UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LA LOGIQUE QUANTIQUE COMME FONDEMENT DE LA MÉTAPHYSIQUE DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

THÈSE
PRÉSENTÉE
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DU DOCTORAT EN PHILOSOPHIE

PAR
DANIEL ROUSSIN

DÉCEMBRE 2009

DÉDICACE

Je dédie cette thèse à Julie, ma compagne de tous les jours, qui a toujours cru en moi. Sans son soutien assidu et attentionné, cette recherche n'aurait jamais pu voir le jour.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier Mathieu Marion et Alain Voizard, tous deux professeurs à l'Université du Québec à Montréal, pour leurs commentaires très constructifs qu'ils ont formulés à propos de notre projet de recherche.

Nous tenons à remercier vivement Serge Robert, notre directeur de thèse et professeur à l'Université du Québec à Montréal, pour sa patience et ses encouragements soutenus. Tout au long de notre recherche, ses suggestions et commentaires, toujours pertinents, nous ont permis de parfaire le contenu ainsi que la forme de notre thèse.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

Figure Page

LISTE DES TABLEAUX

Tableau Page

LISTE DES SYMBOLES

Symboles d'usage courant en logique et en mathématiques

$\sim$	Négation classique
$\&$	Conjonction classique
$\vee$	Disjonction classique
$\supset$	Implication (matérielle) classique
$\equiv$	Équivalence classique
$\top$	Tautologie classique
$\perp$	Contradiction classique ou orthogonalité dans une structure mathématique
$\models$	Conséquence sémantique
$\in$	Appartenance en théorie des ensembles
$\notin$	Non-appartenance en théorie des ensembles
$\subseteq$	Inclusion en théorie des ensembles
$^{-}$	Complément absolu en théorie des ensembles
$\cap$	Intersection en théorie des ensembles
$\cup$	Réunion en théorie des ensembles
$\times$	Produit cartésien de deux ensembles
$^{\perp}$	Orthocomplémentation dans une structure mathématique
$\wedge$	Produit logique ou *infimum* dans une structure mathématique
$\vee$	Somme logique ou *supremum* dans une structure mathématique
$\leq$	Relation d'ordre large ou plus petit ou égal
$\nleq$	Non-relation d'ordre large
$\langle a, b\rangle$	Paire ordonnée des éléments a et b d'un ensemble
$\varnothing$	Ensemble vide
∞	Infini
*	Conjugué complexe
$\|x\|$	Valeur absolue ou module du nombre x
inf	*infimum* dans une structure mathématique
sup	*supremum* dans une structure mathématique
$\mathbb{C}$	Ensemble des nombres complexes

$\mathbb{I}$	Opérateur identité
$\mathbb{N}$	Ensembles des nombres naturels
$\mathcal{P}$	Ensemble des parties d'un ensemble (*power set*)
$\mathbb{R}$	Ensemble des nombres réels ou droite réelle
$\mathbb{R}^2$	Plan cartésien réel
$\mathbb{R}^3$	Espace tridimensionnel réel
ρ	Relation

Symboles d'usage courant en physique

$\lvert\psi\rangle$	Vecteur d'état
$\lvert\psi\rangle\langle\psi\rvert$	Opérateur densité ou projecteur correspondant au sous-espace engendré par $\lvert\psi\rangle$
$\lVert\psi\rVert$	Norme du vecteur d'état $\lvert\psi\rangle$
$\langle\psi\vert\phi\rangle$	Produit scalaire de $\lvert\phi\rangle$ par $\lvert\psi\rangle$
c	Vitesse de la lumière ($2{,}997925 \times 10^8$ m · s^{-1})
h	Constante de Planck ($6{,}6256 \times 10^{-34}$ joule · sec)
$\hbar$	$h/2\pi$ ($1{,}0545 \times 10^{-34}$ joule · sec)
m	Masse (kg)
$\mathbf{p}$	Quantité de mouvement (kg · m · s^{-1})
$\mathbf{r}$	Position (m)
t	Temps (s)
$\mathbf{v}$	Vitesse (m · s^{-1})
$\mathbf{B}$	Champ magnétique (tesla)
E	Énergie (joule)
$\mathcal{H}$	Espace de Hilbert
K	Énergie cinétique (joule)
$\mathcal{L}$	Moment cinétique intrinsèque ou spin (joule · sec)
$\mathcal{L}_\alpha$	Composante spatiale de $\mathcal{L}$ selon l'orientation α (joule · sec)
S_α	Opérateur hermitique correspondant à l'observable $\mathcal{L}_\alpha$
λ	Longueur d'onde (m)
ν	Fréquence (s^{-1})
ψ	Fonction d'onde

Symboles originaux créés pour les besoins de la thèse

$\otimes$	Produit logique ou *infimum* de projecteurs
$\odot$	Somme logique ou *supremum* de projecteurs
$\oplus$	Étendue de deux sous-espaces de l'espace de Hilbert
$\Diamond$	Relation de compatibilité
$\mathcal{B}$	Algèbre de Boole ou algèbre booléenne partielle transitive
$\mathfrak{L}$	Treillis
$\mathbf{L}^{A}(\Delta)$	Sous-espace d'un espace de Hilbert correspondant à l'énoncé (A, Δ)
$\mathbf{P}^{A}(\Delta)$	Projecteur projetant sur le sous-espace $\mathbf{L}^{A}(\Delta)$
Pr	Fonction ou mesure de probabilité généralisée
Pr_{K}	Fonction ou mesure de probabilité kolmogorovienne
Pr_{ψ}	Assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité
$\mathcal{P}_{\psi}$	Probabilité selon l'algorithme probabiliste étant donné l'état $\lvert\psi\rangle$ d'un quanton
$\mathcal{S}(\mathcal{H})$	Ensemble des sous-espaces d'un espace de Hilbert
(A, Δ)	Énoncé portant sur l'observable A dont la valeur est dans Δ
η	Assignation de valeurs de vérité ou homomorphisme
ω	État classique
Δ	Sous-ensemble des réels $\mathbb{R}$
Π	Produit ou ensemble des projecteurs d'un espace de Hilbert
Σ	Sommation ou ensemble des énoncés d'un langage
Ω	Espace des phases

RÉSUMÉ

Notre thèse est une analyse philosophique dont le but est de spécifier la métaphysique de la mécanique quantique et d'en déterminer les fondements logiques.

Depuis le début de sa formulation, des problèmes d'interprétation ont surgi en mécanique quantique. La cause principale de ces problèmes est, d'après nous, le choix d'une métaphysique, entendue comme positionnement par rapport à l'existence des entités théoriques étudiées par la mécanique quantique. D'autre part, il existe en philosophie des sciences un débat entre le réalisme scientifique et ses opposants antiréalistes.

En philosophie analytique, Dummett a déplacé les débats métaphysiques du terrain de l'ontologie vers le terrain logico-sémantique. En effet, selon son analyse, les débats métaphysiques sont des débats à propos du choix d'une logique. Selon Dummett, une métaphysique réaliste a pour fondement la logique classique et une métaphysique antiréaliste a pour fondement une logique non classique. Par contre, le choix d'une logique doit être justifié par une théorie sémantique qui doit elle-même être justifiée par un modèle de la signification.

L'approche logico-algébrique de la mécanique quantique a donné naissance à la logique quantique comme champ de recherche. Ce champ de recherche tente de déterminer la structure logique de la mécanique quantique par des structures d'ordre ou algébriques. Par exemple, la logique classique est interprétée par une algèbre de Boole tandis que la logique quantique standard est interprétée par la structure de treillis orthomodulaire.

Nos hypothèses sont que la métaphysique de la mécanique quantique est antiréaliste et que la structure formelle de la logique quantique est une algèbre booléenne partielle transitive. Nous faisons l'hypothèse additionnelle que la logique quantique que nous défendons possède une assignation de valeurs de vérité probabilitaire conditionnelle dans laquelle la valeur de vérité d'un énoncé quantique est identifiée à la probabilité que lui attribue la théorie quantique et est conditionnelle à l'état du système quantique.

Pour la détermination de la métaphysique de la mécanique quantique, la méthode utilisée est l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique. Pour la détermination de la logique quantique, nous nous inscrivons dans l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique. Le choix de la structure algébrique ainsi que celui de l'assignation de valeurs de vérité sont justifiés par des contraintes sémantiques provenant de la théorie sémantique quantique et du modèle de la signification.

L'analyse dummettienne appliquée à la classe des énoncés quantiques soutient un antiréalisme radical puisque, pour cette classe, la bivalence est inacceptable et le modèle de signification est le modèle justificationniste. En montrant que les conjonctions et disjonctions d'énoncés quantiques portant sur des observables incompatibles n'ont pas de signification, le modèle justificationniste de la signification justifie la structure algébrique que nous proposons. La signification des énoncés quantiques revient à une signification expérimentale. De plus, la

La signification des énoncés quantiques revient à une signification expérimentale. De plus, la théorie sémantique quantique que nous avons construite dont l'assignation probabilitaire fait partie, est justifiée également par le modèle justificationniste de la signification.

L'originalité majeure de notre recherche est sa méthode, c'est-à-dire le fait de combiner une analyse dummettienne de la métaphysique de la mécanique quantique et une exploration des logiques quantiques existantes. Autant pour la spécification de la métaphysique que pour la détermination de la logique quantique, les justifications sont issues, en fin de compte, du modèle de la signification qui s'applique à la classe des énoncés quantiques. Un autre point important et original de notre thèse est la construction de la théorie sémantique quantique qui permet d'expliquer la compositionnalité des énoncés quantiques. Grâce à la théorie sémantique quantique, la logique quantique que nous proposons, en l'occurrence la logique quantique booléenne partielle, est vérifonctionnelle.

Plutôt que de nous servir des arguments habituels que nous rencontrons en sciences et en philosophie des sciences pour prendre position dans le débat opposant le réalisme et l'antiréalisme qui a lieu en mécanique quantique, nous nous servons d'une thèse que Dummett a développée en philosophie analytique pour y parvenir. Notre recherche vient appuyer, par le biais de la philosophie analytique, tout un courant de pensée antiréaliste à propos de la mécanique quantique qui existe en physique et en philosophie des sciences. Notre contribution se situe sur le plan de l'interprétation logique et métaphysique de la mécanique quantique.

Mots-clés : philosophie de la physique, mécanique quantique, métaphysique, Dummett, logique quantique, structures algébriques et d'ordre.

INTRODUCTION

Notre thèse est une analyse philosophique dont le but est de déterminer la métaphysique appropriée à la mécanique quantique ainsi que les fondements logiques de cette métaphysique. La détermination de ces fondements logiques consiste à choisir adéquatement une logique quantique interprétée par une structure formelle et possédant une assignation de valeurs de vérité. Notre étude touche aux domaines de la mécanique quantique, de la logique ainsi que de la métaphysique, entendue comme positionnement par rapport à l'existence d'une ontologie. De plus, notre analyse de la métaphysique provient du domaine de la philosophie analytique.

Depuis le tout début de sa formalisation, vers 1925, des problèmes d'interprétation ont surgi en mécanique quantique. Une des sources, sinon l'unique source, de ces problèmes prend racine dans le choix d'une métaphysique comme en fait foi le débat Bohr-Einstein qui se ramène, d'après nous, à un débat métaphysique à propos de la réalité des entités théoriques étudiées en mécanique quantique. D'autre part, il existe également, en philosophie des sciences, un débat entre le réalisme scientifique et ses opposants antiréalistes. Cependant, les arguments, dans ce champ d'études, sont relatifs à la nature et aux buts des théories scientifiques, comme le montre, par exemple, van Fraassen (1980, 1985) dans la défense de son antiréalisme contre les attaques du réalisme scientifique. Jusqu'à aujourd'hui, le débat métaphysique en mécanique quantique qui est devenu un thème central en philosophie de la mécanique quantique avec le problème de la mesure et celui de la nature des probabilités, n'est pas résolu et est encore l'objet de nombreuses recherches et publications.

De son côté, en philosophie analytique, Dummett (1991d) a bien su montrer les fondements logiques de la métaphysique. Pour Dummett, le débat entre réalisme et antiréalisme qui a lieu dans divers domaines revient à un débat entre différentes logiques. Dummett affirme que le fondement logique d'une métaphysique réaliste est la logique classique bivalente, tandis que le fondement logique d'une métaphysique antiréaliste est une logique non classique. D'un autre côté, le choix d'une logique doit être justifié par une théorie sémantique qui elle-même doit être justifiée par un modèle de la signification. Par exemple, la logique classique est fondée sur une théorie sémantique classique bivalente et cette dernière est fondée sur le modèle vériconditionnel de la signification. Pour ce modèle, la signification d'un énoncé est identifiée à ses conditions de vérité. Par contre, une théorie sémantique antiréaliste peut être fondée, selon Dummett, sur le modèle justificationniste de la signification pour lequel la signification d'un énoncé est identifiée à ses conditions d'assertabilité. Un modèle réductionniste de la signification peut également être le fondement d'une théorie sémantique antiréaliste.

En prenant, comme exemple paradigmatique, le débat entre platonisme et intuitionnisme en mathématiques, Dummett montre que les débats métaphysiques ont un sens pourvu que l'adhésion, par un individu, à une doctrine métaphysique dans un domaine donné ait un impact dans sa pratique quotidienne dans ce domaine. Dummett veut instaurer un vaste programme de recherche dans lequel son analyse des débats métaphysiques pourrait être appliquée à des classes d'énoncés appartenant à d'autres domaines que celui des mathématiques.

Par ailleurs, pour tenter de résoudre les problèmes d'interprétation et de trouver des fondements à la mécanique quantique, l'approche logico-algébrique de celle-ci s'est développée à la suite de la parution d'un article notoire de Birkhoff et von Neumann (1936). De cette approche est issue la logique quantique qui est devenue un champ de recherche intensif et fructueux surtout à partir d'environ 1960 (Hooker, 1975, 1979). La recherche dans ce domaine a permis l'émergence de plusieurs logiques quantiques qui cherchent à saisir la structure logique de la mécanique quantique. La caractéristique principale de ces diverses logiques quantiques est leur structure d'ordre ou algébrique. Par exemple, la logique classique est interprétée par un treillis de Boole, tandis que la logique quantique standard est interprétée par une autre structure qui est un treillis orthomodulaire, c'est-à-dire non distributif. Encore de nos jours, on ne s'entend pas, dans la littérature, pour affirmer laquelle de ces logiques quantiques est la plus adéquate pour décrire la structure logique de la mécanique quantique quoiqu'une majorité de chercheurs semble adopter la logique quantique standard.

D'après ce que nous venons de dire, le problème de la détermination de la métaphysique de la mécanique quantique n'est pas résolu ainsi que celui de la détermination de la structure logique de la mécanique quantique. Les deux problèmes peuvent être reliés, comme nous l'avons vu, par l'analyse dummettienne des débats métaphysiques qui affirme que le choix d'une métaphysique doit être justifié par le choix d'une logique.

1. Problématique de la thèse

L'objectif de notre thèse est double puisque nous voulons résoudre les deux problèmes que nous venons d'évoquer : d'une part, résoudre le problème de la détermination de la métaphysique de la mécanique quantique et, d'autre part, résoudre le problème de la détermination de la logique quantique comme description adéquate de la structure logique de la mécanique quantique. Nous pensons que le débat entre réalisme et antiréalisme en mécanique quantique est un problème métaphysique qui peut être résolu en étant l'objet d'une analyse dummettienne. Un des objectifs de notre recherche revient donc à procéder à une analyse métaphysique de la mécanique quantique pour justifier que la métaphysique à propos des énoncés de la mécanique quantique est antiréaliste par le biais d'un modèle de la signification. Dans cette perspective, une logique quantique serait la solution de remplacement à la logique classique comme fondement de la métaphysique antiréaliste de la mécanique quantique. Outre le fait de prétendre résoudre un problème métaphysique fondamental en mécanique quantique, cette recherche est importante puisqu'elle permet aussi d'établir quelle est la logique quantique la plus adéquate pour représenter la structure logique de la mécanique quantique. La détermination de cette logique qui est le second objectif de notre thèse, consiste à choisir une structure formelle et une assignation de valeurs de vérité. La justification du choix de cette logique doit être faite par une théorie sémantique quantique qui en est son fondement et dont la construction est essentielle.

Ultimement, autant le choix de la métaphysique, que le choix de la logique ou bien celui de la théorie sémantique reposent sur des justifications provenant du modèle de la signification. Pour la détermination de la logique quantique, un des problèmes que nous avons à résoudre est celui de la signification de la conjonction et de la disjonction d'énoncés incompatibles. En mécanique quantique, certaines grandeurs physiques d'un système quantique, dites *incompatibles*, ne peuvent être mesurées simultanément. La conjonction ou la disjonction de deux énoncés incompatibles est respectivement la conjonction ou la disjonction de deux énoncés portant sur la valeur de grandeurs physiques incompatibles. L'intuition de certains physiciens est que de telles conjonctions et disjonctions n'ont pas de signification puisque nous ne pouvons mesurer simultanément les grandeurs physiques sur lesquelles portent les énoncés. Une intuition n'est cependant pas une justification et nous devons présenter une solution à ce problème. Celle-ci est d'une importance cruciale pour la caractérisation de la structure d'ordre ou algébrique de la logique quantique.

Pour la détermination de la métaphysique, nous avons également à résoudre le problème de savoir si le principe de bivalence est valide pour la classe des énoncés de la mécanique quantique puisque, pour Dummett, ce principe est une condition nécessaire au réalisme. Quoi qu'il en soit, nous avons également à résoudre le problème du nombre de valeurs de vérité. Pour ce faire, nous devons effectuer une analyse du concept de négation et, étant donné que la classe des énoncés quantiques se divise en énoncés vrais et énoncés non vrais, nous devons évaluer ce que le non-vrai signifie. Par exemple, est-ce que le non-vrai est identifié au faux ou bien devons-nous introduire d'autres valeurs de vérité et choisir la trivalence comme l'on fait Reichenbach (1944) et Destouches-Février (1951)? La solution du problème des énoncés non vrais est essentielle pour la caractérisation de l'assignation de valeurs de vérité. Par conséquent, la signification des trois constantes logiques, c'est-à-dire la conjonction, la disjonction et la négation est déterminante pour le choix de la structure formelle de la logique quantique ainsi que de son assignation de valeurs de vérité.

Énoncé de la problématique :

Le but de notre recherche est de procéder à une analyse métaphysique de la mécanique quantique et d'en déterminer les fondements logiques.

2. Hypothèses

Dans cette analyse philosophique, nous soutenons la thèse que la mécanique quantique est antiréaliste sur le plan métaphysique. Pour justifier cette thèse, nous apporterons des arguments en faveur des hypothèses suivantes : premièrement, que le langage de la mécanique quantique ne repose pas sur le principe de bivalence et, deuxièmement, que le modèle de la signification propre au langage de la mécanique quantique est le modèle justificationniste.

Pour justifier l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la mécanique quantique, nous soutenons les deux hypothèses suivantes : premièrement, il existe, en mécanique quantique, un débat métaphysique à propos de l'existence des entités théoriques décrites par cette théorie physique et, deuxièmement, les physiciens oeuvrant en mécanique quantique et qui s'inscrivent dans ce débat, travaillent de façon différente selon qu'ils adhèrent à une métaphysique réaliste ou à une métaphysique antiréaliste.

L'autre thèse que nous soutenons est que la logique qui fonde adéquatement la métaphysique antiréaliste de la mécanique quantique est une logique quantique issue de l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique. Plus exactement, nous soutenons que la structure algébrique qui est sous-jacente à la logique quantique est une algèbre booléenne partielle transitive plutôt qu'un treillis orthomodulaire complet comme on le prétend habituellement dans la littérature. Pour justifier cette structure algébrique, nous soutenons l'hypothèse que la conjonction et la disjonction d'énoncés incompatibles n'ont pas de signification. De plus, nous avançons l'hypothèse que cette logique quantique est essentiellement probabilitaire sur le plan de la théorie sémantique. Ceci se traduit par une assignation de valeurs de vérité infinivalente où la valeur de vérité d'un énoncé est identifiée à la probabilité que lui attribue la théorie quantique.

3. Méthodologie et démarche

Pour trouver une solution au débat métaphysique qui sévit en mécanique quantique, nous ne nous inscrivons pas dans le débat qui existe actuellement en physique ou en philosophie de la mécanique quantique. Nous nous inscrivons dans le programme de recherche de Dummett en appliquant son analyse des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique. Dans notre recherche, nous ne faisons pas une analyse critique de la thèse que soutient Dummett, mais nous l'utilisons. Pour justifier notre hypothèse que la métaphysique à propos de la classe des énoncés quantiques portant sur un système quantique est antiréaliste, nous allons devoir justifier que le principe de bivalence n'est pas valide pour cette classe et justifier que le modèle de la signification qui s'applique à celle-ci est le modèle justificationniste.

Pour établir et justifier une logique comme fondement de la métaphysique de la mécanique quantique, nous allons devoir choisir une théorie sémantique adéquate. Cette théorie sémantique nous permet d'analyser les énoncés complexes composés de conjonction et de disjonction d'énoncés atomiques. La détermination de la théorie sémantique s'appuie sur une revue des logiques quantiques déjà existantes ainsi que sur des considérations liées à l'assignation des valeurs de vérité empruntées à ces diverses logiques.

Cette théorie sémantique doit être justifiée par un modèle de la signification. Un modèle de la signification explicite les conditions ou règles selon lesquelles un énoncé est compris par un locuteur. Dans notre cas, un modèle de la signification détermine, dans une perspective antiréaliste, la signification des énoncés quantiques en identifiant celle-ci avec les conditions d'assertabilité de ces énoncés. Le modèle de la signification ainsi que la théorie sémantique choisie nous permettent de justifier la structure formelle de la logique quantique. L'assignation de valeurs de vérité propre à la théorie sémantique trouve aussi une justification dans le modèle de la signification.

4. Organisation de la thèse

La thèse que nous présentons est organisée de la façon suivante.

Le chapitre 1, après une brève introduction sur la notion de débat métaphysique, explicite l'analyse des débats métaphysiques que le philosophe Dummett a conçue en philosophie analytique.

Le chapitre 2 débute par une brève introduction historique à la mécanique quantique. Ce chapitre est une justification de l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique. Les justifications se ramènent à montrer l'existence d'un débat métaphysique en mécanique quantique ainsi que l'existence d'un impact dans la pratique du physicien quand celui-ci adopte une doctrine métaphysique donnée.

Le chapitre 3 est une présentation détaillée de la mécanique quantique standard selon Dirac et von Neumann. Il expose les concepts ainsi que le formalisme de la mécanique quantique qui sont essentiels à notre recherche.

Le chapitre 4 définit les énoncés de la mécanique quantique et justifie le choix d'une métaphysique antiréaliste pour la classe de ces énoncés. Cette justification se fonde sur une critique de l'applicabilité de la bivalence aux énoncés quantiques ainsi que sur l'adoption motivée du modèle justificationniste de la signification.

Le chapitre 5, après avoir présenté différentes structures d'ordre et algébriques, justifie le choix de la structure d'algèbre booléenne partielle transitive par des contraintes sémantiques provenant de la théorie sémantique quantique et du modèle justificationniste de la signification.

Le chapitre 6 termine la construction de la théorie sémantique quantique par l'adoption d'une assignation de valeurs de vérité probabilitaire conditionnelle dans laquelle la valeur de vérité d'un énoncé est identifiée à la probabilité que lui attribue la théorie quantique.

La conclusion termine la thèse par un bref résumé, par une récapitulation des résultats obtenus ainsi que par quelques indications à propos de la portée pédagogique de notre recherche et d'éventuelles pistes de recherche futures.

CHAPITRE I

L'ANALYSE DE DUMMETT DES FONDEMENTS LOGIQUES DE LA MÉTAPHYSIQUE

Le premier chapitre traite du fondement logique de la métaphysique. Nous y exposons la thèse que le philosophe Michael Dummett défend, en philosophie analytique, sur les liens existants entre la métaphysique, la logique et la théorie de la signification. Nous n'y faisons pas une analyse critique de la thèse de Dummett mais seulement une explicitation de celle-ci. Nous insistons sur son analyse paradigmatique du débat métaphysique sévissant en philosophie des mathématiques plutôt que sur ses analyses qu'il a faites dans d'autres domaines comme, par exemple, les classes d'énoncés portant sur le futur et sur le passé. Dans ce premier chapitre, nous spécifions aussi ce qui nous sert dans l'oeuvre de Dummett.

Les définitions des mots *métaphysique* et *ontologie* sont multiples et ne font pas consensus en philosophie. Plusieurs philosophes éminents ont leur propre définition de ces termes. Parfois, la métaphysique et l'ontologie peuvent être considérées comme synonymes (Cuvillier, 1967; Jolivet, 1966; Lalande, 1996). En général, on tend à différencier les deux mots. De façon traditionnelle, "la métaphysique, ou philosophie spéculative, entend étudier les causes premières ainsi que les principes fondamentaux gouvernant toutes choses." (Nadeau, 1999, p. 404). Quant à elle, l'ontologie est une partie de la métaphysique et traite de l'être en tant qu'être; elle "constitue en outre une théorie générale des diverses espèces d'existants." (Nadeau, 1999, p. 458). Dans le cadre de notre recherche qui s'occupe de débats métaphysiques et voulant aussi être conformes à la terminologie employée par Dummett, nous définissons le terme *ontologie* par l'ensemble des entités ou des objets d'un domaine déterminé et nous définissons le terme *métaphysique* par un positionnement par rapport à l'existence d'une ontologie. Une métaphysique revient à un positionnement quant au statut ontologique des entités d'un domaine déterminé.

Le positionnement métaphysique peut être vu aussi comme l'adhésion à une doctrine métaphysique comme, par exemple, le réalisme ou l'idéalisme. Pour Dummett, une position métaphysique est définie comme suit : "our view of the constitution of reality" (Dummett, 1993b, p. 57). Les débats métaphysiques sont des débats à propos du statut ontologique des entités d'un domaine donné et se font entre des protagonistes souscrivant à des doctrines métaphysiques différentes. Nous ne nous intéressons pas à l'ontologie et à la métaphysique entendues de façon traditionnelle comme réflexion spéculative et *a priori* sur l'être en tant qu'être qui aboutit à une connaissance des causes premières et des principes des choses, quoique des liens puissent certainement être faits entre la métaphysique entendue de façon plus traditionnelle et les débats métaphysiques dont il sera question dans notre recherche.

1.1 Les débats métaphysiques

L'histoire de la philosophie est jalonnée de débats métaphysiques. Nous pouvons faire remonter les débats métaphysiques aussi loin qu'à l'époque de la Grèce antique. Dans son livre *Sauver les apparences*, Pierre Duhem (2003) expose bien le débat métaphysique opposant Eudoxe à Aristote en astronomie. La méthode de l'astronome, prônée par Eudoxe, n'exige que de sauver les apparences des mouvements des objets célestes en décrivant ces derniers à l'aide des mathématiques, c'est-à-dire par un assemblage de mouvements circulaires uniformes. Par contre, cela ne suffit pas à la méthode du physicien, employée par Aristote, qui exige en plus une explication physique causale introduite par des contraintes comme l'existence d'orbes solides ayant un mouvement circulaire autour du centre de l'univers occupé par la Terre. Plus tard, à l'époque médiévale, la querelle des universaux est un débat métaphysique à propos de la réalité substantielle des concepts universels.

Aujourd'hui, il existe, en philosophie des sciences, un débat portant sur des questions métaphysiques, à savoir celui qui sévit entre le réalisme scientifique et l'antiréalisme dont une des figures de proue est Bas van Fraassen (1980) avec son empirisme constructif. Les arguments dans ce débat portent essentiellement sur la nature des théories scientifiques et leurs rôles en sciences. Les débats métaphysiques se sont aussi retrouvés en sciences et, notamment, en physique. Plus particulièrement dans le domaine de la physique, les débats portent surtout sur l'existence d'entités théoriques telles que, par exemple, le continuum espace-temps en relativité ou les quarks en chromodynamique. Pour notre part, nous pensons que le débat Bohr-Einstein, en mécanique quantique, constitue en dernière instance un débat métaphysique, car toute l'argumentation d'Einstein repose sur le concept d'élément de réalité (Einstein, Podolsky et Rosen, 1935). La théorie des supercordes qui ne peut être confrontée à l'expérimentation est-elle une théorie scientifique ou de la métaphysique, entendue comme un discours purement spéculatif qui ne peut être corroboré par l'expérimentation?

À la fin du XIX[e] siècle et au début du siècle dernier, la métaphysique, prise au sens traditionnel, est perçue par plusieurs philosophes comme un discours sans fondement dont les énoncés ne peuvent être testés ou, pire encore, sont sans signification. Ce discrédit de la métaphysique est l'aboutissement d'une réaction contre l'idéalisme allemand répandu surtout en Europe au XIX[e] siècle. C'est en réaction à cet idéalisme et aussi au matérialisme de son époque que le physicien et philosophe Ernst Mach (Lübbe, 1978, p. 99) expose sa thèse antimétaphysique de la science dans son ouvrage intitulé *Analyse des Sensations* publié en 1886. L'empirisme critique de Mach soutient que le but de la science n'est pas de donner des explications causales sur la nature des choses, mais de décrire les phénomènes à l'aide de lois symboliques pour rendre compte des faits sensoriels. Pour sa part, Mach ne croyait pas en l'existence des atomes, car son monisme repose strictement sur les sensations.

Les influences de Mach sont diverses et multiples : parmi celles-ci mentionnons le physicien et épistémologue Duhem, Albert Einstein ainsi que le Cercle de Vienne auquel on peut associer Rudolf Carnap et Ludwig Wittgenstein. Dans le domaine de la philosophie, cette influence aura pour mot d'ordre de bannir ou, tout au moins, d'exclure la métaphysique du discours de la science. Duhem (1997) exclut l'explication en sciences; Karl Popper (1973) établit un critère de démarcation entre science et métaphysique. Pour Wittgenstein et les positivistes logiques, les assertions métaphysiques sont absolument vides de contenu cognitif : elles sont sans signification, car elles ne peuvent être vérifiées par l'expérience. Une des thèses principales du vérificationnisme du positivisme logique est que la signification d'un énoncé est sa méthode de vérification.

Carnap (1959) établit lui aussi un critère de démarcation entre énoncés scientifiques et énoncés métaphysiques mais, contrairement à Popper, ce critère est basé sur la signification. Il distingue trois types d'énoncés : les énoncés d'objets (les énoncés scientifiques), les pseudoénoncés (les énoncés métaphysiques) et les énoncés syntaxiques (les énoncés à propos du langage). Carnap différencie deux modes de discours : le mode matériel et le mode formel. Selon Carnap, une confusion des modes serait la cause de beaucoup de pseudoproblèmes en philosophie. Selon la théorie de la signification soutenue par Carnap, les pseudoénoncés n'ont pas de contenu cognitif puisqu'ils ne peuvent pas être vérifiés. On doit convertir les pseudoénoncés du mode matériel dans lequel on les exprime au mode formel par une analyse logique. Par exemple, l'énoncé "La rose est rouge" est un énoncé d'objet car il porte sur un objet, mais l'énoncé "Une rose est une chose" doit être traduit par l'énoncé "Le mot *rose* est un mot de chose". En fait, les pseudoénoncés enfreignent les règles d'une grammaire logique : "on ne distingue pas assez bien ce qui se dit *dans* le langage et ce qui se dit *sur* le langage lui-même." (Wagner, 2002a, p. 260).

Dans *Empiricism, semantics, and ontology*, Carnap (1956) distingue deux types de questions sur l'existence d'entités : les questions internes qui sont posées à l'intérieur d'un cadre linguistique (*linguistic framework*) et les questions externes qui portent sur l'existence de l'ensemble des entités d'un cadre linguistique donné. Par exemple, pour le cadre linguistique des mathématiques, on peut poser la question interne suivante : existe-t-il un nombre entier entre 4 et 6? Par contre, une question comme "Le nombre 5 existe-t-il comme réalité indépendante de notre connaissance?" est une question externe au cadre linguistique. Pour Carnap, les questions externes sont des questions métaphysiques ou, encore, des pseudoquestions qui n'ont pas de contenu cognitif; elles sont donc sans signification. Leurs réponses ne peuvent être vérifiées.

Par ailleurs, en philosophie analytique, Dummett propose une façon de répondre à ces questions externes tout en se situant, comme Carnap, sur le plan de la signification. Dans les prochaines sections, nous exposerons les justifications de Dummett relativement à la résolution des débats métaphysiques. Pour bien saisir les arguments de Dummett, nous devons tout d'abord comprendre quelles sont les thèses qui l'ont influencé pour développer sa conception des débats métaphysiques. Trois influences majeures sont à la source de la pensée philosophique de Dummett : les philosophes Frege et Wittgenstein ainsi que l'intuitionnisme en mathématiques.

1.2 Dummett et Frege

Pour l'étude de la pensée de Frege, l'interprétation des oeuvres de ce dernier par Dummett est incontournable. Dummett a écrit de multiples articles sur Frege et lui a consacré plusieurs volumes (Dummett, 1973, 1981, 1991a, 1991b). Selon Dummett, la naissance de la philosophie analytique s'est produite quand le tournant linguistique en philosophie a été pris. Pour lui (Dummett, 1993a, p. 5), le premier à amorcer ce tournant fut Frege (1969) dans son *Die Grundlagen der Arithmetik* (*Les fondements de l'arithmétique*) publié en 1884. Tout le travail de Frege avait pour but de fonder les mathématiques sur la logique. Pour défendre son logicisme, Frege développa un langage symbolique pour la logique en introduisant, entre autres, la prédication ainsi que les quantificateurs universel et existentiel. Il pouvait ainsi exprimer les énoncés mathématiques à l'aide de cette logique formelle. En étudiant la nature de la logique elle-même, Frege tenta d'articuler en un tout compréhensif les notions de pensée, de signification et de vérité. C'est cette synthèse qui, selon Dummett, est à l'origine de la philosophie du langage de tradition analytique. Pour Frege, les énoncés linguistiques expriment les pensées et ces dernières ne sont pas d'ordre psychologique. Selon Dummett, le tournant linguistique en philosophie est pris lorsque nous reconnaissons que "first, that a philosophical account of thought can be attained through a philosophical account of language." (Dummett, 1993a, p. 4).

Dummett retient plusieurs notions de l'oeuvre de Frege. Une de ces notions, provenant de son ouvrage *Les fondements de l'arithmétique*, est le principe du contexte selon lequel c'est seulement dans le contexte d'un énoncé qu'un mot a une signification. Ce principe met l'accent sur le langage plutôt que sur la pensée car, comme l'écrit Dummett : "the investigation therefore takes the form of asking how we can fix the senses of sentences containing terms of numbers" (Dummett, 1993a, p. 5). Notons que Dummett traduit par *sentence* le mot *Satz* souvent traduit par le mot *proposition*. Par cette traduction du terme *Satz*, Dummett insiste sur son interprétation linguistique du principe du contexte. Il rejoint ainsi d'une certaine façon l'adage wittgensteinien selon lequel la signification est dans l'usage tout en restant fidèle à l'antipsychologisme de Frege sur le plan de la signification. Pour notre part, nous traduisons le terme *sentence* par le terme *énoncé* pour souligner, à l'instar de Dummett, son caractère linguistique. Nous préférons le terme *énoncé* au terme *phrase* qui sont, par ailleurs, synonymes en linguistique : le terme *énoncé* nous semble suggérer une action en tant que produit d'un acte d'énonciation. Dans la suite de notre recherche, l'emploi du terme *énoncé* sous-entendra celui d'*énoncé déclaratif*.

Pour ce qui est de la signification d'un terme singulier, Frege distingue deux notions qui sont essentielles pour comprendre sa logique : les notions de sens et de référence. C'est dans son article *Über Sinn und Bedeutung* ("Sens et dénotation") que Frege (1971) fait la distinction entre ces deux notions. Nous traduisons *Bedeutung* par le terme *référence* plutôt que par celui de *dénotation*, souvent employé, pour être conformes à la traduction utilisée par Dummett qui est *reference*. Pour Frege, chaque terme singulier possède un sens et une référence. La référence d'un terme singulier est l'objet désigné par ce terme; le sens d'un terme est le mode selon lequel la référence est donnée. Par exemple, le terme *l'étoile du soir* a pour référence la planète Vénus comme objet. De la même manière, le terme *l'étoile du matin* a aussi comme référence la planète Vénus. Les deux termes ont la même référence, mais n'ont pas le même sens. L'objet qu'est la référence est présenté de différentes façons. Pour Frege, le sens a un caractère objectif. C'est la représentation liée à l'expression qui est subjective chez Frege. Cette représentation est l'entité mentale qui est évoquée dans l'esprit d'un agent linguistique. Selon Frege, c'est à cause de l'imperfection du langage naturel que certains termes singuliers n'ont pas de référence.

Un autre point important chez Frege est que les énoncés eux aussi ont un sens et une référence : le sens d'un énoncé est la pensée qu'il exprime et sa référence est sa valeur de vérité. Autrement dit, la référence d'un énoncé vrai est la valeur de vérité V et celle d'un énoncé faux est la valeur de vérité F. Pour arriver à cette conclusion, Frege fait appel au principe de compositionnalité de la signification "selon lequel la valeur sémantique (sens ou dénotation) de toute expression complexe est fonction des valeurs sémantiques de ses constituants." (Marconi, 1997, p. 25). Frege identifie généralement le sens ou le contenu objectif d'un énoncé avec ses conditions de vérité. Les conditions de vérité d'un énoncé sont les conditions selon lesquelles cet énoncé est vrai. Une telle identification dépend d'une vision réaliste de la vérité dans laquelle la valeur de vérité d'un énoncé est fonction de l'état réel des choses indépendamment de la connaissance que nous en avons. Donc, pour Frege, l'objectivité du sens revient en fait à l'objectivité des conditions de vérité. Dans son analyse des débats métaphysiques, Dummett critique Frege à propos de son concept de signification comme conditions de vérité et à propos de son réalisme.

1.3 Dummett et Wittgenstein

Lors d'une entrevue, se référant au début de sa carrière, Dummett affirme ceci à propos de lui-même : "I [...] for some time regarded myself, no doubt wrongly, as a Wittgensteinian" (Dummett, 1993a, p. 169). Ce que Dummett va surtout retenir des travaux de Wittgenstein est la formule "La signification, c'est l'usage". Pour Dummett, cette formule est équivalente à ce que la signification ne transcende pas l'usage. Cette interprétation de la formule de Wittgenstein est l'une des pierres angulaires de toute sa philosophie du langage sur laquelle repose sa conception des débats métaphysiques. Par contre, il rejette l'idée wittgensteinienne que les énoncés métaphysiques sont sans signification, en fait, des non-sens. En effet, selon Wittgenstein (1961, p. 46) :

> La plupart des propositions et des questions qui ont été écrites sur des matières philosophiques sont non pas fausses, mais dépourvues de sens. Pour cette raison nous ne pouvons absolument pas répondre aux questions de ce genre, mais seulement établir qu'elles sont dépourvues de sens.

À l'encontre de Wittgenstein, Dummett pense que les questions métaphysiques ne doivent pas être abandonnées, faute d'être pourvues de sens, mais plutôt être résolues.

Par ailleurs, pour Wittgenstein, la tâche de la philosophie n'est pas de produire de nouvelles connaissances, comme c'est le cas pour les sciences, mais de jouer un rôle thérapeutique en élucidant les confusions du langage. Pour Wittgenstein, la philosophie devrait décrire l'activité humaine, mais ne devrait pas tenter d'avoir un impact sur cette activité. Dans *Fiches*, Wittgenstein (1970, p. 110) présente une situation dans laquelle deux philosophes, l'un réaliste et l'autre idéaliste par rapport au monde des objets physiques, apprennent à leur enfant leur doctrine respective. Selon Wittgenstein, quoique adhérant à des doctrines métaphysiques différentes, les enfants n'agiront pas différemment dans la pratique de leur vie quotidienne. Ils parleront de la même manière des objets physiques sauf dans le cas de disputes à propos de l'existence de ces objets physiques. Dans ce cas, l'un dira d'eux qu'ils existent indépendamment de nous et l'autre niera cette affirmation. Pour Wittgenstein, cet ajout est, d'abord, un non-sens et, ensuite, il ne joue aucun rôle dans la pratique de la vie quotidienne. Puisque les énoncés métaphysiques n'ont pas d'utilisation, il n'y a rien à être compris. En d'autres termes, l'adoption d'une doctrine métaphysique n'a aucune pertinence dans la vie quotidienne en dehors des discussions entre métaphysiciens.

Pour Dummett, les débats métaphysiques ont une signification car, d'après lui, l'adoption d'une doctrine métaphysique a un impact dans la pratique de la vie quotidienne : "If a decision for or against realism concerning one or another subject matter has practical consequences [...] neither realism nor anti-realism can be devoid of content." (Dummett, 1991d, p. 10-11). Dummett doit donc montrer que les énoncés métaphysiques ont un contenu en décrivant les conséquences de l'adoption d'une doctrine métaphysique dans un domaine donné sur la pratique quotidienne. C'est dans le domaine des mathématiques que Dummett montre que l'adoption d'une doctrine métaphysique a un impact dans la vie quotidienne contrairement à ce que pense Wittgenstein. Pour montrer que Wittgenstein a tort, Dummett prend l'exemple du débat entre l'intuitionnisme et le réalisme en mathématiques. Outre les discussions métaphysiques sur l'existence de certaines entités mathématiques, ce débat montre que l'adoption d'une des deux doctrines entraîne une différence dans la pratique quotidienne : le réaliste emploie la logique classique dans ses raisonnements, tandis que l'intuitionniste remplace celle-ci par une logique plus stricte. En rejetant le principe du tiers exclu, le mathématicien intuitionniste se donne beaucoup plus de mal qu'un réaliste dans ses démonstrations, ne serait-ce qu'il ne se sert d'aucune démonstration par l'absurde.

Dummett montre bien que le choix d'une doctrine métaphysique dans un domaine donné a un impact dans la vie quotidienne et, par conséquent, que les énoncés métaphysiques ont un sens et qu'il n'est pas vain de vouloir résoudre les questions métaphysiques. Dans la prochaine section, nous expliciterons les concepts essentiels à l'analyse de Dummett des débats métaphysiques à travers le débat entre intuitionnisme et réalisme en philosophie des mathématiques.

1.4 Le débat entre le platonisme et l'intuitionnisme en mathématiques

L'intuitionnisme est l'une des formes du constructivisme en mathématiques. Il a été conçu par le mathématicien hollandais Luitzen Brouwer. En 1907, dans sa thèse de doctorat, Brouwer amorce une critique philosophique des mathématiques classiques dont le raisonnement est fondé sur les lois de la logique classique. Il introduit alors la notion de construction intuitive. Pour lui, l'esprit du mathématicien construit les objets mathématiques par l'intuition pure, notion empruntée à Kant, d'où le nom *intuitionnisme* donné à sa conception des mathématiques. Pour Brouwer, les méthodes de raisonnement des mathématiques classiques sont non constructives, car elles permettent de démontrer qu'un objet mathématique existe sans le construire.

Pour avoir des méthodes de raisonnement constructives, Brouwer rejette, entre autres, le principe du tiers exclu de la logique classique, dénoté par $P \vee \sim P$, et, par le fait même, rejette toutes les démonstrations par l'absurde. Par exemple, les mathématiques classiques démontrent le théorème qui affirme qu'il existe deux nombres irrationnels a et b tel que a^b est rationnel avec l'aide du principe du tiers exclu sans pour autant trouver des valeurs déterminées aux variables a et b. Ce que reprochent les mathématiques intuitionnistes à cette démonstration classique est qu'elle n'est pas constructive puisqu'elle ne produit aucun couple (a, b) de nombres irrationnels tel que a^b soit rationnel; elle en a seulement démontré l'existence. Pour l'intuitionnisme, le théorème est valide, mais pas sa démonstration classique qui doit être remplacée par une démonstration constructive : en construisant le couple (a, b) tel que $a = \sqrt{2}$ et que $b = 2 \ln_2 3$, par exemple.

Sur le plan métaphysique, dans la perspective intuitionniste, les entités mathématiques sont des constructions mentales du mathématicien. Au contraire, le réalisme à propos d'entités mathématiques, aussi appelé platonisme en philosophie des mathématiques, affirme que ces entités abstraites existent indépendamment de la connaissance ou de l'expérience que nous en avons. Depuis le début du siècle dernier, il existe donc en mathématiques et en philosophie des mathématiques un débat métaphysique entre les tenants du platonisme et ceux de l'intuitionnisme à propos du statut ontologique d'entités abstraites des mathématiques comme, par exemple, les entiers naturels. Pour sa part, l'intuitionniste niera que ces entités ont une existence indépendante : leur existence est dépendante de la connaissance ou de l'expérience que nous en avons. En d'autres termes, l'intuitionniste soutient que ces entités n'existent pas en soi puisque leur existence dépend de leur construction mentale par un mathématicien.

Par ailleurs, se servant du principe du tiers exclu comme justification, le platoniste prétend que l'existence d'un objet mathématique peut être démontrée par une réfutation de sa non-existence. Ceci contraste avec l'approche intuitionniste pour laquelle ce raisonnement n'est pas valide puisque la réfutation de la non-existence d'une entité ne veut pas dire qu'il est possible de trouver une démonstration constructive de l'existence de celle-ci. L'invalidité de ce raisonnement classique, selon l'intuitionniste, a pour conséquence le rejet du principe du tiers exclu ($P \vee \sim P$) ainsi que de la loi de la double négation ($P \equiv \sim\sim P$) de la logique classique. On voit que l'adhésion à une doctrine métaphysique se prononçant sur le statut ontologique d'entités mathématiques a un lien avec le choix ou le rejet de lois logiques.

Pour Brouwer, en raison de la primauté et de la priorité de l'intuition en mathématiques, le langage est secondaire dans son épistémologie des mathématiques. Selon lui, l'intuition constructive des mathématiques n'est pas parfaitement communicable par le langage. De plus, pour Brouwer, la logique ne précède pas les mathématiques mais dépend d'elles.

Dans le but de fournir une base formelle au programme de Brouwer, le logicien Arend Heyting fut le premier à axiomatiser la logique intuitionniste en 1930 (Priest, 2001, p. 114). La logique intuitionniste développée par Heyting sert, en fait, de base formelle à toute approche constructiviste en mathématiques. Comme nous l'avons déjà précisé, la logique intuitionniste rejette le principe du tiers exclu et la loi de la double négation. Une théorie des modèles a été développée, plus tardivement, à l'aide de la sémantique des mondes possibles de Kripke et, de façon équivalente, à l'aide de l'algèbre de Heyting dans laquelle des considérations topologiques ont été incluses.

Quoi qu'il en soit, ce qui est essentiel de retenir de la sémantique de la logique intuitionniste, c'est qu'affirmer qu'un énoncé P est vrai est équivalent à affirmer qu'il existe une démonstration de sa vérité. Sans démonstration, un énoncé mathématique n'est ni vrai, ni faux. La logique intuitionniste n'est donc pas bivalente, mais n'est pas polyvalente non plus. Dans cette logique, tout comme la signification des énoncés atomiques, la signification des constantes logiques est exprimée en termes de démonstration et de construction plutôt qu'en termes de vérité comme c'est le cas pour la logique classique. C'est pourquoi les énoncés mathématiques n'ont pas la même signification pour l'intuitionniste et pour le platoniste pour qui la logique classique prévaut dans les mathématiques. La signification intuitionniste de la négation est différente de celle du platoniste : pour ce dernier, affirmer la négation d'un énoncé signifie que cet énoncé est faux; pour l'intuitionniste, cela revient à dire qu'il existe une démonstration qu'il n'y a pas de démonstration de cet énoncé. En matière de signification, il en est de même pour les autres constantes logiques. Dans la logique classique, la disjonction P $\vee$ Q est vraie si l'énoncé P est vrai ou si l'énoncé Q est vrai; dans la logique intuitionniste, si la disjonction P $\vee$ Q est vraie, cela signifie que l'on a une démonstration de P $\vee$ Q, c'est-à-dire que l'on a une démonstration de l'énoncé P ou une démonstration de l'énoncé Q.

Comme une démonstration est une justification de la vérité d'un énoncé, la logique intuitionniste préserve la justification de la vérité plutôt que la vérité à travers les transformations donnant les énoncés dérivés. La signification d'un énoncé mathématique est donnée, non plus par les conditions selon lesquelles il est vrai, mais par les conditions selon lesquelles il est démontré, c'est-à-dire ses conditions de justification. Nous pouvons déjà anticiper l'analyse dummettienne des débats métaphysiques en remarquant que l'adoption ou le rejet d'une doctrine métaphysique telle le platonisme ou l'intuitionnisme dépend de l'adoption ou du rejet de lois logiques ainsi que de l'adoption ou le rejet d'une forme particulière de signification pour les énoncés. C'est cette dépendance de la métaphysique envers la logique et la signification qui est la base de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques.

1.5 Dummett et l'intuitionnisme

Pour Dummett, l'intuitionnisme en mathématiques ne s'est pas simplement borné à être une source d'inspiration pour élaborer sa conception de la philosophie du langage car, outre ses écrits philosophiques sur l'intuitionnisme, il a aussi participé activement à son étude et à son élaboration dans, entre autres, *Elements of Intuitionism* (Dummett, 1977). Dummett n'adhère pas complètement à tous les aspects de la thèse de Brouwer. Puisqu'il souscrit à l'adage wittgensteinien selon lequel la signification est expliquée en termes d'usage dans la communication entre les agents linguistiques, il reproche surtout à Brouwer que son intuitionnisme est une forme de solipsisme : "Far from being the case, as Brouwer maintained, that mathematical constructions are only imperfectibly communicable, the very opposite is true: they are *perfectly* communicable." (Dummett, 1993b, p. 471).

Par contre, Dummett soutient entièrement la critique que Brouwer adresse aux mathématiques classiques à propos des raisonnements non constructifs. Toutefois, Dummett fonde cette critique sur une remise en question de la place centrale de la notion de vérité dans la signification. La signification n'est plus donnée en termes de conditions de vérité, mais plutôt en termes de conditions reliées à l'existence d'une démonstration. Ce qui fait l'originalité de la thèse de Dummett à propos du débat métaphysique entre platonisme et intuitionnisme tient au fait qu'il fonde l'adoption d'une doctrine métaphysique sur celle d'une logique et d'une théorie de la signification. Autrement dit, l'originalité de sa thèse est que le débat métaphysique est analysé "en termes logico-sémantiques plutôt que purement ontologiques, ou plus exactement, en termes de vérité plutôt qu'en termes de référence" (Laurier, 1991b, p. 12).

Ultimement, même le choix de la logique dépend de considérations se rapportant à la théorie de la signification : "Any justification for adopting one logic rather than another as the logic for mathematics must turn on questions of *meaning*." (Dummett, 1978, p. 215). Pour résoudre les débats métaphysiques, Dummett propose ce qui suit : "Instead of tackling them from the top down, we must do so from the bottom up." (Dummett, 1991d, p. 12). Autrement dit, plutôt que d'essayer de résoudre le débat entre platonisme et intuitionnisme en essayant de résoudre le problème métaphysique du statut ontologique des entités en premier lieu, pour ensuite en tirer une théorie de la signification et une logique comme c'est le cas pour Brouwer, Dummett affirme que nous devons, en tout premier lieu, résoudre le problème du choix d'une théorie de la signification dont la solution nous permettra de dériver une logique et une doctrine métaphysique.

En se référant au principe fregéen du contexte, Dummett amène le débat métaphysique sur le terrain de la signification plutôt que sur celui de l'ontologie :

> We cannot refer to an object save in the course of saying something about it. Hence, any thesis concerning the ontological status of objects of a giving kind, must be, at the same time, a thesis about what makes a statement involving reference to such objects true, in other words, a thesis about what properties an object of that kind can have. (Dummett, 1978, p. 230)

Puisque, pour Dummett, ce sont des considérations logico-sémantiques qui sont le fondement de la résolution du débat métaphysique en mathématiques, son analyse porte sur la classe des énoncés mathématiques plutôt que sur la classe des termes ou des objets mathématiques dont parlent ces énoncés. Pour justifier son approche *bottom-up*, Dummett remarque qu'on ne peut résoudre le débat métaphysique à l'intérieur des mathématiques : "No mathematical investigations can determine that mathematical statements have truth-values even when beyond the reach of proofs or refutations" (Dummett, 1991d, p. 8). Pourtant, le platonisme affirme que tout énoncé mathématique possède objectivement une des deux valeurs de vérité en vertu de l'existence d'une réalité mathématique. Ce débat ne peut être non plus résolu par des considérations ontologiques extérieures aux mathématiques, car il est évidemment impossible de vérifier empiriquement qui a raison à propos du statut ontologique des entités mathématiques. C'est pourquoi Dummett propose une résolution de ce débat par une analyse non pas ontologique mais plutôt logique et sémantique.

Pour lui, chacune de ces deux conceptions métaphysiques s'apparente à une métaphore différente : celle de l'astronome pour le platonisme et celle de l'artiste pour l'intuitionnisme. La métaphore de l'astronome assimile le platoniste à un explorateur en train de découvrir une réalité qui existe indépendamment de la connaissance que nous en avons; tandis que la métaphore de l'artiste assimile l'intuitionniste à un créateur en train d'inventer et non de découvrir la réalité mathématique. Comme le constate Dummett : "Neither metaphor seems, at first sight, especially apt, nor one more apt than the other: the activities of the mathematician seem strikingly unlike those either of the asronomer or of the artist." (Dummett, 1978, p. 229). Dans la perspective dummettienne, on ne peut, en premier lieu, tenter de résoudre la question métaphysique sur le statut ontologique des objets mathématiques pour, ensuite, choisir une logique et une théorie de la signification mais, inversement, c'est en résolvant le problème du choix d'une théorie de la signification qu'une des deux positions métaphysiques et, par le fait même, une des deux métaphores s'imposera d'elle-même.

Selon Dummett, le platonisme cautionne plusieurs thèses à propos des énoncés mathématiques et de leur vérité, dont le principe de bivalence, la transcendance de la vérité sur la démonstration et une théorie de la signification vériconditionnelle. Le platoniste souscrit au principe de bivalence qui stipule que tout énoncé est soit vrai V, soit faux F de façon déterminée. Le principe de bivalence est un principe sémantique tandis que le principe du tiers exclu et la loi de la double négation sont des théorèmes, c'est-à-dire des énoncés syntaxiquement déductibles du principe fondateur de bivalence. Dans la logique classique, on peut, en effet, déduire ces deux théorèmes du principe de bivalence (Wright, 1987, p. 1).

Pour l'intuitionniste, il n'est pas garanti que nous pouvons avoir une démonstration effective d'un énoncé et, par le fait même, affirmer sa vérité. Considérons, par exemple, la conjecture de Goldbach, qui affirme que tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers. Quoique chaque occurrence d'un nombre pair tende à montrer la vérité de la conjecture de Goldbach, cette dernière n'a jamais été démontrée par les mathématiciens. Dans la perspective platoniste, il semble raisonnable de croire que la conjecture de Goldbach soit vraie. Par contre, pour l'intuitionnisme, sans démonstration de celle-ci ou sans contre-exemple, on ne peut lui assigner une valeur de vérité déterminée. L'intuitionnisme rejette donc le principe de bivalence. Pour lui, la conjecture de Goldbach n'est ni vraie, ni fausse.

Puisque le platoniste peut déduire du principe de bivalence que tout énoncé possède une des deux valeurs de vérité indépendamment de notre connaissance de celle-ci, pour Dummett, celui-ci doit croire en la transcendance de la vérité des énoncés sur leur démonstration. La transcendance de la vérité sur la démonstration est une condition nécessaire à la bivalence. Par contre, c'est à cause de la croyance en une réalité mathématique transcendante que les énoncés mathématiques qui s'y réfèrent possèdent en soi une valeur de vérité, qui est soit vraie, soit fausse. L'intuitionniste rejette cette transcendance puisqu'il ne croit pas en l'existence indépendante de cette réalité.

De plus, selon Dummett, le platoniste souscrit à une sémantique classique à deux valeurs de vérité (*classical two-valued semantics*) qui est la base pour l'adoption d'une théorie de la signification véríconditionnelle. La théorie véríconditionnelle de la signification affirme que la signification d'un énoncé est donnée par les conditions de vérité de l'énoncé. Par contre, l'intuitionniste rejette le rôle central de la vérité dans la théorie de la signification; pour lui, ce rôle est joué par la démonstration. Par conséquent, la signification est donnée par les conditions qui permettent de reconnaître l'existence d'une démonstration. Il y a donc divergence entre le platonisme et l'intuitionnisme à propos de la notion de vérité et à propos de la théorie de la signification. Pour ce qui est de la notion de vérité reliée à la théorie sémantique, un intuitionniste soutient "[...] that what renders a mathematical statement true is the existence of a proof; a platonist that it is a certain configuration of mathematical reality." (Dummett, 1991d. p. 12). Le platoniste soutient une théorie de la signification véríconditionnelle, tandis que l'intuitionniste soutient une théorie de la signification fondée sur des conditions de justification.

Remarquons que Dummett a une conception très aristotélicienne de la logique, c'est-à-dire que, pour lui, la logique s'occupe de l'étude de la validité des inférences. C'est pourquoi il est important pour lui de justifier le fait que l'intuitionnisme invalide certaines inférences qui sont valides pour le platonisme. Selon lui, le rejet de certaines inférences de la logique classique est fondé sur une théorie de la signification non vériconditionnelle basée sur des conditions de justification. On voit bien que, à l'encontre de ce que pensait Wittgenstein, l'adoption d'une doctrine métaphysique a un impact sur la pratique du mathématicien : certaines inférences faites par un platoniste ne sont pas utilisées par un intuitionniste qui les juge non valides. Le débat entre platonisme et intuitionnisme revient à un débat à propos de la validité de certaines lois logiques et le choix d'une logique est justifié par la théorie de la signification retenue.

1.6 Le réalisme et l'antiréalisme selon Dummett

Dummett souhaite généraliser son analyse de la dispute en mathématiques entre platonisme et intuitionnisme à tout débat métaphysique qui sévit dans divers domaines entre le réalisme et ses opposants. Traditionnellement, le réalisme est perçu comme une doctrine métaphysique selon laquelle il existe une réalité indépendante de notre connaissance ou de notre expérience. De plus, le réalisme est souvent défini comme une thèse métaphysique à propos du statut ontologique d'objets d'un domaine donné. Cependant, Dummett préfère traiter le réalisme comme une thèse à propos de classes[1] d'énoncés plutôt qu'à propos de classes d'objets, car certains réalismes comme le réalisme à propos du futur ou le réalisme en éthique ne semblent pas être définissables en termes d'objet.

Outre l'argument reposant sur le principe du contexte, l'autre raison invoquée par Dummett pour soutenir sa position sémantique à propos du réalisme contre une position purement ontologique est que la réalité n'est pas entièrement déterminée par les objets qu'il y a, mais plutôt par la vérité des énoncés à son propos : "the world is the totality of facts, not of things" (Dummett, 1993b, p. 465). Selon l'analyse dummettienne, il y aurait donc autant de

---

[1] Dans notre thèse, nous considérons les concepts de classe et d'ensemble comme étant synonymes. Leur définition respective fait partie du débat sur les fondements des mathématiques qui n'a pas d'incidence sur notre recherche et qui ne concerne pas les problèmes abordés par la présente thèse.

réalismes et, par conséquent, autant de débats métaphysiques, que de classes d'énoncés en litige. Par exemple, il y aurait un réalisme pour chacune des classes d'énoncés en litige suivantes : la classe des énoncés portant sur le passé, sur le futur, sur les états mentaux, sur les entités théoriques en mathématiques ou en sciences, sur les objets matériels du monde physique, etc.

Ce qui justifie cette transposition de son analyse du débat métaphysique en mathématiques à d'autres domaines est qu'entre autres, chacun de ces débats métaphysiques à propos d'une classe d'énoncés en litige d'un domaine donné a une forme similaire : "It had struck me that a variety of different traditional disputes within philosophy took the form of an opposition between a realist view of some particular subject-matter and a rejection of realism about this subject-matter" (Dummett, 1993b, p. 463). C'est Dummett qui introduit le terme *antiréalisme* qu'il définit de façon négative par rapport au réalisme à propos d'une classe d'énoncés en litige d'un domaine donné. Il inclut sous le vocable *antiréalisme* toute forme d'opposition au réalisme, toujours à propos d'une classe d'énoncés en litige d'un domaine donné : "the colourless term 'anti-realism' is apt as a signal that it denotes not a specific philosophical doctrine but the rejection of a doctrine." (Dummett, 1991d, p. 4). Par la suite, par souci de simplicité, nous parlerons de classe d'énoncés à la place de classe d'énoncés en litige d'un domaine particulier.

Il y a évidemment plusieurs formes d'antiréalisme puisqu'il y a de multiples réalismes. L'intuitionnisme est une des formes que prend l'antiréalisme à propos de la classe des énoncés mathématiques puisqu'il s'oppose au platonisme qui est, comme nous l'avons vu, un réalisme en mathématiques. L'instrumentalisme est une forme d'antiréalisme à propos de la classe des énoncés sur les entités théoriques en sciences; le béhaviorisme est un antiréalisme à propos de la classe des énoncés sur les états mentaux. Dans un domaine donné, il peut y avoir différentes formes d'antiréalisme. De plus, une personne peut être réaliste par rapport à une classe d'énoncés et être antiréaliste par rapport à une autre. Toutefois, aucun des débats entre réalisme et antiréalisme à propos d'une classe d'énoncés n'a exactement la même structure. Dummett insiste sur le fait que cette transposition de son analyse en mathématiques à d'autres domaines doit s'inscrire dans un vaste programme de recherche d'étude comparative visant à déterminer quelles classes d'énoncés peuvent être compatibles avec une conception réaliste et, pour celles qui ne le sont pas, quelles formes l'antiréalisme peut prendre. C'est d'ailleurs l'une des originalités de notre recherche de nous inscrire dans le programme d'étude comparative de Dummett en transposant son analyse à la classe des énoncés de la mécanique quantique.

Pour Dummett, la thèse réaliste ne peut être un objet possible de découverte puisque, comme nous l'avons vu dans le cas du débat métaphysique en mathématiques, la question métaphysique du statut ontologique ne peut être réglée en premier lieu comme l'indique l'approche *bottom-up* qu'il préconise. Selon lui, le réalisme est avant tout une thèse sémantique : "realism is a semantic thesis, a thesis about what, in general, renders a statement in the given class true when it is true." (Dummett, 1993b, p. 230). La spécificité de la thèse de Dummett est de déplacer la question des querelles métaphysiques du terrain traditionnel de l'ontologie sur le terrain de la sémantique en posant la question "Qu'est-ce qui fait qu'un énoncé est vrai quand il est vrai?".

Dans la perspective dummettienne, le réalisme revient en fait en la croyance en l'existence d'une réalité indépendante et complètement déterminée en vertu de laquelle les énoncés d'une classe donnée sont soit vrais, soit faux. Le réaliste à propos d'une classe d'énoncés adhère donc à la thèse de la transcendance de la vérité sur le fait probant (*evidence*) qui est une généralisation de la transcendance de la vérité sur la démonstration à laquelle souscrit le platoniste en mathématiques. En effet, la démonstration d'un énoncé mathématique tient lieu de fait probant suffisant pour affirmer la vérité de cet énoncé. Nous choisissons la traduction du terme *evidence* par celui de *fait probant* comme le suggère Gauthier (Voizard, 1991, p. 78, n. 1).

Au nom de la transcendance de la vérité sur le fait probant, un réaliste soutient que tous les énoncés de la classe en litige possèdent une des deux valeurs de vérité de façon objective et indépendamment de nos moyens de les connaître, c'est-à-dire indépendamment des faits probants qui nous permettraient d'asserter ou de réfuter les énoncés de cette classe. C'est pourquoi le trait distinctif du réalisme est, selon Dummett, l'acceptation du principe de bivalence pour les énoncés d'un domaine donné : "Locating disputes over realism in the choice of a model for the meanings of statements of the disputed class tends to make the acceptance of bivalence a criterion for being a realist." (Dummett, 1993b, p. 467). Le début de cette citation nous rappelle que l'approche logico-sémantique de Dummett pour résoudre les débats métaphysiques repose sur le principe fregéen du contexte qui introduit la notion de signification.

Selon Dummett, le principe de bivalence est une condition nécessaire et non suffisante pour un réalisme. Le principe de bivalence, rappelons-le, stipule que tout énoncé est soit vrai, soit faux. Par conséquent, le rejet du principe de bivalence pour une classe d'énoncés implique une métaphysique antiréaliste pour cette classe. L'antiréaliste rejette également la transcendance de la vérité sur le fait probant puisqu'il ne croit pas en l'existence d'une réalité indépendante. L'antiréalisme est aussi une thèse sémantique, car l'antiréaliste doit répondre à la question "Qu'est-ce qui fait qu'un énoncé est vrai quand il est vrai?". La réponse que propose Dummett à cette question est la reconnaissance d'un fait probant qui justifierait la vérité d'un énoncé comme c'est le cas pour un intuitionniste qui reconnaît une démonstration d'un énoncé mathématique qui justifie la vérité de cet énoncé.

Le rejet du principe de bivalence par l'antiréalisme entraîne également une révision des lois de la logique classique qui sont propres à une position réaliste. Le débat métaphysique entre réalisme et antiréalisme à propos d'une classe d'énoncés peut donc se ramener à un débat à propos du choix d'une logique adéquate pour cette classe d'énoncés. Par exemple, nous avons vu que le platonisme en mathématiques emploie la logique classique dans ses inférences, tandis que l'intuitionnisme emploie la logique intuitionniste.

1.7 Le fondement de la logique : la théorie sémantique

Le choix d'une logique, entendue comme étude des inférences valides, doit être justifié par l'adoption d'une théorie sémantique. Par conséquent, le choix d'une métaphysique est justifié également par une théorie sémantique. Le principe de bivalence est un principe propre à la théorie sémantique classique qui est, d'après Dummett, une théorie sémantique réaliste : "I concluded that the true criterion for a realist interpretation of any given class of statements is an acceptance of classical two-valued semantics as applying to them in its entirety" (Dummett, 1993b, p. 468). Le but d'une théorie sémantique est, selon Dummett, de rendre compte de la vérité des énoncés quand ils sont vrais, d'après leur structure interne : "Every semantic theory has as its goal an account of the way in which a sentence is determined as true, when it is true, in accordance with its composition" (Dummett, 1991d, p. 31). Autrement dit, une théorie sémantique explique comment la vérité d'un énoncé vrai est assignée par ses parties. Pour atteindre le but qui est attribué à une théorie sémantique, Dummett introduit la notion de valeur sémantique d'une expression de telle sorte qu'une théorie sémantique explique comment la valeur sémantique d'un énoncé est déterminée par la valeur sémantique de ses parties. Selon Dummett, la valeur sémantique d'une expression est la caractéristique qui va contribuer à la détermination de la vérité de tout énoncé dans lequel cette expression apparaît. Par conséquent, une théorie sémantique explique les constantes logiques puisqu'elle explique comment la valeur sémantique d'un énoncé complexe constitué d'une constante logique est déterminée à partir de la valeur sémantique des énoncés atomiques qui le composent.

Pour donner une idée de ce que peut être la valeur sémantique d'une expression, Dummett fait une comparaison : "This notion of semantic value is to be compared with Frege's notion of *reference*" (Dummett, 1991d, p. 24). Par exemple, dans la théorie sémantique classique, la valeur sémantique d'un énoncé est sa valeur de vérité et la valeur sémantique d'un terme est sa référence, donc l'objet auquel il réfère. Dans la théorie sémantique classique de Frege, la référence d'une expression est donc sa valeur sémantique. Le principe de compositionnalité de la référence est essentiel dans la théorie sémantique classique. Dans cette dernière, l'explication des constantes logiques peut être déduite des tables de vérité de celles-ci.

Outre que nous puissions les justifier syntaxiquement, les lois de la logique peuvent aussi être justifiées par une théorie sémantique : "One method of validating rules of inference is by means of a semantic theory" (Murphy, 2005). Par exemple, nous voulons justifier par la théorie sémantique classique l'inférence suivante : des deux prémisses (P $\vee$ Q) et ~Q, on en déduit la conclusion P. La théorie sémantique classique assigne aux symboles une valeur sémantique de la façon suivante : P et Q sont des énoncés atomiques qui ont pour valeur sémantique soit la valeur V, soit la valeur F; le symbole ~ placé devant un énoncé atomique donne la valeur sémantique opposée à celle de cet énoncé atomique; le symbole $\vee$ placé entre deux énoncés atomiques donne la valeur sémantique V si un des deux énoncés atomiques a la valeur sémantique V. Pour justifier l'inférence, nous devons montrer que si les deux prémisses sont vraies, alors la conclusion l'est aussi. Si ~Q est vrai, alors Q est faux; si Q est faux et si (P $\vee$ Q) est vrai, alors P est vrai, car si P est faux, (P $\vee$ Q) le serait aussi. Nous venons de justifier l'inférence en montant que la conclusion P est vraie à l'aide de la théorie sémantique classique.

À propos de la bivalence, Dummett écrit : "Of all the features of classical semantics, it is the principle of bivalence that have the greatest metaphysical resonance" (Dummett, 1991d, p. 326). Le rejet de la bivalence implique une métaphysique antiréaliste et une logique non classique. Il en résulte donc plusieurs théories sémantiques comme possibilités pour remplacer la théorie sémantique classique puisque le rejet de la bivalence peut se traduire, par exemple, par une acceptation de la polyvalence ou, encore, par l'acceptation que certains énoncés n'aient pas de valeur de vérité.

Définir la valeur sémantique d'un énoncé est déterminant pour la théorie sémantique. À ce propos, Dummett écrit ceci : "Another possible pattern is one whereby the semantic value of a sentence relates it to something that would *make* it true." (Dummett, 1991d, p. 34). C'est le cas pour la théorie sémantique intuitionniste qui rejette le principe de bivalence. Dans cette théorie sémantique, la valeur sémantique d'un énoncé met en relation cet énoncé et une construction mathématique. Un énoncé peut ensuite être dit vrai si et seulement si cette construction est une démonstration de cet énoncé. Dans ce type de théorie sémantique, la valeur sémantique d'un énoncé détermine ce qui, si cela existe, rendra cet énoncé vrai. Comme il y a plusieurs possibilités de remplacement de la théorie sémantique classique, il y a, par conséquent, plusieurs possibilités de remplacement de la logique classique. Quoique l'analyse dummettienne du débat métaphysique en mathématiques privilégie la logique intuitionniste, ceci n'implique pas qu'un antiréaliste doive nécessairement adopter la logique intuitionniste. Tout dépendra de la théorie sémantique qu'un antiréaliste adoptera selon la classe des énoncés en litige.

1.8 De la théorie de la signification à la métaphysique

Mais qu'est-ce qui justifie le choix d'une théorie sémantique? Selon Dummett, tout comme une logique peut être justifiée par une théorie sémantique, une théorie sémantique peut, à son tour, être justifiée en servant de base à une théorie de la signification : "But a semantic theory is plausible only in so far as it provided a base on which a theory of meaning can be constructed." (Dummett, 1993b, p. 234). Le rôle d'une théorie de la signification est d'expliquer de quelle manière un locuteur est capable de comprendre les énoncés d'un langage. D'après le rôle que nous lui avons attribué à la section précédente, une théorie sémantique n'est pas une théorie de la signification. Autrement dit, une théorie sémantique ne permet pas d'expliquer la compréhension des énoncés d'un langage par un locuteur compétent. C'est pourquoi, selon Dummett, Frege doit ajouter à sa théorie sémantique la notion de sens qui dénote la signification. Chez Frege, le sens est une composante de la signification.

Dans la théorie sémantique classique ou fregéenne, la référence ou valeur sémantique d'un énoncé n'est ni une condition nécessaire, ni une condition suffisante pour comprendre cet énoncé. La référence n'est pas nécessaire, car on peut très bien comprendre un énoncé sans en connaître sa valeur de vérité et elle n'est pas suffisante, car on peut très bien connaître la valeur de vérité d'un énoncé sans le comprendre. Cependant, le sens détermine la référence ou, selon la terminologie de Dummett, la signification est quelque chose qui détermine la valeur sémantique : "la connaissance de la dénotation doit être médiatisée par une saisie du sens." (Laurier, 1991b, p. 16). La saisie du sens d'un énoncé par un locuteur compétent peut lui donner accès à la référence. Le lien existant, à propos d'une expression, entre une théorie sémantique et une théorie de la signification est explicité par Dummett en ces termes : "[...] its meaning is the manner in which its semantic value is given to us. It is in this way that a semantic theory, while not itself being a theory of meaning, forms a base for such a theory" (Dummett, 1993b, p. 236).

Dans une perspective fregéenne ou, selon Dummett, dans une perspective réaliste, la saisie du sens d'un énoncé est la connaissance des conditions pour lesquelles l'énoncé est vrai (ou faux). Une théorie de la signification dans laquelle la signification des énoncés est donnée par les conditions de vérité de ces énoncés est dite *véríconditionnelle*. La théorie véríconditionnelle de la signification a pour concept central la notion de vérité, puisque c'est la connaissance des conditions de vérité d'un énoncé qui permet la saisie de la signification de cet énoncé. En résumé, la théorie sémantique classique, d'une part, sert à la fois de justification à une métaphysique réaliste pour une classe d'énoncés et à la logique classique pour cette classe et, d'autre part, fournit une base à la théorie véríconditionnelle de la signification.

En fait, nous venons d'expliquer en quoi consiste ce que nous appelons le modèle véríconditionnel de la signification pour lequel la signification est donnée par les conditions de vérité. Pour nous, à l'instar de Dummett, un modèle de la signification permet d'expliquer la saisie, par un locuteur, de la signification d'un énoncé. Le modèle véríconditionnel de la signification est seulement une partie de la théorie vériconditionnelle de la signification, car cette dernière doit non seulement expliquer la saisie du sens des énoncés, mais aussi tous les comportements des locuteurs compétents. Pour rendre compte du caractère systématique d'une théorie de la signification, Dummett y distingue, en gros, une théorie du sens, qui en est le noyau, et une théorie de la force, qui s'occupe des conditions pour lesquelles un énoncé est un acte du langage particulier tel qu'une assertion, une question ou un ordre. L'élaboration d'une théorie complète de la signification, telle que préconisée par Dummett, est programmatique, c'est-à-dire qu'elle n'est pas présentement achevée et qu'elle est en cours d'élaboration. Dummett nous dit qu'il n'en a jeté que les bases. Quoi qu'il en soit, dans notre recherche, nous n'aurons besoin que du modèle de la signification.

Comme nous venons de le voir, le modèle de la signification d'une conception réaliste est le modèle vériconditionnel. Dans une perspective réaliste, d'une part, l'objectivité des conditions de vérité des énoncés rend objectives les valeurs de vérité des énoncés et, par conséquent, justifie la transcendance de la vérité sur le fait probant et, d'autre part, l'identification de la signification avec les conditions de vérité rend la signification objective également. Par contre, l'antiréalisme rejette le modèle vériconditionnel de la signification en refusant à la notion de vérité son rôle central. Pour Dummett, dans un modèle antiréaliste de la signification, ce rôle central est tenu par la notion d'assertabilité : saisir la signification d'un énoncé, c'est en connaître les conditions d'assertabilité. Les conditions d'assertabilité d'un énoncé sont les conditions pour lesquelles nous serions disposés à asserter l'énoncé : "we should thus no longer be concerned with the criterion for the truth of a statement, but with the criterion for our recognizing it as true." (Dummett, 1993b, p. 472). Nous appelons le modèle antiréaliste de la signification *modèle justificationniste*, selon la terminologie employée par Dummett (1993b, p. 473).

Par exemple, l'intuitionnisme n'admet pas le modèle vériconditionnel de la signification, attendu que les conditions de vérité des énoncés transcendent notre connaissance de celles-ci, c'est-à-dire que les conditions de vérité d'un énoncé sont indépendantes de notre connaissance ou de notre expérience. C'est parce qu'il y a des énoncés indécidables en mathématiques que l'intuitionnisme doit rejeter le modèle vériconditionnel de la signification. En effet, ne connaissant pas les conditions de vérité de tels énoncés, le platoniste ne devrait pas être en mesure, selon ce modèle, de les comprendre, ce qui n'est manifestement pas le cas. Pour l'intuitionniste, c'est la notion de démonstration qui joue le rôle de notion centrale dans le modèle de la signification, puisqu'un énoncé est vrai si et seulement s'il est démontré. La saisie de la signification d'un énoncé est donc, pour l'intuitionnisme, équivalente à la capacité de reconnaître une démonstration de l'énoncé lorsqu'elle se présente : "a grasp of the meaning of a statement consists in a capacity to recognize a proof of it when one is presented to us" (Dummett, 1978, p. 225).

L'assertabilité de l'antiréalisme, notion centrale du modèle justificationniste de la signification, est donc une généralisation de la démonstration de l'intuitionnisme. Lorsqu'il existe des énoncés d'une classe donnée pour lesquels il n'y a pas de procédure effective pour décider de leur vérité ou fausseté, c'est-à-dire que nous ne sommes pas en mesure de connaître ce qui les rend vrais ou faux, alors le modèle vériconditionnel de la signification ne peut remplir son rôle. En effet, puisque la saisie de la signification selon le modèle vériconditionnel de la signification repose sur une connaissance des conditions de vérité et que cette connaissance fait défaut pour de tels énoncés, nous ne devrions pas être en mesure, selon le modèle vériconditionnel, de comprendre de tels énoncés. En d'autres termes, comprendre un énoncé ne consiste pas en la capacité de trouver une justification de sa vérité, mais en la capacité d'en reconnaître une lorsqu'elle se présente.

Dans le cas d'une classe d'énoncés ne possédant pas de procédure effective de justification de la vérité pour tous les énoncés de cette classe, l'antiréalisme affirme que la signification des énoncés de cette classe est donnée par leurs conditions d'assertabilité : "connaître la signification d'un énoncé, c'est être capable de reconnaître tout ce qui peut compter comme vérification de l'énoncé, c'est-à-dire tout ce qui peut compter comme confirmation de sa vérité." (Dummett, 1991c, p. 98). Par conséquent, l'antiréaliste doit adopter le modèle justificationniste de la signification pour expliquer la saisie de la signification des énoncés dont nous ne possédons pas de justification de leur vérité. La thèse réaliste et la thèse antiréaliste souscrivent, néanmoins, toutes les deux à une forme d'objectivité dans la mesure où les énoncés, dans certaines conditions favorables, peuvent être objectivement trouvés vrais (ou faux).

De par son approche *bottom-up*, Dummett propose une solution aux débats métaphysiques par le biais de la théorie de la signification. Pour Dummett, la solution à un débat métaphysique entre réalisme et antiréalisme à propos d'une classe d'énoncés d'un domaine donné revient à une décision à prendre à propos de la logique à adopter : on adopte la logique classique pour justifier une conception réaliste et une logique non classique pour justifier une conception antiréaliste. Le choix de la logique est justifié par une théorie sémantique, de telle sorte que la logique classique est justifiée par la théorie sémantique classique et qu'une logique non classique est justifiée par une théorie sémantique non classique. Finalement, une théorie sémantique est justifiée par un modèle de la signification en lui servant de base, de telle sorte que la théorie sémantique classique sert de base au modèle vériconditionnel de la signification et qu'une théorie sémantique non classique sert de base à un modèle justificationniste de la signification. En d'autres termes, résoudre un débat métaphysique à propos d'une classe d'énoncés d'un domaine donné revient en fin de compte à décider du modèle de la signification que nous devons adopter pour cette classe, soit le modèle vériconditionnel de la signification pour une conception réaliste de cette classe, soit le modèle justificationniste de la signification pour une conception antiréaliste de cette même classe, si nous laissons de côté le modèle réductionniste.

Le débat métaphysique à propos d'une classe d'énoncés peut être résolu en donnant au concept de vérité une place adéquate dans la caractérisation de la signification des énoncés de cette classe : une saisie de la signification est donnée par une connaissance des conditions de vérité pour un réaliste et par une connaissance des conditions d'assertabilité pour un antiréaliste. Si les conditions de vérité de certains énoncés appartenant à une classe d'énoncés en litige transcendent notre connaissance ou notre expérience, alors seul le modèle justificationniste peut rendre compte de la compréhension de tels énoncés et, par conséquent, la métaphysique à propos de la classe d'énoncés en litige est antiréaliste. La résolution des débats métaphysiques n'a pas besoin de se faire, selon l'analyse dummettienne, sur le plan de l'ontologie. Dummett écrit ceci à propos de son analyse : "It will resolve these controversies without residue" (Dummett, 1991d, p. 14). Il est important de noter que la signification des constantes logiques qui sont utilisées dans une théorie sémantique pour déterminer la valeur sémantique d'un énoncé complexe est donnée par le modèle de la signification. Une théorie sémantique ne fait qu'expliquer les constantes logiques, elle ne leur donne pas leur signification.

Nous avons vu que, selon Dummett, la bivalence est une condition nécessaire, mais non suffisante, pour le réalisme à propos d'une classe d'énoncés. La raison en est que, dans le cas d'une thèse réductionniste à propos d'une classe d'énoncés, nous pouvons à la fois avoir une conception antiréaliste pour cette classe et admettre la bivalence. Le réductionnisme traduit les énoncés de la classe en litige en énoncés de la classe de réduction à laquelle la bivalence peut éventuellement s'appliquer. Selon Dummett, le réductionnisme n'est pas une condition suffisante, ni nécessaire, à l'antiréalisme. Toutefois, toujours selon Dummett, un antiréalisme basé sur un réductionnisme est une espèce modérée d'antiréalisme. Lorsqu'une théorie sémantique n'admet pas le principe de bivalence et, qu'en plus, elle fait en sorte que l'on rejette le modèle vériconditionnel de la signification, alors l'antiréalisme qui en découle est d'un type radical (*thoroughgoing kind*) (Dummett, 1993b, p. 242).

La résolution des débats métaphysiques par l'approche dummettienne revient donc à justifier le choix d'un modèle de la signification en se basant sur une théorie sémantique. Selon Dummett, une fois ce choix arrêté, la conception métaphysique s'imposera d'elle-même. Toutefois, certaines métaphores peuvent aussi s'imposer comme, par exemple, celle de l'astronome pour le réalisme et celle de l'artiste pour l'antiréalisme. Pourtant, comme c'est le cas en mathématiques, un antiréaliste peut ne pas être d'accord avec la métaphore de l'artiste et envisager une autre façon de voir la situation :

> If we think that mathematical results are in some sense imposed on us from without, we could have instead the picture of a mathematical reality not already in existence but as it were coming into being as we probe. Our investigations bring into existence what was not there before, but what they bring into existence is not of our own making. (Dummett, 1978, p. 18)

Selon nous, un des mérites de l'antiréalisme dummettien est qu'en rejetant le réalisme, il ne nous contraint pas à l'idéalisme : "we can abandon realism without falling into subjective idealism." (Dummett, 1978, p. 19).

1.9 La thèse de la manifestabilité

Pour Dummett, une théorie de la signification est une théorie de la compréhension, c'est-à-dire qu'une théorie de la signification doit nous dire ce qu'un locuteur compétent d'un langage doit connaître lorsqu'il comprend ce langage. Ce que le locuteur compétent connaît est beaucoup plus de l'ordre d'une connaissance pratique ou implicite que de l'ordre d'une connaissance théorique ou explicite. Une théorie de la signification doit expliquer comment cette connaissance se manifeste dans l'usage du langage à travers les comportements des locuteurs. Dummett se sert de la formule de Wittgenstein "La signification, c'est l'usage" pour imposer une restriction au genre de notion centrale de la théorie de la signification. Pour Dummett, selon cette formule, il est exigé que tous les éléments pour une compréhension linguistique doivent être manifestés dans l'usage du langage. Autrement dit, l'usage détermine de façon exhaustive la signification, ou encore, la signification ne peut transcender l'usage.

Lorsqu'un locuteur reconnaît qu'un énoncé est vrai, il manifeste un comportement, c'est-à-dire une capacité à reconnaître que l'énoncé a été justifié. Une théorie justificationniste de la signification satisfait à la contrainte de la manifestabilité puisque, justement, elle est basée sur la reconnaissance d'une justification en termes de conditions d'assertabilité. Par contre, la théorie véриconditionnelle de la signification ne satisfait pas à la contrainte de la manifestabilité. En effet, pour les énoncés dont nous sommes incapables de dire s'ils sont vrais ou faux, nous ne pouvons pas manifester notre connaissance des conditions de vérité par une capacité à reconnaître celles-ci : "Le genre de connaissance qui est attribué par la conception réaliste de la signification à quelqu'un qui est dit comprendre une phrase devra nécessairement transcender, dans certains cas, sa capacité de manifester cette connaissance" (Bouveresse, 1980, p. 885). En soutenant la théorie vériconditionnelle de la signification, le réaliste ne peut expliquer la manière dont la saisie de la signification se manifeste dans l'usage. Il importe cependant de noter que, pour Dummett, les théories justificationniste et vériconditionnelle de la signification ne sont pas des théories rivales : "the justificationist principle is an unavoidable starting-point, the truth-conditional one no more than a hope-for goal." (Dummett, 1993b, p. 474).

Pour que la thèse de la manifestabilité puisse servir comme argument valable contre une thèse réaliste à propos d'une classe d'énoncés, Dummett soutient une conception moléculaire de la signification plutôt qu'une conception holiste. Une conception moléculaire de la signification est une conception du langage selon laquelle chacun des énoncés individuels est pourvu d'un contenu qui lui est propre en vertu de la manière dont il est constitué; la conception holiste prétend que la signification d'un énoncé est donnée par la place qu'il prend dans l'ensemble des énoncés du langage tout entier et dépend donc de la signification de l'ensemble des autres énoncés.

Le holisme nie le molécularisme et accepter le holisme ruine toute l'argumentation de Dummett contre le réalisme. La raison en est qu'en acceptant le holisme sémantique, nous acceptons toutes les pratiques inférentielles présentes dans le langage qui supposent la bivalence et, par conséquent, nous acceptons le réalisme. Par contre, Dummett (1993b, p. 472) reconnaît qu'un holisme faible est nécessaire, c'est-à-dire que la signification d'un énoncé ne dépend pas du langage en entier, mais d'un fragment de celui-ci. Il importe également de noter que la thèse de la manifestabilité est essentielle dans l'argumentation de Dummett contre une métaphysique réaliste dans le cas où certains énoncés d'une classe en litige sont indécidables.

Nous avons vu que les débats métaphysiques font partie de la tradition philosophique. L'histoire est parsemée de tels débats non seulement en philosophie, mais aussi en sciences. Au siècle dernier, donnant suite à une réaction contre la métaphysique spéculative et suivant les idées de Mach, les positivistes logiques et certains philosophes tel Wittgenstein déclarent que les questions métaphysiques sont des pseudoquestions, c'est-à-dire des questions qui sont sans signification. Toutefois, Dummett démontre clairement que ces questions ont une signification, puisqu'elles ont un impact dans l'activité humaine quotidienne. La solution aux débats métaphysiques entre réalisme et antiréalisme à propos d'une classe d'énoncés, telle que préconisée par Dummett, se fait par le biais d'une approche logico-sémantique : c'est le choix d'un modèle de la signification et d'une théorie sémantique qui détermine de façon claire la métaphysique appropriée pour cette classe d'énoncés. L'explicitation que nous avons faite de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques est essentielle à notre recherche puisqu'elle va nous servir à l'analyse du débat métaphysique qui sévit en mécanique quantique depuis le début de sa formalisation vers 1925. Dans le prochain chapitre, nous justifions l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique.

