UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

APPRENTISSAGE DES PROBABILITÉS CHEZ DES ÉLÈVES DU SECONDAIRE DANS UNE SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT BASÉE SUR LA SIMULATION DE JEUX DE HASARD ET D'ARGENT : ÉMERGENCE DE CONCEPTIONS

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

MATHIEU THIBAULT

SEPTEMBRE 2011

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes plus sincères remerciements envers mes deux directrices de recherche, Caroline Lajoie et Annie Savard, pour leur constant soutien, à la fois professionnel et humain, tout au long de mon processus de maîtrise. J'ai appris à découvrir des personnes impliquées et investies dans leur travail et qui accordent une importance capitale aux étudiants, ce qui m'a fortement stimulé et encouragé à donner le meilleur de moi-même. Merci de m'avoir accompagné dans mon cheminement.

Je veux aussi souligner l'importance des professeurs du département de mathématiques de l'UQAM (plus particulièrement Jean-François Maheux, Jérôme Proulx, Denis Tanguay, Louis Charbonneau, Fernando Hitt, Mireille Saboya et André Boileau) dans le développement de mon identité de chercheur. Merci de m'avoir amené à me dépasser constamment par votre exemple de rigueur, d'acharnement au travail et d'ouverture.

Je remercie chaleureusement mes collègues étudiants (plus particulièrement Sarah, Claudia, Doris, Salima, Déborah et David) que j'ai eu le plaisir de côtoyer au cours des deux dernières années et qui se démarquent pour leur professionnalisme et leur esprit de collaboration. Merci de m'avoir inspiré sur la recherche et sur la vie en général.

Merci aux employés de l'UQAM (plus particulièrement Gisèle Legault et Manon Gauthier) pour m'avoir soutenu à plusieurs occasions dans ma démarche de maîtrise.

De plus, j'exprime toute ma reconnaissance envers les élèves qui ont participé à mon projet et envers Julie qui a facilité l'expérimentation de cette recherche en étant à l'écoute de mes idées et de mes besoins. Nous avons formé une très bonne équipe.

Aussi, je tiens à remercier l'équipe de recherche dirigée par François Larose avec laquelle j'ai eu l'occasion de collaborer. Merci pour cette expérience enrichissante.

Puis, j'aimerais remercier l'organisme *Conseil de recherches en sciences humaines au Canada* (CRSH) pour l'appui financier qui m'a été accordé.

Enfin, il m'est impossible de passer sous silence ma conjointe et ma famille pour leur patience, leur écoute et leurs conseils par rapport aux évènements vécus dans mon processus qui n'a pas toujours été rose. Merci d'avoir été là lorsque j'en avais besoin.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

RÉSUMÉ

À partir de mes préoccupations concernant l'enseignement des probabilités, j'ai entretenu le besoin de comprendre comment les élèves conceptualisent le hasard et les probabilités, ce qui m'a amené à m'engager dans un processus de maîtrise. En m'intéressant à l'évolution des concepts probabilistes à travers l'histoire des mathématiques et le cheminement scolaire des élèves, j'ai constaté que la construction des notions probabilistes chez les mathématiciens et les élèves est essentiellement reliée aux jeux de hasard. Toutefois, puisqu'un grand nombre d'adolescents et d'adultes participent excessivement à des jeux de hasard et d'argent, plusieurs études ont mis en évidence les lourdes conséquences sociales engendrées par le problème du jeu excessif. Une recension des écrits dans les domaines de didactique des mathématiques et de psychologie m'a permis de consulter diverses études concernant l'émergence des conceptions d'élèves, par rapport au hasard et aux probabilités, en contextes scolaire et quotidien.

Après avoir clarifié ma position épistémologique, j'ai entrepris une analyse conceptuelle des concepts à l'étude dans ce mémoire. Tout d'abord, compte tenu du fait que le terme « conception » revêt plusieurs significations dans les écrits en didactique, j'ai dû définir ce que j'entends par « conception ». Ensuite, j'ai choisi le modèle de « complexification conceptuelle » pour expliquer l'évolution des conceptions pouvant être déclenchée par un facteur d'ébranlement. À partir de ce moment, je me suis demandé comment se manifestent et évoluent certaines conceptions d'élèves de niveau secondaire dans une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent. Mes questions de recherche ont été formulées comme suit : A) Parmi les conceptions ciblées dans cette recherche, soit les *conceptions du hasard*, la conception *équiprobabilité*, la conception *contrôle du hasard*, la conception *approche du résultat* et la conception *dépendance*, lesquelles se manifestent chez des élèves de quatrième secondaire ? B) Comment se manifestent ces conceptions ? C) Les conceptions des élèves sont-elles ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement ou sont-elles persistantes ? D) Qu'est-ce qui ébranle les conceptions et, ainsi, enclenche un processus de complexification conceptuelle ?

En collaboration avec une enseignante de quatrième secondaire, j'ai construit et expérimenté une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent, qui visait l'émergence de cinq différentes conceptions. Les séances en classe ont été enregistrées (audio et vidéo). De plus, les 30 élèves de la classe ont répondu à deux questionnaires écrits et plusieurs d'entre eux ont été interviewés à la fin de la séquence d'enseignement. Un pseudonyme a été attribué à chaque élève et à l'enseignante afin d'assurer la confidentialité des participants.

L'analyse des données a permis d'inférer les conceptions énumérées précédemment. Dans certains cas, elles se sont manifestées chez les mêmes élèves à divers moments de la séquence d'enseignement, ce qui a rendu possible une description d'un processus de complexification conceptuelle chez ces élèves. Ce fut le cas par exemple des *conceptions du hasard* et de la conception *équiprobabilité* qui ont émergé et évolué chez Danik et Tommy. Dans d'autres cas, les conceptions se sont manifestées de manière beaucoup plus isolée, ce qui a rendu impossible la description d'un processus de complexification de ces conceptions. Ce fut le cas par exemple des conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*, pour lesquelles je me suis restreint à présenter des manifestations ponctuelles de ces conceptions chez divers participants.

Au terme de l'analyse des données, je suis revenu à mes questions de recherche et je me suis demandé comment ce mémoire permettait ou ne permettait pas d'y répondre. Ensuite, j'ai identifié les limites de cette recherche, de même que les nouvelles questions qu'elle soulève. Finalement, j'ai fait ressortir l'éclairage qu'apporte ce mémoire sur le problème initial de recherche, ce qui m'a amené à dégager des implications pour l'enseignement et d'autres pour la recherche.

MOTS CLÉS : Conceptions, probabilités, hasard, complexification conceptuelle, simulateur de probabilités, jeux de hasard et d'argent

INTRODUCTION

« Si le monde était vraiment gouverné par le hasard, il n'y aurait pas autant d'injustices. Car le hasard est juste. Et, même, c'est précisément là sa nature: d'être juste par excellence. »

(Ferdinando Galiani)

« Il est dans la probabilité que mille choses arrivent qui sont contraires à la probabilité. »

(Henry Louis Mencken)

La citation de Galiani m'amène à réfléchir, car elle soutient l'idée que le hasard possède la propriété d'être juste. On peut se demander si un joueur excessif ayant tout perdu en participant à des jeux de hasard et d'argent considèrerait vraiment que « le hasard est juste ». En effet, en quoi le hasard serait-il juste ? Dans le contexte d'une expérience aléatoire, peut-on concevoir que le hasard équilibre les résultats ? Peut-on penser que, en lançant plusieurs fois une pièce de monnaie, il y aura autant de « pile » que de « face » ? Dû au hasard, une série de « face » devrait-elle naturellement être suivie de « pile » ? Peut-on plutôt penser que le hasard est juste puisque chaque personne participant à un jeu de hasard a la même probabilité de gagner que les autres joueurs ? Comment conçoit-on l'influence du hasard dans une situation aléatoire ?

La citation de Mencken fait ressortir que des évènements improbables peuvent tout de même se réaliser. Ainsi, il est très improbable et rare d'obtenir dix « pile » consécutifs, mais cela pourrait tout de même se réaliser. Est-ce à cause du hasard ? Tout peut-il arriver en présence du hasard ? Et si tout peut arriver, en quoi des connaissances probabilistes m'informent-elles dans une situation aléatoire ? À partir de mes réflexions autour du hasard, des probabilités et des conceptions qui émergent de ces concepts, j'ai été porté à m'engager dans un processus de maîtrise.

À l'aide de l'outil *Wordle*[1], la figure 0.1 a été générée selon la fréquence d'apparition des mots contenus dans ce mémoire.

Figure 0.1 *Wordle* des mots du mémoire.

Comme on peut le constater, on retrouve dans ce mémoire certains mots principaux tels que : hasard, probabilités, conception(s) et élèves (dont deux en particulier : Danik et Tommy). Il n'est pas surprenant que ces mots soient ceux qui ressortent le plus dans le *Wordle* puisque ce mémoire porte sur l'émergence des **conceptions d'élèves** autour des **probabilités** manifestées au cours d'une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de **hasard** et d'argent.

[1] L'outil *Wordle* est disponible en ligne à l'adresse suivante : http://www.wordle.net/.

Dans le premier chapitre, une *Problématique* sera détaillée autour de la notion de jeu excessif et autour de diverses conceptions qui peuvent émerger en cours d'apprentissage et d'enseignement des probabilités.

Le deuxième chapitre établira le *Cadre conceptuel* afin de définir les notions de conception et de complexification conceptuelle, de cibler les *conceptions du hasard* et les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*, en plus de poser les questions de recherche.

Ensuite, la *Méthodologie* sera décrite au troisième chapitre pour détailler la séquence d'enseignement expérimentée auprès d'une classe de quatrième secondaire, les outils de collecte de données (questionnaires, observations en classe et entrevues) et les choix d'analyse des données.

Puis, au quatrième chapitre, une *Analyse des résultats* mettra en évidence l'évolution des manifestations des conceptions de deux élèves (Danik et Tommy) et les manifestations ponctuelles des conceptions des élèves de la classe.

Le cinquième chapitre proposera une *Discussion des résultats* afin de faire avancer les questions de recherche et d'identifier les limites de cette recherche, de même que les nouvelles questions qu'elle soulève.

Finalement, la *Conclusion* fera ressortir l'éclairage qu'apporte ce mémoire sur le problème initial de recherche, ce qui m'amènera à dégager des implications pour l'enseignement et d'autres pour la recherche.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Ce premier chapitre regroupe les éléments qui ont stimulé mon intérêt pour la réalisation de ce mémoire de maîtrise. À travers mes expériences d'enseignement auprès d'élèves du secondaire, de discussions entretenues avec des enseignants et des chercheurs, dans mes cours de maîtrise, dans des conférences et à travers des lectures, j'ai entretenu le besoin de comprendre comment les élèves conceptualisent le hasard et les probabilités.

D'abord, je présenterai les préoccupations qui ont été à l'origine de cette recherche et je décrirai certaines réflexions qui ont animé mon désir de m'engager dans le processus du mémoire de maîtrise. Par la suite, j'étudierai l'évolution des concepts probabilistes à travers l'histoire des mathématiques et le cheminement scolaire. Puis, je relèverai le problème du jeu excessif, qui amène de lourdes conséquences sociales. Je poursuivrai avec un état de la question à travers lequel je mettrai en évidence les travaux qu'ont menés certains chercheurs en lien avec les conceptions qui émergent des phénomènes aléatoires dans le contexte scolaire (selon les angles d'apprentissage, d'enseignement et de la technologie) et le contexte quotidien. Par la suite, je m'approprierai la situation afin de faire ressortir un fil conducteur des recherches examinées dans l'état de la question. Finalement, je poserai la question de recherche qui sera l'élément central de ma réflexion dans ce mémoire de maîtrise.

1.1 Préoccupations à l'origine de la recherche

Au cours des dernières années, j'ai eu l'occasion d'enseigner différentes notions mathématiques dans des classes du secondaire, et ce, dans le cadre de stages d'enseignement, de cours estivaux de rattrapage et de contrats de remplacement. À partir de ces expériences personnelles, j'ai établi le constat suivant eu égard aux probabilités : ce domaine des mathématiques semble être mis de côté par plusieurs enseignants. Je me suis alors demandé pourquoi certains enseignants évitent l'enseignement des probabilités. Après avoir discuté avec des enseignants, conseillers pédagogiques et didacticiens, je pense que la réponse à cette question n'est pas simple. Plus précisément, ces discussions informelles suggèrent diverses pistes de réponses : un temps d'enseignement restreint, un faible niveau d'intérêt, un manque de matériel didactique et un niveau de difficulté trop élevé[2]. Il me semble que ces obstacles potentiels à l'enseignement des probabilités pourraient être davantage explorés ou du moins questionnés.

D'abord, il est possible que le manque de temps amène les enseignants à ne pas couvrir toutes les notions prévues au programme. Les enseignants, face à ce manque de temps, sont parfois contraints à faire un choix pédagogique. Puisque les probabilités sont souvent reléguées aux derniers chapitres des manuels scolaires[3], on peut penser que le choix logique pour les enseignants est de laisser tomber cette partie plutôt qu'une autre.

D'un autre côté, il est possible que les concepts probabilistes ne parviennent pas à capter l'intérêt des élèves ou des enseignants. Les notions de probabilités sont peut-être

---

[2] Il s'agit ici de constats personnels que je n'appuie pas sur la recherche puisqu'ils ne servent pas d'assises au mémoire, mais servent plutôt à évoquer mes préoccupations qui situent le contexte dans lequel j'ai été amené à creuser davantage le domaine de l'apprentissage et de l'enseignement des probabilités.

[3] C'est le cas de tous les manuels scolaires québécois consultés au début de mon processus de maîtrise, soit *Panoram@th* (1er cycle), *À vos maths !* (1er cycle), *Perspective mathématique* (1er cycle), *Intersection* (1ère année du 2e cycle), *Intersection mathématique* (2e année du 2e cycle dans les séquences CST et TS), *Point de vue mathématique* (1ère année du 2e cycle ; 2e année du 2e cycle dans les séquences CST et TS) et *Visions* (1ère année du 2e cycle ; 2e année du 2e cycle dans les séquences CST et TS). Il est à noter que ces manuels d'apprentissage des mathématiques sont approuvés par le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS).

perçues comme trop théoriques et abstraites. L'approche des concepts dans les manuels n'est peut-être pas assez attrayante et motivante pour les élèves ou les enseignants. J'irais même plus loin en suggérant que les enseignants trouvent possiblement que ce thème est moins important que les autres. Ainsi, en supposant que les enseignants jugent que les probabilités ne sont pas des notions préalables – ou en tous cas pas essentielles – pour accéder au niveau suivant en mathématiques, cela peut expliquer pourquoi ils délaissent cette branche des mathématiques.

D'autre part, ou peut penser qu'un manque de matériel pédagogique disponible pour les enseignants les mène à éviter l'enseignement des probabilités. Cependant, le *Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport* (MELS) juge que certaines notions probabilistes doivent être enseignées dans les écoles secondaires. Ainsi, dans le *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2003, 2007), on peut remarquer qu'on accorde dorénavant une plus grande importance à l'enseignement des probabilités par rapport à l'ancien programme du *Ministère de l'Éducation du Québec* (MEQ). En effet, selon l'ancien programme d'études du secondaire (Gouvernement du Québec, 1994), l'unique temps accordé à l'enseignement des probabilités se retrouvait en deuxième secondaire, dans l'atteinte de l'objectif général 4 « Initier l'élève à l'étude mathématique de phénomènes où intervient le hasard » (p. 55), pour une pondération de 15% de l'année scolaire. Quant au *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2003, 2007), on y indique que les probabilités doivent être enseignées sur plusieurs années scolaires dans les deux cycles du secondaire. Cependant, puisque ces changements sont récents, il semble que peu de ressources didactiques (comme des activités d'exploration, des situations d'apprentissage et d'évaluation, du matériel pour simuler des expériences aléatoires avec ou sans la technologie, des séquences d'enseignement concrètes et complètes, des guides d'enseignement contenant des notes didactiques pour les enseignants, l'accompagnement d'un conseiller pédagogique, etc.) soient disponibles pour les enseignants, plus particulièrement au deuxième cycle du secondaire.

Finalement, on peut imaginer que les notions probabilistes établies par le *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2003, 2007) sont trop difficiles à comprendre pour les élèves ou encore qu'elles sont trop difficiles à enseigner pour les enseignants. En effet, les probabilités sont traditionnellement enseignées selon une approche théorique, soit en mettant l'emphase sur les probabilités théoriques qui décrivent ce qui devrait se passer en théorie, alors qu'une approche fréquentielle met plutôt l'emphase sur la modélisation par la simulation afin d'amener les élèves à observer ce qui se passe réellement dans une situation aléatoire. Il est possible que les enseignants aient une réticence envers la simulation d'expériences aléatoires en classe. De plus, lors d'une telle simulation, les résultats sont incertains et donc difficiles à prévoir, les élèves peuvent être amenés à manipuler et la technologie peut être utilisée pour générer les résultats, pouvant occasionner une gestion de classe difficile et du stress supplémentaire pour les enseignants de mathématiques ! D'un autre côté, si les enseignants adoptent une approche théorique, il me semble qu'on perd le sens associé aux probabilités. Ainsi, puisqu'il est difficile de donner du sens à l'apprentissage des probabilités, les difficultés des élèves peuvent s'accroître et les enseignants, se sentant impuissants, peuvent décider de laisser de côté l'enseignement des probabilités.

Bien que toutes ces raisons puissent être évoquées – et parfois même plusieurs à la fois – pour expliquer que l'enseignement des probabilités est mis de côté par certains enseignants, je retiens qu'elles peuvent constituer des obstacles potentiels à l'enseignement des probabilités dont je devrais tenir compte dans cette recherche. Même si j'ai décidé de ne pas explorer davantage ces obstacles potentiels, je juge que cette mise en contexte de mes questionnements de départ est importante puisqu'elle situe mes préoccupations initiales qui m'ont amené à développer ce mémoire de maîtrise.

1.2 L'évolution du concept mathématique ciblé : les probabilités

Tel que décrit précédemment, plusieurs obstacles semblent se dresser sur la route de l'apprentissage et l'enseignement des probabilités. Pour tenter de comprendre d'où proviennent ces obstacles, cette section cible la façon dont les probabilités ont évolué au cours de l'Histoire des mathématiques et les notions probabilistes qui sont apprises à travers le cheminement scolaire.

1.2.1 L'évolution des probabilités à travers l'histoire des mathématiques

On peut se demander comment est apparu le calcul de probabilités à travers l'histoire des mathématiques afin de mettre en lumière la façon dont ce concept mathématique s'est développé. On peut constater que ces notions mathématiques sont relativement récentes par rapport à d'autres domaines mathématiques.

Une brève étude historique permet de retracer certaines croyances de mathématiciens au fil de l'évolution des probabilités. Une étude des textes historiques, du *Programme de formation de l'école québécoise* et de certains manuels scolaires québécois permet notamment de témoigner des embûches traversées dans le développement du calcul des probabilités, en plus de nous informer sur certaines considérations historiques en lien avec ce concept mathématique.

1.2.1.1 Textes historiques

Pour certains historiens, le calcul des probabilités est une notion mathématique assez récente puisque son origine officielle remonte à l'an 1654, bien que des réflexions probabilistes semblent avoir animé des mathématiciens bien avant ce temps (Barbin et Lamarche, 2004 ; Décaillot, 2006 ; Derriennic, 2003). Le premier problème de probabilités connu, intitulé *pari du chevalier de Méré*, prend place dans une situation de jeu de dés.

Dans ce problème, Méré avait raison d'affirmer que, lorsqu'on lance quatre fois un dé régulier, il est plus probable d'obtenir au moins un six (pour une probabilité égale à $1 - (5/6)^4 \approx 0{,}518$) que de ne pas en obtenir (pour une probabilité égale à $(5/6)^4 \approx 0{,}482$). Cependant, il croyait à tort que, lorsqu'on lance 24 fois une paire de dés réguliers, il est plus probable d'obtenir au moins une paire de six (pour une probabilité égale à $1 - (35/36)^{24} \approx 0{,}492$) que de ne pas en obtenir (pour une probabilité égale à $(35/36)^{24} \approx 0{,}508$).

L'intuition probabiliste erronée du chevalier de Méré a été discutée dans une correspondance écrite entre Pascal et Fermat qui leur a permis de calculer les probabilités[4] théoriques de lancers de dés (Décaillot, 2006). Ce problème en aurait engendré d'autres, donnant naissance au calcul des probabilités (Derriennic, 2003). Je pense que cette origine des probabilités est particulièrement captivante puisqu'elle a émergé en réponse à l'intuition erronée d'un homme d'esprit réputé. D'ailleurs, selon le chevalier de Méré, la solution donnée par Pascal et Fermat à ce problème semblait aller à l'encontre du bon sens (Décaillot, 2006).

Par la suite, d'imminents mathématiciens dont Huygens, Bernoulli, De Moivre, Euler, de Buffon, Bayes, Laplace et Cournot se sont aussi intéressés au calcul de probabilités, ce qui a permis à cette branche des mathématiques d'émerger à travers les âges (Barbin et Lamarche, 2004). On peut remarquer que plusieurs définitions du terme « probabilité » ont été proposées par des mathématiciens, ce qui laisse supposer une certaine croyance de leur part envers ce concept. En effet, la première définition du mot probabilité est publiée en 1713 dans un texte de Bernoulli dans lequel on affirme que « *La probabilité en effet est le degré de certitude et elle diffère d'elle-même comme la partie d'un tout* » (Barbin et Lamarche, 2004, p. 281, italique dans le texte). À mon avis, cette définition de Bernoulli amène l'idée que la probabilité est une information qui nous renseigne sur la confiance qu'on peut attribuer à la réalisation d'un évènement. Cette probabilité, en qualifiant le degré de certitude que quelque chose se produise, me semble plus qualitative et subjective.

---

[4] Il est à noter que le mot « probabilité » n'a pas été utilisé par Pascal et Fermat, bien que le raisonnement qu'ils ont utilisé est maintenant considéré comme un calcul de probabilités.

En 1812, l'ouvrage *Théorie analytique des probabilités* de Laplace applique les résultats de l'analyse des probabilités pour expliquer et prévoir des phénomènes[5]. Dans l'extrait suivant, Laplace présente la signification qu'il donne au hasard et à la probabilité :

> *Nous attribuons les phénomènes qui nous paraissent arriver et se succéder sans aucun ordre, à des causes variables et cachées, dont l'action a été désignée par le mot hasard, mot qui n'est au fond que l'expression de notre ignorance. La probabilité est relative, en partie, à cette ignorance, et en partie, à nos connaissances. [...] La recherche de cette probabilité est donc très importante pour la physique, l'astronomie, et généralement pour toutes les sciences naturelles.* (Barbin et Lamarche, 2004, p. 284, italique dans le texte)

Ici, on dirait que le statut mathématique de la probabilité a changé puisqu'il semble ici important pour les sciences et donc plus objectif que dans la définition de Bernoulli. Ainsi, la probabilité semble bien établie comme concept mathématique. Cependant, la croyance qui est associée au mot « hasard » est étonnante puisqu'elle associe le hasard à notre ignorance. Ainsi, Laplace semble affirmer que le hasard, c'est l'inconnu.

Cournot propose, en 1851, la définition suivante de probabilité : « on a donné le nom de probabilité mathématique à la fraction qui exprime le rapport entre le nombre de chances favorables à un évènement et le nombre total de chances » (Barbin et Lamarche, 2004, p. 284, italique dans le texte). Selon moi, cela amène l'idée que la probabilité est un nombre exprimé par une fraction des cas possibles. C'est donc une croyance qui est inévitablement basée sur les mathématiques, en considérant toutes les chances possibles. Toutefois, il faut remarquer que l'expression utilisée ici est le « nombre de chances » plutôt que le « nombre de possibilités ». Ainsi, cela associe la chance aux probabilités, ce qui témoigne d'une croyance que le calcul des probabilités est en lien avec la chance.

---

[5] Selon Barbin et Lamarche, *Histoires de probabilités et de statistiques* , ce passage permettra d'ailleurs aux statistiques de prendre la forme qu'on lui connaît aujourd'hui. Cela permet aussi de différencier la probabilité de la statistique, cette dernière consistant plutôt au traitement et à l'interprétation des données.

1.2.1.2 *Programme de formation de l'école québécoise*

Dans le *Programme de formation de l'école québécoise* du deuxième cycle du secondaire (Gouvernement du Québec, 2007), certaines considérations historiques sont exposées pour situer le concept des probabilités dans l'histoire des mathématiques. La citation suivante illustre l'évolution d'un questionnement envers le hasard et les probabilités dans la communauté mathématique :

> En probabilités, une question revient parfois : « Le hasard existe-t-il?» De cette question peut naître un débat en classe permettant de s'assurer d'une compréhension commune du concept. En s'intéressant aux origines du mot hasard, l'élève découvrira que ce concept existe depuis longtemps, même si le développement du calcul des probabilités n'a pris véritablement son essor qu'au XVIIe siècle avec Pascal, Fermat et les frères Bernoulli. Au XVIIIe siècle, le comte de Buffon jetait les bases des probabilités dans des contextes géométriques par son étude du jeu du Franc-Carreau. (Gouvernement du Québec, 2007, p. 64)

Puis, cet autre extrait fait le lien entre les probabilités et les jeux de hasard :

> Le calcul des probabilités est issu des jeux de hasard. De tout temps, les humains ont joué à lancer des objets (ex. des osselets) soit pour s'amuser, soit pour prédire des événements ou connaître la volonté des dieux. Cependant, ce n'est qu'au XVIIe siècle que le calcul des probabilités, l'analyse combinatoire et l'espérance mathématique ont été développés notamment par Huygens, Pascal, Fermat et les frères Bernoulli. (Gouvernement du Québec, 2007, p. 81)

Ainsi, je suis d'avis que ces extraits du programme scolaire visent à éclairer les enseignants sur les origines du calcul de probabilités pour qu'ils puissent exploiter ces idées en classe. En plus de rehausser le niveau culturel des élèves, cela incite les enseignants à tirer profit, en quelque sorte, de ces repères culturels. De brefs exposés historiques en classe peuvent rappeler aux élèves que les mathématiques sont des concepts construits par et pour les humains afin de résoudre des problèmes du quotidien. De plus, des discussions en classe peuvent amener les élèves à témoigner de leurs croyances associées aux probabilités et au hasard. Ainsi, des croyances associées à l'existence du hasard et aux jeux de hasard peuvent permettre aux enseignants d'aborder des notions probabilistes.

1.2.1.3 Manuels scolaires

Dans les manuels scolaires, on retrouve des capsules historiques ponctuelles[6] s'adressant cette fois directement aux élèves. Celles qui concernent les probabilités rappellent que cette notion a évolué sur plusieurs siècles grâce au travail de plusieurs mathématiciens célèbres. Certaines découvertes des mathématiciens sont exposées pour montrer leur influence dans différentes professions. Par exemple, l'une de ces capsules explique que les travaux de Bernoulli (qui ont été poursuivis par De Moivre, Bayes et Laplace) ont permis de mieux comprendre le processus de décision dans une situation de risque, ce qui a conduit à des applications directes dans les métiers de cascadeur et d'agent d'assurance (Guay, 2007, p. 210). De cette façon, les élèves peuvent avoir un aperçu de l'évolution d'un concept à travers l'histoire des mathématiques, tout en stimulant leur réflexion. Toutefois, on peut se demander si ces capsules historiques ponctuelles aident bel et bien les élèves à développer leur compréhension du concept mathématique. Peut-on penser que les façons dont les élèves conçoivent le hasard et les probabilités sont influencées par une présentation historique de la construction des notions probabilistes ?

Donc, à l'aide de cette brève analyse historique, on peut retrouver certaines croyances des mathématiciens dans le développement des probabilités. De plus, je pense qu'une discussion autour des probabilités et du hasard pourrait être bénéfique dans la classe de mathématique pour permettre aux croyances des élèves de se manifester. Par exemple, l'enseignant pourrait animer une discussion autour de l'énoncé « lorsqu'on connaît les probabilités dans un jeu, il n'y a plus de hasard ». Le débat qui en découlerait pourrait confronter des croyances associées au hasard et aux probabilités. L'enseignant peut ensuite intervenir auprès de celles-ci, selon ses propres croyances sur le sujet.

---

[6] J'ai consulté les manuels *Intersection mathématique* (2e année du 2e cycle dans la séquence CST) et *Point de vue mathématique* (2e année du 2e cycle dans la séquence CST) pour y repérer les capsules historiques.

Ces croyances d'élèves, d'enseignants et de mathématiciens rappellent selon moi la présence implicite de la notion de conception[7] dont il est question tout au long de ce mémoire. Après s'être penché sur la façon dont les probabilités ont évolué chez les mathématiciens à travers l'histoire, il m'apparaît important de mettre en lumière le cheminement d'un élève lors de son processus d'apprentissage des probabilités.

1.2.2 L'évolution des probabilités à travers le cheminement scolaire

Je vais retracer dans cette section l'évolution des concepts liés aux probabilités dans le cheminement scolaire d'un élève québécois au primaire et au secondaire, en m'appuyant sur des documents ministériels (Gouvernement du Québec, 2003, 2006, 2007, 2008, 2010).

1.2.2.1 Apprentissage des probabilités au primaire

Afin de mieux comprendre quelles sont les connaissances préalables des élèves du secondaire, j'ai consulté le *Programme de formation de l'école québécoise : éducation préscolaire et enseignement primaire*[8] (Gouvernement du Québec, 2006). Dans la section des *Savoirs essentiels* sont présentées les différentes notions reliées à l'apprentissage des probabilités au primaire, comme l'indique la figure 1.1.

[7] Cette notion sera traitée plus en profondeur à la sous-sous-section 2.2.1.1.

[8] Le document suivant m'a aussi aidé à comprendre la progression des apprentissages en probabilités au primaire : Gouvernement du Québec, *Progression des apprentissages au primaire. Mathématique* .

PROBABILITÉ			
• Expérimentation d'activités liées au hasard	1	2	3
• Prédiction d'un résultat (certain, possible ou impossible)	1	2	3
• Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire simple	1		
• Probabilité qu'un événement simple se produise (plus probable, également probable, moins probable)		2	3
• Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire à l'aide d'un tableau, d'un diagramme en arbre		2	3
• Comparaison des résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus			3
• Simulation avec ou sans l'aide de l'ordinateur		2	3

Figure 1.1 Notions probabilistes prévues aux trois cycles du primaire (Gouvernement du Québec, 2006, p. 138).

D'une part, les élèves du primaire apprennent le vocabulaire relié aux évènements. Ainsi, un évènement *impossible* ne peut pas se produire. Par exemple, obtenir un 7 lors du lancer d'un dé régulier[9], est un évènement impossible auquel on associe une probabilité égale à 0. À l'opposé, un évènement *certain* se produira toujours, ce pourquoi on lui associe une probabilité égale à 1. Par exemple, obtenir un nombre plus petit que 7 lors du lancer d'un dé régulier est un évènement certain auquel on associe une probabilité égale à 1. Entre ces deux valeurs extrêmes de probabilités, on retrouve les évènements *possibles*. Par exemple, la probabilité d'obtenir un nombre plus petit ou égal à 5 lors du lancer d'un dé régulier est égale à 5/6, ce qui représente un évènement possible.

D'autre part, en plus de prédire qualitativement les résultats d'une expérience aléatoire, les élèves du primaire sont initiés aux calculs simples de probabilités d'un évènement en ayant recours à du matériel concret. Dans certaines situations, ils peuvent déterminer la probabilité théorique en calculant le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles. Par exemple, la probabilité d'obtenir un nombre pair en lançant un dé régulier est de 1/2 (ou 3/6) puisque le rapport est de trois cas favorables (2, 4 et 6) sur six cas

[9] L'expression « dé régulier » utilisée dans ce mémoire fait référence à un dé équilibré à six faces.

possibles (1, 2, 3, 4, 5 et 6). On peut aussi simuler une expérience aléatoire avec ou sans l'aide de la technologie et ainsi calculer la probabilité fréquentielle par le rapport entre le nombre de cas observés favorables et le nombre total de simulations. Les élèves sont ensuite amenés à comparer les résultats d'une expérience aléatoire (probabilité fréquentielle) aux résultats théoriques connus (probabilité théorique)[10].

Au primaire, on amène aussi l'élève à comparer des évènements selon leur probabilité. On dira alors qu'un évènement est plus probable (ou moins probable, ou également probable) qu'un autre évènement. Par exemple, lors du lancer d'un dé régulier, il est plus probable d'obtenir un nombre pair (probabilité égale à 1/2) que d'obtenir un 3 ou un 6 (probabilité égale à 1/3). Ainsi, on vise à faire comprendre que plus la probabilité d'un évènement est élevée (en se rapprochant de 1), plus cet évènement est probable.

De plus, les élèves du primaire représentent des expériences aléatoires simples à l'aide de tableaux et de diagrammes en arbre. Dans un tableau, on peut faire ressortir les fréquences d'évènements à la suite de la simulation d'une expérience aléatoire répétée un certain nombre de fois. Dans certaines situations où on ne peut pas calculer la probabilité théorique, la fréquence d'un évènement peut être utilisée pour calculer la probabilité fréquentielle que cet évènement se réalise. Cette probabilité fréquentielle peut varier d'une simulation à l'autre, étant donné la variabilité du hasard. La figure 1.2 illustre un exemple de tableau représentant la fréquence des résultats « pile » et « face » après avoir lancé 30 fois une pièce de monnaie.

Résultat	**Fréquence**
Pile	14
Face	16

Figure 1.2 Tableau illustrant les fréquences d'un jeu de « pile ou face ».

Le diagramme en arbre permet de séparer en branches les évènements possibles. Habituellement, on écrit sur la branche la probabilité théorique associée pour chacun des

[10] Il est à noter que les termes « probabilité théorique » et « probabilité fréquentielle » ne sont pas utilisés par les élèves du primaire, mais je les emploie ici afin de clarifier les types de probabilités que les élèves devront distinguer au secondaire.

évènements possibles. Par exemple, le diagramme en arbre de la figure 1.3 représente les probabilités théoriques d'obtenir les différentes faces lors du lancer d'un dé régulier.

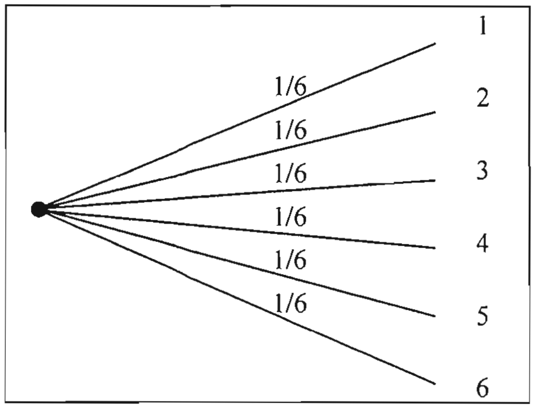


Figure 1.3 Diagramme en arbre des probabilités dans le lancer d'un dé régulier.

Toutes ces notions probabilistes apprises au primaire sont réinvesties au secondaire, ce pourquoi il est important de les considérer dans le cheminement scolaire des élèves.

1.2.2.2 Apprentissage des probabilités au secondaire

Au secondaire, les élèves poursuivent leurs apprentissages en probabilités, et le document *Progression des apprentissages au secondaire* (Gouvernement du Québec, 2010) permet d'observer la continuité des apprentissages liées aux probabilités entre le primaire et le secondaire. Les contenus probabilistes sont ainsi répartis sur cinq années, conformément au *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques (Gouvernement du Québec, 2003, 2007). Ce document permet d'observer l'évolution du contenu de formation en mathématique selon les cinq années et les séquences[11] du secondaire.

---

[11] À partir de la quatrième secondaire, les élèves des écoles secondaires québécoises doivent opter pour la séquence mathématique qui est le plus appropriée, selon leurs besoins et leurs capacités. Ils doivent adopter une séquence parmi les choix suivants : Culture, société et technique (séquence CST), Technico-sciences (séquence TS) ou Sciences naturelles (séquence SN). On peut remarquer dans la figure 1.4 que ces séquences n'ont pas toutes la même portée potentielle sur l'apprentissage des probabilités. Par exemple, aucun apprentissage en probabilité n'est prévu au programme pour un élève de quatrième et cinquième secondaire dans la séquence SN.

La figure 1.4 illustre l'évolution des concepts dont il est question.

Probabilités	1re et 2e sec.	3e sec.	CST		TS		SN	
			4e sec.	5e sec.	4e sec.	5e sec.	4e sec.	5e sec.
Représentation d'expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes, avec ou sans remise, avec ou sans ordre (arbre, grille, réseau, figure, etc.)	X							
Dénombrement des possibilités d'une expérience aléatoire	X							
Événements : certains, probables, impossibles, élémentaires, complémentaires, compatibles, incompatibles, dépendants, indépendants	X							
Événements exclusifs, non mutuellement exclusifs				X	X			
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité théorique et probabilité fréquentielle	X							
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité subjective			X		X			
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité conditionnelle				X	X			
Arrangement, permutation, combinaison **Note :** Les calculs se font par raisonnement et non à l'aide de formules de dénombrement.		X						
Variable aléatoire discrète et variable aléatoire continue		X						
Calcul de probabilités dans des contextes de mesure (y compris les probabilités géométriques)		X						
Équité : chance, espérance mathématique			X		X			
Notation factorielle **Note :** L'introduction de cette notation est facultative en CST.					X			

Figure 1.4 Contenu de formation des notions de probabilités (Gouvernement du Québec, 2007, p. 143).

Sans entrer dans le détail de chacune de ces notions, on peut remarquer que du nouveau vocabulaire et de nouvelles notions probabilistes sont introduites au cours des années. L'élève travaille avec différents types de probabilités, soit la probabilité *théorique*, la probabilité *fréquentielle* et la probabilité *subjective*. Au primaire, l'élève a déjà été initié aux probabilités théoriques et fréquentielles, mais il apprend au secondaire qu'une probabilité subjective est une probabilité qui est alors évaluée à partir d'une croyance qu'un évènement se réalise, en faisant appel au jugement, à la perception ou à l'expérience (Gouvernement du Québec, 2007). Par exemple, la probabilité que je perde mes clés aujourd'hui peut être évaluée par mon jugement et par mes expériences passées (si je perds souvent mes clés ou non) et consiste alors en une probabilité subjective. Il est à noter que cette situation pourrait aussi faire appel à une probabilité fréquentielle, mais on a habituellement recours à la probabilité subjective lorsque la situation n'est pas répétée un grand nombre de fois, éliminant ainsi la fiabilité qu'on peut accorder aux probabilités fréquentielles.

L'élève apprend aussi à calculer une probabilité fréquentielle lorsqu'il n'est pas possible de calculer une probabilité théorique. Par exemple, pour déterminer la probabilité qu'une voiture roulant dans une rue donnée soit rouge, il n'est pas possible de calculer la probabilité théorique de cet évènement. En effet, on ne connaît pas le nombre exact de voitures de chaque couleur, ni la probabilité que chacune de ces voitures circule dans cette rue. Toutefois, on peut calculer la probabilité fréquentielle de cet évènement en notant dans cette rue les fréquences des couleurs de voitures qui y circulent. Si, après avoir noté le passage de 100 voitures, on a observé 15 voitures de couleur rouge, on peut affirmer que la probabilité fréquentielle qu'une voiture roulant dans une rue soit rouge est de 15%, ce qui nous permet d'estimer la probabilité théorique qui devrait elle aussi être aux alentours de 15%.

Il est à noter que, plus le nombre de données est élevé, plus la probabilité fréquentielle s'avère fiable. Après avoir effectué un nombre élevé de simulations, on peut considérer que la probabilité fréquentielle s'approche de la valeur réelle. Par exemple, si on a pu observer 16 200 voitures de couleur rouge parmi la circulation de 100 000 voitures, on peut être assez confiant que la probabilité fréquentielle de 16,2% est relativement près de la probabilité recherchée. À l'école secondaire, ces probabilités fréquentielles peuvent être calculées à l'aide de la technologie si le nombre de simulations est élevé afin de réduire le temps de simulation.

En plus des modes de représentation développés au primaire, l'élève apprend au secondaire à représenter des expériences aléatoires en ayant recours au tableau à double entrée[12]. Par exemple, dans la figure 1.5, le tableau à double entrée illustre la somme des résultats possibles lors du lancer de deux dés réguliers, ce qui nous informe sur les possibilités de chaque somme (une somme de « 7 » peut s'obtenir selon 6 possibilités différentes) et donc des probabilités théoriques de chaque somme.

[12] C'est plutôt le terme « grille » qui est utilisé dans le *Programme de formation de l'école québécoise*.

Résultat (1er dé) / Résultat (2e dé)	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Figure 1.5 Tableau à double entrée de la somme des résultats possibles lors du lancer de deux dés réguliers.

Si l'élève décide de poursuivre ses études en mathématiques au cégep et à l'université, il pourrait être amené à approfondir les notions concernant la théorie des probabilités, l'analyse combinatoire et les lois de probabilités, mais ces notions ne font pas l'objet de la présente étude. Cependant, il est important de mentionner que les apprentissages en probabilités réalisés au primaire et au secondaire sont nécessaires pour poursuivre des études postsecondaires dans des cours de probabilités, cette exigence reposant à la fois au niveau conceptuel et au niveau institutionnel.

Dans cette section, le regard qui a été posé sur les concepts probabilistes dans l'Histoire des mathématiques et dans le cheminement scolaire québécois me porte à croire que les probabilités sont indéniablement liées aux jeux de hasard comme le lancer de dés, le lancer d'une pièce de monnaie, etc. En poursuivant mes recherches, j'ai pris connaissance d'un problème portant sur une participation aux jeux de hasard et d'argent : le jeu excessif.

1.3 Un problème social : le jeu excessif

Comme nous l'avons vu, l'être humain s'adonne aux jeux de hasard et d'argent depuis bien longtemps. L'Homme risque son argent pour une foule de raisons personnelles. Selon le *Centre québécois d'excellence pour la prévention et le traitement du jeu*, les gens participent aux jeux de hasard et d'argent pour l'appât du gain, le plaisir, l'échange social, le rêve, la détente ou l'excitation[13]. Cette situation est équivoque lorsque le jeu devient excessif[14], soit lorsque le jeu engendre davantage de difficultés que de divertissement. Les difficultés liées au jeu excessif peuvent prendre la forme d'un investissement excessif de temps ou d'argent, ce qui peut mener à de graves conséquences.

Depuis la fin de l'année 2010, j'ai remarqué que plusieurs messages publicitaires[15] de Loto-Québec[16] ont été présentés par les médias, que ce soit pour valoriser un comportement de jeu bien dosé ou pour mettre en évidence les conséquences désastreuses du jeu excessif. Avec l'appui de la fondation *Mise sur toi*[17], Loto-Québec tient à rappeler à la population que « le jeu doit rester un jeu » (Loto-Québec, 2010). De plus, d'abondantes recherches en lien avec le jeu excessif ont donné naissance à un champ de recherche en expansion. Ces recherches suggèrent qu'il existe un réel problème de jeu dans notre société.

Pour expliquer ce que j'entends par « jeu excessif », je m'appuie sur l'*Association américaine de psychiatrie* (*American Psychiatric Association* ou APA) qui publie des ouvrages de référence sur les troubles mentaux. Dans le *Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux* (ou DSM), on propose une classification des troubles mentaux selon

---

[13] Le *Centre québécois d'excellence pour la prévention et le traitement du jeu* offre beaucoup de documentation sur leur page web : http://gambling.psy.ulaval.ca.

[14] Il est à noter que le terme « jeu excessif » sera utilisé dans ce texte, alors que certains auteurs adoptent plutôt le terme « jeu pathologique », « jeu compulsif » ou « gambling problem ».

[15] Deux exemples de ces messages publicitaires peuvent être visionnés à l'adresse suivante : http://www2.infopresse.com/blogs/actualites/archive/2010/11/11/article-36078.aspx.

[16] Cet organisme gouvernemental a pour mission de gérer les jeux de hasard et d'argent au Québec.

[17] Voici l'adresse de cet organisme indépendant, privé et à but non lucratif : http://misesurtoi.ca/fr.

des symptômes qui servent de critères de diagnostic. Selon cette classification, le jeu excessif (jeu pathologique) est diagnostiqué chez une personne si elle adopte une « pratique inadaptée, persistante et répétée du jeu qui perturbe l'épanouissement personnel, familial ou professionnel » (APA, 1996, p. 725). Pour considérer qu'un joueur est excessif, il doit adopter au moins cinq comportements parmi les dix de la figure 1.6.

1. préoccupation par le jeu (p. ex., préoccupation par la remémoration d'expériences de jeu passées ou par la prévision de tentatives prochaines, ou par les moyens de se procurer de l'argent pour jouer)
2. besoin de jouer avec des sommes d'argent croissantes pour atteindre l'état d'excitation désiré
3. efforts répétés mais infructueux pour contrôler, réduire ou arrêter la pratique du jeu
4. agitation ou irritabilité lors des tentatives de réduction ou d'arrêt de la pratique du jeu
5. joue pour échapper aux difficultés ou pour soulager une humeur dysphorique (p. ex., des sentiments d'impuissance, de culpabilité, d'anxiété, de dépression)
6. après avoir perdu de l'argent au jeu, retourne souvent jouer un autre jour pour recouvrer ses pertes (pour « se refaire »)
7. ment à sa famille, à son thérapeute ou à d'autres pour dissimuler l'ampleur réelle de ses habitudes de jeu
8. commet des actes illégaux, tels que falsifications, fraudes, vols ou détournement d'argent pour financer la pratique du jeu
9. met en danger ou perd une relation affective importante, un emploi ou des possibilités d'étude ou de carrière à cause du jeu
10. compte sur les autres pour obtenir de l'argent et se sortir de situations financières désespérées dues au jeu

Figure 1.6 Critères diagnostiques du jeu pathologique (APA, 1996, pp. 727-728).

En ce qui concerne la prévalence du jeu excessif, *Statistique Canada* a fait ressortir des statistiques inquiétantes. Voici un extrait d'un rapport témoignant de ce fléau social :

> Au cours de la dernière décennie, l'industrie des jeux de hasard a prospéré. Durant cette période, les Canadiens ont constamment augmenté le montant qu'ils consacrent aux jeux de hasard, qui est passé d'environ 2,7 milliards de dollars en 1992 à environ 11,3 milliards de dollars en 2002. [...] On estime que 18,9 millions de Canadiens de 15 ans et plus se sont adonnés aux jeux de hasard en 2002, la grande majorité d'entre eux pour s'amuser et se divertir (et pour le rêve de gagner le gros lot). Toutefois, 1,2 millions de personnes, soit 5% de la population adulte, ont affiché un comportement qui les classeraient dans la catégorie des joueurs à risque ou excessifs. (Marshall et Wynne, 2004, p. 31)

Dans un rapport plus récent, il semble que les montants investis dans des jeux de hasard et d'argent ont continué à augmenter jusqu'en 2007 en atteignant 13,7 milliards de dollars, puis se sont ensuite stabilisés à 13,75 milliards de dollars pour l'année 2009 (Marshall, 2010). Même si ces montants semblent s'être stabilisés au cours des dernières années, une augmentation d'argent investi dans des jeux de hasard de plus de 400% en moins de 20 ans me paraît plutôt inquiétante. Ces statistiques font état d'un investissement grandissant accordé aux jeux de hasard et d'argent par l'ensemble de la société canadienne durant les dernières décennies. Au Québec, une autre étude révèle qu'environ 70% des adultes ont participé à des jeux de hasard et d'argent dans la dernière année, pour une dépense moyenne annuelle de 713$ par adulte (Kairouz et Nadeau, 2010).

Si on s'intéresse plus particulièrement aux adolescents canadiens, il semble que 50% des jeunes de 15 à 17 ans s'adonnent régulièrement à au moins une activité qui correspond à un jeu de hasard et d'argent (Marshall et Wynne, 2004). Notamment, on retrouve parmi ces activités l'achat de billets de loterie et de loteries instantanées provinciales, les paris sur des jeux de cartes[18] et les jeux d'adresse tels que le billard et le jeu de fléchettes. Étant donné l'accès facile aux jeux de hasard et d'argent, les problèmes de jeu apparaissent parfois dès le début de l'adolescence chez les garçons (APA, 1996). Dans un autre rapport sur la prévalence des problèmes de jeu auprès des élèves québécois, il semble qu'environ 8% des garçons et 3% des filles soient des joueurs à risque ou excessifs (Martin, Gupta et Derevensky, 2007).

En prenant conscience de l'ampleur du problème du jeu excessif auprès des adolescents, quel est le rôle de l'école dans cette situation ? Je pense que l'école doit assumer sa part de responsabilités pour contrer ce fléau social en sensibilisant les élèves aux probabilités de gagner dans les jeux de hasard et d'argent. Malheureusement, comme j'ai pu le constater précédemment, l'enseignement des probabilités semble être mis de côté.

---

[18] Selon le texte de Martin, Gupta et Derevensky, *Participation aux jeux de hasard et d'argent* , le poker est un jeu de cartes très répandu chez les adolescents.

1.4 État de la question

Dans cette section, je fais ressortir les différentes recherches connexes à mon sujet, à partir d'une recension des écrits. Pour choisir mes lectures, j'ai d'abord choisi un angle particulier qui m'a permis de faire une sélection non exhaustive. Pour choisir cet angle, je me suis référé, entre autres, au *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2007) qui est un outil pour les enseignants du secondaire[19]. Ce guide informe sur le projet éducatif et précise le curriculum des élèves au secondaire. En ce qui concerne l'enseignement des probabilités, on décrit la possibilité de s'intéresser aux jeux de hasard et d'argent ainsi qu'aux conceptions qu'ils véhiculent dans les cours de mathématiques :

> Les activités d'apprentissage en mathématique peuvent être l'occasion d'une sensibilisation à l'origine et à l'évolution de l'analyse des expériences aléatoires, du calcul des probabilités [...]. Elles peuvent aussi susciter un intérêt à l'endroit de mathématiciens et amener à démystifier certaines conceptions, dont celles liées aux jeux de hasard. (Gouvernement du Québec, 2007, p. 81)

Ainsi, dans cet état de la question, je me suis particulièrement intéressé aux textes portant sur l'enseignement des probabilités, aux conceptions d'élèves lors d'apprentissage de notions probabilistes et au problème de jeu excessif puisque cela concerne autant le monde de l'enseignement des mathématiques que le monde de la recherche en didactique des mathématiques. En effet, on peut constater que plusieurs recherches ont été développées en lien avec les probabilités, et ce, dans un contexte scolaire et dans un contexte quotidien. Les prochaines sous-sections permettent d'explorer une recension des écrits sous un ordre chronologique, selon le contexte scolaire et le contexte quotidien, afin de décrire les avancées sur le sujet dans les dernières décennies. Dans la section suivante, une mise en ordre logique des différents constats découlant de ces recherches est présentée.

---

[19] Ce choix a permis d'élaborer le projet de recherche dans une perspective ancrée dans l'enseignement, afin de le l'inscrire dans la recherche en didactique des mathématiques à partir de mes préoccupations et de celles relevées par d'autres chercheurs

1.4.1 Contexte scolaire

D'abord, plusieurs recherches sont axées sur les probabilités dans un contexte scolaire. Ces études concernent l'apprentissage et l'enseignement des probabilités, qu'elles soient enseignées au niveau primaire, secondaire ou collégial. J'ai constaté que davantage de recherches portent sur l'apprentissage des années 1950 jusqu'à la fin des années 1980 alors que l'accent semble être mis sur l'enseignement par la suite.

1.4.1.1 Apprentissage

Je vais d'abord présenter certaines recherches qui ont contribué à enrichir la recension des écrits, tout en mettant en évidence le problème d'apprentissage des probabilités[20].

Un livre de Piaget et Inhelder a été publié en 1951, décrivant le développement de la pensée probabiliste selon l'âge d'un enfant. Ils regroupent les raisonnements et les difficultés en probabilité, selon les différentes étapes de la vie d'un enfant. Par exemple, Piaget et Inhelder (1951) affirment que la notion d'analyse combinatoire ne pourrait pas s'établir chez un enfant de moins de 14 ans. D'ailleurs, ils affirment que c'est à partir de 14 ans que les enfants peuvent développer une pensée probabiliste complète puisqu'ils ont alors acquis les connaissances nécessaires.

Dans la poursuite de ces travaux, plusieurs auteurs se sont intéressés au développement des conceptions probabilistes. Plus particulièrement, dans les années 1970, Tversky et Kahneman ont élaboré des travaux sur les heuristiques (heuristics), soit des stratégies qui peuvent s'avérer erronées lorsqu'il est question de porter un jugement sous l'incertitude. Les auteurs affirment qu'une meilleure compréhension de ces heuristiques permettrait de limiter les biais qu'elles peuvent véhiculer (Tversky et Kahneman, 1974).

---

[20] Pour consulter un éventail plus large des recherches sur l'apprentissage des probabilités, vous pouvez vous référer à Jones et Thornton, «An overview of research into the teaching and learning of probability» .

À cette époque, Efraim Fischbein a travaillé sur les intuitions probabilistes des enfants. Dans un livre publié en 1975, il établit une distinction entre les intuitions primaires provenant de nos expériences personnelles et les intuitions secondaires qui seraient acquises dans le milieu scolaire. Il affirme que les intuitions primaires peuvent être restructurées sous forme d'intuitions secondaires dans des tâches précises pour convenir aux savoirs enseignés. Cependant, les intuitions primaires ne disparaissent pas car elles peuvent ressurgir dans d'autres contextes (Fischbein, 1975). Dans ce même ouvrage, l'auteur affirme que les intuitions peuvent aider, mais peuvent aussi mener à des raisonnements erronés. Il affirme qu'un enseignement systématique[21] pourrait permettre de modifier ces intuitions.

Quelques années plus tard, Green a administré des questionnaires à quelques milliers d'élèves. Les tâches proposées visent à évaluer la compréhension des jeunes confrontés à des phénomènes aléatoires. Ses résultats illustrent que les élèves n'arrivent pas à distinguer si une distribution, soit une série de résultats, est aléatoire ou ne l'est pas (Green, 1983). Par la suite, les résultats d'une recherche longitudinale montrent que les élèves s'améliorent avec le temps pour comparer les probabilités d'évènements aléatoires alors que ces mêmes élèves ont toujours de grandes difficultés à reconnaître si une séquence est aléatoire ou non (Green, 1991).

Puis, une série de recherches ont été menées pour faire ressortir les conceptions des élèves par rapport aux phénomènes aléatoires. La conception *équiprobabilité* (ou biais d'équiprobabilité) a été retrouvée chez plusieurs élèves qui considèrent que des événements sont équiprobables alors qu'ils ne le sont pas (Lecoutre et Durand, 1988).

En 1989, Konold a développé une recherche sur les conceptions probabilistes informelles. En étudiant certaines heuristiques, il remarque que des élèves sont portés à prédire les résultats d'un phénomène aléatoire plutôt que les probabilités d'obtenir un certain résultat. Le chercheur nomme cette conception *approche du résultat* (outcome approach) puisque ces élèves tentent de prédire avec certitude le prochain résultat d'un phénomène

[21] Bien que je n'aie pas trouvé une définition de « l'enseignement systématique » selon Fischbein, il semble que cela consiste à un enseignement prolongé, continu, complet et cohérent.

aléatoire alors que le hasard repose sur l'imprévisibilité (Konold, 1989). D'autres travaux ont été développés par la suite pour tenter de mieux comprendre cette conception, qui n'avait pas été considérée auparavant (Konold, 1991, 1995).

Par la suite, un mémoire de maîtrise cible les « Conceptions probabilistes chez des élèves de 18-19 ans » (Rouan, 1990). La conception *contrôle du hasard* est alors mise en évidence par Rouan lorsque des élèves croient que la pratique et l'expérience de jeux de hasard et d'argent permettent de contrôler ou d'influencer les résultats d'une expérience aléatoire[22].

Dans une recherche menée par Green, on peut déceler la conception *indépendance* (independence) qui se retrouve chez les élèves qui se fient sur les résultats antérieurs pour prédire les résultats futurs dans une séquence aléatoire, alors que chaque résultat est indépendant des autres (Green, 1991).

Puis, d'autres recherches ont mis en évidence des *conceptions du hasard* des élèves. Par exemple, certains élèves semblent croire qu'une prédiction d'un phénomène aléatoire est inutile puisque le résultat repose uniquement sur la chance (Fischbein, Nello et Marino, 1991).

Même si ces recherches[23] sur l'apprentissage des probabilités sont pertinentes, il me semble important d'adopter aussi une perspective de l'enseignement des probabilités pour constater l'impact des recherches antérieures sur l'orientation de mon mémoire de maîtrise.

---

[22] Il faut ajouter que l'illusion de contrôle a été mise en évidence en 1975 dans les travaux de Langer, «The illusion of control» . Aussi, Fischbein et Gazit ont remarqué que certains élèves adoptent une « croyance superstitieuse dans la possibilité d'influencer les évènements par un comportement particulier » Fischbein et Gazit, «Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions?», p. 1, ma traduction.

[23] Il est à noter qu'il existe de nombreuses autres conceptions qui ont été décrites et étudiées dans la recherche en didactique des mathématiques, mais j'en retiens seulement quelques-unes qui seront approfondies ultérieurement dans ce mémoire de maîtrise.

1.4.1.2 Enseignement

Je vais maintenant mettre en évidence des études portant sur l'enseignement des probabilités. Même si ces études traitent aussi parfois de l'apprentissage, je m'intéresse ici particulièrement aux implications que procurent ces recherches sur l'enseignement[24].

Garfield et Ahlgren ont écrit un article en 1988 sur les difficultés d'apprentissage en probabilités, mais pour lesquelles ils proposent plusieurs recommandations pour les enseignants. En voici quelques exemples : utiliser des activités de simulations concrètes ; reconnaître et confronter des erreurs communes des élèves dans l'apprentissages des probabilités ; créer des situations concrètes qui font intervenir des raisonnements probabilistes (Garfield et Ahlgren, 1988). Ils proposent que l'élève soit impliqué dans ses apprentissages, en participant à des activités qui font intervenir des situations aléatoires, ce qui peut notamment être possible à l'aide de la technologie.

Shaughnessy a beaucoup écrit sur les probabilités et statistiques. Cela l'a amené à écrire un chapitre d'un ouvrage de référence publié en 1992. Cet auteur fait état des résultats des dernières années eu égard aux probabilités et statistiques. Selon Shaughnessy (1992), les études produisent un message clair et précis : les fausses conceptions (misconceptions) reliées aux probabilités et statistiques sont très difficiles à faire évoluer chez certains élèves puisqu'elles sont solidement ancrées et lentes à être modifiées. Pour y arriver, ce chercheur mentionne que l'enseignement des probabilités et statistiques doit être sérieusement considéré pour favoriser l'apprentissage des mathématiques, ce qui rejoint l'idée de Fischbein, soit le besoin de recourir à un enseignement systématique en probabilités et statistiques. Il affirme donc qu'un temps spécifique doit être réservé uniquement à l'enseignement des notions probabilistes plutôt que d'enseigner les probabilités dans de courts moments ponctuels, qui ne favoriseraient pas les apprentissages. Il avance aussi que l'enseignement doit présenter aux élèves des exemples où leurs fausses conceptions probabilistes mènent à une prise de décision erronée. En ce qui concerne la recherche, il

[24] Pour consulter un éventail plus large des recherches sur l'enseignement des probabilités, vous pouvez vous référer à Jones et Thornton, «An overview of research into the teaching and learning of probability» .

propose des pistes qu'il trouve pertinentes, notamment l'identification des conceptions et des fausses conceptions des élèves de niveau secondaire (Shaughnessy, 1992).

En 1994, à la suite de la rédaction de son mémoire de maîtrise intitulé *Conceptions probabilistes chez des élèves de 18-19 ans*, Rouan a écrit un article, en collaboration avec Pallascio, dans lequel il a publié une partie des résultats de sa recherche. Voici ce que ces auteurs affirment : « L'analyse des résultats [réponses à des questionnaires et entrevues] laisse croire que l'enseignement mène au développement d'une pensée déterministe qui s'oppose à un élargissement de la portée sémantique de la notion de hasard » (Rouan et Pallascio, 1994, p. 419). En d'autres mots, les chercheurs affirment que l'enseignement des probabilités a amené les élèves à raisonner de façon déterministe, c'est-à-dire en pensant que le hasard est décidé à l'avance. De ce fait, les élèves n'arrivent pas à comprendre les caractères d'imprévisibilité et de variabilité du hasard[25]. Ainsi, dans le cadre de cette recherche, il semble que l'enseignement proposé aux étudiants n'était pas propice à une large compréhension du phénomène du hasard.

En 1995, Konold a écrit un article qui traite notamment des intuitions des adultes par rapport aux probabilités et statistiques. Puisque ces intuitions vont à l'encontre des notions probabilistes théoriques, il mentionne que l'enseignement devrait aider les apprenants à remplacer ces intuitions informelles par des intuitions qui conviennent davantage aux normes établies :

> Research has shown that adults have intuitions about probability and statistics that, in many cases, are at odds with accepted theory. The existence of these strongly-held ideas may explain, in part, why learning probability and statistics is especially problematic. One objective of introductory instruction ought to be to help students replace these informal conceptions with more normative ones. (Konold, 1995, p. 1)

---

[25] On peut toutefois se demander si l'approche d'enseignement plus théorique permettait réellement aux élèves de s'approprier une situation aléatoire en l'expérimentant, de façon à constater que les résultats varient et ne peuvent pas être prédits ou déterminés avec certitude, ce qui va à l'encontre du déterminisme.

Dans le même sens, Fischbein et Schnarch ont développé en 1997 des études longitudinales qui montrent que certaines conceptions erronées (misconceptions) sont renforcées avec le temps. Cela signifie que, en vieillissant, les élèves adhèrent de plus en plus fort à certaines croyances erronées. Par exemple, ils deviennent convaincus qu'il est plus probable qu'une pièce de monnaie tombe sur « pile » après une série de « face », comme si la pièce de monnaie devait respecter un certain équilibre. Ces chercheurs indiquent aussi que les élèves doivent se créer de nouvelles intuitions (Fischbein et Schnarch, 1997). Alors, puisque les fausses conceptions seraient renforcées avec le temps, il est impératif de s'y intéresser davantage lors de l'enseignement pour favoriser une évolution de celles-ci vers des conceptions qui sont conformes aux savoirs établis.

