UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

RECHERCHE-FORMATION SUR L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS DU SECONDAIRE AVEC DES OUTILS TECHNOLOGIQUES : ENJEUX DE FORMATION

THÈSE

PRÉSENTÉE

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DU DOCTORAT EN ÉDUCATION

PAR

MATHIEU THIBAULT

OCTOBRE 2021

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.04-2020). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [la] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

REMERCIEMENTS

Toute personne qui s'investit dans une activité de recherche sait que cette façon de faire (et d'être) implique de travailler sur des idées qui nous préoccupent et nous passionnent, mais surtout de travailler avec des personnes. Je souhaite prendre ici le temps de remercier ces personnes qui ont cheminé avec moi lors de mon processus de recherche doctorale.

Tout d'abord, je remercie chaleureusement mon comité de recherche. Comme directrice, Caroline Lajoie a été une alliée précieuse et dévouée. Sa sagesse et son expérience m'ont permis de me donner le recul nécessaire sur ce projet qui m'habite depuis tant d'années. Jean-François Maheux a joué son rôle de codirecteur à merveille, en mettant à l'épreuve mon travail pour approfondir ma réflexion et en me soutenant lorsque j'en avais besoin. Leur contribution à cette thèse est indéniable et ils m'ont amené à développer mes compétences de chercheur-formateur.

Je tiens à remercier les membres du jury d'avoir accepté de lire et commenter cette thèse. Simon Collin, en tant que président de jury, a fait des remarques fort pertinentes dès le projet de thèse, puis Bernard Parzysz et Miranda Rioux ont ensuite joint leur voix pour évaluer cette thèse en soulevant des aspects importants.

Il convient de souligner le soutien financer du Conseil de Recherche en Sciences Humaines du Canada pour la bourse d'études doctorales qui m'a permis de me concentrer sur mon travail de recherche pendant plusieurs années.

Il m'apparait important de remercier l'apport des sept participants de cette recherche-formation. Sans eux, cette thèse n'aurait pas été la même et leur engagement a été remarquable ! Je remercie particulièrement Grace (pseudonyme) qui s'est chargée de recruter les six autres personnes qui ont accepté de s'investir dans leur développement professionnel et de réfléchir avec moi à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

En périphérie de ce travail de longue haleine, quelques professeurs ont collaboré avec moi dans les dernières années. Ils ont été des mentors pour moi (probablement sans le savoir), mais en me considérant comme leur égal, ce qui est tout à leur honneur. Vincent Martin est un partenaire en or avec lequel je suis convaincu que nos carrières continueront de se développer conjointement. Luis Saldanha m'a offert toute sa confiance et son écoute en recherche alors qu'il aurait tant à m'apprendre encore. Laurent Theis a été pour moi un modèle de sagesse et j'espère pouvoir continuer à travailler avec lui. Nathalie Sinclair m'a accueillie à bras ouverts et j'ai pu découvrir une personne brillante, dévouée et généreuse. André Boileau m'a inspiré par sa rigueur ainsi que la profondeur de sa réflexion. Fabienne Venant m'a permis de repousser mes limites quant à l'utilisation d'outils technologiques. Merci à tous ces collègues pour qui j'éprouve le plus profond respect.

Je remercie aussi mes nombreux collègues étudiants avec lesquels j'ai partagé une part du quotidien pendant quelques années : Sarah Dufour, Benoit Morand, Marie-Line Lavallée-Lamarche, Sabrina Héroux, Stéphanie Sampson, Catherine Bilodeau, Geneviève Barabé, Loïc Geeraerts, François Lagagé, Karl-Philippe Tremblay, Sarah Mathieu-Soucy, Judith Longtin, Rox-Anne L'italien-Bruneau, Stéphane Fontaine, Fanny St-Onge et Jean Tcheuffa Nziatcheu… pour ne nommer que ceux-ci !

Je souhaite également remercier toutes les personnes avec lesquelles je me suis impliqué dans de multiples projets (conseil d'administration du GRMS, comité exécutif du GDM, ouvrage collectif, etc.), qui m'ont parfois fait dévier de ma thèse, mais qui m'ont permis d'y revenir plus fort.

Puis, je salue d'autres professeurs de l'UQAM que j'ai eu le plaisir de côtoyer, notamment David Guillemette, Doris Jeannotte, Denis Tanguay, Mireille Saboya, Fernando Hitt, Brigitte Cognard, Jérôme Proulx, Nadine Bednarz et Louis Charbonneau.

Plus récemment, mes collègues professeurs du Département des sciences de l'éducation à l'UQO m'ont fait confiance en me confiant un poste de professeur suppléant en didactique des mathématiques au primaire. Je remercie particulièrement l'équipe en didactique des mathématiques pour leur soutien, puis les collègues de Saint-Jérôme pour leur accueil.

Enfin, je remercie les personnes les plus importantes de ma vie, soit ma famille, pour leur compréhension et leur soutien. Ma conjointe Jessica complète si bien notre travail d'équipe et elle a pris plus souvent qu'à son tour le relais en acceptant avec patience que je sois perdu dans mes pensées pour mon travail. Merci à mes garçons Antoine et Laurent qui m'amènent à oublier le stress du quotidien et à devenir une meilleure personne. Je remercie finalement les autres membres de ma famille d'avoir tenté de comprendre ce sur quoi je travaille et de m'avoir encouragé dans les moments plus difficiles.

Toutes ces personnes ont eu une influence importante sur mon processus de recherche doctorale et je les en remercie à nouveau du fond du cœur.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES vii

LISTE DES TABLEAUX xi

RÉSUMÉ xiii

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I PROBLÉMATIQUE 7

1.1 Une organisation à partir de trois ensembles de préoccupations 8

1.2 L'enseignement des probabilités du secondaire (ensemble de préoccupations nº 1) 11

1.2.1 Des préoccupations scientifiques 11
1.2.2 Des préoccupations sociales 15
1.2.3 Des préoccupations concernant la progression des notions probabilistes du secondaire dans l'enseignement 19
1.2.4 Des préoccupations concernant les approches probabilistes pour l'enseignement 22

1.3 L'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques (ensemble de préoccupations nº 2) 26

1.3.1 Un survol de travaux sur les outils technologiques dans l'enseignement des mathématiques 26
1.3.2 Quelques travaux sur les outils technologiques dans l'enseignement des probabilités 30

1.4 La formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques (ensemble de préoccupations nº 3) 37

1.4.1 Un survol de travaux sur la formation à l'enseignement des mathématiques avec des outils technologiques 38
1.4.2 Des rares travaux sur la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques 40

1.5 La question de recherche 50

CHAPITRE II CADRE CONCEPTUEL 55

2.1 Le concept de formation 56

2.1.1 La formation continue 56
2.1.2 Des postures du formateur et des formés 62

2.2 Le concept d'enjeu de formation 68

2.2.1 Le sens commun d'un enjeu 68
2.2.2 L'apport des concepts organisateurs pour le concept d'enjeu de formation 69
2.2.3 L'apport du « professional noticing » pour le concept d'enjeu de formation 71
2.2.4 L'apport de la double approche didactique et ergonomique pour le concept d'enjeu de formation 73
2.2.5 Une définition du concept d'enjeu de formation 75

2.3 Le concept d'outil technologique 76

2.3.1 Des formulations diversifiées reliées au concept plus large de technologie 77
2.3.2 Le sens commun et le sens scientifique du concept plus large de technologie 78
2.3.3 Une définition du concept d'outil technologique 81
2.3.4 Un exemple d'outil technologique en probabilités : le simulateur 81

2.4 Le concept d'approche fréquentielle 83

2.5 Le choix de trois modèles 89

2.5.1 Le modèle TPACK : connaissances et compétences des enseignants 92
2.5.2 Le modèle de Laborde : niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement 96

2.5.3 Le modèle de Tapan : dynamiques d'interactions en contexte de formation 100

2.6 Les objectifs de recherche 102

CHAPITRE III CONSIDÉRATIONS MÉTHODOLOGIQUES 105

3.1 Le choix d'une méthode de recherche : la recherche-formation 106

3.2 Les choix méthodologiques 113

3.2.1 Les choix quant aux fondements de cette recherche 114
3.2.2 Les choix quant au double rôle du chercheur-formateur 115
3.2.3 Les choix concernant la formation continue 119

3.3 La préparation des séances de formation 123

3.3.1 La rencontre n° 1 130
3.3.2 La rencontre n° 2 141
3.3.3 La rencontre n° 3 147
3.3.4 La rencontre n° 4 155
3.3.5 La rencontre n° 5 160

3.4 L'opérationnalisation de cette recherche 161

3.4.1 Le recrutement des participants 161
3.4.2 La collecte de données 166
3.4.3 La synthèse de l'opérationnalisation de cette recherche-formation 170

3.5 La démarche d'analyse des données 172

CHAPITRE IV RÉSULTATS 179

4.1 Le premier thème : Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle 182

4.1.1 Le premier sous-thème : Le nombre d'essais nécessaire dans l'approche fréquentielle 185
4.1.1.1 L'enjeu de formation n° 1 : Se préparer à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable dans l'approche fréquentielle 185

4.1.2 Le deuxième sous-thème : Des fréquences vers la probabilité 193
4.1.2.1 L'enjeu de formation n° 2 : Se préparer à composer avec la convergence des fréquences vers la probabilité 194
4.1.3 Le troisième sous-thème : Le niveau de confiance 200
4.1.3.1 L'enjeu de formation n° 3 : Se préparer à composer avec la double probabilité reliée au niveau de confiance d'avoir atteint la probabilité recherchée dans l'approche fréquentielle..... 200
4.1.4 Le quatrième sous-thème : Des résultats exceptionnels..... 210
4.1.4.1 L'enjeu de formation n° 4 : Se préparer à composer avec des résultats exceptionnels dans l'approche fréquentielle 210

4.2 Le deuxième thème : Manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités..... 219

4.2.1 Le cinquième sous-thème : L'aspect visuel d'un outil technologique 220
4.2.1.1 L'enjeu de formation n° 5 : Se donner des critères pour évaluer un outil technologique à partir de l'information visuelle qu'il produit 221
4.2.2 Le sixième sous-thème : Le recours à un simulateur 230
4.2.2.1 L'enjeu de formation n° 6 : (Faire) prendre conscience qu'un simulateur assume certaines fonctions qui peuvent priver son utilisateur d'une certaine activité mathématique 230
4.2.2.2 L'enjeu de formation n° 7 : Faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités..... 236
4.2.3 Le septième sous-thème : La programmation 255
4.2.3.1 L'enjeu de formation n° 8 : Mettre en doute la confiance à accorder à un outil technologique selon son opacité..... 256
4.2.3.2 L'enjeu de formation n° 9 : Exploiter la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités..... 262
4.2.4 Le huitième sous-thème : Les rôles de divers types d'outils technologiques..... 269
4.2.4.1 L'enjeu de formation n° 10 : Tenir compte de la flexibilité d'un outil technologique lors du choix pour l'enseignement des probabilités 269
4.2.4.2 L'enjeu de formation n° 11 : (Faire) reconnaitre le rôle que peut jouer un outil technologique selon l'intention ciblée 273
4.2.5 Le neuvième sous-thème : La complémentarité des outils technologiques..... 287

4.2.5.1 L'enjeu de formation nº 12 : Tirer profit de la complémentarité d'outils technologiques pour favoriser l'enseignement des probabilités 287

4.3 Le troisième thème : Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste 294

4.3.1 Le dixième sous-thème : L'exploration d'outils technologiques en probabilités 296
4.3.1.1 L'enjeu de formation nº 13 : Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités 297
4.3.1.2 L'enjeu de formation nº 14 : (Faire) expérimenter un outil technologique pour en faire ressortir son potentiel pour l'enseignement des probabilités 317
4.3.1.3 L'enjeu de formation nº 15 : Concevoir comment adapter à son contexte une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner 324
4.3.2 Le onzième sous-thème : L'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités 334
4.3.2.1 L'enjeu de formation nº 16 : (Donner l'occasion de) s'appuyer sur ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement 335
4.3.2.2 L'enjeu de formation nº 17 : (Donner l'occasion d') aller au-delà de ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement 346

CHAPITRE V DISCUSSION DES RÉSULTATS 361

5.1 Un retour sur la question de recherche 361

5.2 Un retour sur les objectifs de recherche 369

5.2.1 Un retour sur le premier objectif de recherche 370
5.2.2 Un retour sur le deuxième objectif de recherche 376
5.2.3 Un retour sur le troisième objectif de recherche 381

CONCLUSION 389

6.1 Des contributions et retombées de cette recherche en formation et en recherche 389

6.2 Des limites et défis de cette recherche 393

6.3 Des questions ainsi que des pistes pour d'éventuels travaux de recherche..... 396

ANNEXE A LETTRE D'INFORMATION 403

ANNEXE B FORMULAIRE D'AUTORISATION 405

ANNEXE C FORMULAIRE DE CONSENTEMENT 411

ANNEXE D GUIDE D'ENTRETIEN INDIVIDUEL PRÉLIMINAIRE 417

ANNEXE E SITUATIONS ET OUTILS TECHNOLOGIQUES EXPLORÉS DANS LES RENCONTRES 421

ANNEXE F RÉCITS DE FORMATION 427

ANNEXE G GUIDE D'ENTRETIEN INDIVIDUEL FINAL 467

ANNEXE H SÉQUENCE ADAPTÉE PAR ALAN 469

ANNEXE I SÉQUENCE ADAPTÉE PAR DÉBORAH 473

ANNEXE J LISTE D'OUTILS TECHNOLOGIQUES POUR SOUTENIR L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS 483

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 491

LISTE DES FIGURES

Figure page

I.1 Un nuage de mots généré selon la fréquence d'apparition des mots de cette thèse 4

1.1 Trois ensembles de préoccupations et leurs intersections, avec la formation en arrière-plan 9

1.2 Une imbrication des ensembles de préoccupations qui délimitent le problème de recherche 10

1.3 Un exemple de simulateur pour une expérience aléatoire de lancers de pièce de monnaie 32

1.4 Les cours consacrés aux probabilités au sein des universités québécoises francophones 44

2.1 Une schématisation de la genèse instrumentale 80

2.2 Le modèle TPACK de Koehler et Mishra 92

2.3 Le modèle de Laborde 97

2.4 Le modèle de Tapan 100

3.1 Le processus de la recherche-action-formation 122

3.2 L'énoncé de la première situation : Monty Hall 131

3.3 Deux simulateurs de la situation de Monty Hall explorés successivement par les participants 133

3.4 L'énoncé de la deuxième situation : Jeu de dés 137

3.5 Le simulateur de la situation du jeu de dés exploré par les participants 138

3.6 L'énoncé de la troisième situation : Bouteille probabiliste 142

3.7 Le simulateur de la situation de la bouteille probabiliste exploré par les participants 144

3.8 Le fichier *GeoGebra* du diagramme en arbre de trois billes tirées sans remise exploré par les participants 147

3.9 L'énoncé de la quatrième situation : Rondelles 148

3.10 Le simulateur de la situation des rondelles, un essai à la fois, exploré par les participants 150

3.11 Le simulateur de la situation des rondelles, 100 essais à la fois pour une même stratégie, exploré par les participants 151

3.12 Le diagramme en arbre de la situation des rondelles 152

3.13 L'énoncé de la cinquième situation : Marche aléatoire 156

3.14 Le diagramme en arbre de la situation de la marche aléatoire 158

3.15 Le calendrier de la collecte de données de la recherche-formation 166

3.16 La démarche d'analyse des données 174

4.1 Les résultats de 100 parties générés par le simulateur de la situation des rondelles 217

4.2 Les différents degrés d'opacité de deux simulateurs 257

4.3 Le diagramme en arbre produit par Déborah pour calculer la probabilité par l'approche théorique dans la situation de la marche aléatoire 263

4.4 Deux outils technologiques de différents degrés de flexibilité..... 271

4.5 La complémentarité de trois diagrammes de Venn à trois ensembles..... 291

4.6 L'énoncé de la situation de Monty Hall adaptée par Alan 337

4.7 L'énoncé de la situation de la bouteille probabiliste adaptée par Déborah 351

5.1 Les thèmes, sous-thèmes et enjeux de formation qui émergent de cette recherche..... 363

5.2 Un multi-agenda de préoccupations enchâssées dans l'enseignement..... 383

LISTE DES TABLEAUX

Tableau page

1.1 Le contenu de formation des notions probabilistes du secondaire 20

2.1 Des postures de formateur reliées à des gestes professionnels, en s'appuyant sur des exemples d'indicateurs..... 63

3.1 Des pratiques méthodologiques en recherche-formation 112

3.2 Quelques caractéristiques des participants au moment du recrutement 165

3.3 Une synthèse de l'opérationnalisation de la recherche-formation..... 170

4.1 La classification de trois thèmes et de onze sous-thèmes..... 180

4.2 Comparaison des fréquences observées et des probabilités calculées, pour la situation de la bouteille expérimentée dans la classe de Déborah 197

4.3 Résultats des bouteilles paires dans la classe de Déborah..... 354

RÉSUMÉ

Cette thèse se situe dans le champ de la didactique des mathématiques et plus spécifiquement en didactique des probabilités. Je m'intéresse au contexte particulier de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Dans les universités québécoises francophones, il y a une quasi-absence de cours de didactique consacrés aux probabilités dans la formation initiale et peu d'initiatives semblent offertes en formation continue. Il convient alors de se pencher sur la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, surtout considérant des préoccupations scientifiques, sociales et de formation en lien avec cet enseignement. On en sait peu sur ce qui doit être pris en compte dans la formation, ce sur quoi il faut insister, sur les approches à favoriser, sur les difficultés à anticiper, sur les tensions qui peuvent surgir entre le formateur, les formés et les savoirs, etc. Le problème de recherche se résume donc au fait qu'on ne connait pas les enjeux de formation à ce sujet. Il convient alors de documenter dans cette étude à caractère exploratoire les éléments importants à considérer dans une telle formation. En offrant une formation continue sur l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, il apparait donc pertinent d'en documenter le processus pour dégager des enjeux de formation qui en émergent. En ce sens, je pose la question de recherche suivante : Quels enjeux de formation émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ?

Pour situer les assises théoriques de cette recherche doctorale, je définis notamment les concepts d'enjeu de formation et d'outil technologique. Les enjeux de formation prennent la forme d'éléments importants à considérer pour la formation des enseignants dans le contexte particulier de l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Je présente ensuite trois modèles (modèle TPACK, modèle de Laborde et modèle de Tapan) qui permettent de se pencher sur des enjeux de formation à partir d'angles d'entrée complémentaires (connaissances et compétences des enseignants, niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement, puis dynamiques d'interactions en contexte de formation). Trois objectifs de recherche sont alors posés pour décrire et comprendre des enjeux de formation dans un tel contexte de formation continue.

Pour mener cette recherche, la méthode de recherche-formation apparait pertinente afin de viser à la fois le développement professionnel pour le praticien, à travers une formation continue qui lui est offerte, ainsi qu'une recherche sur cette formation pour contribuer à l'avancement des connaissances pour la communauté de recherche. Ce choix de méthode de recherche souligne l'originalité de cette thèse étant donné que cette méthode est encore peu documentée. La richesse du double rôle du chercheur-formateur m'offre de documenter une formation continue de l'intérieur, en m'intégrant dans le processus même de la formation. Dans la formation continue, cinq situations probabilistes accompagnées d'outils technologiques sont abordées sur les plans mathématique et didactique lors de cinq séances de formation de trois heures. Il s'agit en fait de rencontres de travail auprès de cinq enseignants et deux conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire ayant des expertises complémentaires. Ces rencontres se tiennent à raison d'environ une rencontre par mois et les réflexions se poursuivent entre chaque rencontre par un devoir qui est négocié avec les participants. Des données de plusieurs types sont recueillies, soit des productions des participants lors du travail sur les situations et dans les devoirs, des observations filmées (et retranscriptions verbatim) des rencontres collectives, des récits de formation, des enregistrements audio des entretiens individuels (préliminaires et finaux) et des notes de recherche.

Une analyse thématique me permet de dégager trois thèmes qui émergent des données. Les extraits codés sont regroupés selon ces thèmes, puis répartis plus spécifiquement en onze sous-thèmes. Pour chacun des sous-thèmes, je vise à décrire et comprendre des enjeux de formation en les exemplifiant à partir de certains extraits analysés, par une analyse à l'aide des catégories conceptualisantes. Cette analyse me permet de faire ressortir dix-sept enjeux de formation, en guise de résultats.

Je reviens alors sur la question de recherche en présentant de manière schématique les thèmes, sous-thèmes et enjeux de formation qui émergent des analyses des données, puis je fais ressortir les formes que prennent les enjeux de formation. En revenant sur les objectifs de cette recherche, je montre ensuite comment les résultats permettent d'avancer sur ceux-ci, à l'aide d'un nouvel éclairage appuyé par d'autres travaux de recherche. Finalement, je conclus cette thèse en évoquant ses contributions et retombées en formation et en recherche, ses limites et défis, puis des pistes pour d'éventuels travaux de recherche.

Mots-clés : Didactique des mathématiques, formation à l'enseignement, probabilités, outils technologiques, recherche-formation, enjeux de formation.

INTRODUCTION

« Quels que soient les progrès des connaissances humaines,
il y aura toujours place pour l'ignorance et par suite pour le
hasard et la probabilité. »
(Émile Borel)

Cette citation d'Émile Borel, un mathématicien qui a contribué à l'avancement du domaine des probabilités, m'amène à interpréter que les connaissances humaines progressent, mais qu'il restera toujours des zones d'ombre qui peuvent être attribuées à l'ignorance (à l'échelle individuelle, mais aussi collective). Une façon de surpasser cette ignorance est d'accorder une place à l'incertitude du hasard, mais aussi au domaine des probabilités qui permet de régir cette incertitude. Il s'agit alors de mieux comprendre les évènements du passé et d'inférer les évènements du futur, pour parvenir à prendre de meilleures décisions dans le présent. Borel soutient d'ailleurs qu'il est tout aussi rationnel de payer pour acheter du risque (cas du billet de loterie) que de payer pour en éviter (cas de l'assurance). Cette perception de l'utilité des probabilités me fascine et m'invite à plonger davantage dans ce monde imprévisible, mais prédictible.

Cette thèse se situe dans la continuité de mon mémoire de maitrise (Thibault, 2011b), où j'ai étudié l'émergence de conceptions dans l'apprentissage des probabilités chez des élèves du secondaire, dans une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent. Ce mémoire concluait entre autres sur un intérêt à

réfléchir aux manières d'utiliser en classe un outil technologique de simulation pour apprendre les notions probabilistes du secondaire.

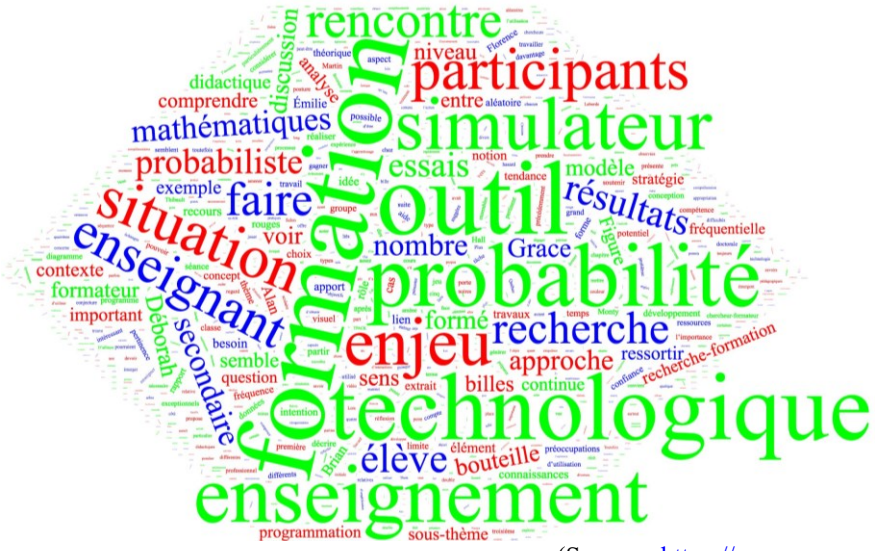
Dans cette recherche doctorale, je[1] vise à apporter un éclairage nouveau en ciblant davantage la formation continue. Plus particulièrement, je me penche sur des enjeux de formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Mon intérêt à l'origine de cette recherche doctorale s'est amorcé il y a environ dix ans par un questionnement à travers mes expériences en recherche, en enseignement et en formation (initiale et continue). Tout d'abord, en me questionnant sur l'apprentissage des élèves en probabilités, mon expérience en recherche comme étudiant-chercheur à la maitrise m'a amené à percevoir l'importance de considérer aussi les défis reliés à l'enseignement des notions probabilistes. D'ailleurs, j'avais évoqué dès le début du mémoire de maitrise mes préoccupations envers l'enseignement des probabilités :

> À partir de [mes] expériences personnelles, j'ai établi le constat suivant eu égard aux probabilités : ce domaine des mathématiques semble être mis de côté par plusieurs enseignants. Je me suis alors demandé pourquoi certains enseignants évitent l'enseignement des probabilités. Après avoir discuté avec des enseignants, conseillers pédagogiques et didacticiens, je pense que la réponse à cette question n'est pas simple. Plus précisément, ces discussions informelles suggèrent diverses pistes de réponses : un temps d'enseignement restreint, un faible niveau d'intérêt, un manque de matériel didactique et un niveau de difficulté trop élevé. Il me semble que ces obstacles potentiels à l'enseignement des probabilités pourraient être davantage explorés ou du moins questionnés. (Thibault, 2011b, p. 6)

[1] Dans cette thèse, je m'exprime à la première personne du singulier puisque les arguments que j'y déploie sont fortement ancrés dans une réflexion personnelle entamée depuis plusieurs années. L'emploi de la première personne ne vise pas à diminuer l'apport de comité de direction de recherche et cela ne compromet en rien la rigueur de la réflexion scientifique développée dans cette recherche doctorale.

Après avoir exploré brièvement chacun de ces obstacles potentiels pour l'enseignement des probabilités, j'avais décidé de ne pas en faire l'objet central de mon travail de recherche, même si une préoccupation vive à ce sujet a continué d'alimenter ma réflexion. Ensuite, mon expérience d'enseignant de mathématiques au secondaire m'a amené à vivre le travail d'un enseignant dans toute sa complexité, d'où ont émergé des préoccupations pour mieux comprendre ce métier et les considérations à prendre pour enseigner les mathématiques et s'engager dans son développement professionnel. Mon expérience de formateur (en formation continue par de nombreux ateliers de développement professionnel) quant à l'enseignement des mathématiques avec des outils technologiques m'a apporté le souci de considérer les apports de ces outils, mais aussi les limites qui les accompagnent lorsqu'on les utilise dans l'enseignement. Puis, mon expérience de formateur à l'université (comme chargé de cours en formation initiale) m'a amené à réfléchir aux considérations à prendre pour accompagner des enseignants en formation et les aider à développer leurs compétences pour enseigner les mathématiques. Plus récemment comme professeur en didactique des mathématiques au primaire, je poursuis ma réflexion quant à l'enseignement des mathématiques chez l'enfant, plus particulièrement les premières notions probabilistes.

Afin de donner un portrait global de cette recherche doctorale, la Figure I.1 présente un nuage de mots qui affiche les mots de cette thèse, alors que leur taille est générée selon leur fréquence d'apparition.



(Source : https://www.nuagesdemots.fr/)

Figure I.1 Un nuage de mots généré selon la fréquence d'apparition des mots de cette thèse

Comme on peut le constater, on retrouve dans cette thèse certains mots plus fréquents tels que : enjeux, formation, recherche, enseignant/enseignement, probabilité, outil, technologique. Il n'est pas surprenant que ces mots soient ceux qui ressortent le plus dans ce nuage de mots puisque, comme je l'ai mentionné précédemment, cette thèse porte précisément sur des enjeux de formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Cette thèse est composée de six chapitres.

Dans le premier chapitre, je circonscris la problématique ciblée par ma recherche doctorale, qui se trouve au centre de trois ensembles de préoccupations en regard à l'enseignement des mathématiques, aux notions probabilistes du secondaire et aux outils technologiques, sous l'angle particulier de la formation. Dans ce contexte particulier, on en sait peu sur ce qui doit être pris en compte dans la formation, ce sur quoi il faut insister, sur les approches à favoriser, sur les difficultés à anticiper, sur les tensions, etc. Je pose alors la question de recherche en cherchant à documenter des

enjeux de formation qui émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Ensuite, je présente le cadre conceptuel au deuxième chapitre, en appuyant mes assises théoriques sur certains concepts (formation, enjeu de formation, outil technologique et approche fréquentielle). Puis, trois modèles (modèle TPACK, modèle de Laborde et modèle de Tapan) sont choisis pour étudier le sujet ciblé selon des angles complémentaires (connaissances et compétences des enseignants, niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement, puis dynamiques d'interactions en contexte de formation). Ces angles d'entrée complémentaires sont ensuite liés à trois objectifs de recherche pour décrire et comprendre des enjeux de formation dans un contexte de formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Ensuite, je présente les considérations méthodologiques de cette recherche. C'est alors l'occasion de me situer parmi les courants de recherche et j'argumente pourquoi la recherche-formation est une méthode de recherche pertinente, dans un contexte de formation continue. Je présente ensuite les choix méthodologiques pour donner les lignes directrices de la façon dont cette recherche est menée. Puis, j'explique la préparation de chacune des séances de formation, par le choix des situations et des thèmes à aborder avec les participants. Je présente ensuite l'opérationnalisation de cette recherche, notamment en ce qui concerne le recrutement des participants et la collecte des données. Enfin, les données sont analysées de façon complémentaire par une analyse thématique (pour regrouper et faire ressortir les thèmes et sous-thèmes des séances de formation), puis par une analyse à l'aide des catégories conceptualisantes (pour faire émerger les enjeux de formation qui découlent des discussions).

Dans le quatrième chapitre, je présente les résultats de cette thèse en m'appuyant sur des extraits des séances de formation. Afin d'avancer sur la question de cette recherche, une analyse thématique fait ressortir trois thèmes (recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle, manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités, puis appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste) et onze sous-thèmes qui guident l'organisation de la présentation des résultats. Plus particulièrement, parmi ces thèmes et sous-thèmes, une analyse à l'aide des catégories conceptualisantes permet de faire émerger dix-sept enjeux de formation, qui sont présentés et exemplifiés.

Le cinquième chapitre m'amène à ouvrir une discussion des résultats. Je reviens alors sur la question de recherche en présentant de manière schématique les résultats qui émergent des analyses des données : trois thèmes, onze sous-thèmes et dix-sept enjeux de formation. Je fais alors remarquer que les enjeux de formation prennent trois formes différentes : 1) un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation ; 2) un élément important à comprendre ou à faire, évoqué par le formateur ou des formés lors des rencontres ; 3) un problème qui survient dans les rencontres. En revenant sur les objectifs de cette recherche, je montre ensuite comment les résultats permettent d'avancer sur ceux-ci, à l'aide d'un nouvel éclairage appuyé par d'autres travaux de recherche.

Le sixième et dernier chapitre offre une conclusion qui fait état des contributions et retombées de cette recherche en formation et en recherche, de ses limites et difficultés, puis de pistes pour d'éventuels travaux de recherche.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Dans ce chapitre, je circonscris la problématique ciblée par cette recherche doctorale. J'y présente le problème de recherche qui se trouve au cœur des trois ensembles de préoccupations imbriqués, soit 1) l'enseignement des probabilités du secondaire ; 2) l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ; 3) la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. J'étudie alors chacun de ces ensembles de préoccupations, puis je pose la question de recherche selon des enjeux de formation à documenter pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. J'y reviendrai de façon plus approfondie dans le chapitre du cadre conceptuel, mais je peux déjà mentionner provisoirement que les enjeux de formation qui sont ciblés par cette recherche doctorale sont liés à l'apprentissage ou l'enseignement des mathématiques et sont teintés du contexte particulier de l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Les enjeux de formation prennent ainsi généralement la forme d'éléments importants à considérer pour la formation des enseignants dans ce contexte.

1.1 Une organisation à partir de trois ensembles de préoccupations

Afin de faire l'état de la question concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, il faut reconnaitre que ce sujet est assez spécifique. En fait, il existe très peu de travaux de recherche sur ce thème précis[2]. Pour parvenir à avancer sur ce sujet, je propose d'abord une organisation dont la formation n'est pas l'élément central, mais où ce contexte constitue plutôt l'arrière-plan de l'ensemble des préoccupations.

Une façon de circonscrire le problème de recherche est d'organiser la problématique autour des intersections de trois ensembles de préoccupations de chercheurs-formateurs : *l'enseignement des mathématiques*, *les notions probabilistes du secondaire* et *les outils technologiques*. Ces trois ensembles de préoccupations ainsi que leurs intersections numérotées sont représentés dans la Figure 1.1, avec la formation en arrière-plan.

[2] Je reviendrai de façon plus détaillée sur le thème précis de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques dans la section 1.4.

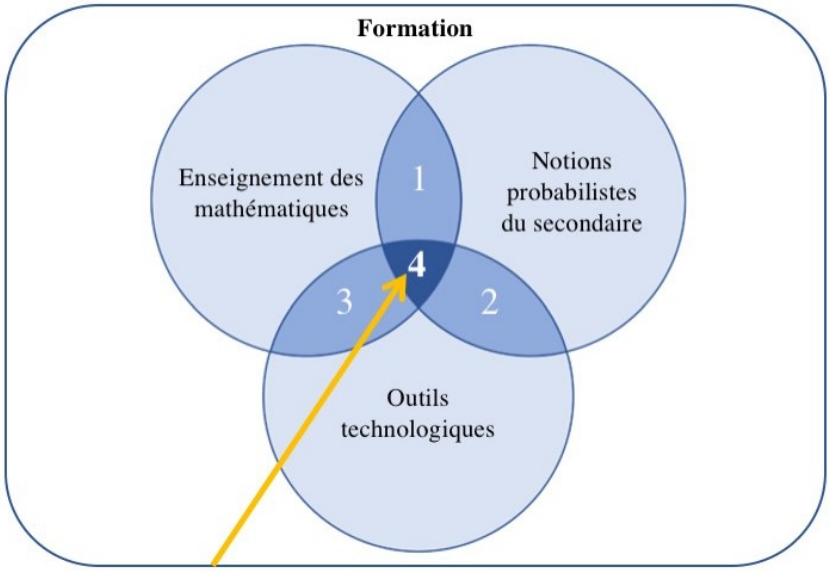


Figure 1.1 Trois ensembles de préoccupations et leurs intersections, avec la formation en arrière-plan

Ainsi, comme l'indique la flèche, la problématique ciblée par cette recherche doctorale se situe à l'intersection centrale (n° 4) des trois ensembles de préoccupations représentés dans ce diagramme de Venn. Ainsi, je m'intéresse principalement à la formation à l'enseignement, dans le contexte particulier de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Il serait possible de faire quelques « détours » dans les trois intersections (n° 1, n° 2 et n° 3) pour mieux comprendre l'intersection centrale (n° 4), mais ces intersections ne sont pas toutes éclairantes pour cette recherche doctorale.

En particulier, l'intersection n° 2, soit le croisement des ensembles *Notions probabilistes du secondaire* et *Outils technologiques*, amènerait à faire ressortir les apports et les limites de faire des probabilités avec des outils technologiques, mais sans poser un regard ciblé sur l'enseignement. Si on s'éloigne des notions probabilistes explorées à l'école secondaire, des revues spécialisées sur les plans

mathématiques et technologiques font ressortir des manières dont les mathématiciens ou les ingénieurs utilisent des outils technologiques pour faire des probabilités. Toutefois, ces revues n'éclairent pas l'objet d'étude ciblée par cette recherche doctorale pour trois raisons principales : 1) on y retrouve surtout des applications statistiques (et non pas probabilistes) ; 2) quand les auteurs se réfèrent à des notions probabilistes, celles-ci sont beaucoup trop avancées par rapport à ce qui se fait au secondaire ; 3) les apports et les limites d'outils technologiques ne sont pas ciblés.

Il convient ainsi de proposer dans la Figure 1.2 une organisation différente de la problématique de recherche, formée par l'imbrication de trois ensembles de préoccupations de chercheurs-formateurs en didactique des mathématiques.

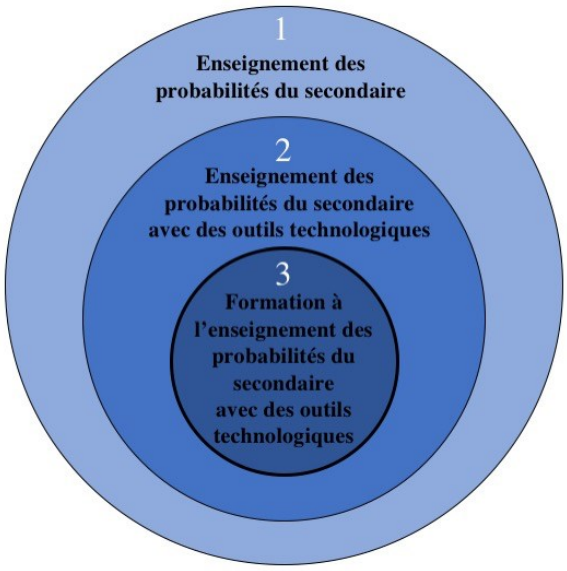


Figure 1.2 Une imbrication des ensembles de préoccupations qui délimitent le problème de recherche

J'explorerai chacun de ces ensembles de préoccupations à tour de rôle, de manière à faire ressortir progressivement le problème de recherche et à formuler la question qui

guide cette thèse, concernant le contexte particulier de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques (ensemble de préoccupations n^{o} 3).

1.2 L'enseignement des probabilités du secondaire (ensemble de préoccupations n^{o} 1)

Le premier ensemble de préoccupations concerne l'enseignement des probabilités du secondaire. Je cernerai des préoccupations scientifiques, des préoccupations sociales, des préoccupations concernant la progression des notions probabilistes du secondaire dans l'enseignement, puis des préoccupations concernant les approches probabilistes pour l'enseignement.