CHAPITRE II

JUSTIFICATION DE L'UTILISATION DE L'ANALYSE DUMMETTIENNE

Dans le second chapitre, nous justifions pourquoi nous avons choisi d'appliquer à la mécanique quantique l'analyse que fait Dummett des débats entre réalisme et antiréalisme plutôt que de s'inscrire dans la polémique déjà existante en philosophie des sciences. Ce chapitre est crucial, car il assure le bien-fondé de notre méthodologie et, par le fait même, de notre recherche tout entière. En effet, la méthodologie utilisée pour caractériser la métaphysique de la mécanique quantique est l'application à cette dernière de l'analyse dummettienne que nous avons explicitée au chapitre 1. Pour justifier l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique, nous montrons qu'il y a effectivement en mécanique quantique et en philosophie des sciences un débat métaphysique entre réalisme et antiréalisme ou, tout au moins dans le dernier cas, un débat à propos de questions métaphysiques. Nous montrons aussi que l'adoption d'une doctrine métaphysique pour la classe des énoncés de la mécanique quantique a un impact sur la vie quotidienne du physicien. Nous exposons brièvement le débat concernant les questions métaphysiques entre le réalisme scientifique et l'antiréalisme en philosophie des sciences pour conclure que, dans ce domaine, le débat est devenu, d'après nous, stérile. Nous examinons également en quoi la conception du réalisme de Dummett a en commun avec celle proposée en sciences et en philosophie des sciences et en quoi elle en diffère. Finalement, nous exposons les arguments de Dummett en faveur d'une application de son analyse à la mécanique quantique. Mais avant de justifier l'application de l'analyse de Dummett des débats métaphysiques à la mécanique quantique, une brève introduction à cette dernière s'impose.

2.1 Brève introduction historique à la mécanique quantique

Dans cette section, nous présentons une brève introduction historique à la mécanique quantique. Le but de cette présentation est d'exposer la trame historique ainsi que les concepts nécessaires à la compréhension des problématiques abordées dans les prochaines sections de ce chapitre. Nous n'abordons pas dans cette section le formalisme mathématique de la mécanique quantique qui sera l'objet du prochain chapitre.

2.1.1 La naissance de la mécanique quantique

À la fin du XIX^{e} siècle et au tout début du XX^{e} siècle, la physique classique ne peut rendre compte de certains phénomènes concernant le rayonnement électromagnétique de la matière ainsi que l'absorption d'énergie dans le monde microscopique. L'incapacité de la physique classique de décrire ces phénomènes donne lieu au développement d'une nouvelle théorie qui sera appelée *mécanique quantique*. Plus précisément, on peut dire que l'origine de la mécanique quantique se trouve dans le problème du rayonnement du corps noir : "Quantum theory, in its earliest formulation, had its origin in the inability of classical physics to account for the experimentally observed energy distribution in the continuous spectra of black-body radiation." (Jammer, 1989, p. 1).

La naissance de la mécanique quantique est généralement attribuée au physicien allemand Max Planck vers 1900. Planck parvient à résoudre le problème du rayonnement du corps noir au prix d'une discontinuité dans l'émission d'énergie. Tout corps émet un spectre de rayonnement d'ondes électromagnétiques dont la lumière est la partie visible. Un corps noir est un modèle simple d'un émetteur parfait : il est noir parce qu'il absorbe toute énergie qui tombe sur sa surface et il est parfait parce que la distribution de l'énergie émise ne dépend pas de la nature de sa surface. Aucun modèle de rayonnement du corps noir de la physique classique n'offre de solution appropriée. Tous ces modèles reposent sur l'idée d'une émission continue d'énergie. Planck trouve la solution au problème du rayonnement du corps noir en concevant une équation mathématique qui décrit une distribution de l'énergie du rayonnement correspondant adéquatement à celle des données empiriques. Dans cette équation, Planck introduit une nouvelle constante fondamentale de la physique : la constante de Planck h dont la valeur est 6,6256 × 10^{-34} joule · sec. L'unité de cette constante est celle d'une grandeur physique appelée *action*. Alors que la physique classique considère le phénomène du rayonnement comme un phénomène continu, la conséquence de l'introduction de la constante de Planck h est que ce phénomène se fait par sauts appelés *quanta*, mot qui veut dire multiples entiers d'une quantité élémentaire.

Quelques années plus tard, en 1905, Einstein propose que la lumière et, par le fait même, toutes les ondes électromagnétiques sont constituées de particules ultérieurement nommées *photons*. Il reprend ainsi l'idée d'une nature corpusculaire de la lumière à laquelle Newton souscrivait. Cette quantification du champ électromagnétique permet à Einstein d'expliquer le phénomène de l'effet photoélectrique. Ce phénomène, alors inexpliqué par la physique classique, met en jeu l'absorption de lumière par les électrons à la surface de certains métaux. On peut résumer les apports de Planck et d'Einstein comme suit : dans des processus d'absorption et d'émission d'énergie, "pour une onde électromagnétique de fréquence ν, les seules énergies possibles sont des multiples entiers du quantum $h\nu$" (Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, 1973, p. 10) de telle sorte que $E_n = nh\nu$ où $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{N}$ étant l'ensemble des entiers naturels; l'énergie d'un photon lequel est défini par Einstein comme un corpuscule, est donnée par $E = h\nu$ où ν est la fréquence du photon. Quoique, à bien des égards, la théorie quantique est une théorie continue, son trait distinctif est son caractère discontinu qui se ramène à la quantification de l'action par l'introduction de la constante de Planck h.

2.1.2 L'atome de Bohr et la dualité onde-corpuscule

En 1911, le britannique Rutherford propose le modèle planétaire de l'atome. Selon ce modèle, un atome est constitué d'un noyau chargé positivement autour duquel gravitent des électrons chargés négativement. De plus, le noyau est de très petite dimension et contient presque toute la masse de l'atome tandis que chaque électron est beaucoup plus léger que le noyau. La physique classique ne peut, encore une fois, expliquer le mouvement orbital des électrons autour du noyau dans le modèle planétaire car, d'après celle-ci, les électrons devraient s'affaisser sur le noyau en émettant continuellement des ondes électromagnétiques. C'est le physicien danois Niels Bohr qui, en 1913, conçoit un modèle de l'atome d'hydrogène dont la stabilité repose sur le quantum d'action h. Dans un commentaire rétrospectif, Bohr affirme ceci : "I took the view that we had now the Rutherford atom ... and that it was regulated by the quantum." (Hermann, 1971, p. 149). D'après le modèle de Rutherford, la structure atomique de l'hydrogène est constituée d'un seul électron gravitant autour du noyau. Bohr résout le problème de la stabilité de l'atome en incorporant au modèle planétaire des orbites stables pour l'électron qui correspondent à des niveaux d'énergie de l'atome. Selon le modèle de Bohr, seules certaines orbites dites *stationnaires* sont permises. Bohr introduit ainsi la quantification de l'énergie dans l'atome par les états stationnaires d'énergie discrète. De plus, les transitions entre les divers niveaux d'énergie donnent lieu à de la radiation. En effet, dans ce modèle, lorsqu'un électron passe d'une orbite supérieure à une orbite inférieure ayant respectivement les énergies E_n et E_m, il y a émission d'un quantum d'énergie $h\nu$ égale à la différence d'énergie entre ces deux orbites : $E_n - E_m = h\nu$ pour $n, m \in \mathbb{N}$ et $n > m$. Avec ce modèle, Bohr explique le spectre d'émission discontinu de l'atome d'hydrogène qui se présente comme une série de raies ayant différentes longueurs d'onde λ ou fréquences ν étant donné que $\lambda\nu = c$, où c est la vitesse de la lumière. Le modèle de Bohr explique ainsi la formule de Balmer que ce dernier avait conçue, en 1885, à partir des données empiriques du spectre discret de l'atome d'hydrogène.

Par ailleurs, comme le photon est pourvu à la fois des propriétés d'un corpuscule d'après Einstein et des propriétés d'une onde, puisqu'il possède une fréquence ν, il dénote une dualité onde-corpuscule. Vers 1925, le physicien français Louis de Broglie émet l'hypothèse, vérifiée ultérieurement, de la dualité onde-corpuscule pour toutes les particules matérielles en associant à chacune d'elles une onde : "De Broglie a donc supposé que les équations qui décrivent la nature corpusculaire des photons décrivent aussi la nature ondulatoire des particules." (Arès et Marcoux, 1971, p. 150). L'équation décrivant la nature corpusculaire des photons que de Broglie applique aux particules est $\lambda = h\,|\mathbf{p}|$ où λ est la longueur d'onde et $|\mathbf{p}|$ la valeur absolue de la quantité de mouvement. Dans le cas d'une particule de masse m ayant une vitesse $\mathbf{v}$, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Notons que $\mathbf{v}$ et $\mathbf{p}$ sont en caractère gras, ce qui dénote qu'ils sont des vecteurs, c'est-à-dire qu'ils possèdent une grandeur et une orientation. Ainsi, de Broglie associe une onde de longueur d'onde λ à une particule dont la valeur absolue de la quantité de mouvement est $|\mathbf{p}|$. Rappelons que pour que des effets quantiques se manifestent, il faut que ces particules soient des particules microscopiques, c'est-à-dire atomiques ou subatomiques.

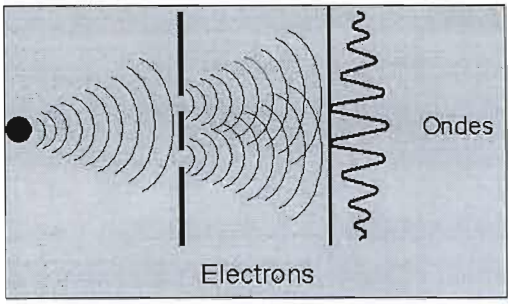

Figure 2.1 Aspect ondulatoire.
Source : http://jac_leon.club.fr/
gravitation/article-english/e31.html

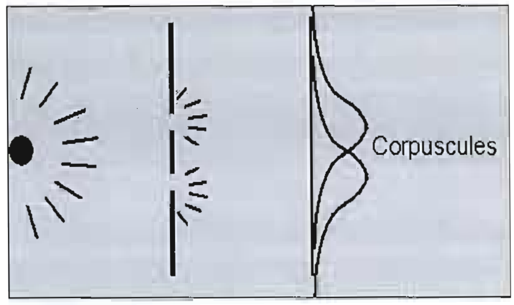

Figure 2.2 Aspect corpusculaire.
Source : http://jac_leon.club.fr/
gravitation/article-english/e31.html

Malgré le succès du concept de dualité onde-corpuscule en mécanique quantique, des problèmes persistent, car aucune expérimentation ne peut montrer simultanément les deux aspects de cette dualité. Dans l'expérimentation des fentes de Young (voir figure 2.1 et figure 2.2), une source située à gauche émet des particules microscopiques, par exemple des électrons, vers un premier écran percé de deux petits trous. Les particules qui passent à travers les trous du premier écran vont heurter le deuxième écran situé à droite et le résultat enregistré sur cet écran est le nombre d'impacts. Ce que l'on constate alors sur l'écran de droite est un patron d'interférence propre aux phénomènes ondulatoires (figure 2.1). Par contre, si nous décidons d'observer par quel trou passent les particules, en mettant un dispositif de détection à la sortie des trous de l'écran central, le patron d'interférence disparaît et le résultat observé est un patron propre aux phénomènes corpusculaires (figure 2.2). Il en est de même si nous faisons l'expérimentation des fentes de Young avec des photons plutôt qu'avec des électrons. Il est donc impossible de percevoir en même temps l'aspect corpusculaire et l'aspect ondulatoire d'un phénomène lors d'une même expérimentation.

Devant ce problème, Bohr conçoit, en 1927, le principe de complémentarité qui stipule qu'on ne peut observer les deux aspects simultanément et que ces aspects ne sont pas contradictoires mais complémentaires et exclusifs. Quoique nous ne puissions observer simultanément les deux aspects d'un phénomène, pour avoir une image complète de celui-ci, il nous faut considérer les deux aspects. Il s'avère donc que certaines grandeurs physiques reliées à un des aspects sont incompatibles avec d'autres grandeurs physiques reliées à l'autre aspect.

C'est cette incompatibilité que Werner Heisenberg exprime dans ses relations d'indétermination qui sont l'objet de la prochaine section.

2.1.3 Les relations d'indétermination de Heisenberg

Il existe une façon de mesurer simultanément des propriétés incompatibles, mais seulement au détriment du déterminisme. Les relations d'indétermination de Heisenberg nous permettent de mesurer la composante selon un axe de la position **r** et la composante selon le même axe de la quantité de mouvement **p** d'un système quantique, mais seulement de manière approximative, quoique ces deux grandeurs physiques soient incompatibles. Établies en 1927 par Heisenberg, ces relations imposent des limites à la prédictibilité simultanée des valeurs de grandeurs physiques incompatibles, aussi appelées *variables conjuguées*.

Voici les relations d'indétermination de Heisenberg : en posant $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ et $\hbar = h/2\pi$, nous avons que

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$
$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar/2$$
$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar/2$$

où Δx, Δy et Δz sont les indéterminations sur les composantes en x, y et z de **r** et Δp_x, Δp_y et Δp_z sont les indéterminations sur les composantes en x, y et z de **p**.

Les relations d'indétermination ne s'appliquent qu'au monde microscopique vu la très petite valeur de la constante de Planck. À l'échelle macroscopique, nous pouvons faire l'approximation que $h = 0$ sans problème. Par exemple, en mécanique classique, nous pouvons mesurer simultanément la quantité de mouvement et la position d'une boule de billard pour connaître l'état de ce système et prédire avec une grande précision son évolution ultérieure. Ceci est possible parce que l'imprécision sur les mesures est très grande par rapport à la valeur de h. Par contre, en mécanique quantique, si nous mesurons avec une grande précision la quantité de mouvement p_x d'un système quantique, soit Δp_x très petit, nous ne pouvons au même instant mesurer sa position x avec une très grande précision, soit Δx aussi petit que nous le voulons. Plus grande est la précision sur la mesure d'une des variables conjuguées, plus indéterminée est la valeur de l'autre variable. Une façon d'interpréter les relations de Heisenberg est que celles-ci résultent de la perturbation faite par la mesure d'une des variables conjuguées sur le système étudié, ce qui altère la valeur de l'autre variable conjuguée. Cette perturbation est considérée comme nulle lors d'une mesure à l'échelle macroscopique.

2.1.4 La mécanique quantique moderne

Avant 1925, la théorie quantique, malgré ses succès, est un amalgame disparate d'hypothèses, de principes, de théorèmes et de recettes de calcul plutôt qu'une théorie consistante. Sur le plan méthodologique, la procédure est que chacun des problèmes théoriques doit être résolu classiquement et, par la suite, la solution classique au problème est traduite dans le langage des quanta. Bref, avant 1925, "quantum theory still lacked two essential characteristics of a full-fledged scientific theory, conceptual autonomy and logical consistency" (Jammer, 1989, p. 208). Après 1925, ces caractéristiques sont satisfaites par deux formulations différentes : par la mécanique matricielle de Heisenberg au milieu de 1925 et par la mécanique ondulatoire de Schrödinger au début de 1926. C'est le début de la mécanique quantique moderne qui possède, entre autres, une autonomie conceptuelle par rapport à la physique classique. Sans entrer dans le détail des deux formulations, nous pouvons dire que, dans le cas de la mécanique matricielle de Heisenberg, les grandeurs physiques sont représentées par des matrices dont les éléments sont des nombres complexes et non plus par une variable qui possède une valeur réelle et que, dans le cas de la mécanique ondulatoire de Schrödinger, l'état d'un système quantique est représenté par une fonction complexe ψ appelée *fonction d'onde* et non plus par le couple **r** et **p**. Dans la perspective de Schrödinger, l'évolution dans le temps de l'état du système, c'est-à-dire de la fonction d'onde ψ, est déterminée par une équation différentielle appelée *équation de Schrödinger*.

Schrödinger démontre, un peu plus tard en 1926, que ces deux formulations sont mathématiquement équivalentes. Cependant, leur interprétation pose problème. Pour Heisenberg, les problèmes reliés à l'interprétation sont peu pertinents, car il considère la mécanique matricielle comme un algorithme de prédiction. Par contre, puisque, pour Schrödinger, la fonction d'onde ψ correspond à quelque chose de physiquement réel, il doit trouver une interprétation réaliste à ψ. Schrödinger interprète la fonction d'onde ψ comme ayant un caractère électromagnétique. De plus, il croit que la réalité physique est de nature purement ondulatoire. En effet, selon Schrödinger, une particule comme l'électron est un paquet d'ondes; autrement dit, la nature de l'électron est essentiellement ondulatoire et non corpusculaire. Toutefois, il s'avère que l'interprétation réaliste de Schrödinger de la fonction d'onde ψ n'est pas satisfaisante.

Dans la prochaine section, nous montrons, en tenant compte de la brève introduction historique que nous venons d'esquisser pour la compréhension des enjeux, qu'il existe en mécanique quantique un débat métaphysique entre le réalisme et l'antiréalisme. L'existence d'un tel débat dans un domaine donné, en l'occurrence en mécanique quantique, est une condition nécessaire à l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de ce domaine.

2.2 Le débat métaphysique en mécanique quantique

Dans cette section, nous abordons le débat Bohr-Einstein à propos de la mécanique quantique à travers certains problèmes d'interprétation. Nous soutenons que ce débat est un débat métaphysique entre le réalisme d'Einstein et l'antiréalisme de Bohr. Par conséquent, nous pouvons appliquer l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la mécanique quantique et cette analyse sera l'objet du chapitre 4 intitulé “La métaphysique antiréaliste de la mécanique quantique”. De plus, nous montrons dans la prochaine section que le choix d'une doctrine métaphysique a un impact dans la pratique quotidienne du physicien, ce qui, selon Dummett, donne une signification aux questions métaphysiques.

2.2.1 Le débat Bohr-Einstein

Comme nous l'avons vu, dès le début de sa formulation par Heisenberg et Schrödinger en 1925 et en 1926, des problèmes d'interprétation surgissent en mécanique quantique. Un premier niveau d'interprétation d'une théorie physique donne une signification aux termes et aux énoncés de la théorie en reliant ceux-ci au monde extralinguistique. Cependant, un deuxième niveau d'interprétation entre en jeu lorsqu'on s'interroge sur la signification d'une théorie physique. En d'autres termes, ce deuxième niveau d'interprétation nous permet de comprendre comment est le monde selon une théorie physique donnée. En mécanique quantique, les conséquences de ces problèmes d'interprétation sont multiples. Entre autres, les notions de déterminisme et de causalité, essentielles à la physique classique, sont remises en question par le caractère purement probabiliste de la mécanique quantique.

Ce caractère probabiliste découle de l'interprétation que fait Max Born de la fonction d'onde, laquelle décrit l'état d'un système quantique. Cette interprétation de la fonction d'onde est acceptée par la très grande majorité des physiciens et des philosophes des sciences qui s'intéressent à la mécanique quantique. Pour Born, la fonction d'onde est une amplitude de probabilité et le carré de son module[1] donne la probabilité de trouver le système quantique étudié, par exemple une particule, à un endroit donné en fonction du temps (Born, 1983). En fait, le module de la fonction d'onde au carré donne comme résultat la densité de probabilité qui est une fonction qui décrit la probabilité de trouver un système quantique dans un volume donné.

En physique classique, si nous connaissons l'état d'une particule à un instant donné, c'est-à-dire sa position **r** et sa quantité de mouvement **p**, nous pouvons connaître sa position et sa quantité de mouvement à tout instant grâce aux lois de cette théorie. Toutes les autres grandeurs physiques du système étudié sont déterminées pour chaque instant à partir de la connaissance de l'état initial, d'où le déterminisme de la physique classique. Selon l'interprétation de l'école de Copenhague, dont la principale figure est Bohr, la fonction d'onde, aussi appelée *vecteur d'état*, détermine de façon unique et complète l'état du système quantique étudié et sa connaissance ne nous permet que d'attribuer une distribution de probabilité aux valeurs que peut prendre une grandeur physique lors de la mesure de cette dernière, d'où l'indéterminisme de la mécanique quantique.

C'est en septembre 1927 que Bohr présente sa thèse sur la complémentarité qui stipule que les natures ondulatoire et corpusculaire des phénomènes quantiques, quoique exclusives, ne sont pas contradictoires mais complémentaires. En fait, la thèse initiale sur la complémentarité concerne l'impossibilité d'avoir en même temps une description causale et une

---

[1] $|\psi|$ dénote le module de la fonction d'onde ψ et $|\psi|^2 = \psi^*\psi$ où ψ^* est le conjugué complexe de ψ.

description spatio-temporelle d'un phénomène quantique dont, selon Bohr, la réunion caractérise la physique classique. Après de longues et ardues discussions entre Bohr et Heisenberg, ces derniers dont dépendait en très grande partie l'interprétation de l'école de Copenhague conviennent que les relations d'indétermination de Heisenberg découlent du principe de complémentarité.

À partir de la Cinquième Conférence de Physique de l'Institut de Solvay, tenue en octobre 1927 (Baggott, 1992, p. 89-90; Fine, 1996, p. 26-29; Jammer, 1974, p. 109-121), qui réunit les plus éminents physiciens de cette époque, dont Bohr et Einstein, un débat s'établit entre ces derniers qui durera plusieurs années. Au début de ce débat, Einstein, n'acceptant pas l'indéterminisme de la mécanique quantique, essaie de prendre en défaut les relations d'indétermination et le principe de complémentarité à l'aide d'une série d'expérimentations de pensée (*Gedankenexperiment*). Il tente de montrer, avec ces ingénieuses expérimentations de pensée, que l'on peut déterminer avec une précision arbitraire la valeur de deux variables conjuguées ou de décrire explicitement et de façon simultanée les aspects ondulatoire et corpusculaire d'un même processus physique.

Plus tard dans le débat, Einstein, admettant l'impossibilité de connaître simultanément la valeur de deux variables conjuguées, par exemple les composantes en x de $\mathbf{r}$ et de $\mathbf{p}$, croit néanmoins que chacune de ces variables conjuguées possède en soi une valeur déterminée. Il rejette le caractère probabiliste de la mécanique quantique en prétendant que les probabilités de la mécanique quantique sont épistémiques et non ontologiques et en déduit que la mécanique quantique est incomplète. Sa conception de la nature des probabilités en mécanique quantique amène Einstein à une interprétation statistique de celle-ci, ce qui revient à dire que l'information contenue dans la fonction d'onde est non seulement incomplète, mais qu'elle s'applique à un ensemble formé d'un très grand nombre de systèmes quantiques identiques plutôt qu'à un seul de ces systèmes. À chacune des expérimentations de pensée proposée par Einstein tout au long du débat, Bohr conçoit une réponse qui défend avec succès l'interprétation de l'école de Copenhague qui deviendra l'interprétation standard de la mécanique quantique non relativiste.

Le point culminant du débat Bohr-Einstein est la parution d'un article, écrit en 1935 par Einstein, Podolsky et Rosen, intitulé "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" dans lequel les auteurs mettent, une fois de plus, à l'épreuve la théorie quantique à l'aide d'une nouvelle expérimentation de pensée. Voici brièvement l'argumentation de cet article qui est communément appelée paradoxe EPR, pour Einstein, Podolsky et Rosen. La mécanique quantique permet de décrire l'évolution d'un système composé de deux particules ayant préalablement interagi, par une fonction d'onde dite *intriquée* ou *enchevêtrée*. La particularité de cette fonction d'onde intriquée est que lorsque l'on effectue une mesure d'une grandeur physique sur la première particule, le résultat de cette mesure nous permet de connaître instantanément et avec certitude la valeur de cette même grandeur physique pour la deuxième particule et cela, sans faire de mesure sur cette dernière et même si les deux particules sont séparées d'une très grande distance. On dit alors que ces deux particules sont corrélées.

Puisqu'un signal de la première particule à la seconde particule pour informer cette dernière qu'une mesure a été effectuée sur la première ne peut être instantané en vertu de la théorie de la relativité restreinte qui stipule que la vitesse d'un signal ne peut dépasser la vitesse de la lumière, Einstein, Podolsky et Rosen en concluent que les particules possèdent en soi les valeurs de la grandeur physique mesurée depuis leur interaction initiale. Pour leur argumentation, les auteurs caractérisent ce qu'est un élément de réalité physique : "*If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty (i.e., with probability equal to unity) the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity*." (Einstein, Podolsky et Rosen, 1935, p. 777). Toute l'argumentation des auteurs de l'article repose sur cette caractérisation d'un élément de réalité physique. Cette définition est une condition suffisante et non nécessaire de réalité physique.

De plus, pour les auteurs, une théorie physique est dite *complète* si : "*every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*." (Einstein, Podolsky et Rosen, 1935, p. 777). D'après les auteurs, puisque, premièrement, nous pouvons connaître avec certitude et sans la perturber, la valeur de deux variables conjuguées de la deuxième particule en effectuant des mesures sur la première particule et que, deuxièmement, la mécanique quantique ne permet pas de déterminer simultanément les valeurs de ces éléments de réalité physique pour la deuxième particule, alors elle est incomplète.

La réplique de Bohr s'attaque directement au concept d'élément de réalité physique qu'il trouve ambigu : "an ambiguity as regards the meaning of the expression «without in any way disturbing a system.»" (Bohr, 1935, p. 700). Dans sa conception de la mécanique quantique, Bohr pense que, pour connaître la valeur d'une grandeur physique d'un système quantique, il faut faire une mesure sur ce système à l'aide d'un appareil. Selon lui, un système quantique ne possède pas en soi de propriétés intrinsèques; les propriétés d'un système quantique n'ont de sens que par rapport à des instruments de mesure. Pour Bohr, tout comme la théorie de la relativité rend le continuum espace-temps relatif aux systèmes de référence, la théorie quantique rend les propriétés d'un système quantique relatives aux instruments de mesure utilisés. Par conséquent, dans sa critique de l'argumentation d'Einstein, Podolsky et Rosen, Bohr souligne que, même si on connaît la valeur d'une grandeur physique de la seconde particule sans perturber celle-ci, il n'en demeure pas moins qu'au préalable, il a fallu effectuer une mesure de cette grandeur physique sur la première particule à l'aide d'un appareil pour justement connaître la valeur de cette grandeur pour la seconde particule.

En fait, les deux particules, ayant initialement interagi, forment un système quantique en soi que l'on a perturbé par l'acte de mesure d'une grandeur physique. Cette mesure effectuée à l'aide d'un appareil expérimental est, selon Bohr, une condition qui rend ambiguë la notion d'élément de réalité physique telle que caractérisée dans l'article d'Einstein, Podolsky et Rosen. Nous pensons que le fait que toute l'argumentation de ces derniers et la réplique de Bohr soient fondées sur le concept d'élément de réalité physique est une indication suffisamment forte pour soutenir que cette partie du débat Bohr-Einstein à propos de l'article d'Einstein, Podolsky et Rosen est métaphysique.

De plus, dans les derniers écrits d'Einstein à propos de la mécanique quantique, il semble clair que ce qui le dérange à propos de cette théorie est la question de la réalité physique. En d'autres termes, il reproche à l'interprétation standard de la mécanique quantique de renoncer à tout critère minimum de réalité en ce qui concerne les entités théoriques de cette théorie. Dans une lettre adressée à Born et rédigée en 1954, environ un an avant la mort d'Einstein, le physicien Wolfgang Pauli écrit :

> In particular, Einstein does not consider the concept of 'determinism' to be as fundamental as it is frequently held to be (as he told me emphatically many times) [...] Einstein's point of departure is 'realistic' instead of 'deterministic', which means that his philosophical prejudice is a different one (Born, 1971, p. 221)

Même après le décès d'Einstein et de Bohr, le débat a continué sans eux et suscite encore de nos jours une vive attention. Plusieurs physiciens et philosophes des sciences ont relaté et commenté le débat Bohr-Einstein (Baggott, 1992, p. 89-102; Fine, 1996, p. 18-35; Jammer, 1974, p. 108-158; Pais, 1991, p. 425-431; Zwirn, 2000, p. 191-197). N'oublions pas qu'Einstein et Bohr sont les principaux interlocuteurs d'un débat à propos de l'interprétation de la mécanique quantique qui sévit dans la communauté des physiciens de cette époque. D'autres physiciens participent à ce débat dont Heisenberg, le collaborateur de Bohr. Certains d'entre eux commentent l'article d'Einstein, Podolsky et Rosen soit dans des articles publiés, soit dans une correspondance privée. Dans ce débat, Bohr est le représentant de l'école de Copenhague dont font patrie, entre autres, Born, Jordan, Heisenberg et Pauli; Einstein est leur principal opposant, mais il y a aussi, de son côté, Schrödinger, de Broglie et, vers 1950, Bohm.

Nous pensons que même si le débat Bohr-Einstein comporte des questions à propos de la nature des théories physiques, du but de la science, de la complétude de la mécanique quantique, du déterminisme et de la causalité, il n'en demeure pas moins que c'est fondamentalement un débat métaphysique qui met en jeu des conceptions de la constitution du monde quantique qui sont complètement différentes. Tout comme le débat métaphysique entre platonisme et intuitionnisme en mathématiques soulève des questions ontologiques et épistémologiques, le débat Bohr-Einstein est, d'après nous, un débat métaphysique qui soulève des questions de même nature.

Malgré les subtilités de la pensée de chacun des protagonistes (Bohr, 1961, p. 55-108; Fine, 1996, chap. 6, p. 86-111; Honner, 1987, chap. 3, p. 71-107), nous pouvons qualifier la position métaphysique à propos de la mécanique quantique adoptée par Einstein de réaliste et celle adoptée par Bohr d'antiréaliste. Dans le contexte de ce débat métaphysique en mécanique quantique, par les termes *réalisme* et *antiréalisme*, nous entendons les définitions suivantes : le réalisme est une position métaphysique qui prône l'idée de l'existence d'une réalité indépendante de la connaissance et de la perception humaines qui est préconstituée d'objets possédant des propriétés intrinsèques en vertu de laquelle les énoncés portant sur ces objets sont soit vrais, soit faux, tandis que l'antiréalisme est une position métaphysique qui nie le réalisme. Les objets de la mécanique quantique sont les entités théoriques contenues dans cette théorie comme, entre autres, les électrons, les protons, les neutrons et les photons.

Remarquons tout d'abord que, d'une part, Einstein et ses collaborateurs de l'article de 1935, en caractérisant les éléments de réalité physique tels qu'ils l'ont fait, adhèrent au réalisme puisque ces éléments de réalité physique existent indépendamment de la perception. Ils possèdent en soi des propriétés ou sont eux-mêmes des propriétés. D'autre part, Bohr, en prétendant que l'existence des objets quantiques et de leurs propriétés dépend de la mesure effectuée par des dispositifs expérimentaux, adhère à l'antiréalisme tel que défini ci-dessus, vu que ces objets quantiques ainsi que leurs propriétés n'existent pas en soi, c'est-à-dire indépendamment de la perception.

Nous pensons donc à l'instar de plusieurs physiciens et philosophes que le débat Bohr-Einstein est un débat qui oppose deux positions métaphysiques diamétralement opposées. Entre autres, selon le physicien Baggott, les positions métaphysiques de Bohr et d'Einstein qu'il qualifie de positions philosophiques sont à la source du débat : "The conflict between these philosophical positions formed the basis of the Bohr-Einstein debate." (Baggott, 1992, p. 211). Selon Baggott, Einstein a une position métaphysique réaliste et Bohr une position métaphysique qu'il qualifie de positiviste. Ce positivisme attribué à Bohr est en fait une forme de phénoménisme, lequel est considéré comme une position métaphysique antiréaliste.

Pour sa part, le philosophe Hübner pense que Bohr et Einstein adhèrent à des principes complètement différents :

> one (espoused by Einstein) according to which physical reality consist of substances which possess proprieties independently of their relations to other substances, and the other (espoused by Bohr) according to which reality is essentially a relation between substances, measurement being a special case of such a relation (Jammer, 1974, p. 157).

Dans le cadre de la mécanique quantique, nous interprétons les deux principes énoncés par Hübner comme des principes métaphysiques puisque ceux-ci décrivent évidemment des conceptions différentes de la constitution du monde quantique : d'une part, le réalisme d'Einstein et d'autre part, l'antiréalisme de Bohr. En effet, la description de Hübner du principe adopté par Einstein correspond en tout point à la position métaphysique réaliste. Par contre, selon Hübner, Bohr adopte le principe selon lequel la constitution de la réalité se situe dans la relation entre des substances. Cette interprétation relationnelle de la mécanique quantique revient à dire que la réalité physique se trouve dans la relation entre le système quantique étudié et un appareil de mesure. Selon nous, cette conception du monde quantique attribuée à Bohr par Hübner est par essence antiréaliste car, d'après cette conception, le monde quantique n'existe pas en soi, mais par rapport à des appareils de mesure. Pour sa part, le physicien Klein écrit ceci à propos du débat Bohr-Einstein : "Leur débat portait sur le concept même de réalité physique." (Klein, 2000, p. 193). Nous pensons donc avoir montré que le débat Bohr-Einstein est essentiellement un débat métaphysique à propos des entités théoriques en mécanique quantique.

2.2.2 Le réalisme d'Einstein et l'antiréalisme de Bohr

Pour appuyer nos conclusions selon lesquelles Einstein adopte une position réaliste et Bohr une position antiréaliste en mécanique quantique, nous énumérons dans cette sous-section une série de références bibliographiques. Dans la littérature, Bohr est associé à une position métaphysique antiréaliste au sens décrit plus haut. Entre autres, le philosophe des sciences Fine (1996, p. 112) qualifie la position philosophique de Bohr de *non réaliste* et le physicien Selleri la qualifie d'*antiréaliste* (Selleri, 1990, p. 321).

Tout comme Baggott (1992, p. 157), les philosophes Popper (1982, p. 172) et Bunge (2003, p. 453) qualifient la position philosophique adoptée par Bohr de *positiviste*. Ce qui est entendu par *positivisme* est une position philosophique très proche du phénoménisme de Mach pour lequel les connaissances sont fondées sur les faits, c'est-à-dire sur l'expérience du monde macroscopique par les sensations, et pour lequel la métaphysique, entendue comme discours spéculatif, doit être exclue de la science. Dans le cas de la mécanique quantique, ce positivisme attribué à Bohr implique qu'on ne peut produire un énoncé sur une propriété d'un système quantique sans qu'un appareil expérimental macroscopique ne mesure cette propriété et que, sans cette mesure, un énoncé portant sur cette propriété est pure spéculation. Ce type de positivisme est une des formes que prend l'antiréalisme par rapport aux entités théoriques de la science et, en particulier, de la mécanique quantique.

Par ailleurs, en ce qui a trait à la signification des énoncés, la pensée de Bohr a des affinités avec le positivisme logique du Cercle de Vienne. Selon Bohr, un énoncé portant sur la position d'un électron n'a pas de sens sans la détection de celui-ci à un endroit donné par un appareil de mesure. La signification d'un énoncé portant sur les entités théoriques de la mécanique quantique est donc déterminée par l'appareil de mesure. La conception bohrienne de la signification des énoncés est donc très proche de celle du positiviste logique selon laquelle la signification est la méthode de vérification.

De plus, Bohr porte une grande attention au langage et à la communication. À ce propos, selon Petersen, un des proches collaborateurs de Bohr pendant de nombreuses années, ce dernier aurait déclaré : "What is it that we humans depend on? We depend on our words. We are suspended in language. Our task is to communicate experience and ideas to others" (Petersen, 1963, p. 10). Pour Bohr, c'est l'application des concepts de la physique classique au monde quantique qui est le fondement des problèmes d'interprétation de la mécanique quantique.

Toujours selon Petersen, Bohr aurait dit ceci à propos du monde quantique : "There is no quantum world. There is only an abstract physical description. It is wrong to think that the task of physics is to find out how nature is. Physics concerns what we can say about nature." (Petersen, 1963, p. 12). D'après cette citation, nous pouvons constater clairement l'antiréalisme de Bohr par rapport au monde quantique. Voici une autre citation de Bohr nous montrant son antiréalisme à propos des objets de la mécanique quantique : "aucun renseignement sur un phénomène qui se trouve, en principe, hors du champ de la physique classique, ne peut être interprété comme une information sur des propriétés indépendantes des objets" (Bohr, 1961, p. 44). Selon Bohr, un phénomène en mécanique quantique n'est pas seulement le système quantique observé, mais comprend aussi par quoi il est observé : "le mot *phénomène* s'applique exclusivement quand on se réfère à des observations obtenues dans des circonstances spécifiées, y compris la description de tout le dispositif expérimental" (Bohr, 1961, p. 103-104).

Quoique Heisenberg ne partage pas tous les aspects du point de vue de Bohr à propos de l'interprétation de la mécanique quantique, il n'en demeure pas moins que sa position métaphysique est, elle aussi, antiréaliste. Voici une citation de Heisenberg qui confirme cette position antiréaliste : "et il faut nous rappeler que ce que nous observons, ce n'est pas la Nature en soi, mais la Nature exposée à notre méthode d'investigation" (Heisenberg, 1961, p. 50). En résumé, pour Bohr et l'école de Copenhague, on ne peut parler d'un système quantique et de ses propriétés indépendamment des instruments de mesure. Une propriété physique du système quantique n'appartient pas en soi à celui-ci, mais à l'ensemble constitué de ce système et de l'appareil de mesure : "Ce n'est que par commodité de langage que nous attribuons la propriété mesurée au système lui-même" (Zwirn, 2000, p. 195). Ainsi, Bohr et l'école de Copenhague adhèrent à une métaphysique antiréaliste à propos des entités théoriques de la mécanique quantique.

Par contre, dans la littérature, Einstein est considéré comme adhérant à une position métaphysique réaliste (Baggott, 1992, p. 157; Fine, 1996, p. 112; van Fraassen, 1991, p. 241). Plusieurs citations d'Einstein confirment le réalisme de celui-ci. Pour Einstein, les entités théoriques de la physique correspondent à des entités qui existent indépendamment de la connaissance et de la perception humaines : "the concepts of physics relate to a real outside world, that is, ideas are established relating to things such as bodies, fields, etc., which claim a 'real existence' that is independent of the perceiving subject" (Born, 1971, p. 170). Einstein continue ce passage en disant que sans l'hypothèse de l'indépendance de l'existence des objets, penser le monde physique ne serait plus possible : "physical thinking in the familiar sense would not be possible" (Born, 1971, p. 170).

Selon Einstein, cette existence réelle des objets de la mécanique quantique est caractérisée par des grandeurs physiques qui ont des valeurs simultanément déterminées : "The (free) particle really has a definite position and a definite momemtum even if they cannot both be ascertained by measurement in the same individual case" (Born, 1971, p. 169). Par ailleurs, dans un article non publié, Podolsky, un des collaborateurs d'Einstein au fameux article de 1935, répondant à des critiques selon lesquelles leur argumentation dans cet article est un sophisme, conclut comme suit : "If independent existence of physical reality is not accepted, there is no common ground for the discussion" (Jammer, 1974, p. 193). Cette dernière citation montre que le collaborateur d'Einstein adopte une position réaliste en ce qui a trait aux entités de la mécanique quantique.

D'après Einstein, la notion de réalité physique est identique en mécanique quantique et en relativité, c'est-à-dire que chaque objet (particule, champs, etc.) existant indépendamment des autres objets peut être décrit dans un continuum spatio-temporel et que ces objets possèdent simultanément des propriétés intrinsèques. De plus, selon Einstein, "it is basic for physics that one assumes a real world existing independently from any act of perception" (Fine, 1996, p. 95). Contrairement à Bohr pour qui la tâche de la physique n'est pas de trouver comment est, en soi, le monde physique, mais plutôt concerne ce que nous pouvons en dire, Einstein pense que :

"Physics is an attempt conceptually to grasp reality as it is though independently of its being observed. In this sense, one speaks of 'physical reality'." (Schilpp, 1970, p. 81). Bref, Einstein croit en l'existence d'objets qui possèdent simultanément des propriétés intrinsèques et cette existence est indépendante de la perception humaine. Cette conception de la réalité des objets physiques vaut pour la physique en général et, par conséquent, pour la mécanique quantique. Ainsi, Einstein adhère à une métaphysique réaliste à propos des entités théoriques de la mécanique quantique.

En conclusion, dans cette section, nous pensons avoir montré de façon convaincante que le débat Bohr-Einstein est un débat métaphysique à propos des entités théoriques de la mécanique quantique. En outre, la notion d'élément de réalité physique est une notion centrale dans une partie importante du débat concernat l'interprétation de la mécanique quantique : d'une part, toute l'argumentation de l'article d'Einstein, Podolsky et Rosen de 1935 est fondée sur cette notion et, d'autre part, Bohr s'attaque directement à cette notion dans sa réplique à cet article. Par-dessus tout, ce débat oppose le réalisme d'Einstein à l'antiréalisme de Bohr. Le débat Bohr-Einstein est fondamentalement un débat qui oppose deux visions de la constitution du monde quantique et qui a des répercussions sur des questions autant ontologiques qu'épistémologiques. L'existence d'un débat métaphysique entre réalisme et antiréalisme en mécanique quantique fait de la classe des énoncés de la mécanique quantique une excellente candidate pour y appliquer l'analyse dummettienne des débats métaphysiques.

2.3 Conséquences du choix d'une métaphysique en mécanique quantique

Dans cette section, nous montrons que le choix d'une métaphysique réaliste ou antiréaliste a un impact dans la vie quotidienne du physicien. Nous avons vu à la section 1.3 que, contrairement à Wittgenstein, Dummett affirme que les débats métaphysiques ont une signification puisque l'adhésion à différentes doctrines métaphysiques a pour conséquence une conduite différente dans la vie quotidienne. Dummett prend comme exemple paradigmatique pour illustrer son affirmation le débat métaphysique en mathématiques entre le platonisme et l'intuitionnisme. Comme nous l'avons vu, dans leur pratique quotidienne, les intuitionnistes ne considèrent comme démonstrations acceptables que des démonstrations constructives et il en découle que certaines lois de la logique classique, comme celle du tiers exclu, sont tenues pour invalides du point de vue des intuitionnistes. Dans leur pratique quotidienne, les mathématiciens platonistes et intuitionnistes n'agissent donc pas de la même manière : ils utilisent des logiques différentes pour gérer les inférences qu'ils font dans leurs démonstrations. Par exemple, il n'y a pas de démonstration par l'absurde dans l'intuitionnisme. Le but de cette section est de montrer que l'adoption d'une doctrine métaphysique chez les physiciens, tout comme chez les mathématiciens, a un impact dans leur pratique quotidienne.

2.3.1 Théorie physique et la notion d'interprétation

Nous voulons mettre en évidence que l'adhésion d'un physicien à une doctrine métaphysique, en mécanique quantique, le fait souscrire à une interprétation particulière qui impose, dans son travail, des contraintes sur le plan méthodologique. Ces contraintes sont différentes selon l'adoption d'une métaphysique donnée. Pour l'instant, nous voulons clarifier la situation à propos de la notion d'interprétation. Nous considérons que l'interprétation d'une théorie physique se situe à deux niveaux. Entre autres, le premier niveau interprète le formalisme F d'une théorie physique T à l'aide d'un ensemble de règles de correspondance R. Ceci revient à définir une sémantique, c'est-à-dire à donner une signification aux symboles du formalisme F de la théorie T. Ce premier niveau d'interprétation établit donc les règles qui déterminent quel élément du formalisme F correspond à quelle grandeur physique ou quantité mesurable. Ce niveau d'interprétation est souvent implicite dans la théorie physique.

Le second niveau d'interprétation apparaît lorsqu'on veut répondre à des questions à propos de la compréhension, de la signification ou du sens de la théorie physique T. Pour van Fraassen, ce niveau d'interprétation doit répondre aux questions suivantes qui, selon lui, reviennent à la même chose : "Under what conditions is this theory true? What does it say the world is like?" (van Fraassen, 1991, p. 242). Ce deuxième niveau d'interprétation est donc à propos de la vision du monde (*Weltanschauung*) que la théorie physique peut nous fournir, c'est-à-dire avec son pouvoir explicatif. Selon Jammer, ce niveau d'interprétation revient à interpréter l'ensemble formé par le formalisme F et les règles de correspondance R, dénoté F_R, et c'est ce niveau d'interprétation qui donne lieu à des débats philosophiques : "It is the interpretation of

F_R which gives rise to the much debated philosophical problems in physics, such as the ontological question of «physical reality» or the metaphysical issues of «determinism versus indeterminism.»" (Jammer, 1974, p. 11). C'est donc au second niveau d'interprétation que se situe le questionnement relatif au positionnement métaphysique.

Selon Jammer (1974, p. 11), il existe un troisième type d'interprétation de la théorie physique introduit par la construction de modèles. Un modèle M d'une théorie physique T est une structure qui satisfait cette théorie (van Fraassen, 1980, p. 44). Par exemple, le modèle du système planétaire est une structure composée d'une étoile et de planètes qui satisfait la mécanique newtonienne; cette structure est généralement abstraite puisqu'elle est fréquemment formulée en termes mathématiques. Tandis que Jammer (1974, p. 12) considère que les trois types d'interprétation sont différents, van Fraassen (1991, p. 243), avec son approche sémantique des théories scientifiques, inclut les modèles dans la théorie T et n'admet qu'un seul type d'interprétation, en l'occurrence le deuxième niveau tel que nous l'avons défini ci-dessus. Pour notre part, nous incluons la construction de modèles dans le premier niveau d'interprétation car, pour notre propos, nous n'avons pas besoin d'une analyse aussi fine de ce premier niveau d'interprétation puisque c'est le deuxième niveau d'interprétation qui nous intéresse.

Malgré des points de vue divergents en ce qui a trait au concept d'interprétation, Jammer et van Fraassen sont néanmoins d'accord en ce qui concerne le second niveau d'interprétation d'une théorie physique : ce niveau d'interprétation ajoute quelque chose. Selon Jammer (1974, p. 12), il ajoute des principes à F_R et selon van Fraassen (1991, p. 243), il ajoute des variables cachées à la théorie physique, ce qui a pour conséquence de subsumer la théorie en question au nouvel ensemble composé de la théorie et de l'interprétation. Pour van Fraassen, les variables cachées sont essentiellement des facteurs que l'on ajoute à la théorie physique. Par exemple, en mécanique quantique, selon Zeilinger (1996, p. 2), l'interprétation probabiliste de Born de la fonction d'onde fait partie du premier niveau d'interprétation et, selon van Fraassen (1991, p. 244), elle fait partie de la théorie. Cependant, le questionnement par rapport à la nature des probabilités déduites de la fonction d'onde, à savoir si ces probabilités sont le signe de notre ignorance ou non, se situe sur le plan du deuxième niveau d'interprétation. En effet, pour résoudre la question de la nature des probabilités quantiques, on doit ajouter quelque chose à la théorie comme, par exemple, affirmer que la fonction d'onde décrit de façon incomplète un système quantique.

Une autre illustration d'un tel ajout en mécanique quantique est le principe de complémentarité de Bohr. Il est, en fin de compte, un ajout au premier niveau d'interprétation : c'est un principe explicatif par lequel on tente de mieux comprendre la théorie quantique et, par ce fait, il se situe donc au second niveau d'interprétation. C'est, dans la perspective de van Fraassen, une variable cachée, car le principe de complémentarité peut être considéré comme un facteur que l'on ajoute à la théorie. Par la suite, nous parlerons indifféremment de la théorie physique et du premier niveau d'interprétation qui inclut F_R et ses modèles; aussi, lorsque nous parlerons d'interprétation d'une théorie physique, nous ferons référence au deuxième niveau d'interprétation.

2.3.2 L'interprétation en mécanique quantique

La plupart des physiciens oeuvrant en mécanique quantique travaillent au premier niveau d'interprétation, c'est-à-dire au niveau de la théorie physique et laissent systématiquement de côté les questions métaphysiques et épistémologiques. Ce niveau d'interprétation est appelé par Redhead (1987, p. 44) *interprétation instrumentaliste minimale* laquelle est essentiellement composée, selon lui, de deux algorithmes : un algorithme de quantification qui calcule les valeurs possibles d'une grandeur physique d'un système quantique et un algorithme statistique qui calcule la probabilité d'obtenir ces valeurs lors d'une mesure de la grandeur physique. Seule une minorité de physiciens est encline à vouloir débattre des questions philosophiques à propos de l'interprétation de la mécanique quantique.

Malgré la réticence, sinon la répugnance dans certains cas, de la majorité des physiciens à s'intéresser aux questions philosophiques, ceux-ci adhèrent néanmoins à l'interprétation standard de la mécanique quantique non relativiste sans la critiquer. En effet, selon la physicienne Fox-Keller (1985, p. 140-141), pour la majorité des physiciens, les réponses aux questions concernant la signification de la mécanique quantique sont données une fois pour toutes par l'interprétation de l'école de Copenhague et que de nouveaux questionnements à ce propos sont rejetés en prétextant que ceux qui les formulent ne comprennent pas le sujet. De tels questionnements sont qualifiés de *philosophiques* et ne sont pas, d'après eux, du ressort des physiciens. Paradoxalement, selon Fox-Keller (1985, p. 141), si on s'enquiert de façon sérieuse auprès de ces physiciens de ce que l'interprétation de l'école de Copenhague affirme selon eux, on obtient alors une variété de réponses souvent différentes et même parfois contradictoires. Même si c'est une minorité de physiciens qui s'intéresse aux débats métaphysiques dans le domaine de la mécanique quantique, cela ne réduit en rien l'importance de ces débats.

Toutefois, certains physiciens n'adhèrent pas à l'interprétation standard de la mécanique quantique. Selon Klein (2000, p. 195), les attitudes des physiciens à l'égard de l'interprétation de la mécanique quantique se répartissent schématiquement en trois catégories. La première est l'acceptation de l'interprétation de l'école de Copenhague. Comme nous l'avons vu, la plupart des physiciens acceptent cette interprétation. La seconde attitude est de rejeter cette interprétation tout en conservant la théorie quantique, c'est-à-dire son formalisme F, ses règles de correspondance R et ses modèles. La solution que prône cette seconde attitude est la conception d'une nouvelle interprétation. La troisième attitude est ce que Klein appelle le *malaise constructif* et consiste à modifier la théorie quantique tout en concevant une interprétation pour la nouvelle théorie. Nous emploierons le terme *théorie quantique modifiée* pour faire référence à une telle théorie. Notons que pour Jammer (1974, p. 14), la nouvelle théorie T' pourrait être vue comme une interprétation d'un quatrième type puisqu'elle est le résultat d'une interprétation de la théorie originale T. Les physiciens de Broglie et Bohm s'inscrivent dans l'attitude du malaise constructif.

Le malaise constructif est causé par un embarras philosophique surtout à propos des concepts de réalité physique, de déterminisme et de causalité. Par exemple, le fait que, selon l'interprétation standard de la mécanique quantique, une particule ne possède pas simultanément une position et une quantité de mouvement de façon précise heurte la conception classique de l'objet physique. Selon cette conception, un objet physique possède en soi ses propriétés et, ce, de façon simultanée. L'interprétation de l'école de Copenhague est donc en conflit avec le cadre catégoriel de la physique classique. Un cadre catégoriel est, selon Hughes, un ensemble de présupposés ontologiques et métaphysiques à propos d'une théorie physique : "A categorial framework is a set of fundamental metaphysical assumptions about what sorts of entities and what sorts of process lie within the theory's domain." (Hughes, 1989, p. 175).

D'après nous, une interprétation de la mécanique quantique est construite à partir d'un cadre catégoriel. Il en est de même pour une théorie quantique modifiée. Par exemple, Schrödinger a tenté de réduire tous les phénomènes quantiques à un seul type d'entités, c'est-à-dire des ondes de nature électromagnétique. Ces entités font donc partie du cadre catégoriel de Schrödinger. Nous pouvons aussi qualifier le cadre catégoriel conçu par Schrödinger de réaliste, car il adhère à une métaphysique réaliste en ce qui a trait aux entités de ce cadre puisque ces dernières existent indépendamment de la connaissance que nous en avons. L'interprétation de Schrödinger de la mécanique quantique est donc définie à partir de ce cadre catégoriel.

2.3.3 Les problèmes de la nature des probabilités et de la mesure

Les différentes interprétations de la mécanique quantique essaient, en outre, de saisir la nature des probabilités en tentant de répondre à des questions telles que : est-ce que les probabilités quantiques reflètent notre ignorance de l'état d'un système quantique ou sont-elles inhérentes à celui-ci? Sont-elles subjectives ou objectives? Par exemple, comme nous l'avons vu, Einstein, entre autres, pense que les probabilités de la mécanique quantique sont dues à notre ignorance, car la fonction d'onde décrit de façon incomplète l'état d'un système quantique. Nous avons vu qu'Einstein considère la mécanique quantique incomplète puisqu'il adopte une position métaphysique réaliste selon laquelle les objets quantiques possèdent en soi leurs propriétés simultanément. Il en résulte que la position prise à l'égard de la nature des probabilités dépend du cadre catégoriel adopté qui lui-même reflète l'adoption d'une métaphysique pour le monde quantique.

En mécanique quantique, un des points les plus importants en litige et qui suscite le plus de réflexion est ce qui est communément appelé dans la littérature le *problème de la mesure*. Pour tenter de résoudre ce problème, plusieurs interprétations ont vu le jour. Tout comme le problème de la nature des probabilités quantiques, le problème de la mesure est lui aussi lié au problème métaphysique de la réalité physique comme nous allons le voir. Nous n'allons qu'esquisser ce problème important car une explicitation complète de celui-ci n'est pas nécessaire dans le cadre de notre recherche.

Supposons que nous ayons un électron dans une boîte B hermétiquement close et sous vide. La boîte B peut être scindée en deux en fermant une double cloison à glissières qui est initialement ouverte. L'état de l'électron dans la boîte B est décrit par une fonction d'onde $\psi(x, y, z, t)$ dont le module au carré, évalué à un endroit déterminé (x, y, z) dans la boîte B, donne la probabilité de trouver l'électron à cet endroit à l'instant t. En fermant la double cloison, nous scindons la boîte B en deux boîtes B_1 et B_2. Transportons B_1 à Paris et B_2 à Tokyo. Nous avons maintenant une nouvelle situation décrite non plus par une seule fonction d'onde ψ mais par deux fonctions d'onde ψ_1 et ψ_2 : ψ_1 est définie dans le volume de la boîte B_1 et ψ_2 est définie dans le volume de la boîte B_2. Il y a maintenant une probabilité P_1 de trouver l'électron dans la boîte B_1 à Paris et une probabilité P_2 de trouver l'électron dans la boîte B_2 à Tokyo de telle sorte que la somme de P_1 et de P_2 est égale à l'unité. La probabilité P_1 est déterminée en évaluant le module au carré de ψ_1 dans tout le volume de B_1; de même, la probabilité P_2 est déterminée en évaluant le module au carré de ψ_2 dans tout le volume de B_2.

Jusqu'à maintenant, la seule information que nous ayons sur la localisation de l'électron dans une des deux boîtes est la probabilité de trouver cet électron dans chacune de ces deux boîtes. Nous n'avons à partir de ψ_1 et ψ_2 aucune certitude sur la localisation de l'électron. Si nous effectuons une mesure, disons sur la boîte B_1 à Paris, nous pouvons nous assurer que l'électron est dans cette boîte ou n'y est pas. Dans chacun de ces cas, nous saurions avec certitude le résultat d'une observation effectuée ultérieurement sur B_2 à Tokyo. Si l'électron est dans la boîte à Paris, il est absent de la boîte à Tokyo et vice-versa. Dans une certaine mesure, cette expérimentation de pensée est similaire à celle du paradoxe EPR que nous avons vue lors de l'exposé sur le débat Bohr-Einstein.

Le point que nous voulons souligner est qu'immédiatement après la mesure, dans l'éventualité que nous trouvions l'électron dans la boîte B_1 à Paris, la probabilité P_1 devient égale à l'unité et la probabilité P_2 devient égale à zéro de telle sorte que l'état de l'électron est maintenant déterminé par deux nouvelles fonctions d'onde : ψ_1' pour la boîte B_1 et ψ_2' pour la boîte B_2 où $\psi_2' = 0$. Ce changement radical d'état lors d'une mesure effectuée sur un système quantique est appelé *réduction du paquet d'ondes*. La réduction du paquet d'ondes est le processus qui, lors de la mesure, transforme les fonctions d'onde ψ_1 et ψ_2 en nouvelles fonctions d'onde ψ_1' et ψ_2'.

Nous verrons au chapitre 3 que la réduction du paquet d'ondes aussi appelée *réduction du vecteur d'état* est un des postulats de la mécanique quantique standard. Un des aspects du problème de la mesure est de trouver une explication au phénomène de la réduction du paquet d'ondes lors d'une mesure puisque l'équation de Schrödinger qui détermine l'évolution dans le temps du système quantique ne peut rendre compte de ce phénomène. On se retrouve donc avec deux façons de traiter la dynamique d'un système quantique : lorsqu'il n'y a pas de mesure, l'équation de Schrödinger décrit de façon déterministe l'évolution de la fonction d'onde et lorsqu'on effectue une mesure, le résultat obtenu n'étant prévu au préalable que de façon indéterministe, la mesure engendre la réduction du paquet d'ondes. La réduction du paquet d'ondes est un processus complètement aléatoire puisque l'état du système quantique immédiatement après la mesure ne peut être connu, avant la mesure, que de façon probabiliste. Le but de nombreuses interprétations est de résoudre le problème de la mesure.

Nous pensons que le problème de la mesure est lié au problème de la réalité physique à travers le cadre catégoriel adopté. En physique classique, un objet possède des propriétés qui lui sont intrinsèques et lorsqu'on effectue une mesure sur cet objet, celle-ci ne fait que sonder l'objet pour mettre en évidence une propriété que l'objet possède en soi. On peut donc dire que l'état d'un système classique est la totalité de ses propriétés. Dans la perspective classique, l'acte de mesure est neutre. Par contre, dans la perspective de l'école de Copenhague, l'état d'un objet quantique décrit par la fonction d'onde ne nous permet que de connaître la probabilité d'obtenir telle valeur pour une propriété donnée si nous effectuons une mesure de cette propriété. Selon cette perspective, étant donné que les objets quantiques ne possèdent pas en soi des propriétés, mais que celles-ci sont déterminées lors de la mesure, la neutralité de l'acte de mesure doit être reconsidérée. En raison de leur position métaphysique différente, ces deux perspectives vont tenter de résoudre le problème de la mesure de façon très différente.

Pour nous, un cadre catégoriel décrit non seulement l'ontologie, mais aussi une vision de la constitution du monde quantique, c'est-à-dire un positionnement métaphysique tel que nous l'avons défini au tout début du chapitre 1. Par conséquent, un cadre catégoriel classique ou réaliste va imposer des contraintes différentes de celles d'un cadre catégoriel antiréaliste dans l'élaboration d'une interprétation qui voudra résoudre le problème de la mesure en mécanique quantique. Nous pensons avoir montré que le problème de la nature des probabilités et celui de la mesure sont subordonnés, ou tout au moins fortement corrélés, à l'adoption d'un cadre catégoriel reflétant un positionnement métaphysique. Par conséquent, l'adoption d'une doctrine métaphysique a donc un impact majeur dans l'élaboration d'une interprétation.

2.3.4 Les interprétations de la mécanique quantique et la métaphysique

Dans cette sous-section, notre but est de montrer que les interprétations de la mécanique quantique et des théories quantiques modifiées peuvent être divisées entre, d'un côté, les interprétations réalistes et, de l'autre, les interprétations antiréalistes. Cette partition est construite à partir d'une analyse de la métaphysique de chacune des interprétations; cette analyse met en évidence l'adoption d'une doctrine métaphysique pour chacune des interprétations. Pour illustrer cette analyse, nous décrivons sommairement quelques interprétations différentes de la mécanique quantique, mais plus particulièrement celle de l'école de Copenhague, celle des mondes multiples et celle de type à variables cachées. Dans la tripartition de Klein que nous avons vue, les interprétations dites à variables cachées et celles des mondes multiples correspondent à de nouvelles interprétations par rapport à celle de l'école de Copenhague, tout en gardant la théorie quantique intacte. De plus, nous décrivons les théories à variables cachées qui sont des théories quantiques modifiées résultant du malaise constructif. Nous voulons montrer par des exemples concrets d'interprétation que chacune de ces interprétations présuppose l'adoption d'une métaphysique qui est explicitée par un cadre catégoriel.

Il existe un grand nombre d'interprétations de la mécanique quantique et des théories quantiques modifiées. Nous regroupons sous le terme de *théories quantiques* l'ensemble composé par la mécanique quantique et les théories quantiques modifiées. Plusieurs de ces interprétations ont été conçues par des physiciens, mais beaucoup d'autres l'ont été par des philosophes qui se sont intéressés à la mécanique quantique comme, entre autres, Popper (1973, 1982) et van Fraassen (1991). Le partage des interprétations des théories quantiques en interprétations antiréalistes et en interprétations réalistes se fait par une analyse du cadre catégoriel de chacune de ces interprétations étant donné que le cadre catégoriel décrit non seulement l'ontologie en termes d'entités, mais aussi le statut ontologique de ces entités.

Nous avons vu que l'interprétation de l'école de Copenhague est une interprétation antiréaliste puisque les entités qu'elle décrit, comme, en outre, les électrons et les photons, ne possèdent pas en soi de propriétés. Ces propriétés sont relatives à un instrument de mesure. Par la suite, les objets quantiques tels que les atomes, les électrons, les photons, les protons, les neutrons, etc. seront réunis sous le vocable d'*ontologie standard des théories quantiques*. L'interprétation de l'école de Copenhague est construite principalement par Bohr, mais Born, Heisenberg et Pauli participent également à sa construction. On inclut dans cette interprétation les relations d'indétermination de Heisenberg et le principe de complémentarité de Bohr. Nous avons vu que l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde de Born est une partie intégrante des théories quantiques et n'est pas remise en question au niveau de l'interprétation.

Selon Heisenberg, la fonction d'onde "représente une tendance des phénomènes et de notre connaissance de ces phénomènes." (Heisenberg, 1961, p. 36). La réduction du paquet d'ondes est introduite par Heisenberg dans l'interprétation de l'école de Copenhague. Le problème de la mesure est résolu par l'idée d'une interaction irréversible entre le système quantique et l'instrument de mesure : à la suite d'une mesure, "l'équation du mouvement pour la fonction de probabilité contient maintenant l'influence de l'interaction avec le dispositif expérimental." (Heisenberg, 1961, p. 45).

Pour l'école de Copenhague, les paradoxes de la mécanique quantique sont causés par l'emploi du langage de la physique classique pour décrire le monde quantique. Le résultat de cet emploi est une limitation de l'applicabilité des concepts classiques au monde quantique. En outre, on ne peut rien dire de la position d'un système quantique entre deux mesures de position. Par conséquent, la notion de trajectoire classique perd son sens en mécanique quantique. Quoique, pour l'interprétation de l'école de Copenhague, un phénomène inclut le système quantique et l'appareil de mesure, il n'en demeure pas moins que, pour cette interprétation, c'est tout de même l'objet quantique qui est étudié. C'est relativement à l'objet quantique et non au phénomène tel que défini par l'interprétation de l'école de Copenhague que nous disons que celle-ci est une interprétation antiréaliste à savoir que les propriétés de l'objet quantique étudié n'existent pas indépendamment de l'appareil de mesure.

Il existe beaucoup d'interprétations réalistes de la mécanique quantique et des théories quantiques modifiées. Ce qui différencie ces interprétations les unes des autres, ce sont les différents cadres catégoriels sur lesquels elles se définissent. Nous avons déjà mentionné l'interprétation de Schrödinger comme étant une interprétation réaliste dont les entités sont exclusivement des ondes de nature électromagnétique. Certains cadres conceptuels sont plus singuliers que d'autres. Par exemple, Popper (1982, 1992) propose une interprétation à la fois réaliste et indéterministe. Dans le cadre catégoriel poppérien, les tendances dont Heisenberg fait mention ci-dessus sont réifiées et portent le nom de *propensions*. Ces propensions justifient ainsi la nature objective des probabilités quantiques. Quant à Bunge (2003), son interprétation réaliste se base sur un cadre catégoriel composé d'objets quantiques flous (*blurred*), c'est-à-dire d'objets quantiques dont les propriétés n'ont pas nécessairement de valeur déterminée de façon précise. Les cadres catégoriels conçus par Popper et Bunge tentent par l'intermédiaire de leur interprétation respective de trouver des solutions au problème de la mesure et à celui de la nature des probabilités quantiques. Les cadres catégoriels de Popper et Bunge, quoique réalistes, diffèrent du cadre catégoriel réaliste classique qui, appliqué aux théories quantiques, est composé d'une ontologie standard dont les entités (électrons, photons, etc.) possèdent en soi des propriétés déterminées.

L'interprétation modale est un exemple qui montre qu'une même solution au problème de la mesure peut conduire à l'élaboration de plusieurs interprétations dont les positionnements métaphysiques respectifs sont différents. L'instigateur de l'interprétation modale est van Fraassen (1991, p. 273-337) et, par cette interprétation, celui-ci a pour but essentiel de résoudre le problème de la mesure. Ce qui suit est une présentation succincte de l'interprétation modale.

Supposons qu'une fonction d'onde ψ décrivant un système quantique nous permette de prédire avec certitude, c'est-à-dire avec une probabilité égale à l'unité, que la valeur d'une propriété A serait α si on effectuait une mesure de cette propriété. En mécanique quantique standard, il y a, dans ce cas, une équivalence entre cette fonction d'onde ψ et la valeur définie α de la grandeur physique A de telle sorte que ψ si et seulement si α. Autrement dit, si l'état d'un objet quantique est décrit par la fonction d'onde ψ, alors la propriété A possède la valeur α et, réciproquement, si la propriété A du système quantique étudié possède la valeur α, alors l'état de ce système quantique est décrit par la fonction d'onde ψ. D'après nous, l'argument central de l'interprétation modale est la brisure de la symétrie de l'équivalence entre la fonction d'onde ψ et la valeur α de la propriété A. On peut traduire cette brisure sous la forme suivante : si ψ, alors α mais non la converse. Par conséquent, si l'état d'un objet quantique est décrit par la fonction d'onde ψ, alors la propriété A possède la valeur α, mais si la propriété A du système quantique étudié possède la valeur α, alors l'état de ce système quantique n'est pas nécessairement décrit par la fonction d'onde ψ. De cette façon, van Fraassen résout le problème de la mesure en éliminant la réduction du paquet d'ondes.

Telle que présentée par van Fraassen, son interprétation modale semble n'avoir aucun présupposé métaphysique. Les entités du cadre catégoriel de van Fraassen sont les objets de l'ontologie standard de la mécanique quantique standard. Mais cette interprétation a été construite de telle sorte qu'elle s'inscrit dans la perspective de l'empirisme constructif développé par van Fraassen (1980) lequel est une conception antiréaliste des théories scientifiques. Il y a donc dans le cadre catégoriel de l'interprétation modale de van Fraassen des présupposés métaphysiques implicites. De plus, van Fraassen (1991, p. 280) appelle lui-même son interprétation modale une *variante de l'interprétation de Copenhague*, pour insister, d'après nous, sur son caractère antiréaliste.

Par la suite, l'interprétation modale est devenue une famille d'interprétations dont la plupart sont réalistes (Dickson, 2002). Une interprétation modale réaliste est définie à partir d'un cadre catégoriel ayant une métaphysique réaliste classique. En d'autres termes, dans une interprétation modale réaliste, tout système quantique possède en soi une propriété déterminée, ce qui entraîne que les probabilités quantiques sont le signe de notre ignorance quant à cette détermination. Par conséquent, une même solution au problème de la mesure génère une famille d'interprétations et chacune d'elle est soit une interprétation réaliste, soit antiréaliste selon le cadre catégoriel adopté.

De plus, nous considérons que deux interprétations se basant sur des cadres catégoriels identiques ne pourraient pas résoudre le problème de la mesure de façon différente. Par conséquent, l'interprétation modale de van Fraassen et celle de l'école de Copenhague, ne résolvant pas de la même manière le problème de la mesure, doivent donc souscrire à des antiréalismes différents. En effet, quoique leur ontologie respective soit standard, leur cadre catégoriel diffère puisque, pour van Fraassen, les entités possèdent des propriétés dont les valeurs sont déterminées tandis que ce n'est pas le cas pour l'école de Copenhague comme nous l'avons vu. D'un point de vue sémantique tel que nous l'avons vu dans l'analyse de Dummett des débats métaphysiques, l'antiréalisme de van Fraassen accepte le principe de bivalence et il est, de ce fait, un antiréalisme plus modéré que celui de l'interprétation de l'école de Copenhague qui peut être défini en termes du modèle justificationniste de la signification.

Une autre famille d'interprétations est celle des mondes multiples (*many-worlds interpretations*). Chacune de ces interprétations est une variante de l'interprétation du physicien Everett (1983) appelée *interprétation de l'état relatif* (*relative state interpretation*). Cette interprétation de la mécanique quantique essaie, elle aussi, de résoudre le problème de la mesure en acceptant comme seule dynamique d'un système quantique celle régie par l'équation de Schrödinger de telle sorte qu'il n'y a pas de réduction du paquet d'ondes lors d'une mesure. Les variantes les plus connues sont celles des mutlivers de Deutsch (1997, 2001) et des mondes multiples de DeWitt (1973).

Ces interprétations sont réalistes puisque, pour elles, la mécanique quantique décrit la réalité physique telle qu'elle est, indépendamment de l'observation : "quantum theory is a true description of physical reality" (Deutsch, 2001). Ces interprétations reposent sur deux idées principales. La première est que l'on peut décrire l'état de tout l'univers par une fonction d'onde universelle. La seconde est que, lors d'une mesure effectuée sur un système quantique, le monde dans lequel se produit la mesure se scinde (*split*) en autant de mondes parallèles qu'il y a de valeurs possibles pour la grandeur physique mesurée. Par exemple, dans le cas de l'expérimentation de la boîte B à double glissière contenant un seul électron, la mesure sur la boîte B_1 à Paris a pour effet de scinder le monde dans lequel se passe la mesure en deux mondes parallèles M_1 et M_2 de telle sorte que, dans le premier monde M_1, l'électron se trouve dans la boîte B_1 à Paris et que, dans le second monde M_2, l'électron se trouve dans la boîte B_2 à Tokyo. L'expérimentateur à Paris se retrouve donc, après la mesure, lui aussi, dans les deux mondes, mais chacune de ses copies observe des faits différents : dans le monde M_1, la copie de l'expérimentateur observe que l'électron est dans la boîte B_1, tandis que, dans le monde M_2, l'autre copie de l'expérimentateur observe qu'il n'y est pas. Ainsi, la fonction d'onde initiale est dans l'ensemble intacte et la réduction du paquet d'ondes n'est qu'une illusion produite par notre expérience humaine qui est limitée à un seul de ces mondes parallèles.

Cette famille d'interprétations adhère à une métaphysique réaliste, mais il existe plusieurs cadres catégoriels du point de vue de l'ontologie. Certains comme Vaidman (2002) insistent sur la réalité de la fonction d'onde : "the essence of an object is the quantum state of its particles and not the particles themselves". Pour d'autres, comme, entre autres, Deutsch (1985), ce sont les mondes parallèles qui sont la réalité physique. Quoi qu'il en soit, pour cette famille d'interprétations, les systèmes quantiques dans chacun des mondes parallèles possèdent des valeurs déterminées. Dans la perspective des multivers, les probabilités de la mécanique quantique calculées dans un monde sont le reflet des interférences entre les divers mondes parallèles.

Nous allons maintenant terminer cette analyse sommaire de la métaphysique des interprétations des théories quantiques avec l'interprétation dite à variables cachées de la mécanique quantique et les théories à variables cachées proprement dites. Ces dernières sont des théories quantiques modifiées puisqu'elles modifient le formalisme de la mécanique quantique. L'interprétation dite à variables cachées de la mécanique quantique est une interprétation réaliste. En effet, Redhead déclare ceci à propos du cadre catégoriel de l'interprétation dite à variables cachées : "There exists an objective external world of entities with well-defined properties which are simply discovered by measurement." (Redhead, 1987, p. 45-46). Ces entités sont les entités de l'ontologie standard.

Les interprétations des théories à variables cachées sont, pour les mêmes raisons, des interprétations réalistes. Puisque les propriétés d'un système quantique possèdent en soi des valeurs qui sont déterminées de façon précise indépendamment de toute mesure, mais qu'elles nous sont généralement inconnues avant une mesure, la nature des probabilités de ces interprétations est statistique, c'est-à-dire qu'elle repose sur notre ignorance de ces déterminations. Dans la présente sous-section, par souci de simplicité, nous rassemblons sous le vocable d'*interprétations à variables cachées*, l'interprétation à variables cachées de la mécanique quantique ainsi que celles des théories à variables cachées.

L'idée d'introduire des variables cachées fait logiquement suite au débat Bohr-Einstein. Quoique, dans ce débat, l'interprétation antiréaliste de Bohr de la mécanique quantique semble résoudre avec succès les difficultés reliées à la complétude de la mécanique quantique, la discussion n'est cependant pas pour autant close. Certains physiciens considèrent que la mécanique quantique est incomplète et qu'elle peut être complétée par des paramètres appelés *variables cachées*. D'après eux, puisque la fonction d'onde nous donne une description incomplète d'un système quantique, il suffit d'y ajouter un ou plusieurs paramètres pour parvenir à une description complète du système en question. La conclusion de l'article d'Einstein, Podolsky et Rosen est que les systèmes quantiques possèdent en soi des propriétés déterminées. Dans la perspective des interprétations à variables cachées, si on ajoute les valeurs des variables cachées à l'information incomplète contenue dans la fonction d'onde alors nous serions en mesure de prédire avec certitude la valeur des propriétés que ces systèmes possèdent en soi. En d'autres termes, avec l'ajout des variables cachées, la mécanique quantique devient complète puisqu'à chaque élément de réalité correspond un élément de la théorie.

Le problème avec les variables cachées, c'est que leurs valeurs ne nous sont pas accessibles d'où le caractère statistique, selon ces interprétations, de la mécanique quantique. Les interprétations à variables cachées sont non seulement réalistes mais également déterministes. Supposons que l'état d'un système quantique est décrit par la fonction d'onde ψ de telle sorte que le formalisme quantique prédit qu'une mesure de la propriété A donne la valeur α_1 avec la probabilité P_1 et la valeur α_2 avec la probabilité P_2 où α_1 et α_2 sont les seules valeurs que peut prendre la propriété A, c'est-à-dire que $P_1 + P_2 = 1$. Alors, l'ajout, à la fonction d'onde ψ, d'une variable cachée λ qui peut avoir, par exemple, les valeurs $+1$ ou -1 complète la description de l'état du système qui est maintenant décrit par (ψ, λ). Si l'état du système est décrit complètement par $(\psi, +1)$, alors la mesure de A donnera à coup sûr la valeur α_1 et si l'état est décrit complètement par $(\psi, -1)$, alors le mesure de A donnera à coup sûr la valeur α_2. Le déterminisme est ainsi rétabli puisque la connaissance de l'état complet du système quantique permet de prédire avec certitude le résultat de la mesure.

Mais que peuvent bien être ces variables cachées? En parlant des variables cachées, Selleri, un physicien qui adhère à l'interprétation à variables cachées de la mécanique quantique, déclare : "quand nous parlons de «variables cachées» nous entendons seulement qu'elles sont cachées *pour le moment*, au même titre que les atomes ont été cachés jusqu'aux alentours de 1910" (Selleri, 1986, p. 54). Par exemple, selon certains physiciens, les variables cachées sont des entités qui se situent à un niveau subquantique (Bohm, 1957, p. 106) et, pour d'autres, elles sont associées aux fluctuations du vide quantique (Selleri, 1986, p. 55). L'analogie souvent employée pour donner une image des variables cachées est le mouvement brownien. Le mouvement aléatoire d'une particule de fumée dans l'air est un mouvement brownien.

L'indéterminisme semble régir la trajectoire de la particule, mais ceci n'est qu'une illusion, car le mouvement de la particule est produit par le choc des molécules d'air contre celle-ci. Si nous connaissions la position et la quantité de mouvement de chacune des molécules qui entre en collision avec la particule de fumée alors nous pourrions prédire avec certitude sa trajectoire. Évidemment, les molécules d'air sont, dans cette analogie, les variables cachées.

Rétrospectivement, le physicien de Broglie est le premier à avancer une théorie à variables cachées. En 1926 et 1927, il développe une nouvelle théorie quantique qu'il nomme *théorie de la double solution* (de Broglie, 1992, p. 115-164). Sa théorie de l'onde pilote en est une simplification. Devant les critiques, il l'abandonne et se rallie à l'interprétation de l'école de Copenhague. Ce n'est que vers 1952 que de Broglie revient à sa théorie de la double solution à la suite d'une communication personnelle reçue du physicien David Bohm lui exposant sa propre théorie à variables cachées.

L'ontologie du cadre catégoriel de de Broglie est l'ontologie standard, mais chaque entité quantique, comme, par exemple, un électron, est à la fois particule et onde : il y a une onde réelle ***u*** associée à la particule. Dans l'expérimentation des fentes de Young, l'électron en tant que particule passe par un des deux trous, mais il est guidé dans sa trajectoire par l'onde qui lui est associée. Il y a double solution, car la fonction d'onde ψ remplit son rôle de prédiction probabiliste des valeurs des grandeurs physiques tandis que l'onde ***u*** guide l'électron dans sa trajectoire en produisant un potentiel quantique : "grâce au parallélisme que postulait ma théorie entre l'onde ***u*** réalité objective et l'onde ψ construction de notre esprit, il me semblait possible de justifier les propriétés de prévision statistique que l'on venait à juste titre d'attribuer à l'onde ψ." (de Broglie, 1992, p. 148). La théorie de de Broglie est une théorie quantique modifiée, car elle modifie le formalisme de la mécanique quantique en introduisant une onde ***u*** qui est une solution d'une équation non linéaire contrairement à l'équation de Schrödinger. De plus, la particule est considérée mathématiquement comme une singularité à laquelle est associée l'onde ***u***.

Comme nous l'avons vu, c'est en 1952 que Bohm (1983) publie ses articles sur son interprétation en termes de variables cachées de la mécanique quantique. Ce type d'interprétation avait été exclu par un théorème de von Neumann (1983, p. 295-328) démontrant que les interprétations dites à variables cachées sont inconsistantes avec la mécanique quantique. L'acceptation de ce théorème par la communauté des physiciens explique pourquoi il a fallu attendre les années cinquante pour voir ressurgir de telles interprétations. Le cadre catégoriel de la mécanique de Bohm est comparable à celui de la théorie de de Broglie. Dans la perspective de Bohm, les entités quantiques sont simultanément particule et onde comme c'est le cas chez de Broglie.

À propos de l'aspect corpusculaire, Bohm écrit : "We first postulate that connected with each of the "fundamental" particles of physics (e.g. an electron) is a body existing in a small region of space." (Bohm, 1957, p. 111-112). Cependant, pour ce qui est de l'aspect ondulatoire, Bohm ne fait pas appel à une onde $\boldsymbol{u}$, mais considère la fonction d'onde ψ comme un champ réel : "we no longer suppose that the Schrödinger wave function is nothing more than a mathematical symbol convenient to manipulate in order to calculate certain probabilities, but, instead, represents an objectively real field" (Bohm, 1957, p. 112). En formulant différemment l'équation de Schrödinger, Bohm met en relief un terme de l'équation qu'il associe à un potentiel quantique. C'est ce potentiel quantique qui guide la particule dans sa trajectoire. Si nous connaissions la position d'une particule, nous pourrions connaître sa trajectoire grâce à ce potentiel quantique. Par conséquent, la position d'une particule est considérée, dans ce contexte, comme une variable cachée.

Si on s'en tient seulement à la reformulation de l'équation de Schrödinger, la mécanique bohmienne n'est qu'une interprétation de la mécanique quantique. Cependant, la mécanique bohmienne devient une théorie quantique modifiée lorsque l'on tient compte, par exemple, du traitement de la mesure : "the mathematical formulation of the quantum theory needs to be modified at very short distance in certain ways that are consistent with our interpretation but not with the usual interpretation." (Bohm, 1983, p. 383).

Nous n'aborderons pas le sujet très controversé de la localité et de la non-localité des théories à variables cachées. Disons simplement que, dans le cadre d'une théorie physique, la localité veut dire qu'une action faite à un endroit donné dans l'espace ne peut avoir un impact immédiat sur un autre endroit. Entre autres choses, dans leur article de 1935, Einstein et ses collaborateurs s'insurgent contre la non-localité introduite dans la mécanique quantique. Pour eux, une mesure d'une grandeur physique sur un système quantique situé à un endroit donné ne peut déterminer de façon immédiate et à distance la valeur de cette grandeur physique d'un autre système quantique situé très loin du premier. Dans l'expérimentation de la boîte B à double glissière, la localité nous impose qu'une mesure faite sur la boîte B_1 à Paris ne puisse influencer immédiatement et à distance le résultat de la mesure sur la boîte B_2 à Tokyo.

Toutefois, la mécanique bohmienne est une théorie non locale. Il en résulte que le comportement des particules ne ressemble en rien à celui décrit par la physique classique : "La non-localité entraîne que la valeur d'une grandeur possédée par une particule peut dépendre de la valeur d'une autre grandeur appartenant à une autre particule distante." (Zwirn, 2000, p. 224). Selon Bohm, lors d'expérimentations, les valeurs des grandeurs physiques d'un système quantique dépendent des appareils de mesure, car la présence de ces derniers influe sur le potentiel quantique. Malgré cette dépendance, les systèmes quantiques possèdent en soi et en tout temps des propriétés dont chacune des valeurs est déterminée de façon précise. Il existe aussi des interprétations à variables cachées de la mécanique quantique qui sont locales (Barut, 1992; Bastos Filho, 1995; Santos, 1995; Selleri, 1995). Les interprétations à variables cachées sont des interprétations réalistes qu'elles soient locales ou non locales. Les variables cachées font partie intégrante de leur cadre catégoriel.

Relativement à l'analyse des principales interprétations des théories quantiques, nous avons pu identifier leur cadre catégoriel respectif et nous considérons avoir montré que nous pouvons diviser les interprétations de la mécanique quantique en deux classes : les interprétations réalistes et les interprétations antiréalistes. Ce qui distingue les interprétations d'une même doctrine métaphysique est leur cadre catégoriel respectif. Dans chacun des cadres catégoriels est incluse l'ontologie ainsi que le statut ontologique à propos des entités qui composent cette ontologie. Quoique nous n'ayons pas fait une analyse exhaustive de toutes les interprétations de la mécanique quantique, il n'en demeure pas moins que, d'après ce que nous avons vu dans cette sous-section, nous pouvons dire que, de façon générale, les problèmes de la mesure et de la nature des probabilités sont subordonnés à celui du choix d'un cadre catégoriel. Puisqu'une interprétation est construite à partir d'un cadre catégoriel, il en découle que l'interprétation dépend du choix d'une métaphysique.

2.3.5 Critère méthodologique de démarcation des actions des physiciens

Dans cette sous-section, nous montrons que souscrire à une interprétation spécifique n'est pas suffisant comme critère de démarcation en ce qui concerne les actes des physiciens qui adoptent une métaphysique différente dans leur pratique quotidienne. Comme nous l'avons vu pour le domaine des mathématiques, l'adhésion à une métaphysique par un mathématicien a un impact sur sa vie quotidienne puisque cette adhésion l'amène à choisir une logique particulière pour effectuer les inférences dans ses démonstrations : un mathématicien utilise la logique classique s'il est réaliste et peut utiliser la logique intuitionniste ou une autre logique non classique s'il est antiréaliste. Mais, qu'en est-il des physiciens dans le domaine de la mécanique quantique? Qu'est-ce qui peut bien différencier les actions de leur pratique quotidienne quand ils adhèrent à des métaphysiques différentes?

En nous reportant à la précédente sous-section, nous remarquons que, pour ce qui est du critère de démarcation dans le cas des physiciens, nous ne pouvons pas de prime abord choisir la logique utilisée comme c'est le cas chez les mathématiciens. Cependant, il nous semble clair qu'en mécanique quantique, l'adoption d'une interprétation spécifique est une condition nécessaire dont il faut tenir compte dans le choix du critère de démarcation. Il existe, en mécanique quantique, plusieurs interprétations différentes associées à une même doctrine métaphysique : nous avons vu qu'il n'existe pas une seule interprétation réaliste ou antiréaliste mais plusieurs. Ce qui différencie les interprétations adhérant à une même doctrine métaphysique est leur cadre catégoriel respectif. Une interprétation est déterminée par son cadre catégoriel, mais elle ne s'y réduit pas, car elle tente de trouver des solutions à divers problèmes conceptuels comme, en autres, celui de la mesure et celui de la nature des probabilités quantiques. Le choix d'un cadre catégoriel ne peut être le critère de démarcation puisque ce choix ne nous informe en rien sur les actions du physicien dans la vie quotidienne outre le fait qu'il adhère à une doctrine métaphysique et une ontologie déterminées. Nous pouvons tout de même avancer l'hypothèse que le critère de démarcation soit un critère méthodologique puisque le choix d'une doctrine métaphysique doit avoir des conséquences pratiques sur la façon de travailler, c'est-à-dire sur les méthodes utilisées.

Ce ne sont pas seulement des physiciens qui participent à la discussion à propos des questions d'interprétation en mécanique quantique puisque plusieurs philosophes y participent également. En outre, certains de ceux-ci élaborent même leur propre interprétation. Devons-nous rejeter ces interprétations parce qu'elles sont conçues par des philosophes et non par des physiciens? Certains philosophes de formation, tels van Fraassen et Popper, possèdent une solide connaissance de la mécanique quantique. D'autres, comme Bub (1997) et Bitbol (1996, 1998, 2000), sont des physiciens de formation qui sont devenus par la suite des philosophes de la mécanique quantique. Distinguer les philosophes des physiciens en ce qui a trait aux questions d'interprétation en mécanique quantique est, d'après nous, chose impossible.

Ce que nous venons de dire à propos du choix d'un cadre catégoriel et de la présence de philosophes dans les discussions sur les problèmes reliés à l'interprétation de la théorie, n'est pas particulier au domaine de la mécanique quantique. Il en est de même en mathématiques. D'une part, un platoniste adhère non seulement à une doctrine métaphysique, mais aussi à un cadre catégoriel puisqu'il considère que les nombres sont des entités ayant une existence en soi. D'autre part, les problèmes portant sur le statut des mathématiques sont débattus aussi bien par des philosophes des mathématiques que par des mathématiciens.

Nous pouvons soutenir qu'en mécanique quantique, souscrire à un cadre catégoriel est une condition nécessaire au critère de démarcation puisque le cadre catégoriel permet de distinguer la métaphysique adoptée. Par ailleurs, la nature des théories physiques peut nous aider dans la détermination de ce critère de démarcation. De façon générale, en philosophie des sciences, on peut attribuer à une théorie physique deux rôles majeurs : celui de prédiction et celui d'explication. Dans le cas de la mécanique quantique, nous avons vu que son pouvoir prédictif est associé au premier niveau d'interprétation. En faisant référence à l'interprétation minimale instrumentaliste, ce niveau inclut un algorithme probabiliste et un algorithme de quantification. Grâce à ces deux algorithmes, la mécanique quantique nous permet de prédire les probabilités d'obtenir chacune des valeurs qu'une grandeur physique peut posséder lors d'une éventuelle mesure de celle-ci. Nous avons aussi vu que l'explication se situe au second niveau d'interprétation lorsqu'il est question de la signification de la théorie quantique. Ce second niveau tente notamment de trouver des solutions à des problèmes d'ordre conceptuel.

Une partie importante du travail des physiciens consiste, d'une part, à élaborer une théorie qui, outre de rendre compte des phénomènes connus, doit anticiper de nouvelles hypothèses de prédiction et, d'autre part, à tester ces hypothèses à l'aide d'expérimentations.

Une hypothèse de prédiction est un énoncé singulier qui peut être testé et, de ce fait, cette hypothèse devient un fait probant lorsqu'elle est corroborée par une mesure lors d'une expérimentation. En mathématiques, la démonstration des théorèmes joue un rôle essentiel dans la construction des théories mathématiques et, par analogie, nous pouvons affirmer que la démonstration d'un énoncé mathématique est le pendant mathématique de la corroboration, par l'expérimentation, d'un énoncé de prédiction en mécanique quantique.