De surcroît, Batanero et Serrano affirment, à la suite de leur étude[26] effectuée en 1999, que les enseignants doivent considérer les intuitions des élèves dans leur enseignement des probabilités. Les résultats de cette recherche indiquent que l'âge et le niveau d'instruction ont peu d'influence sur les conceptions des élèves à propos des phénomènes aléatoires (Batanero et Serrano, 1999). Cela signifie que la pensée probabiliste des élèves ne semble pas avoir évolué malgré les apprentissages des probabilités développés dans les cours de mathématiques. Il semble donc important de tenir compte des conceptions des élèves à travers l'enseignement si on espère une évolution de celles-ci.

En 2001, Poirier a produit un ouvrage de référence pour les enseignants du primaire. Une section de ce livre concerne l'apprentissage et l'enseignement de la probabilité et de la statistique. En s'inspirant de résultats de recherche, on y affirme que « le développement de la pensée probabiliste est une lente construction et que son enseignement peut faire évoluer cette pensée. [...] La réflexion des élèves sera soutenue par l'utilisation d'un matériel de manipulation approprié qui leur permettra de vivre la situation » (Poirier, 2001, p. 188). Ainsi, il faut tenir compte de la complexité derrière la pensée probabiliste. C'est pourquoi

---

[26] Cette recherche met en lumière la compréhension des élèves envers des phénomènes aléatoires. Les participants devaient ainsi reconnaître si une distribution de résultats est aléatoire ou non, ce qui a fait ressortir les critères auxquels les élèves ont recours pour expliquer à quoi ressemblent des résultats produits par hasard.

l'utilisation de matériel que les élèves peuvent manipuler pourrait aider au développement de cette pensée probabiliste, d'autant plus que cette approche qu'on peut qualifier de fréquentielle permet aux élèves de vivre des phénomènes aléatoires en les expérimentant, ce qui diffère d'une approche plus théorique où on se sert des probabilités sans les modéliser par l'expérience.

Dans un article paru en 2002, Poirier et Carbonneau présentent l'impact d'un conte probabiliste dans le cadre d'une activité avec des élèves du primaire. Le conte est basé sur l'aventure d'un chevalier qui doit traverser une série d'obstacles pour aller délivrer une princesse. L'issue de chacune des épreuves dépend du hasard et, bien entendu, le chevalier surmonte chacune des embûches. Voilà pourquoi les auteures affirment que : « [...] le conte renforce l'élève dans sa pensée magique » (Poirier et Carbonneau, 2002, p. 12). Bien que l'objectif du conte était de faire réfléchir les élèves sur un résultat qui dépend du hasard, cette activité vient plutôt renforcer certaines pensées erronées des élèves, plutôt que de les ébranler. Le contexte d'enseignement, bien que stimulant, a nui au développement d'un raisonnement probabiliste chez les élèves.

Dans son mémoire de maîtrise déposé en 2002 et intitulé *Étude du phénomène des fausses conceptions en probabilités et statistiques chez des jeunes adultes québécois*, Dubois décrit la faible évolution des fausses conceptions des étudiants du collégial à la suite d'un enseignement des probabilités et statistiques :

> [...] dans certains cas précis, le degré de présence des fausses conceptions est réduit légèrement suite à la formation reçue. Mais règle générale, celles-ci demeurent relativement ancrées dans le processus cognitif des jeunes adultes, même après le cours d'introduction. (Dubois, 2002, p. vii)

Ces résultats témoignent de la difficulté évidente de faire évoluer les conceptions probabilistes. Il est d'autant plus important que l'enseignement soit adéquat pour espérer ébranler ces conceptions.

En 2003, tout comme Piaget et Inhelder (1951), Way a décrit trois stades de développement probabiliste chez les élèves du primaire. Elle établit les caractéristiques pour chaque stade de développement ainsi qu'aux transitions qui permettent de passer d'un stade à l'autre. Ses résultats l'amènent à proposer des recommandations en enseignement, entre autres, de proposer des activités appropriées aux élèves selon leur stade de développement pour favoriser une progression dans leurs apprentissages (Way, 2003).

Dans les travaux de Watson et Kelly (2004), on propose aux enseignants de combiner les simulations d'expériences aléatoires à des discussions en classe pour favoriser la compréhension des élèves par rapport à la variabilité. Il est d'ailleurs conseillé de représenter graphiquement les fréquences relatives d'un phénomène aléatoire selon le nombre de simulations effectuées. Cela permettra aux élèves de constater que, bien que la variabilité du hasard ne permette pas de prédire le prochain résultat, la variation des fréquences relatives diminue si le nombre de simulations augmente.

Certaines avancées en enseignement des probabilités au primaire sont proposées par la thèse de doctorat de Savard (2008), ayant pour titre *Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision*. Cette chercheuse affirme au commencement de sa thèse que :

> Le cas des jeunes, qui sont aussi sensibles à la popularité des jeux, mérite une attention particulière. Puisque ceux-ci ne possèdent pas les connaissances nécessaires pour évaluer les probabilités de gagner et les risques de dépendance associés au jeu, il revient à l'école de jouer son rôle et de les outiller. Il ne suffit toutefois pas de leur faire acquérir des connaissances : un mouvement préventif à l'égard des jeux de hasard et d'argent doit s'appuyer sur le développement de compétences mathématiques et de compétences citoyennes comme la pensée critique et la prise de décision. (Savard, 2008, p. 2)

Ainsi, l'auteure pense que les cours de mathématiques doivent amener l'élève à développer sa pensée critique et à prendre des décisions éclairées quant aux jeux de hasard et d'argent, ce qui nécessite d'inclure des activités de simulation de situations aléatoires en classe. Selon elle, cela pourrait permettre aux élèves de remettre en question leurs conceptions sur les probabilités, afin de les complexifier.

Lors du colloque *Eigth International Conference on Teaching Statistics* (ICOTS8), plusieurs idées et projets de recherche ont été partagés pour proposer certaines innovations dans l'enseignement des probabilités. Theis et Savard (2010b) amènent l'idée que les probabilités pourraient être enseignées selon une approche fréquentielle, contrairement à l'approche théorique qui est habituellement favorisée par les enseignants. Ils considèrent que l'enseignement dispensé ne mise pas suffisamment sur l'institutionnalisation et suggèrent alors que les discussions en grand groupe pourraient permettre d'institutionnaliser les connaissances développées dans les activités utilisant le simulateur de probabilités. De plus, une telle discussion peut amener les élèves à partager leurs croyances et leurs conceptions erronées qui pourront alors être confrontées. Dans l'enseignement des probabilités, il faut aussi tenir compte du vocabulaire utilisé par les élèves puisque ceux-ci ne distinguent pas nécessairement des expressions telles que *hasard*, *chance* et *probabilité* (Larose, Bourque et Freiman, 2010). Pour d'autres chercheurs, l'enseignement des probabilités devrait davantage exploiter des situations authentiques (Grenon *et al.*, 2010).

Puisque plusieurs textes (Garfield et Ahlgren, 1988 ; Poirier, 2001 ; Poirier et Carbonneau, 2002 ; Savard, 2008 ; Theis et Savard, 2010a ; Watson et Kelly, 2004) en lien avec l'enseignement des probabilités proposent de simuler des expériences aléatoires en classe, on peut se demander si la technologie serait un outil efficace pour y arriver.

1.4.1.3 La technologie pour simuler des situations aléatoires

Bien que les études suivantes concernent l'apprentissage et l'enseignement, la caractéristique commune de celles-ci est le recours à la technologie pour simuler des expériences aléatoires en classe.

Dans le cadre d'un colloque sur l'apprentissage des mathématiques par le biais de la technologie, Kissane et Kemp (2010) mentionnent l'absence d'études faisant intervenir la technologie dans l'enseignement des probabilités. L'acte de colloque décrit les diverses possibilités d'utilisation de la technologie, que ce soit des calculatrices, des logiciels informatiques ou des sites Internet. Selon ces auteurs, la simulation est un outil à la fois pour l'enseignant et l'élève du secondaire puisqu'il permet de réaliser des activités qu'on ne pourrait pas mener à terme sans l'aide de la technologie. En plus d'obtenir de l'information numérique, les élèves peuvent recourir à des modes de représentation tels que des tableaux, des graphiques et des histogrammes (Kissane et Kemp, 2010). Par exemple, le tableur *Excel* peut leur permettre d'observer qu'une simulation répétée de la somme de deux dés réguliers amène des résultats différents, mais qu'on peut en faire ressortir une certaine tendance. La figure 1.7 représente l'histogramme des effectifs observés selon la somme de deux dés réguliers lancés 100 fois. Même si chaque simulation donne un histogramme différent, cela illustre indubitablement une certaine tendance qui rappelle une courbe en forme de cloche.

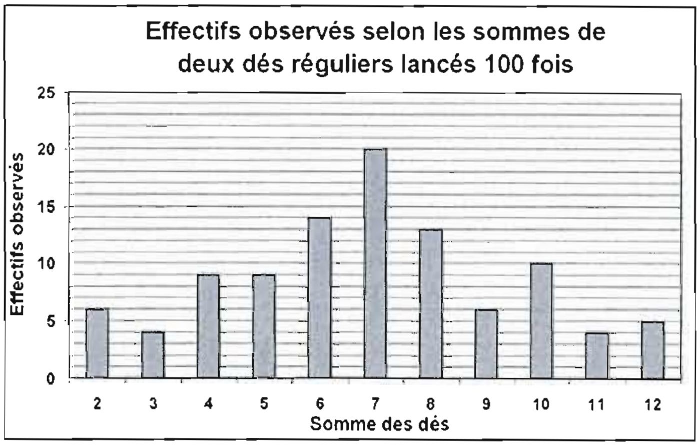


Figure 1.7 – Histogramme de la somme de deux dés en simulant avec *Excel.*

Pour Kissane et Kemp (2010), la technologie permet donc de faire ressortir la stabilité des expériences aléatoires à long terme. De plus, la technologie permettrait aux élèves d'être impliqués dans leurs apprentissages en interagissant directement avec des phénomènes aléatoires, ce qui pourrait mener à un développement de la pensée probabiliste.

D'ailleurs, à la suite d'un colloque portant sur l'enseignement des probabilités et des statistiques, Savard (2010) affirme que, dans la recherche menant à sa thèse de doctorat (Savard, 2008), les élèves ont simulé des expériences aléatoires à partir de matériel concret, ce qui les a aidés à se construire une pensée probabiliste. Puisque les élèves n'ont pas eu recours à la technologie, la chercheuse propose des pistes de recherche pour explorer le potentiel d'un logiciel de simulation. Entre autres, elle se questionne à savoir si l'utilisation d'un outil technologique aurait favorisé la complexification des conceptions des élèves.

À la suite d'une recherche action auprès d'enseignants ayant utilisé un programme de simulation de jeux de hasard et d'argent, Theis et Savard (2010a, 2010b) font ressortir les façons dont le logiciel a été utilisé en classe. Il semble que les enseignants participant à cette recherche sont parvenus à montrer aux élèves du début du secondaire que les jeux de hasard et d'argent sont défavorables aux joueurs à long terme, ce qui n'aurait pas été possible, selon les auteurs, dans une approche de type papier-crayon. Cependant, toujours selon les auteurs, ces enseignants n'ont pas eu recours au plein potentiel du logiciel, notamment pour faire le lien entre la probabilité fréquentielle et la probabilité théorique ou pour établir un raisonnement probabiliste quantitatif. Selon Theis et Savard (2010b), il faudrait aussi que les discussions en lien avec le simulateur de probabilités soient reprises en grand groupe pour enrichir et consolider les apprentissages réalisés dans les simulations. Dans cette même étude, il semble que le simulateur de probabilités ait été efficace à deux niveaux, soit sur la motivation des élèves et dans la construction de leurs connaissances (Grenon *et al.*, 2010).

Un autre acte de colloque (Bu, 2008) suggère que l'utilisation d'un simulateur a enrichi les connaissances mathématiques des enseignants du secondaire. En utilisant l'ordinateur pour résoudre un problème basé sur un jeu de hasard, ces enseignants ont découvert des approches d'enseignement alternatives[27]. Cela a aussi amené les élèves à se questionner et à établir des conjectures qu'ils pouvaient ensuite vérifier par simulation.

De surcroît, dans une recherche de Briand (2005), on affirme que l'élève doit être amené à prendre des décisions pour donner un sens aux probabilités. Pour qu'il soit impliqué de la sorte, il faudrait qu'il expérimente des situations aléatoires. Ainsi, Briand (2005) rappelle l'importance de faire simuler les élèves avec une « machine simple[28] ». Pour pouvoir

---

[27] Il semble que les enseignants étaient habitués à une approche théorique, ce qui explique qu'une approche fréquentielle basée sur la simulation de situations aléatoires à l'aide de la technologie leur ait paru révélatrice.

[28] Dans l'étude de Briand, «Une expérience statistique et une première approche des lois du hasard au lycée par une confrontation avec une machine simple» , la machine simple est une bouteille opaque qui ne permet pas de voir le contenu de la bouteille, soit cinq billes qui sont rouges ou vertes. Cette situation a d'abord été expérimentée en 2002 par Brousseau, Brousseau et Warfield, «An experiment on the teaching of statistics and probability» , puis reprise en 2009 dans le mémoire de maîtrise de Martin, *Rôle de l'élève à risque lors de la résolution d'une situation-problème probabiliste à l'intérieur d'une équipe de travail hétérogène* . Cette situation aléatoire consiste à retourner la bouteille afin de voir une bille à la fois et ainsi en prédire son contenu après une série d'expériences.

simuler plus efficacement qu'avec une telle machine simple, la technologie est un outil pertinent. Dans l'étude en question, les élèves ont simulé un nombre restreint de tirages directement à partir de la machine simple, puis ils ont utilisé un tableur pour simuler rapidement un plus grand nombre de tirages. Les élèves semblent avoir eu besoin de simuler autant de tirages puisque leur confiance envers les résultats augmentait avec le nombre de tirages. Par exemple, un élève participant à cette étude a affirmé que « plus on fait de tirages, plus on se rapproche de la réalité » (Briand, 2005, p. 270). Derrière cette affirmation, il semble qu'il y ait l'idée que la technologie nous permet de simuler une situation aléatoire un grand nombre de fois, ce qui amène une probabilité fréquentielle qui se rapproche de la probabilité théorique selon la loi des grands nombres.

La thèse de doctorat de Zimmerman (2002) vise à examiner le rôle de l'enseignement des probabilités, à l'aide de la technologie, sur l'évolution des raisonnements et croyances d'élèves de niveau secondaire. La simulation d'expériences aléatoires donne l'opportunité aux élèves d'en dégager un modèle mathématique pour développer leur compréhension des probabilités. Cet apprentissage peut être facilité en utilisant la technologie. Dans cette recherche, la calculatrice à affichage graphique a été choisie pour son efficacité ainsi que pour le fait que les élèves sont familiers avec cet outil. Celui-ci a permis aux élèves d'observer une probabilité fréquentielle d'une expérience aléatoire simulée un grand nombre de fois dans un temps de simulation restreint. Cette simulation a aussi amené les élèves à partager et à débattre de leurs idées (Zimmermann, 2002).

Selon ces diverses recherches, il semble que la technologie soit un outil pertinent pour simuler des expériences aléatoires. Cela pourrait aider les élèves à mieux comprendre des situations du contexte quotidien, comme les jeux de hasard et d'argent. D'ailleurs, selon Savard (2010), c'est dans un contexte scolaire que les élèves doivent être informés des risques à participer à des jeux de hasard et d'argent puisque les jeunes se croient invincibles face au jeu dans un contexte quotidien. Cela rejoint d'ailleurs l'objectif du *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2003, 2007) qui consiste à accompagner l'élève dans le développement de son identité citoyenne.

1.4.2 Contexte quotidien

En plus des recherches axées sur les probabilités dans un contexte scolaire, on retrouve des études où les gens utilisent les probabilités dans un contexte quotidien. C'est alors que, dans la vie de tous les jours, les conceptions qu'ils ont par rapport aux phénomènes aléatoires peuvent avoir un effet sur leurs prises de décisions. Ici, on s'intéresse davantage aux aspects psychologique et philosophique qui interviennent chez les gens en situations aléatoires.

En 1998, Giordan publie une livre concernant les différentes façons d'apprendre. Voici un extrait concernant le hasard qui amène une réflexion intéressante :

> Mais le hasard n'est pas encore dompté par nos esprits. De même, l'idée qu'un évènement incertain a une probabilité de se réaliser n'est pas encore partagée, loin s'en faut, par le plus grand nombre. Si nos concitoyens réalisaient le peu de chances qu'ils ont de gagner aux jeux, joueraient-ils encore? Et puis, la connaissance d'un risque est bien insuffisante pour convaincre. (Giordan, 1998, p. 178)

Ainsi, Giordan (1998) amène l'idée que les joueurs excessifs ne modifieront peut-être pas leurs conceptions, qui influencent leurs habitudes de jeu, même s'ils connaissent les risques associés à ces jeux de hasard et d'argent.

Plusieurs études en psychologie liées aux probabilités ont été réalisées dans les dernières décennies. Par exemple, Ladouceur et plusieurs autres chercheurs[29] se sont intéressés au hasard et au fléau social engendré par le jeu excessif. Il a développé une série impressionnante de recherches dans les dernières décennies. Ce chercheur a observé que

---

[29] Avec de nombreux collaborateurs, Ladouceur a mené diverses études auprès de clientèles variées, ce qui l'a amené à publier de nombreux textes. Voici certaines publications récentes en lien avec le sujet de ce mémoire : Ladouceur, «Comportements de jeu et jeu pathologique» ; Ladouceur, «Connaissances en mathématiques et jeux de hasard et d'argent» ; Ladouceur, Ferland et Fournier, «Correction of erroneous perceptions among primary school students regarding the notions of chance and randomness in gambling» ; Ladouceur, Ferland et Vitaro, «Prevention of problem gambling : Modifying misconceptions and increasing knowledge among Canadian youths» ; Ladouceur, Sylvain et Boutin, «Le jeu pathologique» ; Ladouceur, Sylvain, Boutin et Doucet, *Le jeu excessif: comprendre et vaincre le gambling* .

certaines croyances amenaient des pensées erronées chez des personnes en situation de jeu. Voici certaines caractéristiques du hasard qu'il a identifié à la suite de recherches qu'il a menées : « Le hasard impose la notion qu'il est impossible de contrôler l'issue d'un évènement. L'imprévisibilité règne en maître. Pourtant, le joueur ne réalise pas toujours que le jeu repose sur le hasard » (Ladouceur *et al.*, 2000b, p. 13). Alors, le joueur peut tomber dans le piège du jeu excessif en pariant excessivement à partir d'une compréhension inadéquate du hasard.

Cet aspect psychologique vient embrouiller la pensée du joueur et fait apparaître des conceptions qui ne respectent pas les savoirs probabilistes établis. Par exemple, selon Ladouceur *et al.* (2000b), plus de 70% des joueurs manifestent la conception *indépendance* en se fiant sur les résultats des tirages précédents pour prédire le prochain tirage lors du lancer d'une pièce de monnaie. Cependant, les probabilités d'avoir pile sont les mêmes que les probabilités d'avoir face, soit 50%, indépendamment des résultats précédents. Cela peut paraître étonnant pour les joueurs puisque « tout être humain se fie à ses expériences passées et à ses observations du présent pour se guider dans ses décisions » (Ladouceur *et al.*, 2000b, p. 114).

Aussi, d'autres études suggèrent que les connaissances mathématiques des adultes ne sont pas suffisantes pour rationaliser leurs comportements dans une situation de jeu (Benhsain, 2002 ; Benhsain, Taillefer et Ladouceur, 2004). Les résultats de ces études amènent l'idée que les joueurs ne parviennent pas à recourir à leurs connaissances mathématiques, comme l'indépendance entre les tours, pour éviter d'adopter des comportements irrationnels. Leurs conceptions erronées semblent être prédominantes sur leurs connaissances mathématiques.

Lors de discussions philosophiques avec des futurs enseignants du primaire, Roy (2005) a fait ressortir certaines conceptions du hasard dans sa thèse doctorale intitulée *Manifestations d'une pensée complexe chez un groupe d'étudiants-maîtres au primaire à l'occasion d'un cours de mathématiques présenté selon une approche philosophique.* Il semble que les *conceptions du hasard* de ces apprentis-enseignants influencent leur compréhension des phénomènes quotidiens. Par exemple, voici un extrait d'une entrevue de cette recherche : « Selon moi, selon ma conception à moi, le hasard c'est un mot qu'on donne à une chose qui a tellement une mince probabilité d'arriver, puis que ça arrive, on dit que c'est le hasard. Mais au fond c'est une probabilité » (Roy, 2005, p. 201). Chez cette personne, la distinction entre les termes « hasard » et « probabilité » ne semble pas être établie et sa *conception du hasard* pourrait l'amener à croire qu'il n'y a pas de hasard dans un jeu s'il n'arrive rien d'exceptionnel ou de très rare.

Finalement, le 12 novembre 2009, Rosenthal a rappelé l'importance des probabilités dans la vie de tous les jours dans une conférence accessible à tous. Il a expliqué avec conviction que l'apprentissage des probabilités peut nous aider à comprendre plusieurs phénomènes quotidiens. Cette conférence a illustré l'utilité de comprendre certaines notions probabilistes afin de donner du sens aux nombreuses applications qui nous entourent. Voici un extrait du résumé de sa présentation :

> Le hasard et les probabilités apparaissent chaque fois que nous ne savons pas avec certitude ce qui se passera. Ils sont utilisés dans de nombreux domaines : des loteries aux accidents d'avions, en passant par les jeux de casino, les taux de criminalité, les études médicales, les sondages électoraux, le poker, la propagation de maladies, les coïncidences de la vie de tous les jours, etc. Ils sont aussi des outils essentiels en inférence statistique et dans les simulations à l'ordinateur par les méthodes Monte Carlo. (Rosenthal, 2009)

Voilà qui complète ma recension partielle des écrits. Les études consultées me permettront d'éclairer les choix qui ont été faits dans ce mémoire.

1.5 Appropriation de la situation

Tel que mentionné dans la section précédente, je vais effectuer une synthèse de l'état de la question afin de structurer les recherches mentionnées, pour mieux définir le problème de recherche.

Tout d'abord, on retrouve plusieurs applications des probabilités dans la vie quotidienne (Rosenthal, 2009). Plusieurs conceptions se manifestent chez les gens autour des phénomènes aléatoires. En ce sens, une compréhension inadéquate des notions probabilistes peut amener une personne à participer irrationnellement à des jeux de hasard et d'argent sans être consciente du risque réel de perdre (Benhsain, 2002 ; Benhsain, Taillefer et Ladouceur, 2004 ; Ladouceur *et al.*, 2000b). De plus, certaines conceptions erronées se renforcent avec le temps (Fischbein et Schnarch, 1997).

En conséquence, l'élève devrait être sensibilisé au jeu excessif dans son milieu scolaire (Savard, 2008). D'ailleurs, le cours de mathématiques sur les probabilités est propice à la discussion sur les jeux de hasard et d'argent, dans lequel on pourrait confronter les conceptions des élèves (Fischbein et Schnarch, 1997 ; Gouvernement du Québec, 2007 ; Konold, 1995 ; Shaughnessy, 1992). Dans certains cas, malgré l'enseignement des probabilités auprès des élèves, plusieurs de leurs conceptions erronées demeurent résistantes au changement (Batanero et Serrano, 1999). De surcroît, un enseignement inadéquat peut renforcer les conceptions erronées d'un élève (Poirier et Carbonneau, 2002 ; Rouan et Pallascio, 1994).

Donc, l'enseignement doit être adapté pour ébranler et favoriser une possible évolution des conceptions des élèves (Dubois, 2002 ; Savard, 2008). Il semble que l'utilisation de la technologie (Kissane et Kemp, 2010 ; Theis et Savard, 2010a, 2010b ; Zimmermann, 2002) et le recours à la discussion en grand groupe (Theis et Savard, 2010b ; Watson et Kelly, 2004) puissent favoriser l'évolution des conceptions des élèves.

1.6 Question de recherche

En délimitant la problématique autour de l'apprentissage des probabilités, il me semble qu'une étude plus approfondie des conceptions d'élèves en lien avec les probabilités serait nécessaire. Alors que la plupart des recherches consultées ont identifié des conceptions d'élèves pour les répertorier et les classifier, je souhaite davantage les explorer en profondeur selon les manifestations des élèves en classe.

Ainsi, je vise à mieux comprendre certaines conceptions d'élèves et à analyser l'évolution de celles-ci à travers une séquence d'enseignement.

Au terme de ce mémoire, je souhaite être davantage éclairé par rapport à la question de recherche que voici : **comment se manifestent et évoluent certaines conceptions d'élèves de niveau secondaire lors d'une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent ?**

Cette question de recherche sera précisée au prochain chapitre par l'élaboration de questions spécifiques de recherche, qui seront appuyées sur les concepts fixés dans le *Cadre conceptuel.*

CHAPITRE II

CADRE CONCEPTUEL

Ce chapitre contient les assises théoriques sur lesquelles je m'appuierai dans cette recherche. Celles-ci me permettront de mieux comprendre le problème de recherche défini dans le chapitre précédent. Ainsi, la présente partie du mémoire me permettra de préciser ce que je souhaite observer lors de l'expérimentation, tout en servant de cadre d'analyse.

Tout d'abord, je présenterai la position épistémologique qui décrit ma vision du monde. Puisque cette prise de position influence ma vision de l'apprentissage, il me paraît important de préciser, dans cette recherche, comment je conçois qu'un élève apprend. Ensuite, je présenterai l'analyse conceptuelle en décrivant les concepts à l'étude dans ce mémoire. Pour ce faire, cette section contiendra les définitions sur lesquelles je m'appuierai pour certains termes ambigus, la classification des conceptions identifiées dans les écrits et le choix des conceptions qui seront étudiées. Par la suite, un retour sur le *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2007) me permettra de situer les concepts scolaires qui pourraient favoriser l'émergence des conceptions ciblées. Finalement, les assises théoriques que je fixerai me permettront de préciser la question de recherche en plusieurs questions spécifiques.

2.1 Position épistémologique

Afin de bien illustrer ma vision de l'apprentissage et ma vision du monde, qui influencent les choix d'éléments du cadre théorique, je juge qu'il est nécessaire de faire état de mes propres perspectives épistémologiques. Pour ce faire, je dois préciser le paradigme que j'ai adopté, à la suite de nombreux questionnements. Durant les dernières années, je me suis interrogé sur ma perception de l'apprentissage. Pour ce faire, j'ai longuement réfléchi à l'existence d'une réalité externe qui est indépendante de chacun de nous ainsi qu'à la nature des connaissances. En étant initié aux principes qui définissent le constructivisme, j'ai trouvé plusieurs réponses qui me semblent satisfaisantes et porteuses de sens.

D'abord, l'apprentissage peut être perçu différemment selon la théorie qu'on adhère. Une théorie de l'apprentissage est un cadre de référence qui permet d'analyser l'apprentissage à travers une certaine lunette d'approche. Ces paradigmes décrivent leurs mécanismes d'apprentissage et sont accompagnés d'une épistémologie. Bien qu'il soit tentant d'établir des liens entre des façons de concevoir l'apprentissage et des méthodes d'enseignement, il faut se rappeler qu'une théorie de l'apprentissage n'est pas une théorie de l'enseignement. Plus précisément, une théorie de l'apprentissage vise seulement à expliquer comment un élève apprend et non comment lui enseigner, même si des implications possibles peuvent être proposées entre une théorie de l'apprentissage et une théorie de l'enseignement.

Parmi les différentes théories de l'apprentissage que je connais, le constructivisme me semble la plus appropriée[30] : cette théorie est cohérente avec ma vision du monde et de l'apprentissage, en plus de permettre des implications possibles en enseignement qui sont concordantes, sans créer de glissements épistémologiques. Il est à noter que cette perspective tient compte des aspects sociaux dans le développement des connaissances (von Glasersfeld, 1994), sans toutefois les placer à l'avant-plan. Je suis d'avis que l'apprentissage des élèves se réalise d'abord individuellement plutôt que socialement.

---

[30] J'aurais pu comparer le constructivisme à d'autres théories de l'apprentissage (béhaviorisme, socioconstructivisme, sciences de la complexité, cognitivisme et énaction), mais je préfère me concentrer sur ce paradigme dans ce mémoire.

Mais d'où vient le constructivisme et en quoi cela consiste-t-il ? Piaget est reconnu pour ses illustres travaux en psychologie du développement qui ont donné naissance à la perspective épistémologique nommée constructivisme. Sa théorie, appliquée au milieu de l'éducation, repose sur le rôle de l'élève dans la construction de ses connaissances qui sont viables. Les connaissances sont construites par l'interaction entre les connaissances de l'élève et son milieu afin de donner un sens au monde qui l'entoure.

Lorsque l'élève apprend en incorporant une nouvelle notion à partir de ses connaissances antérieures, Piaget (1967) indique que cette interaction s'appelle l'*assimilation*. L'élève est plutôt en processus d'*accommodation* lorsqu'il doit réorganiser ses connaissances pour préserver leur viabilité. Ces deux processus mentaux forment l'*adaptation* des connaissances (Piaget, 1967). De plus, l'assimilation et l'accommodation sont autorégulées par un processus d'*équilibration* qui assure le maintien de l'équilibre entre les connaissances de l'élève et son milieu (Piaget, 1975).

von Glasersfeld a lui aussi publié des textes pour mieux définir le constructivisme. Ce psychologue a voulu rétablir les principes de cette théorie de l'apprentissage, en raison d'interprétations déformées de celle-ci. Plusieurs personnes invoquent le constructivisme en faisant référence à des éléments contradictoires. Ainsi, ils utilisent maladroitement les mécanismes du constructivisme sans tenir compte de l'épistémologie qui s'y rattache. Von Glasersfeld nomme cette théorie le « constructivisme trivial », en raison de son application grossière du constructivisme proposé par Piaget. Donc, il fonde le « constructivisme radical » qui s'appuie directement sur les fondements – ou les racines, d'où le mot radical – établis par Piaget (von Glasersfeld, 1994, 2004). Ainsi, lorsqu'il fait référence au constructivisme radical, il se distingue du constructivisme trivial dans le but d'éviter toute confusion. D'ailleurs, je partage l'avis de Jonnaert qui se positionne quant à cette distinction : « Peut-être cet adjectif 'radical' est-il excessif, mais il exprime clairement le refus de tout compromis qui en dénaturerait les fondements. Or c'est bien ce retour aux fondements du constructivisme qui en assure toute sa fécondité » (Jonnaert, 2007, p. 21).

En revenant à la notion d'apprentissage, on remarque que ce terme peut être perçu à la fois comme un processus et un résultat (Giordan, 1998). Ici, ce qui m'intéresse davantage, c'est le processus de l'apprentissage, qui se décrit plus naturellement par le verbe apprendre. Ainsi, apprendre est un processus complexe qui est perçu différemment selon la lunette d'approche fournie par diverses théories de l'apprentissage. Pour un constructiviste, un élève apprend à l'aide d'opérations mentales et d'adaptations dans son monde d'expériences, ce qui lui permet de construire des connaissances viables selon lui. Ainsi, les connaissances des apprenants ne peuvent pas leur être transmises ou être reçues passivement par l'environnement.

Pour un constructiviste, la réalité est vécue dans nos expériences individuelles et n'est qu'une construction de l'esprit, qui demeure relative à chaque personne. On dit qu'il adopte une position agnostique face à la réalité puisqu'il ne sait pas s'il existe une réalité externe et qu'il ne cherche pas à le savoir. Cela s'explique par le fait que le constructiviste ne prétend pas rechercher une vérité absolue, mais plutôt une viabilité des connaissances que lui procure la réalité, par son monde d'expériences.

D'ailleurs, lorsqu'on utilise le terme « viabilité », on fait un choix qui exprime notre perception de la nature des connaissances. Dans le constructivisme, on dit qu'une connaissance est viable plutôt que de dire qu'elle est vraie. Ce choix est conforme à notre perception individuelle de la réalité. En adhérant à l'existence d'une réalité externe, on pourrait dire que les connaissances sont vraies ou fausses, tout dépendant si elles décrivent adéquatement ou non cette réalité externe. Par opposition, je pense plutôt que les connaissances sont viables puisque la seule réalité qui m'intéresse est mon monde d'expériences qui me permet de donner un sens à l'environnement qui m'entoure.

Pour être plus exact, je pense qu'il faudrait toujours que le mot « viable » soit suivi de « selon ... ». Ainsi, à la suite de mes expériences et de mes constructions mentales, une connaissance sera viable selon moi. Un autre apprenant pourrait, de par ses expériences, être d'avis que cette connaissance n'est pas viable selon lui. Aussi, lorsqu'on veut établir une référence pour s'entendre en société, on dira qu'une connaissance est (ou n'est pas) viable selon la communauté mathématique. Par exemple, on peut affirmer que la relation de Pythagore dans un triangle rectangle est une connaissance qui est viable pour nous, selon les règles qui ont été fixées en mathématiques.

2.2 Analyse conceptuelle

Dans cette section, je définis plusieurs termes relatifs à mon projet, selon ma position épistémologique. Pour bien comprendre les termes utilisés dans ce mémoire de maîtrise, je présente les définitions sur lesquelles je m'appuie en ce qui concerne les notions de conception, de préconception, de fausse conception, de complexification conceptuelle, de hasard et de jeux de hasard et d'argent. Ensuite, les conceptions sont classifiées selon des études qui les ont fait ressortir. Cette section se termine ensuite avec l'étude de certaines conceptions que j'ai choisies pour cette recherche.

2.2.1 Définitions

Puisque les auteurs anglophones utilisent les termes « conception » (*conception*), « preconception » (*préconception*) et « misconception » (*fausse conception* ou conception erronée), je veux m'assurer de bien distinguer ces termes afin d'éviter toute ambiguïté. Je décrirai ensuite en quoi consiste l'évolution des conceptions selon le processus de *complexification conceptuelle*. Aussi, je précise le sens que j'accorde aux termes *probabilité*, *hasard*, *jeux de hasard et d'argent* et *chance*.

2.2.1.1 Conception

Dans la recension des écrits, plusieurs auteurs parlent de conceptions des élèves en assumant que celles-ci mènent à des erreurs. Dans ce mémoire de maîtrise, le terme « conception » est utilisé de façon neutre, en accord avec ma position épistémologique. Une conception peut être viable pour un élève dans une situation donnée, alors qu'elle ne sera pas viable dans une autre situation. Voilà pourquoi on dit que les conceptions admettent un domaine de validité restreint.

La notion de conception a été développée par plusieurs auteurs[31]. D'abord, Fischbein (1975) se penche sur la notion de conception, mais en utilisant plutôt le terme « intuition », au sens d'une acquisition cognitive ou une croyance qui est spontanée, globale et évidente pour l'individu. D'ailleurs, il affirme que les intuitions qui paraissent évidentes pour l'apprenant peuvent lui être utiles, mais peuvent aussi mener à des raisonnements erronés. Tout comme Fourez et Larochelle (2003) qui affirment qu'une conception peut être un modèle spontané, je pense que certaines conceptions sont évidentes pour un élève. Par exemple, il peut penser naturellement que la distance la plus courte entre deux points est déterminée par la droite qui passe par ceux-ci. Peut-on dire que la conception est réfléchie si elle prend la forme d'une intuition évidente ? Sfard (1991) affirme que les conceptions sont des perceptions individuelles des concepts et qu'elles peuvent très bien s'appuyer sur une réflexion et pas seulement sur une idée préconçue. C'est ce dernier point de vue que je retiens pour ce mémoire.

Artigue (1990) accorde une importance particulière aux conceptions des élèves. Cette citation explique pourquoi l'enseignant doit être conscient des multiples conceptions d'élèves :

> La notion de conception répond en effet, me semble-t-il, à deux nécessités distinctes :
> - Mettre en évidence la pluralité des points de vue possibles sur un même objet mathématique, différencier les représentations et mode de traitement qui lui sont associés, mettre en évidence leur adaptation plus ou moins bonne à la résolution de telle ou telle classe de problèmes.
> - Aider le didacticien à lutter contre l'illusion de transparence de la communication didactique véhiculée par les modèles empiristes de l'apprentissage, en lui permettant de différencier le savoir que l'enseignement veut transmettre et les connaissances effectivement construites par l'élève. (Artigue, 1990, p. 265)

---

[31] Pour ma recension des écrits, je retiens les textes qui s'inscrivent davantage dans le paradigme qui a été choisi dans ce mémoire. J'ai aussi décidé de ne pas considérer les travaux de Balacheff, «Conception, connaissance et concept» , étant donné la complexité du modèle qui est axé sur un formalisme accru, ce qui affecte inévitablement la compréhension et l'accessibilité de la théorie. Je retiens toutefois que, selon ce modèle, une conception est constituée d'un ensemble de problèmes (P), d'un ensemble d'opérateurs (R), d'un système de représentation (L) et d'une structure de contrôle (Σ). Balacheff décrit ensuite une structure pour expliquer qu'un concept est déterminé par différentes connaissances qui sont déterminées par un ensemble de conceptions caractérisées par un quadruplet (P, R, L, Σ).

Cet extrait me semble porteur de sens puisqu'il amène l'idée que les conceptions sont différentes d'un élève à l'autre, ce pourquoi l'enseignant doit tenter de comprendre ces conceptions afin d'en tirer avantage. La confrontation de différents points de vue peut assurément développer le raisonnement des élèves, ce qui permettra aux conceptions de s'adapter. Aussi, Artigue (1990) indique qu'un enseignant doit être conscient du décalage entre les conceptions des élèves et celles qu'on voudrait qu'ils développent pour être en accord avec la communauté scientifique.

Brousseau (1998) insiste quant à lui sur le caractère dynamique des conceptions, comme l'illustre la citation suivante :

> Nous admettrons donc que la constitution du sens, tel que nous l'entendons, implique une interaction constante de l'élève avec des situations problématiques, interaction dialectique (car le sujet anticipe, finalise ses actions) où il engage des connaissances antérieures, les soumet à révision, les modifie, les complète ou les rejette pour former des conceptions nouvelles. (Brousseau, 1998, p. 120)

Cette idée semble rejoindre le paradigme constructiviste puisque, suivant cette idée, les conceptions seraient construites en adaptation (Piaget, 1967) à partir des connaissances antérieures et des autres conceptions qui y sont reliées. Fischbein (1975) précise d'ailleurs que les intuitions sont adaptatives et donc influençables par un enseignement systématique[32]. Dans un même ordre d'idées, Savard (2008) avance que les conceptions « sont des compensations face à une perturbation [soit] les réponses aux régulations émises afin de préserver l'équilibre des structures cognitives lors de l'adaptation » (Savard, 2008, p. 72). Un autre élément intéressant dans le dynamisme des conceptions est que celles-ci ne sont pas stables, qu'elles évoluent. En admettant qu'une conception puisse évoluer, Rouan et Pallascio (1994) ajoutent que la conception peut être accompagnée d'une certaine instabilité :

---

[32] Dans un article de Fischbein, Bărbat et Mînzat, «Intuitions primaires et intuitions secondaires dans l'initiation aux probabilités» , on y explique que l'enseignement permet de transformer les intuitions primaires, soit « celles qui se manifestent avant et en dehors d'un enseignement systématique » (ibid., p. 265.), en des intuitions secondaires, soit « celles qui ont été construites systématiquement dans le processus d'enseignement » (ibid., p. 266.).

> En résumé, nous dirons que les conceptions se situent à l'intérieur d'un processus continu d'organisation des nouvelles connaissances de sorte qu'elles soient cohérentes avec les constructions antérieures. Cette construction (la conception), vue comme une tentative de donner du sens à une nouvelle expérience, acquiert un aspect dynamique. En plus, elle peut être floue et plus ou moins instable, c'est-à-dire elle n'est pas obligatoirement stable, explicite et assez justifiée, comme c'est le cas pour le raisonnement spontané ou le modèle intuitif. (Rouan et Pallascio, 1994, p. 396)

Je précise à mon tour que les conceptions d'un élève peuvent paraître instables d'un point de vue extérieur puisqu'elles évoluent et se transforment, mais qu'elles ne sont pas nécessairement instables pour l'apprenant puisque ses conceptions sont viables pour lui à un moment précis et dans une situation donnée. Par exemple, un enfant qui doit obtenir un six sur un dé régulier pour commencer un jeu peut percevoir qu'il est plus difficile d'obtenir un six que les autres possibilités, s'il lui a fallu plusieurs essais avant d'obtenir un six. Puisque cette constatation est viable pour lui, il pourrait avoir des difficultés à accepter que les six faces d'un dé régulier ont toutes les mêmes probabilités d'être obtenues.

Brousseau (1998) ajoute que les conceptions sont locales, car elles permettent de résoudre des problèmes dans certaines conditions. En changeant les conditions d'un problème, on peut constater qu'une généralisation des conceptions peut amener l'élève à commettre des erreurs. Savard (2008) abonde dans le même sens en ajoutant que les conceptions ne sont viables que dans un domaine de validité restreint. Dans ce sens, une conception n'est viable que dans son domaine de validité et ne peut donc pas être généralisée dans tous les contextes. Par exemple, on peut avoir la conception que la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°. Cependant, cette conception n'est viable que dans la géométrie euclidienne. Par exemple, dans la géométrie sphérique, la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est supérieure à 180°.

Dubois (2002) présente sa définition de la notion de conception, en s'appuyant sur la définition de Janvier (1987) :

> Nous emploierons le mot conception selon le sens qui lui a été attribué par Janvier (1987). Ainsi, une conception est une construction mentale élaborée à partir de l'interaction entre les connaissances antérieures (sous forme d'images mentales déjà établies) et d'une nouvelle expérience chez un sujet donné. (Dubois, 2002, p. 5)

Je retiens de l'extrait précédent que les conceptions apparaissent sous la forme de constructions mentales, afin de donner un sens aux expériences vécues par l'apprenant. Dans un même ordre d'idées, les conceptions sont considérées par De Vecchi (1992) comme des modèles explicatifs, car elles permettent de fournir des explications sur des idées ou des phénomènes qui surviennent autour de nous. Ainsi, ces dernières idées sont en cohérence avec ma posture épistémologique puisque, suivant celle-ci, l'apprenant tente d'expliquer et de donner un sens à son monde d'expérience à l'aide de ses conceptions.

Dans un autre ordre d'idées, Giordan (1998) dresse le portrait suivant d'une conception :

> Idées, images, mode de raisonnement, modèle explicatif, façons de produire du sens : le portrait-robot d'une conception s'esquisse. Outil pour connaître l'apprenant, moyen de comprendre ses difficultés, elle fait prendre conscience de la lenteur des processus d'apprentissages. Mais il est une conception... sur les conceptions qu'il importe de cerner : les méta-conceptions, qui constituent de fréquents obstacles pour comprendre la très subtile mécanique de l'apprendre. Essayons de les aborder d'emblée et, si possible de les ébranler. La conception d'un apprenant n'est pas «juste» ou «fausse». Ni «conforme» ou «inadéquate». Elle est seulement «opératoire» ou inefficiente. Elle permet, avec plus ou moins de facilité ou de pertinence, d'expliquer, de prévoir ou d'agir. [...] Toute conception peut agir à la fois comme un savoir «acceptable» et comme une magnifique erreur. [...] À notre sens, tout savoir reconnu par une communauté de référence demeure une conception. (Giordan, 1998, p. 67-68)

Dans cette citation, je retiens qu'une conception permet de mieux connaître l'apprenant. En effet, en comprenant sa façon de donner un sens à ce qui l'entoure, on peut mieux identifier ses difficultés d'apprentissage et ainsi tenter d'ébranler les conceptions qui mènent à ces difficultés. Aussi, l'auteur semble affirmer qu'une conception est une connaissance viable selon l'apprenant, ce qui rejoint les idées de Brousseau (1998) et de Savard (2008). Selon Giordan, une conception n'est ni vraie, ni fausse, mais plutôt opératoire ou non. Cela rejoint le concept de viabilité où l'apprenant juge que sa connaissance est viable si elle lui permet de donner un sens au monde qui l'entoure.

Alors, à partir des idées retenues parmi les écrits scientifiques, j'établis ma propre définition de la notion de conception. Dans ce projet de recherche, je considère qu'une conception est un type de connaissance locale, soit une construction mentale adaptative, servant à expliquer le monde qui nous entoure à partir de nos connaissances antérieures.

Ainsi, une conception est dynamique et peut donc évoluer à travers le temps. Aussi, une conception est viable dans son domaine de validité, mais ne peut pas être généralisée pour tous contextes. De plus, même si une conception prend parfois la forme d'une intuition évidente pour l'apprenant, elle peut tout de même reposer sur une réflexion mentale, que cette réflexion soit consciente ou non. Puisqu'on ne peut pas atteindre directement les conceptions d'un élève, je vais tenter de les inférer à partir des manifestations qui émergent dans certains contextes.

2.2.1.2 Préconception

Shulman (1986) affirme que les élèves arrivent en classe avec des préconceptions (preconceptions), au sens de conceptions initiales. Ces préconceptions sont alors des idées préconçues sur une notion – qui peuvent être vraies ou fausses – avant qu'un enseignement soit institutionnalisé[33]. Si ces préconceptions amènent les élèves à commettre des erreurs, Shulman affirme que les enseignants doivent établir des stratégies pour réorganiser la compréhension des apprenants. Il mentionne aussi que de nombreuses recherches ont fait ressortir les conditions nécessaires pour dépasser ces préconceptions en les transformant. Je reviendrai subséquemment sur les façons possibles de percevoir la transformation des conceptions, soit selon le changement conceptuel ou la complexification des conceptions.

Dans ce mémoire, je n'utiliserai pas le terme « préconception » puisque celui-ci ne semble rien apporter de plus que le terme « conception » défini précédemment. Plutôt que de parler de préconception, je peux tout aussi bien parler de la conception d'un apprenant avant un certain enseignement, ce qui concorde davantage avec ma position épistémologique.

[33] Une préconception est similaire à l'idée d'intuition primaire de Fischbein, Bărbat et Mînzat (ibid.).

2.2.1.3 Fausse conception

Dans les écrits anglophones, le terme « fausse conception » (misconception) est souvent utilisé en lien avec une connaissance erronée d'un élève. Voici comment Dubois perçoit une fausse conception :

> Donc, une fausse conception serait une construction mentale erronée qui naît la plupart du temps de façon timide et inconsciente, souvent dès le jeune âge, puis qui est renforcée par le fait qu'elle est rarement remise en question et souvent répandue chez une grande partie de la population. [...] De plus, la majorité des auteurs s'étant intéressés au sujet, pensons à Lecoutre et Durand (1988) et Shaughnessy (1992), s'entendent pour dire que lorsqu'une fausse conception existe, elle est souvent très résistante au changement. (Dubois, 2002, p. 5)

De mon point de vue, le terme « fausse conception » (tout comme préconception) est lourd de sens, car il implique qu'il existe des conceptions qui sont vraies ou fausses. Selon la position épistémologique que j'ai choisie, cela est incohérent. Pour un constructiviste, une conception n'est ni vraie, ni fausse; on peut seulement juger de la viabilité d'une conception, selon le monde d'expériences de l'apprenant.

Lorsque la conception d'un élève n'est pas viable selon la communauté mathématique, on dira que cette conception en construction peut *différer* des savoirs établis, s'y *opposer*, les *contredire* ou *entrer en conflit* avec ceux-ci. On peut alors préciser dans ce cas qu'il s'agit d'une conception *alternative* (Savard, 2008) par rapport aux conceptions visées si celle-ci constitue potentiellement « un obstacle cognitif envers l'acquisition d'un savoir » (Savard, 2008, p. 73).

Donc, dans le cas où un élève exprime une erreur basée sur sa conception d'un phénomène donné, je dirai dans ce mémoire qu'il manifeste une conception *alternative* par rapport aux conceptions visées.

2.2.1.4 Complexification conceptuelle

Afin de mieux comprendre comment un élève apprend, il faut définir la façon dont ses conceptions évoluent. Selon mes lectures sur la didactique des sciences[34], les conceptions se transforment selon le changement conceptuel ou selon la complexification conceptuelle.

Suivant l'approche du *changement conceptuel* (conceptual change), l'enseignement vise à remplacer les conceptions des élèves par des savoirs scientifiques (Strike et Posner, 1985). Ce changement prend sa source dans le besoin pour l'élève d'abandonner ses conceptions initiales pour faire place à de nouvelles conceptions plus adéquates. Ainsi, lorsque la conception ne permet plus à l'apprenant de donner un sens au monde qui l'entoure, il se tourne vers une nouvelle conception qui doit lui paraître intelligible, plausible et féconde. Il est à noter qu'une conception peut être remplacée de façon inconsciente par l'apprenant.

Cependant, tout comme le font remarquer Larochelle, Désautels et Ruel (1992), cette théorie du changement conceptuel s'oppose à la vision de l'apprentissage du constructivisme : « Enfin, l'idée naïve selon laquelle une connaissance peut être remplacée par une autre lors d'un processus de substitution est elle-même contradictoire dans le cadre de la perspective constructiviste » (p. 40). En effet, dans le paradigme constructiviste, l'apprentissage s'effectue par l'adaptation des connaissances. Ainsi, les conceptions ne sont tout simplement pas remplacées par d'autres conceptions plus appropriées, mais plutôt transformées en d'autres conceptions viables selon l'apprenant. On peut alors se demander comment se transforment les conceptions.

Pour répondre à cette question, je m'appuie sur l'approche de la *complexification conceptuelle* (Larochelle, Désautels et Ruel, 1992). Celle-ci décrit la reconstruction de nouvelles connaissances comme une réorganisation des structures conceptuelles, en les considérant comme les éléments d'un système complexe. Puisque les conceptions sont

[34] Je me suis tourné vers les travaux en didactique des sciences puisque ce domaine de recherche regroupe plusieurs travaux sur les conceptions en sciences et la façon dont elles évoluent. Je considère que ces travaux peuvent aussi être utilisés en didactique des mathématiques.

constamment en processus de réorganisation, on peut dire que le système complexe est en état de semi-équilibre. Les conceptions sont donc viables à un moment précis selon l'apprenant, puis doivent être réorganisées lorsqu'elles ne lui permettent plus de donner un sens à son monde d'expériences. Dans ce modèle, contrairement au changement conceptuel, les conceptions ne sont pas remplacées. Puisqu'elles ne disparaissent pas, il est possible qu'un élève complexifie ses conceptions dans un contexte donné sans toutefois se complexifier dans d'autres contextes.

Savard (2008) adopte aussi l'approche de la complexification des conceptions qu'elle décrit de la façon suivante :

> [La] structuration des connaissances est également une complexification conceptuelle, car les connaissances des apprenants ne sont pas détruites ou remplacées lors de déséquilibres cognitifs, elles sont réorganisées lors d'une adaptation. Au fil du temps, les conceptions se transforment et se complexifient vers un niveau plus abstrait. (Savard, 2008, p. 75)

Ainsi, c'est dans la perspective de la complexification conceptuelle que je perçois la transformation ou l'évolution des conceptions. Il est à noter que le processus de complexification conceptuelle peut prendre beaucoup de temps et qu'il peut être enclenché par divers facteurs. Pour entamer un processus de complexification conceptuelle, je pense que la conception de l'apprenant doit être *ébranlée*, sans quoi sa conception lui semble toujours viable. Dans le cas où la conception de l'apprenant est *ébranlée* ou déséquilibrée, ses structures conceptuelles doivent être rééquilibrées, ce qui lui permet d'entrer dans un processus de complexification conceptuelle. Il est à noter que cet *ébranlement* d'une conception peut provenir de différents facteurs tels que l'apprenant lui-même, son enseignant, ses pairs, son environnement, etc. Je dirai que la conception d'un apprenant a été *remise en doute* dans le cas où l'apprenant réfléchit, mais demeure sur ses positions sans entamer un processus de complexification conceptuelle.

Selon moi, il est difficile d'affirmer avec certitude qu'une conception d'élève est *complexifiée*, au sens de l'état final de la conception puisque la conception d'un élève peut se complexifier dans un contexte donné sans toutefois se complexifier dans d'autres contextes. Alors, à la suite de l'ébranlement d'une conception d'élève, je dirai que cet élève a entamé un processus de complexification conceptuelle, en évitant toutefois de prétendre trop rapidement que la conception a été *complexifiée*. Dans l'évolution d'une conception, je m'intéresse donc plus particulièrement au processus qu'à l'état final.

2.2.1.5 Probabilité

Puisque ce mémoire repose sur l'apprentissage de probabilités, on peut se poser la question suivante : qu'est-ce qu'une probabilité ? Ainsi, il me semble primordial de définir plus formellement la signification que j'associe au terme « probabilité » dans ce projet de recherche.

D'abord, selon le dictionnaire *Le nouveau Petit Robert de la langue française 2009*, une probabilité est une « grandeur par laquelle on mesure le caractère aléatoire (possible et non certain) d'un évènement d'un phénomène par l'évaluation du nombre de chances d'en obtenir la réalisation » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 2028). Cette définition nous renseigne sur l'aspect quantitatif d'une probabilité, selon une mesure attribuée à la réalisation d'un évènement dans une expérience aléatoire.

Dans le dictionnaire mathématique intitulé *Les probabilités et la statistique de A à Z* (Dress, 2004), la probabilité est définie comme un « nombre réel, compris entre 0 et 1, attribué à un évènement » (p. 144).

Selon le point de vue mathématique que j'adopte dans ce mémoire, je considère qu'une probabilité est un nombre réel dont la valeur est toujours comprise entre 0 et 1 inclusivement. On peut exprimer cette valeur sous trois notations : pourcentage, fractionnaire ou décimale. Aussi, une probabilité est toujours associée à un évènement. Par exemple, lors d'un lancer d'une pièce de monnaie, on peut s'intéresser à l'évènement *obtenir « pile »*. La probabilité que cet évènement se produise est de 50%, 1/2 ou 0,5. Ces trois écritures sont équivalentes et peuvent toutes être utilisées pour exprimer la probabilité qu'un tel évènement se réalise.

2.2.1.6 Hasard

Étant donné que le hasard occupe une place primordiale dans ce mémoire de maîtrise, il est important de définir ce que le terme « hasard » signifie. Selon le dictionnaire *Le nouveau Petit Robert de la langue française 2009* (Rey-Debove et Rey, 2009), l'étymologie nous apprend que le mot hasard provient du mot arabe *az-zahr* qui signifie *le dé*. Ainsi, il semble que les origines du hasard soient associées aux dés, ce qui est conforme avec la brève analyse historique présentée dans le chapitre précédent. Dans ce même ouvrage, le hasard est défini comme une « cause fictive de ce qui arrive sans raison apparente ou explicable, souvent personnifiée au même titre que le sort, la fortune, etc. » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 1217). Le mot hasard est aussi associé à diverses interprétations de danger, d'incertitude, de coïncidence, de chance et de malchance : « risque, circonstance périlleuse [...] cas, évènement fortuit; concours de circonstances inattendu et inexplicable[...] sans réflexion, sans choix ni règle » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 1217). On peut voir que le mot hasard est utilisé dans différentes significations, ce qui affectera inévitablement les conceptions qu'on se fait du hasard.

Dans le dictionnaire mathématique intitulé *Les probabilités et la statistique de A à Z* (Dress, 2004), le hasard est le « terme que l'on rencontre, soit dans la langue courante [...] pour désigner notre impuissance à prévoir ou à contrôler, soit dans des locutions du calcul des probabilités » (p. 95). Cette double utilisation du terme « hasard » dans le monde commun et dans le monde des mathématiques renforce les diverses *conceptions du hasard* d'une personne, tout dépendant de la situation dans laquelle il l'utilise. En ce sens, les conceptions qu'on se fait du hasard sont influencées par le contexte donné de la situation aléatoire.

Cela m'amène à définir ce qu'est une situation aléatoire (ou liée au hasard). Selon le dictionnaire *Le nouveau Petit Robert de la langue française 2009*, un jeu de hasard est un jeu « où le calcul, l'habileté n'ont <u>aucune</u> part » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 1217, je souligne). Selon moi, cette définition peut être interprétée de différentes façons. Je pense que le calcul et l'habileté n'ont effectivement aucune part sur l'issue d'une expérience aléatoire. En d'autres mots, il n'est pas garanti qu'un joueur gagnera à un jeu de hasard, malgré une grande expérience et de nombreux calculs de probabilités de gains. Toutefois, je suis d'avis que les calculs permettent d'éclairer une prise de décision. Par une modélisation mathématique de situations aléatoires, on peut prédire les résultats selon une certaine probabilité de réalisation. Bien entendu, cette modélisation ne permet pas de prédire avec certitude le prochain résultat d'un jeu de hasard, mais nous donne toutefois une idée générale de l'ensemble des résultats à long terme. Dans ce sens, je ne peux pas affirmer que le calcul n'a aucune part dans un jeu de hasard.

Selon certains psychologues, une situation de hasard survient « [lorsqu'il] est impossible de contrôler l'issue d'un évènement. L'imprévisibilité règne en maître. Pourtant, le joueur ne réalise pas toujours que le jeu repose sur le hasard » (Ladouceur *et al.*, 2000b, p. 13). J'ajouterais que, même si le joueur réalise que le jeu repose sur le hasard, sa compréhension du hasard peut être trompeuse. Si sa *conception du hasard* entre en conflit avec le savoir institutionnalisé dans un contexte donné, cela peut parfois l'amener à prendre de mauvaises décisions en situation de jeu. D'ailleurs, selon certaines recherches (Ladouceur, Ferland et Fournier, 2003), il semble que les joueurs excessifs manifestent des conceptions irrationnelles dans des situations de jeux de hasard et d'argent, pour tenter de contrôler le hasard.

Selon moi, une situation est aléatoire (ou liée au hasard) lorsqu'on ne peut pas prédire avec certitude ce qui va se réaliser. Ainsi, avant de lancer un dé régulier, je peux émettre une conjecture quant au résultat (qui peut être vérifiée par l'expérience), mais je ne peux pas prédire avec certitude le nombre qui sera obtenu. On peut donc dire qu'un lancer de dé est un exemple de phénomène aléatoire.

2.2.1.7 Jeux de hasard et d'argent

Puisque cette recherche concerne le hasard en situation de jeu, il faut que je précise en quoi consiste un jeu de hasard et d'argent. Pour ce faire, je m'appuie sur la définition suivante :

> Trois conditions doivent être réunies pour qu'on ait affaire à un jeu de hasard et d'argent : le joueur mise de l'argent ou un objet de valeur; cette mise, une fois placée, ne peut être reprise et, enfin, l'issue du jeu repose sur le hasard. (Ladouceur *et al.*, 2000b, p. 13)

Il existe donc plusieurs types de jeux de hasard et d'argent qui remplissent ces conditions tels que les loteries, les billets de loterie instantanée, les jeux de casino, le bingo, les appareils de loterie vidéo, les jeux de cartes (poker[35]) et les courses de chevaux (Marshall et Wynne, 2004).

Aussi, Savard (2008) suggère que la mise d'un jeu de hasard et d'argent peut prendre la forme d'un objet, d'argent, mais aussi d'une action. Par exemple, dans le cas où l'enjeu est une action, des joueurs peuvent jouer entre eux à « pile ou face » pour savoir qui va effectuer une tâche ménagère.

---

[35] Le poker est un jeu de hasard particulier puisqu'il y a une part de hasard et une part d'habilité. Cette habilité n'influence pas le hasard au sens où les cartes ne peuvent pas être contrôlées par une habileté quelconque (sauf si le joueur triche), mais elle peut permettre à un joueur de gagner même s'il ne possède pas la meilleure main, s'il arrive à faire coucher les mains des autres joueurs en donnant l'impression d'avoir une main meilleure que la leur. Je considère tout de même qu'il s'agit d'un jeu de hasard et d'argent puisqu'on ne peut pas prédire avec certitude ce qui va se réaliser, aussi développées soient les habiletés d'un joueur de poker.

2.2.1.8 Chance

Selon le dictionnaire *Le nouveau Petit Robert de la langue française 2009* (Rey-Debove et Rey, 2009), l'étymologie du mot « chance » indique que ce terme était d'abord associé à l'action de choir ou de tomber... et plus précisément à la « façon dont les dés tombent » (p. 392), ce qui suggère un lien avec la définition du hasard qui a été explorée précédemment. Dans la vie courante, le mot « chance » est utilisé sous plusieurs formes que je regroupe en deux catégories : la chance d'une personne (qu'on désigne par le terme « luck » en anglais) et les chances mathématiques (associées aux probabilités).

Dans le premier cas, la chance d'une personne peut se définir comme une « manière favorable ou défavorable selon laquelle un évènement se produit » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 392), ou être associée à une « puissance qui préside au succès ou à l'insuccès, dans une circonstance (fortune, sort) » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 392). En d'autres mots, la chance peut être considérée comme un « heureux hasard, sort favorable (bonheur, fortune, veine) » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 392) qui peut arriver à une personne qui est considérée comme chanceuse.

Pour la deuxième catégorie de significations du mot « chance », on désigne plutôt la « possibilité de se produire par hasard (éventualité, probabilité) » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 392). La chance qu'un évènement se produise est alors associée au nombre de possibilités, ce qui rappelle les probabilités qui ont davantage un sens mathématique[36].

Ainsi, la chance peut désigner la chance d'une personne (si elle est chanceuse) ou des chances mathématiques qui permettent de quantifier la probabilité qu'un évènement se réalise.

---

[36] On peut remarquer que le mot « chance » ne se retrouve pas dans le dictionnaire mathématique de Dress, *Probabilités et statistique de A à Z*, ce qui pourrait suggérer qu'il n'est pas considéré comme un terme mathématique à part entière.