1.2.1 Des préoccupations scientifiques

On retrouve dans plusieurs travaux des préoccupations scientifiques pour mieux comprendre l'enseignement des probabilités au secondaire. En effet, depuis quelques décennies, plusieurs chercheurs se sont penchés sur l'apprentissage et l'enseignement des probabilités pour essayer de mieux comprendre ce qui s'y passe. Fischbein *et al.* (1969) ont déjà dit il y a plus de cinquante ans que les probabilités sont différentes et spécifiques en mathématiques et qu'elles requièrent donc un mode de pensée plus complet que des techniques calculatoires. Borovcnik et Kapadia (2010) évoquent cinq raisons de donner de l'importance aux probabilités, en tant que domaine mathématique à part entière :

> There are key reasons for a strong role for probability within mathematics curricula :
>
> 1. Misconceptions on probability affect people's decisions in important situations, such as medical tests, jury verdicts, investment, assessment, etc.
> 2. Probability is essential to understand any inferential procedure of statistics.
> 3. Probability offers a tool for modelling and ‘‘creating’’ reality, such as in physics.
> 4. The concepts of risk (not only in financial markets) and reliability are closely related to and dependent upon probability.
> 5. Probability is an interesting subject in its own right and worthy of study. (Borovcnik et Kapadia, 2010, p. 42)

Cette citation souligne notamment que le domaine des probabilités est intéressant et utile au quotidien ainsi que dans d'autres domaines, mais qu'il s'accompagne aussi de conceptions erronées. De plus, Martin (2014) mentionne que la richesse des probabilités provient de son aspect non-déterministe :

> Les probabilités présentent une richesse conceptuelle particulière par rapport aux autres branches des mathématiques, entre autres en raison de leur inscription dans une perspective non-déterministe, qui les placent à l'opposé d'autres domaines des mathématiques comme l'arithmétique, l'algèbre ou la géométrie (Savard, 2008 ; Scheaffer, 2006 ; Theis, 2011). Conséquemment, l'enseignement et l'apprentissage des probabilités impliquent un changement de perspective : il devient nécessaire de raisonner de manière non-déterministe dans le cadre de situations dotées d'incertitude. (Martin, 2014, p. 90)

L'aspect non-déterministe des probabilités découle du fait que les expériences aléatoires ne donnent pas toujours les mêmes résultats d'un essai à l'autre, et ce, même si les essais sont réalisés dans les mêmes conditions. Le domaine des probabilités, qui s'accompagne d'incertitude et de variabilité, se distingue donc des autres domaines mathématiques.

Par ailleurs, l'étude du raisonnement probabiliste ne découle pas uniquement de travaux en didactique des mathématiques puisque l'aspect psychologique et cognitif a longtemps été étudié (Batanero, 2019). Dans une recension d'écrits scientifiques sur l'apprentissage et l'enseignement des probabilités (Martin et Thibault, 2016), on retrouve de nombreux travaux de recherche en psychologie sur ce sujet :

> Ce survol historique nous permet de constater une évolution dans les travaux de recherche : passant d'une majorité de travaux issus du domaine de la psychologie, qui visent surtout à décrire et comprendre les raisonnements et les conceptions probabilistes d'individus vers des travaux qui sont maintenant surtout issus du domaine de l'éducation et qui portent sur l'apprentissage et l'enseignement des probabilités dans le contexte scolaire. (Martin et Thibault, 2016, p. 79)

Dans le large domaine de l'éducation, la didactique des mathématiques est devenue un domaine de recherche distinct des « mathematics education » (Kieren et Sierpinska, 2000) et a permis d'apporter des contributions importantes concernant l'enseignement des mathématiques. Plus particulièrement dans les deux dernières décennies, quelques travaux en didactique des mathématiques se sont penchés sur l'enseignement des probabilités au Québec au primaire (voir notamment Martin, 2014 ; Martin *et al.*, 2019b ; Martin et Theis, 2016 ; Rioux, 2012 ; Savard, 2008, 2010 ; Theis, 2012), au secondaire (voir notamment Gattuso et Vermette, 2013 ; Theis et Savard, 2010a ; Thibault, 2011b ; Thibault et Martin, 2018b) et au collégial (voir notamment Dubois, 2002). Sans entrer ici dans les détails de ces travaux, il convient de souligner que ceux-ci ont contribué à l'avancement des connaissances sur ce thème, mais que ces travaux en didactique des probabilités forment un corpus limité par rapport à l'ensemble des travaux en didactique des mathématiques. De plus, de nombreuses perspectives de recherche demeurent quant à l'enseignement des probabilités au secondaire. Par exemple, selon Martin et Thibault (2016), il apparait

important d'approfondir les différents usages d'outils technologiques, puis de poser un regard sur la formation[3].

Les participants à l'étude de Martin (2014) se sont approprié les outils, c'est-à-dire trois situations probabilistes avec du matériel concret, que ces enseignants du primaire ont ensuite expérimenté avec leurs élèves. Ces situations probabilistes ont été fournies et présentées par le chercheur, avec une attention portée sur cinq enjeux probabilistes : 1) l'inscription dans les approches probabilistes ; 2) l'articulation entre les approches probabilistes ; 3) les différents nombres de cas possibles et de cas favorables ; 4) la rétroaction offerte par les situations ; 5) les conceptions probabilistes. Un résultat de cette étude est que la maitrise de ces enjeux probabilistes influence les conditions didactiques offertes chez les participants (Martin, 2014). En ce sens, il est suggéré qu'« une attention particulière [soit] portée aux enjeux probabilistes inhérents aux outils, en tenant compte des conséquences didactiques entraînées par les choix faits par l'enseignant en amont de la rencontre des élèves avec l'activité » (Martin, 2014, p. 493). À ces enjeux probabilistes s'en ajoutent quelques-uns évoqués dans Thibault et Martin (2020), notamment le vocabulaire probabiliste (pour décoder l'information), la prise de décision (en exerçant un jugement critique et en étant à l'affut des conceptions probabilistes), puis la dialectique entre le non-déterminisme des probabilités (qui empêche de prédire avec certitude le prochain résultat d'une expérience aléatoire) et l'inférence (qui permet de prédire une tendance à long temps des résultats d'une expérience aléatoire).

Ainsi, les travaux évoqués dans cette sous-section soutiennent la pertinence scientifique de s'intéresser à l'enseignement des probabilités, afin de mieux

[3] Je reviendrai de façon plus détaillée sur les usages d'outils technologiques en probabilités dans la section 1.3, puis sur la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques dans la section 1.4.

comprendre le raisonnement probabiliste et des enjeux didactiques qui l'accompagnent.

1.2.2 Des préoccupations sociales

En plus de cet intérêt de recherche, il subsiste une préoccupation sociale concernant l'importance de l'enseignement des probabilités du secondaire. D'abord, on retrouve des applications des probabilités au quotidien :

> Des évènements aléatoires, touchant de près ou de loin l'individu dans son quotidien, peuvent être rencontrés dans une variété de domaines (Albert, 2006 ; Caron, 2002 ; Pratt, 1998). Entre autres, de telles situations se retrouvent en santé (diagnostic, choix de traitement par calcul des risques associés aux différentes procédures ou traitements), en environnement (prévisions météorologiques, évaluations de dangers écologiques), en consommation (achat de garanties prolongées, jeux de hasard et loteries), en gestion (choix d'investissement en fonction du jugement des risques associés aux différents types, planification financière), dans les loisirs (choix d'une stratégie, jeux de société recourant explicitement au hasard), etc. (Martin, 2014, p. 91)

Néanmoins, les enseignants semblent avoir une faible perception de l'utilité sociale dans la vie du citoyen du domaine des probabilités. En effet, selon les résultats de l'enquête de Martin et Thibault (2017), parmi les cinq domaines mathématiques dont l'enseignement est prescrit, le domaine des probabilités revêt le plus bas niveau d'utilité sociale selon les 626 enseignants ayant participé à une enquête québécoise. Spécifiquement chez les répondants qui enseignent au secondaire (n=396), le domaine mathématique des probabilités est le deuxième moins utile (30 % les voient comme peu ou très peu utiles) derrière le domaine mathématique de l'algèbre (35 % les voient comme peu ou très peu utiles). Ces faibles niveaux d'utilité sociale apparaissent assez différents de ceux associés aux autres domaines mathématiques, où

entre 1 % et 15 % des répondants du secondaire les voient comme peu ou très peu utiles. Il semble donc que la pertinence et l'utilité sociale des probabilités méritent d'être (ré)argumentées, notamment auprès des enseignants du secondaire.

Aussi, selon Savard (2008), l'enseignement des probabilités joue un rôle fondamental dans une perspective de formation à la citoyenneté, puisque « le développement d'un raisonnement probabiliste permet de raisonner sous l'incertitude lors d'une prise de décision » (p. 282). En ce sens, Savard (2009) soutient que c'est dans un contexte scolaire que les élèves doivent prendre conscience des risques de participer à des jeux de hasard et d'argent puisque les jeunes se croient invincibles face au jeu dans un contexte quotidien. Selon Ladouceur *et al.* (2003), les joueurs excessifs manifestent des conceptions irrationnelles dans des situations de jeux de hasard et d'argent, pour tenter de contrôler le hasard. Un rapport gouvernemental (Camirand, 2014) met de l'avant que 25 % des 4 943 élèves du secondaire sondés ont participé à au moins une forme de jeu de hasard et d'argent en 2013. Parmi ceux-ci, 11 % sont considérés comme des joueurs à risque et 3,8 % sont des joueurs pathologiques probables. Ces résultats indiquent que l'ampleur du problème du jeu excessif chez les adolescents est préoccupante, et ce, malgré une relative baisse de participation observée depuis le rapport précédent, car les joueurs pathologiques peuvent dépenser des sommes d'argent inquiétantes (Fiedler *et al.*, 2019). Selon Savard (2008), l'école doit assumer sa part de responsabilité pour contrer ce fléau social en sensibilisant (par le biais des cours de mathématiques) les élèves aux faibles probabilités de gagner dans les jeux de hasard et d'argent.

De plus, l'école pourrait favoriser le développement de compétences mathématiques et de compétences citoyennes comme la pensée critique et la prise de décision (Savard, 2008, 2019). Le *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a) rappelle

d'ailleurs que l'école vise à accompagner l'élève dans le développement de son identité citoyenne. Cette formation citoyenne inclut une compréhension adéquate des notions probabilistes sans laquelle une personne pourrait participer à des jeux de hasard et d'argent sans être consciente du risque réel de perdre (Benhsain, 2002 ; Benhsain *et al.*, 2004 ; Ladouceur *et al.*, 2000).

La recension d'écrits scientifiques menée par Martin et Thibault (2016) fait ressortir plusieurs travaux qui cherchent à faire évoluer les nombreuses difficultés et conceptions des élèves et des enseignants. Mon mémoire de maitrise (Thibault, 2011b) porte d'ailleurs sur les conceptions probabilistes chez des élèves du secondaire[4]. Lajoie et Thibault (2017) définissent une conception comme suit :

> De façon plus formelle, nous définissons une conception comme un type de connaissance locale (Brousseau, 1998 ; Savard, 2008), soit une construction mentale adaptative (Dubois, 2002 ; Janvier, 1987) servant à expliquer le monde qui nous entoure (De Vecchi, 2010) à partir de nos connaissances antérieures. Ainsi, une conception est dynamique (Brousseau, 1998) et peut donc évoluer à travers le temps (Fischbein, 1975). De plus, même si une conception prend parfois la forme d'une intuition évidente pour l'apprenant (Fourez et Larochelle, 2003), elle peut tout de même reposer sur une réflexion mentale plus profonde (Sfard, 1991), que cette réflexion soit consciente ou non. Puisqu'on ne peut pas atteindre directement les conceptions d'un apprenant, ces dernières peuvent être inférées à partir des manifestations qui émergent dans certains contextes, ce qui nous permet d'en apprendre davantage sur l'apprenant qui manifeste ces conceptions (Giordan, 1998). (Lajoie et Thibault, 2017, p. 43)

Alors que le domaine mathématique des probabilités constitue un terreau fertile pour les conceptions, certaines conceptions probabilistes peuvent être rencontrées autant

[4] Pour une présentation plus détaillée des conceptions probabilistes en lien avec les notions probabilistes du secondaire, le lecteur peut se référer à d'autres publications qui découlent de mon mémoire de maitrise (Lajoie et Thibault, 2017 ; Thibault, 2011a ; Thibault *et al.*, 2012).

chez des enfants que chez des adultes, puis autant chez des experts que chez des novices en probabilités (Tversky et Kahneman, 1971). Dans le même sens, Batanero *et al.* (2010) font ressortir que le raisonnement probabiliste n'est pas contre-intuitif seulement pour les élèves, étant donné que même des enseignants peuvent être pris au piège dans des situations probabilistes paradoxales. Ce défi particulier pourrait être dû aux différentes significations qu'on peut associer aux notions probabilistes (Batanero et Díaz, 2007).

Malheureusement, il semble que certaines conceptions erronées se renforcent avec le temps (Fischbein et Schnarch, 1997) et demeurent résistantes au changement (Batanero et Serrano, 1999 ; Rioux, 2019 ; Thibault, 2011b). De surcroit, un enseignement inadéquat peut renforcer les conceptions erronées d'un élève (Poirier et Carbonneau, 2002). Selon Savard (2008, 2014), un élève peut manifester une conception dans un contexte, mais pas nécessairement dans un autre. Par exemple, un élève pourrait comprendre l'indépendance des résultats d'une pièce de monnaie d'un lancer à l'autre, dans un contexte cognitif mathématique, mais penser qu'il est « dû » pour gagner dans un jeu de hasard et d'argent en ne reconnaissant pas l'indépendance dans un contexte socioculturel ou citoyen. De plus, même en restant dans le contexte cognitif mathématique, il peut arriver qu'une conception revienne (comme de la mauvaise herbe) dans une autre situation aléatoire. Par exemple, un élève pourrait très bien comprendre l'indépendance des résultats d'une pièce de monnaie pour une série de lancers, mais revenir à l'idée que les résultats sont dépendants dans une situation de lancers de dés. Il n'est donc pas si simple de faire évoluer les conceptions probabilistes des élèves, ce qui ajoute un défi supplémentaire aux enseignants.

Ainsi, les travaux évoqués dans cette sous-section soutiennent la pertinence sociale de s'intéresser à l'enseignement des probabilités, considérant les applications des probabilités au quotidien, puis l'importance d'exercer un jugement critique par la

prise de décision en situation aléatoire, alors que des conceptions probabilistes sont susceptibles d'altérer le jugement lors de la participation à des jeux de hasard et d'argent.

1.2.3 Des préoccupations concernant la progression des notions probabilistes du secondaire dans l'enseignement

Après avoir explicité le « pourquoi » de l'enseignement des probabilités du secondaire en faisant ressortir la pertinence scientifique et la pertinence sociale de ce domaine mathématique selon plusieurs auteurs, il parait important de comprendre le « quoi ». Afin de situer quelles notions probabilistes du secondaire sont enseignées au Québec, il convient de consulter les documents ministériels. Le *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a) permet d'observer l'évolution du contenu de formation en mathématiques selon les cinq années et les séquences du secondaire (chez des élèves de 12 à 17 ans). Plus particulièrement, le Tableau 1.1 illustre l'évolution des notions probabilistes du secondaire.

Tableau 1.1 Le contenu de formation des notions probabilistes du secondaire

Probabilités	1re et 2e sec.	3e sec.	CST		TS		SN	
			4e sec.	5e sec.	4e sec.	5e sec.	4e sec.	5e sec.
Représentation d'expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes, avec ou sans remise, avec ou sans ordre (arbre, grille, réseau, figure, etc.)	X							
Dénombrement des possibilités d'une expérience aléatoire	X							
Événements : certains, probables, impossibles, élémentaires, complémentaires, compatibles, incompatibles, dépendants, indépendants	X							
Événements exclusifs, non mutuellement exclusifs				X	X			
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité théorique et probabilité fréquentielle	X							
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité subjective				X	X			
Calcul de la probabilité d'un événement : probabilité conditionnelle				X	X			
Arrangement, permutation, combinaison **Note** : Les calculs se font par raisonnement et non à l'aide de formules de dénombrement.		X						
Variable aléatoire discrète et variable aléatoire continue		X						
Calcul de probabilités dans des contextes de mesure (y compris les probabilités géométriques)		X						
Équité : chance, espérance mathématique				X	X			
Notation factorielle **Note** : L'introduction de cette notation est facultative en CST.					X			

(Gouvernement du Québec, 2016a, p. 143)

De plus, le document ministériel *Progression des apprentissages au secondaire* (Gouvernement du Québec, 2016b) permet d'observer l'enchainement des connaissances à acquérir par les élèves du secondaire. Les contenus probabilistes sont ainsi répartis sur cinq années (selon des séquences en quatrième et cinquième secondaire, alors que les élèves doivent choisir l'une des trois séquences en mathématiques), conformément aux *Programmes de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a). En analysant ces documents ministériels, on peut remarquer que des notions probabilistes sont au programme chaque année scolaire sauf dans la séquence *Culture, société et technique* en quatrième secondaire, dans la séquence *Technico-sciences* en cinquième secondaire, puis dans la séquence *Sciences naturelles* en quatrième et en cinquième secondaire.

Comme l'ont déjà fait remarquer Gattuso et Vermette (2013), la voie plus « scientifique », c'est-à-dire la séquence *Sciences naturelles*, ne comporte pas de notions probabilistes à l'étude. Il apparait alors problématique que les futurs enseignants de mathématiques au secondaire, qui proviennent majoritairement de cette voie, n'auront pas travaillé les notions probabilistes autant que dans les autres séquences. Est-ce parce que les probabilités ne sont pas perçues comme étant des notions nécessaires dans les métiers qui suivent une voie plus scientifique ? Cette hypothèse serait cohérente avec les résultats présentés précédemment de l'enquête de Martin et Thibault (2017), alors que le domaine des probabilités revêt un faible niveau d'utilité sociale selon des enseignants. Pourtant, les travaux évoqués dans les sous-sections concernant les préoccupations scientifiques et sociales semblent appuyer l'importance et la pertinence de l'enseignement des probabilités pour la poursuite des études ainsi que pour la vie citoyenne.

De surcroit, selon Borovcnik et Kapadia (2010), les probabilités sont importantes, mais sont malheureusement considérées comme difficiles à apprendre. D'ailleurs, les 626 enseignants ayant participé à une enquête québécoise ont déclaré que les probabilités sont parmi les domaines mathématiques les plus difficiles à apprendre, et ce, autant pour les élèves du primaire que du secondaire (Martin et Thibault, 2017). Plus particulièrement pour l'ordre d'enseignement du secondaire, 75 % des répondants (n=394) perçoivent les probabilités comme difficiles ou très difficiles à apprendre.

Ainsi, les travaux évoqués dans cette sous-section soutiennent que la progression des notions probabilistes du secondaire dans l'enseignement occasionne une préparation limitée pour les futurs enseignants de mathématiques au secondaire et que l'apprentissage des probabilités est considéré comme étant plus difficile que pour les autres domaines mathématiques.

1.2.4 Des préoccupations concernant les approches probabilistes pour l'enseignement

Même si l'enseignement des probabilités est prescrit par les documents ministériels dans la plupart des années scolaires du parcours d'un élève au secondaire, rien ne garantit qu'elles sont enseignées. Batanero et Díaz (2007) abondent d'ailleurs dans ce sens en affirmant que les probabilités sont délaissées par beaucoup d'enseignants de mathématiques au secondaire, ce qui apparait problématique. Il convient alors de se pencher sur la façon dont les probabilités sont enseignées.

Dans les écrits scientifiques, on retrouve trois approches probabilistes auxquelles on peut avoir recours pour enseigner les probabilités, en commençant avec l'approche théorique qui est associée au calcul d'une probabilité :

> D'abord, l'approche théorique est traitée la plus régulièrement et est donc considérée comme l'approche classique (Albert, 2006). Dans cette approche, dont l'origine remonte à Laplace (1825/1995), la probabilité se calcule à partir du rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles d'un évènement quelconque lorsque tous les cas sont jugés équiprobables. Dans la lignée de cette approche théorique, Kolmogorov propose en 1933 une théorie mathématique basée sur l'axiomatisation des probabilités et est ainsi devenu un des fondateurs des probabilités à l'ère moderne (Chaumont, Mazliak & Yor, 2004). (Martin et Thibault, 2016, p. 90)

L'approche fréquentielle est quant à elle associée à la réalisation d'essais pour observer une fréquence :

> Ensuite, l'approche fréquentielle [ou encore l'approche fréquentiste, expérimentale, expérientielle ou empirique], provenant des travaux de von Mises (1928/1952), mesure la fréquence relative d'un évènement particulier à la suite d'une série de données observées. Ainsi, une fréquence relative stabilisée se dégage à travers la réalisation d'essais, ainsi que par la compilation et l'organisation de leurs résultats, afin d'arriver à tendre vers la probabilité de voir se produire un évènement possible. Cette approche permet donc d'établir des liens entre le domaine de la statistique et le domaine des probabilités. (Martin et Thibault, 2016, p. 90)

Enfin, on retrouve l'approche subjective qui amène à témoigner une opinion probabiliste :

> Enfin, l'approche subjective (Chernoff, 2009 ; Savard, 2008) ou personnaliste (Hacking & Dufour, 2004) prend ses racines dans les travaux de Lindley (1980), appuyés sur le théorème de Bayes. Cette

> troisième approche consiste pour un individu ou un groupe d'individus à évaluer numériquement la force ou le degré d'une croyance à travers une analyse plus ou moins intuitive de l'information dont il dispose. (Martin et Thibault, 2016, p. 90)

Au regard de ces trois approches probabilistes, Stohl (2005) soutient que la formation des enseignants préconise l'approche théorique. Dans le même sens, l'accent est surtout mis sur l'approche théorique dans les manuels scolaires et les cahiers d'apprentissage du primaire (Gómez-Torres *et al.,* 2013, 2014 ; Martin *et al.,* 2018a, 2021 ; Martin et Malo, 2019) et du secondaire (Han *et al.,* 2011, Rodríguez-Muñiz *et al.,* 2019 ; Yang et Sianturi, 2019). Cette prépondérance de l'approche théorique dans les ressources disponibles pourrait influencer l'enseignant dans les approches probabilistes auxquelles il décide d'avoir recours dans son enseignement. Les résultats de l'enquête de Martin et Thibault (2017) vont d'ailleurs dans ce sens alors que, chez les répondants qui enseignent au secondaire (n=392), l'approche théorique est davantage mise de l'avant (91 % des répondants) que l'approche fréquentielle (67 %) et l'approche subjective (28 %).

Pourtant, la pertinence de l'approche fréquentielle semble être mise de l'avant si on se fie aux nombreux chercheurs qui y accordent une place centrale pour l'enseignement des probabilités (voir notamment Briand, 2005 ; Brousseau *et al.,* 2002 ; Henry, 2011 ; Koparan et Koparan, 2019 ; Lee *et al.,* 2010 ; Parzysz, 2007, 2019 ; Savard *et al.,* 2013 ; Thibault, 2019b). Toutefois, avoir recours à l'approche fréquentielle[5] dans l'enseignement des probabilités comporte son lot de défis, comme l'a observé Martin (2014), étant donné les enjeux probabilistes qui y sont reliés.

[5] Des outils technologiques peuvent d'ailleurs se révéler très utiles dans l'approche fréquentielle et j'y reviendrai dans la section 1.3. Je reviendrai aussi de façon plus détaillée sur l'approche fréquentielle dans la section 2.4.

Batanero et Díaz (2007) proposent d'articuler l'approche fréquentielle avec l'approche théorique à travers les différentes significations associées aux probabilités, afin de surmonter les conflits sémiotiques. D'autres chercheurs (par exemple, Homier *et al.,* 2021 ; Ireland et Watson, 2009 ; Jones, *et al.,* 2007 ; Martin, 2014 ; Martin et Theis, 2016 ; Prodromou, 2012 ; Theis, Mai Huy et Parent, 2019 ; Thibault et Martin, 2016) se positionnent aussi en faveur de l'articulation des approches fréquentielle et théorique, qui amène à faire un lien entre les résultats des expériences aléatoires et l'inférence qui se construit à partir de la tendance observée. Une telle articulation permet également d'aborder la notion de variabilité échantillonnale et la perspective non-déterministe des probabilités (Batanero, 2014). D'ailleurs, la *Progression des apprentissages au secondaire* (Gouvernement du Québec, 2016b) met en avant cette articulation par la comparaison des résultats observés d'une expérience aléatoire répétée plusieurs fois (dans l'approche fréquentielle) avec le calcul des probabilités (dans l'approche théorique).

Ainsi, les travaux évoqués dans cette sous-section soutiennent qu'il est important de se pencher sur les approches probabilistes pour l'enseignement. Notamment, le recours à l'approche fréquentielle semble une avenue pertinente pour cette recherche, en l'articulant à l'approche théorique et en considérant les défis qui en découlent.

En guise de résumé pour le premier ensemble de préoccupations, lorsqu'on s'intéresse à l'enseignement des probabilités du secondaire, les cinq sous-sections font ressortir un certain nombre de préoccupations. Des préoccupations scientifiques mènent à s'intéresser à l'enseignement des probabilités, afin de mieux comprendre le développement du raisonnement probabiliste et des enjeux conceptuels qui l'accompagnent. Puis, des préoccupations sociales appuient cette pertinence de l'enseignement des probabilités, considérant les applications des probabilités au quotidien et l'importance d'exercer un jugement critique par la prise de décision en

situation aléatoire, alors que des conceptions probabilistes sont susceptibles d'altérer le jugement lors de la participation à des jeux de hasard et d'argent. Viennent ensuite des préoccupations de formation concernant la progression des notions probabilistes du secondaire dans l'enseignement, qui fait ressortir une préparation limitée pour les futurs enseignants de mathématiques au secondaire, alors que l'apprentissage des probabilités est considéré par des enseignants comme étant plus difficile que pour les autres domaines mathématiques. Pour conclure, des préoccupations concernant les approches probabilistes pour l'enseignement suggèrent de se pencher sur le recours à l'approche fréquentielle, articulé à l'approche théorique, malgré les défis qui en découlent. Pour cet ensemble de préoccupations, on peut penser qu'il y a des besoins sur le plan de la formation à l'enseignement des probabilités et j'y reviendrai dans la section 1.4.

1.3 L'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques (ensemble de préoccupations n^{o} 2)

Le deuxième ensemble de préoccupations concerne l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. En guise d'état de la question, je présenterai d'abord plus largement un survol de travaux sur les outils technologiques dans l'enseignement des mathématiques et je creuserai ensuite plus précisément par quelques travaux sur les outils technologiques dans l'enseignement des probabilités.

1.3.1 Un survol de travaux sur les outils technologiques dans l'enseignement des mathématiques

On retrouve un grand nombre de travaux sur les outils technologiques dans l'enseignement des mathématiques. Depuis au moins les années 70', on se questionne

sur les manières dont les outils technologiques, les premières calculatrices de poche à l'époque, transforment l'enseignement des mathématiques à l'école (Suydam, 1979). Papert (1980) suggère d'utiliser les outils technologiques pour apprendre aux élèves à programmer, ce qui apparaissait comme une idée révolutionnaire à l'époque (Crahay, 1987). Il faut dire que cette idée est énoncée en opposition à celle d'avoir recours à des outils technologiques pour programmer les élèves à apprendre, par exemple avec la machine à enseigner de Skinner (1958). Par ailleurs, les premières études sur l'intégration des « nouvelles technologies » dans l'apprentissage des mathématiques visaient à faire ressortir le potentiel d'outils technologiques et notamment vérifier s'ils permettent une plus grande efficacité pour réaliser des tâches habituelles. Cependant, des travaux de recherche subséquents ont amené à constater que les outils technologiques ne permettent pas simplement d'acquérir plus d'efficacité, mais permettent aussi de réaliser de nouvelles tâches autrefois inexistantes sans ces outils (Trouche, 2005).

En lien avec cette idée de faire des mathématiques différemment, Pea (1985) distingue d'ailleurs les pouvoirs d'amplification (faire plus, plus vite) et de réorganisation (faire autrement, autre chose) d'outils technologiques pour l'enseignement des mathématiques. Il convient alors de se demander si les usages d'outils technologiques permettent aux enseignants d'amplifier ou de réorganiser leur cours de mathématiques. Abboud-Blanchard (2013) reprend d'ailleurs la distinction d'Artigue (2007), qui soutient que la valeur pragmatique (en lien avec le pouvoir d'amplification) prend le dessus sur la valeur épistémique (en lien avec le pouvoir de réorganisation) dans l'enseignement des mathématiques :

> En didactique des mathématiques, Artigue, dans plusieurs écrits de synthèse (cf. par exemple, Artigue 2007), note que la tendance consiste à utiliser les outils technologiques juste pour leur valeur pragmatique : des aides pour produire des résultats, et qu'on ne voit pas s'exprimer dans l'enseignement des mathématiques la dimension épistémique de ces

> outils : des aides pour comprendre les objets mathématiques qu'ils engagent. Les utilisations majoritaires observées privilégient en effet les fonctionnalités pragmatiques, cantonnant par-là les technologies dans un rôle « d'adjuvant » pédagogique : « on fait avec les technologies ce qu'on savait faire sans, mais plus vite et plus aisément ». Les usages dominants prennent en compte de façon limitée les potentialités des technologies. Artigue souligne alors qu'une réelle intégration des technologies serait celle qui assure un équilibre « raisonnable » entre leurs valences épistémique et pragmatique. (Abboud-Blanchard, 2013, p. 26)

Abramovich (2013) soutient lui aussi que les outils technologiques permettent de faire des mathématiques différemment et souligne la nécessité de produire du nouveau matériel didactique qui permette d'exploiter le plein potentiel de ces outils technologiques. Dans cet ordre d'idées, il semble peu pertinent pour les enseignants d'utiliser des outils technologiques pour réaliser des situations mathématiques si c'était déjà possible sans ces outils technologiques et qu'il n'y a donc pas de valeur ajoutée (Lajoie, 2009). En ce sens, Drijvers *et al.* (2010) suggèrent que les outils technologiques peuvent avoir un effet sur les pratiques enseignantes. Leur théorie d'orchestration instrumentale (*instrumental orchestration*) décrit la façon dont l'enseignant peut raffiner les instruments pour favoriser l'activité mathématique de ses élèves (Drijvers *et al.,* 2010).

Certains appareils numériques sont reconnus comme étant prometteurs, par exemple le tableau blanc interactif (Gareau, 2014 ; Tanner *et al.,* 2005) et la tablette numérique (Karsenti et Fiévez, 2013a). Giroux *et al.* (2013) affirment même que « les tablettes numériques sont clairement identifiées comme une technologie émergente susceptible d'avoir des retombées importantes en éducation à très court terme (Johnson *et al.,* 2012) » (p. 2). Ces appareils numériques ainsi que les outils technologiques qui les composent sont justement adoptés par de plus en plus d'écoles nord-américaines. Dans cet engouement des milieux scolaires envers des outils technologiques, il n'est pas suffisant de constater que les écoles se sont équipées d'appareils numériques

puisqu'il faut aussi s'intéresser à ce que les enseignants de mathématiques en font. Selon Olive et Makar (2010), les outils technologiques offrent l'opportunité, pas toujours saisie par les enseignants, de faire des mathématiques différemment, que ce soit par la géométrie dynamique, la robotique, les jeux numériques ou encore l'analyse dynamique des statistiques.

Quelques chercheurs qui se penchent sur l'utilisation des tablettes numériques (Carr, 2012 ; Franklin et Peng, 2008 ; O'Malley *et al.,* 2013) relèvent des apports et des limites propres à ces appareils numériques ainsi que des connaissances technologiques à considérer pour utiliser les tablettes numériques dans l'enseignement des mathématiques. Par exemple, Freiman (2014) relève un impact positif des nouvelles technologies sur la performance des élèves en mathématiques (avec la tablette numérique, par exemple) et sur leur motivation.

Du côté ministériel, il y a une volonté au Québec de structurer le développement des usages d'outils technologiques, autant à l'école, au travail, qu'au quotidien, par le cadre de référence de la compétence numérique (Gouvernement du Québec, 2019) :

> En résumé, ce cadre de référence vise à favoriser le développement de la compétence numérique dans l'ensemble de la communauté éducative pour que les Québécoises et les Québécois soient autonomes et critiques dans leur utilisation du numérique. Cette habileté est primordiale dans le contexte actuel, marqué par des innovations technologiques qui transforment le marché de l'emploi et influent sur les compétences recherchées par les employeurs. En ce sens, il est nécessaire d'adapter la pratique enseignante et d'inclure la compétence numérique dans les programmes éducatifs pour préparer les futurs travailleurs et travailleuses aux défis de demain. (Gouvernement du Québec, 2019, p. 7)

Toutefois, les enseignants ont besoin de temps pour devenir à l'aise avec des outils technologiques (Assude et Grugeon, 2003), sans quoi ils semblent résister à leur

intégration (Hoyles et Lagrange, 2010 ; Wilson *et al.,* 2011). De plus, il existe encore relativement peu d'études spécifiques sur les usages d'outils technologiques émergents par les enseignants de mathématiques, ainsi que leurs effets sur leur enseignement, même si de plus en plus d'études semblent aborder ce sujet.

1.3.2 Quelques travaux sur les outils technologiques dans l'enseignement des probabilités

En ce qui concerne l'enseignement des probabilités, il existe de plus en plus de travaux qui se sont penchés sur les apports et les limites d'outils technologiques. Un exemple d'apport est que les usages technologiques peuvent amener à réduire le temps de calcul pour que l'apprenant puisse se concentrer sur les notions probabilistes qui sont particulières (Kapadia et Borovcnik, 2010). Toutefois, Kissane et Kemp (2010) ont mentionné il y a quelques années que les travaux de recherche sur l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques sont plutôt rares. Toutefois, il semble que de tels travaux sont maintenant plus nombreux sur ce sujet :

> Par ailleurs, autant Shaughnessy (1992) que Jones *et al.* (2007) ont réclamé un étoffement du corpus des travaux abordant la question du recours aux TICE pour le développement du raisonnement probabiliste. D'ailleurs, Jones *et al.* (2007) disaient, il y a près d'une décennie, que « la recherche portant sur l'influence de la technologie sur les conceptions probabilistes des élèves commençait à peine à émerger » (p. 946, traduction libre). Ainsi, si nous pouvons constater que cette réflexion sur l'usage des TICE était déjà présente en 1992 et qu'elle s'est poursuivie en 2007, il faut cependant souligner qu'il y a eu une véritable explosion technologique dans les dernières années et qu'en conséquence, une explosion de la recherche sur les TICE semble s'être opérée. Alors qu'il y a quelques décennies, de telles initiatives étaient relativement rares et relevaient de l'innovation par rapport au quotidien de la classe (par exemple les travaux de Pratt, 2000), les TICE sont désormais de plus en plus présentes et utilisées dans les milieux scolaires. Ainsi, il semble y avoir une tendance récente dans les travaux à regarder les usages effectifs

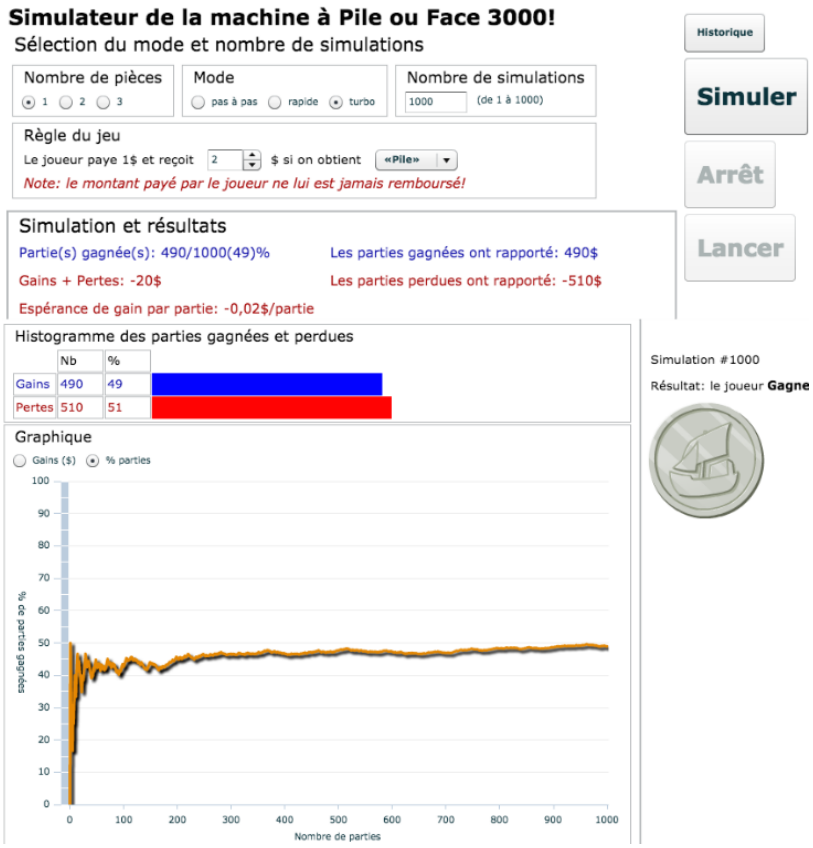
> ou potentiels des TICE déjà présentes au quotidien, que ce soit au regard de l'expérience d'apprentissage offerte aux élèves (par exemple Batanero, Godino & Canizares, 2005 ; Stohl & Tarr, 2002) ou au regard de la formation à l'enseignement des probabilités (par exemple Bu, 2008 ; Stohl & Hollebrands, 2008 ; Theis & Savard, 2010a ; 2010b). (Martin et Thibault, 2016, p. 100-101)

Pour enseigner les probabilités de niveau secondaire, il est possible d'avoir recours à une diversité d'outils technologiques qui accompagnent le travail mathématique (Biehler, 2019). Plus précisément, des outils technologiques peuvent remplir diverses fonctions : compléter des exercices, tracer des diagrammes en arbre, tracer des diagrammes de Venn, calculer des probabilités, apprendre en jouant dans un jeu sérieux (voir par exemple le jeu d'aventure E-brock bugs décrit par Broley *et al.,* 2015) pour apprendre en probabilités), simuler des phénomènes (lancer de dés, accroissement de population, propagation de virus, etc.), compiler des fréquences ou même programmer des situations aléatoires[6]. Du côté des applications sur des appareils mobiles, Edwards (2014) soutient que ce qu'on trouve pour enseigner les probabilités est généralement erroné ou difficile à utiliser.

Parmi tous les outils technologiques pour apprendre les probabilités, c'est le simulateur d'expériences aléatoires qui est le plus répandu (Savard *et al.*, 2013). Freiman (2014) ainsi que Kissane et Kemp (2010) mentionnent quelques outils technologiques qui permettent de simuler un grand nombre d'expériences aléatoires pour supporter l'enseignement des probabilités dans l'approche fréquentielle. Cependant, même si ces outils de simulation ont un potentiel pour enseigner les probabilités (Koparan, 2019), on retrouve peu d'usages de ces outils dans l'enseignement et encore moins d'études qui ciblent ces usages. La Figure 1.3

[6] Il est à noter que les idées de cette phrase ont été développées dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2019b).

présente un exemple de simulateur qui a été utilisé dans une recherche-action sur l'enseignement des probabilités au secondaire (Theis et Savard, 2010a, 2010b, 2011).



(Source : https://monurl.ca/simulateur11[7])

Figure 1.3 Un exemple de simulateur pour une expérience aléatoire de lancers de pièce de monnaie

L'utilisateur doit toutefois savoir se servir d'un tel simulateur afin d'exploiter son plein potentiel et l'utiliser comme instrument au sens de Rabardel (1995), c'est-à-dire comme un « artefact en situation, inscrit dans un usage, dans un rapport instrumental

[7] Malheureusement, depuis le 1er janvier 2021, les navigateurs Internet n'affichent plus de contenu Flash, alors il est possible que ce simulateur ne soit plus fonctionnel.

à l'action du sujet, en tant que moyen de celle-ci » (p. 49). En effet, un simulateur permet de travailler directement (ou indirectement) diverses notions probabilistes, en illustrant une tendance des résultats sans toutefois fournir d'explication quant aux notions qui peuvent être exploitées.