Nous estimons que souscrire à une interprétation d'une théorie quantique, qu'elle soit conçue par un physicien ou par un philosophe, et dont le but essentiel est de résoudre des questions conceptuelles qui sont sans portée empirique, n'est pas suffisant comme critère pour distinguer les physiciens dans leur pratique quotidienne lorsqu'ils adoptent une métaphysique particulière. Tenter de résoudre des problèmes strictement conceptuels à l'aide d'une interprétation est important et nécessaire, mais ceci n'implique pas la recherche de nouvelles hypothèses à tester, ni de rendre compte de phénomènes connus. Nous considérons qu'en plus de souscrire à une interprétation, il faut que les physiciens qui adhèrent à une métaphysique effectuent, dans le cadre de leurs interprétations respectives, des recherches en vue de trouver de nouveaux phénomènes à corroborer et de tenter de concevoir des expérimentations dans le but de les tester. Autrement dit, un physicien qui adopte une interprétation spécifique et, par conséquent, une métaphysique déterminée, doit inscrire son travail de recherche dans l'optique de trouver de nouvelles prédictions testables sur le plan expérimental avec la contrainte que ces prédictions doivent être évidemment consistantes avec son interprétation. Au point de vue de la méthodologie, ce physicien se donne comme consigne de travailler à l'intérieur de bornes conceptuelles dictées par l'interprétation adoptée ainsi que de ne pas remettre en question cette interprétation et, même plus, de la protéger.

Nous considérons avoir trouvé un critère de démarcation qui différencie les actes que des physiciens d'obédiences métaphysiques différentes effectuent dans leur pratique quotidienne dans le fait qu'un physicien souscrivant à une interprétation spécifique axe sa recherche à l'intérieur de balises dictées par cette interprétation sans remettre en question ces balises. Ces dernières sont déterminées par, en outre, le cadre catégoriel et les solutions aux problèmes de la mesure et de la nature des probabilités quantiques. D'une part, souscrire à une interprétation qui ne se soucie que de questions strictement conceptuelles qui n'ont aucune portée empirique n'est donc pas suffisant comme critère de démarcation et, d'autre part, faire de la recherche sans qu'elle soit intégrée dans une interprétation n'est pas suffisant non plus. Ce critère de démarcation est un critère méthodologique puisqu'il impose une norme sur la manière de travailler dans le domaine de la mécanique quantique.

En résumé, nous pensons qu'en mécanique quantique, pour différencier les actes de physiciens adhérant à des métaphysiques différentes, il faut que ceux-ci souscrivent à des interprétations différentes lesquelles tentent de résoudre des problèmes conceptuels et que, de plus, sur le plan méthodologique, cette interprétation soit une contrainte inattaquable dont il faut nécessairement tenir compte pour décrire les phénomènes connus, anticiper de nouveaux phénomènes et concevoir des expérimentations dans le but de tester ces anticipations.

Puisque notre critère de démarcation est un critère méthodologique, c'est, évidemment, un critère qui différencie les actions dans la pratique quotidienne. Il faut maintenant nous assurer que, lorsque des physiciens adhèrent à des doctrines métaphysiques différentes par l'entremise d'une interprétation et de son cadre catégoriel, le critère de démarcation que nous avons déterminé discrimine bien les actes de ces physiciens. Les physiciens adhérant à la mécanique bohmienne tentent de résoudre des problèmes empiriques et conceptuels avec notamment les hypothèses suivantes comme éléments de leur cadre catégoriel : la fonction d'onde ψ ne décrit pas de façon complète un système quantique; il existe en soi des variables cachées; un système quantique est à la fois onde et particule; un système quantique possède une position et décrit une trajectoire dans l'espace à trois dimensions; dans sa trajectoire, la particule est guidée par un potentiel quantique. Toutes ces hypothèses qui proviennent de l'interprétation ne sont jamais remises en cause et sont les bornes à l'intérieur desquelles toute la recherche doit s'insérer. Sur le plan méthodologique, un physicien qui travaille à l'élaboration de la mécanique bohmienne se refuse à remettre en cause les hypothèses de son interprétation et toute sa recherche doit être conforme avec celles-ci. Autrement dit, il défend l'intégrité de son interprétation. Il en est de même pour les physiciens adhérant aux autres interprétations des théories quantiques pourvu que ces interprétations contraignent leur travail de physicien dans le compte rendu de phénomènes connus, dans l'anticipation de phénomènes nouveaux et dans l'élaboration d'expérimentations pour corroborer ces anticipations.

Par contre, l'adhésion à une des interprétations modales, même si cela implique une adhésion à une métaphysique, ne satisfait pas notre critère de démarcation, car cette adhésion n'est pas suivie d'un travail de prédiction de nouvelles hypothèses et de tentatives expérimentales en vue de les tester. Cette adhésion à une des interprétations modales de la mécanique quantique ne sert qu'à résoudre des problèmes strictement conceptuels sans portée empirique. On ne peut différencier les actions d'un mathématicien réaliste d'un mathématicien antiréaliste lorsqu'ils discutent de questions concernant le statut des mathématiques; c'est le choix d'une logique donnée utilisée dans leurs démonstrations qui permet de différencier leurs actions. Il en est de même des physiciens : on ne peut distinguer les actions d'un physicien réaliste d'un physicien antiréaliste lorsqu'ils discutent de questions strictement conceptuelles; c'est le choix d'une interprétation donnée qui permet de différencier leurs actions, pourvu que cette interprétation détermine les balises pour la prédiction de nouvelles hypothèses et de leur corroboration et qu'elle ne soit pas remise en question.

Nous considérons avoir montré que l'adhésion à une métaphysique par l'entremise d'une interprétation et de son cadre catégoriel, a un impact sur les actions des physiciens travaillant en mécanique quantique pourvu que cette adhésion leur impose des contraintes méthodologiques.

2.3.6 Deux candidats possibles comme critère de démarcation

Nous pouvons exprimer le critère méthodologique de démarcation que nous avons décrit ci-dessus soit en termes de programme de recherche, soit en termes de tradition de recherche. Les notions de programme de recherche et de tradition de recherche proviennent de deux modèles épistémologiques du fonctionnement de la science. Le concept de programme de recherche provient du modèle de Lakatos (1970) et celui de tradition de recherche provient du modèle de Laudan (1977). Le programme de recherche est un bon candidat pour être le critère de démarcation pour les physiciens, car il intègre tous les éléments que nous avons évoqués. En effet, un physicien qui se situe à l'intérieur d'un programme de recherche progressif, au sens de Lakatos, travaille notamment à concevoir de nouvelles prédictions ou à tenter de les tester expérimentalement. Alors, un physicien qui adopte une interprétation spécifique et, par le fait même, un cadre catégoriel et une métaphysique et qui, de surcroît, travaille à partir de ce cadre catégoriel soit à énoncer de nouvelles prédictions, soit à trouver le moyen de les tester expérimentalement s'inscrit dans un programme de recherche qui se veut progressif. S'insérer dans des programmes de recherches différents devient ainsi le critère de démarcation pour les physiciens adoptant des métaphysiques différentes. Nous allons modifier quelque peu le concept de programme de recherche de Lakatos pour l'adapter à nos besoins.

Pour Lakatos (1970, p. 118), un programme de recherche est une série de théories (T_1, T_2, T_3 ...) où chaque théorie subséquente T_n résulte de l'ajout d'hypothèses auxiliaires à la théorie précédente T_{n-1}. Ces hypothèses auxiliaires servent à rendre compte des contre-exemples rencontrés par la théorie antérieure, mais, plus important encore selon Robert, "c'est que la formulation de l'hypothèse auxiliaire a des conséquences prédictives." (Robert, 2008, p. 420). Nous retenons les caractéristiques suivantes pour définir un programme de recherche progressif selon Lakatos (1970, p. 118) : sur le plan théorique, prédire de nouveaux phénomènes et, sur le plan empirique, corroborer au moins quelques-uns de ces nouveaux phénomènes prédits. Tout en conservant les critères lakatosiens d'un programme de recherche progressif, nous préférons néanmoins la perspective correctionniste développée par le philosophe Robert (1993). D'après cette perspective, un nouveau programme de recherche corrige le programme de recherche antérieur et les programmes de recherche ne sont pas successivement falsifiés mais tout simplement abandonnés (Robert, 2008, p. 426). Notons qu'un programme de recherche est abandonné parce que la communauté scientifique juge qu'il serait trop complexe et difficile de remanier celui-ci pour tenir compte des contre-exemples, alors qu'un nouveau programme de recherche plus progressif peut s'accommoder beaucoup plus facilement de ces contre-exemples.

Selon Lakatos (1970, p. 132-138), un programme de recherche est constitué de deux composantes : un noyau dur (*hard core*) et une ceinture de protection (*protective belt*). Le noyau dur est la partie de la théorie que l'on ne doit pas toucher. Le noyau dur est protégé par la production d'hypothèses auxiliaires. L'ensemble de ces hypothèses auxiliaires forme la ceinture protectrice autour du noyau dur. Sur le plan méthodologique, un programme de recherche lakatosien possède une heuristique négative et une heuristique positive. L'heuristique négative empêche de remettre en question le noyau dur et l'heuristique positive sert à rendre compte des contre-exemples et à prédire de nouveaux phénomènes, car l'ajout d'hypothèses auxiliaires a des conséquences prédictives comme nous l'avons vu. Ce sont les hypothèses auxiliaires de la ceinture protectrice qui sont l'objet de la recherche en pouvant être retenues, modifiées ou falsifiées : "It is this protective belt of auxiliary hypotheses which has to bear the brunt of tests and get adjusted and re-adjusted, or even completely replaced, to defend the thus-hardened core." (Lakatos, 1970, p. 133).

Si l'heuristique positive d'un programme de recherche est plus prédictive par la corroboration de ses hypothèses auxiliaires, celui-ci devient progressif; dans le cas contraire, il devient dégénérescent. Autrement dit, un programme de recherche est progressif si la corroboration d'une de ses hypothèses auxiliaires permet une plus grande prédictibilité au noyau dur. Un programme de recherche devient dégénérescent à la suite de l'ajout d'une série d'hypothèses auxiliaires non corroborées par l'expérimentation. Dans ce cas, ces hypothèses sont considérées comme *ad hoc*. Un point important à soulever est que plusieurs programmes de recherche dans un même domaine peuvent coexister en même temps. De plus, il arrive parfois que des échanges fructueux entre des programmes de recherche concurrents s'effectuent (Gholson et Barker, 1985).

Nous proposons une version modifiée du concept de programme de recherche de Lakatos en nous référant à une critique de ce concept que le philosophe Laudan (1977, p. 76-78) a élaborée. Pour Laudan, l'entreprise scientifique est une entreprise qui sert à résoudre des problèmes empiriques et des problèmes conceptuels. Laudan reproche aux programmes de recherche de Lakatos le fait que leur évolution ne dépend que des tentatives de résoudre les problèmes empiriques. En effet, chez Lakatos, le moteur du changement scientifique est empirique. Nous intégrons donc cet aspect conceptuel au programme de recherche qui peut changer par des problèmes conceptuels d'interprétation ou de consistance. Par conséquent, pour nous, un programme de recherche a une composante empirique, comme Lakatos le conçoit, mais aussi une composante conceptuelle, qui se traduit, en mécanique quantique, par, notamment, l'adoption d'une interprétation. Pour que le programme de recherche soit conforme à notre critère méthodologique de démarcation, il faut que l'interprétation adoptée et son cadre catégoriel fassent partie intégrante du noyau dur. L'interprétation est un des éléments du noyau dur sur lequel porte l'heuristique négative du programme de recherche.

En mécanique quantique, un physicien qui adhère à une doctrine métaphysique par l'entremise de son adhésion à une interprétation ne remet pas en question le contenu de celle-ci et il élabore des hypothèses auxiliaires pour la protéger. Tout comme les interprétations, les programmes de recherche se divisent en programmes de recherche réalistes et antiréalistes et peuvent être différenciés par leurs cadres catégoriels. Les interprétations des théories à variables cachées s'insèrent dans des programmes de recherche réalistes différents puisque leurs cadres catégoriels sont différents. Entre autres, l'interprétation de de Broglie postule une onde ***u*** différente de l'onde ψ tandis que l'interprétation de Bohm et celle de Selleri ne postulent qu'une seule onde ψ. Par contre, l'interprétation bohmienne postule la non-localité, tandis que celle de Selleri postule la localité.

Dans le programme de recherche de l'interprétation de Selleri, on tente notamment de concevoir des expérimentations pour corroborer la réalité de l'onde quantique ψ. En effet, dans un article publié dans *Foundations of Physics*, les auteurs écrivent : "an experiment proposed by the authors is presented, where it is shown that the wave-like behaviour allows predictions that are not allowed on the grounds of a particle-like behaviour" (Auletta et Tarozzi, 2004). Cet exemple montre bien que les recherches sont faites en fonction de protéger le cadre catégoriel ainsi que l'interprétation. Malgré que certains éléments de leur cadre catégoriel respectif soient communs, chacune de ces interprétations à variables cachées s'inscrit dans un programme de recherche différent puisque chacun de ces programmes de recherche protège un noyau dur différent des autres. Ce qui distingue les différents programmes de recherche de même doctrine métaphysique est leur noyau dur respectif dont fait partie intégrante l'interprétation adoptée ainsi que son cadre catégoriel.

Nous pouvons dire que l'interprétation standard de la mécanique quantique associée à une métaphysique antiréaliste est un programme de recherche progressif même après plusieurs décennies d'existence. C'est à l'intérieur de ce programme de recherche que s'insère une grande part de la recherche dans les nouveaux domaines de l'information quantique, de la cryptographie quantique et de l'ordinateur quantique (Mermin, 2003, 2007). Pourtant, le mérite de la conception de l'ordinateur quantique revient à Deutsch (1985) qui voulait prouver, à l'aide de l'ordinateur quantique, la validité de l'interprétation des multivers. Puisque la recherche s'effectue aussi dans le nouveau domaine de l'informatique quantique à l'intérieur du programme de recherche réaliste des multivers, nous pouvons dire également que ce programme de recherche est progressif. Les deux programmes de recherche se côtoient et il y a eu un échange fructueux du programme de recherche réaliste des multivers vers le programme de recherche antiréaliste de l'interprétation de Copenhague. Nous considérons avoir montré qu'un programme de recherche est un candidat possible pour définir le critère de démarcation en ce qui a trait à une adhésion à une doctrine métaphysique par un physicien oeuvrant en mécanique quantique. Des physiciens d'obédiences métaphysiques différentes travaillent à l'intérieur de programmes de recherche différents.

Un autre candidat possible pour jouer le rôle de critère de démarcation est le concept de tradition de recherche élaboré par Laudan. Selon cet auteur, une tradition de recherche peut être définie comme suit : "*a research tradition is a set of general assumptions about the entities and processes in a domain of study, and about the appropriate methods to be used for investigating the problems and constructing the theories in that domain*". (Laudan, 1977, p. 81). Ces traditions de recherche tentent, selon Laudan, de résoudre des problèmes empiriques et conceptuels. De plus, pour Laudan, une tradition de recherche n'est pas une suite de théories comme dans un programme de recherche, mais un amas de théories dont certaines sont contemporaines, tandis que d'autres se succèdent dans le temps. Laudan reproche au programme de recherche lakatosien ceci : "two theories can only be in the same research programme if one of the two entails the other." (Laudan, 1977, p. 77). Une tradition de recherche possède des engagements ontologiques et méthodologiques : "a research tradition is thus a set of ontological and methodological do's and don'ts." (Laudan, 1977, p. 80). Une tradition de recherche est donc une famille de théories qui partagent une ontologie et une méthodologie communes. Ainsi, en ne respectant pas ce qui est interdit par la tradition de recherche, on s'inscrit *ipso facto* à l'extérieur de celle-ci. Selon Laudan (1977, p. 83), une tradition de recherche ne donne que des outils ontologiques et méthodologiques pour résoudre des problèmes empiriques et conceptuels.

Pour qu'une tradition de recherche puisse être un critère de démarcation entre les actions posées par des physiciens d'obédiences métaphysiques différentes, celle-ci doit comporter, sur le plan ontologique, un cadre catégoriel commun à toutes les théories qui la composent. Elle doit, sur le plan méthodologique, protéger leurs interprétations respectives qui sont des solutions à des problèmes conceptuels et imposer que le travail, au niveau de la théorie, se fasse à l'intérieur de bornes prescrites par ces interprétations. La métaphysique commune aux interprétations protégées de ces théories est la métaphysique de la tradition de recherche. Par exemple, nous avons une tradition de recherche réaliste reliée aux interprétations dites à variables cachées. Cette tradition de recherche dite à variables cachées est constituée de théories différentes ainsi que d'interprétations différentes, mais possède une ontologie commune à celles-ci. Celle-ci est déterminée par un cadre catégoriel commun qui peut être composé des éléments suivants : les systèmes quantiques sont à la fois onde et particule; ils possèdent une position et décrivent une trajectoire; leur trajectoire est guidée par un potentiel quantique; les variables cachées existent en soi. Une des méthodes communes est de travailler à l'intérieur des bornes de chacune des interprétations des théories. Les questions sur la nature de l'onde ou sur la localité se situeraient en dehors du cadre commun. La tradition de recherche dite à variables cachées est alors composée de théories et d'interprétations locales et non locales. Certaines théories affirment la réalité de l'onde $\boldsymbol{u}$, tandis que d'autres affirment celle de l'onde ψ.

Les traditions de recherche se divisent en traditions de recherche réalistes et antiréalistes selon la classe des interprétations des théories qui composent la tradition de recherche. Ce qui distingue les traditions de recherche d'une même doctrine métaphysique est l'ontologie commune à toutes les théories de la tradition, autrement dit, leur cadre catégoriel commun. De plus, toutes les traditions de recherche dans lesquelles les physiciens qui adoptent une métaphysique se situent suivent une même règle méthodologique : sur le plan de la théorie, la recherche doit être guidée par l'interprétation et cette dernière ne peut être remise en question. Nous considérons avoir montré de façon convaincante que le concept de tradition de recherche, tout comme celui de programme de recherche, est, lui aussi, un bon candidat pour remplir le rôle de critère de démarcation que nous avons évoqué ci-dessus.

2.3.7 Récapitulation

Le but de ce chapitre est de justifier l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique. Deux conditions sont nécessaires à cette application : l'existence d'un débat métaphysique en mécanique quantique et l'existence d'un impact dans la pratique du physicien quantique quand il adhère à une doctrine métaphysique. La section 2.2 a servi à montrer l'existence d'un débat métaphysique en mécanique quantique à propos des entités théoriques qu'elle étudie. La section 2.3 a permis, d'après nous, de montrer que l'adhésion à une doctrine métaphysique a un impact sur les actions de la vie quotidienne des physiciens oeuvrant en mécanique quantique. Cette section-ci débute par une analyse de la notion d'interprétation. Une interprétation est construite à partir d'un cadre catégoriel qui explicite un positionnement métaphysique à propos d'une ontologie. Nous avons effectué également une analyse sommaire de diverses interprétations des théories quantiques ainsi que de leurs cadres catégoriels respectifs.

Puisque le simple fait de souscrire à une interprétation n'est pas un critère qui distingue, dans leurs actions, les physiciens d'obédiences métaphysiques différentes, nous avons construit un critère de démarcation méthodologique qui impose des balises dans le travail des physiciens qui s'inscrivent dans le débat métaphysique. Nous avons appliqué le critère de démarcation retenu aux théories à variables cachées avec succès. Finalement, provenant du domaine de l'épistémologie, le programme de recherche de Lakatos et la tradition de recherche de Laudan nous semblent être deux candidats possibles pour remplir le rôle de critère de démarcation vu les contraintes méthodologiques qu'ils imposent à la pratique du physicien.

2.4 Dummett, la philosophie des sciences et la mécanique quantique

Dans les sections qui précèdent, nous avons montré qu'il existe, en mécanique quantique, un débat métaphysique entre le réalisme et l'antiréalisme. De plus, l'adhésion à une doctrine métaphysique a un impact sur les actions de la vie quotidienne des physiciens oeuvrant dans ce domaine. Il est donc, d'après nous, légitime d'appliquer l'analyse dummettienne des débats métaphysiques au domaine de la mécanique quantique car, comme nous l'avons vu au chapitre 1, cette analyse peut se transposer à la classe des énoncés pour laquelle un tel débat existe. Dans la présente section, après une brève description du débat qui sévit en philosophie des sciences entre le réalisme scientifique et ses opposants, nous exposons une critique faite à l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à propos de son applicabilité au réalisme scientifique. Ensuite, nous allons indiquer pourquoi nous avons choisi de résoudre le problème de la détermination d'une métaphysique pour le domaine de la mécanique quantique à l'aide de la méthode prônée par Dummett plutôt que de nous servir des méthodes habituellement employées en philosophie des sciences dans ce débat. Nous exposons aussi une autre critique faite à l'analyse dummettienne à propos des termes vagues et nous montrons qu'elle ne s'applique pas au domaine de la mécanique quantique. Nous terminons avec quelques précisions à propos du fait que Dummett est favorable à l'application de son analyse au domaine de la mécanique quantique.

2.4.1 La philosophie des sciences et la métaphysique

Dans les années soixante, à la suite du déclin du projet philosophique de l'empirisme logique et y contribuant, un retour au réalisme, sous la forme du réalisme scientifique, a eu lieu en philosophie des sciences. Pendant près de vingt ans, le réalisme scientifique a eu le haut du pavé en critiquant sévèrement l'empirisme logique dont la philosophie des sciences avait dominé la scène dans le monde anglo-saxon pendant plusieurs décennies. Les philosophes des sciences qui soutiennent la thèse métaphysique du réalisme scientifique la défendent en se servant principalement d'arguments concernant la nature et la structure logique des théories scientifiques ainsi que leurs rôles dans l'entreprise scientifique. En 1980, Bas van Fraassen, dans son livre *The Scientific Image*, répond au réalisme scientifique en présentant une position antiréaliste portant sur des questions métaphysiques qu'il appelle *empirisme constructif*.

En relançant l'antiréalisme et en reprenant certains éléments de l'empirisme logique dont il se démarque, le livre de van Fraassen est marquant puisqu'il restaure la perspective empiriste et la perfectionne notablement. Les arguments de van Fraassen pour défendre son empirisme constructif se situent sur le même plan que ceux utilisés par le réalisme scientifique, c'est-à-dire sur le plan de la nature des théories scientifiques ainsi que de leurs rôles en sciences. En outre, en ce qui concerne les rôles explicatif et prédictif des théories scientifiques, l'antiréalisme avait tendance à ne retenir que le rôle prédictif et à exclure le rôle explicatif, car ce dernier exigerait un engagement ontologique. Toutefois, van Fraassen élabore, au sein de son empirisme constructif, une conception de l'explication scientifique qui ne se fonde pas sur un tel engagement ontologique. Puisque, pour van Fraassen, la science a pour but de sauver les phénomènes (*to save the phenomena*), il renoue, à sa façon, avec Duhem et Poincaré.

À la suite de cette renaissance d'une position antiréaliste, il s'ensuit un débat entre les réalistes scientifiques et la principale figure de proue de l'antiréalisme qu'est devenu van Fraassen. Il en résulte une littérature considérable et ce débat portant sur des questions métaphysiques continue encore aujourd'hui d'être la source d'un bon nombre de publications. Selon le philosophe des sciences Gauthier, le "débat entre réalisme et non-réalisme ou anti-réalisme [...] occupe la place centrale en philosophie des sciences contemporaine". (Gauthier, 1995, p. 6). Celui-ci donne la définition suivante du réalisme scientifique : "Le réalisme scientifique est la position philosophique qui soutient que la science nous donne une image fidèle de la réalité et que l'adoption d'une théorie scientifique implique la croyance en sa vérité – qui transcende le domaine de l'expérience" (Gauthier, 1995, p. 66). Pour sa part, le philosophe des sciences Sankey (2002) soutient que le réalisme scientifique est composé d'un ensemble de doctrines. Les principales doctrines, au nombre de sept, sont, selon lui, les suivantes :

(1.1) Réalisme axiologique : le but de la science est de découvrir la vérité au sujet du monde et le progrès scientifique consiste en une avancée vers ce but.

(1.2) Réalisme d'entités théoriques : les entités théoriques inobservables postulées par les théories scientifiques doivent être conçues comme des entités réelles qui existent vraiment.

(1.3) Réalisme métaphysique : le monde examiné par la science est une réalité objective qui existe indépendamment de la pensée humaine.

(1.4) Théorie de correspondance de la vérité : la vérité consiste en une correspondance entre un énoncé au sujet du monde et la façon dont le monde est.

(1.5) Objectivité de la vérité : les théories ou hypothèses sur le monde sont rendues vraies ou fausses par la façon dont les choses sont dans la réalité objective qui est indépendante de l'esprit humain et qui est examinée par la science.

(1.6) Réalisme épistémique : il est possible d'avoir une connaissance scientifique des faits qui ne peuvent pas être directement observés.

(1.7) Réalisme sémantique : le sens des énoncés synthétiques de la science est constitué des conditions dans lesquelles ils seraient vrais.

Selon Sankey, les cinq premières doctrines sont essentielles au réalisme scientifique de telle sorte qu'une position qui rejetterait l'une d'elles ne pourrait prétendre au titre de réalisme scientifique que dans un sens très limité. En ce qui a trait aux doctrines du réalisme épistémique et du réalisme sémantique, Sankey écrit : "Si elles ne sont pas explicitement mentionnées, c'est probablement parce qu'on considère qu'elles font naturellement partie du réalisme scientifique. Je doute qu'on puisse maintenir le réalisme scientifique sans l'une ou l'autre de ces doctrines." (Sankey, 2002, p. 76).

Dummett pense que le débat métaphysique à propos de la classe des énoncés sur les entités théoriques peut être résolu par son analyse. Il écrit ceci à ce sujet :

> A similar dispute concerns the theoretical entities of science [...] There remains a controversy between scientific realists and instrumentalists. [...] This is one case in which the view opposed to realism is made more plausible by empirical results; for a realist interpretation of quantum mechanics appears to lead to intolerable antinomies. (Dummett, 1991d, p. 5-6)

Dummett considère donc que son analyse peut s'appliquer au débat entre le réalisme scientifique et ses opposants. De surcroît, il note que la mécanique quantique pourrait être antiréaliste sur le plan métaphysique.

Le philosophe Wright (1986) pense que l'analyse dummettienne des débats métaphysiques ne s'applique pas à celui qui existe en philosophie des sciences entre le réalisme scientifique et l'antiréalisme. Nous avons vu au chapitre 1 que le réalisme implique l'acceptation du principe de bivalence selon lequel tout énoncé est soit vrai, soit faux. De plus, le réalisme souscrit à la thèse vériconditionnelle de la vérité selon laquelle la signification d'un énoncé est donnée par ses conditions de vérité. Selon Wright, dans la perspective dummettienne, l'acceptation de la bivalence par le réalisme provient de la transcendance de la vérité sur le fait probant : "Bivalence is merely the natural form for an acceptance of the possibility of evidence-transcendent truth to take when we are concerned with statements which are not vague" (Wright, 1986, p. 4). Dans sa critique, Wright se demande si, en l'absence de termes vagues en sciences, le réalisme scientifique doit accepter la transcendance de la vérité sur le fait probant pour les théories scientifiques. Il conclut qu'il n'est pas satisfaisant de caractériser le conflit entre le réalisme scientifique et ses opposants *ab initio* en termes de transcendance de la vérité sur le fait probant.

Mais, selon la doctrine de l'objectivité de la vérité, le réalisme scientifique souscrit à la transcendance de la vérité sur le fait probant et au principe de bivalence. Si on rejette la doctrine de l'objectivité de la vérité, nous devons rejeter le réalisme scientifique puisqu'il est l'un des critères essentiels qui le définissent. Par conséquent, contrairement à ce que pense Wright, nous pouvons régler le conflit entre le réalisme scientifique et ses opposants en commençant par le caractériser en termes de transcendance de la vérité sur le fait probant. De plus, si nous acceptons comme essentielle la doctrine du réalisme sémantique dans la définition du réalisme scientifique, nous pourrions aussi régler le conflit au niveau de la signification tel que Dummett le prescrit, car la doctrine du réalisme sémantique correspond à la thèse vériconditionnelle de la signification.

Nous avons choisi de résoudre le problème du débat métaphysique en mécanique quantique en appliquant l'analyse de Dummett à la classe des énoncés de la mécanique quantique plutôt que de tenter de le résoudre à l'intérieur du débat déjà existant entre le réalisme et ses opposants en philosophie des sciences pour la simple raison que le débat en philosophie des sciences nous semble sans issue. Il existe en philosophie des sciences plusieurs positions réalistes outre celle du réalisme scientifique. Pour répondre aux objections de la partie adverse, plutôt que de rester campés dans le réalisme scientifique, plusieurs philosophes réalistes ont élaboré une nouvelle conception du réalisme. Il s'ensuit que ces philosophes des sciences s'éloignent du réalisme scientifique de telle sorte que les différences entre leur position réaliste et l'antiréalisme s'atténuent considérablement. Bitbol conclut ceci à ce sujet : "Plus on y regarde de près, par conséquent, plus les distinctions entre des positions aussi apparemment antithétiques que le réalisme et l'anti-réalisme s'estompent." (Bitbol, 1998, p. 165).

Ceci est bien exprimé par l'analyse que fait Zwirn (2000, chap. 6, p. 279-328) des positions réalistes et antiréalistes en philosophie des sciences. Pour ce qui est des positions réalistes, outre le réalisme scientifique, Zwirn fait une critique du réalisme de Boyd, du réalisme structurel de Worrall, du réalisme interne de Putnam, du réalisme de Bonsack et, enfin, du réalisme voilé de d'Espagnat. Pour les conceptions antiréalistes, il fait une critique de l'empirisme constructif de van Fraassen ainsi qu'une présentation de l'instrumentalisme, de l'idéalisme, du pragmatisme et du constructivisme kuhnien. À la fin de son analyse, Zwirn en conclut que :

> Au terme de ce chapitre, nous avons pu écarter certaines conceptions trop simples et évaluer la solidité des arguments présentés pour ou contre les conceptions restantes. Il faut bien néanmoins reconnaître qu'il ne nous a pas été possible de trancher définitivement en faveur d'une unique position et que nous nous retrouvons face à de nombreuses possibilités qui, toutes, peuvent se prévaloir d'arguments favorables tout en étant sujettes à des objections sérieuses. (Zwirn, 2000, p. 328)

Par contre, nous considérons que Dummett a bien su montrer que son analyse aboutit à une solution dans les débats métaphysiques. Comme nous l'avons vu au début de la section 1.5, Dummett considère qu'avec une approche *top-down*, comme celle employée en philosophie des sciences, nous ne pouvons pas résoudre ces problèmes métaphysiques. Par contre, son approche qu'il qualifie de *bottom-up* le peut. Comme il l'écrit lui-même à propos de son approche pour résoudre les problèmes de détermination d'une doctrine métaphysique dans un domaine donné : "It will resolve these controversies without residue: there will be no further, properly metaphysical, question to be determined." (Dummett, 1978, p. 14). Nous considérons que nous pouvons résoudre le problème de la détermination d'une métaphysique en mécanique quantique en appliquant l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de ce domaine puisque cette analyse donne un résultat sans équivoque lorsqu'elle est appliquée à un débat métaphysique qui sévit dans un domaine donné.

2.4.2 Dummett et la mécanique quantique

Une critique qui revient contre l'analyse de Dummett est fondée sur l'emploi de termes vagues. En effet, dans la citation de Wright ci-dessus, ce dernier considère que l'acceptation de la bivalence comme conséquence de l'acceptation de la transcendance de la vérité sur le fait probant ne s'applique pas pour les langages contenant des termes vagues. Engel dit ceci à ce propos : "Puisque le principe de bivalence asserte que tout énoncé est vrai ou faux de manière déterminée, il cesse de valoir, par exemple, pour les énoncés vagues, comme «Jean est chauve»." (Engel, 1989, p. 172). D'après nous, cette critique vaut pour le langage naturel, mais pas pour les mathématiques ou pour la physique. En effet, nous considérons que l'analyse de Dummett s'applique très bien à des domaines fortement formels comme les mathématiques et la physique justement parce que, dans ces domaines, les termes sont, en général, très précis. Cela tient au fait que, dans de tels domaines, outre le fait que les termes sont souvent définis de façon axiomatique, il est plus facile d'identifier les faits probants : on peut identifier un fait probant, en mathématiques, par la démonstration et, en physique, par la corroboration lors d'une expérimentation. Le philosophe Voizard insiste sur cette asymétrie entre les langages formels et naturels à propos de l'identification des faits probants :

> Si une théorie de la signification peut imposer aux énoncés logiques et mathématiques des exigences telles qu'une révision en profondeur de l'ensemble de la logique et des mathématiques soit nécessaire, il tient à l'asymétrie fondamentale des langages formels et naturels qu'elle ne puisse en imposer autant à ces dernières. (Voizard, 1991, p. 76)

Nous pouvons, par conséquent, rejeter la critique à propos des termes vagues lorsque nous appliquons l'analyse de Dummett au domaine de la mécanique quantique.

À plusieurs endroits dans ses écrits, Dummett considère très favorablement que la mécanique quantique est un bon prétendant pour y appliquer son analyse des débats métaphysiques. Nous avons vu ci-dessus qu'il pense que son analyse des débats métaphysiques peut s'appliquer à la classe des énoncés portant sur les entités théoriques de la mécanique quantique, mais l'essor de la logique quantique n'est pas étranger à cet intérêt. Nous savons que, dans l'éventualité que les énoncés de la mécanique quantique n'obéissent pas au principe de bivalence, la logique qui sous-tendrait la mécanique quantique serait évidemment non classique. De plus, dans cette éventualité, la métaphysique de la mécanique quantique serait une métaphysique antiréaliste. Comme il existe une logique quantique ou, plus précisément, plusieurs logiques quantiques, il se pourrait fort bien que l'une d'entre elles soit celle de la mécanique quantique.

Pour résoudre un problème métaphysique dans un domaine donné, il faut choisir une logique et Dummett suggère explicitement que ce choix pourrait être la logique quantique : "a choice between classical logic and one or another non classical logic—intuitionistic logic, quantum logic, or some other logic yet to be devised." (Dummett, 1991d, p. 16). Dummett écrit ceci à propos de la logique quantique comparée à la logique intuitionniste : "The only attempt that is in the least comparable has been the creation, originally instigated by Birkhoff and von Neumann, of quantum logic, [...] but this is both less developped and far less widely accepted." (Dummett, 1991d, p. 11). Dummett semble insister sur le fait que la logique quantique ne soit pas encore très bien développée puisqu'il écrit de nouveau ceci à ce propos : "there we have a still underdevelopped logic, with no good semantic theory to back it, and nothing as yet resembling a plausible metaphysics, which must necessarly be anti-realist." (Dummett, 1991d, p. 33).

Il fait quelques tentatives dans le but de développer cette logique quantique en la commentant à l'occasion. Entre autres, Dummett (1978, p. 269-289) trouve le sujet de la logique quantique assez important pour faire notamment une célèbre critique d'un article de Putnam (1979) intitulé "Is logic empirical?" qui porte sur cette logique. Il fait aussi une timide tentative pour formuler un calcul des séquents pour la logique quantique (Dummett, 1991d, p. 42, p. 205-206). De plus, Dummett a écrit un texte sur la logique quantique qui n'a jamais été publié (Dalla Chiara et Giuntini, 2008, p. 98). Dans la foulée de Dummett, le but des chapitres 4, 5 et 6 de notre thèse est de développer une logique quantique justifiée par une théorie sémantique quantique qui serait le fondement de la métaphysique antiréaliste de la mécanique quantique.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré qu'il existe en mécanique quantique un débat métaphysique entre réalisme et antiréalisme. Ce débat est complexe, car il fait intervenir diverses formes de réalismes et d'antiréalismes à travers diverses interprétations des théories quantiques. On peut différencier les différentes formes que prend une doctrine métaphysique donnée par les différents cadres catégoriels de ces diverses interprétations. Nous avons vu que le choix d'une doctrine métaphysique a des conséquences dans la pratique quotidienne des physiciens. Nous avons déterminé un critère méthodologique de démarcation qui permet de reconnaître ces conséquences. Nous considérons avoir justifié l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques au domaine de la mécanique quantique puisque, selon Dummett, son analyse peut se transposer à tout débat métaphysique et puisque, de surcroît, tout débat métaphysique a un sens lorsqu'il a des conséquences sur les actes de ceux qui adoptent une doctrine métaphysique donnée.

Toutefois, pour appliquer l'analyse dummettienne à la mécanique quantique, il nous faut auparavant bien comprendre les concepts de celle-ci. L'introduction historique que nous avons présentée au début du chapitre est insuffisante pour mener à bien cette analyse. Nous avons besoin d'une description plus détaillée de la mécanique quantique. Le chapitre suivant présente donc les postulats de la mécanique quantique ainsi que son formalisme.

CHAPITRE III

PRÉSENTATION DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE STANDARD SELON DIRAC ET VON NEUMANN

Dans le troisième chapitre, nous présentons la mécanique quantique non relativiste qui est considérée comme standard. Cette présentation fait suite à la brève introduction historique du chapitre 2. Nous exposons, dans ce chapitre, tous les éléments nécessaires de la théorie quantique afin d'avoir une compréhension suffisante de celle-ci pour mener à bien notre recherche. Le but de ce chapitre est de résumer les notions essentielles à la compréhension de la mécanique quantique non relativiste en une explicitation cohérente et, aussi, d'introduire le formalisme quantique qui nous servira pour la suite de notre recherche. Nous commençons par une brève présentation de la mécanique classique pour faire connaître des concepts tels que l'état d'un système physique, les propriétés d'un tel système et, aussi, pour mettre en contraste son déterminisme avec l'indéterminisme de la mécanique quantique. Nous présentons ensuite les formulations de Dirac et de von Neumann de la mécanique quantique. Nous terminons ce chapitre par une discussion de l'indéterminisme de la mécanique quantique. Nous y verrons notamment que, généralement, la forme prédicative d'un énoncé portant sur une grandeur physique est problématique en mécanique quantique, car une grandeur physique d'un objet quantique ne semble pas posséder en soi une valeur bien définie contrairement à une grandeur physique d'un objet de la mécanique classique dont la valeur est bien déterminée.

3.1 La mécanique classique

La mécanique classique a pour objectif ultime de rendre compte du mouvement de tous les corps physiques. En mécanique classique, l'état d'un système physique est défini par un point dans l'espace des phases. L'espace des phases est un espace mathématique qui met en relation la position **r** (x, y, z) et la quantité de mouvement **p** (p_x, p_y, p_z) de chacun des constituants d'un système physique. Rappelons que la notation habituelle selon laquelle une variable est en caractère gras indique un vecteur sinon c'est un scalaire. La quantité de mouvement **p** d'un corps est le produit de sa masse par sa vitesse : $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Par exemple, pour un système contenant N particules, si nous connaissons pour chacune d'elles la position **r** et la quantité de mouvement **p** au temps t_0, soit 6N valeurs, l'état du système est complètement déterminé pour cet instant. Ces 6N valeurs correspondent à un point dans l'espace des phases à 6N dimensions, espace qui inclut toutes les valeurs possibles des états du système, à savoir toutes les valeurs possibles des 6N variables.

Si le système est conservatif, c'est-à-dire s'il est isolé de toute perturbation extérieure, les lois de la mécanique classique déterminent son évolution dans le temps. Cela signifie que si nous connaissons les conditions initiales du système, soit l'état du système au temps t_0, ainsi que les lois le régissant, nous pouvons prédire de façon unique son état à un instant ultérieur t_1. Le déterminisme fort, aussi qualifié de laplacien, est associé à cette propriété de prédictibilité. Toutes les grandeurs physiques associées au système physique et leur évolution temporelle peuvent être déterminées de façon unique à partir des conditions initiales et des lois de la mécanique classique. Ces grandeurs physiques sont les propriétés du système et leurs valeurs sont déterminées par l'état du système, soit par les 6N valeurs des positions et des quantités de mouvement. Autrement dit, à partir des valeurs de ces deux paramètres, nous pouvons déterminer toutes les autres grandeurs physiques du système étudié ainsi que leur évolution temporelle.

Par exemple, si nous connaissons, au temps t_0, la position et la quantité de mouvement d'une particule soumise à un champ gravitationnel, c'est-à-dire si nous connaissons les valeurs de x, y, z, p_x, p_y, p_z, au temps t_0, et les lois de la gravitation, nous pouvons déterminer sa trajectoire dans le temps qui est sa position à chaque instant ainsi que, pour chaque instant, sa vitesse, son accélération, son énergie cinétique, son énergie potentielle, etc. La liste des valeurs des grandeurs physiques ou propriétés correspond en quelque sorte à une explicitation de l'état du système.

En mécanique classique, toutes les propriétés propres à un système physique sont définies et mesurables objectivement. Une mesure faite sur le système pour déterminer la valeur d'une propriété n'altère pas la valeur des autres propriétés; par conséquent, une mesure n'altère pas l'état du système. Il est important de noter qu'en mécanique classique, un système physique possède une liste de valeurs des propriétés indépendamment de l'existence d'observateurs. Par ailleurs, si, à partir de l'état du système, on calcule que telle propriété possède la valeur α, on peut être certain d'avoir la valeur α lors de la mesure de cette propriété dans les limites de la précision de l'appareil de mesure. De plus, nous pouvons mesurer simultanément les propriétés d'un système physique.

Bellone écrit ceci à ce propos : "La science moderne s'est développée, jusqu'aux premières décennies du XX^e siècle, sur la base de l'opinion que les propriétés spatiales et temporelles des objets matériels étaient comme des étiquettes déjà préétablies dans le monde". (Bellone, 2000, p. 490). Par exemple, la position, la vitesse et la masse d'un objet sont des propriétés qui possèdent en soi des valeurs bien définies et que nous pouvons mesurer sans perturber l'état de l'objet et avec, en principe, une précision aussi grande que nous le voulons. Nous pouvons dire que la mécanique classique fait preuve d'un engagement ontologique fort en ce qui a trait aux propriétés des objets. Vue sous l'angle que nous l'avons présentée, la mécanique classique souscrit à une métaphysique réaliste selon laquelle les objets ou systèmes physiques qu'elle étudie existent indépendamment de notre connaissance ou de notre expérience de ceux-ci et que leurs propriétés sont complètement déterminées.

Cependant, la mécanique classique rencontre plusieurs limites. Elle est limitée dans la prédiction du comportement de certains systèmes dynamiques, tels les systèmes chaotiques. Des solutions approximatives et à court terme peuvent être trouvées pour de tels systèmes. Toutefois, ces solutions ne rencontrent pas l'idéal laplacien. De plus, lorsque de très grandes vitesses ou de très forts champs gravitationnels entrent en jeu, des effets relativistes se manifestent. Dans le premier cas, il faut employer la théorie de la relativité restreinte et, dans le second, la théorie de la relativité générale, toutes deux développées par Einstein.

Par ailleurs, la mécanique classique s'applique généralement à des objets de taille macroscopique. Néanmoins, elle s'applique aussi aux objets microscopiques comme, par exemple, en électromagnétisme, en physique statistique ou en thermodynamique mais à l'intérieur de certaines limites bien déterminées. Toutefois, lorsque nous nous situons à l'échelle atomique ou subatomique (électrons, protons, neutrons, etc.), la mécanique classique doit faire place à la mécanique quantique car des effets quantiques apparaissent dont cette première ne peut rendre compte. Par exemple, le principe d'exclusion de Pauli qui interdit à deux fermions de type identique d'être dans le même état individuel est un effet quantique que la mécanique classique ne peut expliquer.

3.2 La mécanique quantique standard

Nous avons vu dans la brève introduction historique à la mécanique quantique de la section 2.1 que la mécanique quantique moderne débute avec les formulations de Heisenberg et de Schrödinger. Ce dernier démontre en 1927 que ces deux formulations sont mathématiquement équivalentes. Cette équivalence démontrée donne lieu au début des années trente à deux reformulations importantes de la mécanique quantique qui sont restées presque intouchées jusqu'à nos jours. La première à voir le jour est celle du physicien Paul Dirac (1967), en 1930, et la seconde est celle du mathématicien John von Neumann (1983), en 1932. Ces deux formulations sont différentes autant d'un point de vue conceptuel que par leur formalisme mathématique. Néanmoins, toutes les deux sont aujourd'hui largement acceptées.

Dans notre exposé de la mécanique quantique, nous utilisons les deux formulations puisque ce sont celles-ci qui sont les plus fréquemment utilisées dans l'enseignement de la mécanique quantique. Mais nous insistons plutôt sur celle de von Neumann à cause de son formalisme dont est issue la logique quantique. Sur le plan de la notation, nous employons la notation de Dirac dont l'usage est largement consacré en physique. Nous verrons que les formulations de Dirac et de von Neumann acceptent dans leurs postulats des éléments d'interprétation, entendue comme interprétation du second niveau. Par conséquent, la mécanique quantique standard n'est pas neutre sur le plan de l'interprétation. La formulation de la mécanique quantique dite standard est l'objet de cette section.

La mécanique quantique est l'une des théories les plus précises qui aient été conçues. Sur le plan de l'applicabilité, la mécanique quantique non relativiste est un algorithme qui, jusqu'à présent, n'a jamais été mis en défaut (Zwirn, 2000, p. 163). Néanmoins, sur le plan fondationnel, elle soulève de nombreux problèmes comme, notamment, ceux de la réalité physique, de la mesure et de la nature des probabilités quantiques que nous avons déjà évoqués au chapitre précédent. Ces problèmes d'ordre fondationnel sont strictement liés, comme nous l'avons vu, à l'interprétation de la théorie quantique, c'est-à-dire à son rapport au monde. L'ontologie quantique bouleverse complètement la conception classique que l'on se fait des objets, de leurs propriétés, ainsi que des relations qu'entretiennent les objets entre eux.

En mécanique quantique, l'état d'un système physique est représenté par un vecteur d'état. Dans la notation de Dirac, nous dirons alors que $|\psi\rangle$ dénote un vecteur d'état. Ce vecteur d'état est un élément de l'espace de Hilbert des états, dénoté par $\mathcal{H}$. Ce dernier est un espace vectoriel possédant un produit scalaire. Un espace vectoriel est un groupe additif abélien qui admet une opération de composition avec un corps, en l'occurrence, le corps des nombres complexes $\mathbb{C}$. Le produit scalaire associe à tout couple de vecteurs d'état $|\psi\rangle$ et $|\phi\rangle \in \mathcal{H}$, pris dans cet ordre, est un nombre complexe; cette application s'effectue donc sur un couple ordonné de vecteurs d'état de $\mathcal{H}$ dans $\mathbb{C}$. Si $|\psi\rangle$ et $|\phi\rangle$ sont deux vecteurs d'état de $\mathcal{H}$, on note alors par $\langle\phi|\psi\rangle$ le produit scalaire de $|\psi\rangle$ par $|\phi\rangle$. Un vecteur d'état est normalisé, c'est-à-dire que sa norme ou sa longueur est égale à l'unité ($\|\psi\| = \langle\psi|\psi\rangle = 1$). En mécanique quantique, l'état d'un système physique n'est plus déterminé par un point dans l'espace des phases, comme c'est le cas en mécanique classique, mais plutôt par un vecteur dans l'espace de Hilbert des états. Notons que le terme *vecteur d'état* correspond au terme *fonction d'onde* que nous avons évoqué au chapitre 2.

3.2.1 Les postulats de la mécanique quantique

Dans cette section, nous introduirons au fur et à mesure les postulats de la mécanique quantique ce qui nous permettra, par la même occasion, de présenter son formalisme mathématique. Pour la formulation de ces postulats, nous nous sommes inspirés dans une large mesure de Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë (1973, p. 215-222), mais aussi de Baggott (1992, p. 42-48) et Gudder (1979, p. 7). Le premier postulat affirme qu'à un instant donné, l'état d'un système quantique est complètement déterminé par un vecteur d'état $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$. Règle générale, la connaissance du vecteur d'état, soit $|\psi\rangle$, décrivant l'état d'un système quantique à un instant

t_0, ne nous permet pas de déterminer, comme c'est le cas en mécanique classique, les valeurs des grandeurs physiques, mais seulement la distribution de probabilité de ces valeurs. Néanmoins, il est considéré, selon le premier postulat, que le vecteur d'état décrit de façon complète l'état du système à un instant donné.

Cette indétermination dans la prédiction des résultats d'une mesure d'une grandeur physique est reliée d'une certaine manière au principe de superposition selon lequel une combinaison linéaire de plusieurs vecteurs d'état de $\mathcal{H}$ est aussi un vecteur d'état de $\mathcal{H}$. Soit $|\psi\rangle$ et $|\phi\rangle \in \mathcal{H}$, deux vecteurs d'état qui déterminent deux états distincts d'un système quantique et soit α et $\beta \in \mathbb{C}$, une combinaison linéaire des deux vecteurs d'état est de la forme $\alpha|\psi\rangle + \beta|\phi\rangle$ et si $|\chi\rangle = \alpha|\psi\rangle + \beta|\phi\rangle$ alors $|\chi\rangle \in \mathcal{H}$.

Le second postulat affirme que toute grandeur physique mesurable $\mathcal{A}$ est décrite par un opérateur A agissant dans $\mathcal{H}$. En mécanique quantique, le terme *observable* est synonyme de grandeur physique : "Physical magnitudes that can be measured are called observables." (Redhead, 1987, p. 5). Selon le second postulat, une propriété mesurable ou une observable[1] $\mathcal{A}$ d'un système quantique est décrite par un opérateur A lequel est un être mathématique qui fait correspondre à chacun des vecteurs de $\mathcal{H}$ un autre vecteur de $\mathcal{H}$, soit $A|\psi\rangle = |\phi\rangle$ pour tout $|\psi\rangle$ et $|\phi\rangle \in \mathcal{H}$. En fait, un opérateur est une application de $\mathcal{H}$ dans $\mathcal{H}$. Une chose importante à retenir à propos d'un opérateur correspondant à une observable est qu'il possède des vecteurs propres associés à des valeurs propres de telle sorte que, pour une observable $\mathcal{A}$ décrite par un opérateur A possédant un vecteur propre $|\psi\rangle$ associé à la valeur propre a, $A|\psi\rangle = a\,|\psi\rangle$.

Le troisième postulat affirme que la mesure d'une grandeur physique $\mathcal{A}$ ne peut donner comme résultat qu'une des valeurs propres de l'opérateur A correspondant. Comme la valeur propre a à laquelle est associé le vecteur propre $|\psi\rangle$ de l'opérateur A correspond à une valeur de l'observable $\mathcal{A}$, a est un nombre réel, soit $a \in \mathbb{R}$. Un opérateur dont les valeurs propres sont réelles est dit hermitique. L'ensemble des valeurs propres associées à une observable est son spectre. En mécanique quantique, les grandeurs physiques ne correspondent plus à des fonctions

[1] Dans l'usage courant, le mot *observable* est un adjectif; par contre, dans les textes spécialisés de physique, une tradition s'est instaurée voulant qu'*observable* puisse être utilisé comme nom et que, dans les textes de langue française, il est d'usage de le mettre au féminin. Tout au long de cette thèse, nous nous conformons à cet usage.

qui calculent leur valeur à partir de conditions initiales, comme c'est le cas en mécanique classique, mais à des opérateurs qui possèdent des valeurs propres auxquelles sont associés des vecteurs propres. Ces derniers ont un caractère spécial, car si l'état d'un système quantique est décrit par un vecteur propre d'un opérateur A correspondant à une observable $\mathcal{A}$, alors une mesure de cette dernière donne à coup sûr la valeur propre à laquelle est associé le vecteur propre de A.

En ce qui a trait à la mesure de deux grandeurs physiques $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ dites incompatibles, on dit que leurs opérateurs A et B respectifs ne commutent pas, soit $AB - BA \neq 0$. Cette équation nous dit que le résultat de l'application de l'opérateur A suivi de l'application de l'opérateur B n'est pas le même que si on applique B en premier suivi de l'application de A ensuite. On définit le commutateur de deux opérateurs par $[A, B] = AB - BA$. Des opérateurs qui ne commutent pas décrivent des observables qui sont dites incompatibles, conjuguées ou complémentaires. La conséquence de cette non-commutativité des opérateurs A et B est qu'on ne peut mesurer simultanément leur observable respective $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, d'où leur incompatibilité.

Prenons le plan $\mathbb{R}^2$ comme exemple d'un espace de Hilbert sur le corps des réels $\mathbb{R}$. On peut construire $\mathbb{R}^2$ en déterminant un axe des abscisses x, un axe des ordonnées y et une origine O, c'est-à-dire un système de coordonnées cartésiennes. Les droites x et y sont des sous-espaces de $\mathbb{R}^2$ et sont orthogonales entre elles. On peut aussi associer à chaque point du plan un vecteur. Pour ce faire, nous définissons deux vecteurs unitaires selon les deux axes x et y : dans la notation de Dirac, ces vecteurs unitaires sont $|i\rangle$ selon x et $|j\rangle$ selon y. On dit alors que la droite x est le sous-espace engendré (*spanned*) par le vecteur $|i\rangle$; de même, on dit alors que la droite y est le sous-espace engendré par le vecteur $|j\rangle$.

Les deux vecteurs $|i\rangle$ et $|\mathrm{j}\rangle$ forment une base puisque tout vecteur de $\mathbb{R}^2$ peut être déterminé, de façon unique, par une combinaison linéaire de ceux-ci de telle sorte que pour tout vecteur $|v\rangle \in \mathbb{R}^2$, $|v\rangle = a|i\rangle + b|j\rangle$, où a et b sont, dans ce cas-ci, des nombres réels. Les vecteurs d'une base sont orthogonaux entre eux. On voit qu'une infinité de bases peuvent être construites dans $\mathbb{R}^2$ par une rotation autour de l'origine ou par une translation de celle-ci.

Le résultat du produit scalaire d'un vecteur par un second est la valeur de la projection de ce premier sur ce dernier ou, encore, sur le sous-espace engendré par ce dernier. Par exemple, le produit scalaire de $|v\rangle$, défini ci-dessus, par $|i\rangle$ donne la valeur a, car a est la grandeur de la composante de $|v\rangle$ selon x, soit $\langle i|v\rangle = a$. Autrement dit, la grandeur de $|v\rangle$ projetée sur $|i\rangle$ est a. Le produit scalaire d'un vecteur par un autre vecteur qui lui est orthogonal est nul et le produit scalaire d'un vecteur par lui-même est sa norme. C'est ce qui est exprimé par les relations d'orthonormalisation suivantes : $\langle j|i\rangle = 0$ et $\langle i|i\rangle = 1$. Un opérateur important est le projecteur qui possède la propriété de projection sur un sous-espace. Par exemple, $|i\rangle\langle i|$ est le projecteur sur le vecteur $|i\rangle$ ou, encore, sur le sous-espace x de $\mathbb{R}^2$. La relation de fermeture nous dit que la somme des projecteurs reliés à une base est l'opérateur identité $\mathbb{I}$ dans $\mathbb{R}^2$: $|i\rangle\langle i| + |j\rangle\langle j| = \mathbb{I}$. En d'autres termes, l'opérateur identité $\mathbb{I}$ peut être vu comme le projecteur sur tout le plan $\mathbb{R}^2$.

En généralisant ce qui vient d'être dit pour l'espace de Hilbert à deux dimensions $\mathbb{R}^2$ à un espace de Hilbert $\mathcal{H}$ à n dimensions constitué du corps des complexes $\mathbb{C}$, on voit bien maintenant qu'à chaque vecteur $|\psi\rangle$ de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ lui est associé un projecteur $|\psi\rangle\langle\psi|$ qui correspond lui-même au sous-espace de $\mathcal{H}$ engendré par $|\psi\rangle$. En gros, la différence entre la formulation de Dirac et celle de von Neumann est que la formulation de Dirac se fait plutôt à l'aide de vecteurs tandis que celle de von Neumann se fait plutôt à l'aide de projecteurs. Les vecteurs sont des éléments appartenant à $\mathcal{H}$, tandis que les sous-espaces déterminés par des projecteurs sont inclus dans $\mathcal{H}$. Par la suite, nous dirons indifféremment d'un système quantique qu'il est dans l'état $|\psi\rangle$ et qu'il est dans un état déterminé par un vecteur d'état $|\psi\rangle$, tout en gardant en mémoire que l'état d'un système n'est pas le vecteur d'état, mais est déterminé par un vecteur d'état.

Dans la vie pratique d'un physicien qui expérimente, il doit, en tout premier lieu, préparer des systèmes physiques sur lesquels il fera, ensuite, une expérimentation. L'expérimentateur prépare donc, préalablement à une mesure, un système physique dans un état donné $|\psi\rangle$. Un spectre est discret par rapport à un spectre continu et il est non dégénéré lorsqu'à chacune des valeurs propres lui correspond un vecteur propre unique (Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, 1973, p. 132). Dans le cas d'un spectre discret et non dégénéré, le quatrième postulat affirme que lorsqu'on mesure la grandeur physique $\mathcal{A}$ sur un système dans l'état $|\psi\rangle$, la probabilité d'obtenir comme résultat la valeur propre a_n de l'opérateur A correspondant est $\mathcal{P}(a_n)$

$= |\langle u_n|\psi\rangle|^2$ où $|u_n\rangle$ est le vecteur propre de A associé à la valeur propre a_n. C'est la règle de Born, physicien qui fut le premier, comme nous l'avons vu, à associer le terme $\langle u_n|\psi\rangle$ à une amplitude de probabilité dont le carré donne comme résultat une probabilité.

La probabilité quantique est donc le module au carré d'un nombre complexe, lequel est le produit scalaire de deux vecteurs. Si nous avons comme résultat du produit scalaire de deux vecteurs le nombre complexe $x = a + ib$ où $i^2 = -1$, alors son conjugué complexe est $x^* = a - ib$. Comme le module de x est $|x| = (x \cdot x^*)^{½}$ alors $|x|^2 = a^2 + b^2$. Posons que l'état d'un système quantique soit défini par le vecteur d'état $|\psi\rangle = \alpha\,|u_1\rangle + \beta\,|u_2\rangle$ où $|u_1\rangle$ et $|u_2\rangle$ sont les vecteurs propres, formant une base, d'un opérateur A correspondant à l'observable $\mathcal{A}$. De plus, posons que le vecteur propre $|u_1\rangle$ est associé à la valeur propre a_1 de A et le vecteur propre $|u_2\rangle$ est associé à la valeur propre a_2 de A. Selon le quatrième postulat, la probabilité $\mathcal{P}(a_1)$ d'avoir la valeur a_1 comme résultat lors d'une mesure de l'observable $\mathcal{A}$ est $|\alpha|^2$ et, de la même manière, la probabilité $\mathcal{P}(a_2)$ d'avoir la valeur a_2 comme résultat lors d'une mesure de l'observable $\mathcal{A}$ est $|\beta|^2$. Par la suite, par souci d'économie, nous pourrons dire indifféremment et sans ambiguïté une mesure de l'opérateur A à la place d'une mesure de l'observable $\mathcal{A}$ à laquelle correspond l'opérateur A.

L'évolution d'un système quantique obéit à deux principes. Ce dualisme dans la dynamique d'un système quantique est connu dans la littérature comme étant le problème de la mesure que nous avons succinctement abordé au chapitre précédent. Le premier principe est celui de la réduction du vecteur d'état que nous avons énoncé au chapitre 2 également. Ce principe s'applique lors d'une mesure uniquement et est l'objet du cinquième postulat qui affirme que si la mesure d'une grandeur physique $\mathcal{A}$ sur un système dans l'état $|\psi\rangle$ donne le résultat a_n, l'état du système immédiatement après la mesure est le vecteur propre associé à la valeur propre a_n.

Reprenons l'exemple mentionné ci-dessus dans lequel l'état d'un système quantique est défini par le vecteur d'état $|\psi\rangle = \alpha\,|u_1\rangle + \beta\,|u_2\rangle$ où $|u_1\rangle$ et $|u_2\rangle$ sont les vecteurs propres associés respectivement aux valeurs propres a_1 et a_2 de l'opérateur A correspondant à l'observable $\mathcal{A}$. Effectuons une mesure de l'observable $\mathcal{A}$. Alors, immédiatement après la mesure, l'état du système est soit $|u_1\rangle$ si le résultat de la mesure est a_1, soit $|u_2\rangle$ si le résultat de la mesure est a_2.

Le second principe d'évolution d'un système quantique est, en fait, le sixième postulat de la mécanique quantique. Ce dernier affirme que l'évolution dans le temps du vecteur d'état $|\psi(t)\rangle$ d'un système physique est régie par l'équation de Schrödinger. La solution de cette équation différentielle décrit l'évolution de l'état du système quantique lorsque ce dernier ne subit aucune mesure. La dynamique du système régie par l'équation de Schrödinger est déterministe, de sorte que cette dernière prédit une évolution unique du vecteur d'état. Il en est de même en mécanique classique dans laquelle l'évolution de l'état d'un système classique est déterminée à chaque instant par la trajectoire du point représentant l'état du système dans l'espace des phases. Toutefois, il n'en demeure pas moins que, seule, la distribution de probabilité d'obtenir, lors d'une mesure d'une observable, les valeurs propres du spectre de cette observable peut être connue pour un instant ultérieur. Notons ici le caractère éminemment probabiliste de la mécanique quantique, d'où l'indéterminisme qui lui est associé.

Le postulat 1 nous dit que le vecteur d'état nous donne une connaissance complète du système quantique qu'il décrit. Nous avons vu que le terme *vecteur d'état* est un autre terme pour *fonction d'onde*. En nous référant à ce qui a été dit au chapitre précédent en ce qui concerne la complétude de la mécanique quantique et l'interprétation, nous pouvons dire que le postulat 1 est un élément d'une interprétation. Il en est de même avec le postulat 5 qui introduit la réduction du vecteur d'état, autre nom pour *réduction de la fonction d'onde*. La mécanique quantique standard n'est donc pas neutre sur le plan de l'interprétation et semble à première vue adopter une métaphysique antiréaliste.

Par ailleurs, les deux algorithmes de ce que nous avons appelé l'interprétation minimale instrumentaliste qui se situe au premier niveau de l'interprétation correspondent aux postulats 3 et 4. L'algorithme de quantification correspond au postulat 3 qui stipule que la mesure d'une grandeur physique $\mathcal{A}$ ne peut donner comme résultat qu'une des valeurs propres de l'opérateur A correspondant; l'algorithme probabiliste correspond au postulat 4 qui détermine la probabilité de chacune des valeurs du spectre d'une observable $\mathcal{A}$ d'être obtenue lors de sa mesure connaissant, préalablement à la mesure, l'état du système quantique. Nous pouvons maintenant, à la lumière de notre exposé sur la mécanique quantique, mieux comprendre ce que ces deux algorithmes signifient. Notons encore une fois que les postulats 3 et 4 ne se situent pas au second niveau de l'interprétation comme c'est le cas, d'après nous, pour les postulats 1 et 5. Il est entendu également que les postulats 2 et 6 se situent au premier niveau de l'interprétation, c'est-à-dire sur le plan de la théorie physique.

3.2.2 Le spin d'un quanton

Pour bien saisir les concepts de la mécanique quantique que nous venons d'esquisser, nous nous servirons d'une propriété quantique d'un système physique, à savoir, le spin d'un quanton. Nous utilisons le terme *quanton*, à l'instar de Bunge (2003, p. 449), pour désigner un système quantique comme un photon, un électron, un atome, un corps noir, etc. Puisque la dualité onde-corpuscule s'applique à de tels systèmes, il nous paraît plus prudent d'utiliser le terme relativement neutre de *quanton*, plutôt que celui de *particule quantique* qui possède une connotation corpusculaire. Pour nous, le terme *quanton* est synonyme du terme *objet quantique* quoique, encore ici, le terme *objet* soit pourvu de façon inhérente d'un caractère classique dont il faut l'épurer. Cette section est importante pour la suite de notre recherche, car elle va nous permettre de définir la classe des énoncés de la mécanique quantique qui nous servira dans l'analyse de la métaphysique de celle-ci et dans la formulation d'une logique quantique adéquate.

Le spin d'un quanton est son moment cinétique intrinsèque, dénoté par $\mathcal{L}$. En mécanique quantique, le spin est une grandeur vectorielle associée aux degrés de liberté internes d'un quanton. On dénote par $\mathcal{L}_x$, $\mathcal{L}_y$ et $\mathcal{L}_z$ les observables correspondant aux trois composantes spatiales de $\mathcal{L}$ selon l'axe x, y et z relativement à un système de coordonnées cartésiennes. Le spin est une propriété absolument quantique qui n'a pas de pendant classique. Cependant, lors d'expérimentations, nous mesurons une des composantes du spin. Intuitivement, on peut se le représenter comme le moment cinétique $\mathbf{L}$ dû à la rotation d'un objet tournant sur lui-même, mais ceci n'est qu'une image. En mécanique classique, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$.

Nous pouvons mesurer la valeur d'une composante le long d'un axe donné du spin $\mathcal{L}$ d'un quanton à l'aide de l'appareil de Stern et Gerlach. Dans la description de l'expérimentation de Stern et Gerlach, nous verrons comment le comportement des objets quantiques diffère du comportement des objets de la mécanique classique. L'expérimentation a été effectuée pour la

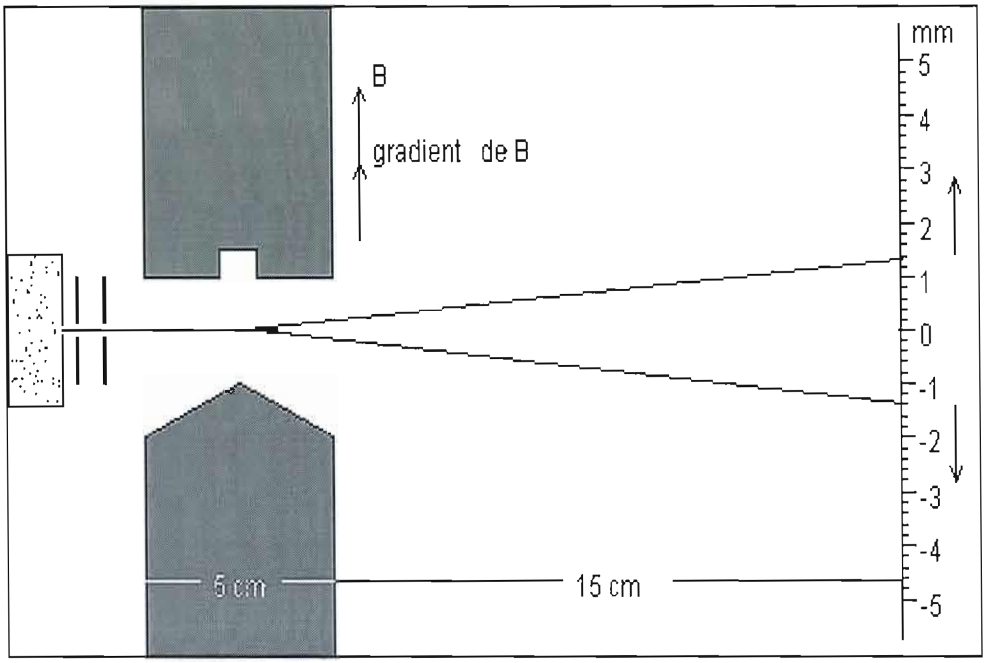

Figure 3.1 Appareil de Stern et Gerlach.
Source : www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/sternGerlach

première fois par Otto Stern et Wather Gerlach, en 1921, avec des atomes d'argent (Hughes, 1989, p. 2). Le dispositif expérimental est schématisé par la figure 3.1. L'expérimentation consiste à étudier la déviation de quantons possédant un spin par un champ magnétique $\boldsymbol{B}$ fortement inhomogène. Située à l'extrémité gauche de la figure 3.1, une source émet des quantons possédant un spin. Nous posons que le système de coordonnées cartésiennes est déterminé par l'axe horizontal y, l'axe vertical z et l'axe x qui est perpendiculaire au plan de la page. À la sortie de la source, une fente collimatrice sélectionne ensuite les quantons qui possèdent une vitesse parallèle à l'orientation horizontale y. Ces quantons, formant un jet, sont par la suite soumis à un champ magnétique non uniforme $\boldsymbol{B}$ en passant dans l'entrefer de l'électroaimant pour, finalement, se condenser sur une plaque située à l'extrémité droite de la figure 3.1.

Le moment cinétique intrinsèque $\mathcal{L}$ de ces quantons auquel est associé un moment magnétique intrinsèque $\mathcal{M}$, entre en interaction avec le champ magnétique $\boldsymbol{B}$, ayant pour effet de faire dévier ceux-ci de leur trajectoire horizontale avant qu'ils aillent se condenser sur la plaque de droite. C'est tout comme si chaque quanton était un minuscule aimant interagissant avec le champ magnétique. Remarquons que nous décrivons cette expérimentation de façon classique puisque nous attribuons aux quantons une trajectoire. Nous utilisons cette perspective réaliste qu'à des fins purement pédagogiques, afin de bien comprendre l'expérimentation; cependant, il faut garder à l'esprit cette limitation.

Ce qui est mesuré par cette expérimentation est non pas l'observable $\mathcal{L}$, mais sa composante le long de l'axe vertical z, soit l'observable $\mathcal{L}_z$. Classiquement, comme la distribution des spins des quantons est isotrope, c'est-à-dire uniforme dans toutes les orientations de l'espace, nous devrions avoir, entre deux valeurs limites, une distribution uniforme des quantons sur la plaque située à droite. Autrement dit, la mesure de la composante de $\mathcal{L}$ selon l'orientation z, soit $\mathcal{L}_z$, devrait classiquement donner comme résultat de la condensation des quantons entre deux extrémités, une distribution uniforme et symétrique par rapport au point 0 de la plaque. Toutefois, ce n'est pas ce que l'on observe; nous observons deux taches symétriques par rapport au point 0 telles que schématisées dans la figure 3.1.

La physique classique est incapable d'expliquer ce résultat expérimental. Par contre, la mécanique quantique explique ce phénomène par la quantification des composantes d'un moment cinétique ou quantification dans l'espace : "$\mathcal{L}_z$ est une grandeur physique quantifiée dont le spectre discret comporte seulement deux valeurs propres." (Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, 1973, p. 390). L'opérateur hermitique correspondant à l'observable $\mathcal{L}_z$ est l'opérateur S_z. Lors d'une mesure de l'observable $\mathcal{L}_z$, cette dernière ne prend que deux valeurs possibles : soit la valeur "bas", soit la valeur "haut" qui sont, en fait, les valeurs propres de l'opérateur S_z. Les valeurs "haut" et "bas" sont qualitatives et ne servent ici que d'approximations fictives pour introduire la quantification dans l'espace.

Immédiatement après la mesure de la composante selon z de son spin, le quanton se retrouve dans l'état associé à une des deux valeurs propres possibles de S_z, états que nous dénoterons par $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$. Les états $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ désignent aussi respectivement les vecteurs propres de S_z associés aux valeurs propres "haut" et "bas". Cette expérimentation nous révèle, par la quantification dans l'espace, un comportement purement quantique des quantons dont la physique classique, répétons-le, ne peut rendre compte. Il est important de souligner que ce sont les composantes du spin qui sont quantifiées, car la mesure s'effectue le long d'un axe particulier : ce que nous mesurons est la projection du spin sur cet axe. Précisons que, selon la figure 3.1, cette mesure s'effectue le long de l'axe vertical z. Cependant, en déplaçant convenablement l'appareil de Stern et Gerlach, cette mesure aurait pu s'effectuer le long de l'axe horizontal y ou bien le long de l'axe x ou, encore, le long de n'importe quel axe dénoté par u. Plutôt que d'obtenir un spectre continu de valeurs pour $\mathcal{L}_z$, comme le prédit la physique classique, nous obtenons un spectre discret comportant seulement deux valeurs propres.

3.2.3 Quanton de spin ½ et le principe de superposition

Nous avons vu que, conformément au second postulat de la mécanique quantique qui fait correspondre à chacune des observables un opérateur hermitique, l'opérateur hermitique S_z correspond à l'observable $\mathcal{L}_z$. L'opérateur S_z a, d'après l'expérimentation de Stern et Gerlach, deux valeurs propres qui, en fait, possèdent les valeurs réelles $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$ où $\hbar = h/2\pi$. Les valeurs "haut" et "bas" ne sont pas vraiment les valeurs propres de S_z et elles nous ont simplement servis à introduire la quantification dans l'espace de façon qualitative. Nous appelons quantons de spin ½ les quantons dont les valeurs propres de spin sont des multiples demi-entiers de $\hbar$. Aux valeurs propres $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$ de S_z sont associés respectivement les deux vecteurs propres orthonormés de S_z, $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$, de telle sorte que

(3.1) $S_z\,|+\rangle_z = +\hbar/2\,|+\rangle_z$

$S_z\,|-\rangle_z = -\hbar/2\,|-\rangle_z$;

(3.2) ${}_z\langle -|+\rangle_z = {}_z\langle +|-\rangle_z = 0$

${}_z\langle +|+\rangle_z = {}_z\langle -|-\rangle_z = 1.$

L'espace de Hilbert des états de spin est l'espace à deux dimensions $\mathcal{H}_S$ sous-tendu par les deux vecteurs $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$. La relation de fermeture $|+\rangle_z\,{}_z\langle +| + |-\rangle_z\,{}_z\langle -| = \mathbb{I}$ exprime le fait que ces deux vecteurs forment une base. Le vecteur $|+\rangle_z$ de la base engendre un sous-espace de $\mathcal{H}_S$ auquel est associé le projecteur $|+\rangle_z\,{}_z\langle +|$ et, de même, le vecteur $|-\rangle_z$ de la base engendre un autre sous-espace de $\mathcal{H}_S$ auquel est associé le projecteur $|-\rangle_z\,{}_z\langle -|$. Un sous-espace engendré par un vecteur d'état de spin est un sous-espace à une dimension de $\mathcal{H}_S$. Selon le premier postulat de la mécanique quantique, l'état de spin d'un quanton est déterminé par un vecteur d'état normé $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_S$ et sa forme la plus générale est une superposition linéaire des vecteurs $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ de sorte que $|\psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z$, où α et $\beta \in \mathbb{C}$. Autrement dit, tout vecteur d'état $|\psi\rangle$ de l'espace de Hilbert des états de spin $\mathcal{H}_S$ peut être déterminé par une combinaison linéaire des vecteurs d'états $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ de la base de S_z.

Étant donné l'état de spin $|\psi\rangle$ d'un quanton, pour connaître la probabilité d'avoir comme résultat d'une mesure de S_z telle valeur propre plutôt que l'autre, on se réfère au quatrième postulat. Conformément à ce dernier, si le quanton est dans l'état $|\psi\rangle$ ci-dessus mentionné, la probabilité $\mathcal{P}(+\hbar/2)$ de trouver la valeur propre $+\hbar/2$ comme résultat de la mesure est $|\alpha|^2$ et la probabilité $\mathcal{P}(-\hbar/2)$ de trouver la valeur propre $-\hbar/2$ comme résultat de la mesure est $|\beta|^2$ de telle sorte que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ puisque la probabilité totale qui est la somme de toutes les probabilités est égale à l'unité.

Ces probabilités sont obtenues à partir de la valeur des amplitudes de probabilité ${}_z\langle+|\psi\rangle = \alpha$ et ${}_z\langle-|\psi\rangle = \beta$. Le produit scalaire ${}_z\langle+|\psi\rangle = \alpha$ nous dit que la valeur de la projection de $|\psi\rangle$ sur le sous-espace engendré par $|+\rangle_z$ est α; de même, le produit scalaire ${}_z\langle-|\psi\rangle = \beta$ nous dit que la valeur de la projection de $|\psi\rangle$ sur le sous-espace engendré par $|-\rangle_z$ est β. Par exemple, posons $\alpha = \beta = 1/\sqrt{2}$, alors $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}|+\rangle_z + 1/\sqrt{2}|-\rangle_z$; dans ce cas, $\mathcal{P}(+\hbar/2) = ½$ et $\mathcal{P}(-\hbar/2) = ½$. Tout ce que nous permet de dire le vecteur d'état $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_S$, décrivant l'état de spin du quanton, est la probabilité d'obtenir telle valeur propre de S_z lors d'une mesure de l'observable $\mathcal{L}_z$. Le fait important à noter ici est, qu'avant une mesure de $\mathcal{L}_z$, pour un quanton dans l'état du système décrit par le vecteur d'état $|\psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta\,|-\rangle_z$, l'observable $\mathcal{L}_z$ ne possède pas de valeur définie, à moins que $\alpha = 0$ ou bien que $\beta = 0$. Ceci est dû au principe de superposition.

Suivant le cinquième postulat, une mesure de la composante selon z du spin projette, dans l'espace $\mathcal{H}_S$, le vecteur d'état $|\psi\rangle$ sur l'un des sous-espaces correspondant soit au vecteur propre $|+\rangle_z$, soit au vecteur propre $|-\rangle_z$, selon que la valeur propre obtenue comme résultat de cette mesure soit $+\hbar/2$ ou bien $-\hbar/2$. C'est le principe de la réduction du vecteur d'état. Par conséquent, à la suite d'une mesure de S_z, le système n'est plus dans l'état initial superposé $|\psi\rangle$, mais se trouve soit dans l'état $|+\rangle_z$, soit dans l'état $|-\rangle_z$. Ceci implique que, contrairement à la mécanique classique, une mesure effectuée sur le système perturbe l'état initial de celui-ci, à moins que le système ne se trouvait déjà dans un des états propres de l'opérateur S_z. En effet, si le quanton se trouvait dans l'état $|+\rangle_z$ ou bien $|-\rangle_z$ avant la mesure, il se retrouverait dans le même état immédiatement après la mesure de S_z. Nous pouvons interpréter ces résultats en affirmant qu'une propriété ou observable d'un quanton n'a pas généralement de valeur définie sans l'existence d'observateurs qui effectuent une mesure.

Posons maintenant qu'un expérimentateur ait préparé un quanton dans l'état de spin $|\psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta\,|-\rangle_z$. S'il ne perturbe pas le quanton par une mesure quelconque, l'évolution du vecteur d'état de spin $|\psi\rangle$ est déterminée par l'équation de Schrödinger. Grâce à cette équation différentielle, nous pouvons connaître de façon unique le vecteur d'état de spin $|\psi'\rangle$ du quanton à un instant ultérieur. Pourtant, comme nous l'avons déjà souligné, même si l'évolution de l'état de spin du quanton est déterminée de façon unique, nous ne pouvons connaître que les probabilités de trouver les valeurs propres de l'opérateur S_z lors de sa mesure. Puisque $|\psi'\rangle \in \mathcal{H}_S$, alors il peut être décrit par une combinaison linéaire des vecteurs propres de S_z, soit $|\psi'\rangle = \alpha'|+\rangle_z + \beta'|-\rangle_z$, où α' et $\beta' \in \mathbb{C}$. Dans ce cas, $\mathcal{P}(+\hbar/2) = |\alpha'|^2$ et $\mathcal{P}(-\hbar/2) = |\beta'|^2$. Encore ici, avec un quanton dans l'état de spin $|\psi'\rangle$, nous ne pouvons qu'affirmer des probabilités d'avoir telle valeur du spectre de S_z lors de sa mesure.

En mécanique quantique, le déterminisme de l'évolution d'un système physique est dissocié de la prédictibilité. De plus, en mécanique quantique, l'état du système ne correspond plus à une liste des valeurs des observables, comme c'est le cas en mécanique classique. Nous pouvons dire que l'état d'un système décrit par un vecteur d'état donne une liste des probabilités d'obtenir, lors de la mesure d'observables, les valeurs du spectre de celles-ci. Nous avons vu que, d'une part, un vecteur d'état peut être déterminé par une superposition de vecteurs propres d'un opérateur correspondant à une observable et que, d'autre part, chacun de ces vecteurs propres est associé à une valeur propre de l'opérateur en question. Dans le cas d'un vecteur d'état superposé, la valeur d'une observable n'est pas généralement définie avant la mesure de cette observable. En mécanique quantique, il y a donc dissociation des valeurs des propriétés de l'état du système.

3.2.4 Les observables incompatibles

On a vu que $\mathcal{L}_x$, $\mathcal{L}_y$ et $\mathcal{L}_z$ dénotent les observables correspondant aux trois composantes spatiales de $\mathcal{L}$ selon les axes x, y et z, relativement à un système de coordonnées cartésiennes. En se référant à la figure 3.1, ce système de coordonnées cartésiennes a pour axe x, l'axe dont l'orientation est perpendiculaire au plan de la page; pour axe y, l'axe dont l'orientation est horizontale; pour axe z, l'axe dont l'orientation est verticale. On a aussi fait correspondre à l'observable $\mathcal{L}_z$ l'opérateur S_z dont les vecteurs propres $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ sont associés respectivement à ses valeurs propres $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$. De même, on peut faire correspondre respectivement aux observables $\mathcal{L}_x$ et $\mathcal{L}_y$, les opérateurs S_x et S_y.

Pour effectuer une mesure de $\mathcal{L}_x$, il suffit de faire pivoter d'un angle de 90° autour de l'axe y, de façon antihoraire, l'appareil de Stern et Gerlach de la figure 3.1. Dans ce cas, le résultat de l'expérimentation de la mesure de $\mathcal{L}_x$ est de nouveau deux taches, mais qui sont maintenant situées, de façon symétrique, à gauche et à droite du point 0 de la plaque, et non plus en haut et en bas de celui-ci comme c'était le cas pour une mesure de $\mathcal{L}_z$. Cette quantification dans l'espace nous permet de dire, tout comme pour S_z, que l'opérateur S_x possède les deux valeurs propres $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$ auxquelles sont associés respectivement les deux vecteurs propres $|+\rangle_x$ et $|-\rangle_x$ qui forment une base dans l'espace des états de spin $\mathcal{H}_S$ de telle sorte que

$$(3.3)\qquad S_x\,|+\rangle_x = +\hbar/2\;|+\rangle_x$$

$$S_x\,|-\rangle_x = -\hbar/2\,|-\rangle_x;$$

$$(3.4)\qquad {}_x\langle -|+\rangle_x = {}_x\langle +|-\rangle_x = 0$$

$${}_x\langle +|+\rangle_x = {}_x\langle -|-\rangle_x = 1.$$

Tout comme les vecteurs propres de S_z, chacun des vecteurs propres de S_x engendre un sous-espace de $\mathcal{H}_S$ à une dimension. Le vecteur propre $|+\rangle_x$ engendre un sous-espace de $\mathcal{H}_S$ auquel est associé le projecteur $|+\rangle_x\,{}_x\langle +|$ et le vecteur propre $|-\rangle_x$ engendre un autre sous-espace de $\mathcal{H}_S$ auquel est associé le projecteur $|-\rangle_x\,{}_x\langle -|$. La relation de fermeture $|+\rangle_x\,{}_x\langle +| + |-\rangle_x\,{}_x\langle -| = \mathbb{I}$ exprime le fait que ces deux vecteurs forment une base. La mécanique quantique montre que, puisque les vecteurs $|+\rangle_x$ et $|-\rangle_x$ sont des vecteurs d'état de $\mathcal{H}_S$, ils peuvent être décrits par une superposition des vecteurs propres de S_z de telle sorte que

(3.5) $|+\rangle_x = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_z + |-\rangle_z)$

$|-\rangle_x = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_z - |-\rangle_z)$.

Et, inversement, puisque les vecteurs $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ sont des vecteurs d'états de $\mathcal{H}_S$, ils peuvent être décrits par une superposition des vecteurs propres de S_x de telle sorte que

(3.6) $|+\rangle_z = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_x + |-\rangle_x)$

$|-\rangle_z = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_x - |-\rangle_x)$.

On peut préparer des quantons dans l'état $|+\rangle_z$ en se servant de l'appareil de Stern et Gerlach de façon à utiliser, pour une nouvelle expérimentation, les quantons qui arrivent à la tache supérieure de la plaque de droite, c'est-à-dire les quantons dont la mesure de S_z est $+\hbar/2$. En effet, immédiatement après avoir subi une mesure de S_z, les quantons de la tache supérieure sont dans l'état $|+\rangle_z$ et ceux de la tache inférieure sont dans l'état $|-\rangle_z$. Si nous effectuions de nouveau une mesure de S_z sur les quantons préparés dans l'état $|+\rangle_z$ avec un appareil de Stern et Gerlach, nous obtiendrions à coup sûr, immédiatement après la mesure, la valeur $+\hbar/2$, c'est-à-dire que les quantons se trouveraient encore dans l'état $|+\rangle_z$. Par contre, si nous effectuions une mesure de S_x sur les quantons préparés dans l'état $|+\rangle_z$, ces derniers se trouveraient, immédiatement après la mesure, soit dans l'état propre $|+\rangle_x$, soit dans l'état propre $|-\rangle_x$ et ceci, avec une probabilité égale à ½ pour les deux états conformément aux équations (3.6).

Supposons que l'on effectue maintenant une mesure de S_z sur les quantons qui viennent de subir une mesure de S_x et qui sont, par exemple, dans l'état propre $|-\rangle_x$, quel serait alors le résultat de cette mesure en sachant que tous les quantons préparés étaient initialement dans l'état $|+\rangle_z$ avant les mesures successives de S_x et de S_z? Nous obtiendrions alors comme résultat, immédiatement après la mesure de S_z, soit $|+\rangle_z$, soit $|-\rangle_z$ avec une probabilité égale à ½ dans les deux cas, conformément aux équations (3.5), et non pas $|+\rangle_z$ avec certitude. La mesure de S_x a altéré la valeur de S_z des quantons préparés de telle sorte que la valeur de S_z n'est plus définie après la mesure de S_x. Par conséquent, l'état propre $|-\rangle_x$ de S_x est une superposition des états propres de S_z, comme le stipulent les équations (3.5).

Les opérateurs S_z et S_x sont des opérateurs qui ne commutent pas et, par conséquent, nous ne pouvons connaître ou mesurer simultanément leur valeur respective : si nous connaissons à l'aide d'une mesure la valeur de S_z, alors la valeur de S_x n'est pas définie et vice versa. Rappelons qu'en fait, ce sont les observables incompatibles $\mathcal{L}_z$ et $\mathcal{L}_x$ qui ne peuvent être mesurées simultanément et que ce sont elles qui possèdent une valeur lors d'une mesure, mais nous avons décidé ci-dessus de parler indifféremment de la mesure d'une observable et de la mesure de son opérateur correspondant. On voit que la mesure de S_x suivie d'une mesure de S_z ne donne pas le même résultat qu'une mesure de S_z suivie d'une mesure de S_x. Comme nous l'avons déjà spécifié, en mécanique quantique, l'application de l'opérateur A sur un vecteur d'état suivi de l'application de l'opérateur B n'est pas nécessairement équivalent à lui appliquer d'abord l'opérateur B, suivi de l'application de A. Nous disons, dans ce cas, que les opérateurs ne commutent pas, soit $[A, B] \neq 0$.

La conséquence est que nous ne pouvons pas mesurer simultanément les valeurs d'observables incompatibles. C'est le cas pour tout couple d'observables de spin ayant un axe de projection différent de telle sorte que $S_a S_b - S_b S_a \neq 0$, pour toute orientation a et b pourvu que $a \neq b$. Entre autres, pour les opérateurs S_z et S_x, la relation de commutation est la suivante : $[S_z, S_x] = i\hbar S_y$ où $i = \sqrt{-1}$. Notons que l'application d'un opérateur sur un vecteur d'état n'est pas une mesure. La mesure de l'observable qui correspond à un opérateur projette le vecteur d'état décrivant l'état du quanton sur un des sous-espaces engendré par un des vecteurs propres de cet opérateur et cette projection dépend de la valeur de la mesure.

