UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

INTÉGRATION DE L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

PASCALE ROY

NOVEMBRE 2006

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier mon directeur de mémoire, Monsieur Louis Charbonneau, professeur au département de mathématiques de l'Université du Québec à Montréal, pour sa grande disponibilité. Son questionnement, ses réflexions et ses encouragements m'ont grandement inspirée lors de cette recherche. Les anachronismes auraient été nombreux si ce n'avait été de sa bonne diligence. Merci pour votre sollicitude. De plus, je tiens à remercier, pour leur soutien et leur appui, Javier, les membres de ma famille, mes amies Julie et Karen. De façon plus particulière, merci à Augustine et Geneviève pour leur nombreuses suggestions et les heures de lecture qu'elles ont investies. Salut à Charles qui fut aux premières loges.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

Cette recherche vise à donner des exemples concrets d'activités intégrant l'histoire des mathématiques à réaliser en classe. L'intérêt que nous portons à l'histoire des mathématiques et le désir de l'inclure à notre enseignement nous ont incitée à trouver des façons de le faire.

De ce désir d'intégration découle trois questions qui feront l'objet de cette recherche. D'abord, quels sont les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement? Ensuite, quels sont les types d'activités en lien avec ces objectifs? Finalement, quels sont les outils nécessaires à la planification et à la réalisation de chaque type d'activités?

Les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement ont été définis suite à la revue de la littérature. Trois objectifs ont été retenus : rendre les mathématiques plus humaines, amener l'élève à apprendre une notion mathématique et amener l'élève à consolider une notion mathématique.

Deux types d'activités permettant l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, dont la réalisation en classe est possible, ont été explorés. La première catégorie concerne l'utilisation de textes historiques alors que dix activités ont été créées. Ensuite, comme la réforme de l'éducation préconise, entre autres, l'interaction entre les différents programmes de formation, la deuxième catégorie propose sept activités où les mathématiques sont traitées de façon multidisciplinaire. Les matières que l'on trouve dans les activités sont celles faisant partie du nouveau programme de formation du premier cycle du secondaire, le seul disponible au moment de la recherche.

Les outils nécessaires à la réalisation de chaque activité créée sont donnés à la suite de chacune d'elle. Ils sont le reflet des différentes recherches qui ont dû être effectuées afin de mener à bien la réalisation des activités. La recherche d'informations a été la principale difficulté que nous avons rencontrée lors de la mise sur pied des activités favorisant l'intégration de l'histoire dans l'enseignement.

ENSEIGNEMENT HISTOIRE MATHÉMATIQUE SECONDAIRE

INTRODUCTION

Ce mémoire s'inscrit dans une démarche de recherche d'outils afin d'intégrer l'histoire des mathématiques à l'enseignement de cette discipline au secondaire.

Nous tenterons donc d'amorcer la réflexion en définissant d'abord des objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Charbonneau (2002), Fauvel (1991), Gattuso et Lacasse (1986) ainsi que Lefebvre (1993) ont abordé la notion d'objectifs dans leurs écrits. Nous ferons des regroupements à l'intérieur des différents objectifs qui ont été donnés afin d'en retenir trois.

Pour arriver à actualiser l'objectif de cette recherche, soit d'intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, nous allons créer des activités qui pourront être utilisées en classe. L'objectif n'est pas de donner en détails l'ensemble des possibilités mais bien de vivre la démarche à laquelle un enseignant est confronté s'il désire intégrer l'histoire des mathématiques à son enseignement. Les activités proposées n'ont donc pas été expérimentées dans le cadre de ce mémoire. D'autre part, nous avons dû nous limiter au premier cycle du secondaire lors de la création des activités puisqu'au moment de réaliser cette recherche, seul ce programme était disponible.

Les activités réalisées seront regroupées en deux catégories. La première s'intéresse à la création d'activités avec comme support, les textes historiques. Les Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM), particulièrement celui de Rennes, ont produit des documents où l'on retrouve des expériences d'activités utilisant les textes historiques. En ayant en tête la réalité des programmes de formation de l'école québécoise, elles nous inspireront lors de la création des activités ayant comme support les textes historiques.

Les activités de la deuxième catégorie seront multidisciplinaires. Nous donnerons des exemples où l'on intègre l'histoire des mathématiques dans les différentes matières du premier cycle du secondaire.

À la suite de la description de chaque activité, nous indiquerons quel(s) objectif(s) celle-ci rencontre. Nous ne prétendons pas fournir dans ce mémoire des activités où les détails de chacune d'elles auront été analysés. Par contre, elles seront suffisamment explorées afin de faciliter la mise sur pied d'activités permettant l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Finalement, les outils nécessaires à la réalisation des différentes activités seront donnés à la suite de la description de chacune d'elles.

Ces différents éléments nous permettront d'atteindre notre objectif, soit d'intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

CHAPITRE I

LA PROBLÉMATIQUE

Dès nos premières années d'enseignement, nous avons réalisé que les élèves démontraient beaucoup d'intérêt pour l'histoire entourant une notion mathématique. L'étude du théorème de Pythagore nous permettait d'associer à un concept mathématique la vie d'un mathématicien et d'évoquer une époque. Par contre, dès que cette notion était terminée, nous n'avions plus grand chose à dire sur l'histoire des concepts suivants et rien n'avait été dit sur les précédents. En fait, nous devions nous rendre à l'évidence : mis à part le théorème de Pythagore, nous n'avions aucune idée de la façon d'intégrer l'histoire des mathématiques dans notre enseignement.

Plusieurs questions nous sont venues à l'esprit suite à notre réflexion sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques. D'abord, est-ce que notre intuition sur l'intérêt des élèves pour l'histoire des mathématiques est fondée? Quelles informations de nature historique intégrer à l'enseignement des mathématiques? Où aller chercher de l'information? Comment intégrer cette information dans notre enseignement? Il nous aurait fallu un mode d'emploi à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Avant de débuter nos lectures, notre recherche se voulait plus axée sur l'évaluation de l'influence de l'histoire des mathématiques intégrée dans des activités d'enseignement. Mais un doute s'est installé. Avant de créer des activités, ne faut-il pas avoir une idée des étapes à franchir pour la mise sur pied de telles activités? Quel est le mode d'emploi?

C'est par le livre *History in Mathematics Education : The ICMI Study* (Fauvel et van Maanen, 2000) que nos lectures ont débuté. En 2000, l'ICMI, The International Commission on Mathematical Instruction, publie un livre « rapport » portant sur l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Cette publication réunit le fruit du travail effectué lors de la conférence tenue en France du 20 au 25 avril 1998. Les participants provenaient de milieux différents : enseignants et professeurs de mathématiques, mathématiciens, historiens des mathématiques, administrateurs scolaires, etc. Ils venaient d'Israël, d'Italie, de France, de Grande-Bretagne, de la Nouvelle-Zélande, bref, de tous les continents. La plupart des participants avaient préalablement présenté des articles concernant un sujet de l'histoire des mathématiques. Ils ont donc été regroupés selon onze thèmes différents qui correspondent aux onze chapitres du livre *History in Mathematics Education : The ICMI Study*.

Dans le chapitre 3 *Integrating history : research perspectives* dans la section 3.2, *The historical dimension : from teacher to learner* (Barbin, 2000), on fait mention de neuf articles publiés en France entre 1991 et 1998 dans *Repères IREM* (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques provenant de la France). On résume des exemples où des enseignants ont réalisé dans leur classe des expériences sur une période de temps assez longue pour que certaines conclusions puissent en être tirées. Cinq résultats en sont ressortis. Pour ce qui est des élèves, l'histoire des mathématiques peut amener des changements en ce qui a trait à la façon dont ils perçoivent les mathématiques ainsi que sur l'apprentissage et la compréhension des mathématiques. On peut donc croire que l'utilisation de l'histoire des mathématiques a un impact sur les élèves. Mais comment l'intégrer? Veut-on introduire une notion? Veut-on seulement des anecdotes? Veut-on utiliser des textes anciens? En fait, il semble essentiel de d'abord définir les objectifs poursuivis par l'enseignant qui désire utiliser l'histoire des mathématiques en classe pour ensuite trouver les moyens de le faire.

Lefebvre (1993) souligne, en parlant des objectifs de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, que : «Chacun peut se fixer ses propres objectifs. Mais, par-delà les formulations individuelles, des recoupements et des regroupements sont possibles. [...] Pour simplifier, nous opérerons plutôt un méga rassemblement et retiendrons un triple objectif : donner ou redonner du **sens** aux mathématiques enseignées, créer ou recréer un **contexte** et accroître le **plaisir**». (p. 23)

Tout comme Lefebvre, d'autres personnes se sont intéressées aux objectifs de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Par exemple, Fauvel (1991) dresse une liste de quinze raisons à l'utilisation de l'histoire. À titre d'exemple, on y parle d'aider à augmenter la motivation à apprendre, de rendre les mathématiques plus humaines, d'aider à développer une approche multidisciplinaire, d'encourager les plus rapides à voir plus loin, de réconforter les élèves lorsqu'ils s'aperçoivent qu'ils ne sont pas les seuls à avoir de la difficulté, de rendre les mathématiques moins effrayantes, etc. Nous réalisons donc que plusieurs objectifs peuvent être associés à l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

En tant qu'enseignante très intéressée mais bien peu expérimentée dans l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, les lectures effectuées ainsi que les réflexions en découlant nous ont donc amenée à désirer intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. De ce désir d'intégration découle trois questions qui feront l'objet de ce mémoire.

1- Quels sont les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement?

2- Quels sont les types d'activités pour chacun des objectifs?

3- Quels sont les outils nécessaires à la planification et à la réalisation de chaque type d'activités?

Le chapitre sept du livre *History in Mathematics Education : The ICMI Study* intitulé *Integrating history of mathematics in the classroom : an analytic survey* (Fauvel et van Maanen, 2000) écrit par Tzanakis et Arcavi (2000) a servi de source d'inspiration lorsque les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement ont été définis. Trois grands thèmes ont été retenus quant aux objectifs de l'intégration. Ceux-ci sont, sans ordre précis : rendre les mathématiques plus humaines, amener l'élève à apprendre une notion mathématique et amener l'élève à consolider une notion mathématique. C'est dans la méthodologie que nous expliquerons le choix de ces trois objectifs.

Une fois ces trois objectifs définis, il nous faudra développer chacun d'eux en leur associant des activités pouvant être effectuées en classe. Ces activités n'ont pas été expérimentées dans le cadre de ce mémoire. De plus, une boîte à outils suivra chacune des activités afin de donner un aperçu de la façon de trouver les informations nécessaires à la réalisation des activités et des conseils sur la mise en œuvre de celles-ci. Finalement, nous tenterons d'expliquer comment l'objectif de l'intégration de l'histoire des mathématiques est atteint par chaque activité.

CHAPITRE II

LE CADRE THÉORIQUE ET LA MÉTHODOLOGIE

2.1 Introduction

Lorsque l'on recherche de la documentation sur l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, nous pouvons devenir rapidement débordée par la multitude d'informations trouvées. Un choix doit donc nécessairement être fait. Nous avons consulté plusieurs livres, articles et sites web disponibles sur le sujet. Certains nous ont servi de guide dans l'élaboration des objectifs à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, d'autres nous ont permis d'élaborer des exemples d'activités à effectuer et certains nous ont éclairée sur des éléments plus théoriques en relation avec l'utilisation de l'histoire des mathématiques. Évidemment, une grande quantité d'ouvrages ont été laissés de côté lors de la revue de la littérature faute de pertinence avec le sujet traité.

Veuillez noter que la liste que vous trouverez dans la revue de la littérature n'est pas exhaustive. En effet, nous avons consulté de nombreux livres que le système documentaire reliait à nos recherches. Celles-ci tournaient toujours autour des combinaisons possibles avec, comme mots-clés, «utilisation, histoire, enseignement, mathématiques». Nous avons rapidement réalisé que les livres de référence sur le sujet étaient classés dans les monographies, à la section débutant par QA11A1 de la bibliothèque des sciences de l'Université du Québec à Montréal. Nous sommes allée consulter les livres donnés en référence pour nous rendre compte que plusieurs d'entre eux ne correspondaient pas exactement à notre sujet. Revenons plus en détails sur la littérature consultée.

2.2 Revue de la littérature

2.2.1. Introduction

Pour chaque document consulté vous trouverez la présentation générale, les buts poursuivis ainsi que les conclusions, s'il y a lieu. De plus, on retrouvera les informations pertinentes eu égard de nos questions de la recherche.

2.2.2 Les livres, recueils et thèses.

2.2.2.1 John Fauvel, Jan van Maanen (eds.) 2000.

Fauvel, John et Jan van Maanen (eds.) 2000. *History in Mathematics Education: The ICMI Study*, Pays-Bas: Kluwer Academic Dordrecht, 437 p.

Le livre *History in Mathematics Education : The ICMI Study* fut celui qui nous a servi de référence dans l'élaboration des objectifs à l'intégration de l'histoire des mathématiques. On rappelle que c'est en l'an 2000 que l'ICMI, The International Commission on Mathematical Instruction, publie un livre «rapport» portant sur l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Dans la suite de l'analyse de ce livre, les textes en italiques seront nos traductions françaises du texte original anglais.

Les quatre objectifs de ce livre sont (p. xvi) :

1- *Effectuer un état de la question concernant l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.*

2- *Donner une ressource pour les enseignants et les chercheurs ainsi que pour les responsables du développement du curriculum.*

3- *Indiquer les grandes lignes des recherches futures.*

4- *Donner des conseils et de l'information aux responsables des programmes sur l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement.*

On retrouve les quatre objectifs à travers les onze chapitres du livre :

Chapitre 1 : Le contexte politique.

Chapitre 2 : Éléments philosophiques, multiculturels et interdisciplinaires.

Chapitre 3 : Intégrer l'histoire : perspectives de recherche.

Chapitre 4 : L'histoire des mathématiques dans la formation des maîtres.

Chapitre 5 : Formation historique et compréhension des mathématiques par les élèves.

Chapitre 6 : L'histoire comme support aux diverses clientèles scolaires: une opportunité pour le changement.

Chapitre 7 : Intégrer l'histoire des mathématiques en classe : un survol analytique.

Chapitre 8 : Support historique dans l'enseignement de certains sujets.

Chapitre 9 : Utilisation des textes anciens dans les classes de mathématiques.

Chapitre 10 : Médias non standard et autres ressources.

Chapitre 11 : Bibliographie pour de futurs travaux dans le champ de recherche.

Revenons sur le chapitre 7 de Fauvel et van Maanen (2000) : *Intégrer l'histoire des mathématiques en classe : un survol analytique* de Tzanakis et Arcavis, p. 201 à 240. Dans ce chapitre, les auteurs passent en revue les façons d'intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques. C'est de ces différents exemples donnés dans ce chapitre qu'est née l'organisation des objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques qui ont été retenus dans cette recherche.

De plus, toujours dans le septième chapitre, les auteurs donnent des raisons qui expliquent pourquoi l'histoire des mathématiques peut être pertinente au processus d'enseignement et d'apprentissage et ils rapportent aussi quelques objections de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Débutons par les dix objections proposées (p. 203):

(O1) L'histoire n'est pas mathématique. Il faut d'abord enseigner la matière, ensuite son histoire.

(O2) L'histoire peut être plus tortueuse et confuse qu'éclairante.

(O3) Des étudiants peuvent mal connaître le passé, ceci rendant difficile la contextualisation historique des mathématiques.

(O4) Plusieurs élèves n'aiment pas l'histoire et n'aimeront donc pas l'histoire des mathématiques.

(O5) Les découvertes en mathématiques servent à rendre la résolution des problèmes difficiles une routine, alors pourquoi regarder vers le passé?

(O6) L'histoire des mathématiques sert à augmenter le chauvinisme et le nationalisme.

Quelques objections de nature plus pratique :

(O7) Le manque de temps.

(O8) Le manque de ressources.

(O9) Le manque d'expertise.

(O10) Le manque d'évaluation (si ce n'est pas évalué, les élèves n'y attacheront pas d'intérêt).

On remarque que les quatre dernières objections de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement semble être les mêmes que celles qui sont présentement soulevées alors que *Le programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2004a) est en cours d'implantation.

D'autre part, les auteurs notent cinq domaines où l'enseignement des mathématiques peut être supporté, enrichi et amélioré grâce à l'intégration de l'histoire des mathématiques.

On voit les différents rôles que l'histoire peut jouer dans l'enseignement des mathématiques (p. 203).

a) L'apprentissage des mathématiques :

Le développement historique des mathématiques démontre que l'organisation déductive de la discipline des mathématiques vient seulement après que celle-ci a atteint une certaine maturité. De plus, l'histoire des mathématiques fournit un vaste choix de questions et de problèmes qui peuvent avoir un impact non seulement dans leur contenu, mais sur la motivation, l'intérêt et l'engagement des élèves. Aussi, l'histoire peut servir de pont entre les mathématiques et les autres disciplines et un élève qui s'implique dans un projet historique peut développer des habiletés dans la lecture, l'écriture, la recherche, l'analyse et la capacité de discuter des mathématiques au lieu de faire des mathématiques.

b) Le développement d'une opinion sur la nature des mathématiques et sur l'activité mathématique :

À l'aide de l'histoire des mathématiques, les élèves apprendront que les erreurs, les incertitudes, les doutes, les arguments intuitifs, les controverses et les approches alternatives ne sont pas seulement permis, mais font partie intégrante de la construction des mathématiques. De plus, les mathématiques évoluent non seulement dans leur contenu, mais aussi dans leur forme par les notations, les terminologies, les modes d'expressions et de représentations.

c) La didactique des enseignants :

En étudiant l'histoire des mathématiques tout en ayant en tête une approche didactique, les enseignants pourront identifier les motivations à l'introduction de nouvelles connaissances mathématiques, être davantage conscients des difficultés et des obstacles qui sont apparus dans l'histoire et qui pourront réapparaître en classe et réaliser qu'une notion qui semble achevée est le résultat d'une évolution graduelle. De plus, en étudiant l'histoire des mathématiques, les enseignants enrichiront leur répertoire d'explications, d'exemples et *d'approches. Enfin, en étudiant l'histoire, les enseignants pourront être plus sensibles à des façons non conventionnelles de résoudre des problèmes.*

d) Le côté humain des mathématiques :

L'histoire des mathématiques nous donne des exemples d'une activité humaine plutôt que seulement un système de règles rigides. On retrouve aussi la notion de persistance dans l'effort à travers les découvertes et les recherches des anciens mathématiciens.

e) L'appréciation des mathématiques comme apport culturel.

À travers l'étude d'exemples historiques, les élèves auront l'opportunité de réaliser que les mathématiques n'ont pas seulement été développées pour des raisons d'utilité, mais aussi par curiosité intellectuelle, par plaisir, par défi, etc. De plus, l'histoire nous montre que les mathématiques ont évolué à travers des contextes culturels et sociaux qui en influencent le développement. Aussi, l'étude de l'histoire des mathématiques permet aux élèves et aux enseignants de découvrir des approches différentes face aux mathématiques, selon les cultures. Dans certains cas, ces aspects culturels pourraient aider les enseignants dans leur travail avec les classes multiethniques.

Après avoir souligné les raisons favorisant l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, les auteurs notent trois façons complémentaires de le faire (p. 208) :

1) Apprendre l'histoire, par l'apport d'informations historiques.

Des informations comme des noms, des dates, des biographies, des problèmes célèbres, etc. L'emphase est mise sur l'histoire des mathématiques plutôt que sur l'apprentissage des mathématiques.

2) Amener l'élève à apprendre une notion mathématique en utilisant une approche inspirée de l'histoire.

3) Développer une plus grande compréhension non seulement des mathématiques, mais des contextes sociaux et culturels dans lesquels les mathématiques utilisées ont été développées.

Ce sont les cinq rôles ainsi que les trois façons d'intégrer l'histoire des mathématiques qui nous ont inspirés lors de la définition de nos trois objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques.

Le chapitre se termine par une liste de treize types d'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques (p. 214) :

1- Capsules historiques.

2- Projet de recherche basé sur des textes historiques.

3- Utilisation de textes anciens.

4- Feuille de travail sur un court extrait historique suivi de questions pouvant aller de la discussion de l'extrait à la résolution du problème.

5- « Package » historique : matériel basé sur un seul sujet, très près du programme scolaire, d'une durée de deux à trois périodes et déjà prêt à l'utilisation par les enseignants.

6- Mettre en relief les erreurs, les conceptions alternatives, les paradoxes, les controverses, etc. qui sont apparus à travers l'histoire des mathématiques.

7- Utiliser les problèmes historiques, ceux qui non pas de solution, ceux qui ont été résolus avec beaucoup de difficultés, les résolutions différentes de celles habituellement présentées aux élèves, etc.

8- Utilisation des instruments anciens.

9- Activités d'expérimentation mathématiques : demander aux élèves de commenter certains problèmes historiques ou certaines méthodes utilisées par les *mathématiciens. Faire travailler les élèves avec les anciennes notations ou les anciens systèmes de numérations. Utiliser d'anciennes méthodes de multiplication, etc.*

10- Pièces de théâtre où les élèves recréent la vie d'un mathématicien ou mettent l'accent sur les découvertes mathématiques.

11- Visionnement de films reliés à l'histoire des mathématiques.

12- Activités extérieures comme l'exploration de l'architecture de la ville, l'expérimentation de certains instruments, comme les instruments de navigation ou d'astronomie, la visite de musées, etc.

13- Utilisation d'Internet afin d'aller chercher des ressources ou comme moyen de communication en permettant la diffusion de connaissances sur l'histoire des mathématiques.

En terminant, un mot sur les autres chapitres. Comme ceux-ci ne traitent pas directement du sujet de notre recherche, sauf pour trois d'entre eux que nous détaillerons un peu plus, ils n'ont pas été retenus. Voici, très brièvement, le contenu de chacun d'eux.

Chapitre 1 : Le contexte politique.

On traite de la place de l'histoire dans les programmes et les manuels de différents pays.

Chapitre 2 : Éléments philosophiques, multiculturels et interdisciplinaires.

Si l'on retournait dans le passé, nous serions à même de constater que les différentes branches des mathématiques sont inter reliées et que les mathématiques ont été construites par les humains afin de répondre à des problèmes bien réels. Ces problèmes n'étaient pas seulement d'ordre mathématique. Ils touchaient aussi d'autres disciplines. Il existe plusieurs exemples où les enseignants relient les mathématiques à la physique ou à d'autres disciplines. Par contre, ces références sont fréquemment effectuées de façon spontanée et peu *structurée alors que les élèves peuvent être intéressés de connaître certains concepts ou méthodes qui ont été développés très étroitement avec d'autres disciplines. Ainsi, d'un point de vue interdisciplinaire, lorsque les mathématiques sont liées avec d'autres disciplines, les connections ne doivent pas être faites dans une seule direction. Les élèves verront leur compréhension des mathématiques et des autres disciplines enrichie à travers les liaisons historiques et les apports mutuels existant entre celles-ci.* (p. 52)

Les auteurs du chapitre considèrent (1) comment l'histoire des mathématiques est en lien avec l'étude de l'histoire; (2) comment l'histoire des mathématiques dévoile les liens entre certains sujets mathématiques. En effet, l'histoire des mathématiques est le contexte idéal où l'on peut montrer aux élèves comment les différentes parties des mathématiques sont interdépendantes et comment ces parties sont devenues de plus en plus inter reliées avec le temps. Par exemple, la notion de symétrie est d'abord apparue comme une notion de géométrie. À la fin du 18^e siècle et au début du 19^e siècle, la permutation algébrique a été reconnue comme ayant la même structure que certaines symétries géométriques. Un autre exemple reliant le passé au présent est la récente preuve du Théorème de Fermat par Andrew Wiles qui a été effectuée en utilisant une des notions les plus récentes en mathématiques. (3) Comment l'histoire des mathématiques est en lien avec d'autres disciplines. (p. 53-55) La partie traitant de la multidisciplinarité donne des exemples très brefs où l'histoire des mathématiques peut être liée avec d'autres disciplines. On donne en quelques mots des exemples sur la physique, la géographie, l'économie, l'art, la philosophie et les religions.

Chapitre 3 : Intégrer l'histoire : perspectives de recherche.

Les recherches qui se font sur l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement et leur efficacité.

Chapitre 4 : L'histoire des mathématiques dans la formation des maîtres.

Revue internationale de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans la formation des maîtres ou dans la formation continue.

Chapitre 5 : Formation historique et compréhension des mathématiques par les élèves.

Des réflexions didactiques sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement et sur l'apprentissage des mathématiques et en particulier sur l'utilisation de données historiques pour mieux déceler et analyser les difficultés des élèves et ainsi contribuer à l'amélioration du design d'activités d'enseignement.

Chapitre 6 : L'histoire comme support aux diverses clientèles scolaires: une opportunité pour le changement.

L'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement permet aux professeurs de faire face à divers types de clientèle comme les raccrocheurs, les élèves défavorisés, les élèves faibles et les élèves forts.

Chapitre 8 : Support historique dans l'enseignement de certains sujets.

On donne de courts exemples d'activités utilisant l'histoire des mathématiques dans l'enseignement de plusieurs notions.

Chapitre 9 : Utilisation des textes anciens dans les classes de mathématiques.

Après avoir détaillé en quoi consiste l'utilisation des textes anciens, on donne des exemples d'activités et des stratégies d'utilisation de ces textes en classe.

L'utilisation de textes anciens doit nécessairement tenir compte de la triade : texte-contexte-lecteur. Habituellement, les élèves qui doivent lire un texte mathématique ne sont pas appelés à en étudier le contexte. Par contre, avec les textes anciens, il sera fréquemment nécessaire d'étudier le contexte et d'étudier la biographie de l'auteur avant que la source puisse être interprétée correctement. Le contenu des textes doit être choisi en fonction de l'intérêt des élèves, de la disponibilité des textes dans une langue compréhensible par les élèves, de la compréhension du contenu du texte par les élèves (un texte accessible aux élèves) et de l'atteinte de l'objectif fixé par l'enseignant. (p. 313)

Exemples de stratégies d'utilisation de textes anciens en classe (p. 314):

(i) Deux façons d'introduire un texte en classe : directement où l'enseignant présente le texte sans préparation préalable et indirectement alors que le texte est consulté après la réalisations de certaines activités.

(ii) L'analyse d'un texte ancien menant fréquemment à un débat ou à une discussion où les élèves sont amenés à donner leur vision sur un concept ou une méthode et à justifier leur propre démarche.

(iii) L'étude de texte ancien peut inspirer certaines activités où les élèves ont à analyser leur propre raisonnement et où ils sont encouragés à construire leurs propres instruments de mesure.

(iv) Verbalisation des raisonnements contenus dans les textes anciens.

(v) Traduction dans un langage mathématique moderne ou traduction d'une langue à une autre.

(vi) Demander aux élèves de valider les raisonnements décrits dans les textes anciens.

(vii) Comparer des textes anciens : textes provenant de la même période ou de périodes différentes, traitant de même sujet ou de sujets différents.

(viii) Activités de synthèse effectuées par les élèves en-dehors des cours de mathématiques où toutes les stratégies données précédemment peuvent être utilisées. Ce type de travail devrait être utilisé comme préparation à de futurs cours ou comme synthèse de cours précédents.

Chapitre 10 : Médias non-standard et autres ressources.

Comment intégrer l'histoire des mathématiques par la création de pièces de théâtre, par l'utilisation d'anciens instruments, par l'utilisation de logiciels et d'Internet.

Ponza, l'auteure de la section 10.2.1 relate la création d'une pièce de théâtre concernant la vie de Galois effectuée en 1997 par des élèves de 12 et 13 ans en Argentine (p. 337).

1) En début d'année, les élèves ont été divisés en sous-groupes. Ils devaient chercher des informations sur l'histoire des mathématiques.

2) Le matériel a été divisé selon les thèmes ou les mathématiciens trouvés par les élèves.

3) L'enseignante a planifié ses cours en tentant de partir d'un point de vue historique lorsque cela était possible.

4) En début d'étude de nouveaux concepts, l'enseignante distribue le matériel historique en lien avec les notions à l'étude.

5) À travers certains concepts, les élèves ont été captivés par la vie de mathématiciens. Lors de l'étude de l'histoire des équations, Évariste Galois fut l'un des mathématiciens dont la vie intéressa les élèves. Une pièce de théâtre relatant sa vie fut réalisée. D'abord, les élèves, en sous-groupes, ont cherché des détails sur la vie de Galois pour ensuite partager entre eux les informations recueillies. Chaque groupe a ensuite écrit une pièce pour la présenter devant la classe. Le texte final provient donc de la mise en commun des idées contenues dans les différentes pièces jouées. Finalement, les élèves ont partagé les responsabilités de la mise sur pied de la pièce de théâtre : acteurs, costumière, mise en scène, etc. La présentation finale fut effectuée devant les élèves de l'école intéressés par la pièce de théâtre.

Chapitre 11 : Bibliographie pour de futurs travaux dans le champ de recherche.

Bibliographie sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans huit langues différentes.

Les chapitres 8 et 9 donnent des stratégies d'utilisation de textes anciens qui sont intéressantes et qui seront considérées lors de la mise sur pied d'activités intégrant les textes anciens. D'autre part, la création de pièces de théâtre telle que relatée dans le chapitre 10 nous fournit un exemple d'activité interdisciplinaire, avec les différentes étapes de création, qui nous semble extrêmement intéressante et qui pourrait facilement être adaptée dans nos classes. De plus, les associations entre les différentes matières présentées au chapitre 2 lors des activités multidisciplinaires, nous donnent aussi des pistes intéressantes quant aux relations existant entre certains sujets et les mathématiques. Par exemple, en 1485, le manuel *Treviso arithmetic* démontrant le pouvoir de la notation Hindo Arabe pour l'arithmétique a été publié. Cette publication fut largement motivée par l'expansion du commerce entre les villes italiennes et le nord de l'Europe. Ce seul sujet touche les mathématiques, l'économie et la géographie et pourrait faire l'objet d'une activité multidisciplinaire.

2.2.2.2 IREM de Rennes (1995)

IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques) de Rennes. 1995. *Faire des mathématiques à partir de leur histoire,* Tome I. Rennes : I.R.E.M de Rennes, 145 p.

IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques) de Rennes. 1995. *Faire des mathématiques à partir de leur histoire,* Tome II. Rennes : I.R.E.M de Rennes, 126 p.

Pour ce qui est des catégories d'activités à effectuer avec un texte historique, celles-ci nous ont été inspirées par les recueils *Faire des mathématiques à partir de leur histoire* publiés par les IREM, les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, de Rennes. Les IREM ont été créées en France 1969 avec, comme missions, de contribuer à la formation initiale et continue des enseignants, de contribuer à l'expérimentation pédagogique, d'élaborer et de diffuser des documents pour enseignants et formateurs et de mener des recherches sur l'enseignement des Mathématiques. La principale richesse des IREM est de réunir des enseignants de mathématiques de tous les niveaux (collège, lycée, lycée professionnel et technique, école, université, IUFM).

L'objectif de *Faire des mathématiques à partir de leur histoire* n'est pas de faire de l'histoire pour l'histoire mais d'apporter une aide à la compréhension et à la maîtrise des notions enseignées, un support à leur mémorisation pour certains élèves, et une motivation en replaçant les notions dans une perspective historique.

Chacun de ces deux tomes fournit des idées sur la façon d'intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement à l'aide des textes historiques. Un enseignant désirant effectuer ce type d'intégration peut donc utiliser ces recueils afin de se donner des idées d'activités ou de procédure.

Dans le premier tome, on présente douze activités pour différentes classes de lycées ou collèges divisées en trois parties :

Première partie : Les nombres dans l'antiquité.

1- La Mésopotamie et l'Égypte

2- Numérations des Grecs.

Deuxième partie : La géométrie.

3- La construction du pentagone étoilé dans les Éléments d'Euclide.

4- Léonard de Pise (1170 – 1240).

5- Nicolas Chuquet.

6- La naissance de la géométrie analytique : la Géométrie de Descartes (1637).

7- Problèmes de division des champs.

Troisième partie : L'algèbre.

8- L'algèbre babylonienne.

9- L'algèbre arabe : Al Khwarizmi vers 825.

10- Notations algébriques.

11- François Viète.

12- Équations du troisième et du second degré, Viète et Girard.

Pour la majorité des activités proposées, on indique le niveau scolaire, la durée de l'activité, les connaissances nécessaires ainsi que les objectifs pédagogiques.

Une activité nous a particulièrement intéressée dans ce tome. Au douzième chapitre, après avoir fait une brève présentation de François Viète, on propose aux élèves la traduction littérale de deux des théorèmes de ce mathématicien. Ceux-ci sont suivis de questions à répondre par les élèves. Voici donc les théorèmes suivis des questions. (IREM de Rennes, 1995, t. I, p. 141)

« Théorème I

Si A cube – 2B carré par A est égal à B cube ; A carré – B par A sera égal à B carré.