Ainsi, le simulateur a le potentiel de soulever un besoin de comprendre des concepts probabilistes après avoir créé un conflit entre ce qui est prédit par l'élève et ce qui se produit réellement (Lim *et al.,* 2016). Le simulateur agit donc, en quelque sorte, comme un projecteur qui vient éclairer une situation sans en révéler tout le contenu, ni les variables didactiques et les conceptions (Lajoie et Thibault, 2017) qui se cachent en arrière-scène de la situation probabiliste. C'est donc l'élève, soutenu par l'enseignant, qui a la responsabilité d'utiliser efficacement un simulateur, afin de creuser davantage les concepts et de comprendre ce qui se passe dans la situation simulée[8].

En plus du simulateur qui est un outil technologique pouvant être utilisé pour apprendre en probabilités, Giroux *et al.* (2017) soutiennent que la programmation est de plus en plus répandue dans le système scolaire québécois :

> Apprendre la programmation est une compétence qui, au fil des ans, gagne en importance dans notre société (Karsenti et Bugmann, 2017). Bien que l'école québécoise n'ait pas encore l'obligation de l'enseigner, de plus en plus d'initiatives à différents niveaux, autant dans les milieux scolaires qu'à l'extérieur de ceux-ci, voient le jour. (Giroux *et al.,* 2017, p. 200)

[8] Il est à noter que les idées de ce paragraphe ont été développées dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2019b).

Venant et Thibault (2019) abondent aussi dans ce sens, en faisant ressortir une tendance de l'intégration de la programmation dans les milieux scolaires au Canada et dans plusieurs autres pays :

> Depuis 2011, de nombreux pays, notamment en Europe (Romero, 2016), ont décidé d'introduire la programmation dans les écoles. Au Canada, la Colombie-Britannique (Gouvernement de la Colombie-Britannique, 2016), l'Ontario (Gouvernement de l'Ontario, 2016) et le Nouveau-Brunswick (Province du Nouveau-Brunswick, 2016) viennent également de mettre en vigueur des mesures visant à ce que chaque élève puisse apprendre les bases de la programmation avant la fin du primaire. Au Québec, on voit apparaitre de plus en plus d'initiatives locales menées par des enseignants et des conseillers pédagogiques qui réfléchissent aux façons d'introduire la programmation dans le contexte de l'enseignement des mathématiques. (Venant et Thibault, 2019, p. 273)

Giroux *et al.* (2017) associent la programmation aux mathématiques et décrivent la pensée computationnelle qui offre des similarités avec la résolution de problèmes :

> En général, lorsqu'il est temps d'associer la programmation à une discipline scolaire précise, les mathématiques semblent être la discipline qui est la plus naturellement reliée. Tout comme pour cette dernière, l'apprentissage de la programmation nécessite de se familiariser avec de nouveaux concepts. Les apprenants sont confrontés à une nouvelle logique et à une terminologie qui peut sembler imposante. Cette nouvelle logique constitue ce qu'on appelle la pensée computationnelle. Ce mode de pensée est présenté par Wing (2006) comme impliquant la résolution de problèmes ainsi que la compréhension du comportement humain en se basant sur des concepts fondamentaux des sciences informatiques. Cette école de pensée inclut des outils mentaux qui reflètent l'ampleur des sciences informatiques (comme l'abstraction, la décomposition en sous-problème ou en sous-tâches ou la recherche efficace d'informations pertinentes pour résoudre un problème par exemple) et permettent, entre autres, de résoudre des problèmes qui sembleraient autrement inaccessibles. Pour Wing (2006), il s'agit d'habiletés fondamentales que nous devrions tous développer et qui devraient être enseignées à tous les jeunes pour compléter leurs habiletés analytiques (avec la lecture, l'écriture et l'arithmétique). (Giroux *et al.,* 2017, p. 200)

Sur le plan mathématique, Buteau *et al.* (2019) soutiennent l'importance de la combiner la modélisation, la simulation, l'optimisation et la visualisation :

> The European Mathematical Society (2011) recognized an emerging way of engaging in mathematical research: 'Together with theory and experimentation, a third pillar of scientific inquiry of complex systems has emerged in the form of a combination of modeling, simulation, optimization and visualization' (p. 2). (Buteau *et al.,* 2019, p. 3-4)

Alors que ce type de mathématiques ne peut pas être fait sans l'usage d'outils technologiques, Buteau *et al.* (2019) y voient alors une ouverture vers la programmation. Il s'agit donc d'une occasion de faire des mathématiques différemment. Plus particulièrement en probabilités, le recours à un simulateur contraint à l'utiliser tel qu'il a été conçu. Par exemple, on peut utiliser un simulateur de dé où le programmeur a décidé de la modélisation du dé (six faces équiprobables), du nombre d'essais à réaliser en cliquant sur un bouton, des informations visuelles à afficher, puis de la compilation des résultats. La programmation d'un simulateur offre une valeur ajoutée, en ayant accès aux choix de modélisation pour le programmer et en ayant la possibilité de le modifier à notre guise ou de l'adapter à d'autres situations (Venant et Thibault, 2019). Par exemple, il est possible de concevoir un simulateur de dé pipé, en choisissant le nombre de faces du dé, la probabilité d'obtenir chacune des faces ainsi que le fonctionnement du simulateur et la façon de présenter ses résultats. En ce sens, la programmation semble offrir un potentiel renouvelé pour faire des probabilités différemment, mais il est possible que la programmation s'accompagne d'enjeux de formation particuliers. En effet, les environnements informatiques évoluent rapidement et, en conséquence, deviennent rapidement obsolètes. Un des intérêts de la programmation serait donc de mettre les enseignants du côté de la production d'outils technologiques en leur faisant par exemple créer leurs propres simulateurs. Il s'agit d'ailleurs d'une posture qui rappelle celle de Caron (2010) qui

souligne l'importance d'*apprendre à pêcher* aux personnes en formation à l'enseignement des mathématiques, plutôt que de leur *donner des poissons*.

Par ailleurs, d'autres études (Bu, 2008 ; Savard *et al.,* 2013) suggèrent que les enseignants développent leurs propres connaissances mathématiques lorsqu'ils utilisent des outils technologiques dans leur enseignement des probabilités. Cependant, au Québec, les résultats d'une enquête font ressortir que 74 % des enseignants de mathématiques du secondaire (n=397) disent utiliser rarement ou jamais des outils technologiques pour enseigner les probabilités (Martin et Thibault, 2017).

En guise de résumé pour le deuxième ensemble de préoccupations, lorsqu'on s'intéresse à l'enseignement des probabilités (et plus largement des mathématiques) du secondaire avec des outils technologiques, les deux sous-sections font ressortir un certain nombre de préoccupations. Les outils technologiques offrent un potentiel de faire des mathématiques différemment, mais les usages pour l'enseignement ainsi que les conditions à favoriser pourraient être davantage documentés. En probabilités, le simulateur d'expériences aléatoires et la programmation semblent être des pistes à explorer pour soutenir l'enseignement de ce domaine mathématique particulier. Puisqu'il semble y avoir peu d'études portant spécifiquement sur l'instrumentation technologique pour le travail en probabilités, mais que de vives préoccupations (scientifiques, sociales et de formation) ont été présentées concernant l'enseignement des probabilités du secondaire (voir section 1.2), il semble pertinent d'aller se pencher sur ce sujet. Plus précisément, il pourrait y avoir des besoins sur le plan de la formation technologique pour enseigner les probabilités, ce qui mène à la prochaine section.

1.4 La formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques (ensemble de préoccupations n^{o} 3)

Le troisième et dernier ensemble de préoccupations concerne la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Au centre de ces ensembles de préoccupations, on peut penser que des enjeux de formation (c'est-à-dire des éléments importants à considérer pour la formation des enseignants) spécifiques sont en jeu. Puisque, à ma connaissance, aucune étude ne s'est penchée sur des enjeux de formation concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, cette recherche doctorale a un caractère exploratoire.

L'étude des deux autres ensembles de préoccupations (voir les sections 1.2 et 1.3) permet d'envisager la présence de divers enjeux au niveau de la formation, soit des besoins sur le plan de la formation à l'enseignement des probabilités et plus précisément des besoins sur le plan de la formation technologique pour enseigner les probabilités. Il me semble adéquat de me pencher sur les besoins des enseignants, non pas dans une perspective déficitaire (où je pointerais du doigt leurs besoins), mais plutôt dans une perspective de recherche d'éléments à considérer pour soutenir les enseignants en identifiant des manques à combler concernant la formation. Ces besoins hypothétiques concernant la formation soulèvent ainsi l'intérêt de mener une recherche pour essayer de comprendre, d'éclairer, de documenter ou encore d'enrichir les conceptualisations d'un phénomène qu'on ne comprend pas bien et qui est préoccupant. Or, cette recherche doctorale cible justement la formation des enseignants à l'utilisation d'outils technologiques pour enseigner les probabilités du secondaire.

En guise d'état de la question de cet ensemble de préoccupations, je présenterai d'abord plus largement un survol de travaux sur la formation à l'enseignement des mathématiques avec des outils technologiques et je creuserai ensuite plus précisément par de rares travaux sur la formation à l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques.

1.4.1 Un survol de travaux sur la formation à l'enseignement des mathématiques avec des outils technologiques

Plus largement, on retrouve des travaux sur la formation à l'enseignement des mathématiques avec des outils technologiques. Parmi ceux-ci, il semble y avoir des enjeux concernant la formation technologique des enseignants. En effet, les défis pédagogiques identifiés par les 272 enseignants ayant participé à l'étude de Karsenti et Collin (2011) concernent surtout la formation qu'ils reçoivent pour enseigner avec des outils technologiques et quelques recommandations des chercheurs vont majoritairement dans ce sens (par exemple, de créer des ressources vidéo pour former les enseignants et d'identifier plus clairement les besoins technopédagogiques des enseignants). Giroux *et al.* (2013) soulèvent également des besoins de formation exprimés par les enseignants. En ce sens, ils identifient le développement des compétences numériques (littératie numérique) chez les enseignants comme une des difficultés concernant l'intégration d'outils technologiques dans la classe. Puisque les outils technologiques évoluent rapidement au sein du système éducatif (Collins et Halverson, 2009 ; Jonassen, 2004), un besoin de formation à l'utilisation d'outils technologiques est sans cesse renouvelé, ce qui amène un défi supplémentaire.

Il convient de préciser que, au Québec, l'intégration d'outils technologiques est visée au niveau ministériel comme la douzième compétence (« Mobiliser le numérique ») à être développée par les enseignants selon le référentiel de compétences

professionnelles de la profession enseignante (Gouvernement du Québec, 2020). Cette compétence jugée transversale se décline sous diverses dimensions, notamment « Exploiter le potentiel du numérique pour l'apprentissage », « Résoudre une variété de problèmes avec le numérique » et « Développer sa pensée critique à l'égard du numérique » (Gouvernement du Québec, 2020, p. 79). Dans ce référentiel de compétences, il est aussi indiqué que la compétence *Mobiliser le numérique* devrait être partiellement maitrisée avant la formation initiale, mais ne serait en fait pleinement maitrisée qu'au fil de la carrière enseignante. Pour développer cette compétence professionnelle, il semble important de soutenir les enseignants de mathématiques qui en ont besoin. Considérant les difficultés d'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement, on peut se demander si les enseignants sont accompagnés pour intégrer les outils technologiques concrètement dans leur enseignement ou si ces outils technologiques leur sont seulement présentés comme une alternative pour varier leur enseignement des mathématiques à l'occasion. Un moyen serait par exemple de leur offrir des modèles d'intégration et des exemples d'apports si on veut espérer qu'ils profitent de ces apports en classe. Ne serait-il pas utopique de s'attendre à ce que les enseignants en formation renouvèlent leur enseignement d'un jour à l'autre sans leur montrer qu'on peut maintenant enseigner et apprendre différemment les mathématiques avec les outils technologiques ? Selon Mumtaz (2000), les enseignants doivent être accompagnés de personnes-ressources pour les former sur les plans pédagogique et technologique afin de favoriser l'intégration d'outils technologiques dans leur enseignement.

Dans l'étude de Bennison et Goos (2010), les participants sont devenus plus confiants d'utiliser des outils technologiques et plus convaincus de leurs avantages. Selon leurs résultats, les enseignants préfèrent clairement des activités de développement professionnel qui intègrent les outils technologiques dans des leçons concrètes ciblant des contenus spécifiques (Bennison et Goos, 2010). D'ailleurs, Chronaki et Matos

(2014) soutiennent qu'un changement des pratiques enseignantes pour enseigner les mathématiques avec des outils technologiques ne s'effectue pas en formant les enseignants uniquement au développement des compétences instrumentales et fonctionnelles. Face à cette double complexité de développer une expertise instrumentale ainsi qu'une expertise didactique (en plus d'adopter un jugement critique sur l'utilisation d'outils technologiques), les enseignants semblent avoir besoin d'être soutenus dans l'utilisation des nouveaux outils pour l'enseignement des mathématiques.

Il convient alors de se demander comment les enseignants de mathématiques pourraient être accompagnés dans leur utilisation de ces outils technologiques. Pour favoriser cet accompagnement, il apparait pertinent de documenter les éléments importants à considérer en ce sens pour la formation à l'enseignement. Ici encore, on en connait très peu sur ce qui se passe lorsque les enseignants de mathématiques participent à une formation sur l'utilisation d'outils technologiques en classe. On retrouve là aussi peu de formation spécifique pour l'enseignement des mathématiques à l'aide de ces nouveaux outils technologiques, alors ce phénomène gagnerait à être éclairé.

1.4.2 Des rares travaux sur la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques

En ce qui concerne plus précisément la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, soit l'objet précis de cette recherche doctorale, de rares travaux ciblent ce sujet. Je propose ainsi de considérer des préoccupations concernant la formation en didactique des probabilités, en ajoutant par la suite l'aspect des outils technologiques.

Pour parvenir à enseigner les probabilités, on peut d'abord s'attendre à ce que les enseignants du secondaire aient une bonne compréhension des notions en jeu, étant donné que la réussite des élèves dépend grandement de la compréhension des enseignants en probabilités (Stohl, 2005). Toutefois, plusieurs études indiquent que les probabilités sont difficiles à conceptualiser pour les enseignants (voir notamment Batanero *et al.,* 2010 ; Stohl, 2005). En plus, les enseignants participant à l'étude de Wessels et Nieuwoudt (2010) estiment ne pas avoir suffisamment de connaissances en probabilités et plusieurs d'entre eux affirment enseigner ces notions de façon traditionnelle.

Plus spécifiquement au Québec, les résultats de Martin et Thibault (2017) laissent présager un faible sentiment de compétence pour l'enseignement des probabilités, du moins chez la plupart des 626 enseignants ayant participé à cette enquête. En effet, parmi tous les domaines mathématiques, c'est par rapport aux probabilités que des enseignants du secondaire ont déclaré le plus faible niveau d'aisance mathématique et le plus faible niveau de confiance didactique (Martin et Thibault, 2017). Ainsi, 11 % des répondants (n=395) se sentent peu ou très peu à l'aise sur le plan mathématique par rapport à ce domaine. Cette fréquence fait nettement contraste avec celles associées aux autres domaines mathématiques, qui se situent plutôt entre 1 % et 5 %. Des analyses statistiques inférentielles font ressortir un niveau déclaré d'aisance mathématique significativement plus faible en probabilités par rapport aux autres domaines, à l'exception de la statistique où cette différence est uniquement observable au secondaire (Martin *et al.*, 2018b). De plus, 14 % des répondants (n=396) se sentent peu ou très peu confiants sur le plan didactique par rapport à l'enseignement de ce domaine. Encore ici, cette fréquence fait nettement contraste avec celles associées aux autres domaines mathématiques, qui se situent plutôt entre 1 % et 6 %. À nouveau, des analyses statistiques inférentielles font ressortir un niveau déclaré de confiance didactique significativement plus faible en probabilités par

rapport aux autres domaines, à l'exception de la statistique où cette différence est uniquement observable au secondaire (Martin *et al.*, 2018b).

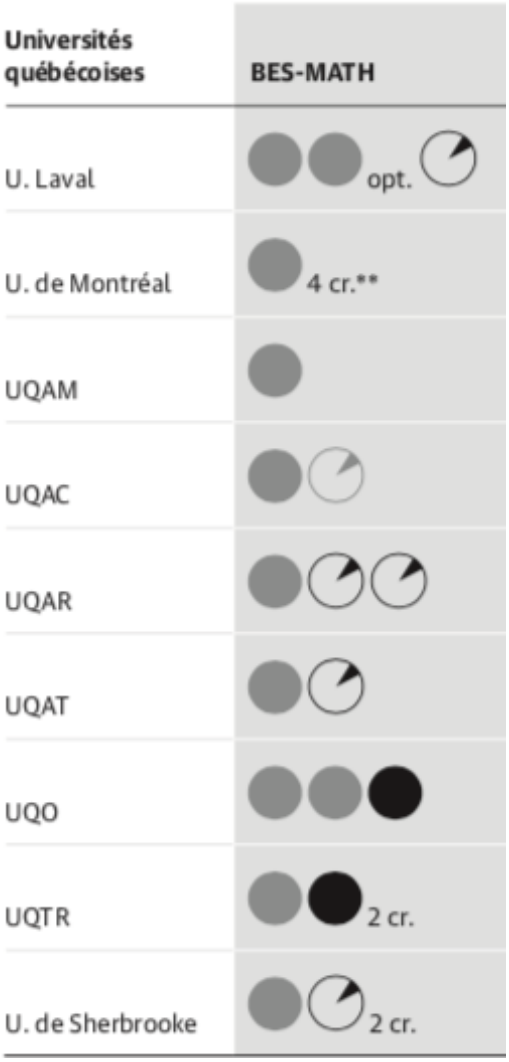
Stohl (2005) suggère d'ailleurs que l'aisance mathématique des enseignants est déterminante pour le type d'activité mathématique qu'ils proposent aux élèves. En ce sens, il est possible que ce plus faible niveau d'aisance en probabilités par les enseignants fasse obstacle à leur utilisation d'outils technologiques en classe. L'idée ici n'est pas d'adopter une perspective déficitaire et de culpabiliser ces enseignants. Selon moi, ce faible sentiment de compétence illustre un besoin de formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques et donc des enjeux de formation à documenter pour les aider à se développer en ce sens.

De surcroit, Batanero (2014) affirme que la formation en didactique des probabilités demande une préparation particulière puisque le raisonnement probabiliste est distinct d'autres raisonnements en mathématiques et est contre-intuitif. En effet, lorsqu'ils enseignent les probabilités au secondaire, les enseignants doivent gérer les difficultés et les conceptions des élèves (Fischbein et Schnarch, 1997 ; Savard, 2008, 2014 ; Shaughnessy, 1992 ; Thibault, 2011a). Il semble qu'on retrouve de plus en plus l'approche fréquentielle dans la classe de mathématiques, mais Batanero (2014) mentionne que les enseignants ne sont pas familiers avec les différentes significations et conceptions de leurs élèves pour cette approche probabiliste, ce qui suggère à nouveau un besoin de formation.

Comme je l'ai évoqué précédemment, les probabilités sont importantes pour la formation citoyenne de l'élève, elles sont à l'étude à l'école secondaire et elles apparaissent difficiles à apprendre pour les élèves ainsi que les enseignants. On pourrait donc croire que l'enseignement de ces notions occupe une place importante dans la formation (initiale et continue) des enseignants de mathématiques. Or, des

chercheurs (Gattuso et Vermette, 2013 ; Theis, 2012) soulignent le peu de place accordée à la didactique des probabilités dans les programmes de formation initiale en enseignement au Québec, c'est-à-dire les programmes de formation universitaire pour obtenir le brevet d'enseignement. D'ailleurs, Martin *et al.* (2017, 2019c) font un examen exhaustif des libellés de cours, composant les différents programmes de formation initiale à l'enseignement, qui sont disponibles sur les sites Web des neuf universités francophones du Québec. La Figure 1.4 fait ressortir les cours offerts en lien avec les probabilités dans le baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire[9].

[9] Une version préalable de cette figure a originalement été présentée par Martin *et al.* (2017).



** Lorsque le nombre de crédits est différent de 3, nous avons indiqué le nombre de crédits du cours après le pictogramme qui le représente.

Légende:
- Cours de didactique complètement consacré aux probabilités.
- Cours de didactique partiellement consacré aux probabilités.
- Cours de mathématiques complètement consacré aux probabilités.
- Cours de mathématiques partiellement consacré aux probabilités.

Opt. : Cours offert en option dans le programme.

(adapté de Martin *et al*., 2019c, p. 11)

Figure 1.4 Les cours consacrés aux probabilités au sein des universités québécoises francophones

Tel qu'expliqué dans Martin *et al.* (2019c), une analyse des cours offerts permet de constater une tendance générale quant aux cours liés aux probabilités dans le baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire. Dans ce programme de formation initiale dans les neuf universités québécoises francophones, il y a généralement un cours de mathématiques spécifiquement consacré aux probabilités (et à la statistique) et parfois un cours de didactique portant partiellement sur les probabilités. En ce qui concerne les cours de didactique complètement consacrés aux probabilités (et à la statistique), on retrouve seulement un cours de trois crédits (UQO) et un cours de deux crédits (UQTR) en didactique des probabilités. À mon sens, ce constat atteste explicitement le fait que la formation à l'enseignement des probabilités est limitée au sein de la plupart des formations initiales à l'enseignement, alors que des portions de cours constituent souvent la seule occasion d'aborder explicitement la didactique des probabilités.

Si on regarde la formation d'une manière plus globale, il faut dire que plusieurs universités québécoises offrent très peu de cours de didactique des mathématiques dans leur programme. Certaines d'entre elles choisissent alors d'offrir des cours plus généraux qui ne ciblent pas un seul domaine mathématique. Dans ce cas, on peut retrouver quelques cours de didactique qui abordent partiellement les probabilités, comme on peut le voir dans les descriptifs de cours des programmes consultés (Martin *et al.*, 2019c). D'autres universités offrent davantage de cours de didactique et choisissent donc de cibler un domaine comme thème principal dans un cours. Par exemple, dans son programme de baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire, l'Université du Québec à Montréal offre neuf cours de didactique qui ciblent des contenus mathématiques précis. Cependant, ce programme n'offre aucun cours de didactique des probabilités, alors qu'il y a des cours de didactique dans les autres domaines des mathématiques enseignés à l'école (arithmétique, géométrie et algèbre). Le cours « Probabilités et statistiques » (MAT 1085) est offert aux futurs

enseignants du secondaire, mais il s'agit d'un cours de mathématiques universitaire. De tels cours abordent des notions de probabilités assez éloignées de celles du secondaire et dont l'approche y est plus formelle (Gattuso et Vermette, 2013). Ainsi, la didactique des probabilités semble laissée à la discrétion des formateurs universitaires et donc travaillée sporadiquement lorsque « quelques formateurs en insèrent quelques éléments dans leur cours de didactique » (Gattuso et Vermette, 2013, p. 126). Ces occasions limitées accordées à la didactique des probabilités en formation initiale semblent préoccupantes, surtout considérant que la formation des enseignants est fondamentale pour amener les enseignants à être sensibilisés aux particularités de l'enseignement des probabilités (Martin, 2014).

Face à la faible présence de cours de didactique consacrés aux probabilités dans la formation initiale à l'enseignement, on pourrait penser (avec optimisme) que les enseignants ont des opportunités de développement professionnel pour enseigner les probabilités au Québec. Or, le manque de formation est la raison la plus souvent mentionnée (55 % des répondants à la question) pour expliquer pourquoi des enseignants de mathématiques du secondaire (n=397) disent ne pas utiliser d'outil technologique pour enseigner les probabilités, alors que 74 % d'entre eux disent utiliser rarement ou jamais des outils technologiques pour enseigner les probabilités (Martin et Thibault, 2017).

De plus, il convient de se pencher sur la formation continue, c'est-à-dire sur de la formation qui s'adresse aux enseignants en exercice qui sont en quête de développement professionnel. Une analyse de l'offre de journées de formation continue, entre autres lors des congrès annuels du *Groupe des responsables en mathématique au secondaire* (GRMS) et de l'*Association mathématique du Québec* (AMQ), dévoile que ce type de formation s'est avéré assez limité dans les dernières

années[10]. Autrement dit, il semble exister peu d'activités de formation continue spécifiques pour aider les enseignants à se développer sur ce point. Dans le référentiel de compétences professionnelles, la onzième compétence professionnelle consiste à « s'engager dans un développement professionnel continu et dans la vie de la profession » (Gouvernement du Québec, 2020, p. 74). Toutefois, il faut que l'offre de formation soit au rendez-vous, sans quoi cette quête de développement professionnel n'est pas favorisée. En ce sens, la nécessité de bonifier la formation (initiale et continue) à l'enseignement des probabilités est pointée par des auteurs québécois (voir notamment Martin et Theis, 2016 ; Theis, 2012), mais aussi ailleurs dans le monde. Par exemple, les travaux de l'équipe espagnole dirigée par Batanero font ressortir des besoins pour la formation à l'enseignement des probabilités, que ce soit en identifiant des difficultés des enseignants ou en faisant ressortir des manques dans la formation des enseignants (Batanero *et al.*, 2004, 2010 ; Batanero et Díaz, 2012).

Theis et Savard (2011) ont mis en place une recherche-action qui a permis à quatre enseignants de s'impliquer dans une démarche de développement professionnel. Theis et Savard (2010a, 2010b) ont fait ressortir les façons dont un simulateur de jeux de hasard et d'argent a été utilisé en classe. Selon ces chercheurs-formateurs, les quatre enseignants ont pu travailler des concepts qu'il n'aurait pas été possible de travailler sans outil technologique. Par exemple, ils sont parvenus à illustrer par la Loi des grands nombres que les jeux de hasard et d'argent génèrent des pertes à long terme. Malgré cela, les enseignants n'ont pas eu recours au « plein potentiel » du

[10] À titre d'exemple, les congrès professionnels du GRMS et de l'AMQ réunissent habituellement environ cinq ateliers sur l'enseignement des probabilités du secondaire alors qu'il y a une centaine d'ateliers offerts concernant l'enseignement des mathématiques. Ce nombre apparait assez faible et indique aussi qu'il y a peu de formateurs à l'enseignement des probabilités du secondaire, surtout si on considère que j'y anime environ deux ateliers par année sur ce thème.

simulateur, notamment pour faire le lien entre la probabilité et la fréquence[11] ou pour établir un raisonnement probabiliste quantitatif plutôt que qualitatif (Theis et Savard, 2010a, 2010b). Ainsi, ce constat des chercheurs conduit à se demander pourquoi certains aspects importants du point de vue mathématique et didactique n'ont pas été exploités par les enseignants alors que l'outil technologique le permettait. D'ailleurs, l'exemple de simulateur de lancers de pièce de monnaie (voir Figure 1.3) fait partie d'un ensemble de simulateurs développés à partir des besoins exprimés par les participants à cette recherche-action, par exemple en demandant d'ajouter un simulateur de roulette et d'ajouter des fonctionnalités à chaque simulateur pour faire calculer automatiquement un bilan financier (appuyé sur des résultats par l'approche fréquentielle) qui pourrait être comparé à l'espérance mathématique (appuyée sur un calcul par l'approche théorique).

Les résultats de Savard *et al.* (2013) montrent également qu'une approche fréquentielle assistée par des simulateurs est riche pour l'enseignement des probabilités, mais que les enseignants doivent être accompagnés dans leur développement professionnel. En ce sens, Theis et Savard (2010a, 2010b) soulignent l'importance de la formation continue pour aider les enseignants à mieux tirer profit d'un simulateur. D'ailleurs, ces chercheurs affirment que les enseignants pourraient

[11] Au lieu de *fréquence*, Theis et Savard (2010a, 2010b) utilisent plutôt le terme *probabilité fréquentielle*. En effet, tel que mentionné dans un autre texte (Thibault et Martin, 2018a), ce terme est couramment utilisé dans le système scolaire au Québec, ayant été introduit dans les programmes scolaires des années 2000. En ce sens, au Québec tout comme en France, il subsiste une « confusion entre fréquence expérimentale et probabilité conçue alors à tort comme une fréquence limite » (Henry, 2000, p. 52). Ce glissement sémantique d'une fréquence stabilisée vers une probabilité fréquentielle se retrouve dans plusieurs ressources québécoises.

bénéficier « d'un accompagnement plus structuré » (Theis et Savard, 2010b, p. 271) dans leur utilisation d'un tel outil technologique[12].

D'autres défis sont identifiés par Venant et Thibault (2019) pour travailler conjointement les probabilités et la programmation :

> Cependant, si ces situations démontrent l'intérêt de travailler conjointement les pensées probabiliste et informatique, elles posent la question de l'expertise nécessaire à leur pilotage. En effet, si l'outil informatique utilisé (plateforme Scratch) est très accessible et assez facile à prendre en main par tous, la conception et le pilotage de telles situations demandent un double recul didactique et pédagogique de la part du formateur. Il doit en effet accompagner ses étudiants à la fois dans leur appropriation des concepts informatiques et des concepts probabilistes, de façon à ce que les premiers soient au service des seconds. Nous pensons que cette aptitude doit désormais faire partie des enjeux de formation initiale et continue des enseignants (Venant, 2017). (Venant et Thibault, 2019, p. 295-296)

Les travaux de recherche étant limités concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, on en sait donc peu à ce sujet. En fait, la formation est parfois prise en compte concernant le développement des enseignants sur le plan de l'enseignement des mathématiques, sur le plan des notions probabilistes du secondaire ou sur le plan des outils technologiques, mais sans que ces plans soient combinés simultanément. Ainsi, ces trois plans pris individuellement décrivent des enjeux de formation plus larges alors que cette thèse viserait plutôt à documenter des enjeux plus précis, c'est-à-dire des enjeux de formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

[12] Il est à noter que les idées de ce paragraphe ont été développées dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2019b).

Dans les universités québécoises francophones, il y a une quasi-absence de cours de didactique consacrés aux probabilités dans la formation initiale et peu d'initiatives qui semblent offertes en formation continue pour accompagner l'enseignement des probabilités. Pourtant, des besoins méritent d'être explorés sur le plan de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Le problème de recherche ciblé par cette recherche se résume donc au fait qu'on ne connait pas les enjeux de formation qui concernent spécifiquement ce sujet. Ce serait alors l'occasion d'éclairer ce phénomène en faisant ressortir les bons coups, les difficultés et les besoins qui émergent chez des enseignants participant à une formation sur ce sujet.

1.5 La question de recherche

À partir de l'étude des trois ensembles de préoccupations imbriqués (voir Figure 1.2), je vais maintenant poser la question de recherche. En somme, des travaux de recherche font ressortir certains éléments importants liés à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Toutefois, à ma connaissance, il n'y a pas d'étude qui cible explicitement des enjeux de formation pour ces ensembles de préoccupations, surtout pas à l'ensemble central qui fait l'objet de cette recherche doctorale. En effet, dans ce contexte particulier, on en sait peu sur ce qui doit être pris en compte dans la formation, ce sur quoi il faut insister, sur les approches à favoriser, sur les difficultés à anticiper, sur les tensions qui peuvent surgir entre le formateur, les formés et les savoirs, etc. Ainsi, les enjeux de formation ciblés par cette recherche n'ont pas déjà été décrits et c'est précisément ce qui est visé dans cette étude à caractère exploratoire.

Je veux insister sur le fait que cette recherche cible des enjeux liés à l'enseignement (et l'apprentissage) des mathématiques, dans un contexte de formation centré sur l'enseignement (et l'apprentissage) des mathématiques. Les enjeux ciblés pourraient aussi inclure plus largement des éléments de nature mathématique, épistémologique, technologique, institutionnelle, personnelle, sociale, etc. Plus particulièrement, les enjeux de formation ciblés concernent la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Les chercheurs dont j'ai consulté les travaux ne soulèvent pas le fait qu'il y ait des « enjeux » à identifier pour la formation, car ils ne s'expriment pas dans ces termes[13]. Si je retiens le concept d'enjeu de formation, au sens d'éléments importants à considérer pour la formation des enseignants en lien avec les préoccupations mentionnées précédemment, c'est qu'il m'apparait suffisamment inclusif pour tenir compte de ces différents types de préoccupations.

Une avenue intéressante pour creuser sur les enjeux de formation serait d'analyser ce qui se passe lors d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. La formation continue apparait comme un contexte favorable pour quatre raisons. Premièrement, en formation initiale dans les universités québécoises, très peu de cours sont offerts à ce jour concernant l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. En ce sens, il est peu envisageable de faire participer des futurs enseignants dans cette recherche. Deuxièmement, un contexte de formation continue permet de témoigner de l'expérience des enseignants qui travaillent quotidiennement dans les classes de mathématiques du secondaire, ce qui ajoute à l'intérêt scientifique de cette recherche, en étant ancrée dans l'expérience rapportée des acteurs de l'enseignement.

[13] En fait, il est à noter que, lorsque des auteurs ont recours au terme « enjeu », ce terme spécifique n'est pas défini et est utilisé dans son sens commun. J'y reviendrai de façon plus détaillée dans la section 2.2.

Troisièmement, un contexte de formation continue m'offrira davantage de souplesse que si je m'insérais dans un cours offert en formation initiale, où les descriptifs de cours doivent être respectés. Quatrièmement, il semble que la formation continue est moins investiguée dans les travaux de recherche que la formation initiale (Maulini *et al.*, 2015), alors cette recherche pourrait apporter une contribution en ce sens. Pour toutes ces raisons, la formation continue est choisie comme contexte pour cette recherche[14].

Plusieurs travaux évoqués dans ce chapitre soulèvent un intérêt scientifique et social à s'intéresser au problème ciblé dans cette recherche doctorale, dans un contexte de formation continue. Cela dit, puisque de telles formations semblent rarement offertes, un travail d'observation de formations existantes est difficilement envisageable. Par contre, le processus même de création d'une formation à offrir aux praticiens serait une manière peut-être encore plus riche de se pencher sur les enjeux de formation qui en découleraient, en plus d'être pertinents au niveau social[15].

En offrant une formation continue sur l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques (pertinence sociale, vu le peu d'offres qui existent en ce sens), cette recherche pourrait donc documenter le processus et dégager les enjeux de formation qui émergent pour en éclairer le phénomène de formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques (pertinence scientifique). Au regard des enjeux de formation qui découleraient de l'analyse de cette démarche de formation continue, ces éléments importants à

[14] Ce choix de cibler la formation continue peut sembler relié aux considérations méthodologiques (alors que d'autres choix méthodologiques sont précisés dans la section 3.2), mais ce choix est fait ici car il est aussi relié au problème de recherche ainsi qu'à la question ciblée pour cette thèse.

[15] Dans le troisième chapitre, je développerai davantage ces aspects qui concernent les considérations méthodologiques.

considérer pour la formation des enseignants pourraient amener à mieux comprendre cette formation spécifique qui est offerte aux enseignants et ainsi plus généralement d'ajuster la formation (initiale et continue). Cependant, les enjeux de formation à investiguer seront spécifiques aux notions probabilistes ciblées ainsi qu'à la forme de la démarche de formation continue. En ce sens, je pose la question de recherche suivante, autour de laquelle est construite cette recherche doctorale :

- Quels enjeux de formation émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ?

En guise de conclusion pour ce chapitre, la problématique ciblée par cette recherche permet de circonscrire le problème de recherche qui se trouve au cœur des trois ensembles de préoccupations imbriqués. La question posée se situe donc au centre de ces préoccupations, en ciblant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Dans le prochain chapitre, le cadre conceptuel m'amène à définir des concepts importants en lien avec cette recherche ainsi que trois modèles qui mènent à formuler des objectifs de recherche plus spécifiques.

CHAPITRE II

CADRE CONCEPTUEL

Au chapitre précédent, la problématique ciblée par cette recherche doctorale a permis de faire ressortir un problème de recherche qui prend racine dans la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. À partir de la question de recherche, je vise donc à documenter des enjeux de formation qui émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Pour préciser cette question de recherche, je décortique dans ce chapitre le sens que je donne à certains termes qui se trouvent au cœur de cette thèse. Afin de situer les assises théoriques de cette recherche doctorale et de clarifier ma posture comme chercheur, je définis certains concepts évoqués dans le chapitre précédent : *formation*, *enjeu de formation*, *outil technologique* et *approche fréquentielle*. Je présente ensuite trois modèles (modèle TPACK, modèle de Laborde et modèle de Tapan) qui permettent de se pencher sur des enjeux de formation à partir d'angles d'entrée complémentaires (connaissances et compétences des enseignants, niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement, puis dynamiques d'interactions en contexte de formation). Ces angles d'entrée complémentaires sont ensuite liés à trois objectifs de recherche.

2.1 Le concept de formation

Un concept important pour cette recherche est celui de la formation, plus particulièrement la formation à l'enseignement. Dans cette section, je fais ressortir quelques éléments mentionnés dans des travaux sur la formation des enseignants et plus particulièrement sur la formation continue ainsi que sur des postures du formateur et des formés. Pour y parvenir, je m'inspire des idées évoquées dans le corpus d'études sur la formation pour situer cette recherche dans le contexte de la formation continue.

2.1.1 La formation continue

Comme je l'ai argumenté dans le chapitre de la problématique, la formation continue s'avère un contexte pertinent pour cette recherche doctorale, alors que ce type de formation s'adresse aux enseignants en exercice qui sont en quête de développement professionnel. Le développement professionnel est défini comme suit par le Conseil supérieur de l'éducation (2014) :

> Le développement professionnel peut certainement être associé à une forme d'apprentissage professionnel où les enseignantes et les enseignants s'associent à d'autres professionnels pour trouver des solutions à des problèmes rencontrés antérieurement et actualisés dans des artéfacts physiques et intellectuels. Ce faisant, ils développent de nouvelles façons d'agir et de comprendre, mais peuvent également transformer de façon radicale le contexte dans lequel s'inscrivent leurs actions [notre traduction] (Wells, 1993, p. 144). (Conseil supérieur de l'éducation, 2014, p. 28)

En m'intéressant plus précisément à la formation continue à l'enseignement des mathématiques, je ferai ressortir l'état de la question selon quelques travaux ainsi que

des possibilités de formation continue pour les enseignants de mathématiques. Cet état de la question permettra ensuite de me positionner et de faire ressortir des éléments à retenir pour cette recherche doctorale.

Parmi les écrits scientifiques, on trouve de plus en plus de travaux de recherche qui posent un regard ciblé sur la formation continue en lien avec l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Comme le mentionne Jaworski (2011), la plupart des études ciblaient surtout les élèves auparavant, mais il y a une tendance relativement récente à s'intéresser de plus en plus aux enseignants et à la formation des enseignants. Ainsi, lorsque Jaworski (2011) prend du recul sur les travaux concernant la formation dans les dernières décennies, elle remarque un changement d'objet de recherche, allant des élèves vers les enseignants.