3.3 L'indéterminisme de la mécanique quantique

Comme nous l'avons vu au chapitre 2 dans la brève introduction historique à la mécanique quantique, grâce aux relations d'indétermination de Heisenberg, nous pouvons mesurer simultanément certaines propriétés incompatibles, mais seulement de manière approximative et au détriment du déterminisme. Les relations d'indétermination de Heisenberg reflètent les relations de commutation suivantes :

(3.7) $[X, P_x] = i\hbar\mathbb{I}$

$[Y, P_y] = i\hbar\mathbb{I}$

$[Z, P_z] = i\hbar\mathbb{I}$

où X, Y, Z, P_x, P_y et P_z sont respectivement les opérateurs correspondant aux observables x, y, z, p_x, p_y et p_z. Néanmoins, pour nous, le caractère indéterministe de la mécanique quantique, quoique présent dans les relations d'indétermination de Heisenberg, provient de l'incompatibilité de certaines observables reliée aux contextes expérimentaux. D'ailleurs, l'épistémologue française Destouches-Février (1951, p. 269) démontre dans un théorème que l'indéterminisme d'une théorie physique découle de la présence d'observables incompatibles dans celle-ci. Cette incompatibilité se traduit sur le plan algébrique par la non-commutativité des opérateurs correspondant à ces observables incompatibles. Les relations d'indétermination sont donc, d'après nous, une conséquence de l'incompatibilité des observables de composantes de la position et de la quantité de mouvement lors d'expérimentations.

La mécanique quantique diffère essentiellement de la mécanique classique par le remplacement des variables et fonctions correspondant aux observables dont le produit est commutatif, par des opérateurs dont le produit n'est pas nécessairement commutatif. Bitbol écrit ceci à ce sujet :

> L'incompatibilité des contextes expérimentaux relativement auxquels sont définies des déterminations se traduit algébriquement par la non-commutativité des observables correspondantes. Et la non-commutativité des observables, associée à certaines conditions aux limites, entraîne des schèmes de quantification. (Bitbol, 1996, p. 199)

Remarquons que, dans cette citation, Bitbol emploie le terme *observable* comme synonyme du terme *opérateur* et les conditions aux limites auxquelles il fait référence renvoient à des situations physiques comme, par exemple, une barrière ou un puits de potentiel auxquels est soumis un quanton.

La notion d'incompatibilité se traduit par le fait qu'immédiatement après la mesure d'une observable effectuée sur un système physique, cette observable possède une valeur bien déterminée, tandis que les observables qui lui sont incompatibles n'ont pas de valeur définie. Ceci se traduit également par le fait que les vecteurs d'états propres associés à une observable donnée peuvent être décrits en termes de superposition de vecteurs d'états propres associés à une autre observable qui lui est incompatible. Par exemple, la forme prédicative de l'énoncé "La valeur de S_z est $+\hbar/2$" nous indique que l'énoncé est vrai lorsque le quanton est dans l'état $|+\rangle_z$ puisque si nous effectuons une mesure de S_z, nous obtiendrions $+\hbar/2$ à coup sûr. Étant donné que le formalisme quantique nous dit que $|+\rangle_z = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_x + |-\rangle_x)$, quelle est la valeur de S_x quand le quanton est dans l'état $|+\rangle_z$? Autrement dit, que pouvons-nous dire de la vérité des énoncés "La valeur de S_x est $+\hbar/2$" et "La valeur de S_x est $-\hbar/2$"? Tout ce que nous dit le formalisme est que la probabilité d'obtenir soit $+\hbar/2$, soit $-\hbar/2$ lors d'une mesure de S_x est ½ dans les deux cas.

D'après nous, l'indéterministe de la mécanique quantique est décrit, sur le plan formel par le fait que $|+\rangle_z$ est une combinaison linéaire des vecteurs propres $|+\rangle_x$ et $|-\rangle_x$) de S_x. Les relations d'indétermination de Heisenberg reflètent entièrement cette particularité, puisqu'après une mesure extrêmement précise de la position x, la valeur de p_x n'est pas définie. Si le vecteur d'état décrivant un état quantique ne nous permet pas de connaître simultanément toutes les valeurs des observables, ce n'est pas parce qu'il décrit de façon incomplète cet état, mais parce qu'un vecteur d'état qui permettrait de connaître simultanément toutes ces valeurs est physiquement impossible. Cette impossibilité provient de l'incompatibilité de certaines observables dans des contextes expérimentaux concrets. De cette incompatibilité des contextes expérimentaux découle l'indéterminisme de la mécanique quantique qui se reflète dans le principe de superposition et dans la non-commutativité des opérateurs correspondant à ces observables.

Nous avons aussi vu que, généralement, en mécanique quantique, la valeur d'une observable n'est définie qu'après une mesure. Bien que l'idée d'une propriété mesurable sans valeur définie soit saugrenue du point de vue de la mécanique classique et du sens commun, nous pouvons en conclure qu'en mécanique quantique une propriété définie n'appartient pas intrinsèquement à l'objet, comme c'est le cas en mécanique classique, mais plutôt à l'ensemble qui comprend l'objet et l'appareil de mesure utilisé. Enfin, à la lumière des relations d'indétermination de Heisenberg, nous pouvons interpréter le fait d'attribuer des propriétés ayant des valeurs bien définies aux objets comme étant une illusion due à l'imprécision des appareils de mesure macroscopique. Le physicien Hoffmann écrit ceci au sujet de l'indéterminisme de la mécanique quantique :

> Si, à un moment donné, l'on ne peut pas connaître à la fois précisément la position et la quantité de mouvement d'une particule, nous sommes privés des données nécessaires pour prévoir où cette particule se trouvera ensuite. L'avenir est donc indéterminé, et la causalité victime du quantum. (Hoffmann, 1975, p. 201)

Pour certains physiciens et philosophes, le caractère probabiliste de la mécanique quantique découle des relations d'indétermination de Heisenberg et ces relations ont complètement changé les fondements de la physique moderne. Entre autres, Carnap (1995, p. 288) soutient ceci : "The revolutionary nature of the Heisenberg uncertainty principle has led some philosophers and physicists to suggest that certain basic changes be made in the language of physics." Carnap suggère de modifier le langage de la physique pour s'adapter aux relations de Heisenberg en changeant la forme de la logique utilisée en physique. C'est pourquoi plusieurs physiciens, mathématiciens et philosophes essaient de concevoir une logique quantique. Les philosophes Reichenbach (1944) et Destouches-Février (1951) proposent des logiques trivalentes. Les mathématiciens Birkhoff et von Neumann (1936) établissent les bases d'une approche logico-algébrique à la mécanique quantique. Selon cette approche, les diverses logiques quantiques sont associées à des structures d'ordre et algébriques.

Nous voulons simplement faire remarquer ici que ces physiciens, mathématiciens et philosophes portent un grand intérêt à la logique quantique en pensant qu'elle résoudrait, en totalité ou en partie, les problèmes d'interprétation de la mécanique quantique. Par conséquent, ils tentent aussi de résoudre, à l'aide d'une logique quantique, des problèmes d'ordre métaphysique. Parmi eux, Putnam (1979) avance l'idée que la logique quantique algébrique lui permet de soutenir une métaphysique réaliste pour la mécanique quantique. De notre côté, nous pensons qu'une formulation adéquate de la logique quantique algébrique est le fondement d'une métaphysique antiréaliste de la mécanique quantique. Dans le prochain chapitre, nous nous proposons de montrer que la métaphysique de la mécanique quantique est antiréaliste.

CHAPITRE IV

LA MÉTAPHYSIQUE ANTIRÉALISTE DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

Dans le quatrième chapitre, nous analysons la mécanique quantique d'un point de vue métaphysique. Nous y montrons en quoi la métaphysique de la mécanique quantique est antiréaliste. Pour ce faire, nous nous servons de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques que nous appliquons à la classe des énoncés de la mécanique quantique. Pour commencer, nous définissons ce qu'est un énoncé en mécanique quantique. Puis, nous montrons que la classe des énoncés de la mécanique quantique n'est soumise ni au principe de bivalence, ni à une théorie de la signification véríconditionnelle. Par conséquent, selon Dummett, l'antiréalisme à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique est un antiréalisme radical. Nous portons une attention particulière à montrer que le principe de bivalence n'est pas valide pour la classe des énoncés de la mécanique quantique entraînant que la logique ainsi que la théorie sémantique associées à la classe de ces énoncés sont non classiques.

4.1 La classe des énoncés de la mécanique quantique

Nous avons vu, au chapitre 1, que l'analyse que fait Dummett, en philosophie du langage de tradition analytique, du débat entre réalistes et antiréalistes à propos des énoncés mathématiques peut être transposée, selon l'auteur, dans d'autres domaines, pourvu qu'il existe un débat métaphysique entre réalistes et antiréalistes dans ces domaines. De plus, pour Dummett, contrairement à ce qu'affirme Wittgenstein, ces divers débats ont un sens pour autant que, dans leur pratique quotidienne, les actions de ceux qui souscrivent à des métaphysiques rivales peuvent être différenciées. À la section 2.2, nous avons montré qu'il existe bel et bien, en mécanique quantique, un débat métaphysique à propos des entités théoriques. Ce débat est complexe, car plusieurs interprétations conçues à partir de leur cadre catégoriel respectif se font la lutte pour trouver des solutions à divers problèmes tels celui de la réalité physique, celui de la mesure et celui de la nature des probabilités quantiques.

Nous avons montré, à la section 2.3, que nous pouvons différencier les actions des physiciens souscrivant à des métaphysiques différentes à l'aide d'un critère méthodologique. Ce critère stipule que le physicien doit adopter et protéger une interprétation qui se fonde sur une métaphysique donnée et il doit aussi inscrire son travail à l'intérieur de balises déterminées par cette interprétation. Nous avons suggéré que, d'une part, nous pouvons exprimer ce critère méthodologique, en nous inspirant du modèle de développement de la science de Lakatos, en termes de programme de recherche; d'autre part, en nous inspirant du modèle de Laudan, nous pouvons exprimer le critère de démarcation en termes de tradition de recherche. Les physiciens qui souscrivent à des interprétations différentes et, par conséquent, à des métaphysiques différentes s'inscrivent dans des programmes de recherche différents ou des traditions de recherche différentes. Nous sommes, par conséquent, justifiés d'appliquer l'analyse dummettienne à la classe des énoncés de la mécanique quantique.

4.1.1 Présuppositions métaphysiques dans les postulats de la mécanique quantique

Nous avons fait, au chapitre 3, une présentation de la mécanique quantique standard selon Dirac et von Neumann. Nous avons vu que certains postulats de la mécanique quantique standard ne sont pas neutres sur le plan de l'interprétation et, par conséquent, sur le plan métaphysique. Rappelons brièvement les six postulats : 1– le vecteur d'état décrit complètement l'état d'un système quantique; 2– un opérateur est associé à chacune des observables; 3– chacune des observables possède un spectre déterminé par les valeurs propres de l'opérateur correspondant; 4– la probabilité d'obtenir une valeur du spectre d'une observable lors d'une mesure de celle-ci est donnée par la règle de Born; 5– immédiatement après une mesure d'une observable, l'état du système est décrit par le vecteur d'état associé à la valeur mesurée; 6– en dehors de toute mesure, l'équation de Schrödinger régit l'évolution d'un système quantique.

L'interprétation antiréaliste de l'école de Copenhague affirme que le vecteur d'état décrit de façon complète l'état d'un quanton, tandis que les interprétations réalistes de type à variables cachées nient cette affirmation. Il est évident que si nous acceptons tel quel le premier postulat de la mécanique quantique standard qui dit justement ce qu'affirme l'interprétation de l'école de Copenhague à propos de la complétude de la description de l'état d'un système quantique par un vecteur d'état, nous risquons de nous commettre sur le plan métaphysique. Nous ne pouvons déterminer la métaphysique de la mécanique quantique en nous reposant sur certains postulats qui souscrivent implicitement à une métaphysique. Nous rejetons donc les postulats 1 et 5 de la mécanique quantique standard tels que formulés puisque nous avons vu que ce sont ces postulats qui contiennent des éléments d'interprétation. Nous pouvons modifier le premier postulat de la façon suivante : l'état d'un système quantique est décrit par un vecteur d'état $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$. Nous nous abstenons de dire si la description de l'état par un vecteur d'état est complète ou incomplète.

Nous devons rejeter, tel que formulé, le cinquième postulat concernant la réduction du paquet d'ondes qui affirme que si la mesure d'une grandeur physique $\mathcal{A}$ sur un système dans l'état $|\psi\rangle$ donne le résultat a_n, l'état du système immédiatement après la mesure est le vecteur propre $|u_n\rangle$ associé à la valeur propre a_n. Nous affaiblissons ce postulat en disant qu'étant donné le vecteur propre $|u_n\rangle$ associé à la valeur propre a_n de l'opérateur A, si le quanton se trouve initialement préparé dans l'état $|u_n\rangle$, alors une mesure de l'observable $\mathcal{A}$ donnera de façon certaine la valeur a_n. Par exemple, si nous préparons des quantons de spin ½ dans l'état de spin $|+\rangle_z$, alors une mesure de l'observable $\mathcal{L}_z$ donnera avec certitude la valeur $+\hbar/2$. Cette façon de reformuler le postulat 5 répond aux critiques des interprétations qui rejettent la réduction du paquet d'ondes.

Pour déterminer la métaphysique de la mécanique quantique, nous allons tenter, autant que possible, de nous en tenir au formalisme, c'est-à-dire au premier niveau d'interprétation, et d'éliminer les éléments du second niveau d'interprétation. Nous pouvons utiliser sans problèmes les postulats 2, 3 et 4, lesquels nous semblent neutres sur le plan du second niveau d'interprétation puisque toutes les interprétations de ce niveau les acceptent. Le postulat 2 associe à chacune des grandeurs physiques un opérateur hermitique du formalisme mathématique. Le postulat 3 est ce que nous avons identifié à l'algorithme de quantification qui calcule le spectre d'une observable, c'est-à-dire l'ensemble de toutes les valeurs possibles que peut prendre cette observable. Le postulat 4 est ce que nous avons identifié à l'algorithme probabiliste qui calcule la distribution des probabilités d'obtenir les valeurs d'une observable lors d'une mesure de celle-ci. L'algorithme probabiliste correspond à la règle de Born. Le postulat 6 est neutre, lui aussi, sur le plan du second niveau d'interprétation puisque l'équation de Schrödinger, acceptée par toutes les interprétations, décrit l'évolution temporelle d'un système quantique lorsque ce dernier n'est pas soumis à la mesure.

4.1.2 Les énoncés dans la théorie physique

L'approche axiomatique en mécanique quantique peut aussi nous aider à ne pas nous prononcer sur le plan métaphysique puisque son but est de fonder le formalisme mathématique de la mécanique quantique et de pouvoir ainsi le générer à partir de termes primitifs et d'axiomes. Nous nous référons principalement à l'axiomatisation de la mécanique quantique du mathématicien Mackey (2004) qui nous servira dans la définition de la classe des énoncés de la mécanique quantique. Tout comme von Neumann (Pták et Pulmannová, 1991, p. xvii), Mackey (2004, p. 62) propose deux termes primitifs : celui d'état et celui d'observable. En physique, la connaissance de l'état d'un système physique nous permet de faire des prédictions à propos de son évolution dans le temps. Nous avons vu qu'une observable est une grandeur physique mesurable et que la connaissance de l'état du système nous permet également de faire des prédictions à propos des valeurs du spectre des observables. À chacune des observables est assigné un dispositif expérimental qui permet de mesurer sa valeur et les valeurs des observables sont exprimées par des nombres réels.

En nous référant aux deux termes primitifs de l'axiomatisation de Mackey, nous pouvons, de prime abord, avancer l'hypothèse que les énoncés de la mécanique quantique qui nous intéressent sont des énoncés qui portent sur les valeurs des observables d'un quanton étant donné l'état de celui-ci. Tandis que Birkhoff et von Neumann (1936) parlent de propositions expérimentales pour les énoncés de la mécanique quantique, Mackey (2004, p. 64) associe ces énoncés à des questions expérimentales.

Dans notre thèse, nous considérons qu'un énoncé, en physique, porte sur la valeur d'une grandeur physique mesurable d'un système physique que nous qualifions de propriété du système physique. Cet énoncé est un énoncé empirique, c'est-à-dire qu'il exprime quelque chose sur le monde physique et, plus spécifiquement, sur un système physique. Les énoncés de la physique peuvent être des énoncés d'observation aussi bien que des énoncés théoriques, mais il faut cependant garder à l'esprit qu'aucun énoncé empirique n'exprime un fait pur puisque chacun d'eux est chargé de théorie. Quoi qu'il en soit, nous pouvons néanmoins distinguer l'énoncé empirique de la physique de l'énoncé logique "en disant que la fausseté du premier ne relève pas d'une contradiction, mais d'une incompatibilité avec d'autres énoncés empiriques reconnus comme vrais." (Nadeau, 1999, p. 195). La distinction entre les énoncés empiriques et les énoncés logiques nous permet de distinguer les théorèmes de la théorie des prédictions de celle-ci qui portent sur des systèmes physiques. De plus, nous limitons les énoncés empiriques à des énoncés singuliers qui peuvent être vérifiés contrairement aux énoncés universels, comme les lois de la théorie, qui ne peuvent qu'être falsifiés (Popper, 1973, p. 38).

Nous considérons donc que la classe des énoncés d'une théorie physique à propos d'un système physique donné est composée d'énoncés singuliers portant sur les valeurs des grandeurs physiques du système étudié et les valeurs de ces grandeurs physiques mesurables sont déterminées par un calcul de la théorie et peuvent être vérifiées expérimentalement lors d'une mesure de celles-ci. Par conséquent, nous excluons de ce que nous définissons comme la classe des énoncés d'une théorie physique tous ses énoncés logiques et tous ses énoncés empiriques universels tout en gardant à l'esprit que de tels énoncés servent dans le calcul des grandeurs physiques d'un système physique donné.

La raison principale de cette exclusion est que notre analyse porte sur des systèmes physiques, en l'occurrence, des entités théoriques, auxquels l'on attribue des propriétés. De plus, cette façon de définir la classe des énoncés d'une théorie physique est cautionnée par de nombreux auteurs dans la littérature qui traite de ce sujet et semble être la règle admise (Birkhoff et von Neumann, 1936, p. 824; Gudder, 1979, p. 41; Hughes, 1989, p. 61; Mackey, 2004, p. 64; Pták et Pulmannová, 1991, p. xxi-xxii; Rédei, 1998, p. 61; Svozil, 1998, p. 8; van Fraassen, 1991, p. 45; von Neumann, 1983, p. 247-254). En fait, la classe des énoncés que nous avons définie se ramène à la classe des énoncés portant sur les propriétés de systèmes physiques donnés. D'un point de vue métaphysique, toute la question est de savoir si de tels systèmes physiques possèdent intrinsèquement ses propriétés.

4.1.3 Les énoncés de la physique classique

Nous avons vu qu'en physique classique, l'état d'un système physique composé de N particules est décrit par un point dans l'espace des phases à $6N$ dimensions. Les composantes de ce point sont les composantes tridimensionnelles des positions et des quantités de mouvement des N particules, c'est-à-dire $6N$ composantes. Nous avons aussi vu que, connaissant l'état du système physique ainsi que les lois qui le régissent, nous pouvons déterminer l'évolution dans le temps de l'état du système ainsi que toutes les valeurs des grandeurs physiques de celui-ci au cours du temps. Par exemple, pour un système composé d'une seule particule de masse m plongée dans un champ gravitationnel, en connaissant la position et la quantité de mouvement de celle-ci à un instant t_0, nous pouvons connaître, en autres, sa trajectoire, son énergie cinétique et son énergie potentielle à tout moment t. Dans le cas d'une particule, certaines grandeurs physiques sont toujours constantes comme, par exemple, la masse et la charge électrique, tandis que d'autres peuvent varier avec le temps. Quoi qu'il en soit, toutes les grandeurs physiques d'une particule sont des fonctions des composantes tridimensionnelles de sa position $\mathbf{r}$ et de sa quantité de mouvement $\mathbf{p}$.

Dans le cas d'un système composé de N particules, toutes les grandeurs physiques de ce système sont des fonctions des composantes tridimensionnelles des positions et des quantités de mouvement de chacune des particules. Dénotons l'espace des phases par le symbole Ω et l'état du système par ω. Il est évident que $\omega \in \Omega$ puisque Ω représente toutes les possibilités que l'état ω du système peut prendre. Par la suite, lorsque nous mentionnerons l'état ou les valeurs des grandeurs physiques d'un système, il sera sous-entendu que cette mention sera faite pour un instant donné. Par opposition à l'aspect dynamique, l'analyse que nous faisons des énoncés est, dans ce sens, statique, c'est-à-dire que nous analysons les énoncés portant sur les valeurs des grandeurs physiques d'un système pour un instant donné.

Pour simplifier la situation, considérons, pour le moment, un système composé d'une seule particule se déplaçant dans une seule dimension de l'espace physique tridimensionnel.

L'état de ce système est donné par $\omega = (q, p)$ où q est la position et p la quantité de mouvement selon l'axe unidimensionnel q. L'état ω de la particule est représenté par le point (q, p) dans l'espace des phases Ω de la particule dont l'axe des abscisses est la position q et l'axe des ordonnées la quantité de mouvement p. Connaissant les grandeurs physiques constantes dont, entre autres, la masse m, les lois qui régissent le système ainsi que l'état ω à un instant donné, nous pouvons connaître toutes les valeurs des grandeurs physiques mesurables comme, par exemple, l'énergie cinétique de ce système.

L'énergie cinétique K de la particule est une fonction de q et p de telle sorte que $K = f_K (q, p) = p^2/2m$. Nous pouvons alors exprimer des énoncés à propos de l'énergie cinétique K comme, par exemple, “La valeur de l'énergie cinétique K de la particule est 2” ou encore “La valeur de K de la particule est plus grande ou égale à 8”. Ces énoncés sont souvent présentés sous forme de questions expérimentales (Hughes, 1989, p. 59) de telle sorte que nous pouvons reformuler les deux énoncés de la façon suivante : “Est-ce que la valeur de l'énergie cinétique K de la particule est 2?” et “Est-ce que la valeur de K de la particule est plus grande ou égale à 8?”. Ces questions peuvent être testées expérimentalement et leur réponse, après un test, est soit *oui*, soit *non*. Cependant, si nous connaissons l'état ω de la particule et les lois qui la régissent, nous pouvons également répondre à la question soit par un *oui*, soit par un *non* en calculant l'énergie cinétique K à l'aide de la fonction $f_K (q, p)$ qui nous est donnée par la théorie physique. De la même façon, pour ce qui est des énoncés, nous pouvons leur assigner soit la valeur de vérité *vrai*, soit la valeur de vérité *faux*, en référence à un test expérimental ou bien en référence à un calcul de la théorie.

Pour ce qui est de la question du système d'unités dans lequel sont exprimées les grandeurs physiques, il faut nous assurer que tous les énoncés utilisent le même système d'unités. Sinon on peut passer d'un système d'unités de mesure à un autre par des règles de transformation. Ce qui compte est que les valeurs des grandeurs physiques correspondent à des nombres réels déterminés soit par une mesure, soit par un calcul de la théorie et que le système d'unités soit le même pour l'expression de ces nombres.

Ce qui est important de retenir est que l'énoncé à propos de la valeur d'une grandeur physique ou la question qui lui correspond, détermine une région de l'espace des phases Ω. Cette région est un sous-ensemble de l'espace des phases Ω (Hughes, 1989, p. 68). En effet, si l'énergie cinétique K de la particule est bien égale à 2, alors $p = \pm\ 2\sqrt{m}$ et q peut prendre n'importe quelle valeur. Dans l'espace des phases Ω de la particule, l'énoncé correspond à deux lignes parallèles à l'axe q. Si K de la particule est plus grande ou égale à 8, alors $p \geq 4\sqrt{m}$ et $p \leq -4\sqrt{m}$ et q peut prendre n'importe quelle valeur. Dans ce cas, l'énoncé correspond à deux régions symétriques par rapport à l'axe q dans l'espace des phases Ω où p varie de $4\sqrt{m}$ à l'infini, dénoté par ∞, et de $-4\sqrt{m}$ à $-\infty$.

L'énoncé est vrai ou la réponse à la question est *oui* si l'état ω du système physique est compris dans la région de l'espace des phases Ω déterminée par l'énoncé ou la question qui lui correspond. Autrement dit, le point (q, p) qui décrit l'état ω de la particule dans Ω doit être compris dans la région de Ω définie par l'énoncé ou la question qui lui correspond pour que cet énoncé soit vrai et que la réponse à la question soit *oui*, sinon l'énoncé est faux et la réponse à la question est *non*. Par exemple, l'énoncé "La valeur de l'énergie cinétique K de la particule est 2" est vrai si la quantité de mouvement p de la particule est égale soit à $2\sqrt{m}$, soit à $-2\sqrt{m}$ quelque soit la valeur de la position q, sinon l'énoncé est faux. De la même manière, la réponse à la question "Est-ce que la valeur de l'énergie cinétique K de la particule est 2?" est *oui*, si la quantité de mouvement p de la particule est égale soit à $2\sqrt{m}$, soit à $-2\sqrt{m}$, quelle que soit la valeur de la position q, sinon la réponse à la question est *non*.

En généralisant à tout système physique et à toutes les grandeurs physiques mesurables de la physique classique, nous pouvons affirmer qu'à chaque énoncé portant sur la valeur d'une grandeur physique mesurable d'un système physique, autrement dit une propriété de ce système, correspond une région de l'espace des phases Ω. Rappelons que comme un système physique est dynamique, c'est-à-dire que son état $\omega = (q, p)$ peut varier dans le temps, il se peut qu'un énoncé portant sur une propriété soit vrai pour un instant donné t et faux pour un autre.

Puisque notre analyse est statique, au sens spécifié ci-dessus, nous pouvons affirmer que, pour qu'un énoncé soit vrai, il faut que l'état ω du système en question soit compris dans la région de l'espace des phases Ω déterminée par l'énoncé, sinon l'énoncé est faux. De la même manière, la réponse à une question est *oui* dans le cas où l'état ω du système étudié est compris dans la région de l'espace des phases Ω définie par la question, sinon la réponse est *non*. Nous pouvons, d'une façon plus formelle, définir l'état d'un système comme une fonction à deux valeurs sur l'ensemble des énoncés portant sur les propriétés du système de telle sorte que cette fonction prend la valeur 1 pour *vrai* et la valeur 0 pour *faux*. Dans le cas des questions, la valeur 1 équivaut à la réponse *oui* et la valeur 0 à la réponse *non*.

Dénotons l'énoncé "La valeur de la grandeur physique A est comprise dans Δ" par (A, Δ) où Δ est un sous-ensemble des réels $\mathbb{R}$. La valeur de vérité assignée à l'énoncé (A, Δ) est donnée par la fonction à deux valeurs $\omega(A, \Delta)$ de telle sorte que $\omega(A, \Delta) = 1$ si et seulement si $f_A(\omega) \in \Delta$, où f_A est la fonction qui permet de calculer la valeur de la grandeur physique A dans la théorie physique (Hughes, 1989, p. 61). Cette équivalence nous dit, d'une part, que son côté gauche est vrai quand l'état du système est tel que l'énoncé (A, Δ) est vrai et, d'autre part, que son côté droit est également vrai quand la valeur calculée de la grandeur physique A est comprise dans Δ. Remarquons que la valeur de vérité de l'énoncé (A, Δ) est assignée par un calcul de la fonction f_A étant donné la connaissance de l'état ω du système physique et non par la mesure de A par un appareil expérimental.

En physique classique, l'état ω du système peut donc être considéré de deux façons : premièrement, l'état ω, à un instant donné, peut être considéré comme un point à $6N$ composantes de l'espace des phases Ω et, deuxièmement, il peut être considéré comme une fonction à deux valeurs $\omega(A, \Delta)$ qui s'applique de l'ensemble des énoncés de la théorie portant sur un système dans l'ensemble $\{0, 1\}$. Remarquons également que la logique qui gère les énoncés portant sur les valeurs de grandeurs physiques mesurables des objets de la physique classique est la logique classique, c'est-à-dire la logique des prédicats qui est bivalente. L'ontologie implicite de la physique classique est composée de systèmes physiques dont les propriétés ou valeurs des grandeurs physiques mesurables ont une valeur bien définie. La métaphysique à propos de l'ontologie classique suppose implicitement une réalité préstructurée d'objets possédant en soi des propriétés bien déterminées. Nous avons vu, au chapitre 1, que, selon Dummett, une telle théorie sémantique classique à deux valeurs de vérité est le fondement d'une métaphysique réaliste.

4.1.4 Les énoncés de la mécanique quantique

En mécanique quantique, nous appelons les grandeurs physiques mesurables des observables auxquelles sont associés, dans le formalisme mathématique, des opérateurs hermitiques. Comme en physique classique, la classe des énoncés de la mécanique quantique est composée d'énoncés empiriques qui portent sur les valeurs des observables des systèmes quantiques. Les énoncés de la mécanique quantique concernent les propriétés d'entités théoriques comme, entre autres, les électrons, les photons, les protons ou les neutrons. L'ensemble de ces entités théoriques constitue ce que nous avons qualifié d'ontologie standard au chapitre 2. Par contre, l'espace des états est différent en mécanique quantique. En effet, dans cette théorie physique, l'état d'un système est décrit par un vecteur d'état $|\psi\rangle$ qui est un élément de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ des états plutôt que par un point dans l'espace des phases du système étudié, comme c'est le cas en physique classique; ceci est dénoté par $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$.

En mécanique quantique, le spectre d'une observable $\mathcal{A}$ est donné par les valeurs propres de l'opérateur hermitique A associé à cette observable conformément au troisième postulat. Sur le plan mathématique, c'est l'algèbre linéaire et, plus spécifiquement, la théorie spectrale (Hoffman et Kunze, 1971, p. 334-346) qui traite du sujet des valeurs propres et des vecteurs propres d'un opérateur linéaire qui agit dans un espace de Hilbert. Rappelons que si $|u_n\rangle$ est le vecteur propre de A associé à la valeur propre a_n, alors $A|u_n\rangle = a_n|u_n\rangle$. L'énoncé "La valeur de l'observable $\mathcal{A}$ est comprise dans Δ" est dénoté par (A, Δ) où Δ est un sous-ensemble des réels $\mathbb{R}$ et A est l'opérateur hermitique associé à l'observable $\mathcal{A}$. Par souci de simplicité, tout comme au chapitre 3, nous parlerons, par la suite, indifféremment de l'observable $\mathcal{A}$ et de son opérateur associé A et, également, nous parlerons indifféremment de l'état d'un quanton et du vecteur d'état qui le décrit.

Si nous connaissons le vecteur d'état $|\psi\rangle$ qui décrit l'état du système quantique, nous avons vu que nous ne pouvons pas généralement déterminer avec certitude la valeur d'une observable, car tout ce que la théorie quantique nous donne comme résultats de prédiction n'est que des probabilités à propos des l'obtention des valeurs du spectre de cette observable dans l'éventualité d'une mesure de celle-ci. Effectivement, le quatrième postulat affirme que lors de la mesure de l'observable $\mathcal{A}$ effectuée sur un quanton préparé dans l'état $|\psi\rangle$, la probabilité d'obtenir comme résultat la valeur propre a_n de l'opérateur A correspondant est $\mathcal{P}(a_n) = |\langle u_n|\psi\rangle|^2$ où $|u_n\rangle$ est le vecteur propre de A associé à la valeur propre a_n.

Dénotons maintenant la probabilité d'avoir la valeur de l'observable $\mathcal{A}$ comprise dans Δ, étant donné que l'état du système quantique est $|\psi\rangle$, par l'expression $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$. Autrement dit, une probabilité est attribuée à l'énoncé (A, Δ). Par conséquent, la théorie quantique attribue une probabilité à chacun des énoncés de la classe que nous avons définie pourvu que nous connaissions l'état préparé du système quantique. Dans le cas où la probabilité $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ est égale à l'unité, alors nous dirons que l'énoncé (A, Δ) est vrai et, dans le cas où la probabilité $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ est égale à zéro, alors nous dirons que l'énoncé (A, Δ) est faux. De la même manière, nous pouvons aussi assigner à la question correspondant à l'énoncé (A, Δ) la réponse *oui* dans le cas où la probabilité $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ est égale à l'unité et la réponse *non* dans le cas où la probabilité $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ est égale à zéro. Par la suite, encore par souci de simplicité, nous identifions un énoncé à la question qui lui correspond. Nous ne ferons donc plus mention des questions expérimentales, mais puisque certains auteurs ne s'expriment qu'en termes de questions, il faudra garder à l'esprit cette identification.

Cette façon d'assigner une valeur de vérité à un énoncé (A, Δ) dont la probabilité qui lui est attribuée est égale à 1 ou 0, est fondée sur le fait qu'une mesure de l'observable $\mathcal{A}$ donnera avec certitude une valeur comprise dans Δ si la probabilité est égale à 1 et qu'une mesure de l'observable $\mathcal{A}$ ne donnera avec certitude aucune des valeurs comprises dans Δ si la probabilité est égale à zéro. Dans les cas où la probabilité est égale à 1 ou à 0, nous n'avons pas besoin d'effectuer un test pour connaître la valeur de l'observable et, par conséquent, la vérité ou la fausseté de l'énoncé (A, Δ). En particulier, l'énoncé (A, Δ) est vrai si le vecteur d'état $|\psi\rangle$ qui décrit l'état préparé du quanton, est un vecteur propre de A et si la valeur propre à laquelle ce vecteur propre est associé fait partie de Δ, puisque qu'une mesure de A donnera à coup sûr cette valeur propre comme résultat. De façon plus générale, l'énoncé (A, Δ) est vrai si $|\psi\rangle$ est une combinaison linéaire de vecteurs propres de A et si les valeurs propres auxquelles sont associés ces vecteurs font partie de Δ.

La mécanique quantique nous donne des probabilités comme calculs de prédiction dans l'éventualité de mesures faites à l'aide d'appareils expérimentaux. Tout comme en physique classique, nous pouvons déterminer la valeur de vérité *vrai* ou *faux* d'un énoncé lors d'un test expérimental. Le calcul de l'algorithme probabiliste de la mécanique quantique détermine la valeur de vérité *vrai* ou *faux* d'un énoncé dans seulement deux cas, c'est-à-dire lorsque la probabilité est égale respectivement à 1 ou à 0, contrairement à la physique classique, pour laquelle le calcul de la fonction de la grandeur physique nous permet de toujours déterminer la vérité ou la fausseté d'un énoncé.

Cette manière d'assigner la valeur de vérité *vrai* à un énoncé lorsque le résultat d'une expérimentation voulant vérifier l'énoncé est certain est couramment utilisée dans la littérature qui traite des énoncés de la mécanique quantique (Beltrametti et Cassinelli, 1981, p. 218; Jauch et Piron, 1975, p. 429; Moore, 1999, p. 66). En particulier, Dalla Chiara et Giuntini (2008, p. 5) écrivent ceci à ce propos :

> "Let ψ represent a pure state (a wave function) of a quantum system and let **P** be an experimental proposition (for instance "the spin value in the x-direction is up"). The following cases are possible:
>
> (i) ψ assigns to **P** probability-value 1 ($\psi(\mathbf{P}) = 1$);
>
> (ii) ψ assigns to **P** probability-value 0 ($\psi(\mathbf{P}) = 0$);
>
> (iii) ψ assigns to **P** a probability-value different from 1 and from 0 ($\psi(\mathbf{P}) \neq 0, 1$).
>
> In the first two cases, we will say that **P** is *true* (*false*) for our system in state ψ. In the third case, **P** will be *semantically indetermined*."

À l'instar de ce dont nous avançons, Smets (2003, p. 3) écrit ceci à propos des questions expérimentales dont le résultat est certain : "Bear in mind that calling a question "true" does not presuppose that the associated experiment has to be performed. A question can be true even if one does not have the intention to ever perform the associated experimental procedure." Néanmoins, même si on n'a pas l'intention d'effectuer la procédure expérimentale, celle-ci doit nécessairement exister puisque toutes les prédictions de la mécanique quantique sont calculées pour une éventuelle mesure effectuée lors de la procédure expérimentale.

Nous avons vu à la sous-section 3.2.2 que, conformément au second postulat de la mécanique quantique qui fait correspondre à chacune des observables un opérateur hermitique, l'opérateur hermitique S_z correspond à l'observable $\mathcal{L}_z$, c'est-à-dire à la composante du spin selon l'orientation z. Dans le cas d'un quanton de spin ½, les vecteurs $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ sont les vecteurs propres de S_z qui sont associés respectivement aux valeurs propres $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$ de S_z de telle sorte que $S_z\,|+\rangle_z = +\hbar/2\,|+\rangle_z$ et $S_z\,|-\rangle_z = -\hbar/2|-\rangle_z$. Nous dénotons l'énoncé "La valeur de $\mathcal{L}_z$ du quanton est $+\hbar/2$" par $(S_z, +\hbar/2)$ et l'énoncé "La valeur de $\mathcal{L}_z$ du quanton est $-\hbar/2$" par $(S_z, -\hbar/2)$.

Si nous préparons des quantons de spin ½ dans l'état de spin $|+\rangle_z$, alors une mesure de $\mathcal{L}_z$ donnera avec certitude la valeur $+\hbar/2$. Dans ce cas, la probabilité d'obtenir la valeur $+\hbar/2$ lors de la mesure de $\mathcal{L}_z$ est égale à l'unité et la probabilité d'obtenir la valeur $-\hbar/2$ lors de la mesure de $\mathcal{L}_z$ est égale à zéro. Autrement dit, si l'état préparé des quantons est $|+\rangle_z$, alors $\mathcal{P}_{+z}(S_z, +\hbar/2) = 1$ et $\mathcal{P}_{+z}(S_z, -\hbar/2) = 0$ où l'indice $+z$ dans $\mathcal{P}_{+z}$ dénote l'état $|+\rangle_z$ dans lequel se trouve les quantons. Par conséquent, l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ est vrai et l'énoncé $(S_z, -\hbar/2)$ est faux.

Tout comme l'état classique, l'état quantique, outre le fait de pouvoir être déterminé à l'aide d'un espace des états, peut aussi être considéré comme une fonction sur les énoncés. Nous avons vu qu'en physique classique, l'espace des états est l'espace des phases et que nous pouvons aussi considérer l'état classique comme une fonction à deux valeurs dont le domaine est l'ensemble des énoncés et le codomaine est l'ensemble $\{0, 1\}$. Nous avons vu qu'en mécanique quantique, l'espace des états est l'espace de Hilbert dont le vecteur d'état est un élément. Toutefois, l'état peut aussi être considéré comme une fonction qui s'applique de l'ensemble des énoncés dans l'intervalle fermé $[0, 1]$ puisque nous avons vu qu'à chacun des énoncés lui est attribuée une probabilité par la théorie quantique. C'est aussi ce qu'exprime l'expression $\psi(\mathbf{P})$ de la citation de Dalla Chiara et Giuntini mentionnée ci-dessus.

En termes mathématiques, cette fonction est appelée une mesure de probabilité (Bass, 1971, p. 103). Selon Mackey (2004, p. 63), "for each A in $\mathcal{O}$ and for each α in $\mathcal{S}$, α_A is a probability measure" où $\mathcal{O}$ est l'ensemble des observables et $\mathcal{S}$ l'ensemble des états. Pour Mackey (2004, p. 62-63), $\alpha_A(E) = p(A, \alpha, E)$ où $p(A, \alpha, E)$ est la probabilité que l'observable A possède une valeur dans E quand l'état du système est α où E est un ensemble de Borel de nombres réels. Autrement dit, E est un élément de l'ensemble de Borel des nombres réels $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ lequel est une collection de sous-ensembles des réels[1] (Apostol, 1969, p. 510). Pour Mackey, p est donc une mesure de probabilité. En utilisant les symboles A pour l'observable, ψ pour l'état et Δ pour le sous-ensemble de réels, la mesure de probabilité $p(A, \psi, \Delta)$ définie par Mackey

[1] Plus spécifiquement, $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ est ce qu'on appelle une σ-algèbre de Boole.

correspond exactement à $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ que nous avons définie ci-dessus. Le sous-ensemble de réels Δ de l'énoncé (A, Δ) est donc un ensemble de Borel de nombres réels. Par conséquent, l'état quantique décrit par le vecteur d'état $|\psi\rangle$ peut être considéré comme une mesure de probabilité, c'est-à-dire comme une fonction ayant pour domaine l'ensemble des énoncés $\{(A, \Delta) | A \in \mathcal{O}$ et $\Delta \in \mathcal{B}(\mathbb{R})\}$ et pour codomaine l'intervalle fermé $[0, 1]$.

4.1.5 Les projecteurs et les sous-espaces de l'espace de Hilbert comme énoncés de la mécanique quantique

Une autre façon d'exprimer l'état d'un système quantique, les observables ainsi que l'algorithme probabiliste est d'exprimer ceux-ci en termes de projecteurs ou de sous-espaces de l'espace de Hilbert. Tout d'abord, nous pouvons associer à tout vecteur normé $|\psi\rangle$ de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ un opérateur densité $|\psi\rangle\langle\psi|$. Cet opérateur densité est, en fait, un projecteur (Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, 1973, p. 300) puisque son application sur un vecteur projette celui-ci sur le sous-espace engendré par le vecteur d'état $|\psi\rangle$. Nous avons vu à la sous-section 3.2.1 que le projecteur $|\psi\rangle\langle\psi|$ correspond au sous-espace de $\mathcal{H}$ engendré par $|\psi\rangle$. Considérons un opérateur linéaire A correspondant à l'observable $\mathcal{A}$ dont les vecteurs propres $|u_n\rangle$ sont associés respectivement aux valeurs propres a_n.

Par souci de simplicité, nous considérons un spectre discret et non dégénéré d'une observable $\mathcal{A}$ d'un quanton dont l'opérateur associé A agit dans un espace de Hilbert à r dimensions où $r \in \mathbb{N}$. Les vecteurs propres ainsi que les valeurs propres sont donc au nombre de r. De plus, nous supposons que les états décrivant le quanton sont des états purs. Un état est pur lorsqu'il est décrit par un vecteur dans l'espace de Hilbert contrairement à un état mixte qui est un mélange statistique d'états purs (Hughes, 1989, p. 63).

À chacun des vecteurs propres $|u_n\rangle$ où $1 \leq n \leq r$, correspond un projecteur $\mathbf{P}^A(u_n) = |u_n\rangle\langle u_n|$. L'action de $\mathbf{P}^A(u_n)$ est de projeter sur le sous-espace de l'espace de Hilbert engendré par le vecteur d'état $|u_n\rangle$ et nous dénotons par $\mathbf{L}^A(u_n)$ ce sous-espace. Puisque $\mathbf{P}^A(u_n)$ est une application de $\mathcal{H}$ dans $\mathcal{H}$, $\mathbf{L}^A(u_n)$ est l'image de $\mathbf{P}^A(u_n)$, c'est-à-dire $\mathbf{L}^A(u_n) = \{\mathbf{P}^A(u_n)\,|\psi\rangle \mid |\psi\rangle \in$

$\mathcal{H}\}$ (Cohen, 1989, p. 56). Autrement dit, un sous-espace peut être défini comme l'ensemble des projections d'un projecteur donné de tous les vecteurs de $\mathcal{H}$.

Il y a une relation biunivoque entre l'ensemble des projecteurs d'un espace de Hilbert et l'ensemble de ses sous-espaces : "The set of projection operators (or *projectors*) on a vector space is in one-to-one correspondence with the set of subspaces of that space" (Hughes, 1989, p. 47). Rappelons qu'un vecteur d'état est un élément de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ tandis qu'un sous-espace est un sous-ensemble de $\mathcal{H}$. Ceci est dénoté comme suit : $|u_n\rangle \in \mathcal{H}$ tandis que $\mathbf{L}^A(u_n) \subseteq \mathcal{H}$. Nous pouvons alors exprimer tout vecteur d'état par son projecteur ou par le sous-espace qu'il engendre.

Nous pouvons aussi exprimer l'opérateur A de la façon suivante : $A = \sum a_n |u_n\rangle\langle u_n|$ ou bien $A = \sum a_n \mathbf{P}^A(u_n)$ où la sommation se fait sur $n = 1$ à r (Hughes, 1989, p. 50). Notons que les a_n sont les r valeurs propres de l'opérateur A. L'expression $A = \sum a_n \mathbf{P}^A(u_n)$ exprime le théorème de décomposition spectrale pour un espace de Hilbert de dimension finie r (Hughes, 1989, p. 50). Selon le théorème de décomposition spectrale, l'opérateur A associé à l'observable $\mathcal{A}$ peut se décomposer en une somme de projecteurs dont l'action de chacun d'eux est de projeter sur un sous-espace engendré par le vecteur propre correspondant. Chacun de ces sous-espaces est orthogonal à tous les autres puisque les vecteurs propres qui engendrent ces sous-espaces forment une base orthonormée. Étant donné que nous sommes dans le cas d'un spectre non dégénéré, nous pouvons aussi bien dénoter un projecteur à l'aide du vecteur propre qui l'engendre que par la valeur propre à laquelle il est associé, c'est-à-dire par $\mathbf{P}^A(u_n)$ ou par $\mathbf{P}^A(a_n)$. Nous pouvons donc dénoter par $\mathbf{P}^A(\Delta)$ le projecteur sur le sous-espace engendré par la combinaison linéaire des vecteurs propres de A dont les valeurs propres sont dans Δ.

Si deux sous-ensembles des réels Δ et Γ sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont rien en commun, alors les deux projecteurs $\mathbf{P}^A(\Delta)$ et $\mathbf{P}^A(\Gamma)$ projettent sur deux sous-espaces $\mathbf{L}^A(\Delta)$ et $\mathbf{L}^A(\Gamma)$ orthogonaux dénotés par $\mathbf{L}^A(\Delta) \perp \mathbf{L}^A(\Gamma)$ (Hughes, 1989, p. 67). Dans ce cas, nous dirons aussi que les projecteurs $\mathbf{P}^A(\Delta)$ et $\mathbf{P}^A(\Gamma)$ sont des projecteurs orthogonaux (Cohen, 1989, p. 57).

En termes de projecteurs, l'algorithme probabiliste s'énonce comme suit : $p_\psi(A, \Delta) = \langle\psi|\mathbf{P}^A(\Delta)\psi\rangle$ (Hughes, 1989, p. 67), c'est-à-dire que la probabilité d'obtenir une valeur dans Δ pour l'observable $\mathcal{A}$ lorsque l'état du système est $|\psi\rangle$ est égale au produit scalaire de la projection du vecteur $|\psi\rangle$ sur le sous-espace $\mathbf{L}^A(\Delta)$ par le vecteur $|\psi\rangle$. En autres, si $\Delta = \{a_n\}$, alors $\mathcal{P}_\psi(A, a_n) = \langle\psi\,|\mathbf{P}^A(a_n)\psi\rangle$, c'est-à-dire que la probabilité d'obtenir a_n pour résultat de la mesure de l'observable $\mathcal{A}$ lorsque l'état du système est $|\psi\rangle$ est égale au produit scalaire de la projection de $|\psi\rangle$ sur le sous-espace engendré par $|u_n\rangle$ par le vecteur $|\psi\rangle$.

En mécanique classique, l'énoncé (A, Δ) détermine une région dans l'espace des phases Ω qui est un sous-ensemble de Ω. Nous pouvons maintenant répondre à la question suivante : en mécanique quantique, à quoi se réfère l'énoncé (A, Δ) dans l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$? Par analogie au cas classique, nous pouvons immédiatement répondre que tout énoncé portant sur une observable correspond à un sous-espace de l'espace de Hilbert et, par conséquent, à son projecteur respectif. Voici un exemple pour nous en convaincre. L'énoncé "La valeur de $\mathcal{L}_z$ du quanton est $+\hbar/2$" est dénoté par $(S_z, +\hbar/2)$. Le vecteur propre $|+\rangle_z$ est associé de façon unique à la valeur propre $+\hbar/2$. Le vecteur propre $|+\rangle_z$ engendre le sous-espace $\mathbf{L}^{S_z}(+\hbar/2)$. À ce sous-espace correspond de façon unique le projecteur $\mathbf{P}^{S_z}(+\hbar/2) = |+\rangle_z\ {}_z\langle+|$. Nous pouvons donc affirmer que l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ détermine le sous-espace $\mathbf{L}^{S_z}(+\hbar/2)$ dont le projecteur correspondant est $\mathbf{P}^{S_z}(+\hbar/2)$.

En généralisant à toute observable, nous pouvons asserter que chaque énoncé (A, Δ) détermine de façon unique le sous-espace $\mathbf{L}^A(\Delta)$ de l'espace de Hilbert des états ou le projecteur $\mathbf{P}^A(\Delta)$. La relation qui existe entre ces trois ensembles est plus forte qu'une relation de correspondance biunivoque, c'est un isomorphisme lequel est une bijection qui préserve les opérations algébriques, c'est-à-dire qui préserve la structure algébrique. Svozil écrit ceci à ce propos : "since there is an isomorphism between propositions, linear vector spaces and projection operators, these terms can be used synonymously." (Svozil, 1998, p. 9).

Par ailleurs, pour que l'énoncé (A, Δ) soit vrai lorsque le système quantique est dans l'état préparé $|\psi\rangle$, il faut que le sous-espace engendré par $|\psi\rangle$ dénoté par $\mathbf{L}(\psi)$ soit inclus dans $\mathbf{L}^A(\Delta)$ ou, ce qui revient au même, il faut que $|\psi\rangle \in \mathbf{L}^A(\Delta)$ (Hughes, 1980, p. 57). En effet, lorsque $\mathbf{L}(\psi) \subseteq \mathbf{L}^A(\Delta)$, alors $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta) = 1$. La probabilité $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ est égale à l'unité, car si $|\psi\rangle \in \mathbf{L}^A(\Delta)$, alors $\langle\psi|\mathbf{P}^A(\Delta)\psi\rangle = \langle\psi|\psi\rangle$. De la même manière, pour que l'énoncé (A, Δ) soit faux, il faut que $\mathbf{L}(\psi)$ et $\mathbf{L}^A(\Delta)$ soit orthogonaux entre eux, c'est-à-dire que $\mathbf{L}(\psi) \perp \mathbf{L}^A(\Delta)$, puisque dans ce cas $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta) = 0$. La probabilité $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ est nulle, car si $\mathbf{L}(\psi) \perp \mathbf{L}^A(\Delta)$, alors $\langle\psi|\mathbf{P}^A(\Delta)\psi\rangle =$

$\langle\psi|0\rangle$. Dans tous les autres cas qui diffèrent de $\mathbf{L}(\psi) \subseteq \mathbf{L}^A(\Delta)$ et de $\mathbf{L}(\psi) \perp \mathbf{L}^A(\Delta)$, $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ possède une valeur dans l'intervalle ouvert]0, 1[.

Si $A = \sum a_n \mathbf{P}^A(u_n)$ où la sommation se fait sur $n = 1$ à r, alors la famille $\mathcal{I}$ des projecteurs orthogonaux $\{\mathbf{P}^A(u_1), \mathbf{P}^A(u_2), \ldots, \mathbf{P}^A(u_r)\}$ est la résolution de l'identité déterminée par $\mathcal{I}$ car I $= \mathbf{P}^A(u_1) + \mathbf{P}^A(u_2) + \ldots + \mathbf{P}^A(u_r)$ et $A = \sum a_n \mathbf{P}^A(u_n)$ est la résolution spectrale de A en termes de $\mathcal{I}$ (Hoffman et Kunze, 1971, p. 344). Reprenons l'exemple de l'espace $\mathcal{H}_S$, c'est-à-dire l'espace de Hilbert des états de spin de dimension 2, pour illustrer le théorème de décomposition spectrale qui associe à chaque opérateur linéaire A une famille de projecteurs $\{\mathbf{P}^A(\Delta) \mid \Delta \in \mathcal{B}(\mathbb{R})\}$. Dans le cas de S_z, cet ensemble comprend quatre projecteurs correspondant aux quatre cas suivants (Hughes, 1989, p. 67) :

1– si $+\hbar/2 \notin \Delta$ et $-\hbar/2 \notin \Delta$, alors $\mathbf{P}^A(\Delta) = \mathbf{P}_0$, où $\mathbf{P}_0$ projette sur le vecteur zéro $|0\rangle$;

2– si $+\hbar/2 \in \Delta$ et $-\hbar/2 \notin \Delta$, alors $\mathbf{P}^A(\Delta) = \mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2)$;

3– si $+\hbar/2 \notin \Delta$ et $-\hbar/2 \in \Delta$, alors $\mathbf{P}^A(\Delta) = \mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2)$;

4– si $+\hbar/2 \in \Delta$ et $-\hbar/2 \in \Delta$, alors $\mathbf{P}^A(\Delta) = \mathbf{I}$, où $\mathbf{I} = \mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) + \mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2)$.

Le projecteur **I** est le projecteur identité qui projette un vecteur sur lui-même puisque la projection s'effectue sur tout l'espace de Hilbert.

Dans le cas 1, l'énoncé (S_z, Δ) est toujours faux; dans le cas 4, l'énoncé (S_z, Δ) est toujours vrai. En effet, dans le premier cas, l'énoncé (S_z, Δ) est toujours faux puisque le résultat d'une mesure est soit $+\hbar/2$, soit $-\hbar/2$ et que ces valeurs ne sont pas dans Δ; dans le dernier cas, l'énoncé (S_z, Δ) est toujours vrai puisque quel que soit l'état préparé du quanton, nous aurons toujours comme résultat une des deux valeurs qui sont toutes les deux incluses dans Δ. Si nous avons que l'état préparé du système quantique est $|+\rangle_z$, alors l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ est vrai puisque le vecteur d'état $|+\rangle_z$ est un élément du sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ correspondant au projecteur $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2)$. En fait, $|+\rangle_z$ est le vecteur qui engendre $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$. Dans ce cas, l'énoncé $(S_z, -\hbar/2)$ est faux puisque le sous-espace engendré par $|+\rangle_z$, c'est-à-dire $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$, est orthogonal au sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ correspondant au projecteur $\mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2)$. En résumé, pour qu'un énoncé portant sur une propriété d'un quanton préparé dans l'état $|\psi\rangle$ soit vrai, il faut que le sous-espace engendré par ce vecteur d'état soit inclus dans le sous-espace déterminé par l'énoncé; pour qu'un énoncé portant sur une propriété d'un quanton préparé dans l'état $|\psi\rangle$ soit faux, il faut que le sous-espace engendré par ce vecteur d'état soit orthogonal au sous-espace déterminé par l'énoncé.

Rédei (1998, p. 69) soutient également ce que nous avançons à propos de la vérité d'un énoncé dont la probabilité est égale à l'unité : "According to quantum mechanics, it is true if the state vector $\xi \in \mathcal{H}$ of the system lies in the closed linear subspace determined by the spectral projection $P^Q(d)$ of the observable Q" où $P^Q(d)$ est ici le projecteur associé à l'énoncé (Q, d). Sur le plan mathématique, il est plus juste de parler de sous-espace fermé, comme le précise Rédei. Un sous-espace est fermé s'il contient toutes les combinaisons linéaires de n'importe quel ensemble de ses vecteurs et, en plus, s'il contient le vecteur limite de n'importe quelle suite convergente de vecteurs inclus dans le sous-espace. Cette précision est utile dans le cas d'espace de Hilbert de dimension infinie. Mais, comme notre analyse, par souci de simplicité, porte sur des espaces de Hilbert de dimension finie et, principalement, sur l'espace à deux dimensions $\mathcal{H}_S$, nous continuerons de parler de sous-espaces plutôt que de sous-espaces fermés.

En 1932, von Neumann (1983, p. 247-254) est le premier à exprimer les énoncés de la mécanique quantique en termes de projecteurs dans une section intitulée "Projections as propositions". Il écrit ceci à ce propos : "the relation between the properties of a physical system on the one hand, and the projections on the other, makes possible a sort of logical calculus with these" (von Neumann, 1983, p. 253). En 1936, dans un article notoire intitulé "The logic of quantum mechanics", Birkhoff et von Neumann écrivent ceci : "The mathematical representative of any experimental proposition is a closed linear subspace of Hilbert space" (Birkhoff et von Neumann, 1936, p. 826). Par la suite, cet article de 1936 donna naissance à la logique quantique algébrique. Les énoncés de la mécanique quantique portant sur les propriétés d'un système quantique peuvent donc être exprimés soit en termes de projecteurs, soit en termes de sous-espaces de l'espace de Hilbert sans équivoque puisqu'il existe entre ces trois ensembles une relation de correspondance biunivoque.

Par ailleurs, puisque les projecteurs sont des opérateurs hermitiques, nous pouvons les associer à des observables. Une propriété algébrique importante des projecteurs est qu'ils sont idempotents, c'est-à-dire que, pour tout projecteur $\mathbf{P}$, $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$. Certains auteurs définissent même un projecteur par sa propriété d'idempotence : "If V is a vector space, a **projection** of V is a linear operator E on V such that $E^2 = E$" (Hoffman et Kunze, 1971, p. 211). Les valeurs propres de tels opérateurs idempotents sont 0 ou 1 comme le confirme la citation suivante : "the spectrum of a projection operator is very simple — it is a subset of the set {0, 1}" (Pták et Pulmannová, 1991, p. xviii).

À propos des propriétés d'un système quantique, von Neumann écrit ceci :

> To each property $\mathfrak{E}$ we can assign a quantity which we define as follows: each measurement which distinguished between the presence or absence of $\mathfrak{E}$ is consider of this quantity, such that its value is 1 if $\mathfrak{E}$ is verified, and zero in the opposite case. This quantity which corresponds to $\mathfrak{E}$ will also be denoted by $\mathfrak{E}$. (von Neumann, 1983, p. 249)

Un peu plus loin dans le texte, von Neumann fait correspondre une propriété à un projecteur : "the operator E of $\mathfrak{E}$ is a projection" (von Neumann, 1983, p. 249). Chacun des projecteurs représente donc, comme nous l'avons déjà vu, une propriété d'un système quantique qui est exprimée par un énoncé. Selon von Neumann, après avoir mesuré l'absence ou la présence d'une propriété, la valeur de la quantité mesurée associée au projecteur correspondant à la propriété est respectivement 1 ou 0. Ces deux valeurs sont les valeurs du spectre du projecteur associé à l'observable qui décrit la présence ou l'absence de la propriété correspondante. Par conséquent, si la mesure qui est adjointe au projecteur donne la valeur 1, alors l'énoncé qui lui est associé est vrai, et si la mesure qui est adjointe au projecteur donne la valeur 0, alors l'énoncé associé est faux.

Dans l'espace $\mathcal{H}_S$, ceci se présente comme suit. Puisque le projecteur $\mathbf{P}^{S_z}(+\hbar/2)$ correspond à la propriété "La valeur de $\mathcal{L}_z$ est $+\hbar/2$", si la valeur de la quantité mesurée associée à $\mathbf{P}^{S_z}(+\hbar/2)$ est 1, alors le système possède la propriété et l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ correspondant est vrai. Par contre, si la valeur de la quantité mesurée associée à $\mathbf{P}^{S_z}(+\hbar/2)$ est 0, alors le système ne possède pas la propriété et l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ est faux. Les valeurs 0 et 1 de la quantité mesurée associée à $\mathbf{P}^{S_z}(+\hbar/2)$ sont, respectivement, les résultats de mesure de l'absence et de la présence de la propriété "La valeur de $\mathcal{L}_z$ est $+\hbar/2$". Toutefois, il n'en demeure pas moins qu'avant la mesure, tout ce que peut prédire la mécanique quantique à propos des valeurs 0 et 1 de la quantité associée au projecteur $\mathbf{P}^{S_z}(+\hbar/2)$, c'est-à-dire à propos de l'absence et de la présence de la propriété, n'est que des probabilités de les obtenir lors d'une mesure. Seulement deux cas sont certains : lorsque la probabilité d'obtenir une de ces valeurs est égale à l'unité et lorsque cette probabilité est nulle.

À propos de l'énoncé suivant "if the observable **R** is measured, the property **E** is observed", Svozil écrit ceci : "After measuring **E**, the propositions of this kind are either to be found *true* or *false*." (Svozil, 1998, p. 8). Cependant, ce qu'écrit Svozil n'est pas particulier à la mécanique quantique puisqu'il en est de même en physique classique, lorsqu'on veut vérifier à l'aide d'un test expérimental la vérité ou la fausseté d'un énoncé portant sur la valeur d'une grandeur physique d'un système classique. Il faut distinguer l'énoncé de la théorie quantique de l'énoncé expérimental. L'énoncé expérimental porte sur la mesure effectuée lors d'une expérimentation; il est soit vrai, soit faux. L'énoncé de la théorie quantique est un énoncé qui porte sur la grandeur d'une observable d'un quanton et provient de la théorie.

Dans cette section, nous avons défini la classe des énoncés de la mécanique quantique. De tels énoncés portent sur les valeurs que peuvent prendre les observables du système quantique étudié, c'est-à-dire sur les propriétés de ce système. Nous avons montré que les propriétés qu'un système quantique peut posséder correspondent de façon biunivoque à des sous-espaces de l'espace de Hilbert ou aux projecteurs qui leur sont associés. Cependant, d'après nous, la possession effective d'une propriété est conditionnelle soit à la vérification de la présence de cette propriété par un test expérimental, soit à ce que la probabilité de présence de cette propriété calculée par l'algorithme probabiliste égale l'unité. Comme une propriété d'un système quantique est exprimée, dans le langage, à l'aide d'un énoncé, nous pouvons affirmer que la vérité d'un énoncé désigne la possession effective de cette propriété par le système.

Mais, que pouvons-nous dire sur la possession effective d'une propriété lorsque la probabilité associée à cette possession a une valeur dans l'intervalle ouvert]0, 1[? Ceci revient à se demander ce qu'on peut dire de la vérité (ou de la fausseté) d'un énoncé dont la probabilité qui lui est attribuée, étant donné l'état préparé du système étudié, est comprise dans l'intervalle ouvert]0, 1[. Cette question soulève le problème de la bivalence pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. Selon l'analyse que fait Dummett des débats métaphysiques, la bivalence est un critère important pour la détermination d'une métaphysique à propos d'une classe d'énoncés. La prochaine section traite précisément du problème de la bivalence ainsi que du choix d'un modèle de la signification pour déterminer la métaphysique à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique.

4.2 La métaphysique de la mécanique quantique

Dans cette section, nous appliquons l'analyse que fait Dummett des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique. Nous avons vu, au chapitre 1, que le choix d'une métaphysique à propos d'une classe d'énoncés repose sur le choix d'une théorie sémantique pour cette classe. La théorie sémantique choisie se fonde elle-même sur un modèle de la signification dont elle est la base. Dans la première sous-section de cette section, nous abordons le problème de la bivalence pour la classe des énoncés de la mécanique quantique qui est en lien avec la théorie sémantique. Dans la seconde sous-section, nous traitons du choix du modèle de la signification qui est le plus adéquat pour cette classe d'énoncés. Finalement, nous montrons que la métaphysique de la mécanique quantique est radicalement antiréaliste puisque, d'une part, la classe des énoncés de la mécanique quantique ne souscrit pas au principe de bivalence et puisque, d'autre part, elle souscrit à un modèle justificationniste de la signification.

4.2.1 Le principe de bivalence

Appliqué à une classe d'énoncés, le principe de bivalence stipule que tout énoncé de cette classe est soit vrai, soit faux. Selon Dummett, pour une classe d'énoncés, la bivalence est une condition nécessaire pour que la métaphysique à propos de cette classe soit réaliste. Puisque l'acceptation de la bivalence est une condition non suffisante au réalisme, ce qui est aussi requis, selon Dummett (1991d, p. 325-326, 1993b, p. 230-231), est l'acceptation d'une théorie sémantique qui interprète les énoncés de la classe. Nous avons vu que la théorie sémantique qui fonde le réalisme est la théorie sémantique classique (*classical two-valued semantics*) dont la bivalence est un de ses principes. Dans cette théorie sémantique réaliste, la valeur sémantique se ramène à la notion de référence : la valeur sémantique d'un terme est l'objet auquel il réfère et la valeur sémantique d'un énoncé est l'une des valeurs de vérité, c'est-à-dire soit *vrai*, soit *faux*.

Quoi qu'il en soit, il découle logiquement du fait que l'acceptation de la bivalence soit une condition nécessaire au réalisme que la non-acceptation de la bivalence pour une classe d'énoncés implique une métaphysique antiréaliste pour cette classe. Dans cette sous-section, nous nous proposons de montrer que le principe de bivalence n'est pas acceptable pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. Ce faisant, nous démontrons que la métaphysique de la mécanique quantique est une métaphysique antiréaliste.

Nous avons vu à la section 1.6 que la spécificité de la thèse de Dummett est de déplacer la question des débats métaphysiques du terrain traditionnel de l'ontologie sur le terrain de la sémantique en posant la question : "Qu'est-ce qui fait qu'un énoncé est vrai quand il est vrai?" Autrement dit, les débats métaphysiques sont exprimés en termes de vérité plutôt qu'en termes de référence. En mécanique quantique, un réaliste croit qu'un énoncé est vrai en vertu de l'existence d'une réalité indépendante de nos moyens de connaissance et complètement déterminée, c'est-à-dire une réalité préstructurée d'entités théoriques qui possèdent en soi des propriétés. Dans cette perspective réaliste, un énoncé quantique est soit vrai, soit faux en vertu de l'existence de cette réalité indépendante, même si nous ne connaissons pas la valeur de vérité de cet énoncé. C'est pourquoi le principe de bivalence est un principe important dans la théorie sémantique classique sur laquelle se fonde une métaphysique réaliste. Par la suite, nous dénoterons par le terme *énoncé quantique* tout énoncé (A, Δ) qui porte sur une observable $\mathcal{A}$ d'un système quantique.

Par contre, en mécanique quantique, un antiréaliste croit qu'un énoncé est vrai lorsque sa vérité est justifiée par un fait probant. Tout comme l'intuitionniste en mathématiques, l'antiréaliste en mécanique quantique identifie la vérité avec l'assertabilité. Dans une perspective antiréaliste, on ne peut rien dire de la vérité ou de la fausseté d'un énoncé quantique si sa vérité ou sa fausseté n'a pas été justifiée par un fait probant, c'est-à-dire si l'énoncé n'a pas été corroboré ou réfuté par le fait. Dans ce cas, un énoncé n'est ni vrai, ni faux. En mathématiques, l'intuitionniste pose la démonstration comme méthode de justification : un énoncé mathématique est vrai si et seulement s'il existe une démonstration de celui-ci. Le résultat d'une démonstration, c'est-à-dire la dernière formule, est l'énoncé mathématique que l'on veut démontrer et qui découle logiquement des formules qui le précèdent.

Nous avons vu à la section précédente que, pour déterminer la vérité ou la fausseté d'un énoncé portant sur la valeur d'une observable d'un système quantique, il suffisait de mesurer cette observable à l'aide d'un dispositif expérimental. Par conséquent, d'après nous, en mécanique quantique, la méthode de justification pour l'antiréaliste est le test expérimental : un énoncé quantique est vrai si et seulement s'il existe un test expérimental dont le résultat confirme l'énoncé. Le résultat d'un test expérimental est un fait probant qui doit concorder avec l'énoncé pour pouvoir justifier sa vérité. C'est d'ailleurs ce que soutient Dummett (1978, p. 288-289) puisque, pour lui, les mesures des quantités physiques sont les moyens disponibles pour connaître la vérité des énoncés de la mécanique quantique.

Nous avons cependant vu à la section précédente qu'un énoncé quantique est également vrai quand la probabilité qui lui est attribuée, étant donné l'état du système étudié, est égale à l'unité, vu que, dans ce cas, si on effectuait la procédure expérimentale, alors le résultat de celle-ci concorderait de façon certaine avec l'énoncé. Par conséquent, dans les deux seuls cas où la probabilité attribuée par l'algorithme probabiliste à un énoncé est soit égale à l'unité, soit nulle, nous n'avons pas besoin d'effectuer la procédure expérimentale pour connaître soit la vérité, soit la fausseté de l'énoncé puisque le résultat est certain.

Prenons la situation où la probabilité qui est attribuée à un énoncé, portant sur une observable, est égale à l'unité, étant donné l'état du quanton. Le réaliste croit qu'un tel énoncé est vrai en vertu de l'existence du système quantique indépendamment de nos moyens de connaissance. De plus, une mesure de l'observable sur laquelle porte l'énoncé ne fait que révéler la propriété exprimée par l'énoncé, laquelle était déjà présente avant la mesure. Pour l'antiréaliste, cette façon d'assigner la vérité à un tel énoncé quantique ne va pas à l'encontre d'une justification de sa vérité par la méthode de justification qui est l'expérimentation. Premièrement, l'antiréaliste, comme nous l'avons vu, n'a pas besoin d'effectuer la procédure expérimentale, puisque la mécanique quantique prédit avec certitude le résultat et, par le fait même, la vérité de l'énoncé en question : il pourrait l'effectuer et il constaterait qu'un tel énoncé est effectivement vrai. Dans ce cas, autant pour le réaliste que pour l'antiréaliste, il n'est donc pas nécessaire d'effectuer une mesure pour déterminer la vérité d'un tel énoncé, puisque la certitude du résultat prédite par la théorie quantique est une justification suffisante pour établir la vérité de l'énoncé.

Deuxièmement, pour l'antiréaliste, il est essentiel que le dispositif expérimental existe bel et bien, car c'est grâce à lui que l'on peut justifier la vérité d'un tel énoncé. Autrement dit, pour l'antiréaliste, c'est parce que le dispositif expérimental existe que l'on peut attribuer à un énoncé une probabilité dont la valeur est égale à l'unité et en conclure sa vérité. Si le dispositif expérimental n'existait pas, l'antiréaliste ne pourrait se prononcer sur la vérité d'un tel énoncé, car c'est l'existence même du dispositif expérimental qui est garante de l'attribution d'une probabilité égale à l'unité à cet énoncé. Vu que nous avons défini qu'un énoncé quantique est vrai si et seulement s'il existe un dispositif expérimental dont le résultat asserte l'énoncé, s'il existe un dispositif expérimental dont le résultat prédit par la théorie quantique est certain, étant donné l'état du système quantique étudié, alors nous pouvons en conclure que l'énoncé exprimant ce résultat est asserté.

De toute manière, la notion même de probabilité en mécanique quantique est définie par rapport à une éventuelle expérimentation et ceci est vrai quelle que soit l'allégeance métaphysique du physicien puisque l'algorithme probabiliste qui calcule les probabilités est neutre sur le plan métaphysique. Sauf que le réaliste croit que cette probabilité porte sur un événement qui se produirait ou ne se produirait pas dans l'absolu; tandis que, pour l'antiréaliste, la probabilité dépend de l'existence d'une procédure expérimentale qui comprend des appareils de mesure.

Par contre, pour un énoncé dont la vérité ou la fausseté n'est pas certaine, il faut absolument effectuer la procédure expérimentale pour conclure sur sa vérité ou sa fausseté. Un tel énoncé est un énoncé dont la probabilité qui lui est attribuée par l'algorithme probabiliste, étant donné l'état du quanton, possède une valeur dans l'intervalle ouvert]0, 1[. Selon un physicien réaliste, le principe de bivalence s'applique à cet énoncé. Puisque la mécanique quantique ne permet pas de prédire avec certitude la vérité d'un tel énoncé, une mesure de l'observable sur laquelle l'énoncé porte permet, selon le réaliste, de révéler la valeur de l'observable et, par le fait même, la vérité ou la fausseté de l'énoncé. Autrement dit, selon le réaliste, tout comme dans le cas où la vérité d'un énoncé est certaine, la mesure de l'observable sur laquelle porte un énoncé dont la vérité est incertaine ne fait que révéler une propriété déjà existante. Pour l'antiréaliste, par contre, on ne peut rien dire de la vérité ou de la fausseté d'un tel énoncé. Surtout pas qu'un tel énoncé est soit vrai, soit faux même si on ne connaît pas sa vérité ou sa fausseté puisque l'antiréaliste rejette le principe de bivalence. Pour ce dernier, un tel énoncé n'est, par conséquent, ni vrai, ni faux et sa vérité ou sa fausseté doit être justifiée par le résultat d'une expérimentation.

Puisque tout ce que nous permet d'affirmer la mécanique quantique à propos des énoncés portant sur les observables d'un système quantique est la probabilité d'être vrai, nous considérons que ces énoncés ne sont ni vrais, ni faux sauf dans les cas où cette probabilité est égale à l'unité ou à zéro. D'après nous, rien n'autorise l'acceptation du principe de bivalence, pas même l'existence d'une réalité indépendante de nos moyens de connaissance puisque celle-ci est hypothétique. Par conséquent, le principe de bivalence n'est pas acceptable pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. Le mieux est de refuser la bivalence et de suspendre notre jugement à propos de la possession par tous les énoncés d'une des deux valeurs de vérité. En s'abstenant ainsi d'une détermination intrinsèque de la vérité ou de la fausseté d'un énoncé quantique, celui-ci n'est donc ni vrai, ni faux et seule la méthode de justification, en l'occurrence l'expérimentation, nous permet de justifier sa vérité ou sa fausseté, sauf dans les cas où la probabilité attribuée est égale à 1 ou 0. Il en est différemment pour la classe des énoncés de la physique classique pour laquelle une des deux valeurs de vérité est assignée à chacun des énoncés par l'état du système. Dans le cas de la physique classique, une acceptation du principe de bivalence serait permise en raison des prédictions non probabilistes de cette théorie.

Nous avons vu que, pour l'intuitionniste, un énoncé mathématique sans démonstration n'est ni vrai, ni faux. Il en est ainsi pour la conjecture de Goldbach qui, rappelons-le, stipule que tout nombre entier pair strictement supérieur à 2 peut être écrit comme la somme de deux nombres premiers. Néanmoins, pour le platoniste, la conjecture de Goldbach est soit vraie, soit fausse et ce n'est, probablement, qu'une question de temps pour qu'un mathématicien trouve une démonstration. Pour l'intuitionniste, rien n'autorise cette bivalence et cette foi en l'avenir. Par conséquent, la conjecture de Goldbach n'est ni vraie, ni fausse dans la perspective intuitionniste. De la même manière, les énoncés quantiques qui n'ont pas été vérifiés expérimentalement ne sont ni vrais, ni faux, sauf, évidemment, ceux à qui la théorie quantique attribue une probabilité égale soit à l'unité, soit à zéro. C'est, d'après nous, ce qu'indiquent Dalla Chiara et Giuntini dans le texte déjà cité ci-dessus, dans lequel il est dit que lorsque la probabilité attribuée à un énoncé quantique **P**, étant donné l'état $|\psi\rangle$ du système quantique étudié, diffère de 1 et 0, alors "**P** will be *semantically indetermined*." (Dalla Chiara et Giuntini, 2008, p. 5). En logique, nous dirons, dans ce cas, que le langage de la mécanique quantique est non standard, ce qui signifie que l'assignation des valeurs de vérité est non classique.

Un argument en faveur de la non-bivalence pour les énoncés de la mécanique quantique est le théorème de Kochen et Specker (Kochen et Specker, 1975c) que nous verrons un peu plus en détail au chapitre 6 puisqu'il nous faut connaître les structures algébriques et d'ordre pour en saisir toute la portée. Ce théorème porte sur l'assignation des valeurs de vérité aux énoncés de la mécanique quantique et dit, en gros, que, pour un espace de Hilbert dont la dimension est plus grande que 2, il n'est pas possible d'assigner à tous les énoncés portant sur les observables d'un système quantique soit une valeur vraie, soit une valeur fausse, par une fonction dont le domaine est l'ensemble de ces énoncés et le codomaine est l'ensemble {0, 1}, c'est-à-dire l'ensemble {F, V} (Svozil, 1998, p. 124). Par conséquent, ce théorème invalide le principe de bivalence pour les énoncés quantiques d'un espace de Hilbert de dimensions supérieures à deux.

Pour sa part, Michel Bitbol, philosophe de la mécanique quantique et physicien, associant les énoncés probabilistes de la mécanique quantique à des énoncés portant sur l'avenir, répond par l'affirmative à la question suivante : "La proposition «il est possible (ou probable) que *P* se produira demain» ne se présente-t-elle pas comme un *troisième terme* entre «il est vrai que *P* se produira demain» et «il est faux que *P* se produira demain»?" (Bitbol, 1996, p. 117-118). Pour justifier sa réponse et, par conséquent, le rejet du principe de bivalence, Bitbol fait une analyse du concept de probabilité en mécanique quantique. Nous avons vu que le principe de bivalence s'applique à la classe des énoncés de la physique classique, puisque l'état d'un système classique peut être considéré comme une fonction de vérité qui s'applique sur l'ensemble des énoncés dans l'ensemble {0, 1}, c'est-à-dire dans l'ensemble {F, V}. Bitbol (1996, p. 140) qualifie la physique classique de théorie physique déterministe, mais, pour ce qui est des théories physiques indéterministes, il les divise en deux groupes : d'une part, les théories indéterministes classiques comme, par exemple, la mécanique statistique classique et, d'autre part, la mécanique quantique. La théorie des probabilités sur laquelle se basent les premières est la théorie classique de Kolmogorov. Bitbol écrit ceci à ce propos : "Le calcul *classique*, kolmogorovien, des probabilités repose donc sur l'hypothèse de la validité universelle du principe de bivalence." (Bitbol, 1996, p. 119).

Toujours selon Bitbol (1996, p. 120), le calcul classique des probabilités relève d'une structure probabiliste disjonctive, c'est-à-dire conforme au deuxième axiome de la théorie classique des probabilités de Kolmogorov, qui affirme que la probabilité d'une disjonction de deux énoncés est égale à la somme des probabilités de chacun des énoncés. Par contre, la théorie des probabilités sur laquelle se base la mécanique quantique relève, d'après Bitbol, d'une structure probabiliste non disjonctive. Celui-ci démontre cette différence de structure entre probabilités classiques et probabilités quantiques, par le fait qu'un calcul classique d'une probabilité donnée se servant du deuxième axiome de la théorie de Kolmogorov ne donne pas le même résultat qu'un calcul quantique de cette même probabilité et, de plus, n'est pas conforme à l'expérimentation. En conclusion, Bitbol "attribue l'inapplicabilité de la formule classique d'addition des probabilités d'une disjonction à l'invalidité du principe de bivalence." (Bitbol, 1996, p. 138).

Il tire de ce constat une conséquence intéressante pour nous : en mécanique quantique, "l'invalidation du principe de bivalence donne à la probabilité le statut d'une évaluation entièrement conditionnelle" (Bitbol, 1996, p. 139). Autrement dit, la probabilité en mécanique quantique est conditionnelle à un appareil de mesure tandis que, dans le cas classique, elle est la probabilité qu'un événement ne survienne ou ne survienne pas de lui-même ou encore, qu'il ne survienne ou ne survienne pas dans l'absolu. Cette analyse des probabilités, effectuée par Bitbol, est un argument favorable pour ne pas accepter la bivalence pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. De plus, la conséquence qu'il en tire est un argument en faveur de ce que nous avons déjà affirmé à propos de la perspective antiréaliste en mécanique quantique, à savoir que l'appareil de mesure est garant des probabilités et, la vérité étant dépendante d'un appareil de mesure, nous pouvons identifier la vérité à l'assertabilité.

Pour illustrer le problème de la bivalence pour les énoncés de la mécanique quantique, nous nous servons encore une fois de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}_S$ à deux dimensions des états de spin d'un quanton de spin ½. Supposons que le quanton est préparé dans un état qui est décrit par le vecteur propre $|+\rangle_z$ de S_z associé à la valeur propre $+\hbar/2$. Dans ce cas, l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ est vrai puisse $\mathcal{P}_{+z}(S_z, +\hbar/2) = 1$ et l'énoncé $(S_z, -\hbar/2)$ est faux puisque $\mathcal{P}_{+z}(S_z, -\hbar/2) = 0$ (ne pas oublier que l'indice $+z$ dans $\mathcal{P}_{+z}$ dénote l'état $|+\rangle_z$ du système). Une autre façon d'expliquer la chose est la suivante, en considérant que le sous-espace de $\mathcal{H}_S$ déterminé par l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ est $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$: l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ est vrai puisque le vecteur d'état $|+\rangle_z$ est un élément du sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$, c'est-à-dire $|+\rangle_z \in \mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$; l'énoncé $(S_z, -\hbar/2)$ est faux puisque le sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ engendré par $|+\rangle_z$ est orthogonal au sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$, c'est-à-dire $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2) \perp \mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$.

Mais qu'en est-il des énoncés qui portent sur des observables incompatibles avec $\mathcal{L}_z$, comme, par exemple, $\mathcal{L}_x$, la composante du spin selon l'orientation x? Nous avons vu que S_z et S_x sont des opérateurs qui ne commutent pas. Les vecteurs propres qui forment la base de S_z s'écrivent en fonction des vecteurs propres qui forment la base de S_x et vice-versa de telle sorte que

$$|+\rangle_z = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_x + |-\rangle_x) \qquad \text{et} \qquad |-\rangle_z = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_x - |-\rangle_x);$$

$$|+\rangle_x = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_z + |-\rangle_z) \qquad \text{et} \qquad |-\rangle_x = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_z - |-\rangle_z).$$

Puisque la probabilité attribuée, étant donné l'état préparé $|+\rangle_z$ du système, à l'énoncé $(S_x, +\hbar/2)$ est ½ et celle de $(S_x, -\hbar/2)$ est aussi ½, que pouvons-nous dire de la vérité de ces deux énoncés? Pouvons-nous dire que le sous-espace $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$ engendré par $|+\rangle_x$ est orthogonal au sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ ou bien y est-il inclus? Puisque $|+\rangle_x = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_z + |-\rangle_z)$, il est la somme de la composante de $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ ayant pour valeur $1/\sqrt{2}$ et de la composante de $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ ayant la même valeur. En somme, $|+\rangle_x$ appartient en partie à $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et en partie à $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$. Le vecteur d'état $|+\rangle_x$ est une combinaison linéaire des deux vecteurs propres $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ qui forment la base de S_z lesquels engendrent respectivement les sous-espaces $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$. Cette combinaison linéaire représente bien le principe de superposition, lequel est un principe propre à la mécanique quantique.

Puisque le vecteur $|+\rangle_x$ appartient en partie à $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$, l'énoncé $(S_x, +\hbar/2)$ est donc en partie vrai et puisque le vecteur $|+\rangle_x$ appartient en partie à $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$, l'énoncé $(S_x, +\hbar/2)$ est aussi en partie faux. Dans ces conditions, le mieux est de conclure que l'énoncé $(S_x, +\hbar/2)$ n'est ni vrai, ni faux. Il en est de même pour l'énoncé (S_x, $-\hbar/2$) associé au vecteur propre $|-\rangle_x$. Nous pensons que cette illustration du problème de la bivalence dans l'espace de spin $\mathcal{H}_S$ est un autre argument en faveur de l'inapplicabilité du principe de bivalence et, qu'étant donné l'état préparé $|+\rangle_z$ du système quantique, les énoncés (S_x, $+\hbar/2$) et (S_x, $-\hbar/2$) sont ni vrais, ni faux.

En nous basant sur plusieurs arguments, nous croyons avoir montré que le principe de bivalence est inacceptable pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. D'après Dummett, l'acceptation du principe de bivalence est une condition nécessaire à une métaphysique réaliste et, puisque ce principe est inacceptable en mécanique quantique, il en découle logiquement que la métaphysique à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique est antiréaliste. Néanmoins, nous avons vu à la section 1.7 qu'un antiréalisme est radical pour une classe d'énoncés si, en plus du rejet du principe de bivalence pour cette classe, le modèle de la signification qui donne sens aux énoncés de celle-ci est un modèle justificationniste. En soutenant un antiréalisme radical, nous évitons ainsi la possibilité d'avoir la coexistence de la non-bivalence et d'un modèle de la signification de type vériconditionnel. En effet, comme Dummett (1993b, p. 235) la définit, une théorie sémantique objectiviste peut être polyvalente et servir de base pour un modèle de la signification de type vériconditionnel. Nous verrons plus en détail les théories sémantiques objectivistes lorsque nous aborderons, au chapitre 6, la question de l'assignation de valeurs de vérité aux énoncés quantiques. L'objet de la prochaine sous-section est de justifier la métaphysique antiréaliste de la mécanique quantique par l'adoption motivée du modèle justificationniste de la signification.

4.2.2 Le choix du modèle de la signification

Dans cette sous-section, nous nous proposons de montrer que la théorie de la signification par laquelle un sens est donné aux énoncés de la mécanique quantique est la théorie justificationniste de la signification que nous avons décrite à la section 1.7. Cette dernière se base sur une théorie sémantique antiréaliste dont le concept fondamental est l'assertabilité. Bitbol a bien saisi l'antiréalisme dummettien en affirmant ceci à propos de la vérité et de la fausseté des énoncés : "«Vrai», pour un anti-réaliste, veut dire «vrai de manière opératoirement assertable», de même que «faux» veut dire «faux de manière opératoirement assertable»." (Bitbol, 1996, p. 124). À sa manière, Bitbol décrit, dans cette citation, l'identification de la vérité à l'assertabilité qui est propre à une théorie sémantique antiréaliste. Cependant, cette identification ne semble pas suffisante pour Bitbol qui continue ainsi : "il faut aller jusqu'à affirmer qu'en dehors de toute référence à un moyen d'attestation possible il n'est même pas envisageable d'assigner un *sens* à la proposition factuelle." (Bitbol, 1996, p. 125). Bitbol convient que ce constat est le fruit d'une analogie avec une analyse faite par Wittgenstein à propos des énoncés mathématiques. Pourtant, c'est exactement ce que prétend Dummett avec sa théorie justificationniste de la signification.

Par ailleurs, à la section 1.6, nous avons vu que, selon Dummett, le but d'une théorie sémantique est de rendre compte de la vérité des énoncés quand ils sont vrais d'après leur structure interne. Dans le présent chapitre, nous n'avons abordé ce sujet que pour des énoncés quantiques atomiques comme, par exemple, l'énoncé (S_x, $+\hbar/2$). Les énoncés quantiques complexes qui comprennent des constantes logiques binaires seront traités au prochain chapitre dans lequel nous élaborerons une théorie sémantique quantique.

Selon Dummett, la métaphysique réaliste est fondée sur la théorie sémantique classique qui est bivalente. Dans cette théorie sémantique réaliste, la valeur sémantique d'un énoncé est sa référence, au sens fregéen, c'est-à-dire sa valeur de vérité. Même si on ne connaît pas la valeur de vérité d'un énoncé, il est soit vrai, soit faux, en vertu de l'existence d'une réalité indépendante de nos moyens de connaissance. Pour sa part, la métaphysique antiréaliste est fondée sur une théorie sémantique qui rejette la bivalence, si on met de côté le réductionnisme qui est, selon Dummett (1993b, p. 241), un antiréalisme de type modéré. En ce qui nous concerne, nous pouvons écarter ce réductionnisme puisque nous soutenons que le principe de bivalence est inacceptable pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. Une théorie sémantique antiréaliste identifie la vérité à l'assertabilité, de telle sorte qu'un énoncé est vrai en vertu d'une justification par un fait probant. En mécanique quantique, le fait probant est le résultat d'une expérimentation effectuée à l'aide d'instruments de mesure.

Le choix d'une théorie sémantique est justifié lorsque celle-ci sert de base à une théorie de la signification. En définitive, résoudre le problème du choix d'une métaphysique pour une classe d'énoncés revient à résoudre le problème du choix d'une théorie de la signification pour cette classe. Le but d'une théorie de la signification est d'expliquer la compréhension des énoncés par des locuteurs compétents. Cependant, l'élaboration complète d'une théorie de la signification est présentement programmatique. Mais ceci ne nous pose pas de problème particulier, car le modèle de la signification d'une théorie de la signification dont il est une partie importante est suffisant pour fonder une théorie sémantique, comme nous l'avons vu à la section 1.7. Un modèle de la signification permet d'expliquer la saisie, par un locuteur, de la signification d'un énoncé en se servant d'une théorie sémantique comme base.