2.2.2 Classification des conceptions[37]

La figure 2.1 présente un répertoire des conceptions probabilistes répandues chez les élèves de différents niveaux scolaires (primaire, secondaire et collégial), selon Savard (2008), Rouan et Pallascio (1994) et Dubois (2002) :

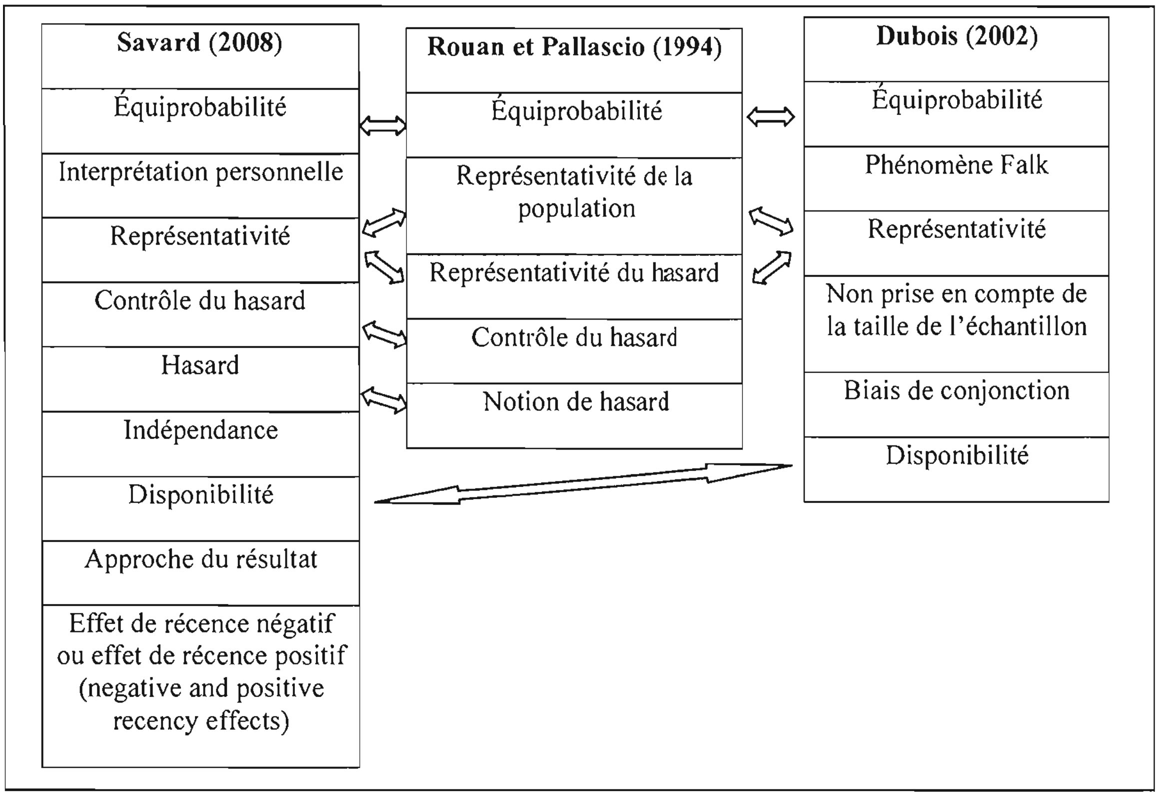


Figure 2.1 Classification des conceptions (Savard, 2008).

Comme on peut le voir dans la figure 2.1, les chercheurs ont ciblé des conceptions différentes, mais certaines d'entre elles ont été étudiées dans plus d'une recherche, ce qui est illustré par des flèches.

---

[37] Pour établir la présente classification, je me suis appuyé sur la thèse de Savard, *Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire: vers une prise de décision* . Il est à noter que j'ai repris les étiquettes exactes utilisées par les auteurs, même si celles-ci pouvaient signifier des « fausses conceptions » pour eux.

2.2.3 Choix des conceptions

À l'aide de cette classification, j'ai décidé de cibler cinq conceptions pour la poursuite du présent travail de recherche. Ces conceptions sont les *conceptions du hasard*[38] et les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*[39]. J'ai choisi ces conceptions puisque, selon les chercheurs qui les ont étudiées, elles se retrouvent chez plusieurs élèves du secondaire et elles me semblent particulièrement riches à analyser puisqu'elles sont distinctes, mais qu'elles paraissent néanmoins liées entre elles. En ce sens, elles se complètent bien pour l'étude que je veux mener.

Aussi, bien que ces conceptions aient déjà été documentées par la recherche pour permettre une classification des différentes conceptions qui se retrouvent chez des apprenants d'âges différents, il m'apparaît important de les étudier davantage en profondeur à partir des manifestations des élèves qui sont placés en situation aléatoire. Selon moi, les manifestations de ces conceptions devraient amener à comprendre un peu mieux comment les élèves conçoivent le hasard (*conceptions du hasard*), s'ils croient que tous les évènements d'une situation aléatoire sont équiprobables (conception *équiprobabilité*), s'ils pensent pouvoir contrôler une situation aléatoire (conception *contrôle du hasard*), s'ils se positionnent sur l'issue d'un jeu de hasard et d'argent (conception *approche du résultat*), et s'ils se fient sur les résultats passés pour prédire les résultats futurs (conception *dépendance*)... ce qui aura des influences primordiales sur les apprentissages en probabilités de ces élèves.

---

[38] Il est à noter que certaines *conceptions du hasard* ont émergé chez quelques élèves lors de l'expérimentation, alors j'ai décidé de m'y intéresser puisque je n'avais pas prévu étudier ces conceptions au début du processus de recherche. Au contraire, je souhaitais observer les manifestations de la conception *représentativité* étudiée dans plusieurs recherches (Batanero, Green et Serrano, «Randomness, its meanings and educational implications» ; Fischbein et Schnarch, «The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions» ; Lecoutre, Durand et Cordier, «A study of two biases in probabilistic judgments: Representativeness and equiprobability»), mais j'ai constaté lors de l'analyse des données que les conditions n'ont pas été favorisées pour faire émerger cette conception chez les élèves.

[39] J'ai décidé de nommer cette conception *dépendance* plutôt que *indépendance* pour préserver une cohérence avec le nom attribué aux autres conceptions. En effet, un élève qui manifeste cette conception croit que les résultats d'une expérience aléatoire sont dépendants et s'inter-influencent.

Je suis curieux de découvrir comment ces conceptions émergent chez les élèves et de voir si, et comment, elles peuvent être ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent. De plus, compte tenu du choix des conceptions ciblées dans cette recherche, je pense que la technologie peut être utilisée afin de favoriser l'émergence de ces conceptions dans une séquence d'enseignement sur les probabilités.

Le choix de ces conceptions a une influence majeure sur le reste du projet. Tout d'abord, ce choix a des répercussions sur la séquence d'enseignement. Je devrai donc cibler les concepts mathématiques qui permettront aux conceptions des élèves de se manifester (voir section 1.3). Le choix de ces concepts mathématiques m'amènera aussi à cibler le niveau scolaire des participants à cette recherche. Afin de bien comprendre en quoi consistent les conceptions choisies dans cette recherche, je vais définir chacune d'elles en les situant parmi les travaux de différents chercheurs.

Il est à noter que je m'intéresse particulièrement aux conceptions *alternatives* des élèves, soit celles susceptibles d'entrer en conflit avec les savoirs établis, puisque je veux tenter de comprendre comment celles-ci peuvent être ébranlées dans une séquence d'enseignement sur les probabilités. Dans la prochaine sous-section, un exemple est donné pour illustrer quel type de réponse permet d'inférer la manifestation d'une conception *alternative*.

2.2.4 *Conceptions du hasard*

Les *conceptions du hasard* sont liées aux idées que se font les personnes à propos du hasard. Des chercheurs (Briand, 2005 ; Fischbein, Nello et Marino, 1991 ; Rouan, 1990 ; Schwartz, 2006) ont ainsi pu faire ressortir des conceptions du hasard chez les élèves.

Pour certains élèves, on ne peut pas du tout prédire ce qui peut se passer dans un phénomène aléatoire puisque le résultat dépend uniquement du hasard (Fischbein, Nello et Marino, 1991). Briand (2005) a aussi observé ce phénomène et il pense que c'est une pensée déterministe qui amène l'élève à « attribuer au hasard l'imprévisibilité » (Briand, 2005, p. 257). Ainsi, puisque le hasard n'est pas déterminé par une cause quelconque, l'élève peut penser qu'on ne peut pas du tout prédire le résultat d'un phénomène aléatoire. Roy (2005) a d'ailleurs posé la question suivante à des étudiants : « Peut-on prévoir le hasard ? Pourquoi ? » (p. 369), ce qui lui a permis de faire émerger leurs *conceptions du hasard.*

Pour d'autres élèves, le hasard est partout ou, à l'opposé, il n'existe pas (Schwartz, 2006). Chez d'autres élèves encore, le hasard se retrouve seulement dans des situations de jeux et pas dans d'autres situations telles que la météorologie (Rouan, 1990).

Pour en savoir davantage sur la *conception du hasard* d'un élève, on peut simplement lui poser la question présentée à la figure 2.2.

Qu'est-ce que le hasard et dans quelle(s) situation(s) peut-on parler de « hasard »?

Figure 2.2 Question pour faire émerger des *conceptions du hasard.*

Tel que spécifié précédemment, on dit qu'une situation est aléatoire lorsqu'on ne peut pas en prédire l'issue avec certitude. C'est donc du hasard lorsqu'on s'intéresse aux résultats de lancers d'un dé régulier. Toutefois, il est possible de prédire le résultat d'un phénomène aléatoire, mais cette prédiction ne sera fiable qu'à une certaine probabilité près. Voilà pourquoi je peux affirmer que le prochain résultat du dé sera plus grand que 4, à une probabilité de 2/6. Puisque l'issue du jeu est incertaine, des élèves peuvent manifester leur *conception du hasard* en affirmant que le hasard est partout, qu'il n'existe pas, qu'on ne peut pas le prédire, etc.

2.2.5 Conception *équiprobabilité*

La conception *équiprobabilité* se manifeste lorsqu'on considère que des événements sont équiprobables alors qu'ils ne le sont pas (Fischbein, Nello et Marino, 1991 ; Fischbein et Schnarch, 1997 ; Konold *et al.*, 1993 ; Lecoutre, 1992 ; Lecoutre et Durand, 1988 ; Lecoutre, Durand et Cordier, 1990 ; Rouan, 1990). Par exemple, à la figure 2.3, je présente une question étudiée entre autres par Fischbein et Schnarch (1997) pour permettre à la conception *équiprobabilité* de se manifester.

Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément. Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?

a) obtenir 5 et 6;

b) obtenir 6 et 6;

c) les deux ont les mêmes chances.

Figure 2.3 Question pour faire émerger la conception *équiprobabilité.*

Lorsqu'on lance deux dés, la probabilité d'obtenir un 5 et un 6 est égale à 2/36 (ou1/18), alors que la probabilité d'obtenir deux 6 est égale à 1/36. Ainsi, la réponse à cette question qui décrit une compréhension adéquate des probabilités de deux évènements est le choix a). Toutefois, bien que ces deux évènements ne soient pas équiprobables, certains élèves pensent à tort qu'ils le sont et choisissent ainsi la réponse c). Cela laisse penser qu'ils manifestent la conception *équiprobabilité.*

La justification de l'élève est toutefois importante pour permettre d'inférer la conception *équiprobabilité* puisqu'il ne suffit pas de penser que deux évènements sont équiprobables dans une situation donnée pour conclure que cette conception se manifeste. En d'autres mots, il faudrait que des manifestations soient systématiques et indépendantes de la structure de la situation pour inférer la conception *équiprobabilité* chez une personne.

2.2.6 Conception *contrôle du hasard*

La conception *contrôle du hasard* se manifeste lorsqu'on est d'avis que la pratique et l'expérience des jeux de hasard donne des habiletés et des stratégies (Rouan, 1990 ; Rouan et Pallascio, 1994) ou lorsqu'on pense qu'on peut exercer une influence sur le hasard en adoptant un comportement particulier (Fischbein et Gazit, 1984 ; Langer, 1975). Par exemple la question de la figure 2.4, étudiée par Rouan et Pallascio (1994), pourrait faire émerger la conception *contrôle du hasard.*

À qui vas-tu demander des nombres pour jouer une combinaison de loto ?

a) à une personne qui a joué et gagné plusieurs fois;

b) à une personne qui a déjà joué, mais qui n'a jamais gagné;

c) à une personne qui n'a jamais joué;

d) à une quelconque de ces personnes;

e) tu vas faire ton choix toi-même.

Figure 2.4 – Question pour faire émerger la conception *contrôle du hasard.*

Dans cette question, on fait appel à l'expérience d'une personne dans un jeu de hasard et d'argent. Puisque personne ne peut établir de stratégie gagnante pour choisir une combinaison de loto, la réponse conforme aux savoirs établis est d). Cependant, un élève ayant la conception *contrôle du hasard* aurait tendance à répondre a) ou e). En effet, le choix a) s'explique par le fait que la personne semble avoir une stratégie gagnante alors que le choix e) serait probablement sélectionné si l'élève pense que sa combinaison est meilleure que celle des autres. Dans ces deux cas, la conception *contrôle du hasard* se manifeste puisque l'expérience ou les stratégies utilisées par les joueurs pour choisir des nombres n'influencent pas les résultats de la loterie

À nouveau, la justification est importante pour permettre d'inférer la conception *contrôle du hasard* puisqu'un élève pourrait choisir le choix de réponse e) sans toutefois avoir cette conception. Par exemple, il pourrait décider de choisir lui-même des numéros en sachant bien que le choix de la personne qui choisit les numéros n'a aucune importance.

2.2.7 Conception *approche du résultat*

La conception *approche du résultat* mène un individu face à un essai d'une situation aléatoire à en prédire l'issue plutôt qu'à considérer les probabilités qu'une issue possible se réalise (Amir et Williams, 1999 ; Konold, 1989, 1991, 1995 ; Watson, Collis et Moritz, 1997). Dans la figure 2.5, je présente une question que j'ai composée qui pourrait amener la conception *approche du résultat* à se manifester.

Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si une personne décide de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ? Explique ta réponse.

Figure 2.5 Question pour faire émerger la conception *approche du résultat.*

Cette question permet de vérifier si un élève utilise la conception *approche du résultat*, car on ne peut prédire avec certitude si le joueur gagnera ou non. Ainsi, une réponse adéquate serait qu'on ne sait pas s'il gagnera ou non, mais que cette probabilité nous mène à penser qu'il gagnera dans 25% des fois et, donc, qu'il perdra dans 75% des fois. Un élève aux prises avec la conception *approche du résultat* veut absolument se prononcer sur l'issue du prochain résultat, ce qui le mène probablement à répondre qu'il perdra[40].

Les études de Konold (1995) ont démontré que plusieurs élèves agissent de la sorte dans une situation où la probabilité qu'il pleuve est annoncée à 70%. Plusieurs élèves affirment alors qu'il va pleuvoir, car les probabilités qu'il pleuve sont plus grandes que les probabilités qu'il ne pleuve pas. Certains élèves affirment même que l'annonceur est dans l'erreur s'il ne pleut pas, alors qu'il prédit de la pluie à une probabilité de 70%.

[40] On pourrait aussi considérer que cette conception est en lien avec la notion du contrat didactique introduit par Brousseau, «Le contrat didactique : le milieu» . Le contrat didactique décrit la relation particulière entre l'apprenant et son milieu. Par exemple, les élèves sont habitués, dans un contexte scolaire, à donner une réponse lorsqu'on leur pose une question. Ainsi, on pourrait penser que c'est l'effet du contrat didactique qui explique qu'un élève est amené à prédire un seul résultat d'un phénomène aléatoire. Cependant, je pense que cela illustre plutôt la manifestation de la conception de l'approche du résultat, car cette conception est particulière dans un contexte de jeu de hasard et d'argent et qu'elle diffère de l'effet du contrat didactique.

2.2.8 Conception *dépendance*

La conception *dépendance* est associée à la croyance que les résultats passés influencent les résultats futurs (Nicolson, 2005 ; Watson, Collis et Moritz, 1997). L'effet de récence négatif (negative recency effect) amène l'élève à considérer qu'une séquence avec alternance est plus représentative du hasard et que le hasard tend toujours à s'équilibrer, tandis que l'effet de récence positif (positive recency effect) serait en fait le contraire (Batanero et Serrano, 1999 ; Brousseau, 2003 ; Fischbein, Nello et Marino, 1991 ; Fischbein et Schnarch, 1997 ; Konold, 1989). Par exemple, la figure 2.6 présente une question étudiée par Fischbein et Schnarch (1997) où la conception *dépendance* peut émerger :

Identifie le quatrième lancer d'une séquence de pile ou face et dans laquelle face est obtenu trois fois.

Figure 2.6 Question pour faire émerger la conception *dépendance*.

Dans ce type d'expérience aléatoire, il est important de comprendre que chaque résultat est indépendant des résultats antérieurs. La probabilité d'obtenir « face » au lancer d'une pièce de monnaie est égale à celle d'obtenir « pile », soit 1/2. Ainsi, à la suite de trois lancers de pièce de monnaie qui ont donné « face », il y a toujours la même probabilité d'obtenir « pile » ou « face » au quatrième lancer. Toutefois, un élève qui ne tient pas compte de l'indépendance des résultats fait émerger la conception *dépendance*. Celle-ci se manifeste de deux façons opposées, soit l'effet de récence négatif ou positif. L'effet de récence négatif apparaît si un élève répond que le quatrième lancer sera « pile » pour équilibrer la séquence alors que c'est l'effet de récence positif qui se manifeste chez un élève s'il pense que le quatrième lancer sera «face» pour continuer selon la même tendance. Dans les deux cas, la conception *dépendance* se manifeste puisque les résultats précédents n'ont aucune incidence sur les prochains résultats.

2.3 Choix des notions mathématiques à cibler

À la suite du choix des conceptions d'élèves à analyser dans ce mémoire de maîtrise, je dois cibler les notions mathématiques qui permettront à celles-ci d'émerger. Pour ce faire, je vais reprendre le contenu de formation des notions de probabilités prévues au secondaire, illustré à la figure 2.7, tel que parcouru brièvement dans le chapitre précédent.

Probabilités	**1^{re} et 2^{e} sec.**	**3^{e} sec.**	**CST**		**TS**		**SN**	
			4^{e} sec.	**5^{e} sec.**	**4^{e} sec.**	**5^{e} sec.**	**4^{e} sec.**	**5^{e} sec.**
Représentation d'expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes, avec ou sans remise, avec ou sans ordre (arbre, grille, réseau, figure, etc.)	X							
Dénombrement des possibilités d'une expérience aléatoire	X							
Événements : certains, probables, impossibles, élémentaires, complémentaires, compatibles, incompatibles, dépendants, indépendants	X							
Événements exclusifs, non mutuellement exclusifs				X	X			
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité théorique et probabilité fréquentielle	X							
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité subjective			X		X			
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité conditionnelle				X	X			
Arrangement, permutation, combinaison **Note** : Les calculs se font par raisonnement et non à l'aide de formules de dénombrement.		X						
Variable aléatoire discrète et variable aléatoire continue		X						
Calcul de probabilités dans des contextes de mesure (y compris les probabilités géométriques)		X						
Équité : chance, espérance mathématique			X		X			
Notation factorielle **Note** : L'introduction de cette notation est facultative en CST.					X			

Figure 2.7 Contenu de formation des notions de probabilités (Gouvernement du Québec, 2007, p. 143, je souligne).

Bien qu'il soit possible de réaliser une recherche en lien avec chacune de ces notions lors de l'apprentissage des probabilités, il me semble que certains concepts sont plus appropriés que d'autres pour cette recherche. Par exemple, le choix des concepts *Arrangement, permutation, combinaison*, n'est pas optimal pour permettre aux conceptions d'élèves de se manifester puisque ces notions ne font pas appel aux jeux de hasard et d'argent qui serviront de contexte pour faire émerger les conceptions des élèves. Puisque je veux amener l'élève à simuler des expériences aléatoires, les concepts mathématiques *Équité : chance, espérance mathématique* me semblent favorables à l'émergence de conceptions d'élèves choisies.

La notion de *chances* amène l'élève à calculer les *chances pour* et les *chances contre* qu'un évènement se réalise. Alors que les *chances pour* d'une situation sont désignées par le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas défavorables, les *chances contre* sont en fait l'inverse. Par exemple, si on s'intéresse à l'évènement « obtenir un six en lançant un dé régulier », les *chances pour* sont de 1/5 (ou 1 : 5) alors que les *chances contre* sont de 5/1 (ou 5 : 1).

La notion d'*espérance mathématique* amène l'élève à calculer une valeur moyenne[41] tenant compte des pertes, des gains et de leur probabilité associée. L'*espérance mathématique* nous informe donc sur ce qu'on peut espérer perdre ou gagner par partie, en moyenne. Le calcul de l'*espérance mathématique* repose sur la somme des produits entre chaque gain net (ou perte nette) et sa probabilité de gagner (ou de perdre).

Par exemple, si je participe gratuitement à un jeu où je lance un dé régulier et qu'on me remet 1$ lorsque j'obtiens un résultat pair, le calcul de l'*espérance mathématique* est le suivant :

$$E = gain\ net \times probabilité\ de\ gagner + perte\ nette \times probabilité\ de\ perdre$$

$$E = 1\$ \times \frac{3}{6} + 0\$ \times \frac{3}{6}$$

$$E = \frac{3}{6}\$ + 0\$$$

$$E = 0{,}50\$$$

Il est important de bien interpréter cette valeur d'*espérance mathématique*. Cette valeur (0,50$) ne correspond pas, du moins dans ce cas ci, à un gain possible (0$ ou 1$). Cependant, en moyenne dans ce jeu, je peux espérer gagner 0,50$ par partie. S'il coûte 1$ pour participer

---

[41] En fait, le concept d'espérance mathématique est directement relié au concept de moyenne puisque c'est en quelque sorte une moyenne pondérée.

à ce jeu et qu'on me remet 5$ lorsque j'obtiens un six, le calcul de l'*espérance mathématique* est le suivant :

$$E = gain\ net \times probabilit\acute{e}\ de\ gagner + perte\ nette \times probabilit\acute{e}\ de\ perdre$$

$$E = 4\$ \times \frac{1}{6} + -1\$ \times \frac{5}{6}$$

$$E = \frac{4}{6}\$ - \frac{5}{6}\$$$

$$E = -\frac{1}{6}\$ \approx -0{,}17\$$$

Dans un tel jeu, on peut donc espérer perdre en moyenne 0,17$ par partie.

Si l'*espérance mathématique* est négative, on dira que le jeu est défavorable au joueur puisqu'il peut espérer perdre en jouant à long terme étant donné que les pertes devraient être plus importantes que les gains. Au contraire, si l'*espérance mathématique* est positive, on dira que le jeu est favorable au joueur puisqu'il peut espérer gagner en jouant à long terme étant donné que les gains devraient être plus importants que les pertes. Dans le cas d'une *espérance mathématique* nulle, on dira que le jeu est équitable puisque les pertes devraient être aussi importantes que les gains.

Ainsi, la notion d'*équité* repose sur un jeu dont l'*espérance mathématique* est nulle. Par exemple, s'il coûte 2$ pour participer à un jeu et qu'on me remet 12$ lorsque j'obtiens un six en lançant un dé régulier, ce jeu est équitable puisque son *espérance mathématique* est nulle :

$$E = gain\ net \times probabilit\acute{e}\ de\ gagner + perte\ nette \times probabilit\acute{e}\ de\ perdre$$

$$E = 10\$ \times \frac{1}{6} + -2\$ \times \frac{5}{6}$$

$$E = \frac{10}{6}\$ - \frac{10}{6}\$$$

$$E = 0\$$$

Donc, dans l'étude de ces notions, l'élève est amené à réfléchir sur les notions de *chances*, d'*espérance mathématique* et d'*équité* dans différents jeux de hasard et d'argent. Ainsi, cette porte d'entrée serait idéale pour tenter de mieux comprendre les conceptions des élèves dans de telles situations.

Dans un contexte où l'on veut simuler ces jeux de hasard et d'argent, l'apport de la technologie pourrait être bénéfique. En plus d'amener les élèves à établir le lien entre la probabilité théorique et la probabilité fréquentielle, les simulations pourraient aussi permettre à l'élève de mieux comprendre la variabilité des résultats d'un phénomène aléatoire. De cette façon, l'élève pourrait constater qu'on ne peut pas prédire avec certitude le prochain résultat d'une expérience aléatoire, mais qu'on peut avoir une idée générale de la tendance des résultats. En modélisant mathématiquement la situation à l'aide d'un grand nombre de simulations, on peut établir une prédiction plus éclairée en distinguant des évènements qui semblent être plus probables que d'autres.

Cela me permet donc de situer le contexte dans lequel l'expérimentation de recherche devrait être menée, à partir du concept choisi parmi ceux de la figure 2.7. Donc, c'est en quatrième secondaire que la séquence d'enseignement devrait être expérimentée. Plus précisément, il faudrait que les élèves qui participent à cette recherche soient en quatrième secondaire et aient choisi la séquence *Culture, société et technique* (CST) ou la séquence *Technico-sciences* (TS). J'y reviendrai plus précisément dans le prochain chapitre en décrivant la méthodologie adoptée pour ce mémoire de maîtrise.

2.4 Questions spécifiques de recherche

Après l'élaboration de la problématique de ce mémoire, j'ai établi la question de recherche suivante : comment se manifestent et évoluent certaines conceptions d'élèves de niveau secondaire lors d'une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent ? À l'aide des assises théoriques développées dans le présent chapitre, je suis en mesure de préciser cette question générale de recherche à l'aide des questions spécifiques suivantes :

A. Parmi les conceptions ciblées dans cette recherche, soit les *conceptions du hasard*, la conception *équiprobabilité*, la conception *contrôle du hasard*, la conception *approche du résultat* et la conception *dépendance*, lesquelles se manifestent chez des élèves de quatrième secondaire ?

B. Comment se manifestent ces conceptions ?

C. Les conceptions des élèves sont-elles ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement ou sont-elles persistantes ?

D. Qu'est-ce qui ébranle les conceptions et, ainsi, enclenche un processus de complexification conceptuelle ?

Pour répondre du mieux possible à ces questions, j'ai collaboré avec une enseignante pour élaborer une séquence d'enseignement sur les probabilités dans des situations de jeux de hasard et d'argent, en utilisant un simulateur de probabilités. J'ai ensuite expérimenté cette séquence d'enseignement auprès d'un groupe d'élèves de quatrième secondaire de cette enseignante. Je souhaite que cette séquence ait sensibilisé l'élève au jeu excessif, à l'aide d'une prise de conscience des probabilités de gagner dans des jeux de hasard et d'argent. Toutefois, je précise que l'objectif général de ce projet de recherche consiste à témoigner de l'émergence des conceptions des élèves et, s'il y a lieu, de leur complexification conceptuelle. Dans le prochain chapitre, je préciserai les considérations méthodologiques qui expliquent le processus de mise en place de l'expérimentation du mémoire.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Ce chapitre contient l'ensemble des éléments qui composent la méthodologie de ce mémoire de maîtrise, selon la problématique définie dans le premier chapitre et les assises théoriques développées dans le second chapitre. Les considérations méthodologiques situeront l'expérimentation de cette recherche dans son contexte, en justifiant les choix qui ont été pris.

Premièrement, je décrirai la combinaison des méthodologies utilisées, en m'inspirant en partie de l'ingénierie didactique et de la recherche collaborative. Les éléments de ces méthodologies que je reprendrai dans cette recherche seront alors expliqués. Puis, j'énoncerai les conditions d'expérimentation, ce qui permettra de situer le contexte dans lequel la recherche a puisé ses données. En troisième lieu, je présenterai la séquence d'enseignement qui a été expérimentée. Cette section regroupera les analyses préalables qui m'ont amené à concevoir la séquence d'enseignement en lien avec le simulateur de probabilités, puis les analyses *a priori* qui évalueront le potentiel d'émergence des conceptions des élèves. Ensuite, je décrirai les outils de collecte de données que j'ai retenus en prenant soin de justifier mes choix. J'expliquerai alors comment chaque outil de collecte de données me permettra d'analyser les conceptions des élèves. Finalement, j'exposerai la démarche d'analyse des données envisagée pour le chapitre suivant.

3.1 Combinaison de méthodologies

Tout d'abord, je souhaite clarifier que la méthodologie utilisée ne consiste ni en l'ingénierie didactique ni en la recherche collaborative, même si je me suis inspiré de quelques éléments de chacune de ces méthodologies.

3.1.1 Une méthodologie inspirée de l'ingénierie didactique

Dans la méthodologie de la présente recherche, on retrouve plusieurs éléments de l'ingénierie didactique, sans toutefois suivre le processus complet décrit par Artigue (1988). Je m'appuie sur cette méthodologie puisqu'elle vise plus particulièrement l'élaboration et l'expérimentation d'une séquence d'enseignement. Cependant, je n'ai pas prévu évaluer la séquence d'enseignement comme le propose l'ingénierie didactique. Cela s'explique par le fait que l'objet de cette recherche n'est pas de valider la séquence d'enseignement expérimentée, mais plutôt d'analyser les manifestations des conceptions des élèves à travers cette séquence d'enseignement.

Ainsi je reprends, en partie, les quatre phases de l'ingénierie didactique, soit 1) les analyses préalables; 2) la conception de la séquence d'enseignement et son analyse *a priori*; 3) l'expérimentation de la séquence d'enseignement; 4) l'analyse *a posteriori* de la séquence d'enseignement et son évaluation (ou sa validation).

Premièrement, les *analyses préalables* sur l'enseignement des probabilités m'ont permis de mieux situer le sujet de recherche dans le milieu scolaire, dans le but de m'approprier les contraintes que devra respecter la séquence d'enseignement. Je me suis donc penché sur les conceptions, les difficultés, les erreurs, les raisonnements et les connaissances préalables des élèves sur les probabilités. Pour ce faire, j'ai consulté les programmes d'études, des manuels scolaires et des textes scientifiques. Ces analyses préalables m'ont permis de préciser les objectifs de recherche qui ont été présentés dans le cadre théorique de ce mémoire.

Deuxièmement, lors de la *conception de la séquence d'enseignement*, je me suis inspiré partiellement de matériel existant[42]. Je souhaitais proposer des activités intéressantes pour les élèves, tout en ajoutant un aspect de nouveauté, soit un simulateur de probabilités. Cet outil a été utilisé pour vérifier s'il pouvait contribuer à ébranler les conceptions des élèves dans des situations de jeux de hasard et d'argent. Tel que le décrit le processus méthodologique d'ingénierie didactique sur lequel je me suis partiellement appuyé, une *analyse a priori de cette séquence d'enseignement* a permis de mieux cerner son potentiel. Cette analyse *a priori* est décrite plus loin dans ce chapitre, à la section *Séquence d'enseignement*.

Troisièmement, l'*expérimentation de la séquence d'enseignement* a permis de recueillir les données qui seront analysées dans le chapitre *Analyse des résultats*. Dans le présent chapitre, les choix qui accompagnent cette expérimentation sont justifiés. Dans les prochaines sections, j'explique quels outils de collecte de données ont été utilisés dans cette recherche.

Quatrièmement, la phase de l'*analyse a posteriori et de l'évaluation de la séquence d'enseignement* n'est pas visée dans ce mémoire puisque mon intention n'est pas de valider et d'améliorer la séquence d'enseignement, mais plutôt d'analyser ce qui émergera dans une séquence d'enseignement donnée. Je serai toutefois sensible à l'influence de la séquence d'enseignement lors de l'analyse des résultats.

Donc, on peut dire que j'ai emprunté certaines idées des quatre phases associées à l'ingénierie didactique que j'ai appliquées à ma manière pour élaborer et expérimenter ma séquence d'enseignement, selon mes objectifs de recherche.

---

[42] Certaines activités de la séquence d'enseignement sont inspirées du matériel reproductible du manuel *Intersection mathématique*.

3.1.2 Une méthodologie inspirée de la recherche collaborative

J'ai considéré qu'il était important, comme chercheur, de m'approprier la séquence d'enseignement qui serait expérimentée dans le cadre de ma recherche. J'ai aussi jugé important de m'assurer que cette séquence d'enseignement convienne bien au milieu scolaire. Voilà pourquoi j'ai jugé nécessaire de collaborer avec un enseignant relativement expérimenté pour l'élaboration de cette séquence d'enseignement. De plus, il m'apparaissait que cette collaboration serait profitable lors de la réalisation des activités en classe puisqu'il serait alors possible de combiner nos différentes expériences d'enseignement. J'ai choisi de reprendre certains principes de la méthodologie de recherche collaborative, qui vise une co-construction en trois étapes : la co-situation, la coopération et la coproduction (Desgagné *et al.*, 2001)[43].

En discutant de mes intérêts de recherche avec des personnes liées au milieu scolaire, j'ai eu l'opportunité d'assister à certaines rencontres d'un projet de recherche dirigé par François Larose, professeur à l'*Université de Sherbrooke*. Ce projet intitulé *Impact du recours à un contexte virtuel à caractère ludique sur l'enseignement et l'apprentissage des probabilités dans deux provinces francophones* regroupe des chercheurs de l'*Université de Sherbrooke*, de l'*Université McGill* et de l'*Université de Moncton*. Annie Savard, ma co-directrice de recherche, fait partie de ce groupe de recherche. Dans ce projet, des enseignants de différentes écoles secondaires se regroupent pour créer des situations d'apprentissage sur les probabilités, situation qui exploitent un simulateur de probabilités construit par *Netmaths*[44].

---

[43] Je tiens à préciser que, même si certains éléments du processus de recherche s'apparente à des éléments de la recherche collaborative, ce mémoire ne suit pas le processus complet de recherche collaborative décrit par Desgagné, Bednarz, Lebuis, Poirier et Couture, «L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation» . Je me suis toutefois inspiré de quelques-uns des éléments pour établir les considérations méthodologiques.

[44] Le simulateur est accessible en ligne à l'adresse suivante :

http://www.netmaths.net/FeteForaine/Simulateurs.aspx

De plus, mes intérêts de recherche sont complémentaires à ceux de ce groupe de recherche. Alors que celui-ci s'intéresse principalement aux pratiques d'enseignement des probabilités, je m'intéresse plutôt aux apprentissages réalisés par les élèves. Ainsi, nous avons convenu d'une collaboration entre les deux projets de recherche, étant donné nos intérêts complémentaires.

On peut dire que le contexte dans lequel mon projet s'est inséré a permis de faire apparaître l'étape de *co-situation*. En effet, le groupe de recherche a réalisé cette première étape de la recherche collaborative en mettant en commun les besoins de formation des enseignants et les besoins de recherche des chercheurs. Dans mon cas, on ne retrouve pas vraiment cette étape dans mon projet de recherche puisque je ne vise pas à agir en tant que formateur auprès des enseignants.

Toutefois, la deuxième étape de la recherche collaborative, soit la *coopération*, m'est apparue plus pertinente pour l'atteinte de mes objectifs de recherche. Pour ce faire, j'ai rencontré Julie[45], une enseignante de quatrième secondaire, qui participait à ce groupe de recherche et qui était intéressée à travailler en collaboration avec moi, dans le cadre du mémoire de maîtrise. Puisque les conditions d'expérimentation étaient favorables, je n'ai eu qu'à lui expliquer les objectifs de recherche pour que la collaboration puisse s'installer. D'abord, nous avons réfléchi à une activité qui favoriserait l'enseignement des probabilités, tout en gardant en tête les conceptions à faire émerger.

Voilà comment, lors des rencontres avec le groupe de recherche, j'ai conçu une activité d'apprentissage en collaboration avec Julie et une autre enseignante du groupe de recherche. Par la suite, j'ai continué à travailler avec Julie, qui était disposée à m'accueillir dans sa classe pour expérimenter la séquence d'enseignement. D'ailleurs, elle a été très compréhensive et m'a permis d'intervenir en classe auprès des élèves lorsque je le désirais. Toutefois, pour ne pas déstabiliser les élèves par un style d'enseignement différent, nous avons convenu que mon rôle serait celui d'un observateur actif, circulant dans la classe et

[45] Le pseudonyme « Julie » a été attribué à cette enseignante afin d'assurer son anonymat et celui de ses élèves.

questionnant les élèves lors des retours en groupe. Une certaine forme de coopération a ainsi pris place même si nos rôles distincts nous ont parfois amenés à prendre des décisions appuyées par notre rôle d'enseignant et de chercheur en formation. Par exemple, il est à noter que Julie et moi avons tous deux élaboré la séquence d'enseignement, mais que certaines activités ont été spécifiquement choisies afin de répondre à mes besoins de recherche alors que d'autres activités ciblaient davantage des objectifs scolaires.

Il est à noter que l'étape de la *coproduction*, soit une diffusion commune des résultats de la recherche dans nos milieux respectifs, n'est pas visée dans le cadre de ce mémoire. En effet, les résultats de cette recherche ne visent pas directement à influencer la communauté enseignante dans ses pratiques. Bien que cette option aurait pu être enrichissante, ce n'est pas la voie qui a été choisie, mais c'est toutefois une retombée possible.

Donc, je me suis inspiré de la recherche collaborative, plus particulièrement de l'étape de coopération, pour que ce mémoire soit ancré à la fois dans le pôle scolaire et dans le pôle de la recherche. Il m'apparaît que les apports de cette collaboration entre Julie et moi ne pourront être que bénéfiques pour chacun.

La suite de ce chapitre rend compte de manière plus précise des considérations méthodologiques prises en compte dans le cadre de cette recherche.

3.2 Conditions d'expérimentation

Tout d'abord, il est à noter que le projet de recherche a été approuvé et certifié par le Comité d'éthique de la recherche avec les êtres humains de la Faculté des sciences de l'UQAM. Tel que convenu, l'anonymat des participants ainsi que les décisions des parents quant au formulaire de consentement ont été respectés jusqu'ici et ils le seront dans la suite de ce mémoire.

L'expérimentation s'est déroulée auprès d'un des groupes de Julie. Ce groupe était constitué de 30 élèves de quatrième secondaire inscrits dans la séquence *Culture, société et technique*[46]. Il est à noter que l'enseignante considérait que ses élèves étaient plutôt faibles, mais qu'ils participaient bien en classe. Pour les besoins de l'expérimentation, Julie a formé treize équipes de deux. Les quatre autres élèves de la classe, ayant demandé à ne pas être enregistrés, ont travaillé ensemble au fond de la classe.

Parmi les ressources de l'école, Julie, une éducatrice spécialisée ainsi que la direction de l'école ont veillé à rendre possible l'expérimentation du projet de recherche. L'enseignante s'est montrée très disponible et a été une ressource indispensable au bon fonctionnement de l'expérimentation. Quant à l'éducatrice spécialisée, elle était disponible au cas où un élève aurait manifesté le désir de parler de ses problèmes de jeu ou des problèmes de jeu que pourrait avoir un de ses proches. La direction de l'école a aussi été très compréhensive en facilitant mon intégration dans l'école.

L'expérimentation s'est déroulée sur deux semaines, soit durant cinq cours d'une heure, en plus des rencontres avant et après la séquence d'enseignement. Ces rencontres m'ont permis de présenter le projet de recherche aux élèves, de leur remettre le formulaire de consentement et de leur faire remplir deux questionnaires (questionnaires A et B). Il est à noter que Julie et moi n'avons pas tenté directement d'ébranler ou d'institutionnaliser les conceptions des élèves, comme l'aurait naturellement fait un enseignant non averti.

---

[46] La particularité de cette séquence est qu'elle « vise à développer chez l'élève une culture mathématique pour qu'il apprécie les liens entre la mathématique et les autres pans de la culture ainsi que sa contribution à l'évolution de la société » (Gouvernement du Québec, 2007, chapitre 6, p. 66).

3.3 Séquence d'enseignement

Dans le processus d'élaboration de la séquence d'enseignement, plusieurs éléments ont été pris en considération. Cette section décrit les analyses préalables qui m'ont permis de mieux situer le concept de probabilité enseigné en quatrième secondaire. Ensuite, je décris brièvement la séquence d'enseignement ainsi que les jeux en faisant partie. Puis, je présente une analyse *a priori* de la séquence d'enseignement et des jeux qui la composent, en considérant l'influence éventuelle du simulateur de probabilités.

3.3.1 Analyses préalables

Il était important pour moi que la séquence d'enseignement soit adaptée aux besoins scolaires des élèves et pas seulement aux besoins de ma recherche. Pour m'assurer que cela était bien le cas, j'ai consulté, dans le cadre des analyses préalables, le programme scolaire de même que certains manuels scolaires québécois. L'appui de Julie m'a aussi permis de valider les analyses préalables.

Afin de respecter l'enseignement des concepts prescrits par le *Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport*, j'ai consulté le *Programme de formation de l'école québécoise* du deuxième cycle du secondaire (Gouvernement du Québec, 2007). Dans ce document, on décrit les notions à enseigner pour chacun des niveaux et des séquences. Voici un extrait qui explique les apprentissages attendus en probabilités pour un élève de quatrième secondaire :

> Dans cette séquence [la séquence *Culture, société et technique*], l'élève consolide ses acquis et approfondit ses savoirs en ce qui concerne les probabilités en réalisant, entre autres, des expérimentations. Il représente une situation par un modèle qui s'approche de la situation réelle et analyse les données recueillies comme s'il s'agissait de données réelles. Il peut réaliser des simulations avec ou sans l'apport de la technologie. Dans les messages et les discours, il distingue les probabilités subjectives (On utilise la probabilité subjective dans les cas où il est impossible de calculer la probabilité théorique ou fréquentielle. On fait alors appel au jugement, à la perception ou à l'expérience. Par exemple, la météo fait appel à des évaluations subjectives de probabilité.) des probabilités théoriques ou fréquentielles. Il interprète et distingue différents rapports : la probabilité d'un événement et les chances pour ou les chances contre. Il recourt au concept d'espérance mathématique afin de déterminer si un jeu est équitable ou pour juger de l'éventualité d'un gain ou d'une perte. Grâce à une telle

> analyse, il peut modifier certains paramètres afin de rendre la situation équitable ou d'optimiser un gain ou une perte en fonction des objectifs. (Gouvernement du Québec, 2007, chapitre 6, p. 73)

De façon plus concise, les figures suivantes illustrent les concepts et les processus probabilistes établis pour les élèves de quatrième secondaire dans la séquence *Culture, société et technique* :

Concepts de la 2e année du cycle

- Probabilité subjective
- Équité
  - Chance
  - Espérance mathématique

Figure 3.1 Concepts liés aux probabilités (Gouvernement du Québec, 2007, chapitre 6, p. 72).

Processus

- Analyse et prise de décisions concernant des données probabilistes
  - Distinction entre probabilité théorique, probabilité fréquentielle et probabilité subjective
  - Distinction entre probabilité et chance
  - Approximation et prédiction de résultats
  - Calcul et interprétation de l'espérance mathématique

Figure 3.2 Processus liés aux probabilités (Gouvernement du Québec, 2007, chapitre 6, p. 72).

Ainsi, selon le programme scolaire de quatrième secondaire, il est prévu que les élèves travaillent sur les probabilités subjectives, les « chances pour », les « chances contre », l'espérance mathématique et l'équité. Pour ce faire, ils doivent distinguer les trois types de probabilité selon des contextes différents. Ils doivent aussi établir la distinction entre la probabilité et la chance. Dans des situations aléatoires, les élèves sont appelés à approximer et à prédire les résultats. Puis, la notion d'espérance mathématique doit être travaillée dans le but de trouver la valeur de l'espérance mathématique dans un jeu de hasard et d'interpréter cette valeur. Comme nous disposions d'un temps d'expérimentation restreint, Julie et moi avons décidé que la séquence d'enseignement porterait seulement sur les concepts d'espérance mathématique et d'équité alors que les processus devraient tous être répartis à travers la séquence d'enseignement[47]. Tel que décrit dans le chapitre précédent, nous avons ciblé ces notions puisqu'elles constituent une porte d'entrée idéale pour placer l'élève dans une situation de jeu de hasard et d'argent. De plus, les concepts choisis peuvent être travaillés tout en favorisant la manifestation des conceptions identifiées dans le cadre conceptuel.

Afin d'élaborer des activités allant dans le même sens que les idées véhiculées dans le *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2007), j'ai consulté plusieurs manuels scolaires québécois approuvés par le *Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport*. Les analyses préalables m'ont amené à repérer des éléments de l'analyse conceptuelle des probabilités, soit des erreurs, des difficultés, des conceptions, des raisonnements et des connaissances préalables des élèves. Pour répondre aux besoins de cette recherche, je me suis aussi appuyé sur les écrits scientifiques relevés dans la *Problématique*. De cette façon, j'ai situé les conceptions choisies pour cette recherche à travers la séquence d'enseignement. Je me suis inspiré de plusieurs études développées dans les dernières décennies, de manière à favoriser les conditions d'émergence des conceptions des élèves durant la séquence d'enseignement.

À la suite des analyses préalables, Julie et moi avons entamé un processus de co-construction, de manière à bâtir la séquence d'enseignement s'échelonnant sur cinq heures de cours[48]. La particularité de cette séquence d'enseignement est que les probabilités y sont approchées de façon fréquentielle et non de façon théorique comme le font habituellement les enseignants. Un simulateur de probabilités a été utilisé pour travailler avec les probabilités fréquentielles dans des situations impliquant des contextes de jeux de hasard et d'argent.

[47] Il est intéressant de noter que nous avons dû restreindre l'enseignement de certaines notions probabilistes, même si Julie y accorde beaucoup d'importance, à cause du manque de temps. Il est donc facile d'imaginer que d'autres enseignants enseignent peu (ou même n'enseignent pas) les probabilités, comme je l'avais constaté dès le début du processus de recherche.

[48] Normalement, un enseignement complet prendrait une dizaine d'heures de cours pour favoriser les apprentissages de ce qui est prévu par le Gouvernement du Québec, *Programme de formation de l'école québécoise: enseignement secondaire, deuxième cycle. Mathématique* , mais le temps manquait en cette fin d'année scolaire.

3.3.2 Description de la séquence d'enseignement

Tout d'abord, il faut rappeler que l'intention de la séquence d'enseignement était de faire émerger les conceptions d'élèves ciblées dans cette recherche, sans toutefois rechercher à influencer leur complexification conceptuelle. Je veux analyser l'évolution des conceptions afin de mieux comprendre ce qui se passe dans une salle de classe, sans nécessairement être un facteur dans la complexification conceptuelle des élèves[49]. Ce choix a été fait pour ne pas que Julie et moi soyons ceux qui institutionnalisent les conceptions des élèves. Nous avons prévu institutionnaliser les notions scolaires, mais il en est autrement pour les conceptions des élèves puisqu'on veut étudier les manifestations des conceptions qu'ils se sont appropriées plutôt que celles que des élèves pourraient répéter à partir de ce qui a été institutionnalisé en classe. Par exemple, nous ne dirons pas directement aux élèves que la conception *dépendance* amène à faire des erreurs puisque les résultats passés n'influencent pas les résultats futurs. Nous pourrons ainsi faire émerger les conceptions réelles des élèves au cours de la séquence d'enseignement. Les élèves auront toutefois l'opportunité de valider leurs conceptions par les résultats du simulateur de probabilités et par les discussions en grand groupe où leurs conceptions pourront potentiellement être ébranlées.

La séquence d'enseignement est appuyée en grande partie sur une situation d'apprentissage intitulée *Soirée casino* qui a été proposée aux élèves. Voici la mise en situation de l'activité telle que présentée aux élèves :

> Ta ligue de hockey organise une soirée casino pour adultes, dans le but de financer le tournoi provincial qui aura lieu dans ta région. Tu fais partie du comité organisateur de la soirée et ton rôle consiste à déterminer les critères de chacun des jeux. En équipe de deux, tu devras recommander les différents critères des jeux, de manière à augmenter les profits du comité. (Appendice A, p. 222)

---

[49] Je pense toutefois qu'un enseignant peut prévoir une institutionnalisation des notions scolaires et des conceptions des élèves à la suite des discussions en groupe afin de clarifier les idées proposées par les élèves et d'orienter leurs conceptions pour qu'elles soient viables par rapport aux savoirs mathématiques établis. Dans ce mémoire, un tel retour n'a pas été fait avec les élèves, pour ne pas influencer directement l'évolution de leurs conceptions.

Il me semble important que la mise en situation place l'élève dans la peau d'un membre du comité organisateur du casino plutôt que dans celle d'un joueur. En effet, je ne veux pas favoriser un comportement de jeu chez les élèves. Dans la position d'un membre du comité organisateur, je pense que l'élève peut davantage prendre du recul sur les jeux de hasard et d'argent pour calculer les critères qui défavorisent le joueur.

Un cahier de l'élève[50] a été conçu pour permettre aux élèves de laisser les traces de leurs productions durant la réalisation de cette activité d'apprentissage. Dans ce cahier, les élèves doivent notamment donner leurs prédictions, organiser les résultats fournis par le simulateur de probabilités et calculer les probabilités théoriques dans les jeux de hasard et d'argent qui leur sont proposés. Certaines parties du cahier sont réalisées en équipe pour recueillir les manifestations de leurs conceptions et les traces de leurs expérimentations à l'aide du simulateur de probabilités, alors que d'autres sont reprises collectivement pour institutionnaliser certaines notions scolaires et rédiger des notes de cours. De plus, un cahier de l'enseignant[51] offre des exemples de réponses attendues des élèves, en plus de proposer des notes didactiques pour l'enseignant.

Dans cette activité d'apprentissage, les probabilités fréquentielles permettent l'entrée en matière et servent à estimer la probabilité théorique, qui est ensuite calculée. Plus précisément, je me questionne sur l'impact du simulateur de probabilités comme facteur potentiel d'ébranlement de leurs conceptions. La situation d'apprentissage devrait permettre de faire ressortir si le simulateur de probabilités était suffisant pour convaincre certains élèves de l'approximation de la probabilité théorique par une probabilité fréquentielle relativement fiable, appuyée sur un grand nombre d'essais.

Au dernier cours, les élèves devaient résoudre certains exercices et problèmes afin de consolider les apprentissages réalisés aux cours précédents dans la situation d'apprentissage. Pour choisir ces exercices et problèmes, Julie et moi nous sommes inspirés du matériel

---

[50] Voir l'appendice A pour consulter le cahier de l'élève qui a été remis aux élèves.

[51] Voir l'appendice B pour de plus amples détails sur le cahier de l'enseignant.

reproductible du manuel *Intersection mathématique*. Certains numéros ont été repris tels quels alors que d'autres ont été modifiés. C'est davantage Julie qui a préparé ces exercices et problèmes puisqu'elle voulait s'assurer que les élèves avaient les connaissances nécessaires pour réussir l'évaluation sur les probabilités. Julie a donc choisi les numéros en conséquence. Ainsi, cette activité de consolidation répond davantage à un objectif scolaire qu'à un objectif de recherche. Voilà pourquoi je ne m'attarderai pas davantage à la réalisation de cette activité, bien qu'elle fasse partie de la séquence d'enseignement.

La dernière partie de la séquence d'enseignement se termine par une réflexion sur l'espérance de gagner à la loterie populaire *Lotto 6/49*, à l'aide du simulateur de probabilités. En plus de faire ressortir les conceptions probabilistes des élèves dans cette situation, je veux les sensibiliser aux faibles probabilités de gains dans de tels jeux. Je voudrais qu'ils soient conscients que les probabilités de perdre de l'argent sont très élevées lorsqu'on participe à des jeux de hasard et d'argent.

Il est important de mentionner que chaque activité prévue dans la séquence d'enseignement est suivie d'un retour que j'anime pour faire émerger les conceptions des élèves à travers une discussion de groupe. Je ne souhaite pas être un facteur d'ébranlement des conceptions des élèves, ce qui pourrait se faire en institutionnalisant les conceptions qui sont viables avec les notions scolaires, mais je veux plutôt favoriser l'émergence des conceptions des élèves. Je prévois faire ressortir les différences entre les conceptions des élèves de manière à favoriser une éventuelle argumentation dans la classe pour ébranler et complexifier les conceptions des élèves. Je considère ainsi que j'influence la complexification conceptuelle des élèves sans toutefois chercher à en être un facteur direct.

3.3.3 Description du simulateur de probabilités

Dans la séquence d'enseignement, le simulateur de probabilités offre plusieurs options, modes, et affichages, en plus de faire intervenir divers concepts mathématiques à travers la simulation de huit jeux de hasard et d'argent. Tout d'abord, la figure 3.3 présente l'interface générale du simulateur de probabilités, en offrant ses choix de jeux.

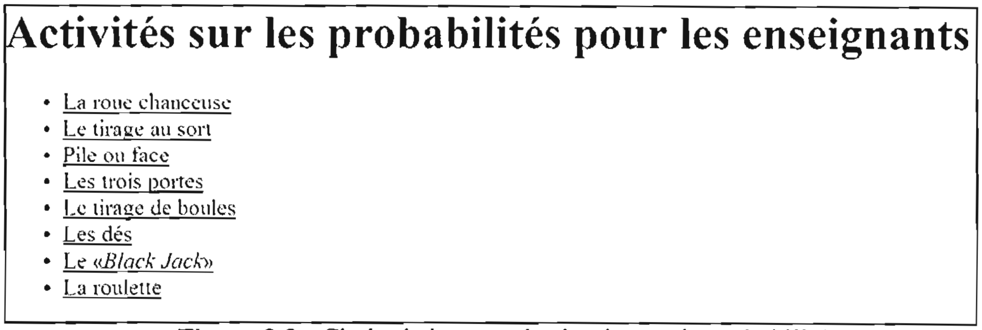


Figure 3.3 Choix de jeux sur le simulateur de probabilités.

Ainsi, ces huit choix de jeux permettent aux élèves de simuler des expériences aléatoires. On peut décider du mode de simulation, soit le mode *pas à pas* où chaque étape du jeu est contrôlée manuellement par un clic de souris, le mode *rapide* où les étapes du jeu sont affichées rapidement ou le mode *turbo* où strictement les résultats finaux sont affichés. Il est à noter que le mode *turbo* permet de simuler 1000 parties en seulement quelques secondes.

En ce qui concerne les affichages du simulateur de probabilités, cela permet de fournir beaucoup d'information pour amener l'élève à interpréter les résultats affichés. D'abord, on voit le résultat de la dernière partie simulée, en indiquant si le joueur a perdu ou gagné cette partie. On présente aussi la valeur totale des gains, la valeur totale des pertes, le bilan final des gains et des pertes et l'espérance de gain par partie. En surcroît, on retrouve un tableau de fréquences des gains et pertes et des pourcentages de gains et pertes, accompagné d'un diagramme à bandes horizontal représentant les pourcentages de gains et de pertes. De plus, un graphique illustre l'évolution du pourcentage de parties gagnées dans la simulation.

Finalement, plusieurs concepts mathématiques peuvent être exploités par le simulateur de probabilités, par exemple le lien entre les probabilités fréquentielles et les probabilités théoriques, l'espérance mathématique et la variabilité.

3.3.4 Description des jeux

En classe, trois jeux sont proposés et les élèves doivent déterminer les critères de ces jeux, de manière à minimiser les gains du joueur. Un autre jeu est finalement présenté pour sensibiliser les élèves sur l'espérance de gagner dans les jeux de hasard et d'argent.

Jeu #1

Le jeu intitulé *SEPT chanceux ou ONZE chanceux*[52] consiste à lancer deux dés en s'intéressant à la somme. Au *SEPT chanceux*, le participant doit obtenir une somme de « 7 » pour gagner, alors que le participant doit obtenir une somme de « 11 » pour gagner au *ONZE chanceux*. L'élève devait alors déterminer si son équipe de hockey doit faire jouer les participants au *SEPT chanceux*, au *ONZE chanceux* ou si cela n'a pas d'importance. La figure 3.4 illustre un exemple des résultats de 1000 parties du jeu du *SEPT chanceux*.

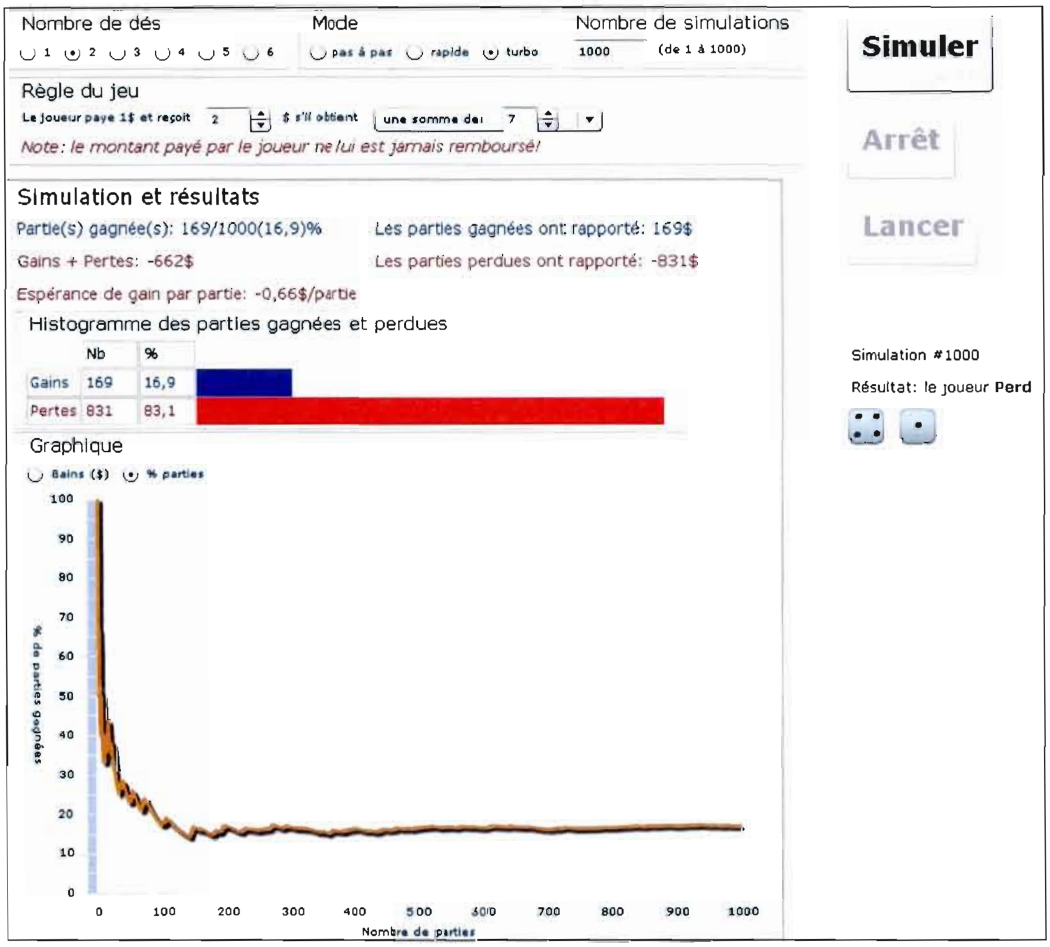


Figure 3.4 Jeu *Les dés* sur le simulateur de probabilités.

[52] Ce jeu est appelé *Les dés* dans le simulateur de probabilités.

Jeu #2

Pour le jeu intitulé *Garde ou change*[53], nous nous sommes inspirés du problème de Monty Hall[54]. Nous avons séparé ce jeu en deux parties. Dans la première partie, on veut amener l'élève à déterminer les probabilités théoriques selon un raisonnement mathématique, en simulant d'abord un grand nombre de fois cette expérience aléatoire pour donner un ordre de grandeur aux probabilités fréquentielles fournies par le simulateur de probabilités. Dans ce jeu, il y a trois boîtes fermées de telle sorte qu'on ne voit pas le contenu de chacune d'elles. Dans l'une de ces boîtes, il y a un coupon gagnant caché à l'intérieur. Le joueur choisit l'une des boîtes. Le croupier sait où se cache le coupon gagnant. Alors, il ouvre devant le joueur une boîte dont le contenu est vide, parmi les deux boîtes restantes. Ensuite, il demande au participant s'il désire garder la boîte qu'il a choisie au départ ou s'il préfère changer de boîte et prendre l'autre boîte qui n'a pas été ouverte. Dans le jeu *Garde ou change*, l'élève doit déterminer s'il est préférable pour le comité que le participant change sa boîte, garde sa boîte ou si cela n'a pas d'importance. Il doit alors trouver les probabilités théoriques de chacune des stratégies, soit de garder ou de changer la boîte. Dans la deuxième partie du jeu *Garde ou change*, on veut amener l'élève à se servir de l'espérance mathématique d'un joueur dont la stratégie est de garder la boîte. Dans la situation, quatre personnes proposent des critères différents pour ce jeu :

1) Jacinthe propose que le participant mise 1 $ et reçoive 2 $ s'il découvre le coupon gagnant; sinon, il perd sa mise.

2) Sonia propose que le participant mise 1 $ et reçoive 3 $ s'il découvre le coupon gagnant; sinon, il perd sa mise.

3) Sean propose que le participant mise 1 $ et reçoive 4 $ s'il découvre le coupon gagnant; sinon il perd sa mise.

---

[53] Ce jeu est appelé *Les trois portes* dans le simulateur de probabilités, mais l'explication en classe s'est faite à partir de boîtes plutôt que de portes.

[54] Le problème de Monty Hall porte le nom du présentateur du jeu télévisé américain *Let's Make a Deal*. Les participants à ce jeu font face à un énoncé du problème qui est simple, mais à une solution qui paraît contre intuitive.

4) Luc propose que le participant mise 2 $ et reçoive 4 $ s'il découvre le coupon gagnant; sinon, il perd sa mise.

Puisque le comité organisateur hésite entre les propositions de Jacinthe, de Sonia, de Sean ou de Luc, l'élève doit se servir de l'espérance mathématique de chacune de ces propositions afin de déterminer laquelle est la plus favorable pour le comité, soit la plus défavorable pour le joueur. À partir des valeurs d'espérance de gain par partie fournies par le simulateur de probabilités, l'élève apprendra par la suite à calculer l'espérance mathématique pour chacune des propositions. La figure 3.5 illustre un exemple des résultats de 1000 simulations où la stratégie du joueur est de garder sa porte.