D'ailleurs, lorsque l'objet de recherche cible les enseignants, Ponte et Chapman (2006) font ressortir quatre tendances de travaux sur les enseignants : investiguer les connaissances mathématiques des enseignants (*teachers' mathematical knowledge*), les connaissances d'enseignement des mathématiques des enseignants (*teachers' knowledge of mathematics teaching*), les croyances et conceptions des enseignants (*teachers' beliefs and conceptions*), puis les pratiques enseignantes (*teachers' practices*). Ces chercheurs constatent que des travaux présentent souvent les enseignants dans une perspective déficitaire où ils sont pointés du doigt pour leur manque de connaissance : « image of the teacher is that of a professional with deficient knowledge » (Ponte et Chapman, 2006, p. 486). Une alternative, pertinente du point de vue de l'identification d'enjeux de formation, consiste à se pencher plutôt sur les *besoins* des enseignants, non pas dans une perspective déficitaire, mais plutôt dans une perspective de recherche d'éléments à considérer pour soutenir les enseignants.

Bednarz *et al.* (2011) font remarquer qu'il y a eu une évolution allant de travaux de recherche *sur* des enseignants, à des travaux de recherche *à partir* des enseignants, pour en arriver à des travaux de recherche *avec* des enseignants :

> The trajectory of this subfield [mathematics teacher education] of research shows major shifts in its evolution: from research on teachers (e.g., centered on their beliefs, knowledge, and conceptions) to research from teachers, informed by them and their practice (e.g., learning from teachers about their professional knowledge, practice and gestures) to research with teachers (e.g., contributing to the construction of new knowledge related to mathematical teaching). (Bednarz *et al.,* 2011, p. x)

Au cours des dernières décennies, English *et al.* (2002) ont également observé une tendance de recherche, mais cette fois sur le changement des enseignants (*teacher change*) et le développement de méthodes de recherche pour étudier ces changements. Ils présentent d'ailleurs quatre caractéristiques de ce qu'ils appellent des modèles efficaces du changement des enseignants :

> Effective teacher education and professional development programs are those that
>
> 1. Provide teachers with opportunities to build their own knowledge and skills to promote their understanding of mathematics of how students learn mathematics, and of ways of helping students learn. Such programs are driven by a well-defined image of the role of the teacher in the classroom and of effective classroom learning and teaching.
> 2. Provide opportunities for teachers to address issues of concern and interest, solicit teachers' conscious commitment to the aims of the program, and encourage them to set goals for their professional growth. Professional development programs often attempt to create partnership and collaboration between researchers and teachers […]
> 3. Recognize that it often takes years for change to occur in teachers' beliefs, acknowledge the different stages that individuals go through during this process and provide teachers with opportunities to experience the desired teaching approaches in real situations, with students. Such programs recognize the systems resist change and that

> successful changes on the individual level are more likely to occur when attention is given to the system within which the teacher works […]
> 4. Are continuously informed by the ongoing monitoring of the concerns, questions, and needs of the teachers and continuously assess themselves, adjusting their mechanisms to ensure positive impact on teacher change. (English *et al.,* 2002, p. 797)

Ces caractéristiques font donc ressortir des éléments importants à considérer pour soutenir le développement professionnel des enseignants qui participent à une initiative de formation continue : fournir aux enseignants des opportunités de développer leurs propres connaissances et compétences, répondre aux enjeux qui les concernent, reconnaitre que le processus de changement prend beaucoup de temps, puis s'ajuster constamment à leurs besoins (English *et al.*, 2002). Pour observer des changements chez des enseignants, d'autres études se penchent sur les attitudes de ces derniers ainsi que sur leur résistance au changement. Par exemple, il existe plusieurs types d'attitudes (*beliefs*) selon Liljedahl et Oesterle (2014) et il semble que les attitudes négatives d'un enseignant envers les mathématiques peuvent interférer avec leur apprentissage et leur développement professionnel.

Après avoir illustré un portrait sommaire de la façon dont des travaux de recherche sont menés par rapport aux enseignants et à leur formation, il convient aussi de s'interroger sur les possibilités de formation continue et de développement professionnel chez les enseignants. Ces possibilités font ressortir des généralités et spécificités dans la formation continue des enseignants de mathématiques (Polo, 2013).

Selon English *et al.* (2002), la plupart des initiatives de développement professionnel des enseignants de mathématiques au 20^{e} siècle ont pris la forme de projets spéciaux avec un nombre restreint d'enseignants. Ces auteurs affirment qu'il y a ensuite eu des

initiatives de programmes à grande échelle pour rejoindre davantage d'enseignants. Que ce soit à petite ou grande échelle, il existe aussi d'autres façons pour que les enseignants s'impliquent dans leur formation continue, que ce soit par le biais de cours, de programmes, d'expériences partagées, de développement professionnel, d'une posture d'enseignant-chercheur, de recherche-action et de recherche collaborative (Bednarz *et al.,* 2011).

Debien (2010) fait également ressortir dix-neuf façons d'entreprendre une démarche de formation continue pour les enseignants de mathématiques au secondaire afin de réfléchir et d'échanger sur leur enseignement. Parmi celles-ci, on retrouve notamment l'analyse de vidéos d'enseignants, l'observation de collègues dans leur classe, la simulation de jeux de rôles, la rédaction d'un journal de bord, la participation à des colloques ou encore la lecture de revues scientifiques ou spécialisées pour les enseignants de mathématiques. Il serait aussi possible d'ajouter à cette liste la formation à distance (Ponte, 2010) ou encore l'instauration d'une communauté de pratique, ce qui possède un fort potentiel selon Anthony (2014) pour développer l'enseignement des mathématiques[16].

Une communauté de pratique est formée par des personnes qui ont choisi de se regrouper et d'interagir pendant une certaine période de temps pour apprendre les unes des autres en partageant des difficultés, des expériences, des ressources et des bonnes pratiques dans un domaine particulier de leur pratique professionnelle, et ce, dans le but d'approfondir leurs connaissances en lien avec leur pratique professionnelle. Puisque ce type de démarche de formation continue amène des

[16] Il convient de souligner l'attrait particulier de ces démarches de formation continue dans les circonstances de pandémie (COVID-19), où des enseignants de partout dans le monde ont recours à la formation à distance, ce qui soulève un besoin de partager leur expérience et leur questionnement dans une communauté de pratique qui prend parfois la forme (informelle) de groupes professionnels sur les réseaux sociaux.

enseignants à échanger sur leur enseignement, il semble important d'instaurer un contexte qui peut favoriser les interactions comme le soutient Sanchez (2011) :

> I am particularly interested in the study of interactions among in-service mathematics teachers because I advocate that it is important for them to be involved in dialogical interactions. Generally, in-service mathematics teachers possess a collection of experiences, knowledge and beliefs that influence their teaching practice. A positive way to achieve changes in those beliefs, to identify their conceptions, and to sensitize them on the complexity of the mathematics learning process is through the expression, comparison, debate and argument of their own ideas and points of view. It is where a dialogue can serve as the basis to achieve critical reflection on those ideas, knowledge and beliefs. (Sanchez, 2011, p. 100)

Le partage d'expérience et le développement de liens de confiance mentionnés ici pourraient suggérer des enjeux de formation. Sztajn *et al.* (2010) évoquent des facteurs facilitant le développement de la confiance, c'est-à-dire les caractéristiques du formateur (par sa flexibilité et ses attitudes envers les enseignants), les caractéristiques du projet (selon le temps et les ressources disponibles pour les enseignants, puis des idées pouvant être applicables à la classe) ainsi que la relation école-université. Il semble important de considérer de tels éléments dans une formation continue, sans quoi les enseignants pourraient ne pas s'y engager pleinement.

De plus, les résultats de recherche de Lobo da Costa (2011) font ressortir des facteurs qui contribuent au développement de l'enseignement, chez des enseignants en formation continue qui utilisent l'ordinateur comme outil de construction de situations d'apprentissage :

> The main factors that seem important in this particular process were (1) the educational program rooted in the school and planned to fit its characteristics and needs, (2) a process based on a long period of time, (3)

> a process aimed at the creation of learning situations and pedagogical materials, and (4) the use of computing tools associated with other educative resources throughout the process. (Lobo da Costa, 2011, p. 126)

Une fois de plus, ces idées soulèvent des éléments importants à considérer pour la formation à l'enseignement des mathématiques, en ajoutant ici la dimension technologique.

Après avoir fait ce tour d'horizon autour de la formation continue, je tiens à me positionner. Il me semble important de faire ressortir les bons coups des enseignants, leurs difficultés et leurs besoins pour pouvoir améliorer la formation qui leur permettrait de se développer professionnellement. Plutôt que d'essayer de déterminer si des enseignants parviennent à se développer professionnellement en s'investissant dans une démarche de formation continue, je souhaite partir du postulat que la formation continue permet de facto aux enseignants de se développer professionnellement. De cette manière, le centre d'intérêt est déplacé ailleurs que sur l'efficacité d'une démarche de formation continue. Dans cette perspective, il convient plutôt de chercher à comprendre pourquoi et comment une formation continue parvient à favoriser le développement professionnel des enseignants.

2.1.2 Des postures du formateur et des formés

Diverses postures du formateur et de formés sont documentées dans des travaux de recherche. En premier lieu, dans ses travaux sur la formation, Proulx (2011) suggère une posture du formateur qui implique un changement dans son rôle :

> As the teacher educator, I designed the sessions and chose the tasks to explore (though teachers were often invited to bring tasks on their own). I was also an active participant in the group's discussions and explorations,

> for tasks served only as starting point for explorations. In short, I did not play the role of a facilitator or guide for the sessions; rather, I engaged myself in exploring the mathematical issues with the teachers. (Proulx, 2011, p. 90)

Le fait de considérer le formateur comme un participant au sein même du groupe est assez évocateur. Ce rôle du formateur qui *se donne* dans une formation avec des enseignants se distingue de celui d'un formateur qui *donne* une formation à des enseignants. Dans une recherche sur la formation, le formateur peut donc décider d'assumer le rôle qui convient à sa posture[17]. Tout comme le soutiennent Lajoie et Saboya (2013), il me semble plus approprié de former *par la didactique* (en amenant les formés à réfléchir à l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, notamment par le travail sur des situations) plutôt que former *à la didactique* (où le formé serait mis en contact avec des théories et concepts didactiques).

Les travaux de Jorro (2016) et Pana-Martin (2015) documentent d'ailleurs quelques postures du formateur. Dans le Tableau 2.1, Pana-Martin (2015) énumère cinq postures du formateur associées à des gestes professionnels, en s'appuyant sur des exemples d'indicateurs.

Tableau 2.1 Des postures de formateur reliées à des gestes professionnels, en s'appuyant sur des exemples d'indicateurs

[17] Je reviendrai d'ailleurs de façon plus détaillée sur la posture du chercheur-formateur dans le chapitre sur les considérations méthodologiques (voir sous-section 3.2.2).

Postures du formateur	Gestes professionnels	Exemples d'indicateurs
Posture de traducteur	Geste de désignation Geste explicatif Geste d'institutionnalisation	Montrer une référence Situer une référence dans un contexte Valider un contenu
Posture de médiateur	Geste de reliance Geste de soutien Geste de conseil	Vers un pair, personne ressource Encourager la pratique du praticien Echanger, délibérer
Posture de pisteur	Geste de planification Geste de recherche de traces Geste de contrôle	Organiser le travail Analyser les traces de l'activité Vérifier les stratégies
Posture de régulateur	Geste de mise en rapport Geste de valorisation Geste d'ajustement	Confronter un fait avec un souhaitable Mettre en évidence les points d'appui S'engager dans une nouvelle action
Posture de contradicteur	Geste de questionnement Geste de problématisation	Connaitre les réflexions du praticien Souligner les décalages
Aspects symboliques	Aspects opératoires	

Source : Pana-Martin, 2015, p. 51

Sans expliquer de façon détaillée ces postures, il convient de préciser que le formateur peut passer d'une posture à l'autre, alors qu'il pose divers gestes professionnels. En agissant de la sorte, le formateur construit sa propre pratique de formation, comme le décrit Jorro (2016) :

> D'autres recherches (Jorro, 2002 ; Jorro & Pana-Martin, 2009 ; Pana-Martin, 2015) tendent vers la caractérisation de l'agir professionnel du formateur accompagnant des enseignants débutants. Le formateur est alors considéré comme un acteur social engagé dans un champ de pratiques formatives. Il agit en fonction des expériences réfléchies comme étant déterminantes pour les enseignants et dans la perspective de leur développement professionnel. Son agir professionnel se spécifie par les finalités propres du métier de formateur. (Jorro, 2016, p. 116)

En plus des postures de formateur, diverses postures des formés sont également documentées dans des travaux de recherche. Ainsi, selon différentes perspectives de

recherche relevées par Jaworski (1999), les enseignants qui participent à des études peuvent être considérés comme des étudiants, des participants ou des partenaires :

> What is the role of the teacher in this [teacher education] programme? There are three possible roles: pupil, participant, and partner.
>
> 1. Pupils play no part in determining the philosophy, objectives, design, or delivery of the programme. The programme is totally determined by those who lead it, who are seen to be in the best position to know, theoretically and practically, what is needed and the most appropriate ways to interpret it in the programme structure. All the power rests with the leaders and none with the pupils.
> 2. Participants are included partially in planning and delivery. Their views are sought on needs and expectations, and their feedback is used to modify and improve the programme. However, the leaders make the key decisions and largely control philosophy and design. The power still rests mainly with the leaders.
> 3. Partners are engaged in equal status with leaders in determining the programme. They may take different foci depending on the level of expertise and on the agreed objectives. The programme is democratically designed for the benefit of those taking part and capitalizes on the agreed strengths of all its participants. The balance of power may still be with the leaders, but the partner teachers play a significant role in determining their programme. (Jaworski, 1999, p. 117)

Parmi ces trois rôles possibles, Jaworski (1999) remarque que les enseignants sont rarement traités comme des partenaires et qu'il subsiste donc un fossé entre les enseignants et les chercheurs. Pourtant, lorsqu'il y a une réelle collaboration entre les chercheurs et les enseignants, les échanges peuvent être bénéfiques aux deux puisqu'ils permettent à chacun d'apprendre de l'autre, ayant chacun des expertises complémentaires (Jaworski, 2011). La distinction de ces rôles faite par Jaworski (1999) peut être associée aux travaux de Bednarz *et al.* (2011) évoqués précédemment : des travaux de recherche *sur* des enseignants renvoient à une posture du formé comme étudiant, des travaux de recherche *à partir* des enseignants renvoient à une posture du formé comme participant, puis des travaux de recherche

avec des enseignants renvoient à une posture du formé comme partenaire. La posture qu'on envisage d'attribuer aux formés est donc reliée à la méthode de recherche. Par exemple, c'est habituellement dans des recherches participatives comme les recherches collaboratives que le formé a l'opportunité d'adopter une posture de partenaire ou même de co-chercheur (Bednarz, 2013).

Squalli (2015) présente trois différentes postures du formé, qui découlent des postures de DeBlois et Squalli (2002), mais cette fois dans le contexte de la formation continue. Ces trois postures du formé suggèrent « de voir l'enseignant comme une entité multiple, un enseignant-mathématicien, un enseignant-didacticien-pédagogue et un enseignant-enseignant » (Squalli, 2015, p. 96). Voici d'abord plus précisément comment est décrite la posture de l'enseignant-mathématicien :

> Dans l'exercice de sa fonction ou encore dans le cadre de certaines activités de formation, l'enseignant réalise des activités mathématiques comme la résolution de problèmes mathématiques, la formulation de problèmes, l'analyse de solution à un problème. Ces activités peuvent être réalisées pour elles-mêmes, comme la résolution de problèmes pour son propre plaisir ou dans le cadre d'une activité de perfectionnement. Elles peuvent aussi être une composante d'une activité plus large à visée d'enseignement, comme la résolution de divers problèmes pour l'analyse de leur potentiel d'apprentissage chez les élèves. Nous dirons que l'enseignant en formation adopte la posture de l'enseignant-mathématicien. (Squalli, 2015, p. 96)

En ce qui concerne la posture de l'enseignant-didacticien-pédagogue, Squalli (2015) la définit comme suit :

> En tant que praticien réflexif, l'enseignant est amené à réfléchir sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, dans le cadre de l'exercice de son métier, ou dans des activités de formation. Lors de cette réflexion, il peut mobiliser (de manière pertinente ou non) des savoirs produits par la didactique des mathématiques ou par la pédagogie en tant

> que construits théoriques (des modèles, des concepts, des analyses conceptuelles, un langage). L'enseignant de mathématiques est un grand utilisateur de la didactique des mathématiques et de la pédagogie, parfois de manière indirecte puisque les ressources qu'il utilise sont souvent gorgées de didactique et de pédagogie (manuels scolaires ; écrits dans des revues professionnelles ; entre autres). Nous dirons que l'enseignant en formation adopte la posture de l'enseignant-didacticien-pédagogue. (Squalli, 2015, p. 96-97)

Puis, la posture enseignant-enseignant vient compléter l'entité multiple d'un enseignant en formation :

> Enfin, l'enseignant en formation est d'abord et avant tout un enseignant qui exerce son métier sous un ensemble de contraintes et qui tente d'investir la marge de manœuvre dont il dispose. Dans cette posture d'enseignant qu'il adopte naturellement dans les activités de formation, il aura tendance à s'attendre à développer des savoirs prêts à être utilisés dans sa pratique d'enseignement : des savoirs pratiques. (Squalli, 2015, p. 97)

Étant donné que ces trois postures sont vécues parallèlement chez l'enseignant dans une formation continue, elles peuvent soulever des tensions qui valent la peine d'être investiguées.

Il sera alors important d'être sensible aux tensions qui pourraient survenir dans cette recherche menée *à partir* des enseignants (Bednarz *et al.*, 2011), où le formé a une posture de *participant* (Jaworski, 1999) et le formateur *se donne* (Proulx, 2011) en le formant *par la didactique* (Lajoie et Saboya, 2013) et en assumant ses *diverses postures de formateur* (Jorro, 2016 ; Pana-Martin, 2015) ainsi que celles des *formés* (Squalli, 2015).

2.2 Le concept d'enjeu de formation

Un concept central de cette recherche est celui d'enjeu de formation. Le terme « enjeu » est utilisé dans de nombreux textes scientifiques sans toutefois y être défini et sans nécessairement cibler la formation. Il apparait nécessaire de définir plus clairement le concept d'enjeu de formation. Je porterai donc un éclairage nouveau sur ce terme à partir de son sens commun ainsi que d'autres concepts scientifiques qui s'y apparentent. Plus particulièrement, la définition d'un enjeu au sens commun sera bonifiée et enrichie par les concepts organisateurs (Pastré *et al.,* 2006), le « professional noticing » (Jacobs *et al.,* 2010) ainsi que la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002).

2.2.1 Le sens commun d'un enjeu

Il est possible que le terme *enjeu* soit employé selon un sens commun dans certains écrits scientifiques. La définition d'*enjeu* dans le dictionnaire *Petit Robert* renvoie à « ce que l'on peut gagner ou perdre, dans une compétition, une entreprise » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 875). Un autre sens dans cette définition est celui de l'argent qui est misé par un joueur dans une partie. C'est donc, en quelque sorte, ce qui est *en jeu* dans une situation. Lorsqu'on parle des enjeux de la réforme en éducation, par exemple, on s'intéresse aux éléments importants qu'y rattachent, à ses bénéfices, à ses tensions et à ses défis.

S'intéresser aux enjeux de formation pourrait vouloir donc dire se pencher sur des éléments importants en lien avec la formation à l'enseignement en général, ou à l'enseignement des mathématiques, des probabilités, avec des outils technologiques, etc. Il pourrait s'agit d'éléments importants à considérer pour l'enseignement (on

pourrait dire : des enjeux d'enseignement), mais aussi d'aspects plus particulièrement liés à la formation (enjeux de formation). En effet, si un élément est important à considérer pour l'enseignement, il pourrait aussi y avoir un élément lié qui serait important à considérer pour la formation des enseignants. Les enjeux d'enseignement pourraient même être vus comme des points de départ pour pister des enjeux de formation. Dans ce contexte, je pense par exemple à des éléments qui pourraient retenir (ou non) l'attention des enseignants, aux bons coups qu'ils pourraient réaliser ou rapporter, aux difficultés et besoins qui pourraient devenir saillants, et ainsi de suite. Le formateur pourrait amener des enseignants à discuter d'enjeux d'enseignement, par exemple des besoins déclarés, et de telles discussions pourraient permettre de documenter des enjeux de formation qui émergent.

Dans cette thèse, j'ai effectivement utilisé jusqu'à présent l'expression *enjeu de formation* dans le sens d'un élément important à considérer pour la formation des enseignants. Les besoins mentionnés dans la problématique au chapitre précédent appuient la pertinence de se pencher sur des enjeux de formation pour l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques, mais il apparait important de préciser davantage en quoi consiste un enjeu de formation.

2.2.2 L'apport des concepts organisateurs pour le concept d'enjeu de formation

Une manière de préciser ce que signifie le concept d'enjeu de formation est de le mettre en relation avec d'autres concepts scientifiques. Par exemple, les « concepts organisateurs » (Pastré *et al.,* 2006) proviennent de la didactique professionnelle[18] et

[18] Selon Roditi (2013), la didactique professionnelle étudie la transmission d'une activité, comme le métier d'enseignant par exemple, alors que la didactique disciplinaire étudie la transmission d'un savoir.

donne un sens à ce qui peut être « important » pour un enseignant. Selon Pastré *et al.* (2006), les concepts organisateurs sont des concepts « organisant l'action et servant à la guider. Ces concepts peuvent être d'origine pragmatique ou scientifique […], enrôlés dans l'action, permettant notamment un bon diagnostic de situation » (p. 159-160). Les concepts organisateurs peuvent être assimilés à des caractéristiques des situations de travail, comme le travail de l'enseignant, dont la prise en compte s'avère déterminante pour que l'action menée soit jugée pertinente par le praticien (Pastré, 2007). Dans l'optique de la didactique professionnelle, plusieurs concepts organisateurs peuvent guider l'action de l'enseignant, soit les contraintes de temps et de ressources, la maitrise du matériel, les connaissances des routines et des élèves, etc. Sur le plan de la didactique, les concepts qui guident l'action seraient ceux liés à l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Par exemple, pour enseigner les probabilités, la compréhension d'un enseignant par rapport à ce qu'apporte un simulateur peut guider ses choix afin de décider d'y avoir recours (d'une façon ou d'une autre) ou non avec ses élèves. En d'autres mots, considérer des concepts organisateurs permet de « comprendre l'activité de l'intérieur, par son organisation interne » (Pastré, 2007, p. 92), en voyant les effets de ces concepts organisateurs sur les actions des praticiens.

Les chercheurs ayant recours aux concepts organisateurs (voir notamment Paquay *et al.,* 2007) tentent habituellement de comprendre le travail de l'enseignant, en allant observer son enseignement, en action dans sa classe. Or, les concepts organisateurs se limitent à ce que le praticien juge pertinent dans ce qui organise effectivement son action. En ce sens, les concepts organisateurs permettent de comprendre l'activité du point de vue de l'enseignant, mais il s'agit ainsi de l'activité d'enseignement, alors que c'est l'activité de formation qui est ciblée plus spécifiquement dans cette recherche. Il serait alors possible d'avoir recours aux concepts organisateurs pour dégager des enjeux d'enseignement (reliés à l'enseignement des probabilités du

secondaire avec des outils technologiques), puis d'en faire découler des enjeux de formation qui seraient alors centrés sur l'activité de formation lorsque ces enjeux d'enseignement sont abordés avec des enseignants dans une formation continue.

En ce sens, s'intéresser à ce qui organise l'activité de formation, sous un angle analogue aux concepts organisateurs, pourrait amener à décrire et comprendre des enjeux de formation dans le contexte particulier de l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Par exemple, il est possible de s'intéresser à l'organisation d'une séance de formation continue (c'est-à-dire la préparation du formateur par le choix des situations, par le choix des outils technologiques, par le choix du matériel de manipulation, par la nature des activités envisagées avec les formés, etc.) amenant des enseignants de mathématiques du secondaire à s'approprier un simulateur pour enseigner les probabilités. Ainsi, les concepts organisateurs, sous l'angle de la formation, amènent à se pencher sur des éléments importants à considérer pour la formation, soit des enjeux de formation.

2.2.3 L'apport du « professional noticing » pour le concept d'enjeu de formation

Une autre façon de préciser le concept d'enjeu de formation serait de considérer l'expertise professionnelle par rapport à ce que remarque l'enseignant au sujet du raisonnement mathématique de ses élèves. C'est justement l'idée du concept de « professional noticing » (Jacobs *et al.,* 2010) dans laquelle cette expertise est définie à l'aide de trois habiletés : 1) reconnaitre les stratégies des élèves, 2) interpréter leur compréhension, puis 3) décider comment intervenir auprès d'eux. Ces trois niveaux guident l'action de l'enseignant et permettent ainsi d'analyser les répercussions de ces décisions sur son enseignement. Les chercheurs mentionnent que le « professional noticing » est complexe même s'il fait partie du quotidien du travail de l'enseignant,

étant donné que les trois habiletés sont constamment et simultanément sollicitées (Jacobs *et al.,* 2010). Malgré cette complexité, il semble que cette expertise professionnelle puisse être apprise lors de la formation continue. En effet, les résultats de Jacobs *et al.* (2010) suggèrent qu'elle est davantage développée chez des enseignants ayant participé à des expériences de développement professionnel.

Ces chercheurs suggèrent que ce concept permet de décrire des indicateurs de croissance professionnelle (*growth indicators*), qui permettent de déceler que des enseignants parviennent davantage à remarquer la profondeur du raisonnement mathématique de leurs élèves :

> Our coding schemes and cross-sectional findings provide growth indicators that can help professional developers identify and celebrate shifts in teachers' professional noticing of children's mathematical thinking. Specifically, we encourage attention to the following shifts:
>
> - A shift from general strategy descriptions to descriptions that include the mathematically important details;
> - A shift from general comments about teaching and learning to comments specifically addressing the children's understandings;
> - A shift from overgeneralizing children's understandings to carefully linking interpretations to specific details of the situation;
> - A shift from considering children only as a group to considering individual children, both in terms of their understandings and what follow-up problems will extend those understandings;
> - A shift from reasoning about next steps in the abstract (e.g., considering what might come next in the curriculum) to reasoning that includes consideration of children's existing understandings and anticipation of their future strategies; and
> - A shift from providing suggestions for next problems that are general (e.g., practice problems or harder problems) to specific problems with careful attention to number selection. (Jacobs *et al.,* 2010, p. 196)

Même si le « professional noticing » concerne l'aspect de la formation et du développement professionnel, ce concept est ancré dans l'enseignement et peut ainsi

servir à dégager des enjeux d'enseignement. Il serait alors possible d'avoir recours au « professional noticing » pour dégager des enjeux d'enseignement (reliés à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques), puis d'en faire découler des enjeux de formation qui seraient alors centrés sur l'activité de formation lorsque ces enjeux d'enseignement sont abordés avec des enseignants dans une formation continue. De façon analogue, si on étend ce concept en incorporant plus directement l'aspect de formation, il serait possible de regarder les trois habiletés du formateur : 1) reconnaitre les stratégies des enseignants, 2) interpréter leur compréhension, puis 3) décider comment intervenir auprès d'eux.

En ce sens, s'intéresser à ce que le formateur remarque et identifie comme des éléments importants pour le développement professionnel des formés, sous un angle analogue au « professional noticing », pourrait amener à décrire et comprendre des enjeux de formation dans le contexte particulier de l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Par exemple, le formateur pourrait insister sur un élément en particulier comme une réflexion autour de la taille de l'échantillon nécessaire pour réaliser des essais d'une expérience aléatoire. Ainsi, le « professional noticing », sous l'angle de la formation, amène à se pencher sur des éléments importants à considérer pour la formation, soit des enjeux de formation.

2.2.4 L'apport de la double approche didactique et ergonomique pour le concept d'enjeu de formation

Le concept d'enjeu de formation peut également être alimenté par la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002). Les recherches en ergonomie cognitive « visent à comprendre le travail tel qu'il se fait plutôt que tel qu'il est commandé, et en tenant compte du point de vue de celui qui le fait » (Roditi, 2013, p. 3). Cette approche permet au chercheur de mieux comprendre pourquoi le praticien

agit comme il agit. Il s'agit alors de considérer les logiques du travail de l'enseignant ou encore ses logiques d'action, c'est-à-dire les bonnes raisons qu'il a de faire comme il fait, quand il enseigne (Roditi, 2013). Selon Robert et Rogalski (2002), l'enseignant dispose de marges de manœuvre qui lui permettent d'optimiser son action selon les contraintes et les objectifs reliés à son enseignement. Ces chercheures évoquent alors des « contraintes, externes, liées à l'institution, aux programmes, aux manuels, ou internes à une situation d'enseignement, liées à des choix précis » (p. 506) ainsi que « les marges de manœuvre qui leur "restent" [aux enseignants], et qui doivent donc être reconnues par nous [les chercheurs], par delà les contraintes » (p. 506). Ces contraintes et marges de manœuvre découlent d'une analyse sous trois dimensions : 1) les contenus travaillés en classe et la répartition des activités prévue entre l'enseignant et les élèves (scénario prévu) ; 2) les formes de travail des élèves pendant les séances ; 3) les échanges avec l'enseignant pendant les séances (Robert et Rogalski, 2002).

À nouveau, il serait alors possible d'avoir recours à la double approche didactique et ergonomique pour dégager des enjeux d'enseignement (reliés à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques), puis d'en faire découler des enjeux de formation qui seraient alors centrés sur l'activité de formation lorsque ces enjeux d'enseignement sont abordés avec des enseignants dans une formation continue.

De façon analogue, si on étend ce concept en incorporant plus directement l'aspect de formation, il serait possible de se pencher sur les contraintes et marges de manœuvre de la formation, à partir des trois dimensions suivantes : 1) les contenus travaillés en formation continue et la répartition des activités prévue entre le formateur et les formés (scénario de formation prévu) ; 2) les formes de travail des formés pendant les

séances de formation ; 3) les échanges avec le formateur pendant les séances de formation.

En ce sens, s'intéresser aux contraintes et marges de manœuvre de la formation prises en considération sous diverses dimensions, sous un angle analogue à la double approche didactique et ergonomique, pourrait amener à décrire et comprendre des enjeux de formation dans le contexte particulier de l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Les enjeux de formation, au regard des contraintes et marges de manœuvre de la formation, sont aussi en quelque sorte des repères qui permettent de mieux comprendre l'activité de formation. Par exemple, il est possible de s'intéresser à des repères tels que les thèmes principaux choisis (par le formateur et par les formés) dans une formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Ainsi, la double approche didactique et ergonomique, sous l'angle de la formation, amène à se pencher sur des éléments importants à considérer pour la formation, soit des enjeux de formation.

2.2.5 Une définition du concept d'enjeu de formation

Comme je l'ai mentionné précédemment, cette recherche cible des enjeux de formation liés à l'enseignement (et l'apprentissage) des mathématiques. Les enjeux de formation peuvent être associés à des dimensions ou à des regards complémentaires dont on peut tenir compte afin de mieux comprendre la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Les bons coups, difficultés et besoins qui découlent d'une formation avec des enseignants de mathématiques peuvent alors attester d'enjeux de formation.

Ainsi, les concepts explorés précédemment (concepts organisateurs, « professional noticing » et double approche didactique et ergonomique), considérés sous l'angle de la formation, soulèvent des éléments qui permettraient de décrire et comprendre des enjeux de formation. Plus particulièrement, ces enjeux de formation pourraient émerger à partir d'enjeux d'enseignement abordés avec des enseignants dans une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Ainsi, dans cette recherche doctorale, le concept d'enjeu de formation est défini comme un élément important à considérer pour organiser la formation des enseignants (Pastré *et al*., 2006), à partir de ce que le formateur remarque et identifie comme important pour le développement professionnel des formés (Jacobs *et al.*, 2010), ce qui prend alors la forme de repères sous diverses dimensions qui tiennent compte des contraintes et marges de manœuvre de la formation (Robert et Rogalski, 2002).

2.3 Le concept d'outil technologique

Un autre concept central dans cette thèse est celui d'outil technologique. Avant de faire le choix d'utiliser cette expression, je considérerai d'autres formulations diversifiées reliées au concept plus large de technologie. Puis, en analysant le sens commun et le sens scientifique du concept plus large de technologie, je proposerai une définition du concept d'outil technologique. Finalement, je reprendrai cette définition à l'aide d'un exemple d'outil technologique en probabilités particulièrement pertinent pour cette recherche : le simulateur

pour faire ressortir son potentiel pour l'apprentissage, l'enseignement et la formation à l'enseignement des probabilités.

2.3.1 Des formulations diversifiées reliées au concept plus large de technologie

Dans les écrits scientifiques, diverses formulations sont utilisées en lien avec le concept plus large de technologie. On y retrouve entre autres les acronymes suivants : TIC, TICE, NTIC[19]. Le premier désigne les « technologies de l'information et de la communication », le deuxième précise qu'elles sont « pour l'enseignement », alors que le troisième est précédé du qualificatif « nouvelles ».

Certaines études font référence aux « technologies numériques » (ou « technologies digitales »), c'est-à-dire celles associées aux ordinateurs, ou encore aux « technologies éducatives » (Depover, 2009) pour désigner les appareils conçus dans un objectif d'apprentissage. D'autres chercheurs mentionnent plutôt les « technologies émergentes » (Karsenti et Collin, 2013) : il est ici question des innovations technologiques actuelles, de leur potentiel et de leurs implications pour l'évolution et le renouvellement des modalités pédagogiques. On retrouve aussi la formulation « technologies mobiles » (Karsenti et Fiévez, 2013a) pour désigner les appareils mobiles (téléphones cellulaires, iPod, tablettes numériques).

Parmi toutes ces formulations, un flou conceptuel demeure, alors qu'elles peuvent référer à la fois à l'appareil numérique (par exemple, un ordinateur, un téléphone cellulaire, une tablette numérique, etc.) et aux outils qui le composent (par exemple, des logiciels, des applications, des sites Web, etc.). Cet aspect générique lié aux

[19] Dans les écrits anglophones, on retrouve surtout les termes « ICT », « computers » et « new technology ».

technologies se retrouve d'ailleurs à la fin de la définition de TIC dans le cadre de référence de la compétence numérique (Gouvernement du Québec, 2019) :

> Technologies de l'information et de la communication, y compris les ordinateurs de bureau ou ordinateurs portables, les téléphones mobiles, les tablettes numériques et autres dispositifs de traitement et de transmission d'information par le numérique. Les TIC désignent autant les aspects matériels que les aspects logiciels. (Gouvernement du Québec, 2019, p. 33)

Il y a pourtant une distinction à apporter entre le contenant (appareil numérique) et le contenu (ses outils), même si les deux sont intimement liés. L'outil technologique (contenu) amène à se pencher sur des usages plus spécifiques pour faire des mathématiques.

2.3.2 Le sens commun et le sens scientifique du concept plus large de technologie

Toutes les formulations précédentes gravitent autour du concept plus large de technologie. Pour comprendre le sens commun de « technologie », on peut se référer au début de sa définition dans le dictionnaire *Petit Robert* : « théorie générale et études spécifiques (outils, machines, procédés, …) des techniques » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 2516). Cette définition, identifiée dans le dictionnaire comme étant celle au sens didactique, concorde avec celle de Chevallard (1992) en didactique des mathématiques, pour qui la technologie est un discours sur les techniques (qui permettent d'accomplir des tâches). Ces définitions illustrent un concept de la technologie qui semble plus large ou encore relié à un niveau d'abstraction supérieur. Pour ma part, je souhaite trouver une définition plus concrète et qui désigne donc des objets, outils ou fonctionnalités qui permettent d'accomplir une tâche. Tout comme la distinction entre « la science » et « les sciences », l'idée reliée à « la technologie »

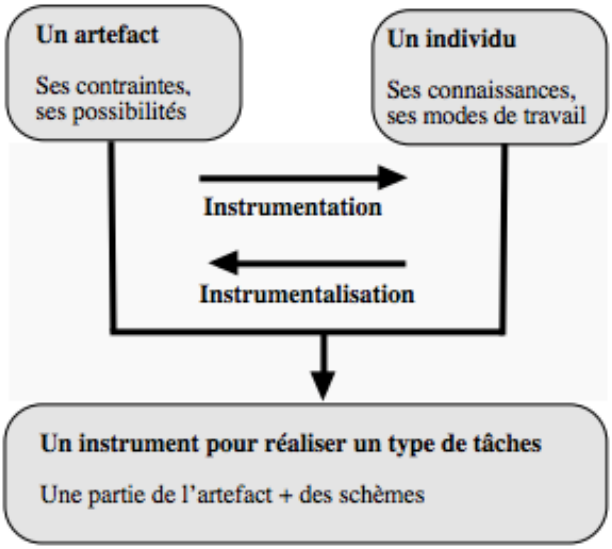
semble plus générale, alors que « les technologies » sont plus particulières et sont davantage associées au sens commun des NTIC : « réseaux informatiques, CD-ROM, Internet, téléphonie mobile… » (Rey-Debove et Rey, 2009, p. 2516).

Au sens scientifique, alors que le concept plus large de technologie évoque naturellement l'idée d'un ordinateur (ou d'un micro-ordinateur), d'autres chercheurs en parlent de manière plus large en affirmant que le tableau, l'abaque ou encore le crayon sont des technologies (voir notamment Maheux, 2014 ; Trouche, 2005). Cette position plus englobante de technologie n'est pas adoptée dans cette thèse, mais je retiens que les outils technologiques fournissent une « occasion de faire des mathématiques » (Maheux, 2014, p. 149), que ce soit pour les faire plus efficacement ou encore pour les faire autrement (rappelant ainsi les pouvoirs d'amplification et de réorganisation de Pea, 1985).

Dans le cadre de référence de la compétence numérique (Gouvernement du Québec, 2019), les outils numériques sont définis comme suit :

> Technologies utilisées pour une fonction particulière liée au traitement de l'information, à la communication, à la création de contenu, à la sécurité ou à la résolution de problèmes ; Outils numériques disciplinaires ; Technologies (outils, logiciels, applications) conçues et utilisées particulièrement pour l'enseignement et l'apprentissage d'une discipline. (Gouvernement du Québec, 2019, p. 32)

En m'appuyant sur cette définition et en tenant compte de la distinction entre l'appareil numérique et ses outils technologiques, des appareils numériques offrent des outils technologiques lorsque ces derniers permettent d'accomplir des fonctions particulières pour l'apprentissage ou l'enseignement. D'ailleurs, cette idée rappelle le processus de la genèse instrumentale de Rabardel (1995) qui décrit la transformation d'un artefact en instrument, tel qu'illustré par la Figure 2.1.



(Tiré de Trouche, 2007, p. 22)

Figure 2.1 Une schématisation de la genèse instrumentale

Lors de la genèse instrumentale, un double mouvement s'établit entre l'artefact et l'individu (Rabardel, 1995 ; Trouche, 2007). D'une part, le processus par lequel l'usager adapte l'artefact à ses besoins est l'instrumentalisation. Il peut être défini comme un processus d'enrichissement des propriétés de l'artefact par le sujet. D'autre part, le processus d'instrumentation est celui par lequel les contraintes et potentialités de l'artefact influencent et conditionnent l'action de l'individu (ses représentations, ses gestes, ses procédures, etc.). Le résultat de ces processus est l'instrument, qui permet de réaliser un type de tâches. En ce sens, c'est justement l'instrument et son usage qui me semblent plus pertinents (en considérant toutefois les contraintes et possibilités de l'artefact), ce qui m'amène à m'intéresser spécifiquement à l'outil technologique.