A cube est égal à B cube + 2 B carré par A, et en ajoutant aux deux parties B cube, A cube + B cube est égal à 2B cube + 2B carré par A. Que tous soient divisés par A + B; là il naît A carré – B par A + B carré; ici 2B carré. Et conséquemment B carré étant retranché des deux côtés, A carré – B par A sera égal à B carré.

Si A cube – 18 A, est égal à 27. Donc A carré – 3 A, sera égal à 9.

Questions I

1) Écrire le texte ci-dessus en notations actuelles.

2) Vérifier la validité des calculs de Viète.

3) Quelle hypothèse doit-on faire?

4) Comment interpréter « Que tous soient divisés par A + B » ?

5) Quelle est la valeur de B dans la dernière ligne ?

6) Rédiger une démonstration par votre propre méthode.

Théorème II

Si 2 B carré par A – A cube est égal à B cube; A carré + B par A sera égal à B carré.

Si 18 A – A cube, est égal à 27. Donc A carré + 3 A, sera égal à 9.

Questions II

1) Écrire le texte ci-dessus en notations actuelles.

2) Effectuer le développement $(A - B)(A^2 + AB + B^2)$.

3) Effectuer la factorisation par $A - B$ de $2B^2A - 2B^3$.

4) Démontrer le théorème II en s'inspirant de la méthode de Viète pour démontrer le théorème I.

5) Rédiger une démonstration par votre propre méthode. »

Dans le deuxième tome, on présente huit activités pour différentes classes de lycée ou de collège.

1- Les nombres de Babylone.

2- La seconde proposition d'Euclide.

3- L'algorithme d'Euclide.

4- L'Algebra de Rafael Bombelli.

5- Calcul de valeurs rapprochées de racines carrées.

6- Algèbre et géométrie avec Descartes.

7- Naissance de la perspective.

8- Probabilité des causes.

Dans ce tome, trois activités ont particulièrement attiré notre attention. Ce sont celles concernant la seconde proposition d'Euclide, l'algorithme d'Euclide ainsi que celle concernant l'algèbre et la géométrie de Descartes. Voyons en quoi consistent ces activités.

Chapitre 2 : La seconde proposition d'Euclide (p. 19).

Voici, brièvement, en quoi consiste cette activité. On explique d'abord comment nous sont parvenus les *Éléments* d'Euclide et la place qu'ils occupent dans les mathématiques grecques. On présente les propositions 1 (Sur une droite donnée et finie, construire un triangle équilatéral) et 2 (À un point donné, placer une droite égale à une droite donnée) du premier livre des *Éléments*. On demande ensuite aux élèves d'effectuer les constructions correspondant à ces deux propositions. On donne aux élèves une suite d'étapes à compléter afin d'effectuer la construction. On demande ensuite aux élèves de construire un losange et un parallélogramme toujours en leur fournissant un certain canevas afin de les guider.

Ensuite, on présente aux élèves quelques Définitions, Notions communes et Demandes provenant du livre I des *Éléments*. On demande aux élèves de réaliser la construction décrite dans la première proposition du premier livre mais en citant, à chaque fois que nécessaire, la définition, la notion commune ou la demande utilisée en précisant son numéro.

On termine en reprenant la deuxième proposition du premier livre et en demandant aux élèves de rédiger la démonstration de cette proposition en n'utilisant que les définitions, notions communes, demandes et la première proposition.

Chapitre 3 : L'algorithme d'Euclide (p. 39).

On présente certaines définitions (1-2-3-12 et13) tirées du livre septième des *Éléments* d'Euclide. Ces définitions traitent de l'unité, du nombre, de la mesure du nombre, de nombre premier et des nombres premiers entre eux. De plus, on donne aux élèves la proposition première (Deux nombres inégaux étant proposés, le plus petit étant toujours retranché du plus grand, si le reste ne mesure celui qui est avant lui que lorsque l'on a pris l'unité, les nombres proposés seront premiers entr'eux.) et la proposition II (Deux nombres non premiers entr'eux étant donnés, trouver leur plus grande commune mesure.).

On commence par poser aux élèves une série de questions sur les définitions. En voici quelques exemples :

« 1) Que signifie qu'un nombre en mesure un autre? Qu'un nombre est une partie d'un nombre?

2) Comment appelons-nous précisément de nos jours ce qu'Euclide nomme simplement «nombre»? Donner des exemples de nombres premiers, de nombres premiers entre eux. » (IREM de Rennes, 1995, t. II, p. 44)

Par la suite, on s'intéresse à la proposition I, en demandant aux élèves de l'appliquer aux nombres 432 et 121 et de conclure pour 162 et 69 en admettant que la proposition I d'Euclide soit vraie. Comme ces nombres (162 et 69) ne sont pas premiers entre eux, c'est à ce moment que la proposition II entre en ligne de compte puisqu'elle permet aux élèves de continuer : le dernier reste obtenu est alors le pgcd des deux nombres. C'est ce qui se passe pour 162 et 96 : ils sont tous deux pairs, donc non premiers entre eux, et la méthode de la proposition II donne leur pgcd égal à 6.

L'activité se termine par la preuve de la proposition I en donnant quelques pistes aux élèves.

Chapitre 6 : Algèbre et géométrie avec Descartes (p. 75).

On présente aux élèves les six premières pages du livre premier de *La Géométrie* de Descartes. Ce premier livre est consacré aux problèmes ne faisant intervenir que des cercles et des points. Dans les six premières pages Descartes donne les constructions géométriques du produit et du quotient de deux longueurs à partir d'un segment unité et de la racine carrée d'une longueur. Ensuite, il donne une résolution géométrique de l'équation du second degré en distinguant trois cas : $z^2 = az + b^2$, $z^2 = -az + b^2$ et $z^2 = az - b^2$ en sachant que a, b et z désignent des longueurs, donc des nombres positifs.

Suite à la présentation du texte, on pose aux élèves une série de questions. On demande parfois de démontrer les affirmations données, de refaire les constructions et de définir la nature des figures obtenues, de contrôler l'exactitude des solutions, d'effectuer les constructions pour de nouveaux exemples ou de résoudre des équations en utilisant la méthode donnée par Descartes.

Ces activités ont retenu notre attention pour plusieurs raisons. Elles nous permettent de les transposer à des éléments du programme de mathématiques au secondaire au Québec. On peut penser, par exemple, à la construction de triangles, aux nombres premiers et au plus grand commun diviseur qui font partie du premier cycle du secondaire. Évidemment, d'autres activités décrites dans les deux tomes auraient pu être sélectionnées. Cependant, celles retenues nous donnent un très bon aperçu du type de présentation et de questions qu'un enseignant peut effectuer avec des textes historiques. Inspiré par ces exemples, nous pourrons créer nos propres activités en choisissant des textes historiques reliés aux notions abordées en classe et en déterminant des questions de même nature que celles proposées ici.

2.2.2.3 Bulletin Inter-IREM épistémologie (ed.) (1988)

Bulletin Inter-IREM épistémologie (ed.). 1988. *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques.* France : Bulletin inter-IREM épistémologie, 334 p.

Voici un autre ouvrage publié par les IREM mais cette fois-ci provenant de différentes régions de France. On y présente, tout comme pour les recueils *Faire des mathématiques à partir de leur histoire*, des activités utilisant les textes historiques. Le présent volume est divisé en trois sections.

1- L'histoire des mathématiques comme démarche pédagogique.

1- Une année de mathématiques en terminale E présentée dans une perspective historique.

2- Dériver ou ne pas dériver.

3- Traduire et rédiger en section littéraire.

4- Une approche historique du thème : problème de maximum et de minimum avec des élèves de premières et de terminales.

5- Lecture de *La mesure du cercle d'Archimède* en terminale scientifique.

6- Les nombres relatifs dans le premier cycle.

7- L'histoire comme source de problèmes.

8- Formation d'adultes et histoire des mathématiques.

II- L'histoire des mathématiques comme activité interdisciplinaire.

1- Math-Philo : Pascal et l'infini en terminale littéraire.

2- L'histoire des sciences comme introduction à l'optique en première S.

3- Une expérience d'enseignement interdisciplinaire français - mathématiques en première A1.

4- Insertion des mathématiques dans les programmes d'histoire de classes de $6^{ème}$ et $5^{ème}$.

III- L'histoire des Mathématiques comme Projet d'Action Éducative.

1- Activités interdisciplinaires en premier cycle à propos d'un mathématicien français du $16^{ème}$ siècle : François Viète.

2- Introduction de l'Histoire des Mathématiques du $17^{ème}$ siècle en classe de $4^{ème}$ et de $3^{ème}$.

3- Aires du triangle, du quadrilatère, des polygones. Un P.A.E. dans le second cycle.

Lefebvre (1993) analyse ces trois sections. Nous traiterons cet article un peu plus loin dans la section 2.2.3. Pour ce qui est de l'histoire comme activité pédagogique, il nous dit que

« cette forme d'utilisation suppose une connaissance beaucoup plus précise des textes et événements mathématiques du passé. Il s'agit de les étudier et de s'en inspirer pour aborder un thème et le développer parfois assez considérablement. On peut, bien sûr, modifier l'écriture et adapter les circonstances. » (Lefebvre, 1993, p. 25)

Illustrons ces propos par un exemple tiré du premier chapitre de livre, des pages 9 à 27 : *Une année de mathématiques en terminale E présentées dans une perspective historique*, présenté par Jean-Pierre Friedelmeyer, professeur de mathématiques au lycée Couffignal – Strasbourg, IREM de Strasbourg.

La classe dans laquelle s'est déroulée l'expérience comprenait 34 élèves âgés de 17 à 20 ans. Le parti pris du professeur a été de ne pas séparer les informations historiques du cours de mathématiques proprement dit, mais au contraire de les intégrer totalement à ce cours, soit pour l'aérer, essayer de le rendre plus vivant et intéressant, soit pour préparer et illustrer une notion nouvelle. Les données historiques se sont en conséquences présentées sous deux formes distinctes mais complémentaires :

« - simple évocation d'un personnage à l'occasion d'un théorème, d'une formule ou d'une méthode, sa situation historique et géographique, son environnement culturel, parfois une anecdote.

- développement historique d'une invention, en situant le contexte, en dégageant les lignes de force à l'œuvre dans le progrès scientifique, en l'illustrant par divers exercices. » (p. 12)

Plusieurs chapitres du programme de terminale scientifique et techniques se prêtent à une introduction dans une perspective historique pour aider les élèves à mieux comprendre les ressorts du développement scientifique. Friedelmeyer l'a tentée pour les notions suivantes :

- l'algèbre et la résolution d'équations.

- les nombres complexes.

- les logarithmes.

- le calcul intégral.

- la construction de polygones réguliers.

- les coniques.

Le temps consacré à chaque question était d'environ une heure et demie, deux heures, sur une disponibilité hebdomadaire de neuf heures, et réparti sur toute l'année. L'élève est alors sollicité pour résoudre des problèmes, des exercices au même titre que dans une séance ordinaire.

Friedelmeyer, dans son texte, détaille seulement les trois premiers.

1) Algèbre et nombres complexes.

En début d'année, le professeur fait une séance sur l'algèbre comme outil de résolution de problèmes en distinguant trois notions étroitement liées soit les équations, l'algèbre et l'écriture symbolique. L'histoire lui permet de bien séparer ces trois aspects, qui se rencontrent à des moments très éloignés les un des autres du développement mathématique. Pour Friedelmeyer, ce détour par l'histoire de l'algèbre est la meilleure préparation à l'introduction des nombres complexes.

Le professeur présente une équation du troisième degré qu'il entreprend de résoudre pour ensuite en pousser l'étude :

a) Étude graphique.

b) La méthode de Cardan-Tartaglia.

c) Application à divers exemples

d) L'audace de Bombelli.

e) Éléments historiques bref, sur la résolution des équations polynômes de degré supérieur à trois.

2) L'invention des logarithmes.

Ici le professeur donne quelques informations sur les éléments abordés dans sa classe lui permettant de faire l'historique des logarithmes.

- Évocation du calvaire des astronomes de la Renaissance.

- Nécessité progressive d'une plus grande précision, en même temps qu'une simplification des calculs.

- Première tentative d'un algorithme remplaçant une multiplication par une addition.

- L'invention des logarithmes par Néper.

- Les progrès de l'analyse et la découverte de Huygens.

3) Bilan.

Friedelmeyer a questionné ses élèves en fin d'année dans le but de faire un bilan de cette expérience. Les élèves ont généralement « apprécié l'introduction d'une perspective historique dans le cours de mathématiques, ils disent souhaiter une étude plus approfondie de certains thèmes, ils disent ne pas souhaiter en majorité la lecture de textes anciens. De plus, ils disent souhaiter que l'histoire des mathématiques soit enseignée par le professeur de mathématiques. » (p. 23) D'autre part, le professeur tire lui-même ses conclusions. Il gardera « le principe d'une perspective historique, mais limitera davantage les sujets pour en traiter deux ou trois plus en profondeur. Il continuera à confronter les élèves à un texte historique et il suscitera chez les élèves les plus motivés une recherche plus personnelle, par une lecture de livres ou par une recherche de documentation sur un sujet limité. » (p. 24)

Pour ce qui est des activités multidisciplinaires, soit la deuxième section du livre *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques*, Lefebvre (1993) explique « qu'à partir de ce niveau de complexité et d'ampleur, l'enseignant n'est plus seul maître de sa classe. Il travaille avec un ou plusieurs collègues, oeuvrant d'ordinaire dans d'autres champs disciplinaires. [...] De telles entreprises demandent une préparation, une collaboration soutenue, un aménagement des horaires, et, sans doute, un affinement de nombreuses modalités. Outre que la rigidité scolaire habituelle s'y oppose souvent, il convient de prendre en compte la nouveauté de la chose pour les enseignants et les élèves. » (id., p. 26)

Voyons un autre exemple du livre et que l'on retrouve aux pages 231 à 245 : *Insertion des Mathématiques dans les programmes d'Histoire des classes de 6^e et 5^e* par Christiane Bouat, professeur d'Histoire, collège de Saint Georges (Yonne) avec la collaboration de Alain Bataille, professeur d'Histoire et Henry Plane, professeur de Mathématiques, lycée Jacques Amyot-Auxerre, IREM de Dijon.

L'objet de l'article est triple :

« - d'une part, de décrire l'approche progressive par les élèves de notions de numération, de confronter durant la période médiévale, le monde arabo-islamique et l'Europe occidentale,

- d'autre part, de fournir des documents sur lesquels les élèves peuvent travailler individuellement ou en petits groupes,

- enfin, s'y ajoutent, en fin d'article, une note chronologique et quelques éléments bibliographiques destinés aux maîtres. » (p. 233)

Il est à noter que le professeur d'histoire donne dans l'article seulement des indications sur quelques notions abordées lors du cours d'histoire.

I- Classe de Sixième (11-13 ans).

Lors de l'étude de la civilisation grecque et au cours de la reconstitution de scènes au marché d'Athènes, le professeur introduit la numération gestuelle ou digitale. De plus, on propose aux élèves la table de multiplication à caractères grecs et la table à calcul de

Salamine et les élèves étudient les unités de longueurs en référence aux Jeux Olympiques antiques.

Avec le monde romain, le professeur rappelle le calcul digital et aborde l'écriture des nombres qui permet, encore aujourd'hui, de noter les siècles. Les élèves ont aussi été amenés à reproduire l'appareil à compter ou l'ancienne abaque constitué de «calculi», ou cailloux, enfilés sur des tiges. D'autre part, le professeur renseigne les élèves sur le rythme de vie d'un plébéien à Rome, ce qui aboutit à se préoccuper du temps et des divisions de celui-ci.

II- En classe de Cinquième (12-14 ans).

Le professeur a poursuivi la même démarche en classe de Cinquième où la période traitée est principalement l'époque médiévale. «L'objectif majeur était de montrer les oppositions mais aussi les échanges entre la civilisation occidentale médiévale et le monde arabo-islamique médiévale. » (p. 237) Le professeur insiste sur « l'opposition entre le monde arabo-islamique mettant en contact des mondes forts divers, et la civilisation occidentale médiévale agricole, militaire, chrétienne et apparemment figée. » (p. 237)

Par exemple, en évoquant le pape de l'an Mil, Gerbert D'Aurillac (950-1003) qui s'est rendu dans La péninsule ibérique, où les chiffres indo-arabes, le zéro et la numération décimale sont connus, le professeur explique l'évolution de notre système de numération.

La troisième section du livre concerne les Projets d'Action Éducative, institués en France en 1981 dans le but, notamment, d'ouvrir l'école sur son environnement local. Ces projets sont habituellement menés sur plus d'une année scolaire et demandent la collaboration d'enseignants de différentes matières. Ces projets doivent rester cohérents avec les programmes et les contenus, et permettre de traiter un thème à travers plusieurs disciplines.

Voici un exemple de Projet d'Action Éducative tel que relaté aux pages 249 à 270 : *Activités interdisciplinaires en premier cycle à propos d'un mathématicien français du 16^e siècle : François Viète*, par Jean-Paul Guichard, professeur de Mathématiques, collège

Mendès France, Parthenay, IREM de Poitiers et Jean-Pierre Sicre, professeur de Mathématiques, collège Tiraqueau, Frontenay-le-Comte, I.R.E.M. de Nantes.

Cette activité a été menée durant l'année scolaire 1985-1986 par deux classes de quatrième, et s'est poursuivie en troisième durant l'année 1986-1987. Ces deux classes, d'établissements différents, avaient 26 et 29 élèves de 14-15 ans. Le travail, étalé sur deux années scolaires, a été effectué en collaboration avec les professeurs de dessin, d'histoire, de latin, de français et de travail manuel auxquels se sont jointes les documentalistes des deux collèges. L'acceptation d'un tel projet est soumise à la constitution d'un dossier, comprenant objectifs, participants, activités et budget, et à l'approbation d'une commission académique. Une fois accepté, le projet peut se réaliser grâce à l'attribution de quelques heures supplémentaires pour les enseignants et à l'utilisation d'une certaine somme d'argent permettant des achats divers et des déplacements.

Les réalisations sont de trois ordres :

1- Les dossiers documentaires : le travail de documentation, sous la direction d'un professeur d'histoire et de géographie, mené par les élèves aux archives départementales de Niort, a aidé à la constitution de ces dossiers. Les dossiers portent sur les thèmes suivants : l'architecture, la sculpture, la musique, la peinture, la calligraphie, la vie et la géographie au 16^{e} siècle, Frontenay-le-Comte au 16^{e} siècle, les contemporains de Viète à Frontenay, la vie de Viète et son œuvre.

2- L'exposition : elle a été réalisée hors des heures de cours, à partir des dossiers. Elle est constituée de 38 panneaux double en bois, réalisés par les élèves en éducation manuelle et technique et est installée dans divers établissements scolaires de la région ainsi que des lieux publics (château, centres d'actions culturelles, ...).

3- La bande dessinée : elle a été réalisée en cours de dessin. Le groupe chargé du dossier «vie de Viète» a réalisé une triple chronologie : vie de Viète, événements historiques, événements culturels. À partir de celle-ci tous les élèves ont fait une rédaction qui a servi de scénario pour la bande dessinée.

Dans le cours de mathématiques :

L'enseignant utilise deux livres de Viète, *Introduction à l'Art Analytique* ainsi que les *Zététiques*, afin de travailler, entre autres, la mise en équation et d'utiliser les identités remarquables. Il est à noter que l'enseignant ne donne pas d'information sur *Introduction à l'Art Analytique* ou les *Zététiques*, leur impact sur le développement de l'algèbre, etc. Nous pouvons croire que certains éléments sont déjà connus par les élèves puisqu'ils ont à travailler les dossiers documentaires, l'exposition et la bande dessinée. Il aurait été intéressant de connaître la façon dont l'enseignant a présenté l'apport mathématique des travaux de Viète.

Voici une description de ce que l'on retrouve comme activités.

Dans la classe de quatrième, divers éléments tirés de l'œuvre de Viète ont été étudiés.

A- Le calcul algébrique : *Introduction à l'Art Analytique*.

L'enseignant donne aux élèves des textes simples en latin, compréhensibles sans avoir fait de latin et qui permettent d'apprécier la notation actuelle et de faire fonctionner les règles sur les puissances. Les élèves doivent ensuite compléter des exercices où ils doivent traduire dans notre langue, à l'aide de lettres, les textes donnés.

1) Les règles des puissances. (Chap. III.3. – Chap. IV – Règle III)

- Notations des puissances.

2 Quadratum

3 Cubus etc.

- Opérations sur les puissances.

Latus in Quadratum facit cubum

Latus in Cubum facit quadrato-quadratum etc.

2) L'utilisation des lettres. (Chap. V.5. – Chap. VIII.1.2.)

Dans cette section, on donne le texte que l'enseignant lit en classe après un travail sur la mise en équation des problèmes permettant de faire le point et de donner un codage. Il ajoute qu'on peut les mettre en application sur les nombreux problèmes fournis par le livre des *Zététiques* sans donner d'exemples. Voici le texte (p. 257):

> «Afin que cette méthode (zététique) soit aidée par quelque artifice, on distinguera les grandeurs données des grandeurs inconnues et cherchées en les représentant par un symbole constant, invariable et bien clair, par exemple, en désignant les grandeurs cherchées par la lettre A ou pour toute autre voyelle E, I, O, U, Y, et les grandeurs données par les lettres B, C, D, ou par d'autres consonnes...» (Chap. 5)

3) Les règles de transformations des équations. (Chap. V.)

On donne aux élèves la proposition II et III que les élèves doivent traduire en notations actuelles.

B- Résoudre des problèmes par l'algèbre : les *Zététiques*.

1) *Zététiques* I (livre I) (Le mot zététique veut ici dire problème)

On donne aux élèves le texte en latin qui pourrait être traduit, en formulation moderne par : étant donné la différence de deux nombres et leur somme, trouver ces deux nombres.

On demande aux élèves de trouver la solution. On pourrait aussi étudier la solution donnée par Viète. On termine en soulignant que les problèmes suivants du livre I permettent de faire des exercices sur les systèmes à deux inconnues ou sur les équations à une inconnue avec mise en équation.

2) *Zététiques* I à XIII (Livre II)

On présente aux élèves une série de Zététiques (Liber secundus – Zeteticvm I à VII) en latin avec une traduction littérale. On donne ensuite un exemple de solution pour le Zététique VII. On présente ensuite deux types de travaux donnés en classe. Le premier concerne le problème 2 du livre 2 des Zététiques et le second demande aux élèves de démontrer que certaines affirmations sont toujours vraies. (Par exemple : 1. Le double produit de deux nombres, ajouté à la somme de leurs carrés est égal au carré de leur somme : si on l'enlève à la somme des carrés, on obtient le carré de leur différence). On termine en demandant aux élèves de résoudre des problèmes comme trouver deux nombres positifs x et y sachant que $xy = 90$ et $x - y = 1$.

3) *Zététiques* livre III (dans l'édition de 1630)

On trouve dans ce livre d'autres problèmes concernant le triangle rectangle et qui pourraient être travaillés une fois connu le théorème de Pythagore. On donne aux élèves la version française des Zététiques III, IV et V sans dire comment l'enseignant les a utilisés ou quels types d'exercices les élèves ont dû effectuer.

C- Calcul de π : Réponses variées à des questions mathématiques (livre VIII)

On retrouve ici un exercice de calcul numérique.

« Viète, après des calculs assez longs aboutit à cette formule :

$$\pi = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{2}} \bullet \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \bullet \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}} \ldots$$

Calcule : $\sqrt{\frac{1}{2}};\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}};\ \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\ ; \ldots$

Applique chaque fois la formule. Que penser? » (p. 266)

On ajoute que ces notations ne sont pas celle de Viète et que la formule établie par lui n'est pas celle-ci. Le calcul fait par Viète en 1593 est celui du rapport des aires du carré inscrit dans un cercle et du cercle lui-même, qu'il exprime sous forme de produit fini. Il s'agit donc, avec nos notations, du calcul de 2/π.

2.2.2.4 Gattuso, Linda et Raynald Lacasse (1986)

Gattuso, Linda, et Raynald Lacasse. 1986. *Les mathophobes : Une expérience de réinsertion au niveau collégial.* Montréal : Cégep du Vieux Montréal, 195 p.

Comme nous le verrons à la section 2.2.6.1, un des objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques consiste à rendre les mathématiques plus humaines. Cette expression est d'ailleurs fréquemment utilisée dans le milieu de l'enseignement. Mais que veut-on dire? Le livre de Gattuso et Lacasse, qui enseignaient alors au cégep du Vieux Montréal, nous éclaire quant à l'impact de l'utilisation de l'histoire des mathématiques chez des élèves peu enclins envers cette matière.

Les deux chercheurs ont constaté que plusieurs étudiants du Cégep sont limités quant à leur choix de programmes à cause de la présence des mathématiques, non pas parce qu'ils présentent des lacunes dans leur préparation scolaire, mais parce qu'ils ressentent une phobie face aux mathématiques. « La recherche consiste donc à mettre sur pied et à évaluer un environnement ayant pour but de réconcilier un certain groupe d'étudiants ayant un vécu négatif face aux mathématiques. » (p. viii)

« Cet environnement est constitué d'entrevues suivies d'un atelier au cours duquel l'étudiant est appelé à «faire des mathématiques» dans un contexte favorable. Les étudiants inscrits à cet atelier sont surtout ceux qui, à cause de leur choix d'orientation ou de carrière, doivent éventuellement s'inscrire à des cours de mathématiques mais qui ressentent une angoisse telle qu'elle les rend incapables d'assumer leur choix. » (p. xi)

Par leur recherche, les auteurs voulaient voir s'il y avait un changement d'attitude chez les étudiants participant aux ateliers.

« Les résultats de leurs observations permettent de penser qu'il est possible de remédier à la mathophobie et ce, par des moyens pédagogiques :

- le professeur doit laisser une place à l'étudiant pour s'exprimer sur son vécu mathématique.

- le professeur doit trouver des occasions de superviser l'apprentissage individuel.

- le contexte du cours doit favoriser les échanges entre les étudiants, l'exploration libre et la verbalisation de la démarche utilisée.

- le professeur voit tant par son attitude que par ses paroles à détruire les mythes entourant les mathématiques. Il peut montrer le travail inhérent à toute démarche mathématique. Des apports historiques ou encore des liens avec le quotidien servent à restituer les mathématiques dans un contexte plus humain.

- le professeur doit développer des situations et du matériel concret visant à intéresser et à stimuler l'étudiant. » (p. 149)

Les chercheurs terminent en supposant, par les différents contacts établis et les dires des participants aux ateliers, que « la mathophobie a une ampleur et une intensité plus fortes que prévues : il faudrait donc mesurer l'étendue du problème de la mathophobie non seulement au milieu collégial mais dans le milieu scolaire en général, chez les étudiants et chez les enseignants. » (p. 151)

Ce sont évidemment les éléments entourant l'avant-dernier item de la liste précédente concernant les apports historiques qui seront étudiés davantage lorsque nous aurons à définir le concept de «rendre plus humain».

2.2.2.5 Simard, Marie-Josée (1996)

Simard, Marie-Josée. 1996. « Recours à l'histoire dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral au Québec». Mémoire de maîtrise en mathématiques, Montréal, Université du Québec à Montréal, 192 p.

Simard cherche à savoir « quelle est la place de l'histoire dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral du Québec. » (p. 1) Parmi les diverses classifications des types d'usage de l'histoire, trois ont été retenues : « 1. Mention de noms et de dates. 2. Narration d'anecdotes, présentation de faits ou de développements historiques et présentation de microbiographies. 3. Utilisation de l'histoire comme instrument pédagogique. » (p. 17) Cette classification a été retenue en s'inspirant du texte de Lefebvre (1993) portant sur l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

Afin de connaître les types d'usage de l'histoire dans l'enseignement du calcul au Québec, deux stratégies ont été utilisées : l'analyse de neuf manuels utilisés dans l'enseignement et la distribution d'un questionnaire de recherche destiné aux enseignants de calcul.

D'une part, la chercheuse conclue que les manuels analysés ont recours à l'histoire presque exclusivement sous forme des deux premiers types d'usage. D'autre part, « près de quatre enseignants sur cinq disent avoir recours à l'histoire du calcul dans leur enseignement. 90% des enseignants qui n'utilisent pas l'histoire du calcul dans leur enseignement donnent pour raison le manque de temps ou de connaissances.» (p. 107) De plus, « les enseignants qui ont recours à l'histoire n'emploient aucun des trois types d'usage de l'histoire de façon évidente plus qu'un autre. » (p. 107)

Finalement, Simard conclut en disant que « la formation en histoire des mathématiques est à la base d'un accroissement du nombre d'utilisateurs de l'histoire dans l'enseignement. » (p. 108)

Le travail de la chercheuse nous permet de retracer deux articles qui seront analysés à la section 2.2.3 et qui nous donnent des exemples d'objectifs de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

2.2.2.6 McBride, Cecil Charles (1974)

McBride, Cecil Charles. 1974. «The effects of history of mathematics on attitude toward mathematics of college algebra students». Thèse de doctorat, Michigan, U.M.I Dissertation services, 92 p.

Le but de cette recherche est de déterminer les effets de l'apport de l'histoire des mathématiques sur l'attitude envers les mathématiques chez des élèves de première année du collège. Des vignettes correspondant à certains sujets du cours d'algèbre furent introduites tout au long de la session d'hiver 1972-1973. Les vignettes visent à favoriser le développement d'attitudes positives envers les mathématiques en montrant le côté humain de cette science. Par exemple, une des vignettes explique aux étudiants les croyances et les pratiques des pythagoriciens alors qu'une autre relate la vie de Descartes. L'enseignant de deux classes, les groupes test, intégra les vignettes à l'intérieur de ses cours et l'enseignant de deux autres classes, les groupes contrôle, ne les utilisa pas.

En comparant les résultats des questionnaires portant sur l'attitude des étudiants et leur performance dans les examens selon que ceux-ci font partie des groupes test ou contrôle, le chercheur conclut qu'il est avantageux de présenter les mathématiques comme une science dont le développement nécessite des efforts humains en utilisant certains sujets de l'histoire des mathématiques. Il souligne que l'expérience devrait être effectuée chez des élèves de niveaux scolaires différents afin de comparer les résultats.

La thèse de M. McBride, surtout dans sa revue de la littérature, nous permet d'expliciter davantage en quoi l'histoire des mathématiques apporte une dimension plus humaine aux mathématiques.

2.2.2.7 Exemples de livres non retenus

Les sujets traités dans les ateliers décrits ci-dessous sont parfois accessibles aux élèves de niveau secondaire. Par contre, certains ateliers s'adressent à des étudiants plus âgés. Ces livres n'ont pas été retenus puisque d'autres textes nous semblaient plus intéressants et plus riches dans leurs contenus.

Colloque Inter-IREM. 1987. *Les mathématiques dans la culture d'une époque : Actes du Colloque Inter-IREM. Histoire et épistémologie des mathématiques*. Strasbourg : Université Louis-Pasteur, Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, 362 p.

On retrouve dans ce document les comptes-rendus des différents ateliers tenus lors du colloque inter-IREM tenu à Strasbourg les 22 et 23 mai 1987. Voici les différents sujets abordés lors des ateliers :

- Sophie GERMAIN : Une femme aux marges de la communauté scientifique.
- Moyenne et perfection – L'état providence.
- Esquisse d'une histoire de transpositions dans l'enseignement des mathématiques.
- Préhistoire des mathématiques. La découverte du nombre et du calcul.
- Deux aspects de l'arithmétique Pythagoricienne. Nombres figurés et moyennes.
- Algorithmes du calcul chez Archimède. Étude de la « mesure du cercle ».
- Le secret des longitudes et la pendule cycloïdale de Huygens.
- Planétarium et fractions continues – Lecture d'un texte de Huygens.
- La carte de Cassini.
- Huygens – De Witt : un modèle mathématique de calcul de la valeur des événements incertains.
- Les mathématiques à l'âge baroque.
- Philosophie et mathématiques au 17^e^ siècle.
- Les difficultés théoriques de l'introduction des infiniment petits en mathématiques.
- Horner et la communauté mathématique du 19^e^ siècle.
- Le défi de la vie.
- Développement des mathématiques (contenus et pratiques) et cadre social et institutionnel au 19^e^ siècle.

- G.Cantor et son époque.

- Institutions sociales et statistiques en France à la fin du 19e siècle et au début du 20e siècle.

- La question de la « chose » (Math. et écriture).

- Histoire des mathématiques dans la formation des professeurs de collège.

Grattan-Guinness, Ivor. 1987. *History in mathematics education: Proceedings of a Workshop held at the University of Toronto, Canada, july-august 1983.* Paris: Belin, 208 p.

