuse entre arithmétique et algèbre. Revue des sciences de l'éducation, vol. 22, n° 2, p. 277-294.

Schroeder, Carolyn M, Timothy P Scott, Homer Tolson, Tse-Yang Huang et Yi-Hsuan Lee. 2007. «A meta-analysis of national research: Effects of teaching strategies on student achievement in science in the United States», *Journal of research in science teaching*, vol. 44, no 10, p. 1436-1460.

Sfard, Anna. 1991. «On the Dual nature of mathematics conceptions: reflections on processes and objects as different side of the same coin». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 22, p.1-36.

Squalli, Hassane. 2003. *Tout, tout, tout, vous saurez tout sur l'algèbre*. Coll. "Mathèse". Montréal : Éditions Bande didactique, 316 p.

Squalli, Hassane, Laurent Theis, Alexandre Ducharmes-Richard et Guylaine Cotnoir. 2007. Analyse des scenarios d'introduction de l'algèbre dans trios nouveaux manuels quebecois du premier cycle du secondaire.

Tardif, J. (1992). Pour un enseignement stratégique. L'apport de la psychologie cognitive. Montréal : Éditions Logiques.

Theis, Laurent. 2005. *Les tribulations du signe = dans la moulinette de la bonne réponse*. Baie-Jolie : Les éditions des Bandes didactiques.

Theis, Laurent. 2005. Les tribulations du signe = dans la moulinette de la bonne réponse, thèse de doctorat, université de Sherbrooke

Vergnaud, Gérard. 1982. «A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problem». In Carpenter T.P., Moser J.M., Romberg T.A. (Eds). Addition and Subtraction: a cognitive perspective, Hillsdale NJ, Lawrence Erlbaum, p. 39-59.

Vergnaud, Gerard. 1989-90. «Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives». *Petit x*, no 22 : IREM de Grenoble, p. 51-69. (CT et RS sur l'apprentissage de l'arithmétique)

Vermersch, Pierre. 1994/2003. L'entretien d'explication. Paris : ESF.

Vlassis, Joelle, et Isabelle Demonty. 2002. *L'algèbre par des situations-problèmes: Au début du secondaire*, Bruxelles : De Boeck Éduc, 184. p.

Manuels scolaires

Aoun, Elie, Hatem Chalak, Ahmad Dankar, Talal Nader et Walid Naji. 1998-2001. *Construire les mathématiques,* centre de recherche et de développement pédagogique, classe EB7. Ministère de l'éducation libanais.

Cadieux,Richard, Isabelle Gendron et Antoine Ledoux. 2006. Panoram@th. Centre éducatif et culturel inc. (CEC),Montréal.

Coupal, Michel. Cop. 2005-cop. 2006. *À vos maths! : mathématique, 1er cycle du secondaire* : manuel, Montréal : Graficor, 4 vol.

Drolet, Madeleine et Hélène Rochette.1983.*Mathématique soleil volume 2,* deuxième année du secondaire. Montréal : Librairie Guérin ltée,

Guay, Sylvio, Jean-Charles Hamel et Steeve Lemay, S. 2005 *Perspective mathématique : 1er cycle du secondaire*. Editions grand Duc.

Programme de formation de l'école québécoise. 2003. Enseignement secondaire, premier cycle, Ministère de l'éducation de sport et de loisirs (MELS). Chapitre 6. p. 224-264.

Programme d'étude du secondaire (MEQ), mathématique 116 et 216. 1993.