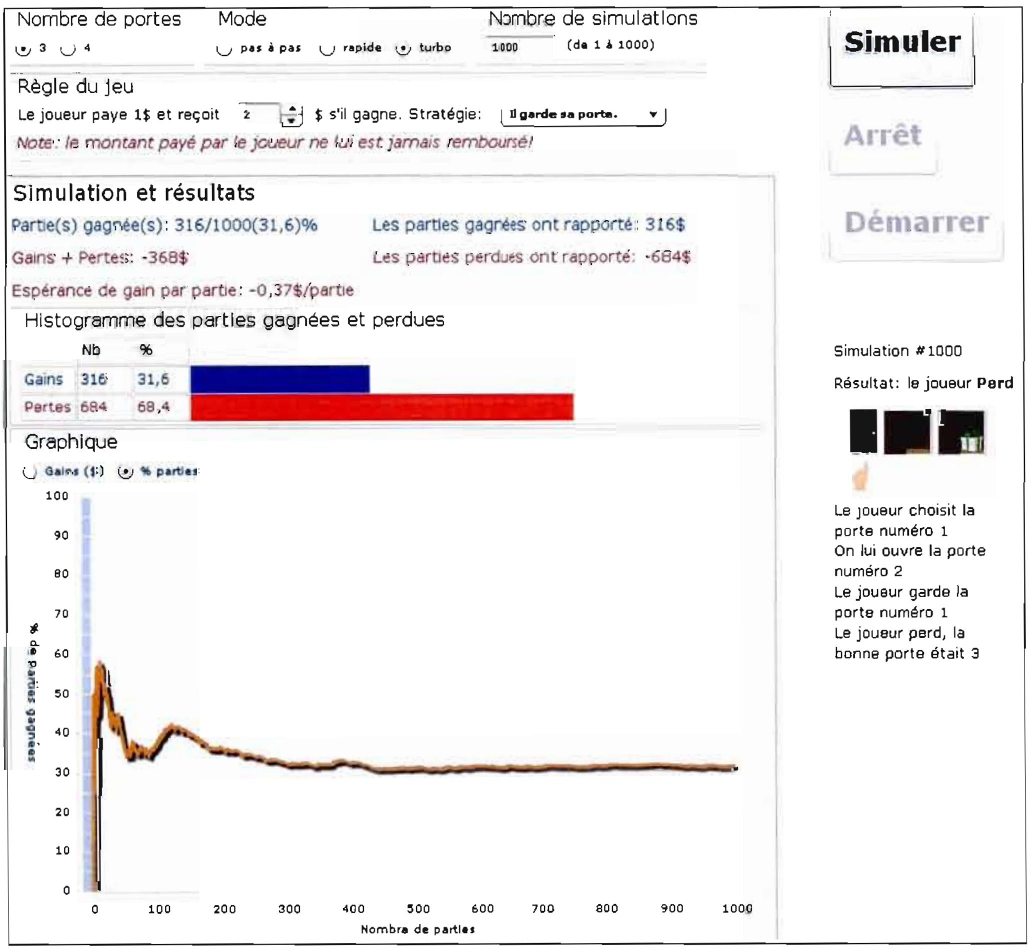


Figure 3.5 Jeu *Les trois portes* sur le simulateur de probabilités.

Jeu #3

Dans le jeu intitulé *La roulette équitable*[55], on veut amener l'élève à construire le concept d'équité, soit une espérance mathématique nulle. Dans ce jeu, le comité veut encourager les gens à venir au casino pour faire la promotion d'une roulette équitable. Cette roulette comprend 10 secteurs isométriques numérotés de 0 à 9. En l'honneur du parrain de la ligue de hockey, Jean Béliveau, le comité organisateur a choisi comme nombres gagnants le numéro de chandail de ce grand joueur soit le 0 et le 4[56]. Un participant gagne s'il obtient un 0 ou un 4 en faisant tourner une fois la roulette. Pour débuter, l'élève doit déterminer le montant du gain afin que le jeu soit équitable si la mise de départ est fixée à 1$. Par la suite, il doit évaluer le gain à attribuer, et ce, peu importe la mise de départ. La figure 3.6 illustre un exemple des résultats de 1000 tours de roulette.

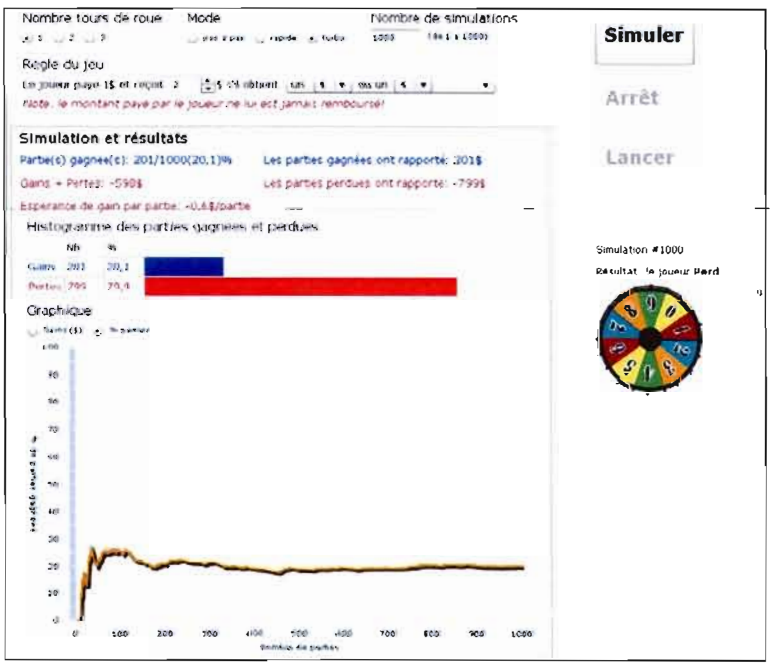


Figure 3.6 Jeu *La roue chanceuse* sur le simulateur de probabilités.

[55] Ce jeu est appelé *La roue chanceuse* dans le simulateur de probabilités.

[56] À la suite de l'expérimentation, j'ai remarqué que le numéro de chandail de Jean Béliveau est 4 et non pas 04 comme l'énoncé le suggère. Cependant, cette erreur n'a pas eu d'incidence sur l'activité.

Jeu final

Au dernier cours, la simulation du jeu de *Lotto 6/49*[57] permet de stimuler une discussion pour amener les élèves à réfléchir à leur espérance de gagner en participant à des jeux de hasard et d'argent. Je vais animer la discussion en posant des questions comme : Que se passera-t-il à long terme dans ce jeu? ; Ce jeu est-il favorable pour le joueur ou pour le comité? ; Existe-t-il une stratégie pour gagner? ; etc. Ce jeu est particulier par rapport aux autres jeux puisqu'on n'y retrouve pas le même affichage des résultats. Aussi, les probabilités théoriques sont ardues à calculer, alors il est difficile de faire le lien entre la probabilité fréquentielle et la probabilité théorique. Toutefois, on peut simuler 10 000 parties en mode *turbo*, en seulement une dizaine de secondes. Cela permet de montrer aux élèves que les jeux de hasard sont fortement défavorables au joueur à long terme. La figure 3.7 illustre un exemple des résultats de 10 000 parties de *Lotto 6/49*.

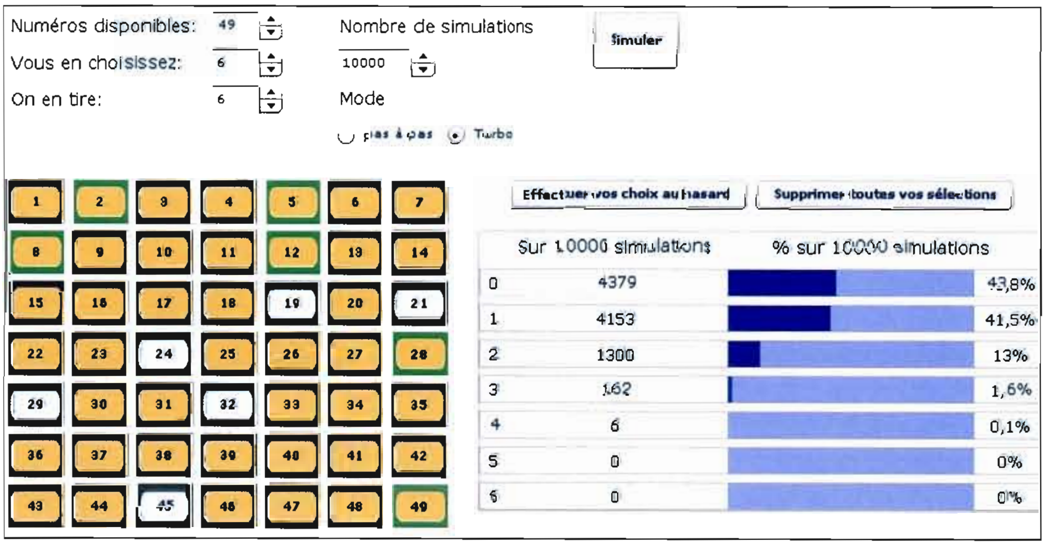


Figure 3.7 Jeu *Le tirage au sort* sur le simulateur de probabilités.

[57] Ce jeu est appelé *Tirage au sort* dans le simulateur de probabilités.

Dans cet exemple, le joueur aurait investi 20 000$ (10 000 billets à 2$) et aurait gagné environ 1 100 $ (162 billets à 10$ et 6 billets à environ 80$). Donc, le joueur accuserait une perte nette d'environ 18 800$[58].

3.3.5 Analyse *a priori* de la séquence d'enseignement

Dans la séquence d'enseignement, je veux favoriser l'émergence de chacune des conceptions choisies, soit les *conceptions du hasard* et les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*[59]. Pour ce faire, le simulateur de probabilités et les jeux de la situation d'apprentissage *Soirée casino*, doivent être potentiellement riches pour amener les élèves à manifester leurs conceptions liées aux probabilités.

3.3.5.1 Analyse *a priori* du simulateur de probabilités

Bien entendu, je dois considérer l'influence du simulateur de probabilités dans l'analyse *a priori* de la séquence d'enseignement. À mon avis, le simulateur de probabilités apporte plusieurs avantages pour simuler des jeux de hasard et d'argent :

1) Ses options d'exécution sous les modes *pas à pas*, *rapide* et *turbo* permettent de simuler des jeux de hasard une partie à la fois ou plusieurs parties en même

[58] Il est à noter que le taux de remise de la loterie *Lotto 6/49* est de 47% selon le site Internet www.lotoquebec.com. Cela signifie que, en moyenne, on remet au joueur 47% de son investissement et qu'il en perd donc 53%. Il faut savoir que les rares joueurs qui gagnent des gros montants faussent cette moyenne puisque, en réalité, la grande majorité des joueurs récupèrent beaucoup moins de 47% de leur investissement, comme l'illustre l'exemple de la figure 3.7.

[59] Comme je l'ai mentionné dans le chapitre précédent, j'ai décidé de ne pas analyser la conception *représentativité* puisque les conditions de l'expérimentation n'ont pas favorisé l'émergence de cette conception. Cependant, certains élèves ont manifesté des conceptions intéressantes par rapport au hasard, ce qui m'a amené à analyser ces *conceptions du hasard* même si cela n'était pas prévu au début de l'expérimentation. D'ailleurs, il est possible que la séquence d'enseignement favorise l'émergence de conceptions différentes de celles ciblées dans cette recherche.

temps. On peut d'abord s'assurer de comprendre le fonctionnement du jeu en simulant chaque étape en mode *pas à pas*, puis ensuite simuler un grand nombre de parties en mode *turbo* pour en observer la tendance mathématique[60].

2) Sa grande rapidité d'exécution nous fait gagner beaucoup de temps lors les simulations. De surcroît, une simulation à la main serait beaucoup plus laborieuse si on veut observer les résultats d'un grand nombre de parties.

3) En rendant possible la simulation d'un grand nombre d'essais en mode *turbo*, on peut être confiant que la probabilité fréquentielle sera plus fiable. En effet, par la loi des grands nombres, plus le nombre d'essais est grand, plus la probabilité fréquentielle se rapproche de la probabilité théorique.

4) Son interface est riche, car on y retrouve facilement les résultats détaillés par un bilan, un tableau et un graphique.

5) Il est possible de changer facilement les paramètres du jeu et d'en observer les effets.

6) Il peut contribuer à ébranler les conceptions des élèves en présentant des résultats qui ne sont pas ceux anticipés, fournissant ainsi une rétroaction qui pourrait amener les élèves à réorganiser leurs structures conceptuelles.

Le dernier avantage mentionné est particulièrement important dans ce mémoire puisque je m'intéresse à l'évolution des conceptions. Ainsi, il est possible que le simulateur de probabilités soit un facteur permettant d'ébranler les conceptions des élèves pour qu'ils entament un processus de complexification conceptuelle.

---

[60] Lorsque les élèves ont compris le fonctionnement du jeu par une simulation en mode *pas à pas*, je favorise grandement l'utilisation du mode *turbo*, car il permet de donner rapidement les résultats d'un grand nombre de simulations sans que l'élève n'ait l'impression de jouer. Il est évident que je ne voudrais absolument pas encourager un comportement de jeu excessif chez les élèves.

Par exemple, dans le jeu #2 qui est inspiré du problème de Monty Hall, je veux vérifier si le simulateur de probabilités peut installer un doute raisonnable chez les élèves convaincus qu'il n'y a aucune différence entre les deux stratégies, soit de garder ou de changer la boîte de départ. L'objectif visé en utilisant le simulateur de probabilités dans ce cas est d'ébranler la conception *équiprobabilité*, qui risque d'être partagée par plusieurs élèves étant donné que ce jeu est contre-intuitif. Le simulateur de probabilités pourrait permettre à l'élève de constater que la probabilité fréquentielle de gagner dans ces deux stratégies ne se rapproche pas de 1/2. Cela pourrait l'amener à réfléchir davantage sur le problème et à trouver les probabilités théoriques de gagner dans les deux stratégies (1/3 en gardant la boîte et 2/3 en changeant de boîte). Bref, l'élève est ainsi amené à réfléchir aux probabilités théoriques de gain, qui seront éventuellement établies en groupe lors de la phase d'institutionnalisation.

Lors du dernier cours de la séquence d'enseignement, la discussion autour de la loterie *Lotto 6/49* est susceptible de faire ressortir certaines conceptions d'élèves. Plus particulièrement, la conception *contrôle du hasard* pourrait être manifestée si des élèves pensent que des techniques dans le choix des nombres peuvent augmenter leurs probabilités de gagner. D'ailleurs, la conception *contrôle du hasard* pourrait émerger à travers l'utilisation que les élèves font du simulateur de probabilités. Une telle conception pourrait se manifester si un élève utilise une technique lors des simulations, que ce soit en attendant le « bon moment » pour cliquer sur le bouton *Simuler* ou un autre procédé qui l'amènerait à croire qu'il exerce du contrôle sur un jeu de hasard et d'argent.

Dans la réalisation des activités de la séquence d'enseignement, les élèves devront utiliser le simulateur de probabilités. Pour ce faire, huit ordinateurs portables munis du simulateur de probabilités seront à leur disposition. Lorsqu'une équipe sera prête à simuler un jeu, l'enseignante et moi l'enverrons à un poste libre. Je trouve important que les élèves puissent bénéficier d'un nombre suffisant d'ordinateurs afin d'accorder plus de temps de simulation et de limiter les déplacements dans la classe. Cependant, étant donné la quantité restreinte de matériel disponible dans les écoles, nous devrons nous satisfaire du matériel à notre disposition.

3.3.5.2 Analyse *a priori* des jeux

Ici, les trois jeux sont analysés afin de faire ressortir leur potentiel pour faire émerger les conceptions d'élèves ciblées dans ce mémoire. Je rappelle que les retours que je vais animer en classe à la suite de la réalisation des activités donnera une occasion aux élèves d'expliquer leurs conceptions et de les confronter à celles des autres élèves.

Jeu #1

Selon moi, le jeu *SEPT chanceux ou ONZE chanceux* est le jeu qui possède le plus de potentiel pour faire émerger les conceptions des élèves dans la séquence d'enseignement. En fait, les cinq conceptions ciblées dans cette recherche pourraient se manifester par les élèves lors des lancers de deux dés, les amenant à réfléchir sur les probabilités d'obtenir une somme de « 7 » et une somme de « 11 ».

Plus particulièrement, en travaillant avec un jeu aléatoire, il est possible que diverses *conceptions du hasard* émergent chez les élèves. Par exemple, ils pourraient affirmer qu'il est impossible de prédire quoi que ce soit puisque c'est du hasard.

En ce qui concerne la conception *équiprobabilité*, elle pourrait émerger si des élèves pensent que chaque somme de dés a la même probabilité de se produire. Cette conception mènerait alors les élèves à répondre que le choix de la somme de dés n'a pas d'importance pour le comité.

Lors de la manipulation des dés, les élèves pourraient manifester la conception *contrôle du hasard* en tentant de contrôler les résultats des dés. Cela pourrait être exprimé par l'utilisation d'une technique ou d'un rituel chanceux dans la manipulation des dés : souffler sur les dés, lancer les dés en gardant les yeux fermés, réfléchir fortement à obtenir une somme de sept, etc.

La conception *approche du résultat* pourrait se manifester si des élèves prédisent la somme du prochain lancer de dés plutôt que de considérer toutes les sommes possibles. Plus précisément, ils pourraient dire que le prochain lancer de dés produira une somme de sept puisque c'est la somme de dés la plus probable.

Enfin, la conception *dépendance* pourrait se manifester si des élèves considèrent les sommes des lancers de dés précédents pour évaluer les probabilités des résultats suivants. Par exemple, ils pourraient affirmer que la probabilité d'obtenir un somme de sept dans les prochains lancers est peu élevée si les trois derniers lancers ont eu une somme de sept.

Jeu #2

Dans le jeu nommé *Garde ou change*, il est possible que diverses *conceptions du hasard* se manifestent chez les élèves puisque le résultat du jeu repose toujours sur le hasard. Néanmoins, puisque le croupier ouvre une boîte et propose au joueur de garder ou de changer de boîte, ils pourraient croire que ce jeu ne relève pas seulement du hasard et qu'il est possible d'être stratégique en choisissant de garder ou de changer de boîte.

Aussi, le jeu devrait permettre l'émergence de la conception *équiprobabilité* si les élèves jugent systématiquement que les évènements ont la même probabilité de se réaliser. Par exemple, ils pourraient croire que les deux stratégies, soit garder ou changer de boîte, résultent des probabilités égales de gagner. Une autre manifestation de cette conception serait de penser que, pour une stratégie donnée, la probabilité de gagner est la même que celle de perdre.

Pour ne pas encourager l'élève à participer à des jeux de hasard et d'argent une partie à la fois, le jeu est surtout simulé avec un grand nombre d'essais simultanés. Il est à noter cependant que ces conditions ne favorisent pas l'émergence des conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance* puisque celles-ci se manifestent habituellement lorsque les élèves jouent une partie à la fois et tentent de prédire ou d'influencer le prochain résultat.

Jeu #3

Le jeu de *La roulette équitable*, tout comme le jeu précédent, est simulé à partir d'un grand nombre d'essais simultanés. Ainsi, l'émergence des conceptions *contrôle du hasard* et *approche du résultat* n'est pas visée dans cette activité.

Cependant, il y a une question prévue dans le jeu qui pourrait faire émerger la conception *dépendance* chez les élèves (voir Appendice A à la page 235). Par exemple, des élèves pourraient croire qu'une section de la roulette (composée de dix sections identiques) a une probabilité plus faible d'être tirée après avoir été tirée à trois reprises consécutives.

La conception *équiprobabilité* pourrait se manifester puisque les élèves doivent ajuster les gains pour rendre le jeu équitable. Ainsi, il est possible qu'ils confondent la notion de l'équité avec l'équiprobabilité.

Une fois de plus, les *conceptions du hasard* des élèves pourraient émerger dans cette situation. Plus particulièrement dans ce jeu, des élèves pourraient croire que ce n'est pas du hasard puisque la roulette est équitable.

Comme on retrouve certaines conceptions travaillées, les mêmes d'une activité à l'autre, je pourrai constater de l'évolution de ces conceptions en lien avec la situation, plus particulièrement pour les *conceptions du hasard* et la conception *équiprobabilité* dont l'émergence est favorisée dans plusieurs activités de la séquence d'enseignement.

Pour terminer l'analyse *a priori* de la séquence d'enseignement, je constate que cet enchaînement d'activités mathématiques comporte des caractéristiques particulières de la séquence *Culture, société et technique*, soit de procurer à l'élève « [...] des outils qui l'aident à accroître sa capacité d'analyse, à envisager différentes possibilités, à prendre des décisions éclairées, à étayer ses raisonnements, à prendre position au regard de différents enjeux » (Gouvernement du Québec, 2007, chapitre 6, p. 66). Les différents jeux de la séquence d'enseignement devraient amener les élèves à se questionner et à réfléchir, ce qui devrait faire émerger leurs conceptions.

Aussi, je pense que les jeunes de quatrième secondaire participant à ce projet sont placés dans des conditions qui respectent la vision du *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2007) :

> Placé dans des situations qui le conduisent à interpréter la réalité, à généraliser, à anticiper et à prendre des décisions, l'élève a l'occasion de mettre en œuvre ou de développer son aptitude à observer, à concevoir, à gérer, à optimiser, à faire des choix, à convaincre, etc. Les activités qui lui sont proposées sont généralement concrètes et pratiques. (Gouvernement du Québec, 2007, chapitre 6, p. 66)

Les activités concrètes de la séquence d'enseignement visent à stimuler un raisonnement pour choisir les critères des jeux, dans le but de maximiser les profits du comité lors de la soirée casino. Les élèves doivent ainsi proposer des solutions tout en justifiant leurs choix à l'aide des résultats des simulations. D'ailleurs, cette utilisation de la technologie est encouragée puisque, dans la séquence *Culture, société et technique*, « [...] l'élève met à profit la technologie pour représenter ou traiter un grand nombre de données et faciliter les calculs fastidieux » (Gouvernement du Québec, 2007, chapitre 6, p. 66). Comme il en a été discuté dans cette section, le simulateur de probabilités est non seulement efficace pour simuler rapidement un grand nombre de parties de jeux de hasard et d'argent, mais il permet aussi de confronter l'élève à ses conceptions.

Donc, à la suite des analyses préalables décrites précédemment dans cette section, la séquence d'enseignement a été conçue. L'analyse *a priori* des jeux et du simulateur de probabilités m'amène à penser que la séquence d'enseignement est potentiellement riche pour faire émerger les conceptions des élèves. Cependant, le choix d'outils de collecte de données est important afin de recueillir la pensée des élèves le plus précisément possible, selon le paradigme de ce mémoire.

3.4 Outils de collecte de données

Dans cette section, les outils de collecte de données sont expliqués et justifiés. Afin d'assurer une certaine richesse dans la collecte de données et de mieux comprendre le phénomène observé, j'ai opté pour plusieurs outils de recueil de données. En effet, j'ai utilisé les questionnaires, les entrevues, les observations en classe et des productions d'élèves.

3.4.1 Questionnaires

Deux questionnaires écrits ont été administrés aux élèves, soit un au début et un autre à la fin de la séquence d'enseignement. Les questionnaires visaient à faire état de leurs conceptions probabilistes avant et après les apprentissages réalisés en classe. Cela permettra d'établir le portrait global de leurs conceptions à deux moments distincts. Il est à noter que les élèves ont écrit leur nom sur leur questionnaire, mais que ces noms seront remplacés par des pseudonymes lors de l'analyse des résultats.

J'ai demandé aux élèves d'écrire à l'encre pour qu'ils ne puissent pas effacer leurs réponses. Je leur ai indiqué que, s'ils voulaient changer leur réponse, ils n'avaient qu'à tracer un léger trait sur la réponse à changer puis à écrire leur nouvelle réponse à la suite. J'ai aussi mentionné qu'il était important qu'ils répondent de leur mieux, mais qu'il était normal qu'ils soient incertains de leurs réponses. De plus, le temps n'a pas été une contrainte puisque les élèves ont disposé d'une vingtaine de minutes pour compléter le questionnaire, mais la majorité des jeunes n'ont eu besoin que d'une dizaine de minutes.

Le questionnaire initial (questionnaire A)[61] est composé de cinq questions dont chacune cible l'éventuelle émergence d'une conception précise. Dans ces questions, un choix de réponses est parfois offert, mais les élèves doivent justifier leurs réponses à l'endroit réservé à cet effet.

---

[61] Voir l'appendice C pour consulter le questionnaire A administré aux élèves.

Le questionnaire final (questionnaire B)[62] a été ajusté au cours de la séquence d'enseignement, selon les conceptions qui se sont manifestées chez les élèves durant les activités. Ainsi, certaines modifications ont été apportées par rapport au questionnaire initial. De manière plus exhaustive :

- une question n'a pas subi de changement;
- une question a été modifiée légèrement;
- deux questions ont été modifiées considérablement;
- une nouvelle question a été ajoutée[63].

Les changement qui ont été apportés aux questions seront expliqués et justifiés dans les prochaines pages.

3.4.2 Analyse *a priori* des questionnaires

Outre la situation d'apprentissage de la *Soirée casino*, les élèves ont dû remplir un questionnaire initial (questionnaire A) avant la séquence d'enseignement et un questionnaire final (questionnaire B) après avoir réalisé l'ensemble des activités. Dans cette section, je veux présenter les questions posées aux élèves et justifier leur pertinence. Pour ce faire, je vais faire une analyse *a priori* de chacune des questions pour faire ressortir leur potentiel pour faire émerger les conceptions ciblées dans cette recherche. Je vais aussi préciser les types de réponses d'élèves qui me mènent à penser qu'une conception se manifeste. Il est à noter que, même si j'ai recours à des questions à choix de réponses, il sera très important de considérer les justifications des élèves afin d'inférer leurs conceptions lors de l'analyse des résultats.

---

[62] Voir l'appendice D pour consulter le questionnaire B administré aux élèves.

[63] Dans le questionnaire B, une question a été ajoutée en raison de la conception du hasard qui est ressortie chez certains élèves, mais qui n'avait pas été prise en compte dans le questionnaire A.

3.4.2.1 Questionnaire A

La première question est une adaptation d'une question utilisée dans les travaux de Fischbein et Schnarch (1997). Leur recherche vise à faire ressortir si les conceptions des élèves du secondaire évoluent selon leur âge. Plus précisément, cette question étudie l'effet de récence négatif et l'effet de récence positif (negative and positive recency effects). Dans mon cas, après avoir traduit et adapté leur problème, la question de la figure 3.8 est posée aux élèves pour témoigner si la conception *dépendance* se manifeste avant le début de la séquence d'enseignement.

Question # 1
En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ? Explique ta réponse.

Figure 3.8 Question #1 du questionnaire A (Appendice C, p. 254).

Dans cette question, je veux vérifier les manifestations de la conception *dépendance*. Alors que chaque résultat est indépendant des résultats antérieurs, certains élèves pourront être tentés de s'appuyer sur les résultats des lancers précédents pour prédire le résultat du prochain lancer. On peut percevoir l'effet de récence négatif chez un élève s'il répond que le quatrième lancer sera « pile » pour équilibrer une séquence de trois « face » consécutives. À l'opposé, c'est l'effet de récence positif qui se manifeste chez un élève s'il pense que le quatrième lancer sera « face » pour continuer selon la même tendance.

La deuxième question est aussi adaptée de la même recherche de Fischbein et Schnarch (1997). Elle a été utilisée par ces chercheurs pour vérifier la compréhension des évènements simples et composés (compound and simple events) chez les élèves du secondaire. Pour ce mémoire, la question est traduite pour voir si la conception *équiprobabilité* émerge chez les élèves. Voici, à la figure 3.9 la question posée aux élèves avant les apprentissages prévus dans la séquence d'enseignement :

Question # 2
Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément.
Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?
A) obtenir 5 et 6 ;
B) obtenir 6 et 6 ;
C) les deux ont les mêmes chances.
Explique ta réponse.

Figure 3.9 Question #2 du questionnaire A (Appendice C, p. 254).

Puisque cette question fait intervenir deux évènements qui ne sont pas équiprobables, les élèves croyant que les évènements ont les mêmes chances de se réaliser manifestent la conception *équiprobabilité*.

En ce qui concerne la troisième question, c'est moi qui l'ai composée puisque je n'ai pas trouvé d'étude dans laquelle on utilise une question pour faire intervenir la conception *approche du résultat* dans un contexte de jeux de hasard et d'argent. La question de la figure 3.10 est posée aux élèves.

Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si tu décides de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ?
Explique ta réponse.

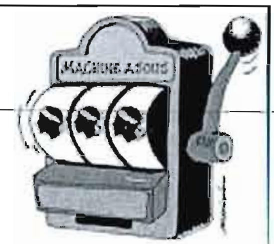


Figure 3.10 Question #3 du questionnaire A (Appendice C, p. 255).

Dans cette question, je veux voir si les élèves veulent à tout prix donner une prédiction du prochain résultat en ne considérant qu'une seule possibilité. Plus précisément, un élève qui manifeste la conception *approche du résultat* veut absolument fournir une réponse unique à la question, ce qui le mène probablement à répondre qu'il perdra car ses probabilités de perdre sont plus élevées que ces probabilités de gagner.

La quatrième question devait évaluer si les élèves manifestent la conception *représentativité*, mais j'ai décidé de ne pas analyser cette conception étant donné que les conditions de l'expérimentation n'ont pas favorisé son émergence.

La cinquième question est adaptée des travaux de Rouan et Pallascio (1994). Dans leur recherche, cette question a été utilisée pour faire ressortir la conception *contrôle du hasard* auprès de lycéens marocains âgés de 18-19 ans. Dans le présent mémoire, je cherche à déterminer si la conception *contrôle du hasard* émerge chez les élèves de quatrième secondaire, ce qui m'amène à leur poser la question de la figure 3.11.

Question # 5
À qui demanderais-tu des nombres pour former une combinaison de *Lotto 6/49* ?
A) à une personne qui a joué et gagné plusieurs fois ;
B) à une personne qui a déjà joué, mais qui n'a jamais gagné ;
C) à une personne qui n'a jamais joué ;
D) tu vas faire ton choix toi-même ;
E) peu importe.
Explique ta réponse.

Figure 3.11 Question #5 du questionnaire A (Appendice C, p. 255).

Cette question devrait permettre d'identifier si la conception *contrôle du hasard* se manifeste chez certains élèves. Les élèves qui ont cette conception croient qu'il est possible pour une personne, grâce à son expérience avec les jeux de hasard et d'argent, d'exercer un contrôle sur le hasard. Alors que personne ne peut établir de stratégie gagnante pour choisir une combinaison de loterie (puisque toutes les combinaisons sont équiprobables), un élève qui manifeste la conception *contrôle du hasard* aura plutôt tendance à croire qu'une personne qui a déjà gagné sera plus prédisposée que les autres à gagner puisque son expérience lui a permis de développer des stratégies efficaces.

3.4.2.2 Questionnaire B

La première question est la même que la première question du questionnaire A. Ainsi, la question de la figure 3.12 (identique à la figure 3.8) est utilisée pour observer, après la séquence d'enseignement, des manifestations de la conception *dépendance* chez les élèves.

Question # 1
En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ? Explique ta réponse.

Figure 3.12 Question #1 du questionnaire B (Appendice D, p. 258).

En préservant la même question, je pourrai déterminer si la conception *dépendance* semble suivre un processus de complexification conceptuelle.

J'ai composé la deuxième question, qui est grandement modifiée par rapport à celle du questionnaire A, afin de m'approcher de ce qui est fait en classe avec les élèves. Après avoir réalisé des activités dont la simulation de lancers de dés, je veux vérifier, avec la question de la figure 3.13, si les élèves manifestent la conception *équiprobabilité*.

Question # 2
Une personne lance deux dés simultanément. Quelle somme a le plus de chances d'être obtenue ? Explique ta réponse.

Figure 3.13 Question #2 du questionnaire B (Appendice D, p. 258).

Cependant, il semble qu'un biais soit inséré dans cette question puisqu'elle amène l'idée qu'une somme a plus de probabilités d'être obtenue que les autres. Ainsi, en proposant que les sommes ne sont pas équiprobables, il est possible que cela empêche les élèves de manifester, s'il y a lieu, la conception *équiprobabilité*. Toutefois, si un élève affirme que les sommes ont toutes les mêmes probabilités, la conception *équiprobabilité* est clairement manifestée par l'élève. Le jeu #1 réalisé en classe aura aussi permis de travailler cette situation, ce qui pourra avoir un effet sur la conception.

Dans la troisième question, j'apporte une légère modification en ne plaçant pas l'élève dans la position du joueur comme c'est le cas dans le questionnaire A. Ainsi, dans la question de la figure 3.14, je m'intéresse à la conception *approche du résultat* chez l'élève après qu'il ait réalisé les activités prévues dans la séquence d'enseignement.

Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si une personne décide de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ?
Explique ta réponse.

Figure 3.14 Question #3 du questionnaire B (Appendice D, p. 258).

Tout comme dans le questionnaire A, je veux déterminer si l'élève manifeste la conception *approche du résultat* en prédisant soit un gain ou une perte au prochain essai. La légère modification dans la question est établie pour que l'élève puisse prendre du recul par rapport à ce jeu de hasard et d'argent, mais cela ne devrait pas avoir d'incidence sur la manifestation de la conception *approche du résultat*.

Encore une fois, la quatrième question portant sur la conception *représentativité* n'est pas présentée puisqu'elle n'est pas retenue dans l'analyse de cette recherche.

En ce qui concerne la cinquième question, je l'ai composée pour vérifier si les élèves pensent qu'il existe une technique pouvant influencer le hasard. De cette façon, la question de la figure 3.15 est posée aux élèves pour déterminer s'ils manifestent la conception *contrôle du hasard* après la séquence d'enseignement.

Question # 5
Crois-tu qu'il existe une technique qui permet d'augmenter tes chances de gagner au jeu de *Lotto 6/49* ?
Explique ta réponse.

Figure 3.15 Question #5 du questionnaire B (Appendice D, p. 259).

Cette question est différente de celle du questionnaire A, car c'est une question ouverte plutôt qu'une question à choix multiples. Ainsi, cette question me permet d'avoir accès à leurs propres croyances concernant certaines stratégies ou techniques qui les amènent à croire que le hasard peut être contrôlé. Par exemple, un élève pourrait affirmer que ses probabilités de gagner sont augmentées s'il choisit ses nombres chanceux comme sa date de fête, son numéro de chandail de football, un nombre avec lequel il a gagné auparavant, etc. Ces exemples me mèneraient à penser que la conception *contrôle du hasard* se manifeste chez les élèves.

J'ai composé la sixième question durant la réalisation de la séquence d'enseignement puisque certaines *conceptions du hasard* ont été manifestées chez des élèves. Ainsi, la question de la figure 3.16 a été ajoutée dans le questionnaire B pour identifier si des *conceptions du hasard* émergent bel et bien chez certains élèves.

Question # 6 Luc dit que, si on connaît les probabilités théoriques de gagner à un jeu, ce n'est plus un jeu de hasard. Qu'en penses-tu ? Explique ta réponse.

Figure 3.16 Question #6 du questionnaire B (Appendice D, p. 259).

Puisque cette question a été ajoutée en réaction aux affirmations des élèves, je m'attends à ce que certains élèves manifestent leur *conception du hasard*. Par exemple, un élève peut croire que ce n'est plus du hasard puisque nous connaissons les probabilités.

Alors, je pense que les questions présentées dans cette section permettent de faire ressortir, s'il y a lieu, chacune des conceptions ciblées dans cette recherche. Dans le chapitre suivant, les questionnaires A et B me permettront d'analyser les conceptions des élèves avant et après la réalisation de la séquence d'enseignement.

3.4.3 Observations en classe

En ce qui concerne les observations en classe, celles-ci visaient les activités réalisées durant les cours, incluant le travail de l'enseignant (même si l'objet d'étude n'est pas les pratiques enseignantes), mais particulièrement celui des élèves. Lors des observations en classe, du matériel d'enregistrement audio et vidéo a été utilisé.

Afin de dresser une éventuelle vue d'ensemble des échanges entre les élèves et Julie lors d'une activité en grand groupe, des enregistrements vidéo ont été nécessaires puisque des enregistrements audio n'auraient pas permis de distinguer les voix à cause du bruit occasionné lors des retours en groupe. Cependant, les magnétophones ont été utilisés pour capter le son de chacun des élèves durant la réalisation des tâches, notamment lors du travail en équipe. Quinze magnétophones ont été distribués : un à chacune des treize équipes participant à la recherche, un à l'enseignante et un à moi-même.

À ces deux outils complémentaires se sont ajoutées mes notes de terrain. Lors des activités en classe, je circulais et je questionnais les élèves, en notant les interventions les plus porteuses d'intérêt en lien avec mes objectifs de recherche. De plus, après chacun des cours, j'ai discuté avec Julie pour pouvoir partager nos impressions spontanées. Cela nous a permis de nous réajuster aux cours subséquents pour favoriser l'émergence des conceptions. Ainsi, grâce aux enregistrements vidéo, aux enregistrements audio et aux notes de terrain, mes observations de la classe ont été suffisamment rigoureuses pour me permettre l'analyse visée dans ce mémoire de maîtrise.

3.4.4 Productions des élèves

À la fin de la séquence d'enseignement, les cahiers d'élèves ont été photocopiés pour recueillir leurs productions lors des activités réalisées en classe. Comme ces documents contiennent des traces du travail réalisé par chacun des élèves tout au long de la séquence, ils pourront être utilisés pour témoigner d'un possible ébranlement des conceptions des élèves. De plus, l'analyse de ces productions pourrait me permettre de rendre compte du travail des élèves qui verbalisaient peu durant les cours.

3.4.5 Entrevues

À la fin de l'expérimentation, j'ai rencontré certains élèves lors d'entrevues individuelles ou en équipe. Plus précisément, un élève seul et cinq équipes de deux élèves ont été rencontrés. J'avais prévu que les entrevues se déroulent seulement en équipe de deux, mais j'ai décidé par la suite de faire passer une entrevue individuelle puisque le discours d'un élève en classe a fait ressortir des manifestations de conceptions riches à analyser, alors que son partenaire d'équipe a été peu participatif durant les cours. Lors de l'analyse des entrevues en équipe, il faudra porter attention à une éventuelle influence exercée entre les élèves. En effet, les discussions entre les élèves pourraient avoir influencé leurs conceptions.

Les onze élèves rencontrés ont été choisis en raison de leur participation active lors des activités réalisées en classe. Ils s'y sont démarqués par leur capacité à verbaliser leurs raisonnements, ce qui a mené à des propos qui demandaient à être développés pour les bienfaits de cette recherche.

Ainsi, les entrevues semi dirigées visaient à mieux comprendre leurs conceptions par rapport aux situations d'apprentissage sur les probabilités travaillées en classe. Certaines questions générales d'entrevues[64] étaient préparées pour l'ensemble des élèves, alors que d'autres questions plus spécifiques ont été posées aux élèves, en lien avec leurs affirmations durant les cours. Dans les entretiens, je posais une question (générale ou spécifique) et je réorientais mon questionnement selon les réponses des élèves. Lorsque les élèves manifestaient une conception parmi celle ciblées dans ce mémoire, je proposais d'autres questions pour arriver à mieux comprendre leurs affirmations. Lorsque je jugeais avoir bien compris la pensée de l'élève, je passais à une autre question.

Les entrevues ont été réalisées à l'école, sur les heures de classe ou durant le dîner. Finalement, chaque entretien a duré une quinzaine de minutes et a été enregistré sur bande audio à l'aide d'un magnétophone.

[64] Les questions générales d'entrevues sont présentées dans l'appendice E.

3.5 Démarche d'analyse des données

Dans cette section, il convient de vérifier quel type d'analyse des données me permettra de répondre à la question de recherche qui a été fixée à la fin du chapitre *Problématique* : comment se manifestent et évoluent certaines conceptions d'élèves de niveau secondaire lors d'une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent ?

Pour répondre à cette question, je devrai d'abord être en mesure d'identifier globalement les conceptions des élèves[65] au début et à la fin de la séquence d'enseignement pour vérifier si elles ont été ébranlées. Une analyse des questionnaires écrits (A et B) pourrait s'avérer enrichissante. Cette analyse des données se voudra surtout qualitative, mais elle comportera aussi quelques statistiques visant à fournir un portait global de la classe pour chaque conception. Pour ce faire, l'analyse sera réalisée à l'aide des critères qui ont été fixés dans l'analyse *a priori* des questionnaires pour témoigner de la manifestation des conceptions.

Je devrai ensuite repérer les diverses manifestations des conceptions en cours de la séquence d'enseignement et témoigner d'une éventuelle complexification de celles-ci. Pour ce faire, il me faudra analyser les transcriptions du verbatim et les copies d'élèves[66] provenant des activités réalisées en classe. Bien entendu, il s'agira cette fois d'une analyse strictement qualitative des données.

Afin de mieux comprendre certaines manifestations des conceptions d'élèves qui ont émergées en classe et qui ont été questionnées lors des entrevues, il me faudra analyser les transcriptions du verbatim des entrevues. Encore une fois, cette analyse des données se voudra strictement qualitative.

---

[65] Tout comme pour Julie, j'ai attribué des pseudonymes aux élèves afin d'assurer leur anonymat.

[66] L'analyse des productions d'élèves ne sera pas présentée puisque ce type de données, bien qu'il ait été considéré, ne permet pas d'enrichir l'analyse. En effet, ces cahiers remplis par les élèves lors de la séquence d'enseignement ne fournissent pas des manifestations des conceptions des élèves qui pourraient éclairer une éventuelle complexification conceptuelle.

Pour analyser les données, certains choix ont été faits. Tout d'abord, les données seront organisées selon les conceptions d'élèves qui s'avèrent les plus riches à analyser, soit celles qui se sont manifestées plusieurs fois à travers la séquence d'enseignement. Il est à noter que les conceptions s'avèrent être souvent reliées entre elles, mais je tenterai de les analyser séparément afin de témoigner d'une possible complexification conceptuelle au cours de la séquence d'enseignement.

Une *analyse semi-émergente* mettra en évidence les conceptions d'élèves qui ont été retenues pour cette analyse. Cette analyse est qualifiée de « semi-émergente » puisque la démarche d'analyse se situe dans une perspective d'émergence des données selon la richesse qui en découle, mais en s'appuyant tout de même sur le cadre conceptuel. En ce sens, je m'inspire de la démarche de « théorisation ancrée » (Glaser et Strauss, 1967 ; Strauss et Corbin, 1990).

Finalement, cette analyse qualitative des données vise à tenter de répondre à la question de recherche fixée. D'ailleurs, le prochain chapitre permettra d'analyser toutes les données recueillies lors de l'expérimentation, afin de faire ressortir les cinq conceptions d'élèves ciblés dans cette recherche, soit *les conceptions du hasard* et les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*. Tous les élèves de la classe ont été considérés lors de l'analyse, mais seulement certains d'entre eux ont été retenus pour faire ressortir leurs conceptions. Certaines conceptions seront analysées chez deux élèves de la classe, Danik et Tommy[67], en portant une attention particulière sur leur processus de complexification conceptuelle, alors que d'autres conceptions seront analysées ponctuellement à différents moments de la séquence d'enseignement chez des élèves de la classe. Les exemples analysés ont été choisis de manière à présenter une diversité et une richesse dans les conceptions des élèves, sans que ces exemples soient nécessairement représentatifs des conceptions de plusieurs élèves de la classe.

---

[67] Danik et Tommy ont été sélectionnés pour leur grande participation en classe. Puisqu'ils se sont beaucoup exprimés, de nombreuses manifestations me permettront d'inférer leurs conceptions. De plus, des différences dans leur réflexion les ont amenés à se confronter mutuellement à plusieurs reprises, ce qui a fait émerger des discussions fort captivantes.

CHAPITRE IV

ANALYSE DES RÉSULTATS

Au chapitre précédent, j'ai exposé les considérations méthodologiques du projet de recherche. En collaboration avec une enseignante de quatrième secondaire, j'ai construit et expérimenté une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent qui visait l'émergence de cinq différentes conceptions, soit les *conceptions du hasard* et les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*. Les 30 élèves de la classe ont répondu à deux questionnaires écrits (A et B) et plusieurs d'entre eux ont été interviewés à la fin de la séquence d'enseignement. Un pseudonyme a été attribué à chaque élève afin de préserver la confidentialité des participants.

Ce chapitre présentera l'analyse des réponses aux questionnaires, l'analyse des extraits audio et vidéo des séances en classe et l'analyse des extraits audio des entrevues. Des conceptions d'élèves seront inférées selon leurs manifestations à différents moments au cours de la séquence d'enseignement. L'intention de ces analyses sera de témoigner à la fois de la manifestation des conceptions ciblées et d'une éventuelle complexification conceptuelle des élèves. Pour les *conceptions du hasard* et la conception *équiprobabilité*, nous verrons que deux élèves (Danik et Tommy) ont manifesté à plusieurs reprises des conceptions assez différentes qui ont été confrontées et ébranlées. Cela permettra de poser un regard particulier sur une possible complexification conceptuelle chez ces deux élèves. Puisqu'aucun élève n'a manifesté suffisamment les autres conceptions, soit les conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*, pour que je puisse repérer des signes d'une complexification conceptuelle, je ferai ressortir des manifestations ponctuelles de ces conceptions chez des élèves de la classe lorsque celles-ci me paraissent riches à analyser.

4.1 *Conceptions du hasard*

En guise de rappel, les *conceptions du hasard*, dans cette recherche, sont les conceptions liées aux idées que se font les personnes à propos du hasard. Les *conceptions du hasard* de Danik et Tommy sont inférées à partir des manifestations relevées dans leurs réponses aux questionnaires, dans certains extraits de la séquence d'enseignement et dans leurs propos recueillis en entrevue. L'évolution de ces manifestions sera ensuite analysée pour faire ressortir le processus de complexification entamé chez Danik et Tommy.

4.1.1 Analyse des questionnaires

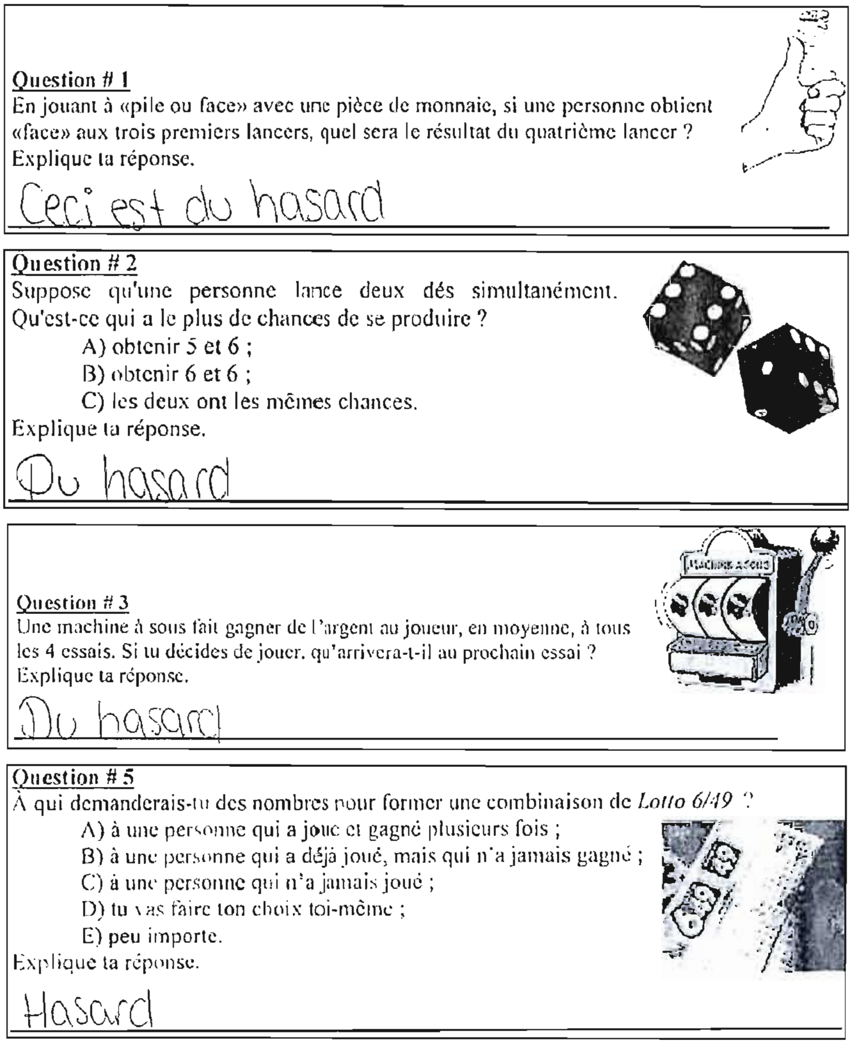
Pour procéder à cette analyse des questionnaires, j'ai effectué une analyse *par question* puisque chaque question vise l'émergence d'une des cinq conceptions ciblées dans ce mémoire. Dans ce cas, c'est la question #6 du questionnaire B qui permet d'inférer les *conceptions du hasard* des élèves[68]. De plus, j'ai effectué une analyse *par élève* des questionnaires A et B pour faire ressortir les manifestations des *conceptions du hasard* des élèves dans l'ensemble des questions. Les réponses de Danik, de Tommy et d'autres élèves ont ainsi été analysées.

4.1.1.1 Réponses de Danik aux questionnaires

Dans le questionnaire A distribué quelques jours avant le début de la séquence d'enseignement, Danik ne répond pas directement aux questions. En fait, il écrit à chacune des questions que c'est du hasard, comme si cela était une réponse en soi ou un argument valable. La figure 4.1 présente ses réponses à quatre questions du questionnaire A.

---

[68] Il est à noter que les *conceptions du hasard* manifestées dans les réponses des élèves au questionnaire A m'ont amené à considérer ces conceptions que je n'avais pas ciblées au début de cette recherche. En ajoutant la question #6 dans le questionnaire B, j'ai voulu vérifier si les élèves ont une *conception du hasard* reliée à la connaissance des probabilités dans un jeu de hasard.



Question # 1
En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?
Explique ta réponse.
Ceci est du hasard

Question # 2
Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément.
Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?
A) obtenir 5 et 6 ;
B) obtenir 6 et 6 ;
C) les deux ont les mêmes chances.
Explique ta réponse.
Du hasard

Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si tu décides de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ?
Explique ta réponse.
Du hasard

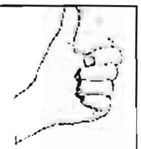
Question # 5
À qui demanderais-tu des nombres pour former une combinaison de *Lotto 6/49* ?
A) à une personne qui a joué et gagné plusieurs fois ;
B) à une personne qui a déjà joué, mais qui n'a jamais gagné ;
C) à une personne qui n'a jamais joué ;
D) tu vas faire ton choix toi-même ;
E) peu importe.
Explique ta réponse.
Hasard

Figure 4.1 *Conception du hasard* chez Danik (questionnaire A).

Il m'apparaît qu'une certaine *conception du hasard* se manifeste dans les propos de Danik. Le fait d'écrire uniquement que c'est du hasard signifie peut-être pour lui qu'il ne peut pas en dire davantage. Même s'il ne l'a pas écrit, cela pourrait signifier « c'est du hasard, alors je ne peux pas répondre à la question ». Dans cette idée, on peut penser qu'il conçoit que le hasard est *imprédictible*, ce pourquoi il ne peut pas répondre aux questions.

Dans le questionnaire B rempli par Danik à la fin de la séquence d'enseignement, on peut inférer que la même *conception du hasard* se manifeste à nouveau. Ses réponses à cinq questions sont illustrées dans la figure 4.2.

Question # 1
En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ? Explique ta réponse.

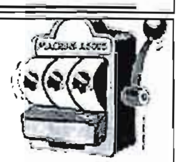


Hasard, tout est dans la manière de faire

Question # 2
Une personne lance deux dés simultanément. Quelle somme a le plus de chances d'être obtenue ? Explique ta réponse.

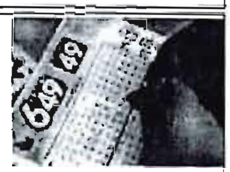
Idem

Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si une personne décide de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ? Explique ta réponse.



Je pense qu'il y a de la chance.

Question # 5
Crois-tu qu'il existe une technique qui permet d'augmenter tes chances de gagner au jeu de *Lotto 6/49* ?
Explique ta réponse.



Non, tout est faite aléatoirement.

Question # 6
Luc dit que, si on connaît les probabilités théoriques de gagner à un jeu, ce n'est plus un jeu de hasard. Qu'en penses-tu ? Explique ta réponse.

Moi je dis qu'il y a toujours du hasard dans les probabilités

Figure 4.2 *Conception du hasard* chez Danik (questionnaire B).

À nouveau, Danik ne se prononce pas directement sur les questions, mais il relève encore la présence du hasard et de la chance[69]. Le hasard semble l'empêcher de répondre, associé à une certaine forme d'imprédictibilité. Dans l'analyse des observations en classe, je tenterai de mieux comprendre cet apparent blocage associé au hasard en faisant ressortir des moments au cours desquels sa *conception du hasard* aurait pu être ébranlée.

---

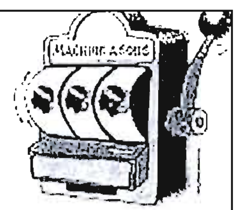
[69] Ici, il est difficile de savoir ce que Danik entend par « chance ». Cela désigne peut-être la chance mathématique (au sens de probabilité) ou plutôt la chance d'une personne (au sens de « luck »).

4.1.1.2 Réponses de Tommy aux questionnaires

En ce qui concerne Tommy, ses réponses au questionnaire A permettent d'inférer sa *conception du hasard*. Il utilise les termes « possibilités » ou « probabilités » dans chacune de ses réponses et il mentionne que le hasard n'existe pas dans la vie, comme on peut le voir à la figure 4.3 pour deux de ses réponses.

Question # 1
En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?
Explique ta réponse.

on peu a le savoir, ilya une chance sur
deux que la piece retombe sur face
dans lavie il n'y a pas de Hasard il ya seulement
de possibiliter.



Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si tu décides de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ?
Explique ta réponse.

on n'est jamais certain il y a une multitude
de possibiliter.

Figure 4.3 *Conception du hasard* chez Tommy (questionnaire A).

Ainsi, Tommy semble opposer « hasard » et « possibilités » en précisant que le hasard ne se retrouve pas dans la vie, alors qu'il n'y aurait que des possibilités... « une multitude de possibilités »! Cela illustre une *conception du hasard* assez intrigante puisqu'il rejette l'existence du hasard tout en étant conscient de l'incertitude des résultats, qu'il attribue aux nombreuses possibilités d'une situation. Toutefois, malgré cette prise de conscience de l'incertitude d'un phénomène aléatoire, Tommy semble adopter une approche mathématique en quantifiant les probabilités de gagner (« une chance sur deux que la pièce retombe sur face »). Cette position est à l'opposé de celle de Danik qui semble percevoir partout la présence du hasard sans tenter de mathématiser les situations qui lui sont présentées. Cependant, on pourrait aussi penser que ces *conceptions du hasard* ne sont pas si différentes puisqu'il est possible que Tommy associe lui aussi une certaine imprédictibilité au hasard. Cela pourrait l'amener à rejeter l'existence du hasard plutôt que de répondre comme Danik qui, à mes yeux, paraît « bloqué » par sa *conception du hasard.* Il sera important de revenir sur cette idée lors de l'analyse des observations en classe.

Dans le questionnaire B, Tommy utilise le terme « probabilités » plutôt que « possibilités ». Dans la figure 4.4, sa réponse à la question #6 amène l'idée qu'il semble maintenant accepter l'existence du hasard.

Question # 6
Luc dit que, si on connaît les probabilités théoriques de gagner à un jeu, ce n'est plus un jeu de hasard. Qu'en penses-tu ? Explique ta réponse.

le Hasard est toujours present mais
on peut savoir environ les resulta a longterme

Figure 4.4 *Conception du hasard* chez Tommy (questionnaire B).

Puisque Tommy écrit que « le hasard est toujours présent mais on peut savoir environ les résultats à long terme », cela m'amène à penser qu'il est maintenant conscient de l'existence du hasard, et qu'il est conscient en plus qu'on peut en dégager une certaine tendance mathématique dans les résultats à long terme. Il semble donc que sa *conception du hasard* ait entamé un processus de complexification conceptuelle. Dans les analyses des observations en classe, il faudra que je m'attarde plus particulièrement aux facteurs qui ont permis d'ébranler sa *conception du hasard.*

4.1.1.3 Réponses d'autres élèves aux questionnaires

Parmi les réponses des élèves aux questionnaires, il me semble que certaines valent la peine d'être soulevées puisqu'elles évoquent différentes *conceptions du hasard.* Par exemple, dans la question #2 du questionnaire A, Tina amène l'idée que les résultats de dés reposent sur la chance, tel qu'on peut l'observer dans la figure 4.5.

Question # 2
Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément. Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?
A) obtenir 5 et 6 ;
B) obtenir 6 et 6 ;
C) les deux ont les mêmes chances.
Explique ta réponse.

On n'est pas des mediums et la façon dont les chiffres vont tomber c'est rien que de la chance. Ils peuvent tomber comme 2 et 6, comme 1 et 5

Figure 4.5 *Conception du hasard* chez Tina (questionnaire A).

On peut se demander quel sens elle attribue ici au mot « chance ». Est-il synonyme du hasard ? Je suis amené à penser qu'elle dit que « c'est rien que de la chance » puisqu'elle est consciente de l'incertitude des résultats en affirmant qu'elle ne connaît pas l'avenir. La *conception du hasard* de Tina inférée ici semble être liée à la conception *équiprobabilité* puisque sa réponse soutient que, en ne connaissant pas l'issue des lancers de dés, les deux évènements ont les mêmes probabilités de se réaliser alors que ce n'est pas le cas.

La distinction entre le hasard et la chance n'est pas toujours claire pour les élèves. La figure 4.6 illustre la réponse de Renaud à la question #5 du questionnaire A.

Question # 5
À qui demanderais-tu des nombres pour former une combinaison de *Lotto 6/49* ?
A) à une personne qui a joué et gagné plusieurs fois ;
B) à une personne qui a déjà joué, mais qui n'a jamais gagné ;
C) à une personne qui n'a jamais joué ;
D) tu vas faire ton choix toi-même ;
E) peu importe.
Explique ta réponse.

Car c'est encore du hasard et que la chance n'a rien a voir la dedan.

Figure 4.6 *Conception du hasard* chez Renaud (questionnaire A).

Il me semble que le mot « chance » est ici employé au sens du mot anglophone « luck », soit en la chance d'une personne. Ainsi, Renaud semble vouloir exprimer que la loterie relève du hasard et n'est donc pas reliée à la chance d'une personne, c'est-à-dire au fait qu'une personne soit « chanceuse » ou non. Dans cette idée, la chance d'une personne n'affecterait pas les probabilités de gagner à un jeu de hasard. Cette *conception du hasard* se distingue ici de la conception *contrôle du hasard* puisque Renaud ne semble pas penser que l'expérience ou la stratégie d'une personne la rende plus « chanceuse », améliorant ainsi ses probabilités de gagner.

En analysant les réponses à la question #6 du questionnaire B, administré aux élèves à la fin de la séquence d'enseignement, j'ai inféré des *conceptions du hasard* qui me semblent riches. Une de ces conceptions est à l'effet qu'un jeu dont on connaît les probabilités théoriques ne serait pas, ou du moins ne serait plus, un jeu de hasard. La manifestation de cette *conception du hasard* est mise en évidence dans la réponse de Renaud à la figure 4.7.

Question # 6
Luc dit que, si on connaît les probabilités théoriques de gagner à un jeu, ce n'est plus un jeu de hasard. Qu'en penses-tu ? Explique ta réponse.

Non ce n'est plus un jeu de hasard car lon
connaie le jeu au complet le hasard est une chose
qui qualifie que quelle qu'on ne connait pas les
probabilité.

Figure 4.7 *Conception du hasard* chez Renaud (questionnaire B).

Cette réponse de Renaud semble indiquer qu'il oppose le hasard aux probabilités. Ainsi, en connaissant les probabilités d'un jeu, on connaîtrait « le jeu au complet », ce qui éliminerait le caractère aléatoire du jeu. Cela amène l'idée que le hasard est incertain alors que les probabilités théoriques nous renseignent sur l'issue du jeu. Autrement dit, le fait de connaître les probabilités théoriques révèlerait les dessous d'un jeu et déterminerait les résultats de ce jeu qui ne serait alors plus aléatoire.

Une autre conception qui semble se manifester en est une à l'effet que le hasard serait en quelque sorte une entité contrôlant les situations où règne l'incertitude. Cette conception se manifeste dans les propos de Paul-André. Parmi ses réponses aux cinq questions du questionnaire A, cet élève répète à quatre reprises que « c'est le hasard qui décide » en guise de justification. J'y vois une *conception du hasard* liée à l'incertitude face au hasard qui décide ce qui va se produire.

4.1.2 Analyse des observations en classe

Cette sous-section expose des extraits de Danik et Tommy au cours de la séquence d'enseignement pour témoigner d'une possible complexification de leurs *conceptions du hasard*[70].

Au début du cours #1 de la séquence d'enseignement, les *conceptions du hasard* de Danik et de Tommy semblent se manifester alors qu'ils doivent déterminer si le comité d'organisation d'un casino doit faire jouer les participants au *SEPT chanceux* (où le joueur gagne si la somme de deux dés réguliers est de « 7 ») ou au *ONZE chanceux* (où le joueur gagne si la somme de deux dés réguliers est de « 11 »). L'intention de cette situation d'apprentissage est que les élèves lancent les dés en équipe, compilent les résultats de toute la classe, puis observent les résultats d'un grand nombre d'expériences aléatoires à l'aide du simulateur de probabilités. Voici un extrait de la discussion entre Danik et Tommy, ayant lieu après qu'ils aient noté les sommes de dix lancers de dés :

> Danik : C'est du hasard... À quoi ça nous sert de savoir ça ?
>
> Tommy : Julie, j'ai de la misère avec les probabilités. Je trouve ça vraiment trop stupide... pasque tout le monde le sait que quand tu brasses des dés, t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pis t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pas.