2.3.3 Une définition du concept d'outil technologique

Pour cette recherche doctorale, une définition du concept d'outil technologique doit être adaptée au sujet de l'enseignement des probabilités du secondaire. Le terme *outil technologique* sera utilisé pour désigner un artefact (Rabardel, 1995) des technologies numériques éducatives (Depover, 2009) qui permet d'accomplir des fonctions particulières (Gouvernement du Québec, 2019), plus précisément au sens où il sous-tend un potentiel pour devenir un instrument (Rabardel, 1995) pour l'apprentissage ou l'enseignement des probabilités du secondaire. Dans la section suivante, je vais reprendre cette définition à l'aide d'un exemple particulièrement pertinent pour cette recherche : le simulateur.

2.3.4 Un exemple d'outil technologique en probabilités : le simulateur

Selon cette définition, un simulateur d'expériences aléatoires est un exemple d'outil technologique[20]. Il existe différents simulateurs qui ont été développés dans le cadre de recherches du milieu anglophone, notamment le micromonde *Chance-Maker* (Pratt, 2000), le logiciel *Probability Explorer* (Stohl, 2002), le logiciel *Fathom* (Finzer, 2007) et le logiciel *TinkerPlots* (Konold et Miller, 2017).

Du côté francophone, les simulateurs qui offrent un potentiel intéressant pour faire des probabilités sont plus rares. Tel que présenté précédemment, le simulateur d'une expérience aléatoire de lancers d'une pièce de monnaie (voir Figure 1.3) est l'un des huit jeux du simulateur en ligne (source : http://anniesavard.com/simulateur/)

[20] Il est à noter que les idées présentées dans cette sous-section ont été développées dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2019b).

développé par *Netmath* en collaboration avec une équipe de recherche, dont certains chercheurs en didactique des mathématiques (Larose *et al.,* 2011), et les participants. Ce simulateur peut générer et représenter des résultats d'expériences aléatoires (dés, pièces de monnaie, roulette, billes, etc.), tout en permettant à l'utilisateur (l'enseignant ou l'élève) de contrôler certains paramètres pour travailler des concepts probabilistes. Les paramètres de ce simulateur peuvent facilement être modifiés, un grand nombre d'essais s'effectuent instantanément, puis les résultats sont représentés sous différentes formes (tableau, diagramme à bandes, diagramme à ligne brisée, calcul de moyenne, etc.). Ce type de simulateur est alors un outil technologique qui peut générer sans délai un grand nombre d'expériences aléatoires pour dégager une tendance générale (Parzysz, 2009 ; 2019 ; Theis et Savard, 2011 ; Thibault, 2015 ; 2019b), ce qui constitue un maillon important du développement du raisonnement probabiliste (Maheux et Thibault, 2012 ; Theis et Savard, 2010a, 2010b).

D'autres auteurs (Henry, 2000, 2011 ; Ireland et Watson, 2009 ; Parzysz, 2007, 2009) ont fait avancer la réflexion en soutenant l'idée que l'outil de simulation permet de faire des probabilités différemment, notamment en se référant au modèle probabiliste sans être centré sur le calcul de probabilités. Plus particulièrement, un modèle probabiliste émerge indirectement, à partir des nombreux résultats qui sont générés par le simulateur d'une expérience aléatoire. Comme l'explique Parzysz (2019), cette modélisation permet de passer de l'objet physique (dé lancé pour observer une fréquence) à l'objet virtuel (dé simulé à l'aide d'un modèle théorique, avec une probabilité sous-jacente). L'idée de rassembler plusieurs essais est importante, car lors de la réalisation « manuelle » d'une expérience aléatoire, le recours à la modélisation permet d'atteindre plus rapidement un grand nombre d'itérations de l'expérience qui permet d'en dégager une tendance plus fiable. Toutefois, ceci suppose que l'apprenant soit persuadé qu'il est licite de le faire, c'est-à-dire que

toutes les séries d'essais ont bien été réalisées dans une même expérience. D'où la nécessité d'avoir établi auparavant, un protocole d'expérimentation précis,

> en précisant ses éléments constituants [de l'expérience aléatoire], de façon à pouvoir la répéter dans les mêmes conditions. Par exemple, pour un lancer de dé, on indiquera comment il faudra le lancer pour que l'épreuve puisse être considérée comme aléatoire : vers le haut ? vers l'avant ? de quelle hauteur ?, etc. (Parzysz, 2019, p. 45).

D'ailleurs, selon certains chercheurs, le processus de modélisation d'une expérience aléatoire se décline en trois étapes : 1) établir un protocole d'expérience (pour réaliser des essais dans les mêmes conditions) ; 2) dresser la liste de résultats possibles ; 3) attribuer les probabilités (Henry, 1999 ; Parzysz, 2009, 2019). Parzysz (2019) soutient également que l'humain n'est pas un bon générateur aléatoire, alors qu'un biais de modélisation l'empêche par exemple de produire une séquence de pile ou face qui reflète réellement ce qui serait produit aléatoirement. Cet argument plaide alors lui aussi en faveur du recours aux simulateurs pour générer des essais d'expériences aléatoires.

2.4 Le concept d'approche fréquentielle

Après avoir souligné la pertinence de l'approche fréquentielle dans le chapitre de la problématique (voir sous-section 1.2.4), il convient de préciser le concept d'approche fréquentielle, ainsi que son articulation avec l'approche théorique[21]. L'approche fréquentielle (aussi appelée approche fréquentiste, expérimentale, expérientielle ou empirique par d'autres auteurs) consiste à réaliser une expérience aléatoire, puis à

[21] Il est à noter qu'une partie des idées présentées dans cette section ont été développées dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2019b).

observer la fréquence de l'apparition d'un évènement pour en inférer la probabilité (Chernoff et Sriraman, 2014).

Il convient alors de préciser ce qu'est une expérience aléatoire ; une expérience est aléatoire si le résultat est incertain. En fait, selon un dictionnaire mathématique adapté pour l'enseignement des mathématiques au secondaire, « Une expérience est aléatoire si : son résultat dépend du hasard, c'est-à-dire est impossible à prédire avec certitude ; l'ensemble de tous les résultats possibles, appelé *univers des résultats possibles* peut être décrit avant l'expérience. Cet ensemble se note « Ω » et se lit *oméga* »[22] (Dufour, 2011, p. 89). Par exemple, le lancer d'une pièce de monnaie est une expérience aléatoire, car on ne peut pas prédire avec certitude le résultat, mais on sait que ce sera soit pile, soit face. L'univers des résultats possibles peut alors être désigné à l'aide du symbolisme mathématique : Ω = {pile, face}. Il faut parfois nuancer un peu ceci : par exemple, si on pige une bille d'une bouteille opaque, il n'est pas possible de décrire à l'avance tous les résultats possibles. On sait que l'on obtiendra une bille, mais l'ensemble des couleurs possibles pourrait être inconnu avant la tenue de l'expérience. La définition précédente peut facilement être nuancée légèrement en modifiant la deuxième condition, en disant que l'univers des résultats possibles peut plutôt être décrit avant ou pendant l'expérience.

Dans l'approche fréquentielle, l'apprenant doit reconnaitre quel évènement s'est réalisé (ou non) après un essai, compter le nombre de fois où un évènement se réalise après une série d'essais, puis considérer ce nombre par rapport au nombre d'essais réalisés. Par exemple, au lieu de calculer la probabilité d'obtenir une somme de 4 avec deux dés réguliers en ayant recours à l'approche théorique, il est possible d'expérimenter par le recours à l'approche fréquentielle, en lançant les deux dés et en

[22] Ω représente l'univers des résultats possibles, car il s'agit de la dernière lettre de l'alphabet grec, qui est donc utilisée dans l'idée de complétude en considérant tous les cas possibles.

notant les fréquences observées. Après 100 lancers, on pourrait avoir obtenu 10 fois (soit l'effectif) une somme de 4, donnant ainsi une fréquence de 10 % (ou 1/10 ou 0,1). En raison de la variabilité d'une expérience aléatoire, on n'obtiendra pas nécessairement la même fréquence avec une autre série de 100 lancers.

On pourrait alors se demander pourquoi se contenter d'une fréquence qui varie alors que la probabilité d'obtenir une somme de 4 avec deux dés réguliers est fixe et se calcule assez facilement dans l'approche théorique, par le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles. Voilà pourquoi l'approche fréquentielle devient particulièrement pertinente lorsqu'il n'est pas possible d'avoir recours à l'approche théorique. C'est notamment le cas avec du matériel atypique, où on ne peut pas modéliser la probabilité d'obtenir une face pour un objet irrégulier[23]. Ceci dit, même s'il est possible d'avoir recours à l'approche théorique dans une situation probabiliste, l'approche fréquentielle offre plusieurs éléments qui la distinguent des autres notions mathématiques et même des autres notions probabilistes. La prise en compte du non-déterminisme par l'approche fréquentielle permet ainsi de raisonner sur l'incertitude (Savard, 2008). L'approche fréquentielle permet également de réaliser avec les élèves un travail sur des conceptions probabilistes (Savard, 2008), par exemple l'effet de la taille de l'échantillon (Tversky et Kahneman, 1971), ce qui ne peut pas être fait lors d'un recours exclusif à l'approche théorique[24].

En revanche, l'approche fréquentielle n'est pas vraiment pertinente pour 10 essais. En fait, la fréquence pour 10 essais d'une expérience aléatoire est si instable, en raison de

[23] Du matériel atypique peut être utilisé (Martin et Thibault, 2019), par exemple pour réaliser des essais avec une bouteille probabiliste (Martin, 2014 ; Thibault et Martin, 2016), un gobelet de styromousse (Thibault et al., 2019), un pince-feuilles (Thibault et Martin, 2018b), une boite de mouchoirs ou tout autre objet irrégulier du quotidien qui peut être lancé.

[24] De telles questions d'échantillonnage sont abordées au postsecondaire par une approche théorique, dans le cadre de la statistique inférentielle qui s'appuie sur la théorie des probabilités.

la variabilité qui décroît au fur et à mesure que la taille de l'échantillon grandit, que cette fréquence n'est pas toujours un indicateur fiable. Ainsi, le nombre de répétitions d'une expérience aléatoire dans les mêmes conditions a une grande importance dans le processus d'expérimentation propre à l'approche fréquentielle. Un grand nombre de résultats est donc nécessaire pour pouvoir se fier avec confiance à la tendance fournie par la fréquence. En effet, cette approche probabiliste est soutenue par la Loi des grands nombres, qui montre que les essais réalisés convergent vers la probabilité lorsque la taille de l'échantillon tend vers l'infini. Il est donc préférable de réaliser le plus grand nombre possible d'essais, en considérant toutefois l'effort à déployer pour obtenir un grand nombre de résultats[25]. La réalisation d'essais permet, à mesure que la fréquence se stabilise, d'inférer la probabilité associée à un évènement avec un niveau de confiance qui augmente en même temps que s'accroit le nombre de répétitions. En ce sens, obtenir une tendance fiable à partir de fréquences observées revient à avoir un niveau satisfaisant de confiance au regard de l'inférence de la probabilité. L'approche fréquentielle offre ainsi une voie pavée par l'imprédictibilité, la variabilité et le hasard à court terme, mais ouvre à long terme sur une prédictibilité de la tendance des résultats. Voilà pourquoi Batanero (2014) mentionne que cette approche est axée sur l'approximation et qu'on ne peut pas espérer obtenir une valeur précise et finale.

Cette approche probabiliste permet d'ailleurs de faire un lien entre le domaine des probabilités et de la statistique (Batanero et Borovcnik, 2016 ; Konold et Kazak, 2008 ; Parzysz, 2019). En effet, dans l'approche fréquentielle, on regarde les résultats

[25] Pour juger si le nombre d'essais est suffisamment grand, on peut s'inspirer du postulat associé à plusieurs tests statistiques paramétriques, qui requièrent par convention (en référence au théorème central limite) un échantillon égal ou supérieur à 30. Toutefois, à l'aide d'un simulateur, il est possible de générer plusieurs centaines (voire des milliers) d'essais en quelques secondes. Cette facilité à générer autant d'essais vient alors relativiser l'idée selon laquelle 30 est un grand nombre d'essais (on sait que les fréquences convergent vers la probabilité lorsque la taille de l'échantillon tend vers l'infini, et non pas nécessairement après 30 essais… ou même 1000).

du passé (statistiques) pour inférer le futur (probabilités). Cette inférence permet de connecter les probabilités et la statistique, dont l'articulation semble importante pour le développement conjoint du raisonnement à développer dans ces deux domaines mathématiques. Parzysz (2019) observe à ce propos un saut conceptuel pour passer des fréquences aux probabilités, d'où l'importance d'amener les élèves (et les enseignants) à établir des liens entre les probabilités à la statistique. Ce lien entre les probabilités et la statistique peut être vécu, par exemple, en amenant l'apprenant à énoncer des conjectures et à les mettre à l'épreuve. L'apprenant se crée alors de nouvelles intuitions probabilistes en expérimentant des expériences aléatoires et en comparant ses résultats à ses prédictions, puis en formulant alors de nouvelles prédictions (Fischbein, 1982). L'approche fréquentielle est donc une approche probabiliste qui permet de faire un lien entre le domaine de la statistique et des probabilités (Konold et Kazak, 2008 ; Parzysz, 2019), par la réalisation d'une expérience aléatoire, puis l'observation d'une fréquence d'apparition d'un évènement pour en inférer la probabilité (Chernoff et Sriraman, 2014), alors que le nombre d'essais doit être considéré même si on ne peut espérer l'obtention d'une valeur précise et finale (Batanero, 2014).

Le recours à un outil technologique pour simuler des expériences aléatoires permet de faire des probabilités par le recours à l'approche fréquentielle. Par exemple, Lee *et al.* (2010) ont proposé une tâche où des élèves devaient inférer la qualité des dés fabriqués par une entreprise à partir des nombreux résultats générés par un simulateur. Plus précisément, ces élèves devaient simuler un grand nombre de lancers de dés jusqu'à ce qu'ils soient en mesure de dire si certaines entreprises produisent des dés déséquilibrés, c'est-à-dire lorsque les fréquences des faces d'un dé ne semblent pas être de 1/6. Cette simulation a notamment permis de faire des liens bidirectionnels entre la fréquence et la probabilité, en plus de travailler des concepts

probabilistes comme la variabilité, l'indépendance et la taille d'échantillon (Lee *et al.,* 2010).

Les résultats d'un simulateur de lancers de pièce de monnaie (voir Figure 1.3) illustrent l'évolution des pourcentages des parties gagnées selon le nombre de parties jouées, sous forme de diagramme à ligne brisée, alors que la probabilité de gagner est de ½. Ce simulateur permet alors de visualiser un effet de la Loi des grands nombres, alors que les fréquences se stabilisent autour de la probabilité au fur et à mesure que le nombre d'essais augmente. En illustrant la progression de la tendance dans les résultats, cet outil technologique permet de réduire le risque de percevoir la fréquence comme une valeur fixée et déterminée. La fréquence est alors utilisée comme un moyen pour arriver à dégager une estimation de la probabilité et non pas comme une fin en soi. Toutefois, bien qu'un tel simulateur permette de dégager une tendance de ½ pour la fréquence stabilisée, il ne permet pas d'expliquer un tel résultat (qui est somme toute assez évident dans cette situation). L'approche théorique permet alors de faire le lien avec la probabilité de cet évènement.

Ainsi, même si l'approche fréquentielle offre une richesse dans le raisonnement à déployer, cela ne suggère pas pour autant d'abandonner l'approche théorique. Il convient alors d'articuler l'approche fréquentielle avec l'approche théorique pour faire un lien entre les fréquences observées et la probabilité calculée (Ireland et Watson, 2009 ; Jones *et al.,* 2007 ; Martin, 2014 ; Martin et Theis, 2016 ; Prodromou, 2012 ; Thibault et Martin, 2016). Ainsi, pour revenir à l'exemple précédent d'obtenir une somme de 4 avec deux dés réguliers, on peut avoir recours à l'approche fréquentielle en plus de l'approche théorique (plutôt qu'« au lieu de » l'approche théorique).

Cette idée d'articuler les approches fréquentielle et théorique permet d'adopter des regards complémentaires sur une situation probabiliste. En se fiant aux documents ministériels du deuxième cycle du secondaire, l'élève (TS4 et CST5) doit être amené à « associer le type de probabilité à une situation : fréquentielle, théorique, subjective[26] » (Gouvernement du Québec, 2016a, p. 23). Je crains toutefois que cet effort de distinction puisse s'avérer stérile à certains égards. Comme le suggèrent Martin *et al.* (2019a), une telle vision de juxtaposition des approches probabilistes réduit la qualité de l'expérience d'apprentissage offerte aux élèves puisque leur complémentarité est évacuée.

L'articulation (plutôt que la juxtaposition) des approches fréquentielle et théorique peut se faire de plusieurs façons. Par exemple, une façon d'articuler les approches fréquentielle et théorique est d'avoir recours à du matériel qui peut être assez classique (comme un dé, des cartes à jouer, des billes, une pièce de monnaie ou une roulette). Ce matériel, ainsi que des outils technologiques comme un simulateur lorsque c'est possible, peut être utilisé pour réaliser des essais dans l'approche fréquentielle, puis donner un sens à la probabilité par des représentations graphiques ou visuelles (comme un diagramme en arbre ou un tableau des résultats possibles, par exemple) dans une approche théorique.

2.5 Le choix de trois modèles

Afin d'en venir à préciser ma question de recherche en formulant des objectifs plus spécifiques, je vais maintenant présenter les trois modèles choisis qui offrent des

[26] L'approche subjective a été considérée pour cette recherche doctorale, mais étant donné un flou conceptuel dans des écrits scientifiques concernant cette approche probabiliste, c'est surtout son articulation avec l'approche fréquentielle et l'approche théorique qui fera l'objet de discussions.

angles d'entrée complémentaires en lien avec certains travaux évoqués précédemment. D'entrée de jeu, je ne suis pas parvenu à trouver un cadre théorique qui cible de façon satisfaisante l'objet spécifique de cette recherche doctorale. Abboud-Blanchard (2013) évoque d'ailleurs la complexité d'aborder la formation à l'enseignement à partir d'un seul cadre théorique :

> De plus, et c'est tout à fait spécifique, l'enjeu de la formation est en général de contribuer aux genèses instrumentales professionnelles de l'enseignant pour l'amener à être capable de mener des situations permettant d'organiser les genèses instrumentales des élèves. Nous sommes donc en présence d'une triple genèse instrumentale imbriquée, celles de l'élève, de l'enseignant et du formateur. Cette complexité inhérente à la situation de formation aux technologies amène à considérer qu'il est difficile de l'aborder par un seul cadre théorique, comme elle peut expliquer l'absence de cadres théoriques spécifiquement adaptés à l'étude de ce type de formation (Bergsten, 2008). (Abboud-Blanchard, 2013, p. 46)

Dans cette recherche doctorale, l'élève n'est pas à l'avant-plan, mais il est certainement considéré dans l'enseignement, donc je perçois tout comme Abboud-Blanchard (2013) cette difficulté à cibler un seul cadre théorique. Voilà pourquoi j'ai recours à trois modèles complémentaires, qui offrent des clés conceptuelles pour questionner la formation à l'enseignement à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, pour élaborer des situations d'une formation continue sur ce thème et pour regarder cette formation. Ces modèles suggèrent ainsi des angles qui pourraient faire ressortir des enjeux de formation.

On peut se demander sous quelles formes pourraient se manifester les enjeux de formation et donc sous quels angles il serait pertinent de les analyser. Divers angles sont alors possibles, mais les modèles retenus doivent permettre de modéliser des angles d'entrée autour du problème de recherche qui se trouve au cœur des trois ensembles de préoccupations imbriqués (voir Figure 1.2). Ainsi, les modèles doivent

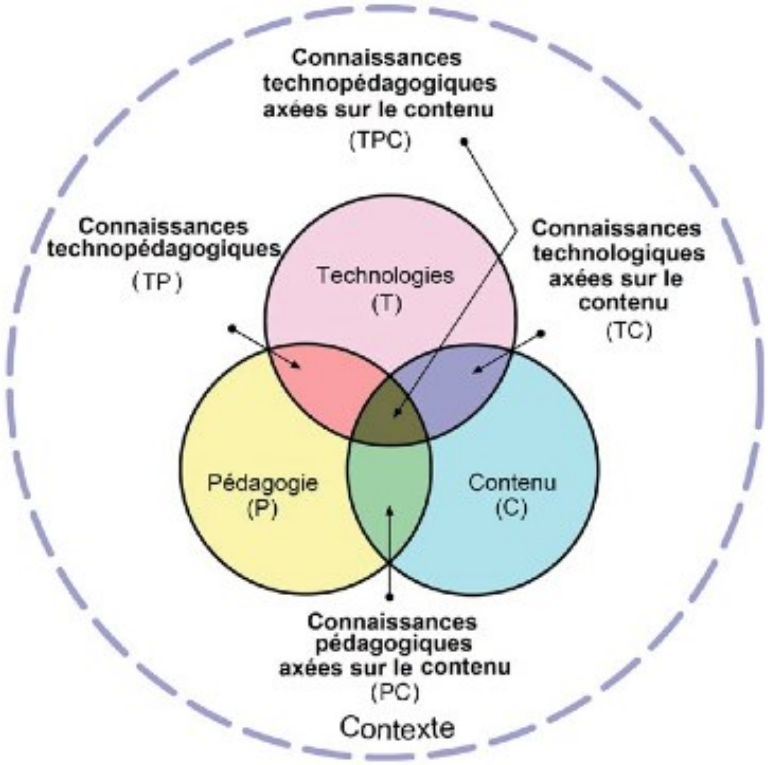
tenir compte des relations entre les notions mathématiques, leur enseignement et l'utilisation d'outils technologiques dans un contexte de formation.

Fiévez (2016) propose une typologie des modèles d'intégration des TIC dans laquelle il a fait ressortir les forces et limites de seize modèles. L'auteur a recours aux critères de qualification suivants : 1) modèles centrés sur les processus d'intégration pédagogique des TIC ; 2) modèles centrés sur les niveaux d'acquisition de l'enseignant ; 3) modèles centrés sur les processus d'intégration pédagogique des TIC et sur les niveaux d'acquisition de l'enseignant ; 4) modèles centrés sur le rôle de l'outil au sein de la relation pédagogique ; 5) modèles centrés sur les facteurs internes et externes ; 6) modèles centrés sur les connaissances technopédagogiques. Il propose aussi une analyse critique pour faire ressortir les forces et les lacunes des modèles, puis une analyse inférentielle pour développer et étendre la théorie actuelle dans un nouveau modèle amélioré. À la lumière de ce travail, il semble que des enjeux de formation en lien avec les outils technologiques pour l'enseignement des probabilités peuvent être dégagés en s'intéressant 1) aux connaissances et compétences des enseignants, 2) aux niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement et 3) aux dynamiques d'interactions en contexte de formation.

Les modèles présentés dans les sections suivantes sont choisis pour la complémentarité des angles d'entrée qu'ils offrent sur ces trois éléments, afin de décrire des enjeux de formation pour mieux comprendre ce qui se passe dans une formation continue. Le premier modèle permet de se pencher sur les connaissances et les compétences des enseignants (modèle TPACK). Le second propose une classification des niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement (modèle de Laborde). Quant au troisième, il concerne plutôt des dynamiques d'interactions en contexte de formation (modèle de Tapan).

2.5.1 Le modèle TPACK : connaissances et compétences des enseignants

Afin de se pencher sur des enjeux de formation pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, il semble nécessaire de considérer les connaissances et les compétences des enseignants. C'est l'angle proposé par le modèle TPACK (Technological Pedagogical And Content Knowledge) de Koehler et Mishra (2009) illustré dans la Figure 2.2, dans une version traduite en français par Lefebvre (2014).



(Tirée de : Koehler et Mishra, 2009, p. 63, traduite en français par Lefebvre, 2014, p. 8)

Figure 2.2 Le modèle TPACK de Koehler et Mishra

Le modèle TPACK cible trois types de connaissances, par ailleurs similaires aux ensembles de préoccupations de la Figure 1.1, à développer et à articuler entre elles :

connaissances technologiques (T), pédagogiques (P), et notionnelles (C). Selon Koehler et Mishra (2009), l'équilibre professionnel de l'enseignant se situe à l'intersection des trois types de connaissances primaires, le TPACK. Dans le développement de cette compétence, l'enseignant vise ainsi à retrouver une place qui convient à son enseignement ainsi qu'un outil d'analyse pour orienter son développement professionnel. En ce sens, l'enseignant qui utilise des outils technologiques en articulant des connaissances des trois types est considéré compétent (Voogt *et al.,* 2013). Ball *et al.* (2008) abondent aussi dans ce sens, en évoquant que les connaissances mathématiques sont nécessaires, mais non suffisantes pour enseigner les mathématiques et qu'il est donc important de développer d'autres types de connaissances.

Ce modèle est inspiré du modèle PCK (Pedagogical And Content Knowledge) de Shulman (1986, 2007) auquel on a ajouté les connaissances technologiques et toutes les intersections correspondantes. Plusieurs modèles plus spécifiques se sont ensuite inspirés du modèle TPACK, selon l'objet de la recherche. Par exemple, le modèle TPSK (Technological Pedagogical Statistical Knowledge) cible particulièrement les notions statistiques (Lee et Hollebrands, 2008) alors que le TDCK (Technological Didactical Content Knowledge) cible les connaissances didactiques plutôt que pédagogiques (Tzarava et Komis, 2015).

Le modèle TPACK apparait utile puisqu'il cible les connaissances superposées (TP, TC, PC et surtout TPC) plutôt que les connaissances primaires (T, P et C). Plus précisément, en transposant ces connaissances aux ensembles de la Figure 1.1 (l'enseignement des mathématiques, les notions probabilistes et les outils technologiques), l'intersection TC (connaissances technologiques axées sur le contenu) conduit à investiguer les connaissances liées à l'utilisation d'un outil technologique pour faire des probabilités du secondaire. L'intersection TP

(connaissances technopédagogiques) permet de s'intéresser aux connaissances qui interviennent dans l'utilisation d'outils technologiques pour enseigner les mathématiques. Finalement, l'intersection PC (connaissances pédagogogiques axées sur le contenu) cible les connaissances propres à l'enseignement des probabilités du secondaire. L'intersection centrale TPC (connaissances technopédagogiques axées sur le contenu) circonscrit quant à elle une compétence à articuler les connaissances primaires, ce qui revient dans ce cas à intégrer des outils technologiques dans des activités d'enseignement des probabilités du secondaire. Il est à noter que, pour cette recherche, le modèle TPACK est adapté pour cibler essentiellement les connaissances didactiques plutôt que les connaissances pédagogiques[27]. En effet, les connaissances des enseignants sont particulières selon la discipline enseignée, ce qui m'amène à considérer les connaissances en didactique des mathématiques plutôt que les connaissances pédagogiques qui seraient d'ordre plus général.

Aussi, il est à noter que le modèle TPACK est surtout associé à des analyses quantitatives (par exemple Holland, 2014 ; Kabakci Yurdakul et Coklar, 2014). Pour contribuer à l'avancement des connaissances, il s'avère pertinent d'avoir recours à ce modèle pour procéder à une analyse qualitative, comme l'a fait Lefebvre (2014). Une analyse qualitative permet d'analyser en profondeur chacune des composantes du modèle dans cette thèse pour décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux connaissances et compétences des enseignants. De surcroit, il faut ajouter que ce modèle est souvent utilisé en lien avec l'enseignement. Toutefois, le modèle TPACK peut aussi très bien convenir à la formation à l'enseignement, en offrant une flexibilité qui permet de cibler les connaissances et compétences déployées par des enseignants à travers le processus dynamique d'une formation continue.

[27] Dans les écrits scientifiques anglophones, le terme « didactic » n'est pas employé au même sens que le terme « didactique » dans les écrits scientifiques francophones. Cependant, le terme « pedagogy » (ou « pedagogical » ici utilisé) englobe des aspects didactiques sur lesquels cette recherche se penche.

Une critique envers le modèle TPACK est qu'il est centré sur l'enseignant sans tenir compte du contexte socioculturel, notamment les usages technologiques préexistants de l'enseignant et les considérations particulières des élèves (Collin et Karsenti, 2013). Pourtant, le modèle place les trois ensembles de connaissances dans un cercle pointillé qui est identifié comme le contexte. Il est vrai que l'accent du modèle TPACK n'est pas posé particulièrement sur le contexte socioculturel, mais ce n'est pas non plus l'objectif de cette recherche qui adopte davantage une perspective didactique.

Le modèle TPACK est donc choisi pour trois raisons principales. Premièrement, ce modèle cible bien l'intersection précise de cette recherche, ce qui pourrait me permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux connaissances et compétences des enseignants lors d'une formation continue à l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques. Ce modèle sera notamment utile pour faire ressortir les diverses connaissances et compétences déployées (ou non) par les enseignants lors d'une formation continue et les enjeux de formation qui y sont reliés. Deuxièmement, le modèle TPACK a été utilisé dans de nombreuses études internationales qui s'intéressent à l'intégration d'outils technologiques en classe. D'ailleurs, une consultation de Google Scholar révèle que l'article fondateur du modèle TPACK (Koehler et Mishra, 2009) a été cité plus de 4000 fois depuis sa publication. Il y a donc une partie importante de la communauté de recherche qui se réfère à ce modèle, qui a été validé scientifiquement. Troisièmement, le modèle TPACK provient des États-Unis, mais est maintenant assez répandu au Québec. En effet, ce modèle semble relativement connu par des praticiens et des chercheurs québécois étant donné qu'on le retrouve au Québec dans les milieux de pratique et dans des travaux de recherche (par exemple Lefebvre, 2014). Cette connaissance répandue du modèle pourrait favoriser les discussions avec les enseignants qui participeront à la formation de cette recherche doctorale, s'il s'avère nécessaire de

faire un lien explicite entre le modèle TPACK et les connaissances et compétences déployées lors de la formation continue.

Donc, ce modèle est choisi dans cette recherche doctorale pour appuyer un angle menant à décrire et comprendre des enjeux de formation concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Plus spécifiquement, ce seront des enjeux de formation, liés aux connaissances et compétences des enseignants de mathématiques dans un contexte de formation continue.

2.5.2 Le modèle de Laborde : niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement

Un autre angle pour décrire et comprendre des enjeux de formation en lien avec des outils technologiques est de cibler l'usage qu'en font les enseignants (Karsenti et Fiévez, 2013b). Le modèle de Laborde (2001) met justement l'accent sur des niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement, en présentant quatre types de rôles qui suggèrent une évolution des usages dans des tâches offertes par un outil technologique de géométrie dynamique (*Cabri*) :

> We distinguish a priori four types of roles:
> − Cabri is used mainly as facilitating material aspects of the task while not changing it conceptually;
> − Cabri is supposed to facilitate the mathematical task that is considered as unchanged: this is the case where Cabri is used as a visual amplifier (Pea, 1985) in the task of identifying properties; it is assumed that it is easier to observe that three lines always intersect in one point during the deformation of the diagram by the drag mode than in a static paper-and-pencil diagram;

> − Cabri is supposed to modify the solving strategies of the task due to the use of some of its tools and to the possibility that the task might be rendered more difficult;
> − The task itself takes its meaning or its 'raison d'être' from Cabri. (Laborde, 2001, p. 293)

À partir de cette catégorisation, j'offre une schématisation de ce modèle, par la Figure 2.3.

(Traduction libre de Laborde, 2001, p. 293)

Figure 2.3 Le modèle de Laborde

Ce modèle permet plus particulièrement de juger des différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement en distinguant, tout comme Pea (1985), l'amplification et la réorganisation des usages. En effet, Laborde (2007) précise que les deux derniers niveaux amènent à transformer la tâche :

> In the first two types, tasks are facilitated, rather than changed, by the mediation of the environment. In the last two types, tasks are changed in some way by the mediation of the environment, either because the solving strategies differ from what they used to be or because they simply are not possible outside the environment. In the case of the last type, the meaning of the task depends on the possibility of dragging. (Laborde, 2007, p. 87)

Ainsi, dans les deux premiers niveaux, l'outil technologique facilite les aspects matériels de la tâche ou la tâche elle-même, mais sans la modifier conceptuellement. C'est donc la même tâche, mais qui est facilitée par le recours à un outil technologique. Laborde (2001) spécifie même que l'outil technologique est un amplificateur (au sens de Pea, 1985) dans le deuxième niveau. Les deux autres niveaux permettent de réaliser des tâches modifiées où les usages sont alors transformés (ou réorganisés, au sens de Pea, 1985). Dans le troisième niveau, la tâche est modifiée par le recours à l'outil technologique, alors que certaines de ses fonctionnalités permettent de modifier les stratégies de résolution de la tâche. Dans le quatrième et dernier niveau, la tâche n'est réalisable que par le recours à l'outil technologique, permettant ainsi d'atteindre la raison d'être de la tâche.

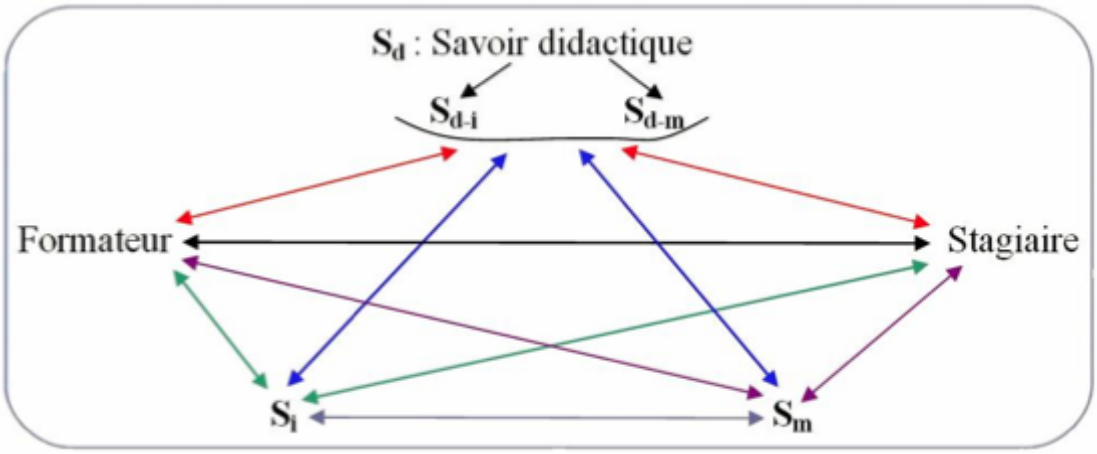
C'est donc un modèle qui se distingue des deux autres modèles retenus puisqu'il permet de catégoriser des niveaux d'utilisation en les ordonnant. Il est à noter que le modèle SAMR (Puentedura, 2010) a été considéré pour modéliser différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement, mais qu'il fait l'objet de plusieurs critiques. Par exemple, Hamilton *et al.* (2016) soulignent que les assises théoriques du modèle SAMR ne sont pas suffisamment diffusées dans les écrits scientifiques, ce qui laisse la possibilité aux praticiens de s'approprier ce modèle de diverses façons. En effet, ce modèle est parfois utilisé de façon superficielle ou déformée dans des articles professionnels. Hamilton *et al.* (2016) font ressortir quelques exemples de dérives où les praticiens reprennent le modèle sous une forme imagée et simpliste qui s'éloigne des fondements du modèle SAMR. Ces auteurs mentionnent aussi trois faiblesses du modèle, soit une absence du contexte, une structure rigide et un modèle centré sur le produit plutôt que le processus. Le modèle de Laborde (2001) est similaire, mais est issu de la didactique des mathématiques, se rapprochant ainsi de mon objet d'étude, et semble plus robuste par les fondements et exemples diffusés dans des écrits scientifiques.

Ainsi, le modèle de Laborde est retenu lui aussi dans le cadre de cette recherche, et ce, pour deux raisons principales. Premièrement, ce modèle permet de se pencher sur le discours, les perceptions et les usages déclarés des enseignants par rapport aux outils technologiques afin de leur associer un niveau d'utilisation. Par exemple, dans une formation continue, les enseignants pourraient tenter de s'approprier un simulateur ou un langage de programmation de manière à transformer l'artefact en instrument au sens de Rabardel (1995). Dans ce contexte, l'angle proposé par le modèle de Laborde pourrait amener à dégager des enjeux de formation spécifiques à la présence de différents degrés d'expertise ou de familiarité par ces enseignants. Deuxièmement, si une telle formation continue permettait d'accompagner les enseignants dans l'atteinte d'un niveau d'utilisation plus élevé, le modèle de Laborde serait pertinent pour repérer ces changements. Il pourrait alors avoir des enjeux de formation qui émergent en lien avec les différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement. Lors de la préparation des séances de formation (voir section 3.3), je reviendrai sur le choix des situations et des outils technologiques à proposer aux participants, de manière à ce que différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement soient possibles.

Donc, ce modèle est choisi dans cette recherche doctorale pour appuyer un angle menant à décrire et comprendre des enjeux de formation concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Plus spécifiquement, ce seront des enjeux de formation, liés aux niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement dans un contexte de formation continue.

2.5.3 Le modèle de Tapan : dynamiques d'interactions en contexte de formation

Étant donné que le modèle TPACK et le modèle de Laborde ne s'inscrivent pas nécessairement dans un contexte de formation, une perspective complémentaire est offerte par l'étude des dynamiques d'interactions, permettant de mettre en lumière des défis, tensions et possibilités en contexte de formation. Le modèle développé par Tapan (2006), s'inspire du triangle didactique (enseignant / élève / savoir) de Brousseau (1986) pour organiser les interactions entre le formateur, le formé et les savoirs développés en formation, comme l'illustre la Figure 2.4.



(Tirée de : Tapan, 2006, p. 31)

Figure 2.4 Le modèle de Tapan

Ce modèle présente quatre types de savoirs qui entrent en interaction. Le savoir instrumental (S_i) est un savoir sur l'usage de l'artefact, par exemple un outil technologique comme un simulateur d'expériences aléatoires. Pour cette recherche, le savoir mathématique (S_m) concerne les notions probabilistes du secondaire. Les savoirs didactiques se dissocient en deux types de savoirs, soit le savoir didactique-instrumental ($S_{d\text{-}i}$) qui désigne le savoir didactique lié à la mise en œuvre de l'artefact

dans une situation d'enseignement et le savoir didactique-mathématique ($S_{d\text{-}m}$) qui désigne plutôt le savoir lié à la mise en œuvre des notions mathématiques dans une situation didactique. Selon Tapan (2006), il existe une imbrication très forte entre ces savoirs. Ce modèle permet d'identifier des savoirs mathématiques, instrumentaux (ou technologiques) et didactiques ciblés dans un contexte de formation, en s'intéressant aux dynamiques d'interactions entre le formateur et les formés qui sont eux-mêmes dynamiquement liés aux savoirs développés.