Pour Dummett, le modèle vériconditionnel de la signification est le fondement de la métaphysique réaliste et, selon ce modèle, la signification d'un énoncé est identifiée à ses conditions de vérité. Le modèle vériconditionnel a pour base la sémantique classique qui identifie la valeur sémantique d'un énoncé à sa valeur de vérité. Comme nous l'avons vu à la section 1.7, la théorie sémantique classique n'est pas une théorie de la signification, car la référence ou valeur sémantique d'un énoncé n'est ni une condition nécessaire, ni une condition suffisante pour comprendre cet énoncé. Dans cette perspective fregéenne, comme le sens d'un énoncé est la manière selon laquelle est donnée sa valeur sémantique, c'est-à-dire sa vérité ou sa fausseté, le sens de l'énoncé est alors identifié à ses conditions de vérité. Pour un réaliste, la saisie du sens d'un énoncé est la connaissance des conditions de vérité de l'énoncé. Le modèle vériconditionnel de la signification est donc une explication de la saisie de la signification d'un énoncé par un locuteur compétent et la théorie sémantique classique est justifiée puisqu'elle sert de base à ce modèle. Nous dirons que le modèle vériconditionnel est un modèle réaliste de la signification. Le concept de vérité est le concept central du modèle vériconditionnel de la signification.

Le modèle antiréaliste de la signification est, selon Dummett, le modèle justificationniste pour lequel la signification d'un énoncé est identifiée à ses conditions d'assertabilité. Le modèle justificationniste se base sur une théorie sémantique antiréaliste et c'est pourquoi le concept central de ce modèle de la signification est l'assertabilité, puisque, dans ce type de théorie sémantique, la vérité est identifiée à l'assertabilité. Par le fait même, une théorie sémantique antiréaliste est justifiée par le modèle justificationniste, puisqu'elle lui sert de base. L'explication, donnée par ce modèle, de la compréhension d'un énoncé par un locuteur compétent, est que la saisie du sens d'un énoncé s'identifie avec la connaissance des conditions d'assertabilité. Comprendre un énoncé, ce n'est pas connaître ses conditions de vérité, comme le prétend le réalisme, “c’est, au contraire, savoir dans quels cas nous serions disposés à asserter l’énoncé, c’est-à-dire qu’est-ce qui vaudrait, pour nous, comme justification de l’énoncé.” (Marconi, 1997, p. 79). Autrement dit, comprendre un énoncé ne consiste pas en la capacité par un locuteur compétent de trouver une justification, mais en la capacité d’en reconnaître une lorsqu’elle se présente.

En mathématiques, pour un intuitionniste, comprendre un énoncé mathématique, c’est être capable de reconnaître une démonstration de celui-ci lorsqu’elle se présente. En mécanique quantique, pour un antiréaliste, comprendre un énoncé quantique, ce n’est pas effectuer la procédure expérimentale qui justifierait sa vérité ou sa fausseté, mais cela consiste à être capable de reconnaître le résultat de l’application d’une procédure expérimentale quand il se présente. Le fait probant qui justifie qu’un énoncé quantique soit asserté ou réfuté n’est pas la procédure expérimentale en soi qui utilise des instruments de mesure, mais le résultat de l’application de cette procédure. Pour un antiréaliste, la saisie de la signification d’un énoncé quantique n’est pas la capacité de reconnaître la procédure expérimentale s’il y a lieu, ni, à la limite, la capacité de reconnaître l’application de cette procédure expérimentale, mais plutôt la capacité de reconnaître le résultat de l’application de la procédure expérimentale s’il y en a un. C’est pourquoi le concept de signification du modèle justificationniste est différent du concept de signification des empiristes logiques. Pour ceux-ci, la signification est identifiée à la méthode de justification, tandis que, selon Dummett, la signification est identifiée à la reconnaissance de la méthode de justification quand elle se présente.

Du modèle vériconditionnel ou du modèle justificationniste, lequel est le plus adéquat pour rendre compte de la compréhension des énoncés de la mécanique quantique? De cette réponse va dépendre la métaphysique de la mécanique quantique, puisque le fondement d’une métaphysique réaliste revient à l’adoption du modèle vériconditionnel de la signification, tandis que le fondement d’une métaphysique antiréaliste revient à l’adoption du modèle justificationniste. Nous avons vu qu’étant donné l’état préparé d’un système quantique, il y a des énoncés dont la probabilité qui leur est attribuée par l’algorithme probabiliste est égale à 1. Dans ce cas, nous avons une justification de leur vérité. Le modèle vériconditionnel rend compte de la signification de tels énoncés, puisque le locuteur connaît leurs conditions de vérité, c’est-à-dire les conditions dans lesquelles ces énoncés correspondent aux faits probants. Dans le cas où l'énoncé est faux, c'est-à-dire dans le cas où la probabilité qui est attribuée à l'énoncé est égale à 0, nous pouvons dire que les conditions de vérité de la réfutation de l'énoncé sont connues (ou, tout simplement, que les conditions de vérité ne sont pas remplies).

Cependant, pour tous les autres énoncés dont la vérité est incertaine, est-ce que le modèle vériconditionnel peut rendre compte de la compréhension de leur signification? La réponse est non, car le locuteur compétent ne connaissant pas les conditions de vérité de ces énoncés, c'est-à-dire ce qui les rend vrais ou faux, ne devrait pas être en mesure de les comprendre. Pour de tels énoncés, la signification doit transcender l'usage, c'est-à-dire les capacités de reconnaissance du locuteur. Dummett refuse cette transcendance en invoquant l'adage de Wittgenstein selon lequel "la signification, c'est l'usage".

Pour Dummett, la saisie de la signification doit être manifestée dans la pratique linguistique. C'est pourquoi Dummett introduit la thèse de la manifestabilité que nous avons explicitée à la section 1.8, selon laquelle nous devrions rejeter le modèle vériconditionnel de la signification, puisque le locuteur ne peut manifester la reconnaissance des conditions de vérité des énoncés quantiques dont la vérité est incertaine. Il ne peut manifester cette reconnaissance, car les conditions de vérité de tels énoncés ne sont pas connues du locuteur, étant donné que ces conditions de vérité transcendent notre capacité de reconnaître si elles sont présentes ou non.

La thèse de la manifestabilité fait un lien entre la signification et l'usage de telle sorte que la pratique linguistique requiert que la compréhension d'un énoncé quantique doive pouvoir être exprimée en actes de reconnaissance qui se manifestent dans des comportements. Dans le modèle vériconditionnel de la signification, un locuteur qui est en mesure de reconnaître les conditions de vérité d'un énoncé démontre qu'il comprend l'énoncé en question. Mais, puisque pour les énoncés quantiques dont la vérité est incertaine, une telle reconnaissance des conditions de vérité ne peut être effective, le modèle vériconditionnel de la signification viole l'exigence de la manifestabilité. Le modèle vériconditionnel basé sur un concept de vérité qui transcende le fait probant ne peut rendre compte de la compréhension des énoncés quantiques pour lesquels l'algorithme probabiliste attribue une valeur dans l'intervalle ouvert]0, 1[.

Par contre, le modèle justificationniste rend parfaitement compte de la saisie des énoncés quantiques dont la vérité est incertaine. En effet, un locuteur peut manifester sa capacité à reconnaître les conditions d'assertabilité, en l'occurrence sa capacité à reconnaître le résultat d'une expérimentation portant sur l'évaluation de l'observable dont il est question dans l'énoncé, si le résultat se présente. L'exigence de la manifestabilité est, par conséquent, satisfaite par le modèle justificationniste de la signification. Nous avons déjà cité Dummett (1991c, p. 98) qui affirme que, saisir la signification d'un énoncé, c'est être capable de reconnaître tout ce qui peut compter comme confirmation de sa vérité. Dans le cas des énoncés quantiques, la concordance du résultat d'une expérimentation avec un énoncé quantique ou bien l'attribution d'une probabilité égale à l'unité à un énoncé quantique sont des confirmations de la vérité de cet énoncé quantique. Le modèle justificationniste de la signification explique la saisie, par un locuteur, de la signification des énoncés quantiques dont nous ne possédons pas de justification de leur vérité, puisque le locuteur est toujours en mesure de reconnaître la confirmation de tels énoncés lorsqu'elle se présente.

Nous avons vu que résoudre un débat métaphysique à propos d'une classe d'énoncés d'un domaine donné revient, en fin de compte, à choisir un modèle de la signification pour cette classe. Puisque nous devons rejeter, pour la classe des énoncés de la mécanique quantique, le modèle vériconditionnel de la signification au profit du modèle justificationniste, la métaphysique à propos de cette classe d'énoncés est antiréaliste. Nous pensons que le débat métaphysique, en mécanique quantique, a pu être résolu en donnant au concept de vérité une place adéquate dans la définition de la signification des énoncés : plutôt que d'avoir une vérité qui transcende la connaissance, l'antiréaliste identifie la vérité à l'assertabilité ce qui lui permet de rendre compte de la compréhension des énoncés quantiques grâce au modèle justificationniste qui se base sur cette identification. Nous pensons que l'approche dummettienne a permis de résoudre le débat métaphysique qui sévit en mécanique quantique et sa résolution revient donc à justifier le choix du modèle justificationniste de la signification en se basant sur une théorie sémantique dont le concept de vérité est identifié à l'assertabilité.

4.3 Conclusion : l'antiréalisme radical de la mécanique quantique

Nous avons commencé ce chapitre par définir les énoncés de la mécanique quantique. Les énoncés quantiques sont des énoncés à propos de la valeur des observables d'un système quantique. Ces énoncés peuvent être identifiés aux sous-espaces de l'espace de Hilbert ou bien à des projecteurs, et ce, de façon biunivoque. Pour la définition de la classe des énoncés de la mécanique quantique et l'analyse de l'applicabilité du principe de bivalence, nous nous sommes restreints à l'utilisation de l'algorithme de quantification et à l'algorithme probabiliste qui réfèrent à des postulats dénués de toute interprétation, c'est-à-dire qui sont neutres sur le plan métaphysique. Nous nous sommes abstenus d'utiliser la réduction du paquet d'ondes dont l'acceptation reste encore litigieuse.

Le but de ce chapitre était de justifier la métaphysique antiréaliste à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique. Nous avons montré que cet antiréalisme est radical puisque, d'une part, le principe de bivalence est inacceptable pour cette classe et que, d'autre part, le modèle de la signification qui donne sens aux énoncés de cette classe est un modèle justificationniste. Un antiréalisme qui satisfait à ces deux conditions est qualifié de la façon suivante par Dummett : "we are concerned with an anti-realist view of a very thoroughgoing kind" (Dummett, 1993b, p. 242). La raison pour l'exigence de ces deux conditions est que la bivalence n'impliquerait pas nécessairement la transcendance de la vérité sur le fait probant comme l'affirmerait Dummett selon Engel (1989, p. 172). Comme le modèle vériconditionnel de la signification est, de façon cruciale, fondé sur la transcendance de la vérité sur le fait probant, alors il y aurait une possibilité pour que la non-bivalence et un modèle vériconditionnel puissent coexister comme nous l'avons mentionné ci-dessus. Quoi qu'il en soit, la métaphysique à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique est un antiréalisme radical.

Pour Bitbol, le calcul quantique des probabilités "apparaît d'emblée énoncer quelque chose sur un avenir ouvert à toute éventualité expérimentale et non sur les éléments d'une gamme pré-donnée d'événements possibles" (Bitbol, 1996, p. 140). Cette conception de la notion des probabilités appuie très bien notre vision antiréaliste de la mécanique quantique. En fait, sur le plan métaphysique, cette façon de définir les probabilités indique que nous ne pouvons pas affirmer l'existence d'une réalité indépendante de nos moyens de connaissance dans laquelle les objets possèdent en soi leurs propriétés et que les événements surviennent dans l'absolu. La mécanique quantique, par son antiréalisme, propose de suspendre notre jugement à propos de l'existence d'une réalité préstructurée d'entités théoriques possédant en soi des propriétés.

Dans le prochain chapitre, nous commencerons la construction d'une théorie sémantique pour la classe des énoncés de la mécanique quantique qui tient compte des énoncés complexes. Nous verrons dans quelle mesure le modèle justificationniste de la signification aura un impact important dans la signification des constantes logiques qui relient les énoncés atomiques quantiques. Les contraintes sémantiques provenant de cette théorie sémantique ainsi que du modèle justificationniste de la signification, nous permettrons de choisir une logique quantique qui représente adéquatement la structure logique de la mécanique quantique.

CHAPITRE V

LA SÉMANTIQUE ET LA STRUCTURE ALGÉBRIQUE DE LA LOGIQUE QUANTIQUE : UNE ALGÈBRE BOOLÉENNE PARTIELLE TRANSITIVE

Dans le cinquième chapitre, nous nous inscrivons dans l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique afin de définir une logique pour la classe des énoncés de la mécanique quantique en déterminant la structure algébrique la plus adéquate pour rendre compte de la théorie sémantique ainsi que du modèle de la signification qui sont les fondements de cette logique. Comme le principe de bivalence est inacceptable pour la classe des énoncés de la mécanique quantique, d'une part, la métaphysique à propos de cette classe d'énoncés est antiréaliste et, d'autre part, la logique qui fonde cette métaphysique est non classique. Nous appellerons *logique quantique* cette logique non classique à propos des énoncés de la mécanique quantique. La détermination d'une logique quantique comme solution de remplacement à la logique classique est l'objet du présent chapitre. Le fondement de cette logique quantique est évidemment une théorie sémantique antiréaliste dont l'explicitation nous permettra d'expliquer les constantes logiques. Par contre, la signification de ces constantes logiques est donnée par le modèle justificationniste de la signification.

L'approche logico-algébrique propose des logiques quantiques qui sont ancrées dans des structures algébriques diverses que nous explicitons à la section 5.3. Les liens existants entre les structures formelles et la logique classique sont présentés aux sections 5.4 et 5.5. Nous exposons, à la section 5.6, la sémantique ainsi que la structure formelle de la logique quantique dite *standard*, c'est-à-dire la logique quantique la plus couramment acceptée dans la littérature. Après avoir présenté, à la section 5.7, la structure formelle de la logique quantique que nous soutenons, nous la justifions à la section 5.8, en nous servant d'arguments fondés sur la théorie sémantique développée à la section 5.1 ainsi que sur le modèle justificationniste de la signification. Dans cette même section, outre le fait de soutenir une logique quantique qui satisfait une sémantique antiréaliste, nous critiquons la logique quantique dite *standard* dont la structure formelle n'est pas adéquate, selon nous, pour satisfaire le modèle justificationniste de la signification. En fait, notre critique porte sur deux aspects : la structure formelle et l'assignation de valeurs de vérité. L'assignation de valeurs de vérité aux énoncés quantiques est l'objet du prochain chapitre.

5.1 Théorie sémantique et logique quantiques

Le but de cette section est double. Premièrement, nous voulons mettre en lumière les principales caractéristiques d'une théorie sémantique quantique, c'est-à-dire une théorie sémantique à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique. Cette théorie servira à la validation d'une logique quantique. Deuxièmement, nous voulons introduire de façon générale les enjeux sur lesquels repose la détermination d'une logique quantique satisfaisant à une théorie sémantique antiréaliste et dont l'un d'eux est la signification des constantes logiques.

5.1.1 La théorie sémantique quantique

À la section 1.6, nous avons vu qu'une des méthodes pour valider une logique et ses règles d'inférence est de nous servir d'une théorie sémantique comme fondement. Selon Dummett, le but d'une théorie sémantique est de rendre compte de la vérité des énoncés d'une classe donnée quand ils sont vrais d'après leur structure interne. Par conséquent, une des tâches de ce chapitre sera de définir les constantes logiques présentes dans les énoncés quantiques complexes composés d'énoncés quantiques atomiques. Comme une théorie sémantique explique comment la vérité d'un énoncé vrai est assignée par ses parties, elle doit expliquer les constantes logiques tandis que leur sens est déterminé par le modèle de la signification. C'est avec le concept de valeur sémantique que Dummett veut rendre compte de la vérité d'un énoncé quand il est vrai. À propos de la notion de valeur sémantique, Dummett écrit ceci : "A semantic theory requires that we should frame, for each category of expression, a conception of the kind of semantic value that an expression of that category possesses." (Dummett, 1991d, p. 24). La valeur sémantique d'une expression est cette caractéristique de l'expression qui va déterminer la vérité d'un énoncé dans lequel cette expression apparaît.

Une théorie sémantique est constituée de trois parties : 1– spécifier une valeur sémantique pour chacune des catégories syntaxiques, ce qui caractérise le concept d'interprétation; 2– établir comment la valeur sémantique d'un énoncé est déterminée par celles de ses constituants; 3– définir ce que veut dire pour un énoncé d'être vrai selon une interprétation, en termes de valeur sémantique (Dummett, 1991d, p. 35; Hinzen, 1997, p. 16). Selon Dummett (1991d, p. 33), les théories sémantiques se divisent en deux types : d'un côté, les théories sémantiques classiques selon lesquelles la valeur sémantique d'un énoncé consiste à être *vrai* ou *non-vrai* et, de l'autre, toutes les autres selon lesquelles la valeur sémantique consiste en autre chose que d'être *vrai* ou *non-vrai*. Parmi ces dernières, il y a les théories sémantiques polyvalentes dont les valeurs sémantiques des énoncés correspondent aux valeurs de vérité permises par la polyvalence. Il y aussi les théories sémantiques dont la valeur sémantique d'un énoncé est reliée à ce qui le rend vrai, comme, par exemple, chez les intuitionnistes. Pour les intuitionnistes, la valeur sémantique d'un énoncé mathématique met en relation celui-ci avec une construction mathématique. Si cette construction est une démonstration, alors l'énoncé mathématique est vrai : "The semantic value of a sentence is here a principle of classification of constructions into those which do and those which do not prove the sentence" (Dummett, 1991d, p. 34).

Pour la théorie sémantique classique, la valeur sémantique se ramène à la référence. La valeur sémantique d'un terme singulier est l'objet auquel il réfère; la valeur sémantique d'un énoncé est sa valeur de vérité. La métaphysique de la physique classique peut être considérée comme réaliste puisque nous pouvons fonder ce réalisme sur la théorie sémantique classique. Les objets auxquels réfèrent les termes singuliers de la physique classique sont les systèmes physiques classiques. Les propriétés d'un système physique classique quelconque, c'est-à-dire les valeurs des grandeurs physiques, sont des prédicats unaires, à savoir des prédicats à un seul argument. Les propriétés d'un système physique classique déterminé sont exprimées par des énoncés. L'état d'un système classique déterminé peut être considéré, comme nous l'avons vu, comme une fonction qui s'applique de l'ensemble des énoncés exprimant les propriétés de ce système classique dans l'ensemble {0, 1}. La valeur sémantique d'une propriété d'un système donné est, en quelque sorte, la valeur sémantique de l'énoncé qui l'exprime, c'est-à-dire sa valeur de vérité.

Pour les expressions de la mécanique quantique, la valeur sémantique est donc ce qui est utilisé pour déterminer la vérité d'un énoncé dans lequel ces expressions apparaissent. Pour la classe des énoncés de la mécanique quantique, la valeur sémantique d'un terme singulier est l'entité théorique à laquelle elle réfère. Un prédicat unaire a pour valeur sémantique la valeur d'une observable d'un système quantique quelconque. Comme dans le cas classique, un énoncé quantique exprime une propriété d'un système donné. Vu que la théorie sémantique à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique est antiréaliste, la notion de vérité est identifiée à l'assertabilité. L'énoncé quantique est vrai si et seulement si le résultat d'une expérimentation concorde avec l'énoncé.

Par analogie à la valeur sémantique d'un énoncé mathématique, la valeur sémantique d'un énoncé quantique atomique pourrait correspondre à quelque chose qui rend cet énoncé vrai : la valeur sémantique d'un tel énoncé pourrait mettre en relation cet énoncé avec le résultat d'une mesure effectuée à l'aide d'une procédure expérimentale utilisant des appareils de mesure. Par contre, l'état du système quantique peut être considéré comme une fonction de probabilité qui s'applique de l'ensemble des énoncés quantiques portant sur les propriétés de ce système dans l'intervalle fermé [0, 1]. Cette attribution de probabilité à un énoncé est une première indication que la valeur sémantique d'un énoncé portant sur une propriété d'un système quantique pourrait être, comme nous l'affirmerons au chapitre suivant, la probabilité attribuée à l'énoncé. Un point important est que cette polyvalence est relative à l'état préparé du système quantique. Quoi qu'il en soit, la valeur sémantique d'un énoncé quantique complexe est déterminée par la valeur sémantique des énoncés quantiques atomiques qui le constituent d'où l'importance de la signification des connecteurs qui relient ces énoncés atomiques.

5.1.2 Le langage de la logique quantique

Pour Dummett, une classe d'énoncés d'un domaine en litige est un fragment du langage. Sur le plan formel, un langage est identifié à l'ensemble de ses énoncés, c'est-à-dire à l'ensemble de ses énoncés bien formés. Par conséquent, nous appellerons *langage de la mécanique quantique* la classe des énoncés de la mécanique quantique qui est un fragment du langage. Nous considérons le langage de la mécanique quantique comme un langage-objet et lorsque nous disons quelque chose à propos du langage-objet de la mécanique quantique, nous nous situons au niveau du métalangage. Dans le langage-objet, les énoncés peuvent être joints en utilisant des connecteurs en vertu de la compositionnalité. En termes logiques, ces connecteurs sont des constantes logiques, tandis qu'en termes algébriques, ce sont des opérations algébriques. Dans cette classe d'énoncés, certains énoncés peuvent être le résultat d'inférences à partir d'autres énoncés. Par conséquent, nous pouvons définir une logique quantique entendue comme ensemble des lois logiques qui servent dans les inférences. Le langage de cette logique quantique, c'est-à-dire l'ensemble de ses énoncés, est le langage de la mécanique quantique que nous avons déjà défini à la section 4.1.

Nous pouvons, cependant, élargir le concept de logique quantique à une perspective relationnelle, c'est-à-dire à une perspective qui traite des relations existantes entre les énoncés, car nous introduirons des relations d'ordre et des relations algébriques pour définir la logique quantique. Cette perspective relationnelle inclut le traitement des inférences valides fondé sur l'ensemble des lois logiques puisque la relation d'ordre entre les énoncés sera définie en termes de conséquence logique. Cette perspective relationnelle s'inscrit dans l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique que nous verrons dans les prochaines sections. Par ailleurs, nous avons vu qu'une théorie sémantique peut servir à justifier des lois logiques. Selon Dummett (1991d, p. 185), une théorie sémantique ne sert pas seulement dans la justification des lois logiques, par exemple la loi du tiers exclu, mais aussi dans la justification de lois logiques entendues dans un sens plus large, comme celle de la distributivité et celles de De Morgan.

Les constantes logiques de la logique quantique seront explicitées aux sections 5.6 et 5.7 lors de la présentation de la sémantique de la logique quantique. Cependant, la signification des constantes logiques quantiques est radicalement différente de celle des constantes logiques classiques puisque, d'une part, la logique quantique ainsi que la métaphysique antiréaliste de la mécanique quantique sont fondées sur un modèle justificationniste de la signification et, d'autre part, la logique classique ainsi qu'une métaphysique réaliste sont fondées sur le modèle véríconditionnel de la signification. Dummett écrit ceci à ce propos : "A deep rejection of realism, by contrast, must have it that the classical logical constants would not even make sense." (Dummett, 1993b, p. 467). La signification des constantes logiques est un point essentiel dans la construction d'une logique quantique puisque, selon Dummett (1991d, p. 14), les lois logiques qui sont acceptées et qui gèrent un fragment du langage dépendent de la signification des énoncés de ce fragment et, en particulier, de la signification des constantes logiques utilisées dans les énoncés.

Toujours selon Dummett (1991d, p. 332), un réaliste comprend les constantes logiques de façon classique. Par exemple, la conjonction P & Q est vraie si l'énoncé P est vrai et si l'énoncé Q est vrai. Par contre, pour un antiréaliste en mathématiques, la conjonction P & Q est vraie, c'est-à-dire que l'on a une démonstration de P & Q, si on a une démonstration de l'énoncé P et une démonstration de l'énoncé Q. Pour un physicien antiréaliste, la conjonction P & Q est vraie, c'est-à-dire que l'on a un résultat d'expérimentation concordant avec l'énoncé P & Q, si on a un résultat d'expérimentation concordant avec l'énoncé quantique P et un résultat d'une expérimentation concordant avec l'énoncé quantique Q. Notons que la justification de la vérité des énoncés quantiques P et Q aurait pu être que la probabilité qui leur est attribuée par l'algorithme probabiliste est égale à l'unité et, par conséquent, la probabilité attribuée à la conjonction est aussi égale à l'unité. Un des problèmes cruciaux, sinon le problème crucial, que nous aurons à résoudre dans la construction d'une logique quantique sera de définir la conjonction et la disjonction pour les énoncés quantiques portant sur des valeurs d'observables qui sont incompatibles. À propos de la logique quantique, Dummett (1991d, p. 333) écrit ceci :

> The mere use of quantum logic is not, in itself, inconsistent with realism: one repudiates realism only when one denies that the classical logical constants, understood in terms of the two-valued semantics, can be intelligibly applied to quantum-mechanical statements.

C'est justement ce qui nous nous proposons de faire dans les prochaines sections, c'est-à-dire de montrer que les constantes logiques classiques n'ont pas de sens en logique quantique.

5.1.3 La théorie sémantique quantique et le concept logique d'interprétation

En logique, une interprétation d'un langage formel, entendue dans un *sens large*, est une assignation de signification aux symboles et aux énoncés de ce langage. Un langage formel est identifié à l'ensemble de ses énoncés bien formés selon des règles syntaxiques déterminées. En logique classique, le sens habituel de la notion d'interprétation d'un langage formel est plus restrictif : une interprétation est une assignation soit de la valeur de vérité *vrai*, soit de la valeur de vérité *faux* à chacun des énoncés d'un langage (Hunter, 1971, p. 57). Un modèle d'un énoncé d'un langage est une interprétation du langage selon laquelle l'énoncé est vrai (Hunter, 1971, p. 6). La théorie des modèles est la théorie des interprétations des langages formels. Le concept de vérité pour une interprétation est l'un des concepts de la théorie des modèles. Un énoncé est vrai pour une interprétation d'un langage si et seulement si cette interprétation assigne la valeur de vérité *vrai* à cet énoncé (Hunter, 1971, p. 57).

La théorie sémantique s'occupe d'une seule interprétation puisqu'elle doit rendre compte de la vérité d'un énoncé quand il est vrai, tandis que la logique s'occupe de toutes les interprétations par l'entremise de la théorie des modèles. C'est pourquoi Hinzen, commentant Dummett, écrit ceci : "he also takes the notion of truth-under-an-interpretation to be the central notion of a semantic theory" (Hinzen, 1997, p. 20). Pour ce qui est de la théorie sémantique quantique, d'une part, nous avons déterminé dans quelles conditions un énoncé quantique est vrai et, d'autre part, nous n'avons pas défini entièrement ce qu'est une interprétation. Comme une interprétation, selon Dummett, doit spécifier les valeurs sémantiques pour tous les types d'expressions du langage de la mécanique quantique, il nous reste à spécifier les valeurs sémantiques des énoncés quantiques. Ce faisant, nous pourrons ainsi déterminer la valeur sémantique d'un énoncé complexe par la valeur sémantique des énoncés qui le composent. Nous avons déjà avancé l'idée que la valeur sémantique de tels énoncés quantiques soit la probabilité qui leur est attribuée par l'algorithme probabiliste. Ceci est l'objet du chapitre 6.

Pour l'instant, malgré une détermination incomplète de la théorie sémantique quantique, nous croyons que les caractéristiques de celle-ci que nous avons définies dans cette section sont suffisantes pour régler le problème du choix de la structure formelle de la logique quantique. La définition des constantes logiques joue un rôle crucial dans la résolution de ce problème. Nous compléterons la théorie sémantique quantique, comme nous l'avons déjà souligné, au chapitre 6, avec la notion d'assignation de valeurs de vérité aux énoncés quantiques.

5.2 L'approche logico-algébrique en mécanique quantique

Pour certains physiciens et philosophes, le caractère probabiliste de la mécanique quantique découle des relations d'indétermination de Heisenberg et, d'après eux, ces relations ont complètement changé les fondements de la physique moderne. Nous avons vu à la fin du chapitre 3 que, selon Carnap (1995, p. 288), le caractère révolutionnaire de ces relations a amené certains scientifiques et philosophes à suggérer d'effectuer des changements fondamentaux au niveau du langage de la physique. Carnap énumère trois façons de modifier le langage de la physique pour s'adapter aux relations de Heisenberg et chacune de ces façons suggère un changement de la forme de logique utilisée en physique quantique.

Selon Carnap, la première façon de modifier la logique est d'effectuer des modifications en matière de syntaxe. Cette façon de modifier la logique est personnifiée par Martin Strauss (1975). Ce dernier suggère des modifications au niveau des règles de formation des énoncés bien formés. Par exemple, pour tenir compte du principe de complémentarité de Bohr, la conjonction de deux énoncés peut être jugée sans signification si chacun de ces énoncés porte sur la valeur de variable conjuguée. La seconde manière est de modifier les règles de transformation. Ces règles de transformations sont, en fait, les lois logiques sur lesquelles repose la validité des inférences. C'est ce qu'ont fait Birkhoff et von Neumann (1936) en proposant l'abandon de la loi de la distributivité de la logique classique. Une dernière façon de modifier la logique est, comme l'ont fait, entre autres, Reichenbach (1944) et Destouches-Février (1951), de remplacer la logique classique bivalente par une logique trivalente, c'est-à-dire une logique polyvalente à trois valeurs de vérité.

Par contre, la mécanique classique, quant à elle, utilise la logique classique, c'est-à-dire la logique bivalente des propositions et des prédicats, dans ses inférences et pour mettre en relations des énoncés portant sur des systèmes physiques classiques. Étant donné que, dans notre recherche, nous définissons un langage en termes d'énoncés plutôt qu'en termes de propositions et que le terme *logique classique des propositions* est consacré, nous remplaçons ce dernier par le terme *logique classique des énoncés*. Nous emploierons également le terme *logique classique* pour dénoter la logique classique des énoncés. D'ailleurs, Stoll utilise le terme *statement calculus* pour la logique classique des propositions et il définit le terme *statement* par "declarative sentence which has the quality that it can be classified as either true or false, but not both" (Stoll, 1963, p. 164). Pour leur part, Suppes (1966) et Strauss (1975) utilisent le terme *sentential calculus* pour la logique des propositions. La traduction, en français, du terme *sentence* est le terme *énoncé*.

Dans leur article "The logic of quantum mechanics" de 1936, les mathématiciens Birkhoff et von Neumann établissent les bases d'une approche algébrique de la mécanique quantique avec la logique quantique. Nous qualifierons une telle approche de *logico-algébrique*. L'approche logico-algébrique de la mécanique quantique est l'une des approches dans laquelle s'inscrivent des physiciens, des mathématiciens et des philosophes pour résoudre les divers problèmes d'interprétation de la mécanique quantique. L'axiomatisation de von Neumann de la mécanique quantique soulève de nombreuses interrogations comme, entre autres, "D'où provient l'espace de Hilbert?" ou bien "Pourquoi représente-t-on les états par des vecteurs et les observables par des opérateurs hermitiques?". L'approche logico-algébrique d'où émerge la logique quantique est une des tentatives pour répondre à ces diverses questions.

Après la parution de l'article fondateur de la logique quantique de 1936, l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique s'est développée et raffinée avec, entre autres, Mackey (2004), Jauch et Piron (1975), Varadarajan (1975), Kochen et Specker (1975a, 1975b) et Suppes (1966). La logique quantique résultant de cette approche est devenue un champ de recherche interdisciplinaire où se côtoient la mécanique quantique, la logique, les mathématiques ainsi que la philosophie. Sur le plan de la logique, de nombreux ouvrages dont ceux de Dalla Chiara (1986) et de Haack (1974) portent sur le statut de la logique quantique, sur la description de sa sémantique et sur son axiomatisation. Certains de ces ouvrages se rapportent aux propriétés métalogiques de la logique quantique comme, entre autres, Stachow (1976) qui démontre sa complétude. Les travaux de recherche effectués dans le domaine de la logique quantique laissent parfois de côté les aspects de la théorie physique pour ne s'en tenir qu'à un aspect strictement formel, c'est-à-dire syntaxique, comme, par exemple, les travaux de Yun et Yongming (2003) et ceux de Tokuo (2003). Dans un recensement fait en 1992 à propos des publications effectuées dans le domaine de la logique quantique, Pavičić (1992) dénombre pas moins de 1851 ouvrages et publications portant sur ce sujet. Depuis ce recensement, le domaine de recherche de la logique quantique continue de produire de nombreuses publications et suscite, encore de nos jours, un vif intérêt grâce, surtout, à l'avènement de nouveaux domaines de recherche comme l'ordinateur quantique et l'information quantique.

Comme nous l'avons vu au chapitre 3 et 4, deux des principaux concepts de la mécanique quantique selon Dirac, von Neumann et Mackey, sont les concepts d'état et d'observable. Dans la formulation de von Neumann de la mécanique quantique, autant les états que les observables peuvent être exprimés en termes de projecteurs. Nous avons vu que l'ensemble des énoncés portant sur les valeurs des observables est en relation biunivoque avec l'ensemble des projecteurs. Ces derniers étant aussi en correspondance biunivoque avec les sous-espaces de l'espace de Hilbert, le langage propre à la logique quantique peut s'exprimer autant en termes d'énoncés, de projecteurs ou de sous-espaces de l'espace de Hilbert. L'idée maîtresse de l'approche logico-algébrique est de déterminer la structure algébrique associée à l'ensemble de tous les projecteurs sur un espace de Hilbert (Redhead, 1987, p. 22). Nous pouvons également parler de la structure algébrique de tous les sous-espaces de l'espace de Hilbert. Comme l'ensemble des projecteurs sur l'espace de Hilbert est isomorphe à l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert, la structure algébrique des deux ensembles est identique.

Notre but dans les sections qui suivent est essentiellement le même que les fondateurs de l'approche logico-algébrique dans l'article de 1936 : "The object of the present paper is to discover what logical structure one may hope to find in physical theories which, like quantum mechanics, do not conform to classical logic." (Birkhoff et von Neumann, 1936, p. 823). Mais, avant d'aller plus loin, nous devons déterminer non seulement les structures algébriques, mais aussi les structures d'ordre dont nous aurons besoin afin de comprendre les liens existants entre ces diverses structures formelles et la logique quantique.

5.3 Les structures d'ordre et algébriques

Dans cette section, dans un premier temps, nous introduisons la notion de structure qui provient du domaine des mathématiques. Puis, nous définissons les structures formelles dont nous aurons besoin pour déterminer adéquatement la logique quantique. Nous disons que ces structures sont formelles, car elles font intervenir une symbolique sans interprétation. Ces structures formelles sont les structures d'ordre et algébriques. Les deux principales structures d'ordre que nous définirons sont l'ensemble partiellement ordonné et le treillis. La seule structure algébrique que nous verrons dans cette section est l'algèbre de Boole. Mentionnons que la définition d'un espace vectoriel comme celui de l'espace de Hilbert fait intervenir deux structures algébriques, en l'occurrence celle de groupe et celle de corps.

5.3.1 La notion de structure en mathématiques

En mathématiques, une structure désigne une théorie plus forte que la théorie des ensembles. Par plus forte, nous entendons qu'une structure est une théorie qui intègre la théorie des ensembles. Une structure est donc une théorie fondée sur la théorie des ensembles, cependant, elle possède, en plus, des contraintes qui lui sont propres. L'application de diverses contraintes à une structure permet de définir de nouvelles structures. En mathématiques, selon le mathématicien Bourbaki (Corry, 1992; Hall, 1960), il existe trois types principaux de structures : les structures algébriques, d'ordre et topologiques. Une structure algébrique est déterminée à partir d'une axiomatique qui définit les règles de composition et les relations existantes entre les éléments de l'ensemble ou entre des ensembles. À partir d'une axiomatique, une structure d'ordre ordonne les éléments ou les ensembles à l'aide d'une relation d'ordre. Également axiomatisée, une structure topologique est déterminée par des propriétés invariantes dans les transformations des éléments ou des ensembles.

Dans notre étude, seules les structures d'ordre et algébriques retiendront notre attention puisque, pour déterminer la structure formelle de l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ que nous dénotons par $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ ou celle de l'ensemble des projecteurs qui agissent sur $\mathcal{H}$, les structures incluses dans ces deux types de structures formelles sont suffisantes. Notre exposé de ces structures se réfère à Bass (1968, chap. 1, p. 3-22), Hughes (1989, p. 178-190), Stoll (1963, chap. 1, p. 1-55 et chap. 6, p. 248-288). Dans cette sous-section, nous définissons des structures sur lesquelles nous appliquons des contraintes, donnant ainsi lieu à de nouvelles structures comme résultats. Autrement dit, nous irons des structures formelles les plus lâches vers des structures plus organisées.

5.3.2 Les structures d'ordre

Nous commençons par définir ce qu'est une relation. De façon intuitive, nous pouvons dire qu'une relation met en rapport des éléments d'un ensemble ou d'ensembles différents. La notion de relation est à propos de l'existence ou la non-existence d'un lien entre des éléments appartenant à un ensemble ou à des ensembles différents. Nous appelons une paire ordonnée $\langle a, b\rangle$ le couple formé par les éléments a et b dans cet ordre. Les éléments a et b appartiennent au même ensemble ou à des ensembles différents. Une relation binaire met en rapport deux éléments à la fois. Plus formellement, une relation binaire est définie par l'ensemble des paires ordonnées qui satisfont la relation : une relation binaire ρ d'un ensemble A vers un ensemble B est définie par une partie $\mathcal{G}$ de $A \times B$, où $A \times B$ est le produit cartésien de A et B. Si ρ est une relation binaire, nous pouvons écrire de façon équivalente $\langle a, b\rangle \in \rho$ ou bien $a\rho b$. Par la suite, lorsque nous utiliserons le terme *relation*, nous voudrons dire une relation binaire, sinon nous spécifierons le type de relation.

Une relation d'ordre large est réflexive, antisymétrique et transitive. Posons a, b et $c \in A$ où A est un ensemble. Nous disons qu'une relation ρ dans un ensemble A est réflexive si et seulement si $a\rho a$ pour tout a de A. Une relation ρ est antisymétrique si et seulement si $a\rho b$ et $b\rho a$ implique $a = b$. Une relation ρ est transitive si et seulement si $a\rho b$ et $b\rho c$ implique $a\rho c$.

Voici la définition d'un ensemble partiellement ordonné qui est une structure d'ordre :

> $\mathcal{A} = (A, \leq)$ est un ensemble partiellement ordonné si A est un ensemble non vide et $\leq$ est une relation d'ordre large sur A.

Remarquons que, dans un ensemble partiellement ordonné $\mathcal{A}$, pour tout $a \in A$, a étant donné, on peut toujours *trouver* un élément $b \in A$ distinct de a tel que $a \leq b$ ou $b \leq a$, mais que, si l'on se *donne* deux éléments a et b, il n'y a pas nécessairement entre eux de relation d'ordre. La relation d'ordre d'un ensemble partiellement ordonné est donc réflexive, antisymétrique et transitive.

Posons $\mathcal{A} = (A, \leq)$ un ensemble partiellement ordonné et $X \subseteq A$, alors un élément a de A est une borne supérieure pour X si et seulement si, pour tout x dans X, $x \leq a$. De façon similaire, un élément a de A est une borne inférieure pour X si et seulement si, pour tout x dans X, $a \leq x$.

Pour un ensemble partiellement ordonné A, posons a et $b \in A$. Il peut exister un élément c et un élément $d \in A$ tel que :

1– $a \leq c$ et $b \leq c$;

2– si $a \leq d$ et $b \leq d$, alors $c \leq d$.

Si c satisfait ces conditions, alors il est la plus petite borne supérieure. Si c est la plus petite borne supérieure de $\{a, b\}$, c est aussi appelé *supremum* de $\{a, b\}$ et on l'écrit comme suit : $c = \sup\{a, b\}$ ou $c = a \vee b$.

De façon similaire, il peut exister un élément e et un élément $f \in A$ tel que :

1– $e \leq a$ et $e \leq b$;

2– si $f \leq a$ et $f \leq b$, alors $f \leq e$.

Si e satisfait ces conditions, alors il est la plus grande borne inférieure. Si e est la plus grande borne inférieure de $\{a, b\}$, e est aussi appelé *infimum* de $\{a, b\}$ et on l'écrit comme suit : $e = \inf\{a, b\}$ ou $e = a \wedge b$.

Notons que $\vee$ et $\wedge$ n'ont pas ici le sens de la disjonction et de la conjonction de la logique classique; de plus, on ne peut pas, pour l'instant, les considérer comme des opérations binaires qui s'appliquent sur l'ensemble puisque dans un ensemble partiellement ordonné, il n'existe pas nécessairement d'*infimum* et de *supremum* pour tous les couples de l'ensemble. Une opération dans un ensemble A est une fonction à n arguments où chaque argument est un élément de A, c'est-à-dire que le domaine est A^n, et le codomaine de la fonction est inclus dans A (Stoll, 1963, p. 37).

Voici maintenant la définition du treillis qui est également une structure d'ordre qui a une contrainte supplémentaire par rapport à l'ensemble partiellement ordonné :

> Un treillis $\mathscr{L}$ est un ensemble partiellement ordonné dans lequel tout couple d'éléments a et b admet un *supremum* et un *infimum*.

Autrement dit, si, pour chacune des paires (a, b) des éléments de A, le $\sup\{a, b\}$ et l'$\inf\{a, b\}$ sont définis, alors l'ensemble partiellement ordonné est un treillis que nous notons $\mathscr{L}$. En tant que structure d'ordre, le treillis est symbolisé par $\mathscr{L} = \langle A, \leq \rangle$. Dans $\mathscr{L}$, nous pouvons parler de

$\wedge$ et de $\vee$ en termes d'opérations binaires puisque l'*infimum* et le *supremum* sont définis pour tous les couples de l'ensemble.

5.3.3 Contraintes sur un ensemble partiellement ordonné et sur un treillis

Nous allons maintenant imposer des contraintes sur les structures d'ensemble partiellement ordonné et de treillis. Les résultats de l'imposition de ces contraintes sont de nouvelles structures d'ordre.

(5.1) $\mathcal{A}$ ou $\mathfrak{L}$ possède la propriété de complétude s'il possède un élément maximum (*greatest element*) 1 et un élément minimum (*least element*) 0 de telle sorte que, pour tout $a \in A$,

$$0 \leq a \qquad \text{et} \qquad a \leq 1.$$

(5.2) $\mathcal{A}$ ou $\mathfrak{L}$ possède la propriété de complémentation si pour tout élément a de A, il existe un complémentaire $a^{\perp}$ de telle sorte que

$$a \vee a^{\perp} = 1 \qquad \text{et} \qquad a \wedge a^{\perp} = 0.$$

(5.3) $\mathcal{A}$ ou $\mathfrak{L}$ est complémenté s'il possède les propriétés de complétude et de complémentation.

(5.4) $\mathcal{A}$ ou $\mathfrak{L}$ est orthocomplémenté s'il est complémenté et, pour tout a et $b \in A$,

$$(a^{\perp})^{\perp} = a \qquad \text{et} \qquad \text{si } a \leq b \text{ alors } b^{\perp} \leq a^{\perp}.$$

(5.5) On définit sur $\mathcal{A}$ ou $\mathfrak{L}$ orthocomplémenté une relation d'orthogonalité telle que

$$a \perp b \text{ si et seulement si } a \leq b^{\perp}.$$

(5.6) Une contrainte importante est définie par l'identité orthomodulaire :

$$\text{si } a \leq b \text{ alors } b = a \vee (b \wedge a^{\perp}).$$

$\mathcal{A}$ ou $\mathfrak{L}$ est orthomodulaire si $\mathcal{A}$ ou $\mathfrak{L}$ est orthocomplémenté et si l'identité orthomodulaire est satisfaite dans A.

Nous définissons par le terme *orthotreillis* un treillis orthocomplémenté. Dans la prochaine sous-section, nous présentons la structure algébrique d'algèbre de Boole et nous reviendrons sur certaines propriétés algébriques que peuvent posséder certaines structures d'ordre.

5.3.4 La structure algébrique d'algèbre de Boole

Nous présentons maintenant une axiomatisation de l'algèbre de Boole. Nous la présentons sous forme de définition et chaque axiome correspond à une propriété de l'algèbre de Boole dont le nom est écrit entre parenthèses. Voici la définition d'une algèbre de Boole :

(5.7) $\mathcal{B}$ est une algèbre de Boole si $\mathcal{B} = \langle B, \vee, \wedge, ^{\perp}, 0, 1\rangle$, où B est un ensemble contenant au moins deux éléments, 0 et 1 sont des éléments de B, $\vee$ et $\wedge$ sont des opérateurs binaires et $^{\perp}$ un opérateur unaire sur B, satisfaisant les axiomes suivants. Pour tout $a, b, c \in B$,

(5.7a) chaque opérateur binaire est commutatif (commutativité) :

$$a \vee b = b \vee a \qquad \text{et} \qquad a \wedge b = b \wedge a;$$

(5.7b) chaque opérateur binaire est associatif (associativité) :

$$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c \quad \text{et} \quad a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c;$$

(5.7c) chaque opérateur binaire se distribue sur l'autre (distributivité) :

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \ \text{ et}$$

$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c);$$

(5.7d) $a \vee 0 = a$ et $a \wedge 1 = a$ (complétude);

(5.7e) il existe un complémentaire de a dénoté par $a^{\perp}$ de telle sorte que

$$a \vee a^{\perp} = 1 \qquad \text{et} \qquad a \wedge a^{\perp} = 0 \quad \text{(complémentation).}$$

Les opérateurs binaires $\wedge$ et $\vee$ sont appelés respectivement *meet* et *join* par, entre autres, Hughes (1989, p. 182) et Redhead (1987, p. 160) pour les différencier de l'intersection et de la réunion de la théorie des ensembles. Dans notre thèse, les opérateurs binaires $\wedge$ et $\vee$ sont nommés respectivement *produit logique* et *somme logique*. Les identités suivantes sont des théorèmes dans l'algèbre de Boole $\mathcal{B}$:

(5.8) les éléments 0 et 1 sont uniques (0 est l'élément zéro et 1 est l'élément unité);

(5.9) chaque élément $a \in B$ a un complémentaire unique;

(5.10) pour tout a, $(a^{\perp})^{\perp} = a$ (orthocomplémentation);

(5.11) $0^{\perp} = 1$ et $1^{\perp} = 0$;

(5.12) pour tout $a \in B$, $a \vee a = a$ et $a \wedge a = a$ (idempotence);

(5.13) pour tout $a \in B$, $a \vee 1 = 1$ et $a \wedge 0 = 0$ (complétude);

(5.14) pour tout $a, b \in B$, $a \vee (a \wedge b) = a$ (absorption) et $a \wedge (a \vee b) = a$ (résorption);

(5.15) pour tout $a, b \in B$, $(a \vee b)^{\perp} = a^{\perp} \wedge b^{\perp}$ et $(a \wedge b)^{\perp} = a^{\perp} \vee b^{\perp}$ (lois de dualité).

Il existe des liens entre la structure d'ordre et la structure algébrique. Voici la définition d'un treillis de Boole : un treillis de Boole est un orthotreillis distributif. Une algèbre de Boole est équivalente à un treillis de Boole (Stoll, 1963, p. 253) car on passe de la structure algébrique à la structure d'ordre par les équivalences suivantes :

(5.16) $a \leq b$ si et seulement si $a = a \wedge b$;

(5.17) $a \leq b$ si et seulement si $b = a \vee b$.

Mentionnons que ($a = a \wedge b$) si et seulement si ($b = a \vee b$). Par exemple, la propriété de complétude (5.7d) définie dans l'algèbre de Boole est équivalente à celle définie pour le treillis par (5.1) grâce aux équivalences (5.16) et (5.17). En effet, la première partie de l'axiome (5.7d) de l'algèbre de Boole nous donne la propriété $a \vee 0 = a$ et, en nous servant de l'équivalence (5.17), nous en déduisons que $0 \leq a$. De la même façon, la deuxième partie de l'axiome (5.7d) nous donne la propriété $a \wedge 1 = a$ et, en nous servant de l'équivalence (5.16), nous en déduisons que $a \leq 1$.

Voici une autre définition, parfois utilisée, pour définir une algèbre de Boole : "Une algèbre de Boole est un treillis distributif qui contient un élément $\varnothing$ et un élément I, et dans lequel tout élément a un complémentaire." (Bass, 1968, p. 10). En d'autres mots, une algèbre booléenne est un orthotreillis distributif. Nous pouvons penser que certains auteurs semblent confondre algèbre de Boole et treillis de Boole ou négligent d'en faire la différence. En fait, nous avons vu qu'il y a équivalence entre ces deux structures puisque la relation d'ordre définie dans le treillis peut être identifiée à des relations faisant intervenir les opérations de l'algèbre de Boole. On passe donc d'une structure d'ordre à une structure algébrique sans y porter attention. Pour notre part, le treillis de Boole est essentiellement une structure d'ordre tandis que l'algèbre de Boole est essentiellement une structure algébrique. De plus, le treillis possédant certaines propriétés algébriques, il peut parfois être difficile de classer de façon stricte une structure donnée. Puisque, dans un treillis, l'*infimum* et le *supremum* peuvent être considérés comme des opérations binaires, certaines propriétés des structures algébriques peuvent être attribuées au treillis. Un treillis possède les propriétés algébriques d'idempotence, de commutativité, d'associativité, de résorption et d'absorption. Un treillis de Boole a en plus les propriétés de distributivité ainsi que celle de complétude et de complémentation, c'est-à-dire d'orthocomplémentation. De la même manière, dans une algèbre de Boole, nous pouvons identifier les opérations binaires $\wedge$ et $\vee$ à l'*infimum* et au *supremum* du treillis booléen.

Comme un treillis orthomodulaire est un treillis possédant les propriétés d'orthocomplémentation et satisfaisant l'identité orthomodulaire, la différence entre le treillis orthomodulaire et le treillis de Boole est que ce dernier possède la propriété de distributivité et non le premier. L'orthomodularité peut être vue comme une distributivité affaiblie qui se traduit par le fait que tout orthotreillis distributif est orthomodulaire, mais non l'inverse. Par ailleurs, la relation de modularité est la suivante : si $a \leq c$ alors $(a \vee b) \wedge c = a \vee (b \wedge c)$. La modularité est plus faible que la distributivité, mais, par contre, plus forte que l'orthomodularité. La distributivité implique la modularité qui implique l'orthomodularité mais non l'inverse.

5.3.5 Le diagramme de Hasse

Les structures d'ordre et d'algèbre de Boole peuvent être représentées graphiquement par des diagrammes de Hasse. Ces diagrammes nous permettent de mieux saisir les relations qui existent entre les éléments des structures représentées, car ils sont des supports graphiques pour la cognition. Nous présentons six diagrammes de Hasse que nous allons commenter.

La figure 5.1 est le diagramme de Hasse de l'algèbre de Boole $\mathcal{B}_2$ dont B est constitué des deux éléments 0 et 1. C'est la plus simple des algèbres de Boole et, par le fait même, le plus simple des treillis booléens. Toutes les propriétés d'une algèbre de Boole sont satisfaites par cette structure à deux éléments. Par exemple, la propriété de complémentation (5.7e) est satisfaite et revient à $0 \vee 1 = 1$ et $0 \wedge 1 = 0$ puisque $0^{\perp} = 1$ et $1^{\perp} = 0$. De la relation d'ordre, on obtient que $0 \leq 1$.

La figure 5.2 est un diagramme de Hasse représentant un ensemble partiellement ordonné constitué de quatre éléments qui n'a pas la propriété de complétude (5.13) puisqu'il ne possède pas l'élément 1. Nous pouvons remarquer que $b \wedge c = a$ ou, autrement dit, a est l'*infimum* de $\{b, c\}$. Notons que si $a \leq b$, dans un diagramme de Hasse, l'élément a est graphiquement représenté plus bas que l'élément b. Dans un diagramme de Hasse, la relation d'ordre est représentée par le segment qui relie deux éléments. Il n'est pas besoin, pour que la relation d'ordre existe entre deux éléments, qu'un seul segment relie ces deux éléments puisque la relation est transitive. Par exemple, dans la figure 5.2, $0 \leq b$ même si a est placé entre 0 et b.

La figure 5.3 représente l'algèbre de Boole à quatre éléments, dénotée $\mathcal{B}_4$. Dans cette structure algébrique, $y = x^{\perp}$. D'après (5.5), $x \perp y$ puisque $x \leq y^{\perp}$ est satisfaite, car $x \leq y^{\perp}$ revient

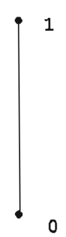

Figure 5.1 Algèbre de Boole $\mathcal{B}_2$.

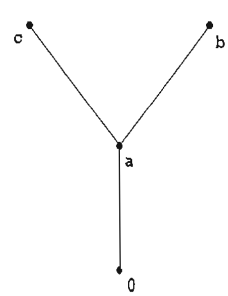

Figure 5.2 Ensemble partiellement ordonné.

à $x \leq x$. L'algèbre booléenne $\mathcal{B}_4$ possède deux atomes. Dans un diagramme de Hasse schématisant une algèbre de Boole, les atomes sont les éléments représentés par les noeuds qui sont situés immédiatement au-dessus du noeud représentant l'élément 0. Plus formellement, nous disons qu'un élément a est un *atome* d'une algèbre de Boole $\mathcal{B}$ si $a \neq 0$ et, pour tout b dans B, $b \leq a$ implique que $b = 0$ ou $b = a$. Nous pouvons interpréter l'algèbre de Boole $\mathcal{B}_4$ à l'aide du plan cartésien $\mathbb{R}^2$. Cette interprétation nous servira plus tard dans la détermination de la logique quantique. Nous pouvons interpréter les éléments x et y comme étant respectivement l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées du plan $\mathbb{R}^2$. L'élément 0 est interprété comme étant l'origine du plan cartésien; l'élément 1 est interprété comme étant le plan $\mathbb{R}^2$ tout entier. L'expression $x \wedge y = 0$ exprime l'intersection des deux droites tandis que l'expression $x \vee y = 1$ n'exprime pas la réunion des deux droites, mais que le plan cartésien est engendré par les deux droites. Hugues (1989, p. 191) utilise le terme *spanned* que nous traduisons par le terme *engendré*.

La figure 5.4 est également une algèbre de Boole qui possède 8 éléments, dénotée $\mathcal{B}_8$, et qui est constituée de trois atomes. Dans $\mathcal{B}_8$, nous avons que $x^\perp = z \vee y$, $y^\perp = x \vee z$ et $z^\perp = x \vee y$. Les éléments x, y et z sont orthogonaux entre eux. Par exemple, $x \perp y$ puisque $x \leq y^\perp$ est satisfaite. Par contre, les éléments $x^\perp$, $y^\perp$ et $z^\perp$ ne sont pas orthogonaux entre eux. Par exemple, $z^\perp$ n'est pas orthogonal à $x^\perp$ puisque $z^\perp \leq (x^\perp)^\perp$ n'est pas satisfaite, car $z^\perp \leq (x^\perp)^\perp$ revient à $z^\perp \leq x$

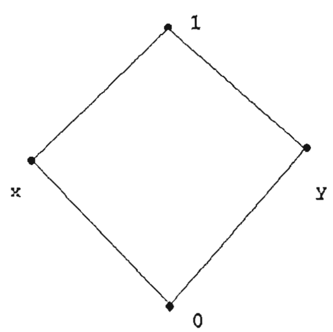

Figure 5.3 Algèbre de Boole $\mathcal{B}_4$.

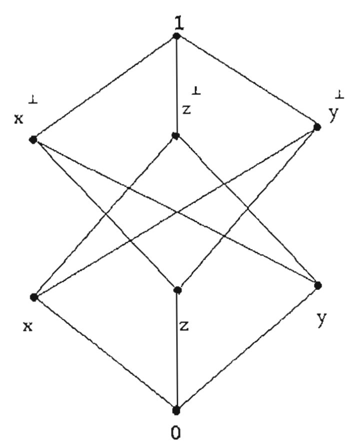

Figure 5.4 Algèbre de Boole $\mathcal{B}_8$.

ce qui est faux. Nous pouvons interpréter $\mathcal{B}_8$ à l'aide de l'espace à trois dimensions $\mathbb{R}^3$. Les éléments x, y et z de l'algèbre de Boole correspondent aux trois axes x, y et z. Les éléments $x^\perp$, $y^\perp$ et $z^\perp$ correspondent aux trois plans. Chacun de ces plans est engendré par deux des axes. L'élément 0 correspond à l'origine et l'élément 1 correspond à l'espace tout entier $\mathbb{R}^3$.

Les figures 5.5 et 5.6 sont des orthotreillis. La figure 5.5 est un treillis que nous dénotons par $\mathcal{L}_6$ puisqu'il est constitué de six éléments. $\mathcal{L}_6$ a quatre atomes de telle sorte que $y = x^\perp$ et $v = u^\perp$. De plus, $x \perp y$ et $u \perp v$. Mentionnons que x n'est pas orthogonal à u puisque la relation $x \leq u^\perp$ n'est pas satisfaite, car $x \leq u^\perp$ revient à $x \leq v$ ce qui est faux. La figure 5.6 est un treillis que nous dénotons par $\mathcal{L}_{12}$ puisqu'il est constitué de douze éléments. $\mathcal{L}_{12}$ a cinq atomes de telle sorte que, d'une part, les atomes x, y et z sont orthogonaux entre eux et, d'autre part, les atomes u, v et z sont orthogonaux entre eux. Dans $\mathcal{L}_{12}$, nous avons, d'une part, que $x^\perp = z \vee y$, $y^\perp = x \vee z$ et $z^\perp = x \vee y$ et, d'autre part, que $u^\perp = z \vee v$, $v^\perp = u \vee z$ et $z^\perp = u \vee v$.

Notons que le noeud $z^\perp$ correspond à deux éléments différents, c'est-à-dire à $x \vee y$ et à $u \vee v$. Une algèbre de Boole obtenue en identifiant les éléments qui sont équivalents dans l'ensemble B est une algèbre de Lindenbaum (Stoll, 1963, p. 274). Autrement dit, une algèbre de Lindenbaum a pour éléments des classes d'équivalence. Une relation d'équivalence est réflexive, symétrique et transitive. Nous avons déjà défini les relations réflexive et transitive.

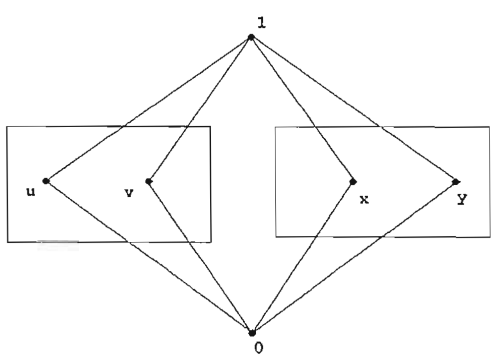

Figure 5.5 Treillis orthomodulaire $\mathcal{L}_6$.

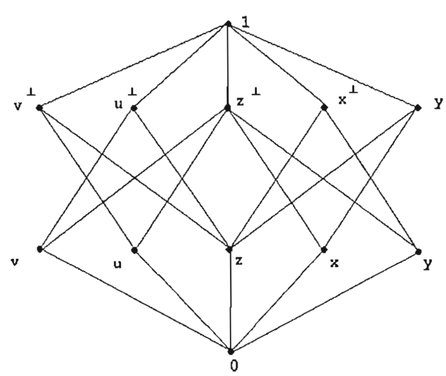

Figure 5.6 Treillis orthomodulaire $\mathcal{L}_{12}$.

Une relation ρ est symétrique si et seulement si $a\rho b$ implique $b\rho a$. Une relation d'équivalence partitionne un ensemble en classes d'équivalence. Si ρ est une relation d'équivalence sur un ensemble X, alors un sous-ensemble A de X est une classe d'équivalence si et seulement s'il y a un membre a de A tel que A est égal à l'ensemble de tous les b pour lequel $a\rho b$ (Stoll. 1963, p. 30). C'est pourquoi, tout comme dans une algèbre de Lindenbaum, l'élément $z^\perp$ est, en fait, une classe d'équivalence.

Les orthotreillis $\mathfrak{L}_6$ et $\mathfrak{L}_{12}$ sont des treillis orthomodulaires. Nous allons démontrer que $\mathfrak{L}_6$ est non distributif. En voici la démonstration :

si $\mathfrak{L}_6$ est distributif, alors

$$
\begin{aligned}
x &= x \wedge 1 && \text{(par l'équivalence (5.16))}\\
&= x \wedge (u \vee v) && \text{(complémentation)}\\
&= (x \wedge u) \vee (x \wedge v) && \text{(distributivité)}\\
&= 0 \vee 0 && \text{(définition de l'}\textit{infimum}\text{)}\\
&= 0 && \text{(idempotence).}
\end{aligned}
$$

Comme $x \neq 0$, alors $\mathfrak{L}_6$ n'est pas distributif. Il en est de même pour $\mathfrak{L}_{12}$. Par contre, $\mathfrak{L}_6$ et $\mathfrak{L}_{12}$ sont orthomodulaires puisqu'ils sont orthocomplémentés et qu'ils satisfont l'identité orthomodulaire. Par exemple, dans $\mathfrak{L}_{12}$, nous avons que l'identité orthomodulaire suivante :

$$x \leq z^\perp \text{ implique } z^\perp = x \vee (z^\perp \wedge x^\perp)$$

est satisfaite puisque, dans un premier temps $(z^\perp \wedge x^\perp)$ est égal à y et que, dans un second temps, $x \vee y$ est égal à $z^\perp$. Remarquons que dans $\mathfrak{L}_{12}$, il existe deux sous-treillis distributifs : l'un possédant les atomes x, y et z tandis que l'autre possède les atomes u, v et z. Chacun de ces treillis distributifs est donc une algèbre de Boole. Le treillis $\mathfrak{L}_6$ est également constitué de deux algèbres de Boole qui ont été collées l'une sur l'autre. L'intérieur de chacun des rectangles comprend les deux atomes de chacune des deux algèbres de Boole. L'une des algèbres de Boole est composée des éléments 0, x, y et 1 tandis que l'autre est composée des éléments 0, u, v et 1. Ces algèbres de Boole sont appelées des *sous-algèbres booléennes* ou bien des *sous-treillis booléens* par rapport au treillis $\mathfrak{L}_6$.

Nous pouvons de nouveau interpréter $\mathfrak{L}_6$ avec le plan cartésien $\mathbb{R}^2$ et $\mathfrak{L}_{12}$ avec l'espace tridimensionnel $\mathbb{R}^3$. Dans $\mathfrak{L}_6$, les éléments u et v sont respectivement un nouvel axe des abscisses et un nouvel axe des ordonnées définis dans $\mathbb{R}^2$ par une rotation d'un angle θ des axes x et y

autour de l'origine. Dans $\mathcal{L}_{12}$, les éléments u et v sont également deux nouveaux axes définis dans $\mathbb{R}^3$ par une rotation d'un angle θ des axes x et y autour de l'axe z.

5.4 Les structures formelles et la logique classique des énoncés

Dans cette section, nous exposons le lien qui existe entre, d'une part, la structure d'ordre de treillis de Boole et la structure algébrique d'algèbre de Boole et, d'autre part, la logique classique des énoncés. Les liens existants entre les structures mathématiques et la logique semblent datés au moins depuis 1847, année où le mathématicien George Boole (1965) dans son ouvrage intitulé *The Mathematical Analysis of Logic*, réduit la logique classique à un ensemble d'énoncés algébriques réalisant ainsi le rêve de Leibniz d'exprimer les relations logiques en termes algébriques (Vilkko, 2004). Presque un siècle plus tard, dans leur article de 1936, Birkhoff et von Neumann affirment que la structure d'ordre qui s'applique à la logique quantique est le treillis. En 1938, Frink (1938) dans un article intitulé "New algebras of logic"', fait un tour d'horizon des nouvelles structures mathématiques associées à la logique polyvalente de Łukasiewicz, à la logique intuitionniste et à la logique quantique, nouvellement développée par Birkhoff et von Neumann. Des démonstrations de propriétés métalogiques qui utilisent des méthodes algébriques ont été construites depuis environ 1950. Par exemple, Łoś (1951) présente une démonstration algébrique de la complétude de la logique classique des énoncés. Stoll (1963, p. 278-288) démontre plusieurs propriétés métalogiques de la logique classique des énoncés, dont la consistance et la complétude, en se servant strictement des propriétés d'une algèbre de Boole, c'est-à-dire des théorèmes déduits de son axiomatisation.

La logique classique des énoncés est un système formel. Un système formel S est formé d'un langage formel L ainsi que d'un appareil de déduction (Hunter, 1971, p. 7). Le langage formel L est identifié à l'ensemble des énoncés bien formés. Le langage formel L est déterminé par un alphabet, c'est-à-dire un ensemble de symboles, et par un ensemble de règles de formation des énoncés bien formés. L'appareil de déduction du système formel S est composé d'axiomes qui sont des énoncés bien formés du langage L et d'un ensemble de règles de transformation, c'est-à-dire d'un ensemble de règles d'inférence. En nous référant à l'axiomatisation de la logique classique des énoncés de Łukasiewicz (Robert, 1978, p. 148-150), le langage formel de la logique classique des énoncés est composé

1. d'un alphabet : des variables d'énoncé p, q, r ... ;
des constantes logiques : "~" et "⊃";
des parenthèses ( ).

2. de règles de formation des énoncés bien formés :

a) toute variable d'énoncé est un énoncé bien formé;

b) si P est un énoncé bien formé, alors (~P) est un énoncé bien formé;

c) si P et Q sont des énoncés bien formés, alors (P ⊃ Q) est un énoncé bien formé;

d) rien n'est un énoncé bien formé sinon par les règles a) à c).

On définit les autres constantes logiques en se basant sur de nouveaux énoncés bien formés dérivés par définition à partir de la négation ~ et de l'implication ⊃ :

a) la disjonction $(P \vee Q) = (\sim P \supset Q)$;

b) la conjonction $(P \& Q) = \sim(\sim P \vee \sim Q) = \sim(\sim\sim P \supset \sim Q)$;

c) l'équivalence $(P \equiv Q) = (P \supset Q) \& (Q \supset P)$.

Les constantes logiques sont des fonctions de vérité, c'est-à-dire des fonctions dont les arguments et les valeurs sont des valeurs de vérité (Hunter, 1971, p. 48). Ces fonctions de vérité sont déterminées par les tables de vérité des constantes logiques. L'ensemble $\{\sim, \supset\}$ est adéquat pour exprimer n'importe quelle fonction de vérité (Hunter, 1971, p. 64). Il en est de même pour l'ensemble $\{\sim, \&, \vee\}$. Nous préférons nous servir de l'ensemble $\{\sim, \&, \vee\}$ puisque nous verrons dans les prochains paragraphes que les constantes logiques de cet ensemble correspondent aux opérations de l'algèbre de Boole.

La logique classique des énoncés est une application de l'algèbre de Boole à l'ensemble Σ des énoncés d'un langage. Comme la disjonction $\vee$ peut être définie en termes de négation ~ et de conjonction &, comme nous l'avons vu ci-dessus, Stoll (1963, p. 273-274) démontre que le système $\langle \Sigma, \sim, \& \rangle$ auquel on ajoute l'équivalence comme relation d'égalité est une algèbre de Boole : "A statement calculus under the connectives "and" and "not" is a Boolean algebra with respect to equivalence." (Stoll, 1963, p. 274). Stoll fait remarquer qu'il y a autant de logiques classiques des énoncés et, par conséquent, d'algèbres de Boole, qu'il y a d'ensembles Σ différents.

Nous avons déjà brièvement évoqué le fait qu'une algèbre de Lindenbaum a pour éléments des classes d'équivalence. En effet, selon Stoll : "The Boolean algebra obtained from a statement calculus by the identification of equivalent formulas will be called the **Lindenbaum algebra** of the statement calculus." (Stoll, 1963, p. 274). Cette précision ne jouera pas un rôle essentiel dans notre recherche, mais il nous semble important de la faire puisque plusieurs énoncés de la logique classique peuvent être représentés par un même élément de l'algèbre de Boole. Par exemple, dans une logique classique, nous pouvons diviser l'ensemble des énoncés en deux classes d'équivalence : la classe d'équivalence des énoncés vrais et la classe d'équivalence des énoncés faux. L'algèbre de Lindenbaum est alors constituée des éléments 0 et 1 qui sont des classes d'équivalence. Un autre exemple est que, dans une algèbre de Lindenbaum de la logique classique, l'élément 1 correspond à la classe des tautologies, tandis que l'élément 0 correspond à la classe des contradictions. Si le langage est constitué des énoncés p et q, dans la classe des tautologies, il y a, entre autres, les énoncés $p \vee {\sim}p$ et $q \vee {\sim}q$ et, dans la classe des contradictions, il y a, entre autres, les énoncés $p \,\&{\sim}p$ et $q \,\&{\sim}q$.

La logique classique des énoncés est représentée mathématiquement soit par une algèbre de Boole, soit par un treillis de Boole puisque les deux structures sont équivalentes. Les éléments de l'ensemble B de l'algèbre de Boole ou du treillis de Boole correspondent aux énoncés de l'ensemble Σ_C qui constitue un langage classique. Les opérations binaires $\wedge$ et $\vee$ de l'algèbre de Boole ou l'*infimum* et le *supremum* du treillis de Boole correspondent respectivement à la conjonction & et la disjonction $\vee$ de la logique classique. L'opération unaire de complémentation correspond à la négation. Les éléments 0 et 1 correspondent à la contradiction et à la tautologie. L'égalité dans l'algèbre de Boole correspond à l'équivalence. En posant $a, b \in B$, l'expression $(a^{\perp} \vee b)$ de l'algèbre de Boole correspond à l'implication de la logique classique entre les énoncés auxquels correspondent a et b. La relation d'ordre large $\leq$ du treillis de Boole correspond à la conséquence sémantique dénotée par $\vDash$. Un énoncé P est une conséquence sémantique d'un ensemble d'énoncés Γ d'un langage Σ_C, dénoté par $\Gamma \vDash$ P, si et seulement s'il n'y a aucune interprétation de Σ_C pour laquelle chaque énoncé de Γ est vrai et P est faux.

Plus formellement, nous dirons que la correspondance entre la logique classique ayant Σ_C comme ensemble d'énoncés et une algèbre de Boole $\mathcal{B}$ est définie par une application f de l'ensemble Σ_C des énoncés vers les éléments de l'ensemble B d'une algèbre de Boole $\mathcal{B}$. L'interprétation des propriétés des constantes logiques découle de la structure algébrique. Pour tout énoncé P et tout énoncé Q $\in \Sigma_C$,

(5.18) $$f(\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{Q}) = f(\mathrm{P}) \wedge f(\mathrm{Q});$$

(5.19) $$f(\mathrm{P} \vee \mathrm{Q}) = f(\mathrm{P}) \vee f(\mathrm{Q});$$

(5.20) $$f({\sim}\mathrm{P}) = [f(\mathrm{P})]^{\perp}.$$

Si, en plus, $f(\perp) = 0$ et $f(\top) = 1$, l'application f est alors appelée *interprétation de Σ_C dans $\mathcal{B}$*, où $\perp$ dénote la contradiction et $\top$ la tautologie (Hughes, 1985, p. 414). Mentionnons qu'à gauche des égalités (5.18) à (5.20), les symboles &, $\vee$ et ~ sont les constantes logiques de la logique classique et qu'à droite des égalités, les symboles $\wedge$, $\vee$ et $^{\perp}$ sont les opérations binaires et unaire de l'algèbre de Boole. La relation $\vDash$ de conséquence sémantique est définie de telle sorte que, pour P, Q $\in \Sigma_C$, P $\vDash$ Q si et seulement si $f(\mathrm{P}) \leq f(\mathrm{Q})$. Cela dit, par la suite, nous ferons habituellement abstraction de l'application $f: \Sigma_C \to B$ et parlerons indifféremment de l'ensemble des énoncés Σ_C et de l'ensemble des éléments de B.

5.5 L'algèbre des propriétés

Pour illustrer l'application de la structure d'algèbre de Boole à la logique classique des énoncés, nous présentons l'algèbre des propriétés d'un système classique simple tiré de Hughes (1989, p. 178-182). Dans cet exemple, le langage Σ_C d'une logique classique est constitué à partir de quatre énoncés qui correspondent à des propriétés d'un système physique classique. Nous avons vu que les énoncés classiques portant sur des propriétés d'un système physique correspondent de façon biunivoque à des régions dans l'espace des phases et que la vérité d'un énoncé dépend de l'appartenance ou la non-appartenance du point de l'espace des phases représentant l'état du système à la région déterminée par l'énoncé, laquelle région est un sous-ensemble de l'espace des phases.

Prenons deux pièces de monnaie différentes que nous plaçons dans une boîte. Agitons la boîte et regardons le résultat de l'expérimentation, c'est-à-dire si les pièces sont tombées sur le côté *pile* ou le côté *face*. Posons *p*, l'énoncé selon lequel la première pièce est du côté *face* et *q*, l'énoncé selon lequel la seconde pièce est également du côté *face*. Posons *~p* et *~q*, les énoncés selon lesquels, respectivement, la première pièce est du côté *pile* et la seconde pièce est du côté *pile*. À chacun des énoncés *p*, *q*, *~p* et *~q* correspond respectivement un sous-ensemble P, Q, $\overline{\text{P}}$ et $\overline{\text{Q}}$ de l'espace des phases. Le symbole $\overline{}$ dénote le complémentaire de la théorie des ensembles. Remarquons cependant que les propriétés que l'expérimentation dévoile sont les suivantes : *p & q*, *p &~q*, *~p & q* et *~p &~q*. À chacun de ces énoncés correspond également un sous-ensemble de l'espace des phases. On peut construire l'espace des phases qui détermine l'ensemble des états possibles du système classique des deux pièces de monnaie à l'aide du plan cartésien. L'espace des phases peut être représenté par les quatre quadrants d'un plan cartésien : le premier quadrant correspond au sous-ensemble P ∩ Q; le second quadrant correspond à P ∩ $\overline{\text{Q}}$; le troisième quadrant à $\overline{\text{P}}$ ∩ $\overline{\text{Q}}$; le quatrième quadrant à $\overline{\text{P}}$ ∩ Q. Les symboles ∩ et ∪ dénotent l'intersection et la réunion de la théorie des ensembles. Évidemment, les quatre quadrants sont les sous-ensembles de l'espace des phases qui correspondent respectivement aux énoncés *p & q*, *p &~q*, *~p &~q* et *~p & q*.

Puisque la logique classique est bivalente, les énoncés qui sont représentés par des sous-ensembles de l'espace des phases sont soit vrais, soit faux étant donné l'état du système : "Formally, we may regard any given state as acting as a two-valued function on the set of experimental questions, that is, as assigning to each question in the set either the number 1 (for yes) or 0 (for no)." (Hughes, 1989, p. 60-61). Si l'état du système possède la propriété qui est définie par le sous-ensemble P ∩ $\overline{\text{Q}}$, alors la première pièce est du côté *face* et la seconde est du côté *pile*. Cependant, nous pouvons avoir la propriété définie par le sous-ensemble P ∪ Q qui ne détermine pas spécifiquement l'état du système, mais dont l'énoncé correspondant *p* ∨ *q* est *vrai* quand le système est dans n'importe quel état sauf quand les deux pièces sont du côté *pile*, c'est-à-dire quand l'état est dans n'importe quel quadrant sauf le troisième.

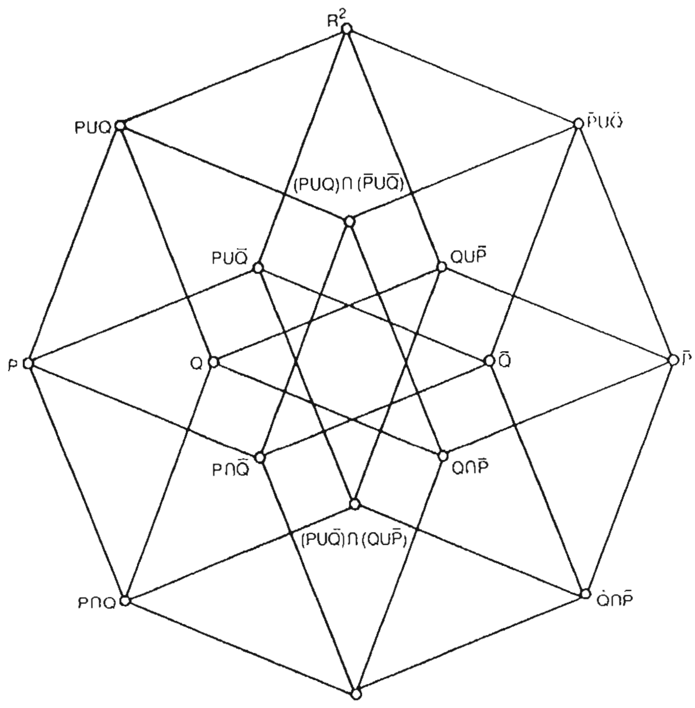

Figure 5.7 Algèbre de Boole $\mathcal{B}_{16}$.
Source : (Hughes, 1989, p. 180)

Nous pouvons représenter les relations existantes entre les sous-ensembles de l'espace des phases par un diagramme de Hasse dans lequel chacun des noeuds correspond à un sous-ensemble. Il en est de même avec les relations existantes entre les énoncés. La figure 5.7 est le diagramme de Hasse qui représente les relations existantes entre les sous-ensembles de l'espace des phases pour l'expérimentation de la boîte contenant les deux pièces de monnaie. Par ailleurs, en posant chacun des noeuds comme élément d'un ensemble B, le diagramme de Hasse représente une algèbre de Boole que nous dénotons par $\mathcal{B}_{16}$ puisqu'il contient seize éléments. L'algèbre booléenne $\mathcal{B}_{16}$ est constituée à partir de ses quatre atomes. L'ensemble des sous-ensembles de l'espace des phases, dénoté par $\mathcal{P}_{16}$, contient également seize sous-ensembles générés à partir des quatre sous-ensembles $\mathrm{P} \cap \mathrm{Q}$, $\mathrm{P} \cap \overline{\mathrm{Q}}$, $\overline{\mathrm{P}} \cap \overline{\mathrm{Q}}$ et $\overline{\mathrm{P}} \cap \mathrm{Q}$ qui correspondent aux quatre atomes de l'algèbre de Boole $\mathcal{B}_{16}$. Il en est de même pour Σ_{C} qui est un ensemble de seize énoncés générés à partit des énoncés $p\ \&\ q$, $p\ \&\sim q$, $\sim p\ \&\sim q$ et $\sim p\ \&\ q$. Nous pouvons associer à chacun des éléments de l'ensemble B de $\mathcal{B}_{16}$, c'est-à-dire à chacun des noeuds du diagramme de Hasse, un des sous-ensembles de l'espace des phases par l'application $f : \mathcal{P}_{16} \to B$ ou bien un des énoncés de Σ_C par $f : \Sigma_C \to B$.

Il est à remarquer que, dans la figure 5.7, $P \cap Q \subseteq P \subseteq P \cup Q$, où le symbole $\subseteq$ dénote l'inclusion. Donc, un sous-ensemble représenté par un noeud placé, à proprement parler, plus haut dans le diagramme contient le sous-ensemble représenté par un noeud inférieur lorsque ces noeuds sont reliés par un segment. Dans la logique des énoncés, nous avons $p \mathbin{\&} q \vDash p \vDash p \vee q$. Si les éléments a et b de l'ensemble B de l'algèbre de Boole correspondent aux énoncés p et q, alors nous avons $a \wedge b \leq a \leq a \vee b$.

Le tableau 5.1 montre la correspondance qui existe entre les opérations de l'algèbre de Boole, les opérations de la théorie des ensembles et les constantes logiques de la logique classique. Il fait aussi correspondre la relation d'ordre propre au treillis de Boole avec la conséquence sémantique de la logique classique et avec l'inclusion de la théorie des ensembles. Il existe un isomorphisme entre l'ensemble $\mathcal{P}_{16}$ des sous-ensembles de l'espace des phases, l'ensemble des énoncés Σ_C et l'ensemble B de l'algèbre de Boole $\mathcal{B}_{16}$: tous ces ensembles ont la même structure algébrique. Autrement dit, les structures $\langle \mathcal{P}_{16}, \overline{}, \cap \rangle$, $\langle \Sigma_C, \sim, \& \rangle$, $\langle B, ^{\perp}, \wedge \rangle$ sont

Algèbre de Boole	**Logique classique**	**Théorie des ensembles**
somme logique $\vee$	disjonction $\vee$	réunion $\cup$
produit logique $\wedge$	conjonction &	intersection $\cap$
orthocomplémentaire $^{\perp}$	négation ~	complémentaire $\overline{}$
élément 0	contradiction $\perp$	ensemble vide $\varnothing$
élément 1	tautologie $\top$	ensemble univers
relation d'ordre $\leq$	conséquence sémantique $\vDash$	inclusion $\subseteq$

Tableau 5.1 Comparaison entre les trois structures algébriques isomorphes.

des algèbres de Boole. En faisant correspondre, comme il est montré dans le tableau 5.1, la structure d'une algèbre de Boole à une logique classique dont les énoncés portent sur les propriétés d'un système physique, nous pouvons parler d'une algèbre des propriétés.

L'ensemble $\mathcal{P}_{16}$ est l'ensemble des parties (*power set*) de l'ensemble $\{P \cap Q, P \cap \overline{Q}, \overline{P} \cap \overline{Q}, \overline{P} \cap Q\}$ dont les éléments sont partiellement ordonnés par l'inclusion. Par définition. l'ensemble des parties d'un ensemble A est l'ensemble de tous les sous-ensembles de l'ensemble A (Stoll, 1963, p. 11). En généralisant à un système physique classique quelconque, nous concluons ce qui suit. Nous avons vu qu'en physique classique, l'état d'un système physique composé de N particules est déterminé par un point ω dans un espace des phases à $6N$ dimensions dénoté Ω. On peut associer à n'importe quel état $\omega \in \Omega$, une valeur d'une grandeur physique K à l'aide d'une fonction $f_K(\omega)$. Un énoncé concernant la valeur ou un ensemble de valeurs d'une grandeur physique classique est représenté par une propriété X du système physique où X est un sous-ensemble de l'espace des phases Ω, c'est-à-dire $X \in \mathcal{P}(\Omega)$ où $\mathcal{P}(\Omega)$ est l'ensemble des parties de Ω. Pour un état ω donné, l'énoncé correspondant à X est vrai si ω appartient à X et faux si ω n'appartient pas à X. La structure de $\mathcal{P}(\Omega)$ est une algèbre de Boole.

5.6 La sémantique de la logique quantique standard

Dans cette section, nous revenons à l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique pour introduire la sémantique de la logique quantique. Notre démarche ne se situe pas strictement sur le plan formel, c'est-à-dire syntaxique, mais essentiellement au niveau sémantique. Par sémantique de la logique quantique, nous entendons l'assignation de signification aux symboles et aux énoncés du langage de la logique quantique. Ce langage est constitué de l'ensemble Σ_Q des énoncés quantiques portant sur un système quantique. Nous présentons aussi le treillis orthomodulaire comme la structure d'ordre qui est généralement acceptée dans la littérature pour représenter la logique quantique. La sémantique de la logique quantique se ramène également à une interprétation, entendue au sens large, des éléments de l'ensemble du treillis, de ses opérations algébriques ainsi que de sa relation d'ordre.

Par ailleurs, des considérations provenant de la théorie sémantique antiréaliste à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique ainsi que du modèle justificationniste de la signification vont modeler cette sémantique que devra satisfaire la structure de treillis. Entre autres, l'interprétation des opérations $\wedge$ et $\vee$ est cruciale et dépend, en fin de compte, du modèle de la signification choisi. La prise en compte de ces considérations sémantiques liées à la théorie sémantique et au modèle de la signification sera l'objet de la prochaine section. Pour l'instant, nous présentons l'interprétation standard de la logique quantique. Pour ce faire, nous nous référons à Hughes (1989, p. 190-193), Rédei (1988, p. 68-75), Redhead (1987, p. 160-164) et Svozil (1998, p. 9-21).

5.6.1 L'interprétation standard de la logique quantique

Nous avons déjà indiqué que l'idée maîtresse de l'approche logico-algébrique dont est issue la logique quantique est de déterminer la structure algébrique associée à l'ensemble de tous les projecteurs sur un espace de Hilbert. Comme il y a un isomorphisme entre l'ensemble des projecteurs et l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert, l'idée maîtresse de cette approche revient également à déterminer la structure algébrique de l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert. À propos de la logique quantique, Redhead écrit ceci : "The basic idea of quantum logic is to replace the Boolean lattice B appropriate to the phase space of classical physics by the projection lattice $\mathfrak{L}$ of Hilbert space" (Redhead, 1987, p. 160). Ce treillis est orthocomplémenté et s'avère également être orthomodulaire (Hughes, 1989, p. 203). La structure d'ordre de treillis orthomodulaire est la structure standard qui s'applique à la logique quantique, c'est-à-dire la structure généralement acceptée dans la littérature qui traite de ce sujet : "by *standard quantum logic* one usually means the complete orthomodular lattice based on the closed subspaces in a Hilbert space" (Dalla Chiara et Giuntini, 2008, p. 10). Un treillis $\mathfrak{L}$ $(L, \leq)$ est complet si, pour tout sous-ensemble D de L, D possède un *infimum* et un *supremum* (Rédei, 1998, p. 30).

Dans leur article de 1936, Birkhoff et von Neumann affirment que la structure d'ordre qui s'applique à la logique quantique est un orthotreillis, mais modulaire. Rappelons que la relation de modularité est la suivante : si $a \leq c$ alors $(a \vee b) \wedge c = a \vee (b \wedge c)$. Cependant, en 1964, le physicien Piron (1964), en se basant sur l'hypothèse de l'orthotreillis, démontre que le treillis est orthomodulaire plutôt que modulaire (Jammer, 1974, p. 392). Dans un article de 1969, Jauch et Piron (1975) tentent de justifier qu'un système constitué de questions expérimentales de la mécanique quantique est un treillis complet, orthocomplémenté et orthomodulaire. Rappelons l'identité orthomodulaire : si $a \leq b$ alors $b = a \vee (b \wedge a^{\perp})$. Dans la prochaine section, nous contesterons le fait que la structure standard soit adéquate pour s'appliquer à la logique quantique et présenterons une solution de remplacement à la structure standard.

Comme il y a un isomorphisme entre l'ensemble des énoncés portant sur la valeur des observables, l'ensemble des projecteurs et l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert, nous avons trois interprétations possibles dans l'ensemble des éléments de la structure d'ordre. De façon générale, un énoncé d'une théorie physique est une assertion à propos d'un système physique affirmant que telle grandeur physique possède telle valeur ou est incluse dans tel intervalle de valeurs. Nous avons vu que cet énoncé correspond, en mécanique classique, à un sous-ensemble de l'espace des phases et, en mécanique quantique, à un sous-espace de l'espace de Hilbert. La structure algébrique de l'ensemble des parties de l'espace des phases est une algèbre booléenne. La structure standard de l'ensemble des parties de l'espace de Hilbert que nous dénotons par $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ est un treillis orthomodulaire. Ce n'est pas la structure de l'espace de Hilbert qui nous intéresse, mais la structure de l'ensemble des parties de l'espace de Hilbert. Rappelons que, d'une part, un vecteur est un élément de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$, tandis qu'un sous-espace est un sous-ensemble de $\mathcal{H}$ et que, d'autre part, un sous-espace est un élément de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$.