[70] Il est à noter que les *conceptions du hasard* de Danik et de Tommy sont analysées conjointement puisque ces derniers étaient constamment en interaction durant la séquence d'enseignement. Je vais cependant faire ressortir les différences entre leurs conceptions respectives.

Danik : C'est du hasard.
Tommy : C'pas du hasard, c'est des possibilités.
Danik : C'est du hasard !
Tommy : Ya pas de hasard dans la vie, ya juste des possibilités.
Danik : C'est que du hasard !

Cours #1 – travail en équipe

Cet extrait laisse penser que Danik et Tommy manifestent des *conceptions du hasard* différentes. D'un côté, Danik semble penser que le hasard est omniprésent lorsqu'on lance des dés. Il se demande pourquoi ils réalisent une telle activité en classe. Il semble croire que le hasard est imprédictible et qu'on ne peut donc pas étudier un phénomène aléatoire. D'un autre côté, Tommy pense aussi que l'activité n'est pas utile, mais pour des raisons différentes : pour lui, le hasard n'existe pas. Ce sont plutôt les possibilités qui influencent les résultats de phénomènes aléatoires, comme il l'avait mentionné dans ses réponses du questionnaire A.

Dans la séquence d'enseignement, on peut remarquer que Danik répète bon nombre de fois que « c'est du hasard » comme s'il s'agissait d'une explication évidente... de l'argument ultime ! En effet, lorsque je pose des questions aux élèves pour que leurs conceptions se manifestent, Danik se contente souvent de répondre que « c'est du hasard » sans en dire davantage. Cela témoigne d'une certaine *conception du hasard* qui, dans son cas, l'empêche de s'engager dans la tâche[71]. Cela a aussi été observé dans l'analyse du questionnaire A où il écrit seulement que « c'est du hasard », sans répondre directement aux questions, comme s'il s'agissait d'une réponse en soi.

Lors du retour en groupe, Julie propose de rassembler les données de toutes les équipes, comme l'illustre l'extrait suivant :

[71] D'un point de vue extérieur, Danik peut paraître « bloqué », mais il est possible que, de son côté, il ne se sente pas du tout « bloqué ». J'y reviendrai dans la *Discussion des résultats*.

> Julie : Si je prends les résultats de l'équipe de Anita, l'équipe de Marc et ainsi de suite puis on met tout ça ensemble, ça nous donnerait peut-être un portrait qui est plus global de c'est tu des « 7 » qui ont sorti plus souvent, c'est tu des « 11 » qui ont sorti plus souvent. Ça nous donnerait quand même une bonne allure.

Cours #1 – retour en groupe

En affirmant que le fait d'associer les données de chaque équipe donne « peut-être un portrait qui est plus global » des résultats, cela semble être pris en considération par Tommy puisqu'il le réinvestit par la suite dans ses explications. Par exemple, on peut observer dans le prochain extrait que Tommy est conscient qu'un grand nombre d'essais est plus fiable puisqu'il procure « un résultat global », au sens d'une vue d'ensemble :

> Mathieu (chercheur) : Pourquoi on fait ça là de compiler tous nos résultats ensemble ?
>
> Tommy : Pour avoir un résultat global.

Cours #1 – retour en groupe

Est-ce que Tommy ne fait que répéter ce qu'a dit l'enseignante ou est-ce que cette idée permet d'ébranler sa *conception du hasard* ? Selon moi, cette idée de « résultat global » pourrait être un facteur d'ébranlement permettant à Tommy de modéliser une situation aléatoire dans son ensemble plutôt que de se concentrer sur l'imprédictibilité de chacun des résultats pris séparément. Ceci pourrait expliquer la différence entre les *conceptions du hasard* de Danik et Tommy. De plus, cette idée de « résultat global » est peut-être renforcée chez Tommy lorsque Julie propose, dans l'extrait suivant, d'observer la « tendance » des résultats :

> Julie : Ça fait que là, ce qu'on est en train de faire, c'est qu'ensemble on a au moins 130 lancers. Ça fait qu'on va aller voir, en en ayant beaucoup, c'est quoi la tendance.

Cours #1 – retour en groupe

Cette idée d'observer la tendance des résultats pour avoir une vision plus globale de la situation semble ébranler la *conception du hasard* de Tommy, lui permettant d'entamer un processus de complexification conceptuelle. À partir de ce moment, il semble être conscient du phénomène du hasard dans son ensemble. Je pense qu'il est amené à modéliser peu à peu, à l'aide de calculs mathématiques, peut-être pour ne pas être « bloqué » dans le *chaos* du hasard. Ainsi, cela permettrait à Tommy de percevoir globalement les résultats de la situation aléatoire plutôt que d'être submergé par la variabilité entre chacun des résultats pris séparément.

Du côté de Danik, sa conception ne semble pas ébranlée. Contrairement à Tommy, il n'arrive pas à dégager une tendance mathématique générale à l'aide d'un grand nombre de résultats de lancers de dés :

Mathieu : Parce que là on en a à peu près... il y avait 13 équipes, 13 fois que vous avez fait les 10 lancers. On a environ 130 lancers là au tableau. Est-ce que là c'est suffisant parce que tantôt à 10 il y en a qui disaient qu'on pourrait faire plus de lancers. Là on a fait 130 lancers, est-ce que c'est suffisant 130 lancers ?

Yan : On pourrait le faire avec la totalité du Québec.

Mathieu : La totalité du Québec... ben oui. 7 millions de personnes qui lancent 10 dés, ça ferait 70 millions de lancers. Là ça commencerait à être pas mal fiable, n'est-ce pas ?

Danik : [à voix basse] Ouais, mais c'est quand même du hasard.

Cours #1 – retour en groupe

Danik semble penser que c'est « quand même du hasard » et qu'on ne peut donc pas prédire ou modéliser ce phénomène aléatoire, même à partir d'un nombre de données considérable.

Lorsque Julie utilise le simulateur de probabilités devant la classe, Danik et Tommy semblent réagir différemment face à la variabilité des résultats, comme en témoigne l'extrait suivant :

Julie : Il a gagné 70 fois... puis 930 fois [qu'il a perdu en pariant sur le *ONZE chanceux*]. Si je la relançais la simulation, est-ce que ça donnerait moins encore ?

Tommy : Ça pourrait être plus, ça pourrait être moins, on sait pas.

[...]

Julie : 51, ici il y a 51 gagnés, puis 949 [pertes].

Tommy : R'fais le une autre fois pour voir si ça va être encore plus.

Julie : Tu veux que je joue une autre fois ?

[Plusieurs élèves donnent leur hypothèse en même temps. Julie simule à nouveau.]

Tommy : Tu vois, ça dépend... ça varie tout le temps.

Julie : Pourquoi ça varie tout le temps ?

Danik : Pasque c'est du hasard.

Tommy : Pasque c'est des possibilités.

Cours #1 – retour en groupe

Tommy semble être conscient de la variabilité des résultats d'une situation aléatoire, mais cette variabilité ne lui pose pas un obstacle. On pourrait penser qu'il lui semble normal que les résultats varient, mais toujours dans un même ordre de grandeur[72]. Ainsi, il pourrait penser que certaines sommes de dés ont plus de « possibilités » que d'autres, mais que les résultats peuvent tout de même varier, dans l'optique où on conçoit le hasard dans son ensemble. D'un point de vue opposé, la variabilité dans les résultats confirme la *conception du hasard* de Danik. En effet, puisqu'il pense que le hasard est imprédictible, il lui semble normal que les résultats varient toujours sans qu'on puisse en dégager une tendance mathématique générale. Ainsi, cette discussion sur la variabilité des résultats du simulateur de probabilités semble indiquer que la *conception du hasard* de Tommy est en cours de complexification, alors que celle de Danik n'est toujours pas ébranlée.

Selon ma compréhension des propos de Danik, les résultats pourraient être tout à fait différents d'une série de simulations à une autre puisque le hasard est imprédictible. La discussion suivante entre Danik et Tommy suggère une fois de plus des *conceptions du hasard* différentes :

[72] En effet, les résultats devraient varier autour d'une certaine valeur puisque ce sont les possibilités des sommes de dés qui influencent les fréquences de ces sommes. Ainsi, à long terme, les probabilités fréquentielles se rapprochent des probabilités théoriques par la loi des grands nombres. Alors, les probabilités fréquentielles des sommes devraient varier d'une expérience à l'autre, mais en étant toutefois assez près des probabilités théoriques fixées.

Mathieu : C'est du hasard, mais ça varie quand même autour de 5-6-7% ou 50-60-70 gains. Pourquoi ça ne monte pas à 200 gains ?

[Danik et Tommy discutent à voix basse] :

> Danik : C'est du hasard [...]
>
> Tommy : C'est vraiment pas du hasard ok... des possibilités.
>
> Danik : C'est très beaucoup du hasard. [...] La vie n'est faite que de hasard.

Cours #1 – retour en groupe

Ici, leurs différentes conceptions du hasard semblent encore se manifester. D'une part, Danik semble accepter que les résultats pourraient être très dissemblables d'une série de simulations à une autre puisque « c'est du hasard ». D'autre part, Tommy semble expliquer que les résultats soient semblables par le fait qu'ils reposent sur des « possibilités » fixes[73].

En fin de cours, les probabilités théoriques sont introduites, ce qui pourrait permettre à Danik de dégager une tendance mathématique générale dans les résultats expérimentaux puisque ceux-ci sont appuyés sur des probabilités théoriques. Cependant, la *conception du hasard* de Danik ne semble pas ébranlée comme l'illustre l'extrait suivant :

Julie : Avec le « 11 », on en a... 2 possibilités sur... 36 [elle l'écrit au tableau]. Et ce qu'on verra au prochain cours, parce qu'il reste déjà juste deux minutes, c'est que ça s'appelle des probabilités théoriques

Danik : Ça s'appelle le hasard.

Cours #1 – retour en groupe

Ainsi, on dirait que Danik n'arrive pas à se servir de la probabilité théorique qu'une somme de « 11 » survienne lors du lancer de deux dés pour développer un jugement probabiliste. Même en sachant que cet évènement a une probabilité de 2/36 de se réaliser, cette information ne lui semble pas utile puisque, selon lui, chaque résultat est décidé au

---

[73] À l'aide de deux dés réguliers, 2 possibilités sur 36 donnent une somme de « 11 », ce qui explique que les probabilités fréquentielles se rapprochent de 5,5% pour un grand nombre de simulations.

hasard. Cela me laisse penser qu'il n'arrive pas à modéliser la situation pour l'observer dans son ensemble et ainsi dégager des probabilités théoriques puisqu'il reste concentré sur l'imprédictibilité du hasard du prochain résultat.

Dans le cours #2, lorsque je pose quelques questions aux élèves pour que leurs conceptions se manifestent, Tommy semble reconnaître la présence du hasard dans une situation aléatoire comme celle simulée au cours précédent. L'extrait suivant illustre que Tommy reconnaît la présence du hasard, sans laquelle on pourrait prédire chacun des prochains résultats :

> Tommy : […] Si yaurait pu de hasard complètement, on serait capable de prédire le chiffre qu'on aurait.
>
> Danik : Ouais.
>
> Mathieu : Ok.
>
> Tommy : Mais on n'est pas capable de prédire.
>
> Mathieu : Ok.
>
> Tommy : Évidemment, ya encore du hasard ou ya encore des possibilités.
>
> Danik : [à voix basse] C'est ça que j'viens d'dire.

Cours #2 – retour en groupe

Puisque Tommy dit qu'on ne peut pas prédire les prochains résultats, il affirme maintenant que le hasard a une influence sur le jeu des dés, ce qui convient parfaitement à Danik qui perçoit l'omniprésence du hasard. Il semble donc que la *conception du hasard* de Tommy ait vraiment été ébranlée depuis le début de la séquence d'enseignement, où il niait l'existence du hasard.

Ensuite, Tommy précise mon affirmation en disant qu'on ne peut pas prédire avec certitude les prochains résultats, mais qu'on peut faire une prédiction générale :

> Mathieu : On ne peut pas prédire certainement.
>
> Tommy : Non, c'est ça.

Mathieu : On peut avoir une idée…

Tommy : On peut avoir une idée, mais on peut pas dire : « ah, j'vas pogner un 6 ».

Cours #2 – retour en groupe

Cela semble témoigner du fait que Tommy est conscient de l'incertitude d'une prédiction, mais qu'on peut toutefois se risquer à une telle prédiction en ayant une idée de la tendance générale des résultats.

Dans une discussion de groupe, lorsque certains élèves amènent l'idée de trucage et d'arnaque dans les jeux de hasard, Tommy veut revenir à une approche mathématique :

Tommy : C'est pas la question. On va revenir aux probabilités s'il-vous-plaît.

Cours #2 – retour en groupe

Ceci pourrait indiquer que Tommy accepte de discuter de jeux de hasard, mais seulement dans l'optique des probabilités. Sous toute réserve, on pourrait penser qu'une telle approche mathématique permette de ne pas s'investir émotionnellement lors d'une participation future à des jeux de hasard et d'argent.

Dans l'extrait suivant, il semble que le simulateur de probabilités aide Tommy à modéliser en lui fournissant une « vision plus globale » :

Julie : C'est quoi l'avantage du simulateur ? Pourquoi on les expérimente ?

Carl : Pasque c'est moins long.

Julie : C'est moins long, mais qu'est-ce que ça apporte de faire plusieurs tirages comme ça avec le simulateur ?

Tommy : Euh, un… une vision plus globale.

Julie : C'est plus global. On se rapproche de… ?

Marc : La théorique.

Julie : La probabilité théorique

Cours #2 – retour en groupe

Selon Tommy, le simulateur de probabilités procure une vue d'ensemble de la situation aléatoire, ce qui pourrait influencer sa *conception du hasard*. De plus, puisque Marc et l'enseignante affirment que la probabilité fréquentielle se rapproche de la probabilité théorique pour un grand nombre de simulations d'une situation aléatoire donnée, cela pourrait renforcer l'idée que les résultats observés peuvent être modélisés afin de nous informer sur la tendance des résultats de cette situation aléatoire. Cependant, dans le jeu #2 (*Garde ou change*), Danik ne semble pas convaincu par les résultats du simulateur de probabilités. Dans l'extrait suivant, Julie rappelle qu'on devrait pouvoir se fier sur un grand nombre de simulations :

> Julie : Il s'est fait dans la classe près de 15 000 simulations là. Il y a eu énormément de tirages pour dire que ce qui est là, c'est pas mal coulé dans le béton.
>
> Danik : [à voix basse] Ouais, j'sais mais…

Cours #2 – retour en groupe

La réaction de Danik suggère qu'un grand nombre de résultats du simulateur de probabilités n'est pas vraiment convaincant pour lui puisqu'il hésite à adhérer au discours de son enseignante. Il est possible qu'il ne s'appuie pas sur la probabilité fréquentielle puisque cette information pourrait lui paraître inutile, dans l'optique où il considère que le hasard est imprédictible. Sa *conception du hasard* pourrait donc l'amener à penser que les 15 000 simulations précédentes sont indépendantes et n'ont donc aucune incidence sur le prochain résultat qui est, de ce fait, imprédictible malgré la tendance qui s'est dégagée des expériences aléatoires simulées. Par contre, on peut penser qu'un doute a été semé chez Danik puisqu'il semble être en déséquilibre. En effet, c'est la première fois qu'il tient compte les probabilités fréquentielles, mais il y a un « mais » qui l'empêche de s'y fier entièrement.

De façon générale, les *conceptions du hasard* manifestées par Danik et Tommy dans les deux premiers cours de la séquence d'enseignement amènent l'idée que Danik croit encore fermement que le hasard est imprédictible, alors que Tommy semble avoir entamé un processus de complexification conceptuelle en adoptant une « vision globale » des résultats pour en faire ressortir une tendance mathématique générale.

Au cours #3, Tommy exprime ce qui lui a permis de réfléchir dans le jeu *Garde ou change* :

> Mathieu : Le simulateur, est-ce qu'il vous a aidé à semer un doute puis à faire réfléchir ? Tommy ?
>
> Tommy : Moi ça m'a faite réfléchir, mais c'qui m'a fait comprendre c'est le prof en avant.
>
> Mathieu : Le prof, ok alors l'explication.
>
> Tommy : Ouais.

Cours #3 – retour en groupe

Cet extrait suggère que le simulateur de probabilités a fait réfléchir Tommy, mais ne lui a pas permis de comprendre pourquoi il est préférable que le comité décide que le participant garde sa boîte, ayant une probabilité de gagner de 1/3, alors qu'un joueur qui change de boîte aurait une probabilité de gagner de 2/3. Ce serait plutôt les explications de l'enseignante lors du retour en groupe (voir Appendice B à la page 244) qui lui auraient permis de comprendre cette situation. Toutefois, il est possible que les résultats du simulateur de probabilités aient préparé ces explications en illustrant une certaine tendance mathématique.

Puis, une discussion entre Danik et Tommy semble indiquer que leurs *conceptions du hasard* ne sont pas encore *complexifiées*, dans la mesure où le processus de complexification conceptuelle n'est pas terminé :

> Tommy : [à voix basse] Dans la vie, ya pas de hasard, ya juste des probabilités.
>
> Danik : [à voix basse] La vie n'est faite que de hasard.

Cours #3 – retour en groupe

Danik et Tommy semblent avoir le même discours qu'au cours #1, ce qui n'est pas étonnant puisque le processus de complexification conceptuelle n'est pas immédiat et automatique. Il est donc normal que les élèves reviennent parfois à leur position de départ puisque leurs *conceptions du hasard* sont en construction et ne sont donc pas *complexifiées*, au sens de l'état final du processus. On peut d'ailleurs se questionner sur ce qu'une conception *complexifiée* chez un élève pourrait signifier. J'y reviendrai dans la *Discussion des résultats*.

Dans un autre ordre d'idées, on peut remarquer dans le cours #5 que Tommy n'adopte plus une approche mathématique lors des simulations du jeu *Lotto 6/49*. Par exemple, il affirme qu'il devrait acheter un nombre de billets suffisant pour gagner, puis réinvestir ce montant sans cesse pour s'enrichir. C'est une croyance bien optimiste, mais surtout irréaliste! Sa méconnaissance de l'ordre de grandeur des montants impliqués, des probabilités impliquées ou peut-être du mode de fonctionnement de ce jeu semble l'amener à croire qu'il peut exercer un certain contrôle pour gagner à l'aide de sa stratégie. La conception *contrôle du hasard* semble ainsi se manifester puisqu'il propose une stratégie qui devrait lui permettre de gagner.

Pourquoi Tommy réagit-il de cette façon en ce moment précis de la séquence d'enseignement, alors qu'il a adopté une approche mathématique tout au long de la séquence d'enseignement ?

Il est possible que l'appât du gain d'un tel jeu l'amène à réfléchir irrationnellement. Puisque le gros lot de cette loterie est de quelques dizaines de millions de dollars, Tommy pourrait se laisser porter par son désir de faire fortune, ce qui expliquerait qu'il n'adopte pas une approche mathématique dans cette situation. Cela est toutefois inquiétant puisque l'intention de cette activités était de sensibiliser les élèves à l'espérance de gagner dans des jeux de hasard et d'argent... pas à provoquer une réaction émotionnelle qui incite à participer à de tels jeux!

Aussi, puisque le jeu de *Lotto 6/49* est publicisé auprès de la population, il est possible que le changement d'attitude de Tommy soit attribuable au fait que ce jeu est plus proche de sa réalité quotidienne. En d'autres mots, ce jeu pourrait ne pas faire partie du « monde des mathématiques » selon Tommy, ce qui explique que son approche soit différente envers ce jeu en particulier. À l'opposé, si les autres jeux de hasard et d'argent sont moins familiers pour lui, il pourrait être plus enclin à les mathématiser.

4.1.3 Analyse des entrevues

Cette sous-section expose des extraits de l'entrevue réalisée avec Danik et Tommy, afin de témoigner d'une possible complexification de leurs *conceptions du hasard.* Lors de cette entrevue, à la fin de la séquence d'enseignement, leurs *conceptions du hasard* se manifestent à plusieurs reprises. Dans cette section, les discours de Danik et Tommy sont analysés pour mieux comprendre leurs *conceptions du hasard* après la séquence d'enseignement.

Dès le début de l'entrevue, je questionne Danik pour qu'il explique davantage pourquoi il répète de nombreuses fois que « c'est du hasard ». Il précise que c'est parce que « tout est dans la manière de faire » :

Danik : Ben ouais, moi j'dis que tout est dans la manière de faire...

Mathieu : Ok.

Danik : C'est heu... moi j'pense que c'est ça là, c'est la manière de faire p'tête aussi que genre... Oui il peut y avoir des possibilités, mais tout est dans la manière de faire pis aussi ya p'tit peu de chance là-dedans qui faudrait faire apparaître

Mathieu : Qu'est-ce que tu veux dire : « tout est dans la manière de faire » ?

Danik : Ben de... admettons quand on prenait l'exemple des dés...

Mathieu : Oui

Danik : La manière de lancer tes dés... oui t'as p'tête une chance sur 6 de pogner un 5 mettons...

Mathieu : Ok.

Danik : Mais, y reste quand même que ya p'tête la chance pis la manière de faire aussi.

Entrevue

Autrement dit, Danik semble penser qu'on peut calculer les probabilités théoriques d'un évènement aléatoire, mais que cela ne nous aidera pas vraiment à prédire un prochain résultat puisque d'autres facteurs entrent en jeu. Plus particulièrement, sa *conception du hasard* semble être liée à la manière de lancer les dés, ce qui l'amène à concevoir que le hasard est imprédictible. Il est à noter qu'une étude de Amir et Williams (1999) a aussi fait ressortir cette conception de manipulation des dés, afin d'expliquer les résultats d'une expérience aléatoire par une interprétation personnelle des élèves. On peut tout de même remarquer qu'un doute semble avoir été semé chez Danik puisqu'il admet maintenant l'existence des possibilités, ce qu'il niait au début. Cependant, il explique que « c'est la manière de faire » qui influence les résultats des dés, sans vraiment s'appuyer sur les possibilités qu'un évènement se produise.

En ce qui concerne Tommy, il explique d'où vient sa *conception du hasard* qui s'est manifestée au début de la séquence d'enseignement :

> Tommy : Ben moi heu... j'ai eu un enseignant de maths qui m'a toujours dit : Dans la vie, il n'y a pas de hasard, il n'y a seulement que des probabilités. Donc tout se calcule, selon moi. Heu, la chance peut être un facteur. C'est sûr qu'la chance est toujours présente selon moi, mais on peut avoir un aperçu, un idée p'tête pas juste, mais on peut avoir un idée de c'qu'on peut avoir.

Entrevue

Tommy semble être sensible à l'information donnée par ses enseignants, mais on peut se demander s'il s'est véritablement approprié les arguments qui supportent ses propos ou s'il les accepte comme des arguments d'autorité. Or, l'ancien enseignant de mathématiques de Tommy semble avoir grandement influencé sa *conception du hasard* et cela explique qu'il refusait de croire au hasard dès le début de la séquence d'enseignement. Voilà pourquoi il cherche à déterminer les possibilités qui permettent de calculer les probabilités d'un évènement aléatoire. Cela nous permet de mieux comprendre que Tommy perçoit peut-être le hasard comme du *chaos*, mais que les calculs mathématiques (au sens de modèle mathématique) lui permettent d'avoir une vision d'ensemble qui modélise la situation. Tommy ajoute que le hasard est moins présent lorsqu'on peut calculer les probabilités :

> Mathieu : Puis à ce moment là tu dis que quand on a une idée, quand ça s'calcule, ce n'est plus du hasard. C'est ça que tu me dis ?
>
> Tommy : Le hasard est moins présent.

Entrevue

Ainsi, Tommy semble opposer le hasard au calcul. Selon cette *conception du hasard*, si on ne fait aucun calcul dans un jeu de hasard et d'argent, le hasard est très présent dans le jeu. À l'opposé, en calculant les probabilités, le jeu « perd » une partie de son caractère aléatoire. Cette idée avait d'ailleurs été exprimée par d'autres élèves dans la question #6 du questionnaire B. Ensuite, mon questionnement l'amène à exprimer la distinction entre le hasard et la chance :

> Mathieu : C'est quoi la différence que tu fais entre hasard et chance ?
>
> Tommy : Heu, ben du hasard c'est que on est dans l'inconnu. C'est comme le hasard c'est : j'brasse des dés et j'réfléchis pas. Pis dans la chance, ça reste des probabilités la chance. Tsé, j'ai une chance sur six de pogner un « 1 » comme j'ai une chance sur six de pogner heu, un « 6 ». Faq c'est des probabilités des deux sens. La chance pourrait être de la probabilité à queq'part.

Entrevue

Dans cet extrait, Tommy associe le hasard à « l'inconnu » et à la non réflexion, alors que la chance (au sens de chance mathématique) est quantifiable comme les probabilités. Cela rappelle encore l'opposition qu'il semble concevoir entre le hasard et le calcul, illustrant sa *conception du hasard*.

Pour revenir à Danik, il dit que les probabilités donnent un aperçu général, mais il ne semble pas prêt à se fier à cet aperçu :

> Danik : C'est sûr qu'avec les probabilités tu peux avoir certaines idées... [sous-entend toutefois une hésitation à s'y fier]

Entrevue

Il semble que Danik n'ose pas se fier aux probabilités même si un doute s'installe graduellement. Il semble réticent à tenir compte de l'information que procurent les probabilités puisque *sa conception du hasard*, qui l'amène à croire en l'imprédictibilité du hasard, semble encore bien ancrée.

À la fin du cours #1 de la séquence d'enseignement, Danik avait affirmé que les probabilités théoriques étaient en fait du hasard. L'extrait suivant de l'entrevue illustre la similarité entre le hasard et les probabilités théoriques, selon Danik :

> Mathieu : Danik au premier cours tu avais dit... un moment donné, je sais que Julie disait : « bon, on va voir ça au prochain cours, ça s'appelle des probabilités théoriques ». Puis là tu avais dit : « ben non, ça s'appelle du hasard ».
>
> Danik : Ouais.
>
> Mathieu : Est-ce que pour toi c'est la même chose les probabilités théoriques puis du hasard ?
>
> Danik : Ben, ça se r'semble dans l'fond. C'est que avec les probabilités théoriques tu fais p'tête genre une moyenne de tout ça...

Entrevue

Alors, Danik semble être conscient que les probabilités théoriques donnent un aperçu global puisqu'il mentionne qu'elles sont issues d'une moyenne. Il pourrait penser qu'une tendance mathématique générale peut être dégagée après un grand nombre de simulations, donnant ainsi une moyenne des résultats. Toutefois, l'extrait suivant montre que c'est encore l'imprédictibilité du hasard qui l'empêche de prédire une tendance mathématique dans les résultats :

> Mathieu : Ok.
>
> Danik : Mais, genre ça reste quand même du hasard. Tsé, tu peux pas pogner... d'après moi, tu peux pas pogner genre plus de « 4 » que de « 1 » admettons sur 10 lancers.

Entrevue

Puisque Danik n'arrive pas à concevoir le hasard dans une vision d'ensemble, il ne ressent pas le besoin de modéliser la situation à l'aide des probabilités. Son hésitation à se servir des probabilités théoriques pour prédire une tendance dans les résultats fait ressortir qu'il conçoit que le hasard est imprédictible, mais sa conception du hasard semble toutefois avoir légèrement évolué depuis le début de la séquence d'enseignement. J'ai présenté dans l'entrevue la figure 4.8, soit une photo prise lors du cours #1 illustrant le tableau des résultats compilés des élèves après que chaque équipe ait lancé les dés dix fois en notant les sommes.

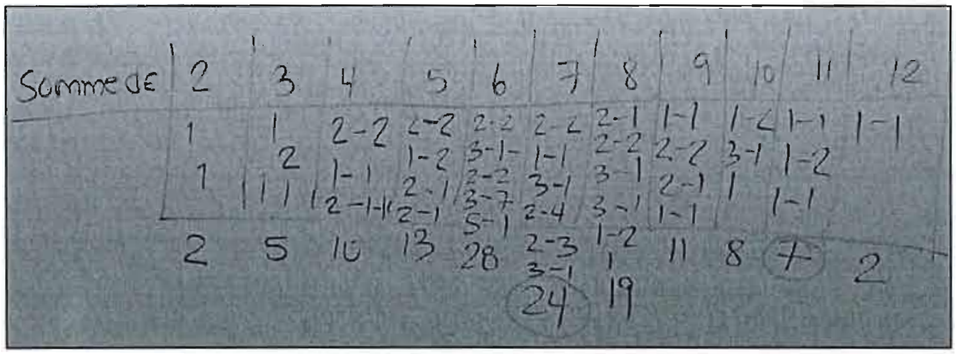


Figure 4.8 Résultats de la classe compilés dans un tableau fréquentiel.

Après avoir observé le tableau des résultats compilés, Danik semble être d'avis tout peut arriver dans le hasard :

> Mathieu : Est-ce que ça se pourrait selon toi si on refaisait là la même expérience… tout le monde de la classe lance encore 10 lancers. Est-ce que ça pourrait être vraiment totalement différent, que ce soit le « 2 » qui en ait le plus ?
>
> Danik : Moi j'pense que ouais.
>
> Mathieu : Ça pourrait arriver ?
>
> Danik : Ouais.

Entrevue

Bien entendu, il pourrait arriver que ce soit une somme de « 2 » qui soit obtenue le plus souvent en lançant deux dés plusieurs fois, mais la probabilité qu'un tel évènement se réalise est extrêmement faible, d'autant plus si le nombre de simulations est grand. Il n'est donc vraiment pas habituel qu'une telle situation se produise. Alors, il est étonnant de voir que Danik affirme avec conviction que, en lançant deux dés un grand nombre de fois dans la classe, la somme la plus fréquente pourrait être de « 2 ». Cela m'amène à penser que, selon sa *conception du hasard*, tout peut arriver dans le hasard. Encore une fois, en n'ayant pas une vision d'ensemble du hasard, il n'y voit que de l'imprédictibilité et du *chaos*.

Après avoir calculé les probabilités théoriques d'une somme de « 7 » et d'une somme de « 6 », je demande à Danik et Tommy s'il est normal que la somme de « 6 » ait été plus fréquente que la somme de « 7 » lors de la simulation en classe :

Mathieu : Ça fait que si on regarde au niveau des possibilités justement, le « 7 » avait 6 chances sur 36 pis le « 6 » aurait 5 chances sur 36. Ça fait que, à ce moment là, lequel devrait sortir le plus souvent normalement ?
Danik et Tommy : Le « 7 ».
Mathieu : Le « 7 ». Ce n'est pas le cas ici.
Danik : C'est du hasard.
Mathieu : C'est du hasard. Qu'est-ce que tu veux dire : « c'est du hasard » ?
Danik : Ben, c'est dans la manière de faire les choses.

Entrevue

Selon Danik, cela s'explique par le hasard qui est en fait influencé par la manière de faire les choses. Il précise son idée dans l'extrait suivant :

Mathieu : [...] quand tu dis « c'est la manière de faire les choses », est-ce que c'est la façon dont les gens lancent, est-ce que c'est...
Danik : Ouais.
Mathieu : Oui ?
Danik : Le rebond de la table, on sait pas.
Mathieu : Puis qu'est-ce qui peut influencer d'autre ? Est-ce que la température influence ? Est-ce que l'endroit où on est ? Est-ce que le moment de la journée...
Danik : Ben non. J'penserais pas que l'atmosphère genre change...
Mathieu : Ok.
Danik : Mais, genre la manière de faire, de lancer, du dé aussi...

Entrevue

Selon ses propos, le résultat du lancer du dé est influencé par la façon dont les gens lancent, le rebond de la table et le dé lui-même. Cela rejoint les observations relevées par Amir et Williams (1999) où des élèves présentent une « explication personnelle » pour expliquer les résultats d'une expérience aléatoire. L'énumération des facteurs qui entrent en jeu permet à Danik de croire que le hasard est bel et bien imprédictible, ce qui expliquerait que la somme de « 7 » ait été moins fréquente que la somme de « 6 » dans les lancers de dés de la classe. Du côté de Tommy, il se tourne à nouveau vers le calcul, pour échapper au *chaos* du hasard, en répondant que les facteurs relevés par Danik pourraient être calculés :

Tommy : Ouais mais là, toute se calcule aussi. Si tu prends toujours ton dé de la même façon, pis qu'tu dis je lance toujours de la même manière, au même rebond, à la même plaquette qui va être là. Par exemple queq'chose qui va toujours être pareil dans une place sans aucun courant d'air. D'après moi tu vas pouvoir avec une machine pasque une machine c'est plus précis. Tu vas pouvoir prédire le chiffre que tu vas avoir là mais on n'est pas une machine.

Entrevue

Tommy amène l'idée d'un modèle mathématique en affirmant qu'on pourrait calculer tous ces facteurs avec une machine pour prédire les résultats, mais il rappelle que l'humain n'est pas une machine. Alors, je demande à Tommy si on peut prédire les résultats :

Mathieu : Ok. Comme tu dis, on pourrait calculer tous les principes physiques, tout savoir, savoir exactement si je le lance comme ça, il va y avoir tel résultat. Mais quand nous on le lance de même [en mimant un lancer de dé]. On le lance, on le laisse tomber pis on l'a brassé avant. Ça fait que, à ce moment là, est-ce qu'on peut prédire quand on fait quelque chose comme ça ?

Tommy : Ben, avec les probabilités théoriques tu peux avoir heu...

Danik : Tu peux avoir un aperçu.

Tommy : Si je devrais parier sur un de ces chiffres là, j'parierais sur le « 6 » ou le « 7 ».

Entrevue

Grâce au travail fait en classe, Tommy parvient à dégager qu'une somme de « 6 » ou de « 7 » est plus probable lorsqu'on lance deux dés. Danik rappelle que les probabilités théoriques donnent un aperçu, mais Tommy semble aller plus loin en affirmant qu'on peut s'appuyer sur ces probabilités si on doit parier. Dans le prochain extrait, Tommy précise qu'il faudrait parier sur le « 7 » puisqu'il a plus de « chances » d'être obtenu, alors que Danik dit qu'il ne parierait pas :

Mathieu : Ben justement, si je vous demandais : on a à parier, je vais lancer encore deux dés une fois. Sur lequel vous parieriez ?

Tommy : « 7 » pasque ya 6 chances que ça tombe sur « 7 »... plus que « 6 » ou « 5 ».

Danik : Moi j'parierais pas.

Mathieu : Tu ne parierais pas ?

Danik : Pasque c'est du hasard. Pasque tu peux pogner... tu peux pogner huit fois de suite le « 2 » comme tu peux pogner genre une fois de suite le « 6 » ou le « 7 » pis de tomber sur un autre chiffre.

Entrevue

En adoptant une approche mathématique, Tommy choisit la prédiction la plus probable de se réaliser. Au contraire, Danik refuse de parier, sûrement à cause de l'imprédictibilité du hasard. Danik semble encore penser que le hasard peut amener n'importe quel résultat... alors ça ne vaut pas la peine de parier puisque tout peut arriver ! Cette *conception du hasard* chez Danik semble aussi s'être manifestée de façon similaire chez d'autres élèves ayant participé à l'étude de Briand (2005), alors qu'un élève a affirmé que « avec le hasard on ne peut rien prévoir » (p. 270) et que « c'est du hasard, n'importe quoi, n'importe quand » (p. 274).

En réponse aux propos énoncés précédemment par Danik, Tommy le confronte par la tendance mathématique fournie par un grand nombre d'essais du simulateur de probabilités :

Tommy : Ouais, mais d'abord Danik... Danik j'vais t'poser une question. Comment ça se fait qu'avec le simulateur quand qu'on faisait 1000 fois, on arrivait plus souvent sur ces chiffres là [les sommes de « 6 » et de « 7 »] ?

Danik : Ben...

Tommy : Et pourquoi, si on faisait le simulateur... le simulateur à répétition là, ça serait toujours le « 6 » et le « 7 » qui sortiraient le plus souvent ? Explique moi ça avec ton grand hasard mon Danik.

[...]

Danik : Ben, moi j'dis qu'c'est du hasard. C'est la manière de faire les choses ou... c'est juste...

Mathieu : Ça fait que toi ça ne te convainc pas ?

Danik : Non, non.

Mathieu : Ça tu penses que c'est juste du hasard, ça pourrait arriver tout autrement ?

Danik : Certain.

Entrevue

Dans les activités en classe, Tommy a remarqué que certaines sommes ont été obtenues beaucoup plus fréquemment que d'autres. Cependant, Danik confirme que tout peut arriver dans le hasard et donc que les résultats pourraient être totalement différents de ceux obtenus à l'aide du simulateur de probabilités. Lorsque je les questionne sur l'impact du simulateur de probabilités dans leurs apprentissages, voici leurs réponses :

Mathieu : Ce serait quoi l'impact du simulateur ?

Danik : Ben j'pense que le simulateur y donne une moyenne.

Mathieu : Danik tu dis ça : « le simulateur donne une moyenne ». Ok.

Tommy : Ben moi c'est faire des... des choix en grand nombre pour avoir heu, un résultat plus global ou se rapprocher de la théorie.

Entrevue

À nouveau, Danik ramène l'idée de la « moyenne » pour expliquer ce que les résultats du simulateur de probabilités signifient pour lui. Puisque Danik utilise le concept de moyenne pour expliquer à la fois les résultats du simulateur de probabilités et les probabilités théoriques, peut-on penser qu'il établit un lien entre la probabilité fréquentielle et la probabilité théorique ? Ce lien pourrait aider Danik à considérer une situation aléatoire dans son ensemble plutôt qu'un résultat à la fois, influençant ainsi sa *conception du hasard* à se complexifier. Du côté de Tommy, il affirme que le simulateur de probabilités doit simuler un grand nombre d'expériences aléatoires afin de fournir « un résultat plus global ou se rapprocher de la théorie ». Il semble répéter les propos affirmés en classe par Julie en laissant croire qu'il y attribue un sens, ce qui pourrait avoir eu une influence sur sa *conception du hasard*. Dans son cas, le lien entre la probabilité fréquentielle et la probabilité théorique semble être bien établi. En discutant des résultats simulés en classe, Danik ramène l'idée que la variabilité des résultats d'un jeu aléatoire l'empêche de prédire :

Danik : Pasque on… dans le fond on sait jamais quand… non pas on sait jamais quand… on sait jamais sur quoi on va tomber…

Mathieu : Ok.

Danik : Pasque t'as vu quand on a faite la, l'affaire des boîtes [jeu *garde ou change*], une fois on avait 33% pis l'autre fois on l'avait refaite pour savoir pis ç'avait tombé sur 30%. On sait jamais à quel point. On fait juste une moyenne. Mais, ça pourrait être aussi le contraire.

Mathieu : Mais, si tu dis ça justement 33%, 30% c'est quand même… est-ce que tu trouves que c'est très éloigné les deux ?

Danik : Ben non, mais ça peut faire une différence c'est sûr, mais…

Mathieu : Ok, mais est-ce que ça se pourrait qu'on fasse un coup 33% puis qu'un autre coup après, est-ce qu'il y a de bonnes chances que ça arrive que ça fasse 55% admettons ?

Danik : Ben, ça se peut.

Mathieu : Ça se peut, ça pourrait arriver ?

Danik : Ouais. Ça pourrait arriver, mais encore là…

Entrevue

Selon Danik, tout peut arriver dans le hasard, ce qui pourrait amener n'importe quels résultats, mais on sent qu'il n'arrive pas complètement à exprimer son idée, comme s'il était bloqué sans pouvoir en dire davantage. À la suite de ces affirmations, Tommy admet que les résultats pourraient être différents, mais il ajoute que les probabilités tendent à suivre une certaine tendance mathématique générale :

Mathieu : Est-ce qu'il y a de bonnes chances que ça arrive [que la probabilité fréquentielle soit de 55% plutôt que 33%] ? Il y a moins de chances ?

Tommy : Encore là on parle de probabilités. Ya moins de probabilités que ça arrive que 30.

Entrevue

Ici encore, on peut constater que la vision d'ensemble de Tommy lui permet de modéliser mathématiquement la situation pour reconnaître que les probabilités fréquentielles devraient se rapprocher de la probabilité théorique pour un nombre élevé de simulations. Danik ne semble pas tout à fait partager cet avis dans l'extrait suivant.

Mathieu : Ok. puis toi Danik ? Est-ce que tu penses qu'il y a de bonnes chances que ça arrive ?

Danik : Ouais, ça peut arriver c'est sûr. Mais encore là, ça serait du hasard. Tsé, tu peux avoir 30% de gagnés, comme tu peux avoir 2% de gagnés ou tu peux avoir 100% de gagnés.

Mathieu : Mais quand on le faisait avec le simulateur, on arrivait toujours très très près de 33%...

Danik : Ouais.

Mathieu : Ça fait que ça avait pas l'air d'être... justement quand tu dis qu'on fait une moyenne, alors je me demande : ça servirait à quoi qu'on fasse le simulateur pour nous donner une moyenne si finalement c'est le hasard puis que ça peut tomber sur n'importe quoi ?

Danik : Ben moi j'dis que ça peut juste te donner un aperçu.

Mathieu : Ok, te donner un aperçu.

Danik : Mais selon moi, moi ça reste du hasard là.

Entrevue

Même si je le confronte aux résultats du simulateur de probabilités qui se stabilisent toujours autour d'une certaine valeur (près de la probabilité théorique), Danik n'arrive pas à se détacher de sa conception d'imprédictibilité du hasard. Il n'arrive pas à dégager une tendance mathématique générale de cette situation aléatoire puisque tout pourrait arriver dans le hasard, comme si c'était le *chaos*. Il dit que les résultats d'une simulation lui donnent un aperçu, mais en s'empressant de nuancer que « ça reste du hasard ».

Pour Tommy, sa *conception du hasard* semble avoir entamé un processus de complexification puisqu'elle a évolué depuis le début de la séquence d'enseignement :

Tommy : Ben moi [...] j'pense que tout jeu possédant des probabilités a un grain de hasard.

Danik : C'est vrai.

Mathieu : Tout jeu... peux-tu me répéter ça s'il-te-plaît ?

Tommy : Tout jeu qui contient des probabilités, des jeux de hasard là comme qu'on appelle...

Mathieu : Oui.

Tommy : Ben ya toujours, ya toujours du hasard à queq'part malgré les probabilités qu'on peut trouver. Est-ce que t'es d'accord avec moi ? [Il s'adresse à Danik.]

Danik : Oui.

Entrevue

Lorsque Tommy mentionne que « tout jeu possédant des probabilités a un grain de hasard », il admet que le hasard existe, ce qui diffère de la *conception du hasard* qu'il manifestait au début de la séquence d'enseignement, soit que le hasard n'existe pas. Tommy semble être conscient que les probabilités permettent de prédire une tendance générale dans les résultats, mais qu'on ne peut pas prédire avec certitude un prochain résultat puisque chaque résultat est aléatoire. Cette *conception du hasard* chez Tommy est similaire à celle manifestée par un élève d'une autre étude : « Un autre élève déclare : « moi je pense que l'on ne peut pas prévoir, mais il y a des probabilités quand même » Le terme renvoie ici plutôt à une « tendance ». L'élève constate des régularités » (Briand, 2005, p. 271). On peut remarquer aussi que Tommy est à l'écoute des autres et qu'il souhaite tenir compte de l'opinion de Danik. Cette influence des autres (ancien enseignant, Julie, Danik et autres élèves) a peut-être un grand rôle à jouer dans la complexification de ses conceptions.

Danik semble être en accord avec les propos de Tommy, mais l'extrait suivant illustre à nouveau des différences dans leurs *conceptions du hasard* :

Mathieu : Qu'est-ce que tu veux dire là ? Je suis pas sûr de bien comprendre ce que tu veux dire.

Tommy : Ben c'est que...

Danik : C'est que malgré les probabilités...

Tommy : Oui t'as beaucoup de chances de pogner un « 7 » dans le jeu des, heu, des dés...

Mathieu : Oui.

Tommy : Mais y reste encore des probabilités...

Danik : Du hasard pis de la chance.

Tommy : Ouais c'est ça. Les probabilités que tu pognes « 1 » sont encore là tsé. Faq on pourra jamais être sûr à 100% du résultat qu'on pourrait avoir en brassant les dés.

Danik : Ouais.

[...]

Tommy : Malgré nos deux manières de penser, pensées différentes, on arrive souvent à des mêmes conclusions.

Danik : Ouais.

Entrevue

Bien que Danik et Tommy semblent convenir à une même conclusion, je pense que ce sont des *conceptions du hasard* différentes qui se manifestent. En effet, alors que Tommy utilise un vocabulaire plus « mathématique » pour expliquer l'incertitude d'une prédiction d'un phénomène aléatoire, Danik se ramène surtout à l'omniprésence du hasard et de la chance qui semble l'emporter sur les probabilités. Tommy semble donc avoir bien compris la distinction entre la prédiction possible d'une tendance générale à long terme à partir des probabilités et la prédiction incertaine d'un prochain résultat. Il est quand même riche de mettre en lumière que les élèves semblent être en accord alors que leurs *conceptions du hasard* sont bien différentes. En ce sens, les deux élèves ont l'impression de s'entendre et d'en arriver « à des mêmes conclusions », alors que le seul élément sur lequel ils s'entendent dans l'extrait précédent est qu'on ne peut pas prédire avec certitude le prochain résultat d'une situation aléatoire.

4.1.4 Synthèse pour les *conceptions du hasard*

Nous avons vu précédemment que les *conceptions du hasard* de Danik et de Tommy, quoique différentes, peuvent toutes les deux être qualifiées de « chaotiques ». En effet, une certaine impression de *chaos* est associée au hasard et cette impression semble suffire à les déstabiliser. De façon générale au début de la séquence d'enseignement, Danik croit que le hasard est partout, alors que Tommy nie l'existence du hasard. À la fin de la séquence d'enseignement, on peut se demander si leurs *conceptions du hasard* ont évolué.

D'une part, Tommy sort du *chaos* dans lequel il opposait le hasard et le calcul en modélisant une tendance mathématique à l'aide des probabilités. En effet, la *conception du* *hasard* de Tommy semble être en cours de complexification puisqu'il adopte dorénavant une approche mathématique. Cette évolution pourrait reposer sur l'affirmation de Julie selon laquelle la tendance des résultats fournit un « portrait plus global » de la situation. Cette idée a été réinvestie par Tommy, ce qui laisse penser que sa *conception du hasard* a été ébranlée, lui permettant d'entamer un processus de complexification conceptuelle.

Par opposition, Danik n'adopte pas une approche mathématique. En effet, d'un point de vue extérieur, l'imprédictibilité associée au hasard semble bloquer Danik en l'empêchant de modéliser une tendance mathématique à l'aide des probabilités. Les résultats d'un phénomène aléatoire peuvent lui paraître chaotiques s'il les analyse un à un plutôt que dans une vision d'ensemble. Donc, la *conception du hasard* de Danik, liée à l'imprédictibilité du hasard, semble être très peu ébranlée à la suite de la séquence d'enseignement, malgré les opportunités d'ébranlement mises en évidence précédemment. Un doute semble s'être installé concernant l'existence des probabilités théoriques et fréquentielles, mais il ne s'en sert pas véritablement afin de complexifier sa *conception du hasard*. Plus précisément, au cours de l'expérimentation, Danik semble avoir pris conscience qu'on peut calculer les probabilités de gagner dans un jeu de hasard, mais il demeure réticent à se servir de cette information en situation de jeu, car il ne peut pas prédire avec certitude le résultat qu'il va obtenir, d'où l'imprédictibilité du hasard.

Les réponses d'élèves aux questionnaires font ressortir diverses manifestations de leurs *conceptions du hasard*. Selon Renaud, en connaissant les probabilités d'un jeu de hasard, on connaît « le jeu au complet », ce qui élimine le caractère aléatoire du jeu. Selon Paul-André, « c'est le hasard qui décide », comme si le hasard était une entité contrôlant les situations incertaines. Aussi, il me semble important de soulever que les *conceptions du hasard* des élèves sont souvent reliées à d'autres conceptions. Par exemple, Tina semble manifester la conception *équiprobabilité* en croyant que les situations aléatoires reposent sur des évènements équiprobables puisque c'est de la « chance » (au sens de hasard).

4.2 Conception *équiprobabilité*

Afin de se remémorer en quoi consiste la conception *équiprobabilité*, on peut dire que celle-ci se manifeste lorsqu'on considère que des évènements sont équiprobables (ou associées à probabilités égales) alors qu'ils ne le sont pas nécessairement.

La conception *équiprobabilité* est inférée chez Danik et Tommy à partir des manifestations relevées dans leurs réponses aux questionnaires, dans leurs propos lors des activités réalisées en classe et dans leurs réponses aux questions d'entrevue. Cette conception s'est manifestée suffisamment pour qu'il soit possible de retracer, pour chacun de ces élèves, un processus de complexification conceptuelle entamé au cours de la séquence d'enseignement.

4.2.1 Analyse des questionnaires

Pour inférer la conception *équiprobabilité* chez Danik, Tommy et d'autres élèves à partir de leurs réponses aux questionnaires, j'ai effectué une analyse *par question* en m'intéressant particulièrement à la question #2 des deux questionnaires. De plus, j'ai réalisé une analyse *par élève* pour faire ressortir chez chacun l'ensemble des manifestations de cette conception dans leurs réponses écrites.

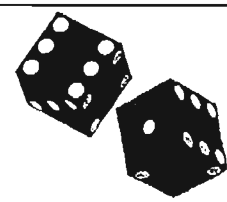
4.2.1.1 Réponses de Danik aux questionnaires

L'analyse des réponses de Danik aux questionnaires écrits ne permet pas d'inférer la conception *équiprobabilité* chez cet élève puisqu'il répond partout que « c'est du hasard ». Nous verrons plus loin si les analyses des observations en classe et des entrevues permettent d'inférer la conception *équiprobabilité* chez Danik.

4.2.1.2 Réponses de Tommy aux questionnaires

Dans le questionnaire A, Tommy se fie aux possibilités de chacun des évènements pour trouver ce qui a le plus de chances de se produire. Dans la figure 4.9, il semble penser que les deux évènements sont équiprobables puisqu'ils ont autant de possibilités.

Question # 2
Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément. Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?
A) obtenir 5 et 6 ;
B) obtenir 6 et 6 ;
C) les deux ont les mêmes chances.
Explique ta réponse.



il y a peut être des possibilités

Figure 4.9 Conception *équiprobabilité* chez Tommy (questionnaire A).

La conception *équiprobabilité* semble se manifester dans la réponse de Tommy. Tommy ne constate pas que les deux évènements ne sont pas équiprobables puisqu'il y a deux possibilités que le premier évènement se réalise (5-6 et 6-5), alors qu'il n'y a qu'une possibilité associée au deuxième évènement (6-6).

Dans le questionnaire B, la conception *équiprobabilité* semble être en cours de complexification chez Tommy. En effet, celui-ci affirme que les sommes « 6 » et « 7 » sont plus probables que les autres sommes lors du lancer de deux dés, ce qu'il explique par le fait qu'il y a « plus de combinaisons possibles » pour ces deux sommes, comme on peut le voir dans la figure 4.10.

Question # 2
Une personne lance deux dés simultanément. Quelle somme a le plus de chances d'être obtenue ? Explique ta réponse.

le 6 et le 7 car il ya plus de combinaison possible par ses différe la.

Figure 4.10 Conception *équiprobabilité* chez Tommy (questionnaire B).

On peut constater que Tommy donne deux sommes, « le 6 et le 7 », alors qu'une seule est demandée, pouvant suggérer qu'il considère que ces deux sommes sont équiprobables.

Ainsi, Tommy ne pense plus que toutes les sommes sont équiprobables, mais il semble tout de même penser que certaines sommes le sont, ce qui indique qu'il ne maîtrise manifestement pas la situation. En effet, une somme de « 6 » a une probabilité théorique de 5/36 de se réaliser, alors que celle d'une somme de « 7 » est plutôt de 6/36 ou 1/6. Dans les analyses des observations en classe et des entrevues, il faudra analyser plus en détail si la conception *équiprobabilité* a bel et bien entamé un processus de complexification chez Tommy.

4.2.1.3 Réponses d'autres élèves aux questionnaires

Une première manifestation ponctuelle de la conception *équiprobabilité* provient de la réponse de Christian à la question #2 du questionnaire A lorsqu'il mentionne, comme l'illustre la figure 4.11, que les deux évènements sont équiprobables « parce que chaque combinaison a 2 chance sur six » de se réaliser.

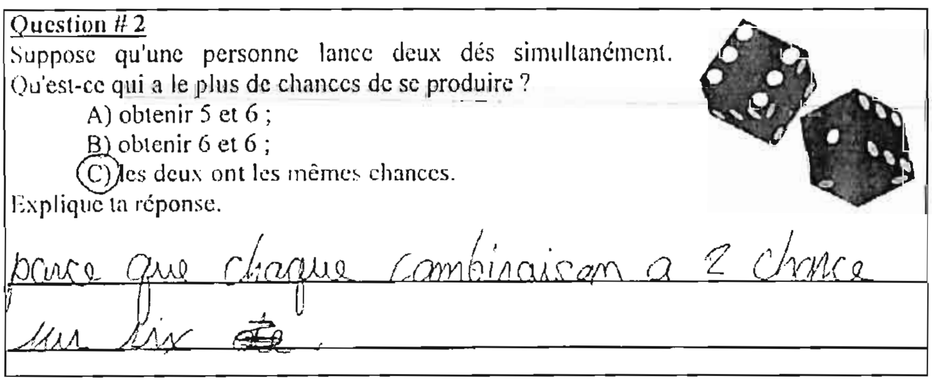

Question # 2
Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément. Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?
A) obtenir 5 et 6 ;
B) obtenir 6 et 6 ;
C) les deux ont les mêmes chances.
Explique ta réponse.
parce que chaque combinaison a 2 chance sur six .

Figure 4.11 Conception *équiprobabilité* chez Christian (questionnaire A).

Il m'apparaît important de souligner au passage que nous avons ici un bel exemple d'une conception « réfléchie », tel que défini dans le *Cadre conceptuel*. En effet, Christian semble s'appuyer sur un modèle mathématique pour répondre puisqu'il établit une probabilité, soit « 2 chance sur six », pour chacune des combinaisons. Une fois de plus, la conception *équiprobabilité* semble se manifester puisque Christian attribue des probabilités égales pour chaque évènement. Cependant, même si chacune des 36 combinaisons que l'on peut former avec deux dés réguliers sont équiprobables, le premier évènement (obtenir 5 et 6) englobe deux combinaisons (5-6 et 6-5) alors que le deuxième évènement (obtenir 6 et 6) correspond à une seule combinaison (6-6). De plus, Christian semble confondre les évènements simples et les évènements composés, tout comme dans l'étude de Fischbein et Schnarch (1997), puisqu'il affirme que chacune des combinaisons a une probabilité de 2/6 de se réaliser. En effet, cette probabilité m'apparaîtrait viable dans le cas où on souhaite obtenir un « 5 » *ou* un « 6 » en lançant *un* seul dé, ce qui n'est toutefois pas le cas ici où on souhaite obtenir un « 5 » *et* un « 6 » (ou un « 6 » *et* un « 6 ») en lançant *deux dés*.

Une autre façon d'expliquer la manifestation de la conception *équiprobabilité* est de penser que les évènements sont équiprobables puisque tous les résultats d'un dé sont équiprobables. La figure 4.12 présente la réponse de Rebecca pour la même question.

<u>Question # 2</u>
Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément. Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?
A) obtenir 5 et 6 ;
B) obtenir 6 et 6 ;
C) les deux ont les mêmes chances.
Explique ta réponse.

C. Les dés ont tout les 2 6faces donc le 6 a $\frac{1}{6}$ chance d'apparaître et le 5 a $\frac{1}{6}$ chance d'apparaître

Figure 4.12 Conception *équiprobabilité* chez Rebecca (questionnaire A).

Dans ce cas, la conception *équiprobabilité* se manifeste une fois de plus, mais elle est en quelque sorte « réfléchie » autrement par l'élève. En effet, Rebecca examine chacun des évènements de manière indépendante et s'appuie sur le fait que la probabilité d'obtenir chacun de ces résultats lors du lancer d'un dé serait de 1/6 pour expliquer que les deux évènements sont équiprobables. Elle confond ainsi, comme dans le cas précédent des évènements simples avec des évènements composés (Fischbein et Schnarch, 1997). Puisqu'il faut distinguer les résultats du premier et du deuxième lancer de dés (5-6 est différent de 6-5, mais ces deux résultats signifient tous deux *obtenir 5 et 6*), les combinaisons formées par les résultats de deux dés ne sont pas équiprobables.

Par ces réponses de Christian et de Rebecca, j'ai décelé des manifestations de la conception *équiprobabilité*, mais je me demande si ces élèves peuvent avoir répondu ainsi parce qu'ils ne maîtrisent pas la situation qui leur a été proposée plutôt que parce qu'ils pensent que tout évènement est équiprobable. Ces résultats devront donc être interprétés avec prudence[74].

Dans le questionnaire B, administré à la fin de la séquence d'enseignement, un biais a involontairement été inséré à la question #2 en suggérant que les sommes de deux dés réguliers ne sont pas équiprobables. Ce biais a pu empêcher quelques élèves d'affirmer que les sommes des dés étaient équiprobables. Certains autres ont malgré tout répondu que les sommes étaient équiprobables, ce que m'amène à penser que cette idée était bien ancrée chez eux. C'est le cas par exemple de Tina, chez qui la conception *équiprobabilité* semble se manifester au terme de la séquence d'enseignement, comme le témoigne la figure 4.13.

Question # 2
Une personne lance deux dés simultanément. Quelle somme a le plus de chances d'être obtenue ? Explique ta réponse.

Peu importe parce que ça peut tomber comme 1, comme 11

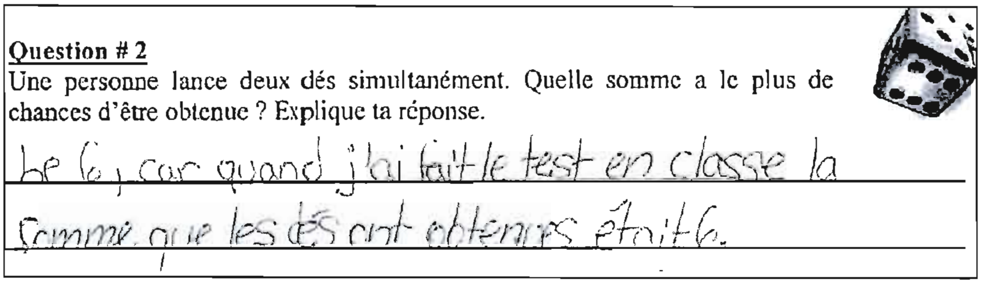
Figure 4.13 Conception *équiprobabilité* chez Tina (questionnaire B).

Il m'apparaît viable de penser que cette situation est aléatoire et qu'il est donc possible d'obtenir n'importe quelle somme de 2 à 12, mais pas une somme de « 1 » comme le suggère Tina. Cependant, la présente question ne demande pas de prédire un résultat, mais plutôt d'identifier la somme la plus probable. En n'admettant pas que certaines sommes sont plus probables que d'autres, Tina donne l'impression de croire que toutes les sommes sont équiprobables, ce qui évoque la conception *équiprobabilité*.

---

[74] Il faut ajouter que toute réponse affirmant que les probabilités sont égales ne mène pas nécessairement à inférer la conception équiprobabilité. J'y reviendrai dans la *Discussion des résultats*.

Une autre réponse ponctuelle qui me paraît riche à analyser est celle de Clara, exposée à la figure 4.14, même si cette réponse ne laisse pas penser que la conception *équiprobabilité* se manifeste.

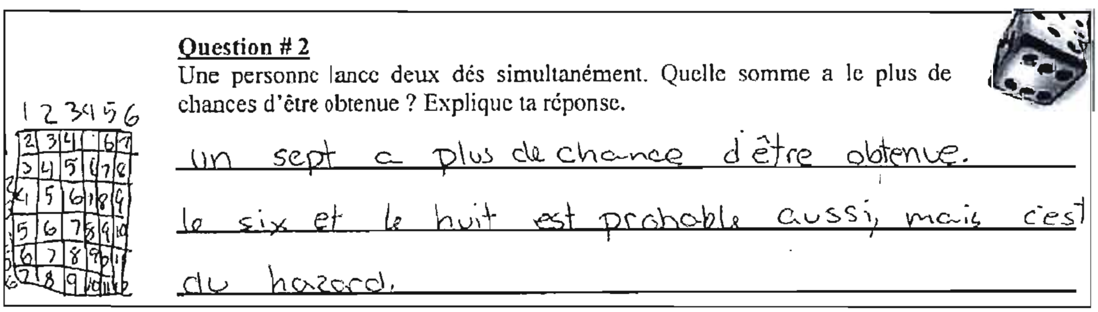

Question # 2
Une personne lance deux dés simultanément. Quelle somme a le plus de chances d'être obtenue ? Explique ta réponse.

Le 6, car quand j'ai fait le test en classe la somme que les dés ont obtenus était 6.

Figure 4.14 Conception *équiprobabilité* chez Clara (questionnaire B).

Dans cette réponse, Clara semble se fier sur les probabilités fréquentielles provenant de sa propre simulation au cours #1. Elle s'appuie donc sur son expérience, soit sur un petit nombre de résultats expérimentés en classe pour conclure que la somme la plus probable est « le 6 ». Je ne pense pas que la conception *équiprobabilité* se manifeste à travers cette explication, mais celle-ci m'informe que les résultats de l'expérience aléatoire semblent être plus convaincants pour Clara que les probabilités théoriques associées à chaque somme. Aurait-elle répondu que la somme la plus probable est 2 si ses dix lancers de dés en classe avaient fait ressortir un mode de 2 ?