En ciblant les dynamiques d'interactions, ce modèle pourrait permettre de retracer l'évolution du discours et des interactions posées dans une formation. Par exemple, en analysant l'évolution des discussions en lien avec la variabilité des expériences aléatoires ainsi que les actions posées par les enseignants sur ce thème dans une formation continue, il serait possible de décrire et comprendre des enjeux de formation spécifiques à cette notion probabiliste. Ainsi ce modèle fournit une structure flexible qui permet de porter une attention particulière au processus à travers les dynamiques d'interactions.

Il faut préciser que ce modèle a été élaboré pour un contexte de formation initiale où les formés sont des stagiaires, alors que cette recherche se penche sur la formation continue où les formés sont des enseignants en exercice et des conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire (j'y reviendrai de façon plus détaillée dans le chapitre suivant qui présente les considérations méthodologiques). Même s'il existe un saut entre la formation initiale et la formation continue ou encore entre les novices et les experts (Lanaris et April, 2013), le modèle de Tapan semble pouvoir tout aussi bien convenir aux deux contextes, même si les interactions entre les savoirs pourront être de nature et d'échelle différentes. À ma connaissance, ce modèle n'a pas encore été repris par des chercheurs et n'a donc pas été validé scientifiquement, alors cette recherche doctorale permettra d'expérimenter ce modèle afin d'apporter des

distinctions intéressantes dans un angle d'entrée qui pourrait permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation reliés aux dynamiques d'interactions en contexte de formation continue.

Ainsi, le modèle de Tapan est également retenu pour deux raisons principales. Premièrement, en s'intéressant aux dynamiques d'interactions, ce modèle permet de retracer l'évolution du discours et des actions posées dans une formation à l'enseignement. Un regard didactique posé sur cet itinéraire pourrait permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation. Deuxièmement, le modèle de Tapan s'intéresse aux savoirs (de manière similaire au modèle TPACK qui s'intéresse aux connaissances et compétences des enseignants), mais il va au-delà de ces savoirs, en tenant compte plus spécifiquement des interactions entre le formateur, le formé et les savoirs.

Donc, ce modèle est choisi dans cette recherche doctorale pour appuyer un angle menant à décrire et comprendre des enjeux de formation concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Plus spécifiquement, ce seront des enjeux de formation, liés aux dynamiques d'interactions entre le formateur, les formés (enseignants) et les savoirs déployés dans un contexte de formation continue.

2.6 Les objectifs de recherche

La précision des concepts en jeu et la présentation des modèles reliés au sujet d'étude apportent un éclairage sur la question énoncée dans le chapitre précédent (Quels enjeux de formation émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ?). Dans le but d'avancer

sur cette question de recherche, en me penchant sur des enjeux de formation à dégager d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, ces modèles apportent une richesse reliée à leurs angles d'entrée complémentaires. Je pose ainsi ces trois objectifs de recherche :

1) Décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux connaissances et compétences des enseignants, pour l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ;

2) Décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques, pour l'enseignement des probabilités du secondaire ;

3) Décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux dynamiques d'interactions entre le formateur, le formé et les savoirs, pour l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Dans la même optique que Proulx (2007), ces objectifs de recherche sont perçus comme des objectifs sur lesquels travailler, et non comme des objectifs à atteindre. Ces objectifs servent alors de points de départ desquels les résultats peuvent émerger.

Pour opérationnaliser ces objectifs, je dois préciser ce que j'entends par « décrire et comprendre » des enjeux de formation. En effet, je ne vise pas seulement une identification des enjeux de formation à la manière d'une liste. En décrivant chacun des enjeux de formation qui émergent d'une formation continue spécifique, j'ai un souci d'exemplification, mais surtout de compréhension des enjeux de formation en les situant dans le processus de la formation. Le fait de dégager des enjeux de formation (ou des concepts organisateurs) d'une formation continue permettrait de

« comprendre l'activité de l'intérieur, par son organisation interne » (Pastré, 2007, p. 92), c'est-à-dire les éléments importants à considérer pour la formation, à la fois du point de vue du formateur et des formés. Cette compréhension des enjeux de formation est possible à l'aide des trois angles d'entrée appuyés par les trois modèles.

En ce sens, ces modèles ne constituent pas un cadre d'analyse, mais servent plutôt à dégager des angles selon lesquels repérer des enjeux de formation par des angles complémentaires. Il faudra encore situer des enjeux de formation selon le contexte ancré dans une formation d'enseignants de mathématiques au secondaire, illustrer comment ils se manifestent, puis expliquer comment ils sont reliés et quelle place ils prennent dans cette formation continue. Dans le prochain chapitre, je présente les considérations méthodologiques qui s'en suivent.

CHAPITRE III

CONSIDÉRATIONS MÉTHODOLOGIQUES

Au chapitre précédent, le cadre conceptuel présente quelques concepts (formation, enjeu de formation, outils technologiques et approche fréquentielle) au cœur de cette recherche doctorale, ainsi que trois modèles (modèle TPACK, modèle de Laborde et modèle de Tapan) qui offrent des angles complémentaires (connaissances et compétences des enseignants, niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement et dynamiques d'interaction) pour décrire et comprendre des enjeux de formation dans un contexte de formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Dans ce chapitre, je présente les considérations méthodologiques de cette recherche. D'abord, je me situe parmi les courants de recherche et j'argumente pourquoi la méthode de recherche de recherche-formation est pertinente, dans un contexte de formation continue. Je présente ensuite les choix méthodologiques pour donner les lignes directrices de la façon dont cette recherche est menée. Puis, j'explique la préparation de chacune des séances de formation, par le choix des situations et des thèmes à aborder avec les participants, qui s'appuient sur les concepts et modèles du chapitre précédent. Finalement, je présente l'opérationnalisation de cette recherche, notamment en ce qui concerne le recrutement des participants et la collecte des données.

3.1 Le choix d'une méthode de recherche : la recherche-formation

Je vais maintenant établir les balises de la méthode de recherche en me positionnant d'abord parmi les courants de recherche. D'entrée de jeu, cette recherche se situe dans le courant de la recherche qualitative (Anadòn, 2006 ; Savoie-Zajc, 2011), par la nature des objectifs de recherche posés au chapitre précédent. Pour décrire et comprendre des enjeux de formation concernant la formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, il serait pertinent que cette recherche réunisse l'expertise de divers formateurs pour qu'ils partagent leur expérience sur ce sujet précis. Jaworski (2011) propose d'ailleurs que les enseignants soient inclus dans des travaux de recherche comme des partenaires avec leur expertise complémentaire :

> Teachers should be included as partners in teacher education initiatives with their teacher educator colleagues, with mutual respect for the knowledge and expertise of both partners and complementary contributions to the nature and design of programs. (Jaworski, 2011, p. 40)

Une méthode de recherche qui découlerait d'une telle posture pourrait alors être celle de la recherche collaborative. Cependant, comme je l'ai mentionné précédemment, il y a très peu de formation (initiale et continue) qui semble offerte sur le thème de l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques. Il y a aussi très peu d'experts formateurs sur l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. La recherche collaborative semble donc difficilement envisageable, mais il est tout de même possible ici de s'inspirer de certains éléments de cette méthode de recherche, en partie parce que le lien entre les chercheurs et les praticiens est jugé indispensable pour l'avancement en recherche selon le Conseil supérieur de l'éducation (2014). Ainsi, une recherche qui met à profit l'expérience

des enseignants et des conseillers pédagogiques[28] en mathématiques au secondaire parait essentielle si l'on souhaite atteindre les objectifs fixés pour travailler avec eux et témoigner de la complexité du contexte de formation continue. Le Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques, qui s'est penché sur les enjeux de formation des enseignants dans un tel contexte, explique : « Il n'est donc pas question ici de réaliser une analyse documentaire de cas, mais bel et bien de dégager, à travers une réflexion sur ceux-ci, des manières de concevoir la contextualisation en mathématiques et les enjeux de formation des enseignants qui peuvent s'y rattacher » (GREFEM, 2018, p. 73). Cette distinction est parlante ici : de la même façon, les participants à cette recherche ne seront pas considérés comme des cas (pour en faire une étude de cas), mais plutôt comme des praticiens réflexifs desquels leur expérience permet de mieux comprendre le phénomène ciblé.

Plus particulièrement, cette participation de praticiens dans un contexte de formation continue permettra d'alimenter des discussions autour d'enjeux d'enseignement, de manière à décrire et comprendre des enjeux de formation qui émergeront. Il s'agirait donc de mettre en place une formation continue permettant aux participants de déployer des connaissances et compétences (en lien avec le premier objectif de recherche), de réfléchir à l'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement (en lien avec le deuxième objectif de recherche), puis d'interagir dans l'action d'une formation continue (en lien avec le troisième objectif de recherche), dans des situations concernant l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. La méthode de recherche choisie doit alors encourager des échanges et des interactions riches. Ainsi, une collaboration avec des praticiens peut s'instaurer

[28] Dans le système scolaire québécois, les conseillers pédagogiques « agissent auprès des enseignants et enseignantes en tant "qu'experts-conseils" en pédagogie et en intervention (Héon, 2004). […] Cette présence au milieu de la pratique en fait des acteurs qui connaissent bien le travail des enseignants et des enseignantes, ainsi que la réalité de la classe (Lessard, 2008) » (Bednarz et al., 2019, p. 142-143).

à l'intérieur des séances de formation qui prennent la forme de rencontres de travail où les participants sont actifs et non pas en posture passive (face à des exposés magistraux, par exemple). Ce contexte de formation continue pourrait faire émerger des enjeux de formation en lien avec les enjeux d'enseignement qui les animent.

Pour ce faire, j'envisage donc une recherche s'inscrivant dans la grande famille des recherches participatives où, comme dans la recherche collaborative, le chercheur travaille *avec* les praticiens plutôt que *sur* eux (Desgagné *et al.,* 2001). Ce choix méthodologique est appuyé sur une posture visant à reconnaitre l'expertise du praticien par rapport à son métier et les logiques d'actions (Roditi, 2013) qui les sous-tendent. La méthode de recherche pourrait donc favoriser la mise en place d'une formation continue qui est liée aux enjeux d'enseignement identifiés par les participants. En ce sens, je rappelle que les enjeux d'enseignement peuvent servir de points de départ pour éventuellement pister vers des enjeux de formation.

Les méthodes de recherche participative amènent à considérer un lien étroit entre les milieux de recherche et de pratique. Ces méthodes relèvent les rôles multiples que doit occuper le chercheur ainsi que son implication profonde, ancrée dans les pratiques des participants et prolongée dans le temps pour mener à bien ce type de recherche. Selon la posture de cette recherche doctorale, il serait donc approprié d'adopter une méthode qui appartient à la famille des recherches participatives et qui se préoccupe du développement professionnel des enseignants. Le Conseil supérieur de l'éducation (2014) recommande d'ailleurs aux chercheurs :

> […] de tenir compte de la maîtrise d'œuvre du personnel enseignant sur son projet de développement professionnel et de la nécessité d'offrir un soutien qui favorise le développement du pouvoir d'agir individuel et collectif lors de l'élaboration de leurs projets de recherche qui portent sur le développement professionnel du personnel enseignant. (Conseil supérieur de l'éducation, 2014, p. 157)

Selon Lajoie et Saboya (2013), la recherche peut être mise à profit de diverses façons pour soutenir les interventions du formateur, de façon à ce que la recherche soit perçue comme un moyen de contribuer à la formation à l'enseignement. Puisque cette recherche se veut étroitement liée à la formation, la recherche-formation s'avère pertinente. En effet, dans la recherche-formation, la finalité est de documenter, dans une formation, des contenus professionnels *par*, *pour* et *chez* les enseignants (Bednarz et Proulx, 2010). Dans le cas de cette recherche doctorale, les contenus professionnels à documenter sont les enjeux de formation.

Une méthode de recherche-formation pourrait ainsi amener à décrire et comprendre des enjeux de formation, ne serait-ce que par la richesse du double rôle du chercheur-formateur (Prud'homme *et al.,* 2012). La posture de chercheur est alors imbriquée à la posture de formateur pour n'en former qu'une seule : la posture de chercheur-formateur. Selon Cros (1989), les métiers respectifs de chercheur et de formateur ont des recoupements de compétences, mais ce sont bel et bien des métiers distincts. Le chercheur-formateur qui assume ces deux rôles est amené à s'ajuster constamment (Monbaron, 2005) pour que la recherche-formation réponde à la fois aux besoins de recherche et aux besoins de formation. En ce sens, Barbier (1985) affirme qu'il y a un décalage entre les objectifs des chercheurs et des praticiens, alors le chercheur-formateur est à la fois en acte de recherche et en acte de formation pour répondre aux objectifs de chacun. Le fait d'adopter uniquement un rôle de chercheur, par exemple en expliquant théoriquement les modèles de cette thèse, ne répondrait probablement pas aux attentes des participants et à leur liberté d'ouvrir vers les enjeux d'enseignement qui les concernent. À l'opposé, un rôle de formateur qui répond aux besoins des formés, quels qu'ils soient (par exemple, au niveau technologique en m'éloignant de l'enseignement des probabilités), occasionnerait un risque de perdre de vue les objectifs de recherche. Il y a donc un équilibre à prendre en compte dans les rôles de chercheur et de formateur. Ainsi, le double rôle du chercheur-formateur

est exigeant[29], mais offre aussi des avantages. En effet, le chercheur-formateur qui participe lui aussi à la construction de sens, à l'émergence et au développement de pratiques enseignantes (Bednarz et Proulx, 2010) peut favoriser la collaboration et les interactions avec des enseignants pour atteindre les objectifs de recherche.

En outre, Marcel (1999) considère que le rôle du praticien qui participe dans une recherche-formation consiste à perfectionner son enseignement, en prenant la position d'acteur et d'auteur de sa démarche de développement professionnel, ce qui peut d'ailleurs soulever des enjeux de formation spécifiques. La recherche-formation vise donc à la fois le développement professionnel pour le praticien, à travers une formation continue qui lui est offerte, ainsi qu'une recherche sur cette formation pour contribuer à l'avancement des connaissances pour la communauté de recherche. La recherche-formation prend donc la forme d'un mouvement itératif de va-et-vient entre les pôles de formation et de recherche (Bednarz et Proulx, 2010), dans lequel on peut alterner des séances de formation (pôle formation) avec des analyses et réflexions (pôle recherche). De plus, Marcel (1999) rappelle l'importance du trait d'union dans la recherche-formation, non pas pour que les chercheurs et les praticiens échangent leur rôle, mais plutôt pour que recherche et formation soient « en interrelation, conservant chacune leur spécificité tout en s'enrichissant réciproquement » (p. 91). Selon ce chercheur, la recherche-formation s'insère bien dans un contexte de formation continue et est cohérente avec une recherche à caractère exploratoire.

Il convient toutefois de préciser que la recherche-formation s'enracine dans des intentions différentes selon qu'on se positionne sous l'angle spécifique de la didactique (par exemple, Bednarz et Proulx, 2010 ; Jorro, 2007 ; Marcel, 1999 ;

[29] Je reviendrai de façon plus détaillée sur la complexité du double rôle de chercheur formateur dans la sous-section 3.2.2.

Monbaron, 2005) ou plus largement en éducation (par exemple, Hétu et Boyer, 1988 ; Lanaris, 2001 ; Pineau, 1985). Dans une perspective plus large d'éducation, Lanaris (2001) soutient que la recherche-formation vise à mieux comprendre le processus de changement des pratiques du formateur. Selon moi, ce regard porté sur le changement s'apparente davantage à la famille de la recherche-action (Chevrier, 1994 ; Dolbec et Prud'homme, 2008) et il convient de préciser que le changement de mes pratiques de formateur n'est ni l'objectif ni l'objet d'étude de cette recherche (bien que ce soit une retombée possible). En ce qui concerne les enseignants et conseillers pédagogiques appelés à participer à cette recherche, le changement de leurs pratiques pourrait être leur objectif en participant aux séances de formation, mais encore une fois un tel changement de pratiques n'est ni l'objectif ni l'objet d'étude de cette recherche. Par exemple, en ce qui concerne le deuxième objectif de recherche, la visée n'est pas d'amener les enseignants à passer d'un niveau d'utilisation d'un outil technologique pour l'enseignement à un niveau supérieur par la formation continue, mais plutôt de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement ou au passage d'un niveau d'utilisation à un autre s'il y a lieu. D'ailleurs, Marcel (1999) soutient que la recherche-formation n'a pas à assumer la responsabilité d'un changement auprès des participants comme c'est le cas dans une recherche-action par exemple.

La méthode de recherche-formation sous un angle didactique est donc ce qui semble le mieux aligné avec mes préoccupations de recherche, centrées sur la formation, tout en ciblant un sujet particulier, soit l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Une recherche-formation amène ainsi à documenter ce qui se passe dans une formation continue et ce qui en découle pour la formation (initiale et continue). Une telle recherche-formation permet de répondre au problème de recherche précédemment identifié, pour décrire et comprendre des enjeux de formation dans ce contexte de formation précis.

Il est à noter qu'il existe relativement peu d'écrits, à ma connaissance, qui décrivent cette méthode de recherche. De plus, ces textes sont tous écrits en français étant donné que les traductions en anglais du terme « recherche-formation » (par exemple, *professionnal development research* ou *research training*) ne sont pas vraiment équivalentes sémantiquement. Le Tableau 3.1 présente des exemples de pratiques méthodologiques en recherche-formation.

Tableau 3.1 Des pratiques méthodologiques en recherche-formation

Textes	Types de textes	Organisation et nombre de participants	Outils de collecte de données
Marcel (1999)	Article méthodologique	Suggère 2 chercheurs et 10-15 participants	Place de l'écrit (journal du chercheur et des participants)
Bednarz et Proulx (2010)	Article de recherche empirique	14 rencontres avec 18 participants répartis en deux groupes	Enregistrement des rencontres, journal de recherche et entrevues individuelles
Monbaron (2005)	Article de recherche empirique	27 rencontres avec 8 participants	Enregistrement des rencontres et rédaction de récits
Jorro (2007)	Article de recherche empirique	60 participants	Questionnaires ouverts

Ces pratiques méthodologiques sont assez variées, en ce qui concerne le nombre de participants et les outils de collecte de données[30]. Pour enrichir cette méthode de recherche qui demeure somme toute assez peu documentée, je vais intégrer certains éléments provenant d'autres méthodes qui ont des fondements similaires à ceux de la recherche-formation, notamment la recherche collaborative (Bednarz, 2013 ; Bednarz

[30] Je reviendrai de façon plus détaillée sur ces choix méthodologiques dans les sections 3.2 et 3.4.

et al., 2012 ; Desgagné, 1997 ; Desgagné et Bednarz, 2005 ; Desgagné *et al.,* 2001 ; Morrissette, 2013) et la recherche-action-formation (Charlier, 2005 ; Paillé, 1994 ; Prud'homme *et al.,* 2011 ; Prud'homme *et al.,* 2012). Par exemple, comme le désigne Monbaron (2005), quelques éléments de la recherche-action-formation sont compatibles avec la recherche-formation, si on délaisse la visée de changement. En fait, selon Marcel (1999), une recherche-formation peut mener à une transformation de la réalité à travers la recherche de compréhension des pratiques, mais les connaissances produites portent sur les pratiques plutôt que sur leurs transformations (comme c'est le cas dans une recherche-action). En d'autres mots, la visée des séances de formation (sous forme de rencontre de travail, de discussions et de partage d'expérience) n'est pas de transformer le milieu, bien que ce soit une retombée possible.

Enfin, je crois utile de noter également que cette recherche doctorale s'inscrit dans un courant de recherche exploratoire (Trudel *et al.,* 2007) au sens où elle vise « à clarifier un problème qui a été plus ou moins défini » (p. 39). En effet, même si j'ai pu proposer une définition de la notion d'enjeu de formation et plusieurs pistes pour en identifier, il s'agit encore d'un questionnement assez général et très ouvert. Cette recherche se donne donc comme fonction d'ouvrir de nouvelles perspectives de recherche tout en contribuant à avancer sur les objectifs ciblés.

3.2 Les choix méthodologiques

En fonction des objectifs de recherche, je fais des choix méthodologiques pour cette recherche doctorale. Ces choix concernent les fondements de cette recherche, le double rôle du chercheur-formateur, puis la formation continue.

3.2.1 Les choix quant aux fondements de cette recherche

Je vais commencer par présenter brièvement les choix quant aux fondements de cette recherche en reprenant des éléments de la section précédente et en m'appuyant sur les concepts qui m'ont permis de définir la notion d'enjeu de formation (concepts organisateurs, « professional noticing » et double approche didactique et ergonomique). J'adopte une méthode de recherche-formation de manière à décrire et comprendre des enjeux de formation concernant la formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Plus particulièrement, je vais offrir une formation continue[31] aux participants pour qu'ils puissent en tirer profit directement, puis pour que cette recherche bénéficie des expériences de ces praticiens pour faire émerger des enjeux de formation. Une telle formation apparait pertinente au sens où très peu de telles occasions de formation continue semblent offertes dans le domaine de cette recherche doctorale. Comme mentionné précédemment, il s'avère pertinent de travailler *avec* des praticiens pour mieux s'ancrer dans la complexité de l'enseignement.

Le fait de considérer les contraintes et les marges de manœuvre qui structurent l'enseignement, pour aborder des enjeux d'enseignement (reliés à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques) avec des enseignants dans une formation continue, pourrait permettre de dégager des enjeux de formation. Pour décrire et comprendre de tels enjeux, cette recherche s'imbrique dans la formation pour témoigner également de la complexité du processus de formation :

> Cette imbrication dans la formation s'avère donc porteuse en regard du sens pouvant être développé dans ce processus de formation, de manière à

[31] Je reviendrai de façon plus détaillée sur la préparation des séances de formation dans la section 3.3.

> pouvoir le comprendre et le documenter de l'intérieur – et non de l'extérieur. Il y a donc pour nous, dans cette position, presqu'une nécessité scientifique de s'intégrer dans le processus même de formation, pour bien saisir sa complexité et la subtilité des événements qui s'y produisent ; ce qu'une position externe d'observateur ne peut que difficilement nous offrir. (Bednarz et Proulx, 2010, p. 27)

Comme pour Bednarz et Proulx (2010), il s'agit ici de documenter la formation de l'intérieur, en intégrant le chercheur dans le processus même de la formation. Une position de participant à l'interne (plutôt qu'un observateur externe) facilite la possibilité de s'imprégner du contexte et de tenir compte de la subtilité des évènements qui se produisent dans les séances de formation.

3.2.2 Les choix quant au double rôle du chercheur-formateur

Cette implication de l'intérieur comme chercheur-formateur m'aidera donc à décrire et comprendre des enjeux de formation. En effet, occuper le double rôle du chercheur-formateur[32], me permettra de questionner et relancer les participants tout en réfléchissant avec eux de l'intérieur de la formation. Il s'agit néanmoins d'un rôle difficile, particulier à cette méthode de recherche, qui demandera des ajustements continuels. Du point de vue des fondements, il témoigne d'un choix qui correspond à ce que Monbaron (2005) appelle un « refus délibéré d'objectivité, de distance, de maîtrise totale de l'objet et du processus » (p. 371). Ainsi, dans cette recherche doctorale, je ne cherche pas à adopter une posture d'objectivité et de distance par rapport au processus de la formation continue à expérimenter : je ne souhaite pas observer les participants de l'extérieur. Afin de favoriser l'émergence d'enjeux de

[32] D'autres expressions, tel que chercheur-praticien, se retrouvent chez certains auteurs (notamment Bucheton et Jorro, 2009) pour désigner le double rôle du chercheur qui est également formateur d'enseignants.

formation lors des séances de formation, je vais m'impliquer auprès d'enseignants et de conseillers pédagogiques tout en étant sensible à leurs besoins par rapport à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Je serai ainsi être en première ligne pour décrire et comprendre des enjeux de formation.

Une difficulté associée aux rôles du chercheur-formateur concerne le risque d'un déséquilibre des pôles de recherche et de formation (Goos, 2014). Par exemple, si comme formateur je devenais un participant comme les autres en étant entrainé ailleurs dans le courant de la formation, le pôle de recherche risquerait d'en souffrir si les données ne permettaient pas d'avancer sur les objectifs de recherche. D'un autre côté, si comme chercheur j'étais trop centré sur le travail de recherche sans aller à la rencontre des participants et de leurs préoccupations, ils risqueraient de ne pas s'engager pleinement dans la formation, ce qui soulèverait d'autres types d'enjeux de formation que ceux ciblés par cette thèse. Selon Goos (2014), de tels risques de dérives semblent être partagés par l'ensemble des recherches participatives dans lesquelles le chercheur assume un double rôle. Pour éviter ces glissements, Marcel (1999) va jusqu'à proposer qu'une recherche-formation soit menée par deux chercheurs qui se répartissent les deux fonctions :

> La première fonction concernera la conduite au groupe, la direction de la recherche par les formés. La seconde fonction se situera en retrait par rapport à la recherche, se cantonnant à celle de personne-ressource. Le second chercheur se chargera des séances d'évaluation et de régulation du fonctionnement du groupe. L'extériorité qui le caractérise facilitera cette gestion psychosociale mais surtout permettra d'avoir un regard distancié sur le fonctionnement de son collègue chercheur. Il exercera une sorte de vigilance qui évitera au premier chercheur de se départir de sa posture de scientifique et de dériver vers une conduite fusionnelle ou interventionniste avec le groupe de formés. (Marcel, 1999, p. 93)

Si je voulais tenir compte de la proposition de Marcel (1999), il faudrait que les fonctions de recherche et de formation soient partagées entre un chercheur-formateur et moi. Puisqu'il s'agit d'une recherche doctorale, cette solution est difficilement envisageable[33]. D'autre part, comme on vient de le voir, occuper ces deux fonctions simultanément pourrait enrichir la recherche. Par contre, afin de garder autant que possible un juste équilibre entre les pôles de recherche et de formation, je tiendrai un journal de recherche[34] permet de recueillir mes notes de terrain, mes constats, mes attentes et mes premières analyses *in situ* lors de la collecte de données. Ce journal de recherche favorisera un certain recul par rapport aux séances de formation tout en m'aidant à ajuster les séances subséquentes au besoin. Aussi, la tenue de rencontre de recherche régulière avec mon comité de direction de recherche, dont l'expérience en recherche et en formation sera également mise à profit, me permettra de bénéficier de leur vigilance et de rester centrer sur les besoins de cette recherche à l'égard de ses objectifs. Le journal de recherche sera ainsi utile à la tenue de ces rencontres.

Quelques chercheurs parlent par ailleurs de « récits de formation » (notamment Desmarais *et al.* 2005 ; Marcel, 1999 ; Prud'homme, 2007 ; Prud'homme *et al.,* 2012) comme outil méthodologique pertinent pour retracer les moments importants d'une formation. Desmarais *et al.* (2005) adoptent une approche autobiographique où le récit de formation devient à la fois un outil méthodologique et un outil de formation. Le récit de formation peut être rédigé du point de vue du formateur ou de celui des participants, selon l'intention ciblée. Voici pourquoi et comment Prud'homme (2007)

[33] J'y reviendrai ultérieurement, mais un deuxième chercheur-formateur m'assiste exceptionnellement lors de la quatrième séance de formation, afin de faire bénéficier les participants de son expérience sur le sujet de cette séance.

[34] Je reviendrai de façon plus détaillée sur le journal de recherche dans la section 3.4.2, lors de la description des outils de collecte de données.

se sert du récit de formation, alors que le chercheur-formateur rédige un récit de formation qu'il soumet ensuite aux formés :

> Les comptes rendus offrent une condensation quasi immédiate des données à partir de laquelle un travail d'analyse peut rapidement se mettre en œuvre en prévision de la prochaine rencontre. Soutenu par les notes personnelles qu'il rédige, le chercheur procède ainsi à la mise en forme d'un récit qu'il soumet aux acteurs dès le début de la rencontre suivante. Il s'agit d'un texte suivi qui retrace les discussions de la journée [de formation] précédente et qui soutient les délibérations sur le sens en construction avant d'entreprendre une nouvelle étape du processus. Il s'avère un exercice d'écriture à la fois descriptive et analytique qui cherche à reconstituer l'expérience de formation de manière relativement détaillée et à illustrer ou expliciter de premiers constats qui émergent de ce traitement initial des données par le chercheur. Relevons qu'à cette étape, il n'est pas rare de recourir à l'enregistrement audio pour récupérer le mot à mot de certaines discussions afin de préciser des échanges qui semblent le réclamer, une opération qui demeure malgré tout beaucoup moins exigeante en termes de temps que d'effectuer ce premier niveau d'analyse à partir du verbatim intégral. […] Présentée comme un « travail délibéré d'écriture et de réécriture, sans autre moyen technique » (Paillé et Mucchielli, 2003, p. 101), cette pratique consiste à produire assez rapidement des textes suivis qui détaillent, explicitent et illustrent des constats que le chercheur effectue au fur et à mesure que l'expérience progresse. Ces textes, qui font office de comptes rendus plus analytiques, se présentent comme des tentatives d'interprétation que le chercheur soumet aux participants dans le processus de clarification conceptuelle. (Prud'homme, 2007, p. 109-110)

Parmi les retombées possibles du récit de formation, Prud'homme (2007) évoque d'ailleurs que cet outil méthodologique, pris en charge par le chercheur-formateur, offre des pistes d'action et de réflexion autant pour les formés que pour le formateur.

Le recours à de tels récits sera ainsi un ajout intéressant à cette recherche et tout à fait cohérent avec ses fondements[35].

3.2.3 Les choix concernant la formation continue

Cette recherche s'organise donc autour de la formation continue, et plus précisément d'un dispositif conçu de manière à ce que les enseignants puissent travailler sur des situations pertinentes pour l'enseignement des probabilités au secondaire avec des outils technologiques. J'imagine donc des séances de formation flexibles, à partir de situations proposées par le formateur ou les formées eux-mêmes, sous forme de rencontres de travail en groupe réunissant des enseignants et des conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire. En ce sens, cette démarche de formation continue est ajustée *avec* et *par* les praticiens, ce qui diffère des formations traditionnellement conçues « sur mesure » *pour* les praticiens (Charlier, 2005). De plus, tout comme pour la recherche-formation de Bednarz et Proulx (2010), cette recherche se veut ancrée dans l'action de la formation continue et donc relative au contexte de formation particulier, qui caractérise les enjeux de formation qui en émergent.

Un autre choix méthodologique important à expliciter est la visée de la formation continue expérimentée dans cette recherche-formation. Du point de vue de la recherche, le but premier de la formation sera de dégager des enjeux de formation en vue de les décrire et de les comprendre. Mais il ne s'agit pas de faire une formation sur les enjeux de formation puisqu'on ne les connait pas encore. C'est plutôt une formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils

[35] Je reviendrai de façon plus détaillée sur le récit de formation dans la section 3.4.2, lors de la description des outils de collecte de données.

technologiques, sous forme de rencontres de travail où les participants sont amenés à réfléchir et à partager leur expérience en lien avec des situations sur ce thème.

De façon un peu similaire, à partir d'une formation en enseignement des probabilités, Theis et Savard (2011) identifient trois éléments prometteurs pour la formation continue : « 1) travail sur les mathématiques en cause ; 2) mise à la disposition du personnel enseignant d'outils pertinents pour leur enseignement ; 3) accompagnement didactique des enseignants dans la planification d'activités en classe » (p. 1). En lien avec le premier élément, ils mentionnent que le choix de mathématiques est important dans une formation continue et qu'il y a intérêt à travailler sur des mathématiques qui sont en lien avec ce qui est enseigné, afin de développer des situations qui pourront être directement réinvesties dans la classe des enseignants participants (Theis et Savard, 2011). Dans cette recherche-formation, un tel travail sur les mathématiques pourrait permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux connaissances et compétences des enseignants (premier objectif de recherche). Le deuxième élément suggère le développement d'activités d'apprentissage où il est nécessaire d'avoir recours à des outils technologiques (comme le simulateur d'expériences aléatoires, par exemple) pour articuler les approches fréquentielle et théorique. Ainsi, cette recherche doctorale pourrait m'amener à décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement (deuxième objectif de recherche). En ce qui concerne le troisième élément, Theis et Savard (2011) précisent que leur rôle de chercheur consiste à accompagner les enseignants et à questionner leurs choix reliés aux activités qu'ils développent pour optimiser et enrichir ces activités tout en tenant compte des contraintes réelles du milieu scolaire. De telles discussions pourraient fournir l'opportunité de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux dynamiques d'interactions entre le formateur, le formé et les savoirs (troisième objectif de recherche).

Afin d'assumer pleinement mon double rôle de chercheur-formateur, cette recherche-formation offre une formation continue aux participants pour alimenter leur développement professionnel, en plus de contribuer à l'avancement des connaissances par les enjeux de formation émergeant de cette formation continue. C'est en étant ancré dans les pratiques enseignantes déclarées par les participants, selon les enjeux d'enseignement qui les préoccupent, avec une posture d'ouverture et de flexibilité, que je pourrai décrire et comprendre des enjeux de formation.

D'autres choix concernant la formation proposée aux participants sont inspirés de Debien (2010), qui a identifié des modalités favorisant le développement professionnel d'enseignants de mathématiques du secondaire. Ses résultats indiquent que les enseignants préfèrent mener des projets pédagogiques dans leur milieu pour tenter de résoudre des problèmes d'enseignement, que de participer à des travaux de recherche. Dans une recherche-formation, il apparait important d'instaurer un environnement de communauté de pratique pour que les praticiens puissent notamment échanger sur des obstacles rencontrés par les élèves, ce qui correspond à des besoins relevés par Debien (2010). Je vais donc tenter de permettre à chaque participant de prendre sa place en s'exprimant sur son enseignement et en interagissant avec les autres participants. Je souhaite ainsi optimiser le nombre d'opportunités à saisir lors de l'animation des séances de formation pour faire émerger des enjeux de formation, tout en maintenant une dynamique où les enseignants peuvent travailler individuellement, en sous-groupes ou tous ensemble de manière à varier les interactions possibles entre le formateur, les formés et les savoirs.

Bednarz et Proulx (2010) relèvent également l'importance du mouvement itératif de va-et-vient entre formation et recherche qui s'installe au fil des séances. En ce sens, cinq rencontres de trois heures espacées d'au moins un mois sont mises en place, en passant d'une rencontre à l'autre d'une phase d'*action* en formation à une phase de

réflexion en recherche. En d'autres mots, il y a un cycle articulé entre la réflexion pour planifier une séance de formation, suivie de l'action de la rencontre, puis de la réflexion pour analyser cette rencontre. Je peux ensuite ajuster la planification la séance suivante pour dégager des enjeux de formation et favoriser le développement professionnel des participants. Le processus se reproduit ainsi de façon itérative. La Figure 3.1 illustre le processus de la recherche-action-formation sous forme de cycles similaires à ceux de la recherche-formation.

(Prud'homme *et al*., 2011, p. 174)

Figure 3.1 Le processus de la recherche-action-formation

Puisque les enseignants et les conseillers pédagogiques retournent dans leur milieu de pratique entre chacune des séances de formation, la démarche réflexive,

l'expérimentation de certaines situations et les prises de conscience se poursuivent dans l'alternance recherche-formation-terrain (Jorro, 2007). Cette prise de recul des praticiens pourrait enrichir leur développement professionnel et favoriser l'émergence d'enjeux de formation pour cette recherche.

Afin d'identifier les meilleurs moments pour instaurer des rencontres de travail avec des enseignants, Debien (2010) suggère que les enseignants préfèrent prendre part à une formation continue durant leurs heures de travail, c'est-à-dire durant les journées pédagogiques ou à travers des libérations de cours. En ciblant des journées pédagogiques, la faisabilité de cette recherche (non subventionnée) est favorisée étant donné qu'il n'y a pas de frais de libération de cours ou de compensation financière pour les participants.

3.3 La préparation des séances de formation

La préparation des cinq séances de formation s'effectue autour du thème central de l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. En m'appuyant sur des modalités qui favorisent une démarche de développement professionnel (Debien, 2010), plusieurs possibilités sont alors envisagées pour animer ces séances de formation :

- Travailler sur une situation (partir d'une tâche, la réaliser, puis en faire une analyse didactique) ;
- Partager des bons problèmes pour l'enseignement des probabilités ;
- Concevoir une situation à partir d'une intention didactique ;
- Partager l'expérience des participants concernant une situation vécue avec leurs élèves ;

- Analyser une ressource didactique comme un manuel scolaire ou une capsule vidéo ;
- Analyser les documents ministériels ;
- Lire et analyser un texte ;
- Explorer un outil technologique et analyser son potentiel ;
- Programmer un simulateur ;
- Concevoir une capsule vidéo ;
- Partir des erreurs ou de conceptions d'élèves relevées par les participants et discuter des manières d'intervenir sur ces erreurs ou conceptions ;
- Analyser une intervention (fictive) ;
- Mener un jeu de rôles ;
- Partager l'expérience des participants concernant la formation (initiale et continue) ;
- Faire des liens avec les séances précédentes (notamment par un retour sur le récit de formation) ;
- Présenter un bilan des séances pour dégager des enjeux de formation.

Plusieurs de ces idées apparaissent riches pour animer les séances de formation. Je remarque par ailleurs que de travailler au départ sur des situations pour amorcer les discussions avec les participants pourrait ensuite mener aux autres possibilités de cette liste, ce qui est d'ailleurs une approche cohérente avec la posture d'ouverture discutée à la sous-section précédente. Des situations sont alors réunies pour constituer une banque de 30 situations sous le thème de l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Cette banque de situations est ensuite épurée de manière à cibler des situations qui apparaissent plus porteuses, au regard spécifique des trois objectifs de recherche. Ces situations doivent alors permettre de façon complémentaire de déployer des connaissances et compétences des participants, selon divers niveaux d'utilisation des outils technologiques, où des

interactions sont possibles dans ce contexte de formation. J'explique ceci un peu plus en détail.

En vue de préparer les situations qui orientent les discussions lors des séances de formation, il convient de préciser que je ne cible aucun niveau scolaire particulier (du secondaire) pour cette formation continue. Ainsi, les cinq années du secondaire sont visées par les thèmes et situations à aborder avec des enseignants et conseillers pédagogiques. Il est alors possible pour eux d'aborder différents enjeux d'enseignement qui ne sont pas nécessairement propres au niveau scolaire auquel ils interviennent, d'autant plus que de nombreux enseignants enseignent à divers niveaux scolaires. Le fait de proposer une situation probabiliste qui ne n'est pas limitée à un niveau scolaire pourrait permettre de faire le passage entre certaines notions probabilistes qui sont vues progressivement tout au long du secondaire.

Pour les séances de formation avec les participants, j'envisage des situations qui peuvent être abordées d'abord sur le plan mathématique, comme en ont utilisé Johnson *et al.* (2016) en analysant des situations mathématiques pour le développement professionnel des praticiens. Cette analyse était d'ailleurs basée sur les tensions entre les divers participants, ce qui rappelle les dynamiques d'interactions ciblées par le troisième objectif de recherche. Dans cette recherche, j'ai recours notamment à des situations probabilistes contre-intuitives (voir par exemple, Batanero *et al.,* 2010). En provoquant chez les participants un conflit cognitif, au sens de Piaget (1975), ils sont placés en posture d'apprenant (ou encore en posture d'enseignant-mathématicien, au sens de Squalli, 2015) pour aborder des situations qui sont parfois plus complexes qu'elles ne le paraissent. De telles situations probabilistes contre-intuitives pourraient susciter chez eux une activité mathématique, alors qu'ils seraient amenés à déployer leurs connaissances et compétences (en lien avec le premier objectif de recherche), à utiliser des outils technologiques pour

l'enseignement (en lien avec le deuxième objectif de recherche) afin de surmonter ces conflits cognitifs, et ce, dans une dynamique d'interactions avec le formateur, les autres formés et les savoirs (en lien avec le troisième objectif de recherche).