Description d'ateliers tenus en 1983 à Toronto. L'auteur explique que le livre ne prétend pas faire le tour de la grande question de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. On présente des exemples sur certains sujets, seulement quelques périodes historiques ont été touchées et certains exemples conviennent à des élèves de niveau secondaire alors que d'autres sont accessibles à des étudiants de niveaux supérieurs. Le livre est divisé en quatre sections :

Première partie : Sujets sur les mathématiques anciennes.

- Méthodes mathématiques dans les sciences anciennes : les sphères.

- Méthodes mathématiques dans les sciences anciennes : l'astronomie.

Deuxième partie : Des mathématiques anciennes aux modernes.

- Du cinquième livre d'Euclide, d'Eudoxe à Dedekind.

- La preuve en mathématiques : son origine et son développement.

- Sur ce qu'il est convenu d'appeler les « problèmes classiques » de l'histoire des mathématiques.

Troisième partie : Sujets du 18e et du 19e siècle.

- Utilisation de l'histoire dans l'enseignement de la théorie des nombres.

- Qu'est-ce qu'était et que devrait être le calcul?

- Du travail pour les travailleurs : l'ingénierie mécanique en France de 1800 à 1830.

- L'algèbre en Angleterre : développement et accueil, 1750-1850.

Quatrième partie : Aspect de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques.

- La biographie dans les classes de mathématiques.

- Les acétates et l'histoire des mathématiques.

- Histoire des mathématiques et enseignement des mathématiques : une suggestion de bibliographie.

2.2.3 Les articles

2.2.3.1 Charbonneau, Louis (2002)

Charbonneau, Louis. 2002. «Histoire des mathématiques et enseignement des mathématiques au primaire». *Instantanés mathématiques*, automne 2002, p. 21-36.

L'article de Charbonneau s'applique d'abord à retracer l'histoire des mathématiques dans le programme du primaire. Ainsi, la compétence 4 de la version de mars puis de juin 2000, *Apprécier la contribution de la mathématique aux différentes sphères de l'activité humaine* et sa composante *L'élève explique l'évolution de la mathématique selon celle des besoins de la société* amène l'auteur à retenir « trois expressions clés : histoire de certaines notions (explicitement sur les instruments au troisième cycle), mathématiques et les besoins de la société, adoption d'attitudes favorables au développement de ses (l'élève) compétences dans cette discipline. » (p. 22)

Dans la version de mars 2000, le programme n'est pas explicite quant à savoir pourquoi on veut introduire l'histoire des mathématiques dans le curriculum mathématique scolaire. Charbonneau avance la possibilité que « les rédacteurs du programme voulaient peut-être que l'élève soit conscient que la mathématique n'a pas toujours eu la forme qu'on lui connaît aujourd'hui, qu'elle prend racine dans l'histoire même de l'humanité et que ce que l'élève apprend aujourd'hui est l'aboutissement d'un long cheminement. Il y a donc l'idée d'un cumul de connaissances, mais aussi **et surtout** celui des aléas associés à un tel cumul. » (p. 22)

Dans la version officielle de 2001 du *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire* du Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, la présence de l'histoire des mathématiques est plus limitée que dans les versions précédentes. L'emphase sur la relation entre les besoins d'une société et l'évolution des mathématiques laisse Charbonneau un peu perplexe. En effet, on « laisse alors sous-entendre que les mathématiques ont évolué principalement à cause des besoin de la société, et donc, si on franchit le pas facilement, pour des besoins utilitaristes. » (p. 23) Charbonneau donne l'exemple des Grecs chez qui « la géométrie a connu un développement remarquable, non pas pour satisfaire des besoins pratiques de la société, mais beaucoup plus pour répondre à des besoins intellectuels. » (p. 23)

Les raisons pour lesquelles on veut arriver à des manifestations de la connaissance de l'histoire des mathématiques chez les élèves sont peu explicites dans la dernière rédaction du programme. Toutefois, Charbonneau propose que « l'histoire doit être vue comme un outil pour faire en sorte que les mathématiques soient perçues comme une activité humaine qui a évolué, a connu des périodes de latences, a rencontré des difficultés. Elle fait voir les mathématiciens et les mathématiciennes comme des hommes et des femmes qui ont des joies et des peines mathématiques. Elle montre que les mathématiques font partie de l'évolution de notre civilisation, et, en fait, de toutes les civilisations, bien qu'à des degrés divers. » (p. 24)

L'auteur donne trois exemples d'activités simples ayant une saveur historique. Le premier est intitulé *Le bâton de Gerbert*, le second *Le bâton de Thalès* et le dernier *La machine à calculer de Pascal (1636)*.

Selon Charbonneau, « aborder les mathématiques en les replongeant dans un contexte historique peut aider les élèves à percevoir les mathématiques non pas comme un produit fini et éternellement figé mais bien comme le fruit d'une évolution. Les mathématiques apparaissent alors aux élèves plus humaines et donc davantage aptes à être maîtrisées non pas certes dès le premier abord mais, comme beaucoup d'autres ont fait, en surmontant des difficultés. [...] Mais, pour que cette action «humanisante» de l'histoire se produise, il importe que les élèves perçoivent que les mathématiques sont le fruit d'une longue évolution, que les mathématiques sont de fait un produit d'une activité humaine en continuel devenir. » (p. 27)

Johnson (1979), didacticienne de l'histoire, « suggère que l'acquisition du concept de temps historique met en cause six aspects distincts : le recul, la chronologie, l'évocation, le changement, l'évolution, la durée. » (p. 28) Ainsi, Charbonneau, en se référant à cette didacticienne, suggère qu'au primaire, nous devons nous limiter à deux des six composantes : l'évocation des périodes historiques et la prise de conscience du changement.

Pour évoquer une époque, Charbonneau suggère « d'associer des images, de la musique, des édifices, etc. » (p. 29) « Il faut chercher autour de soi la présence de l'histoire, autrement dit, cherchons l'histoire dans notre quotidien. » (p. 30) L'auteur nous fournit quelques pistes à explorer. Il parle d'architecture, de l'histoire du Canada avec ses monuments, villes, noms de rues, musées historiques. La généalogie permet de se faire une idée du temps écoulé par le calcul du nombre de générations qui se sont succédées depuis un certain événement. Les personnages d'histoires d'enfants permettent aussi d'évoquer des époques. La musique, la langue, l'école à travers l'histoire et un sujet d'intérêt pour l'enseignant sont aussi d'autres domaines riches et évocateurs. Charbonneau regroupe ces éléments dans un *Aide-mémoire des «artefacts» présents au quotidien.*

« i) Portait(s) (attention à l'authenticité)

ii) Texte de l'époque (mathématique si possible, pas une réédition en caractères modernes), à montrer simplement

iii) Façon(s) de s'habiller (mode, selon le climat, le niveau social, le type d'activités)

iv) Architecture de l'époque (autant que possible des édifices connus)

v) Musique (utiliser le net, etc.)

vi) Vocabulaire dont l'histoire est associé à ce thème

vii) Lien avec l'histoire du Canada

viii) Personnages d'histoires d'enfants

ix) Films historiques (attention à l'authenticité)

x) Les enfants des écoles d'alors

xi) Autres, selon les intérêts de l'enseignant (théâtre, sports, jeux, jeux d'enfants, jeux de cartes, etc.) » (p. 33)

Charbonneau donne aussi quelques suggestions pratiques pour la réalisation d'activités en classe. « Travailler avec un collègue féru d'histoire, faire exécuter des recherches par les élèves, faire découvrir la présence de l'histoire dans l'environnement des enfants, avoir en permanence en classe une ligne du temps brute sur laquelle ne se trouve au départ que très peu d'informations et réutiliser les éléments qui illustrent une période dans toutes les activités mathématiques qui touchent une même période. » (p. 34)

L'auteur conclut que « pour faire en sorte que les élèves prennent réellement conscience que les savoirs mathématiques sont le fruit d'un **long** travail qui s'étend sur des siècles, il faut que les activités à saveur historique que nous leur présentons s'accrochent à des représentations et à des évocations de la période concernée par l'activité. [...] l'élève pourra saisir de lui-même qu'effectivement, les mathématiques sont le fruit d'un **long** travail qui s'étale sur des périodes très différentes les unes des autres. [...] il aura peut-être développé une conception des mathématiques non seulement culturelle, mais aussi profondément humaniste, donc laissant place à l'erreur et à la discussion. » (p. 34)

L'article se termine par une bibliographie pour une utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques au primaire où l'on trouve des livres en français et en anglais ainsi que des suggestions de sites Web en français et en anglais.

Mise en contexte.

C'est à travers le mémoire de Marie-Josée Simard «Recours à l'histoire dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral au Québec» que nous avons retracé deux articles intéressants concernant les différents objectifs de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Il s'agit d'un article de Jacques Lefebvre et d'un autre de John Fauvel. Ceux-ci nous ont permis de réaliser qu'il est permis de définir des objectifs de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement qui sont différents de ceux que l'on peut retrouver dans les livres ou les articles. Ils ne seront alors ni meilleurs ni moins bons que ceux déjà proposés, ils répondront simplement davantage à nos propres besoins.

2.2.3.2 Lefebvre, Jacques (1993)

Lefebvre, Jacques. 1993. «Utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques». *Bulletin de l'AMQ*, octobre 1993, p. 22-27.

Plusieurs chroniques concernant l'histoire des mathématiques ou l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement se retrouvent dans le bulletin de l'AMQ. Louis Charbonneau et Jacques Lefebvre, professeurs à l'Université du Québec à Montréal, ont tous deux publié de nombreux articles concernant ces sujets dans ce bulletin.

L'article de Lefebvre identifie les individus et les groupes qui utilisent l'histoire comme instrument pour donner du sens et du rayonnement aux mathématiques scolaires. Dans les groupes, on retrouve notamment, les IREM français dont les publications nous ont grandement servi dans l'élaboration des différentes activités que vous trouverez dans ce mémoire. Lefebvre fait aussi mention de ICMI, The International Commission on Mathematical Instruction, dont le livre-rapport publié en 2000 nous servira de phare dans l'identification des objectifs de l'utilisation de l'histoire des mathématiques.

Lefebvre opte, quant à lui, pour le triple objectif suivant de l'utilisation de l'histoire : « donner ou redonner du **sens** aux mathématiques enseignées, créer ou recréer un **contexte** et accroître le **plaisir.** » (p. 23) Il définit ensuite quelques types ou catégories d'usage de l'histoire en classe. Sa classification est fonction de la quantité de temps nécessaire à l'intégration en tenant compte de l'effort requis par les enseignants ou les élèves, la complexité, le nombre d'enseignants ou de disciplines en cause. Bref, cet ordre est un ordre croissant quant à l'ampleur du rôle de l'histoire en classe de mathématiques. On retrouve :

a) Des noms et des dates.

b) Des anecdotes et des microbiographies.

c) De l'histoire comme instrument pédagogique.

Cette forme d'utilisation de l'histoire correspond à la première section du livre Bulletin inter-IREM épistémologie (ed.). 1988. *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques*, tel que présenté à la section 2.2.2.3.

d) Des activités multidisciplinaires.

On peut encore se référer à la section 2.2.2.3 pour retrouver des exemples de cette utilisation.

e) Des mégaprojets.

La section traitant des «Projets d'Action Éducative» que l'on retrouve toujours à la section 2.2.2.3 correspond à ce que Lefebvre entend par mégaprojets.

L'article se termine par quelques contre-indications et recommandations générales quant à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Débutons par les contre-indications :

« - Ne pas recourir à l'histoire dans l'enseignement si on s'y sent poussé sans que cela nous agrée.

- Ne pas viser à enseigner l'histoire des mathématiques pour elle-même au secondaire ou au collégial, mais toujours en vue d'une activité d'apprentissage mathématique et en l'y intégrant.

- Ne pas croire que le recours à l'histoire est une recette pédagogique miraculeuse.

- Ne pas sous-estimer le travail à effectuer pour maîtriser les outils de la discipline historique afin de ne pas dénaturer l'histoire. » (p. 27)

En terminant, voici les recommandations de Lefebvre:

« - Se préparer et, en particulier, lire des textes historiques et en discuter.

- Travailler en équipe (au moins à deux) pour s'encourager et s'entraider, même s'il s'agit d'activités individuelles d'enseignement en classe.

- Se fixer des objectifs gradués. Se limiter d'abord aux catégories d'interventions moins lourdes (a, b, c).

- Préparer, le cas échéant, les élèves à la lecture des textes (langue, informations techniques, ...).

- Prolonger l'effet de la lecture par des exercices à faire en classe et hors classe.

- Faire une évaluation ou, en tout cas, être attentif tout au long du déroulement (de façon à s'ajuster en cours de route et à en tenir compte la fois suivante). » (p. 27)

2.2.3.3 Fauvel, John (1991)

Fauvel, John. 1991. «Using History in Mathematics Education». In *Special Issue on History in mathematics Education* edited par John Fauvel, *For the Learning of Mathematics*, vol.11, no. 2, juin 1991, p. 3-6.

Fauvel relate que depuis plusieurs dizaines d'années, voire même une centaine, des personnes ont relevé l'importance d'utiliser l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Par contre, comme l'histoire et le temps peuvent être des concepts difficiles à saisir pour les jeunes élèves et que les enseignants ont habituellement reçu peu ou aucune formation en histoire des mathématiques, l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement se fait très peu.

Fauvel (p. 4) nous donne une série de quinze raisons qui ont été mises de l'avant afin de promouvoir l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. En voici notre traduction.

1- Aide à accroître la motivation à apprendre.

2- Rend les mathématiques plus humaines.

3- Le développement historique aide à établir l'ordre de présentation des sujets dans le programme.

4- Démontrer aux élèves comment les concepts ont été développés aide à leur compréhension.

5- Changer les perceptions des élèves face aux mathématiques.

6- Comparer les méthodes anciennes aux modernes donne de la valeur à ces dernières.

7- Aide à développer une approche multiculturelle.

8- Donne l'opportunité de faire de la recherche.

9- Les obstacles du passé aident à comprendre les difficultés des élèves.

10- Réconforte les élèves de savoir qu'ils ne sont pas les seuls à rencontrer des difficultés.

11- Encourage les élèves plus rapides à aller plus loin.

12- Aide à expliquer le rôle des mathématiques dans la société.

13- Rend les mathématiques moins effrayantes.

14- Explorer l'histoire des mathématiques aide l'enseignant à maintenir son intérêt et son enthousiasme face aux mathématiques.

15- Permet le travail multidisciplinaire.

Après avoir montré les raisons de l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement, Fauvel nous donne une liste de douze façons d'utiliser l'histoire des mathématiques (p. 5).

1- Mentionner les anciens mathématiciens de façon anecdotique.

2- Introduire les nouveaux concepts de façon historique.

3- Encourager les élèves à comprendre à quel problème historique le concept qu'ils apprennent tente de répondre.

4- Donner des cours sur l'histoire des mathématiques.

5- Utiliser des textes historiques lors des exercices en classe ou lors des devoirs.

6- Diriger des activités théâtrales où l'on retrouve des interactions mathématiques.

7- Encourager la création d'affiches ou de tout autre projet dont le thème est historique.

8- Organiser des projets sur des activités mathématiques du passé qui ont eu lieu sur la scène locale.

9- Utiliser des exemples critiques du passé afin d'illustrer des techniques ou des méthodes.

10- Explorer les conceptions erronées, les erreurs et les façons de faire alternatives du passé afin d'aider à la compréhension et à la résolution des difficultés des élèves d'aujourd'hui.

11- Utiliser une approche pédagogique d'un sujet en lien avec son développement historique.

12- Ordonner et structurer un sujet selon des informations historiques.

Fauvel fait ensuite la distinction entre utiliser l'histoire des mathématiques dans l'enseignement et enseigner l'histoire des mathématiques. Il fait remarquer que l'on a tendance à les confondre. D'abord, les enseignants peuvent croire qu'ils doivent enseigner l'histoire des mathématiques, un sujet qu'ils ne maîtrisent pas suffisamment et qui ne se trouve pas dans le programme, alors qu'ils sont simplement encouragés à explorer des façons de rendre leur enseignement plus riche, varié et plus efficace dans certains cas. Ensuite, la distinction entre enseigner l'histoire des mathématiques et l'utiliser est non seulement importante pour rassurer les enseignants mais aussi parce que l'histoire des mathématiques peut devenir une composante du programme de mathématique. (p. 5)

Fauvel conclut que personne ne peut prétendre que l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans une classe est facile. Tant que la formation des futurs maîtres n'inclura pas l'histoire des mathématiques et son utilisation dans les classes, les enseignants auront peur de ne pas en savoir assez et de ne pas être suffisamment outillés pour l'utiliser dans leur enseignement. De plus amples discussions sont nécessaires afin de déterminer quels supports doivent être apportés aux enseignants désirant utiliser l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. (p. 6)

Nous avons senti le besoin de préciser le sens de certains éléments qui se trouvent dans l'article de Fauvel. Ainsi, nous reviendrons sur le concept de rendre les mathématiques plus humaines dans la section 2.3. La section 2.2.6.2 nous donnera la chance de développer sur l'utilisation des textes historique et les activités multidisciplinaires.

2.2.4 Les sites Web

Plusieurs sites Web traitent de l'histoire des mathématiques. Il faut toujours être vigilant quant à la qualité des informations trouvées sur Internet.

C'est, entre autres, à l'aide du moteur de recherche Google.com que l'on peut trouver des images nécessaires aux activités créées à partir des textes historiques. On doit entrer quelques mots clés qui correspondent au sujet traité pour ensuite choisir, parmi les sites proposés, ceux qui nous semblent les plus intéressants. On doit réitérer la mise en garde dite précédemment : vérifier que les informations que vous avez trouvées ne sont pas contredites sur un second site!

2.2.5 Les revues

On peut ajouter qu'il existe des périodiques traitant, en grande partie, de l'enseignement des mathématiques. Voici ceux qui revenaient le plus souvent lors de nos recherches et qui ont été consultés. Ces trois périodiques ne sont qu'un bref aperçu des différentes revues disponibles pour l'enseignement des mathématiques. Il est à noter que ces documents sont disponibles en consultation seulement. On retrouve, à l'Université du Québec à Montréal, le périodique trimestriel *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* à la bibliothèque des sciences dans les périodiques, à la section QA11A1A1I53. De plus, l'Association mathématique du Québec publie le *Bulletin AMQ* qui est disponible à la bibliothèque de l'éducation dans les périodiques, à la section QA1A1.A885. Il est à noter que certains numéros sont malheureusement manquants.

D'autre part, on retrouve le périodique *For the Learning of Mathematics* à la bibliothèque de l'éducation de l'Université McGill dans la section QA11 F6. Ces revues sont aussi disponibles en consultation seulement.

2.2.6 La littérature et les questions de recherche

Rappelons les questions de recherche :

1- Quels sont les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement?

2- Quels sont les types d'activités pour chacun des objectifs?

3- Quels sont les outils nécessaires à la planification et à la réalisation de chaque type d'activités?

Intéressons-nous d'abord à la première question de recherche. Lorsqu'un enseignant planifie et organise des activités pédagogiques, il doit d'abord définir les objectifs que les élèves devraient atteindre par la réalisation de ces activités. Un enseignant désirant intégrer l'histoire des mathématiques dans son enseignement n'échappe pas à cet impératif. Nous nous sommes donc prêtée à l'exercice : dans quels buts, selon quels objectifs voudrions-nous intégrer l'histoire des mathématiques dans notre enseignement?

2.2.6.1 Les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Reprenons d'abord, à travers la revue de la littérature, les divers textes où des éléments entourant les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement sont abordés.

Comme nous le soulignions au point 2.2.2.1, c'est en grande partie à l'aide du chapitre 7 *Intégrer l'histoire des mathématiques en classe : un survol analytique* de Fauvel et van Maanen (2000) que les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement ont été définis. Les auteurs ont déterminé cinq rôles que l'histoire peut jouer dans l'enseignement des mathématiques ainsi que trois façons complémentaires d'intégrer l'histoire des mathématiques. Nous reprenons ici l'intégrale du texte du point 2.2.2.1 :

Rôles :

a) L'apprentissage des mathématiques :

Le développement historique des mathématiques démontre que l'organisation déductive de la discipline des mathématiques vient seulement après que celle-ci a atteint une certaine maturité. De plus, l'histoire des mathématiques fournit un vaste choix de questions et de problèmes qui peuvent avoir un impact non seulement dans leur contenu, mais sur la motivation, l'intérêt et l'engagement des élèves. Aussi, l'histoire peut servir de pont entre les mathématiques et les autres disciplines et un élève qui s'implique dans un projet historique peut développer des habiletés dans la lecture, l'écriture, la recherche, l'analyse et la capacité de discuter des mathématiques au lieu de faire des mathématiques.

b) Le développement d'une opinion sur la nature des mathématiques et sur l'activité mathématique :

À l'aide de l'histoire des mathématiques, les élèves apprendront que les erreurs, les incertitudes, les doutes, les arguments intuitifs, les controverses et les approches alternatives ne sont pas seulement permis, mais font partie intégrante de la construction des mathématiques. De plus, les mathématiques évoluent non seulement dans leur contenu, mais aussi dans leur forme par les notations, les terminologies, les modes d'expression et de représentations.

c) La didactique des enseignants :

En étudiant l'histoire des mathématiques tout en ayant en tête une approche didactique, les enseignants pourront identifier les motivations à l'introduction de nouvelles connaissances mathématiques, être davantage conscients des difficultés et des obstacles qui sont apparus dans l'histoire et qui pourront réapparaître en classe et réaliser qu'une notion qui semble achevée est le résultat d'une évolution graduelle. De plus, en étudiant l'histoire des mathématiques, les enseignants enrichiront leur répertoire d'explications, d'exemples et d'approches. Enfin, en étudiant l'histoire, les enseignants pourront être plus sensibles à des façons non conventionnelles de résoudre des problèmes.

d) Le côté humain des mathématiques :

L'histoire des mathématiques nous donne des exemples d'une activité humaine plutôt que seulement un système de règles rigides. On retrouve aussi la notion de persistance dans l'effort à travers les découvertes et les recherches des anciens mathématiciens.

e) L'appréciation des mathématiques comme apport culturel.

À travers l'étude d'exemples historiques, les élèves auront l'opportunité de réaliser que les mathématiques n'ont pas seulement été développées pour des raisons d'utilité, mais aussi par curiosité intellectuelle, par plaisir, par défi, etc. De plus, l'histoire nous montre que les mathématiques ont évolué à travers des contextes culturels et sociaux qui en influencent le développement. Aussi, l'étude de l'histoire des mathématiques permet aux élèves et aux enseignants de découvrir des approches face aux mathématiques différentes selon les cultures. Dans certains cas, ces aspects culturels pourraient aider les enseignants dans leur travail avec les élèves multiethniques.

Après avoir souligné les raisons favorisant l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, les auteurs notent trois façons complémentaires de le faire (p. 208) :

1) Apprendre l'histoire, par l'apport d'informations historiques.

Des informations comme des noms, des dates, des biographies, des problèmes célèbres, etc. L'emphase est mise sur l'histoire des mathématiques plutôt que sur l'apprentissage des mathématiques.

2) Amener l'élève à apprendre une notion mathématique en utilisant une approche inspirée de l'histoire.

3) Développer une plus grande compréhension non seulement sur les mathématiques, mais sur les contextes sociaux et culturels dans lesquels les mathématiques utilisées ont été développées.

D'autre part, Gattuso et Lacasse (1986) ont donné quelques moyens pédagogiques afin de remédier à la mathophobie. Un de ces moyens est directement en lien avec les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Les auteurs notent à travers leurs observations et les résultats de leur recherche que « le professeur doit détruire les mythes entourant les mathématiques. Des apports historiques [...] servent à restituer les mathématiques dans un contexte plus humain. » (p. 149)

De plus, Lefebvre (1993) a défini un triple objectif de l'utilisation de l'histoire : donner ou redonner du sens aux mathématiques enseignées, créer ou recréer un contexte et accroître le plaisir. Il dit : « L'histoire peut apporter du sens en donnant les contextes des problèmes et de leurs solutions successives. [...] ils (les contextes) incorporent explicitement la problématique scientifique plus large, et même des informations sur l'évolution culturelle ou sociale. [...] ... le dépaysement, la prise de conscience historique, le constat des imperfections, des imprécisions, voire des erreurs, d'illustres mathématiciens du passé peuvent accroître le plaisir de travailler les mathématiques. » (p. 23-24)

Nous pouvons regrouper certains éléments provenant de ces lectures. En effet, les points d) (Le côté humain des mathématiques) et e) (L'appréciation des mathématiques comme apport culturel) ainsi que l'item 3 (Développer une plus grande compréhension non seulement sur les mathématiques, mais sur les contextes sociaux et culturels dans lesquels les mathématiques utilisées ont été développées) que l'on retrouve dans le chapitre sept de Fauvel et van Maanen (2000), peuvent être regroupés sous un même chapeau que nous nommerons : Rendre les mathématiques plus humaines. Aussi, Gattuso et Lacasse (1986) énoncent le concept de rendre les mathématiques plus humaines dans leur recherche et Lefebvre (1993) à travers son triple objectif mentionne, indirectement, ce concept. De plus, Charbonneau (2002), explique que : « L'histoire doit être vue comme un outil pour faire en sorte que les mathématiques soient perçues comme une activité humaine qui a évolué, a connu des périodes de latences, a rencontré des difficultés. » (p. 24)

Finalement Fauvel (1991) énonce, à la page 4, une série de quinze raisons qui ont été mises de l'avant afin de promouvoir l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement où l'on retrouve, comme deuxième entrée, «rend les mathématiques plus humaines». Cette entrée correspond à ce que nous croyions être, depuis longtemps, un objectif important de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Comme les lectures sont venues confirmer notre intuition, ce fut le premier objectif à être déterminé pour l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Le deuxième objectif de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement que nous avons retenu est d'amener l'élève à apprendre ou à consolider une notion mathématique. En effet, un enseignant garde toujours en tête les notions que ses élèves doivent acquérir au cours d'une année scolaire. Il doit varier ses approches pédagogiques et l'intégration de histoire des mathématiques peut être un des moyens retenus afin de présenter ou de consolider une notion à l'étude. L'objectif d'amener l'élève à apprendre ou à consolider une notion mathématiques a été défini suite à l'analyse des cinq rôles et des trois façons d'intégrer l'histoire des mathématiques que nous retrouvons au chapitre 7 de Fauvel et van Maanen (2000). En effet, cet objectif rejoint les points a) (L'apprentissage des mathématiques) et b) (Le développement d'une opinion sur la nature des mathématiques et sur l'activité mathématique) ainsi que l'item 2) (Amener l'élève à apprendre une notion mathématique en utilisant une approche inspirée de l'histoire) que l'on retrouve dans ce chapitre. Fauvel (1991) énonce comme première raison de l'utilisation de l'histoire des mathématiques : aide à accroître la motivation à apprendre.

D'autre part, l'utilisation des textes anciens demeurait, tout au long de la revue de la littérature, un exemple intéressant d'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Au chapitre 7 de Fauvel et van Maanen (2000), à la page 212, les auteurs notent d'ailleurs que pour intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, il faut recourir à du matériel de référence où figurent, en tête de liste, les textes anciens. De plus, les deux tomes de IREM de Rennes (1995), regorgent d'exemples d'activités utilisant les textes anciens. L'idée du troisième objectif naît donc de cette abondance d'exemples où l'on trouve des textes anciens.

Ainsi, trois objectifs ont donc été identifiés :

1) Rendre les mathématiques plus humaines.

2) Amener l'élève à apprendre ou à consolider une notion mathématique.

3) Utiliser des textes anciens.

Ces trois objectifs correspondent à une réorganisation de différents exemples, propositions et expérimentations proposés dans la revue de la littérature comme expliquée précédemment. Cependant, ces objectifs ont dû être réorganisés.

L'objectif «Utiliser des textes historiques» a d'abord été travaillé puisque nous disposions de livres comprenant des exemples d'activités utilisant les textes anciens. Nous avons étudié les différentes activités proposées en tentant d'effectuer des regroupements entre celles-ci afin de créer des catégories qui engloberaient l'ensemble des activités à réaliser avec les textes anciens. Vous retrouverez le détail de ces catégories à la section 2.2.6.2. De plus, pour chacune des catégories, nous avons fait l'exercice de les relier aux autres objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Nous avons réalisé que les objectifs atteints étaient soit de rendre les mathématiques plus humaines, soit d'amener l'élève à apprendre une notion mathématique ou soit d'amener l'élève à consolider une notion mathématique. Ainsi, utiliser des textes historiques n'était pas un but en soi mais plutôt un outil qui permet l'atteinte d'un des trois objectifs nommés précédemment. Il fallait donc enlever l'objectif 3) Utiliser des textes anciens et scinder en deux l'objectif 2) Amener l'élève à apprendre ou à consolider une notion mathématique.

On arrive donc finalement aux trois objectifs de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques qui nous préoccuperont :

1) Rendre les mathématiques plus humaines.
2) Amener l'élève à apprendre une notion mathématique.
3) Amener l'élève à consolider une notion mathématique.

2.2.6.2. Les types d'activités

Le fait de changer le statut «Utiliser des textes anciens» d'objectif à outil met en évidence le besoin de spécifier les types d'activités. En effet, comme nous désirons intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, nous avons décidé de créer, en nous inspirant des différents livres disponibles, des activités que les enseignants de mathématiques pourront utiliser dans leur classe.

Plusieurs types d'activités ont été donnés en exemple dans la revue de la littérature. Le chapitre 7 intitulé *Intégrer l'histoire des mathématiques en classe : un sondage analytique* de Tzanakis et Arcavis (Fauvel et van Maanen, 2000), p. 201 à 240, contient une liste d'idées d'activités. Voici reproduit cette liste de treize types d'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques (p. 214) que nous avons déjà signalée à la section 2.2.1:

1- Capsules historiques.

2- Projet de recherche basé sur des textes historiques.

3- Utilisation de textes anciens.

4- Feuille de travail sur un court extrait historique suivi de questions pouvant aller de la discussion de l'extrait à la résolution du problème.

5- Package historique : matériel basé sur un seul sujet, très près du programme scolaire, d'une durée de deux à trois périodes et déjà prêt à l'utilisation par les enseignants.

6- Mettre en relief les erreurs, les conceptions alternatives, les paradoxes, les controverses, etc. qui sont apparus à travers l'histoire des mathématiques.

7- Utiliser les problèmes historiques, ceux qui non pas de solution, ceux qui ont été résolus avec beaucoup de difficultés, les résolutions différentes de celles habituellement présentées aux élèves, etc.

8- Utilisation des instruments anciens.

9- Activités d'expérimentation mathématiques : demander aux élèves de commenter certains problèmes historiques ou certaines méthodes utilisées par les mathématiciens. Faire travailler les élèves avec d'anciennes notations ou les anciens systèmes de numérations. Utiliser des anciennes méthodes de multiplication, etc.

10- Pièces de théâtre où les élèves recréent la vie d'un mathématicien ou mettent l'accent sur les découvertes mathématiques.

11- Visionnement de films reliés à l'histoire des mathématiques.

12- Activités extérieures comme l'exploration de l'architecture de la ville, l'expérimentation de certains instruments, comme les instruments de navigation ou d'astronomie, la visite de musées, etc.

13- Utilisation d'Internet afin d'aller chercher des ressources ou comme moyen de communication en permettant la diffusion de connaissances sur l'histoire des mathématiques.

Ces types d'activités peuvent faire l'objet de certains regroupements:

1- Les activités ayant comme support les textes anciens ou favorisant l'utilisation de textes anciens. On peut ici inclure les activités 1-2-3-4-5-6-7 et 9.

2- L'utilisation ou la création, par les élèves, d'instruments anciens. L'activité 8 ci-dessus en fait mention. De plus, au chapitre 10 de Fauvel et van Maanen (2000), l'auteure Bartolini Bussi relate l'utilisation de l'abaque, de la machine à calculer, etc.

3- Recours à des médias non standard tels que les films, la création de pièce de théâtre, la création d'affiches, la visite de musées ainsi que l'utilisation d'Internet. On reprend ici les activités 10-11-12 et 13.

On peut ajouter que Fauvel (1991) dresse une liste de douze façons d'utiliser l'histoire des mathématiques dans l'enseignement (p. 5):

1- Mentionner les anciens mathématiciens de façon anecdotique.

2- Introduire les nouveaux concepts de façon historique.

3- Encourager les élèves à comprendre à quel problème historique le concept qu'ils apprennent tente de répondre.

4- Donner des cours sur l'histoire des mathématiques.

5- Utiliser des textes historiques lors des exercices en classe ou lors des devoirs.

6- Diriger des activités théâtrales où l'on retrouve des interactions mathématiques.

7- Encourager la création d'affiches ou tout autre projet dont le thème est historique.

8- Organiser des projets sur des activités mathématiques du passé qui ont eu lieu sur la scène locale.