Nous avons vu à la section 4.1 que l'énoncé "La valeur de l'observable $\mathcal{A}$ est u_n", dénoté par (A, u_n), correspond au sous-espace $\mathbf{L}^A(u_n)$ de l'espace de Hilbert. De façon plus générale, l'énoncé "La valeur de l'observable $\mathcal{A}$ est comprise dans Δ", dénoté par (A, Δ), correspond au sous-espace $\mathbf{L}^A(\Delta)$ de l'espace de Hilbert. Un énoncé du langage d'une logique quantique constitué d'un ensemble Σ_Q d'énoncés quantiques peut être représenté par un élément de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ qui est évidemment un sous-espace de $\mathcal{H}$. Nous disons une logique quantique puisqu'il y a autant de logiques quantiques que d'ensembles Σ_Q.

La structure de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ est un treillis $\mathfrak{L}$. Les sous-espaces sont partiellement ordonnés par l'inclusion $\subseteq$ de la théorie des ensembles. Nous pouvons maintenant interpréter les opérations binaires $\wedge$ et $\vee$ ainsi que l'opération unaire $^{\perp}$ du treillis $\mathfrak{L}$. Nous avons que l'opérateur $\wedge$ du treillis correspond à l'intersection $\cap$ de la théorie des ensembles; l'opérateur binaire $\vee$ correspond à l'opération $\oplus$ où $\oplus$ appliquée à deux sous-espaces donne comme résultat le sous-espace engendré par les deux sous-espaces et non la réunion $\cup$ de la théorie des ensembles; l'opération unaire $^{\perp}$ du treillis appliquée à un sous-espace donne comme résultat le sous-espace complémentaire qui lui est aussi orthogonal. En simplifiant la notation à propos des énoncés quantiques et des sous-espaces de $\mathcal{H}$, posons deux sous-espaces L et M, correspondant aux énoncés quantiques *l* et *m*. Comme $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ est un treillis, pour tout couple de sous-espaces L et M, il existe un *infimum* qui est commun au deux et un *supremum* qui les contient tous les deux. En définissant la correspondance entre $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ et $\mathcal{L}$ par la fonction $f: \mathcal{S}(\mathcal{H}) \rightarrow L$, nous avons

(5.21) $f(\mathrm{L} \cap \mathrm{M}) = f(\mathrm{L}) \wedge f(\mathrm{M})$;

(5.22) $f(\mathrm{L} \oplus \mathrm{M}) = f(\mathrm{L}) \vee f(\mathrm{M})$ où $\oplus$ veut dire le sous-espace engendré par les sous-espaces L et M;

(5.23) $f(\mathrm{L}^{\perp}) = [f(\mathrm{L})]^{\perp}$;

(5.24) $\mathrm{L} \subseteq \mathrm{M}$ si et seulement si $f(\mathrm{L}) \leq f(\mathrm{M})$;

(5.25) $\mathcal{H}$ est l'élément maximum 1 et $\{\mathbf{0}\}$ est l'élément minimum 0 où $\{\mathbf{0}\}$ est le plus petit sous-espace appelé *sous-espace nul* qui ne contient que le vecteur nul.

Le triplet $\langle \mathcal{S}(\mathcal{H}), \subseteq, ^{\perp} \rangle$ est un orthotreillis qui satisfait l'identité orthomodulaire. Cependant, il n'est pas distributif. Le treillis possède la propriété de complétude et à chaque sous-espace L de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ correspond un sous-espace $\mathrm{L}^{\perp}$ complémentaire qui lui est également orthogonal. Entre autres, $(\mathrm{L}^{\perp})^{\perp} = \mathrm{L}$. Une définition plus formelle de l'opérateur $^{\perp}$ est la suivante : si $\mathrm{S} \subseteq \mathcal{H}$, alors $\mathrm{S}^{\perp} = \{ |\phi\rangle \in \mathcal{H} \mid \text{pour tout } |\psi\rangle \in \mathrm{S}, \langle\psi|\phi\rangle = 0 \}$. En ce qui concerne l'opération $\oplus$, nous traduisons *the span of two subspaces* par *l'étendue de deux sous-espaces* et nous traduisons *the subspace spanned by* par *le sous-espace engendré par*. L'opération $\oplus$ ne correspond pas à la réunion de la théorie des ensembles. Appelons *rayon* un sous-espace engendré par un vecteur. La réunion de deux rayons L et M ne contient que les vecteurs des deux rayons et non leurs combinaisons linéaires et, par conséquent, n'est pas un sous-espace.

En algèbre, on dit qu'un ensemble est fermé pour une opération si cette opération appliquée à tout couple d'éléments de l'ensemble produit un élément de l'ensemble (Stoll, 1963,

p. 323). Le treillis $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ est, par définition, fermé pour les opérations binaires de *supremum* et d'*infimum* puisque leur résultat donne, en l'occurrence, un sous-espace qui est un élément de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$. Par contre, $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ n'est pas fermé pour la réunion. Nous pouvons définir l'opération $\oplus$ de la façon suivante : $L \oplus M = \cap \{N \mid N \in \mathcal{S}(\mathcal{H}) \text{ et } L \subseteq N, M \subseteq N\}$ (Hugues, 1989, p. 44). Autrement dit, $L \oplus M$ est l'intersection de tous les sous-espaces contenant L et M. En termes mathématiques, le sous-espace $L \oplus M$ est la fermeture de l'ensemble de toutes les combinaisons linéaires des vecteurs de L et de M (Cohen, 1989, p. 45). En outre, dans $\mathcal{S}(\mathcal{H})$, les lois de De Morgan sont valides : $(L \cap M)^{\perp} = L^{\perp} \oplus M^{\perp}$ et $(L \oplus M)^{\perp} = L^{\perp} \cap M^{\perp}$. Par la suite, pour parler de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ et de ses opérations, nous utiliserons les symboles du treillis $\mathcal{L}$ que nous dénotons par $\mathcal{L}(\mathcal{H})$.

Les figures 5.5 et 5.6 de la page 166 sont des diagrammes de Hasse qui représentent des treillis orthomodulaires. Nous avons déjà interprété ces treillis à l'aide du plan cartésien $\mathbb{R}^2$ et de l'espace tridimensionnel $\mathbb{R}^3$. Notons qu'en définissant un produit scalaire entre des vecteurs dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$, ces derniers sont des espaces de Hilbert réels, c'est-à-dire des espaces vectoriels sur le corps des réels. En termes de sous-espaces de l'espace de Hilbert $\mathcal{S}(\mathcal{H})$, l'élément 1 de la figure 5.5 correspond à un espace de Hilbert à deux dimensions, comme l'espace de Hilbert des états de spin ½. Nous pouvons associer à chaque noeud un sous-espace qui correspond à un énoncé d'un langage Σ_Q qui porte sur une des valeurs du spectre d'une observable. Comme nous sommes dans le cas d'un spectre non dégénéré, nous pouvons faire correspondre chacun des énoncés quantiques de Σ_Q au vecteur propre associé à la valeur propre du spectre sur laquelle porte l'énoncé. Ce vecteur propre engendre le sous-espace correspondant à l'énoncé quantique. Les énoncés atomiques qui portent sur une valeur propre d'un opérateur associé à une observable correspondent à des sous-espaces qui sont des rayons. Dans la figure 5.5, ils correspondent aussi aux atomes du treillis. Ce n'est cependant pas toujours le cas puisque nous avons vu que, dans le cas du système classique composé de deux pièces de monnaie, les atomes de l'algèbre booléenne ne correspondent pas aux énoncés atomiques.

Posons un opérateur A correspondant à l'observable $\mathcal{A}$ dont les deux vecteurs propres $|x\rangle$ et $|y\rangle$ forment une base de l'espace de Hilbert à deux dimensions, dénoté $\mathcal{H}_2$. Les vecteurs propres $|x\rangle$ et $|y\rangle$ sont associés respectivement aux valeurs propres x et y de telle sorte que $A|x\rangle = x|x\rangle$ et $A|y\rangle = y|y\rangle$ où x et y sont des constantes réelles. L'énoncé (A, x) correspond au sous-espace $\mathbf{L}^A(x)$ de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}_2$ et l'énoncé (A, y) correspond au sous-espace $\mathbf{L}^A(y)$ de $\mathcal{H}_2$. Posons maintenant un opérateur B correspondant à l'observable $\mathcal{B}$ dont les deux vecteurs propres $|u\rangle$ et $|v\rangle$ forment aussi une base de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}_2$. Les vecteurs propres $|u\rangle$ et $|v\rangle$ sont associés respectivement aux valeurs propres u et v de telle sorte que $B|u\rangle = u|u\rangle$ et $B|v\rangle = v|v\rangle$ où u et v sont des constantes réelles. L'énoncé (B, u) correspond au sous-espace $\mathbf{L}^B(u)$ de $\mathcal{H}_2$ et l'énoncé (B, v) correspond au sous-espace $\mathbf{L}^B(v)$ de $\mathcal{H}_2$. Il s'avère, dans ce cas, que les observables $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont incompatibles, c'est-à-dire que nous ne pouvons les mesurer simultanément; autrement dit, les opérateurs A et B ne commutent pas (Hughes, 1989, p. 105-106). Pour comprendre les notions d'incompatibilité entre observables et de non-commutativité entre les opérateurs, nous allons définir la notion de compatibilité pour les éléments d'une structure d'ordre :

(5.26) Si a et b sont des éléments d'un ensemble partiellement ordonné $\langle E, \leq\rangle$, nous disons que a est compatible avec b, dénoté par $a \Diamond b$, s'il existe des éléments r, s et $t \in E$ de telle sorte que

1– $\{r, s, t\}$ est un ensemble où les éléments sont mutuellement orthogonaux dans E;

2– $a = r \vee t$ et $b = s \vee t$.

L'ensemble $\{r, s, t\}$ est appelé *décomposition de compatibilité* pour a et b (Cohen, 1989, p. 37).

En nous référant à la figure 5.5, nous pouvons identifier les éléments du diagramme de Hasse x, y, u et v respectivement aux sous-espaces $\mathbf{L}^A(x)$, $\mathbf{L}^A(y)$, $\mathbf{L}^B(u)$ et $\mathbf{L}^B(v)$. Nous pouvons montrer que $x \Diamond y$ et que $u \Diamond v$, mais que x et y ne sont pas compatibles avec u et v. En posant $\{x, y, 0\}$ comme décomposition de compatibilité pour x et y, nous avons que $x = x \vee 0$ et $y = y \vee 0$; par conséquent, $x \Diamond y$.Il en est de même pour u et v en posant $\{u, v, 0\}$ comme décomposition de compatibilité pour u et v. Par contre, x et y ne sont pas compatibles avec u et v puisque, pour chacun des couples (x, u), (x, v), (y, u) et (y, v), il n'existe pas de décomposition de compatibilité dans le treillis. Dans $\mathcal{H}_2$, lorsque deux sous-espaces correspondant à des énoncés portant sur deux observables différentes ne sont pas compatibles, alors ces deux observables sont incompatibles. Par ailleurs, les projecteurs associés à des sous-espaces commutent si et seulement si ces sous-espaces sont compatibles (Cohen, 1989, p. 58), sinon ils ne commutent pas. Nous avons donc que les sous-espaces $\mathbf{L}^A(x)$ et $\mathbf{L}^A(y)$ ne sont pas compatibles avec les sous-espaces $\mathbf{L}^B(u)$ et $\mathbf{L}^B(v)$. Par conséquent, les projecteurs $\mathbf{P}^A(x)$ et $\mathbf{P}^A(y)$ ne commutent pas avec les projecteurs $\mathbf{P}^B(u)$ et $\mathbf{P}^B(v)$. Comme $A = x\,\mathbf{P}^A(x) + y\,\mathbf{P}^A(y)$ et $B = u\,\mathbf{P}^B(u) + v\,\mathbf{P}^B(v)$, alors les opérateurs A et B ne commutent pas.

Mentionnons que l'orthogonalité implique la compatibilité (Svozil, 1998, p. 11). Si tous les éléments de l'ensemble sont mutuellement compatibles, la structure est alors une algèbre de Boole (Gudder, 1979, p. 47). Soulignons que $\{\{\mathbf{0}\}, \mathbf{L}^A(x), \mathbf{L}^A(y), \mathcal{H}_2\}$ a la structure d'une algèbre de Boole ainsi que $\{\{\mathbf{0}\}, \mathbf{L}^B(u), \mathbf{L}^B(v), \mathcal{H}_2\}$ puisque tous ces éléments sont mutuellement compatibles dans chacun de leur ensemble respectif. Une logique est classique lorsque tous les énoncés sont mutuellement compatibles tandis qu'une logique est quantique quand au moins deux énoncés ne sont pas compatibles (Cohen, 1989, p. 38). Autrement dit, toutes les grandeurs physiques d'un système physique classique peuvent être mesurées simultanément, ce qui n'est pas le cas pour un système quantique. Une autre définition de la compatibilité est donnée par Cohen (1989, p. 48) : soit a et $b \in \mathfrak{L}(\mathcal{H})$, $a \Diamond b$ si et seulement si

1- $a = (a \wedge b) \vee (a \wedge b^{\perp})$

2- $b = (b \wedge a) \vee (b \wedge a^{\perp})$.

Notons également que, dans une algèbre de Boole, d'une part, $(a \wedge b) \vee (a \wedge b^{\perp}) \leq a$ et $(b \wedge a) \vee (b \wedge a^{\perp}) \leq b$ et, d'autre part, $a \leq (a \wedge b) \vee (a \wedge b^{\perp})$ et $b \leq (b \wedge a) \vee (b \wedge a^{\perp})$; ainsi donc, il y a compatibilité entre tous les éléments de l'algèbre de Boole. Cependant, dans un treillis orthomodulaire, seules les deux premières relations sont valides.

5.6.2 Illustration de la logique quantique standard à l'aide de l'espace de Hilbert des états de spin ½

Nous allons, dans cette sous-section, illustrer la structure standard de la logique quantique à l'aide des énoncés portant sur un quanton de spin ½. Nous avons vu que l'expérimentation faite avec l'appareil de Stern et Gerlach sur des quantons de spin ½ met en lumière la quantification de la composante du spin mesurée dont le spectre discret comporte deux valeurs propres. Comme nous l'avons vu à la section 3.2.2, la composante du spin qui est mesurée dépend de la manière dont nous orientons spatialement l'appareil de Stern et Gerlach. La composante du spin selon l'orientation z est dénotée par $\mathcal{L}_z$. L'opérateur qui correspond à l'observable $\mathcal{L}_z$ est l'opérateur S_z. Dans le cas d'un quanton de spin ½, les vecteurs $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ sont les vecteurs propres de S_z qui sont associés respectivement aux valeurs propres $+\hbar/2$ et $-\hbar/2$ de S_z de telle sorte que $S_z\,|+\rangle_z = +\hbar/2\,|+\rangle_z$ et $S_z\,|-\rangle_z = -\hbar/2|-\rangle_z$.

Nous dénotons l'énoncé "La valeur de $\mathcal{L}_z$ du quanton est $+\hbar/2$" par $(S_z, +\hbar/2)$ et l'énoncé "La valeur de $\mathcal{L}_z$ du quanton est $-\hbar/2$" par $(S_z, -\hbar/2)$. À l'énoncé $(S_z, +\hbar/2)$ correspond de façon unique le sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ de $\mathcal{H}_S$ ainsi que le projecteur $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) = |+\rangle_{z\,z}\langle+|$; à l'énoncé $(S_z, -\hbar/2)$ correspond de façon unique le sous-espace $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ de $\mathcal{H}_S$ et le projecteur $\mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2) = |-\rangle_{z\,z}\langle-|$. Il en est de même avec les énoncés à propos de l'observable $\mathcal{L}_x$ à laquelle correspond l'opérateur S_x. À l'énoncé $(S_x, +\hbar/2)$ correspond de façon unique le sous-espace $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$ de $\mathcal{H}_S$ ainsi que le projecteur $\mathbf{P}^{Sx}(+\hbar/2) = |+\rangle_{x\,x}\langle+|$; à l'énoncé $(S_x, -\hbar/2)$ correspond de façon unique le sous-espace $\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$ de $\mathcal{H}_S$ et le projecteur $\mathbf{P}^{Sx}(-\hbar/2) = |-\rangle_{x\,x}\langle-|$. Les opérateurs S_z et S_x ne commutent pas.

Nous pouvons identifier les atomes du treillis $\mathfrak{L}_6$ représenté par le diagramme de Hasse de la figure 5.8 de la page suivante avec les sous-espaces de $\mathcal{H}_S$ correspondant aux énoncés sur les valeurs propres de S_z et S_x. Les éléments Lz−, Lz+, Lx− et Lx+ sont identifiés respectivement à $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$, $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$, $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$, $\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$. $\mathcal{S}(\mathcal{H}_S)$ est donc constitué de six éléments. Les sous-espaces compatibles $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ qui sont des rayons engendrent l'espace de Hilbert des états de spin $\mathcal{H}_S$. Il en est de même avec les sous-espaces compatibles $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$. L'intersection de $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ est $\{\mathbf{0}\}$ ainsi que l'intersection de $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$. Comme $\mathcal{S}(\mathcal{H}_S)$ possède la structure de trillis, tout couple d'éléments admet un *supremum* et un *infimum*. Ceci implique que l'étendue et l'intersection de deux sous-espaces incompatibles existent. Par exemple, $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2) \oplus \mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2) = \mathcal{H}_S$ et $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2) \cap \mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2) = \{\mathbf{0}\}$. L'opération d'orthocomplémentation nous donne, entre autres, les égalités suivantes : $[\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)]^{\perp} = \mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$; $[\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)]^{\perp} = \mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$; $\{\mathbf{0}\}^{\perp} = \mathcal{H}_S$; $(\mathcal{H}_S)^{\perp} = \{\mathbf{0}\}$. L'identité orthomodulaire est satisfaite. Les sous-espaces sont partiellement ordonnés par l'inclusion de telle sorte que $\mathbf{L}^{sz}(+\hbar/2) \subseteq \mathcal{H}_S$, $\{\mathbf{0}\} \subseteq \mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\{0\} \subseteq \mathcal{H}_S$. Soulignons que les ensembles $\{\{\mathbf{0}\}, \mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2), \mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2), \mathcal{H}_S\}$ et $\{\{\mathbf{0}\}, \mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2), \mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2), \mathcal{H}_S\}$ sont des sous-treillis booléens qui sont

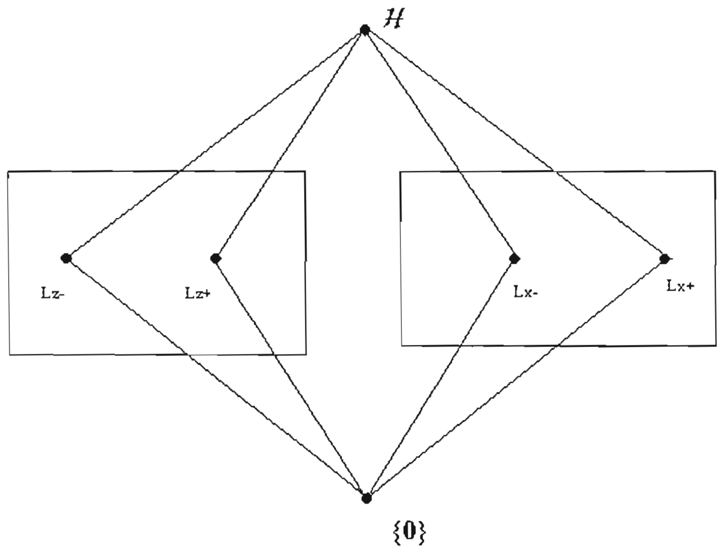

Figure 5.8 Treillis orthomodulaire composé de deux sous-treillis booléens dont les atomes correspondent aux sous-espaces de $\mathcal{H}_S$ associés aux valeurs propres de S_z et de S_x.

également des sous-algèbres booléennes par rapport au treillis $\mathcal{S}(\mathcal{H}_S)$. En soi, chacun de ces deux ensembles forme une algèbre de Boole. Nous pouvons ajouter au diagramme les sous-espaces correspondant aux énoncés portant sur les valeurs propres de S_y en "collant" l'algèbre de Boole formée par l'ensemble $\{\{\mathbf{0}\}, \mathbf{L}^{Sy}(-\hbar/2), \mathbf{L}^{Sy}(+\hbar/2), \mathcal{H}_S\}$ aux noeuds $\{\mathbf{0}\}$ et $\mathcal{H}_S$. Ceci vaut aussi pour n'importe quelle composante de spin dont l'opérateur est S_v et dont l'orientation v est autre que celles des composantes en x, y et z.

5.7 L'algèbre booléenne partielle transitive comme solution de remplacement

Dans cette section, nous amorçons notre critique de l'interprétation standard de la logique quantique. Nous ne remettons pas en question la signification des opérations de *supremum* et d'*infimum*, c'est-à-dire l'étendue et l'intersection de deux sous-espaces, mais leur application à tout couple d'éléments. Nous croyons que leur application doit être partielle et être restreinte à des éléments compatibles. Autrement dit, l'étendue et l'intersection de deux sous-espaces incompatibles sont prohibées. Nous proposons l'ensemble partiellement ordonné orthomodulaire comme solution de remplacement au treillis orthomodulaire. Nous présentons la solution de remplacement sous la forme d'une structure algébrique équivalente à la structure d'ordre appelée *algèbre booléenne partielle*. Nous justifions cet interdit, dans la prochaine section, par plusieurs arguments dont les principaux proviennent de la théorie sémantique quantique et du modèle justificationniste de la signification.

Nous avons vu à la section 2.2.2 que, selon Bohr, un énoncé portant sur la position d'un quanton n'a pas de signification sans la détection de celui-ci à un endroit donné par un appareil de mesure. La signification d'un énoncé portant sur la valeur d'une observable d'une entité théorique de la mécanique quantique est donc déterminée par l'appareil de mesure. Selon cette théorie vérificationniste de la signification, la conjonction et la disjonction d'un énoncé portant sur une composante de la position et d'un énoncé portant sur la même composante de la quantité de mouvement d'un quanton ne peut avoir de signification puisque, même si l'un des énoncés a une signification justifiée par une mesure effectuée à l'aide d'un appareil expérimental, l'autre énoncé ne peut avoir de signification étant donné que les énoncés portent sur des variables conjuguées et que celles-ci ne peuvent être mesurées simultanément avec une précision arbitraire. Bohr énonce le principe de complémentarité pour rendre compte des aspects causal et spatio-temporel d'un phénomène quantique qui sont, selon lui, des aspects exclusifs mais non contradictoires.

Dans un article de 1936, publié initialement en allemand et traduit en anglais qu'en 1972, Strauss critique l'axiomatisation de la mécanique quantique de von Neumann à propos de l'utilisation, par celui-ci, de la théorie classique des probabilités. Dans cet article, Strauss présente une logique de la complémentarité qu'il construit à partir du principe du même nom lequel exclut la décidabilité simultanée de deux énoncés quantiques qui sont incompatibles. Il énonce une règle syntaxique selon laquelle la conjonction et la disjonction d'énoncés incompatibles sont sans signification et, par conséquent, interdites. Autrement dit, seules la conjonction et la disjonction d'énoncés compatibles produisent des énoncés bien formés qui ont une signification. Selon Strauss, la théorie classique des probabilités cesse d'être universellement valide, mais peut être appliquée à ce qu'il appelle des îlots (*islands*) du domaine des énoncés quantiques qui s'avèrent être, en termes de structure d'ordre, des sous-treillis booléens. Strauss (1975, p. 37) ajoute ceci au texte original : "The algebraic structure of the domain is thus that of a *partial Boolean algebra*". Nous expliciterons cette structure dans les paragraphes qui suivent.

Dans un article publié en 1966, Suppes présente un argument probabiliste comme étant "l'argument unique le plus puissant en faveur de l'emploi d'une logique non classique en mécanique quantique" (Suppes, 1966, p. 74). C'est par des arguments mathématiques relatifs à la théorie des probabilités que Suppes arrive à la conclusion que la logique de la mécanique quantique est non classique. Suppes montre que l'algèbre des énoncés ne peut être fermée pour la conjonction et pour la disjonction. Il justifie cette non-fermeture par le fait que nous ne pouvons évaluer la probabilité de la conjonction d'un énoncé portant sur une composante de la position et d'un énoncé portant sur la même composante de la quantité de mouvement d'un système quantique quoique nous pouvons évaluer séparément la probabilité de chacun des énoncés. Suppes écrit ceci à ce propos : "la probabilité d'un tel événement composé n'existe pas dans la théorie classique" (Suppes, 1966, p. 77). La théorie classique des probabilités a pour fondement l'algèbre de Boole.

Une des prémisses de l'argument de Suppes est qu'à chacun des énoncés est attribuée une probabilité et, par conséquent, la conjonction et la disjonction de deux énoncés incompatibles ne sont pas des énoncés puisque nous ne pouvons leur attribuer une probabilité. D'où la non-fermeture de l'ensemble des énoncés pour la conjonction et la disjonction. Strauss justifie l'exclusion de la conjonction et de la disjonction de deux énoncés incompatibles dans la logique de la mécanique quantique par une règle syntaxique, tandis que Suppes la justifie par des arguments provenant de la théorie des probabilités : "Suppes' argument for the use of a nonclassical logic is ultimately a mathematization of Strauss' syntactic rule" (Jammer, 1974, p. 359).

5.7.1 L'algèbre booléenne partielle transitive

Pour tenir compte de l'exclusion de la conjonction et de la disjonction d'énoncés incompatibles, Kochen et Specker (1975a, 1975b) introduisent la structure d'algèbre booléenne partielle dans laquelle les opérations binaires ne s'appliquent qu'à des énoncés compatibles.

Autrement dit, les opérations binaires ne sont définies qu'à l'intérieur de chacune des sous-algèbres de Boole qui constituent l'algèbre booléenne partielle. Dans une algèbre de Boole, les opérations binaires s'appliquent à tous les éléments de l'ensemble, tandis que, dans une algèbre booléenne partielle, les opérations sont partielles puisqu'elles s'appliquent à certains sous-ensembles qui s'avèrent être les sous-algèbres de Boole de l'algèbre booléenne partielle. Nous disons, dans ce cas, que ce sont les sous-ensembles que constituent les sous-algèbres de Boole qui sont fermés pour les opérations binaires. Pour exposer la structure d'algèbre booléenne partielle, nous nous référons au texte de Hughes (1985). Soulignons que Hughes emploie le terme de *logique quantique booléenne partielle* (*partial boolean quantum logic*) pour décrire la logique quantique dont la structure algébrique est une algèbre booléenne partielle.

Une algèbre booléenne partielle est définie de la façon suivante :

(5.27) $\mathcal{B} = \langle B, \Diamond, \wedge, \vee, ^{\perp}, 0, 1 \rangle$ est une algèbre booléenne partielle si

(5.27a) 0 et 1 sont des éléments distincts de B;

(5.27b) $\Diamond$ est une relation sur B (la relation de compatibilité); $\Diamond$ est symétrique et réflexive; on écrit $a \Diamond b$ pour $\langle a, b \rangle \in \Diamond$;

(5.27c) pour tout $a \in B$, $a \Diamond 0$ et $a \Diamond 1$;

(5.27d) $\wedge$ et $\vee$ sont des opérations partielles sur B; chacune d'elles est définie pour $\langle a, b \rangle$ si et seulement si $a \Diamond b$;

(5.27e) $^{\perp}$ est une opération unaire sur B;

(5.27f) si $a \Diamond b$, $b \Diamond c$ et $c \Diamond a$, alors $(a \wedge b) \Diamond c$, $(a \vee b) \Diamond c$ et $(a^{\perp}) \Diamond b$;

(5.27g) si $a \Diamond b$, $b \Diamond c$ et $c \Diamond a$, les combinaisons booléennes de a, b et c forment une algèbre de Boole avec les éléments 0 et 1, c'est-à-dire que a, b et c génèrent une algèbre de Boole sous les opérations $\wedge$, $\vee$ et $^{\perp}$.

Toute algèbre booléenne partielle peut être construite comme suit.

(5.28) Soit une famille indexée $\mathcal{B} = \{\mathcal{B}_i \mid i \in \mathrm{I}\}$ d'algèbres de Boole $\mathcal{B}_i = \langle B_i, \wedge_i, \vee_i, ^{\perp_i}, 0_i, 1_i \rangle$ où I est un ensemble d'indices qui convient. $\mathcal{B}$ est alors une variété booléenne cohérente si :

(5.28a) si $i, j \in \mathrm{I}$, il existe un $k \in \mathrm{I}$ tel que $B_i \cap B_j = B_k$;

(5.28b) pour tout $i, j \in \mathrm{I}$, $0_i = 0_j = 0$ et $1_i = 1_j = 1$;

(5.28c) si $a, b \in B_i \cap B_j$, alors $a \vee_i b = a \vee_j b$, $a \wedge_i b = a \wedge_j b$ et $a^{\perp_i} = a^{\perp_j}$;

(5.28d) pour tout $a, b, c \in \cup\{B_i\}$, s'il existe $i, j, k \in \mathrm{I}$ de telle sorte que $a, b \in B_i$, $b, c \in B_j$ et $c, a \in B_k$ alors il existe un $m \in \mathrm{I}$ tel que $a, b, c \in B_m$.

Posons, par définition, $B = \cup\{B_i\}$. La condition (5.28d) est appelée *condition de cohérence* (Hughes, 1989, p. 193). Nous définissons la relation de compatibilité $\diamond$ sur B en stipulant que pour tout $a, b \in B$, $a \diamond b$ si et seulement si, pour $i \in \mathrm{I}$, $a, b \in B_i$. La condition de cohérence revient à dire que si a, b et c sont mutuellement compatibles, ils sont inclus tous les trois dans une algèbre booléenne. La condition (5.28c) nous permet de définir, dans B, les opérations binaires partielles $\wedge : \diamond \to B$ et $\vee : \diamond \to B$ ainsi que l'opération unaire $^\perp : B \to B$ comme suit :

pour tout $a, b \in B$, si, pour $i \in \mathrm{I}$, $a, b \in B_i$ alors $a \wedge b = a \wedge_i b$, $a \vee b = a \vee_i b$ et $a^\perp = a^{\perp_i}$.

La structure $\mathcal{B} = \langle B, \diamond, \wedge, \vee, ^\perp, 0, 1\rangle$ est alors une algèbre booléenne partielle construite à partir d'une famille d'algèbres de Boole $\{\mathcal{B}_i \mid i \in \mathrm{I}\}$. Toute algèbre booléenne partielle peut être construire à partir d'une variété booléenne cohérente et toute algèbre partielle construite à partir d'une variété booléenne cohérente est une algèbre booléenne partielle (Hughes, 1985, p. 418).

Soit $\mathcal{B} = \langle B, \diamond, \wedge, \vee, ^\perp, 0, 1\rangle$ une algèbre booléenne partielle. Considérons $D \subseteq B$ de telle sorte que pour tout $a, b \in D$, $a \diamond b$ et que D est fermé pour $\wedge$, $\vee$ et $^\perp$. Alors $\mathcal{D} = \langle D, \diamond, \wedge, \vee, ^\perp, 0, 1\rangle$ est une algèbre de Boole. On dit que c'est une sous-algèbre booléenne de $\mathcal{B}$. On dit aussi que D est une sous-algèbre booléenne maximale de $\mathcal{B}$ si D est une sous-algèbre booléenne de $\mathcal{B}$ et si D n'est pas proprement inclus dans aucune autre des sous-algèbres booléennes de $\mathcal{B}$.

Si $\mathcal{B}$ est une algèbre booléenne partielle, nous pouvons définir une relation $\leq$ dans B comme suit : pour tout $a, b \in B$, $a \leq b$ si et seulement si $a = a \wedge b$ si et seulement si $b = a \vee b$. Ce sont les conditions (5.16) et (5.17) que nous avons déjà évoquées pour passer de la structure de treillis booléen à la structure d'algèbre booléenne. Cependant, la relation $\leq$ est maintenant définie en termes d'opérations algébriques partielles, ce qui a pour conséquence que $\leq$ est réflexive et antisymétrique, mais n'est pas nécessairement transitive. En effet, nous avons $a \leq$

b seulement si $a \Diamond b$ et si a et b ne sont pas compatibles alors $a \wedge b$ et $a \vee b$ ne sont pas définis. Nous pourrions donc avoir dans une algèbre booléenne partielle $\mathcal{B}$ que, pour $a, b, c \in B$, $a \leq b$ et $b \leq c$ mais que $a \nleq c$. Nous définissons une algèbre booléenne partielle transitive comme suit : $\mathcal{B} = \langle B, \Diamond, \wedge, \vee, ^{\perp}, 0, 1 \rangle$ est une algèbre booléenne partielle transitive si $\mathcal{B}$ est une algèbre booléenne partielle et si, pour tout $a, b, c \in B$, $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$.

La classe des algèbres booléennes partielles transitives coïncide avec la classe des ensembles partiellement ordonnés orthomodulaires cohérents (Hardegree et Frazer, 1981, p. 63). Rappelons que, dans un ensemble partiellement ordonné orthomodulaire, chaque paire orthogonale possède un *supremum*. En nous référant à la définition de la compatibilité (5.26) de la page 180, la condition de cohérence peut s'exprimer comme suit pour un ensemble partiellement ordonné : un ensemble partiellement ordonné orthomodulaire $\mathcal{A}$ est dit *cohérent* si, pour tout $a, b, c \in A$, tel que $a \Diamond b$, $b \Diamond c$ et $c \Diamond a$, alors $(a \vee b) \Diamond c$ (Hughes, 1989, p. 194). La propriété de cohérence nous assure que l'élément généré par l'application de l'opération $\vee$ à deux éléments d'un ensemble de trois éléments mutuellement compatibles est compatible avec le troisième. En gros, la cohérence nous assure que les éléments générés par un ensemble d'éléments mutuellement compatibles sont eux aussi compatibles avec ceux de l'ensemble.

5.7.2 La sémantique de la logique quantique booléenne partielle

Tout comme la structure algébrique d'algèbre de Boole est équivalente à la structure d'ordre du treillis de Boole, la structure algébrique d'algèbre booléenne partielle transitive est équivalente à la structure d'ordre d'ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent. Pour déterminer la structure de l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert $\mathcal{S}(\mathcal{H})$, la question centrale revient donc à choisir entre le treillis orthomodulaire complet et l'ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent. Autrement dit, le choix se fait entre une structure où tout couple d'éléments possède un *supremum* et un *infimum* et une structure où les couples d'éléments qui possèdent un *supremum* et un *infimum* font partie du même sous-treillis booléen. Ce sont les deux structures équivalentes d'algèbre booléenne partielle transitive et d'ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent qui sont, d'après nous, adéquates pour interpréter, au sens de Hughes, l'ensemble $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ ainsi que l'ensemble Σ_Q des énoncés du langage de la logique quantique. Nous justifions ce choix dans la prochaine section.

Pour que $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ possède la structure d'algèbre booléenne partielle transitive, nous définissons, dans $\mathcal{S}(\mathcal{H})$, la relation de compatibilité $\diamond$ de telle sorte que pour tout L et M $\in \mathcal{S}(\mathcal{H})$, $L \diamond M$ si et seulement si $P_L P_M = P_M P_L$ où P_L et P_M sont les projecteurs sur les sous-espaces L et M (Hughes, 1985, p. 419). En nous servant de la fonction $f : \mathcal{S}(\mathcal{H}) \to B$, nous avons une interprétation de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ dans l'algèbre booléenne partielle transitive $\mathcal{B}$. Nous gardons la même interprétation de la fonction f que nous avons introduite à la page 178 de la sous-section 5.6.1 sauf qu'elle est maintenant définie pour des sous-espaces compatibles. Les opérations binaires sont partielles de telle sorte que $\cap : \diamond \to \mathcal{S}(\mathcal{H})$ et $\oplus : \diamond \to \mathcal{S}(\mathcal{H})$. L'opération unaire est définie de telle sorte que $^{\perp} : \mathcal{S}(\mathcal{H}) \to \mathcal{S}(\mathcal{H})$. Pour tout sous-espace L et M de $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ tel que $L \diamond M$, alors

1– $L \oplus M = \cap \{N \mid N \in \mathcal{S}(\mathcal{H}) \text{ et } L \subseteq N, M \subseteq N\}$;

2– $M = L^{\perp}$ si et seulement si L est orthogonal à M et $L \oplus M = \mathcal{H}$.

Si $\langle L, M \rangle \notin \diamond$, alors $L \cap M$ et $L \oplus M$ ne sont pas définis. De la façon dont nous avons défini la relation de compatibilité $\diamond$, la structure $\mathcal{B}(\mathcal{H}) = \langle \mathcal{S}(\mathcal{H}), \diamond, \cap, \oplus, ^{\perp}, \{\mathbf{0}\}, \mathcal{H} \rangle$ est une algèbre booléenne partielle transitive (Hughes, 1985, p. 419).

5.7.3 Illustration de la logique quantique booléenne partielle à l'aide de l'espace de Hilbert des états de spin ½

Tout comme nous l'avons fait pour le treillis orthomodulaire à la sous-section 5.6.3, nous illustrons, dans la présente sous-section, la structure de la logique quantique booléenne partielle à l'aide de l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert des états de spin ½. En nous reportant à la figure 5.8 de la page 183 et en gardant la même correspondance entre les noeuds du diagramme de Hasse et les sous-espaces de $\mathcal{S}(\mathcal{H}_S)$, nous pouvons distinguer les deux sous-algèbres booléennes de l'algèbre booléenne partielle $\mathcal{B}(\mathcal{H}_S)$. Les éléments de l'ensemble de la première sous-algèbre booléenne sont les sous-espaces $\{\mathbf{0}\}$, $\mathbf{L}^{S_z}(-\hbar/2)$, $\mathbf{L}^{S_z}(+\hbar/2)$ et $\mathcal{H}_S$ et les éléments de l'ensemble de la deuxième sous-algèbre booléenne sont les sous-espaces $\{\mathbf{0}\}$,

$\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$, $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$ et $\mathcal{H}_S$. Les sous-espaces $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ sont compatibles puisque $\{\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2), \mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2), \{\mathbf{0}\}\}$ constitue une décomposition de compatibilité pour $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$. Ils sont compatibles également parce que la relation de compatibilité $\diamond$ définie, dans $\mathcal{S}(\mathcal{H}_S)$, en termes de projecteurs qui commutent est satisfaite :

$$\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2)\,\mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2) = \mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2)\,\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2)$$

$$(|+\rangle_z\,{}_z\langle +|)\,(|-\rangle_z\,{}_z\langle -|) = (|-\rangle_z\,{}_z\langle -|)\,(|+\rangle_z\,{}_z\langle +|)$$

$$0 = 0.$$

Le produit scalaire de deux vecteurs de la même base est nul, en l'occurrence, ${}_z\langle +|-\rangle_z = 0$. Par contre, les sous-espaces $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ ne sont pas compatibles avec les sous-espaces $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$. En nous servant des équations $|+\rangle_x = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_z + |-\rangle_z)$ et $|-\rangle_x = 1/\sqrt{2}\,(|+\rangle_z - |-\rangle_z)$, nous pouvons montrer, entre autres, que $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ n'est pas compatible avec $\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$ en démontrant que les opérateurs correspondants ne commutent pas. Par conséquent, l'intersection et l'étendue des deux sous-espaces $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2)$ et des deux sous-espaces $\mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2)$ ne sont pas définies dans l'algèbre booléenne partielle $\mathcal{B}(\mathcal{H}_S)$. Notons que $\mathcal{B}(\mathcal{H}_S)$ est une algèbre booléenne partielle transitive puisqu'elle satisfait la condition de transitivité. Par exemple, nous avons, d'une part, que $\{\mathbf{0}\} \leq \mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2)$ et $\mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2) \leq \mathcal{H}_S$, et, d'autre part, que $\{\mathbf{0}\} \leq \mathcal{H}_S$. Il en est de même pour la sous-algèbre représentant les sous-espaces reliés à l'opérateur S_x.

Nous pouvons aussi construire l'algèbre booléenne partielle $\mathcal{B}(\mathcal{H}_S)$ à partir de la famille indexée $\{\mathcal{B}_i \mid i \in \mathrm{I}\}$ d'algèbres booléennes $\mathcal{B}_i$ où $\mathrm{I} = \{x, z\}$. Les algèbres booléennes $\mathcal{B}_x$ et $\mathcal{B}_z$ sont respectivement constituées de l'ensemble $B_x = \{\{\mathbf{0}\}, \mathbf{L}^{Sx}(+\hbar/2), \mathbf{L}^{Sx}(-\hbar/2), \mathcal{H}_S\}$ et de $B_z = \{\{\mathbf{0}\}, \mathbf{L}^{Sz}(+\hbar/2), \mathbf{L}^{Sz}(-\hbar/2), \mathcal{H}_S\}$. Les algèbres booléennes $\mathcal{B}_x$ et $\mathcal{B}_z$ ont le même élément minimum $\{\mathbf{0}\}$ et le même élément maximum $\mathcal{H}_S$. Nous pouvons aussi construire une algèbre booléenne partielle avec une famille indexée d'algèbres de Boole $\mathcal{B}_i$ où $i \in \mathrm{I}$ et I est un ensemble dont les éléments sont des orientations spatiales par rapport au système de coordonnées défini pour l'appareil de Stern et Gerlach. Nous pourrions alors avoir une algèbre booléenne partielle $\mathcal{B}(\mathcal{H}_S)$ constituée d'un nombre n de sous-algèbres booléennes qui représentent n orientations de mesure de l'appareil de Stern et Gerlach. Chacune des sous-algèbres booléennes correspond à un contexte expérimental différent.

Comme l'ensemble $\Pi(\mathcal{H}_S)$ des projecteurs agissant sur $\mathcal{H}_S$ est isomorphe à $\mathcal{B}(\mathcal{H}_S)$, la structure algébrique de $\Pi(\mathcal{H}_S)$ est également une algèbre booléenne partielle transitive. Les deux opérations partielles sont définies pour des projecteurs qui commutent et sont identifiées au *supremum* et à l'*infimum* de la structure d'ordre équivalente. Pour tout P_L et $P_M \in \Pi(\mathcal{H})$ et qui commutent, l'*infimum* de $\{P_L, P_M\} = P_L P_M$ et le *supremum* de $\{P_L, P_M\} = P_L + P_M - P_L P_M$ (Halmos, 1957, p. 50). Nous définissons les opérations binaires de la façon suivante : en dénotant l'opération binaire identifiée à l'*infimum* par le symbole $\otimes$, nous définissons le produit logique des projecteurs P_L et P_M par $P_L \otimes P_M = P_L P_M$ et, en dénotant l'opération binaire identifiée au *supremum* par le symbole $\odot$, nous définissons la somme logique des projecteurs P_L et P_M par $P_L \odot P_M = P_L + P_M - P_L P_M$. Le projecteur $(P_L)^\perp$ est le projecteur orthogonal à P_L de telle sorte que $P_L(P_L)^\perp = 0$ (Cohen, 1989, p. 57). La relation d'ordre est définie de telle sorte que $P_L \leq P_M$ si et seulement si $P_L P_M = P_L$ (Halmos, 1957, p. 48). L'élément maximum est le projecteur identité $\mathbb{I}$ qui projette sur tout l'espace de Hilbert et l'élément minimum est le projecteur nul P_0 qui est défini sur le sous-espace nul. Notons que si $P_M = (P_L)^\perp$, alors $P_L + P_M = \mathbb{I}$. Comme les projecteurs peuvent être représentés sous forme matricielle, le calcul des opérations sur les projecteurs peut être simplifié par l'intermédiaire de la multiplication et de l'addition de matrices.

En revenant à l'espace des états de spin ½, nous avons que $(\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2))^\perp = \mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2)$. Par conséquent, $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) \odot \mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2) = \mathbb{I}$ puisque $|+\rangle_z\, {}_z\langle +| + |-\rangle_z\, {}_z\langle -| = \mathbb{I}$. En effet, la dernière équation est la relation de fermeture que nous avons vue à la sous-section 3.2.3. Nous avons déjà montré que $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2)\, \mathbf{P}^{Sz}(-\hbar/2) = 0$. Nous avons que $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) \leq \mathbb{I}$ si et seulement si $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) \cdot \mathbb{I} = \mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2)$. Cette relation d'ordre est vraie puisque $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) \cdot \mathbb{I} = (|+\rangle_z\, {}_z\langle +|)(|+\rangle_z\, {}_z\langle +| + |-\rangle_z\, {}_z\langle -|) = |+\rangle_z\, {}_z\langle +| = \mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2)$. Nous avons aussi que $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) \odot \mathbb{I} = \mathbb{I}$ puisque $\mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) \odot \mathbb{I} = \mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) + \mathbb{I} - \mathbf{P}^{Sz}(+\hbar/2) \cdot \mathbb{I} = \mathbb{I}$.

Comme l'ensemble $\Pi(\mathcal{H}_S)$ possède la structure algébrique d'une algèbre booléenne partielle transitive, il possède de façon équivalente la structure d'ordre d'un ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent. Nous pensons que ces structures sont adéquates pour représenter la structure logique des ensembles isomorphes $\Pi(\mathcal{H})$ des projecteurs sur un espace de Hilbert, $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ des sous-espaces de l'espace de Hilbert ainsi que Σ_Q des énoncés du langage de la mécanique quantique. Jusqu'ici, l'exclusion de la conjonction et de la disjonction de deux énoncés incompatibles dans la logique quantique a été justifiée par des arguments syntaxiques et mathématiques. Dans la prochaine section, nous justifions cette exclusion par plusieurs arguments dont les principaux sont des arguments sémantiques provenant de la théorie sémantique quantique et du modèle justificationniste de la signification.

5.8 Justifications de l'algèbre booléenne partielle transitive ou de l'ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent

Dans cette section, nous justifions l'hypothèse que la structure algébrique de la logique quantique est une algèbre booléenne partielle transitive. À l'instar de Hughes, nous appelons cette logique la *logique quantique booléenne partielle*. Par le fait même, nous justifions que la structure d'ordre de la logique quantique soit un ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent et contestons que cette structure soit un treillis orthomodulaire complet. Certains de nos arguments critiquent le treillis orthomodulaire tandis que les plus pertinents justifient l'algèbre booléenne partielle transitive.

5.8.1 Critique de la logique quantique standard

Birkhoff et von Neumann (1936) montrent, dans leur article fondateur de l'approche logico-algébrique, que la structure de l'ensemble des énoncés expérimentaux portant sur un système physique classique est un treillis booléen. Par contre, en ce qui concerne l'ensemble des énoncés portant sur un système physique quantique, ils concluent que la structure est un orthotreillis modulaire dont l'une des principales caractéristiques est que la loi de distributivité des opérations n'est plus valide. Cependant, leur conclusion, "based on admittedly heuristic arguments" (Birkhoff et von Neumann, 1936, p. 823), n'est donc pas fondée sur des arguments solides et n'est, pour les auteurs, qu'une première étape pour clarifier la structure logique de la mécanique quantique. En fait, les auteurs nous donnent une raison algébrique pour admettre comme postulat que la structure de l'ensemble des énoncés quantiques soit un treillis : les propriétés algébriques des opérations binaires du treillis sont identiques aux propriétés formelles de la disjonction et de la conjonction de la logique classique (Birkhoff et von Neumann, 1936, p. 829).

À la fin de leur article, les auteurs lancent la question suivante : "What experimental meaning can one attach to the meet and join of two experimental propositions?" (Birkhoff et von Neumann, 1936, p. 837). Ce qui semble motiver cette question est que la signification de l'intersection et de l'étendue de sous-espaces est claire seulement pour les sous-espaces correspondant à des énoncés quantiques compatibles. Selon les auteurs, en physique classique, l'application des opérations binaires à deux énoncés expérimentaux donne comme résultat un énoncé expérimental, tandis que, et nous les citons : "This is true in quantum mechanics only exceptionally – only when all the measurements involved commute (are compatible)" (Birkhoff et von Neumann, 1936, p. 829).

Relativement à une analyse critique de l'article de Birkhoff et von Neumann à propos des opérations binaires, Srinivas écrit ceci : "there is no justification for assuming lattice theoretic properties for the connectives $\wedge$, $\vee$, of quantum propositional calculus, unless combinations of experimental procedures are constructed, and they are verified to satisfy these properties." (Srinivas, 1979, p. 241). Nous sommes tout a fait d'accord avec la conclusion de l'analyse de Srinivas et considérons que le choix d'une structure algébrique doit être fondé sur des considérations expérimentales. En résumé, Birkhoff et von Neumann ne donnent aucune justification expérimentale ou physique pour appuyer l'hypothèse du treillis, mais seulement une justification heuristique fondée sur une considération algébrique.

Comme nous l'avons vu, ce n'est que dans les années 1960 que la communauté scientifique commence à s'intéresser à l'article de Birkhoff et von Neumann. Cependant, la plupart des chercheurs inscrits dans l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique continuent de soutenir la structure d'orthotreillis pour l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert. Pourtant, les arguments appuyant la structure de treillis que nous avons trouvés dans la littérature nous semblent peu convaincants, car ils sont tous fondés sur des considérations mathématiques et aucun n'est fondé sur des considérations expérimentales.

Mackey, dans son axiomatisation de la mécanique quantique basée sur les notions primitives d'état et d'observable, démontre que la structure d'ordre de l'ensemble des énoncés quantiques qu'il appelle *questions* est un ensemble partiellement ordonné orthocomplémenté et il qualifie cette structure de logique (*logic*) du système (Mackey, 2004, p. 68). Mackey écrit ceci à propos de la structure de cette logique : "That our partially ordered set is complemented and, in fact, orthocomplemented follows from our earlier axioms", mais il ajoute immédiatement que : "In the interests of regularity it is reasonable to suppose that it is a lattice." (Mackey, 2004, p. 72). À partir de ses axiomes, Mackey démontre bien que la structure de l'ensemble des énoncés quantiques ou de l'ensemble des sous-espaces d'un espace de Hilbert est un ensemble partiellement ordonné orthocomplémenté et fait, néanmoins, un saut vers le treillis par souci de régularité. Mackey nous dit que les orthotreillis modulaires sont les ensembles partiellement ordonnés qui se comportent le plus régulièrement après les algèbres booléennes et c'est pourquoi il admet l'hypothèse du treillis. Nous trouvons que l'argument de la régularité est un argument mathématique qui n'est pas concluant puisqu'il ne représente rien sur le plan expérimental. Il nous semble que le choix du treillis justifié en quelques lignes par Mackey est fait de façon un peu *ad hoc*.

D'après Jammer (1974, p. 392), l'axiomatisation qui a le plus influencé l'approche logico-algébrique est sans contredit celle de Piron (1964). Piron impose la contrainte que la logique quantique ait la structure de treillis et, selon Jammer, "Piron adopted this requirement as a postulate in spite of the absence of physical justification." (Jammer, 1974, p. 391-392). Nous revenons donc à la question de Birkhoff et von Neumann, à savoir quelle est la signification sur le plan expérimental de l'étendue et de l'intersection de deux sous-espaces incompatibles. Piron ne donne aucun argument expérimental pour justifier la signification des opérations binaires du treillis.

Pour leur part, Pták et Pulmannová écrivent : "Let us note that, up till now, there is no fully convincing physical motivation for the lattice structure of L (although some axiomatics of quantum theories include this assumption [...])" (Pták et Pulmannová, 1991, p. xxiii) où L est un ensemble partiellement ordonné orthocomplémenté. Les théories axiomatiques auxquelles se réfèrent Pták et Pulmannová sont celles, entre autres, de Jauch (1968) et de Piron (1976). Ces derniers sont les principales figures de proue de l'approche de l'école de Genève de la logique quantique. L'approche de l'école de Genève a été fondée par Jauch (Jammer, 1974, p. 390) et fait maintenant partie de la logique quantique dite *opérationnelle* qui s'inspire surtout des travaux de Mackey, Jauch et Piron (Coecke, Moore et Wilce, 2001). Moore, qui s'inscrit dans l'approche opérationnelle, écrit ceci à propos de l'opération binaire qui sert à définir l'*infimum* : "One of the central observations in the Geneva School approach is that the existence of the product operation Π guarantees that L has a rich mathematical structure" (Moore, 1999, p. 68) et cette structure mathématique est évidemment celle d'un treillis complet. Dans son article, outre la richesse de la structure mathématique, Moore ne donne aucune autre justification pour soutenir le treillis dans lequel il existe un *supremum* et un *infimum* pour toute paire d'énoncés quantiques.

Par ailleurs, puisque, dans le cas de l'ensemble des projecteurs, l'opération binaire de produit logique, dénotée par le symbole $\otimes$ et identifiée à l'*infimum*, est commutative, le résultat de l'application de cette opération à un couple ordonné de projecteurs $\langle P_1, P_2\rangle$ devrait être le même que l'application de l'opération au couple ordonné $\langle P_2, P_1\rangle$, c'est-à-dire que P_1P_2 devrait être égal à P_2P_1. Mais comme certains projecteurs ne commutent pas, l'opération binaire n'est pas commutative. Dans un treillis, ceci pose problème, car les opérations binaires sont commutatives. Dans une algèbre booléenne partielle, nous n'avons pas à résoudre ce problème puisque les opérations binaires sont définies pour des projecteurs qui commutent.

Pour régler ce problème ainsi que le problème connexe de la non-simultanéité de résultats expérimentaux correspondant à des projecteurs qui ne commutent pas, Jauch (1968, p. 75) propose une solution en se basant sur le postulat de projection, c'est-à-dire le postulat de la réduction du paquet d'ondes, ainsi que sur l'équation suivante : soit P_1, P_2 deux projecteurs qui ne commutent pas, alors $P_1P_2 = \lim_{n\to\infty}(P_1P_2)^n$ (Svozil, 1998, p. 10). Sur le plan expérimental, cette équation signifie, d'après Jauch, que, premièrement, l'on mesure si le système possède la propriété associée au projecteur P_1 et, ensuite, que l'on mesure si le système possède la propriété associée au projecteur P_2 et que cette procédure doit être réitérée une infinité de fois. Si nous laissons de côté le problème conceptuel de savoir si $\lim_{n\to\infty}(P_1P_2)^n = \lim_{n\to\infty}(P_2P_1)^n$ (Jammer, 1974, p. 242-243), il reste tout de même le problème de l'impossibilité pratique de faire une chaîne infinie de tests expérimentaux appelés *filtres*. À ce propos, Srinivas (1979, p. 242) affirme que la commutativité de l'opération binaire n'est plus valide si l'on se limite à une chaîne finie de filtres. Et, il ajoute ceci : "Apart from the fact that it is dependent on the projection postulate, our main objection to Jauch's proposal is that it is an idealization which is not what is usually achieved in correlation measurements" (Srinivas, 1979, p. 242) où cette corrélation est directement reliée à la conjonction des énoncés expérimentaux.

Encore une fois, malgré une saveur opérationnaliste qui se fonde sur les propriétés des systèmes physiques et les procédures expérimentales, l'approche de l'école de Genève justifie le treillis à l'aide d'un argument mathématique, en l'occurrence l'équation $P_1P_2 = \lim_{n\to\infty}(P_1P_2)^n$, mais qui, cette fois, correspond à une impossibilité expérimentale. Ce qui fait problème n'est pas que la justification soit mathématique, mais que cette justification ne signifie rien sur le plan expérimental. La logique quantique booléenne partielle n'a pas ces problèmes conceptuels et opérationnels puisque les opérations binaires sont définies pour les projecteurs qui commutent lesquels correspondent à des énoncés compatibles.

Notons que nous n'avons pas trouvé, dans la littérature, de définition algébrique de la somme logique de deux projecteurs qui ne commutent pas. Nous avons déjà vu que cette opération est définie pour des projecteurs qui commutent de la façon suivante : $P_L \odot P_M = P_L + P_M - P_L P_M$. Halmos écrit ceci à ce propos : "It is in general difficult, though not impossible, to describe the infimum and the supremum of a family of projections in algebraic terms." (Halmos, 1957, p. 49). Par la suite, Halmos fait l'hypothèse de la commutativité entre projecteurs pour donner les définitions du *supremum* et de l'*infimum* d'opérateurs qui commutent. Il ne donne pas de définition algébrique du *supremum* et de l'*infimum* de deux projecteurs qui ne commutent pas. Dans la littérature, lorsqu'on parle de *supremum* ou d'*infimum* de projecteurs, on passe immédiatement au *supremum* et à *l'infimum* des sous-espaces correspondants. Et c'est l'image des rayons qui se croisent en un point qui prévaut. Cette image suggère que l'intersection de deux rayons même incompatibles est l'origine, laquelle correspond au sous-espace nul. Cette image est efficace dans le cas de rayons mutuellement orthogonaux et, par conséquent, compatibles, mais elle nous semble trompeuse dans le cas de rayons incompatibles.

Nous croyons avoir montré la faiblesse des arguments soutenant le treillis orthomodulaire complet. Aucun argument ne justifie le treillis avec des considérations physiques ou expérimentales et, paradoxalement, l'analyse de la structure logique porte sur une théorie physique. Le contenu des arguments se résume à des considérations purement mathématiques dont la régularité, la richesse mathématique ou une ressemblance formelle entre les propriétés des opérations du treillis et les propriétés des connecteurs de la logique classique. Malheureusement, ces considérations mathématiques ne donnent aucune signification physique aux opérations binaires du treillis.

5.8.2 La contextualité expérimentale comme justification de la logique quantique booléenne partielle

À la sous-section 5.7.3, nous avons déjà évoqué l'idée que, dans une algèbre booléenne partielle transitive, chacune des sous-algèbres booléennes correspond à un contexte expérimental différent des autres. Par ailleurs, il ne faut pas oublier qu'un énoncé quantique comme, par exemple, (S_z, $+\hbar/2$), réfère à une procédure expérimentale qui permet de mesurer l'observable sur laquelle porte l'énoncé pour pouvoir statuer sur sa vérité. Selon Bitbol, un langage contextuel est composé des énoncés qui "singularisent certains états des choses parmi ceux qui sont rendus possibles par un contexte expérimental particulier." (Bitbol, 1996, p. 63). De plus, pour Bitbol, "la logique de *chaque* langage expérimental est une logique classique" (Bitbol, 1996, p. 61). Autrement dit, l'ensemble des énoncés de chacun des langages contextuels qui se rapportent à des contextes expérimentaux différents possède la structure d'une algèbre booléenne.

Selon Bitbol, un langage métacontextuel est composé des énoncés portant sur des états de choses rendus possibles par plusieurs contextes expérimentaux différents. Si nous ne pouvons conjoindre des contextes expérimentaux, une conjonction et une disjonction d'énoncés provenant de langages contextuels différents sont, d'après Bitbol (1996, p. 62), des énoncés mal formés et n'ont pas de signification expérimentale. Comme nous ne pouvons conjoindre deux contextes expérimentaux qui mesurent des observables incompatibles, nous ne pouvons avoir ni de conjonction, ni de disjonction entre des énoncés appartenant à chacun des langages contextuels correspondant aux contextes expérimentaux incompatibles. Par conséquent, le langage, dont l'ensemble des énoncés provenant de langages contextuels différents forme un treillis, est un langage métacontextuel. Pour Bitbol (1996, p. 65), "la contextualité des langages expérimentaux [...] se manifeste sur le plan méta-linguistique par la non-distributivité de la somme et du produit logique", c'est-à-dire la non-distributivité des deux opérations binaires, ce qui est le cas pour la structure de treillis. De plus, un treillis dont l'ensemble est composé d'énoncés provenant de langages contextuels qui se réfèrent à des contextes expérimentaux incompatibles possède des énoncés mal formés qui n'ont pas de signification expérimentale.

Dans cette perspective, tout comme la logique d'un langage contextuel correspondant à un contexte expérimental déterminé est la logique classique, la logique du langage métacontextuel qui porte sur plusieurs contextes expérimentaux incompatibles est, dans le cas d'énoncés quantiques, la logique quantique de Birkhoff et von Neumann ou la logique quantique standard. Bitbol critique cette logique quantique en ces termes :

> "La logique quantique ne représente plus que la projection de traits structuraux reflétant le caractère mutuellement exclusif des langages expérimentaux, sur la structure de l'ensemble de toutes les propositions expérimentales qui les composent. Une projection incorrecte en droit parce qu'elle fond en un seul plan des éléments linguistiques et des éléments méta-linguistiques, des expressions intra-contextuelles et des expressions méta-contextuelles" (Bitbol, 1996, p. 62, n. 1)

En termes logiques et par analogie, nous pourrions aussi dire que le langage contextuel se situe au niveau du langage-objet de la logique quantique tandis que le langage métacontextuel se situe au niveau du métalangage de cette logique.

En utilisant la même terminologie qu'utilise Bitbol (1996, p. 61), son analyse soutient que la pluralité des contextes expérimentaux ne peut se résorber dans une logique unique non classique et elle fait la promotion d'une structure qui inclut une multiplicité de langages expérimentaux et de logiques. Nous croyons néanmoins que la logique quantique booléenne partielle est une logique unique dans laquelle il n'y a pas résorption de la pluralité des contextes expérimentaux puisque, dans cette logique, on ne conjoint pas différents contextes expérimentaux contrairement à la logique quantique standard. La critique de Bitbol se fonde justement sur le fait que la logique quantique standard conjoint les contextes expérimentaux incompatibles. D'après nous, l'ensemble des énoncés de l'algèbre booléenne partielle transitive correspondant à l'ensemble des énoncés de toutes ses sous-algèbres booléennes ne forme pas un langage métacontextuel. En effet, à chacune des sous-algèbres booléennes est associé un langage contextuel qui réfère à un contexte expérimental. Lors d'expérimentations dans un contexte expérimental donné, le langage contextuel qui lui réfère est régi par la logique classique des énoncés puisque la structure algébrique de l'ensemble des énoncés de ce langage contextuel est évidemment une algèbre de Boole. Enfin, il n'y a pas de conjonction, ni de disjonction entre des énoncés provenant de langages contextuels qui réfèrent à des contextes expérimentaux incompatibles.

On pourrait nous reprocher que les éléments 0 et 1 aient un caractère métacontextuel, mais, d'après nous, il n'en est rien. Pour le montrer, il nous reste donc à justifier, dans le cadre de contextes expérimentaux incompatibles, l'axiome suivant : pour tout $i, j \in \mathrm{I}$, $0_i = 0_j = 0$ et $1_i = 1_j = 1$ où, d'une part, 0_i et 1_i sont les éléments minimum et maximum de l'algèbre booléenne correspondant au langage contextuel Σ_{Qi} du contexte expérimental i et, d'autre part, 0_j et 1_j sont les éléments minimum et maximum de l'algèbre booléenne correspondant au langage contextuel Σ_{Qj} du contexte expérimental j. Nous allons donner une signification aux éléments 0 et 1, dans le cadre des contextes expérimentaux. Soit $\mathcal{B} = \langle B, \Diamond, \wedge, \vee, ^{\perp}, 0, 1\rangle$, une algèbre booléenne partielle construite à partir d'une famille d'algèbres de Boole $\{\mathcal{B}_i \mid i \in \mathrm{I}\}$. Chacun des ensembles B_i des $\mathcal{B}_i$ correspond à un langage contextuel Σ_{Qi}. Cependant dans $\mathcal{B}$, l'ensemble B qui inclut tous les ensembles B_i correspond à un langage Σ_Q qui inclut tous les Σ_{Qi}. Σ_Q n'est pas un langage métacontextuel et peut être considéré comme langage contextuel dans la mesure où les règles syntaxiques du langage ne permettent pas de disjonction ni de conjonction entre énoncés incompatibles.

Par exemple, supposons que $\mathrm{I} = \{x, z\}$ et que B_x et B_z correspondent aux langages contextuels référant à des contextes expérimentaux incompatibles comme nous les avons déjà définis à la sous-section 5.7.3. Dans ce cas, les contextes expérimentaux sont alors des appareils de Stern et Gerlach qui mesurent la composante du spin selon l'orientation x et selon l'orientation z. Il n'y a pas de conjonction ni de disjonction entre des énoncés appartenant soit à B_x, soit à B_z qui sont les ensembles de sous-algèbres booléennes différentes puisque ces énoncés sont incompatibles. Quel que soit le contexte expérimental, l'élément 1 et l'élément 0 correspondent respectivement :

1– dans l'ensemble des sous-espaces de l'espace de Hilbert $\mathcal{S}(\mathcal{H})$, à $\mathcal{H}$ et au sous-espace nul $\{\mathbf{0}\}$;

2– dans l'ensemble $\Pi(\mathcal{H})$ des projecteurs sur un espace de Hilbert, à l'opérateur $\mathbb{I}$ et à l'opérateur P_0 qui projette sur le sous-espace nul $\{\mathbf{0}\}$;

3– dans l'ensemble Σ_Q des énoncés du langage quantique, à la tautologie et à la contradiction.

Dans leur contexte expérimental respectif, les éléments 0_x et 1_x de B_x ainsi que les éléments 0_z et 1_z de B_z correspondent

1– dans $\mathcal{S}_x(\mathcal{H})$ et dans $\mathcal{S}_z(\mathcal{H})$ aux mêmes sous-espaces, c'est-à-dire à $\mathcal{H}$ et à $\{\mathbf{0}\}$ respectivement;

2– dans $\Pi_x(\mathcal{H})$ et dans $\Pi_z(\mathcal{H})$ aux mêmes projecteurs, c'est-à-dire à $\mathbb{I}$ et à P_0 respectivement;

3– dans Σ_{Qx} et dans Σ_{Qz} aux mêmes énoncés, c'est-à-dire à la tautologie et à la contradiction respectivement.

En généralisant ce qui précède à n contextes expérimentaux, d'une part, nous venons de justifier que, pour tout $i, j \in \mathrm{I}$, $0_i = 0_j = 0$ et $1_i = 1_j = 1$ pour les trois ensembles isomorphes et, d'autre part, les éléments 1 et 0 ne sont pas métacontextuels puisqu'ils ne sont pas le produit de la conjonction de contextes expérimentaux différents. Dans une algèbre booléenne partielle transitive, quel que soit le contexte expérimental, l'élément 1 est une tautologie et l'élément 0 est une contradiction. Autrement dit, les énoncés qui correspondent aux éléments 0 et 1 sont des énoncés qui sont propres à chacun des langages contextuels issus de contextes expérimentaux différents. De cette manière, Σ_Q peut être interprété par l'algèbre booléenne partielle $\mathcal{B}$ à l'intérieur de laquelle chacun des Σ_{Qi} est interprété par une algèbre booléenne $\mathcal{B}_i$. Lors d'expérimentations dans un contexte expérimental i donné, la logique qui gère Σ_{Qi} est la logique classique. Par conséquent, nous n'avons plus à nous poser la question de la signification expérimentale d'une conjonction ou d'une disjonction entre des énoncés quantiques incompatibles, question à laquelle nous devions répondre dans le cas de la logique quantique standard.

Nous sommes d'accord avec l'analyse de Bitbol voulant que la contextualité expérimentale est fondamentale en mécanique quantique. Néanmoins, à l'instar de Strauss, Bitbol établit une règle syntaxique pour éliminer certains énoncés du langage en s'appuyant sur l'incompatibilité de certains contextes expérimentaux. Cette manière de faire est, à notre avis, insuffisante puisqu'en introduisant, par exemple, la trivalence dans l'assignation des valeurs de vérité, nous pourrions avoir des conjonctions et des disjonctions d'énoncés incompatibles qui pourraient avoir une signification. Pour nous assurer que la conjonction et la disjonction d'énoncés incompatibles n'ont pas de signification, nous devons fonder notre justification sur des arguments provenant de la théorie sémantique quantique et, surtout, du modèle justificationniste de la signification. C'est l'objet de la prochaine sous-section. Ce faisant, l'analyse de Bitbol qui s'appuie sur la contextualité expérimentale devient fondée. Nous pouvons alors nous servir de son analyse qui possède ainsi plus de poids pour contester de façon plus convaincante l'hypothèse du treillis orthomodulaire complet de la logique quantique standard et, par le fait même, appuyer celle de l'algèbre booléenne partielle transitive de la logique quantique booléenne partielle.

5.8.3 Justification de la logique quantique booléenne partielle par le modèle justificationniste de la signification

Dalla Chiara et Giuntini (2008, p. 10) rappellent une critique de la structure de treillis qui s'apparente à celle de Strauss et à celle de Bitbol. À propos de la conjonction de deux énoncés incompatibles, les auteurs écrivent :

> In such a situation, the intuition of the quantum physicist seems to suggest the following semantic requirement: the conjunction of our propositions has no definite meaning; for, they cannot be experimentally tested at the same time. As a consequence, the lattice proposition structure seems to be too strong. (Dalla Chiara et Giuntini, 2008, p. 10)

Nous sommes d'accord avec la conclusion que le treillis est une structure trop forte et nous proposons une structure d'ordre plus faible, à savoir l'ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent. L'intuition du physicien quantique s'appuie sur des considérations expérimentales, c'est-à-dire que nous ne pouvons tester à l'aide d'une procédure expérimentale les deux énoncés de façon simultanée. Cependant, son intuition n'est pas suffisante pour justifier que la conjonction d'énoncés incompatibles n'ait pas de signification. Nous présentons maintenant une justification de cette intuition et cette justification est fondée sur des considérations sémantiques relevant de la théorie sémantique quantique et du modèle justificationniste de la signification.

Nous commençons notre justification par un retour à la théorie sémantique quantique que nous avons développée en partie au début de ce chapitre et que nous compléterons au prochain chapitre. La théorie sémantique quantique est une théorie sémantique antiréaliste et nous avons vu à plusieurs reprises qu'une théorie sémantique antiréaliste identifie la vérité à l'assertabilité. Le but d'une théorie sémantique est d'expliquer pourquoi un énoncé est vrai quand il est vrai, selon sa structure interne. Pour une théorie sémantique antiréaliste, un énoncé est vrai en vertu d'un fait probant et non en vertu d'une réalité qui existerait indépendamment de nous, comme c'est le cas pour une théorie sémantique réaliste.

Pour la classe des énoncés de la mécanique quantique, un énoncé quantique atomique est un énoncé qui porte sur la valeur du spectre d'une observable. Autrement dit, il porte sur une des valeurs propres de l'opérateur hermitique associé à une observable. Pour la théorie sémantique quantique, le résultat d'une mesure d'une observable d'un système quantique est le fait probant qui permet d'asserter ou non un énoncé quantique qui porte sur cette observable. Un énoncé quantique est vrai s'il concorde avec le résultat d'une expérimentation ou si la probabilité qui lui est attribuée par la théorie physique est égale à 1. Ceci est valable autant pour les énoncés quantiques atomiques que pour les énoncés complexes. La vérité d'un énoncé atomique est donc justifiée par sa concordance avec le résultat d'une expérimentation. Nous voulons maintenant traiter du cas des énoncés quantiques complexes qui sont décomposables en termes de conjonction, de disjonction et de négation d'énoncés quantiques atomiques. Dans le cas d'un énoncé complexe, c'est donc sa composition qui explique pourquoi il est vrai quand il est vrai.

Pour montrer comment la théorie sémantique quantique explique la vérité d'un énoncé complexe quand il est vrai, nous utilisons l'espace de Hilbert des états de spin ½. Nous nous référons au diagramme de Hasse de la figure 5.8 de la page 183 lequel peut aussi bien représenter un treillis orthomodulaire complet qu'un ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent. Posons que l'ensemble Σ_Q est un langage composé des énoncés portant sur les valeurs du spectre des observables $\mathcal{L}_z$ et $\mathcal{L}_x$. Ces dernières sont des observables incompatibles. Le langage contextuel Σ_{Qz} associé au contexte expérimental qui permet de mesurer $\mathcal{L}_z$ est composé des énoncés 0, $(S_z, -\hbar/2)$, $(S_z, +\hbar/2)$ et 1; le langage contextuel Σ_{Qx} associé au contexte expérimental qui permet de mesurer $\mathcal{L}_x$ est composé des énoncés 0, $(S_x, -\hbar/2)$, $(S_x, +\hbar/2)$ et 1. Pour la théorie sémantique quantique, la conjonction de deux énoncés est vraie, c'est-à-dire que l'on a un résultat d'expérimentation concordant avec la conjonction des deux énoncés, si on a un résultat d'expérimentation concordant avec le premier énoncé *et* un résultat d'une expérimentation concordant avec le second énoncé; la disjonction de deux énoncés est vraie, c'est-à-dire que l'on a un résultat d'expérimentation concordant avec la disjonction des deux énoncés, si on a un résultat d'expérimentation concordant avec le premier énoncé *ou* un résultat d'une expérimentation concordant avec le second énoncé. La vérité de la conjonction et celle de la disjonction de deux énoncés quantiques impliquent que nous pouvons conjoindre deux contextes expérimentaux qui peuvent être différents.

La conjonction et la disjonction de $(S_z, -\hbar/2)$ et de $(S_z, +\hbar/2)$ peuvent être expliquées par la théorie sémantique quantique et il en est de même pour la conjonction et la disjonction de $(S_x, -\hbar/2)$ et de $(S_x, +\hbar/2)$. Par exemple, posons que la disjonction $(S_z, -\hbar/2) \vee (S_z, +\hbar/2)$ soit un énoncé vrai. Nous devons l'expliquer par sa structure interne. Cette disjonction est vraie si l'un des deux énoncés est vrai, c'est-à-dire si le résultat de la mesure de $\mathcal{L}_z$ concorde avec l'un des énoncés. Cette disjonction est toujours vraie puisque le spectre de $\mathcal{L}_z$ ne comporte que deux valeurs, en l'occurrence $-\hbar/2$ et $+\hbar/2$ et une mesure de $\mathcal{L}_z$ donnera toujours une de ces deux valeurs comme résultat. Par contre, la conjonction $(S_z, -\hbar/2)$ & $(S_z, +\hbar/2)$ est un énoncé toujours faux puisqu'une mesure de $\mathcal{L}_z$ ne peut donner qu'une des deux valeurs du spectre comme résultat de la mesure. Par conséquent, nous avons un résultat d'expérimentation qui concorde avec la disjonction $(S_z, -\hbar/2) \vee (S_z, +\hbar/2)$ et nous n'avons pas de résultat qui concorde avec la conjonction $(S_z, -\hbar/2)$ & $(S_z, +\hbar/2)$. Le contexte expérimental qui permet d'asserter la disjonction et de réfuter la conjonction est le même qui permet d'asserter ou de réfuter les énoncés atomiques qui les composent. La théorie sémantique quantique explique donc la conjonction et la disjonction d'énoncés compatibles. Notons que nous aurions pu prendre également comme fait probant pour asserter un énoncé que la probabilité qui lui est attribuée soit égale à 1. Dans ce cas, la probabilité attribuée à $(S_z, -\hbar/2) \vee (S_z, +\hbar/2)$ est aussi égale à 1 et la probabilité attribuée à $(S_z, -\hbar/2)$ & $(S_z, +\hbar/2)$ est égale à 0.

La théorie sémantique quantique peut-elle expliquer la conjonction ou la disjonction d'énoncés incompatibles? D'après nous, la réponse est non et voici pourquoi. Supposons que $(S_z, -\hbar/2) \vee (S_x +\hbar/2)$ soit vrai et supposons que $(S_z, -\hbar/2)$ soit faux suite à une vérification expérimentale. Nous devons, par conséquent, être en mesure d'effectuer une expérimentation qui permettrait de mesurer $\mathcal{L}_x$ pour pouvoir asserter la disjonction. Mais ceci est impossible puisque, parce que nous ne pouvons mesurer simultanément les observables $\mathcal{L}_z$ et $\mathcal{L}_x$, nous ne pouvons être en mesure d'évaluer la vérité de $(S_x +\hbar/2)$ simultanément avec celle de $(S_z, -\hbar/2)$ et, par le fait même, la vérité de la disjonction. Pour ce qui est de la conjonction des deux énoncés incompatibles, nous devons être en mesure d'effectuer une expérimentation qui permettrait de mesurer $\mathcal{L}_z$ et d'effectuer simultanément une expérimentation qui permettrait de mesurer $\mathcal{L}_x$. Ce qui est une impossibilité expérimentale. Nous ne pouvons donc pas asserter ou réfuter une conjonction ou une disjonction d'énoncés incompatibles puisqu'il n'existe pas de fait probant pour justifier leur assertion ou leur réfutation. Le fait probant serait le résultat d'une expérimentation qui conjoindrait deux contextes expérimentaux incompatibles. Mais comme nous ne pouvons conjoindre deux contextes expérimentaux incompatibles, la théorie sémantique quantique ne peut expliquer ni la conjonction, ni la disjonction de deux énoncés incompatibles.

On pourrait nous faire remarquer que, dans le cas où l'un des énoncés atomiques incompatibles de la disjonction est trouvé vrai à la suite d'une expérimentation, nous n'avons pas besoin d'effectuer une mesure pour justifier la vérité ou la fausseté de l'autre énoncé et nous reprocher notre argumentation qui conclut que la théorie sémantique quantique n'explique pas la disjonction d'énoncés incompatibles. Premièrement, ceci ne tient pas compte du fait que nous devrions, dans d'autres cas, faire une mesure simultanée des deux observables incompatibles pour asserter ou réfuter la disjonction, ce qui est une impossibilité expérimentale. Nous pouvons donc soutenir que, même dans le cas de la remarque que nous venons d'énoncer ci-dessus, nous devons toujours être en mesure de comparer de façon expérimentale la vérité ou la fausseté des deux énoncés d'une disjonction puisque chacun d'eux doit posséder une valeur de vérité.

De plus, par les lois de De Morgan, la disjonction peut être définie en termes de conjonction et nous pouvons ramener l'explication d'une disjonction à une explication par une conjonction. Par conséquent, si la théorie sémantique quantique ne peut expliquer aucune conjonction d'énoncés incompatibles, elle ne peut expliquer non plus aucune disjonction d'énoncés incompatibles. Sur le plan algébrique, la situation revient à ceci : dans une algèbre booléenne, on peut définir l'opération binaire $\vee$ identifiée au *supremum* par l'opération binaire $\wedge$ identifiée à l'*infimum* et par l'opération unaire et nous pouvons faire de même dans un treillis orthomodulaire et une algèbre booléenne partielle. De cette façon, nous n'avons qu'à justifier le cas dans lequel la théorie sémantique quantique ne peut expliquer l'opération binaire $\wedge$ qui s'applique à des éléments incompatibles sans avoir besoin de justification pour l'opération binaire $\vee$.

Nous allons maintenant montrer que la théorie sémantique quantique ne peut expliquer la conjonction et la disjonction de deux énoncés incompatibles, car elle est fondée sur le modèle justificationniste de la signification pour lequel la conjonction et la disjonction d'énoncés incompatibles n'ont tout simplement pas de signification. Nous pensons que Strauss, Bitbol et l'intuition du physicien quantique auquel réfèrent Dalla Chiara et Giuntini au début de cette sous-section, ont établi leur règle syntaxique en s'appuyant sur l'identification de la vérité à l'assertabilité qui est propre à une théorie sémantique antiréaliste. Cependant, une théorie sémantique n'est pas un modèle de la signification qui explique la compréhension de la signification des énoncés par un locuteur et, par conséquent, cette identification n'est pas suffisante, d'après nous, pour conclure que la conjonction ou la disjonction d'énoncés incompatibles n'a pas de signification.

Comme nous l'avons vu à la section 4.5, le modèle justificationniste de la signification s'applique à la classe des énoncés de la mécanique quantique. Ce modèle identifie la signification avec les conditions d'assertabilité. La théorie sémantique antiréaliste, en identifiant la vérité à l'assertabilité, sert de base au modèle justificationniste qui, en retour, la fonde. Nous avons également vu à la section 4.2.2 que, dans le cas de la classe des énoncés de la mécanique quantique, la reconnaissance d'un fait probant pour justifier la vérité d'un énoncé quantique atomique est la reconnaissance du résultat d'une expérimentation mesurant l'observable dont il est question dans cet énoncé qui concorde avec ce dernier. La signification d'un énoncé quantique atomique est donc identifiée aux conditions qui nous permettraient de reconnaître le résultat d'une expérimentation autorisant de l'asserter, tandis que la saisie de la signification de cet énoncé est d'être capable de reconnaître un résultat expérimental qui confirmerait sa vérité quand il se présente. En mécanique quantique, selon le modèle justificationniste, la signification d'un énoncé atomique est, par conséquent, dépendante du contexte expérimental.

Regardons ce qu'il en est avec la signification des énoncés quantiques complexes. Analysons la signification d'une conjonction et d'une disjonction d'énoncés quantiques atomiques. Par exemple, la disjonction $(S_z, -\hbar/2) \vee (S_z, +\hbar/2)$ a une signification qui peut être saisie par un locuteur puisque celui-ci peut connaître les conditions d'assertabilité de la disjonction, c'est-à-dire dans quelles conditions le locuteur peut asserter la disjonction. En effet, ces conditions nous permettent de reconnaître le résultat de la mesure de $\mathcal{L}_z$. La saisie de la signification de la disjonction est d'être capable de reconnaître le résultat de la mesure de $\mathcal{L}_z$ quand il se présente, car cette reconnaissance nous permet de saisir la signification des deux énoncés qui composent la disjonction. Il en est de même pour la conjonction de deux énoncés quantiques compatibles. Par contre, la signification de la conjonction ou de la disjonction de deux énoncés quantiques incompatibles ne peut être définie puisque nous ne pouvons jamais satisfaire leurs conditions d'assertabilité qui conjoignent des contextes expérimentaux incompatibles lesquels ne permettent pas une mesure simultanée des observables auxquelles réfèrent les énoncés incompatibles.

Par exemple, pour que la signification de la conjonction $(S_z, -\hbar/2)$ & $(S_x, +\hbar/2)$ puisse être saisie par un locuteur, il faudrait que celui-ci ait la capacité de reconnaître le résultat de l'expérimentation qui confirme la vérité de la conjonction quand il se présente. Mais le locuteur ne pourra jamais reconnaître le résultat de cette expérimentation puisque, comme le résultat de cette expérimentation est le fruit de la conjonction de deux contextes expérimentaux incompatibles, il ne peut exister. Autrement dit, les conditions qui nous permettraient d'asserter la conjonction des deux énoncés dépendent de la conjonction des conditions qui nous permettraient d'asserter chacun des énoncés atomiques et, puisque cette dernière ne peut exister, les conditions qui nous permettraient d'asserter la conjonction des énoncés n'existent pas non plus.

Dans ce cas, un locuteur ne peut saisir la signification de la conjonction puisqu'il n'est pas en mesure de connaître les conditions d'assertabilité de la conjonction puisqu'elles n'existent pas. Le locuteur ne peut comprendre la conjonction puisqu'il ne peut reconnaître le fait probant qui la justifierait lorsqu'il se présente puisqu'il n'existe pas. En fait, le locuteur ne peut saisir la signification de la conjonction puisque celle-ci n'a même pas de signification, étant donné que les conditions d'assertabilité auxquelles elle est identifiée n'existent pas. Il en est de même avec la disjonction de ces deux énoncés atomiques. En résumé, comme, d'après le modèle justificationniste de la signification basé sur la théorie sémantique quantique, un locuteur n'est pas en mesure de reconnaître la confirmation d'une conjonction et d'une disjonction d'énoncés quantiques incompatibles lorsqu'elle se présente vu qu'elle n'existe pas, il n'est pas en mesure de saisir la signification de telles conjonctions et disjonctions. Et, il ne peut les saisir parce qu'elles n'ont pas de signification. En effet, étant donné que, dans la théorie justificationniste de la signification, la signification est identifiée aux conditions d'assertabilité et que les conditions d'assertabilité de la conjonction et de la disjonction d'énoncés incompatibles n'existent pas, leur signification n'est pas définie.

D'une part, cette justification de la non-signification de la conjonction et de la disjonction d'énoncés quantiques incompatibles nous permet de rejeter l'hypothèse du treillis orthomodulaire complet comme structure d'ordre de la logique quantique puisque la structure de treillis admet les conjonctions et les disjonctions d'énoncés incompatibles. D'autre part, cette justification soutient la logique quantique booléenne partielle dont la structure d'ordre est un ensemble partiellement ordonné orthomodulaire cohérent et dont la structure algébrique équivalente est une algèbre booléenne partielle transitive. Dans la logique quantique booléenne partielle, les opérations binaires sont définies pour des énoncés compatibles et, par conséquent, sont expliquées par la théorie sémantique quantique et possèdent une signification selon le modèle justificationniste. De plus, la signification des opérations binaires est expérimentale puisque les conditions d'assertabilité sont définies en termes de capacité à reconnaître un résultat d'expérimentation. Bref, le modèle justificationniste de la signification basé sur la théorie sémantique quantique donne une signification expérimentale aux opérateurs binaires de la logique quantique booléenne partielle par l'entremise de l'identification de la signification aux conditions d'assertabilité.

5.9 Conclusion

Le but de ce chapitre est de construire une logique quantique qui soit cohérente avec la théorie sémantique quantique et le modèle justificationniste de la signification tout en s'inscrivant dans l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique. Comme, dans cette approche, une logique est interprétée par une structure algébrique ou par une structure d'ordre, notre but revient à choisir la structure formelle qui puisse satisfaire les contraintes sémantiques imposées par la théorie sémantique quantique et le modèle justificationniste. Ces contraintes sont bien résumées par cette citation de Dummett : "The meaning of a statement determines when we may rightly assert it" (Dummett, 1991d, p. 11). Le principal problème à résoudre pour choisir une structure formelle plutôt qu'une autre est celui de la signification des connecteurs binaires, c'est-à-dire, en termes logiques, des constantes logiques de conjonction et de disjonction ou, en termes algébriques, des opérations binaires de produit logique et de somme logique. Plus particulièrement, le problème crucial est celui de la signification des constantes logiques reliant des énoncés quantiques incompatibles. Pour répondre à la question de Birkhoff et von Neumann, nous devons trouver une signification expérimentale à la conjonction et à la disjonction d'énoncés incompatibles puisque, pour une disjonction et une conjonction d'énoncés compatibles, nous avons une telle signification.

Après une analyse de la littérature portant sur la logique quantique standard dont la structure formelle est un treillis orthomodulaire complet, nous nous sommes aperçus de la faiblesse des arguments qui soutiennent cette structure. En effet, ces arguments sont de nature purement mathématique et aucun d'eux n'est basé sur des considérations expérimentales. Pour ce qui est de la signification de la conjonction et de la disjonction d'énoncés quantiques incompatibles, nous n'en avons trouvé aucune qui soit justifiée par des considérations expérimentales effectives et dont la justification pourrait soutenir l'hypothèse du treillis orthomodulaire.

En nous basant sur la théorie sémantique quantique et le modèle justificationniste de la signification, nous pensons avoir montré clairement que de telles conjonctions et disjonctions n'ont pas de signification en mécanique quantique. L'hypothèse du treillis est à rejeter et la logique quantique standard n'est donc pas appropriée pour être la logique de la classe des énoncés de la mécanique quantique. Nous avons présenté la logique quantique booléenne partielle dont la structure formelle est une algèbre booléenne partielle transitive comme solution de remplacement. Cette logique satisfait les contraintes sémantiques de la théorie sémantique quantique et du modèle justificationniste de la signification. Une des principales caractéristiques de la structure formelle de cette logique est que les opérations binaires ne soient définies que pour des éléments compatibles. On évacue ainsi le problème de la signification expérimentale de la conjonction et de la disjonction d'énoncés incompatibles. De plus, la conjonction et la disjonction d'énoncés compatibles ont une signification expérimentale grâce à l'identification de la signification des énoncés quantiques avec leurs conditions d'assertabilité.

Les constantes logiques de la logique quantique booléenne partielle, en l'occurrence la conjonction, la disjonction et la négation, n'ont pas du tout la même signification que les constantes logiques classiques. Ces dernières n'ont pas de sens dans la logique quantique booléenne partielle. Premièrement, la signification des énoncés ainsi que des constantes logiques est identifiée aux conditions d'assertabilité et non aux conditions de vérité comme c'est le cas pour le modèle vériconditionnel qui fonde la logique classique. De plus, les constantes logiques quantiques de conjonction et de disjonction sont définies de façon partielle, c'est-à-dire pour des énoncés compatibles du langage tandis que les constantes logiques classiques de conjonction et de disjonction s'appliquent à tous les énoncés du langage. Ainsi, la détermination de la signification des constantes logiques de conjonction et de disjonction est essentielle pour le choix de la structure formelle de la logique quantique. Enfin, la théorie sémantique classique est bivalente et explique les constantes logiques par les tables de vérité, ce qui n'est pas le cas en logique quantique booléenne partielle. Nous exposons, au chapitre 6, une assignation de valeurs de vérité non bivalente aux énoncés quantiques atomiques et complexes et verrons que la négation de la logique quantique booléenne partielle est radicalement différente de la négation classique.