Dans la figure 4.15, la réponse d'Alexis semble indiquer qu'il accorde un sens au tableau à double entrée (comme celui de la figure 1.5) pour calculer les probabilités théoriques de chacune des sommes, ce qui l'amène à constater que les sommes de deux dés ne sont pas équiprobables.


Question # 2
Une personne lance deux dés simultanément. Quelle somme a le plus de chances d'être obtenue ? Explique ta réponse.

1 2 3 4 5 6

un sept a plus de chance d'être obtenue. le six et le huit est probable aussi, mais c'est du hazard.

Figure 4.15 Conception *équiprobabilité* chez Alexis (questionnaire B).

Alexis s'appuie sur les probabilités théoriques des sommes de dés pour affirmer que le « 7 » est plus probable que les autres sommes, en étant aussi conscient de l'incertitude des résultats. Ainsi, la conception *équiprobabilité* ne se manifeste pas dans la réponse d'Alexis.

L'analyse des réponses aux questionnaires a permis de relever plusieurs manifestations différentes de la conception *équiprobabilité*. De plus, j'ai constaté que cette même conception pouvait être « réfléchie » de différentes manières pas différents élèves, et ce, dans un même contexte (ou en réponse à une même question). La conception *équiprobabilité* s'est manifestée au début de la séquence d'enseignement chez 92% (24/26) des élèves ayant répondu au questionnaire A, alors que seulement 14% (3/21) des répondants au questionnaire B ont manifesté cette même conception au terme de la séquence d'enseignement[75].

4.2.2 Analyse des observations en classe

Cette sous-section expose des propos de Danik et de Tommy tenus au cours de la séquence d'enseignement, en vue de témoigner d'une possible complexification de la conception *équiprobabilité*[76].

Dès le cours #1, Danik et Tommy m'énoncent leur prédiction initiale, avant de lancer les dés, pour déterminer s'il est plus avantageux pour le comité de faire jouer les participants au *SEPT chanceux*, au *ONZE chanceux* ou si cela n'a pas d'importance :

> Mathieu : Vous les gars, c'est quoi votre prédiction ?
>
> Danik et Tommy : Nous, ça pas d'importance.

[75] Ces statistiques doivent être interprétées avec prudence et seront explicitées davantage dans le chapitre suivant, notamment pour expliquer la diminution de la fréquence de la conception *équiprobabilité* qui s'est manifestée dans les questionnaires des élèves.

[76] Il est à noter que la conception *équiprobabilité* est analysée conjointement chez Danik et Tommy puisque ces derniers étaient constamment en interaction durant la séquence d'enseignement. Je vais cependant faire ressortir les différences des manifestations de cette conception chez ces élèves.

Mathieu : Ça n'a pas d'importance ?

Tommy : Aucunement.

Danik : On pense que les chiffres ont les mêmes...

Tommy : ... mêmes possibilités

Cours #1 – travail en équipe

Danik et Tommy ont la même prédiction initiale, mais pas pour les mêmes raisons. Tommy semble manifester la conception *équiprobabilité* puisqu'il affirme que les sommes ont toutes les mêmes possibilités d'être obtenues. Toutefois, Danik pourrait être influencé par sa *conception du hasard*, ce qui l'amène à penser que le choix de jeu importe peu puisque le hasard est imprédictible. En effet, Danik utilise l'argument « c'est du hasard » plusieurs fois. Cela l'amène, entre autres, à justifier pourquoi ça n'a pas d'importance de choisir le *SEPT chanceux* ou le *ONZE chanceux*, comme si c'était équiprobable.

De plus, Tommy semble manifester la conception *équiprobabilité* lorsqu'il dit dans ses mots que chaque somme a la même probabilité si on lance deux dés réguliers :

Danik : C'est du hasard... À quoi ça nous sert de savoir ça ?

Tommy : Julie, j'ai de la misère avec les probabilités. Je trouve ça vraiment trop stupide... pasque tout le monde le sait que quand tu brasses des dés, t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pis t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pas.

Cours #1 – travail en équipe

Dans cet extrait, je me demande si la conception équiprobabilité se manifeste lorsque Tommy affirme que « t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pis t'as autant de chances d'avoir le chiffre que tu veux pas ». Est-ce qu'il veut dire que ces deux issues sont équiprobables ? De plus, il semble penser que les sommes ont « autant de chances », ce qui lui paraît évident puisqu'il affirme que « tout le monde le sait ». Après leurs 10 lancers de dés, Danik et Tommy maintiennent la même prédiction :

Tommy : Ça pas d'importance, selon moi les deux ont les mêmes possibilités.

Julie : Ok.

Danik : T'as vu ? On a pogné une fois de chaque.

Tommy : Ça veut absolument rien dire… t'aurais pu pogner sept fois « 7 » pis une fois « 11 » que ça aurait r'venu au même. On va ré expérimenter.

Cours #1 – travail en équipe

Il faut dire que l'expérimentation peut avoir renforcé la conception de Danik, car les sommes « 7 » et « 11 » sont apparues à la même fréquence, soit une fois chacune. Cependant, Tommy ne semble pas vouloir se contenter des résultats obtenus. Il veut « ré expérimenter », comme s'il était conscient de la variabilité des résultats pour un échantillon restreint.

Lors du retour en groupe, plusieurs élèves indiquent que le comité devrait choisir le jeu du *ONZE chanceux*, mais Danik n'est pas de cet avis :

Julie : Ok, donc le comité devrait choisir le *ONZE chanceux*. Y en a-t-il beaucoup qui avaient choisi le *ONZE chanceux* ? [Plusieurs élèves lèvent la main.]

Danik : [à voix basse] Vous êtes toutes caves.

Cours #1 – retour en groupe

On perçoit dans l'extrait précédent que la conception *équiprobabilité* de Danik n'est pas ébranlée puisqu'il porte un jugement assez sévère sur l'hypothèse de ses pairs. De plus, sa prédiction du choix de jeu n'a pas changé, comme on peut le remarquer dans l'extrait suivant :

Julie : Ok. En a-t-il d'autres qui ont choisi autre chose que le *ONZE chanceux* comme jeu ? Oui ? [elle pointe Danik]

Danik : Nous… ça pas… euh… on s'en fout de qu'est-ce que…

Julie : Toi, c'était « ça pas d'importance » ?

Danik : Ouais.

Julie : Ok.

Danik : C'est en plein ça.

Julie : Puis est-ce que tu restes avec « ça pas d'importance » ?

Danik : Ouais.

Cours #1 – retour en groupe

Lors du retour en groupe, les élèves partagent leur hypothèse sur la situation. C'est alors que Marc[77] énumère les possibilités d'obtenir une somme de « 7 » et une somme de « 11 » avec deux dés :

Marc : Ben moi j'ai faite un… j'ai marqué les combinaisons que tu pouvais faire. Si tu fais un « 6 » pis un « 1 » ça va donner « 7 ». Pis j'ai toute faite ça comme ça pis t'as… heum… 6 chances d'obtenir un « 7 » avec une paire de dés.

Julie : Ok.

Marc : Pis t'as deux chances d'obtenir un « 11 » avec une paire de dés.

Cours #1 – retour en groupe

Dans les moments suivants, Tommy considère l'explication de Marc, ce qui semble le faire changer d'avis sur l'équiprobabilité des sommes :

Julie : Avez-vous lancé vos dés, ça a l'air de quoi vos résultats ?

Tommy : Pasque sur 10 lancers on a eu un « 7 » et un « 11 ».

Julie : Ok. Ça fait que c'est mitigé comme on dit.

Tommy : Ben, en fait, euh…

Danik : C'pasque c'est du hasard

Tommy : Non, c'pas du hasard. C'pasque c'que Marc dit…

Danik : C'est du hasard. [il rit]

Tommy : Ta yeule. Marc a dit de quoi de très intéressant pis il l'a prouvé lui que ya plus de

---

[77] Marc est un élève fort en mathématiques. En adoptant généralement une approche mathématique, il a manifesté peu de conceptions au cours de la séquence d'enseignement, mais il a peut-être eu un impact sur le processus de complexification conceptuelle des autres élèves.

possibilités d'avoir un « 7 » qu'un « 11 ».

Danik : M'en fous. Ça dépend comment tu lances.

Tommy : Donc les possibilités que le « 7 » ait sorti sont plus élevées que le « 11 ».

Cours #1 – retour en groupe

Cette citation illustre la confrontation de leur pensée en lien avec la conception *équiprobabilité*. La prédiction initiale de Tommy ne semble plus lui convenir, car il prend conscience qu'il n'y a pas autant de possibilités d'obtenir une somme de « 11 » que de possibilités d'obtenir une somme de « 7 ». La conception *équiprobabilité* est donc ébranlée chez Tommy malgré le renforcement de leur expérimentation avec les dés. Cela amène l'idée que le dénombrement des combinaisons possibles pour chaque somme énoncé par Marc a été un facteur d'ébranlement pour Tommy, ce qui lui permet d'entamer un processus de complexification conceptuelle. L'influence des pairs est donc un facteur d'ébranlement chez Tommy puisqu'il est à l'écoute des explications des autres. De son côté, Danik semble toujours penser que les sommes de dés sont équiprobables, étant influencé par sa *conception du hasard*, puisque « c'est du hasard » et que « ça dépend comment tu lances ». Tommy semble exaspéré d'entendre Danik répéter sans cesse que « c'est du hasard », alors qu'il tente de mathématiser le phénomène.

L'extrait suivant illustre que la conception *équiprobabilité* de Danik n'est pas ébranlée :

Rebecca : Ben moi dans ma tête ça avait pas d'importance [de choisir une somme ou une autre] pasque techniquement ya une face sur 6 donc pour les dés ya une chance sur 6 de pogner le nombre que tu veux.

Danik : [à voix basse] Elle a l'a.

Cours #1 – retour en groupe

Danik acquiesce à l'affirmation de Rebecca alors qu'elle confond l'équiprobabilité des résultats lors du lancer d'un seul dé (évènement simple) et les résultats de probabilités différentes pour la somme de deux dés (évènement composé).

Après avoir compilé les résultats de toute la classe (voir la figure 4.8), il semble que la conception *équiprobabilité* soit en cours de complexification chez Tommy, car il est capable de prendre du recul sur la situation :

> Julie : Donc, suite à ça, qu'est-ce que vous en pensez quand vous regardez ça [en parlant du tableau fréquentiel provenant des résultats compilés par toutes les équipes] ?
>
> [...]
>
> Tommy : [à voix basse] On devrait faire... le *DOUZE chanceux*.

Cours #1 – retour en groupe

En effet, en comparant les fréquences de chacune des sommes de dés, Tommy constate que le jeu du *DOUZE chanceux* serait encore plus avantageux pour le comité. De plus, lorsque Julie demande aux élèves ce qu'ils remarquent d'autre dans le tableau des résultats compilés, Tommy fait ressortir la tendance générale suivante :

> Tommy : Des deux côtés ça part plus petit, plus que ça va au milieu plus que ça devient plus gros. [Tommy fait un geste avec ses mains qui ressemble à la courbe en forme de cloche]

Cours #1 – retour en groupe

On voit donc qu'il observe la distribution des résultats dans un tableau fréquentiel, ce qui lui permet de comparer les fréquences des sommes de dés. En mettant en évidence une courbe en forme de cloche, Tommy semble convaincu que toutes les sommes de dés ne sont pas équiprobables, ce qui exprime une véritable réflexion qui suggère que la conception *équiprobabilité* est en processus de complexification.

D'ailleurs, au début du cours #2, Tommy explique sa prédiction finale de choix de jeu, ce qui m'amène à penser que la conception *équiprobabilité* se complexifie chez lui :

> Tommy : C'est ça. Mais là là, dans le jeu juste pour être sûr faut qu'y aille moins de chances de le pogner, pour avoir plus d'argent ?
>
> Mathieu : Exactement.
>
> Tommy : À fin, évidemment ça va être le « 11 » pasqu'on a remarqué que plus les chiffres sont loin du milieu, ben moins qu'ya de chances de l'avoir.

Mathieu : Ça fait que le *ONZE chanceux* sort moins souvent ?

Tommy : Que le « 7 ».

Mathieu : Que le *SEPT chanceux* ?

Tommy : Yes.

Cours #1 – retour en groupe

Avant de prendre une décision, Tommy s'assure de l'intention du comité, soit de faire perdre davantage les participants. Puisque l'élève fait un retour sur la tâche, il donne l'impression de s'être approprié la situation. Il conclut donc que le comité devrait choisir le jeu du *ONZE chanceux*, car les probabilités d'obtenir une somme de « 11 » sont plus faibles que d'obtenir une somme de « 7 ».

Du côté de Danik, sa conception *équiprobabilité* ne semble toujours pas ébranlée au deuxième cours lorsque je demande si des éléments les ont convaincus de modifier leur prédiction initiale :

Mathieu : Est-ce qu'il y en a qui ont été convaincus par autre chose ?

Danik : [à voix basse] C'est du hasard.

Cours #2 – retour en groupe

Il semble que Danik ne voit pas l'intérêt de changer de prédiction puisque « c'est du hasard ». Selon lui, puisque le hasard est imprédictible, aucun jeu n'est plus avantageux. C'est comme si sa *conception du hasard* l'amenait à croire que des évènements aléatoires sont forcément équiprobables puisque sa vision chaotique du hasard le porte à penser que n'importe quel résultat peut être obtenu.

D'ailleurs, dans le jeu *Garde ou change*, le participant doit décider s'il est préférable de garder la boîte choisie au départ ou de changer pour l'autre boîte, alors qu'une boîte vide a été ouverte. Même si le simulateur de probabilités semble toujours fournir des probabilités fréquentielles de gain aux alentours des 33% pour la stratégie qui consiste à « garder la boîte » et aux alentours des 67% pour la stratégie qui consiste plutôt à « changer de boîte », Danik manifeste la conception *équiprobabilité* en affirmant que la probabilité de gagner est « supposée être 50% », quelle que soit la stratégie retenue :

Danik : Ah, mais c'est supposé être 50%.

Tommy : [à voix basse] Non.

Mathieu : Toi Danik, tu dis « ça devrait faire 50% » ?

Danik : Ouais, genre j'sais pas là.

Mathieu : Mais, ici, ce qui arrive là [les résultats expérimentaux du simulateur de probabilités] ça nous dit pas 50%. Pourquoi ?

Danik : Ben je sais pas, mais logiquement [...] Tsé t'as pas plus de chances de gagner.

[...]

Mathieu : Mais ça t'amène un petit doute ?

Danik : Ouais.

Cours #2 – retour en groupe

Puisque le jeu *Garde ou change* défie fortement l'intuition, il n'est pas étonnant qu'il provoque l'émergence de la conception *équiprobabilité*. Alors qu'on pourrait penser que le simulateur de probabilités permet à l'élève de réfléchir davantage à la situation en le confrontant à des résultats auxquels il ne s'attend pas, il semble que le simulateur n'a en fait pas l'effet escompté sur Danik, qui paraît à peine surpris par les résultats du simulateur de probabilités. L'extrait précédent suggère que l'outil technologique parvient à semer un léger doute chez Danik, mais sans toutefois suffire à ébranler la conception *équiprobabilité*. En fait, il semble incapable[78] d'argumenter (ou ne juge pas nécessaire d'argumenter) sa position et d'expliquer ce qui se cache véritablement derrière ses manifestations de la conception *équiprobabilité* qui sont sûrement reliées à sa *conception du hasard*.

[78] Il faut préciser ici que cette incapacité ou ce « blocage » est apparent de mon point de vue, mais il est possible que Danik ne se sente pas du tout incommodé par cette absence d'argumentation.

De son côté, Tommy se sert des probabilités fréquentielles du simulateur de probabilités pour établir les probabilités théoriques des stratégies du jeu *Garde ou change* :

Tommy : Ça veux-tu dire que t'as comme deux chances sur trois de gagner quand tu changes ?

Mathieu : Qu'est-ce que tu en penses Tommy ?

Tommy : Moi j'pense que oui.

Mathieu : Tu penses que oui. Toi tu penses que théoriquement ça serait deux sur trois ?

Tommy : Ouais.

Mathieu : C'est ce que ça a l'air de nous montrer [en parlant du simulateur de probabilités].

Tommy : Ben on dirait.

Mathieu : Puis dans le premier cas, « garde », ça serait combien de chances ?

Tommy : Une chance sur trois.

Cours #2 – retour en groupe

En observant que les probabilités fréquentielles de gagner en changeant de boîte s'approchent de 67% et les probabilités fréquentielles de gagner en gardant la boîte s'approchent de 33%, Tommy prédit que les probabilités théoriques de gagner sont respectivement de « deux chances sur trois » et de « une chance sur trois ». Puisqu'il se fie aux résultats expérimentaux du simulateur de probabilités, Tommy constate que les évènements de cette situation ne sont pas équiprobables.

Dans les autres cours de la séquence d'enseignement, Tommy semble conscient que les évènements d'une situation aléatoire ne sont pas nécessairement équiprobables dans les autres jeux, mais Danik n'en semble pas convaincu… puisque « c'est du hasard »!

4.2.3 Analyse des entrevues

Cette sous-section expose des propos de Danik et Tommy tenus lors de l'entrevue en vue de témoigner d'une possible complexification de la conception *équiprobabilité*.

On peut remarquer que la conception *équiprobabilité* est toujours en cours de complexification chez Danik et Tommy depuis le début de la séquence d'enseignement. Lorsque je leur montre la feuille des résultats compilés de toute la classe (voir la figure 4.8), je leur demande ce qu'on en avait conclu, afin de faire ressortir ce qu'ils ont retenu quant aux probabilités des sommes de deux dés réguliers :

> Tommy : Ben que on devrait jouer au *ONZE chanceux* pasque ya moins de chances de l'avoir.
>
> Mathieu : Ok.
>
> Danik : Pis que les chiffres du milieu c'tait plus, heu... c'tait plus les chiffres sortis du lot.
>
> Mathieu : Les chiffres du milieu, tu penses à lesquels en particulier.
>
> Danik : Aux « 6-7 ». Les « 6-7 » c'est les plus sortis. C'est genre les chiffres du milieu.

Entrevue

Contrairement à ce qu'ils pensaient au début de la séquence d'enseignement, ils semblent maintenant conscients que les sommes de dés n'ont pas les mêmes probabilités puisqu'ils mentionnent que les sommes de 6 et de 7 ont été plus fréquentes que les autres sommes. Dans l'extrait suivant, Tommy affirme qu'on pourrait prédire les résultats compilés de toute la classe à l'aide de calculs :

> Tommy : Moi j'pense que, avec beaucoup de calculs pis un grand nombre de... d'essais comme on faisait avec le simulateur, on peut pratiquement arriver à prédire c'qui pourrait arriver là.
>
> Mathieu : Ok.
>
> Tommy : Si c'est exemple au, heu... tsé c'est ça, tu peux prédire ça là évidemment [Il parle des résultats de la classe.] pasque... Tsé on a pogné vingt huit « 6 », c'est vraiment plus que les autres. Tsé, c'est sûr que si je fais un million de lancers j'va pogner heu... sept cent mille « 6 » par exemple.

Entrevue

Tommy semble penser que, à l'aide des probabilités, on peut prédire une tendance générale d'un échantillon de résultats. Ainsi, il accorde de l'importance aux probabilités fréquentielles, ce qui lui permet de constater que les sommes de dés se réalisent dans des proportions différentes. Donc, Tommy accorde beaucoup de crédibilité à l'échantillon de la classe puisqu'il affirme que la même tendance générale se retrouverait dans un échantillon plus grand.

De son côté, Danik ne semble pas être convaincu de cette tendance générale :

Mathieu : Ok, Tommy toi tu penses que c'est normal qu'il y ait plus de « 6 ». Est-ce que c'est la même chose pour toi Danik ?

Danik : Ben, non. Mon j'dis que pas nécessairement, chacun à toutes ses chances. Mais... genre... je sais pas...

Entrevue

Danik pense-t-il que les sommes de dés ont toutes les mêmes probabilités ? L'extrait précédent me mène à penser que Danik a constaté en classe que les sommes de dés ne sont pas équiprobables, mais qu'il pense toujours au fond de lui que chaque somme peut être obtenue avec une même probabilité. Cela est sûrement dû à sa *conception du hasard*, puisque celle-ci l'amène à penser que le hasard est chaotique et imprédictible, ce pourquoi il n'arrive pas à établir des probabilités différentes pour les sommes de dés. Sous l'influence de cette *conception du hasard*, il pourrait croire qu'une situation au hasard amène forcément l'équiprobabilité des résultats.

4.2.4 Synthèse pour la conception *équiprobabilité*

La conception *équiprobabilité* a été observée chez Danik et Tommy et il semble qu'ils aient entamé un processus de complexification conceptuelle. Danik fait remarquer que les fréquences sont différentes dans les résultats des sommes de dés, mais il semble croire que chaque somme a autant de probabilités d'être obtenue puisqu'il s'agit du hasard. Ainsi, sa *conception du hasard* semble influencer la probabilité qu'il accorde aux évènements aléatoires. Plus précisément, en pensant que le hasard est imprédictible, il est porté à croire que les sommes de deux dés sont équiprobables. Même si la conception *équiprobabilité* de Danik semble être légèrement ébranlée à travers la séquence d'enseignement, il semble revenir naturellement à sa conception selon laquelle les évènements aléatoires ont les mêmes probabilités d'êtres obtenues puisqu'on ne peut pas prédire le hasard. Il est donc possible de penser que sa *conception du hasard* liée à l'imprédictibilité et au *chaos* vienne embrouiller la situation, le portant ainsi à croire que les évènements sont équiprobables.

Tommy croit d'abord lui aussi en l'équiprobabilité des sommes de dés, mais plutôt parce que celles-ci auraient le même nombre de « possibilités », c'est-à-dire le même nombre de cas possibles pour chaque somme, ce qui pourrait aussi exprimer une méconnaissance du phénomène à l'étude. Cependant, en comptabilisant les combinaisons possibles pour former chacune des sommes de deux dés, la conception *équiprobabilité* est ébranlée chez lui, enclenchant ainsi un processus de complexification conceptuelle. Ceci semble l'avoir convaincu que certaines sommes sont plus probables que d'autres et il est parvenu par la suite à comparer les probabilités de chacune des sommes en adoptant une approche mathématique.

Les questionnaires font ressortir des manifestations de la conception *équiprobabilité* chez quelques autres élèves. Certains d'entre eux manifestent cette conception en s'appuyant sur l'équiprobabilité des combinaisons (Christian), l'équiprobabilité des résultats d'un dé (Rebecca) et l'équiprobabilité des sommes de dés (Tina). Cependant, d'autres élèves réinvestissent ce qui a été vu en classe, tel que l'utilisation des probabilités théoriques (Alexis), pour montrer que les sommes de dés ne sont pas équiprobables. Il semble que la conception *équiprobabilité* se soit moins manifestée dans le questionnaire B (14%, soit 3 des 21 élèves) que dans le questionnaire A (92%, soit 24 des 26 élèves). Cette diminution suggère qu'il y ait eu une complexification conceptuelle chez l'ensemble des élèves de la classe, mais j'y reviendrai lors de la *Discussion des résultats*.

4.3 Conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*

On peut se rappeler que, dans le cadre de ce mémoire, la conception *contrôle du hasard* est associée à l'illusion que la pratique et l'expérience de jeux de hasard permettent de développer des habilités et des stratégies qui influencent le hasard. En ce qui concerne la conception *approche du résultat*, elle mène un individu face à un essai d'une situation aléatoire à en prédire l'issue plutôt qu'à considérer les probabilités qu'une issue possible se réalise. La conception *dépendance* est associée quant à elle à la croyance que les résultats passés influencent les résultats futurs. Ces trois conceptions sont ici analysées chez quelques élèves de la classe, à partir de leurs manifestions ponctuelles à différents moments de la séquence d'enseignement, sans en étudier l'évolution.

4.3.1 Analyse des questionnaires

Cette sous-section expose des réponses ponctuelles d'élèves aux questionnaires A et B en vue de mettre en lumière les manifestations des conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*. L'analyse qui suit tente de comprendre chacune de ces conceptions, une à la fois. Il arrive toutefois qu'elles se manifestent simultanément, élément sur lequel je reviendrai ultérieurement dans la *Discussion des résultats*.

4.3.1.1 Conception *contrôle du hasard*

Dans les questionnaires A et B, la question #5 vise à faire émerger la conception *contrôle du hasard*[79]. Les extraits suivants permettent d'inférer cette conception puisque leurs auteurs y laissent entendre que l'expérience ou une stratégie quelconque pourrait influencer les résultats d'une situation aléatoire. Selon la réponse de Tina à la question #5 du questionnaire A, l'expérience du joueur serait à considérer, tel que l'illustre la figure 4.16.

---

[79] J'ai remarqué que cette question est celle qui a été accompagnée des justifications les plus variées fournies par les élèves, ce qui a rendu une classification plus difficile.

Question # 5
A qui demanderais-tu des nombres pour former une combinaison de *Lotto 6/49* ?
A) à une personne qui a joué et gagné plusieurs fois ;
B) à une personne qui a déjà joué, mais qui n'a jamais gagné ;
C) à une personne qui n'a jamais joué ;
D) tu vas faire ton choix toi-même ;
E) peu importe.
Explique ta réponse.

Oui, je peux avouer qui c'est la PERSONNE qui a gagné plusieurs fois dont elle a de l'expérience, mais il y a rien qui me prouve que je peux gagner aussi, C'est toujours 50-50

Figure 4.16 Conception *contrôle du hasard* chez Tina (questionnaire A).

Si on se fie à l'énoncé retenu par Tina, soit l'énoncé A), on peut penser que la conception *contrôle du hasard* se manifeste ici. Cependant, la justification fournie par Tina suggère qu'elle pourrait tout de même gagner, même s'il y a des joueurs plus expérimentés. Elle semble donc consciente de la variabilité des résultats d'une situation aléatoire. Aussi, on peut se demander si la conception *équiprobabilité* se manifeste lorsqu'elle affirme que « c'est toujours 50-50 » (affirmation qui pourrait être interprétée comme une probabilité de gagner égale à 50%) ou si elle est seulement consciente que toute personne, qu'elle soit expérimentée ou non, a la même probabilité de gagner avec un billet de loterie.

Dans la figure 4.17, la réponse de Marie-Andrée à cette même question suggère qu'il serait plus avantageux de toujours prendre les mêmes chiffres à chaque tirage.

Question # 5
A qui demanderais-tu des nombres pour former une combinaison de *Lotto 6/49* ?
A) à une personne qui a joué et gagné plusieurs fois ;
B) à une personne qui a déjà joué, mais qui n'a jamais gagné ;
C) à une personne qui n'a jamais joué ;
D) tu vas faire ton choix toi-même ;
E) peu importe.
Explique ta réponse.

Moi, Jecrois que si tu prends toujours les même chiffre a chaque fois que tu joue tu a plus de chance que les autres.

Figure 4.17 Conception *contrôle du hasard* chez Marie-Andrée (questionnaire A).

De cette façon, on peut penser que Marie-Andrée croit que cette stratégie permet d'influencer les résultats d'une expérience aléatoire, ce qui suggère la manifestation de la conception *contrôle du hasard.* Derrière cette idée, Marie-Andrée pense peut-être qu'elle doit garder la même combinaison d'un tirage à l'autre puisque ses probabilités de gagner seraient favorables après une série de pertes. Si tel est le cas, on peut aussi inférer la conception *dépendance* en lien avec cette idée, étant donné que les combinaisons de loterie sont indépendantes d'un tirage à l'autre.

À l'opposé de la réponse de Marie-Andrée prétendant qu'il faut garder « les mêmes chiffres », Christian répond dans le questionnaire B, au terme de la séquence d'enseignement, qu'il est préférable de « varier les chiffres », comme on peut l'observer dans la figure 4.18.

Question # 5
Crois-tu qu'il existe une technique qui permet d'augmenter tes chances de gagner au jeu de *Lotto 6/49* ?
Explique ta réponse.

varier les chifres parce qu'en variant, on met plus de chances que si on garde le même chifre

Figure 4.18 Conception *contrôle du hasard* chez Christian (questionnaire B).

Christian suggère que le fait de varier les nombres choisis dans une combinaison de loterie puisse augmenter ses probabilités de gagner. Cette stratégie, pourtant à l'opposé de celle de Marie-Andrée, témoigne elle aussi de la présence de la conception *contrôle du hasard.* En effet, Christian croit qu'en choisissant des nombres différents d'un tirage à l'autre, il peut exercer un certain contrôle sur l'issue du jeu.

Une autre façon de choisir une meilleure combinaison de loterie est exprimée par Clara dans la figure 4.19 lorsqu'elle mentionne qu'il est préférable de « choisir une fiche qui a les chiffres les plus mélangés ».

Question # 5
Crois-tu qu'il existe une technique qui permet d'augmenter tes chances de gagner au jeu de *Lotto 6/49* ?
Explique ta réponse.

Je crois, de choisir une fiche qui a les chiffres les plus mélangés.

Figure 4.19 Conception *contrôle du hasard* chez Clara (questionnaire B).

Cette forme de manifestation de la conception *contrôle du hasard* soutient l'idée qu'une combinaison « mélangée » (par exemple : 39, 1, 17, 33, 8, 27) a une plus grande probabilité d'être tirée qu'une combinaison ordonnée (par exemple : 1, 2, 3, 4, 5, 6). Toutefois cette stratégie n'est qu'illusion puisque toutes les combinaisons sont équiprobables dans cette situation. Il est à noter que cette réponse fait aussi émerger la conception qu'une combinaison est plus probable si elle semble mieux représenter le hasard, par exemple si elle paraît « mélangée ». Cette conception intitulée *représentativité* a été étudiée par plusieurs chercheurs (Batanero, Green et Serrano, 1998 ; Fischbein et Schnarch, 1997 ; Lecoutre, Durand et Cordier, 1990). À nouveau, des conceptions paraissent reliées entre elles.

En analysant les questionnaires d'élèves, j'ai identifié des manifestations de la conception *contrôle du hasard*, et ce, chez 12% (3/26) des élèves au début de la séquence d'enseignement (questionnaire A) et chez 10% (2/21) des élèves au terme de la séquence d'enseignement (questionnaire B)[80].

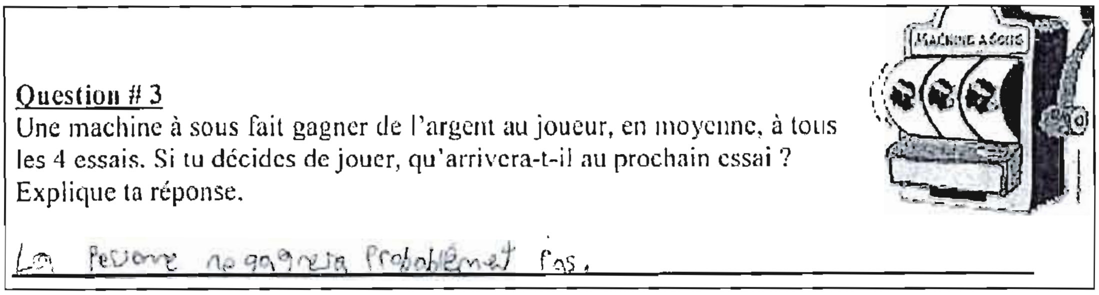
4.3.1.2 Conception *approche du résultat*

Dans les questionnaires A et B, la question #3 vise une éventuelle émergence de la conception *approche du résultat*. Afin d'inférer cette conception chez les élèves, je présente

[80] Ces statistiques doivent être interprétées avec prudence et seront explicitées davantage dans le chapitre suivant, notamment pour expliquer la diminution de la fréquence de la conception *contrôle du hasard* qui s'est manifestée dans les questionnaires des élèves.

des exemples où des élèves, dans le contexte d'une situation aléatoire, cherchent à prédire un résultat plutôt que de considérer les probabilités que ce résultat (ou un autre) se produise.

Dans le questionnaire A, Samuel considère que la personne jouant à une machine à sous « ne gagnera probablement pas » au prochain essai, tel que l'illustre la figure 4.20.



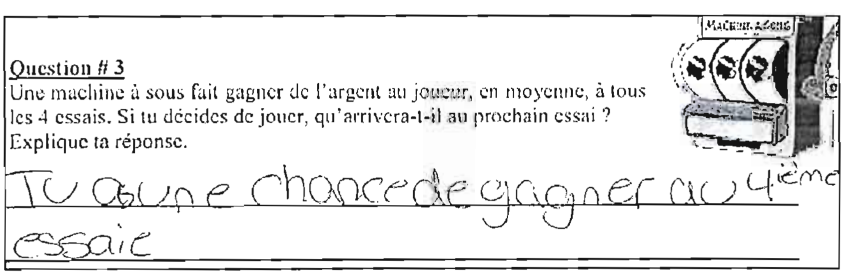
Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si tu décides de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ? Explique ta réponse.

La Persone ne gagnera Probablemet Pas.

Figure 4.20 Conception *approche du résultat* chez Samuel (questionnaire A).

À première vue, cette réponse ne manifeste pas clairement la conception *approche du résultat*. Samuel semble considérer que la probabilité de perdre est plus forte que celle de gagner en affirmant que « la personne ne gagnera probablement pas ». Toutefois, puisqu'il se prononce sur le résultat du prochain essai plutôt que de considérer les probabilités que chaque issue possible se réalise, il semble manifester ici la conception *approche du résultat*.

Une autre forme de manifestation de cette conception se retrouve dans la réponse de Marie-Andrée, à la figure 4.21, qui suggère que l'énoncé « une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais » ait été traduit par l'élève par « une machine fait perdre des sous au joueur aux trois premiers essais, elle lui permet d'en gagner au quatrième essai, elle lui en fait perdre aux trois essais subséquents, elle lui permet d'en gagner à l'essai suivant, etc. ».



Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si tu décides de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ? Explique ta réponse.

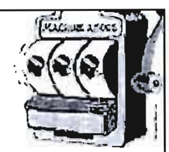
Tu as une chance de gagner au 4ième essaie

Figure 4.21 Conception *approche du résultat* chez Marie-Andrée (questionnaire A).

Lorsque Marie-Andrée affirme que « tu as une chance de gagner au $4^{ième}$ essaie », elle semble sous-entendre que le joueur va perdre aux trois prochains essais. Il faut dire que cette manifestation de la conception *approche du résultat* pourrait être reliée à une difficulté à interpréter l'énoncé « en moyenne, à tous les 4 essais » ou à une certaine compréhension du fonctionnement des machines à sous où les résultats seraient déterminés à l'avance. On peut aussi se demander si cette conception est reliée à la conception *dépendance* puisque la réponse de Marie-Andrée pourrait signifier que les essais sont dépendants.

Dans le questionnaire B, Alexis semble lui aussi considérer que les résultats obtenus en jouant à cette machine forment la suite logique « perte-perte-perte-gain-perte-perte-perte-gain-... », ce qui permet de prendre position sur l'issue du jeu au prochain essai, tel que le présente la figure 4.22.

Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si une personne décide de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ? Explique ta réponse.



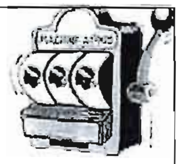
Ça dépendrait du nombre d'essai qui joue.
Si la personne avant lui à arrêter a 3
essai, il gagnera à la première fois.

Figure 4.22 Conception *approche du résultat* chez Alexis (questionnaire B).

Tout comme pour Marie-Andrée, la réponse d'Alexis suggère qu'il tient compte des séquences de jeu pour se positionner sur le prochain résultat, suggérant la conception *approche du résultat*. Il semble croire que les résultats sont déterminés à l'avance en suivant des séquences de trois pertes suivies d'un gain. Une telle conception pourrait aussi amener Alexis à développer une stratégie de jeu, ce qui pourrait faire émerger la conception *contrôle du hasard*. Aussi, la conception *dépendance* semble se manifester chez Alexis puisque, en se ramenant ainsi à des séquences de trois pertes suivies d'un gain, il considère que le résultat d'un essai dépend des résultats obtenus aux essais précédents.

Un dernier exemple est illustré à la figure 4.23, alors que Clara répond que le joueur « perdera à cause des statistiques ».

Question # 3
Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si une personne décide de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ? Explique ta réponse.



Ele perdera à cause des statistiques.

Figure 4.23 Conception *approche du résultat* chez Clara (questionnaire B).

En prenant position de cette façon sur l'issue du jeu, Clara n'émet pas seulement une prédiction sur le résultat possible mais affirme plutôt que le prochain résultat amènera nécessairement le joueur à perdre. Cela suggère la manifestation de la conception *approche du résultat*. En se basant sur les « statistiques », comme elle le mentionne, son explication semble être basée sur la comparaison des probabilités de gagner et de perdre. Cependant, ce n'est pas parce que le joueur a seulement une probabilité de 25% de gagner qu'il perdra assurément au prochain tour. Lors des prévisions météorologiques, il arrive que les probabilités de précipitations soient évaluées à 80% et qu'il n'y ait aucune précipitation. À l'opposé, de faibles probabilités de précipitations ne signifient pas qu'il ne pleuvra pas.

En analysant chaque questionnaire des élèves, diverses manifestations de la conception *approche du résultat* ont été identifiées chez 54% (14/26) des élèves ayant répondu au questionnaire A et chez 43% (9/21) des élèves ayant répondu au questionnaire B[81].

4.3.1.3 Conception *dépendance*

Afin de mettre en évidence des manifestations d'élèves m'amenant à inférer la conception *dépendance*, voici quelques réponses d'élèves à la question #1 des questionnaires A et B, où les résultats précédents d'une expérience aléatoire sont pris en considération pour prédire le prochain résultat.

---

[81] Ces statistiques doivent être interprétées avec prudence et seront explicitées davantage dans le chapitre suivant, notamment pour expliquer la diminution de la fréquence de la conception *approche du résultat* qui s'est manifestée dans les questionnaires des élèves.

Dans le questionnaire A, Rebecca affirme, à la figure 4.24, qu'« il y a de grandes chance que pile soit le prochain résultat ».

> **Question # 1**
> En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?
> Explique ta réponse.
>
> Pile puisque a $\frac{1}{2}$ et que les 3 premiers on été des faces il y a de grandes chance que pile soit le prochain résultat.

Figure 4.24 Conception *dépendance* chez Rebecca (questionnaire A).

Cette explication de Rebecca suggère la prise en compte de l'effet de récence négatif puisqu'elle juge que le prochain résultat devrait différer des précédents, question d'équilibrer en quelque sorte les résultats. Ainsi, les résultats de cette expérience aléatoire seraient dépendants pour Rebecca, d'où la conception *dépendance*, alors qu'ils sont *indépendants*. En affirmant que la probabilité théorique d'obtenir « pile » est égale à 1/2, Rebecca semble penser qu'il serait anormal d'avoir quatre « face » consécutives, et donc que le prochain résultat devrait être « pile ».

Dans une autre réponse, illustrée à la figure 4.25, Clara présente une explication semblable à celle de Rebecca en affirmant que « la chance tourne ».

> **Question # 1**
> En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?
> Explique ta réponse.
>
> Souvent, si on a de la chance 3 fois au quatrième essayes la chance tourne et cela retombe sur pile. Mais, sa pourrait autant retombé sur face encore mais, je dis pile.

Figure 4.25 Conception *dépendance* chez Clara (questionnaire A).

C'est encore l'effet de récence négatif qui amène Clara à équilibrer les résultats, en pensant que la chance tournera au quatrième essai. Elle semble toutefois consciente de l'incertitude de sa prédiction puisqu'elle écrit que le quatrième essai pourrait tout de même être « face ». En s'appuyant ainsi sur les résultats précédents pour prédire le prochain résultat, Clara manifeste la conception *dépendance*.

Dans le questionnaire B, Clara présente une explication différente, à la figure 4.26, en prédisant alors que le résultat sera « face aux quatrièmes lancers à cause que sa main aura été habitué, à la même technic de lancer la pièce ».

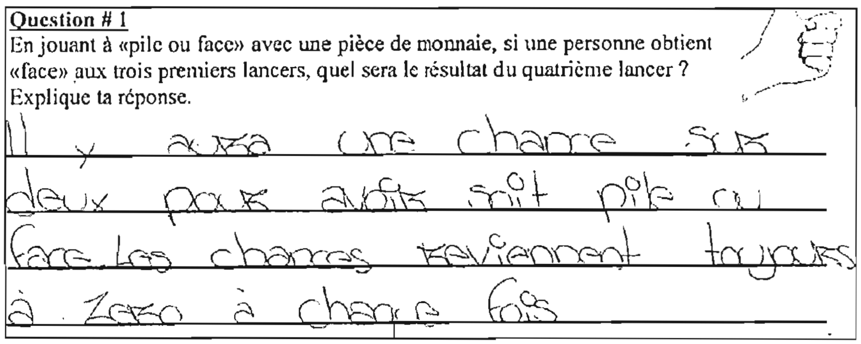
Question # 1
En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?
Explique ta réponse.

Elle obtiendra face aux quatrièmes lancers à cause que sa main aura été habitué, à la même technic de lancer la pièce.

Figure 4.26 Conception *dépendance* chez Clara (questionnaire B).

C'est maintenant l'effet de récence positif qui se manifeste, en suggérant la conception *dépendance*. Plus précisément, Clara semble croire que les résultats de cette expérience aléatoire devraient suivre la même tendance à la suite d'une séquence. Elle justifie que le prochain résultat devrait être « face » à nouveau puisque la personne s'est habituée à une technique pour lancer une pièce de monnaie. On peut aussi penser que cette explication est liée avec la conception *contrôle du hasard* où il serait possible de développer une stratégie pour influencer les résultats d'une expérience aléatoire.

Finalement, Anita énonce l'idée que « les chances reviennent toujours à zéro à chaque fois », tel que présenté à la figure 4.27.


Question # 1
En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?
Explique ta réponse.

Il y aura une chance sur deux pour autre soit pile ou face. Les chances reviennent toujours à zero à chaque fois

Figure 4.27 Conception *dépendance* chez Anita (questionnaire B).

Cette idée de remise à zéro suggère un oubli ou un effacement de ce qui s'est produit aux lancers précédents, en considérant que les résultats sont indépendants. Ainsi, cette explication s'oppose à la conception *dépendance*.

En analysant chaque questionnaire des élèves, je parviens à identifier diverses manifestations de la conception *dépendance*, qui se retrouvent dans les réponses écrites de 19% (5/26) des élèves ayant répondu au questionnaire A, et de 14% (3/21) des élèves ayant répondu au questionnaire B[82].

4.3.2 Analyse des observations en classe

Cette sous-section expose des extraits ponctuels d'élèves relevés au cours de la séquence d'enseignement afin de mettre en lumière les conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*.

---

[82] Ces statistiques doivent être interprétées avec prudence et seront explicitées davantage dans le chapitre suivant, notamment pour expliquer la diminution de la fréquence de la conception *dépendance* qui s'est manifestée dans les questionnaires des élèves.

4.3.2.1 Conception *contrôle du hasard*

Durant la séquence d'enseignement, il semble que Frédéric accorde beaucoup d'importance au contrôle qu'une personne peut exercer pour influencer le hasard. Par exemple, dans le cours #2, il affirme que la façon dont on lance le dé est importante :

> Frédéric : Ça une grosse importance… la façon dont tu le lances ton dé.
>
> Mathieu : Frédéric, tu dis : « ça a une grosse importance ». Pourquoi ?
>
> Frédéric : Ben, pasque c'est ça là… [les élèves rient] j'peux pas expliquer là mais admettons là… tu peux influencer le dé à tomber sur un « 5 » ou un « 6 ».

Cours #2 – retour en groupe

Frédéric croit non seulement que le hasard est influencé par la façon dont le dé est lancé, mais il croit aussi que quelqu'un peut s'exercer afin d'obtenir un résultat donné :

> Mathieu : Puis est-ce que tu peux t'exercer justement à l'influencer comme ça ?
>
> Frédéric : Ouais.
>
> Mathieu : Tu peux t'exercer. Ok, ça fait que quelqu'un pourrait dire : « moi je suis meilleur pour lancer un « 6 » que quelqu'un d'autre » ?
>
> Frédéric : Ouais.

Cours #2 – retour en groupe

Dans ces derniers extraits, la conception *contrôle du hasard* semble se manifester chez Frédéric puisqu'il affirme qu'on peut développer une façon de lancer un dé afin d'influencer les résultats.

4.3.2.2 Conception *approche du résultat*

Cette conception semble émerger lorsque les élèves sont amenés à manipuler les dés, au début de la séquence d'enseignement. Dans cette activité, quelques élèves tentent de prédire le prochain résultat avant de lancer les dés. Par exemple, Tommy affirme à plusieurs reprises qu'il obtiendra une somme de « 11 » au prochain lancer de dés. Cela ne signifie pas nécessairement qu'il ne considère pas obtenir les autres sommes, mais il semble prédire un seul résultat au prochain essai plutôt que de considérer toutes les sommes possibles, ce qui semble être une manifestation de la conception *approche du résultat*.

Lors des autres activités, la conception *approche du résultat* ne semble pas se manifester clairement chez les élèves, mais il faut dire que les simulations sont alors générées en grand nombre par le simulateur, ce qui porte à s'intéresser davantage à l'ensemble des résultats qu'au prochain résultat[83].

4.3.2.3 Conception *dépendance*

Dans le cours #2, Maxime manifeste la conception *dépendance* :

> Mathieu : Si ça fait quatre fois d'affilée que j'ai une somme de huit [en lançant deux dés], est-ce qu'au prochain lancer j'ai plus ou moins de chances d'avoir une somme de « 8 » ?
>
> [...]
>
> Maxime : Moi j'dis qu'ya moins de chances pasque tout le temps pogner le chiffre, ben les chances de ré avoir le même chiffre diminuent.

Cours #2 – retour en groupe

Dans cet extrait, Maxime amène l'idée de l'effet de récence négatif, alors qu'il juge que le prochain résultat devrait être différent après une série pour équilibrer les résultats. Cela suggère que Maxime croit que les résultats de cette expérience aléatoires sont dépendants, d'où la conception *dépendance*. Carl et Yan s'opposent à cette affirmation de Maxime :

> Carl : Moi, je dis que t'as autant de chances pasque le « 8 » là, quand tu l'as eu deux fois de suite là, tu n'enlèves pas un à chaque fois. Faq ça reste, heu... ça reste la même affaire. Le taux de probabilité d'avoir le « 8 » y reste autant que le chiffre.

---

[83] En effet, la façon dont la séquence d'enseignement a été conçue amène une limite dans l'expérimentation pour favoriser l'émergence de la conception approche du résultat.

[...]

Yan : Ben pasque les dés c'pas comme un jeu de cartes. Tu peux pas enlever, comme Carl y dit... c'est, heu, comme au blackjack, chaque fois t'enlèves des cartes. Faq tu peux pas dire : « ah ben j'ai moins de chances pogner un roi pasque j'viens juste d'en passer trois ».

Mathieu : Ok.

Yan : Les petits points sur les dés y s'enlèvent pas... y restent là.

Cours #2 – retour en groupe

Ainsi, Carl et Yan expriment une idée qui s'oppose à celle de Maxime. Ils pensent plutôt que les probabilités restent les mêmes d'un essai à l'autre étant donné que les dés sont les mêmes. Ils considèrent donc l'indépendance entre les tours, ce qui s'oppose à la conception *dépendance*.

Au dernier cours de la séquence d'enseignement, la question #8 du jeu *La roulette équitable* est posée aux élèves. Cette roulette comporte 10 sections isométriques numérotées de 0 à 9 et les participants gagnent s'ils obtiennent un « 0 » ou un « 4 » :

Yan : [il lit la question #8 du jeu #3] Durant la soirée casino, Joey observe les différents participants au jeu de la roulette et il constate que le chiffre « 6 » est sorti à trois reprises consécutives. Il décide de ne pas jouer, de peur que la roulette s'arrête encore sur le chiffre « 6 » au prochain jeu. A-t-il raison selon toi ? Explique ton raisonnement.

[...]

Marc : Heum, moi j'ai dit que ça pas rapport pasque tsé desfois que y tournaient la roue pis les chances y r'tombaient à zéro là.

Mathieu : Ok.

Marc : Tsé, tu accumulais pas les chances

Mathieu : Ok.

Marc : Faq t'as pas plus de chances de r'pogner « 6 » comme t'as pas plus de chances de pas le r'pogner

Mathieu : Ok, ça fait que ce qui s'est passé avant pour toi...

Marc : Ça compte pas.

Cours #5 – retour en groupe

Selon Marc, les probabilités sont remises à zéro à chaque tirage, ce qui signifie qu'elles restent les mêmes sans être influencées par les résultats précédents. Cette conception s'oppose à la conception *dépendance*.

Puis, dans le contexte du jeu *Lotto 6/49*, Carl affirme qu'il faut changer les numéros d'un tirage à l'autre :

Est-ce que ça change de quoi ici si on a les mêmes numéros ?

[Certains élèves disent que ça change quelque chose]

Carl : C'pas les mêmes numéros qui sortent à chaque semaine… y sont différents.

Mathieu : Ok, qu'est-ce que tu as à dire d'abord là-dessus Carl ?

Carl : Ben, c'est sûr qu'y faut que t'es changes.

Mathieu : Il faut que tu changes les numéros à chaque fois ?

Carl : Pasque c't'impossible qui va avoir les mêmes deux fois de suite.

Cours #5 – retour en groupe

Selon cette idée, Carl semble proposer de s'appuyer sur les résultats antérieurs pour choisir d'autres numéros pour un prochain tirage. Cela témoigne de la conception *dépendance* et peut-être aussi de la conception *contrôle du hasard*, dans la perspective ou cette stratégie lui permettrait d'influencer les résultats de la situation aléatoire. Toutefois, Marc s'objecte à cette affirmation :

Marc : Euh, ça comme pas rapport là c'que Carl y dit. Les chiffres y'ont… c'pas pasque y'ont sorti une semaine que… Tsé c'pas paque y'ont mis le trois dans la machine pis qu'a l'a sorti qu'y vont faire : « ah, le trois est sorti la semaine passée, on va l'enlever de la machine ». Y vont le remettre faq y peut r'sortir.

Mathieu : Ok, la même chose que tu disais tantôt, ça repart à zéro à chaque fois ?

Marc : Ça repart à zéro à chaque fois.

Cours #5 – retour en groupe

En expliquant que « ça repart à zéro à chaque fois », Marc affirme que la probabilité d'obtenir un chiffre reste la même peu importe si ce chiffre a été tiré précédemment ou non.

On peut remarquer que Marc utilise une explication semblable à celle que Carl a énoncée au cours #2. Ainsi, Carl semble conscient que les résultats de lancers de dés sont indépendants, mais cela ne semble pas être le cas dans le contexte du jeu *Lotto 6/49*.

4.3.3 Analyse des entrevues

Cette sous-section expose des extraits ponctuels d'élèves relevés dans l'entrevue afin de mettre en lumière les conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*.

4.3.3.1 Conception *contrôle du hasard*

Frédéric précise que « les façons de lancer le dé » peuvent influencer le hasard :

Mathieu : Est-ce qu'on peut influencer le hasard avec des techniques ou des rituels chanceux ?

Frédéric : Des techniques peut-être.

Mathieu : Peut-être ?

Frédéric : Ouais.

Mathieu : Ok, à quel genre de techniques tu penses ? As-tu un exemple ?

Frédéric : Lancer le dé.

Mathieu : Oui.

Frédéric : Les façons de lancer le dé.

Mathieu : Les façons de lancer le dé, ok.

Frédéric : Pis, euh.... Si ya une façon qu'tu lances, pis ça va donner un chiffre, c'est ça.

Entrevue

Ainsi, Frédéric semble croire que le lancer de dés peut être contrôlé par des techniques. Frédéric affirme d'ailleurs qu'on peut en influencer le résultat en se pratiquant :

Mathieu : Ok. Il me semble que je me souviens. Je pense que je t'avais posé la question pendant les cours. Pour quelqu'un qui se pratique admettons, qui en fait, il pourrait être meilleur qu'un autre à lancer des « 7 » ou à lancer des « 4 » ou à...

Frédéric : Ouais, c'est de la pratique. C'est juste ça.

Entrevue

Puisqu'il affirme que « c'est de la pratique », cela amène l'idée que l'expérience d'une personne dans une situation aléatoire influence les résultats, d'où la conception *contrôle du hasard.* Si quelqu'un peut se pratiquer pour influencer le hasard, on peut penser qu'une personne pourrait aussi contrôler le hasard avec le simulateur de probabilités. Cependant, Frédéric ne semble pas être de cet avis puisqu'il me dit dans le prochain extrait que le simulateur de probabilités est une machine qui ne peut pas être contrôlée :

Mathieu : C'est juste de la pratique. Ok. Puis, sinon est-ce que la même chose pourrait s'appliquer mais pour le simulateur ?

Frédéric : [silence de quelques secondes] Non, pasque c't'une machine.

Mathieu : C'est une machine ?

Frédéric : Ouais.

Mathieu : Ok. S'il y avait quelqu'un admettons qui essaie de se pratiquer, il faut qu'il appuie sur le rectangle « simuler ». S'il essaie ok... moi si j'essaie en haut à droite, si j'essaie en bas à gauche ou si je double-clique au lieu de cliquer une fois ou...

Frédéric : Non.

Mathieu : Non ? Ça ne fonctionnerait pas ?

Frédéric : Ouais la machine a dit t'as cliqué. Ça finit là.

Entrevue

Ainsi, Frédéric pense qu'on peut contrôler l'issue d'un lancer de dés, alors que cela est impossible dans le cas du simulateur de probabilités. La conception *contrôle du hasard* semble donc se manifester dans des contextes restreints chez Frédéric. On retrouve cette même idée auprès de Tina :

Mathieu : Est-ce que vous pensez qu'on peut influencer le hasard en développant des techniques ou des rituels chanceux ? Tina : Moi j'pense que ouais. Mathieu : Oui ? Comme par exemple, est-ce que tu en connais des techniques ou des rituels chanceux qui pourraient influencer le hasard ? Tina : Ben c'est sûr que ça vient avec le temps. Tu peux pas juste l'avoir de même là, mais si c'est avec des dés, y faut savoir comment. Là t'es lances d'une certaine hauteur, tu peux arriver à un chiffre que tu peux avoir. [...] Peut-être, mais y faut pratiquer pendant des années j'pense... pour avoir le bon angle pis toute. Mathieu : Pis est-ce qu'on pourrait faire la même chose avec le simulateur ? Développer une technique pour avoir la somme qu'on veut avec le simulateur ? Yan : Non, j'pense pas. Mathieu : Pourquoi ? Yan : Ben pasque c't'une... c't'un ordinateur là. C'est faite pour simuler, pas pour apprendre à avoir des bons chiffres là. Tina : Ouais, c'est ça, on peut pas décider l'angle, on peut pas décider la hauteur, on peut pas décider comment tu vas tenir tes dés avant de les lancer.

Entrevue

Tina semble manifester la conception *contrôle du hasard* lorsqu'elle affirme qu'on peut s'exercer à lancer des dés afin d'influencer les résultats. Cependant, Yan et Tina semblent aussi penser qu'on ne peut pas contrôler le simulateur de probabilités.

La conception *contrôle du hasard* peut aussi être inférée chez Marie-Andrée et Anita dans l'extrait suivant :

Mathieu : Est-ce que vous pensez qu'on peut influencer le hasard en développant des techniques ou des rituels chanceux ? Marie-Andrée : Je pense pas. Peut-être comme moi au 6/49, je pense que je me prendrais tout le temps les mêmes chiffres jusqu'à temps que je gagne. Anita : Moi je dirais les dés. Peut-être ça peut un peu se contrôler. Tsé genre ya du monde qui ont une patience de lancer les dés que ça pourrait peut-être influencer le chiffre que ça va donner.

Entrevue

Marie-André et Anita identifient toutes deux un contexte dans lequel il est possible d'influencer les résultats d'une situation aléatoire. D'une part, Marie-Andrée propose de prendre « tout le temps les mêmes chiffres » pour gagner au jeu *Lotto 6/49*. D'autre part, Anita dit que les lancers de dés peuvent « un peu se contrôler » pour « influencer le chiffre que ça va donner ». Ces deux cas permettent d'inférer la conception *contrôle du hasard*.

4.3.3.2 Conception *approche du résultat*

Durant l'entrevue, Marie-Andrée et Anita font des prédictions respectives sur le 6 et sur le 7 pour le prochain lancer de deux dés réguliers :

Mathieu : Selon vous, quelle somme je devrais avoir [en lançant deux dés réguliers] ?

Marie-Andrée : Heu, je vais m'essayer avec un « 6 ».

Mathieu : Un « 6 » ?

Anita : Heu, ben moi je vais y aller avec un « 7 » pasque moi, quand que j'ai lancé les dés, j'avais plus souvent des 7.

Mathieu : Ok, ça fait que tu me dis Anita : « 7 » ça arrive plus souvent parce que toi tu en as eu plus souvent ?

Anita : Ouais.

Mathieu : Puis toi Marie-Andrée tu me dis « 6 » ?

Marie-Andrée : Ouais, mais j'ai pas eu de « 6 » la dernière fois ni de « 7 » faq je peux pas, heu... c'est comme ça.

Mathieu : Ok.

Anita : C'est un choix au hasard qu'elle dit.

Mathieu : Ok, au hasard. Ok, c'est bon. Est-ce que ça se pourrait qu'on aille un « 10 » admettons ?

Marie-Andrée et Anita : Oui.

Mathieu : Est-ce qu'on pourrait avoir un « 2 » ?

Marie-Andrée et Anita : Ouais.

Mathieu : Oui ? Ok, alors pourquoi vous m'avez répondu « 6 » et « 7 » ?

Marie-Andrée : Pasque c'est plus de chances de n'avoir que les autres.

Anita : C'est ça.

Entrevue

Je remarque que ces prédictions ne sont pas initialement expliquées par des arguments mathématiques ou accompagnées des probabilités que ces prédictions se réalisent. J'y vois aussi une manifestation de la conception *approche du résultat*. Marie-Andrée choisit le « 6 » « au hasard », alors que le choix du « 7 » pour Anita repose sur ses expériences antérieures, ce qui témoigne peut-être de l'effet de récence positif lié à la conception *dépendance*. Même si Marie-Andrée et Anita se prononcent sur l'issue du jeu pour le prochain résultat, elles semblent conscientes que leur prédiction est incertaine puisqu'elles admettent que d'autres sommes de dés pourraient être obtenues. Lorsque je leur demande à nouveau de justifier leur choix, Marie-Andrée semble s'appuyer sur les probabilités théoriques en affirmant que ces sommes ont « plus de chances de n'avoir que les autres ».

Frédéric se prononce lui aussi sur l'issue de la situation aléatoire en prédisant « le 8 » :

Mathieu : Si je lançais les dés une autre fois, quelle somme on obtiendrait tu penses ?

Frédéric : [silence de quelques secondes] Le « 8 ».

Mathieu : Le « 8 » ?

Frédéric : Ouais.

Mathieu : Pourquoi, le « 8 » ?

Frédéric : [silence de quelques secondes] Probabilités encore.

Mathieu : Les probabilités ?

Frédéric : Ouais.

Mathieu : Tu penses que c'est lui qui a le plus de probabilités, le « 8 » ?

Frédéric : Non.

Mathieu : Non ?

Frédéric : Non.

Mathieu : Alors pourquoi le « 8 » ?

Frédéric : [silence de quelques secondes] Pasque j'ai choisi le « 8 ».

Mathieu : Ok. Toi tu penses que, si c'est ton choix, il y a plus de chances ?

Frédéric : Ouais.

Entrevue

Frédéric pense qu'une somme de « 8 » sera obtenue au prochain résultat, mais il a du mal à expliquer son choix. Il justifie d'abord cette prédiction en raison des probabilités, mais il semble toutefois savoir que la somme de « 8 » n'est pas la plus probable. Il semble donc avoir choisi ce nombre sans raison apparente, ce qui me permet d'inférer la conception *approche du résultat* puisqu'il aurait pu considérer toutes les possibilités plutôt que de se prononcer sur une unique issue du prochain résultat. Toutefois, Frédéric semble croire que le fait qu'il ait choisi « le 8 » améliore les probabilités d'obtenir un « 8 », ce qui est étonnant puisque le choix d'une personne n'a aucune influence sur l'issue du jeu. Cela manifeste peut-être la conception *contrôle du hasard*, l'amenant à croire que son choix lui permettrait d'influencer les résultats d'une situation aléatoire.

4.3.3.3 Conception *dépendance*

L'extrait suivant permet d'illustrer que la conception dépendance se manifeste chez Tina dans le contexte du jeu *Garde ou change* :

Mathieu : Si je choisis la stratégie de changer de boîte puis que je perds trois fois d'affilée, est-ce que j'ai plus de chances de gagner ou de perdre au prochain coup ?

Tina : Peu importe. Ben, je sais pas là, tu peux pas le savoir là. Ça pas rapport que si tu perds les trois fois ça va dire que tu vas perdre la quatrième fois aussi.

[J'interroge Yan, puis Tina revient sur son idée précédente.]

Tina : Mais ça se peut aussi que le monde y perde pasque quand tu perds 3 fois d'affilée c'est comme pas le fun, tu te sens pas trop bien là.

Mathieu : Ok.

Tina : Tsé t'as envie de gagner pis toute pis là tu perds faq à la quatrième fois, des fois le monde sont juste découragés faq là y savent pu quoi dire... pasqu'y se disent dans leur tête : Ah ben j'vais sûrement perdre.

Mathieu : Ah. Puis ça, en pensant qu'ils peuvent perdre, ça pourrait influencer ce qui va se passer ?

Tina : Ben des fois ouais quand qu'on... quand qu'on pense vraiment queq'chose qui va arriver genre ça arrive souvent faq...