9- Utiliser des exemples critiques du passé afin d'illustrer des techniques ou des méthodes.

10- Explorer les conceptions erronées/erreurs/façons de faire alternatives du passé afin d'aider à la compréhension et à la résolution des difficultés des élèves d'aujourd'hui.

11- Utiliser une approche pédagogique d'un sujet en lien avec son développement historique.

12- Ordonner et structurer un sujet selon des informations historiques.

Les différents exemples donnés par Fauvel peuvent être répartis dans les trois regroupements donnés plus haut.

Évidemment, les trois regroupements précédents ne constituent pas une liste exhaustive. On ne parle pas d'activités interdisciplinaires, sauf peut-être dans les exemples 6 et 8 de l'article de Fauvel où l'on peut déduire que la collaboration entre des personnes d'expertise variée sera probablement nécessaire à la réalisation du projet. Pourtant, l'intégration de l'histoire des mathématiques peut facilement faire l'objet de collaboration entre les enseignants de différentes matières scolaires et il est important de se rappeler que ce type d'activités sera de plus en plus présent dans les classes avec l'arrivée au secondaire de la réforme de l'éducation. De plus, entre les trois regroupements nous pourrions facilement penser faire des recoupements. Par exemple, les instruments anciens pourraient être introduits à travers certains textes anciens.

Nous avons décidé de créer des activités ayant comme support les textes anciens ainsi que ceux favorisant la multidisciplinarité. L'utilisation de textes anciens se retrouve dans plusieurs activités et il existe énormément d'exemples de cette utilisation ce qui nous fournira une source d'inspiration. La disponibilité du matériel guide donc ce premier choix d'activités. D'autre part, la réforme de l'éducation amènera les enseignants à créer des activités favorisant la multidisciplinarité. Nous croyons donc bon de nous y intéresser. Afin de restreindre l'ampleur de ce mémoire, nous nous limiterons donc à l'élaboration d'activités utilisant les textes anciens ainsi que ceux favorisant la multidisciplinarité tout en sachant que d'autres types d'activités auraient pu être retenus.

Débutons par les textes historiques. Les chapitres 8 et 9 de Fauvel et van Maanen (2000) donnent des exemples d'activités utilisant l'histoire des mathématiques. Nous n'avons pas retenu ceux-ci puisque d'autres textes nous ont davantage intéressés par leur possibilité d'intégration en classe selon les programmes d'études. Comme nous le mentionnions à la section 2.2.2.2, nous avons étudié les différentes activités proposées dans IREM de Rennes (1995) en tentant d'effectuer des regroupements entre celles-ci.

Parmi toutes les activités présentées, dix catégories ont été répertoriées.

1- Prendre quelques lignes d'un texte historique et demander aux élèves de les commenter.

2- Prendre quelques lignes d'un texte historique et expliciter le contexte social dans lequel celles-ci ont été écrites ou en profiter pour détailler la vie du mathématicien dont les écrits sont étudiés.

3- Prendre quelques lignes d'un texte historique et refaire la construction donnée afin de voir une autre façon d'aborder une nouvelle notion.

4- Prendre quelques lignes d'un texte historique et faire la construction afin d'apprendre une nouvelle notion.

5- Prendre quelques lignes d'un texte historique et créer des exercices où l'élève doit mettre en pratique les nouvelles façons d'aborder une notion.

5A- Prendre quelques lignes d'un texte historique et créer des exercices où l'élève doit mettre en pratique les nouvelles façons d'aborder une notion afin de découvrir de nouvelle notion mathématique.

6- Prendre quelques lignes d'un texte historique et analyser la façon de définir certaines notions.

7- Prendre quelques lignes d'un texte historique et demander aux élèves de rédiger la démonstration ou les calculs sous forme algébrique lorsque ceux-ci sont donnés sous forme littérale.

8- Utiliser un système de numération afin de donner un aperçu des méthodes de calculs anciennes.

9- Utiliser un livre ancien, comme par exemple un vieux manuel de mathématiques, afin de connaître les notions à l'étude et les façons de les aborder dans les écoles.

On retrouvera un exemple d'activité pour chaque catégorie au chapitre trois.

Pour ce qui est des activités multidisciplinaires, nous allons créer des activités reliant les mathématiques aux différents domaines d'apprentissage du programme de la réforme. On retrouvera des activités liant les mathématiques à l'art dramatique, à l'anglais, à la science et technologie, à la géographie, au français et à l'histoire et à l'éducation à la citoyenneté.

Afin de réaliser une activité multidisciplinaire, il faut connaître le programme de formation de la discipline avec laquelle l'enseignant de mathématiques désire s'associer. Les informations provenant des disciplines autres que mathématiques proviennent du site du Ministère de l'éducation du Québec (http://www.mels.gouv.qc.ca).

Il est à noter que les programmes de formation actuellement disponibles sont ceux du premier cycle du secondaire, ce qui correspond à la première et à la deuxième année du secondaire. Lors de l'élaboration des activités, seuls les manuels scolaires *Panoramath : Mathématiques, 1^er^ cycle du secondaire* (Cadieux, Gendron et Ledoux, 2005) et *À vos maths! : Mathématique, 1^er^ cycle du secondaire* (Coupal, 2005), tous deux conformes au nouveau programme, étaient disponibles.

Le nouveau programme de mathématiques fait une place explicite à l'histoire des mathématiques : « Par ailleurs, le développement de la mathématique étant étroitement lié à l'évolution de l'humanité, son enseignement doit intégrer une dimension historique. Les élèves pourront ainsi mieux en saisir le sens et l'utilité. » (MELS, 2004a, p. 232)

Les exemples que nous donnons dans le quatrième chapitre sont des amorces d'activités multidisciplinaires. Nous donnons les grandes lignes et la boîte à outils qui suit chaque activité fournit certains détails facilitant la recherche d'informations. Les activités sont regroupées par matières mais il est facile de croire que d'autres pourraient se greffer à l'activité multidisciplinaire. Nous ne prétendons nullement donner toutes les activités multidisciplinaires possibles de réaliser. L'imagination des enseignants est la seule limite dans ce genre de domaine!

2.2.6.3 Les outils nécessaires

Lorsqu'un enseignant désire réaliser une activité en classe, il lui faut les outils nécessaires à la mise en œuvre de celle-ci. La littérature consultée ne fait pas ou très peu mention de la façon d'obtenir ces outils. À la suite des activités qui seront proposées, nous prendrons soin d'identifier soit les endroits où les textes et les images ont été trouvés, soit les types de questions que les élèves pourront poser, soit les pistes d'utilisation de l'activité, etc.

Chaque activité sera donc suivie de ce que nous conviendrons d'appeler une boîte à outils où les enseignants retrouveront des informations supplémentaires quant à la réalisation de l'activité. Nous identifierons aussi en quoi un des trois objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement a été atteint.

2.3 Précisions sur l'objectif de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement : Rendre les mathématiques plus humaines

> «Mathematics is often regarded as a discipline which is largely disconnected from social and cultural concerns and influences». (Tzanakis et Arcavi, 2000, p. 212) «... mathematics education does not always meet its aims for all pupils, and that so long as some students emerge from their education with less understanding of mathematics than might be useful for them, or indeed with an actual fear or phobia about mathematics, ...» (Fauvel et van Maanen, 2000, p. xiii)

Gattuso et Lacasse (1986) ont mis au point un atelier appelé «Phobie des mathématiques» destiné à des cégépiens ayant des problèmes face aux mathématiques. Les auteurs notent que « les étudiants mathophobes ne sont pas nécessairement des personnes ayant des troubles généralisés d'apprentissage, car la plupart réussissent dans les autres cours. Leur problème avec les mathématiques est spécifique et de nature affective plutôt que cognitive. » (p. 39)

Gattuso et Lacasse ont utilisé une version allégée du questionnaire d'attitude de Jean-Paul Collette (1976) afin de questionner les élèves sur leurs perceptions face aux mathématiques. Les réponses pré-atelier font ressortir que le plaisir et la facilité à faire des mathématiques sont faibles en général et que la valeur accordée aux mathématiques est très forte. En ce qui concerne les résultats post-atelier, le plaisir et la facilité ont légèrement augmentés tandis que la valeur accordée aux mathématiques semble avoir diminuée quelque peu. Les auteurs relèvent que ce dernier élément « a pour effet de restituer les mathématiques et en ce sens de les rendre plus accessibles. » (p. 129) On peut donc croire que si les élèves cessent de mettre les mathématiques sur un piédestal, leur conception face à cette science changera. Cet aspect est d'ailleurs repris à l'intérieur des hypothèses formulées par les chercheurs : « H12 : La valeur des mathématiques doit être transmise mais sans mystification et de façon à ce que l'étudiant puisse les reconnaître comme étant accessibles. » (p. 146)

Ils ajoutent par contre « qu'il ne s'agit pas d'abaisser les mathématiques ou de les dénigrer mais de les restituer. » (p. 146)

D'autre part, les chercheurs notent à propos de l'utilisation d'éléments de l'histoire des mathématiques, que : « Les rappels historiques vont provoquer le même effet (les mathématiques, quoique difficiles, semblent plus humaines, plus « faites pour nous». Les étudiants se mettent à récupérer leurs difficultés à eux et les replacent dans un contexte moins dévalorisant pour eux). Les étudiants sont surpris du fait que les idées mathématiques ont une genèse parfois fort tumultueuse et que tout n'a pas été acquis du premier coup. » (p. 130)

L'importance de l'utilisation de l'histoire des mathématiques amène les chercheurs à formuler l'hypothèse suivante « H10 : Le professeur doit favoriser les apports historiques et situer la démarche de l'humanité dans la construction mathématiques. » (p. 146)

D'autre part, nous avons réalisé une mini-recherche dans le cadre d'un cours de maîtrise donné à l'hiver 2002 par Nadine Bednarz «Initiation à la recherche en didactique des mathématiques». Ce travail ayant pour titre *Les conceptions des élèves face aux mathématiques* a été effectué auprès d'un groupe restreint de huit élèves de troisième secondaire provenant de nos groupes de mathématiques. Ces élèves avaient été sélectionnés car ils participaient énormément lors des cours de mathématiques. La première question de recherche était de déterminer quelles sont les représentations que les élèves ont des mathématiques (en particulier sur la place qu'elles occupent dans notre société). En ce qui a trait à la deuxième question, nous voulions savoir si leurs représentations des mathématiques bougent après avoir pris connaissance de la place qu'occupe l'activité mathématique dans certains secteurs de la vie contemporaine.

Afin de répondre à la première question de recherche, un questionnaire d'opinions relatives aux mathématiques ainsi qu'une grille d'analyse ont été conçus. Le rapport de recherche intitulé *Attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques* publié en 1976 par Jean-Paul Collette a servi à l'élaboration du questionnaire. L'objectif de cette recherche consistait à élaborer une échelle d'attitudes permettant de faire ressortir les conceptions des élèves de cinquième secondaire ainsi que ceux de première année du collégial à l'égard des mathématiques. Cette échelle fut d'ailleurs utilisée par plusieurs chercheurs tels que Gattuso et Lacasse dans la recherche mentionnée précédemment.

Le questionnaire contenait trente-quatre opinions pouvant être divisées entre huit conceptions des mathématiques par les étudiants. Il est à noter que la grille suivante a été conçue avec l'aide de Madame Nadine Bednarz.

Tableau 2.1
Conceptions sous-jacentes des mathématiques par les élèves

A	Mathématiques construites	Versus	Mathématiques qui existent en soi
	Les résultats et les productions en mathématiques sont construits, ils relèvent d'une construction humaine.		Données extérieures a priori. Il faut les découvrir, les prendre comme elles sont.
B	Mathématiques changeantes	Versus	Mathématiques fixes/figées
	Les mathématiques évoluent dans le temps, elles sont dynamiques, en constante évolution.		Ce sont toujours les mêmes mathématiques que l'on étudie.
C	Mathématiques utiles	Versus	Mathématiques inutiles
	Les mathématiques servent dans le développement des sociétés.		Il n'est pas important de connaître les mathématiques.
D	Mathématiques accessibles	Versus	Mathématiques hermétiques
	Les mathématiques sont compréhensibles.		Les mathématiques sont difficiles. Pour les comprendre, il faut être très doué.
E	Mathématiques ouvertes sur la société	Versus	Mathématiques repliées sur elles-mêmes
	Les mathématiques sont en lien avec d'autres domaines.		Les mathématiques ne sont pas en lien avec d'autres domaines.
F	Mathématiques créatives	Versus	Mathématiques : application de techniques
	Les mathématiques laissent la place à l'imagination.		Pour faire des mathématiques, il suffit de connaître et d'appliquer des règles.
G	Mathématiques : construction sociale	Versus	Mathématiques : activité solitaire
	Il existe une communauté de		Les mathématiques se pratiquent

	mathématiciens.		seul, sans contact ni échange avec ceux qui les étudient.
H	Mathématiques abstraites	Versus	Mathématiques concrètes
	Les mathématiques sont une pure création de l'esprit.		Les mathématiques sont en lien avec le réel.

La compilation des résultats a permis d'analyser les représentations que les élèves participant à la mini-recherche ont des mathématiques et ainsi de répondre à la première question de la recherche effectuée en 2002. Il est à noter que les résultats qui suivent n'ont aucune valeur statistique, l'échantillon étant petit et n'étant pas aléatoire. Ainsi, l'analyse des résultats, et les conclusions qui en découlent, porte uniquement sur les représentations des huit élèves de la mini-recherche.

A) Mathématiques construites versus mathématiques qui existent en soi

Les résultats permettent de conclure que les élèves considèrent les mathématiques comme construites.

B) Mathématiques changeantes versus mathématiques fixes/figées.

La majorité des élèves ont une conception des mathématiques comme changeantes. Par contre la moitié des élèves ont répondu que les mathématiques que l'on étudie seront les mêmes dans 10, 20 ou 30 ans. Certains sont donc ambivalents face à cette conception. Peut-être est-ce dû au fait que les notions mathématiques qu'ils étudient sont les mêmes que celles vues par leur frère ou leur sœur.

C) Mathématiques utiles versus mathématiques inutiles.

Les réponses sont très partagées quant à l'utilité des mathématiques. S'il y a utilité, elle est souvent associée à des mathématiques de base qui servent dans la vie courante.

D) Mathématiques accessibles versus mathématiques hermétiques.

La majorité des élèves voient les mathématiques comme étant accessibles et compréhensibles.

E) Mathématiques ouvertes sur la société versus mathématiques repliées sur elles-mêmes.

Il faudrait plus d'éléments pour conclure dans ce cas. En effet, la moitié des élèves ont coché la case «indifférent». Peut-être que les opinions contenues dans le questionnaire concernant ces conceptions étaient difficiles à saisir pour les élèves. On peut aussi émettre l'hypothèse que les élèves ont peut-être de la difficulté à voir comment les résultats en mathématiques sont utilisés et leur réelle utilité.

F) Mathématiques créatives versus mathématiques : application de techniques.

Les élèves sont majoritairement d'accord pour dire que les mathématiques consistent à mettre en application des techniques. Peut-être pouvons-nous trouver une explication dans le genre de problèmes que l'on soumet fréquemment aux élèves lors des cours de mathématiques. Des problèmes où, trop souvent, la question indique directement à l'élève quel outil mathématique utiliser afin de les résoudre, ce qui peut renforcer la perception de l'élève qu'il doit alors appliquer une règle.

G) Mathématiques : construction sociale versus mathématiques : activité solitaire.

Les élèves sont d'accord pour dire qu'il existe des gens qui partagent leur intérêt pour les mathématiques et une majorité d'entre eux croit que faire des mathématiques n'est pas une activité solitaire. Ainsi, les élèves ont davantage une perception des mathématiques comme une construction sociale.

H) Mathématiques abstraites versus mathématiques concrètes.

Les huit élèves sont d'accord pour dire que les mathématiques sont concrètes. Par contre, leur opinion est moins claire en ce qui concerne le fait que les mathématiques sont abstraites puisque la moitié des élèves ont coché la case «indifférent» aux opinions relatives à cette perception.

La deuxième question de recherche tentait de déterminer si les représentations des mathématiques chez les élèves changent après avoir pris connaissance de la place qu'occupe l'activité mathématique dans certains secteurs de la vie contemporaine. Pour répondre à cette question, quatre articles provenant du site Internet www.cmathématique.com ont été sélectionnés. Ces textes traitent de l'utilisation des mathématiques dans des domaines non technologiques. En effet, les élèves vont plus naturellement associer les mathématiques à des domaines à caractère technologique. Pourtant, cette science est aussi présente dans des secteurs variés de la vie contemporaine.

Le premier article traite de l'utilisation des mathématiques dans l'aide humanitaire tandis que le deuxième relate comment les mathématiques sont utilisées lors de l'étude de la démographie d'un pays. Le troisième texte explique en quoi les mathématiques sont utiles dans le recyclage des déchets domestiques. Finalement, le dernier texte nous informe comment les mathématiques s'attaquent avec succès aux problèmes de congestion routière et d'horaires dans le transport aérien.

Après que chaque élève ait lu un de ces quatre articles, il devait créer une affiche illustrant en quoi les mathématiques y sont présentes et faire un bref exposé aux autres élèves participant à la recherche. Ces présentations ont été enregistrées et analysées. Suite à ce travail, on note que les élèves affirment avoir changé de point de vue quant à leurs représentations des mathématiques puisqu'ils ont découvert comment celles-ci étaient utilisées dans des domaines sociaux, rarement associés avec les mathématiques. Il semble donc essentiel de présenter aux élèves des domaines autres que ceux habituellement reliés aux mathématiques. Ce travail est important puisqu'il permet aux élèves de découvrir l'utilisation et l'utilité des mathématiques dans des domaines qui les rejoignent énormément. Les élèves participant à la mini-recherche ont clairement exprimé l'importance d'avoir des exemples concrets de l'utilisation des mathématiques dans des domaines non technologiques.

D'autre part, on peut se demander si le changement de point de vue des élèves quant à leurs représentations des mathématiques sera durable. En effet, les conceptions ancrées depuis longtemps peuvent prendre du temps avant de changer de façon permanente. Les élèves ne vont pas spontanément associer un phénomène de société avec les mathématiques. Il faut donc poursuivre nos efforts afin de faire découvrir aux élèves que mathématiques ne rime pas seulement avec technologiques!

On réalise donc que l'on doit rendre les mathématiques accessibles, plus humaines, afin de permettre à nos élèves de s'engager pleinement dans leur apprentissage, et ainsi participer à la construction de leur connaissance.

Dahan-Dalmedico et Peiffer (1986) nous indiquent en quoi l'utilisation de l'histoire permet de rendre plus humaines les mathématiques : « À la recherche d'ouvertures, nous nous sommes tournées vers l'histoire : elle s'est avérée une formidable aventure intellectuelle restituant la dimension culturelle des mathématiques trop souvent niée dans la technicité de leur développement. » (p. 9) On peut aussi se demander pourquoi il semble important de restituer un aspect plus humain aux mathématiques. «... le pari n'est pas encore gagné pour que l'histoire des sciences, et notamment celle des mathématiques, constitue un pont entre le monde disciplinaire de la science et un plus large public ouvert à la culture scientifique. Sans doute est-elle encore prisonnière d'images anciennes et poussiéreuses, faites d'érudition trop pointilleuse et de développements trop techniques, qui concernent certes la communauté spécialisée, mais découragent les esprits curieux de l'activité intellectuelle dans les sciences exactes. » (p. 11)

Le pari est effectivement loin d'être gagné puisque dès 1960, on parlait de rendre les mathématiques plus humaines. McBride (1974) dit que: « Kline's conviction is that mathematics is a major cultural force in civilization and should be presented as such (Kline, 1962, p. 11). This notion was seconded by Buck (1965) who proposed as one of six goals for mathematics instruction that mathematics be demonstrated to be human activity. A similar opinion was expressed by Hurd (1970) in the suggestion that science in general be taught in a cultural context. » (p. 4)

D'autre part, on reproche souvent aux mathématiques d'être difficiles d'accès. Dès que les élèves sont confrontés aux notions abstraites de cette science, plusieurs d'entre eux, ne voyant plus l'utilité de celle-ci, changent d'attitude envers les mathématiques. L'utilisation de l'histoire des mathématiques, sans être une panacée, peut être un moyen de les rendre plus humaines, plus accessibles. McBride explique : «... a program designed to improve attitudes may attempt to show the relevancy of mathematics to the student by illuminating the physical conditions surrounding the development of topics in mathematics and the influence of those topics on the society ... » (p. 8) Il cite aussi une recherche effectuée par Agin and Pella (1972) : « [Agin and Pella] found that a social-historical approach in the teaching of high school science resulted in a significantly greater appreciation for and interest in science. » (p. 14)

Il semble donc que les recherches convergent vers la même conclusion : rendre les mathématiques plus humaines, par le biais de l'utilisation de l'histoire des mathématiques, augmente l'intérêt des élèves pour cette discipline. On peut croire que l'augmentation de l'intérêt pour les mathématiques aura des répercussions sur la motivation des élèves.

Qu'en est–il des autres disciplines scolaires? Retrouvons-nous le concept de « rendre plus humain »? Attardons-nous d'abord sur l'enseignement du français, langue maternelle.

Une enquête réalisée pour le Conseil de la langue française par Bibeau, Lessard, Paret et Thérien (1987) fournit quelques pistes de réflexion. Les auteurs notent : « Le français est l'instrument de communication quotidien et indispensable à la pleine participation sociale, économique et culturelle des Québécois. La maîtrise de cet instrument est une des conditions de l'égalité des chances en éducation mais aussi au travail. » (p. XVI) On note donc que le français est intimement lié avec toutes nos activités. Les élèves le savent et ils le réalisent. «... on retiendra que les élèves privilégient des objectifs pratiques qui concernent la vie quotidienne (remplir des formulaires, adapter son langage à la situation, défendre son point de vue) et scolaire (comprendre une consigne, une directive, une question, lire et comprendre les questions d'examen). » (p. 59) Le français n'a donc pas à être plus humain, plus près de la réalité des élèves, puisqu'ils le perçoivent de cette façon : «...ce que les élèves trouvent le plus important dans l'enseignement du français a trait à leurs activités d'élèves et aux choses concrètes de la vie courante. » (p. 76) Concernant l'histoire du français, on note que : «... les élèves ne croient guère que l'histoire du français au Québec (22%) pourrait constituer un facteur de motivation à apprendre le français. » (p. 72)

On réalise donc la nette différence entre les mathématiques et le français en ce qui a trait à l'histoire de la discipline. De plus, on peut penser, suite aux propos précédents et aux conclusions de la deuxième question de recherche de la mini-recherche, qu'il est très important de relier une discipline avec la vie courante. Le français semble avoir réussi son pari.

Étudions maintenant les sciences humaines, soient la géographie, l'histoire et l'économie. Dupuis (1977) vient nous donner quelques éléments de réponses. On peut lire que : « Au secondaire, les programmes d'histoire, de géographie et d'économie visent à faire acquérir les connaissances spécifiques à ces matières. Cependant, ici encore, ces connaissances ont pour but de permettre aux élèves de prendre conscience du monde dans lequel ils vivent et où ils auront à agir. » (p. 138) « Les cours d'histoire, de géographie et d'éducation civique doivent permettre aux élèves de mieux s'intégrer à la société. » (p. 151) «En résumé, au niveau des attitudes et valeurs, on veut former un citoyen objectif, minutieux, réceptif aux données que la réalité lui apporte et capable de juger ces dernières de façon modérée. » (p. 154)

Quelques réflexions peuvent être tirées des propos relatés dans les lignes précédentes. D'abord, tout comme pour le français, les cours d'histoire, de géographie et d'économie, de par leur nature même, sont plus accessibles pour les élèves. En effet, l'enseignant peut facilement démontrer l'utilité de ces matières dans la vie de tous les jours. Nous pouvons croire que les élèves réalisent qu'ils doivent bien écrire et bien parler le français pour avancer dans la société. L'actualité déborde d'occasions où les enseignants de sciences humaines peuvent relier les événements avec leurs disciplines, rendant du même coup celles-ci plus humaines.

Il semble donc que la nature même des mathématiques les rend plus difficiles d'accès. Souvent, cette discipline est présentée comme la matière ouvrant certaines portes. Par le fait même, elle est aussi la discipline qui fermera des portes si un certain niveau n'est pas atteint. Les résultats obtenus en mathématiques sont la base de sélection pour l'acceptation dans la majorité des techniques au cégep. À l'université, ils demeurent un critère de sélection. Tous ces aspects contribuent à augmenter la nature dogmatique des mathématiques : si on sélectionne les meilleurs à partir des résultats de mathématiques, cette discipline doit certainement avoir beaucoup de valeur! En fait, nous revenons aux conclusions de Gattuso et Lacasse (1986) : « H12 : La valeur des mathématiques doit être transmise mais sans mystification et de façon à ce que l'étudiant puisse les reconnaître comme étant accessibles. » (p. 146) et « Les rappels historiques vont provoquer le même effet (les mathématiques, quoique difficiles, semblent plus humaines, plus «faites pour nous». Les étudiants se mettent à récupérer leurs difficultés à eux et les replacent dans un contexte moins dévalorisant pour eux). » (p. 130) Nous sommes en parfait accord avec les conclusions de ces deux chercheurs : l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques contribue à rendre cette science plus accessible, plus humaine.

CHAPITRE III

ACTIVITÉS À EFFECTUER AVEC UN TEXTE HISTORIQUE

Dans ce chapitre, nous donnerons des exemples d'activités à effectuer avec un texte historique. L'objectif atteint par l'activité sera donné à la suite de chaque exemple et une boîte à outils qui identifie les éléments nécessaires à la réalisation de celle-ci sera ensuite présentée.

3.1 Prendre quelques lignes d'un texte historique et demander aux élèves de les commenter.

À la page 301 de l'édition originale de *La Géométrie* de Descartes (1637), on retrouve les lignes suivantes : « Mais je ne m'arrête point à expliquer ceci plus en détail, à cause que je vous ôterais le plaisir de l'apprendre de vous-même, et l'utilité de cultiver votre esprit en vous y exerçant. »

On pourrait demander aux élèves ce qu'ils comprennent de cette citation, ce qu'ils en pensent, ce que Descartes attend du lecteur par cette phrase, etc.

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines.

BOÎTE À OUTILS

Où trouver le texte :

Avec l'aide d'Internet.

1) Dans le moteur de recherche Google.com, on donne les mots-clés : livre géométrie de Descartes

2) Le site choisi a été : perso.orange.fr/debart/geometrie/geom_descartes.html

3) En toute fin de page, dans la bibliographie, on sélectionne : La géométrie – René Descartes – IREM de Basse Normandie (1993)

4) L'extrait recherché se trouve entre les entêtes : «Comment il faut venir aux équations qui servent à résoudre les problèmes» et «Quels sont les problèmes plans».

Genre de réponses attendues :

Descartes s'attend à ce que le lecteur fasse une partie du travail.

Descartes ne veut pas gâcher le plaisir de ceux qui veulent trouver par eux-mêmes.

Descartes fait preuve d'une pointe d'arrogance en pensant que le lecteur à besoin de cultiver son esprit.

En quoi l'objectif «rendre les mathématiques plus humaines» est atteint :

Ce type de citation nous permet d'ouvrir la discussion sur un des mathématiciens les plus célèbre. Si on admire tout le génie de Descartes, on peut aussi souligner le fait qu'il était de caractère orgueilleux et parfois désagréable. Comme toute autre personne, il possédait ses qualités et ses défauts. On pourrait donner aux élèves des extraits de *La Géométrie* et leur demander de trouver d'autres exemples où Descartes montre son arrogance. Pour ouvrir la discussion, l'enseignant pourrait demander aux élèves comment ils perçoivent les mathématiciens, quelles images ils ont de ces gens. D'intéressantes discussions sont à prévoir!

3.2 Prendre quelques lignes d'un texte historique et expliciter le contexte social dans lequel celui-ci a été écrit ou en profiter pour détailler la vie du mathématicien dont les écrits sont étudiés.

Toujours avec l'exemple du livre premier de *La Géométrie* de Descartes (1637), nous pourrions parler de l'époque où a vécu ce dernier, de son histoire, de la façon dont les gens ont accueilli ses écrits, etc. On pourrait aussi demander aux élèves de rechercher eux-mêmes ces informations. Nous pourrions leur demander de présenter oralement leurs découvertes ou encore de remettre par écrit leurs informations afin d'en faire un recueil.

Ajoutons que pour tous les exemples qui suivent, il semble important de présenter rapidement soit le contexte dans lequel le texte a été écrit ou soit le mathématicien à la base des écrits étudiés. De plus, nous pourrions tenter de présenter aux élèves un exemple du texte tel qu'il avait été écrit par son auteur. Internet peut ici donner un coup de main à l'enseignant désirant retrouver les écrits originaux. Il est essentiel de contextualiser le texte que les élèves auront à travailler.

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines.

BOÎTE À OUTILS

Sur le texte choisi :

Le texte choisi sert de prétexte pour parler de la vie de Descartes et analyser le contexte social de cette époque. C'est pourquoi il semble intéressant de donner aux élèves le texte rédigé en version «ancienne».

Où trouver le texte :

Avec l'aide d'Internet.

1) Dans le moteur de recherche Google.com, on donne les mots-clés : livre géométrie de Descartes.

2) Le site choisi a été : perso.orange.fr/debart/geometrie/geom_descartes.html

3) Le texte se trouve au début de la page d'accueil.

Où trouver les informations :

Des livres relatant la vie et l'œuvre de Descartes sont peut-être disponibles dans votre bibliothèque scolaire ou municipale? Si tel n'est pas le cas, Internet peut aider.

1) Dans le moteur de recherche Google.com, on donne les mots-clés : biographie Descartes

2) Holà! Que de sites! Le travail de l'enseignant débute vraiment : il serait bon ici de comparer quelques sites afin de vérifier la validité des informations qui sont données sur chacun d'eux. Il faut garder en tête l'objectif que nous désirons atteindre : trouver des informations non seulement sur la vie de Descartes, mais aussi sur le contexte social dans lequel les écrits de ce dernier ont été effectués.

En quoi l'objectif «rendre les mathématiques plus humaines» est atteint :

Comme nous cherchons à détailler la vie d'un mathématicien, on cherche à démontrer aux élèves le cheminement parcouru par Descartes : comment en est-il venu à écrire ses livres? A-t-il écrit d'autres documents? Comment vivait-il? Était-il marié? A-t-il eu des enfants? Etc. Nous tentons de rendre le mathématicien plus accessible, plus humain. Une biographie intéressante de Descartes est disponible à l'adresse http://fr.wikipedia.org. Il suffit de taper René Descartes pour se rendre à la page du célèbre mathématicien.

Prolongement :

Le texte choisi pour expliciter le contexte social dans lequel celui-ci a été écrit et pour détailler la vie de son auteur, pourrait servir afin de faire ressortir les éléments mathématiques contenus dans l'extrait. Dans le texte qui suit, que l'on trouve à la page 297-298 de l'édition originale de *La Géométrie* (Descartes 1637), Descartes introduit l'importance de l'unité de mesure pour établir un lien entre géométrie et algèbre. On peut faire ressortir du texte comment Descartes traite les quatre opérations et l'extraction de racine en géométrie.

LA

GEOMETRIE.

LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

TOus les Problesmes de Geometrie se peuuent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par aprés que de connoistre la longeur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece de Diuision : Ainsi n'a'on autre chose a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a estre connuës, que leur en adiouster d'autres, ou en oster, Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit à l'vne de ces deux, comme l'autre est a l'vnité, ce qui est le mesme que la Multiplication; oubien en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'vnité est a l'autre, ce qui est le mesme que la Diuision; ou enfin trouuer vne, ou deux, ou plusieurs moyennes proportionnelles entre l'vnité, & quelque autre ligne; ce qui est le mesme que tirer la racine quarrée, ou cubique, &c. Et ie ne craindray pas d'introduire ces termes d'Arithmetique en la Geometrie, affin de me rendre plus intelligibile.

Addition et soustraction

Descartes nomme l'unité

Multiplication

Division

Racine carrée ou cubique

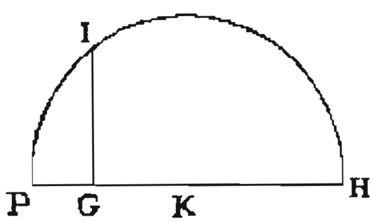
Termes d'arithmétique en géométrie

3.3 Prendre quelques lignes d'un texte historique et refaire la construction donnée afin de voir une autre façon d'aborder une nouvelle notion.

Après l'acquisition par les élèves d'une nouvelle connaissance, on peut utiliser un texte ancien afin de voir une façon différente de traiter celle-ci. En voici un exemple.