La règle syntaxique de Strauss et de Bitbol ainsi que l'argument probabiliste de Suppes sont donc maintenant fondés par une justification sémantique provenant du modèle justificationniste de la signification. Nous pouvons, par conséquent, nous servir de l'analyse de la contextualité expérimentale de Bitbol. Selon cette analyse, le langage de la logique quantique standard est un langage métacontextuel qui a le défaut de conjoindre des contextes expérimentaux incompatibles. Par contre, le langage de la logique quantique booléenne partielle est un langage contextuel qui ne fédère pas "l'ensemble des langages contextuels en un seul langage expérimental à contexte conjoint" (Bitbol, 1996, p. 65). Pour mieux saisir le rapport entre le concept de contextualité développé par Bitbol et la structure formelle de la logique quantique booléenne partielle, nous nous référons, une fois de plus, à la figure 5.8 de la page 183 que, cependant, nous modifions de la façon suivante : dans la construction de l'algèbre booléenne partielle transitive, plutôt que d'avoir seulement deux algèbres de Boole $\mathcal{B}_i$, nous posons n algèbres booléennes $\mathcal{B}_i$ où $i \in$ I et I est un ensemble dont les éléments sont n orientations spatiales par rapport au système de coordonnées défini pour l'appareil de Stern et Gerlach. Dans le cadre de l'algèbre booléenne partielle transitive, les sous-algèbres booléennes $\mathcal{B}_i$ correspondent aux langages contextuels se référant à des contextes expérimentaux mutuellement incompatibles, c'est-à-dire des contextes expérimentaux qui mesurent des observables qui sont mutuellement incompatibles. Ces observables sont les composantes du spin du quanton selon n orientations spatiales différentes.

Nous voulons maintenant démontrer que la logique interne à chacune des sous-algèbres de Boole n'est pas la logique classique quoique leur structure algébrique soit une algèbre de Boole. Pour ce faire, posons que nous préparons un quanton dans un état déterminé de telle sorte que la mesure de probabilité nous permet d'affirmer que, dans une des sous-algèbres booléennes, par exemple $\mathcal{B}_z$, nous ayons un des énoncés vrai et l'autre faux. L'état préparé du quanton ne permet qu'à une seule des n sous-algèbres booléennes d'avoir un de ses énoncés vrai et l'autre faux. On peut, dans ce cas, dire que la logique classique s'applique à l'ensemble des énoncés de cette seule sous-algèbre booléenne. Par contre, les énoncés des $n-1$ autres sous-algèbres booléennes ne sont pas soumis à la bivalence puisque ce sont des énoncés dont la vérité est incertaine. Par conséquent, ce n'est pas la logique classique qui s'applique dans ces $n-1$ sous-algèbres booléennes. Toutefois, comme Strauss en faisait la remarque, la théorie classique des probabilités qui repose sur la structure d'algèbre de Boole s'applique à chacun des îlots, c'est-à-dire à chacune des sous-algèbres booléennes, de l'algèbre booléenne partielle transitive.

Chaque sous-algèbre de Boole correspond à un contexte expérimental qui permet l'actualisation d'un résultat parmi une gamme de résultats possibles auxquels concordent les valeurs du spectre de l'observable mesurée par le contexte expérimental. Cependant, dans les $n-1$ sous-algèbres booléennes dans lesquelles la vérité des énoncés est incertaine, il faut effectuer une expérimentation pour connaître la vérité ou la fausseté de ces énoncés. Par conséquent, nous pouvons soutenir que la propriété d'un quanton identifiée à un énoncé quantique est relative à un contexte expérimental attendu que, non seulement la vérité de l'énoncé est relative au contexte expérimental, mais aussi sa signification.

Nous terminons cette conclusion par un bref retour à des considérations métaphysiques. L'interprétation relationnelle de la mécanique quantique de Rovelli (1996) est celle qui, d'après nous, rend compte le mieux de cette relativité par rapport au contexte expérimental. Quoique cette interprétation a pour but essentiel de résoudre le problème de la mesure, elle est tout à fait cohérente avec une métaphysique antiréaliste à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique. Sans entrer dans le détail de l'interprétation relationnelle, nous pouvons néanmoins dire que l'une des idées sur lesquelles repose cette interprétation est que la confusion qui existe en mécanique quantique est causée par un concept et que, selon Rovelli, "this concept is the concept of observer-independent state of a system, or, equivalently, the concept of observer-independent values of physical quantities" (Rovelli, 1996, p. 1639).

La métaphysique réaliste de la mécanique quantique est fondée sur ce concept qui revient à postuler l'existence d'une réalité indépendante de notre connaissance et qui est préstructurée d'objets possédant des propriétés intrinsèques. En nous basant sur l'interprétation relationnelle, soutenir l'existence d'une réalité quantique indépendante serait donc la cause des confusions existantes dans le domaine de la mécanique quantique. Nous pouvons par conséquent affirmer que, sur le plan métaphysique, l'interprétation relationnelle est antiréaliste. De plus, en faisant l'hypothèse que la mécanique quantique donne une description complète du monde, Rovelli affirme que "there is no "objective," or more precisely "observer-independent," meaning to the ascription of a property to a system" (Rovelli, 1996, p. 1669). Le concept de signification de l'interprétation relationnelle est cohérent avec celui du modèle justificationniste étant donné que, pour ce dernier, la signification d'un énoncé qui attribue une propriété à un système quantique est identifiée à tout ce qu'un locuteur peut trouver pour l'asserter. Par conséquent, nous pouvons attribuer une métaphysique antiréaliste à l'interprétation relationnelle de la mécanique quantique.

La logique quantique booléenne partielle, n'étant pas classique, fonde la métaphysique antiréaliste à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique. Elle rend compte aussi de la contextualité expérimentale dans laquelle les événements quantiques ne surviennent pas d'eux-mêmes, mais sont relatifs à un contexte expérimental. Cette contextualité est en accord avec une métaphysique antiréaliste qui nie l'existence d'une réalité préstructurée d'entités théoriques ayant des propriétés intrinsèques et qui serait indépendante de notre connaissance. De plus, la logique quantique booléenne partielle peut, par les caractéristiques sémantiques et métaphysiques que nous attribuons à son langage, soutenir une interprétation de la mécanique quantique telle que l'interprétation relationnelle. Enfin, la logique quantique booléenne partielle nous ramène à l'action humaine en interaction avec le monde quantique d'où émerge la connaissance, par l'intermédiaire des contextes expérimentaux.

Dans le prochain chapitre, nous traiterons de l'assignation de valeurs de vérité aux énoncés quantiques. Nous justifierons une assignation probabilitaire qui identifie la valeur de vérité d'un énoncé quantique avec la probabilité que la théorie quantique lui attribue. Ainsi, avec cette assignation de valeurs de vérité aux énoncés quantiques, nous compléterons la théorie sémantique quantique.

CHAPITRE VI

ASSIGNATION PROBABILITAIRE DE VALEURS DE VÉRITÉ DANS LA LOGIQUE QUANTIQUE BOOLÉENNE PARTIELLE

Dans le sixième chapitre, nous voulons déterminer ce qu'est une assignation de valeurs de vérité pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. Puisque la logique quantique booléenne partielle, que nous avons justifiée dans le chapitre 5 comme étant la logique la plus adéquate pour le langage de la mécanique quantique, n'est pas bivalente, nous devons caractériser de façon précise cette non-bivalence. Par exemple, devons-nous faire comme les intuitionnistes en mathématiques et ne pas assigner de valeurs de vérité aux énoncés dont la vérité n'est pas justifiée par un fait probant, en l'occurrence, une démonstration? Ou encore, devons-nous introduire la trivalence comme l'ont fait, entre autres, Reichenbach (1944) et Destouches-Février (1951)? Ce chapitre débute avec une exposition de l'assignation de valeurs de vérité en logique classique des énoncés en présentant les concepts d'homomorphisme, de filtre et d'idéal. La section suivante est une étude critique des assignations bivalentes, trivalentes et polyvalentes pour la logique quantique booléenne partielle. Dans la dernière section, nous proposons une assignation de valeurs de vérité probabilitaire aux énoncés quantiques et justifions ce choix.

En proposant cette assignation de valeurs de vérité à tous les énoncés quantiques, nous complétons ainsi la théorie sémantique quantique que nous avions commencé à développer à la section 5.1. Dans cette section, d'une part, nous avions caractérisé le concept d'interprétation en spécifiant quelle valeur sémantique est assignée aux diverses expressions du langage quantique et comment elle est déterminée sauf pour les énoncés. D'autre part, nous y avions aussi spécifié ce que cela signifie pour un énoncé quantique d'être vrai quand il est vrai. En identifiant la valeur de vérité d'un énoncé à sa valeur sémantique, nous terminons la caractérisation de la notion d'interprétation, entendue comme assignation de valeurs sémantiques aux expressions d'un langage et, par le fait même, achevons la constitution de la théorie sémantique quantique (Hinzen, 1997, p. 16). Dans la théorie sémantique classique, la valeur sémantique d'un énoncé est sa valeur de vérité qui est soit *vrai*, soit *faux*. Dans la théorie sémantique quantique, nous affirmons également que la valeur sémantique d'un énoncé quantique est sa valeur de vérité, mais, comme cette théorie sémantique n'est pas bivalente, nous définirons l'ensemble des valeurs de vérité qui peuvent être assignées à un énoncé quantique. Le but de ce chapitre revient donc à compléter la théorie sémantique quantique en spécifiant cet ensemble de valeurs de vérité et comment celles-ci sont assignées aux énoncés quantiques.

Dans la littérature, ce que nous appelons *assignation de valeurs de vérité* a de multiples vocables. Le plus fréquent est celui d'*interprétation* (Hunter, 1971, p. 57; Priest, 2001, p. 118) que nous avons défini à la sous-section 5.1.3. Sont aussi employés les termes *realization* (Redhead, 1987, p. 155), *valuation* (Dalla Chiara et Giuntini, 2008, p. 12; Hughes, 1985, p. 414), *truth-valuation* (Stoll, 1963, p. 283), *truth-assignment* (Hughes, 1989, p. 202) et *truth-value assignment* (Nilsson, 1986, p. 73). Comme nous avons employé le mot *interprétation* dans plusieurs sens, nous préférons utiliser l'expression *assignation de valeurs de vérité*. En effet, nous avons défini le terme *interprétation*, entendu au sens large, et qui s'apparente au premier niveau d'interprétation d'une théorie physique comme étant une attribution de signification aux termes et aux énoncés d'un langage; une seconde définition correspond au deuxième niveau d'interprétation d'une théorie physique et porte sur la signification de celle-ci; une troisième définition est l'interprétation, selon Hughes, d'un langage ou d'un ensemble par une structure formelle; une quatrième définition est synonyme d'une assignation de valeurs de vérité à tous les énoncés d'un langage; et, finalement, la dernière est synonyme d'une assignation d'une valeur sémantique à chacun des énoncés d'un langage.

6.1 Assignation de valeurs de vérité en logique classique

Dans cette section, nous présentons de façon algébrique l'assignation de valeurs de vérité aux énoncés d'un langage régi par la logique classique. Comme ce langage classique est interprété, au sens de Hughes, par une algèbre booléenne, nous pouvons nous référer aux éléments de cette structure formelle plutôt qu'aux énoncés pour exposer l'assignation de valeurs de vérité.

6.1.1 La notion d'homomorphisme

Selon Priest (2001, p. 117-118), la logique classique des énoncés peut être représentée par la structure suivante : $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ où $\mathcal{V}$ est l'ensemble des valeurs de vérité, $\mathcal{D}$ est l'ensemble des valeurs désignées lesquelles sont préservées dans les inférences valides et $\mathcal{C}$ est l'ensemble des constantes logiques. À chacune des constantes logiques correspond une fonction de vérité. Comme nous l'avons vu à la section 5.4, une fonction de vérité est une fonction dont les arguments ainsi que les valeurs sont des valeurs de vérité. En logique classique, $\mathcal{V} = \{1, 0\}$ où 1 représente la valeur de vérité *vrai* et 0 la valeur de vérité *faux*, $\mathcal{D} = \{1\}$ et $\mathcal{C} = \{\&, \vee, \sim\}$. Nous avons omis l'implication puisque $\{\&, \vee, \sim\}$ est un ensemble adéquat pour exprimer n'importe quelle fonction de vérité. Rappelons que la structure formelle de la logique classique est une algèbre de Boole que nous dénotons par $\mathcal{B}$. Puisque nous voulons faire abstraction de l'application $f: \Sigma_C \to B$ et parler indifféremment des énoncés de l'ensemble Σ_C et des éléments de l'ensemble B, nous ramenons tout en termes de la structure formelle et définissons l'ensemble $\mathcal{C}$ par l'ensemble des opérations algébriques $\{\wedge, \vee, ^{\perp}\}$. Ces opérations algébriques qui correspondent aux constantes logiques agissent également comme des fonctions de vérité et nous dirons que ce sont des opérations logiques. L'opération logique binaire $\wedge$ est nommée *produit logique* (*meet*) et l'opération logique binaire $\vee$ est nommée *somme logique* (*join*).

Les opérations logiques sont vérifonctionnelles, car elles peuvent être complètement définies par des tables de vérité (Hunter, 1971, p. 49-50). La logique classique est vérifonctionnelle puisque les "valeurs de vérité d'une proposition moléculaire sont déterminées par le rapport qu'entretiennent entre elles, à travers une (ou des) opérations(s) logique(s), les valeurs de vérité des propositions atomiques qui la composent." (Robert, 1978, p. 78). Autrement dit, la logique classique est vérifonctionnelle étant donné que la valeur de vérité d'un énoncé complexe est déterminée par la valeur de vérité des énoncés qui le composent en appliquant les tables de vérité des opérations logiques comme procédure de décision.

De façon générale, une assignation de valeurs de vérité est une application η de l'ensemble B dans l'ensemble $\mathcal{V}$ (Priest, 2001, p. 118). En logique classique, comme $\mathcal{V} = \{1, 0\}$, alors une assignation de valeurs de vérité est une application η telle que $\eta : B \to \{1, 0\}$. Il s'avère que η est un homomorphisme étant donné que η est une application de B dans $\{1, 0\}$ de telle sorte que, pour tout a et b de B,

(6.1) $$\eta(a \wedge b) = \eta(a) \wedge \eta(b);$$

(6.2) $$\eta(a \vee b) = \eta(a) \vee \eta(b);$$

(6.3) $$\eta(a^{\perp}) = [\eta(a)]^{\perp}.$$

Vu que l'ensemble $\{1, 0\}$ possède lui aussi une structure d'algèbre booléenne dénotée par $\mathcal{B}_2$, alors η est un homomorphisme booléen, puisqu'il s'applique d'une algèbre de Boole vers une autre algèbre de Boole, c'est-à-dire de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}_2$. Un homomorphisme est une application qui préserve non seulement la structure algébrique, mais aussi la structure d'ordre de telle sorte que si $a \leq b$, alors $\eta(a) \leq \eta(b)$ (Halmos et Givant, 1998, p. 60-62). Évidemment, $\eta(1) = 1$ et $\eta(0) = 0$.

Pour illustrer l'assignation de valeurs de vérité par un homomorphisme de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}_2$, nous revenons de nouveau à l'algèbre des propriétés d'un système physique composé de deux pièces de monnaie. Rappelons que nous avions déjà stipulé que p signifie “la première pièce est du côté *face*”, que q signifie “la seconde pièce est du côté *face*”, que $\sim p$ signifie “la première pièce est du côté *pile*” et que $\sim q$ signifie “la seconde pièce est du côté *pile*”. En nous référant à la figure 5. 7 de la page 173, nous avons vu que les quatre atomes du diagramme de Hasse correspondent aux quatre énoncés suivants : p & q, p &$\sim q$, $\sim p$ &$\sim q$ et $\sim p$ & q ainsi qu'aux quatre états que peut prendre le système physique. Chacun des éléments de l'ensemble B_{16} de $\mathcal{B}_{16}$ correspond à un énoncé.

Chaque homomorphisme de $\mathcal{B}_{16}$ vers $\mathcal{B}_2$ est une des assignations de valeurs de vérité possibles aux éléments de B_{16} (de façon équivalente, aux seize énoncés du langage). Dans le cas de $\mathcal{B}_{16}$, il n'existe que quatre homomorphismes qui correspondent aux quatre assignations de valeurs de vérité possibles. Chacun de ces quatre homomorphismes correspond à un des quatre atomes de $\mathcal{B}_{16}$, c'est-à-dire à un des noeuds placés immédiatement au-dessus de l'élément 0. En

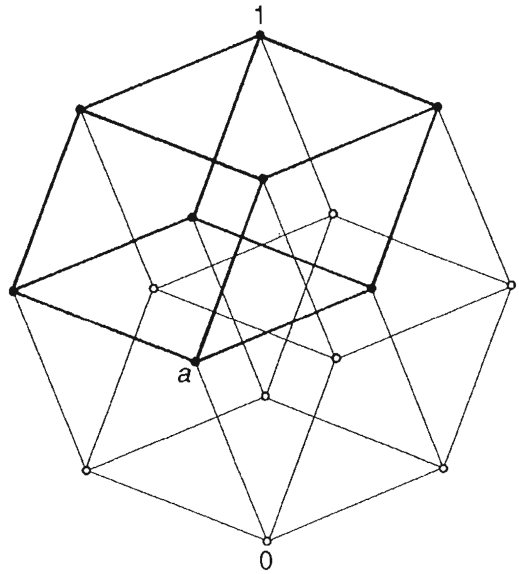

Figure 6.1 Homomorphisme correspondant à une des assignations de valeurs de vérité dans $\mathcal{B}_{16}$.
Source : (Hughes, 1989, p. 184)

effet, seulement un des atomes peut avoir la valeur 1 puisque le système ne peut être que dans un seul état à la fois. Par conséquent, chaque homomorphisme ne donne la valeur 1 qu'à un seul des atomes ainsi qu'à tous les noeuds placés au-dessus de cet atome. Par exemple, la figure 6.1 nous montre le résultat d'un des quatre homomorphismes : la valeur 1 est assignée à l'atome *a* ainsi qu'à tous les autres éléments qui sont au-dessus de *a* lesquels correspondent aux noeuds qui sont reliés par des segments en gras. La valeur 0 est assignée à tous les autres éléments de B_{16}. L'ensemble de tous les éléments auxquels la valeur 0 est assignée est le *noyau* (*kernel*) de l'homomorphisme (Stoll, 1963, p. 265). Le noyau d'un homomorphisme peut être défini de la façon suivante : $\mathcal{J} = \ker \eta = \eta^{-1}(\{0\})$ où η^{-1} est l'application inverse de η ou bien, de façon équivalente, $\mathcal{J} = \{a \mid \eta(a) = 0\}$ (Halmos et Givant, 1998, p. 66-67).

6.1.2 Les notions de filtre et d'idéal

Une assignation de valeurs de vérité peut aussi être décrite algébriquement en termes de filtre et d'idéal. Pour la présentation des notions de filtre et d'idéal ainsi que de leur rapport avec les assignations de valeurs de vérité, nous nous référons à Halmos et Givant (1998, p. 66-

78), Hughes (1985), Hughes (1989, p. 185-186) et Stoll (1963, p. 264-284). Rappelons que, pour a et $b \in B$, un élément a est un atome de $\mathcal{B}$ si $a \neq 0$ et si $b \leq a$, alors $b = 0$ ou $b = a$. Comme introduction aux notions d'idéal et de filtre, nous pouvons dire qu'un idéal maximal $\mathcal{J}$ (un ultraidéal, selon Hugues) correspond au noyau d'un homomorphisme booléen et un filtre maximal $\mathcal{F}$ (un ultrafiltre, selon Hughes) est un ensemble d'éléments de B contenant un seul atome a et tous les éléments b tel que $a \leq b$. Autrement dit, un filtre maximal est l'ensemble comprenant un atome et tous les éléments correspondant aux noeuds placés au-dessus de cet atome.

Un filtre booléen dans une algèbre booléenne $\mathcal{B}$ est un sous-ensemble $\mathcal{F}$ de B tel que, pour tout a et $b \in B$,

(6.4) $$1 \in \mathcal{F};$$

(6.5) $$\text{si } a \in \mathcal{F} \text{ et } b \in \mathcal{F}, \text{ alors } a \wedge b \in \mathcal{F};$$

(6.6) $$\text{si } a \in \mathcal{F} \text{ et } b \in \mathcal{B}, \text{ alors } a \vee b \in \mathcal{F}.$$

La condition (6.6) peut être remplacée par : si $a \in \mathcal{F}$ et $a \leq b$, alors $b \in \mathcal{F}$. Si $a \in B$, le *filtre principal* généré par a est l'ensemble $\{b \in B | \, a \leq b\}$. Un filtre de $\mathcal{B}$ qui est différent de B est appelé un *filtre propre*. Un *filtre maximal* est un filtre propre qui ne peut être inclus dans aucun autre filtre propre.

Dans un filtre, $a^{\perp} \in \mathcal{F}$ si et seulement si $a \notin \mathcal{F}$ et l'élément a fait partie d'un ensemble qui est le dual de $\mathcal{F}$ et que l'on nomme un *idéal* $\mathcal{J}$. Filtres et idéaux apparaissent en paires duales : si $\mathcal{J}$ est un idéal de $\mathcal{B}$, alors l'ensemble $\{a \in B \mid a^{\perp} \in \mathcal{J}\}$ est un filtre; si $\mathcal{F}$ est un filtre de $\mathcal{B}$, alors l'ensemble $\{a \in B \mid a^{\perp} \in \mathcal{F}\}$ est un idéal. Un idéal booléen dans une algèbre booléenne $\mathcal{B}$ est un sous-ensemble $\mathcal{J}$ de B tel que, pour tout a et $b \in B$,

(6.7) $$0 \in \mathcal{J};$$

(6.8) $$\text{si } a \in \mathcal{J} \text{ et } b \in \mathcal{J}, \text{ alors } a \vee b \in \mathcal{J};$$

(6.9) $$\text{si } a \in \mathcal{J} \text{ et } b \in \mathcal{B}, \text{ alors } a \wedge b \in \mathcal{J}.$$

La condition (6.9) peut être remplacée par : si $a \in \mathcal{J}$ et $b \leq a$, alors $b \in \mathcal{J}$. Si $a \in B$, l'*idéal principal* généré par a est l'ensemble $\{b \in B | \; b \leq a \}$. Un idéal de $\mathcal{B}$ qui est différent de B est appelé un *idéal propre*. Un *idéal maximal* est un idéal propre qui ne peut être inclus dans aucun autre idéal propre. Un idéal maximal est donc le dual d'un filtre maximal.

Il y a une correspondance biunivoque entre l'ensemble des assignations de valeurs de vérité et l'ensemble des homomorphismes de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}_2$. Il y a également une correspondance biunivoque entre l'ensemble des filtres maximaux (ou des idéaux maximaux) d'une algèbre de Boole et l'ensemble des homomorphismes de cette algèbre de Boole vers $\mathcal{B}_2$. Par conséquent, il y a une correspondance biunivoque entre l'ensemble des assignations de valeurs de vérité et l'ensemble des filtres maximaux (ou des idéaux maximaux) d'une algèbre de Boole. Il existe évidemment une relation biunivoque entre l'ensemble des idéaux maximaux et l'ensemble des filtres maximaux puisque les éléments de ces deux ensembles se présentent en paires duales. Si $\mathcal{J}$ est un idéal maximal de $\mathcal{B}$, alors le dual de $\mathcal{J}$ est un filtre maximal $\mathcal{F}$ et l'application η suivante définit un homomorphisme de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}_2$: pour tout a de B, $\eta(a) = 0$ si $a \in \mathcal{J}$ et $\eta(a) = 1$ si $a \notin \mathcal{J}$. De façon similaire, si $\mathcal{F}$ est un filtre maximal de $\mathcal{B}$, alors le dual de $\mathcal{F}$ est un idéal maximal $\mathcal{J}$ et l'application η suivante définit un homomorphisme de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}_2$: pour tout a de B, $\eta(a) = 0$ si $a \notin \mathcal{F}$ et $\eta(a) = 1$ si $a \in \mathcal{F}$. D'un autre côté, si η est un homomorphisme de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}_2$, alors l'ensemble $\mathcal{F} = \{a \in \mathrm{B} \mid \eta(a) = 1\}$ est un filtre maximal et l'ensemble $\mathcal{J} = \{a \in \mathrm{B} \mid \eta(a) = 0\}$ est un idéal maximal, le dual de $\mathcal{F}$. Pour une assignation de valeurs de vérité donnée, les éléments du filtre maximal correspondent aux énoncés qui sont vrais tandis que les éléments de l'idéal maximal correspondent aux énoncés qui sont faux.

En nous référant au diagramme de Hasse de la figure 6.1, tout ce qui est en gras, c'est-à-dire l'atome a et tous les éléments qui sont au-dessus de lui, forme un des filtres maximaux de $\mathcal{B}_{16}$ et le reste forme l'idéal maximal qui lui est dual. En résumé, chacune des assignations de valeurs de vérité aux éléments de $\mathcal{B}$ coïncide avec un et un seul des homomorphismes de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{B}_2$. De plus, l'existence des assignations de valeurs de vérité à une logique classique est assurée par l'existence des filtres maximaux (ou des idéaux maximaux) et réciproquement (Stoll, 1963, p. 284). La vérifonctionnalité de la logique classique des énoncés est due au fait qu'une assignation de valeurs de vérité est un homomorphisme booléen vers $\mathcal{B}_2$, car ce dernier est une application qui préserve les opérations de la structure algébrique. Cet homomorphisme appliqué à un énoncé complexe donne comme résultat la valeur de vérité déduite de son application à chacun des énoncés constituants dont les résultats sont ensuite traités par la table de vérité de l'opération logique de l'énoncé complexe : par exemple, $\eta(a \vee b) = \eta(a) \vee \eta(b)$. De plus, les tables de vérité des opérations logiques binaires peuvent être construites à partir des conditions (6.5), (6.6), (6.8) et (6.9) et ceci permet de voir pourquoi ces opérations logiques sont des fonctions de vérité.

6.2 Critique des assignations bivalentes et polyvalentes

Dans cette section, nous critiquons les assignations de valeurs de vérité bivalentes et polyvalentes aux énoncés quantiques. Parmi les assignations polyvalentes, un regard critique est porté plus particulièrement sur la trivalence. Dans la prochaine section, nous exposerons l'assignation de valeurs de vérité aux énoncés de la mécanique quantique que nous privilégions et justifierons ce choix. Une algèbre booléenne partielle transitive est la structure formelle de la logique quantique booléenne partielle et cette structure interprète, au sens de Hughes, les trois ensembles suivants : l'ensemble $\Pi(\mathcal{H})$ des projecteurs sur un espace de Hilbert, l'ensemble $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ des sous-espaces de l'espace de Hilbert et l'ensemble Σ_Q des énoncés du langage de la mécanique quantique. Puisque ces trois ensembles ont la même structure formelle et qu'il existe une bijection mutuelle entre ces ensembles, ils sont mutuellement isomorphes. Pour simplifier, nous assignons une valeur de vérité aux éléments de l'ensemble de la structure formelle plutôt qu'aux éléments de ces trois ensembles de telle sorte que nous assignons les valeurs 1 et 0 aux éléments qui correspondent aux énoncés qui ont respectivement les valeurs de vérité *vrai* et *faux*.

Nous pourrions assigner une valeur de vérité de façon équivalente soit aux énoncés du langage, soit aux projecteurs ou bien aux sous-espaces sans que notre argumentation soit différente. Cependant, en faisant ainsi abstraction de l'application des trois ensembles dans B, nous gagnons en simplicité et en généralité puisque ce qui est affirmé pour l'ensemble B de la structure formelle peut l'être également pour les ensembles $\Pi(\mathcal{H})$, $\mathcal{S}(\mathcal{H})$ et Σ_Q. En fait, un énoncé (A, Δ) de Σ_Q qui porte sur l'observable $\mathcal{A}$, est vrai quand le résultat d'une expérimentation concorde avec l'énoncé ou quand la probabilité $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ attribuée à l'énoncé, étant donné l'état préparé $|\psi\rangle$ du système quantique, est égale à l'unité. L'énoncé (A, Δ) est également vrai quand $|\psi\rangle \in \mathbf{L}^A(\Delta)$ où $\mathbf{L}^A(\Delta)$ est le sous-espace correspondant à l'énoncé (A, Δ); l'énoncé (A, Δ) est vrai aussi lorsque la probabilité associée à la valeur propre 1 de l'opérateur $\mathbf{P}^A(\Delta)$ est égale à l'unité où $\mathbf{P}^A(\Delta)$ est l'opérateur qui projette sur le sous-espace $\mathbf{L}^A(\Delta)$. Dans la structure formelle, nous dirons que la valeur de vérité assignée à l'élément correspondant à l'énoncé (A, Δ) est 1 ou 0 quand cet énoncé est respectivement vrai ou faux.

Par ailleurs, même si l'ensemble Σ_Q comprend des énoncés atomiques incompatibles, il n'existe pas, dans Σ_Q, de conjonction ni de disjonction entre des énoncés incompatibles puisque le langage quantique est déterminé par les contraintes sémantiques imposées par la structure formelle laquelle rend compte de la théorie sémantique quantique et du modèle justificationniste de la signification. Il en est de même avec les deux autres ensembles, respectivement à leurs propres connecteurs binaires. Dans l'ensemble de la structure formelle, ceci se traduit par le fait que les opérations binaires $\wedge$ et $\vee$ ne s'appliquent pas à des éléments incompatibles.

Dans la présentation de notre critique ainsi que de la justification de l'assignation de valeurs de vérité que nous privilégions, nous allons de nouveau nous servir de l'espace de Hilbert des états de spin d'un quanton de spin ½. Nous revenons également au diagramme de Hasse dans lequel l'algèbre booléenne partielle transitive est constituée de deux sous-algèbres booléennes qui représentent des langages contextuels incompatibles référant à des contextes expérimentaux différents. Chacun de ces contextes expérimentaux est constitué d'un appareil de Stern et Gerlach qui mesure une composante du spin du système quantique de spin ½. Nous choisissons les orientations x et z pour la mesure des deux appareils. Nous dénotons par B_x et B_z les deux sous-algèbres booléennes qui réfèrent aux appareils de Stern et Gerlach dont les mesures sont respectivement la composante du spin selon l'orientation x et la composante du spin selon l'orientation z. La situation est représentée par le diagramme de Hasse de la figure 6.2 de la page suivante.

Posons que l'état préparé du quanton de spin ½ soit le vecteur $|-\rangle_x$. Dans ce cas, puisque la probabilité attribuée à l'énoncé $(S_x, -\hbar/2)$, étant donné l'état préparé du quanton, est égale à l'unité, l'énoncé $(S_x, -\hbar/2)$ est vrai et puisque la probabilité attribuée à l'énoncé $(S_x, +\hbar/2)$, étant

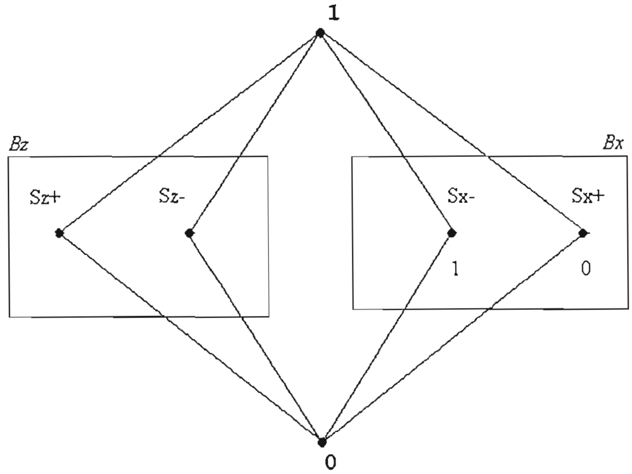

Figure 6.2 Sous-algèbres booléennes B_x et B_z qui réfèrent à des contextes expérimentaux incompatibles dont chacun est constitué d'un appareil de Stern et Gerlach pouvant interagir avec un quanton de spin ½.

donné l'état préparé du quanton, est égale à zéro, l'énoncé (S_x, $+\hbar/2$) est faux. Dans ce cas, la probabilité attribuée aux énoncés (S_z, $-\hbar/2$) et (S_z, $+\hbar/2$) dont la vérité est incertaine est égale à ½ pour les deux énoncés. En identifiant les énoncés (S_x, $-\hbar/2$) et (S_x, $+\hbar/2$) aux éléments S_{x-} et S_{x+} de B_x et les énoncés (S_z, $-\hbar/2$) et (S_z, $+\hbar/2$) aux éléments S_{z-} et S_{z+} de B_z, nous pouvons affirmer que la valeur de vérité 1 est assignée à S_{x-} tandis que la valeur de vérité 0 est assignée à S_{x+}. Toute cette section et la prochaine reviennent, en fin de compte, à déterminer quelle valeur de vérité on doit assigner aux deux éléments S_{z-} et S_{z+} et à expliquer la valeur de vérité de $S_{z-} \wedge S_{z+}$ et $S_{z-} \vee S_{z+}$.

6.2.1 Les assignations bivalentes de valeurs de vérité

Bien que nous ayons montré que la bivalence est inacceptable pour la classe des énoncés de la mécanique quantique et, par conséquent, pour la logique quantique booléenne partielle, nous allons tout de même exposer une assignation bivalente de valeurs de vérité qui se sert d'une extension de la notion de filtre maximal pour un treillis orthomodulaire, extension que nous pouvons sans peine appliquer à la structure d'algèbre booléenne partielle transitive (Hughes, 1985). Ce faisant, nous caractérisons avec plus de précision la constante logique de négation qui, d'après nous, correspond à l'orthocomplémentation sur le plan algébrique. Nous allons voir qu'il y a deux formes de bivalence dont chacune est caractérisée par un type différent de négation.

La logique quantique telle que conçue par Birkhoff et von Neumann est bivalente (Pykacz, 2000, p. 1503; van Fraassen, 1975, p. 594). La raison principale de cette bivalence est que von Neumann (1983, p. 249) associe les propriétés d'un système quantique à des projecteurs dont les valeurs propres sont soit 0, soit 1. La grande majorité des chercheurs qui adoptent la logique quantique standard dont la structure est le treillis orthomodulaire complet, soutient la bivalence en associant les propriétés à des questions ou à des tests expérimentaux dont les résultats sont soit *oui*, soit *non* (Jauch, 1968; Hughes, 1989, p. 201-207; Mackey, 2004; Moore, 1999; Piron, 1976). Entre autres choses, la logique quantique opérationnelle est concernée par, selon Coecke, Moore et Wilce, "the fact that the structure of the 2-valued observables in orthodox quantum mechanics may usually be regarded as a non-classical propositional logic" (Coecke, Moore et Wilce, 2001, p. 2). Ces observables à deux valeurs sont évidemment des projecteurs.

Chacune des formes de bivalence peut être caractérisée par la définition de la fausseté d'un énoncé et, par conséquent, par le type de négation. Nous avons vu qu'un énoncé portant sur une propriété d'un quanton est vrai si la probabilité que l'algorithme probabiliste lui attribue est égale à l'unité, étant donné l'état préparé du quanton. Une des deux formes que peut prendre la bivalence est déterminée par l'identification du faux au non-vrai. De cette façon, tout énoncé quantique, dont la probabilité qui lui est attribuée par la théorie, étant donné l'état préparé du quanton, est différente de l'unité, est non vrai et, par conséquent, faux. Cette négation est appelée *négation d'exclusion* (*exclusion negation*) (van Fraassen, 1975, p. 582). Dans le cas de la négation d'exclusion, un énoncé quantique peut être faux et cependant avoir la possibilité d'être vrai à la suite d'une mesure de l'observable sur laquelle l'énoncé porte.

L'autre type de négation est la *négation de choix* (*choice negation*) (van Fraassen, 1975, p. 582), selon laquelle un énoncé est faux lorsque la probabilité qui lui est attribuée, étant donné l'état préparé du quanton, est égale à zéro. Dans ce cas, un énoncé quantique faux ne peut avoir de possibilité de devenir vrai à la suite d'une mesure de l'observable sur laquelle l'énoncé porte.

L'orthocomplémentation correspond à la négation de choix. Un énoncé est faux lorsque le sous-espace qui lui correspond est orthogonal au sous-espace qui correspond à l'énoncé vrai. Un énoncé est faux quand sa négation est vraie. Dans une algèbre booléenne, les éléments auxquels est assignée la valeur 0 lorsque la valeur 1 est assignée à un élément a sont l'élément $a^\perp$ ainsi que tous les éléments qui sont orthogonaux à a. Notons que, si les n éléments b_i où $i = 1$ à n, sont les éléments orthogonaux à a, alors $a^\perp = \vee_i\, b_i$ où $\vee_i\, b_i = (b_1 \vee b_2 \ldots \vee b_n)$. Si a est faux, alors un des b_i est vrai. En fait, c'est la bivalence caractérisée par la négation de choix que nous avons trouvée inacceptable à la sous-section 4.2.1. Il nous faut maintenant montrer l'inacceptabilité de la bivalence caractérisée par la négation d'exclusion que nous nommons *bivalence exclusive*.

Une manière d'assigner de façon bivalente les valeurs de vérité est de généraliser les notions de filtres et d'idéaux à des structures formelles autres que l'algèbre de Boole ce qui revient à appliquer la négation d'exclusion. Pour notre présentation de cette généralisation, nous nous référons exclusivement à Hughes (1985) et Hughes (1989, p. 201-207). Notre présentation vaut autant pour le treillis orthomodulaire complet que pour l'algèbre booléenne partielle transitive et nous dénotons la structure formelle qui peut être l'une ou l'autre des deux par le symbole $\mathcal{T}$. On définit un filtre maximal $\mathcal{U}$ (ou ultrafiltre $\mathcal{U}$, selon Hughes) dans $\mathcal{T}$ s'il existe un atome a tel que $\mathcal{U} = \{b|\ a \leq b\}$. En d'autres mots, $\mathcal{U}$ est le filtre maximal généré par l'atome a. On peut se servir de chacun des filtres maximaux $\mathcal{U}$ pour définir une assignation u de valeurs de vérité aux énoncés quantiques de telle sorte que, pour tout $a \in \mathcal{T}$, nous disons que "*a holds* under the assignment *u* if and only if *a* is in the ultrafilter $\mathcal{U}$." (Hughes, 1989, p. 205).

La fonction $u : \mathcal{T} \rightarrow \{0, 1\}$ est la fonction caractéristique de $\mathcal{U}$ de sorte que $u(a) = 1$ si $a \in \mathcal{U}$ et $u(a) = 0$ si $a \notin \mathcal{U}$. Par conséquent, à tous les éléments contenus dans le filtre maximal $\mathcal{U}$ est assignée la valeur 1 et à tous ceux qui sont à l'extérieur du filtre maximal $\mathcal{U}$ est assignée la valeur 0. Ceci revient donc à choisir la négation d'exclusion comme type de négation pour la structure $\mathcal{T}$. Un point important et fondamental est que les assignations bivalentes exclusives de valeurs de vérité caractérisées par les filtres maximaux dans $\mathcal{T}$ ne génèrent pas une logique vérifonctionnelle. La raison en est que la fonction caractéristique u n'est pas un homomorphisme de $\mathcal{T}$ vers $\mathcal{B}_2$, étant donné que la valeur de vérité des énoncés complexes n'est pas uniquement déterminée par la valeur de vérité des énoncés atomiques qui les composent.

En nous référant à la figure 6.2 de la page 222 et en lui appliquant la situation décrite ci-dessus, nous pouvons illustrer cette bivalence exclusive et le fait que u ne soit pas un homomorphisme vers $\mathcal{B}_2$. Étant donné l'état préparé du quanton, nous avons que les éléments S_{x-} et S_{x+} de B_x ont respectivement les valeurs 1 et 0. Le filtre maximal $\mathcal{U}$ est l'ensemble $\{S_{x-}, 1\}$. Puisque les éléments S_{z-} et S_{z+} de B_z sont à l'extérieur de $\mathcal{U}$, la valeur 0 leur est assignée. Nous voyons bien que le type de négation est la négation d'exclusion étant donné que les énoncés (S_z, $-\hbar/2$) et (S_z, $+\hbar/2$) qui correspondent respectivement aux éléments S_{z-} et S_{z+} sont faux vu qu'ils sont non vrais.

Nous pouvons vérifier cette non-vérifonctionnalité due à la fonction caractéristique u. D'une part, nous avons que $u(S_{x-}) = 1$, $u(S_{x+}) = 0$ et $u(S_{x-} \vee S_{x+}) = 1$. Dans ce cas, $u(S_{x-} \vee S_{x+}) = u(S_{x-}) \vee u(S_{x+}) = 1 \vee 0 = 1$, ce qui est conforme à la vérifonctionnalité de $\vee$. D'autre part, nous avons que $u(S_{z-}) = 0$, $u(S_{z+}) = 0$ et $u(S_{z-} \vee S_{z+}) = 1$. Dans ce cas, $u(S_{z-} \vee S_{z+}) = 1$ et $u(S_{z-}) \vee u(S_{z+}) = 0 \vee 0 = 0$, ce qui n'est pas conforme à la vérifonctionnalité de $\vee$. La fonction caractéristique u assigne la valeur 1 à l'élément complexe ($S_{z-} \vee S_{z+}$) même si u assigne la valeur 0 aux éléments atomiques S_{z-} et S_{z+} qui le composent. Autrement dit, $u(S_{z-} \vee S_{z+}) \neq u(S_{z-}) \vee u(S_{z+})$ et, par conséquent, u n'est pas un homomorphisme vers $\mathcal{B}_2$. Dans le cas d'une acceptation de la bivalence caractérisée par la négation d'exclusion, nous voyons qu'algébriquement, le fait que la non-vérifonctionnalité d'une logique quantique, dont la structure est soit un treillis orthomodulaire complet, soit une algèbre booléenne partielle transitive, provient de l'absence d'homomorphismes de la structure formelle vers $\mathcal{B}_2$.

Puisque nous avons exposé les structures formelles qui sous-tendent les logiques, nous pouvons revenir sur un point que nous avons abordé très brièvement à la section 4.2.1 et qui soutient l'inadmissibilité de la bivalence caractérisée par la négation de choix pour la classe des énoncés de la mécanique quantique et l'impossibilité d'un homomorphisme vers $\mathcal{B}_2$. Le théorème de Kochen et Specker (1975c) affirme que, pour un espace de Hilbert dont la dimension est plus grande que 2, il n'existe pas d'homomorphisme de la structure de treillis orthomodulaire ou d'algèbre booléenne partielle vers $\mathcal{B}_2$ (Rédei, 1998, p. 52-53). En parlant de l'importance du théorème de Kochen et Specker pour la logique quantique, en général, et la logique quantique booléenne partielle, en particulier, Hughes écrit ceci : “we should not expect to produce a bivalent truth-functionnal semantics for such a logic." (Hughes, 1985, p. 421). Ceci supporte notre analyse de la bivalence des énoncés quantiques dont le résultat est son inacceptabilité; cependant, cette bivalence est celle qui est fondée sur la négation de choix. Une logique quantique booléenne partielle bivalente caractérisée par la négation de choix est donc inacceptable.

Les arguments supportant la bivalence caractérisée par la négation d'exclusion sont plutôt rares et la plupart reposent, à ce que nous avons pu constater, sur des considérations mathématiques ou bien logiques. Hugues (1989, p. 201-207) ne donne aucune raison pour expliquer l'introduction de la fonction caractéristique *u*. D'après nous, il le fait de façon *ad hoc* en référence aux conséquences de la généralisation des notions de filtre et d'idéal booléens à des structures formelles différentes de l'algèbre de Boole. Pour leur part, Beltrametti et Cassinelli (1981, p. 218) justifient l'adoption de la négation d'exclusion en ces termes : "it has the advantage of reducing the semantical values to true or false". Pour justifier cette bivalence, Moore qui s'inscrit dans l'approche de la logique quantique opérationnelle, affirme préférer raisonner sur la certitude des tests expérimentaux plutôt que sur les probabilités, car "the philosophy of probability remains somewhat problematic" (Moore, 1999, p. 70). Tous ces arguments ne nous semblent pas très convaincants et ne se basent pas sur des considérations propres à la théorie quantique et, encore moins, sur une théorie sémantique.

Si on adopte la négation d'exclusion pour caractériser la bivalence, le non-vrai est identifié au faux. Pour Dummett (1991d, p. 326), une théorie sémantique objectiviste soutient que tout énoncé est soit vrai, soit non vrai de façon déterminée, indépendamment de notre connaissance. Une théorie sémantique réaliste est nécessairement une théorie objectiviste, mais pas la converse (Dummett, 1993b, p. 235). Selon cet auteur,

> "If, in particular, our semantic theory is an objectivist one, then any theory of meaning that can be erected on it as base will be one under which a knowledge of the meaning of a sentence will consist in a grasp of what as to be the case for it to be true, where, in general, truth is regarded as determimately attaching to certain statements and failing to attach to others independently of our knowledge." (Dummett, 1993b, p. 236)

Pour Dummett, un modèle vériconditionnel de la signification se base sur une théorie sémantique objectiviste. En effet, les valeurs de vérité des énoncés, c'est-à-dire le vrai et le non-vrai, sont déterminées indépendamment de notre connaissance. Selon Dummett (1991d, p. 326), un antiréalisme à propos d'une classe d'énoncés qui n'est pas un réductionnisme rejette la bivalence et, même, un objectivisme tel que défini par une théorie sémantique objectiviste. Étant donné que la théorie sémantique quantique est antiréaliste, c'est-à-dire que, d'une part, elle rejette l'objectivisme et que, d'autre part, elle est fondée sur le modèle justificationniste de la signification, nous devons rejeter toute théorie sémantique objectiviste pour la classe des énoncés de la mécanique quantique. Nous devons, par conséquent, rejeter la bivalence caractérisée par la négation d'exclusion pour cette classe.

Nous pensons que la logique opérationnelle issue de l'école de Genève adopte la bivalence pour des considérations métaphysiques. En effet, l'approche opérationnelle en logique quantique s'inscrit dans une métaphysique réaliste (Cattaneo *et al.*, 1988, p. 1315; Moore, 1999, p. 69; Smets, 2003, p. 202-203). Nous croyons que l'acceptation de la bivalence par l'approche opérationnelle et celle de l'école de Genève prend sa source dans le réalisme des propriétés. Celles-ci sont associées à des éléments de réalité entendus au sens d'Einstein, Podolsky et Rosen d'où l'importance de la certitude (Coecke, Moore et Wilce, 2001, p. 12). Jauch et Piron redéfinissent la notion d'état comme suit : "a modified definition of state can be meaningfully applied to an individual system which represents all the properties (or elements of reality) provided the propositions of that system are an atomic lattice" (Jauch et Piron, 1975, p. 428). Selon les auteurs, l'état d'un système est composé de tous les énoncés vrais qui sont les propriétés ou éléments de réalité du système. Par conséquent, un énoncé est vrai en vertu de l'existence d'une réalité indépendante. Selon l'approche de l'école de Genève, un système physique est défini comme "a part of reality existing in space-time external to the physicist" (Piron, 1975, p. 515).

Quoique, en général, la logique quantique opérationnelle souscrit à la bivalence exclusive, il est parfois difficile de définir la forme de bivalence que préconisent certains chercheurs qui s'inscrivent dans cette approche. Pour Piron (1975, p. 517), si le résultat d'un test expérimental portant sur l'énoncé β est incertain, l'énoncé "β est vrai" est faux, mais on ne dit pas "β est faux". Ceci montre bien que Piron tente de réduire les valeurs de vérité de la logique quantique standard au vrai et au faux. Vu que, pour Piron, un énoncé est vrai lorsque sa vérité est certaine et faux lorsque sa fausseté est certaine, il ne parvient pas, d'après nous, à justifier la bivalence puisqu'il introduit sans le vouloir la valeur de vérité *non- vrai* pour les énoncés incertains : dire que "β est vrai" est faux revient à dire que "β est non vrai". Et puisque Piron n'identifie pas le non-vrai au faux, il introduit une troisième valeur de vérité sans l'accepter. D'une part, Piron rejette la négation d'exclusion en refusant l'identification du non-vrai au faux et, d'autre part, il rejette également la négation de choix en acceptant de fait la valeur de vérité *non-vrai.* L'inconsistance provient du fait que Piron assigne la vérité et la fausseté aux énoncés en mode usage *(use)* tandis que, quand vient le temps d'assigner une valeur de vérité à un énoncé incertain, donc non vrai, cela se fait en mode mention (*mention*). D'après nous, Piron accepte de fait la bivalence exclusive tout en niant que l'on se sert de la négation d'exclusion pour définir cette bivalence. Le concept de bivalence chez Piron est donc inconsistant étant donné qu'il n'accepte aucun des types de négation qui peuvent caractériser la bivalence. Nous croyons que son réalisme est à la source de cette inconsistance dans la justification de l'acceptation de la bivalence laquelle lui permettrait d'évacuer toute possibilité d'une assignation polyvalente.

Par ailleurs, la négation de choix implique que nous ayons dans une sous-algèbre booléenne d'une algèbre booléenne partielle transitive, un seul élément auquel est assignée la valeur 1 tandis que tous les autres éléments de cette sous-algèbre booléenne ont la valeur 0 qui leur est assignée. Cependant, comme c'est le cas dans une seule sous-algèbre booléenne, ceci laisse la porte ouverte pour une assignation d'une autre valeur de vérité aux éléments des autres sous-algèbres booléennes. En nous référant encore une fois à la figure 6.2 de la page 222 et en posant de nouveau que l'état préparé du quanton est $|-\rangle_x$, dans B_x, on assigne à S_{x-} la valeur 1 et à S_{x+} la valeur 0. Cependant, dans B_z, on peut, par exemple, assigner à S_{z-} et S_{z+} la valeur ni 1 ni 0 ou, encore, la valeur *indéterminé* dénotée par *i*. Le vrai et le faux de la négation de choix n'épuisent donc pas toutes les possibilités et nous allons explorer celles du non-vrai dans la prochaine sous-section.

6.2.2 Les assignations trivalentes et polyvalentes de valeurs de vérité

À la sous-section précédente, nous avons écarté comme assignation de valeurs de vérité la possibilité de la bivalence quel que soit le type de négation qui la caractérise. Par contre, dans une logique non bivalente, le non-vrai peut se manifester sous la forme de la polyvalence tout en incluant le faux. Dans la présente sous-section et toujours au sujet de la logique quantique, nous commençons avec une analyse critique de la trivalence suivie de considérations générales à propos de la polyvalence. Nous portons notre attention sur deux logiques quantiques trivalentes : celle de Reichenbach et celle de Destouches-Février. Ces deux auteurs ont préféré prendre la troisième voie indiquée par Carnap (1995, p. 288) pour modifier la logique du langage de la mécanique quantique, c'est-à-dire modifier le nombre de valeurs de vérité plutôt que modifier la syntaxe ou les lois de transformation. Notre intention n'est pas d'effectuer une présentation exhaustive de ces deux logiques trivalentes, mais une présentation sommaire quoique suffisante sur laquelle nous pouvons établir notre critique. Par exemple, autant Reichenbach que Destouches-Février introduisent de nouvelles constantes logiques, néanmoins, nous ne présentons que la signification et la table de vérité de la conjonction pour les deux logiques étant donné que nous n'avons pas besoin de connaître les significations ainsi que les tables de vérité de toutes les constantes logiques pour mener à bien notre analyse critique.

Pour la présentation de la logique trivalente de Reichenbach, nous nous référons à la partie III de son ouvrage intitulé *Philosophical Foundations of Quantum Mechanics*. Le but de la logique trivalente de Reichenbach est d'éviter les anomalies causales sans toutefois modifier les lois de la physique. Par anomalie causale, Reichenbach entend un énoncé qui contredit les lois établies. L'interprétation ondulatoire de la lumière donne lieu à de tels énoncés. Prenons, par exemple, de la lumière émise par une source qui, après être passée par l'ouverture d'un diaphragme, atteint un écran. Le phénomène observable est un scintillement sur l'écran à un endroit déterminé. L'interprétation corpusculaire ne donne lieu à aucune anomalie causale puisqu'elle explique très bien le phénomène observé : après avoir été émis par la source, le photon interagit avec l'ouverture du diaphragme pour ensuite heurter l'écran, créant ainsi un scintillement. Cependant, l'interprétation ondulatoire donne lieu à une anomalie causale. Cette interprétation explique très bien la propagation de la lumière aussi longtemps que l'onde n'atteint pas l'écran. Elle couvre alors une surface étendue. Au moment où l'onde atteint l'écran, en produisant un scintillement, elle disparaît subitement pour tous les autres points de l'espace. Ceci constitue une anomalie causale puisque la disparition de l'onde contredit une loi de la physique propre à l'interprétation ondulatoire. Par contre, l'expérience des fentes de Young montre que c'est l'interprétation corpusculaire qui entraîne une anomalie causale et non l'interprétation ondulatoire.

Reichenbach définit les phénomènes par tout ce qui est observable. Par contre, un interphénomène est une interpolation entre des phénomènes. Par exemple, entre deux phénomènes causés par un électron, sa position calculée est un interphénomène. Pour Reichenbach, les interprétations ondulatoire et corpusculaire sont des interprétations exhaustives, car elles traitent des phénomènes et des interphénomènes, mais elles donnent lieu à des anomalies causales. Les interprétations dites *restrictives* ne tiennent compte que des phénomènes. À ce propos, Reichenbach écrit : "Restrictive interpretations are introduced with the intention of eliminating the causal anomalies ensuing for exhaustive interpretations." (Reichenbach, 1944, p. 139). Pour l'auteur, il y a deux façons d'élaborer des interprétations restrictives. La première est d'exclure les énoncés indésirables du langage en disant qu'ils sont sans signification (*meaningless*). Dans ce cas, cette interprétation est qualifiée *d'interprétation par signification restreinte*. La seconde voie, celle qu'il emprunte, exclut les énoncés indésirables des assertions du langage. Cette interprétation est nommée *interprétation par assertabilité restreinte*.

La logique trivalente de Reichenbach exclut les énoncés problématiques, non du domaine de la signification, mais du domaine de l'assertabilité de la façon suivante : "to introduce an intermediate truth value which may be called *indeterminacy*, and to coordinate this truth value to the group of statements which [...] are called *meaningless*." (Reichenbach, 1944, p. 145). L'auteur fait remarquer de bien distinguer le terme *indéterminé* du terme *inconnu* (*unknown*). Ce dernier s'applique à la logique classique lorsque nous ne savons pas si un énoncé est vrai ou faux, mais que, par contre, nous savons qu'il doit prendre une de ces deux valeurs en vertu du principe de bivalence. Le tableau 6.1 de la page suivante représente la table de vérité de la conjonction de la logique trivalente de Reichenbach où le symbole · dénote la conjonction et le symbole *i* la valeur de vérité *indéterminé*. Notons que, dans la logique trivalente de Reichenbach, les constantes logiques dyadiques, c'est-à-dire binaires, s'appliquent à tous les énoncés, même aux énoncés incompatibles. La valeur de vérité de la conjonction de deux énoncés incompatibles est *i*. Revenons de nouveau à la situation représentée par le diagramme de Hasse de la figure 6.2 de la page 222 pour illustrer cette conjonction, mais en faisant

·	V	i	F
V	V	i	F
i	i	i	F
F	F	F	F

Tableau 6.1 Table de vérité de la conjonction de la logique trivalente de Reichenbach.

abstraction de la structure formelle, tout en gardant B comme l'ensemble des énoncés quantiques. Tout comme pour la logique classique des énoncés, la logique trivalente de Reichenbach peut être représentée par la structure $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ où $\mathcal{V}$ est l'ensemble des valeurs de vérité, $\mathcal{D}$ l'ensemble des valeurs désignées et $\mathcal{C}$ l'ensemble des constantes logiques. Dans ce cas, $\mathcal{V} = \{1, i, 0\}$ où 1 dénote le vrai et 0 le faux, $\mathcal{D} = \{1\}$ et $\mathcal{C}$ contient 10 constantes logiques dont trois négations. Chacune de ces constantes logiques est décrite par une table de vérité. Nous dénotons une assignation de valeurs de vérité par l'application η de l'ensemble B dans l'ensemble $\mathcal{V}$ dénotée par $\eta : B \rightarrow \{1, i, 0\}$. Nous avons donc que $\eta(S_{x-} \cdot S_{x+}) = \eta(S_{x-}) \cdot \eta(S_{x+}) = 1 \cdot 0 = 0$. Par contre, $\eta(S_{x-} \cdot S_{z-}) = \eta(S_{x-}) \cdot \eta(S_{z-}) = 1 \cdot i = i$ et $\eta(S_{x+} \cdot S_{z+}) = 0 \cdot i = 0$. Dans B_z, nous avons que $\eta(S_{z-} \cdot S_{z+}) = i \cdot i = i$. La logique trivalente de Reichenbach est vérifonctionnelle.

Pour la présentation de la logique trivalente de Destouches-Février, nous nous référons aux sections 3 et 4 du chapitre premier de son ouvrage intitulé *La structure des théories physiques*. Destouches-Février nomme sa logique trivalente *logique de la complémentarité*. Cette logique veut combiner les énoncés expérimentaux par des règles qui respectent les relations d'indétermination de Heisenberg. Il en résulte, selon l'auteure, une modification des règles de la conjonction et de la disjonction. En somme, sa logique de la complémentarité rejoint celle de Reichenbach, dans la mesure où les deux logiques tentent de résoudre le problème de la conjonction et de la disjonction d'énoncés incompatibles.

Dans un premier temps, la logique de Destouches-Février veut rendre compte de la quantification. Pour ce faire, l'auteure introduit trois valeurs de vérité : le vrai, le faux et le faux absolu. Par exemple, le spectre de l'observable $\mathcal{L}_z$ pour un quanton de spin ½ est l'ensemble $\{-\hbar/2, +\hbar/2\}$. Lors d'une mesure de $\mathcal{L}_z$, nous pourrons affirmer si l'énoncé (S_z, $+\hbar/2$) est vrai ou faux et il en est de même avec l'énoncé (S_z, $-\hbar/2$). Cependant, l'énoncé "La valeur de $\mathcal{L}_z$ du quanton est $+\hbar$" dénoté (S_z, $+\hbar$) est faux *a priori* puisque, même avant la mesure de $\mathcal{L}_z$, nous pouvons affirmer que l'énoncé (S_z, $+\hbar$) est faux vu que la valeur de spin attribuée à l'observable par l'énoncé ne fait pas partie de son spectre. C'est ce faux *a priori* que l'auteure nomme *faux absolu*. À propos du faux absolu, Destouches-Février écrit ceci : "C'est la troisième valeur qui exprime, dans la trame logique de la théorie, le fait nouveau que constitue la quantification." (Destouches-Février, 1951, p. 28).

Dans sa logique de la complémentarité, Destouches-Février divise les paires d'énoncés en deux classes distinctes : les paires composables qui sont des paires d'énoncés compatibles et les paires incomposables qui sont des paires d'énoncés incompatibles. Dans le cas d'énoncés compatibles, la conjonction possède une table de vérité où apparaissent les trois valeurs de vérité découlant de la quantification. Le tableau 6.2 représente la table de vérité de la conjonction d'une paire composable d'énoncés expérimentaux de la logique de la complémentarité de Destouches-Février où le symbole A dénote la valeur de vérité *faux absolu*.

&	V	F	A
V	V	F	A
F	F	F	A
A	A	A	A

Tableau 6.2 Table de vérité de la conjonction de paires composables de la logique de Destouches-Février.

Dans le cas de paires incompatibles, l'auteure décide, pour des considérations de commodité, que la conjonction s'applique à de telles paires : "pour des raisons de technique mathématique il est beaucoup plus commode d'avoir des opérations qui s'appliquent à tous les éléments de la classe considérée" (Destouches-Février, 1951, p. 33). Selon l'auteure, il faut assigner la valeur *faux absolu* à la conjonction d'énoncés incompatibles étant donné qu'en dehors de toute mesure, elle est toujours non vraie. Le tableau 6.3 de la page suivante représente la table de vérité de la conjonction & d'une paire incomposable d'énoncés expérimentaux de la logique de la complémentarité de Destouches-Février. Quelles que soient les valeurs de vérité assignées aux énoncés d'une paire incomposable, la valeur de vérité de leur conjonction est toujours le faux absolu. L'auteure fait remarquer qu'une contradiction n'a pas la valeur de vérité A, mais la valeur de vérité F. En fait, on assigne le faux absolu A à un énoncé expérimental lorsque nous pouvons le faire de façon *a priori*, c'est-à-dire sans effectuer de mesure : d'une part, lorsque l'énoncé porte sur la valeur d'une observable qui est en dehors de son spectre et, d'autre part, lorsqu'il s'agit d'une paire incomposable d'énoncés. Le faux absolu est assigné aux énoncés qui ne peuvent jamais être vérifiés expérimentalement.

Pour la logique de la complémentarité de Destouches-Février, étant donné la structure $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$, $\mathcal{V} = \{1, 0, A\}$ où A dénote le faux absolu. L'ensemble $\mathcal{C}$ comprend neuf constantes

&	V	F	A
V	A	A	A
F	A	A	A
A	A	A	A

Tableau 6.3 Table de vérité de la conjonction de paires incomposables de la logique de Destouches-Février.

logiques, dont deux négations. De plus, la conjonction et la disjonction sont définies différemment pour une paire composable et pour une paire incomposable, ce qui donne onze tables de vérité en tout. En revenant de nouveau à la situation représentée par le diagramme de Hasse de la figure 6.2 de la page 222, tout en faisant abstraction de la structure formelle, nous pouvons illustrer la trivalence de la logique de la complémentarité. Puisque S_{x-} et S_{x+} sont des éléments compatibles, nous avons donc que la valeur de vérité de l'énoncé (S_{x-} & S_{x+}) est (1 & 0) = 0. Par contre, pour des paires incomposables, nous avons que la valeur de vérité de (S_{x-}& S_{z-}) est A et que la valeur de vérité de (S_{x+} & S_{z+}) est également A. Dans B_z, tout ce qu'affirme Destouches-Février est que la valeur de vérité assignée aux éléments S_{z-} et S_{z+} n'est pas déterminée. Cette indétermination est levée par la mesure de l'observable sur laquelle porte l'énoncé.

D'emblée, nous pouvons affirmer que les logiques trivalentes de Reichenbach et de Destouches-Février ne peuvent s'appliquer aux énoncés quantiques puisqu'elles permettent la conjonction et la disjonction d'énoncés incompatibles. En effet, à la sous-section 5.8.3, nous avons justifié, en nous référant au modèle justificationniste de la signification, que de tels énoncés n'ont pas de signification. En ce qui a trait à assigner le faux absolu à des énoncés quantiques, nous avons deux commentaires à formuler. Premièrement, nous avons déjà défini que (A, Δ) qui dénote l'énoncé quantique "La valeur de l'observable $\mathcal{A}$ est comprise dans Δ" est faux lorsque les valeurs du spectre de $\mathcal{A}$ ne sont pas incluses dans Δ. Deuxièmement, nous pouvons très bien assigner *a priori* la valeur faux à un énoncé quantique dont une valeur du spectre de l'observable est incluse dans Δ et, ce, sans effectuer de mesure : il suffit que la probabilité $\mathcal{P}_{\psi}(A, \Delta)$ soit égale à zéro.

Pour justifier la conjonction et la disjonction d'énoncés incompatibles, Destouches-Février s'appuie sur des considérations de commodité mathématique peu convaincantes. De son côté, Reichenbach rejette l'interprétation à signification restreinte fondée sur une sémantique vérificationniste puisqu'elle est, d'après lui, source de contradictions. Quoi qu'il en soit, le modèle justificationniste de la signification dont la base est la théorie sémantique quantique n'est, comme nous l'avons vu, la source d'aucune contradiction et, au contraire, permet de bien saisir la sémantique antiréaliste de la mécanique quantique. Ce modèle de la signification impose que les conjonctions et disjonctions d'énoncés incompatibles soient sans signification.

Même si nous venons de rejeter les logiques trivalentes de Reichenbach et de Destouches-Février, nous devons tout de même évaluer une assignation trivalente dans le cadre de la logique quantique booléenne partielle. Entre autres choses, Hugues (1985) présente, dans son article, une telle assignation. Il divise l'algèbre booléenne partielle transitive en trois ensembles : un filtre maximal, un idéal maximal et le reste. Aux éléments du filtre maximal est assignée la valeur 1, aux éléments de l'idéal maximal est assignée la valeur 0 et aux éléments du reste de l'algèbre booléenne partielle transitive est assignée la valeur *ni 1, ni 0* (pour *ni vrai, ni faux*). Comme nous l'avons vu à la fin de la sous-section 6.2.1 lorsque nous avons exposé les conséquences de l'acceptation de la négation de choix, le filtre maximal et l'idéal maximal se divisent les éléments d'une seule sous-algèbre booléenne tandis que les éléments de toutes les autres sous-algèbres booléennes ont la valeur *ni 1, ni 0*.

En nous référant de nouveau à la figure 6.2 de la page 222 et à la situation qui lui correspond, nous pouvons illustrer cette trivalence pour la logique quantique booléenne partielle. Considérons que le symbole i dénote la valeur *ni 1, ni 0*. Étant donné l'état préparé du quanton, nous avons que les éléments S_{x-} et S_{x+} de B_x ont respectivement les valeurs 1 et 0. Le filtre maximal est l'ensemble $\{S_{x-}, 1\}$ et l'idéal maximal est l'ensemble $\{0, S_{x+}\}$. Les éléments de la sous-algèbre B_x sont bien divisés entre le filtre maximal et l'idéal maximal. Puisque les éléments S_{z-} et S_{z+} de B_z sont à l'extérieur du filtre maximal et de l'idéal maximal, la valeur i leur est assignée. Cette logique trivalente peut être, tout comme les autres, représentée par la structure $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ où $\mathcal{V} = \{1, i, 0\}$, $\mathcal{D} = \{1\}$ et $\mathcal{C} = \{\wedge, \vee, {}^{\perp}\}$ où les opérations logiques dyadiques s'appliquent partiellement. Nous dénotons encore une fois une assignation de valeurs de vérité par l'application η de sorte que $\eta : B \rightarrow \{1, i, 0\}$. Dans B_x, nous avons que $\eta(S_{x-} \wedge S_{x+}) = \eta(S_{x-}) \wedge \eta(S_{x+}) = 1 \wedge 0 = 0$ et que $\eta(S_{x-} \vee S_{x+}) = \eta(S_{x-}) \vee \eta(S_{x+}) = 1 \vee 0 = 1$. Dans B_z, nous avons que $\eta(S_{z-} \wedge S_{z+}) = \eta(S_{z-}) \wedge \eta(S_{z+}) = i \wedge i = 0$ et que $\eta(S_{z-} \vee S_{z+}) = \eta(S_{z-}) \vee \eta(S_{z+}) = i \vee i = 1$.

En nous référant aux définitions des constantes logiques dyadiques de la logique quantique booléenne partielle, il est évident que nous ne pouvons construire une table de vérité pour le produit logique $\wedge$ et la somme logique $\vee$ qui inclurait les trois valeurs de vérité. Autrement dit, les opérations logiques $\wedge$ et $\vee$, entendues comme fonctions de vérité, ne peuvent avoir pour arguments la cooccurrence de la valeur i, d'une part, et des valeurs 1 ou 0, d'autre part. La raison en est que la valeur i est assignée aux éléments qui sont incompatibles avec ceux de B_x, et, par conséquent, les opérations logiques $\wedge$ et $\vee$ ne peuvent être appliquées à la fois à la valeur i et aux valeurs 1 ou 0. Par contre, dans la sous-algèbre B_x où existe la bivalence, les tables de vérité des opérations $\wedge$ et $\vee$ correspondent respectivement à celles des constantes logiques classiques de conjonction et de disjonction.

Pour les énoncés incertains portant sur les propriétés d'un système quantique quelconque, les opérations logiques $\wedge$ et $\vee$, entendues comme fonctions de vérité, ne nous sont d'aucune utilité. Posant i comme la valeur des deux arguments des deux fonctions de vérité, celles-ci n'ont aucune utilité vu que, d'une part, parfois, $i \wedge i = 0$ et, parfois, $i \wedge i = i$ et, d'autre part, parfois, $i \vee i = 1$ et, parfois, $i \vee i = i$. Les cas où $i \wedge i = i$ et $i \vee i = i$ réfèrent à une sous-algèbre booléenne dans laquelle il y a au moins trois atomes. Par exemple, cette sous-algèbre pourrait représenter des énoncés incertains portant sur la valeur de l'observable $\mathcal{L}_z$ d'un quanton de spin 1 dont le spectre est l'ensemble $\{-\hbar, 0, +\hbar\}$. Une théorie sémantique quantique trivalente ne peut expliquer pourquoi l'énoncé $(S_{z-} \vee S_{z+})$ possède la valeur sémantique 1, alors que ses constituants possèdent chacun la valeur sémantique i. Autrement dit, une théorie sémantique quantique trivalente ne peut expliquer pourquoi $i \vee i = 1$.

Dans le langage Σ_Q, puisque la valeur i assignée à un énoncé veut dire ni vrai, ni faux, ceci revient à dire que la valeur de vérité de cet énoncé est indéterminée. Au contraire, lorsque les valeurs de vérité sont soit 1, soit 0, elles sont alors complètement déterminées. Assigner la valeur i est une forme de détermination de la vérité qui, comme nous l'avons vu, n'est pas satisfaisante. Étant donné l'état préparé du système quantique, l'algorithme probabiliste attribue une probabilité à chaque énoncé quantique et cette probabilité est une mesure précise de l'indétermination de la vérité de l'énoncé. Néanmoins, si la probabilité attribuée à un énoncé quantique, étant donné l'état préparé du système, est égale à l'unité, alors l'énoncé est vrai de façon certaine et si elle est égale à zéro, alors l'énoncé est faux de façon certaine. Alors, pourquoi ne pas nous servir de cette mesure précise de l'indétermination de la vérité comme manière de déterminer la vérité? Autrement dit, pourquoi ne pas nous servir de la probabilité attribuée à un énoncé comme valeur de vérité assignée à cet énoncé? Notre hypothèse est que, pour la logique quantique booléenne partielle, l'assignation de valeurs de vérité est une assignation probabilitaire dans laquelle les valeurs de vérité assignées aux énoncés quantiques sont identifiées aux probabilités qui leur sont attribuées par l'algorithme probabiliste, étant donné l'état préparé du système quantique.

La présentation de l'assignation probabilitaire de valeurs de vérité aux énoncés quantiques ainsi que sa justification est l'objet de la prochaine section. Mais, auparavant, nous devons revenir sur des considérations d'ordre sémantique concernant l'assignation polyvalente de valeurs de vérité pour une classe d'énoncés. Selon Dummett (1991d, p. 304), ce qui caractérise le modèle vériconditionnel de la signification basé sur la théorie sémantique classique bivalente est le fait qu'il fixe à tout énoncé une des deux valeurs de vérité, et ce, de façon déterminée et objective, indépendamment de notre connaissance ou de notre capacité à connaître. Notre compréhension d'un énoncé consiste en la connaissance de ce qui fait qu'un énoncé est vrai indépendamment de nos capacités à reconnaître l'énoncé comme vrai ou comme faux. Bref, la compréhension d'un énoncé est identifiée à la saisie de ses conditions de vérité. Selon Dummett, substituer à une sémantique classique bivalente une sémantique polyvalente représente une variation peu importante : "we have merely been provided by a slightly more complicated mechanism for determining the truth or otherwise of a complex sentence in accordance with its composition from the subsentences" (Dummett, 1991d, p. 305).

Une telle sémantique polyvalente correspond à une théorie sémantique objectiviste dans laquelle chaque énoncé possède de façon déterminée une des valeurs de vérité permises par la polyvalence, et ce, indépendamment de notre connaissance (Dummett, 1991d, p. 326). À la sous-section 6.2.1, nous avons déjà décrit en quoi consiste une théorie sémantique objectiviste dans laquelle les valeurs de vérité étaient le vrai et le non-vrai. Toute théorie sémantique objectiviste polyvalente peut facilement réduire ses valeurs sémantiques au vrai et au non-vrai. Elles soutiennent toutes la thèse que chaque énoncé est soit vrai, soit non vrai de façon déterminée.

Néanmoins, que le modèle de la signification se base sur la théorie sémantique classique bivalente ou bien sur une théorie sémantique objectiviste, la manière dont la signification est donnée reste la même : une saisie de la signification d'un énoncé implique que l'énoncé possède objectivement une valeur de vérité déterminée et la connaissance de ce qui fait que l'énoncé possède une de ces valeurs de vérité est indépendante des moyens que nous avons pour reconnaître laquelle l'énoncé possède. En conclusion, Dummett écrit : "Hence the distinction between a meaning-theory based on the two-valued semantics and an n-valued one, for finite n

> 2, is comparatively insignifiant" (Dummett, 1991d, p. 305). Autrement dit, une théorie sémantique objectiviste polyvalente et la théorie sémantique classique reposent sur une même façon d'attribuer une signification aux énoncés. Puisque, comme nous l'avons vu, toute théorie sémantique objectiviste est à proscrire comme fondement à une logique quantique, une théorie sémantique quantique polyvalente ne doit donc pas être objectiviste et ne doit pas être fondée sur un modèle vériconditionnel de la signification. Dans la prochaine section, nous justifierons l'hypothèse d'une assignation probabilitaire, donc polyvalente, à l'intérieur d'une théorie sémantique quantique antiréaliste dont, soulignons-le encore une fois, le fondement est le modèle justificationniste de la signification.

6.3 L'assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité aux énoncés quantiques

Dans cette dernière section, nous allons, dans un premier temps, exposer ce que nous considérons comme l'assignation de valeurs de vérité la plus adéquate pour la classe des énoncés de la mécanique quantique et que nous nommons *assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité*. Ensuite, nous justifions cette assignation, toujours avec des considérations sémantiques provenant du modèle justificationniste de la signification basé sur la théorie sémantique quantique. Ces considérations sémantiques nous ramènent à la théorie physique et, en particulier, aux contextes expérimentaux desquels découlent les conditions d'assertabilité. Avec cette assignation de valeurs de vérité considérées comme valeurs sémantiques, nous complétons ainsi la théorie sémantique quantique puisque nous n'avions pas encore défini la valeur sémantique d'un énoncé quantique et n'avions pas encore expliqué la valeur sémantique d'une conjonction ou d'une disjonction d'énoncés atomiques dont la vérité est incertaine par la valeur sémantique de ces énoncés.

6.3.1 La probabilité comme valeur de vérité

En mécanique classique, l'état d'un système physique est décrit par un point dans l'espace des phases Ω du système. Connaissant l'état ω à un instant donné, nous pouvons, pour cet instant, déterminer toutes les grandeurs physiques ou propriétés du système physique en question. Nous avons vu, à la section 4.1.1, que l'état ω peut aussi être considéré comme une fonction qui s'applique de l'ensemble Σ_C des énoncés portant sur un système physique classique dans l'ensemble $\{1, 0\}$. Puisque les symboles 1 et 0 correspondent respectivement aux valeurs de vérité *vrai* et *faux*, l'état ω peut être considéré comme une assignation de valeurs de vérité aux énoncés de Σ_C.

Par contre, en mécanique quantique, l'état d'un système quantique est décrit par un vecteur d'état $|\psi\rangle$ qui est un élément de l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ des états. Nous avons vu, à la section 4.1.2, que le vecteur d'état $|\psi\rangle$ attribue à chacun des énoncés se rapportant aux propriétés d'un système quantique une probabilité. L'état d'un système quantique décrit par son vecteur d'état peut être considéré comme une fonction s'appliquant de l'ensemble Σ_Q des énoncés quantiques dans l'ensemble fermé [0, 1]. En fait, le vecteur d'état est une mesure de probabilité. Cependant, la mesure de probabilité $\mathcal{P}_\psi$ assigne les valeurs de vérité *vrai* et *faux* à un énoncé dans seulement deux cas : l'énoncé est vrai lorsque la probabilité qui lui est attribuée est égale à 1 et l'énoncé est faux lorsque la probabilité qui lui est attribuée est égale à 0.

Cette situation contraste avec la physique classique pour laquelle la connaissance de l'état du système nous permet toujours de déterminer la vérité ou la fausseté d'un énoncé classique. Si dans le cas classique, l'état peut être considéré comme une assignation de valeurs de vérité aux énoncés, pourquoi n'en serait-il pas de même pour l'état quantique? Puisque, dans le cas où l'état quantique, en attribuant à un énoncé une probabilité égale à 1, lui assigne la valeur de vérité *vrai* et, en attribuant à un énoncé une probabilité égale à 0, lui assigne la valeur de vérité *faux*, pourquoi les probabilités attribuées aux énoncés quantiques incertains ne pourraient-elles pas aussi être identifiées à leur valeur de vérité? Nous croyons justement que, si nous voulons être cohérents, nous ne devons pas seulement identifier les probabilités aux valeurs de vérité pour deux cas exceptionnels, mais étendre cette identification à toutes les probabilités. Étant donné ce que nous venons d'affirmer et en considérant que la logique quantique booléenne partielle n'est pas bivalente et que la trivalence apporte peu à la théorie sémantique quantique, une assignation probabilitaire nous semble être, de prime abord, pertinente.

D'ailleurs, une telle identification des probabilités aux valeurs de vérité n'est pas nouvelle. En 1913, vingt ans avant la publication d'une axiomatisation de la théorie des probabilités par Kolmogorov (1956), Łukasiewicz écrit un article intitulé "Logical foundations of probability theory" dans lequel il définit la probabilité qu'un énoncé soit vrai comme sa valeur de vérité. Łukasiewicz appelle indéfini (*indefinite*) un énoncé qui comporte une variable. Il écrit ceci à propos d'un tel énoncé : "The degree of probability of an indefinite proposition is identical to its truth value" (Łukasiewicz, 1970, p. 48). Plus récemment, Leblanc (1962, p. 76), en assignant la valeur de vérité 1 à un énoncé vrai et la valeur de vérité 0 à un énoncé faux, affirme que la probabilité attribuée à un énoncé coïncide avec sa valeur de vérité. Notre intention n'est pas de présenter une énumération exhaustive des auteurs qui ont développé une logique probabilitaire, mais de souligner la pertinence d'une assignation probabilitaire de valeurs de vérité en mentionnant quelques logiciens de renom qui ont travaillé à l'élaboration d'une telle assignation. Nous ne voulons pas, non plus, entrer dans les débats à propos de la nature des probabilités. Les probabilités dont nous nous servons comme valeurs de vérité proviennent de l'algorithme probabiliste de la mécanique quantique, étant donné l'état préparé du système quantique.

Par ailleurs, spécifiquement en mécanique quantique, nous avons recensé quelques travaux dont le but est d'expliciter les liens existants entre l'assignation de valeurs de vérité et l'attribution de probabilités aux énoncés quantiques. En 1931, le logicien Zawirski est le premier à proposer une logique polyvalente pour résoudre les antinomies de la nouvelle mécanique quantique (Jammer, 1974, p. 345). Zawirski (1932, p. 513) affirme que l'"unique manière de se tirer d'affaire" pour régler logiquement la dualité onde-particule est d'adopter la logique trivalente de Łukasiewicz. Par contre, pour rendre compte des relations d'indétermination de Heisenberg, Zawirski affirme qu'"il faut se placer sur le champ de la logique à un nombre infini de valeurs" (Zawirski, 1932, p. 516). Dans cet article, Zawirski discute de la possibilité d'appliquer la logique infinivalente continue de Łukasiewicz à la théorie des probabilités. Plus récemment, Pykacz (1995, 2000) renverse l'idée de Zawirski et tente de représenter la logique quantique par une application de la théorie des probabilités à la logique infinivalente continue de Łukasiewicz en proposant de nouvelles opérations logiques binaires partielles. Rappelons que la logique infinivalente continue de Łukasiewicz est une logique polyvalente où les valeurs de vérité sont comprises dans l'intervalle [0, 1] (Priest, 2001, p. 214-226).

6.3.2 L'assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité

Pour présenter l'assignation probabilitaire de la logique quantique booléenne partielle, nous nous référons principalement à la théorie des probabilités décrite dans Apostol (1969, p. 469-570). Nous nous référons aussi à Hacking (2001, p. 23-78) et à Kyburg et Teng (2001, chap. 3, p. 42-67). Dans un premier temps, pour exposer l'assignation probabilitaire, nous traitons les probabilités d'un point de vue mathématique en nous rapportant à la théorie des probabilités qui se base sur l'axiomatisation de Kolmogorov et qui tente de la parfaire (Apostol, 1969, p. 470). Pour justifier cette assignation probabilitaire, nous faisons appel à des considérations d'ordre sémantique que nous exposons à la sous-section 6.3.4.

Dans la théorie classique des probabilités, une mesure de probabilité est définie comme une fonction que nous dénotons par Pr_K et qui s'applique sur une algèbre de Boole. Les propriétés de cette fonction sont présentées un peu plus loin. La fonction Pr_K satisfait les axiomes de Kolmogorov suivants (Hugues, 1989, p. 88) : $Pr_K(1) = 1$, $Pr_K(0) = 0$ et $Pr_K(a \vee b) = Pr_K(a) + Pr_K(b)$ pourvu que $a \wedge b = 0$, c'est-à-dire pourvu que a et b soient disjoints ou, autrement dit, mutuellement exclusifs. Pour une algèbre booléenne partielle transitive $\mathcal{B}$, Hughes (1989, p. 222) introduit la notion de fonction de probabilité généralisée Pr. Il définit la fonction de probabilité généralisée Pr sur $\mathcal{B}$ de telle sorte que $Pr : B \rightarrow [0, 1]$, mais avec les contraintes suivantes : $Pr(1) = 1$, $Pr(0) = 0$ et, pour tout a et $b \in B$, si $a \perp b$, alors $Pr(a \vee b) = Pr(a) + \mathrm{Pr}(b)$. Rappelons que la somme logique $\vee$ est une opération logique partielle et que $a \perp b$ signifie que a et b sont mutuellement orthogonaux et, par conséquent, compatibles. Dans les contraintes, la relation d'orthogonalité $\perp$ entre a et b existe si a et b sont des ensembles disjoints de résultats d'une même expérimentation (Hughes, 1989, p. 221). Par conséquent, $\perp$ n'est défini que pour les éléments d'une seule sous-algèbre booléenne se rapportant à l'observable mesurée. La relation d'orthogonalité $\perp$ réfère donc à l'orthogonalité existante dans l'espace de Hilbert qui est basée sur le produit scalaire appliqué aux projecteurs correspondant aux ensembles disjoints de résultats. Néanmoins, cette relation d'orthogonalité est équivalente à celle qui est définie dans un ensemble partiellement ordonné orthomodulaire, c'est-à-dire à $a \perp b$ si et seulement si $a \leq b^{\perp}$ (Cohen, 1989, p. 47).

D'autre part, la notion de restriction d'une fonction est indispensable pour la suite de notre présentation et nous la définissons de la façon suivante : soit une fonction f telle que $f: X \rightarrow Y$ et soit $A \subseteq X$, alors $f: A \rightarrow Y$ ou encore $f \cap (A \times Y)$, est la restriction de f à A (Stoll, 1963, p. 36). La conséquence de l'extension de la notion de probabilité classique à la structure d'algèbre booléenne partielle transitive $\mathcal{B}$ est que la restriction d'une fonction de probabilité généralisée sur $\mathcal{B}$ à une sous-algèbre booléenne de $\mathcal{B}$ est une fonction de probabilité classique, c'est-à-dire de Kolmogorov (Hughes, 1989, p. 222). Autrement dit, dans chacune des sous-algèbres booléennes de $\mathcal{B}$, la théorie classique des probabilités s'applique. Rappelons que c'est ce qu'affirme également Strauss à propos des îlots qui correspondent à des sous-algèbres booléennes. Comme les opérations logiques binaires sont partielles, une assignation de valeur de vérité à un énoncé complexe à partir de la valeur de vérité de ses constituants se fait toujours à l'intérieur d'une sous-algèbre de Boole de $\mathcal{B}$. C'est pourquoi nous n'avons besoin que de la théorie classique des probabilités pour assigner les valeurs de vérité aux éléments de $\mathcal{B}$, connaissant la probabilité attribuée à chacun des atomes des sous-algèbres booléennes de $\mathcal{B}$. Toutefois, il faut bien garder à l'esprit que la théorie classique des probabilités ne s'applique qu'aux sous-algèbres booléennes de $\mathcal{B}$ et non à $\mathcal{B}$. Pour la détermination des probabilités attribuées aux atomes de chacune des sous-algèbres booléennes, étant donné l'état préparé du système quantique, nous devons utiliser la fonction de probabilité généralisée et non sa restriction à une sous-algèbre booléenne, ce qui revient à utiliser l'algorithme probabiliste. En fait, Pr_{K} est la restriction de Pr à une sous-algèbre booléenne de $\mathcal{B}$.

Nous nous servons, de nouveau, de la structure $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ pour décrire la logique quantique booléenne partielle. Dans ce cas, $\mathcal{V} = [0, 1]$ où 1 dénote le vrai et 0 le faux, $\mathcal{D} = \{1\}$ et $\mathcal{C} = \{\wedge, \vee, {}^{\perp}\}$ où les opérations logiques dyadiques s'appliquent partiellement. Nous définissons une assignation de valeurs de vérité par l'application Pr de l'ensemble B dans l'ensemble $\mathcal{V}$. Mais puisque la probabilité attribuée à un énoncé l'est, étant donné l'état préparé du système décrit par le vecteur d'état $|\psi\rangle$, il est plus juste de dénoter cette application par Pr_{ψ}. Bref, l'assignation de valeur de vérité est une application Pr_{ψ} définie de telle sorte que $Pr_{\psi}: B$

$\rightarrow [0, 1]$ et Pr_ψ est la fonction de probabilité généralisée, étant donné l'état préparé $|\psi\rangle$ du système quantique.

Puisque l'assignation de valeurs de vérité de la logique quantique booléenne partielle identifie la valeur de vérité d'un énoncé à la probabilité $\mathcal{P}_\psi$ qui lui est attribuée par l'algorithme probabiliste, $Pr_\psi(a) = \mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ où l'élément a de B correspond à l'énoncé (A, Δ). Il peut sembler, de prime abord, qu'il soit suffisant d'assigner la valeur de vérité à un élément de B en calculant sa probabilité $\mathcal{P}_\psi$ et qu'il soit donc inutile de développer davantage l'assignation probabilitaire des valeurs de vérité. En fait, étant donné l'état préparé d'un système quantique, l'algorithme quantique n'assigne une valeur de vérité qu'aux atomes des sous-algèbres booléennes de $\mathcal{B}$. De plus, il ne faut pas oublier que nous devons compléter la théorie sémantique quantique en expliquant la valeur de vérité des éléments de B qui sont le produit logique et la somme logique d'autres éléments. La théorie sémantique doit donc permettre d'expliquer la valeur de vérité des éléments complexes dont les constituants sont des atomes. Ceci ne peut se faire, comme l'indique Dummett (1991d, p. 305), qu'en développant un calcul consistant des valeurs de vérité, c'est-à-dire une algèbre de valeurs de vérité.

Vu que la fonction de probabilité Pr_ψ possède les propriétés d'additivité et de non-négativité, nous définissons l'assignation probabilitaire Pr_ψ comme suit : pour tout a et $b \in B$, nous avons que

(6.10) Pr_ψ est additive : $Pr_\psi(a \vee b) = Pr_\psi(a) + Pr_\psi(b)$ pourvu que $a \wedge b = 0$, ce qui revient à $a \perp b$;

(6.11) Pr_ψ est non négative : $Pr_\psi(a) \geq 0$;

(6.12) Pr_ψ est normée : $Pr_\psi(1) = 1$.