Entrevue

Au départ, Tina semble être consciente de l'indépendance des tours en affirmant que « ça pas rapport que si tu perds les trois fois ça va dire que tu vas perdre la quatrième fois aussi ». Par la suite, Tina semble croire que l'humeur d'une personne influence ses probabilités de gagner. Selon elle, en étant découragé à la suite de trois pertes consécutives, un participant pourrait penser perdre. Cela influencerait les prochains résultats puisque Tina dit : « quand qu'on pense vraiment queq'chose qui va arriver genre ça arrive souvent ». Cette manifestation m'amène à inférer la conception *dépendance* et peut-être aussi la conception *contrôle du hasard*, dans le sens où un participant pourrait penser fortement à gagner pour influencer les résultats d'une expérience aléatoire.

Puis, Yan (le coéquipier de Tina) reprend les affirmations d'un élève en classe et propose ainsi de « varier ses chances » :

Yan : Ben, comme l'autre élève a dit tantôt, on peut varier ses chances là.

Tina : Ouais.

Mathieu : Ok.

Yan : Faque essayer... essayer de la garder, pis de toute façon c't'un jeu de hasard faque j'pense pas que ça change grand chose si tu gardes ou si tu changes ta boîte là, même si on a vu les probabilités là.

Entrevue

À l'aide de cette stratégie qui consiste à « varier ses chances », Yan semble penser qu'on peut parfois garder la boîte et d'autres fois changer de boîte, tout dépendant des résultats obtenus antérieurement. De cette façon, Yan changerait de stratégie s'il a perdu trois fois d'affilée avec celle-ci, ce qui permet d'inférer la conception dépendance. Yan dit ensuite « j'pense pas que ça change grand chose si tu gardes ou si tu changes ta boîte là, même si on a vu les probabilités là », ce qui pourrait être manifester la conception *équiprobabilité*.

À sa façon, Danik exprime lui aussi qu'il varierait :

Mathieu : Est-ce que je devrais continuer à changer de boîte ou je devrais garder ma boîte finalement parce que ça fait trois fois d'affilée que je perds ?

Danik : Ouais ben moi, heu, moi je sais pas là. Si je serais un joueur, y m'semble que moi je varierais.

Mathieu : Tu varierais ?

Danik : Ouais.

Mathieu : Ok. Qu'est-ce que tu veux dire, tu varierais ?

Danik : Ben pasque dans le fond, j'ai pas autant de chances de gagner si ja garde...

Mathieu : Ok.

Danik : Mais, peut-être tsé... le hasard.

[...]

Mathieu : Ça fait que là justement si tu dis varier, si ça fait trois fois d'affilée qu'avec une stratégie tu perds, est-ce que tu devrais varier ta stratégie puis changer ?

Danik : Ouais, moi je varierais.

Mathieu : Tu varierais ?

Danik : J'change, avec exemple ça marche pas, ben là j'vais essayer une nouvelle stratégie.

Entrevue

Tout comme Yan, Danik semble être convaincu qu'il faut varier les stratégies. Puisqu'il tient compte des résultats antérieurs pour adapter ses prochaines prédictions, la conception *dépendance* semble se manifester. On peut remarquer aussi que la *conception du* *hasard* de Danik l'amène à croire que tout peut arriver et qu'il peut donc « essayer une nouvelle stratégie » même s'il sait que les probabilités de gagner sont plus élevées en changeant de boîte qu'en la gardant.

Dans l'entrevue, Anita propose elle aussi de changer de stratégie, tout dépendant des résultats antérieurs. Je lui fais remarquer qu'elle a écrit dans son cahier que « ça revient à zéro » et lui demande des explications supplémentaires. Elle me dit alors que les essais sont indépendant les uns des autres et que les probabilités restent les mêmes. Afin de voir si elle peut réinvestir cette explication, je reviens au contexte du jeu *Garde ou change* :

Mathieu : [Je lui pose la question pour une deuxième fois] Si j'ai perdu trois fois d'affilée en changeant de boîte, est-ce que je devrais garder ou changer de boîte au prochain coup ?

Anita : Ben moi je reste toujours sur mon opinion.

Mathieu : Ok.

Anita : Pasque pareil, heu... l'être humain a toujours la capacité [d'affirme] : ok je veux gagner... si ça marche pas, je change de stratégie.

Mathieu : Ok.

Anita : Tsé pasque moi je le vois de même. Tsé genre si mettons je perdrais trois fois d'affilée, même à deuxième fois, moi je dirais : ok, moi je change, ça marche pas.

Mathieu : Même si tu sais qu'en gardant la boîte tu as un tiers de chances de gagner, puis changer tu as deux chances sur trois ?

Anita : Ouais, j'échangerais pareil. Je prendrais un risque.

Mathieu : Ok.

Anita : Tsé, je me dirais : pareil c'est du hasard que ce soit n'importe quelle situation, ça se peut que je gagne ou ça se peut que je perde... c'est un des deux pareil.

Entrevue

Anita ne semble pas être consciente de l'indépendance des tours dans ce contexte, ce qui m'amène à inférer la conception *dépendance*. Même si je lui rappelle que la stratégie de garder la boîte est défavorable au joueur, elle affirme qu'elle prendrait un risque en adoptant cette stratégie puisque l'autre stratégie l'a fait perdre trois fois d'affilée. Ainsi, elle ne réinvestit pas ce qu'elle a appris en classe grâce au calcul de probabilités. De surcroît, elle ajoute que « c'est du hasard que ce soit n'importe quelle situation, ça se peut que je gagne ou ça se peut que je perde... c'est un des 2 pareil », ce qui peut aussi manifester une *conception du hasard* particulière reliée à la conception *équiprobabilité*.

Dans une autre entrevue, je demande à Alexis de m'expliquer sa réponse à la question #3 du questionnaire B (voir la figure 4.22) :

Mathieu : Tu m'as dit ici Alexis que ça va dépendre du nombre d'essais qui est déjà fait ici pour savoir s'il gagne une fois sur « 4 ». [Je lui lis sa réponse au #3 du questionnaire B] Si la personne avant lui a arrêté à trois essais, il gagnera la prochaine fois, la première fois. Qu'est-ce que tu veux dire ?

Alexis : Ben, si admettons j'arrive, la personne avant moi qui a joué elle vient de gagner pis elle s'en va. Si j'arrive, pis je joue juste trois fois pis je fais : Ah, ga j'vais pas gagner. Ben la personne après moi a plus de chances de gagner. Yen a qui disent que après trois fois, ben la quatrième fois ben ya plus de chances de gagner.

Entrevue

Cet extrait met en évidence la conception d'Alexis envers les séries des résultats, dans l'idée qu'un quatrième essai a de plus grandes probabilités de gagner s'il est précédé de trois pertes consécutives. Puisqu'il s'appuie sur les résultats antérieurs pour prédire les résultats futurs, la conception *dépendance* semble se manifester.

Finalement, Paul-André fait ressortir l'avantage de connaître les probabilités dans un jeu comme *Garde ou change* pour déterminer s'il est préférable d'adopter la stratégie de garder la boîte ou celle de changer de boîte :

Paul-André : Mettons tu vas dans casino pis que t'as c'te jeu là, t'as pas le temps de toute faire les choses qu'on a fait là. Ça nous a pris, quoi, une heure et demie à peu près... un cours et demi. Faq tsé, tu vas arriver là-bas, les personnes normalement y vont échanger, y vont essayer, y vont échanger, des fois y vont la garder. Mais nous, tsé, on sait qu'ya deux chances sur trois quand qu'on l'échangeait.

Mathieu : Ok.

Paul-André : Faq mettons moi j'irais, je la garderais, euh voyons... je l'échangerais.

Mathieu : Tu changerais de boîte.

Paul-André : Ouais, mais quelqu'un qui va perdre trois fois de suite en l'échangeant, lui qui connaît pas ce qu'on a fait, ben y va la garder des fois.

Mathieu : Ok. Ce que tu es en train de me dire, c'est que tu aurais un avantage par rapport à quelqu'un qui connaît pas les... les probabilités ?

Paul-André : Ouais.

Entrevue

Dans cette affirmation, Paul-André soulève le fait que le calcul des probabilités permet de poser un regard éclairé sur les décisions à prendre dans un jeu de hasard et d'argent. Il dit que quelqu'un n'ayant pas pris le temps de calculer les probabilités dans le jeu *Garde ou change* sera peut-être tenté de se fier aux résultats précédents pour choisir une stratégie, faisant émerger la conception *dépendance*, alors que le travail fait en classe permettrait de choisir la stratégie de changer de boîte en tout temps sans se fier aux résultats antérieurs. J'estime que cette constatation est primordiale puisque, en plus d'amener Paul-André à concevoir que chaque essai est indépendant des autres, elle fait ressortir l'importance de connaître les probabilités pour les utiliser à notre avantage, si possible, lors d'une prise de décision dans un jeu de hasard et d'argent. En ce sens, Paul-André va plus loin que les autres élèves en établissant un lien entre le calcul, la modélisation et la décision à prendre dans une situation aléatoire.

4.3.4 Synthèse pour les conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*

Dans les réponses aux questionnaires A et B, les activités réalisées en classe et les entrevues, les conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance* se sont manifestées ponctuellement chez plusieurs élèves. Il est possible que les activités prévues dans la séquence d'enseignement n'aient pas permis à ces conceptions d'évoluer (d'autant plus que ce n'en était pas l'intention).

4.3.4.1 Conception *contrôle du hasard*

Les réponses aux questionnaires ont fait ressortir des manifestations de la conception *contrôle du hasard* chez quelques élèves, notamment chez ceux s'appuyant sur l'expérience des joueurs (Tina) ou sur une stratégie permettant d'influencer les résultats (Marie-Andrée, Christian et Clara). De plus, il semble que la conception *contrôle du hasard* se soit manifestée autant dans le questionnaire A (12%, soit 3 des 26 élèves) que dans le questionnaire B (10%, soit 2 des 21 élèves), et ce, pour l'ensemble des élèves de la classe. Cette stabilité amène l'idée que la séquence d'enseignement n'a pas permis à l'ensemble des élèves de la classe d'entamer un processus de complexification de la conception *contrôle du hasard*, mais j'y reviendrai lors de la *Discussion des résultats*.

L'analyse des observations en classe et des entrevues a permis de mettre en évidence des contextes où les élèves pensent que les résultats d'une situation aléatoire peuvent être influencés par la pratique (Frédéric) et par des stratégies (Marie-Andrée et Anita).

4.3.4.2 Conception *approche du résultat*

La conception *approche du résultat* s'est manifestée sous diverses formes dans les réponses aux questionnaires de quelques élèves. Certains d'entre eux manifestent cette conception en se prononçant sur un résultat à partir des probabilités (Samuel et Clara) ou selon une séquence prédéterminée (Marie-Andrée et Alexis). Dans tous ces cas, les élèves se prononcent sur l'issue du jeu même si celle-ci est incertaine. On peut remarquer que la conception *approche du résultat* s'est un peu moins manifestée dans le questionnaire B (43%, soit 9 des 21 élèves) que dans le questionnaire A (54%, soit 14 des 26 élèves) pour l'ensemble des élèves de la classe, mais j'y reviendrai lors de la *Discussion des résultats*.

L'analyse des observations en classe et des entrevues a permis de mettre elles aussi en lumière des manifestations de cette conception. Les élèves se prononcent alors sur l'issue d'un jeu à partir d'éléments mathématiques ou non (Tommy, Marie-Andrée, Anita et Frédéric).

4.3.4.3 Conception *dépendance*

Des manifestations de la conception *dépendance* ont émergé dans les réponses aux questionnaires de plusieurs élèves. Certains d'entre eux manifestent cette conception sous la forme de l'effet de récence négatif (Rebecca et Clara) et l'effet de récence positif (Clara). Cependant, d'autres élèves font ressortir l'indépendance entre les tours en affirmant que les probabilités restent les mêmes ou qu'elles sont « remises à zéro » à chaque essai (Anita). Chez l'ensemble des élèves de la classe, il semble que la conception *dépendance* se soit manifestée autant dans le questionnaire A (19%, soit 5 des 26 élèves) que dans le questionnaire B (14%, soit 3 des 21 élèves). Cette stabilité amène l'idée que la séquence d'enseignement n'a pas permis à l'ensemble des élèves de la classe d'entamer un processus de complexification de la conception *dépendance*, mais j'y reviendrai lors de la *Discussion des résultats*.

L'analyse des observations en classe et des entrevues suggère que certains élèves s'appuient sur les résultats antérieurs pour prédire les résultats futurs (Maxime, Carl, Tina et Alexis) ou pour varier les stratégies (Yan, Danik et Anita). À l'opposé, d'autres élèves reconnaissent que chaque essai est indépendant des autres, en affirmant que les probabilités restent les mêmes d'un essai à l'autre, comme s'il y avait une « remise à zéro » (Carl, Yan et Marc). Aussi, il a été exprimé que la connaissance des probabilités théoriques d'un jeu de hasard et d'argent permet de constater que chaque essai est indépendant des autres, ce qui peut être un avantage lors d'une prise de décision (Paul-André).

Le prochain chapitre me permettra de discuter des résultats analysés dans ce présent chapitre, de manière à faire avancer les questions ciblées par cette recherche.

CHAPITRE V

DISCUSSION DES RÉSULTATS

Dans ce mémoire, je vise à mieux comprendre comment se manifestent et évoluent certaines conceptions d'élèves de niveau secondaire lors d'une séquence d'enseignement des probabilités basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent. Pour ce faire, je tenterai de répondre aux questions spécifiques de recherche qui ont été établies à la fin du chapitre *Cadre conceptuel* :

A. Parmi les conceptions ciblées dans cette recherche, soit les *conceptions du hasard*, la conception *équiprobabilité*, la conception *contrôle du hasard*, la conception *approche du résultat* et la conception *dépendance*, lesquelles se manifestent chez des élèves de quatrième secondaire ?

B. Comment se manifestent ces conceptions ?

C. Les conceptions des élèves sont-elles ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement ou sont-elles persistantes ?

D. Qu'est-ce qui ébranle les conceptions et, ainsi, enclenche un processus de complexification conceptuelle ?

Dans ce chapitre, les questions seront abordées l'une à la suite de l'autre, en m'appuyant sur l'analyse des résultats décrite au chapitre précédent. Je présenterai une synthèse des résultats pour faire avancer les questions de cette recherche tout en proposant une discussion autour des questionnements ayant émergés.

5.1 Parmi les conceptions ciblées dans cette recherche, soit les *conceptions du hasard*, la conception *équiprobabilité*, la conception *contrôle du hasard*, la conception *approche du résultat* et la conception *dépendance*, lesquelles se manifestent chez des élèves de quatrième secondaire ?

D'abord, il est à noter que certaines activités de la séquence d'enseignement ont été riches pour l'émergence des conceptions d'élèves. Dans le jeu #1 (*SEPT chanceux ou ONZE chanceux*) et dans le jeu final (*Lotto 6/49*), par exemple, plusieurs conceptions se sont manifestées chez les élèves. Quant au jeu #2 (*Garde ou change*) et au jeu #3 (*La roulette équitable*), même s'il était plausible de croire qu'ils permettraient l'émergence des conceptions, il en fut autrement. Cela pourrait s'expliquer par le fait que ce n'est pas tant l'émergence des conceptions qui était ciblée par ces jeux, mais plutôt la compréhension des concepts d'espérance mathématique et d'équité.

Les *conceptions du hasard* et la conception *équiprobabilité* ont été analysées chez Danik et Tommy puisqu'elles se sont manifestées chez ces élèves de plusieurs façons différentes, tant dans les questionnaires, dans la séquence d'enseignement que dans l'entrevue. Ces diverses manifestations m'ont permis d'analyser leur processus de complexification conceptuelle. En ce qui concerne les conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*, quelques manifestations ponctuelles ont été dégagées chez certains élèves, sans que je puisse témoigner de la complexification de ces conceptions.

Au terme de cette recherche, je reconnais qu'il a parfois été difficile de classer et de distinguer clairement les diverses conceptions des élèves. Pour certains propos d'élèves, tant à l'oral qu'à l'écrit, il m'a été difficile de trancher à savoir à quelle conception ces propos pouvaient être rattachés[84]. En fait, dans certains cas, il m'est apparu que certaines conceptions pouvaient être liées et même qu'elles pouvaient se manifester simultanément. C'est le cas, entre autres, des *conceptions du hasard* qui semblent influencer les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance* chez les élèves.

[84] Il faut aussi mentionner que cette classification repose sur ma « conception » de comment se manifestent les conceptions des élèves. Ainsi, un observateur différent pourrait faire ressortir d'autres conceptions que celles mises en évidence dans le chapitre précédent.

5.2 Comment se manifestent ces conceptions ?

Pour chacune des conceptions ciblées, je fais ici ressortir certaines manifestations d'élèves.

5.2.1 *Conceptions du hasard*

Danik et Tommy ont manifesté des *conceptions du hasard* particulièrement riches à analyser. Dès le début de la séquence d'enseignement, celles-ci se confrontent. En effet, Danik semble être d'avis que le hasard est partout puisqu'il répète sans cesse que « c'est du hasard » comme s'il s'agissait de l'explication ultime, alors que Tommy semble indiquer que le hasard n'existe pas, affirmant plutôt que « c'est des possibilités ». Puisque la simulation d'expériences aléatoires implique une certaine variabilité, soit des résultats qui diffèrent d'une simulation à l'autre, cette variabilité confirme pour Danik que « c'est du hasard » et que le hasard est donc imprédictible, car on ne peut pas prédire le prochain résultat. D'un autre côté, Tommy est conscient de cette variabilité qu'il l'attribue plutôt au fait que « c'est des possibilités », et non du hasard, ce qui explique qu'on n'obtient pas toujours les mêmes résultats. La figure 5.1 illustre les *conceptions du hasard* de Danik et Tommy qui semblent s'opposer au début de la séquence d'enseignement.

Danik	Tommy
• «C'est du hasard!»	• «C'est des possibilités!»
• Hasard est partout	• Hasard n'existe pas
• Variabilité → imprédictibilité	• Conscient de la variabilité

Figure 5.1 Comparaison des *conceptions du hasard* de Danik et Tommy au début de la séquence d'enseignement.

Tel que je l'ai fait ressortir dans le chapitre précédent, ces *conceptions du hasard* me semblent associées à une certaine forme de *chaos*. Pour Danik, le hasard semble chaotique puisque cela l'empêche de s'engager dans les tâches mathématiques qui lui sont proposées, alors qu'il plaide que « c'est du hasard » et qu'on ne peut rien prédire. En ce qui concerne Tommy, une certaine forme de *chaos* est manifestée lorsqu'il nie l'existence du hasard, qu'il oppose au calcul… conception qui semble influencée par l'enseignement qu'il a reçu l'année précédente. On pourrait penser que sa *conception du hasard* n'est pas si différente de celle de Danik, mais qu'il préfère rejeter le hasard et le *chaos* qui l'entoure pour pouvoir s'engager dans les tâches mathématiques faisant appel à des expériences aléatoires.

Lors de l'entrevue avec Danik et Tommy, leurs *conceptions du hasard* se manifestent encore à plusieurs reprises. Danik répète à nouveau que « c'est du hasard », mais en précisant maintenant que « c'est la manière de faire les choses ». Puisqu'il y aurait beaucoup trop de facteurs dont on ne peut tenir compte, en lançant des dés par exemple, le hasard lui paraît omniprésent et imprédictible. Danik semble ainsi *certain de l'incertitude*. Tommy affirme plutôt que « c'est des probabilités », mais il admet maintenant que le hasard existe, en insistant sur le fait qu'il peut être modélisé mathématiquement dans une vision d'ensemble. En se fiant sur une tendance mathématique des résultats compilés, il peut prédire l'allure des prochains résultats, en admettant que ces prédictions ne sont pas certaines. Tommy semble donc *incertain de la certitude*. La figure 5.2 présente les *conceptions du hasard* de Danik et Tommy qui semblent s'opposer en entrevue.

Danik	Tommy
• « C'est du hasard… c'est la manière de faire les choses.»	• C'est des probabilités… avec du hasard.
• Hasard est partout et est imprédictible	• Hasard est présent, mais peut être modélisé
• Certain de l'incertitude	• Incertain de la certitude

Figure 5.2 Comparaison des *conceptions du hasard* de Danik et Tommy en entrevue (à la fin de la séquence d'enseignement).

Ces différentes manifestations ont permis d'inférer différentes *conceptions du hasard* chez Danik et Tommy. L'analyse des questionnaires A et B, présentée au chapitre IV, a fait ressortir des manifestations des *conceptions du hasard* chez d'autres élèves de la classe. À titre d'exemples, Renaud affirme que le fait de connaître les probabilités d'un jeu de hasard élimine le caractère aléatoire du jeu et Paul-André déclare que « c'est le hasard qui décide », comme si le hasard était une entité contrôlant les situations incertaines.

5.2.2 Conception *équiprobabilité*

Chez Danik, la conception *équiprobabilité*[85] se manifeste au cours de la séquence d'enseignement et de l'entrevue. Lorsqu'il observe les résultats compilés des lancers de dés effectués en classe, il remarque que les sommes ont des fréquences différentes, ce qu'il attribue au hasard. Danik semble croire que chaque somme a la même probabilité d'être obtenue puisque « c'est du hasard ». Ainsi, sa *conception du hasard* semble influencer l'équiprobabilité qu'il accorde aux évènements aléatoires puisque, en pensant que le hasard est imprédictible, il est porté à croire que les sommes de deux dés sont équiprobables. Selon sa conception, le *hasard amène forcément une équiprobabilité* des évènements possibles.

Tommy déclare au début de la séquence d'enseignement que les sommes de dés sont équiprobables puisque celles-ci auraient le même nombre de « possibilités », c'est-à-dire le même nombre de cas possibles. En remarquant par la suite que les sommes de dés ne sont pas équiprobables, la conception *équiprobabilité* ne se manifeste plus de la même façon. En effet, Tommy reconnaît dans d'autres situations que des évènements ne sont pas équiprobables, en *dénombrant les possibilités* de ces évènements. De cette façon, il compare systématiquement les probabilités de chaque évènement sans naturellement admettre l'équiprobabilité.

Tel que mentionné au chapitre IV dans la synthèse de la conception *équiprobabilité*, des réponses aux questionnaires ont été mises en évidence pour illustrer des manifestations de cette conception. Par exemple, certains élèves s'appuient sur l'équiprobabilité des combinaisons (Christian), l'équiprobabilité des résultats d'un dé (Rebecca) et l'équiprobabilité des sommes de dés (Tina). Cependant, d'autres élèves réinvestissent ce qui a été vu en classe, tel que l'utilisation des probabilités théoriques (Alexis), pour montrer que les sommes de dés ne sont pas équiprobables. Chez l'ensemble de la classe, il semble que la conception *équiprobabilité* se soit beaucoup moins manifestée dans le questionnaire B (14%, soit 3 des 21 élèves) que dans le questionnaire A (92%, soit 24 des 26 élèves)[86].

---

[85] Il faut inférer la conception *équiprobabilité* avec prudence puisqu'un élève pourrait conclure à l'équiprobabilité à partir d'une méconnaissance de la situation sans que cette conception n'entre en jeu.

[86] Je reviendrai subséquemment sur des explications possibles de cette diminution.

5.2.3 Conception *contrôle du hasard*

À partir de l'analyse des questionnaires, des observations en classe et des entrevues, j'ai fait ressortir, au chapitre *Analyse des résultats*, quelques manifestations ponctuelles de la conception *contrôle du hasard* chez certains élèves de la classe.

Tel que mentionné lors de la synthèse de la conception *contrôle du hasard*, des réponses aux questionnaires ont fait ressortir des manifestations de cette conception chez quelques élèves, notamment chez ceux s'appuyant sur l'expérience des joueurs (Tina) ou sur une stratégie permettant d'influencer les résultats (Marie-Andrée, Christian et Clara). De plus, il semble que la conception *contrôle du hasard* se soit manifestée autant dans le questionnaire A (12%, soit 3 des 26 élèves) que dans le questionnaire B (10%, soit 2 des 21 élèves), et ce, pour l'ensemble des élèves de la classe[87].

L'analyse des observations en classe et des entrevues a permis de mettre en évidence des contextes où les élèves pensent que les résultats d'une situation aléatoire peuvent être influencés par la pratique (Frédéric) et par des stratégies (Marie-Andrée et Anita).

Donc, il semble que la conception *contrôle du hasard* se manifeste principalement autour de l'*expérience du joueur* et de la *stratégie du joueur*.

5.2.4 Conception *approche du résultat*

En ce qui concerne la conception *approche du résultat*, quelques manifestations ponctuelles de celle-ci ont été observées chez certains élèves de la classe dans les questionnaires, les observations en classe et les entrevues. Ces manifestations ont été analysées de façon détaillée au chapitre précédent.

Tel que mentionné lors de la synthèse de la conception *approche du résultat*, cette conception s'est manifestée sous diverses formes dans les réponses aux questionnaires de

---

[87] Je reviendrai subséquemment sur des explications possibles de cette stabilité.

quelques élèves. Certains d'entre eux manifestent cette conception en se prononçant sur un résultat à partir des probabilités (Samuel et Clara) ou selon une séquence prédéterminée (Marie-Andrée et Alexis). Dans tous ces cas, les élèves se prononcent sur l'issue du jeu même si celle-ci est incertaine. On peut remarquer que la conception *approche du résultat* s'est un peu moins manifestée dans le questionnaire B (43%, soit 9 des 21 élèves) que dans le questionnaire A (54%, soit 14 des 26 élèves) pour l'ensemble des élèves de la classe[88].

L'analyse des observations en classe et des entrevues a permis de mettre elles aussi en lumière des manifestations de cette conception. Les élèves se prononcent alors sur l'issue d'un jeu à partir d'éléments mathématiques ou non (Tommy, Marie-Andrée, Anita et Frédéric).

Globalement, les manifestations de la conception *approche du résultat* se résument à *se prononcer sur l'issue du jeu.*

5.2.5 Conception *dépendance*

Toujours à partir de l'analyse des questionnaires, des observations en classe et des entrevues, le chapitre IV a mis en évidence quelques manifestations ponctuelles de la conception *dépendance* chez certains élèves de la classe.

Tel que mentionné au chapitre lors de la synthèse de la conception *dépendance*, des manifestations de cette conception ont émergé dans les réponses aux questionnaires de plusieurs élèves. Certains d'entre eux manifestent cette conception sous la forme de l'effet de récence négatif (Rebecca et Clara) et l'effet de récence positif (Clara). Cependant, d'autres élèves font ressortir l'indépendance entre les tours en affirmant que les probabilités restent les mêmes ou qu'elles sont « remises à zéro » à chaque essai (Anita). Chez l'ensemble des élèves de la classe, il semble que la conception *dépendance* se soit manifestée autant dans le

---

[88] Je reviendrai subséquemment sur des explications possibles de cette légère diminution.

questionnaire A (19%, soit 5 des 26 élèves) que dans le questionnaire B (14%, soit 3 des 21 élèves)[89].

L'analyse des observations en classe et des entrevues suggère que certains élèves s'appuient sur les résultats antérieurs pour prédire les résultats futurs (Maxime, Carl, Tina et Alexis) ou pour varier leurs stratégies de jeu (Yan, Danik et Anita). À l'opposé, d'autres élèves reconnaissent que chaque essai est indépendant des autres, en affirmant que les probabilités restent les mêmes d'un essai à l'autre, comme s'il y avait une « remise à zéro » (Carl, Yan et Marc). Aussi, il a été exprimé que la connaissance des probabilités théoriques d'un jeu de hasard et d'argent permet de constater que chaque essai est indépendant des autres, ce qui peut être un avantage lors d'une prise de décision (Paul-André).

En résumé, ces manifestations de la conception *dépendance* prennent diverses formes, soit les *effets de récence positif et négatif* et l'idée de *varier leurs stratégies*, alors que l'idée de *remise à zéro* va plutôt à l'encontre de cette conception.

[89] Je reviendrai subséquemment sur des explications possibles de cette stabilité.

5.3 Les conceptions des élèves sont-elles ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement ou sont-elles persistantes ?

À partir des diverses manifestations de Danik et de Tommy par rapport à leurs *conceptions du hasard* et à la conception *équiprobabilité*, je jugerai de l'ébranlement ou de la persistance de leurs conceptions au cours de la séquence d'enseignement. Cela me permettra de témoigner d'une éventuelle complexification conceptuelle chez ces deux élèves. En ce qui concerne les conceptions *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*, je ne me prononcerai pas sur cette question puisque, les données ne m'ayant pas permis d'analyser la complexification de ces conceptions chez les élèves, je n'ai pas pu témoigner de l'ébranlement de ces trois conceptions.

5.3.1 *Conceptions du hasard*

La *conception du hasard* de Danik semble *persistante* puisqu'il répète toujours que « c'est du hasard », ce qui lui permet de justifier son idée à l'effet qu'il serait impossible de prédire les résultats d'une expérience aléatoire. Cette persistance est observée dans ses réponses aux questionnaires, dans ses interventions au cours de la séquence d'enseignement, de même que dans ses réponses aux questions d'entrevue. Cependant, il semble qu'un doute ait été semé puisqu'il reconnaît l'existence des probabilités théoriques et fréquentielles, mais il ne s'en sert pas pour faire émettre une tendance générale dans des résultats à long terme.

La *conception du hasard* de Tommy semble quant à elle avoir été *ébranlée* puisque le discours de ce dernier change au cours de la séquence d'enseignement. En effet, alors qu'il rejetait l'existence du hasard au premier cours, il admet en entrevue que le hasard existe. Un processus de complexification conceptuelle semble donc avoir été entamé dans son cas.

5.3.2 Conception *équiprobabilité*

Chez Danik, la conception *équiprobabilité* semble être *faiblement ébranlée* à travers la séquence d'enseignement, mais celui-ci semble revenir naturellement à sa conception que les évènements aléatoires ont les mêmes probabilités d'êtres obtenues puisqu'on ne peut pas prédire le hasard. Il est donc possible de penser que sa *conception du hasard* liée à l'imprédictibilité et au *chaos* vienne embrouiller la situation, le portant ainsi à croire que les évènements sont équiprobables.

En ce qui concerne Tommy, la conception *équiprobabilité* est *ébranlée.* En comptabilisant les combinaisons possibles pour former chacune des sommes de deux dés, il réalise que certaines sommes sont plus probables que d'autres et il parvient par la suite à comparer les probabilités de chacune des sommes en adoptant une approche mathématique. On peut toutefois se demander si la complexification conceptuelle est suffisamment avancée pour que la conception en cours de complexification puisse être transposée dans d'autres situations, ce qui témoignerait du fait que la conception *équiprobabilité* a vraiment été ébranlée. En effet, il est possible que Tommy ait pris conscience que les sommes de deux dés réguliers ne sont pas équiprobables, mais qu'il serait amené à croire dans un autre contexte que deux évènements sont équiprobables alors qu'ils ne le sont pas. Cependant, je suis porté à croire qu'un processus de complexification conceptuelle de Tommy est bien entamé puisqu'il ne se fie pas seulement à son intuition. En fait, il est davantage porté à adopter une approche mathématique, ce qui lui permet de dénombrer les possibilités pour calculer les probabilités d'un évènement dans une situation aléatoire. Cela lui permet de constater si deux évènements ont les mêmes probabilités de se réaliser.

5.4 Qu'est-ce qui ébranle les conceptions et, ainsi, enclenche un processus de complexification conceptuelle ?

Puisque les *conceptions du hasard* et la conception *équiprobabilité* ont été ébranlées au cours de la séquence d'enseignement chez Danik et Tommy, des facteurs d'ébranlement seront mis en évidence. En ce qui concerne les conceptions *contrôle du hasard, approche du résultat* et *dépendance*, je ne me prononcerai pas sur cette question puisque, les données ne m'ayant pas permis d'analyser la complexification de ces conceptions chez les élèves, je n'ai pas pu témoigner de l'ébranlement de ces trois conceptions.

5.4.1 *Conceptions du hasard*

De façon assez étonnante, il semble que *rien* n'ait permis d'ébranler véritablement la *conception du hasard* de Danik au cours de la séquence d'enseignement. Il accepte finalement les probabilités théoriques et fréquentielles, mais il ne s'en sert pas puisqu'on ne peut pas prédire avec certitude ce qui va arriver. Même si un doute s'est installé chez Danik dans certaines situations, il est demeuré sur ses positions. Ainsi, malgré les facteurs d'ébranlement qu'il a rencontrés, aucun d'eux n'a permis d'enclencher un processus de complexification conceptuelle. En effet, on aurait pu penser que des facteurs tels que les résultats du simulateur de probabilités, l'influence sociale de Julie, de moi-même et des autres élèves ou les activités de la séquence d'enseignement auraient pu ébranler sa *conception du hasard*, mais ce ne fut pas le cas. Je questionnerai subséquemment cette curieuse absence d'ébranlement.

Chez Tommy, l'enclenchement d'un processus de complexification de sa *conception du hasard* pourrait être attribuable aux *propos de Julie* concernant la « tendance » qu'on peut dégager des résultats d'une expérience aléatoire pour fournir un « portrait plus global » de la situation. Puisque Tommy est très réceptif aux idées qui sont émises autour de lui, cette influence sociale transparaît dans sa complexification conceptuelle. En adoptant une approche de modélisation mathématique, Tommy a été amené à percevoir une situation aléatoire dans son ensemble ou dans une « vision globale ».

Un autre facteur d'ébranlement pourrait provenir des *résultats du simulateur de probabilités*. Ceux-ci ont peut-être contribué à ce qu'il donne un sens à la modélisation mathématique du phénomène aléatoire plutôt que de tenter de prédire un prochain résultat. Aussi, on pourrait penser que l'ébranlement de la *conception du hasard* de Tommy est relié avec l'ébranlement de la conception *équiprobabilité*, qui est décrite à la page suivante.

5.4.2 Conception *équiprobabilité*

Tel que je l'ai affirmé précédemment, la conception *équiprobabilité* semble avoir été faiblement ébranlée chez Danik. À quelques moments, notamment dans le jeu #1 (*SEPT chanceux ou ONZE chanceux*), Danik est confronté au *simulateur de probabilités* qui illustre des résultats dont les sommes de deux dés réguliers ont des fréquences plutôt différentes. En constatant qu'une somme de « 7 » est beaucoup plus fréquente qu'une somme de « 11 » pour un grand nombre d'expériences aléatoires, il semble se questionner à savoir si ces évènements sont vraiment équiprobables, ce qui suggère que le simulateur de probabilités a semé un doute chez lui. Cependant, ce facteur d'ébranlement ne semble pas suffire à réellement ébranler la conception *équiprobabilité* puisque Danik continue d'affirmer que « c'est du hasard », suggérant que tous les évènements possibles sont équiprobables.

En analysant la conception *équiprobabilité* chez Tommy, celle-ci paraît avoir été ébranlée durant la séquence d'enseignement. Le facteur ayant déclenché un processus de complexification conceptuelle semble être l'affirmation de Marc lors du retour en groupe au cours #1. Cet élève a expliqué qu'une somme de « 7 » est plus probable lors du lancer de deux dés réguliers qu'une somme de « 11 ». Marc a fait ressortir chacune des combinaisons permettant d'obtenir une somme de « 7 » (1-6, 2-5, 3-4, 4-3, 5-2 et 6-1) et une somme de « 11 » (5-6 et 6-5). Ainsi, l'énumération des *combinaisons de Marc* semble avoir ébranlé la conception *équiprobabilité* chez Tommy, qui croyait initialement que chaque somme avait le même nombre de « possibilités ».

Aussi, on peut se demander si le *simulateur de probabilités* a influencé le processus de complexification de la conception *équiprobabilité* chez Tommy. En adoptant une approche de modélisation mathématique à l'aide des résultats d'expériences aléatoires, Tommy a été en mesure de reconnaître si des évènements étaient équiprobables ou non. Par exemple, en s'appuyant sur un grand nombre de simulations du jeu #2 (*Garde ou change*), il a identifié rapidement que les stratégies « garder la boîte » et « changer de boîte » ne sont pas équiprobables. Cette approche de modélisation mathématique semble donc avoir été importante pour ébranler à la fois la *conception du hasard* et la conception *équiprobabilité* chez Tommy. Je pense aussi que l'ébranlement d'une conception a pu influencer l'ébranlement de l'autre conception puisque ces conceptions semblent être reliées.

5.5 Retour synthèse sur les questions de recherche

La figure 5.3 regroupe une synthèse des idées autour des questions de recherche.

Conceptions / Questions	*Conceptions du hasard*	*Équiprobabilité*	*Contrôle du hasard*	*Approche du résultat*	*Dépendance*
Parmi les conceptions ciblées dans cette recherche, lesquelles se manifestent chez les élèves de quatrième secondaire ?	Se manifestent davantage chez Danik et Tommy	Se manifeste davantage chez Danik et Tommy	Se manifeste chez différents élèves	Se manifeste chez différents élèves	Se manifeste chez différents élèves
Quelles sont les manifestations de ces conceptions ?	Danik : Certain de l'incertitude Tommy : Incertain de la certitude	Danik : Hasard = équiprobabilité Tommy : Dénombrer les possibilités	•Influence de l'expérience du joueur •Influence de la stratégie du joueur	Se prononcer sur l'issue du jeu	•Effets de récence positif et négatif •Varier leurs stratégies VS •Remise à zéro
Les conceptions des élèves sont-elles ébranlées au cours d'une séquence d'enseignement ou sont-elles persistantes ?	Danik : Persistante, mais un doute a été semé Tommy : Ébranlée	Danik : Faiblement ébranlée Tommy : Ébranlée	Ne s'applique pas	Ne s'applique pas	Ne s'applique pas
Qu'est-ce qui ébranle les conceptions et, ainsi, enclenche un processus de complexification conceptuelle ?	Danik : Rien? Tommy : • « tendance » et « vision globale » de Julie •Simulateur de probabilités ?	Danik : Simulateur de probabilités ? Tommy : •Combinaisons de Marc •Simulateur de probabilités ?	Ne s'applique pas	Ne s'applique pas	Ne s'applique pas

Figure 5.3 Tableau synthèse sur les questions de recherche.

5.6 Limites de la recherche

Malgré les précautions prises dans ce mémoire, quelques limites peuvent être évoquées en toute transparence. La première limite concerne un biais qui a été introduit involontairement dans le questionnaire B. Dans la question #2, l'énoncé suggère qu'une somme est plus probable que les autres en lançant deux dés réguliers. Il est possible que cette manière de formuler la question ait suggéré fortement aux élèves qu'une somme était plus probable que les autres et que cela les ait par le fait même empêchés de manifester la conception *équiprobabilité*. Il faut tenir compte de ce biais qui pourrait expliquer en bonne partie la diminution du nombre d'élèves ayant manifesté cette conception dans le questionnaire B (14%) par rapport au questionnaire A (92%). On peut penser que les manifestations de la conception *équiprobabilité* auraient été plus nombreuses si cette question n'avait pas contenu un tel biais.

Dans les questions à choix multiples du questionnaire A, l'option « on ne peut pas répondre à la question » aurait dû se trouver parmi les choix de réponses. On peut penser qu'un élève comme Danik aurait choisi cette option plutôt que de n'en choisir aucune et de répondre à toutes les questions que « c'est du hasard » ! J'ai inféré qu'une telle réponse signifiait que Danik ne pouvait pas répondre à la question, mais cette inférence aurait pu être confirmée ou rejetée si l'option avait été présente parmi les choix de réponses.

Une autre limite de cette recherche est le potentiel de la séquence d'enseignement pour faire émerger et pour entamer le processus de complexification des conceptions. Même si l'intention n'était pas d'élaborer une séquence d'enseignement idéale, mais plutôt d'analyser ce qui émergerait dans une séquence d'enseignement donnée, il faut considérer l'effet de celle-ci dans l'émergence des conceptions des élèves. Le contexte des situations proposées aux élèves, l'ordre de ces situations dans la séquence d'enseignement et les façons dont la séquence d'enseignement s'est déroulée dans la classe pourrait avoir eu un impact non négligeable. Ainsi, on peut penser qu'une séquence d'enseignement différente aurait pu faire émerger des conceptions différentes de celles faisant l'objet du présent mémoire. Donc, les choix ayant mené à l'élaboration et à l'expérimentation de cette séquence d'enseignement peuvent avoir influencé l'émergence des conceptions des élèves, ce qui pourrait constituer une limite de cette recherche. Les résultats ne peuvent donc pas être généralisés (ce qui n'est d'ailleurs pas l'objectif de ce mémoire) à l'ensemble des élèves du secondaire puisqu'ils sont relatifs au contexte particulier de l'expérimentation, dont la séquence d'enseignement qui est en partie responsable de l'émergence et de l'évolution des conceptions des élèves. Je pense toutefois qu'en considérant cette limite, cette séquence d'enseignement a amené les participants de cette recherche à manifester des conceptions riches à analyser, ce qui m'a permis de faire avancer les questions sur lesquelles ce mémoire s'est penché.

En reconnaissant que la séquence d'enseignement soit en partie responsable de l'émergence et de l'évolution des conceptions des élèves, il faut souligner l'impact du simulateur de probabilités dans celle-ci. Alors que je pensais que le simulateur de probabilités serait suffisamment convaincant pour confronter les conceptions des élèves, mes observations suggèrent plutôt que le simulateur de probabilités n'est pas nécessairement un outil efficace pour la complexification conceptuelle de tous les élèves. Pour un élève comme Danik par exemple, le simulateur de probabilités ne semble pas avoir été un élément assez convaincant pour ébranler ses conceptions. Il faut donc tenir compte des limites de cet outil pour ébranler les conceptions des élèves. À mon avis, le simulateur de probabilités est un facteur potentiellement efficace pour ébranler les conceptions des élèves, mais il faut toutefois que ceux-ci accordent de l'importance aux résultats simulés pour qu'une influence soit présente. Il est donc possible que des élèves comme Danik ne se laissent pas convaincre par les résultats du simulateur alors que d'autres seraient plus convaincus par les résultats fréquentiels que par n'importe quelle explication théorique. De plus, l'outil lui-même n'est pas nécessairement efficace pour ébranler les conceptions des élèves, tout dépendant de la façon dont il a été utilisé. Il est ainsi possible que le simulateur de probabilités n'ait pas été utilisé à son plein potentiel pour ébranler les conceptions des élèves. De plus, j'ai remarqué que certains affichages de calculs mathématiques sont erronés dans certains jeux du simulateur de probabilités, ce qui ajoute encore à la limite de l'outil. Il faut toutefois rappeler que celui-ci était encore en développement lors de l'expérimentation, ce qui explique que de certaines erreurs se soient glissées parmi les nombreuses applications possibles.

Il faut aussi reconnaître la limite du temps de l'expérimentation pour véritablement observer l'évolution des conceptions des élèves. Puisque le processus de complexification conceptuelle prend du temps, cette recherche ne permet pas de faire ressortir l'évolution des conceptions de façon aussi précise que pourrait le faire une étude longitudinale.

La dernière limite qui m'apparaît importante d'être soulevée est le manque de rigueur dans l'usage du vocabulaire probabiliste en classe. En effet, en employant le terme « chance » au sens de chances mathématiques (ou probabilités), Julie et moi avons peut-être induit une confusion chez les élèves entre les termes « hasard », « chance » et « probabilités ». Il aurait été préférable de considérer les propos suivants : « Le terme « chance » ne sera pas employé en contexte mathématique. Nous parlerons de possibilités ou de probabilités avec les élèves » (Savard, 2008, p. 112).

5.7 Nouveaux questionnements

En plus de proposer des pistes de réponses aux questions de recherche, je considère important de faire ressortir les nouveaux questionnements que cette recherche a fait émerger.

Tout d'abord, je m'interroge quant à l'impact du simulateur de probabilités sur les conceptions des élèves. Au début du projet de recherche, je croyais que le simulateur de probabilités serait un facteur d'ébranlement des conceptions des élèves. Toutefois, dans ce mémoire, les données ne permettent pas d'affirmer clairement que le simulateur de probabilités a eu un réel impact dans la complexification conceptuelle des élèves. Si j'avais voulu mieux comprendre l'impact du simulateur de probabilités dans l'émergence et l'évolution des conceptions des élèves, il aurait fallu que la recherche soit centrée sur cet outil. Toutefois, il s'agirait là d'un projet de recherche différent de celui que j'ai mené. Une autre étude pourrait-elle faire ressortir le réel potentiel du simulateur de probabilités pour ébranler les conceptions des élèves ?

Par une analyse des questionnaires, j'ai mis en évidence dans la figure 5.4 les pourcentages d'élèves ayant manifesté les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance* dans les questionnaires A et B.

Pourcentage d'élèves ayant manifesté la conception dans... / **Conceptions**	**Questionnaire A (sur 26 élèves)**	**Questionnaire B (sur 21 élèves)**
Équiprobabilité	92%	14%
Contrôle du hasard	12%	10%
Approche du résultat	54%	43%
Dépendance	19%	14%

Figure 5.4 Tableau fréquentiel des élèves ayant manifesté des conceptions dans les questionnaires A et B.

Il m'apparaît pertinent de me demander pourquoi certaines conceptions se sont moins manifestées dans le questionnaire B que dans le questionnaire A, alors que d'autres manifestations de conceptions sont demeurées assez stables. Pour la conception *équiprobabilité*, on peut observer une diminution considérable qui pourrait être attribuable à deux facteurs. En premier lieu, je pense que le fait d'avoir travaillé avec les élèves pendant plusieurs cours sur des situations aléatoires (comme celle des lancers de dés qui se retrouve dans le questionnaire) qui ne sont pas équiprobables leur a permis d'entamer un processus de complexification de la conception *équiprobabilité*. En deuxième lieu, le biais qui a été introduit involontairement dans le questionnaire B a pu influencer les élèves à ne pas manifester la conception *équiprobabilité*, ce qui pourrait aussi expliquer cette diminution. Pour la conception *contrôle du hasard*, il semble y avoir une certaine stabilité dans la faible fréquence des élèves manifestant cette conception. D'ailleurs, on peut remarquer que les activités de la séquence d'enseignement ne permettaient pas vraiment de confronter l'idée que l'expérience ou la stratégie d'un joueur peut influencer les résultats d'une expérience aléatoire. En ce qui concerne la conception *approche du résultat*, une légère diminution a été observée dans la fréquence des manifestations des élèves. Cela pourrait expliquer qu'un processus de complexification conceptuelle a été entamé chez quelques élèves, de manière à considérer tous les résultats possibles d'une situation aléatoire plutôt que de se prononcer sur le prochain résultat. Finalement, la faible fréquence des manifestations de la conception *dépendance* demeure relativement stable, ce qui pourrait être attribuable au fait que les situations aléatoires de la séquence d'enseignement n'étaient pas simulées un tirage à la fois (mode *pas à pas*) et ne permettaient donc pas à cette conception d'être réellement confrontée. On peut remarquer que les conceptions n'ont pas toutes été autant ébranlées, ce qui pourrait être partiellement attribuable au potentiel de la séquence d'enseignement comme facteur d'ébranlement des conceptions. Il faut rappeler que la séquence d'enseignement a été conçue pour faire émerger les conceptions des élèves sans toutefois prévoir une institutionnalisation des conceptions à l'intérieur de cette séquence d'enseignement.

Il demeure que les conceptions de Danik n'ont pas été ébranlées, ce qui est surprenant étant donné les multiples facteurs d'ébranlement auxquels il a été confronté. Est-ce que cette absence d'ébranlement signifie que ses conceptions sont très résistantes et peuvent difficilement être ébranlées ? Est-ce plutôt un signe que les facteurs d'ébranlement identifiés dans ce mémoire n'étaient pas suffisants pour déclencher un processus de complexification conceptuelle ? Dans ce cas, quel autre facteur d'ébranlement pourrait être potentiellement efficace ? Danik ne semble pas avoir été ébranlé ni par les résultats du simulateur de probabilité ni par l'influence sociale de Julie, de moi-même et des autres élèves ni par les activités réalisées en classe. En plus, les activités réalisées en classe comprenaient d'autres facteurs qui auraient pu ébranler ses conceptions, tels que des discussions en grand groupe, des débats en classe, une diversité de types d'expériences aléatoires, du matériel concret à manipuler et diverses représentations des résultats d'une expérience aléatoire. Il peut paraître difficile d'ébranler les conceptions de Danik puisque, de mon point de vue, il semble être « bloqué » par ses conceptions, notamment par sa *conception du hasard*. Mais il est possible que Danik ne se sentait pas du tout « bloqué », ce qui pourrait expliquer que ses conceptions n'ont pas été ébranlées au cours de la séquence d'enseignement. Alors, je me demande s'il existe des « situations de validation » (Brousseau, 1998) en probabilités, comme la situation du « puzzle » de Brousseau (1981) qui est utilisée pour contrer l'erreur additive dans le développement du raisonnement proportionnel. Une telle situation de validation en probabilités pourrait-elle permettre à un élève comme Danik d'entamer un processus de complexification conceptuelle en le confrontant à une erreur découlant de ses conceptions ?

Je me questionne aussi quant à l'influence d'une possible intervention d'un enseignant pour institutionnaliser les conceptions des élèves. Si Julie et moi avions tenté d'institutionnaliser les conceptions des élèves, par exemple en leur affirmant à répétition que chaque essai est indépendant des autres pour contrer la conception *dépendance*, est-ce qu'un processus de complexification conceptuelle aurait été favorisé ou est-ce que l'argument d'autorité n'aurait pas été suffisant pour réellement ébranler les conceptions plus persistantes chez les élèves ?

D'ailleurs, alors que les recherches relevées dans le chapitre *Problématique* ont identifié des conceptions d'élèves pour les répertorier et les classifier, je visais plutôt dans ce mémoire à explorer en profondeur cinq conceptions à partir des manifestations des élèves en classe. Puisque la présente recherche n'est pas comparable à celles consultées, cela explique que les résultats que j'ai fait ressortir peuvent difficilement être comparés aux leurs. Il faut dire que la plupart des études que j'ai consultées, concernant la classification de conceptions probabilistes, ont eu recours à des questionnaires et à des entrevues (Amir et Williams, 1999 ; Batanero et Serrano, 1999 ; Benhsain, 2002 ; Fischbein, Bărbat et Mînzat, 1971 ; Fischbein et Gazit, 1984 ; Fischbein, Nello et Marino, 1991 ; Fischbein et Schnarch, 1997 ; Green, 1983, 1991 ; Konold, 1989 ; Konold *et al.*, 1993 ; Langer, 1975 ; Lecoutre, 1992 ; Lecoutre et Durand, 1988 ; Rouan et Pallascio, 1994 ; Watson, Collis et Moritz, 1997 ; Watson et Kelly, 2004), mais bien peu d'entre elles se sont aussi déroulées dans la classe (Briand, 2005 ; Poirier et Carbonneau, 2002 ; Savard, 2008 ; Zimmermann, 2002). Cela m'amène à me questionner sur la complexité d'un contexte de classe pour étudier l'émergence et l'évolution des conceptions. Même si je juge qu'il était nécessaire d'observer les manifestations des conceptions d'élèves au cours d'apprentissages probabilistes puisque cela a permis de faire ressortir une certaine richesse dans l'analyse des données, je dois toutefois admettre que ce contexte de classe est plus complexe qu'un contexte plus « clinique ».

Dans ce mémoire, les *conceptions du hasard* des élèves ont été inférées à partir de leurs manifestations. Dans une autre recherche, pourrait-on les nommer afin de les classifier ? Par exemple, la conception du hasard de Danik pourrait être nommée l'*imprédictibilité*. Aussi, puisque les *conceptions du hasard* des élèves semblent avoir une influence directe sur les autres conceptions, on peut se demander s'il faut d'abord ébranler les *conceptions du hasard* des élèves avant de tenter d'ébranler les autres conceptions ou si les conceptions peuvent être ébranlées toutes en même temps comme j'ai tenté de le faire dans cette recherche. Les conceptions du hasard sont-elles centrales par rapport aux autres conceptions, ce qui expliquerait qu'il est difficile d'ébranler les autres conceptions si les conceptions du hasard ne sont pas ébranlées?

Un autre questionnement qui m'anime concerne l'inférence de la conception *équiprobabilité*. En effet, il est parfois difficile de trancher sur le fait que la conception *équiprobabilité* se manifeste puisqu'on peut parfois avoir l'impression qu'un élève pourrait conclure à l'équiprobabilité en raison d'une méconnaissance de la situation sans que cette conception n'entre en jeu. Ainsi, peut-on parler de cette conception à chaque fois qu'un élève conclut à l'équiprobabilité, peu importe comment il arrive à cette conclusion ? Si un élève commence à décortiquer la situation, à énumérer les cas possibles et les cas favorables ou à calculer les probabilités d'un évènement, n'admet-il pas du même coup la possibilité que la situation ne soit pas équiprobable ? Lorsqu'un élève commet une erreur dans cette approche mathématique, ce qui l'amène à trouver des probabilités égales, manifeste-t-il vraiment la conception *équiprobabilité* ? Par exemple, dans le jeu #2 (*Garde ou change*), la conclusion intuitive d'un élève pourrait être que le fait de garder ou de changer de boîte n'influence pas les probabilités de gagner puisque ces évènements sont équiprobables. Dans ce cas, il est vrai que l'élève conclut à tort à l'équiprobabilité, mais il me semble que c'est plutôt dû à une analyse erronée de la situation qu'à une tendance de l'élève à admettre intuitivement l'équiprobabilité dans toute situation aléatoire. Donc, puisque l'élève doit admettre à tort que des événements sont équiprobables dans plusieurs contextes de situation aléatoires avant qu'on puisse inférer la conception *équiprobabilité*, cela fait ressortir une difficulté d'autant plus grande pour étudier cette conception.

Aussi, il me paraît important de faire ressortir que les conceptions semblent être reliées entre elles, ce que je n'ai pas retrouvé dans d'autres écrits scientifiques. Si les conceptions sont bel et bien reliées, cela pourrait expliquer pourquoi il est aussi difficile de faire progresser les élèves dans un processus de complexification conceptuelle... surtout que les conceptions évoluent selon le contexte de la situation !

D'ailleurs, la complexification conceptuelle est considérée dans ce mémoire comme étant un processus, mais ce processus possède-t-il une fin ? Si la fin du processus existe, est-ce alors l'atteinte du concept ? Quelles manifestations permettraient d'affirmer qu'une conception donnée est complexifiée, c'est-à-dire qu'elle a atteint son état final ?

De plus, l'évolution des conceptions est-elle suffisante pour outiller les élèves dans des situations de hasard et d'argent, de manière à éclairer leur jugement critique pour éviter un comportement de jeu excessif ? Comme le propose Savard (2008), le comportement d'un joueur peut-il différer selon le contexte (mathématique, socioculturel ou personnel) dans lequel se place ce joueur ? Si c'est le cas, comment faire pour préparer un élève à se placer en contexte mathématique, c'est-à-dire raisonner mathématiquement plutôt qu'intuitivement, lorsqu'il sera amené à participer à des jeux de hasard et d'argent ? Lors de l'entrevue, Paul-André semblait être conscient que le calcul des probabilités peut procurer un avantage quant à la prise de décision dans un jeu de hasard et d'argent. Cette prise de conscience me semble primordiale puisqu'elle justifie l'importance de développer le raisonnement probabiliste dans un cours de mathématiques. Paul-André est-il le seul élève de la classe à avoir constaté cet avantage ? Si oui, pourrait-on aborder différemment les cours de probabilités au secondaire afin de faire ressortir l'avantage qu'il procure lors d'une participation à un jeu de hasard et d'argent ? Autrement dit, comment amener un élève à réinvestir les connaissances probabilistes qu'il a développées dans son cours de mathématiques pour lui permettre de prendre une décision éclairée dans un jeu de hasard et d'argent ?

Comme pour la plupart des recherches, ce mémoire a fait ressortir des pistes de réponses, mais aussi plusieurs nouvelles questions. Je pense que les réflexions qui en découlent permettent d'éclairer le problème de recherche en plus de proposer des pistes éventuelles de recherche pour faire avancer nos réflexions sur le sujet.

CONCLUSION

Au terme de ce mémoire, je considère que le problème de recherche a été éclairé. Le premier chapitre m'a permis de définir une *Problématique* autour de la notion de jeu excessif et autour de diverses conceptions qui peuvent émerger en cours d'apprentissage et d'enseignement des probabilités. Le deuxième chapitre a établi le *Cadre conceptuel* afin de définir les notions de conception et de complexification conceptuelle, de cibler les *conceptions du hasard* et les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance*, en plus de poser les questions de recherche. Ensuite, la *Méthodologie* a été décrite au troisième chapitre pour détailler la séquence d'enseignement expérimentée auprès d'une classe de quatrième secondaire, les outils de collecte de données (questionnaires, observations en classe et entrevues) et les choix d'analyse des données. Puis, au quatrième chapitre, une *Analyse des résultats* a mis en évidence l'évolution des manifestations des conceptions de deux élèves (Danik et Tommy) et les manifestations ponctuelles des conceptions des élèves de la classe. Le cinquième chapitre a proposé une *Discussion des résultats* afin de faire avancer les questions de recherche et d'identifier les limites de cette recherche, de même que les nouvelles questions qu'elle soulève. Finalement, ce chapitre final fait ressortir l'éclairage qu'apporte ce mémoire sur le problème initial de recherche, ce qui m'a amené à dégager des implications pour l'enseignement et d'autres pour la recherche.

Implications pour l'enseignement

En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques au secondaire, je suis d'avis qu'il faut tenter d'ébranler le plus possible les conceptions des élèves lors de l'apprentissage des probabilités. Je suis toutefois convaincu plus que jamais de la difficulté d'un tel projet !

Je conçois qu'un enseignant puisse prendre position pour favoriser l'évolution des conceptions d'élèves, ce que j'ai choisi de ne pas faire comme chercheur pour ne pas biaiser les résultats du mémoire. Ainsi, les enseignants peuvent confronter les conceptions des élèves plutôt qu'adopter une attitude neutre qui ne favoriserait pas forcément l'ébranlement de leurs conceptions. D'ailleurs, il est possible que des enseignants doivent faire évoluer leurs propres conceptions autour du hasard et des probabilités puisque, tout comme les élèves, ils peuvent être victimes de leurs intuitions face à des problèmes contre-intuitifs. Dans de telles situations, il paraît donc plus sage de se méfier de ses conceptions.

En ce qui a trait à la complexification conceptuelle chez les élèves, je pense que ce mémoire fait ressortir quelques facteurs d'ébranlement des conceptions qui pourraient être mis de l'avant par les enseignants. En fait, il faut se donner des moyens pour amener les élèves à comprendre la modélisation de situations aléatoires. Par exemple, si des discussions en grand groupe et des débats en classe étaient encouragés, les conceptions des élèves pourraient potentiellement se confronter et être ébranlées par cette influence sociale. Lors de l'expérimentation, j'ai d'ailleurs observé que certains élèves d'une même équipe avaient des idées différentes sans nécessairement argumenter entre eux, ce qui n'ébranlait pas leurs conceptions. C'est pour cela qu'il me semble préférable d'encourager les élèves à argumenter pour confronter leurs conceptions. De plus, je pense qu'une diversité de types d'expériences aléatoires (lancer de dés, roulette, tirage de boules, tirage de cartes, etc.) peut permettre aux élèves d'entamer un processus de complexification conceptuelle. Un autre éventuel facteur d'ébranlement pourrait être associé à l'utilisation de matériel en classe, que ce matériel fasse ou ne fasse pas appel à la technologie. L'utilisation de diverses représentations (tableau à double entrée, diagramme en arbre, diagramme à bandes, graphique, etc.) pourrait aussi permettre l'ébranlement des conceptions chez certains élèves. En optimisant différents facteurs d'ébranlement dans l'enseignement des probabilités, je pense que la complexification conceptuelle des élèves sera favorisée. Il faut se rappeler que les conceptions peuvent être bien ancrées et donc résistantes chez certains élèves. Alors, certains facteurs d'ébranlement tels que ceux mentionnés précédemment peuvent être insuffisants pour ébranler les conceptions d'un élève, comme dans le cas de Danik.

Un autre élément que j'aimerais aborder est l'utilisation d'un simulateur de probabilités dans une séquence d'enseignement sur les probabilités. Dans le cas de ce mémoire, il semble que le simulateur de probabilités n'ait pas été bien amené puisque le besoin n'a pas été créé chez les élèves. Certains d'entre eux étaient déjà prêts à passer aux probabilités théoriques sans passer par les probabilités fréquentielles. Ainsi, le choix de l'activité est primordial si on veut favoriser l'utilisation du simulateur de probabilités dans une classe. Toutefois, même si une activité justifie la pertinence du simulateur de probabilités, il ne serait pas prudent de penser qu'un tel outil sera nécessairement intéressant pour les élèves et efficace pour favoriser leur apprentissage en probabilités. D'ailleurs, plusieurs élèves m'ont affirmé en entrevue que le simulateur ne leur a pas paru convaincant et aidant. Une critique de Theis et Savard (2010b) envers le simulateur de probabilités est qu'il ne permet pas de construire graduellement le calcul de l'espérance mathématique puisque cette valeur est directement fournie par le simulateur de probabilités plutôt que de permettre aux élèves d'effectuer d'abord les calculs pour donner un sens à l'espérance mathématique. En effet, les élèves sont amenés à interpréter les résultats du simulateur de probabilités, ce qui peut être difficile s'ils n'ont pas bien saisi l'étape de modélisation. On peut aussi penser à d'autres technologies pour simuler des expériences aléatoires en classe. Par exemple, une étude (Zimmermann, 2002) a fait ressortir le potentiel de la calculatrice à affichage graphique comme outil d'apprentissage des probabilités par la simulation d'expériences aléatoires, d'autant plus que cet instrument est généralement accessible dans la réalité scolaire actuelle.