Lors de l'étude du théorème de Pythagore, les élèves ont à placer sur une droite un nombre irrationnel de type $\sqrt{n}$ où n appartient à l'ensemble des entiers, en effectuant des constructions de triangles rectangles. Une fois ces constructions maîtrisées, l'enseignant pourrait utiliser les écrits de Descartes afin de démontrer comment ce dernier construisait un segment représentant la racine carrée d'un nombre. Cet exercice est inspiré de IREM de Rennes (1995, t. 2, p. 86). Le texte se trouve aussi à la page 298 de l'édition originale de *La Géométrie* de Descartes (1637).

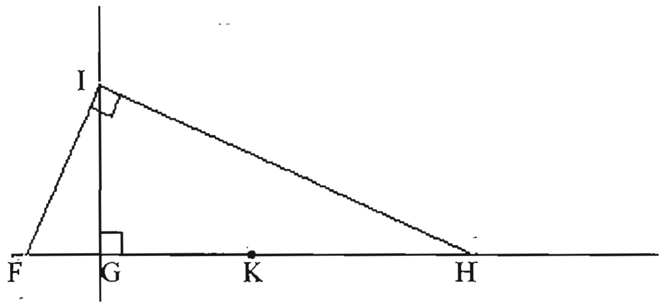
(Lorsque les textes sont encadrés, ils sont des citations exactes.)



Ou s'il faut tirer la racine quarrée de GH, je luy adjouste en ligne droite FG, qui est l'unité, et divisant FH en deux parties esgales au point K, du centre K je tire le cercle FIH, puis eslevant du poing G une ligne droite jusques à I, à angles droits sur FH, c'est GI la racine cherchée. Je ne dis rien icy de la racine cubique, ny des autres, à cause que j'en parleray plus commodement cy aprés.

Le voici en français moderne : «Ou s'il faut tirer la racine carrée de GH, je lui ajoute en ligne droite FG, qui est l'unité, et divisant FH en deux parties égales au point K, du centre K je tire le cercle FIH, puis élevant du point G une ligne droite jusqu'à I, à angles droits sur FH, c'est GI la racine cherchée ...».

Il faut certainement s'attendre à ce que les élèves demandent pourquoi cette méthode fonctionne. On peut démontrer que GI représente bien la racine carrée de GH en utilisant les triangles semblables et les tangentes d'angles de même mesure. Par contre comme les élèves n'ont pas encore étudié les notions de trigonométrie, nous laisserons cette dernière démonstration pour la quatrième secondaire. Une seconde démonstration utilise plusieurs fois le théorème de Pythagore que les élèves doivent, après l'étude de celui-ci, maîtriser.



Par le théorème de Pythagore. Précisons que $IG = m\,\overline{IG}$:

1) Dans le triangle IFG on a :

$FI^2 = IG^2 + FG^2$

2) Dans le triangle IGH on a :

$IH^2 = IG^2 + GH^2$

3) Dans le triangle IFH, si l'on sait que FIH est rectangle en I car inscrit dans un cercle et d'hypoténuse se confondant au diamètre, on a :

$FH^2 = FI^2 + IH^2$

4) Remplaçons FI^2 et IH^2 de 3) par 1) et 2) on a que :

$FH^2 = IG^2 + FG^2 + IG^2 + GH^2$

$FH^2 = 2\,IG^2 + FG^2 + GH^2$

5) Par construction, on a que FH = FG + GH donc :

$(FG + GH)^2 = 2\ IG^2 + FG^2 + GH^2$

6) Par multiplication on a que :

$FG^2 + 2FG*GH + GH^2 = 2\ IG^2 + FG^2 + GH^2$

En simplifiant:

$FG*GH = IG^2$

7) Par construction, FG = 1 donc:

$1*GH = IG^2$

$GH = IG^2$ et donc

$IG = \sqrt{GH}$ C.Q.F.D.

Objectif : Amener l'élève à consolider une notion mathématique.

<u>**BOÎTE À OUTILS**</u>

Où trouver l'image :

Avec l'aide d'Internet.

1) Dans le moteur de recherche Google.com, on donne les mots-clés : livre géométrie de Descartes.

2) Le site choisi a été : perso.orange.fr/debart/geometrie/geom_descartes.html

3) L'image se trouve sous la rubrique : IV. L'extraction de la racine carrée.

4) L'image servant à la démonstration se trouve tout juste après l'image précédente.

Comment faire la démonstration :

Dans IREM de Rennes (1995, t. 2, p. 86), seule une note nous rappelant que FH = FG + GH et que l'on peut utiliser plusieurs fois le théorème de Pythagore afin d'arriver à la conclusion recherchée est donnée. Ainsi, la démonstration est laissée au lecteur.

En quoi l'objectif «amener l'élève à consolider une notion mathématique» est atteint :

On présente une façon différente de construire une racine carrée, construction qui doit être maîtrisée par les élèves. Ils doivent utiliser le théorème de Pythagore déjà étudié afin de prouver que la construction effectuée correspond bien à la racine carrée de segment donné. L'utilisation de l'extrait provenant de *La Géométrie* de Descartes vient enrichir la construction de la racine carrée par sa dimension historique.

3.4 Prendre quelques lignes d'un texte historique et faire la construction afin d'apprendre une nouvelle notion.

Si l'on veut apprendre aux élèves à construire des triangles équilatéraux (objectif du premier cycle du secondaire : construction de triangles), on peut utiliser la première proposition du premier livre des *Éléments* d'Euclide (1819).

PROPOSITION PREMIÈRE.

Sur une droite donnée et finie, construire un triangle équilatéral.

EXPOSITION. Soit AB une droite donnée et finie

DÉTERMINATION. Il faut construire sur la droite finie AB un triangle équilatéral.

CONSTRUCTION. Du centre A et de l'intervalle AB, décrivons la circonférence ΒΓΔ (dem. 3); et de plus, du centre B et de l'intervalle BA, décrivons la circonférence ΑΓΕ;

> et du point Γ, où les circonférences se coupent mutuellement, conduisons aux points A, B les droites ΓA, ΓB (dem. 1).

Comment utiliser le texte :

L'enseignant devra vérifier que les lettres utilisées ne cause pas de problèmes de compréhension chez les élèves. On laissera les élèves tenter la construction par eux-mêmes pour ensuite voir les résultats qu'ils obtiendront. On reprendra ensuite le texte avec les élèves pour effectuer la construction simultanément avec eux.

Objectif : Amener l'élève à apprendre une notion mathématique.

BOÎTE À OUTILS

Où trouver le texte et précisions sur le vocabulaire:

Dans la proposition première, on utilise des mots de vocabulaire qu'il serait bon de remettre en contexte. Pour comprendre ce que l'on entend par «demande», «définition» et «notion», on peut se référer au site http://philoctetes.free.fr/euclide.htm qui regroupe les trente-cinq définitions, les six demandes et les neuf notions communes qui se trouvent au début du livre premier des *Éléments* d'Euclide. De plus, on y retrouve le texte de la proposition première. Tous ces éléments proviennent d'Euclide (1819).

En quoi l'objectif «amener l'élève à apprendre une notion mathématique» est atteint :

La construction de triangles est un des objectifs du premier cycle du secondaire. On peut choisir différentes méthodes afin d'atteindre cet objectif. En utilisant celle donnée par Euclide, les élèves peuvent avoir l'impression de suivre les traces d'un grand mathématicien, de faire comme lui.

3.5 Prendre quelques lignes d'un texte historique et créer des exercices où l'élève doit mettre en pratique les nouvelles façons d'aborder une notion.

Après avoir travaillé avec les élèves la construction géométrique permettant l'extraction d'une racine carrée, on leur demande de représenter, par un segment, différentes racines, en utilisant la méthode de Descartes. (voir 3.3)

EXERCICE : En utilisant la construction de Descartes, construire un segment représentant $\sqrt{10}$. Attention au choix de l'unité utilisée.

Voici un exemple de démarche qui peut être attendue :

1) Choisissons comme unité, le centimètre.
2) Tracez un segment AB de 10 centimètres.
3) À partir du point A, tracez un segment AC dans le prolongement de $\overline{AB}$ représentant l'unité, soit 1 centimètre.
4) Tracez un cercle dont le diamètre correspond au segment CB et dont le centre D se situe sur ce diamètre.
5) À partir du point A, tracez une perpendiculaire au segment AB.
6) Nommez E le point de rencontre entre la perpendiculaire et le cercle.
7) Le segment AE représente $\sqrt{10}$.

Objectif : Amener l'élève à consolider une notion mathématique.

<u>**BOÎTE À OUTILS**</u>

Déroulement de l'activité :

On peut laisser les élèves faire la construction demandée pour ensuite mettre en commun les résultats obtenus. Cette activité est différente de celle présentée au point 3.3 puisque les élèves doivent maintenant mettre en pratique une méthode qui leur a été démontrée précédemment.

En quoi l'objectif «amener l'élève à consolider une notion mathématique» est atteint :

Ces exercices font suite aux constructions déjà effectuées précédemment. On veut consolider la méthode utilisée par Descartes. L'intérêt de reprendre la méthode de Descartes réside dans la possibilité pour les élèves de relier leur démarche à un élément important de l'histoire, soit la rédaction par Descartes de *La Géométrie* (1637).

3.5A) Prendre quelques lignes d'un texte historique et créer des exercices où l'élève doit mettre en pratique les nouvelles façons d'aborder une notion afin de découvrir de nouvelles notions mathématiques.

Lors de l'étude du théorème de Pythagore, les élèves ont à placer sur une droite un nombre irrationnel de type $\sqrt{n}$ où n appartient à l'ensemble des entiers. À l'aide de la construction de Descartes d'un segment représentant la racine carrée d'un nombre, l'enseignant peut maintenant demander aux élèves de construire des segments où n fait maintenant partie de l'ensemble des nombres rationnels. Par exemple, $\sqrt{1/4}$ ou encore $\sqrt{2/3}$. De plus, on peut aussi penser à donner comme valeur à n certaines valeurs irrationnelles, comme par exemple $\sqrt{2}$, pour déterminer $\sqrt{\sqrt{2}}$.

Objectif : Amener l'élève à apprendre une notion mathématique.

BOÎTE À OUTILS

Déroulement de l'activité :

On peut demander aux élèves de travailler en équipe pour ensuite reprendre en grand groupe les constructions effectuées.

En quoi l'objectif «amener l'élève à apprendre une notion mathématique» est atteint :

On enrichit le programme régulier par ce type d'exercice. En effet, nous étendons la construction pour des valeurs de n comprises dans l'ensemble des rationnels et à certains irrationnels. Le fait de se référer à l'extrait de *La Géométrie* de Descartes amène l'élève à repositionner des éléments du programme d'étude actuel dans un contexte historique : les problèmes qui lui sont présentés peuvent être résolus par des méthodes vieilles de plusieurs centaines d'années.

3.6 Prendre quelques lignes d'un texte historique et analyser la façon de définir certaines notions.

On travaille avec les élèves la définition d'une certaine notion que l'on retrouve dans les manuels solaires actuels, pour ensuite étudier celle donnée par un mathématicien à travers un document ancien. On demande aux élèves d'expliquer certaines parties avec notre vocabulaire : Existe-t-il des différences, quels éléments sont ajoutés, enlevés, etc.

En voici un exemple sur les diviseurs et les nombres premiers qui est de IREM (1995, t. 2, p. 44). On pourrait travailler cet exercice au premier cycle du secondaire lorsque les élèves doivent étudier le PGCD et le PPCM. On pourrait aussi proposer cet exercice aux élèves d'autres niveaux puisque ces notions sont importantes dans plusieurs autres concepts.

Dans le livre VII des *Éléments* d'Euclide (1632), on retrouve d'abord des définitions. Nous pourrions présenter aux élèves celles-ci.

Intéressons-nous plus particulièrement à trois définitions provenant du livre VII des *Éléments* d'Euclide.

3. Un nombre est une partie d'un nombre, le petit du plus grand, lorsque le plus petit mesure le plus grand.

12. Le nombre premier est celui qui est mesuré par l'unité seule.

13. Les nombres premiers entr'eux sont ceux qui ont l'unité seule pour commune mesure.

Un site numérisant les livres des *Éléments* d'Euclide (1632) provenant de la Bibliothèque Nationale de France est accessible à l'adresse suivante, au moment de notre recherche : http://math-sahel.ujf-grenoble.fr/Projet_NUMDAM/euclide.html

Donnons aux élèves une définition plus « contemporaine » de diviseur, de nombre premier et de nombres premiers entre eux dans IN (Breton, 1993, p. 48)

- le diviseur d'un nombre est un entier naturel qui divise cet entier sans reste.
(Un entier naturel a est un diviseur de l'entier naturel non nul b, ou a divise b, si et seulement si b est un multiple de a, c'est-à-dire si et seulement si il existe un entier naturel k tel que b=ka)

- un nombre entier p est premier s'il a exactement deux diviseurs soit 1 et p.

- deux nombres entiers distincts sont premiers entre eux s'ils n'ont pour seul diviseur commun que 1.

Questions qui peuvent être posées aux élèves
Question 1 :
Que veut dire Euclide lorsqu'il emploie les mots « mesure » ou « mesuré »?

Réponses :
A) Pour les segments : un segment mesure un autre segment si le second s'obtient en mettant le premier bout à bout un certain nombre entier de fois.

B) On peut croire que le verbe « mesurer » signifie que le plus grand nombre est un multiple entier du plus petit. Ou encore, le plus grand est divisible par le plus petit (sans reste).

Question 2 :
Que signifie un nombre est une partie d'un nombre?

Réponse :

A) Pour les segments : Un segment entre exactement un nombre entier de fois dans un autre.

B) Un nombre en divise un autre.

Question 3
Comment définirions-nous maintenant les termes diviseur, nombre premier et nombres premiers entre eux?

Réponse :
En sachant que l'on se limite à des segments pour lesquels l'unité entre un nombre exact de fois dans ceux-ci (pour avoir des mesures entières), on a :

Diviseur : Un segment est un diviseur d'un autre, si le premier entre un nombre exact de fois dans le second.

Nombre premier : Un segment mesuré exactement par l'unité, correspond à un nombre premier, si tout autre segment mesuré exactement par l'unité et de mesure différente du premier, n'entre pas un nombre exact de fois dans ce premier segment.

Nombres premiers entre eux : Deux segments, mesurés exactement par l'unité, sont premiers entre eux si seul le segment correspondant à l'unité entre une nombre entier de fois dans chacun d'eux.

Question 4

Les définitions données par Euclide vous semblent-elles complètes? Préférez-vous les définitions contemporaines ou celles utilisées par Euclide? Quelles définitions allons-nous maintenant utiliser pour les concepts de diviseurs et de nombres premiers?

Objectif : Amener l'élève à consolider une notion mathématique.

BOÎTE À OUTILS

Où trouver les trois définitions du livre d'Euclide :

Sur le site, lors de notre recherche, à l'adresse suivante http://math-sahel.ujf-grenoble.fr/Projet_NUMDAM/euclide.html, on trouve Euclide (1632) duquel ont été tirées les trois définitions du livre VII.

On trouve aussi la traduction de François Peyrard des *Éléments* d'Euclide (1819) à la bibliothèque de l'Université du Québec à Montréal dans la section des Livres rares, en consultation seulement, et une autre édition en réimpression à la bibliothèque de la même université (Euclide, 1819)

Où trouver les définitions contemporaines :

On peut retrouver les définitions dans les manuels scolaires puisque ces termes font partie du programme d'étude régulier. On peut aussi consulter le lexique mathématique *Guide des termes et symboles utilisés en mathématique au primaire et au secondaire* de Paul Patenaude (1981).

En quoi l'objectif «amener l'élève à consolider une notion mathématique» est atteint :

Comme les définitions d'Euclide sont données aux élèves après que celles dites contemporaines aient été travaillées, on cherche ici à consolider des notions qui devraient être acquises. En donnant aux élèves des définitions qui, dans la formulation, ne sont pas celles habituellement rencontrées, on peut vérifier le degré de compréhension de certaines notions.

L'intérêt de comparer les définitions proposées par Euclide et celles que l'on retrouve présentement dans les manuels scolaires est de montrer la continuité des connaissances mathématiques que les élèves sont appelés à développer.

3.7 Prendre quelques lignes d'un texte historique et demander aux élèves de rédiger la démonstration ou les calculs sous forme algébrique lorsque ceux-ci sont donnés sous forme littérale.

On s'adresse ici aux élèves forts de quatrième et de cinquième secondaire. Ils auront préalablement étudié la factorisation et la division d'un polynôme par un autre. On parle d'équations du troisième degré de forme particulière qui peuvent être exprimées en équations du second degré. Les équations du troisième degré sont traitées sommairement dans le programme de secondaire 5, 536. On peut également en discuter avec les élèves de quatrième secondaire en guise d'introduction. Dans l'exercice suivant tiré de IREM de Rennes (1995, t. I, p. 140), on s'intéresse à la résolution algébrique telle que démontrée par le mathématicien François Viète.

François Viète (1540-1603) est l'auteur d'un fascicule d'algèbre *In Artem Analyticam Isagoge* (1591), publié à Tours en France en 1591. Ce fascicule apporte une contribution décisive à l'amélioration des techniques de calcul algébrique. Il utilise pour la première fois des lettres, avec les conventions suivantes : les voyelles représentent des quantités inconnues tandis que les consonnes sont employées pour représenter des quantités connues. Dans ses traités, Viète a donné des théorèmes permettant de transformer des équations du troisième degré ayant une forme particulière en équations du second degré. Voici la traduction littérale de l'énoncé de l'un d'entre eux et la démonstration telle que l'entend Viète. (IREM de Rennes, 1995, t. I, p. 140)

Rappelons que les voyelles représentent les variables et les consonnes les paramètres.

Théorème :

Si A cube – 2B carré par A est égal à B cube ; A carré – B par A sera égal à B carré.

Démonstration :

A cube est égal à B cube + 2 B carré par A, et en ajoutant aux deux parties B cube, A cube + B cube est égal à 2B cube + 2B carré par A. Que tous soient divisés par A + B; là il naît A carré – B par A + B carré; ici 2B carré. Et conséquemment B carré étant retranché des deux côtés, A carré – B par A sera égal à B carré.

Si A cube – 18 A, est égal à 27. Donc A carré – 3 A, sera égal à 9.

Il serait bon de discuter avec les élèves du sens actuel des expressions utilisées par Viète comme si… ; et si… Donc…. D'autre part, on peut se demander la signification de l'expression *par* dans «Si A cube - 2B carré par A est égal à B cube». Doit on lire $A^3 - 2B^2A$ ou $(A^3 - 2B^2)A$? On peut revenir sur l'importance de la précision dans l'écriture et sur le rôle des parenthèses. On pourra spécifier que Viète multiplie A par le dernier terme seulement dans sa démonstration. Comment faire pour le trouver? En effectuant la démonstration, le lecteur sera amené à tenter chacune des deux possibilités. Il découvrira alors la façon adéquate de lire les écrits de Viète.

Questions qui peuvent être posées aux élèves :

1) Écrire le texte en notation actuelle.

Cette réécriture en notations modernes pourrait prendre la forme suivante :

Théorème :

Si $a^3 - 2b^2a = b^3$ alors $a^2 - ba = b^2$.

Démonstration :

$a^3 - 2b^2a = b^3$ (1)

En isolant a^3 on a

$a^3 = b^3 + 2b^2a$ (2)

En ajoutant b^3 de chaque côté de l'égalité on a

$a^3 + b^3 = 2b^3 + 2b^2a$ (3)

En divisant chaque membre de l'égalité par (a+b) on a

$a^2 - ba + b^2 = 2b^2$ (4)

En retranchant b^2 de chaque côté de l'égalité on a

$a^2 - ba = b^2$ (5)

C.q.f.d.

Il serait bon de revenir avec les élèves sur la division d'un polynôme par un polynôme soit de $(a^3 + b^3)$ par $(a + b)$ qui a comme résultat $a^2 - ab + b^2$, ainsi que de $(2b^3 + 2b^2a)$ par $(a+b)$, dont le quotient est $2b^2$.

D'autre part, la troisième ligne de la démonstration pourrait amener une discussion avec les élèves quant à la factorisation. En effet, le côté droit de l'égalité peut faire l'objet d'une simple mise en évidence : $2b^3 + 2b^2a = 2b^2 (b+a)$. On devrait donc retrouver $(a+b)$ comme facteur de chacun des membres de l'équation $a^3 + b^3 = 2b^3 + 2b^2a$. On tente donc d'expliquer la raison de la division de chaque membre de l'équation par $(a+b)$ puisque que la démonstration effectuée par Viète ne donne aucune indication quant à ce point critique de la démonstration. Souvent, lorsque les élèves ont à faire des démonstrations, les étapes qu'ils effectuent ne sont pas clairement expliquées, entraînant des difficultés dans la compréhension de la démarche de l'élève. Cet exercice amène l'élève à constater que les exigences de clarté et de précision demandées par les enseignants n'ont pas pour but, comme certains de nos élèves sont parfois portés à la croire, de leur compliquer l'existence!

2) Dans la dernière ligne du théorème quelle serait la valeur de B?
Si $a^3 - 18a = 27$ alors $a^2 - 3a = 9$.

B vaut ici 3 puisque on a …3a ce qui correspond à la valeur recherchée, et que $2b^2=18$.

Objectif : Amener l'élève à consolider une notion mathématique

<u>**BOÎTE À OUTILS**</u>

Où trouver le texte :

Le texte a été repris directement du livre de référence soit IREM de Rennes (1995, t. I, p. 140).

En quoi l'objectif «amener l'élève à consolider une notion mathématique» est atteint :

On réinvestit les connaissances liées à l'algèbre, en particulier, la division de polynômes par polynômes dans cet exercice. Les élèves sont amenés à utiliser leurs connaissances dans un problème non seulement datant de plusieurs années, mais avec une présentation bien différente des exercices qu'ils doivent habituellement faire. De plus, le langage utilisé par Viète nous amène à nous questionner sur l'importance des mots dans une démonstration mathématique.

Prolongement :

Nous aurions pu nous intéresser à la façon dont Viète donne les théorèmes et les démonstrations qui les accompagnent. En effet, les élèves sont très peu habitués à la forme littérale utilisée par Viète.

3.8 Utiliser un système de numération afin de donner un aperçu des méthodes anciennes de calculs.

Dans cet exercice, on veut donner un aperçu de méthodes de calculs anciennes et peut-être ainsi faire mieux comprendre les procédures de calculs. On peut présenter ce type d'activité aux élèves du premier cycle du secondaire.

La numération égyptienne :

Les sources d'informations sur les connaissances mathématiques égyptiennes vers -2000, -1500 sont contenues dans quelques papyrus retrouvés depuis 150 ans. Deux systèmes d'écriture (hiéroglyphique et hiératique), qui se distinguent entre autres par les symboles utilisés, étaient en usage. Pour la notation hiéroglyphique, les symboles adoptés sont les suivants :

Un bâton 𓏺 vaut 1 unité.

Une anse 𓎆 vaut 10 unités.

Une spirale 𓍢 vaut 100 unités.

La fleur de lotus 𓆼 1000 unités

Le symbole est répété le nombre de fois nécessaire. Pour plus de lisibilité, les symboles identiques sont, en général, superposés par petits groupes s'ils sont en nombre plus grand ou égal à 4.

7	40	100
𓏺𓏺𓏺	𓎆𓎆	𓍢
𓏺𓏺𓏺𓏺	𓎆𓎆	

On retrouve ici le nombre 147

La lecture se fait ici de la droite vers la gauche. Il est à noter que les nombres s'écrivent de droite à gauche ou inversement.

Voici un exemple de multiplication effectuée à l'Égyptien :

36 x 221. On veut 221 additionné 36 fois.

36 x 221

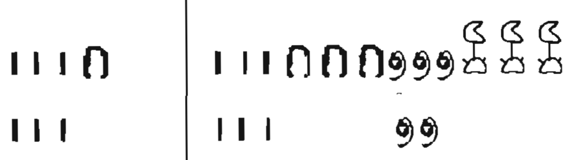
𓏺𓏺𓏺 𓎆𓎆𓎆 𓏺 𓎆𓎆 𓍢𓍢

𓏺𓏺𓏺

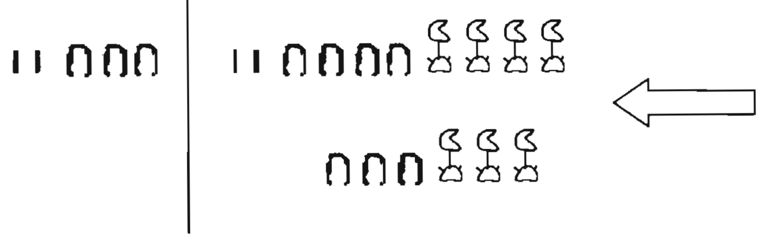
Pour réaliser cette multiplication, nous allons doubler successivement 221 afin de trouver une combinaison donnant 36 dans la colonne de gauche. La signification des flèches sera indiquée plus loin.

1	221
𓏺	𓏺 𓎆𓎆 𓍢𓍢
On double	
2	442
𓏺𓏺	𓏺𓏺 𓎆𓎆 𓍢𓍢
	𓎆𓎆 𓍢𓍢
On double	
𓏺𓏺	𓏺𓏺 𓎆𓎆𓎆𓎆 𓍢𓍢𓍢𓍢
𓏺𓏺	𓏺𓏺 𓎆𓎆𓎆𓎆 𓍢𓍢𓍢𓍢
On double	
𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺 𓎆𓎆𓎆 𓍢𓍢𓍢𓍢 𓆼
𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺 𓎆𓎆𓎆 𓍢𓍢𓍢

On double



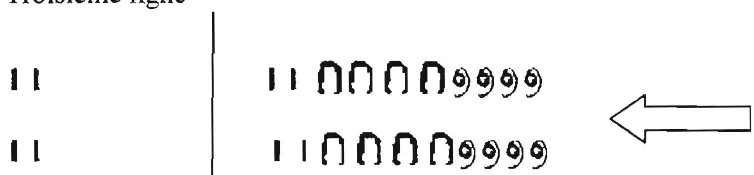
On double



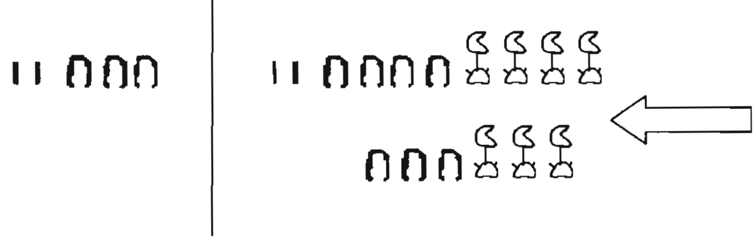
Nous pouvons cesser de doubler les lignes puisque l'on dépasserait 36 dans la colonne de gauche si l'on poursuivait le doublement.

Nous devons maintenant chercher la combinaison de lignes qui nous permettra d'obtenir 36 comme résultat dans la première colonne. Notre choix devra s'arrêter sur la troisième et la sixième ligne, les lignes identifiées par les flèches.

Troisième ligne

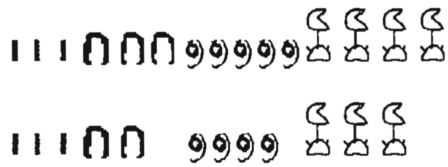


Sixième ligne



Si l'on additionne les symboles de la colonne de droite, nous obtiendrons le résultat de la multiplication.

Résultat :



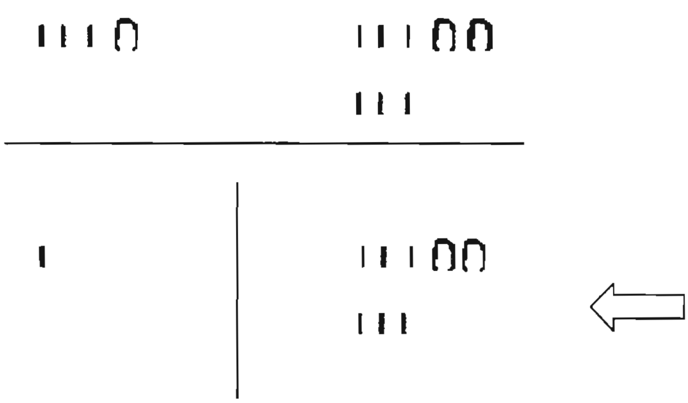
En effet, comme 36 = 4+32, pour obtenir le résultat de la multiplication nous devons simplement additionner 884 et 7072, soit les produits de 4 x 221 et de 32 x 221. Donc 36 x 221 = 884 + 7072 = 7956

Il serait intéressant de faire l'exercice avec les élèves, de placer le plus grand nombre du produit à effectuer à gauche de chaque ligne. Autrement dit, demander de faire 221 x 36 au lieu de 36 x 221 afin de vérifier quelle option, du grand nombre à droite ou à gauche, entraîne une économie de calcul.

On peut donc conclure que la multiplication chez les Égyptiens émane de la possibilité de décomposer un nombre en somme de puissance de 2.

Exercice :

Effectuer la multiplication suivante en respectant la méthode utilisée par les commerçants du Nil.



On double	
I I	I I ∩∩∩ ∩∩
On double	
I I	I I 𓍢
I I	I I
On double	
I I I I	I I I I 𓍢𓍢
I I I I	I I I I

On utilisera la première, la troisième et la quatrième ligne.

Première ligne

I	I I I ∩∩
	I I I

Troisième ligne

I I	I I 𓍢
I I	I I

Quatrième ligne

I I I I	I I I I 𓍢𓍢
I I I I	I I I I

Résultat de la multiplication :

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines.

<u>**BOÎTE À OUTILS**</u>

Où trouver les symboles :

Au moment de notre recherche, à l'adresse : http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/hist_math/indexF.htm, sous la rubrique « Petite histoire du nombre». Pour ce qui est du symbole de la fleur de lotus, nous avons repéré celui utilisé à l'adresse http://histoiredechiffres.neuf.fr/numeration. Choisissez le lien Numération Égyptienne.

Quelques mises en garde :

Il nous faut être vigilant quant aux informations données sur les sites Internet. Il ne faut pas prendre tout pour acquis. Avant d'utiliser les informations, il faudrait vérifier leur exactitude. Comment faire si un spécialiste de l'histoire des mathématiques n'est pas à notre portée? Nous pourrions vérifier si l'information recueillie est la même sur différents sites. Des versions éloignées nous mettront la puce à l'oreille.

Ajoutons qu'il faut garder en tête le but de notre activité lorsque nous effectuons une recherche dans Internet. En effet, il devient facile de s'égarer et de se laisser emporter par des éléments trouvés lors de la recherche, mais qui ne sont pas en lien avec l'objectif fixé. Les propos peuvent alors devenir non pertinents et nous entraîner dans des «a priori» qui ne finissent plus.

Où trouver un exemple de multiplication égyptienne :

Dans le moteur de recherche Google.com, on tape « multiplication égyptienne ». Voici deux sites, disponibles au moment de notre recherche, où l'on retrouve des exemples :

http://histoiredechiffres.neuf.fr/numeration. Cliquer sur « Numération Égyptienne » et

http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/textes/mult_egypte.htm.

En quoi l'objectif «rendre les mathématiques plus humaines» est atteint :

En utilisant une méthode de calcul ancienne tout en conservant les symboles utilisés, on peut penser que les élèves auront l'occasion de réaliser que les symboles qu'ils utilisent en mathématiques n'ont pas toujours existés, qu'ils sont le résultat de la construction du savoir à travers le temps. Les élèves ont la conception que les mathématiques sont figées dans le temps. Une activité comme celle proposée donne un exemple du caractère changeant des mathématiques.

3.9 Utiliser un livre ancien, comme par exemple un vieux manuel de mathématique, afin de connaître les notions à l'étude et les façons de les aborder dans les écoles d'autrefois.

Dans ce type d'activité, les élèves auront l'occasion d'avoir une idée de ce que l'on apprenait et comment on l'apprenait. On pourra certainement réaliser que l'enseignement des mathématiques s'est transformé à travers les années.

L'arithmétique des écoles. Cours supérieur (Clercs de Saint-Viateur, 1927) nous montre comment l'arithmétique était enseignée. Tout d'abord, il faut dire que le livre ne comporte aucune image ou dessin. On y retrouve une suite de notions numérotées entrecoupées d'exercices et de questions théoriques. À l'opposé, les manuels utilisés par nos élèves regorgent de dessins, de couleurs, de capsules jeux, etc. Il serait intéressant de faire parcourir le type de manuel utilisé par les élèves en 1927 afin de voir la réaction de nos élèves. Ils trouveraient ce genre de livre certainement beaucoup plus aride.

De plus, on retrouve dans les anciens manuels des notions qui ont disparu de nos livres. Par exemple, en 1927 on parle de la mesure de poids « Avoirdupois » qui sert à peser toutes les marchandises. Il serait intéressant de noter les notions qui sont disparues de nos manuels contemporains et celles que l'on a ajoutées ou qui les ont remplacées.