Nous pouvons déduire les énoncés suivants à partir de (6.10), (6.11), (6.12) et, dans certains cas, à l'aide des lois de dualité, c'est-à-dire $(a \vee b)^\perp = a^\perp \wedge b^\perp$ et $(a \wedge b)^\perp = a^\perp \vee b^\perp$:

(6.13) $0 \leq Pr_\psi(a) \leq 1$;

(6.14) $Pr_\psi(0) = 0$;

(6.15) $Pr_\psi(a^\perp) = 1 - Pr_\psi(a)$;

(6.16) $Pr_\psi(a \vee b) = Pr_\psi(a) + Pr_\psi(b) - Pr_\psi(a \wedge b)$ (théorème de l'addition générale);

(6.17) si $a \leq b$, alors $Pr_\psi(a) \leq Pr_\psi(b)$ (monotonie);

(6.18) $Pr_\psi(a \vee a^\perp) = 1$ et $Pr_\psi(a \wedge a^\perp) = 0$.

La probabilité conditionnelle dénotée par $Pr_\psi(a \mid b)$, qui veut dire la probabilité de a étant donné b, est définie comme suit :

(6.19) $Pr_\psi(a \mid b) = Pr_\psi(a \wedge b) \,/\, Pr_\psi(b)$ pourvu que $Pr_\psi(b) \neq 0$.

La probabilité conditionnelle peut aussi être décrite comme la probabilité que a soit vrai quand b est vrai.

Les énoncés (6.10), (6.11), (6.12) et (6.19) sont considérés, par Apostol, comme des définitions et les autres sont des théorèmes. Deux notions essentielles restent à définir : l'exclusion mutuelle et l'indépendance. Hacking définit ainsi l'exclusion mutuelle : "Two propositions are called *mutually exclusive* if they can't both be true at once." (Hacking, 2001, p. 40). Ceci revient à dire que les situations décrites par deux énoncés mutuellement exclusifs ne peuvent pas être cooccurrentes. Les énoncés exprimant les résultats d'une expérimentation portant sur une observable sont mutuellement exclusifs; nous dirons également que les atomes d'une sous-algèbre booléenne correspondant à de tels énoncés sont mutuellement exclusifs. Pour tout a et $b \in B$, si a et b sont mutuellement exclusifs, alors $a \wedge b = 0$. Dans ce cas, $Pr_\psi(a \vee b) = Pr_\psi(a) + Pr_\psi(b)$. Par conséquent, la probabilité de la somme logique d'éléments mutuellement exclusifs est la somme arithmétique des probabilités de ces éléments.

Hacking définit ainsi l'indépendance entre deux énoncés : "Two propositions are independent when the truth of one does not make the truth of the other any more or less probable." (Hacking, 2001, p. 42). Ceci revient à dire que, pour des situations décrites par deux énoncés indépendants, l'occurrence d'une des situations n'influence pas la probabilité de l'occurrence de l'autre. Évidemment, les énoncés exprimant les résultats d'une expérimentation portant sur une observable sont dépendants et nous dirons également que les atomes d'une sous-algèbre booléenne qui leur correspondent sont dépendants. Pour tout a et $b \in \mathcal{B}$, si a et b sont indépendants, alors $Pr_\psi(a \wedge b) = Pr_\psi(a) \cdot Pr_\psi(b)$. Par conséquent, la probabilité du produit logique d'éléments mutuellement indépendants est le produit arithmétique des probabilités de ces éléments. Nous pouvons également dire que les éléments a et b sont indépendants si et seulement si $Pr_\psi(a \mid b) = Pr_\psi(a)$. Si les éléments a et b sont indépendants, alors les éléments a et $b^\perp$ le sont aussi.

Tous les énoncés relatifs à la définition de l'assignation Pr_ψ qui contiennent des opérateurs logiques dyadiques sont satisfaits par toute restriction de Pr_ψ à une sous-algèbre booléenne, ce qui est le cas pour la probabilité conditionnelle. Par ailleurs, nous avons déjà dit que l'état d'un quanton peut être considéré comme une mesure de probabilité, c'est-à-dire une fonction de probabilité. Cependant, van Fraassen (1980, p. 177) suggère de définir $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ comme une probabilité conditionnelle de la façon suivante : $\mathcal{P}_\psi(A, \Delta)$ est la probabilité d'avoir un résultat dans Δ, étant donné l'état $|\psi\rangle$ du quanton et étant donné que le quanton est sujet à une mesure de $\mathcal{A}$. En ce qui a trait à l'état préparé $|\psi\rangle$ du quanton, nous souscrivons à la formulation de van Fraassen puisque celle-ci souligne le fait qu'il faut, au laboratoire, préparer l'état du quanton avant une expérimentation. Par contre, pour ce qui est de la condition portant sur le contexte expérimental qui mesure l'observable $\mathcal{A}$, bien que nous soyons entièrement d'accord avec van Fraassen, nous préférons dire que la probabilité est relative à un contexte expérimental qui mesure $\mathcal{A}$. Quoique pour nous, les deux formulations sont équivalentes, la seconde servira mieux notre propos lorsque viendra le temps de justifier l'assignation probabilitaire de valeurs de vérité. En nous référant à la formulation de van Fraassen, nous pouvons donc dire que $Pr_\psi(a) = Pr(a \| \psi\rangle)$ où $Pr(a \| \psi\rangle)$ signifie la probabilité de a étant donné l'état préparé $|\psi\rangle$ du quanton, probabilité qui est aussi relative à un contexte expérimental donné.

En faisant abstraction du contexte expérimental pour l'instant, $Pr_\psi(a)$ qui est égale à $Pr(a \| \psi\rangle)$ est donc une probabilité conditionnelle. Cependant, cette probabilité conditionnelle n'est pas définie pour une restriction de Pr_ψ à une sous-algèbre booléenne, puisque le vecteur d'état $|\psi\rangle$ correspondrait à un élément d'une des sous-algèbres booléennes dont la valeur de vérité est égale à 1 et que cet élément n'est pas nécessairement dans la même sous-algèbre booléenne que a. Puisque $Pr_\psi(a)$ est définie dans $\mathcal{B}$ et qu'elle est égale à $Pr(a \| \psi\rangle)$, nous la nommons *probabilité conditionnelle généralisée*. Par conséquent, c'est la probabilité conditionnelle généralisée qui attribue aux atomes une probabilité et, par le fait même, leur assigne une valeur de vérité à l'aide de l'algorithme probabiliste. En référence à cette nouvelle définition, nous désignons, par la suite, l'assignation Pr_ψ par le terme *assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité* vu que cette assignation s'effectue étant donné l'état $|\psi\rangle$ du système quantique.

6.3.3 Illustrations de l'assignation probabilitaire conditionnelle à l'aide des espaces de Hilbert des états de spin ½ et des états de spin 1

Pour illustrer l'assignation probabilitaire conditionnelle de la logique quantique booléenne partielle, nous nous référons à deux types de contextes expérimentaux différents, chacun d'eux utilisant l'appareil de Stern et Gerlach. Le premier type fait appel à des contextes expérimentaux dans lesquels les quantons possèdent un spin ½, tandis que, dans le second type, ce sont des quantons de spin 1. Pour une illustration du premier type de contextes expérimentaux, nous nous référons de nouveau à la figure 6.2 de la page 222 et la situation qu'elle représente est la suivante : étant donné que l'état préparé du quanton de spin ½ est le vecteur $|-\rangle_x$, dans la sous-algèbre booléenne B_x qui correspond aux énoncés portant sur l'observable $\mathcal{L}_x$, nous avons que $Pr_\psi(S_{x-}) = 1$ et $Pr_\psi(S_{x+}) = 0$, tandis que dans B_z qui correspond aux énoncés portant sur l'observable $\mathcal{L}_z$, $Pr_\psi(S_{z-}) = ½$ et $Pr_\psi(S_{z+}) = ½$.

Dans B_x, vu que S_{x-} est l'orthocomplémentaire de S_{x+}, nous pouvons vérifier que $Pr_\psi(a^\perp) = 1 - Pr_\psi(a)$ est satisfait. Puisque S_{x-} et S_{x+} sont des atomes, ils sont mutuellement exclusifs et dépendants. Connaissant les valeurs de vérité assignées aux atomes, il y a plusieurs façons de calculer la valeur de vérité des énoncés complexes composés de ces atomes. Comme ils sont mutuellement exclusifs, alors $Pr_\psi(S_{x-} \vee S_{x+}) = Pr_\psi(S_{x-}) + Pr_\psi(S_{x+}) = 1 + 0 = 1$. En se servant du théorème de l'addition générale $Pr_\psi(a \vee b) = Pr_\psi(a) + Pr_\psi(b) - Pr_\psi(a \wedge b)$ et connaissant $Pr_\psi(S_{x-} \vee S_{x+})$, on en déduit que $Pr_\psi(S_{x-} \wedge S_{x+}) = 0$. Même si l'énoncé $Pr_\psi(S_{x-} \wedge S_{x+}) = Pr_\psi(S_{x-}) \cdot Pr_\psi(S_{x+})$ est satisfait, nous ne pouvons pas affirmer que S_{x-} et S_{x+} sont indépendants car cet énoncé est une condition nécessaire, mais non suffisante à leur indépendance. Nous avons vu ci-dessus que les atomes ne sont pas indépendants. Dans B_x, comme nous l'avons vu à la sous-section 6.2.2, le filtre maximal est l'ensemble $\{S_{x-}, 1\}$ et l'idéal maximal est l'ensemble $\{0, S_{x+}\}$.

Puisqu'ils sont, eux aussi, des atomes, les éléments S_{z-} et S_{z+} de B_z sont mutuellement exclusifs et dépendants. Par conséquent, $Pr_\psi(S_{z-} \vee S_{z+}) = Pr_\psi(S_{z-}) + Pr_\psi(S_{z+}) = ½ + ½ = 1$ et $Pr_\psi(S_{z-} \wedge S_{z+}) = 0$. Puisque $(S_{z-})^\perp = S_{z+}$, l'énoncé $Pr_\psi(a^\perp) = 1 - Pr_\psi(a)$ est également satisfait dans B_z. Comme $Pr_\psi(S_{z-} \wedge S_{z+}) \neq Pr_\psi(S_{z-}) \cdot Pr_\psi(S_{z+})$, alors S_{z-} et S_{z+} ne sont pas indépendants. Pour le calcul de $Pr_\psi(S_{x-} \wedge S_{x+})$ et de $Pr_\psi(S_{z-} \wedge S_{z+})$, nous aurions pu faire intervenir la probabilité conditionnelle. Par exemple, $Pr_\psi(S_{z-} \wedge S_{z+}) = Pr_\psi(S_{z-} \mid S_{z+}) \cdot Pr_\psi(S_{z+})$ et puisque $Pr_\psi(S_{z-} \mid S_{z+}) = 0$, vu que S_{z-} et S_{z+} sont mutuellement exclusif, alors $Pr_\psi(S_{z-} \wedge S_{z+}) = 0$. Tous ces calculs sont compatibles avec la définition des opérations de somme logique $\vee$ et de produit logique $\wedge$ dans $\mathcal{B}$. En effet, comme $(S_{x-} \vee S_{x+}) = 1$ et $(S_{z-} \vee S_{z+}) = 1$, alors $Pr_\psi(S_{x-} \vee S_{x+}) = Pr_\psi(1) = 1$ et $Pr_\psi(S_{z-} \vee S_{z+}) = Pr_\psi(1) = 1$ et comme $(S_{x-} \wedge S_{x+}) = 0$ et $(S_{z-} \wedge S_{z+}) = 0$, alors $Pr_\psi(S_{x-} \wedge S_{x+}) = Pr_\psi(0) = 0$ et $Pr_\psi(S_{z-} \wedge S_{z+}) = Pr_\psi(0) = 0$.

Étant donné que, dans le cas de quantons de spin ½, les sous-algèbres représentant les énoncés portant sur les composantes de spin selon des orientations différentes n'ont que deux atomes, la structure d'algèbre booléenne partielle transitive est relativement simple et ne rend pas compte entièrement de l'algèbre des valeurs de vérité. Nous illustrons donc l'assignation probabilitaire conditionnelle avec des contextes expérimentaux dans lesquels l'appareil de Stern et Gerlach interagit avec des quantons de spin 1. Par exemple, le noyau du deutérium composé d'un proton et d'un neutron est un quanton de spin 1. Le spectre de l'observable $\mathcal{L}_z$ est $\{-\hbar, 0, +\hbar\}$. Toutes les observables de spin selon une orientation donnée ont le même spectre. Posons l'observable $\mathcal{L}_v$ où v est une orientation déterminée relativement à un système de coordonnées cartésiennes.

Construisons une structure d'algèbre booléenne partielle transitive avec deux algèbres booléennes B_z et B_v qui correspondent respectivement aux contextes expérimentaux dans lesquels l'appareil de Stern et Gerlach mesure les observables $\mathcal{L}_z$ et $\mathcal{L}_v$. La situation se référant à ces deux contextes expérimentaux est représentée par le diagramme de Hasse de la figure 6.3 de la page suivante. Chacune de ces sous-algèbres booléennes possède trois atomes qui correspondent aux énoncés portant sur les trois valeurs du spectre de leur observable respective. Rappelons qu'il s'agit d'atomes d'un point de vue algébrique et non physique. L'opérateur hermitique S_z correspond à l'observable $\mathcal{L}_z$. Les vecteurs $|+\rangle_z$, $|0\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ sont les vecteurs propres de S_z qui sont associés respectivement aux valeurs propres $+\hbar$, 0 et $-\hbar$ de S_z de telle sorte

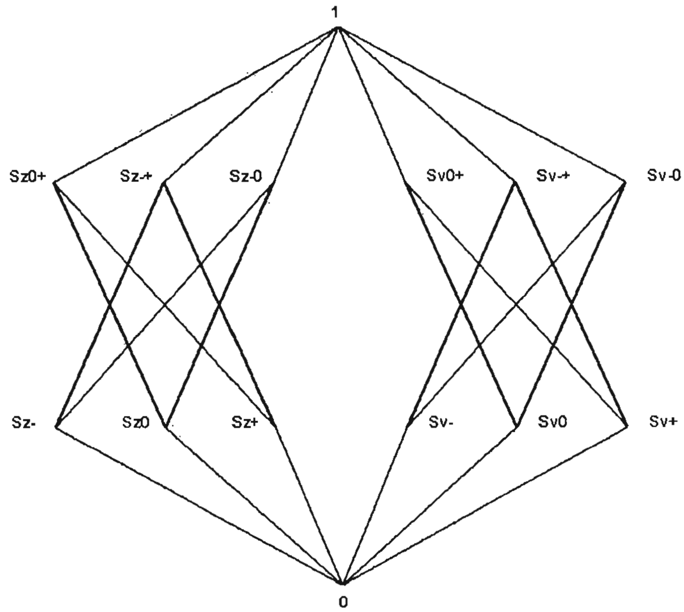

Figure 6.3 Algèbre booléenne partielle transitive référant à deux contextes expérimentaux incompatibles dont chacun est constitué d'un appareil de Stern et Gerlach pouvant interagir avec un quanton de spin 1.

que $S_z\,|+\rangle_z = +\hbar\,|+\rangle_z$, $S_z\,|0\rangle_z = 0\,|+\rangle_z$ et $S_z\,|-\rangle_z = -\hbar|-\rangle_z$. Dans B_z, les éléments S_{z-}, S_{z0} et S_{z+} correspondent respectivement aux énoncés (S_z, $+\hbar$), (S_z, 0) et (S_z, $-\hbar$). De la même manière, dans B_v, les éléments S_{v-}, S_{v0} et S_{v+} correspondent respectivement aux énoncés (S_v, $+\hbar$), (S_v, 0) et (S_v, $-\hbar$).

Si le quanton de spin 1 est préparé dans l'état $|+\rangle_z$, alors, dans la sous-algèbre B_z, $Pr_\psi(S_{z-}) = 0$, $Pr_\psi(S_{z0}) = 0$ et $Pr_\psi(S_{z+}) = 1$. Puisque les éléments S_{z-}, S_{z0} et S_{z+} sont mutuellement exclusifs, la probabilité de leur somme logique est égale à la somme de leur probabilité respective. Par exemple, $Pr_\psi(S_{z-} \vee S_{z+}) = 1$ et $Pr_\psi(S_{z+} \vee S_{z0}) = 1$. L'énoncé $Pr_\psi(a^\perp) = 1 - Pr_\psi(a)$ est satisfait dans B_z. Puisque les éléments S_{z-}, S_{z0} et S_{z+} sont mutuellement exclusifs et dépendants, leur produit logique est égal à zéro. Si nous dénotons respectivement les éléments ($S_{z-} \vee S_{z+}$) et ($S_{z+} \vee S_{z0}$) par S_{z-+} et S_{z0+}, $Pr_\psi(S_{z-+} \vee S_{z0+}) = Pr_\psi(S_{z-+}) + Pr_\psi(S_{z0+}) - Pr_\psi(S_{z-+} \wedge S_{z0+}) = 1 + 1 - 1 = 1$ puisque $Pr_\psi(S_{z-+} \wedge S_{z0+}) = 1$. Le dernier résultat, soit $Pr_\psi(S_{z-+} \wedge S_{z0+}) = 1$, peut être déduit de la façon suivante : $Pr_\psi(S_{z-+} \wedge S_{z0+}) = Pr_\psi(S_{z+}) = 1$. Nous pouvons aussi vérifier ce résultat en nous servant de l'énoncé suivant : $Pr_\psi(a^\perp \wedge b^\perp) = 1 - Pr_\psi(a \vee b)$. Ce dernier est déduit des lois de dualité et de l'énoncé $Pr_\psi(a^\perp) = 1 - Pr_\psi(a)$. Alors $Pr_\psi(S_{z-+} \wedge S_{z0+}) = 1 - Pr_\psi(S_{z0} \vee S_{z-})$ $= 1 - 0 = 1$. Par ailleurs, puisque $(S_{z-+} \vee S_{z0+}) = 1$, alors nous avons que $Pr_\psi(S_{z-+} \vee S_{z0+}) = Pr_\psi(1)$ $= 1$, ce qui est consistant avec le calcul que nous venons de faire ci-dessus. Il en est de même avec $Pr_\psi(S_{z-0} \vee S_{z0+})$ et $Pr_\psi(S_{z-0} \vee S_{z-+})$ où S_{z-0} dénote ($S_{z-} \vee S_{z0}$). Dans B_z, le filtre maximal est l'ensemble $\{S_{z+}, S_{z-+}, S_{z0+}, 1\}$ et l'idéal maximal est l'ensemble $\{0, S_{z-}, S_{z0}, S_{z-0}\}$.

Dans le cas général d'une observable qui possède un spectre discret et non dégénéré composé de n valeurs, la mécanique quantique nous dit que la somme des probabilités des n énoncés portant sur ces valeurs est égale à l'unité (Cohen-Tannoudji, Diu et Laloë, 1973, p. 218). Par conséquent, dans B_v, posons v tel que $Pr_\psi(S_{v-}) = ¼$, $Pr_\psi(S_{v0}) = ¼$ et $Pr_\psi(S_{v+}) = ½$. Puisque les éléments S_{v-}, S_{v0} et S_{v+} sont mutuellement exclusifs, la probabilité de leur somme logique est égale à la somme de leur probabilité. Par exemple, $Pr_\psi(S_{v-} \vee S_{v0}) = ½$ et $Pr_\psi(S_{v0} \vee S_{v+}) = ¾$. L'énoncé $Pr_\psi(a^\perp) = 1 - Pr_\psi(a)$ est satisfait dans B_z. Par exemple, en dénotant $(S_{v0} \vee S_{v+})$ par S_{v0+} et sachant que $(S_{v-})^\perp = S_{v0+}$, nous avons que $Pr_\psi (S_{v0+}) = 1 - Pr_\psi (S_{v-}) = 1 - ¼ = ¾$. Puisque les éléments S_{v-}, S_{v0} et S_{v+} sont mutuellement exclusifs et dépendants, leur produit logique est égal à zéro.

Si nous dénotons respectivement les éléments $(S_{v-} \vee S_{v+})$ et $(S_{v0} \vee S_{v-})$ par S_{v-+} et S_{v-0}, $Pr_\psi(S_{v-+} \vee S_{v-0}) = Pr_\psi(S_{v-+}) + Pr_\psi(S_{v-0}) - Pr_\psi(S_{v-+} \wedge S_{v-0}) = ¾ + ½ - ¼ = 1$ puisque $Pr_\psi(S_{v-+} \wedge S_{v-0}) = ¼$. Le dernier résultat, soit $Pr_\psi(S_{v-+} \wedge S_{v-0}) =¼$, peut être déduit de la façon suivante : $Pr_\psi(S_{v-+} \wedge S_{v-0}) = Pr_\psi(S_{v-}) = ¼$. Nous pouvons aussi vérifier ce résultat en nous servant de l'égalité suivante déjà démontrée : $Pr_\psi(a^\perp \wedge b^\perp) = 1 - Pr_\psi(a \vee b)$. Alors $Pr_\psi(S_{v-+} \wedge S_{v-0}) = 1 -$ $Pr_\psi(S_{v0} \vee S_{v+}) = 1 - Pr_\psi(S_{v0}) - Pr_\psi(S_{v+}) = 1 - ¼ - ½ = ¼$. Les éléments S_{v-0}, S_{v0+} et S_{v-+} ne sont pas mutuellement indépendants, car ils ne satisfont pas l'énoncé $Pr_\psi(a \wedge b) = Pr_\psi(a) \cdot Pr_\psi(b)$. Par ailleurs, puisque $(S_{v-+} \vee S_{v-0}) = 1$, alors nous avons que $Pr_\psi(S_{v-+} \vee S_{v-0}) = Pr_\psi(1) = 1$, ce qui est consistant avec le calcul que nous venons de faire ci-dessus. Il en est de même avec $Pr_\psi(S_{v-+} \vee S_{v0+})$ et $Pr_\psi(S_{v0+} \vee S_{v-0})$.

Par ces illustrations, nous avons voulu montrer comment le calcul des valeurs de vérité s'effectue dans l'assignation probabilitaire conditionnelle des valeurs de vérité de la logique quantique booléenne partielle. Nous voulions aussi vérifier, avec quelques exemples, la consistance des calculs pour différents types de contextes expérimentaux. Comme la valeur de vérité d'un énoncé quantique complexe est complètement déterminée par la valeur de vérité des énoncés quantiques qui le constituent, la logique quantique booléenne partielle est vérifonctionnelle selon la définition de la vérifonctionnalité donnée à la sous-section 6.1. Nous appelons *vérifonctionnalité partielle* cette vérifonctionnalité puisque les opérations dyadiques sont partielles dans la structure formelle $\mathcal{B}$. La vérifonctionnalité est complète dans chacune des sous-algèbres booléennes de $\mathcal{B}$. Les opérations logiques de produit logique $\wedge$, de somme logique $\vee$ et d'orthocomplémentation $^{\perp}$, entendues comme fonction de vérité, ont comme arguments et comme résultat des valeurs de vérité, c'est-à-dire des probabilités. Étant donné l'état préparé du quanton, nous connaissons la valeur de vérité des atomes de chaque sous-algèbre booléenne. Grâce à cette connaissance et à la restriction de Pr_{ψ} à chacune des sous-algèbres booléennes, c'est-à-dire grâce à la fonction de probabilité généralisée Pr_{ψ}, nous pouvons déterminer la valeur de vérité de tous les énoncés complexes de ces sous-algèbres booléennes.

Posons, par définition, les fonctions de vérité suivantes :

(6.20) $$[Pr_{\psi}(a)]^{\perp} \equiv Pr_{\psi}(a^{\perp})$$

(6.21) $$Pr_{\psi}(a) \wedge Pr_{\psi}(b) \equiv Pr_{\psi}(a \wedge b);$$

(6.22) $$Pr_{\psi}(a) \vee Pr_{\psi}(b) \equiv Pr_{\psi}(a \vee b).$$

À partir de la connaissance de la valeur de vérité des atomes établie par la fonction de probabilité généralisée Pr_{ψ}, nous pouvons donc connaître la valeur de vérité de tous les éléments de B en appliquant les fonctions de vérité appropriées de façon récursive. Évidemment, nous ne pouvons établir des tables de vérité pour les fonctions de vérité que peuvent être les opérations logiques. Les fonctions de vérité dyadiques sont complexes, étant donné que, dans leur application, on doit tenir compte du fait que les énoncés sont mutuellement exclusifs ou non et du fait qu'ils sont indépendants ou non. Comme nous l'avons souligné dans la conclusion du chapitre 5, la négation est radicalement différente de la logique classique bivalente. La négation, entendue comme fonction de vérité unaire, a les caractéristiques suivantes : d'une part, $[Pr_{\psi}(a)]^{\perp}$ est évalué conditionnellement à l'état préparé du quanton et, d'autre part, puisque $[Pr_{\psi}(a)]^{\perp} = 1 - Pr_{\psi}(a)$, la négation peut prendre n'importe quelle valeur dans [0, 1].

Nous pensons que l'assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité est l'assignation la plus pertinente pour la logique quantique booléenne partielle. Nous justifierons ce choix dans la prochaine sous-section par un retour sur la théorie sémantique quantique et le modèle justificationniste de la signification.

6.3.4 Justification de l'assignation probabilitaire conditionnelle

L'ensemble des valeurs de vérité assignées aux énoncés quantiques est l'ensemble fermé [0, 1] et la valeur de vérité d'un énoncé quantique est la probabilité qui lui est attribuée par la fonction de probabilité généralisée Pr_ψ. En identifiant la valeur sémantique d'un énoncé quantique à sa valeur de vérité, nous complétons ainsi la théorie sémantique quantique que nous avions commencé à développer à la section 5.1. Avec l'assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité, la théorie sémantique quantique est désormais composée des trois parties constitutives d'une théorie sémantique que nous avons évoquées à la sous-section 5.1.1. Outre la spécification de la valeur sémantique d'un énoncé quantique, la théorie sémantique quantique permet d'expliquer la valeur sémantique des énoncés quantiques complexes à partir de la valeur sémantique des énoncés quantiques qui le constituent. Ainsi, nous complétons la caractérisation du concept d'interprétation qui assigne une valeur sémantique aux diverses expressions du langage quantique et explique comment celle-ci est déterminée. Comme la valeur sémantique d'un énoncé est déterminante pour le concept d'interprétation, Dummett (1991d, p. 33) suggère que la valeur sémantique d'un énoncé soit la notion centrale d'une théorie sémantique.

La théorie sémantique quantique est donc une théorie sémantique polyvalente. Pour la classe des énoncés de la mécanique quantique, nous préférons ce type de théorie sémantique antiréaliste à celui selon lequel la valeur sémantique met en relation un énoncé avec un fait probant qui le rend vrai. La théorie sémantique intuitionniste est de ce dernier type et elle divise les énoncés mathématiques en deux classes : celle dont la valeur sémantique de ses énoncés les met en relation avec une démonstration et celle dont les énoncés n'ont pas de démonstration. Dans le cas de la mécanique quantique, la situation est très différente puisqu'un fait probant, c'est-à-dire le résultat d'une expérimentation, ne rend vrai un énoncé concordant avec le résultat que pour l'instant immédiatement après la mesure. Par la suite, avec l'évolution du système quantique, la vérité de cet énoncé devient incertaine puisque la probabilité attribuée à l'énoncé change avec le temps. Notons que le fait probant aurait pu également être que la probabilité attribuée à cet énoncé soit égale à 1. De plus, nous avons vu que, dans le cas de l'espace des états de spin et étant donné l'état préparé d'un quanton, il n'y a qu'un seul énoncé qui soit vrai lequel se situe dans une des sous-algèbres booléennes, tandis que la vérité de tous les énoncés des autres sous-algèbres booléennes est incertaine. Par conséquent, nous pouvons dire que de tels énoncés ont une valeur de vérité indéterminée ce qui ouvre la porte à la polyvalence.

Nous avons déjà noté que la théorie sémantique quantique que nous défendons, grâce à l'identification des valeurs de vérité aux probabilités, détermine de façon précise l'indétermination de la vérité d'un énoncé quantique. D'un autre côté, en assignant une valeur de vérité dans l'intervalle ouvert]0, 1[aux énoncés quantiques dont la vérité est incertaine, la théorie sémantique quantique ne marginalise pas le vrai et le faux. De cette manière, l'assignation des valeurs de vérité dans l'intervalle fermé [0, 1] rend cette assignation cohérente en n'excluant aucun des éléments de l'intervalle.

Par ailleurs, à la section 3.3, nous avons indiqué que Destouches-Février démontre dans un théorème que l'indéterminisme d'une théorie physique découle de la présence, dans celle-ci, d'observables incompatibles. Elle résume ce théorème en ces termes : "pour qu'une théorie soit essentiellement indéterministe, il est suffisant qu'il existe en droit une paire de grandeurs non simultanément mesurables" (Destouches-Février, 1951, p. 269). Dans les termes de Bitbol (1998, p. 313), le théorème de Destouches-Février s'exprime ainsi : la contextualité implique l'indéterminisme. Puisque la mécanique quantique est une théorie physique contextuelle, elle est donc indéterministe. L'indéterminisme de la mécanique quantique se révèle à travers l'attribution de probabilités aux énoncés quantiques. La théorie sémantique quantique, en raison de son assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité aux énoncés, rend compte de l'indéterminisme qui découle de la contextualité.

Dans le cadre de l'élaboration d'une théorie sémantique quantique, l'argument soutenant l'assignation de valeurs de vérité probabilitaire conditionnelle qui est, d'après nous, le plus convaincant est que cette assignation explicite la compositionnalité des valeurs sémantiques par une algèbre consistante des valeurs de vérité. Autrement dit, cette assignation explique le fait que la valeur sémantique d'un énoncé complexe est complètement déterminée par la valeur sémantique des énoncés qui le composent, ce qui n'est pas le cas pour une assignation trivalente dont la troisième valeur de vérité est l'indéterminé i.

En nous référant de nouveau aux diagrammes de Hasse des figures 6.2 et 6.3 ainsi qu'aux contextes expérimentaux qu'ils représentent, nous pouvons illustrer cette compositionnalité des valeurs sémantiques. Dans le cas d'un quanton de spin ½ et de son interaction avec l'appareil de Stern et Gerlach, la figure 6.2 montre bien que $(S_{z-} \vee S_{z+}) = 1$ de même que $(S_{x-} \vee S_{x+}) = 1$. La théorie sémantique permet d'expliquer pourquoi, dans B_x, la valeur de vérité assignée à $(S_{x-} \vee S_{x+})$ qui est égale à l'unité est complètement déterminée par la valeur de vérité assignée à S_{x-} et à S_{x+}. Étant donné que S_{x-} et S_{x+} sont mutuellement exclusifs, $Pr_\psi(S_{x-} \vee S_{x+}) = Pr_\psi(S_{x-}) + Pr_\psi(S_{x+}) = 1 + 0 = 1$. Il en est de même, dans B_z, pour la valeur de vérité assignée à $(S_{z-} \vee S_{z+})$: $Pr_\psi(S_{z-} \vee S_{z+}) = Pr_\psi(S_{z-}) + Pr_\psi(S_{z+}) = ½ + ½ = 1$.

Pour un quanton de spin 1, la situation décrite par la figure 6.3 est telle que, dans B_v, $Pr_\psi(S_{v-}) = ¼$, $Pr_\psi(S_{v0}) = ¼$ et $Pr_\psi(S_{v+}) = ½$. Puisque S_{v0} et S_{v+} sont mutuellement exclusifs, alors $Pr_\psi(S_{v0} \vee S_{v+}) = Pr_\psi(S_{v0}) + Pr_\psi(S_{v+}) = ¼ + ½ = ¾$. Nous obtenons ainsi la valeur de vérité des éléments S_{v0+}, S_{v-+} et S_{v-0} qui est respectivement ¾, ¾ et ½ à partir des valeurs de vérité de leurs constituants. Dans tous ces exemples, avec la fonction de probabilité généralisée Pr_ψ, la valeur sémantique d'un énoncé complexe est complètement déterminée par la valeur sémantique des énoncés qui le constituent.

Pour la classe des énoncés quantiques, une théorie sémantique polyvalente, telle que nous l'avons définie, exprime mieux, selon nous, les caractéristiques de la théorie quantique qu'une théorie sémantique analogue à la théorie sémantique intuitionniste. Entre autres, la théorie sémantique quantique rend compte de l'indéterminisme de la mécanique quantique en identifiant la valeur sémantique d'un énoncé avec la probabilité qui lui est attribuée. Mais, puisque notre théorie sémantique quantique est une théorie sémantique polyvalente, il faut nous assurer qu'elle n'est pas une théorie sémantique objectiviste. Pour ce faire, nous devons vérifier sur quel modèle de la signification la théorie sémantique quantique se fonde. Nous avons déjà évoqué ce problème à la sous-section 6.2.1 et à la fin de la sous-section 6.2.2.

Nous avons vu qu'une théorie sémantique objectiviste polyvalente ainsi que la théorie sémantique classique reposent sur une même façon d'attribuer une signification aux énoncés :

une saisie de la signification d'un énoncé implique que l'énoncé possède objectivement une valeur de vérité déterminée et la connaissance de ce qui fait que cet énoncé possède une de ces valeurs est indépendante des moyens que nous avons pour reconnaître quelle valeur de vérité l'énoncé possède. En effet, pour la théorie sémantique classique, les énoncés sont soit vrais, soit faux de façon objective et indépendamment de notre connaissance. Pour le modèle vériconditionnel de la signification basé sur la théorie sémantique classique, la connaissance des conditions de vérité est identifiée à la saisie de sa signification. Pour une théorie sémantique objectiviste, les énoncés possèdent aussi leurs valeurs de vérité de façon objective et indépendamment de nous. Dummett écrit ceci à propos des théories sémantiques objectivistes : "on an objectivist semantic theory, to know the meaning of an expression consists in knowing the condition for it to have any given semantic value." (Dummett, 1993b, p. 236). C'est pourquoi, pour Dummett, la différence entre une sémantique classique bivalente et une sémantique objectiviste est de peu d'importance. Les modèles de la signification sur lesquels reposent ces deux sémantiques ont la même forme : la forme vériconditionnelle (Dummett, 1993b, p. 237).

Puisque la théorie sémantique quantique est antiréaliste, nous devons rejeter qu'elle soit objectiviste, comme nous l'avons affirmé à la sous-section 6.2.1. Le fondement de la théorie sémantique quantique est le modèle justificationniste pour lequel la signification est identifiée aux conditions d'assertabilité. Autrement dit, pour le modèle justificationniste, la saisie de la signification d'un énoncé est identifiée à la capacité de reconnaître un fait probant qui justifie la vérité de l'énoncé s'il se présente. Comme nous l'avons spécifié à plusieurs reprises, le modèle justificationniste de la signification n'est pas un modèle qui a une forme vériconditionnelle puisqu'il nie que la compréhension d'un énoncé doit être expliquée en termes de saisie des conditions de vérité de l'énoncé. Puisque le modèle justificationniste n'est pas un modèle qui a une forme vériconditionnelle, la théorie sémantique quantique n'est pas objectiviste, même si elle est infinivalente.

Par conséquent, la valeur sémantique assignée à un énoncé n'est pas objective et indépendante de notre connaissance, mais dépend de notre capacité à reconnaître les conditions qui justifieraient la valeur sémantique de l'énoncé. Comme, pour la classe des énoncés de la mécanique quantique, un fait probant qui justifie la vérité d'un énoncé est soit le résultat d'une expérimentation concordant avec l'énoncé, soit l'attribution à cet énoncé d'une probabilité égale à l'unité, la vérité d'un énoncé est relative à un contexte expérimental. Il en est de même pour les autres valeurs sémantiques différentes de l'unité : les conditions qui justifient la valeur sémantique sont constituées par le contexte expérimental qui inclut l'état préparé du quanton sur lequel se fera la mesure. Les probabilités attribuées aux énoncés quantiques n'ont de sens que relativement aux conditions d'assertabilité et non dans l'absolu. Autrement dit, les probabilités attribuées aux énoncés d'une des sous-algèbres booléennes de la structure d'algèbre booléenne partielle transitive n'ont de sens que relativement au contexte expérimental qui permet d'effectuer une mesure de l'observable sur laquelle les énoncés de cette sous-algèbre booléenne portent. Évidemment, la signification même de ces énoncés dépend de la capacité à reconnaître, quand ils se présentent, les résultats d'une expérimentation mesurant l'observable sur laquelle portent ces énoncés et concordant avec ceux-ci.

Nous avons déjà défini la contextualité comme le fait de ne pouvoir conjoindre des langages contextuels qui réfèrent à des contextes expérimentaux incompatibles. D'une part, la contextualité de la mécanique quantique se manifeste dans la structure formelle, par des opérations dyadiques partielles, et d'autre part, elle se manifeste aussi dans l'interprétation de la théorie sémantique quantique, par l'assignation de valeurs de vérité probabilitaire conditionnelle. En intégrant l'assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité à la structure d'ordre d'algèbre booléenne partielle transitive, la logique quantique booléenne partielle exprime le caractère contextuel et, par conséquent, indéterministe de la mécanique quantique. Par ailleurs, la logique quantique booléenne partielle est vérifonctionnelle de façon partielle, contrairement à la vérifonctionnalité d'une logique fondée sur une théorie sémantique classique ou objectiviste. En effet, un modèle vériconditionnel de la signification peut nous donner une vérifonctionnalité complète dans la mesure où les opérations dyadiques s'appliquent à tous les énoncés d'un langage. Le caractère vérifonctionnel partiel de la logique quantique booléenne partielle provient du fait que la vérifonctionnalité est relative aux sous-algèbres booléennes et, par conséquent, relative aux contextes expérimentaux auxquels réfèrent ces sous-algèbres booléennes.

CONCLUSION

Nous commençons cette conclusion par un résumé de notre thèse et une synthèse de nos résultats qui seront suivis d'un bilan. Dans le bilan, nous insistons sur la portée que notre recherche pourrait avoir sur le plan pédagogique pour l'enseignement de la mécanique quantique. Nous terminons ce bilan en indiquant les diverses pistes éventuelles de recherche.

1. Résumé et synthèse des résultats

Notre recherche est une analyse philosophique dont le but est de spécifier la métaphysique à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique et d'en déterminer les fondements logiques. La méthode utilisée pour la spécification de la métaphysique est l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique. La thèse principale que Dummett soutient est que les débats métaphysiques entre le réalisme et l'antiréalisme à propos d'une classe d'énoncés en litige d'un domaine donné sont, en fait, des débats à propos des lois logiques. Une métaphysique réaliste repose sur la logique classique, tandis qu'une métaphysique antiréaliste repose sur une logique non classique.

Cependant, l'acceptation d'une logique doit être justifiée par une théorie sémantique qui elle-même doit être justifiée par un modèle de la signification. La théorie sémantique sert de base à l'élaboration du modèle de la signification. La logique classique se fonde sur la théorie sémantique classique bivalente. Celle-ci se fonde sur le modèle vériconditionnel de la signification lequel identifie la signification d'un énoncé à ses conditions de vérité. Dans une perspective non réductionniste, une théorie sémantique antiréaliste identifie la vérité à l'assertabilité tandis que le modèle justificationniste de la signification qui est son fondement identifie la signification d'un énoncé à ses conditions d'assertabilité. Selon Dummett, la bivalence est une condition nécessaire au réalisme.

Dummett réintroduit donc la métaphysique dans la philosophie analytique d'où elle avait été proscrite par les influences du Cercle de Vienne et de Wittgenstein. Contrairement à ce que ce dernier soutient, Dummett affirme que les problèmes métaphysiques ne doivent pas être abandonnés mais résolus. Dans le débat métaphysique entre platonistes et intuitionnistes en mathématiques, Dummett montre que l'adhésion par un mathématicien à une métaphysique a un impact dans la vie quotidienne de celui-ci, ce qui donne une signification concrète aux débats métaphysiques. Dummett propose un programme de recherche selon lequel son analyse des débats métaphysiques peut être appliquée à des classes d'énoncés en litige appartenant à d'autres domaines.

Pour justifier l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique afin d'en déterminer la métaphysique, nous devons montrer, d'une part, l'existence d'un tel débat en mécanique quantique à propos du statut ontologique des entités théoriques et, d'autre part, que ce débat a un impact sur la pratique des physiciens qui y participent. En nous référant au débat Bohr-Einstein, nous avons montré qu'il existe bel et bien un débat métaphysique en mécanique quantique. Nous avons aussi montré que l'adhésion à une métaphysique différente a un impact sur la pratique du physicien : une interprétation de la mécanique quantique construite à partir d'un cadre catégoriel impose des balises à la recherche du physicien qui y adhère. L'adhésion à une interprétation réaliste ou antiréaliste a donc un effet dans le travail du physicien.

Les conditions pour l'application de l'analyse dummettienne des débats métaphysiques à la classe des énoncés de la mécanique quantique étant satisfaites, nos hypothèses sont les suivantes : la logique à propos de la classe des énoncés quantiques est non classique et, par conséquent, la métaphysique à propos de cette classe est antiréaliste. Nous avons montré que la métaphysique appropriée à la mécanique quantique est un antiréalisme radical (voir section 4.3) puisque le principe de bivalence est inacceptable pour cette classe et que le modèle de la signification propre à celle-ci est le modèle justificationniste.

Étant donné que le principe de bivalence est inacceptable pour la classe des énoncés quantiques, par conséquent, la logique pour cette classe est non classique. Pour la détermination des fondements logiques, nous nous inscrivons dans l'approche logico-algébrique de la mécanique quantique dont est issue la logique quantique. Cette approche attribue une structure formelle aux différentes logiques : la structure formelle de la logique classique étant une algèbre de Boole, la structure formelle de la logique quantique standard est un treillis orthomodulaire complet. La logique quantique standard, c'est-à-dire la logique quantique la plus communément acceptée dans la littérature, est également bivalente. Nos hypothèses à propos de la logique quantique la plus adéquate pour décrire la structure logique de la mécanique quantique sont que sa structure formelle est une algèbre booléenne partielle transitive et que l'assignation de valeurs de vérité est probabilitaire et conditionnelle à l'état préparé du quanton.

Dans la logique quantique standard, puisque sa structure formelle est un treillis, il existe une conjonction et une disjonction entre n'importe quels énoncés, même entre des énoncés atomiques incompatibles, c'est-à-dire des énoncés qui portent sur la valeur d'observables qui ne peuvent être mesurées simultanément. Dans une algèbre booléenne partielle transitive, les conjonctions et les disjonctions sont des opérations dyadiques partielles puisqu'elles ne s'appliquent que sur des énoncés compatibles. La méthode utilisée pour choisir la structure et l'assignation de valeurs de vérité est basée sur des justifications provenant de la théorie sémantique quantique que nous avons développée ainsi que du modèle justificationniste de la signification. Nous avons montré que le treillis orthomodulaire produit des énoncés qui n'ont pas de signification tandis que nous avons justifié par des considérations sémantiques la structure d'algèbre booléenne partielle transitive ainsi que l'assignation probabilitaire conditionnelle de valeurs de vérité, laquelle complète la théorie sémantique quantique.

Bref, nous avons justifié la métaphysique antiréaliste à propos de la classe des énoncés quantiques portant sur un système quantique et avons également justifié la structure formelle et l'assignation de valeurs de vérité de la logique quantique booléenne partielle. L'originalité majeure de notre recherche est sa méthode, c'est-à-dire le fait de combiner une analyse dummettienne de la métaphysique de la mécanique quantique et une exploration des logiques quantiques existantes. Autant pour la spécification de la métaphysique que pour la détermination de la logique quantique, les justifications sont issues, en fin de compte, du modèle de la signification qui s'applique à la classe des énoncés quantiques. Le modèle de la signification nous permet de prendre parti autant pour ce qui est du choix de la métaphysique que pour ce qui est du choix de la logique.

D'une part, plutôt que de nous servir des arguments habituels que nous rencontrons en sciences et en philosophie des sciences pour prendre position dans le débat opposant le réalisme scientifique et l'antiréalisme qui a lieu en mécanique quantique, nous nous servons d'une thèse que Dummett a développée en philosophie analytique pour y parvenir. D'autre part, pour justifier la logique quantique booléenne partielle comme étant la plus pertinente, nous nous référons à des considérations sémantiques. Le choix d'une logique se base sur la capacité de celle-ci à représenter adéquatement la mécanique quantique par la satisfaction de contraintes sémantiques provenant de la théorie sémantique quantique et du modèle justificationniste de la signification. Ces contraintes sémantiques reviennent à des contraintes relatives aux contextes expérimentaux. Nous pouvons dire que la signification des énoncés quantiques est une signification expérimentale. Un autre point important et original de notre thèse est la construction de la théorie sémantique quantique qui permet d'expliquer la compositionnalité des énoncés quantiques autant dans la structure formelle qu'en termes de valeur sémantique.

Notre contribution se situe sur le plan de l'interprétation logique et métaphysique de la mécanique quantique. En nous situant sur le terrain logico-sémantique plutôt que sur le terrain de l'ontologie, nous croyons avoir pu résoudre le débat métaphysique qui sévit en mécanique quantique depuis sa formulation. Notre recherche vient appuyer, par le biais de la philosophie analytique, tout un courant de pensée antiréaliste à propos de la mécanique quantique qui existe en physique et en philosophie des sciences. Notre recherche est donc un argument supplémentaire soutenant ce courant. Étant donné que plusieurs logiques quantiques ont vu le jour depuis la publication, en 1936, de l'article de Birkhoff et von Neumann, notre recherche permet également de déterminer la logique quantique booléenne partielle comme la plus pertinente parmi celles-ci. Une contribution que nous croyons devoir souligner est le fait que la logique quantique booléenne partielle est vérifonctionnelle, ce qui permettrait de rendre décidable la classe des énoncés de la mécanique quantique (Robert, 1993, p. 198).

2. Apport de notre recherche pour la didactique de la mécanique quantique

Une des contributions possibles de notre recherche serait en didactique de la mécanique quantique. D'après nous, les résultats de notre thèse pourraient avoir un effet positif sur la qualité de l'enseignement de la mécanique quantique. Il est montré, dans la littérature en didactique des sciences, que l'apprentissage de la mécanique quantique est problématique. Bélanger (2008, p. 5-13), après une revue exhaustive de la littérature sur la didactique de la mécanique quantique, constate que les apprenants de tous les niveaux ont des difficultés avec la discrimination des concepts quantiques et la construction d'un réseau stable et cohérent de ces concepts.

La transposition didactique est la modification d'un savoir savant pour en faire un objet d'enseignement (Astolfi et Develay, 1989, p. 43). L'enseignement traditionnel ou actuel de la mécanique quantique repose sur une transposition didactique que l'on pourrait qualifier d'instrumentaliste, c'est-à-dire une transposition fondée sur le formalisme et le calcul où les questions d'interprétation sont mises de côté. Pour trouver des solutions aux difficultés d'apprentissage et concevoir une transposition didactique plus efficace, nous devons nous référer aux modèles de la didactique des sciences. Dans ceux-ci, l'apprentissage de la mécanique quantique est traité comme le passage de la mécanique classique à la mécanique quantique, c'est-à-dire du passage des concepts et du réseau conceptuel classiques aux concepts et au réseau conceptuel quantiques. Ce passage est identifié à la notion de changement conceptuel qui est essentielle en didactique des sciences. Pour faire la transition de la mécanique classique à la mécanique quantique, nous adoptons l'approche qui met en relation les deux mécaniques en les juxtaposant, car cette approche cherche à "proposer une nouvelle transposition didactique visant spécifiquement à provoquer une séparation nette entre le monde classique et le monde quantique dans l'esprit des étudiants." (Bélanger, 2008, p. 12).

En didactique des sciences, il existe différents modèles de changement conceptuel qui tentent d'expliquer les difficultés d'apprentissage et sur lesquels on peut se fonder pour prescrire des solutions. Parmi ces modèles, nous choisissons celui de Vosniadou (1994, 2002) que nous appliquons à l'apprentissage de la mécanique quantique. En gros, son modèle possède trois structures changeant graduellement dans un système explicatif relié à un domaine spécifique : une théorie-cadre, une théorie spécifique et des modèles mentaux. Le terme *théorie* employé par Vosniadou désigne un ensemble cohérent de connaissances qui se rapporte à une compréhension explicative. Les théories-cadres sont formées de présuppositions ontologiques qui portent sur la nature des objets physiques et leurs propriétés et de présuppositions épistémologiques qui portent sur la nature de la connaissance. Ces présuppositions sont non disponibles à la conscience et aux tests. Une théorie spécifique consiste en un réseau d'énoncés ou de croyances portant sur les objets physiques et leurs propriétés. Une telle théorie est contrainte par la théorie-cadre. Les modèles mentaux sont générés à partir de la théorie-cadre et de la théorie spécifique pour une situation donnée. Vosniadou propose deux types de changement conceptuel : par enrichissement et par révision.

En appliquant le modèle de Vosniadou à l'apprentissage de la mécanique quantique, nous pouvons dire que les apprenants de la mécanique quantique possèdent préalablement une théorie-cadre et une théorie spécifique qu'ils ont assimilées à partir de leur apprentissage de la mécanique classique. Pour nous, une théorie spécifique correspond au réseau conceptuel que se construisent les apprenants lors de l'apprentissage. Notre hypothèse pour expliquer les problèmes d'apprentissage en mécanique quantique est que l'apprentissage de la mécanique quantique se fait sous les contraintes de la révision d'une théorie-cadre classique, c'est-à-dire propre à la mécanique classique. À propos de la révision d'une théorie-cadre, Vosniadou (1994, p. 49) écrit ceci :

> The change of a framework theory is difficult because the presuppositions of the framework theory represent relatively coherent systems of explanation [...]. In addition, ontological and epistemological presuppositions form the foundations of our knowledge base and their revision is likely to have serious implications for all the subsequent knowledge structures which have been constructed on them."

Lorsqu'une révision de la théorie-cadre doit être effectuée, des problèmes d'apprentissage sont plus susceptibles de survenir.

La théorie-cadre classique comprendrait plusieurs éléments, dont la causalité et le déterminisme. Pour nos besoins, nous retiendrons la présupposition ontologique suivante : un réalisme naïf pour lequel la réalité est constituée d'objets ayant des propriétés déterminées indépendamment de l'existence d'un système observateur. Nous retiendrons la présupposition épistémologique suivante : les probabilités fondées sur l'axiomatisation de Kolmogorov sont conçues en termes d'imprécision ou d'ignorance.

Par contre, en mathématiques et en sciences, une logique implicite est toujours présente en tant que structure formelle de raisonnement déductif. Une de nos hypothèses est d'ajouter à une théorie-cadre des présuppositions logiques. D'ailleurs, une théorie-cadre peut s'apparenter au concept de cadre catégoriel qui inclut des présuppositions logiques (Körner, 1970, p. 10). Nous avons vu, à la sous-section 2.3.2, qu'une interprétation de la mécanique quantique est construite à partir d'un cadre catégoriel. Nous retenons la logique classique comme présupposition logique à la théorie-cadre classique. Notre théorie-cadre est donc constituée de trois types de présuppositions : logiques, ontologiques et épistémologiques.

Il reste à définir une théorie-cadre quantique comme étant la révision de la théorie-cadre classique qui aura des contraintes différentes de cette dernière. Dans la transposition didactique que nous proposons, l'enseignement de la logique quantique aiderait, d'après nous, à la révision de la théorie-cadre classique. Outre la révision d'éléments comme la causalité et le déterminisme, notre approche pourrait aider à réviser les éléments retenus. Les présuppositions logiques de la théorie-cadre quantique sont une logique quantique; ses présuppositions ontologiques ou métaphysiques sont une conception anti-réaliste ou un réalisme sophistiqué; ses présuppositions épistémologiques à propos des probabilités sont une notion objective de probabilité généralisée basée sur une structure formelle non booléenne.

D'après nous, une transposition didactique se basant sur notre approche nous permettrait une révision plus efficace de la théorie-cadre classique, révision conçue comme changement conceptuel. Les contraintes de la théorie-cadre quantique permettraient une meilleure discrimination des concepts quantiques et une construction plus stable et cohérente du réseau conceptuel quantique. Par conséquent, l'enseignement des structures logiques aux apprenants de la mécanique quantique nous semble très pertinent.

3. Pistes de recherche futures

Nous avons vu que, selon Carnap, il y a trois façons de modifier la logique classique pour s'adapter à la présence d'observables incompatibles en mécanique quantique : on peut effectuer des modifications sur le plan de la syntaxe, des lois de transformation ou bien du nombre de valeurs de vérité. Un point intéressant à remarquer est que la logique quantique booléenne partielle procède à des modifications sur tous ces plans. Par exemple, sur le plan syntaxique, les énoncés complexes, produits par la conjonction ou la disjonction d'énoncés atomiques incompatibles, sont des énoncés mal formés. Sur le plan des lois de transformation, l'orthomodularité remplace la distributivité. Sur le plan du nombre de valeurs de vérité (la valence), une assignation infinivalente remplace la bivalence. Une piste de recherche intéressante serait de parfaire la logique quantique booléenne partielle que nous proposons en poursuivant l'analyse de l'assignation de valeurs de vérité plus en profondeur afin d'en tirer des conséquences, dans le langage-objet, à propos du connecteur binaire d'implication $\supset$ et, dans le métalangage, à propos de la conséquence sémantique $\vDash$ que nous avons identifiée à la relation d'ordre $\geq$. Cette analyse pourrait aussi éclairer certains aspects à propos des fonctions de vérité probabilitaires et de la vérifonctionnalité partielle. Elle pourrait répondre, par exemple, à la question de savoir si l'assignation probabilitaire de la logique quantique booléenne partielle est un homomorphisme.

Une autre piste de recherche intéressante serait d'effectuer une analyse philosophique du statut épistémologique de la logique au regard des résultats de notre étude. Il serait pertinent de prendre position dans le débat qui a fait suite à la parution d'un article célèbre de Putnam (1979) intitulé “Is logic empirical?” et de la réponse de Dummett (1978) dans un article qui porte le même titre. Dans le contexte d'une théorie de la connaissance classique dans laquelle il existe un sujet et des objets de connaissance, la logique peut être considérée, d'après nous, comme un outil formel pour organiser l'interaction de l'être humain avec son environnement. Selon Meyer (1956, p. 279), la logique, entendue comme un calcul d'opérateurs, a un rôle médiateur entre les données empiriques et leur intégration dans la théorie physique de laquelle des énoncés peuvent être déduits comme prédictions. Nous empruntons à Meyer le rôle médiateur de la logique en l'appliquant à notre perspective interactionniste : la logique est une structure formelle que nous pouvons appliquer afin d'organiser notre expérience qui provient de notre interaction avec le monde. Avec la structure formelle de la logique booléenne partielle, les énoncés portant sur des grandeurs d'observables sont organisés de telle sorte que cette organisation représente notre interaction avec le monde quantique.

Ce rôle médiateur de la logique n'enlève rien au fait que l'on peut considérer celle-ci strictement comme un formalisme dénué de signification. D'ailleurs, un grand pan de la recherche en logique quantique se place sur le plan strictement formel et, de plus, la structure mathématique d'une logique est définie formellement. Cependant, si nous voulons construire une logique quantique pour déterminer la structure logique de la mécanique quantique, nous devons nous référer à la théorie ainsi qu'aux contextes expérimentaux. Les antinomies de la mécanique quantique surgissent quand on applique une logique classique à l'expérience que nous avons du monde quantique. Qui plus est, la logique classique va de pair avec une métaphysique réaliste. Le cadre catégoriel réaliste ne concorde pas avec notre expérience du monde quantique.

Dans un cadre catégoriel antiréaliste dans lequel la présupposition logique est la logique booléenne partielle, la structure formelle de cette logique permet de bien appréhender notre interaction avec le monde quantique et aplanit de nombreux problèmes conceptuels. Par ses opérations logiques dyadiques partielles, cette logique rend compte des langages contextuels qui réfèrent aux contextes expérimentaux incompatibles ainsi que de l'indéterminisme par son assignation probabilitaire conditionnelle. Les propriétés des quantons sont relatives à ces contextes expérimentaux et ne sont pas intrinsèques aux quantons. Le résultat expérimental produit par l'interaction des appareils de mesure et du monde quantique ne révèle pas une réalité déjà existante.

Étant donné que la logique organise notre expérience, cette organisation est illustrée, en mécanique quantique, par la structure formelle d'algèbre booléenne partielle transitive qui est construite par la juxtaposition d'algèbres booléennes qui réfèrent à des contextes expérimentaux incompatibles et chacune de ces sous-algèbres booléennes est constituée à partir des énoncés atomiques sur lesquels on applique de façon récursive les connecteurs logiques.

À partir de considérations sur le statut de la logique ayant un rôle médiateur, nous aboutissons à des considérations ontologiques et métaphysiques à propos de l'objet quantique et de ses attributs. Une autre piste intéressante de recherche pourrait être l'analyse philosophique de l'objet quantique et du monde quantique fondée sur les résultats de notre recherche. Un problème que nous n'avons pas abordé est celui de l'identité d'un quanton qu'il est impossible de lui attribuer de façon permanente. De nombreux ouvrages, autant en physique qu'en philosophie de la mécanique quantique, ont été écrits au sujet de l'ontologie quantique. Par exemple, nous avons déjà fait mention de Popper et ses propensions ainsi que de Bunge et ses quantons aux propriétés floues.

Mais que peut être le monde quantique, quand la signification d'un énoncé portant sur lui est dépendante du contexte expérimental, c'est-à-dire de ses conditions d'assertabilité? Nous avons défini le réalisme à propos des entités théoriques de la mécanique quantique comme étant la croyance en une réalité quantique indépendante de notre connaissance et que cette réalité est préstructurée d'objets existants en soi et ayant des propriétés intrinsèques. Nous avons sciemment défini un énoncé quantique comme un énoncé exprimant une propriété d'un quanton afin, qu'à la lumière de cette définition, le contraste entre le réalisme et l'antiréalisme en mécanique quantique n'en soit que plus apparent. Notre recherche soutient qu'une propriété n'appartient pas en soi à un quanton étant donné qu'elle est relative à un contexte expérimental. Elle ne lui appartient que dans la mesure où une expérimentation corrobore l'énoncé exprimant la propriété ou si la probabilité attribuée à cet énoncé est égale à l'unité. Par conséquent, l'objectivité en mécanique quantique est une objectivité plus faible. Nous devons donc redéfinir la notion de propriété ou bien trouver une autre notion qui serait plus adéquate. Nous recommandons qu'une analyse philosophique doive être effectuée à propos du concept d'objet quantique ainsi que celui de propriété.

Comme le dit lui-même Dummett, l'antiréalisme ne nous commet pas nécessairement à l'idéalisme. Quoique nous croyons que les entités théoriques de la mécanique quantique sont des constructions de l'esprit humain, ce ne sont pas de pures créations effectuées à partir de rien. Le monde quantique n'est pas une réalité préstructurée d'entités théoriques existantes en soi, mais se construit à mesure que nous le sondons, comme le dit Dummett (1978, p. 18) à propos du monde des mathématiques. Nous faisions notamment remarquer, à la fin du chapitre 5, que la logique quantique booléenne partielle nous ramène à l'action humaine. Donc, l'activité humaine, dans un laboratoire de physique, permet l'émergence de phénomènes prédits de façon probabiliste par la théorie quantique. La logique quantique booléenne partielle nous permet d'organiser les phénomènes prédits par la théorie quantique dans une structure formelle.

C'est dans ce sens que la logique a un rôle médiateur. La métaphysique antiréaliste à propos de la classe des énoncés de la mécanique quantique fondée sur la logique quantique booléenne partielle soutient donc une épistémologie interactionniste selon laquelle la connaissance se construit par notre interaction avec le monde et que ce que nous pouvons connaître revient, en tout état de cause, à la connaissance de notre interaction.

Frege disait à propos des lois de la logique qu'elles ne sont pas des lois de la nature, mais des lois des lois de la nature (Dummett, 1991d, p. 1). La logique en tant que structure formelle et médiatrice sert à l'organisation de notre expérience du monde et la métaphysique à propos de l'ontologie de ce monde dépend des rapports logiques entre les énoncés portant sur celui-ci. Dans la perspective d'une métaphysique antiréaliste et d'une épistémologie interactionniste, l'ontologie possède une objectivité plus faible.

RÉFÉRENCES

Apel, K.-O., J. Barnes, E. Bellone, C. Chevalley, G. A. Cohen, J. Cournut, A. de Libera, V. Descombes, P. Engel, P. Guenancia, J. Habermas, K. Mulligan, F. Récanati, P. Ricoeur, J. B. Schneewind, J. Searle, S. Veca, M. Walzer et D. Widlöcher. 2000. *Un siècle de philosophie : 1900-2000*. Paris : Gallimard/Centre Pompidou.

Apostol, Tom M. 1969. *Calculus*, 2e éd., t. 2. Waltham (MA) : Xerox Corporation.

Arès, André et Jules Marcoux. 1971. *Physique : structure de la matière*. Montréal : Lidec.

Asquith, P. D. et R. N. Giere (comp.). 1980. *PSA 1980: Proceedings of the 1980 Biennal Meeting of the Philosophy of Science Association: Contributed Papers*, t. 1. East Lansing (MI) : Philosophy of Science Asssociation.

Astolfi, J.-P. et M. Develay. 1989. *La didactique des sciences*. Coll. "Que sais-je ?", no 2448. Paris : Presses Universitaires de France.

Auletta, G. et G. Tarozzi. 2004. "On the physical reality of quantum waves". *Foundations of Physics*, vol. 34, no 11 (novembre), p. 1675-1694.

Ayer, A. J. (dir. publ.). 1959. *Logical Positivism*. New York : Free Press.

Baggott, Jim. 1992. *The Meaning of Quantum Theory*. Oxford : Oxford University Press.

Barut, Asim O. 1992. "How to avoid «quantum paradoxes»". *Foundations of Physics*, vol. 22, no 1 (janvier), p. 137-142.

Bass, J. 1968. *Cours de mathématiques*, t. 1. Paris : Masson.

————— . 1971. *Cours de mathématiques*, t. 3. Paris : Masson.

Bastos Filho, Jenner B. 1995. "Fundamental problems of quantum physics". *Apeiron*, vol. 2, no 4 (octobre), p. 102-103.

Bélanger, Michel. 2008. "Du changement conceptuel à la complexification conceptuelle dans l'apprentissage des sciences". Thèse de doctorat, Montréal, Université de Montréal.

Bellone, Emrico. 2000. "Pour une vision naturelle de la science et de la philosophie". Voir Apel *et al.* 2000.

Beltrametti, Enrico G. et Gianni Cassinelli. 1981. *The Logic of Quantum Mechanics*. Coll. "Encyclopedia of mathematics and its applications", vol. 15. Reading (MA) : Addison-Wesley.

Beltrametti, Enrico G. et Bas C. van Fraassen (dir. publ.). 1981. *Current Issues in Quantum Logic*. New York : Plenum.

Birkhoff, G. et J. von Neumann. 1936. "The logic of quantum mechanics". *Annals of Mathematics*, vol. 37, no 4 (octobre), p. 823-843.

Bitbol, Michel. 1996. *Mécanique quantique : Une introduction philosophique*. Coll. "Champs", no 391. Paris : Flammarion.

————— . 1998. *L'aveuglante proximité du réel : Anti-réalisme et quasi-réalisme en physique*. Coll. "Champs", no 394. Paris : Flammarion.

————— . 2000. *Physique et philosophie de l'esprit*. Coll. "Nouvelle bibliothèque scientifique". Paris : Flammarion.

Bohm, David. 1957. *Causality and Change in Modern Physics*. Londres : Routledge and Kegan Paul.

————— . 1983. "A suggested interpretation of the quantum theory in terms of 'hidden' variables, I and II". In *Quantum Theory and Measurement*, sous la dir. de J. A. Wheeler et W. H. Zurek, p. 369-402. Princeton (N.J.) : Princeton University Press.

Bohr, Niels. 1935. "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?". *Physical Review*, vol. 48, p. 696-702.

————— . 1961. *Physique atomique et connaissance humaine*. Paris : Gauthier-Villars.

Boole, George. 1965. *The Mathematical Analysis of Logic: Being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning*. Oxford : Blackwell.

Born, Max. 1971. *The Born-Einstein Letters: Correspondence between Albert Einstein and Max and Hedwig Born from 1916-1955*. Trad.de l'allemand par I. Born. Londres : Macmillan.

———————. 1983. "On the quantum mechanics of collisions". In *Quantum Theory and Measurement*, sous la dir. de J. A. Wheeler et W. H. Zurek, p. 52-55. Princeton (N.J.) : Princeton University Press.

Bouveresse, Jacques. 1980. "Frege, Wittgenstein et la nouvelle «querelle du réalisme»". *Critique*, nos 399-400 (août-septembre), p. 881-896.

Bub, Jeffrey. 1997. *Interpreting the Quantum World*. Cambridge : Cambridge University Press.

Bunge, Mario. 2003. "Twenty-five centuries of quantum physics: from Pythagoras to us, and fron subjectivism to realism". *Science & Education: Quantum Theory, Philosophy and Education*, vol. 12, nos 5-6 (août), p. 445-466.

Carnap, Rudolf. 1956. "Empiricism, semantics, and ontology". Supplément in *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*, p. 205-221. Chicago : University of Chicago Press.

———————. 1959. "The elimination of metaphysics through logical analysis of language". In *Logical Positivism*, sous la dir. de A. J. Ayer, p. 60- 81. New York : Free Press.

———————. 1995. *An Introduction to the Philosophy of Science*. Éd. de Martin Gardner. Mineola (N.Y.) : Dover.

Cattaneo, G., C. Dalla Pozza, C. Garola et G. Nistic. 1988. "On the logical foundations of the Jauch-Piron approach to quantum physics". *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 27, no 11 (novembre), p. 1313-1349.

Churchland, P. M. et C. A. Hooker (dir. publ.). 1985. *Images of Science: Essays on Realism and Empiricism, with a Reply from Bas C. van Fraassen*. Chicago : University of Chicago Press.

Coecke, B., D. J. Moore et A. Wilce. 2001. "Operational quantum logic: an overview". ArXiv: quant-ph/0008019.

Cohen, David W. 1989. *An Introduction to Hilbert Space and Quantum Logic*. Coll. "Problem books in mathematics". New York : Springer-Verlag.

Cohen-Tannoudji, C., B. Diu et F. Laloë. 1973. *Mécanique quantique*. 2 t. Coll. "Enseignement des sciences", no 16. Paris : Hermann.

Corry, Leo. 1992. "Nicolas Bourbaki and the concept of mathematical structure". *Synthese*, vol. 92, p. 315-348.

Cuvillier, Armand. 1967. *Nouveau vocabulaire philosophique*, 13e éd. Paris : Armand Colin.

Dalla Chiara, M. L. 1986. "Quantum logic". In *Handbook of Philosophical Logic: Alternatives to Classical Logic*, t. 3, sous la dir. de D. Gabbay et F. Guenthner. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Dalla Chiara, M. L. et R. Giuntini. 2008. "Quantum Logics". ArXiv: quant-ph/0101028.

de Broglie, Louis. 1992. *Nouvelles perspectives en microphysique*. Coll. "Champs", no 269. Paris : Flammarion.

Destouches-Février, Paulette. 1951. *La structure des théories physiques*. Coll. "Philosophie de la matière". Paris : Presses Universitaires de France.

Deutsch, David. 1985. "Quantum theory as a universal physical theory". *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 24, no 1 (janvier), p. 1-41.

——————. 1997. *The Fabric of Reality*. Londres : Penguin Books.

——————. 2001. "The structure of the multiverse". ArXiv: quant-ph/0104033.

DeWitt, B. S. 1973. "The many-universes interpretation of quantum mechanics". In *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, sous la dir. de B. S. DeWitt et N. Graham, p. 167-218. Princeton : Princeton University Press.

DeWitt, B. S. et N. Graham (dir. publ.). 1973. *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*. Princeton : Princeton University Press.

Dickson, Michael. 2002. "The modal interpretations of quantum theory". Stanford Encyclopedia of Philosophy : http://plato.stanford.edu/entries/qm-modal/.

Dirac, Paul A. M. 1967. *The Principles of Quantum Mechanics*, 4e éd. Oxford : Clarendon Press.

Duhem, Pierre. 2003. *Sauver les phénomènes : Essai sur la notion de théorie physique de Platon à Galilée*. Paris : Vrin.

————— . 1997. *La Théorie Physique*. Paris : Vrin.

Dummett, Michael. 1973. *Frege: Philosophy of Language*. Londres : Duckworth.

————— . 1977. *Elements of Intuitionism*. Oxford : Clarendon Press.

————— . 1978. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge (MA) : Harvard University Press.

————— . 1981. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge (MA) : Harvard University Press.

————— . 1991a. *Frege and Other Philosophers*. Oxford : Clarendon Press.

————— . 1991b. *Frege: Philosophy of Mathematics*. Londres : Duckworth et Cambridge (MA) : Harvard University Press.

————— . 1991c. *Philosophie de la logique*. Préf. et trad. de l'anglais par F. Pataut. Paris : Minuit.

————— . 1991d. *The Logical Basis of Metaphysics*. Cambridge (MA) : Harvard University Press.

————— . 1993a. *Origins of Analytical Philosophy*. Cambridge (MA) : Harvard University Press.

————— . 1993b. *The Seas of Language*. Oxford : Clarendon Press.

Einstein, A., B. Podolsky et N. Rosen. 1935. "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?". *Physical Review*, vol. 47, p. 777-780.

Engel, Pascal. 1989. *La norme du vrai : Philosophie de la logique*. Paris : Gallimard.

Everett III, Hugh. 1983. "«Relative state» formulation of quantum mechanics". In *Quantum Theory and Measurement*, sous la dir. de J. A. Wheeler et W. H. Zurek, p. 315-323. Princeton (N.J.) : Princeton University Press.

Fine, Arthur. 1996. *The Shaky Game: Einstein, Realism and the Quantum Theory*. Chicago : University of Chicago Press.

Fox-Keller. 1985. *Reflections on Gender and Science*. New Haven (CT) : Yale University Press.

Frege, Gottlob. 1969. *Les fondements de l'arithmétique*. Introd. et trad. par C. Imbert. Coll. "Ordre philosophique". Paris : Seuil.

————————. 1971. "Sens et dénotation". Chap. in *Écrits logiques et philosophiques*, trad. de C. Imbert, p. 102-126. Paris : Seuil.

Frink, O. 1938. "New algebras of logic". *American Mathematics Monthly*, no 45, p. 210-219.

Gabbay, D. et F. Guenthner (dir. pub.). 1986. *Handbook of Philosophical Logic: Alternatives to Classical Logic*, t. 3. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Gauthier, Yvon. 1995. *La philosophie des sciences : une introduction critique*. Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal.

Gholson, B. et P. Barker. 1985. "Kuhn, Lakatos, and Laudan. Applications in the history of physics and psychology". *American Psychologist*, vol. 40, no 7 (juillet), p. 755-769.

Gudder, Stanley. 1979. *Stochastic Methods in Quantum Mechanics*. Mineola (N.Y.) : Dover.

Haack, Susan. 1974. *Deviant Logic: Some Philosophical Issues*. Cambridge : Cambridge University Press.

Hacking, Ian. 2001. *An Introduction to Probability and Inductive Logic*. Cambridge : Cambridge University Press.

Hall, J. A. P. 1960. "N. Bourbaki". *The Mathematical Gazette*, vol. 44, no 350, p. 250-253.

Halmos, Paul R. 1957. *Introduction to Hilbert Space and the Theory of Spectral Multiplicity*, 2e éd. Providence (RI) : Chelsea.

Halmos, P. et S. Givant. 1998. *Logic as Algebra*. Coll. "The Dolciani mathematical expositions", vol. 21. Washington, D.C. : Mathematical Association of America.

Hardegree, G. M. et P. J. Frazer. 1981. "Charting the labyrinth of quantum logics: a progress report". In *Current Issues in Quantum Logic*, sous la dir. de E. G. Beltrametti et B. C. van Fraassen, p. 53-76. New York : Plenum.

Heisenberg, Werner. 1961. *Physique et philosophie : La science moderne en révolution*. Trad. de l'anglais par J. Hadamard. Coll. "Les savants et le monde". Paris : Albin Michel.

Hermann, Armin. 1971. *The Genesis of Quantum Theory (1899-1913)*. Trad. de l'allemend par C. W. Nash. Cambridge (MA) : MIT Press.

Hinzen, Wolfram. 1997. "Ways from meaning to metaphysics". *Kriterio*n, no 11, p. 16-25.

Hoffman, K. et R. Kunze. 1971. *Linear Algebra*, 2e éd. Englewood Cliffs (N.J.) : Prentice-Hall.

Hoffmann, Banesh. 1975. *Albert Einstein : Créateur et rebelle*. Coll. "Points", no S19. Paris : Seuil.

Honner, John. 1987. *The Description of Nature: Neils Bohr and the Philosophy of Quantum Physics*. Oxford : Clarendon Press.

Hooker, C. A. (comp.). 1975. *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1. Coll. "The University of Western Ontario series in philosophy of science", vol. 5. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

——— (comp.). 1979. *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Contemporary Consolidation*, t. 2. Coll. "The University of Western Ontario series in philosophy of science", vol. 5. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Hughes, R. I. G. 1980. "Quantum logic and the interpretation of quantum mechanics". In *PSA 1980: Proceedings of the 1980 Biennal Meeting of the Philosophy of Science Association: Contributed Papers*, t. 1, sous la dir. de P. D. Asquith et R. N. Giere, p. 55-67. East Lansing (MI) : Philosophy of Science Asssociation.

———————. 1985. "Semantic alternatives in partial boolean quantum logic". *Journal of Philisophical Logic*, vol. 14, no 4 (novembre), p. 411-446.

———————. 1989. *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge (MA) : Havard University Press.

Hunter G. 1971. *Metalogic: An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*. Berkeley (CA) : University of California Press.

Jammer, Max. 1974. *The Philosophy of Quantum Mechanics: The Interpretations of Quantum Mechanics in Historical Perspective*. New York : John Wiley & Sons.

———————. 1989. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. Coll. "The history of modern physics, 1800-1950", vol. 12. New York : Tomash.

Jauch, J. M. 1968. *Foundations of Quantum Mechanics*. Reading (MA) : Addison-Wesley.

Jauch, J. M. et C. Piron. 1975. "On the structure of quantal proposition systems". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 427-436. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Jolivet, Régis. 1966. *Vocabulaire de la philosophie*, 6e éd. Lyon : Emmanuel Vitté.

Klein, Étienne. 2000. "Introduction". *Revue internationale de philosophie : La mécanique quantique*, vol. 54, no 212, p. 185-197.

Kochen S. et E. P. Specker. 1975a. "Logical structures arising in quantum theory". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 263-276. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

———————. 1975b. "The calculus of partial propositional functions". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 277-292. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

——————. 1975c. "The problem of hidden variables in quantum mechanics". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 293-328. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Kolmogorov, A. N. 1956. *Foundations of the Theory of Probability*, 2e éd. Trad. par N. Morrison. New York : Chelsea.

Körner, Stephan. 1970. *Categorial Frameworks*. Oxford : Basil Blackwell.

Kyburg, H. E. et C. M. Teng. 2001. *Uncertain Inference*. New York : Cambridge University Press.

Lakatos, Imre. 1970. "Falsification and the methodology of scientific research programmes". In *Criticism and the Growth of Knowledge*, sous la dir. de I. Lakatos et A. Musgrave, p. 91-196. Cambridge : Cambridge University Press.

Lakatos, I. et A. Musgrave (dir. publ.). 1970. *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge : Cambridge University Press.

Lalande, André. 1996. *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*, 18e éd. Paris : Presses Universitaires de France.

Laudan, Larry. 1977. *Progress and Its Problems: Towards a Theory of Scientific Growth*. Berkeley : University of California Press.

Laurier, Daniel (comp.). 1991a. *Essais sur le sens et la réalité*. Coll "Analytiques", vol. 2. Montréal : Bellarmin et Paris : Vrin.

——————. 1991b. "Introduction". In *Essais sur le sens et la réalité*, sous la dir. de D. Laurier, p. 11-21. Montréal : Bellarmin et Paris : Vrin.

Leblanc, Hugues. 1962. *Statistical and Inductive Probabilities*. Coll. "Prentice-Hall philosophy series". Englewood Cliffs (N.J.) : Prentice-Hall.

Łoś, Jerry. 1951. "An algebraic proof of completeness for the two-valued propositional calculus". *Colloquium Mathematicum*, vol. 2, p. 236-240.

Lübbe, Hermann. 1978. "Positivism and phenomenology: Mach and Husserl". In *Phenomenology and Sociology*, sous la dir. de T. Luckmann. New York : Penguin Books.

Luckmann, Thomas (comp.). 1978. *Phenomenology and Sociology: Selected Readings*. New York : Penguin Books.

Łukasiewicz, Jan. 1970. "Logical foundations of probability theory". Chap. in *Selected Works*, trad. du polonais par O. Wojtasiewicz et éd. par L. Borkowski, p. 16-63. Amsterdam : North-Holland et Warszawa : PWN-Polish Scientific Publishers.

Mach, Ernst. 1996. *L'analyse des sensations : Le rapport du physique au psychique*. Préf. de J.-M. Monnoyer et trad. de l'allemand par F. Eggers et J.-M. Monnoyer. Coll. "Rayon philo". Nîmes : Jacqueline Chambon.

Mackey, George W. 2004. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Mineola (N.Y.) : Dover.

Magnani, L. et N. Nersessian (dir.pub.). 2002. *Model-Based Reasoning: Science, Technology, Values*. New York : Kluwer Academic.

Marconi, Diego. 1997. *La philosophie du langage au vingtième siècle*. Trad. de l'italien par M. Valensi. Coll. "Tiré à part". Paris : L'éclat.

Mermin, N. David. 2003. "Copenhagen computation". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics: Quantum Information and Computation*, vol. 34, no 3 (septembre), p. 511—522.

———————. 2007. *Quantum Computer Science: An Introduction*. Cambridge : Cambridge University Press.

Meyer, Herman. 1956. *Le rôle médiateur de la logique : Étude métathéorique*. Paris : Presses Universitaires de France.

Moore, D. J. 1999. "On state space and property lattices". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, vol. 30, no 1 (mars), p. 61-83.

Murphy, B. 2005. "Michael Dummett". http://www.iep.utm.edu/d/dummett.htm.

Nadeau, Robert. 1999. *Vocabulaire technique et analytique de l'épistémologie*. Coll. "Premier cycle". Paris : Presses Universitaires de France.

———— (dir. publ.). 2009. *Philosophies de la connaissance*. Québec : Presses de l'Université Laval et Paris : Librairie philosophique J. Vrin.

Nilsson, N.J. 1986. "Probabilistic logic", *Artificial Intelligance*, vol. 28, no 1 (février), p. 71-87.

Pais, Abraham. 1991. *Niels Bohr's Times: In Physics, Philosophy, and Polity*. Oxford : Clarendon Press.

Pavičić, Mladen. 1992. "Bibliography on quantum logics and related structures". *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 31, no 3 (mars), p. 373-461.

Petersen, Aage. 1963. "The philosophy of Niels Bohr". *Bulletin of the Atomic Scientists*, vol. 19, no 7 (septembre), p. 8-14.

Piron, C. 1964. "Axiomatique quantique". *Helvetica Physica Acta*, vol. 37, p. 439-468.

————. 1975. "Survey of general quantum physics". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 513-543. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

————. 1976. *Foundations of Quantum Physics*. Reading (MA) : Benjamin.

Popper, Karl R. 1973. *La logique de la découverte scientifique*. Préf. de J. Monod et trad. de l'anglais par N. Thyssen-Rutten et P. Devaux. Coll. "Bibliothèque scientifique Payot". Paris : Payot.

————. 1982. *Quantum Theory and the Schism in Physics*. Totowa (N.J.) : Rowman and Littlefield.

————. 1992. *Un univers de propensions : Deux études sur la causalité et l'évolution*. Présentation et trad. de l'anglais par A. Boyer. Coll. "Tiré à part". Combas (Fr.) : L'éclat.

Priest, Graham. 2001. *An Introduction to Non-Classical Logic*. Cambridge : Cambridge University Press.

Pták, Pavel et Sylvia Pulmannová. 1991. *Orthomodular Structures and Quantum Logics*. Coll. "Fundamental theories of physics", vol. 44. Dordrecht (Pays-Bas) : Kluwer Academic.

Putnam, Hilary. 1979. "Is logic empirical?". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Contemporary Consolidation*, t. 2, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 181-208. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Pykacz, Jarosłav. 1995. "Quantum logic as partial infinite-valued Łukasiewicz logic". *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 34, no 8 (août), p. 1697-1710.

——————. 2000. "Łukasiewicz operations in fuzzy set and many-valued representations of quantum logics", *Foundations of Physics*, vol. 30, no 9 (septembre), p. 1503-1524.

Rédei, Miklos. 1998. *Quantum Logic in Algebraic Approach*. Coll. "Fundamental theories of physics", vol. 91. Dordrecht (Pays-Bas) : Kluwer Academic.

Redhead, Michael. 1987. *Incompleteness, Nonlocality and Realism: A Prolegomenon to the Philosophy of Quantum Mechanics*. Oxford : Clarendon Press.

Reichenbach, Hans. 1944. *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*. Mineola (N.Y.) : Dover.

Robert, Serge. 1978. *La logique, son histoire et ses fondements*. Coll. "Science et théorie". Longueuil (Qué.) : Le Préambule.

——————. 1993. *Les mécanismes de la découverte scientifique : Une épistémologie interactionniste*. Coll. "Philosophica", no 44. Ottawa : Presses de l'Université d'Ottawa.

——————. 2009. "Logique de la découverte et naturalisation de la connaissance : l'épistémologie historique d'Imre Lakatos". In *Philosophies de la connaissance*, sous la dir. de Robert Nadeau, p. 407-435. Québec : Presses de l'Université Laval et Paris : Librairie philosophique J. Vrin.

Rovelli, C. 1996. "Relational quantum mechanics". *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 35, no 8 (août), p. 1637-1678.

Sankey, Howard. 2002. "Qu'est-ce que le réalisme scientifique?". *Réseaux*, vol. 94-95-96, p. 69-82.

Santos, Emilio. 1995. “Foundations of quantum physics: Present and future. *Apeiron*, vol. 2, no 4 (octobre), p. 108-111.

Schilpp, Paul Arthur (dir. publ.) . 1970. *Albert Einstein: philosopher-scientist*, 3e éd. Coll. "The Library of living philosophers", no 7. La Salle (IL) : Open Court.

Selleri, Franco. 1986. *Le grand débat de la théorie quantique*. Trad. de l'allemand par F. et P. Guéret. Coll. “Nouvelle bibliothèque scientifique”. Paris : Flammarion.

————— . 1990. *Quantum Paradoxes and Physical Reality*. Coll. “Fundamental theories of physics”, vol. 35. Dordrecht (Pays-Bas) : Kluwer Academic.

————— . 1995. “Fundamental problems of quantum physics”. *Apeiron*, vol. 2, no 4 (octobre), p. 112-113.

Smets, Sonja. 2003. “In defense of operational quantum logic”. *Logic and Logical Philosophy*, vol. 11, p. 191—212.

Srinivas, M. D. 1979. “Foundations of a quantum probability theory”. In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Contemporary Consolidation*, t. 2, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 227-260. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Stachow, E.-W. 1976. “Completeness of quantum logic”. *Journal of Philosophical Logic*, vol. 5, no 2 (mai), p. 237-280.

Stoll, Robert R. 1963. *Set Theory and Logic*. Mineola (N.Y.) : Dover.

Strauss, Martin. 1975. “The logic of complementarity and the foundation of quantum theory”. In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 27-44. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Suppes, Patrick. 1966. “L'argument probabiliste pour une logique non classique de la mécanique quantique”. *Synthese*, vol. 16, p. 74-85.

Svozil, Karl. 1998. *Quantum Logic*. Singapour : Springer-Verlag.

Taylor, B. M. (comp). 1987. *Michael Dummett: Contributions to Philosophy*. Coll. “Nijhoff international philosophy series”, vol. 25. Dordrecht (Pays-Bas) : Martinus Nijhoff.

Tokuo, Kenji. 2003. "Typed quantum logics". *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 42, no 1 (janvier), p. 27- 38.

Vaidman, Lev. 2002. "Many-worlds interpretation of quantum mechanics". Stanford Encyclopedia of Philosophy : http://plato.stanford.edu/entries/qm-manyworlds/.

van Fraassen, Bas C. 1975. "The labyrinth of quantum logics". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 577-607. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

————. 1980. *The Scientific Image*. Coll. "Clarendon library of logic and philosophy". Oxford : Clarendon Press.

————. 1985. "Empiricism in the philosophy of science". In *Images of Science: Essays on Realism and Empiricism, with a Reply from Bas C. van Fraassen*, sous la dir. de P. M. Churchland et C. A. Hooker, p. 245-308. Chicago : University of Chicago Press.

————. 1991. *Quantum Mechanics: An Empiricist View*. Oxford : Clarendon Press.

Varadarajan, V. S. 1975. "Probability in physics and a theorem on simultaneous observability". In *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics: Historical Evolution*, t. 1, sous la dir. de C. A. Hooker, p. 171-203. Dordrecht (Pays-Bas) : D. Reidel.

Vilkko, Risto. 2004. Compte rendu de *The Mathematical Analysis of Logic: Being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning* de George Boole. *The Bulletin of Symbolic Logic*, vol. 10, no 1 (mars), p. 108-109.

Voizard, Alain. 1991. "Intuitionnisme et langue naturelle". In *Essais sur le sens et la réalité*, sous la dir. de D. Laurier, p. 63-77. Montréal : Éditions Bellarmin et Paris : Vrin.

von Neumann, John. 1983. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton (N.J.) : Princeton University Press.

Vosniadou, S. 1994. "Capturing and modeling the process of conceptual change". *Learning and Instruction*, vol. 4, no 1, p. 45-69.

———————. 2002. "Mental models in conceptual development". In *Model-Based Reasoning: Science, Technology, Values*, sous la dir. de L. Magnani et N. Nersessian, p. 353-368. New York : Kluwer Academic.

Wagner, Pierre. 2002a. "Carnap et la logique de la science". In *Les philosophes et la science*, sous la dir. de P. Wagner, p. 246-298. Paris : Gallimard.

——————— (dir. publ.). 2002b. *Les philosophes et la science*. Coll. "Folio/Essais", no 408. Paris : Gallimard.

Wheeler, J. A. et W. H. Zurek (comp.). 1983. *Quantum Theory and Measurement*. Coll. "Princeton series in physics". Princeton (N.J.) : Princeton University Press.

Wittgenstein, Ludwig. 1961. *Tractatus logico-philosophicus; suivi de Investigations philosophiques*. Introd. de B. Russell et trad. de l'allemend par P. Klossowski. Coll. "Tel", no 109. Paris : Gallimard.

———————. 1970. *Fiches*. Éd. de G. E. M. Anscombe et G. H. von Wright et trad. de l'allemand par J. Fauve. Paris : Gallimard.

Wright, Crispin. 1986. *Realism, Meaning and Truth*. Oxford : Blackwell.

———————. 1987. "Dummett and revisionism". In *Michael Dummett: Contributions to Philosophy*, sous la dir. de B. M. Taylor, p. 1-30. Dordrecht (Pays-Bas) : Martinus Nijhoff.

Yun, Shang et Li Yongming. 2003. "Generalized ideals in orthoalgebras". *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 42, no 12 (décembre), p. 2823- 2829.

Zawirski, Sigismond. 1932. "Les logiques nouvelles et le champ de leur application". *Revue de metaphysique et de morale*, vol. 39, p. 503-519.

Zeilinger, Anton. 1996. "On the interpretation and philosophical foundation of quantum mechanics". http://www.quantum.at/people/personalwebsites/anton-zeilinger/read-some-texts.html

Zwirn, Hervé. 2000. *Les limites de la connaissance*. Paris : Odile Jacob.