Pour que l'utilisation du simulateur de probabilités soit signifiante, je pense qu'il est primordial d'établir des liens entre la probabilité théorique et la probabilité fréquentielle, ce qui n'est pas nécessairement facilement réalisable en classe (Theis et Savard, 2010a). Une autre étude (Konold *et al.*, 2011) suggère de faire d'abord travailler les élèves autour de situations aléatoires dont on ne peut pas connaître les probabilités théoriques. Par exemple, en lançant une guimauve et en notant les fréquences où elle tombe sur sa face latérale ou sur un de ses bases, on peut estimer la probabilité théorique à partir de probabilités fréquentielles, sans toutefois déterminer précisément une probabilité théorique exacte. Par la suite, Konold *et al.* (2011) proposent de travailler avec des élèves autour de situations comme le lancer de dés ou de pièces de monnaie, où les probabilités fréquentielles pourront être « vérifiées » en quelque sorte par les probabilités théoriques. Cette approche pourrait permettre d'expliciter des liens entre la probabilité théorique et la probabilité fréquentielle.

Je pense aussi que des discussions en classe pourraient démystifier comment on peut s'appuyer sur des résultats antérieurs d'une expérience aléatoire pour prédire des résultats futurs. Afin d'entamer un processus de complexification de la conception *dépendance* chez les élèves, une discussion en grand groupe pourrait mettre en évidence que les résultats antérieurs d'une expérience aléatoire ne sont pas liés aux prochains résultats puisqu'il y a une indépendance entre les tours ou une « remise à zéro » comme l'ont exprimé plusieurs élèves dans cette recherche. Ces résultats nous informent sur la probabilité fréquentielle et, s'ils sont nombreux, peuvent nous indiquer une estimation de la probabilité théorique. Il faut donc s'appuyer sur les résultats observés seulement pour faire ressortir une tendance mathématique afin de modéliser la situation aléatoire dans son ensemble, plutôt que de s'en servir pour prédire les prochains résultats. La conception *approche du résultat* pourrait, du même coup, être ébranlée. D'autres discussions en classe pourraient faire émerger les *conceptions du hasard*, la conception *équiprobabilité* et la conception *contrôle du hasard* chez les élèves, dans l'intention de les ébranler si nécessaire. Je pense qu'un enseignant qui provoque la manifestation de ces conceptions etis qui fait appel à plusieurs facteurs pour les ébranler sera dans la bonne voie pour permettre aux élèves de développer leur raisonnement probabiliste.

Enfin, ce qui me semble le plus important n'est pas qu'un enseignant connaisse les cinq conceptions identifiées dans cette recherche, mais plutôt qu'il soit sensible aux conceptions de ses élèves dans l'objectif de leur permettre de progresser dans leur processus de complexification conceptuelle. En admettant que les conceptions des élèves influencent leur apprentissage, une *sensibilité* envers les conceptions soulève l'importance de se centrer sur l'apprentissage des élèves. Selon moi, il faut aussi être sensible aux influences de l'enseignement sur les conceptions des élèves. Par exemple, si on ne présente que des situations équiprobables en classe, on renforcera assurément la conception *équiprobabilité*. Donc, cette sensibilité aux conceptions des élèves devrait, entre autres, influencer l'enseignant dans son choix de situations d'apprentissage à proposer aux élèves. D'ailleurs, je pense que ce choix devrait viser une modélisation mathématique pour développer le raisonnement probabiliste des élèves. À partir d'une situation aléatoire concrète et simple, l'intention est alors de représenter une tendance mathématique qui se dégage de la situation aléatoire donnée. Cela pourrait amener les enseignants à établir des liens entre la probabilité fréquentielle et la probabilité théorique. Finalement, une sensibilité du vocabulaire à employer dans l'enseignement des probabilités pourrait aussi être développée. Pour ne pas confondre la chance avec les chances mathématiques, Savard (2008) affirme qu'il serait préférable d'employer les termes « possibilités » et « probabilités ». Cette sensibilité générale envers l'apprentissage des élèves en probabilités pourrait peut-être favoriser l'évolution des conceptions des élèves qui, il faut en tenir compte, semblent persistantes malgré l'enseignement, comme l'ont remarqué Batanero et Serrano (1999).

Implications pour la recherche

Ce mémoire a permis d'éclairer le problème de recherche en mettant en évidence que le processus de complexification conceptuelle prend indubitablement du temps et peut être engendré par de multiples facteurs d'ébranlement. Alors que les conceptions analysées chez Tommy semblent avoir été ébranlées au cours de la séquence d'enseignement, celles de Danik ont plutôt été persistantes ou faiblement ébranlées. Un autre résultat central de cette recherche a été de faire ressortir que les conceptions des élèves sont reliées entre elles et, plus particulièrement, que les *conceptions du hasard* influencent les conceptions *équiprobabilité*, *contrôle du hasard*, *approche du résultat* et *dépendance* chez les élèves. Les analyses des questionnaires, des observations en classe et des entrevues ont permis de faire ressortir plusieurs manifestations de ces cinq conceptions. À partir du chapitre *Discussion des résultats*, voici de nouvelles questions que le présent mémoire a fait émerger :

- Faut-il d'abord ébranler la *conception du hasard* plutôt que de tenter d'en ébranler plusieurs à la fois?
- Le simulateur de probabilités, l'influence sociale et la séquence d'enseignement sont-ils des facteurs d'ébranlement suffisants pour permettre d'enclencher un processus de complexification conceptuelle chez des élèves ?

- Puisque certains élèves comme Danik ne semblent pas avoir entamé un processus de complexification conceptuelle malgré certains facteurs qui auraient potentiellement pu ébranler leurs conceptions, peut-on penser à d'autres facteurs pouvant ébranler les conceptions des élèves ?

- Une « situation de validation » (Brousseau, 1998) en probabilités pourrait-elle permettre à un élève comme Danik de se valider afin d'entamer un processus de complexification conceptuelle, en étant confronté à une erreur découlant de ses conceptions ?

- Si Julie et moi avions tenté d'institutionnaliser les conceptions des élèves, est-ce qu'un processus de complexification conceptuelle aurait été favorisé ou est-ce que l'argument d'autorité n'aurait pas été suffisamment convaincant pour réellement ébranler les conceptions plus persistantes chez les élèves ?

- Pourrait-on nommer des *conceptions du hasard* inférées chez des élèves afin de les classifier ?

- En admettant que le processus de complexification conceptuelle ait une fin, quelles manifestations permettraient d'affirmer qu'une conception donnée est complexifiée, c'est-à-dire qu'elle a atteint son état final ?

- L'évolution des conceptions est-il suffisant pour outiller les élèves dans des situations de hasard et d'argent, de manière à éclairer leur jugement critique pour éviter un comportement de jeu excessif ?

- Comment faire pour préparer un élève à raisonner mathématiquement plutôt qu'intuitivement, en réinvestissant ses connaissances probabilistes, pour l'amener à prendre une décision éclairée lors d'une éventuelle participation à un jeu de hasard et d'argent ?

Ces nouvelles questions me paraissent particulièrement riches à explorer dans d'autres recherches, afin de mieux comprendre le processus de complexification conceptuelle des élèves dans le contexte d'apprentissage du mystérieux monde du hasard et des probabilités.

APPENDICE A

CAHIER DE L'ÉLÈVE

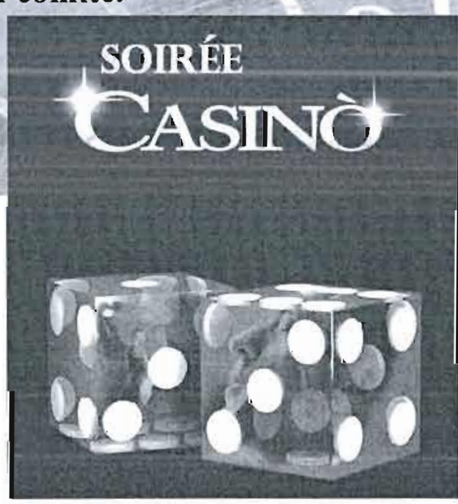
Nom : ______________________________

Mise en situation :

Ta ligue de hockey organise une soirée casino pour adultes, dans le but de financer le tournoi provincial qui aura lieu dans ta région.

Tu fais partie du comité organisateur de la soirée et ton rôle consiste à déterminer les critères de chacun des jeux.

En équipe de deux, tu devras recommander les différents critères des jeux, de manière à augmenter les profits du comité.



Jeu #1 : *SEPT chanceux* ou *ONZE chanceux*

Mission :

Ce jeu consiste à lancer deux dés et de s'intéresser à la somme. Dans le jeu du *SEPT chanceux*, le participant doit obtenir une somme de 7 pour gagner, alors que le participant souhaite obtenir une somme de 11 dans le jeu du *ONZE chanceux*. Tu dois déterminer si ton équipe de hockey doit faire jouer les participants au *SEPT chanceux*, au *ONZE chanceux* ou si cela n'a pas d'importance. Avec les dés fournis, puis à l'aide du simulateur de probabilités, tu dois te prononcer et justifier ton choix.

Déroulement

1. Selon ton impression, prédis le choix que devrait faire le comité et explique ta réponse.

2. Lance les deux dés 10 fois et note tes résultats de façon efficace.

3. Maintiens-tu toujours ta prédiction du #1 ou aurais-tu une autre recommandation à faire au comité? Explique ta réponse.

4. Peut-on dire que ce jeu est un jeu de hasard? Explique ta réponse.

Retour en groupe :

Prédiction finale :

Probabilité théorique :

Probabilité théorique d'un évènement :

Arbre des probabilités :

Exemple : Soit l'expérience aléatoire « Sans regarder, tirer une bille du bocal ci-contre et noter sa couleur ». La probabilité de tirer :

– une bille rayée est de $\boxed{}$;

– une bille noire est de $\boxed{}$;

– une bille blanche est de $\boxed{}$.

Arbre des probabilités : $\boxed{}$

Retour à la situation de jeu :

Selon ta recommandation, le comité doit-il choisir le jeu du *SEPT chanceux*, du *ONZE chanceux* ou si cela n'a pas d'importance. Ta réponse devrait être établie selon les probabilités théoriques des choix de jeux.

Jeu #2 : *Garde* ou *change*

Partie 1 : De la probabilité fréquentielle vers la probabilité théorique

Explication du jeu :

Il y a trois boîtes fermées de telle sorte que tu ne vois pas le contenu de chacune d'elle. Dans l'une de ces boîtes, il y a un coupon gagnant caché à l'intérieur. Tu choisis au hasard l'une des boîtes. Le croupier sait où se cache le coupon gagnant. Alors, il ouvre devant toi une boîte dont le contenu est vide, parmi les deux boîtes restantes. Ensuite, il demande au participant s'il désire garder la boîte qu'il a choisie au départ ou s'il préfère changer de boîte et prendre l'autre boîte qui n'a pas été ouverte.

Mission :

Dans le jeu des boîtes mystères, détermine s'il est préférable pour le comité que le participant change sa boîte, garde sa boîte ou si cela n'a pas d'importance.

Déroulement :

1. Selon ton impression, le choix d'une stratégie (garder ou changer) peut-il donner un avantage au joueur? Si oui, le participant devrait-il garder ou changer de boîte? Explique ta réponse.

2. Peut-on dire que le jeu *Garde ou change* est un jeu de hasard? Explique ta réponse.

3. Avec le simulateur de probabilités, effectue 10 simulations en mode *pas à pas* pour chacune des stratégies, soit garder la boîte choisie au départ ou changer pour celle que le croupier n'a pas ouverte. Quels sont tes résultats?

4. Afin de valider (ou d'invalider) ta prédiction, sers-toi du simulateur de probabilités pour faire 100 simulations, puis 1000 simulations en mode *turbo*. Organise tes résultats. Ceux-ci respectent-ils ta prédiction donnée au #1?

5. Selon tes résultats, quelle est la probabilité de gagner dans chacune des deux stratégies.

Retour en groupe :

6. En t'appuyant sur un raisonnement mathématique, explique pourquoi le participant doit garder ou changer de boîte.

7. Finalement, pour que le comité soit avantagé, le participant devrait-il garder ou changer de boîte durant le jeu? Explique ta réponse.

Jeu #2 : *Garde* ou *change*

Partie 2 : Vers l'espérance mathématique

***Note** : Selon tes conclusions de la première partie, décide si le participant doit garder ou changer de boîte durant le jeu, afin d'augmenter les profits potentiels du comité.

Mission :

En ce qui a trait au gain associé au jeu des boîtes mystères, le comité organisateur hésite entre les propositions de Jacinthe, de Sonia, de Sean ou de Luc.

Proposition de Jacinthe : Le participant mise 1$ et reçoit 2$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Proposition de Sonia : Le participant mise 1$ et reçoit 3$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Proposition de Sean : Le participant mise 1$ et reçoit 4$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Proposition de Luc : le participant mise 2$ et reçoit 4$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Déroulement :

1. Selon ton impression, quelle(s) proposition(s) semble être plus avantageuse(s) pour le comité? Explique ta réponse.

2. À l'aide du simulateur de probabilités, évalue chacune des propositions et note les résultats. Laquelle est la plus intéressante pour le comité? Justifie tes réponses.

Proposition de Jacinthe :
Proposition de Sonia :
Proposition de Sean :
Proposition de Luc :

3. Selon tes résultats au #2, quel est le gain ou la perte par partie pour chaque proposition?

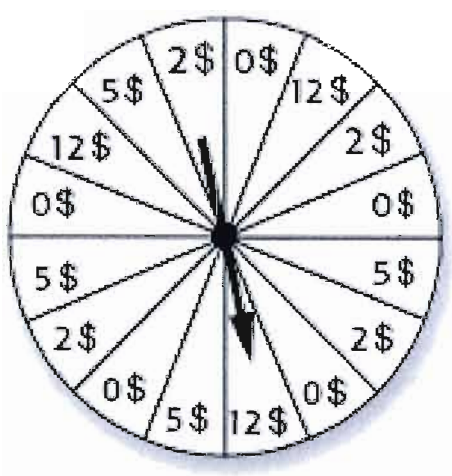
Proposition de Jacinthe :
Proposition de Sonia :
Proposition de Sean :
Proposition de Luc :

4. Quelles sont les probabilités théoriques associées à cette situation?

Retour en groupe

L'espérance mathématique se calcule par la ***somme*** des ***produits*** entre les gains nets ***ou*** les pertes nettes ***et*** leur probabilité respective. En d'autres mots, il s'agit de faire l'inventaire des ***TOUS*** les gains nets et ***TOUTES*** les pertes nettes et de les multiplier par leur probabilité.

Exemple : On fait tourner la flèche de la roulette ci-dessous et on remporte le lot inscrit dans le secteur où la flèche s'immobilise.



Résultat	Probabilité
0 $	
2 $	
5 $	
12 $	

Calcul de l'espérance mathématique :

Retour à la situation

5. Reprends l'algorithme du calcul de l'espérance mathématique pour évaluer chacune des propositions faites au comité.

Proposition de Jacinthe :
Proposition de Sonia :
Proposition de Sean :
Proposition de Luc :

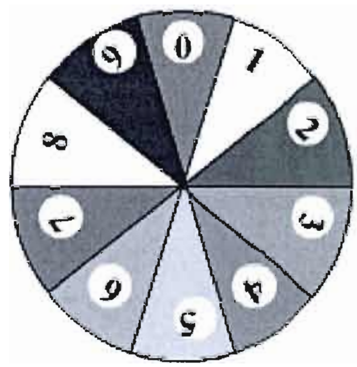
6. Comment peut-on interpréter le résultat obtenu pour l'espérance mathématique de la deuxième proposition? Explique ta réponse.

7. Comparer les propositions de Jacinthe et de Luc. Que peux-tu conclure? En te basant sur tes observations qu'arrivera-t-il à l'espérance mathématique si la mise est de 3$ et que le gain est de 6$?

Jeu #3 : La roulette équitable

Mission :

Le comité veut encourager les gens à venir au casino pour faire la promotion d'une roulette équitable. Cette roulette comprendra 10 secteurs isométriques numérotés de 0 à 9. En l'honneur du parrain de la ligue de hockey, Jean Béliveau, le comité organisateur a choisi comme nombres gagnants le numéro de chandail de ce grand joueur soit le 0 et le 4. Un participant gagnera s'il obtient **un 0 OU un 4** en faisant tourner UNE fois la roulette. Pour débuter, tu dois déterminer le montant du gain afin que le jeu soit équitable si la mise de départ est fixée à 1$. Par la suite, tu dois aider le comité à évaluer le gain à attribuer et ce peu importe la mise de départ.



Déroulement

1. Donne, dans tes mots, ta définition d'un jeu équitable.

2. Selon ton impression, prédis le gain qui doit être attribué pour que ce jeu de la roulette soit équitable? Explique ta réponse.

3. En utilisant le simulateur de probabilités, valide (ou invalide) ta conjecture. Laisse les traces de ta démarche.

4. Quelles sont les probabilités théoriques associées à cette situation?

5. Pour trouver le gain de ce jeu, qui doit être équitable et qui a une mise de départ de 1\$, prends la formule de l'espérance mathématique et remplace les valeurs connues de la situation.

E = (gain net • probabilité) + (perte nette • probabilité)

6. Reprends l'algorithme ci-contre pour des mises de départ de 2\$, de 3\$ et de 4\$, en calculant le gain pour que le jeu soit équitable.

Mise de 2\$

Mise de 3\$

Mise de 4$

7. Donc, à la suite de tes réponses au #6, que peut-on conclure de façon générale si la mise de départ est $m$$?

8. Durant la soirée casino, Joey observe les différents participants au jeu de la roulette et il constate que le chiffre 6 est sorti à trois reprises consécutives. Il décide de ne pas jouer, de peur que la roulette s'arrête encore sur le chiffre 6 au prochain jeu. A-t-il raison selon toi? Explique ton raisonnement.

Retour en groupe

APPENDICE B

CAHIER DE L'ENSEIGNANT

Nom : ______________________________

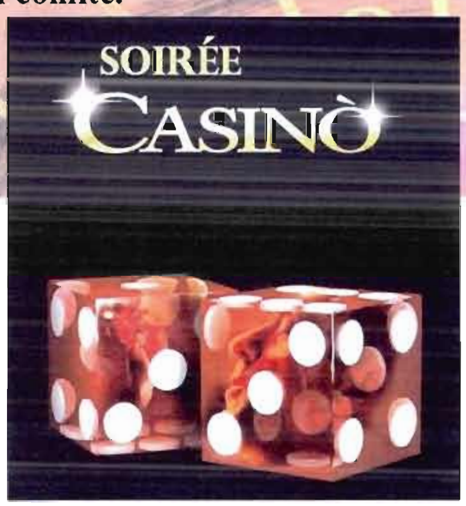
SOIRÉE CASINO

<u>Mise en situation :</u>

Ta ligue de hockey organise une soirée casino pour adultes, dans le but de financer le tournoi provincial qui aura lieu dans ta région.

Tu fais partie du comité organisateur de la soirée et ton rôle consiste à déterminer les critères de chacun des jeux.

En équipe de deux, tu devras recommander les différents critères des jeux, de manière à augmenter les profits du comité.



Légende :

Réponses d'élèves

Notes à l'enseignant

Jeu #1 : *SEPT chanceux* ou *ONZE chanceux*

Mission :

Ce jeu consiste à lancer deux dés et de s'intéresser à la somme. Dans le jeu du *SEPT chanceux*, le participant doit obtenir une somme de 7 pour gagner, alors que le participant souhaite obtenir une somme de 11 dans le jeu du *ONZE chanceux*. Tu dois déterminer si ton équipe de hockey doit faire jouer les participants au *SEPT chanceux*, au *ONZE chanceux* ou si cela n'a pas d'importance. Avec les dés fournis, puis à l'aide du simulateur de probabilités, tu dois te prononcer et justifier ton choix.

Déroulement

1. Selon ton impression, prédis le choix que devrait faire le comité et explique ta réponse.

Je crois qu'une somme de 11 est moins probable qu'une somme de 7, alors le jeu choisi devrait être le *ONZE chanceux* pour avantager le comité.

2. Lance les deux dés 10 fois et note tes résultats de façon efficace.

6, 9, 11, 3, 6, 5, 7, 10, 8 et 8.

OU

Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fréquence	0	1	0	1	2	1	2	1	1	1	0

3. Maintiens-tu toujours ta prédiction du #1 ou aurais-tu une autre recommandation à faire au comité? Explique ta réponse.

Même si mes résultats ne sont pas convaincants, je crois toujours que, à long terme, une somme de 11 est moins probable qu'une somme de 7, alors le jeu choisi devrait être le *ONZE chanceux* pour avantager le comité.

4. Peut-on dire que ce jeu est un jeu de hasard? Explique ta réponse.

Oui, car on ne peut pas prédire avec certitude les résultats. Même si certaines sommes sont plus probables que d'autres, les sommes de 2 à 12 sont possibles en tout temps.

Retour en groupe :

Reprendre l'ensemble des résultats de tous les élèves dans un tableau synthèse et faire reformuler ou valider leur conclusion précédente. On peut demander à un représentant par équipe de présenter leurs résultats, de manière à compiler les 150 résultats de la classe dans un tableau de fréquence :

Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fréquence	2	7	12	21	23	28	18	14	15	5	5

Questionner les élèves sur la variabilité des conclusions suite à une augmentation des lancers de dés. Par exemple, est-ce que la probabilité devrait changer si j'effectue 500 lancers de dés?

Avec le canon projecteur, utiliser le simulateur de probabilités pour pourvoir générer plusieurs résultats et discuter avec les élèves de ces résultats.

Faire réfléchir les élèves sur le nombre de possibilités pour chacune des sommes. Par exemple, il y a 6 possibilités d'obtenir une somme de 7 avec deux dés à six faces (1-6, 2-5, 3-4, 4-3, 5-2 et 6-1) alors qu'il n'y a que 2 possibilités d'obtenir une somme de 11 avec deux dés à six faces (5-6 et 6-5). Ce constat peut être illustré à l'aide d'un tableau à double entrée :

Somme du lancer de 2 dés	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Prédiction finale :

À la suite de l'utilisation du simulateur de probabilités, je crois toujours qu'une somme de 11 est moins probable qu'une somme de 7, alors le jeu choisi devrait être le *ONZE chanceux* pour avantager le comité.

Probabilité théorique :

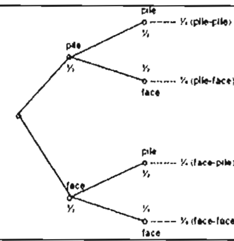
Probabilité théorique d'un évènement :

Présenter aux élèves la probabilité théorique comme l'outil qui permet d'uniformiser les valeurs des probabilités afin de conclure sur le choix du jeu. Demander aux élèves s'ils se rappellent certaines notions à propos de la probabilité d'un événement.

$$\frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

Arbre des probabilités :

2 lancers consécutifs de «pile ou face»



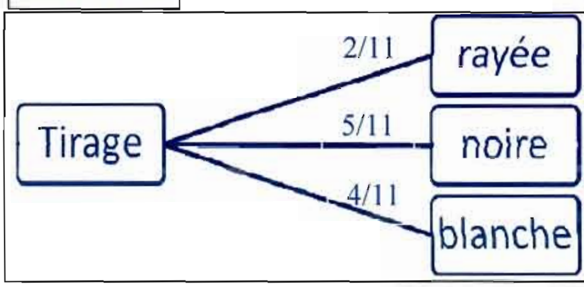
Exemple : Soit l'expérience aléatoire « Sans regarder, tirer une bille du bocal ci-contre et noter sa couleur ». La probabilité de tirer :

– une bille rayée est de $\boxed{2/11 \text{ ou } 18\%}$;

– une bille noire est de $\boxed{5/11 \text{ ou } 45\%}$;

– une bille blanche est de $\boxed{4/11 \text{ ou } 36\%}$.

Arbre des probabilités :



Note : On arrête l'arbre avec un tirage car dans l'expérience seulement une bille est prise dans le bol.

Retour à la situation de jeu :

Selon ta recommandation, le comité doit-il choisir le jeu du *SEPT chanceux*, du *ONZE chanceux* ou si cela n'a pas d'importance. Ta réponse devrait être établie selon les probabilités théoriques des choix de jeux.

Il est préférable pour le comité de jouer au *ONZE chanceux* étant donné que sa probabilité théorique est de 2/36 ou 6% tandis que celle pour le *SEPT chanceux* est de 6/36 ou 17%.

Jeu #2 : *Garde* ou *change*

Partie 1 : De la probabilité fréquentielle vers la probabilité théorique

Explication du jeu :

Il y a trois boîtes fermées de telle sorte que tu ne vois pas le contenu de chacune d'elle. Dans l'une de ces boîtes, il y a un coupon gagnant caché à l'intérieur. Tu choisis au hasard l'une des boîtes. Le croupier sait où se cache le coupon gagnant. Alors, il ouvre devant toi une boîte dont le contenu est vide, parmi les deux boîtes restantes. Ensuite, il demande au participant s'il désire garder la boîte qu'il a choisie au départ ou s'il préfère changer de boîte et prendre l'autre boîte qui n'a pas été ouverte.

Mission :

Dans le jeu des boîtes mystères, détermine s'il est préférable pour le comité que le participant change sa boîte, garde sa boîte ou si cela n'a pas d'importance.

Simuler le jeu avec les boîtes afin de leur faire comprendre le fonctionnement du jeu. Avec le canon projecteur, expliquer aux élèves le fonctionnement du simulateur de probabilités avec ce jeu. Attirer leur attention sur le choix des deux stratégies, soit garder ou changer.

Déroulement :

1. Selon ton impression, le choix d'une stratégie (garder ou changer) peut-il donner un avantage au joueur? Si oui, le participant devrait-il garder ou changer de boîte? Explique ta réponse.

Je crois que la stratégie donne un avantage au joueur, car il gagnera plus souvent en changeant de boîte qu'en gardant sa boîte de départ.

La plupart des élèves croiront probablement que la stratégie ne donne pas un avantage au joueur car il a autant de chances de gagner que de perdre dans chacune des stratégies.

2. Peut-on dire que le jeu *Garde ou change* est un jeu de hasard? Explique ta réponse.

Oui, car on ne peut pas prédire avec certitude si on va gagner ou perdre dans ce jeu.

3. Avec le simulateur de probabilités, effectue 10 simulations en mode *pas à pas* pour chacune des stratégies, soit garder la boîte choisie au départ ou changer pour celle que le croupier n'a pas ouverte. Quels sont tes résultats?

Stratégie *Garde* :

- 3 gains et 7 pertes; Donc, dans ces 10 simulations, j'ai gagné 30% des fois.

Stratégie *Change* :

- 6 gains et 4 pertes; Donc, dans ces 10 simulations, j'ai gagné 60% des fois.

4. Afin de valider (ou d'invalider) ta prédiction, sers-toi du simulateur de probabilités pour faire 100 simulations, puis 1000 simulations en mode *turbo*. Organise tes résultats. Ceux-ci respectent-ils ta prédiction donnée au #1?

Stratégie *Garde* :

- 31 gains et 69 pertes; Donc, dans ces 100 simulations, j'ai gagné 31% des fois.
- 322 gains et 678 pertes; Donc, dans ces 1000 simulations, j'ai gagné 32,2% des fois.

Stratégie *Change* :

- 62 gains et 38 pertes; Donc, dans ces 100 simulations, j'ai gagné 62% des fois.
- 696 gains et 304 pertes; Donc, dans ces 1000 simulations, j'ai gagné 69,6% des fois.

Ici, la stratégie *Garde* semble être préférable pour le comité car le joueur perd plus souvent.

Les résultats fournis par le simulateur de probabilités devraient confronter la prédiction initiale des élèves, mais le grand nombre de simulations devrait semer un doute raisonnable, soit qu'il n'y a pas autant de chances de gagner que de perdre dans chacune des stratégies.

5. Selon tes résultats, quelle est la probabilité de gagner dans chacune des deux stratégies.

Stratégie *Garde* :

- La probabilité de gagner est d'environ 33%.

Stratégie *Change* :

- La probabilité de gagner est d'environ 66%.

Retour en groupe :

6. En t'appuyant sur un raisonnement mathématique, explique pourquoi le participant doit garder ou changer de boîte.

Verbaliser le raisonnement suivant avec les élèves :

En choisissant une boîte, il y a deux possibilités, soit que celle-ci soit vide ou qu'elle soit gagnante. Dans un premier temps, je choisis la stratégie de garder ma boîte. Supposons que j'ai choisi initialement la boîte gagnante, dans 1/3 des cas. Donc en la gardant, ma probabilité de gagner sera de 1/3. Ainsi, il est possible à ce moment de déterminer la probabilité de perdre qui sera de 2/3. Donc, j'ai plus de chance de perdre que de gagner en gardant la boîte choisie au départ.

Par la suite, je choisis la stratégie de changer de boîte. Supposons que j'ai choisi initialement la boîte gagnante, dans 1/3 des cas. Donc en changeant de boîte, je finirai assurément avec une boîte vide et ma probabilité de perdre sera de 1/3. Ainsi, il est possible à ce moment de déterminer la probabilité de gagner qui sera de 2/3. Donc, j'ai plus de chance de gagner que de perdre en changeant la boîte choisie au départ pour celle qui n'aura pas été ouverte.

Alors, le participant devrait changer de boîtes pour doubler ses chances de gagner.

On peut aussi expliquer la situation d'une autre façon, soit en étudiant tous les cas possibles. Il est à noter qu'un dessin peut être utile pour faire comprendre le raisonnement.

7. Finalement, pour que le comité soit avantagé, le participant devrait-il garder ou changer de boîte durant le jeu? Explique ta réponse.

Le comité souhaitera que le joueur garde sa boîte car il aura ainsi seulement 1/3 de probabilité de gagner alors qu'un joueur qui change de boîte aura 2/3 de probabilité de gagner, soit deux fois plus de chances de gagner.

Jeu #2 : *Garde* ou *change*

Partie 2 : Vers l'espérance mathématique

***Note** : Selon tes conclusions de la première partie, décide si le participant doit garder ou changer de boîte durant le jeu, afin d'augmenter les profits potentiels du comité.

Mission :

En ce qui a trait au gain associé au jeu des boîtes mystères, le comité organisateur hésite entre les propositions de Jacinthe, de Sonia, de Sean ou de Luc.

Proposition de Jacinthe : Le participant mise 1$ et reçoit 2$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Proposition de Sonia : Le participant mise 1$ et reçoit 3$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Proposition de Sean : Le participant mise 1$ et reçoit 4$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Proposition de Luc : le participant mise 2$ et reçoit 4$ s'il découvre le coupon gagnant. Sinon, il perd sa mise.

Rappeler aux élèves qu'ils ont déjà travaillé avec ce jeu, mais que l'on s'intéresse maintenant aux gains et aux pertes occasionnées par ce jeu.

Déroulement :

1. Selon ton impression, quelle(s) proposition(s) semble être plus avantageuse(s) pour le comité? Explique ta réponse.

Je crois que la proposition de Jacinthe, qui offre seulement un gain du double de la mise de départ, est plus avantageuse pour le comité que les propositions de Sonia et de Sean qui offrent des gains plus avantageux, soit respectivement le triple et le quadruple de la mise de départ. La proposition de Luc est aussi plus avantageuse que celles de Sonia et de Sean, selon le même raisonnement. Il restera à déterminer si la proposition de Jacinthe est plus, moins ou autant avantageuse pour le comité que la proposition de Luc

Il faut s'attendre à ce que les élèves croient que les propositions de Jacinthe et de Luc sont équivalentes puisque les gains correspondent tous deux au double de la mise de départ.

2. À l'aide du simulateur de probabilités, évalue chacune des propositions et note les résultats. Laquelle est la plus intéressante pour le comité? Justifie tes réponses.

Proposition de Jacinthe :

Pour 1000 simulations, le joueur perd 332$.

Proposition de Sonia :

Pour 1000 simulations, le joueur gagne 17$.

Proposition de Sean :

Pour 1000 simulations, le joueur gagne 360$.

Proposition de Luc :

On ne peut pas évaluer ces propositions à l'aide du simulateur (mise de départ fixée à 1$)

La proposition de Jacinthe est plus intéressante pour le comité car le joueur perd davantage.

Les élèves pourraient utiliser les probabilités de gain sans considérer les gains associés.

3. Selon tes résultats au #2, quel est le gain ou la perte par partie pour chaque proposition?

Proposition de Jacinthe :

Pour 1000 simulations, il y a eu une perte de 0,33$ par partie.

Proposition de Sonia :

Pour 1000 simulations, il y a eu un gain de 0,02$ par partie.

Proposition de Sean :

Pour 1000 simulations, il y a eu un gain de 0,36$ par partie.

Proposition de Luc :

On ne peut pas évaluer ces propositions à l'aide du simulateur (mise de départ fixée à 1$)

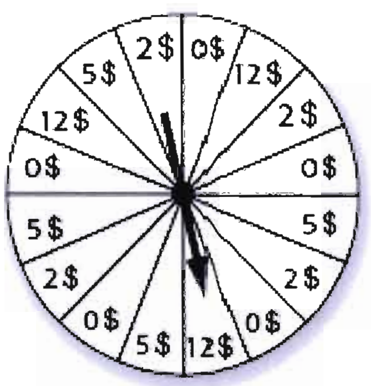
4. Quelles sont les probabilités théoriques associées à cette situation?

La probabilité de gagner est de 1/3 et la probabilité de perdre est de 2/3.

Retour en groupe

L'espérance mathématique se calcule par la ***somme*** des ***produits*** entre les gains nets ***ou*** les pertes nettes ***et*** leur probabilité respective. En d'autres mots, il s'agit de faire l'inventaire des ***TOUS*** les gains nets et ***TOUTES*** les pertes nettes et de les multiplier par leur probabilité.

Exemple : On fait tourner la flèche de la roulette ci-dessous et on remporte le lot inscrit dans le secteur où la flèche s'immobilise.



Résultat	Probabilité
0 $	5/16
2 $	4/16
5 $	4/16
12 $	3/16

Calcul de l'espérance mathématique :

Le gain net est le gain réalisé avec la déduction de la mise de départ.

- aucune mise de départ :

  E = 0$ • 5/16 + 2$ • 4/16 + 5$ • 4/16 + 12$ • 3/16

  E = 0 + 0,5 + 1,25 + 2,25

  E = 4

- mise de départ de 3$:

  E = -3$ • 5/16 + -1$ • 4/16 + 2$ • 4/16 + 9$ • 3/16

  E = -0,9375 + -0,25 + 0,5+ 1,6875

  E = 1

Retour à la situation

5. Reprends l'algorithme du calcul de l'espérance mathématique pour évaluer chacune des propositions faites au comité.

Proposition de Jacinthe : $E = 1\$ \bullet 1/3 + (-1\$) \bullet 2/3$

$E \approx 0{,}33 - 0{,}66$

$E \approx -0{,}33\$$

Proposition de Sonia : $E = 2\$ \bullet 1/3 + (-1\$) \bullet 2/3$

$E \approx 0{,}66 - 0{,}66$

$E = 0\$$

Proposition de Sean : $E = 3\$ \bullet 1/3 + (-1\$) \bullet 2/3$

$E \approx 1 - 0{,}66$

$E \approx 0{,}33\$$

Proposition de Luc : $E = 2\$ \bullet 1/3 + (-2\$) \bullet 2/3$

$E \approx 0{,}66 - 1{,}33$

$E \approx -0{,}66\$$

6. Comment peut-on interpréter le résultat obtenu pour l'espérance mathématique de la proposition de Sonia? Explique ta réponse.

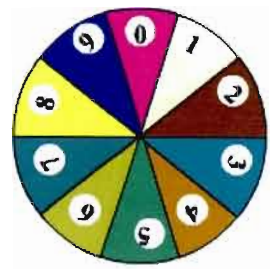
En jouant selon cette proposition, les gains et les pertes devraient s'équilibrer. Alors, théoriquement, on ne perdrait ni ne gagnerait d'argent en jouant à ce jeu à long terme.

7. Comparer les propositions de Jacinthe et de Luc. Que peux-tu conclure? En te basant sur tes observations qu'arrivera-t-il à l'espérance mathématique si la mise est de 3$ et que le gain est de 6$?

La proposition de Luc revient à jouer deux fois à la proposition de Jacinthe. Ainsi, l'espérance mathématique de la proposition de Luc ($E \approx -0{,}66\$$) est le double l'espérance mathématique de la proposition de Jacinthe ($E \approx -0{,}33\$$). Si la mise est de 3$ et que le gain est de 6$, cela revient à jouer trois fois à la proposition de Jacinthe. Ainsi l'espérance devrait être triplée, soit $E \approx -0{,}99\$$.

Jeu #3 : La roulette équitable

Mission :



Le comité veut encourager les gens à venir au casino pour faire la promotion d'une roulette équitable. Cette roulette comprendra 10 secteurs isométriques numérotés de 0 à 9. En l'honneur du parrain de la ligue de hockey, Jean Béliveau, le comité organisateur a choisi comme nombres gagnants le numéro de chandail de ce grand joueur soit le 0 et le 4. Un participant gagnera s'il obtient **un 0 OU un 4** en faisant tourner UNE fois la roulette. Pour débuter, tu dois déterminer le montant du gain afin que le jeu soit équitable si la mise de départ est fixée à 1$. Par la suite, tu dois aider le comité à évaluer le gain à attribuer et ce peu importe la mise de départ.

Expliquer aux élèves le fonctionnement du jeu à l'aide du simulateur de probabilités et leur rappeler que la proposition de Sonia était équitable dans l'activité précédente.

Déroulement

1. Donne, dans tes mots, ta définition d'un jeu équitable.

Un jeu équitable est un jeu où l'espérance mathématique est nulle c'est-à-dire qu'il y aura théoriquement autant de perte d'argent que de gain d'argent.

2. Selon ton impression, prédis le gain qui doit être attribué pour que ce jeu de la roulette soit équitable? Explique ta réponse.

Puisqu'il y a quatre fois plus de secteurs perdants que de secteurs gagnants, le gain net devrait être 4 fois plus élevé que la mise de départ. Ainsi, le gain net devrait être de 4$, ce qui signifie que le gain devrait être de 5$.

Il faut s'attendre à ce que les élèves répondent selon les résultats de l'activité précédente. Puisque c'était la proposition de Sonia qui était équitable, les élèves diront peut-être que le gain doit encore être de 3$ pour que le jeu soit équitable.

3. En utilisant le simulateur de probabilités, valide (ou invalide) ta conjecture. Laisse les traces de ta démarche.

Pour 1000 simulations avec un gain de 2$, il y a eu une perte de 0,62$ par partie.

Pour 1000 simulations avec un gain de 3$, il y a eu une perte de 0,36$ par partie.

Pour 1000 simulations avec un gain de 4$, il y a eu une perte de 0,22$ par partie.

Pour 1000 simulations avec un gain de 5$, il y a eu une perte de 0,04$ par partie.

Pour 1000 simulations avec un gain de 6$, il y a eu un gain de 0,16$ par partie.

Il semble que le gain doit être de 5$ pour que le jeu soit équitable, tel que je l'avais prédis.

4. Quelles sont les probabilités théoriques associées à cette situation?

La probabilité de gagner est de 2/10 ou 20% et la probabilité de perdre est de 8/10 ou 80%.

5. Pour trouver le gain de ce jeu, qui doit être équitable et qui a une mise de départ de 1$, prends la formule de l'espérance mathématique et remplace les valeurs connues de la situation. E = (gain net • probabilité) + (perte nette • probabilité)

$0 = x\$ \bullet 2/10 + (-1\$) \bullet 8/10$

$0 = 0{,}2x - 0{,}8$

$0{,}2x = 0{,}8$

$x = 4$

Donc, le gain net sera de 4$ et, compte tenu de la mise, il faudra que le gain soit de 5$.

6. Reprends l'algorithme ci-contre pour des mises de départ de 2$, de 3$ et de 4$, en calculant le gain pour que le jeu soit équitable.

Mise de 2$

$0 = x\$ \bullet 2/10 + (-2\$) \bullet 8/10$

$0 = 0{,}2x - 1{,}6$

$0{,}2x = 1{,}6$

$x = 8$

Donc, le gain net sera de 8$ et, compte tenu de la mise, il faudra que le gain soit de 10$.

Mise de 3$

$0 = x\$ \bullet 2/10 + (-3\$) \bullet 8/10$

$0 = 0{,}2x - 2{,}4$

$0{,}2x = 2{,}4$

$x = 12$

Donc, le gain net sera de 12$ et, compte tenu de la mise, il faudra que le gain soit de 15$.

Mise de 4$

$0 = x\$ \bullet 2/10 + (-4\$) \bullet 8/10$

$0 = 0{,}2x - 3{,}2$

$0{,}2x = 3{,}2$

$x = 16$

Donc, le gain net sera de 16$ et, compte tenu de la mise, il faudra que le gain soit de 20$.

7. Donc, à la suite de tes réponses au #6, que peut-on conclure de façon générale si la mise de départ est m\$?

$0 = x\$ \bullet 2/10 + (-m\$) \bullet 8/10$

$0 = 0{,}2x - 0{,}8m$

$0{,}2x = 0{,}8m$

$x = 4m$

Donc, le gain net sera de $4m$\$ et, compte tenu de la mise de m\$, il faudra que le gain de ce jeu soit de $5m$\$.

8. Durant la soirée casino, Joey observe les différents participants au jeu de la roulette et il constate que le chiffre 6 est sorti à trois reprises consécutives. Il décide de ne pas jouer, de peur que la roulette s'arrête encore sur le chiffre 6 au prochain jeu. A-t-il raison selon toi? Explique ton raisonnement.

Non, Joey ne doit pas tenir compte des résultats précédents, car ils n'ont aucune influence sur les résultats suivants. Ainsi, au prochain tirage, le chiffre 6 a autant de chances de sortir que les autres chiffres.

Retour en groupe

APPENDICE C

QUESTIONNAIRE A

Nom : ________________________________

Questionnaire

Question # 1

En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?

Explique ta réponse.

____

____

____

____

Question # 2

Suppose qu'une personne lance deux dés simultanément.
Qu'est-ce qui a le plus de chances de se produire ?

A) obtenir 5 et 6 ;

B) obtenir 6 et 6 ;

C) les deux ont les mêmes chances.

Explique ta réponse.

____

____

____

____

Question # 3

Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais. Si tu décides de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ? Explique ta réponse.

____

____

____

Question # 4

Quelle séquence a le plus de chances de sortir à un tirage de *Lotto 6/49* (jeu où l'on tire 6 boules numérotées de 1 à 49) ?

A) 1, 2, 3, 4, 5, 6 ;

B) 39, 1, 17, 33, 8, 27 ;

C) les deux ont les mêmes chances.

Explique ta réponse.

____

____

____

Question # 5

À qui demanderais-tu des nombres pour former une combinaison de *Lotto 6/49* ?

A) à une personne qui a joué et gagné plusieurs fois ;

B) à une personne qui a déjà joué, mais qui n'a jamais gagné ;

C) à une personne qui n'a jamais joué ;

D) tu vas faire ton choix toi-même ;

E) peu importe.

Explique ta réponse.

____

____

____

APPENDICE D

QUESTIONNAIRE B

Nom : ____________________

Questionnaire (post-test)

Question # 1

En jouant à «pile ou face» avec une pièce de monnaie, si une personne obtient «face» aux trois premiers lancers, quel sera le résultat du quatrième lancer ?
Explique ta réponse.

Question # 2

Une personne lance deux dés simultanément.
Quelle somme a le plus de chances d'être obtenue ?
Explique ta réponse.

Question # 3

Une machine à sous fait gagner de l'argent au joueur, en moyenne, à tous les 4 essais.
Si une personne décide de jouer, qu'arrivera-t-il au prochain essai ?
Explique ta réponse.

Question # 4

Anna, Bill, Cloé et Dan lancent deux dés à 10 reprises et notent les sommes obtenues dans les tableaux ci-dessous. Selon toi, est-ce que certains d'entre eux ont triché pour obtenir de tels résultats ? Explique ta réponse.

Anna	9	7	7	7	5	11	6	8	8	8
Bill	3	6	8	5	10	9	6	9	4	5
Cloé	3	4	5	5	6	6	8	9	9	10
Dan	6	9	5	7	8	7	6	7	5	6

____

____

____

____

Question # 5

Crois-tu qu'il existe une technique qui permet d'augmenter tes chances de gagner au jeu de *Lotto 6/49* ? Explique ta réponse.

____

____

____

____

Question # 6

Luc dit que, si on connaît les probabilités théoriques de gagner à un jeu, ce n'est plus un jeu de hasard. Qu'en penses-tu ? Explique ta réponse.

____

____

____

____

APPENDICE E

QUESTIONS D'ENTREVUE

Questions d'entrevues

a. (En montrant les résultats compilés dans l'activité de la somme des dés) Que remarquez-vous? Est-ce normal que le « 6 » sorte plus souvent que les autres chiffres?

b. Si on lançait les dés une autre fois, quelle somme obtiendrait-on?

c. Quel a été l'impact du simulateur dans les activités?

d. Peut-on influencer le hasard en développant des techniques ou des rituels chanceux? Et pour le simulateur?

e. Dans le jeu *Garde ou change*, si je choisis la stratégie de changer de boîte et que je perds 3 fois d'affilée, est-ce que j'ai plus de chances de gagner ou de perdre au prochain coup? Est-ce que je devrais changer de stratégie?

f. Regarder ce qu'ils ont fait dans le cahier d'activités et poser des questions pour vérifier si certaines conceptions sont en cours de complexification.

BIBLIOGRAPHIE

Amir, G. S., et J. S. Williams. 1999. «Cultural influences on children's probabilistic thinking». *The Journal of Mathematical Behavior*, vol. 18, no 1, p. 85-107.

APA, (American Psychiatric Association). 1996. *DSM-IV: manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux*. Traduction française. Paris: Masson, 1056 p.

Artigue, M. 1988. «Ingénierie didactique». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 9, no 3, p. 281-308.

Artigue, M. 1990. «Épistémologie et didactique». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 10, no 2, p. 241-286.

Balacheff, N. 1995. «Conception, connaissance et concept». *Séminaire didactique et technologies cognitives en mathématiques*, p. 219-244.

Barbin, E., et J.-P. Lamarche. 2004. *Histoires de probabilités et de statistiques*, Éditions ellipses. Paris: IREM Histoire des mathématiques, 296 p.

Batanero, C., D. R. Green et L. R. Serrano. 1998. «Randomness, its meanings and educational implications». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 29, no 1, p. 113-123.

Batanero, C., et L. R. Serrano. 1999. «The meaning of randomness for secondary school students». *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 30, no 5, p. 558-567.

Benhsain, K. 2002. «Conceptions erronnées des jeux de hasard selon le niveau de connaissances en statistiques». Mémoire de maîtrise, Québec, Université Laval, 46 p.

Benhsain, K., A. Taillefer et R. Ladouceur. 2004. «Awareness of independence of events and erroneous perceptions while gambling». *Addictive Behaviors*, vol. 29, no 2, p. 399-404.

Briand, J. 2005. «Une expérience statistique et une première approche des lois du hasard au lycée par une confrontation avec une machine simple». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 25, no 2, p. 247-282.

Brousseau, G. 1981. «Problèmes de didactique des décimaux». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 2, no 1, p. 37-128.

Brousseau, G. 1988. «Le contrat didactique : le milieu». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 9, no 3, p. 309-336.

Brousseau, G. 1998. *Théories des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée sauvage, 395 p.

Brousseau, G. 2003. *Situations fondamentales et processus génétique de la statistique*: *Cours de la 12ième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (Balises en Didactique des mathématiques.).

Brousseau, G., N. Brousseau et V. Warfield. 2002. «An experiment on the teaching of statistics and probability». *The Journal of Mathematical Behavior*, vol. 20, no 3, p. 363-411.

Bu, L. 2008. *Computer Simulation: Engaging Preservice Mathematics Teachers in In-depth Investigations of a Simply Complex Problem*: *Actes de colloque du «Society for Information Technology & Teacher Education International Conference»* (Virginie).

De Vecchi, G. 1992. *Aider les élèves à apprendre*. Paris: Hachette, 221 p.

Décaillot, A.M. 2006. «Présentation du texte «Notes historiques sur le calcul des probabilités» de Georg Cantor suivie de la traduction en français». *Journ@l Électronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique*, vol. 2, no 1b, p. 1-15.

Derriennic, Y. 2003. «Pascal et les problemes du chevalier de Méré». *Gazette des mathématiciens*, vol. 97, p. 45–71.

Desgagné, S., N. Bednarz, P. Lebuis, L. Poirier et C. Couture. 2001. «L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation». *Revue des sciences de l'éducation*, vol. 27, no 1, p. 33-64.

Dress, F. 2004. *Probabilités et statistique de A à Z*: Dunod, 199 p.

Dubois, P. 2002. «Étude du phénomène des fausses conceptions en probabilités et statistiques chez des jeunes adultes québécois». Mémoire de maîtrise, Montréal, Université du Québec à Montréal, 79 p.

Fischbein, E. 1975. *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* Dordrecht: Éditions Reidel, 211 p.

Fischbein, E., I. Bărbat et I. Mînzat. 1971. «Intuitions primaires et intuitions secondaires dans l'initiation aux probabilités». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 4, no 2, p. 264-280.

Fischbein, E., et A. Gazit. 1984. «Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions?». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 15, no 1, p. 1-24.

Fischbein, E., M. S. Nello et M. S. Marino. 1991. «Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 22, no 6, p. 523-549.

Fischbein, E., et D. Schnarch. 1997. «The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions». *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, no 1, p. 96-105.

Fourez, G., et M. Larochelle. 2003. *Apprivoiser l'épistémologie*. Bruxelles: De Boeck, 183 p.

Garfield, J., et A. Ahlgren. 1988. «Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research». *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 19, no 1, p. 44-63.

Giordan, A. 1998. *Apprendre!* Coll. «Débats». Paris: Belin, 254 p.

Glaser, B.S., et A. Strauss. 1967. *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research.* Chicago: Aldine Publishing Company, 271 p.

Gouvernement du Québec (1994). Programme d'études. Mathématique 216. Enseignement secondaire. Québec, Ministère de l'éducation: 65 p En ligne. <www.mels.gouv.qc.ca/dfgj/dp/programmes_etudes/secondaire/pdf/math216.pdf>.

Gouvernement du Québec (2003). Programme de formation de l'école québécoise: enseignement secondaire, premier cycle, Ministère de l'Éducation: 633 p En ligne. <www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/pdf/prform2004/prfrmsec1ercyclev3.pdf>.

Gouvernement du Québec (2006). Programme de formation de l'école québécoise : éducation préscolaire et enseignement primaire. Québec, Ministère de l'Éducation: 350 p En ligne. <www.mels.gouv.qc.ca/dgfj/dp/programme_de_formation/primaire/pdf/prform2001/prform2001.pdf>.

Gouvernement du Québec (2007). Programme de formation de l'école québécoise: enseignement secondaire, deuxième cycle. Mathématique, Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport: 146 p En ligne. <www.mels.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire2/medias/PFEQ_Mathematique.pdf>.

Gouvernement du Québec (2008). Progression des apprentissages au primaire. Mathématique, Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport: 24 p En ligne. <http://www.mels.gouv.qc.ca/progression/mathematique/pdf/math_sectionCom.pdf>.

Gouvernement du Québec (2010). Progression des apprentissages au secondaire. Mathématique, Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport: 45 p En ligne. <http://www.mels.gouv.qc.ca/progression/secondaire/pdf/progrApprSec_Mathematique_fr.pdf>.

Green, D. R. 1983. «From thumbtacks to inference». *School Science and Mathematics*, vol. 83, no 7, p. 541-551.

Green, D. R. 1991. *A longitudinal study of pupils' probability concepts: Actes de colloque du «Third International Conference on Teaching Statistics».* p. 320-328.

Grenon, V., F. Larose, J. Bourque et J. Bédard. 2010. *The impact of using pupils' daily practices as well as computerized simulators as a teaching medium on motivation and knowledge construction regarding probabilities among high school pupils: Actes de colloque du «Eigth International Conference on Teaching Statistics» (ICOTS8) ; Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society* (Slovénie). En ligne. <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_C130_GRENON.pdf>.

Guay, S. 2007. *Point de vue mathématique. 2e année du 2e cycle, Culture, société et technique*. Laval: Éditions Grand Duc - HRW p.

Janvier, C. 1987. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*: Éditions Lawrence Erlbaum, 247 p.

Jones, G.A., et C.A. Thornton. 2005. «An overview of research into the teaching and learning of probability». *Exploring Probability in School*, p. 65-92.

Jonnaert, P. 2007. *Constructivisme comme fondement des réformes contemporaines des systèmes éducatifs*. Dakar: Éditions des écoles nouvelles africaines (EENAS), 25 p.

Kairouz, S., et L. Nadeau (2010). Portrait du jeu au Québec. Prévalence, incidence et trajectoires sur quatre ans, Université Concordia et Université de Montréal: 46 p

Kissane, B., et M. Kemp. 2010. *Teaching and Learning Probability in an Age of Technology: Linking applications with mathematics and technology; Actes de colloque du «Fifteenth Asian Technology Conference in Mathematics»* (Malaisie).

Konold, C. 1989. «Informal conceptions of probability». *Cognition and Instruction*, vol. 6, no 1, p. 59-98.

Konold, C. 1991. «Understanding students' beliefs about probability». In *Radical constructivism in mathematics education,* p. 139-156.

Konold, C. 1995. «Issues in assessing conceptual understanding in probability and statistics». *Journal of Statistics Education*, vol. 3, no 1, p. 1-9.

Konold, C., S. Madden, A. Pollatsek, M. Pfannkuch, C. Wild, I. Ziedins, W. Finzer, N.J. Horton et S. Kazak. 2011. «Conceptual Challenges in Coordinating Theoretical and Data-centered Estimates of Probability». *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 13, no 1, p. 68-86.

Konold, C., A. Pollatsek, A. Well, J. Lohmeier et A. Lipson. 1993. «Inconsistencies in students' reasoning about probability». *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 24, no 5, p. 392-414.

Ladouceur, R. 2004. «Comportements de jeu et jeu pathologique». *Atout hasard (Bulletin d'information du Centre québécois d'excellence pour la prévention et le traitement du jeu)*, vol. 6, no 2.

Ladouceur, R. 2005. «Connaissances en mathématiques et jeux de hasard et d'argent». *Atout hasard (Bulletin d'information du Centre québécois d'excellence pour la prévention et le traitement du jeu)*, vol. 7, no 1.

Ladouceur, R., F. Ferland et P. M. Fournier. 2003. «Correction of erroneous perceptions among primary school students regarding the notions of chance and randomness in gambling». *American Journal of Health Education*, vol. 34, no 5, p. 5-10.

Ladouceur, R., F. Ferland et F. Vitaro. 2004. «Prevention of problem gambling : Modifying misconceptions and increasing knowledge among Canadian youths». *The Journal of Primary Prevention*, vol. 25, no 3, p. 329-335.

Ladouceur, R., C. Sylvain et C. Boutin. 2000a. «Le jeu pathologique». *Revue Québécoise de Psychologie*, vol. 21, no 1, p. 21-35.

Ladouceur, R., C. Sylvain, C. Boutin et C. Doucet. 2000b. *Le jeu excessif: comprendre et vaincre le gambling*: Éditions de l'Homme, 255 p.

Langer, E. J. 1975. «The illusion of control». *Journal of personality and social psychology*, vol. 32, no 2, p. 311-328.

Larochelle, M., J. Désautels et F. Ruel. 1992. *Autour de l'idée de science : itinéraires cognitifs d'étudiants et d'étudiantes*: Presses de l'Université Laval, 314 p.

Larose, F., J. Bourque et V. Freiman. 2010. *The effect of contextualising probability education on differentiating the concepts of luck, chance and probabilities among middle and high school pupils in Quebec*: *Actes de colloque du «Eigth International Conference on Teaching Statistics» (ICOTS8) ; Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society* (Slovénie). En ligne. <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_C133_LAROSE.pdf>.

Lecoutre, M. P. 1992. «Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 23, no 6, p. 557-568.

Lecoutre, M. P., et J. L. Durand. 1988. «Jugements probabilistes et modèles cognitifs: étude d'une situation aléatoire». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 19, no 3, p. 357-368.

Lecoutre, M. P., J. L. Durand et J. Cordier. 1990. «A study of two biases in probabilistic judgments: Representativeness and equiprobability». *Advances in Psychology*, vol. 68, p. 563-575.

Loto-Québec (2010). Le jeu doit rester un jeu. manuel d'autocontrôle, Fondation Mise sur toi

Marshall, K. 2010. «Jeux de hasard, 2010». *Perspective, Août 2010*, no 75-001-X au catalogue de Statistique Canada, p. 14-18.

Marshall, K., et H. Wynne. 2004. «Contre vents et martées: un profil des joueurs excessifs et de ceux qui risquent de le devenir». *L'emploi et le revenu en perspective*, vol. 73, no 75-001-XWF au catalogue de Statistique Canada, p. 31-37.

Martin, I., R. Gupta et J. Derevensky. 2007. «Participation aux jeux de hasard et d'argent». In *Enquête québécoise sur le tabac, l'alcool, la drogue et le jeu chez les élèves du secondaire, 2006,* Gouvernement du Québec, p. 125-144.

Martin, V. 2009. «Rôle de l'élève à risque lors de la résolution d'une situation-problème probabiliste à l'intérieur d'une équipe de travail hétérogène». Mémoire de maîtrise, Sherbrooke, Université de Sherbrooke, 214 p.

Nicolson, C. P. 2005. «Is chance fair? One student's thoughts on probability». *Teaching Children Mathematics*, vol. 12, no 2, p. 83-89.

Piaget, J. 1967. *Biologie et connaissance*. Paris: Éditions Gallimard, 433 p.

Piaget, J. 1975. *L'equilibration des structures cognitives*. Paris: Presses universitaires de France, 188 p.

Piaget, J., et B. Inhelder. 1951. *La genese de l'idee de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses universitaires de France, 262 p.

Poirier, L. 2001. *Enseigner les maths au primaire: Notes didactiques*. Saint-Laurent: Éditions du Renouveau pédagogique, 189 p.

Poirier, L., et A.-M. Carbonneau. 2002. «Expérimentation d'un conte probabiliste dans une classe multi-âges du premier cycle du primaire». *Instantanées mathématiques*, vol. 38, no 3, p. 4-12.

Rey-Debove, J., et A. Rey (2009). Le nouveau Petit Robert de la langue française 2009

Rosenthal, J. S. (2009). Conférence intitulée «Pile ou face, et autres grandes questions de probabilité». Montréal

Rouan, O. 1990. «Conceptions probabilistes chez des élèves de 18-19 ans». Mémoire de maîtrise, Montréal, Université du Québec à Montréal, 356 p.

Rouan, O., et R. Pallascio. 1994. «Conceptions probabilistes d'élèves marocains du secondaire». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 14, no 3, p. 393-428.

Roy, A. 2005. «Manifestations d'une pensée complexe chez un groupe d'étudiants-maîtres au primaire à l'occasion d'un cours de mathématiques présenté selon une approche philosophique». Thèse doctorale non publiée, Montréal, Université du Québec à Montréal, 358 p.

Savard, A. 2008. «Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire: vers une prise de décision». Thèse doctorale non publiée, Québec, Université Laval, 316 p.

Savard, A. 2010. *Simulating the risk without gambling: Can student conceptions generate critical thinking about probability?: Actes de colloque du «Eigth International Conference on Teaching Statistics» (ICOTS8) ; Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society* (Slovénie). En ligne. <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_C170_SAVARD.pdf>.

Schwartz, C. 2006. *Parler du hasard à l'école primaire: Actes de colloque du Congrès de la Copirelem* (Dourdan, 9 juin). En ligne. <http://www.statistix.fr/IMG/pdf/parlerduhasardalecole.pdf>.

Sfard, A. 1991. «On the dual nature of mathematical conceptions : Reflections on processes and objects as different sides of the same coin». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 22, no 1, p. 1-36.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. D. Grouws (Ed.). Handbook on Research in Mathematics Teaching and Learning, New York: Macmillan

Shulman, L. S. 1986. «Those who understand : Knowledge growth in teaching». *Educational researcher*, vol. 15, no 2, p. 4-14.

Strauss, A., et J.M. Corbin. 1990. *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Thousand Oaks: Sage Publications, Inc, 270 p.

Strike, K. A., et G. J. Posner. 1985. «A conceptual change view of learning and understanding». *Dans L. West & L. Pines (Eds). Cognitive structure and conceptual change*, p. 259-266.

Theis, L., et A. Savard. 2010a. *Linking probability to real-world situations: How do teachers make use of the mathematical potential of simulation programs?: Actes de colloque du «Eigth International Conference on Teaching Statistics» (ICOTS8) ; Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society* (Slovénie). En ligne.

<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_C126_THEIS.pdf>.

Theis, L., et A. Savard. 2010b. *Recours à un simulateur pour enseigner les probabilités: quels défis et occasions pour des enseignants du début du secondaire?: Actes de colloque annuel du Groupe des Didacticiens des Mathématiques du Québec (GDM) ; L'enseignement des mathématiques dans et à travers des contextes particuliers : quel support didactique privilégier ?* (Moncton).

Tversky, A., et D. Kahneman. 1974. «Judgment under uncertainty: Heuristics and biases». *Science*, vol. 185, p. 1124-1131.

von Glasersfeld, E. 1994. «Pourquoi le constructivisme doit-il être radical?». *Revue des sciences de l'éducation*, vol. 20, no 1, p. 21-27.

von Glasersfeld, E. 2004. «Questions et réponses au sujet du constructivisme radical». *Constructivisme et choix contemporains. Hommage à Ernst Von Glasersfeld. Québec: Presses de l'Université du Québec*, p. 289-319.

Watson, J. M., K. F. Collis et J. B. Moritz. 1997. «The development of chance measurement». *Mathematics Education Research Journal*, vol. 9, no 1, p. 60-82.

Watson, J. M., et B. A. Kelly. 2004. «Expectation versus variation: Students' decision making in a chance environment». *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, vol. 4, no 3, p. 371-396.

Way, J. 2003. *The development of young children's notions of probability: Texte paru à la suite de CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (Bellaria, Italie, 28 février au 3 mars 2003).

Zimmermann, G. 2002. «Students' reasoning about probability simulations during instruction». Thèse doctorale non publiée, Normal, Illinois State University, 212 p.