Les situations abordées avec les participants peuvent ensuite être abordées sur le plan didactique, pour amener les participants à réfléchir et discuter autour de l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques. Il s'agit alors d'amener les participants à adopter une posture d'enseignant-enseignant ou peut-être même d'enseignant-didacticien-pédagogue (Squalli, 2015). Les discussions autour de ces situations pourraient ainsi amener les enseignants à partager leurs expériences antérieures sur ce thème. Ce partage d'expériences s'avère significatif pour les enseignants dans leur développement professionnel et riche pour éclairer des enjeux de formation. Selon Goos (2013), les connaissances mathématiques et didactiques doivent être travaillées de concert dans la formation à l'enseignement, ce qui appuie mon intention d'aborder des situations probabilistes sur les plans mathématiques puis didactiques avec les participants.

Par ailleurs, selon Mishra et Koehler (2009), les enseignants doivent d'abord jouer avec des outils technologiques pour construire des expériences à la fois éducatives et amusantes pour leurs élèves. En ce sens, les situations à proposer aux participants doivent les amener à se placer d'abord dans une posture d'apprenant, pour « jouer » avec un outil technologique et juger de son intérêt potentiel, de manière à se l'approprier ensuite dans son enseignement.

À partir des intentions précédentes, la banque de 30 situations est épurée en une banque de 9 situations (ajustées et validées par le comité de direction de recherche). Les situations les plus appropriées sont alors ciblées pour les séances de formation, à raison d'environ une situation par rencontre et accompagnée d'un outil technologique

que je leur propose, pour amorcer les échanges et faire ressortir des enjeux d'enseignement qui pourraient favoriser l'émergence d'enjeux de formation par la suite. Ainsi, je peux choisir une situation pour enrichir une situation précédente, je peux en choisir une autre pour prendre une voie qui n'a pas encore été explorée ou je peux aussi suivre une situation qui émerge des discussions ou qui est proposée par les participants. Autrement dit, je me laisse guider par les enjeux d'enseignement qui émergent lors des discussions.

Lors des rencontres avec les participants, j'envisage donc d'avoir recours à des situations riches visant à démarrer ou relancer une discussion, tout en mettant en place un dispositif de formation flexible. Ainsi, la banque de situations me permet d'être préparé sans que tout soit planifié. Il m'apparait important de garder une ouverture dans la formation pour ne pas rester ancré dans ce que je peux anticiper, mais plutôt pour aborder les réelles préoccupations des participants, comme c'est le cas dans une communauté de pratique. En ce sens, je peux emprunter les directions qui sont proposées par les enseignants et conseillers pédagogiques, de manière à saisir les opportunités *in situ* qui correspondent aux besoins des participants pour leur enseignement, ce qui pourrait m'amener à avoir recours à d'autres situations de ma banque de situations et à d'autres possibilités évoquées précédemment pour animer les séances de formation.

Pour préparer les séances de formation, une analyse *a priori* des situations ciblées fait ressortir les variables didactiques (Bessot, 2003 ; Brousseau, 1998 ; Dorier, 2010)[36] des situations à proposer aux participants. Cette analyse *a priori* fait aussi ressortir le potentiel didactique de ces situations, tout en m'appuyant sur les éléments du cadre

[36] Il est à noter que l'analyse *a priori* et les variables didactiques dans des situations concernant l'enseignement des probabilités et de la statistique font l'objet d'un autre texte (Lajoie et Thibault, 2017).

conceptuel. Ainsi, les situations doivent amener un contexte qui permet de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux *connaissances et compétences des enseignants* (modèle TPACK), aux différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques* pour l'enseignement (modèle de Laborde), puis aux *dynamiques d'interactions* entre le formateur, le formé et les savoirs (modèle de Tapan). Par exemple, en ce qui concerne le deuxième objectif de recherche, les situations choisies doivent permettre une souplesse quant au niveau d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement, c'est-à-dire qu'un participant peut avoir le choix de l'outil et de différents niveaux d'usages, ce qui pourrait permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation. Comme formateur, je dois alors fournir des situations riches qui peuvent faire ressortir le potentiel des outils technologiques à explorer sous différents niveaux d'utilisation.

À travers les séances de formation, j'envisage aussi des moments de discussion quant à l'apport d'outils technologiques dans les situations, en comparant avec des situations où les outils technologiques ne sont pas utilisés. Du matériel concret typique (cartes à jouer et dés) et atypique (bouteilles probabilistes et rondelles) peut ainsi être utilisé avant d'avoir recours aux outils technologiques (simulateurs, fichiers *GeoGebra* et programmation) lors des séances de formation. Cette utilisation du matériel concret permet d'ouvrir une discussion autour du moment et de la valeur ajoutée par l'utilisation d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités.

Aussi, à quelques moments durant les rencontres de travail, les enseignants sont questionnés sous forme de bilans collectifs. Ce retour synthèse sur les éléments importants qui se dégagent des discussions permet d'expliciter les bons coups, les difficultés et les besoins des enseignants, qui pourraient permettre de dégager des enjeux de formation. Il est à noter que certains enjeux de formation peuvent être mentionnés et relevés explicitement par les enseignants lors des séances de formation,

mais que certains autres sont plus implicites et sont donc dégagés *a posteriori* à partir des analyses.

À la fin de chaque séance de formation, j'envisage de proposer aux participants de continuer à travailler sur un devoir pour y revenir à la rencontre suivante, de manière à ce que les réflexions puissent se poursuivre entre les rencontres. De tels devoirs peuvent être négociés et prendre diverses formes, en m'appuyant à nouveau sur la liste de possibilités évoquées au début de cette section. J'envisage de proposer l'orientation d'un devoir, tout en demeurant flexible à ce que les participants souhaitent réellement travailler. Lors du retour sur le devoir à la séance suivante, c'est alors l'occasion de partager leurs expériences provoquées par leur réflexion, leur production ou encore l'expérimentation de certaines situations dans leurs classes actuelles.

Dans les sous-sections suivantes, je vais maintenant présenter les cinq rencontres préparées pour cette recherche-formation. Pour chaque rencontre, je vais décrire et analyser brièvement la situation travaillée, l'outil technologique qui accompagne cette situation et le devoir convenu. Il est à noter que ce qui est présenté dans les prochaines sous-sections s'appuie sur ce qui se passe réellement dans les rencontres, c'est-à-dire que des ajustements sont apportés au fur et à mesure des rencontres pour m'aligner avec les préoccupations des participants. Par contre, l'analyse de ce qui se passe dans ces rencontres est développée au chapitre suivant, pour dégager des enjeux de formation.

Pour chaque situation, les participants reçoivent une version papier avec l'énoncé de la situation et ils peuvent prendre des notes sur cette feuille. Lorsque je leur propose d'explorer un outil technologique, ce sont des outils en ligne gratuits choisis en raison de leur pertinence et de leur accessibilité. Pour que les participants puissent explorer

les outils technologiques que je leur propose durant les rencontres, je leur fournis une adresse URL raccourcie qui permet d'y accéder plus facilement.

Chacune des situations expérimentées dans les rencontres offre un bon potentiel au regard des trois angles des objectifs de cette recherche-formation. En premier lieu, chaque situation amène un contexte qui pourrait permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux *connaissances et compétences des enseignants* (modèle TPACK). En effet, les participants ont l'opportunité de mobiliser des connaissances et compétences liées aux outils technologiques (à l'aide de l'outil technologique qui accompagne la situation), aux aspects pédagogico-didactiques (par la projection de cette situation avec des élèves), puis aux aspects du contenu (par le recours aux notions probabilistes). En deuxième lieu, chaque situation amène un contexte qui pourrait permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques* pour l'enseignement (modèle de Laborde). Pour chaque situation, je vais faire ressortir différents niveaux d'utilisation de l'outil technologique qui accompagne cette situation. En troisième lieu, chaque situation amène un contexte qui pourrait permettre de décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux *dynamiques d'interactions* entre le formateur, le formé et les savoirs (modèle de Tapan). En effet, par le travail sur cette situation, des discussions peuvent occasionner des interactions diverses.

3.3.1 La rencontre n^{o} 1

Lors de la rencontre n^{o} 1, les participants se présentent et j'offre quelques précisions quant aux intentions et au déroulement de la recherche-formation, en reprenant notamment certains éléments de la lettre d'information (voir *Annexe A*) ainsi que des formulaires d'autorisation (voir *Annexe B*) et de consentement (voir *Annexe C*).

Puis, les participants expérimentent la situation de Monty Hall. L'énoncé de cette première situation est présenté dans la Figure 3.2.

PROBLÈME DE MONTY HALL

Vous êtes en face de trois portes. Deux cachent une chèvre, et l'autre une superbe voiture! Vous devez d'abord désigner une porte. Le directeur du jeu ouvre une porte qui n'est PAS celle choisie par le joueur, NI une porte cachant la voiture (il sait ce qu'il y a derrière chaque porte). Vous devez alors faire un choix :

A) ouvrir la porte choisie initialement;
B) ouvrir la troisième porte.

Quel est le meilleur choix?
Quelle est la probabilité de gagner la voiture?

Figure 3.2 L'énoncé de la première situation : Monty Hall

Cette situation, aussi appelée le « jeu des trois portes », est reconnue pour son caractère contre-intuitif et a déjà été traitée par de nombreux auteurs (Chernoff, 2019 ; Chick, 2018 ; Rosenthal, 2008 ; Saenen *et al.,* 2018 ; Savard *et al.* 2013 ; Shaughnessy et Dick, 1991 ; Theis et Savard, 2011 ; Theis, 2012 ; Thibault, 2011b). En effet, l'intuition de plusieurs personnes (même des mathématiciens célèbres) amène à penser que le fait de garder le choix de porte initial offre la même probabilité de gagner que le fait de changer de porte, alors qu'il est deux fois plus probable de gagner en changeant de porte qu'en la gardant.

Pour réaliser cette situation avec les participants, du matériel leur est fourni, soit trois cartes à jouer pour réaliser des essais en équipe alors qu'une personne joue le rôle de directeur du jeu. Par exemple, les chèvres sont représentées par deux cartes de couleur noire (disons le 2 de pique et le 2 de trèfle) et la voiture est représentée par une carte de couleur rouge (disons l'as de cœur). Quelques essais peuvent ainsi être

réalisés pour s'assurer de comprendre le fonctionnement du jeu et pour mettre à l'épreuve une conjecture. Par contre, si un participant émet la conjecture (alimentée par l'intuition erronée) que les deux stratégies offrent la même probabilité de gagner, il est possible que les résultats de quelques essais ne permettent pas de dégager une tendance convaincante. Un simulateur de cette expérience aléatoire peut alors servir à remettre en doute cette conjecture et ainsi combattre cette intuition. Le fait de réaliser et de compiler un grand nombre d'essais, qui devraient fournir une tendance indiquant que la stratégie de changer de porte est optimale, pourrait en effet inciter l'apprenant à poursuivre sa réflexion plutôt que de rester ancré dans une intuition erronée.

Lors de la première rencontre, je propose aux participants d'explorer successivement deux simulateurs de la situation de Monty Hall. La Figure 3.3 illustre ces deux simulateurs, dans l'ordre où ils sont explorés.

(Sources : http://monurl.ca/simulateur1 et http://monurl.ca/simulateur2)

Figure 3.3 Deux simulateurs de la situation de Monty Hall explorés successivement par les participants

En comparant ces deux simulateurs, on peut remarquer qu'ils permettent tous les deux de réaliser des essais pour modéliser la situation de Monty Hall, sans toutefois offrir les mêmes informations ni les mêmes choix pour réaliser ces essais. Le premier simulateur (Figure 3.3, à gauche) permet d'avoir recours à divers modes (pas à pas, rapide et turbo) et à divers paramètres (nombre de simulations, gains et stratégies), puis de présenter les résultats de différentes manières (nombres, tableau, diagramme à bandes et diagramme à ligne brisée). Ce simulateur fait donc preuve d'une grande flexibilité et de beaucoup de potentiel étant donné ses diverses fonctionnalités. Il permet en particulier de générer efficacement les résultats de 1000 essais en un seul clic et de les représenter instantanément sous diverses formes. Pour une série de 1000 essais, on peut être confiant (par la Loi des grands nombres) que la tendance offerte

par la fréquence sera assez près de la probabilité[37]. Ainsi, les résultats obtenus par ce simulateur devraient indiquer une tendance où la probabilité de gagner en gardant la porte semble être de 1/3, alors que la probabilité de gagner en changeant de porte semble être de 2/3.

En comparaison, le deuxième simulateur (Figure 3.3, à droite) est plus convivial, alors que moins de choix de paramètres sont offerts à l'utilisateur pour réaliser des essais très simplement. En effet, il suffit de cliquer sur une des trois portes, ce qui fait apparaitre une chèvre derrière l'une des deux autres portes, puis de choisir ensuite sa stratégie en cliquant sur la porte choisie initialement ou sur celle demeurée fermée. Les portes s'ouvrent ensuite pour faire apparaitre les chèvres et la voiture, annonçant ainsi le résultat de la partie (gagné ou perdu). Ce simulateur garde les traces du nombre de parties gagnées et perdues, du nombre de parties jouées ainsi que du nombre de parties avec la stratégie « changer » (duquel on peut déduire le nombre de parties avec la stratégie « garder »), sans toutefois associer les parties gagnées (ou perdues) aux stratégies adoptées. De plus, ce simulateur ne permet pas de générer efficacement la tendance des résultats d'un grand nombre de parties comme le fait le premier simulateur.

Ces deux simulateurs peuvent ainsi permettre de réaliser des essais plus efficacement dans l'approche fréquentielle, mais ils ne fournissent pas l'explication qui permet d'expliquer la probabilité de gagner pour chacune des stratégies. Par l'approche théorique, il convient alors de déterminer les probabilités de gagner selon la stratégie de garder la porte et la stratégie de changer de porte.

---

[37] En guise de rappel, plus le nombre d'essais est élevé, plus la fréquence (obtenue par l'approche fréquentielle à partir de résultats de ces essais) devrait tendre vers la probabilité (obtenue par l'approche théorique à partir du rapport entre le nombre de cas favorable et le nombre de cas possibles).

Dans un premier temps, quelle est la probabilité de gagner avec la stratégie de garder la porte ? Au départ, la porte choisie peut cacher une voiture (gain) ou une chèvre (perte). Si le choix initial de la porte cache la voiture, dans 1/3 des cas, je garde cette porte (selon ma stratégie) et je vais donc gagner. Donc, la stratégie de garder la porte offre une probabilité de gagner de 1/3. Ainsi, de façon complémentaire, la probabilité de perdre en gardant la porte est de 2/3. En ce sens, il est plus probable de perdre que de gagner en gardant la porte choisie au départ.

Dans un deuxième temps, quelle est la probabilité de gagner avec la stratégie de changer de porte ? Si le choix initial de la porte cache une chèvre, dans 2/3 des cas, on va me révéler l'autre chèvre et je change alors de porte (selon ma stratégie) vers la voiture, ce qui me fait gagner. Donc, la stratégie de changer de porte offre une probabilité de gagner de 2/3. Ainsi, de façon complémentaire, la probabilité de perdre en changeant de porte est de 1/3. En ce sens, il est plus probable de gagner que de perdre en changeant de porte. Alors, le participant devrait changer de porte pour doubler sa probabilité de gagner (2/3 plutôt que 1/3).

Sur le plan didactique, les participants peuvent réfléchir au potentiel de cette situation et des outils technologiques qui l'accompagnent pour l'enseignement des probabilités. Des questions de relance sont prévues et peuvent être posées au besoin aux participants, si cela s'avère pertinent. Par exemple, voici des exemples de questions de relance qui sont envisagées en lien avec cette situation : Pensez-vous que la situation de Monty Hall pourrait se vivre en classe ? Est-ce qu'un des outils technologiques explorés aurait un rôle à jouer ? Lequel ? Comment ? Pourquoi ? Quelle est l'incidence ou la valeur ajoutée de cet outil technologique dans la réalisation de cette situation ? Quelle est la préparation de l'enseignant pour animer une telle situation avec un outil technologique ?

Cette première situation offre un bon potentiel au regard des trois angles des objectifs de cette recherche-formation. Plus particulièrement pour le deuxième angle[38], cette situation amène un contexte qui offre différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques* pour l'enseignement (modèle de Laborde). Les deux simulateurs peuvent ainsi être utilisés au premier niveau, soit pour faciliter les aspects matériels de la tâche, sans la modifier conceptuellement, par exemple en permettant de réaliser des essais plus efficacement (plus rapidement et sans commettre d'erreur dans la compilation des résultats). De plus, Sinclair (2019) suggère que le premier simulateur peut aussi être utilisé selon le deuxième niveau du modèle de Laborde (2001) :

> Le deuxième type de tâche facilite l'aspect mathématique, sans non plus changer la tâche sur le plan conceptuel – les technologies numériques y jouent donc un rôle d'amplificateur. Le simulateur [dans la figure 3.3, à gauche], par exemple, ne donne pas simplement un décompte des résultats, mais offre aussi un diagramme à bandes ainsi qu'un diagramme à ligne brisée. Ces représentations montrent, après chaque lancer, une comparaison visuelle entre le nombre de parties gagnées et le nombre de parties perdues, facilitant ainsi la perception de la stabilisation des fréquences relatives autour des probabilités. Cela peut permettre la visualisation d'un effet de la loi des grands nombres. Le présent est donc amplifié par plusieurs représentations, dont certaines peuvent être plus accessibles. Mais il ne faut pas oublier que ce qui est amplifiant pour certains ne l'est pas toujours pour d'autres : l'apprenant doit savoir « lire » ces diagrammes et aussi les coordonner avec d'autres représentations. (Sinclair, 2019, p. 315-316)

[38] Étant donné que les connaissances et compétences à déployer par les enseignants sont abordées par l'analyse mathématique et didactique, puis que les dynamiques d'interactions du contexte de formation ne sont pas distinctes d'une situation à l'autre, je vais cibler plus particulièrement les niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement qui, eux, sont spécifiques à chaque situation.

Dans cette même rencontre, les participants expérimentent la situation du jeu de dés[39]. L'énoncé de cette deuxième situation est présenté dans la Figure 3.4.

JEU DE DÉS

Une personne vous propose un jeu de dés où le perdant doit donner 1$ au gagnant. Voici ce jeu : on lance deux dés, s'il y a un 2 ou un 4, vous perdez et lui remettez 1$. Sinon, vous gagnez et il vous remet 1$.

Acceptez-vous de jouer avec lui? Pourquoi?

Figure 3.4 L'énoncé de la deuxième situation : Jeu de dés

Cette situation se rapproche davantage de ce que connaissent et utilisent les enseignants pour enseigner les probabilités. Cette situation étant plus simple, elle permet de voir comment les participants ont recours à l'outil technologique qui accompagne cette situation. Néanmoins, malgré sa simplicité, cette situation peut elle aussi être contre-intuitive pour certains, alors que ce jeu de dés peut sembler avantageux pour nous alors qu'il est plutôt à l'avantage de l'autre joueur.

Pour réaliser cette situation avec les participants, du matériel leur est fourni, soit deux dés réguliers. À nouveau, quelques essais peuvent être réalisés pour s'assurer de comprendre le fonctionnement du jeu et pour mettre à l'épreuve une conjecture. Pour obtenir un plus grand nombre d'essais, je propose aux participants d'explorer un simulateur de la situation du jeu de dés, qui est représenté à la Figure 3.5.

[39] Après une analyse détaillée de la première situation, les autres situations sont présentées plus brièvement pour éviter des redondances. Ainsi, je présente une analyse mathématique relativement détaillée de chaque situation, mais les questions de relances (liées à l'apprentissage et à l'enseignement à l'aide de ces situations) sont évoquées de façon sommaire.

(Source : http://monurl.ca/simulateur3)

Figure 3.5 Le simulateur de la situation du jeu de dés exploré par les participants

Il s'agit d'un simulateur similaire au premier simulateur (voir Figure 3.3, à gauche), qui dispose donc des mêmes fonctionnalités (modes, paramètres et représentations). Les résultats obtenus par ce simulateur devraient fournir une tendance suggérant que

la probabilité d'obtenir un 2 ou un 4 (ce qui fait gagner l'autre joueur) semble être d'un peu plus de 50 %[40].

Par l'approche théorique, il convient alors de déterminer la probabilité de gagner, c'est-à-dire en n'ayant ni 2 ni 4 aux deux résultats de dés. Sur un dé, la probabilité d'obtenir un résultat différent de 2 ou de 4 est égale à 4/6 (ou 2/3). Puisque les résultats de chaque dé sont indépendants, on peut multiplier cette probabilité de chacun des deux dés (4/6 × 4/6), ce qui correspond à une probabilité de 16/36 (ou 4/9). Puisque gagner et perdre sont des évènements complémentaires, c'est-à-dire que la somme de leurs probabilités est égale à 1, la probabilité de perdre est donc de 20/36 (ou 5/9). Il s'agit donc d'un jeu défavorable pour nous (ou favorable pour l'autre joueur).

Sur le plan didactique, les participants peuvent encore une fois réfléchir au potentiel de cette situation et des outils technologiques qui l'accompagnent pour l'enseignement des probabilités. Les questions de relance de la première situation peuvent aussi être utilisées pour cette deuxième situation et des comparaisons peuvent être soulevées entre cette situation et la précédente, puis entre ce simulateur et les précédents.

Cette deuxième situation offre un bon potentiel au regard des trois angles des objectifs de cette recherche-formation. Plus particulièrement pour le deuxième angle, cette situation amène un contexte qui offre différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques* pour l'enseignement (modèle de Laborde). En effet, tout comme le

[40] Il est à noter que le simulateur permet de réaliser des essais de l'évènement « obtenir un 2 ou un 4 » qui nous fait gagner, ce qui correspond plutôt à perdre (c'est l'autre joueur qui gagne) selon l'énoncé de la Figure 3.4. Cette confusion aurait pu être évitée en reformulant à l'inverse cet énoncé, afin qu'il soit cohérent avec le simulateur.

premier simulateur analysé précédemment pour la situation de Monty Hall, le simulateur du jeu de dés peut être utilisé au premier niveau ou au deuxième niveau. Sinclair (2019) suggère d'ailleurs comment ce simulateur peut être utilisé selon le premier niveau du modèle de Laborde (2001) :

> Laborde (2001) distingue quatre types de tâches que l'on peut proposer dans une salle de classe intégrant les technologies numériques. Le premier type vise à faciliter l'aspect matériel d'une tâche, sans néanmoins la changer conceptuellement. C'est le cas quand on passe de l'utilisation de dés pour faire des essais à l'utilisation d'un simulateur. Le simulateur facilite l'aspect matériel en nous permettant de lancer plus vite, plus précisément (le dé ne tombe pas par terre ; on ne peut pas tricher) et plus souvent grâce aux dés virtuels. Il s'agit donc d'une sorte d'avance rapide dans le temps. (Sinclair, 2019, p. 315)

Il est également possible d'aller encore plus loin en utilisant ce simulateur au troisième niveau, en l'utilisant pour modifier les stratégies de résolution de la tâche, en raison de l'utilisation de certaines de ses fonctionnalités. Puisqu'il est question d'argent dans cette situation, certaines informations produites par le simulateur peuvent être mises à profit (voir Figure 3.5), soit de s'intéresser au bilan financier (« Gains + Pertes ») après un grand nombre de parties jouées qui se répartit sur chaque partie (« Espérance de gain par partie »). Ce simulateur offre donc la possibilité de donner un sens à l'espérance mathématique. En modifiant les paramètres du simulateur pour l'évènement donné ainsi que le gain associé, on peut aussi s'intéresser à ces changements sur le calcul de l'espérance mathématique.

À la suite du travail sur cette deuxième situation, je propose une réflexion générale sur l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques, à partir de questions de relance telles que : Quels sont les différents rôles que peuvent jouer des outils technologiques ? Quelles nouvelles questions deviennent possibles ? Existe-t-il toujours un simulateur ou un outil technologique conçu pour travailler sur une

situation probabiliste ? Quelles sont les difficultés/erreurs/conceptions d'élèves que vous retrouvez principalement en probabilités avec des outils technologiques ?

Pour clore cette première rencontre, je propose aux participants de travailler sur un devoir qui consiste à explorer une ressource (manuel scolaire, cahier d'apprentissage, ressources en ligne) pour faire ressortir ce qu'on y retrouve comme outil technologique en lien avec l'enseignement des probabilités. L'intention est que chacun puisse explorer une ressource pour présenter aux autres ce qu'on y retrouve, en illustrant avec au moins un exemple. Ainsi, chaque participant cible une ressource de son choix à explorer, en demeurant dans une ressource connue ou en examinant une nouvelle ressource. À la fin de la première rencontre, les ressources choisies pour cette exploration en devoir sont variées (manuels scolaires de diverses collections et sites Internet) et ciblent différents niveaux scolaires.

3.3.2 La rencontre n^{o} 2

Au début de la rencontre n^{o} 2, j'anime un retour sur la rencontre précédente, le récit de formation et le devoir à partir de questions de relance telles que : Qu'avez-vous retenu de la dernière rencontre ? Le récit de formation vous a-t-il amené de nouvelles réflexions ? Est-il aidant pour vous ? Qu'est-ce qui vous a aidé le plus ? Est-ce que le format est intéressant ? Avez-vous des éléments à ajouter ou à préciser ? Quelles sont vos réflexions par rapport au devoir qu'on s'était donné ? Que pouvez-vous faire ressortir de votre exploration auprès de vos collègues ?

Puis, les participants expérimentent la situation de la bouteille probabiliste. L'énoncé de cette troisième situation est présenté dans la Figure 3.6.

BOUTEILLE PROBABILISTE

Vous avez une bouteille dont son contenu est caché. Vous savez qu'elle contient 5 billes de 2 couleurs différentes. Il est possible, par retournement de la bouteille, de voir une seule bille à la fois.

Comment faire pour connaitre la composition de la bouteille ?

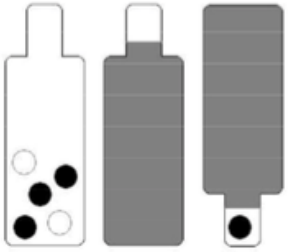


Figure 3.6 L'énoncé de la troisième situation : Bouteille probabiliste

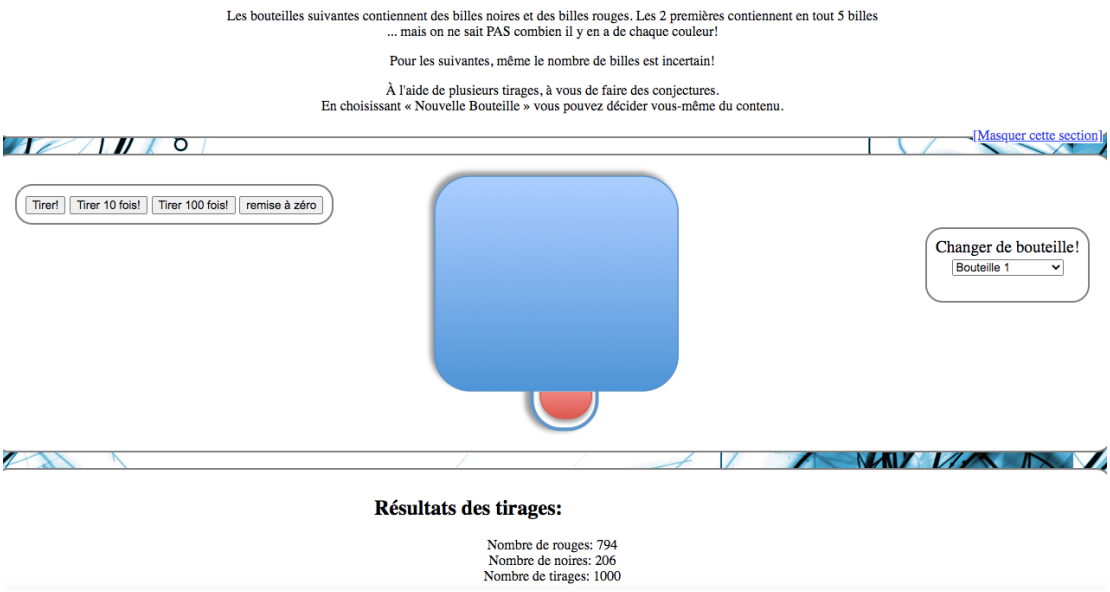
Cette situation[41], basée sur les travaux initiés par Brousseau (2003) et d'autres collaborateurs (Brousseau *et al.,* 2002) puis poursuivis par Briand (2005 ; 2007), a ensuite été traitée par de nombreux auteurs (Brousseau, 2009 ; Carranza, 2009 ; Martin, 2008, 2014 ; Martin et Mai Huy, 2015 ; Martin et Theis, 2009, 2011, 2016 ; Parzysz, 2019 ; Thibault et Martin, 2016 ; Vu Nhu, 2009).

Pour réaliser cette situation avec les participants, du matériel leur est fourni, soit une bouteille comme dans l'énoncé de la situation. Cette situation est particulière puisqu'elle force l'entrée par l'approche fréquentielle, étant donné qu'on ne peut pas calculer la probabilité par l'approche théorique sans avoir accès au contenu de la bouteille (Martin, 2014 ; Martin et Theis, 2016). Il faut donc réaliser des essais pour émettre une conjecture quant au nombre de billes de chaque couleur dans la bouteille, puis mettre à l'épreuve cette conjecture en faisant ressortir une tendance dans les résultats. Il est à noter que les caractéristiques du contenu de la bouteille n'ont pas été choisies au hasard. En ayant cinq billes de deux couleurs différentes, il y a ici un

[41] Il est à noter qu'il y a un glissement dans la formulation de la question pour cette situation. En effet, la question (« Comment faire pour connaitre la composition de la bouteille ? ») laisse croire qu'il est possible de connaitre la composition de la bouteille, alors qu'on peut seulement émettre une conjecture (plus ou moins fiable) si on n'a pas accès à ce que contient réellement la bouteille. Une question plus juste aurait alors été « Comment faire pour conjecturer sur le contenu de la bouteille ? ».

choix réfléchi des variables didactiques. Parzysz (2019) joue sur ces variables didactiques en complexifiant la situation, alors qu'il y a dix-sept billes de trois couleurs différentes dans la bouteille et qu'il faut donc réaliser davantage d'essais pour être en mesure d'estimer avec confiance le nombre de billes de chaque couleur. Avec cinq billes de deux couleurs différentes, on sait qu'il y a entre une et quatre billes de chaque couleur. Si après un grand nombre d'essais on obtient 63 % de billes rouges et 37 % de billes noires, on peut conclure qu'il devrait y avoir 3 billes rouges et 2 billes noires dans la bouteille. Étant donné la variabilité échantillonnale, il arrive parfois que la tendance ne soit pas aussi claire qu'on le souhaiterait (surtout s'il s'agit d'un échantillon d'un petit nombre d'essais), si la fréquence d'une couleur de bille n'est pas près de 20 %, de 40 %, de 60 % ou de 80 %, ce qui empêche de conclure sur le nombre de billes de chaque couleur dans la bouteille.

Pour obtenir un plus grand nombre d'essais, je propose aux participants d'explorer un simulateur de la situation de la bouteille probabiliste, qui est représenté à la Figure 3.7.



(Source : http://monurl.ca/simulateur4)

Figure 3.7 Le simulateur de la situation de la bouteille probabiliste exploré par les participants

Comme l'indiquent les consignes affichées en haut, le simulateur permet de choisir une bouteille parmi quatre types de bouteilles, puis il faut tenter de trouver ce qu'elle contient en réalisant 1 essai à la fois (bouton « Tirer ! »), 10 essais à la fois (bouton « Tirer 10 fois ! ») ou 100 essais à la fois (bouton « Tirer 100 fois ! »), en recommençant les essais au besoin (bouton « remise à zéro »). Pour les deux premiers types de bouteilles, on sait qu'il y a cinq billes en tout comme dans l'énoncé de la situation. Ainsi, à partir des résultats illustrés dans la Figure 3.7, on peut estimer avec confiance que le premier type de bouteille contient 4 billes rouges (794/1000 ≈ 4/5) et 1 bille noire (206/1000 ≈ 1/5). Puisque j'ai accès au programme du simulateur, je sais que la bouteille 1 « contient » 4 billes rouges et 1 bille noire, puis que la bouteille 2 « contient » 3 billes rouges et 2 billes noires. Toutefois, les participants n'ont pas accès au programme et doivent se contenter des résultats des essais issus de l'approche fréquentielle.

Toujours selon les consignes affichées en haut, on ne sait pas combien il y a de billes en tout dans les troisième et quatrième types de bouteilles. Ce manque d'information force à réfléchir selon le rapport entre les nombres de billes de différentes couleurs plutôt qu'un nombre de billes. Par exemple, si j'obtiens 500 billes rouges et 500 billes noires, je ne peux qu'affirmer qu'il semble y avoir autant de billes rouges que de billes noires, soit la moitié des billes au total, mais sans savoir s'il y en a 1 de chaque couleur, 2 de chaque couleur ou encore 500 de chaque couleur. Puisque j'ai accès au programme de ce simulateur, je sais que la bouteille 3 « contient » 1 bille rouge et 1 bille noire, puis que la bouteille 4 « contient » 4 billes rouges et 5 billes noires. À nouveau, les participants doivent se contenter des résultats des essais issus de l'approche fréquentielle.

L'option « Nouvelle Bouteille » du simulateur permet de décider combien de billes rouges et de billes noires contiendra la nouvelle bouteille, puis de réaliser des essais par la suite. Cette fonctionnalité offre la possibilité d'explorer des compositions extrêmes, par exemple 3 billes rouges et 10 000 billes noires.

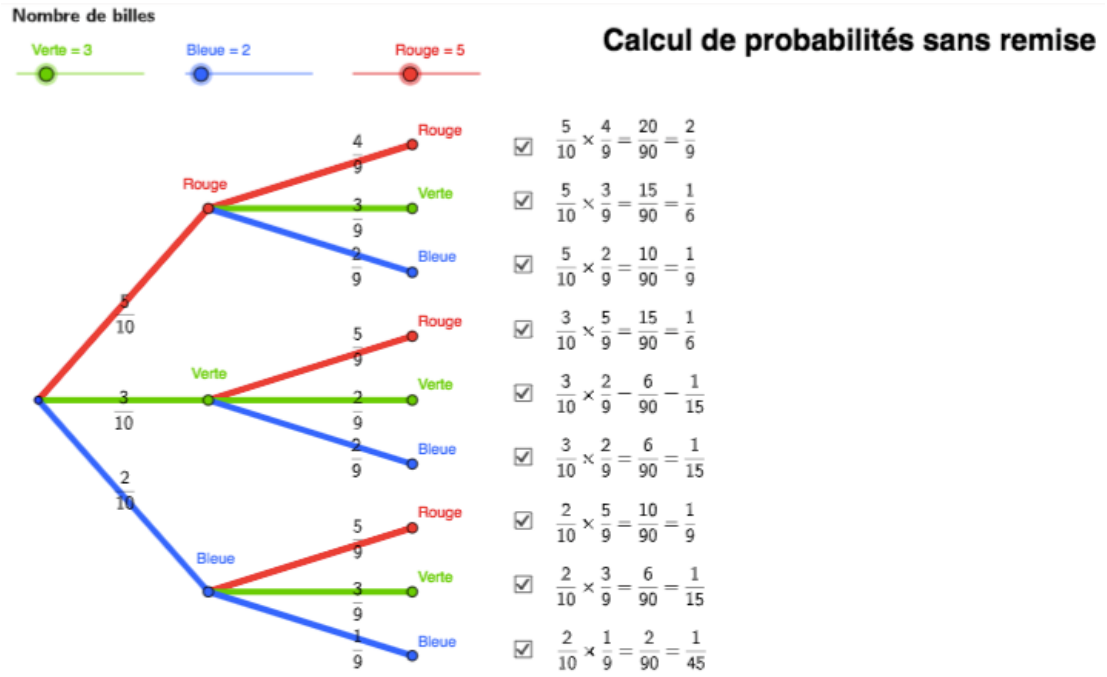
Sur le plan didactique, les participants peuvent encore une fois réfléchir au potentiel de cette situation et des outils technologiques qui l'accompagnent pour l'enseignement des probabilités. Les questions de relance de la première situation peuvent aussi être utilisées pour cette situation et des comparaisons peuvent être soulevées entre cette situation (ainsi que son simulateur) et les précédentes.

Cette troisième situation offre un bon potentiel au regard des trois angles des objectifs de cette recherche-formation. Plus particulièrement pour le deuxième angle, cette situation amène un contexte qui offre différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques* pour l'enseignement (modèle de Laborde). En effet, tout comme le premier simulateur analysé précédemment pour la situation de Monty Hall, le

simulateur de la bouteille probabiliste peut être utilisé au premier niveau (réaliser des essais plus efficacement) ou au deuxième niveau (réfléchir selon des rapports avec les bouteilles 3 et 4). Il est également possible d'aller encore plus loin en utilisant ce simulateur au troisième niveau, en l'utilisant pour modifier les stratégies de résolution de la tâche, en raison de l'utilisation de certaines de ses fonctionnalités. Par exemple, l'option de choisir le contenu d'une nouvelle bouteille permet d'envisager de nouvelles questions qui changent la tâche.

Puisque la troisième situation force l'entrée par l'approche fréquentielle, je mène ensuite une réflexion avec les participants sur les approches fréquentielle et théorique, à partir de questions de relance telles que : Une approche est-elle priorisée par rapport à l'autre dans votre enseignement ? Pourquoi ? Est-ce différent de réaliser des essais concrètement et de réaliser des essais virtuellement (avec des outils technologiques) ? Peut-on utiliser des outils technologiques dans une approche théorique ?

Puis, je montre aux participants un fichier *GeoGebra* d'un diagramme en arbre qui calcule la probabilité de trois billes tirées sans remise (dans l'approche théorique). À la suite d'une brève exploration de cet outil technologique, représenté dans la Figure 3.8, je demande aux participants comment on pourrait s'en servir pour faire des probabilités.



(Source : http://monurl.ca/simulateur5)

Figure 3.8 Le fichier *GeoGebra* du diagramme en arbre de trois billes tirées sans remise exploré par les participants

Pour clore cette deuxième rencontre, je propose aux participants de travailler sur un devoir qui consiste à cibler un outil technologique (un de ceux présentés dans les deux premières rencontres ou un autre) et de rassembler quelques idées pour concevoir une tâche en probabilités qui exploite cet outil technologique. Je leur propose de réfléchir aux questions à poser aux élèves et au fonctionnement pour animer cette tâche avec des élèves.