Dans le manuel *Les mathématiques de la vie courante* publié en 1948 par Les Frères des Écoles Chrétiennes (F.E.C., 1948), nous retrouvons le même genre de présentation (notions, exercices) que dans le manuel cité précédemment. On doit, par contre, ajouter que l'on retrouve des photos, des cartes, des dessins parfois abstraits et dans la partie traitant de la géométrie, on retrouve le dessin de la forme étudiée, comme par exemple le cercle, le polygone, etc. Nous sommes encore loin de l'approche conviviale, dessins, couleurs, personnages accompagnant les élèves dans les chapitres, etc., préconisée dans nos manuels scolaires!

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines.

<u>**BOÎTE À OUTILS**</u>

Où trouver les vieux manuels :

On peut chercher dans notre bibliothèque scolaire. Par contre, il se peut fort bien que nos recherches demeurent vaines. Tournons-nous vers Internet.

Dans le moteur de recherche Google.com, voici la série de recherche effectuée, sans grand résultat :

- Ancien livre scolaire mathématiques
- Mathématiques enseignement vieux manuels Québec
- Enseignement mathématiques au Québec
- Histoire enseignement mathématiques au Québec
- Histoire éducation Québec

- Histoire éducation mathématiques au Québec

Dans le moteur de recherche de la bibliothèque de l'UQAM, Manitou :

- Histoire et enseignement et mathématiques et Québec

Même items que précédemment.

- Histoire et enseignement et Québec

518 notices!

Bref, peu de résultats concluants!

Dans un autre ordre d'idées, on peut rester vigilant lors de ventes de garage où l'on pourra parfois retrouver de vieux manuels scolaires. Aussi, dans les boutiques de livres usagés, certains trésors peuvent parfois être retrouvés!

En quoi l'objectif «rendre les mathématiques plus humaines» est atteint :

Les anciens manuels nous permettent de réaliser que les objectifs de l'enseignement des mathématiques ont changé à travers les années. Auparavant, les gens qui bénéficiaient d'un enseignement des mathématiques se destinaient, entre autres, au travail de bureau, de comptabilité où l'exactitude des calculs est essentielle. Maintenant, avec les calculatrices, les ordinateurs, le marché du travail qui a évolué, l'enseignement des mathématiques est beaucoup plus tourné vers la résolution de problèmes, la capacité d'analyse, etc.

CHAPITRE IV

LES ACTIVITÉS MULTIDISCIPLINAIRES

Dans ce chapitre, nous proposons des activités multidisciplinaires à réaliser en classe. Chaque activité sera d'abord présentée et l'objectif rencontré par celle-ci sera ensuite énoncé. Finalement, une boîte à outils identifiant les éléments utiles à la réalisation de chacune d'elles terminera l'exemple.

4.1 Mathématique et art dramatique

Les considérations qui suivent nous ont été inspirées en partie par Ponza (2000).

Le programme de formation d'art dramatique du premier cycle fait mention de trois compétences : créer, interpréter et apprécier les œuvres dramatiques. Avec la création d'une pièce de théâtre retraçant la vie d'un grand mathématicien, les élèves seront en mesure de rencontrer les deux premières compétences du programme de formation d'art dramatique. On cherche donc à mettre en lumière des éléments de la vie d'un mathématicien, que ce soit au niveau familial, amoureux ou scientifique, du contexte politique et social de l'époque durant laquelle il a vécu, etc. Le nouveau programme de formation souligne d'ailleurs que «l'histoire devrait permettre à l'élève de comprendre que les savoirs mathématiques sont le fruit de longs travaux menés par des chercheurs passionnés par cette discipline, qu'ils soient mathématiciens, philosophes, physiciens, artistes ou autres. » (MELS, 2004a, p. 232) On veut donc que les élèves fassent la connaissance de mathématiciens dans le but de rendre les mathématiques plus humaines.

C'est lors des cours de mathématique que les élèves auront la possibilité de rechercher les informations nécessaires à la création de la pièce de théâtre. Afin de trouver la documentation, les élèves devront consulter les livres disponibles à la bibliothèque de l'école. L'enseignant pourrait aussi amener les élèves à la bibliothèque municipale qui dispose peut-être d'une plus grande collection. D'autre part, Internet pourra fournir aux élèves une grande quantité d'informations quant à la vie d'un mathématicien. Il sera alors important de leur rappeler de valider les informations contenues dans les sites consultés.

Comme il peut être difficile de créer une pièce avec trente personnages, soit le nombre d'élèves dans les classes régulières, l'enseignant pourra choisir de regrouper les élèves en équipe de deux, trois ou quatre élèves. Chaque équipe aura alors à mettre en scène la vie d'un mathématicien. La collaboration du professeur d'art dramatique serait nécessaire afin de penser à ce qu'implique de monter une pièce de théâtre : les costumes, les décors, les éclairages, etc. On pourrait alors distribuer certaines tâches de production aux élèves, ce qui diminuerait le nombre de pièces. Celles-ci pourraient ensuite être présentées dans la classe de mathématique où l'on pourrait penser programmer une à deux pièces par cycle de neuf jours.

Comment choisir le mathématicien? D'abord, l'enseignant peut donner une liste de mathématiciens en lien avec les notions au programme d'étude. Par exemple, la géométrie pourrait être l'occasion de retracer la vie de Descartes, ou encore Pythagore pourrait être suggéré lors de l'étude du théorème portant son nom. D'autre part, l'enseignant pourrait laisser les élèves libres du choix du mathématicien. Ils auraient simplement à faire valider leur choix.

L'écriture de chacune des pièces pourrait être effectuée en partie lors des cours de mathématique afin de valider les informations, et en partie lors du cours d'art dramatique pour s'assurer que les textes se mettent en scène sans trop de difficultés. Évidemment, l'enseignant de français pourrait être mis à profit lors de la rédaction des textes. En effet, la deuxième compétence du programme de français est d'écrire des textes variés : «l'élève doit élaborer un texte cohérent, faire appel à sa créativité, mettre à profit et acquérir des connaissances sur la langue, les textes et la culture. » (MELS, 2004g, p. 111)

Nul besoin de demander aux élèves de créer des pièces de très longue durée. Lors d'une première expérience, les élèves, tout comme les enseignants, découvrent une nouvelle façon d'enrichir le contenu mathématique. Cette activité multidisciplinaire permet aux élèves de créer et d'interpréter une œuvre dramatique rencontrant ainsi deux des trois compétences du programme de formation d'art dramatique. De plus, les élèves pourront découvrir la vie de plusieurs mathématiciens en assistant à la représentation des créations de leurs collègues de classe. On pourrait même penser offrir des représentations aux autres élèves de l'école intéressés par la découverte des mathématiques.

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines.

BOÎTE À OUTILS

Où trouver les biographies des mathématiciens :

1- Se rendre à la bibliothèque de l'école et faire l'inventaire des biographies disponibles avec l'aide du bibliothécaire.

2- Se rendre à la bibliothèque municipale et faire l'inventaire des biographies disponibles avec l'aide du bibliothécaire.

3- Utiliser les moteurs de recherche tels que Google.com ou toile.qc.ca et entrer, comme mots-clés, le nom du mathématicien cherché.

4- Dans les livres de mathématiques il n'est pas rare de retrouver des capsules historiques sur la vie d'un mathématicien ayant contribué à l'essor de la connaissance à l'étude par les élèves. Ces capsules peuvent guider les élèves ou l'enseignant dans le choix d'un mathématicien.

5- Sur le site http://mathrometus.gotdns.org/mathematiciens_celebres.asp, au moment de notre recherche, on retrouve une liste de mathématiciens célèbres. Pour certains mathématiciens, l'histoire de leur vie est illustrée par des bandes dessinées créées par des élèves.

Où trouver les informations sur les programmes de formation:

http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec 1ercycle.htm

Exemple d'une pièce de théâtre déjà existante :

On retrouve dans Ponza (2000, p. 337-340) un exemple de pièce de théâtre mettant en vedette Evariste Galois.

Quelques mathématiciens pouvant faire l'objet d'une pièce de théâtre et certains de leurs faits saillants (le «v» qui précède certaines dates signifie «vers»):

- Pythagore (v560-v480 av. J.-C.). On peut parler du fameux théorème qui porte son nom, de son école, de sa philosophie voulant que les nombres sont partout.

- Leonardo Fibonacci (v1180-v1250). On pense à la suite très connue qui porte son nom. Aussi, il utilisait les chiffres indo-arabes et contribua donc à les répandre en Europe. On peut parler du premier grand livre de mathématiques en Occident qu'il a écrit, *Liber abaci*.

- Cardan (1501-1576). Il fut médecin, astrologue, mathématicien et bien malchanceux! Il attrapa la variole, la dysenterie et la peste. Son premier fils fut décapité à vingt-six ans pour le meurtre de sa femme et il dut déshériter son deuxième fils. Malgré tous ses problèmes, il écrit l'*Ars magna* (1545), un livre d'algèbre où l'on retrouve une méthode de résolution de l'équation du troisième degré que son ami Tartaglia lui avait donnée sous promesse de ne pas la publier. Cardan fut aussi un pionnier dans le calcul des probabilités.

- Hypatie (370-415 av. J.-C.). Professeure reconnue, elle est considérée comme l'une des dernières personnes savantes de la Grèce antique. Elle a participé à la construction d'instruments scientifiques. L'ouverture d'esprit qu'elle communiquait à ses étudiants lui valut la suspicion des chrétiens et ultimement sa mort.

- Sophie Germain (1776-1831). Alors qu'elle ne pouvait étudier les mathématiques à l'université parce qu'elle était une femme, elle étudia seule les œuvres des mathématiciens. Sous le pseudonyme de M. Leblanc, elle correspondit avec plusieurs mathématiciens. En 1816, elle gagna le grand prix de l'Académie Française.

- Pascal (1623-1662). Considéré comme le fondateur de la théorie des probabilités, on lui doit aussi le triangle de Pascal ainsi que la machine à calculer, la Pascaline, ancêtre de nos calculatrices.

- Euclide (v330-v275 av. J.-C.). Il fut le premier mathématicien du Museum d'Alexandrie. Ses *Éléments*, composés de treize volumes, furent le noyau de l'enseignement de la géométrie pendant 2000 ans.

- Descartes (1596-1650). Philosophe et mathématicien, co-fondateur de la géométrie analytique et de l'utilisation des premières lettres de l'alphabet a, b, c,... pour représenter des quantités connues et des dernières z, y, x, ... pour les inconnues.

- Galois (1811-1832). Malgré sa très courte existence, il contribua au développement de l'algèbre, de la théorie des nombres et de la théorie des groupes. Il fut tué lors d'un duel à l'âge de 21 ans.

- Fermat (1601-1665). Avocat français qui étudia les mathématiques. Ses contributions sont nombreuses et variées : théorie des nombres, théorie des probabilités, géométrie analytique et calcul différentiel et intégral. On pense aussi au théorème portant son nom.

Cette liste n'est évidemment pas exhaustive, mais elle donne quelques pistes de travail. De plus, on pourrait mettre en scène non pas seulement la vie des mathématiciens, mais l'évolution de certains concepts. Par exemple, on pourrait retracer à travers le temps l'utilisation des nombres négatifs ou l'histoire des notations mathématiques.

Exemple de livre relatant l'histoire d'un concept mathématique :

- *Les cheveux de Bérénice* de Denis Guedj aux Éditions du Seuil publié en 2003. Un roman sur l'Egypte au temps des Ptolémées. Le prétexte en est la mesure de la Terre par Eratosthène.

Exemple de livres contenant des éléments biographiques de mathématiciens :

On retrouve de courtes histoires romancées relatant la vie de trente mathématiciens dans *Mathematicians are people, too: Stories from the Lives of Great Mathematicians* de Luetta et Wilbert Reimer, publié en 1990 pour le premier volume et en 1995 pour le second.

En quoi l'objectif «rendre les mathématiques plus humaines» est atteint :

En découvrant la vie d'un mathématicien, les élèves sont amenés à réaliser que les découvertes mathématiques sont le fruit du travail de gens qui ont une famille, des amis, parfois des problèmes d'argent, de santé, etc. Les mathématiques sont associées à une démarche, un travail intellectuel effectué par un être humain qui évolue dans un contexte social.

Mise en garde :

Il faut être vigilant quant au choix des mathématiciens. En effet, si l'on se concentre sur des gens dont les réalisations mathématiques se sont manifestées alors qu'ils étaient très jeunes, les élèves pourraient croire qu'ils doivent avoir un éclair de génie dans les cinq prochaines années, sans quoi il sera trop tard.

D'autre part, en présentant certains mathématiciens, il faut parfois être préparé à répondre à des questions qui n'ont rien à voir avec les mathématiques. Par exemple, le film *A beautiful mind* (2001) de Ron Howard relate la vie de John Nash, mathématicien qui travailla sur la théorie des jeux et qui enseigna au MIT, mais qui devait surtout vivre avec une schizophrénie.

4.2 Mathématique et anglais

Le nouveau programme d'anglais, langue seconde, propose trois compétences à développer. La deuxième compétence est « Réinvestir sa compréhension des textes » où l'on retrouve comme composante de cette compétence : écouter, lire et visionner des textes. (MELS, 2004f, p. 13) Cette composante pourrait nous permettre de créer une activité interdisciplinaire entre l'anglais et les mathématiques.

Il existe des volumes écrits en anglais qui contiennent des éléments bibliographiques sur la vie de grands mathématiciens. Comme les élèves ont à lire des textes en anglais afin de respecter une des compétences du nouveau programme d'étude d'anglais, langue seconde, l'occasion semble bonne de proposer des textes où les élèves ont la chance d'en savoir un peu plus sur la vie d'un grand mathématicien.

Les deux livres de Reimer et Reimer (1990, 1995) contiennent des histoires relatant certains pans de la vie de grands mathématiciens. En moins de 10 pages, les auteurs racontent de façon anecdotique certains événements de la vie des mathématiciens, en utilisant des dialogues. Les dates ne sont évoquées que par un encart en début de texte où l'on spécifie l'année de naissance et de décès du mathématicien. Ces deux livres sont très intéressants à utiliser au premier cycle puisque les textes ne sont pas très longs, les éléments biographiques sont relatés à travers une histoire et on apprend en quoi les personnes ont contribué à l'avancement des connaissances en mathématiques.

Le premier tome traite de la vie de Thalès (v636-v546 av. J.-C.), Pythagore(v560-v480 av. J.-C.), Archimède (287-212 av. J.-C.), Hypatie(370-415 av. J.-C.), Napier (1550-1617), Galilée (1564-1642), Pascal (1623-1662), Newton (1642-1727), Euler (1707-1783), Lagrange (1736-1813), Sophie Germain (1776-1831), Gauss (1777-1855), Galois (1811-1832), Emilie Noether (1882-1935) et Ramanujan (1887-1920). Quant au deuxième tome, on retrouve des éléments de la vie de Euclide (v330-v275 av. J.-C.), Khayyâm (v1048-v1131), Fibonacci v1180-v1250), Cardan (1501-1576), Descartes (1596-1650), Fermat (1601-1665), Maria Agnesi (1718-1799), Banneker (1731-1806), Babbage (1792-1871), Mary Sommerville (1780-1872), Abel (1802-1829), Ada Lovelace (1815-1852), Sonia Kovalevskaïa (1850-1891), Einstein (1879-1955) et Polya (1887-1985).

Plusieurs types d'activités peuvent être réalisées à partir de ces livres. Par exemple, les enseignants d'anglais et de mathématique pourraient choisir un texte à faire lire aux élèves. Un court questionnaire permettrait de vérifier la compréhension de lecture des élèves et de pousser l'étude de la vie du mathématicien. La lecture du texte pourrait être effectuée en classe d'anglais tandis que le questionnaire pourrait être complété dans la classe de mathématique alors que l'enseignant pourrait donner des explications supplémentaires sur les éléments mathématiques de la lecture.

D'autre part, on pourrait laisser les élèves choisir le texte qu'ils désirent lire et leur demander de produire quelques questions en lien avec cette lecture. Par la suite, ils pourraient échanger les questionnaires afin de lire et de répondre aux questions concernant la vie d'un autre mathématicien.

Finalement, l'enseignant de mathématique pourrait proposer un texte en lien avec la matière qui doit être étudiée en classe. Ainsi, l'enseignant d'anglais pourrait faire lire le texte traitant de Fibonacci lorsque les élèves auront à étudier les suites en algèbre. On pourrait s'attarder à Cardan, Fermat et Pascal lors des chapitres concernant les probabilités.

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines.

BOÎTE À OUTILS

Où trouver les livres :

1- D'abord, s'informer auprès de la bibliothécaire de l'école si certains livres relatant la vie de grands mathématiciens écrits en anglais sont disponibles.

2- Sur le site Amazon.ca, les deux livres de Reimer et Reimer (1990, 1995) sont disponibles pour moins de 20$ chacun.

Où trouver les informations sur les programmes de formation:

http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec1ercycle.htm

En quoi l'objectif «rendre les mathématiques plus humaines» est atteint :

Les livres utilisés dans ces exemples mettent en contexte la vie de grands mathématiciens. On les voit évoluer dans leur famille, on relate certains événements mondains qui avaient lieu à certaines époques, on parle de leurs passe-temps, etc. On replace donc les mathématiciens dans un contexte plus humain. On s'intéresse aux découvertes ou aux avancées réalisées par les mathématiciens, mais en prenant soin de les raconter à travers une histoire. Évidemment, le contenu mathématique est réduit. Le but recherché est de démontrer que les mathématiques ont été développées par de vrais hommes et femmes avec leurs difficultés, leurs victoires et leurs défaites.

Prenons, par exemple, l'histoire racontée sur Hypatie. On la met en scène avec son père, Théon, alors qu'elle est jeune et qu'ils font une randonnée sur les collines près d'Alexandrie. Elle admire le phare d'Alexandrie, une des sept merveilles du monde alors que son père regrette le temps où le port d'Alexandrie accueillait non pas des biens, mais les plus grands esprits du monde. On apprend que le père d'Hypatie, professeur de mathématiques, enseigne à sa fille, qui déjà très jeune, démontre une grande intelligence. Elle devient une belle jeune femme et les gens viennent de partout à travers le monde pour écouter ses enseignement. En plus d'enseigner, elle écrit des traités mathématiques et donne occasionnellement des conseils à des mathématiciens et des scientifiques. Elle dessine des instruments tels que l'astrolabe et le planisphère. Elle voyage beaucoup et découvre d'autres cultures et d'autres religions qu'elle apprend à respecter. Son ouverture d'esprit lui causa bien du tort : sa mort fut tragique. Hypatie était l'amie d'Orestes, gouverneur d'Alexandrie. Des conflits éclatèrent entre Orestes et Cyril, évêque d'Alexandrie, très strict sur les croyances religieuses. Ce dernier ordonna qu'Hypatie fut tuée afin de démontrer tout son pouvoir à Orestes. Elle fut assassinée en pleine rue.

Cette courte histoire permet à l'enseignant de raconter la vie d'une mathématicienne de façon différente. Les dialogues rendent l'histoire vivante. De plus, en mettant en scène Hypatie avec son père, de savoir que les gens venaient de partout non seulement pour admirer sa beauté, mais pour écouter ses enseignements, elle devient plus humaine.

4.3 Mathématique et Science et technologie.

Le nouveau programme de formation Science et technologie, premier cycle, permet d'élaborer des activités interdisciplinaires en lien avec les mathématiques. L'organisation du contenu du programme Science et technologie se divise en quatre parties : Univers technologique, Univers matériel, Terre et espace ainsi qu'Univers vivant.

4.3.1 Univers technologique

Un des concepts généraux de l'univers technologique est l'ingénierie où l'on retrouve, comme repère culturel, l'histoire de l'évolution des machines et des outils. (MELS, 2004b, p. 288) Il serait intéressant de jumeler cette partie de matière avec l'histoire des machines à calculer en mathématiques. D'ailleurs, on retrouve en page 100 du volume 1 de *Panoramath : Mathématiques, 1^er^ cycle du secondaire* (Cadieux, Gendron et Ledoux, 2005), une brève histoire de ces machines. On parle de l'abaque à jetons, de la *Pascaline* de Blaise Pascal, de la première additionneuse à clavier et des premiers ordinateurs. Ces éléments sont traités de façon très superficielle. Il serait intéressant de poursuivre cette étude des machines à calculer de façon plus avancée.

Un texte du professeur Alexandre Faribault du département de physique de l'Université de Sherbrooke est disponible sur un site Internet. Il fait un rappel historique de l'évolution des machines à calculer en prenant soin d'inclure une grande quantité de photos représentant les diverses machines servant aux calculs. Nous reproduisons, dans l'encadré, les premières pages de ce texte que vous retrouverez à l'adresse électronique suivante :

http://www.physique.usherbrooke.ca/~afaribau/essai/essai.html.

Évolution des machines à calculer

Les calculatrices de poche et les ordinateurs sont aujourd'hui des outils des plus communs dont l'importance est indéniable. Bien évidemment, ces outils sont le résultat d'une longue évolution où se combinent les progrès scientifiques et techniques. La recherche d'outils permettant la simplification des calculs est en effet une question qui préoccupe l'homme depuis qu'il sait dénombrer.

Ce texte présente donc un rappel historique de l'évolution des machines à calculer qui permet vraiment d'apprécier le degré de raffinement des appareils actuels. Il ne se veut en rien une description exhaustive des différentes méthodes utilisées au fil des âges pour simplifier le calcul. Au contraire, nous chercherons plutôt à décrire seulement les étapes les plus importantes de leur évolution, par la description des innovations essentielles ayant grandement influencé les réalisations subséquentes. Nous chercherons aussi à établir brièvement le contexte et les motivations reliés à ces divers progrès.

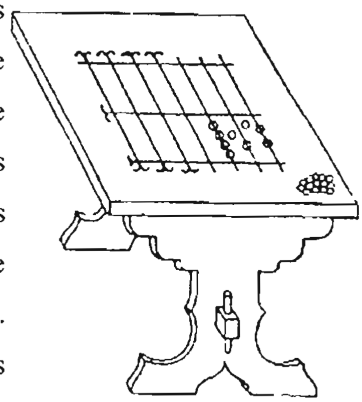
Il est à noter que les catégorisations faites entraînent que l'ordre chronologique des événements n'est pas toujours respecté. Le texte est séparé en 6 parties distinctes, la première est consacrée aux premiers outils de calcul non mécanisés. En second lieu, nous traiterons des premières machines mécaniques utilisées comme aides au calcul. Les divers progrès réalisés sur les machines mécaniques seront ensuite décrits. La quatrième partie se veut une étude des procédés électromécaniques utilisés dans le domaine du calcul automatique et est suivie d'un segment sur les premières réalisations électroniques. En dernier lieu, nous traiterons brièvement des diverses générations d'ordinateurs.

1. Aides au calcul non mécanisées

Les premiers procédés d'aide au calcul n'utilisaient pas de matériel spécifiquement conçu à cet effet. Le premier procédé opératoire connu est le calcul sur les dix doigts de la main, qui est probablement à l'origine de l'utilisation du système décimal. C'est cependant l'utilisation du dénombrement à l'aide de bâtonnets ou de cailloux qui a permis le développement des premières constructions humaines servant à la simplification du calcul et du dénombrement.

1.1Tables à calcul et bouliers

Deux des premiers procédés opératoires sont en effet des dérivés directs de l'utilisation de petits objets pour le calcul et la mémorisation des nombres au cours des opérations.Les tables de calcul furent développées probablement en Mésopotamie et n'étaient à l'origine que des lignes tracées dans le sable. On pouvait utiliser les colonnes ainsi formées pour donner différentes valeurs aux cailloux selon leur position. Les supports physiques de ces tables se diversifièrent: de la pierre à la terre cuite au bois ou au marbre. La plus ancienne table à calculer connue a été découverte dans l'île grecque de Salamine et est faite de marbre. Elle date approximativement du quatrième siècle avant J.C.



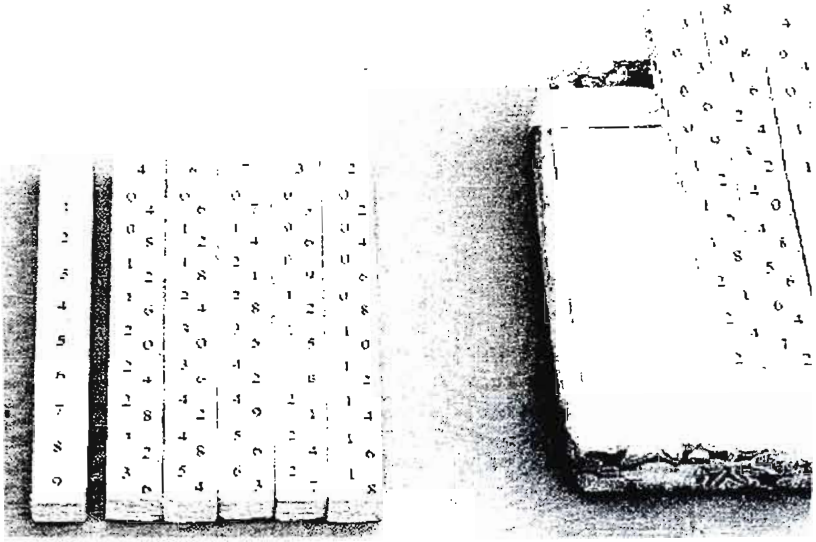
Ce type de système donna naissance au calcul avec jetons qui fut utilisé couramment au Moyen-Âge, en Europe occidentale. On utilisait les jetons sur une table semblable à celle de ce dessin. Les traits représentent dans l'ordre les deniers, les sols, les livres, les dizaines de livres, etc. On représente les nombres en positionnant sur chacune de ces lignes le nombre de jetons correspondant au chiffre associé à cet ordre de grandeur. Pour abréger la représentation, un jeton placé entre deux traits équivaut à 5 jetons placés sur le trait précédent. Les utilisateurs entraînés pouvaient réaliser de façon très rapide les opérations nécessaires pour la gestion et le commerce. L'enseignement de son utilisation était assez répandu, y compris dans tous les bons traités d'arithmétique de l'époque. Cependant, bien que fort utile pour les calculs commerciaux, le calcul avec jetons fut, pour les mathématiciens et astronomes, remplacé par l'utilisation du calcul écrit et des règles écrites d'arithmétique, notamment grâce à l'introduction du système de numération dit arabe, par Gerbert d'Aurillac et Fibonacci. Le calcul avec jetons et le calcul écrit coexistèrent donc fort longtemps, car ce n'est qu'à la toute fin du 18ème siècle que l'on cessa d'utiliser les tables à calculer.

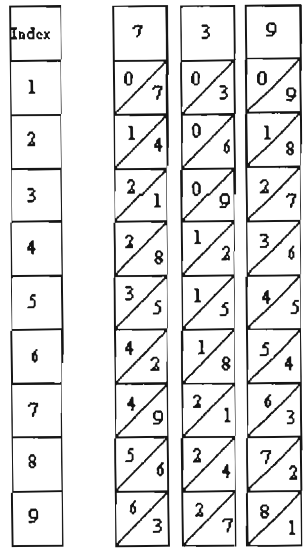
C'est une amélioration du procédé de calcul sur table qui donna naissance aux bouliers. En effet, en fixant dans des rainures ou sur des tiges les menus objets utilisés avec les tables de calcul, on forme un outil de calcul autonome. De plus, cette disposition est aisément transportable. Le boulier est un instrument qui permet des manipulations beaucoup rapides et efficaces que les tables de calcul, en bonne partie car les pièces mobiles peuvent maintenant être déplacées par groupe. Les objets indépendants utilisés sur des tables doivent en effet être déplacés un à la fois, tandis qu'ici, on peut déplacer plusieurs billes d'un seul geste.

De plus, ces systèmes manuels permettent, pour un utilisateur expérimenté, l'entrée simultanée de plusieurs données et l'automatisme développé par son utilisation fréquente en fait, encore aujourd'hui, un outil rapide et couramment utilisé par bien des gens, principalement en Extrême-Orient.

1.2 Bâtonnets de Neper et réglettes multiplicatrices

La multiplication est une opération plus complexe à concrétiser que l'addition. C'est le noble écossais John Napier (1550-1617), l'inventeur des logarithmes, qui a conçu le premier dispositif construit dans le but de simplifier cette opération. Sa création, appelée bâtonnets ou osselets de Neper n'est en somme qu'une disposition physique sur des bâtons de la table de multiplication des chiffres de 1 à 9 (table de Pythagore). En effet, chaque bâton est associé à la table de multiplication d'un des chiffres par tous les autres. Chacune des sections carrées associées à un de ces produits est séparé en deux par une ligne diagonale. Dans la partie supérieure est inscrite le chiffre des dizaines et les unités sont inscrites dans la partie inférieure. Cette réalisation permettait à l'utilisateur de s'épargner l'apprentissage des tables de multiplication, car maintenant, le calcul de chacun des produits partiels par un chiffre était réduit à quelques additions. En effet, la multiplication de 739 par 326, par exemple, était réalisable de la façon suivante. On doit d'abord calculer le produit partiel de 739 par 6, par 2, puis par 3. En disposant côte à côte les bâtonnets associés aux chiffres 7, 3 et 9, on peut lire très facilement tous les produits partiels, car les diagonales semblent intuitivement associer les dizaines de la table d'un chiffre à une retenue sur l'ordre décimal suivant. On lit donc 739 * 6 = (4)(2+1)(8+5)(4) = (4)((2+1)+1)(3)(4)=4434. On lit aussi les autres produits partiels: 739 * 2 = (1)(4+0)(6+1)(8) = 1478, 739 * 3 = (2)(1+0)(9+2)(7) = 2217 et on peut obtenir le résultat par les additions décalées nécessaires 221700+14780+4434 = 240914 = 739*326. Bien qu'il s'agisse là d'un dispositif fort simple, des variantes cylindriques circulaires ou des modifications évitant la réalisation des quelques additions furent créées et utilisées jusqu'à la fin du $19^{\text{ème}}$ siècle.





Parallèlement, l'invention des logarithmes par Napier a aussi permis la création d'un outil de calcul dont la longévité fut remarquable, la règle à calculer. Le premier progrès en ce sens a été réalisé en 1620, seulement 6 ans après l'invention des logarithmes, par Edmund Gunter. En fait, il eut l'idée de graduer avec une échelle logarithmique, un règle simple. Elle fut utilisée principalement par les marins, mais était difficile d'emploi. En effet, on devait utiliser un compas pour trouver les logarithmes des facteurs et réaliser les accumulations de ces logarithmes. Cependant, William Oughtred eut, peu de temps après, l'idée de juxtaposer deux règles de Gunter permettant ainsi de simplifier son utilisation. La réglette centrale coulissante qui fut utilisée sur la plupart des règles jusqu'à environ 1970, fut imaginée, en 1657, par Seth Patridge.

Encore une fois, ce dispositif prit des formes diverses, du cylindre, au cercle, à un enroulement en hélice comme dans ce modèle de 1878 fait par G. Fuller, ou sous forme de réglettes juxtaposées à échelles fractionnées. Toutes ces tentatives visaient à allonger la partie utile de l'appareil, permettant ainsi d'en augmenter la précision.

Activité multidisciplinaire :

Il serait intéressant que les enseignants de science-technologie et de mathématique utilisent ce texte afin de réaliser une activité multidisciplinaire. D'abord, le texte peut-être lu par les élèves à l'intérieur du cours de science-technologie ainsi que dans celui de mathématique. Comme ce texte est assez long, on peut facilement le diviser afin d'alléger la lecture pour ensuite réserver du temps aux élèves afin qu'ils puissent poser les questions qui leur sont venues à l'esprit lors de la lecture du texte. On peut même prévoir du temps de recherche afin qu'ils trouvent les réponses à leurs questions : Internet serait certainement un outil fort intéressant afin de trouver des éléments d'explications manquants. Les enseignants pourraient aussi réaliser un questionnaire afin de vérifier la compréhension de lecture des élèves.

Une fois la lecture du texte complétée, les élèves peuvent réaliser la construction des bâtonnets de Neper en classe de science et technologie. Le fonctionnement de ce dispositif peut être expliqué à l'aide de quelques exemples en classe de mathématique : le dispositif fonctionne en transformant la multiplication en une suite d'additions. L'enseignant demande ensuite aux élèves de trouver le résultat de quelques multiplications à l'aide des bâtonnets de Naper. Il serait intéressant de demander aux élèves d'effectuer une multiplication par l'algorithme classique qu'ils connaissent et ensuite de l'effectuer à l'aide des bâtonnets. Une discussion sur les avantages versus désavantages de l'utilisation d'une « machine » dans les calculs serait ensuite envisageable.

La réalisation de multiplications à l'aide des bâtonnets de Naper permet de travailler le sens du nombre et des opérations, concepts que l'on retrouve en arithmétique dans le contenu de formation du programme de mathématiques au premier cycle. (MELS, 2004a, p. 250) On consolide la notion de multiplication de nombres entiers déjà travaillée par les élèves.

Objectifs : Rendre les mathématiques plus humaines et consolider une notion mathématique.

<u>BOÎTE À OUTILS</u>

Où trouver le texte sur l'histoire des machines à calculer:

- Le texte que nous avons utilisé se trouve, au moment de notre recherche, à l'adresse : http://www.physique.usherbrooke.ca/~afaribau/essai/essai.html

- D'autres textes sur l'histoire des machines à calculer sont aussi disponibles sur Internet. Afin de les repérer, utilisez les moteurs de recherche tels que Google.com ou toile.qc.ca et entrez, comme mots clés : histoire des machines à calculer. Vous y retrouverez une foule de sites s'intéressant au développement de ces machines.

Où trouver les informations sur les programmes de formation:

http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec1ercycle.htm

En quoi les objectifs «rendre les mathématiques plus humaines» et «consolider une notion mathématique» sont atteints :

Les objectifs de cette activité sont doubles. Tout d'abord, retracer l'histoire des machines à calculer nécessite de raconter celle de ceux qui les ont inventées. Ceci nous permet donc de prendre conscience que les ordinateurs et calculatrices graphiques, qui font partie de notre quotidien, ne sont pas apparus comme par magie, des personnes ont dû les développer, et que derrière une machine se cache des principes mathématiques qu'a dû mettre en œuvre l'inventeur. D'autre part, l'utilisation des bâtonnets de Naper permet à l'enseignant de mathématique de consolider le travail effectué autour de la notion de multiplication.

4.3.2 Univers vivant

Toujours dans le nouveau programme science et technologie, le contenu de formation de la composante Univers vivant s'intéresse, entre autre, à l'histoire de la vaccination. (MELS, 2004b, p. 286) Dans le manuel A de l'élève de *Connexion : Science tech : 1er cycle* *du secondaire* (Banville, 2005), il est question des épidémies, des virus et des germes, ce qui introduit l'histoire de la vaccination. On retrouve en page 158, sous la rubrique «Un peu d'histoire», des explications sur la peur ressentie par les gens. Le manuel présente également l'histoire des maladies contagieuses, une brève description des miasmes et de la façon dont la population du Québec en 1847 croyait pouvoir les éloigner. De plus, on retrouve dans les pages 280 et 281, l'histoire de Grosse-Ile qui fut utilisée comme lieu de quarantaine en 1847, alors que le typhus faisait des ravages chez les passagers des bateaux provenant d'Irlande.

Ces informations nous donnent l'occasion de réaliser une activité interdisciplinaire. En classe de science-techno, l'enseignant pourrait donner des informations supplémentaires sur la théorie des miasmes. Également, il pourrait présenter celui qui fut le plus grand statisticien d'Angleterre alors que cette théorie était très populaire, William Farr. À travers son histoire, on découvre comment les statistiques ont réussi à amener des changements dans les mesures sanitaires lors des grandes épidémies de choléra. En mathématique, les élèves auraient à construire des graphiques statistiques et à en faire l'analyse sur des données au Canada au 19^{e} siècle. Selon le programme de formation de mathématique, au chapitre portant sur la statistique, les élèves ont à effectuer des représentations graphiques. Ils doivent aussi mettre en évidence certains aspects de l'information pouvant être dégagés d'un tableau ou d'une représentation graphique. (MELS, 2004a, p. 257)

D'abord, quelques informations sur William Farr. On retrouve un très bon article dans la revue *Les cahiers de Science et vie,* no 48, décembre 1998, aux pages 50 à 55. On traite des premières grandes études sur la mortalité effectuées en Angleterre vers 1830 par William Farr, épidémiologiste et fondateur de la statistique médicale. On y raconte comment ce jeune médecin, lors de l'épidémie de choléra de 1831 en Angleterre, est persuadé qu'un nombre considérable de morts pourrait être évité si les miasmes, nocivité de l'air due à l'environnement urbain, pouvaient être réduits. On relate l'entrée de Farr à la Société de statistique de Londres, où il produit d'énormes volumes contenant jusqu'à 500 pages et regorgeant de tableaux statistiques. Ceux-ci lui permirent de convaincre des effets bénéfiques de la médecine préventive et des réformes sanitaires. Les statistiques démographiques permirent donc de suivre la progression des épidémies. Farr, à l'aide des statistiques, sera conforté dans sa théorie des miasmes, même si elle sera infirmée par la découverte des germes responsables des maladies infectieuses. Malgré tout, Farr sera considéré comme le plus grand statisticien anglais de son temps.

D'autres informations provenant du site anglais *Wikipedia, the free encyclopedia*, sont dans l'encadré suivant. (http://en.wikipedia.org/wiki/William_Farr)

William Farr (November 30, 1807 – April 14, 1883) was a nineteenth century British epidemiologist, regarded as one of the founders of medical statistics.

Early life.

He was born in Kenley, Shropshire, England to poor parents. He was effectively adopted by a local squire, Joseph Pryce, when Farr and his family moved to Dorrington. In 1826 he took a job as a dresse (surgeon's assistant) in Shrewsbury infirmary. Price died in November 1828, and left Farr £500 which allowed him to study medicine in France and Switzerland. He returned to England in 1831 and continued his studies at University College London, qualifying as a doctor with the Apothecaries' Society in March 1832.

He married in 1833 and started a medical practice in Fitzroy Square, London. By this time he had become fascinated by medical statistics, a subject which he called "hygology" (derived from "hygiene"). In 1837 he wrote a chapter called "Vital Statistics" for a highly regarded reference book, John McCulloch's "Statistical Account of the British Empire".

General Register Office

His wife died of tuberculosis in 1838, after which he secured a post in the General Register Office as the first compiler of scientific abstracts, on an initial salary of £350 per year. He was responsible for the collection of official medical statistics in England and Wales. His most important contribution was to set up a system for routinely recording the causes of death. For example, for the first time it allowed the mortality rates of different occupations to be compared. In 1839, he joined the Statistical Society (now called the Royal Statistical Society) and played an active part in it as treasurer, vice-president and president over the years. He remarried in 1842 and had eight children.

There was a major outbreak of cholera in London in 1849 which killed around 15000 people. Early industrialisation had made London the most populous city in the World at the time, and the River Thames was heavily polluted with untreated sewage. Farr subscribed to the conventional theory that cholera was carried by polluted air rather than water - the miasmic theory.

As a result of studying this outbreak, the physician John Snow proposed what is now known to be the actual mechanism for transmission - that people were infected by swallowing something and that it multiplied in the intestines.

There was another epidemic in 1853, and Farr gathered statistical evidence to try to support the miasmic theory. He demonstrated statistically that cholera was spread by polluted water by showing that the likelihood of dying of the disease was linked to the height that the victims lived above the River Thames. He interpreted this as support for the miasmic theory - the air at lower altitudes being dirtier. However he also obtained details of where different water companies drew their water, and generated statistics on the number of deaths per water company. He discovered that people supplied with water from two companies in particular- the Southwark & Vauxhall and the Lambeth water companies - which drew their water directly from the Thames were particularly likely to suffer. Although he did not agree with Snow's waterborne theory, he gave him a great deal of help in collecting data to support it; in particular by providing the addresses of people who had died.

There was a further epidemic in 1866, by which time Snow had died. Farr had by now come around to believe Snow's explanation. He produced a monograph which showed that mortality was extremely high for people who drew their water from the Old Ford Reservoir in East London. By this time, the germ theory of disease had become more widely accepted, partly through the work of Edward Jenner and Louis Pasteur on inoculation; and Farr's work was considered conclusive. The consequence was that public health measures were now directed towards the real cause of cholera. In particular, large engineering projects were started in many cities to collect and treat sewerage, ultimately eliminating the disease in industrialised countries.

Farr served as a commissioner in the 1871 census, retiring from the General Register Office in 1879 after he was not given the post of Registrar General. He received the Gold Medal of the British Medical Association and was made a Companion of the Order of Bath in 1880.

En classe de mathématique, les élèves pourraient construire un diagramme à lignes brisées à l'aide de données provenant du site de Statistique Canada (http://www40.statcan.ca/l02/cst01/demo03_f.htm) concernant la population et les composantes démographiques des recensements de 1851 à 2001. Il serait intéressant de retourner au 19^{e} siècle puisque les élèves auront étudié cette période dans le cours science-technologie.

Dans les tableaux suivants, nous retrouvons une foule d'informations. Comme le milieu du 19^{e} siècle est ponctué d'épidémies, il serait intéressant de demander aux élèves de construire un diagramme à ligne brisée qui tient compte des années et du nombre de décès enregistré. (Tableau 4.1) On pourrait aussi leur demander de comparer le nombre de naissances avec le nombre de décès. On peut s'interroger : pourquoi le nombre de décès a-t-il diminué de 1951 à 1961? Bref, plusieurs études statistiques peuvent être effectuées grâce aux données de Statistique Canada. Il est à noter qu'il nous a été impossible de trouver de l'information avant 1851 sur le site de Statistique Canada. Nous présentons ici les données jusqu'en 2001. Il pourrait être intéressant pour les élèves de comparer la population des 19^{e}, 20^{e} et début du 21^{e} siècles. Par contre, dans l'esprit de l'activité interdisciplinaire, on s'intéressera davantage aux premières lignes de ce tableau.

Tableau 4.1
Population et composantes de la croissance démographique
Recensements de 1851 à 2001 au Canada
Source : Statistique Canada, http://www40.statcan.ca/102/cst01/demo03_f.htm

Années	Population (En milliers)	Naissance (En milliers)	Décès (En milliers)
1851-1861	3 230	1 281	670
1861-1871	3 689	1 370	760
1871-1881	4 325	1 480	790
1881-1891	4 833	1 524	870
1891-1901	5 371	1 548	880
1901-1911	7 207	1 925	900
1911-1921	8 788	2 340	1070
1921-1931	10 377	2 415	1055
1931-1941	11 507	2 294	1072
1941-1951	13 648	3 186	1214
1951-1961	18 238	2 362	687
1961-1971	21 568	1 856	766
1971-1981	24 820	1 820	843
1981-1991	28 031	1 933	946
1991-2001	31 021	1 705	1089

Le deuxième tableau donne des informations sur la population, le nombre de naissances ainsi que le nombre de décès en Angleterre et au Pays de Galles de 1841 à 1901. Ces informations proviennent du livre *Abstract of British Historical Statistics* de B. R.

Mitchell publié en 1962. Ces données nous plongent au cœur de l'Angleterre ravagée par les épidémies, alors que Farr travaille à la Royal Statistic Society. À l'aide de ces données, on peut demander aux élèves de construire des diagrammes à ligne brisée et d'analyser les courbes ainsi obtenues. On peut aussi comparer le nombre de décès par rapport à la population. De plus, on peut se questionner sur la diminution du nombre de décès de la période allant de 1871 à 1881 : comment l'expliquer?

Tableau 4.2
Population, naissances et décès de 1841 à 1901 : Angleterre et Pays de Galles
Source : Mitchell, 1962, p. 6, 29 et 34

Période	Population (En milliers)	Naissances (En milliers)	Décès (En milliers)
1841	15 914	512	344
1851	17 928	616	396
1861	20 066	696	435
1871	22 712	797	515
1881	25 974	884	492
1891	29 003	914	587
1901	32 528	930	552

Objectif : Amener l'élève à consolider une notion mathématique, amener l'élève à apprendre une notion mathématique et rendre les mathématiques plus humaines.

BOÎTE À OUTILS

Où trouver le texte sur la vie de William Farr :

- On trouve les informations sur le site anglais *Wikipedia, the free encyclopedia*, à l'adresse suivante : http://en.wikipedia.org/wiki/William_Farr.

- Nous avons trouvé ce site à l'aide du moteur de recherche Google.com où nous avions inscrit comme mots-clés, William Farr. Il est à noter qu'une recherche en français nous a conduit à un site qui, de toute évidence, est une traduction effectuée à l'aide d'un outil de traduction automatique.

Où trouver les informations contenues dans le premier tableau de données:

Le site de Statistique Canada nous donne une grande quantité d'informations. On retrouve le tableau à l'adresse http://www40.statcan.ca/l02/cst01/demo03_f.htm.

Où trouver les informations sur les programmes de formation:

http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec1ercycle.htm

En quoi les objectifs «amener l'élève à consolider une notion mathématique», «amener l'élève à apprendre une notion mathématique» et «rendre les mathématiques plus humaines» sont atteints :

Lors de la construction de différentes représentations graphiques en statistique, il est intéressant de présenter aux élèves divers contextes. Celui décrit dans l'exercice amène l'élève à construire un diagramme à ligne brisée et à interpréter les données contenues dans le tableau de distribution et dans sa représentation graphique. On amène donc l'élève à consolider un des objectifs du programme de formation.

Il est à noter que si les élèves doivent construire pour la première fois un diagramme à ligne brisée lors de cette activité multidisciplinaire, l'objectif serait alors d'amener l'élève à apprendre une notion mathématique.

L'intérêt d'utiliser les données historiques est d'amener l'élève à atteindre des objectifs du présent programme de formation de statistique en travaillant sur des données qui ont été réellement répertoriées. Ce retour dans le temps avec toutes les problématiques reliées à la salubrité nous permet de voir l'évolution des pratiques sanitaires et de suivre le cheminement de celui qui fut considéré comme le plus grand statisticien anglais de son temps, William Farr. On réalise aussi que les mathématiques ont servi aux réformes sanitaires, améliorant ainsi l'environnement des gens du 19e siècle, ce qui contribue à rendre les mathématiques plus humaines.

4.4 Mathématique et géographie

Dans le nouveau programme de formation de géographie, l'étude des territoires urbains est divisée en trois sections : les villes à risque naturel, le patrimoine urbain ainsi que les métropoles. (MELS, 2004c, p. 316) Pour ce qui est des villes patrimoniales, les élèves sont amenés à étudier Québec, Paris, Rome, Athènes et Beijing. (MELS, 2004c, p. 320)

Les civilisations grecques ont beaucoup contribué au développement des mathématiques. À la Renaissance, l'Italie a été au centre de l'émergence de mathématiques nouvelles. Ainsi, il serait intéressant de jumeler l'étude des villes patrimoniales Athènes et Rome aux grands mathématiciens qui vécurent en Grèce et en Italie. De plus, il serait intéressant d'avoir à rechercher les souvenirs de certains mathématiciens dans les villes : les institutions où ils ont enseigné, les édifices qui datent de cette époque. On pourrait aussi faire la comparaison entre la ville d'alors versus celle d'aujourd'hui. Bref, l'étude de mathématiciens pourrait être faite en lien étroit avec certaines villes ou régions.

Les mathématiciens grecs :

1- Euclide (v330-v275 av. J.-C.) et ses *Éléments* à Alexandrie.

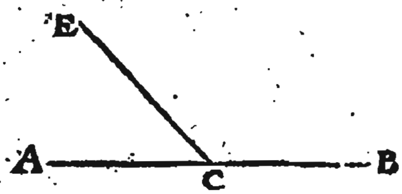
En géométrie, lors de l'étude des triangles, des quadrilatères, des polygones réguliers convexes, des cercles ou encore lors de la construction de polygones (MELS, 2004a, p. 258), il serait intéressant de présenter aux élèves des extraits des livres d'Euclide où il traite de ces notions.

On retrouve une version numérisée d'Euclide (1632) à l'adresse suivante (au moment de notre recherche): http://math-sahel.ujf-grenoble.fr/Projet_NUMDAM/euclide.html.

Par exemple, lors de l'étude des angles aigus et obtus, on pourrait présenter cet extrait provenant de la page 7 du livre premier :

11. Angle obtus, eſt celuy qui eſt plus grand qu'vn droict.
12. Mais l'aigu, eſt celuy qui eſt plus petit qu'vn droict.

Quand vne ligne droicte tombant ſur vne autre s'incline ou panche plus d'vn coſté que de l'autre, elle fait conſequemment deux angles inégaux, dont l'vn eſt plus grand que l'angle droict, & ſe nomme angle obtus; mais l'autre eſt plus petit, & s'appelle angle aigu. Ainſi pource qu'en cette figure, la ligne droicte EC tombant ſur la ligne droicte AB, s'incline & panche plus du coſté de AC que de la part de BC, les deux angles du poinct C ſeront inégaux, & celuy vers B, qui eſt plus grand & ouuert que le droict ſera dit angle obtus: mais celuy de la part de A, qui eſt plus petit & fermé que l'angle droict, ſera nommé angle aigu.



Et d'autant que ſouuentefois en vn plan concurrent plus de deux lignes à vn meſme poinct, & par conſequent y conſtituent pluſieurs angles, les Geometres ont accouſtumé (pour euiter confuſion) d'exprimer l'angle dont ils parlent par trois lettres, deſquelles celle du milieu denotte le poinct auquel les lignes conſtituent l'angle, & celles des extremes ſignifient les commancemens d'icelles lignes qui font iceluy angle: tellement qu'en la figure cy-deſſus l'angle obtus que nous auons dit eſtre celuy de la part de B, ſera exprimé & entendu par ces trois lettres ECB ou BCE, à cauſe qu'il eſt conſtitué au poinct C, & contenu par les deux lignes droictes EC, & BC, qui commançant en E & B, ſe vont rencontrer au ſuſdit poinct C. Mais l'angle aigu que nous auons dit eſtre de la part de A, s'exprimera par ces trois lettres ECA ou ACE, par ce qu'il eſt conſtitué au poinct C, & fait par les deux lignes droictes EC & AC, qui commencent en E & A, & ſe vont rencontrer au ſuſdict poinct C. Ce qu'on doit bien notter, afin de connoiſtre & diſcerner facilement les angles, dont ſera faict mention és demonſtrations ſuiuantes.

Évidemment, on pourrait présenter aux élèves d'autres définitions de sorte qu'ils puissent discuter du bien fondé des définitions.

2- Thalès (v636-v546 av. J.-C.).

Toujours en géométrie, Thalès affirme que « les angles opposés par le sommet formés par deux droites qui se coupent sont égaux. » (Guedj, 1998, p. 40) De plus, on attribue à Thalès que « tout diamètre partage le cercle en deux » ainsi que « dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés égaux sont semblables. » (Dahan-Dalmedico et Peiffer, 1986, p. 46) On peut se référer au programme de mathématique (MELS, 2004a, p. 258) afin de prendre connaissance du contenu de formation en géométrie.

3- Pythagore (v560-v480 av. J.-C).

Même si le théorème de Pythagore n'est à pas à l'étude au premier cycle, il serait intéressant de parler de son école, de ses disciples, de la première classification des nombres entiers soit les nombres pairs et impairs.

Dans le manuel B de *À vos maths! : Mathématique, 1er cycle du secondaire* (Coupal, 2005), on retrouve des éléments historiques de l'étude de la géométrie aux pages 114 à 117, où l'on mentionne ces trois mathématiciens en prenant soin de situer sur une carte géographique leur lieu de naissance.

Les mathématiciens italiens.

1- Fibonacci à Pise (v1180-v1250).

En algèbre, les élèves doivent travailler les suites. (MELS, 2004a, p. 254) On peut en profiter pour regarder de plus près les travaux de Leonardo Pisano Fibonacci. D'ailleurs, on retrouve des informations concernant ce mathématicien aux pages 148 et 149 du volume 2 manuel A de *Panoramath : Mathématiques, 1er cycle du secondaire* (Cadieux, Gendron et Ledoux, 2005). Il serait intéressant d'en profiter pour parler aussi du nombre d'or à cette occasion.

2- Tartaglia (1499-1557) et Cardan (1501-1576) au nord de l'Italie.

En algèbre, les élèves doivent résoudre des équations du premier degré. (MELS 2004a, p. 253) À cette occasion, il serait intéressant de relater l'histoire entourant la résolution de l'équation du troisième degré par Tartaglia, l'enseignement de cette méthode à Cardan, son ami, qui devait la garder secrète et la trahison de ce dernier. À ce sujet, Guedj (1998) nous raconte cette fabuleuse histoire dans le chapitre 15 de son roman *Le théorème du perroquet*. On ne veut pas expliquer la résolution des équations, mais bien la relation d'amitié et de trahison entre les deux mathématiciens.

Évidemment, on pourrait faire le même exercice, soit d'associer des mathématiciens avec des villes, pour Paris et Beijing, deux villes patrimoniales à l'étude du programme de géographie.

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines, amener l'élève à apprendre une nouvelle notion mathématique et amener l'élève à consolider une notion mathématique

BOÎTE À OUTILS

Où trouver les biographies des mathématiciens:

1- On retrouve une version numérisée d'Euclide (1632) à l'adresse suivante : http://math-sahel.ujf-grenoble.fr/Projet_NUMDAM/euclide.html (au moment de notre recherche)

2- Pour Thalès, Pythagore, Tartaglia et Cardan, il est possible d'obtenir de l'information grâce à Internet. À l'aide des moteurs de recherche Google.com ou toile.qc.ca, il suffit d'entrer le mot-clé biographie suivi du nom du mathématicien recherché. Nous vous recommandons de consulter quelques sites traitant d'un même mathématicien afin de vérifier les informations données.

Où trouver les livres cités sur Thalès :

Ces livres sont facilement disponibles chez un libraire pour une vingtaine de dollars chacun.

Où trouver les informations sur les programmes de formation:

http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec1ercycle.htm

En quoi les objectifs sont atteints :

Amener l'élève à apprendre une nouvelle notion mathématique : L'enseignant peut décider de présenter la définition des angles aigus et obtus à l'aide des *Éléments* d'Euclide lors de l'étude des caractéristiques d'un angle.

Amener l'élève à consolider une notion mathématique : La suite de Fibonacci peut être étudiée comme un exemple parmi celles que les élèves ont à travailler.

Rendre les mathématiques plus humaines : L'histoire d'amitié et de trahison entre Tartaglia et Cardan démontre que les mathématiques sont travaillées par des gens qui ont des sentiments, que la découverte d'une solution à un problème mathématique provoque, chez certaines personnes désirant être reconnues, des sentiments peu nobles.

Ainsi, par la façon dont l'enseignant amène les notions travaillées en classe, différents objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement seront rencontrés.

4.5 Mathématique et français.

La première compétence du nouveau programme de français, premier cycle, est de lire et d'apprécier des textes variés. Ainsi, pour comprendre et interpréter un texte, l'élève doit diversifier ses façons de résoudre les difficultés d'ordre lexical ou syntaxique : « analyser la phrase, chercher les référents des pronoms de la 3e personne et des autres substituts, vérifier, en contexte, la signification des marqueurs de relation et des organisateurs textuels, analyser la morphologie du mot (dérivation, composition, etc.), émettre une hypothèse sur un terme équivalent, cerner la partie de la définition du dictionnaire qui est appropriée au contexte. » (MELS, 2004g, p. 104)

En mathématique, une des composantes de la deuxième compétence, déployer un raisonnement mathématique, est de réaliser des démonstrations ou des preuves. (MELS, 2004a, p. 245) Afin de déterminer une mesure manquante et de justifier les étapes de sa démarche, l'élève s'appuie sur des définitions et des propriétés plutôt que sur le mesurage. (MELS, 2004a, p. 260)

Dans le volume 2 du manuel A de *Panoramath : Mathématiques, 1^er^ cycle du secondaire* (Cadieux, Gendron et Ledoux, 2005), on retrouve à la page 205 un exemple d'organisation et de justification d'une démarche en géométrie. Un problème est solutionné à l'aide des colonnes Affirmations/Justifications. D'autre part, des exercices où les élèves doivent justifier des affirmations sont aussi présents en géométrie dans le manuel B de *À vos maths! : Mathématique, 1^er^ cycle du secondaire* (Coupal, 2005). Il existe donc des exercices où l'élève doit justifier les étapes de sa démarche afin de réaliser une démonstration ou une preuve.

Les enseignants de mathématique et de français pourraient travailler de pair à la construction d'exercices d'analyse de textes qui seraient en fait des démonstrations mathématiques. Le but de ces exercices ne serait donc pas d'amener l'élève à rédiger une démonstration, mais bien de décortiquer les éléments qui la constituent et d'analyser les définitions des mots mathématiques utilisés. En classe de mathématique, les élèves pourraient travailler les notions préalables à la compréhension des théorèmes ainsi que les différents constituants d'une preuve : données, hypothèse, conclusion, théorèmes utilisés, les notions mathématiques nécessaires à la compréhension de l'exercice, etc.

Dans l'exemple qui suit, il faudrait préalablement étudier avec les élèves au moins un des cas de congruence des triangles (C-A-C) et il serait bon de rappeler que la somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°. De plus, il faudrait déterminer la signification de certains mots comme « théorème » et discuter du sens du mot « hypothèse », qui est différente selon que ce mot est utilisé en mathématique ou en français.

Il est à noter que cette activité nous a été inspiré de IREM (1989, p. 120)

Dans l'exemple que l'on trouve dans le document, on demande aux élèves de construire un cercle de centre O et de rayon 5. Il faut poser sur le cercle trois points A, B et C de sorte que AB soit le diamètre et que BC soit 4. E et F sont les symétriques respectives de A et B par rapport à C. On pose trois questions et l'on propose des solutions sous forme de texte que les élèves doivent parfois analyser et parfois compléter.

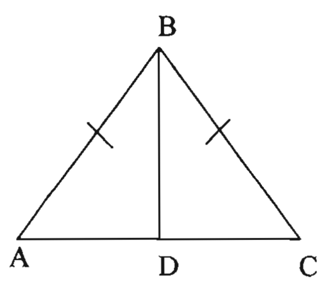
Voici dans l'encadré qui suit un l'exercice qui pourrait être proposé aux élèves :

Thalès et les triangles

Thalès est né en 640 avant JC à Milet, ville principale de la côte Ionienne, en Asie mineure (Turquie actuelle). On pense qu'il était d'origine phénicienne. Thalès est présenté comme un mathématicien, physicien, astronome et philosophe grec. Il est surtout le premier scientifique connu. On attribue à Thalès certains théorèmes utilisés en géométrie.

Voici un théorème et sa démonstration auquel s'ajoute un exercice en découlant. Lis attentivement la démonstration et réponds ensuite aux questions.

1- Théorème : Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés congrus sont congrus



Démonstration :

Considérons le triangle ABC. Traçons la bissectrice BD de l'angle B. La mesure du segment AB est égale à la mesure du segment BC puisque le triangle est isocèle. De plus, le segment BD est commun aux triangles ABD et BDC. D'autre part, les angles ABD et BDC sont congrus puisque la bissectrice BD divise un angle en deux parties congrues.

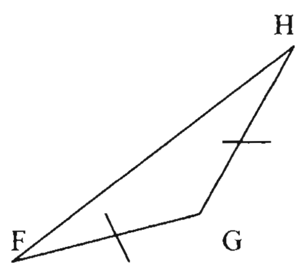
Or, deux triangles, en l'occurrence ABD et BDC, sont congrus lorsqu'ils ont un angle congru compris entre deux côtés congrus deux à deux.

Les angles A et C sont donc congrus puisque dans des triangles congrus, les éléments correspondants sont congrus.

Questions :

Souligne les données en vert, la conclusion en rouge. Encadre le ou les théorèmes utilisés. Puis, fais la liste des mots ou expressions qui introduisent les données, la conclusion et le ou les théorèmes, et trouve pour chacun d'eux un remplaçant.

2- Voici un triangle où la mesure de l'angle F est de 25°.



Sans mesurer, trouve la mesure de l'angle G.

Dans le texte suivant, qui est une solution de la question, débute par remplacer les pointillés par des mots ou des expressions qui permettront une bonne compréhension du texte.

Le triangle FGH est ………….. selon la donnée du problème. ………, la mesure de l'angle H est ………….. à la mesure de l'angle F ………… dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés congrus sont congrus. La mesure de l'angle G est ………. de 180 – 25 – 25 = 130° ……….. la somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.

Souligne les données en vert, la conclusion en rouge et encadre le ou les théorèmes utilisés.

Objectif : Amener l'élève à consolider une notion mathématique.

<u>BOÎTE À OUTILS</u>

Où trouver les informations concernant la vie de Thalès :

Utiliser un moteur de recherche comme Google.com ou toile.qc.ca et inscrire, comme mots-clés, vie de Thalès. On retrouve aussi les différents théorèmes attribués à Thalès lors de ces recherches.

Où trouver un exemplaire du document *Je, tu, ils, elles… argumentent. Expérimentations : français, mathématiques, sciences économiques et sociales.* (IREM, 1989)

Ce document est disponible à la bibliothèque de l'éducation de l'UQAM dans les monographies sous le code LB1607J42.1989. Une recherche dans Internet nous apprend qu'il est impossible de commander ce document puisqu'il est épuisé.

Où trouver les informations sur les programmes de formation:

http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec1ercycle.htm

En quoi l'objectif «amener l'élève à consolider une notion mathématique» est atteint :

Ce genre d'exercice s'inscrit bien dans une séquence d'enseignement où les élèves ont à travailler la notion de preuve et de démonstration. Nous savons que les élèves ont souvent beaucoup de difficultés à effectuer ce genre de tâche. En décortiquant une preuve déjà construite, les élèves sont amenés à réaliser sa constitution.

Cette activité informe les élèves de l'origine d'un théorème qu'ils utilisent fréquemment en géométrie. L'intérêt de l'utilisation de l'histoire dans cette activité réside dans l'importance de démontrer aux élèves que les théorèmes qu'ils travaillent ont une origine, des mathématiciens les ont énoncés. En géométrie, ils auront à démontrer plusieurs théorèmes tout au long de leur formation. Il semble intéressant de leur faire connaître la provenance de ceux-ci lorsque la situation le permet.

4.6 Mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.

Un grand nombre d'activités interdisciplinaires peuvent relier les mathématiques et l'histoire et l'éducation à la citoyenneté. D'ailleurs, le cours d'histoire semble être le lieu le plus naturel où il peut être question d'histoire des mathématiques. Nous croyons que les autres matières peuvent aussi servir de lien avec l'histoire des mathématiques. L'ébauche des activités que l'on retrouve précédemment en est la preuve.

Au contraire des diverses activités multidisciplinaires précédentes, nous allons présenter plus d'un exemple mettant en jeu les mathématiques et l'histoire. Le programme de formation d'histoire et éducation à la citoyenneté donne plusieurs occasions de collaboration entre les enseignants. Les exemples seront moins détaillés, mais suffisamment précis pour donner une idée générale de l'activité proposée.

Tout d'abord, un des contenus de formation est l'étude de l'essor urbain et commercial en analysant une ville commerciale européenne, Bagdad, Constantinople et Tombouctou. (MELS, 2004d, p. 358) Bagdad, est le premier grand centre scientifique sous le règne d'Al-

Mansur (754-775) et de Harun-ar-Rasid (786-809), les bibliothèques sont nombreuses et les ouvrages scientifiques souvent copiés. La traduction des ouvrages de l'Antiquité grecque s'y poursuivra intensément (Euclide (v330-v275 av. J.-C.), Archimède (287-212 av. J.-C.), Apollonius, Héron, Ptolémée, Diophante), ainsi que l'étude des ouvrages de l'Inde, de la Perse et de la Mésopotamie.

Les enseignants de mathématique et d'histoire pourraient créer des exercices où les élèves découvriraient les mathématiciens qui ont vécu à cette époque près de Bagdad, les découvertes qui leur sont attribuées, etc.

Par exemple, on pense à al-Khwarizmi (v783-v850), premier savant éminent de l'école de Bagdad, dont les deux traités sur l'arithmétique et l'algèbre ont exercé une influence décisive ultérieurement. Mais surtout, « il est l'auteur du *Précis sur le calcul de al-jabr et al-muqabala* (825), qui peut être considéré comme le traité de base de l'algèbre en langue arabe. [...] Une grande partie de l'ouvrage est consacrée à des problèmes très pratiques comme ceux de partage d'héritage que le droit de succession musulman rendait très ardu. Le traité d'al-Khwarizmi enseigne comment résoudre les équations du premier et du second degré à coefficients numériques. [...] Il classe aussi les équations quadratiques en six types canoniques différents. [...] Son algèbre est entièrement rhétorique et il n'emploie aucun symbole, même pour les nombres. Pourtant, il distingue trois sortes de nombres : les nombres simples, qu'il désigne par *dirham*; l'inconnue, qu'il appelle *say'* (chose) ou *gizr* quand il s'agit plutôt de la racine d'une équation; et enfin il utilise *mal* pour le carré de l'inconnue. » (Dahan-Dalmedico et Peiffer, 1986, p. 84)

On peut aussi noter que les mathématiciens arabes s'intéressèrent énormément à l'astronomie. « Les progrès qu'ils accomplirent en trigonométrie leur permirent de dresser des tables astronomiques sans cesse plus précises. Le rituel religieux islamique stimula les recherches dans la mesure où celles-ci permettaient d'en respecter précisément les règles. Le calendrier islamique repose sur le mois lunaire, chaque mois débutant à la première apparition du croissant lunaire après la nouvelle lune. Les heures des cinq prières quotidiennes dépendent de la position du soleil. [...] Le fidèle devait prier en se tournant vers la Kaaba, à la Mecque. Ces trois règles exigeaient une connaissance des mouvements célestes et planétaires, ainsi que de la géographie. » (Mankiewicz, 2001, p. 49)

D'autre part, à l'instar de la géographie, les activités multidisciplinaires impliquant les mathématiques et l'histoire pourraient avoir comme thème une civilisation et les mathématiciens qui y vécurent. Par exemple, le contenu de formation d'histoire et éducation à la citoyenneté amène les élèves à étudier une première expérience de démocratie. L'étude porte sur la vie politique à Athènes au 5^{e} siècle avant Jésus-Christ. (MELS, 2004d, p. 355) À cette occasion, on pourrait étudier les mathématiciens qui vécurent près de ce siècle. Par exemple, Thalès (v636-v546 av. J.-C.) en géométrie au 6^{e} siècle avant notre ère et Pythagore (v560-480 av. J.-C.) en arithmétique. Platon (427-347 av. J.-C.) et Aristote (384-322 av. J.-C.) au 4^{e} siècle avant notre ère. De plus, la Renaissance européenne constitue un autre élément du contenu de formation. (MELS, 2004d, p. 359) À cette occasion, on pourrait mettre en lumière les travaux de Regiomontanus (1436-1476) en trigonométrie, Cardan (1501-1576), Viète (1540-1603), Bombelli (1526-1572), en algèbre, Stevin (1548-1620) pour les nombres décimaux, Tartaglia (1499-1557) pour le mouvement des boulets et Dürer (1471-1528) en perspective.

Toujours dans le contexte de la vie politique à Athènes, un sujet intéressant à exploiter serait le lien entre le développement de la démocratie et l'idée de démonstration en mathématique. Des discussions peuvent être organisées autour du niveau de certitude face à un raisonnement de type politique et un raisonnement mathématique. On peut aussi se questionner sur la nature des informations utilisées dans l'un ou l'autre des raisonnements. Le professeur de français pourrait évidemment se joindre à ce genre d'activités. De plus, on peut se demander si les mathématiciens cités précédemment ont pu travailler dans un contexte démocratique.

De plus, le contenu de formation, *l'émergence d'une civilisation,* met en lumière l'influence de l'écriture dans la civilisation mésopotamienne. (MELS, 2004d, p. 354) Dans le manuel de l'élève 1 d'*Histoire en action* (Léger et Lord, 2005), on retrace la naissance de l'écriture dans les pages 58 et 59. Il serait alors intéressant d'en profiter pour effectuer le même genre de travail, mais pour les nombres. Dans le nouveau programme de formation de mathématique, on y lit qu'il faut « donner de l'information sur l'évolution, au cours des âges, de l'utilisation des notations, des symboles, ...» (MELS, 2004a, p. 255) Internet serait ici fort utile afin de retracer les informations concernant l'histoire des nombres.

Toujours dans le manuel *Histoire en action* (Léger et Lord, 2005), on retrouve dans le texte sur la naissance de l'écriture, un encart concernant la tablette d'argile «Plimpton 322». Celle-ci est représentée et on peut lire que « cette tablette présente un problème complexe de géométrie. Seuls deux signes sont utilisés. » On pourrait en profiter pour explorer d'avantage l'histoire de cette tablette et donc celle du système de numérotation des Babyloniens puisqu'elle a été écrite par ceux-ci. Le nom de la tablette évoque le numéro qu'elle porte dans la collection G. A. Plimpton à l'Université Colombia. Elle contient quinze lignes et quatre colonnes. On ne peut pas la traduire entièrement puisqu'une partie de celle-ci est manquante. Cette tablette est souvent liée aux triplets Pythagoriciens, mais plusieurs interrogations émergent du lien entre la tablette et la relation de Pythagore. Il serait intéressant d'en discuter avec les élèves. Si l'on part de l'hypothèse qu'il est possible de lire sur la tablette des triplets pythagoriciens, on devrait donc croire que les Babyloniens travaillaient déjà avec le théorème de Pythagore 1200 ans avant que celui-ci ne fonde son école. Existe-t-il des preuves que ce peuple utilisait une règle concernant les triangles rectangles? Est-ce qu'une liste de nombres rappelant le théorème de Pythagore peut-être suffisante dans l'affirmation que les Babyloniens utilisaient le fameux théorème? Connaissait-on le théorème dit de Pythagore avant la naissance de celui-ci?

D'autre part, un des concepts que les élèves doivent maîtriser en statistique est celui du recensement. (MELS, 2004a, p. 257) Une activité multidisciplinaire concernant les recensements effectués chez les Romains et les Chinois pourrait être réalisée puisque le programme de formation d'histoire et éducation à la citoyenneté traite de ces peuples. (MELS, 2004d, p. 354-356) Les élèves pourraient étudier comment les recensements étaient effectués chez les Romains et les Chinois, quelles informations étaient recueillies, comment s'effectuait le traitement des données, quelle était la durée entre la cueillette de l'information et la présentation des résultats, etc. On pourrait aussi faire le lien avec les numérations utilisées. On pourrait aussi travailler les différents types de représentation de données.

Afin de mettre en contexte la situation, il serait intéressant de lire le texte intitulée «5000 ans de recensement» que l'on trouve à la page 42 du Manuel A volume 1 de *Panoramath : Mathématiques, 1er cycle du secondaire*. (Cadieux, Gendron et Ledoux, 2005) On peut y lire que : « En Nouvelle-France, Jean Talon fut le premier dirigeant de la colonie à effectuer un recensement; cela se passait en 1666. Il interrogea lui-même la plupart des 3215 habitants et habitantes de l'époque en effectuant du porte-à-porte. Depuis bien longtemps, les peuples font des recensements. En effet, les peuples babylonien, chinois et romain dénombraient leur population afin de prélever des impôts, de lever des armées ou d'obtenir des renseignements sur leur empire. »

On peut aussi trouver certaines informations sur l'historique des recensements sur le site de Statistique Canada. Par exemple, on apprend que les romains étaient de grands recenseurs et qu'ils tenaient périodiquement des recensements afin de recueillir des renseignements sur leur vaste empire. L'adresse du site où l'on retrouve les informations est : http://www.statcan.ca/francais/kits/2001/pdf/Guide-f.pdf

Objectif : Rendre les mathématiques plus humaines, amener l'élève à apprendre une nouvelle notion mathématique et amener l'élève à consolider une notion mathématique.

<u>BOÎTE À OUTILS</u>

Où trouver les informations :

- Pour ce qui est de Bagdad et d'al-Khwarizmi, les informations données ont été prises dans le livre *Une histoire des mathématiques : Routes et dédales* (Dahan-Dalmedico et Peiffer, 1986). Les pages 83 à 104 sont consacrées à l'essor des mathématiques arabes. En ce qui a trait à l'astronomie, on retrouve les informations dans le livre *L'histoire des mathématiques* (Mankiewicz, 2001). Les pages 46 à 50 s'intéressent aux mathématiciens arabes.

- L'histoire des nombres nous est racontée par Ifrah (1994) dans son *Histoire universelle des chiffres* (2 tomes).

- Pour les différentes activités multidisciplinaires données, on peut chercher de l'information sur internet. Avec les moteurs de recherche comme google.com, nous avons accès à plusieurs sites intéressants. En voici quelques-uns en lien avec certains éléments des activités multidisciplinaires :

1- Pour les biographies, l'encyclopédie Wikipédia est une bonne source d'information. On trouve celle-ci à l'adresse http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil (au moment de notre recherche). Dans la case nommée « rechercher », il suffit d'entrer le nom du mathématicien désiré. Un des éléments intéressants de cette encyclopédie est le fait que chaque page est remplie de liens qui nous amènent vers des informations supplémentaires. Ainsi, il est facile d'obtenir une foule d'informations sur un sujet donné

2- On retrouve des informations intéressantes sur la tablette Plimpton 322 à l'adresse suivante: http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/mathhist/plimpnote.html. Il s'agit d'une page écrite par David E. Joyce du Département de mathématiques et des sciences informatiques de l'Université Clark. On peut aussi y voir une photo de la fameuse tablette (au moment de notre recherche).

3- Pour ce qui est de la numérotation des Babyloniens, le moteur de recherche Google.com est très utile. Il suffit de taper les mots-clés, numérotation babyloniens pour obtenir plusieurs adresses. Les premières en liste sont habituellement bien documentées. Il faut ajouter qu'il est toujours préférable de comparer quelques sites afin de vérifier la concordance des informations données.

Où trouver les informations sur les programmes de formation:

http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/dp/programme_de_formation/secondaire/prformsec 1ercycle.htm

En quoi les objectifs sont atteints :

Différents objectifs seront atteints selon le type d'activité qui sera réalisé. Par exemple, on peut raconter l'histoire des nombres en ayant comme objectif de rendre les mathématiques plus humaines, en mettant l'emphase sur les grands changements que provoqua l'utilisation des nombres négatifs. D'autre part, en racontant l'histoire des nombres, on peut aussi amener l'élève à apprendre une nouvelle notion mathématique. Par exemple, l'histoire de Pi peut être l'occasion d'étudier le cercle. L'enseignant aura donc la chance de rencontrer certains objectifs selon l'activité que les élèves réaliseront.

CONCLUSION

INTÉGRATION DE L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEIGEMENT

Nous concluons ce mémoire en rappelant les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement et en présentant un tableau synthèse des activités en lien avec chacun d'eux. Ensuite, les divers outils nécessaires à la réalisation de chaque type d'activités seront présentés. Ces éléments nous conduisent à une réflexion sur le travail qu'un enseignant doit effectuer autant au niveau du contenu qu'au niveau de son investissement personnel, afin d'inclure l'histoire des mathématiques dans son enseignement.

Rappelons d'abord les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Le premier correspond à rendre les mathématiques plus humaines. Gattuso et Lacasse (1986) énoncent ce concept dans leur recherche sur les mathophobes, Charbonneau (2002), Lefebvre (1993) et Fauvel (1991) traitent aussi de cet aspect dans leurs articles. Le deuxième objectif est d'amener l'élève à apprendre une notion mathématique et le troisième correspond à amener l'élève à consolider une notion mathématique. Rappelons que ces deux objectifs ont été définis suite à l'analyse des cinq rôles et des trois façons d'intégrer l'histoire des mathématiques tels que décrits au chapitre 7 du livre *History in Mathematics Education : The ICMI Study.* (Fauvel et van Maanen, 2000)

Nous avons ensuite spécifié les types d'activités qui permettent l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Les activités ayant comme support les textes anciens ont d'abord été travaillées puisqu'il existe déjà des exemples de cette utilisation, ce qui nous a servi de source d'inspiration. Par la suite, ce sont les activités interdisciplinaires qui ont été développées. La réforme de l'éducation amène les enseignants à créer des activités favorisant l'interdisciplinarité. Il semble donc essentiel de traiter de ces activités puisque les enseignants seront appelés à les inclure dans leur enseignement. Le tableau suivant regroupe les différentes activités créées à partir des textes historiques ou des différentes matières présentes au premier cycle du secondaire, selon les objectifs qu'elles rencontrent. Comme une même activité peut viser plus d'un objectif, certaines apparaîtront plus d'une fois dans le tableau. Noter que dans le tableau c.1, les activités en italique sont celles utilisant un texte historique et les activités multidisciplinaires sont en caractère régulier.

Tableau c.1
Les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement et les activités à réaliser.

Rendre les mathématiques plus humaines	**Amener l'élève à apprendre une notion mathématique**	**Amener l'élève à consolider une notion mathématique**
Prendre quelques lignes d'un texte historique et demander aux élèves de le commenter.	*Prendre quelques lignes d'un texte historique et refaire la construction afin d'apprendre une nouvelle notion.*	*Prendre quelques lignes d'un texte historique et refaire la construction donnée afin de voir une autre façon d'aborder une nouvelle notion.*
Prendre quelques lignes d'un texte historique et expliciter le contexte social dans lequel celui-ci a été écrit ou en profiter pour détailler la vie du mathématicien dont les écrits sont étudiés.	*Prendre quelques lignes d'un texte historique et créer des exercices où l'élève doit mettre en pratique les nouvelles façons d'aborder une notion afin de découvrir de nouvelles notions mathématiques.*	*Prendre quelques lignes d'un texte historique et créer des exercices où l'élève doit mettre en pratique les nouvelles façons d'aborder une notion.*
Utiliser un système de numération afin de donner un aperçu des méthodes anciennes de calculs.	À l'aide de données provenant de Statistique Canada et de la Royal Statistic Society, effectuer différentes études statistiques. Activité multidisciplinaire : mathématique et science et technologie.	*Prendre quelques lignes d'un texte historique et analyser la façon de définir certaines notions.*
Utiliser un livre ancien, comme par exemple un vieux	Étude d'un territoire : La Grèce. Euclide à Alexandrie	*Prendre quelques lignes d'un texte historique et*

Rendre les mathématiques plus humaines	**Amener l'élève à apprendre une notion mathématique**	**Amener l'élève à consolider une notion mathématique**
manuel de mathématique, afin de connaître les notions à l'étude et les façons de les aborder dans les écoles d'autrefois.	nous fournit l'occasion de découvrir ses *Éléments* et d'amener de nouvelles notions aux élèves. Activité multidisciplinaire : mathématique et géographie	*demander aux élèves de rédiger la démonstration ou les calculs sous forme algébrique lorsque ceux-ci sont donnés sous forme littérale.*
À l'aide de données provenant de Statistique Canada et de la Royal Statistic Society, effectuer différentes études statistiques. Activité multidisciplinaire : mathématique et science et technologie.	Essor urbain et commercial : Bagdag. al-Khwarizmi et la résolution des équations du premier degré. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.	Construction et utilisation des bâtonnets de Naper. Activité multidisciplinaire : mathématique et science et technologie.
Créer une pièce de théâtre. Activité multidisciplinaire : mathématique et art dramatique.	Vie politique à Athènes au 5e siècle avant Jésus-Christ. Étude des travaux des mathématiciens qui vécurent à peu près à cette époque. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.	À l'aide de données provenant de Statistique Canada et de la Royal Statistic Society, effectuer différentes études statistiques. Activité multidisciplinaire : mathématique et science et technologie.
Lire des textes en anglais mettant en vedette des mathématiciens. Activité multidisciplinaire : mathématique et anglais.	Émergence d'une civilisation. Histoire des nombres. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.	Décortiquer les éléments constituant une preuve mathématique. Activité multidisciplinaire : mathématique et français.
Étudier l'évolution des machines à calculer. Activité multidisciplinaire : mathématique et science et technologie		Étude d'un territoire. L'Italie. Fibonacci et sa fameuse suite lors de l'étude des suites. Activité multidisciplinaire : mathématique et géographie.
Étude d'un territoire : L'Italie. Découverte de mathématiciens italiens qui ont, à travers une découverte mathématique, vécu une histoire d'amitié et de trahison.		Vie politique à Athènes au 5e siècle avant Jésus-Christ. Étude des travaux des mathématiciens qui vécurent à peu près à cette époque. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et

Rendre les mathématiques plus humaines	**Amener l'élève à apprendre une notion mathématique**	**Amener l'élève à consolider une notion mathématique**
Activité multidisciplinaire : mathématique et géographie.		éducation à la citoyenneté.
Essor urbain et commercial : le rituel religieux islamique amène les mathématiciens arabes à accomplir des progrès en trigonométrie. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.		
Vie politique à Athènes au 5^e siècle avant Jésus-Christ : Une expérience de démocratie. Développement de la démocratie et idée de démonstration en mathématique. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.		
Vie politique à Athènes au 5^e siècle avant Jésus-Christ. Étude des mathématiciens qui vécurent à peu près à cette époque. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.		
Émergence d'une civilisation. Histoire des nombres. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.		
Émergence d'une civilisation. Système de numérotation des Babyloniens et la tablette « Plimpton 322 ». Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.		
Les recensements à travers le		

Rendre les mathématiques plus humaines	Amener l'élève à apprendre une notion mathématique	Amener l'élève à consolider une notion mathématique
temps et chez différents peuples. Activité multidisciplinaire : mathématique et histoire et éducation à la citoyenneté.		

Ainsi, l'objectif « rendre les mathématiques plus humaines » comporte quinze activités, celui « amener l'élève à apprendre une notion mathématique » en contient sept et l'objectif « amener l'élève à consolider une notion mathématique » comprend neuf activités. Le but recherché lors de la création des activités n'était pas d'obtenir le même nombre pour chacun des objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Nous voulions plutôt créer une banque d'activités qui pourraient ensuite être utilisées par les enseignants. Il est par contre intéressant de noter que l'objectif de rendre les mathématiques plus humaines est celui qui contient le plus d'éléments. Comme nous le mentionnions dans la section 2.2.6.1 intitulé *Les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement*, il correspond à ce que nous croyions être, depuis longtemps, un objectif majeur de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Peut-être est-ce pour cette raison que, de façon non préméditée, on retrouve plus d'activités associées à cet objectif.

Un objectif bien personnel est à la source de cette recherche. Lors de nos dernières années d'enseignement, nous désirions utiliser l'histoire des mathématiques pour enrichir notre enseignement. Par contre, le «comment-faire» était notre principal problème. Mises à part les quelques anecdotes que l'on retrouve dans nos manuels scolaires, l'histoire des mathématiques est très peu exploitée. Il fut donc aisé de cibler le sujet de ce mémoire : comment introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Nous avions alors l'occasion d'apprendre le «comment-faire».

Il est possible d'avoir plusieurs idées afin d'intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Mais à la suite de la mise sur pied des différentes activités des chapitres trois et quatre, nous réalisons que cette partie est la plus ardue. En effet, où trouver les outils nécessaires à la conception de telles activités? Un enseignant motivé et intéressé à l'histoire des mathématiques peut facilement se décourager par le manque d'outils appropriés. On peut imaginer le sentiment de ceux qui n'ont pas d'intérêt particulier. La bibliothèque de l'école contient bien peu sinon aucun document de référence traitant de l'histoire des mathématiques. Alors que le nouveau programme de formation demande aux enseignants d'inclure des notions historiques dans leur enseignement, l'aide nécessaire semble être manquante. À travers nos recherches pour la création des activités, nous avons dû découvrir les outils qui nous étaient nécessaires. De plus, lorsque nous ne savions pas par où débuter, nous pouvions toujours nous tourner vers notre directeur de maîtrise, Monsieur Charbonneau, qui nous indiquait alors le chemin à suivre. Dans un autre contexte, un enseignant n'a pas cette chance.

Regardons de plus près les différents outils qui ont été utilisés lors de la création des activités. Pour ce qui est des activités réalisées avec, comme support, les textes anciens, Internet demeure un bon outil. En effet, plusieurs sites reproduisent des livres anciens qui peuvent alors être utilisés. Par exemple, les *Éléments* d'Euclide sont disponible à l'adresse http://math-sahel.ujf-grenoble.fr/Projet_NUMDAM/euclide.html. D'autre part, le site *Gallica, la bibliothèque numérique* de la Bibliothèque nationale de France propose plusieurs numérisations de livres anciens à l'adresse http://gallica.bnf.fr. On trouve, par exemple *La Géométrie* de Descartes des Éditions Jacques Gabay, qui est une réimpression d'une édition de 1886. (Descartes 1991) Cette maison d'édition, située à Paris, offre d'ailleurs la possibilité d'acheter des «reprints» d'œuvres de mathématiciens tels qu'Euclide, Descartes ou Galois. L'adresse de la maison d'édition est http://www.gabay.com.

On doit par contre renouveler notre mise en garde quant à Internet : il vaut mieux vérifier les informations contenues sur un site par un second site ou un livre. D'autre part, les bibliothèques municipales sont certainement une source qui peut être exploitée. De plus, comme tous les enseignants ont fréquenté une université, ils peuvent consulter les documents que contient leur bibliothèque universitaire à titre d'ancien étudiant. On y retrouve des livres anciens qui pourront alors être utilisés.

En ce qui concerne les activités multidisciplinaires, les différents programmes de formation peuvent être facilement consultés sur Internet. D'ailleurs, cet outil peut nous être d'une grande aide lors de nos recherches. Aussi, les documents que l'on retrouve dans les différentes bibliothèques peuvent servir lors de la mise sur pied d'une activité. De plus, les nouveaux manuels de mathématique contiennent plusieurs encarts en lien avec l'histoire qui peuvent être utilisés et les livres des différentes matières peuvent servir de source d'inspiration lors de la recherche d'idées pour les activités multidisciplinaires. Finalement, une visite chez notre libraire peut être fort intéressante. Quelques livres qui ont été utilisés lors de la création des activités multidisciplinaires se trouvent facilement et sont souvent disponibles en format de poche, diminuant ainsi leur coût.

Tout nouveau projet amène son lot d'insécurité. Cette recherche ne fut évidemment pas une exception. D'abord, où chercher de l'information? Nous avions besoin d'un guide pour orienter nos recherches. Monsieur Charbonneau nous donna à maintes reprises des pistes d'exploration. Nous pouvons facilement croire que la récolte d'informations constitue une difficulté majeure pour les enseignants qui désirent intégrer l'histoire des mathématiques. Ensuite, notre questionnement s'est porté sur les choix à faire parmi la multitude d'informations que l'on retrouve et surtout, dans le cas d'Internet, sur comment vérifier la validité des informations? Si nous consultons un document de référence, nous comptons y retrouver des informations véridiques. Par contre, si nous consultons Internet, il vaut mieux vérifier les informations trouvées. Alors que cet outil, à prime abord, nous facilite la vie en fournissant une grande quantité d'informations, on réalise que son utilisation implique une double vérification.

Une fois les informations trouvées, un troisième élément fait surface : le danger de commettre des anachronismes. Afin de respecter l'histoire, il semble essentiel de porter une attention particulière à ce genre d'erreurs que nous avons commises à quelques reprises. Comme nous n'aurons plus accès à un expert une fois de retour devant nos élèves, il nous faudra être très vigilant lors de notre recherche d'informations.

Un quatrième élément peut amener certaines insécurités. Il faut s'assurer de maîtriser les éléments d'informations trouvés afin d'être en mesure de les traduire en une activité réalisable par les élèves. En effet, il faut faire siennes les informations afin de les transmettre à nos élèves. Mais un enseignant qui rencontre des difficultés mathématiques dans les informations trouvées saura-t-il aller chercher de l'aide auprès de ses collègues? De plus, il faut s'assurer que les notions mathématiques qui sont incluses dans les activités sont compréhensibles par nos élèves afin de ne pas renforcer une idée préconçue par plusieurs d'entre eux, soit que les mathématiques sont très difficiles.

En effectuant cette recherche, nous avons rencontré les difficultés précédentes. Par contre, nous avions la chance d'avoir le soutien nécessaire à la réalisation des activités et donc à la recherche d'informations pertinentes à leur mise sur pied.

D'autre part, lorsque nous serons devant nos élèves, notre enseignement sera certainement teinté par l'expérience que cette recherche nous a fait vivre. En effet, lorsque nous devrons introduire une nouvelle notion ou que les élèves auront à effectuer des exercices, nous aurons en tête certaines questions : comment la notion a-t-elle évolué à travers le temps? Est-ce que les exercices peuvent être présentés en respectant leur contexte historique? Nous sommes persuadé que notre enseignement en sera enrichi.

À la lumière de ce mémoire, on peut conclure qu'un enseignant qui désire introduire l'histoire des mathématiques dans son enseignement ne doit pas s'arrêter aux difficultés inhérentes au travail qui devra être réalisé. De plus, il ne faut pas sous-estimer la quantité de travail qu'il faudra réaliser et le temps nécessaire à investir. Créer les activités que l'on retrouve dans les chapitres trois et quatre nous a demandé beaucoup de temps de recherche. Comme nous sommes très intéressée par le sujet, ces éléments ne furent pas rebutants pour nous. Qu'en est-il des enseignants qui ne sont pas convaincus à l'idée d'inclure l'histoire des mathématiques dans leur enseignement alors que la réforme leur demande de le faire? Un enseignant peu motivé ou moins intéressé ne voudra peut-être pas avoir à faire face aux difficultés et à l'investissement inhérent à l'intégration de l'histoire dans l'enseignement. Ainsi, on se retrouvera au même point qu'avant la réforme où l'histoire des mathématiques est racontée à travers les encarts que l'on retrouve dans les manuels des élèves.

Cette recherche ouvre certaines voies pour l'avenir. D'abord, les réflexions précédentes nous portent à croire qu'il serait intéressant de diffuser les différentes réalisations d'intégration de l'histoire dans l'enseignement lors des colloques, dans les différentes revues ou même en créant un site Internet où les enseignants pourraient partager les activités qu'ils ont réalisées en classe. Ainsi, ceux qui désirent inclure l'histoire des mathématiques, mais qui ne savent pas comment le faire, auraient accès à des exemples leur permettant soit de les adapter ou de les utiliser intégralement en classe. Ils auraient alors accès à des outils qui pourraient les inspirer dans la création de nouvelles activités.

Ensuite, dans une recherche future, il serait intéressant de réaliser les activités qui sont décrites dans les chapitres trois et quatre. Le but de la présente recherche était de donner les objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, de définir les activités en lien avec les objectifs et de donner les outils nécessaires à leur réalisation. Il semble maintenant nécessaire de réaliser les activités afin de voir, d'une part, comment les élèves réagissent et, d'autre part, de vérifier si les objectifs visés sont atteints.

Finalement, il serait intéressant, dans une prochaine recherche, de faire une revue des manuels scolaires approuvés par le ministère de l'éducation dans le cadre de la réforme scolaire, afin d'analyser comment l'histoire des mathématiques y est traitée. Nous pourrions alors tenter de classer les activités en lien avec l'histoire des mathématiques selon les trois objectifs de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement que nous avons définis soit de rendre les mathématiques plus humaines, d'amener l'élève à apprendre une notion mathématique ou d'amener l'élève à consolider une notion mathématique.

BIBLIOGRAPHIE

Banville, Mario. 2005. *Connexion : Science tech : 1^er cycle du secondaire,* Manuel A. Laval, Québec : Éditions Grand Duc HRW, 336 p.

Bibeau, Gilles, Claude Lessard, Marie-Christine Paret et Michel Thérien. 1987. *L'enseignement du français, langue maternelle : perceptions et attentes.* Québec : conseil de la langue française, Service des communications, 292 p.

Breton Guy. 1993. *Carrousel Mathématiques : Première secondaire,* Tome I. Montréal, Québec : CEC, 250 p.

Bulletin inter-IREM épistémologie (ed.). 1988 *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques.* France : Bulletin inter-IREM épistémologie, 334 p.

Cadieux, Richard, Isabelle Gendron et Antoine Ledoux. 2005. *Panoramath : Mathématiques, 1^er cycle du secondaire,* volume 1 et 2. Anjou, Québec : CEC, 240 p. et 240 p.

Collette, Jean-Paul. 1976. *Attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques : Rapport de recherche.* Québec : Ministère de l'éducation, 63 p.

Colloque Inter-IREM. 1987. *Les mathématiques dans la culture d'une époque : Actes du Colloque Inter-IREM. Histoire et épistémologie des mathématiques.* Strasbourg : Université Louis-Pasteur, Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, 362 p.

Charbonneau, Louis. 2002. «Histoire des mathématiques et enseignement des mathématiques au primaire». *Instantanés mathématiques*, automne 2002, p. 21-36.

Coupal, Michel. 2005. *À vos maths! : Mathématique, 1^er cycle du secondaire,* manuel A et B. Montréal : Graficor, Chenelière Éducation, 280 p. et 280 p.

Dahan-Dalmedico, Amy et Jeanne Peiffer. 1986. *Une histoire des mathématiques: Routes et dédales.* Paris: Éditions du Seuil, 308 p.

Descartes. 1637. *La Géométrie*, réimpression et traduction anglaise (1954). New-York: Dover Publication Inc., 244 p.

Descartes. 1991. *La Géométrie*, réimpression de l'édition de A. Hermann (1886). Paris : J. Gabay, 96 p.

Dupuis, Jean-Claude. 1977. «Définitions et objectifs des sciences humaines à l'élémentaire et au secondaire : Perceptions des enseignants». Thèse de doctorat, Montréal, Université de Montréal, 379 p.

Euclide. 1632. *Les quinze livres des éléments géométriques d'Euclide,* traduit par D. Henrion. Paris : I. Dédin, 690 p.

Euclide. 1819. *Les œuvres d'Euclide, en grec, en latin et en français : D'après un manuscrit très ancien qui était resté inconnu jusqu'à nos jours,* traduit par François Peyrard. Paris : C.-F. Patris, 627 p.

Fauvel, John. 1991. «Using History in Mathematics Education». In *Special Issue on History in Mathematics Education* edited by John Fauvel, *For the Learning of Mathematics,* vol.11, no 2, juin 1991, p. 3-6.

Fauvel, John et Jan van Maasen (eds.). 2000. *History in Mathematics Education: The ICMI Study.* Pays-Bas: Kluwer Academic Dordrecht, 437 p.

F.E.C. 1948. *Les mathématiques de la vie courante.* Montréal : Les frères des Écoles Chrétiennes, 685 p.

Gattuso, Linda et Raynald Lacasse. 1986. *Les mathophobes : Une expérience de réinsertion au niveau collégial.* Montréal : Cégep du Vieux Montréal, 195 p.

Grattan-Guinness, Ivor. 1987. *History in mathematics education : Proceedings of a Workshop held at the University of Toronto, Canada, july-august 1983.* Paris: Belin, 208 p.

Guedj, Denis. 1998. *Le théorème du perroquet.* Paris : Édition du Seuil, 654 p.

Guedj, Denis. 2003. *Les cheveux de Bérénice.* Paris : Édition du Seuil, 416 p.

IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques). 1989. *Je, tu, ils, elles... argumentent. Expérimentations : français, mathématiques, sciences économiques et sociales.* Rennes : Université de Rennes, 239 p.

IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques) de Rennes. 1995. *Faire des mathématiques à partir de leur histoire.* Tome I et II. Rennes : I.R.E.M. de Rennes, 145 p. et 126 p.

Lefebvre, Jacques. 1993. «Utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques». *Bulletin de l'AMQ,* octobre 1993, p. 22-27.

Léger, Jean et France Lord. 2005. *Histoire en action,* manuel de l'élève 1. Mont-Royal, Québec : Thomson Groupe Modulo, 252 p.

Mankiewicz, Richard. 2001. *L'histoire des mathématiques.* Paris: Édition de Seuil, 192 p.

McBride, Cecil Charles. 1974. «The effects of history of mathematics on attitude toward mathematics of college algebra students». Thèse de doctorat, Michigan, U.M.I Dissertation services, 92 p.

MELS (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec). 2004a. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle. Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie - Mathématique.* Québec : Les publications du Québec.

MELS (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec). 2004b. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle. Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie – Science et technologie.* Québec : Les publications du Québec.

MELS (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec). 2004c. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle. Domaine de l'univers social – Géographie.* Québec : Les publications du Québec.

MELS (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec). 2004d. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle. Domaine de l'univers social – Histoire et éducation à la citoyenneté.* Québec : Les publications du Québec.

MELS (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec). 2004e. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle. Domaine des arts – Art dramatique.* Québec : Les publications du Québec.

MELS (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec). 2004f. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle. Domaine des langues - Anglais langue seconde.* Québec : Les publications du Québec.

MELS (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec). 2004g. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle. Domaine des langues - Français langue d'enseignement.* Québec : Les publications du Québec.

Mitchell, Brian R. 1962. *Abstract of British Historical Statistics.* Cambridge: University Press, 513 p.

Patenaude, Paul. 1981. *Guide des termes et symboles utilisés en mathématique au primaire et au secondaire.* Québec : GRMS.

Ponza, Vicky. 2000. «Learning through history and non-standard media. Mathematical Dramatisation». In Fauvel, John et Jan van Maanen, 2000, p. 335-342.

Reimer, Luetta et Wilbert Reimer. 1990, 1995. *Mathematicians are people, too: Stories from the Lives of Great Mathematicians.* Volume I et II. New Jersey: Dale Seymour Publications, 143 p. et 144 p.

Robert, E. 1927. *L'arithmétique des écoles. Cours supérieur.* Montréal : Clercs de Saint-Viateur, 206 p.

Schalchli, Laure. 1998. «Londres enquête sur ses pauvres». *Les cahiers de Science et Vie. 1000 ans de sciences : XIXe siècle, la folie de la mesure,* no 48, décembre 1998, p. 50-55.

Simard, Marie-Josée. 1996. «Recours à l'histoire dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral au Québec». Mémoire de maîtrise en mathématiques, Montréal, Université du Québec à Montréal, 192 p.

Tzanakis, Constantinos et Abraham Arcavi. 2000. «Integrating history of mathematics in the classroom : an analytic survey». In Fauvel, John et Jan van Maanen, 2000, p. 201-240.