3.3.3 La rencontre nº 3

Au début de la rencontre nº 3, j'anime un retour sur la rencontre précédente, le récit de formation et le devoir à partir de questions de relance similaires à celles de la

rencontre précédente. Le retour sur le devoir prend d'ailleurs une tournure inattendue, alors que près d'une heure est consacrée à l'exploration de divers fichiers *GeoGebra* pour travailler les diagrammes de Venn, ce qui semble susciter un vif intérêt chez les participants. J'y reviendrai de manière plus approfondie au prochain chapitre (dans la sous-section 4.2.5).

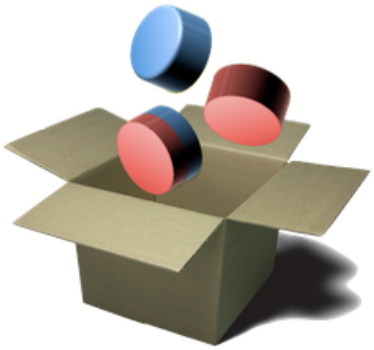
Puis, les participants expérimentent la situation des rondelles[42]. L'énoncé de cette quatrième situation est présenté dans la Figure 3.9.

RONDELLES

Une boîte contient trois rondelles de même format.

- La première rondelle est bleue sur ses deux faces.
- La deuxième est rouge sur ses deux faces.
- La troisième a une face bleue et l'autre est rouge.

On brasse la boîte, on tire une rondelle au hasard, et on regarde une de ses faces seulement.
Le jeu consiste à prédire la couleur de l'autre face de cette rondelle.



Quelle stratégie optimiserait votre probabilité de gagner ?

Figure 3.9 L'énoncé de la quatrième situation : Rondelles

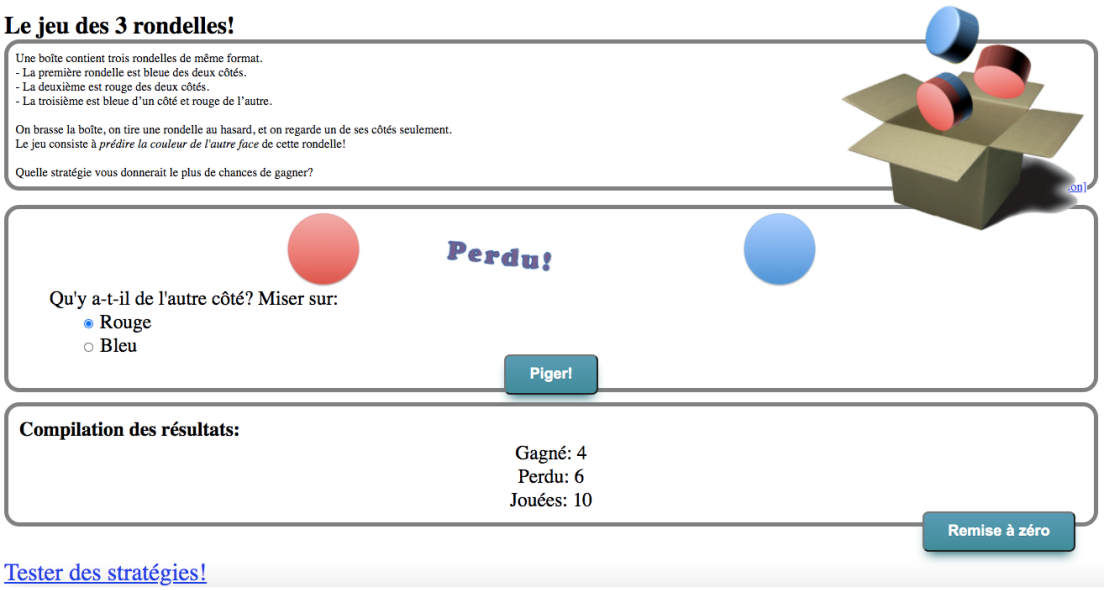
Cette situation a déjà été traitée par quelques auteurs (Batanero *et al.,* 2004, 2010 ; Chernoff, 2019 ; Thibault, 2019a, 2019b ; Venant et Thibault, 2019) et découle du paradoxe de Bertrand. Elle s'apparente à la situation de Monty Hall, alors qu'il faut déterminer la stratégie qui offre une meilleure probabilité de gagner et que cette situation est contre-intuitive elle aussi.

[42] Il est à noter qu'une partie des idées présentées pour cette situation ont été développées dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2019b).

Pour réaliser cette situation avec les participants, du matériel leur est fourni, soit trois rondelles dans une boite[43], comme dans l'énoncé de la situation. Avant de réaliser des essais, il peut être intéressant que chaque participant fasse ressortir au moins deux stratégies possibles dans l'intention de comparer leur efficacité, en émettant une conjecture quant à la probabilité de gagner pour chacune d'elles. Une stratégie consiste à faire un choix de couleur systématique, selon la couleur de la face visible. Voici des stratégies qui peuvent émerger : 1) « Toujours rouge » ; 2) « Toujours bleu » ; 3) « Alternance » (rouge, bleu, rouge, bleu, ...) ; 4) « Au hasard » ; 5) « La couleur vue » ; 6) « La couleur contraire » à celle vue. Par exemple, en jouant avec la stratégie « La couleur vue », si on tire une rondelle dont la face vue est bleue, on prédira que la couleur de l'autre face sera bleue aussi.

Initialement, notre intuition peut porter à croire que les différentes stratégies amènent la même probabilité de gagner à ce jeu, soit ½, mais ce n'est pas le cas. Puisqu'il s'agit d'une situation contre-intuitive, il y a un intérêt à expérimenter ce jeu et ainsi constater que certaines stratégies n'ont pas cette probabilité de gagner. Ainsi, après avoir émis la conjecture qu'une stratégie serait optimale (ou qu'aucune n'est optimale), les participants peuvent réaliser des essais et ainsi expérimenter différentes stratégies. Ils peuvent réaliser des essais avec le matériel fourni ou bien avec le simulateur de la situation des rondelles de façon similaire, soit un essai à la fois comme l'illustre la Figure 3.10.

[43] Il est aussi possible (et plus économique) d'utiliser trois jetons de même couleur sur lesquels on pose des autocollants rouges et bleus, dans un sac de papier.



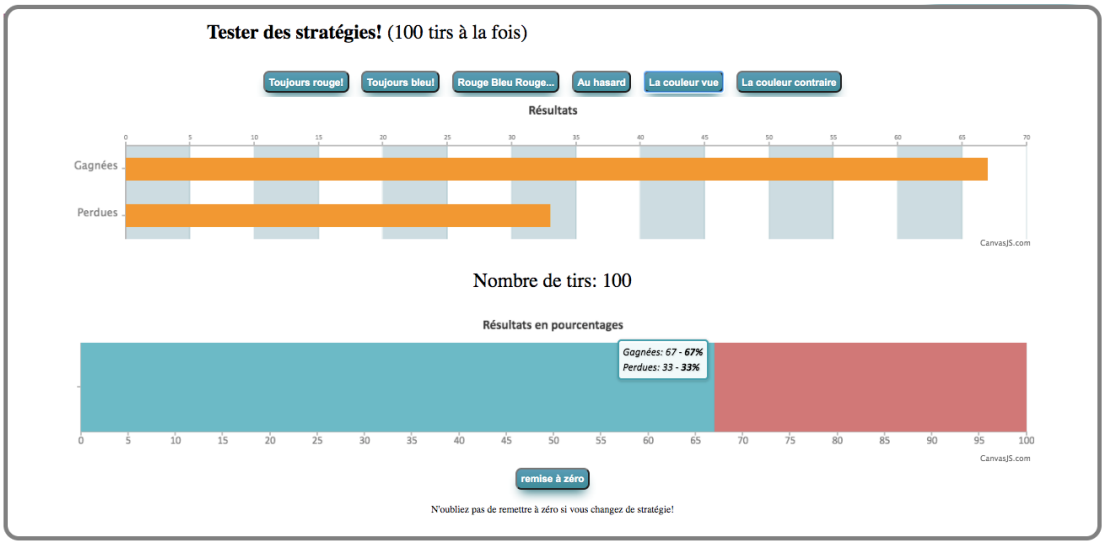
(Source : http://monurl.ca/simulateur6)

Figure 3.10 Le simulateur de la situation des rondelles, un essai à la fois, exploré par les participants

À partir des résultats de la Figure 3.10, après dix essais (un à la fois avec le bouton « Piger », puis « Vérifier »), la stratégie de toujours miser sur le rouge a permis de gagner six fois. Dans ce simulateur, il est à noter qu'il est possible de changer de stratégie d'un essai à l'autre, ce qui viendrait biaiser les résultats qui seraient compilés. En effet, en regroupant les résultats de différentes stratégies, il n'est plus possible de déterminer la probabilité de gagner pour chacune d'elles. Il est alors préférable d'expérimenter séparément chaque stratégie, en effaçant les résultats (à l'aide du bouton « Remise à zéro ») avant d'en expérimenter une autre.

Après avoir réalisé un certain nombre d'essais dans au moins deux stratégies différentes, les participants peuvent comparer plus systématiquement l'efficacité de toutes les stratégies. Pour ce faire, la fonctionnalité « Tester des stratégies » permet de

simuler 100 essais pour une stratégie choisie. La Figure 3.11 illustre un exemple de 100 résultats obtenus avec la stratégie « La couleur vue »[44].



(Source : http://monurl.ca/simulateur6)

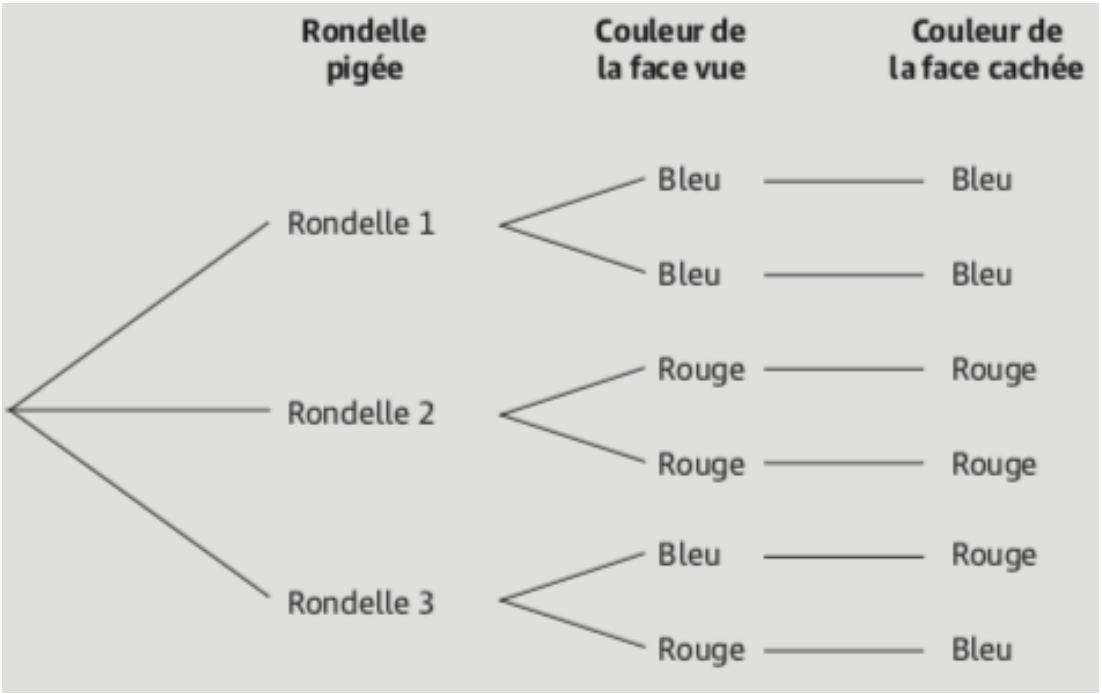
Figure 3.11 Le simulateur de la situation des rondelles, 100 essais à la fois pour une même stratégie, exploré par les participants

Cette fonctionnalité du simulateur permet d'observer le dynamisme dans les résultats, en regardant l'évolution des pourcentages lors de la simulation dynamique d'un échantillon de 100 essais. Ce dynamisme est comparable à celui du simulateur qui produit un diagramme à ligne brisée (voir Figure 3.5). Du coup, ce simulateur permet de donner du sens à des notions probabilistes, notamment en permettant de visualiser la Loi des grands nombres par une stabilisation à long terme des fréquences. Bien que les résultats du simulateur puissent amener à combattre une intuition erronée en

[44] Sachant qu'on peut regrouper des résultats seulement s'ils sont générés dans les mêmes conditions, il est nécessaire de réinitialiser les résultats (à l'aide du bouton « remise à zéro ») chaque fois qu'on change de stratégie, comme l'indique la note en petits caractères au bas de la Figure 3.11.

provoquant un conflit cognitif, il reste toutefois à expliquer théoriquement la probabilité de gagner pour chaque stratégie.

Par l'approche théorique, la stratégie « La couleur vue » est optimale, avec une probabilité de gagner de 2/3 : si on voit une face bleue, la probabilité d'avoir tiré la rondelle bleu-bleu est deux fois plus élevée que la probabilité d'avoir tiré la rondelle bleu-rouge, étant donné que la première rondelle a deux faces bleues. En fait, parmi les trois faces bleues qu'on peut voir, deux d'entre elles ont une autre face bleue de l'autre côté (dans la rondelle bleu-bleu) et l'autre face qui est bleue a une face rouge sur son autre côté (dans la rondelle bleu-rouge). La probabilité d'obtenir la même couleur que celle vue est donc de 2/3 et, de façon complémentaire, la probabilité d'obtenir une couleur différente de celle vue est de 1/3. Le diagramme en arbre de la Figure 3.12 permet de représenter tous les cas possibles.



(Thibault, 2019b, p. 184)

Figure 3.12 Le diagramme en arbre de la situation des rondelles

La particularité de ce diagramme en arbre est que la dernière étape (couleur de la face cachée) est complètement déterminée : si on est dans la rondelle 1 (bleu-bleu) et qu'on voit une face bleue, il est certain que l'autre face sera bleue aussi. En adoptant un raisonnement théorique à partir des rondelles dans la figure 3.12, étant donné que deux des trois rondelles ont la même couleur sur chacune des faces, il est préférable de prédire que l'autre face sera de la même couleur (probabilité de 2/3) plutôt que de couleur contraire (probabilité de 1/3). De façon similaire, en raisonnant plutôt à partir des faces, il y a six cas possibles (les six faces des trois rondelles), dont quatre qui permettent de gagner en prédisant la couleur vue, puis deux qui permettent de gagner en prédisant la couleur contraire.

Dans ce jeu des rondelles, comme dans le jeu de Monty Hall, ce qu'on veut tester n'est pas seulement le *jeu* lui-même, mais particulièrement l'efficacité de *stratégie*s appliquées à ce jeu. Il ne s'agit donc pas de rechercher la probabilité de gagner, mais de définir un ensemble de stratégies puis, parmi celles-ci, de chercher celle(s) qui procure(nt) la probabilité la plus élevée de gagner. En quelque sorte, ces situations à « double détente » sont différentes des autres situations abordées dans la recherche-formation. Il n'est toutefois pas prévu d'aborder explicitement cette distinction avec les participants.

Sur le plan didactique, des questions de relance sont prévues et peuvent être posées au besoin, si cela s'avère pertinent. Les questions de relance de la première situation peuvent aussi être utilisées pour cette situation et des comparaisons peuvent être soulevées entre cette situation (ainsi que son simulateur) et les précédentes.

Cette quatrième situation offre un bon potentiel au regard des trois angles des objectifs de cette recherche-formation. Plus particulièrement pour le deuxième angle, cette situation amène un contexte qui offre différents *niveaux d'utilisation d'outils*

technologiques pour l'enseignement (modèle de Laborde). En effet, tout comme les simulateurs analysés précédemment, le simulateur des rondelles peut être utilisé au premier niveau (réaliser des essais plus efficacement) ou au deuxième niveau (voir différemment l'effet de la Loi des grands nombres par le dynamisme des résultats). Il est également possible d'aller encore plus loin en utilisant ce simulateur au troisième niveau, comme le suggère Sinclair (2019) :

> Dans la troisième catégorie de Laborde, la tâche même est transformée par le fait que les stratégies utilisées pour la résoudre ont changé. Dans le cas des technologies numériques […], je crois que c'est vraiment le fait d'avoir un simulateur qui permet de changer le genre de questionnement possible. [Une] simulation de la situation des rondelles peut mener à un questionnement sur la meilleure stratégie pour gagner. Puisque la génération d'un grand échantillon est tellement facile, l'enseignant peut se tourner vers d'autres questions à propos des résultats des simulations. Dans cette situation, l'élève se pose cette question : « Si je choisis cette stratégie, que va-t-il se passer ? » et dans ce questionnement hypothétique, l'élève crée un monde virtuel qui lui permet d'enquêter sur un futur possible et, ensuite, de faire une remise à zéro et d'enquêter sur un autre futur possible. Comme avec le lecteur de musique, l'élève peut donc faire une marche arrière rapide et rejouer la chanson. (Sinclair, 2019, p. 316)

Après le travail effectué sur la quatrième situation, pour explorer d'autres types d'outils technologiques, les participants visionnent une courte capsule vidéo intitulée « Coup de foudre avec Monty Hall[45] ». J'y reviendrai de manière plus approfondie au prochain chapitre (dans la sous-section 4.3.1).

Pour clore cette troisième rencontre, je propose aux participants de travailler sur un devoir qui consiste à faire une exploration de la programmation par blocs. Je propose ainsi aux participants de compléter une activité du site *Heure de code*[46], de visionner

[45] Source : https://www.youtube.com/watch?v=K-kUUg4gs1c

[46] Source : https://code.org/starwars

un court tutoriel d'initiation à *Scratch*[47], puis de compléter un exercice de programmation[48] en replaçant les morceaux à la manière d'un casse-tête pour simuler un lancer de dé[49]. En réalisant ce devoir, les participants sont amenés à entrer en contact avec la programmation par blocs, par des commandes simples de déplacements, des boucles, puis des nombres aléatoires. L'objectif est de leur donner un aperçu pour les préparer à la prochaine rencontre, où il est prévu de programmer un simulateur d'une expérience aléatoire à l'aide de *Scratch*, de *Tickle* ou d'*Excel*.

3.3.4 La rencontre n^{o} 4

Au début de la rencontre n^{o} 4, j'anime une fois de plus un retour sur la rencontre précédente, le récit de formation et le devoir à partir de questions de relance similaires à celles des rencontres précédentes. Après ce bref retour, je présente aux participants mon codirecteur de thèse qui se joint à nous exceptionnellement pour cette rencontre, pour mettre à profit son expérience dans l'animation de tâches de programmation pour faire des mathématiques.

Puis, les participants expérimentent la situation de la marche aléatoire. L'énoncé de cette cinquième situation est présenté dans la Figure 3.13.

---

[47] Source : https://www.youtube.com/watch?v=FTnBk2QxgbI

[48] Source : https://scratch.mit.edu/projects/145125478/#editor

[49] Source : https://docs.google.com/document/d/1wxu2ZuSINqkzV9VmPHTWWWIPrURDBB3pD8eb6ZCHstQ/edit

MARCHE ALÉATOIRE

Éric est debout sur une dalle appartenant à un petit trottoir. Il laisse le hasard guider ses pas en lançant une pièce de monnaie. Chaque fois qu'il obtient « pile », il avance d'une dalle. Quand il obtient « face », il recule d'une dalle.

Quelle est la probabilité qu'après quatre lancers, Éric soit revenu à son point de départ ?

***Programmez un simulateur pour reproduire cette situation et répondre à cette question, puis déposez ce programme dans notre dossier partagé.**

Figure 3.13 L'énoncé de la cinquième situation : Marche aléatoire

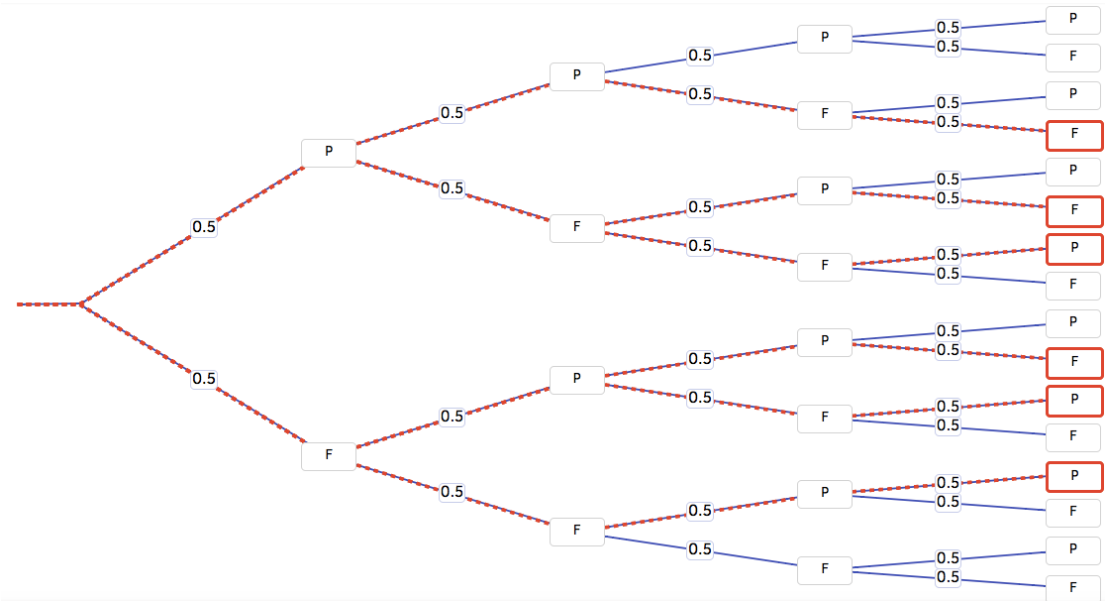
Cette situation est inspirée d'autres travaux qui ont recours à des marches aléatoires (*random walks*) sous diverses versions (Gadanidis *et al.,* 2016 ; Hernandez *et al.,* 2010 ; Huerta, 2018 ; Pfannkuch *et al.,* 2016).

Presque tous les participants choisissent d'utiliser *Scratch* pour réaliser cette situation, alors que d'autres possibilités (*Tickle* et *Excel*) leur sont offertes. Il n'y a que Brian qui décide d'opter pour *Tickle* (qu'il connait déjà) sur sa tablette numérique. Il est possible que la plupart des participants choisissent de travailler dans l'environnement *Scratch* à cause du succès qu'il remporte en ce moment dans les écoles primaires et secondaires, mais aussi parce qu'il met en œuvre la programmation visuelle, qui est facilitant pour une initiation à la programmation. *Scratch* (disponible en ligne : https://scratch.mit.edu) est un langage de programmation visuelle qui amène une « approche d'apprentissage procédurale de la programmation par assemblage de blocs de programmation pas à pas qu'on peut comparer à la construction d'un casse-tête » (Romero, 2016, p. 88). De cette façon, ce n'est pas le langage de programmation qui doit être appris, alors que cela représentait

par le passé une des difficultés et limites de l'approche de Papert (1972, 1980). Des défis sont toutefois à envisager concernant l'exploration et l'intégration de la programmation pour l'enseignement des probabilités. En effet, comme pour toute nouvelle ressource, les participants peuvent avoir besoin de temps et d'accompagnement pour se les approprier. De plus, ils peuvent avoir besoin d'être convaincus de la valeur ajoutée de la programmation par rapport au papier-crayon, alors que cela peut être perçu comme un ajout en plus de devoir travailler toutes les notions mathématiques qui sont prescrites par le *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a).

Pour réaliser cette tâche, il est attendu de programmer un simulateur qui reproduit une marche aléatoire, puis d'observer une fréquence stabilisée qui permettrait d'estimer la probabilité de revenir au point de départ après quatre déplacements. S'il est programmé adéquatement, les résultats obtenus par ce simulateur devraient fournir une tendance suggérant que la probabilité semble être d'environ 35 %-40 %.

Par l'approche théorique, un diagramme en arbre de quatre lancers de pièce de monnaie comme celui de la Figure 3.14 fait ressortir seize cas possibles.



(Source : http://www.dudamath.com/action.html)

Figure 3.14 Le diagramme en arbre de la situation de la marche aléatoire

En fait, pour revenir au point de départ, il faut obtenir autant de pile que de face (c'est-à-dire autant de déplacements vers l'avant que vers l'arrière), ce qui se produit dans six des seize cas. La probabilité de revenir au point de départ après quatre déplacements est donc de 6/16 (ou 3/8 ou 37,5 %).

Sur le plan didactique, l'animation de cette situation se veut plus ouverte que les précédentes, au sens où je n'ai pas préparé de question de relance, alors que mon codirecteur et moi circulons à travers les équipes pour les accompagner dans cette situation. Des prolongements sont toutefois prévus et peuvent être proposés au besoin, si cela s'avère pertinent, par exemple : 1) le nombre de lancers pourrait être modifié (six lancers au lieu de quatre ou encore généraliser à *n* lancers) ; 2) une troisième option pourrait être de rester sur place ; 3) quatre options à considérer, ce qui amènerait à se déplacer sur le plan dans les quatre directions ou encore ; 4) on

pourrait plutôt s'intéresser au nombre de déplacements nécessaires pour revenir au point de départ.

Cette cinquième situation offre un bon potentiel au regard des trois angles des objectifs de cette recherche-formation. Plus particulièrement pour le deuxième angle, cette situation amène un contexte qui offre différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques* pour l'enseignement (modèle de Laborde). En fait, il semble que ce soit la seule fois de la recherche-formation où un outil technologique peut être utilisé au quatrième niveau. Sinclair (2019) suggère d'ailleurs comment la programmation dans *Scratch* peut être utilisée selon le quatrième niveau du modèle de Laborde (2001) :

> Finalement, le quatrième type est celui où la tâche prend sa raison d'être du logiciel – c'est donc une tâche qui serait presque inimaginable sans le logiciel. C'est dans cette catégorie que la modélisation par la programmation […] s'inscrit. La tâche même de créer un programme Scratch qui peut modéliser une situation probabiliste ne pourrait pas se faire sans Scratch (ou un autre langage de programmation similaire). En plus, les stratégies utilisées, qui vont au-delà de ce que l'on peut voir dans les simulations, par exemple, sont très différentes car elles doivent pouvoir exprimer la situation – ses objets et relations – dans un langage de programmation. Dans ce cas, c'est l'apprenant qui invente une nouvelle réalité, qui crée un genre de « micromonde[50] » – c'est-à-dire un environnement ouvert mais contraint qui permet d'expérimenter dans un monde donné – dans lequel il est possible de faire des simulations, de changer les paramètres des simulations, mais aussi de créer de nouveaux paramètres et donc de changer les règles de la simulation. (Sinclair, 2019, p. 316)

Pour clore cette quatrième rencontre, le devoir est laissé ouvert aux participants, alors que chacun est libre d'explorer un aspect qui lui semble particulièrement intéressant

[50] Le *micromonde* est un concept introduit en didactique des mathématiques par Seymour Papert en 1972 (Healy et Kynigos, 2010).

dans le thème de l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques. En guise d'exemples, je leur propose diverses possibilités : approfondir une situation parmi celles expérimentées dans cette recherche-formation ; développer une nouvelle situation sur l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques ; expérimenter une situation avec des élèves et noter des observations ; programmer un autre simulateur dans *Scratch* ; lire un texte relié au thème de l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques ; explorer d'autres ressources, etc.

3.3.5 La rencontre n^{o} 5

Au début de la rencontre n^{o} 5, j'anime une dernière fois un retour sur la rencontre précédente, le récit de formation et le devoir à partir de questions de relance similaires à celles des rencontres précédentes. Le retour sur le devoir prend d'ailleurs une bonne partie du temps de la rencontre, alors que chaque participant présente ce sur quoi il a travaillé.

Il n'y a aucune nouvelle situation à expérimenter avec les participants. En guise de bilan de la recherche-formation, j'anime une discussion qui vise à ouvrir sur des pistes pour la formation. Je distribue alors aux participants une feuille avec les cinq questions suivantes, pour lesquelles les participants se positionnent en répondant à l'une ou plusieurs d'entre elles :

1. À la suite de cette formation, est-ce que vous vous sentez mieux outillés ? Si oui, est-ce grâce aux cinq situations expérimentées ? Est-ce plutôt en lien avec la compétence (en développement) à créer/modifier des situations ?

2. Si je devais redonner cette formation, sur quoi pensez-vous que je devrais mettre l'accent ou que je devrais faire différemment (en termes de contenu et de progression) ?
3. Si on poursuivait avec cinq rencontres supplémentaires, qu'auriez-vous aimé aborder dans le thème de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ?
4. Comment (et pourquoi) continuer à vous former sur ce thème ?
5. Si vous aviez à comparer cette formation par rapport à d'autres formations que vous avez suivies, qu'auriez-vous à dire ?

Puis, je me positionne à mon tour en leur partageant ma réflexion concernant quelques enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Je leur présente alors une affiche (Thibault, 2018a) qui illustre quelques résultats préliminaires de cette recherche-formation.

3.4 L'opérationnalisation de cette recherche

L'opérationnalisation de cette recherche est ici décrite pour apporter certaines précisions dans chacune des étapes entourant les données de la recherche-formation, c'est-à-dire le recrutement des participants et la collecte de données. Une synthèse de l'opérationnalisation de cette recherche vise ensuite à résumer cette section.

3.4.1 Le recrutement des participants

Concernant le recrutement des participants, une attention particulière est accordée aux aspects éthiques. Afin que les participants cheminent dans un environnement

sécuritaire et respectueux, j'évite notamment tout risque de conflit d'intérêts, de relation de pouvoir et d'atteinte à la réputation[51].

Pour cette recherche-formation, je vise à recruter des participants sur une base volontaire et de manière à réunir des expertises variées puisque ces complémentarité et richesse d'expertises pourraient faire émerger divers enjeux de formation. Ces expertises se complètent par des différences de point de vue, d'expériences et de familiarité avec les notions probabilistes, les outils technologiques et l'enseignement des mathématiques (à différents niveaux scolaires), soit les trois ensembles de préoccupations ciblés initialement lors du chapitre de problématique. Ainsi, les participants recrutés doivent avoir une certaine expertise reliée à l'un ou plusieurs de ces ensembles de préoccupations, sans toutefois être considérés comme des experts à l'intersection centrale de ces ensembles de préoccupations, c'est-à-dire en enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Afin de cibler des participants potentiels, je me réfère aux expertises reconnues par la communauté. Plus particulièrement, je sollicite les recommandations des personnes-ressources comme des conseillers pédagogiques avec lesquels je communique depuis quelques années par le biais d'une association professionnelle nommée *Groupe des Responsables des Mathématiques au Secondaire*. C'est alors l'occasion de prendre contact avec des personnes qui sont qualifiées pour cette recherche, en me référant au point de vue de ceux qui sont sur le terrain. Ces recommandations me libèrent donc de la responsabilité de sélectionner les participants selon leur expertise. Il semble préférable de solliciter des participants d'une seule commission scolaire, ce qui

[51] Cette recherche est d'ailleurs approuvée par le Comité d'éthique de la recherche pour les projets étudiants impliquant des êtres humains de l'Université du Québec à Montréal et un certificat portant le numéro 1204 a été émis le 22 septembre 2017.

permet de les rassembler dans un lieu commun de leur région et qu'ils aient le même calendrier scolaire (et donc le même horaire de journées pédagogiques).

C'est alors que Grace[52] m'est recommandée, étant considérée comme une conseillère pédagogique expérimentée qui contribue aux évènements organisés par le *Groupe des Responsables des Mathématiques au Secondaire.* Elle est impliquée auprès des enseignants de mathématiques de sa commission scolaire et qui témoigne d'un intérêt envers les projets de recherche (elle a d'ailleurs complété une maitrise en didactique des mathématiques). Lorsque je prends contact avec elle pour lui expliquer les objectifs de la recherche-formation, elle accepte avec enthousiasme de se joindre au projet. Avec son aide, un horaire est mis au point pour cibler les cinq demi-journées des rencontres collectives, qui se déroulent durant deux journées pédagogiques et durant trois journées d'enseignement (où les participants doivent alors faire approuver des libérations par leur comité de perfectionnement).

Pour avoir un nombre adéquat de participants, il est à noter que le nombre de participants visé dans une recherche-formation consiste idéalement en un groupe de dix à quinze personnes selon Marcel (1999), mais d'autres études de ce type en ciblent un peu moins, soit environ huit à dix participants (par exemple, Bednarz et Proulx, 2010 ; Monbaron, 2005). Je demande alors à Grace de m'aider à recruter environ huit enseignants et conseillers pédagogiques ayant des expertises complémentaires, pour participer à cette recherche-formation. Elle accepte aussitôt de recruter des participants intéressés (et intéressants). Pour cette recherche-formation, huit enseignants et conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire sont d'abord sollicités par Grace pour former un groupe à l'instar d'une communauté de pratique, ainsi constitué de dix personnes en incluant Grace et moi. Ces huit

[52] Un pseudonyme est attribué à chaque participant, afin de conserver son anonymat.

personnes sollicitées acceptent de participer à la recherche-formation, mais deux d'entre elles se désistent avant la première rencontre collective en invoquant des contraintes de temps.

Donc, cinq enseignants (Alan, Brian, Déborah, Émilie et Florence) et deux conseillers pédagogiques (Christian et Grace)[53] en mathématiques au secondaire provenant de deux commissions scolaires de la même région acceptent de contribuer à cette recherche-formation. Chaque participant qui est intéressé par la recherche-formation décrite dans la lettre d'information (voir *Annexe A*) doit d'abord faire signer un formulaire d'autorisation (voir *Annexe B*) par sa direction. En remplissant le formulaire de consentement (voir *Annexe C*), chaque participant s'engage sur une base volontaire à participer à un entretien individuel préliminaire, aux cinq demi-journées de rencontres collectives. L'entretien individuel final est ensuite ajouté aux outils de collecte de données, avec l'approbation des participants.

Le Tableau 3.2 présente quelques caractéristiques des participants qui sont déclarées par Grace et par les participants eux-mêmes lors du recrutement.

[53] Des pseudonymes sont utilisés pour rapporter anonymement les propos des cinq enseignants et des deux conseillers pédagogiques.

Tableau 3.2 Quelques caractéristiques des participants au moment du recrutement

Participant(e)	**Niveau (x) d'enseignement**	**Nombre d'années d'expérience**	**Niveau d'aisance avec les outils technologiques**	**Niveau d'aisance à enseigner les probabilités**
Alan	4e secondaire (séquence TS)	17 ans	Moyennement à l'aise	Très à l'aise
Brian	4e secondaire (séquence CST) et 5e secondaire (séquence CST)	18 ans	À l'aise	À l'aise
Christian	Conseiller pédagogique et enseignant en 2e secondaire	24 ans comme enseignant dont 10 ans aussi comme conseiller pédagogique	Très à l'aise	À l'aise (mais dit ne pas aimer les probabilités)
Déborah	2e secondaire et 5e secondaire (séquence CST)	9 ans	Moyennement à l'aise	Moyennement à l'aise
Émilie	3e secondaire et 4e secondaire (séquence TS)	26 ans	Peu à l'aise	À l'aise
Florence	3e secondaire	10 ans	Peu à l'aise	Peu à l'aise
Grace	Conseillère pédagogique	2 ans comme enseignante, puis 6 ans comme conseillère pédagogique	À l'aise	Moyennement à l'aise

Ces caractéristiques témoignent de la complémentarité et de la richesse des expertises des participants. En effet, les expériences des participants (comme enseignants et comme conseillers pédagogiques) se situent de moyenne (3 participants ayant entre 8 et 10 ans d'expérience) à très grande (4 participants ayant entre 17 ans et 26 ans d'expérience), puis les niveaux d'aisance sont variés (allant de peu à l'aise à très à

l'aise), autant par rapport aux outils technologiques qu'à l'enseignement des probabilités.

3.4.2 La collecte de données

La collecte de données se déroule au cours de l'année scolaire 2017-2018, où les séances de formation se tiennent à raison d'environ une rencontre par mois, en plus des entretiens individuels (préliminaires et finaux), comme l'illustre la Figure 3.15.

Figure 3.15 Le calendrier de la collecte de données de la recherche-formation

Avant la première rencontre collective, j'établis un premier contact avec les enseignants et conseillers pédagogiques qui acceptent de participer à cette recherche-formation. Cet entretien individuel préliminaire d'environ 30 minutes me permet de recueillir des données (enregistrements audio et notes de recherche) afin de situer leurs attentes envers la recherche-formation ainsi que leur expérience et leur intérêt

en lien avec le thème ciblé. Plus particulièrement, pour cet entretien semi-dirigé, je m'appuie sur le guide d'entretien individuel préliminaire (voir *Annexe D*) en questionnant chaque participant sur ses expériences de formation initiale et continue en enseignement des probabilités avec des outils technologiques, puis sur l'intégration de ces expériences dans sa salle de classe. Ces aspects font aussi l'objet des discussions collectives lors des séances de formation, mais je souhaite d'abord que chaque participant se positionne individuellement. En effet, j'espère stimuler chez eux une démarche réflexive qui pourrait ensuite favoriser leur engagement dans les rencontres en groupe et l'émergence d'enjeux de formation spécifiques au contexte de cette recherche-formation. Les entretiens individuels préliminaires me permettent aussi de mieux connaitre les expertises des participants et d'ajuster mes interventions et questions de relance lors des séances de formation. Je profite aussi de cette occasion pour m'assurer que tous les participants ont accès à un appareil numérique pour pouvoir utiliser des outils technologiques en ligne lors des rencontres collectives.

Lors des rencontres de travail, je propose des situations à partir de celles préparées, tout en demeurant flexible pour faire évoluer ma planification selon les besoins des participants. Ainsi, les cinq situations et les outils technologiques qui les accompagnent (voir *Annexe E*) sont explorés dans les rencontres, comme je l'ai présenté précédemment (voir section 3.3.). Lorsque les participants réalisent ces situations, des copies de leurs productions sont recueillies en guise de traces pour pouvoir analyser les données par la suite. Les productions réalisées par les participants lors de leurs devoirs sont aussi recueillies pour témoigner du travail qu'ils accomplissent entre les rencontres.

De plus, les notes prises dans le journal de recherche lors des rencontres (ou tout de suite après) permettent d'identifier des évènements significatifs, à titre de point de

départ pour l'analyse. Le journal de recherche est donc un outil précieux pour faire un premier tri des données pertinentes à retranscrire et analyser, parmi toutes les observations filmées des rencontres collectives.

Par la rédaction d'un récit par le formateur, une première analyse des enjeux de formation est effectuée. Alors, je rédige un récit de formation de cinq à huit pages à la suite de chaque rencontre. Chaque récit de formation est révisé par le comité de direction de recherche, puis envoyé aux participants pour en discuter au début de la rencontre suivante. Le récit de formation est un outil important pour organiser ce passage d'une phase à l'autre. Il est constitué d'un itinéraire des situations abordées ainsi que des idées importantes qui seront apparues concernant les besoins, contraintes, ressources et attentes envers l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques, ce qui peut faire émerger des enjeux de formation. Ainsi, à partir du journal de recherche et d'un compte rendu[54] des enregistrements vidéo de chaque rencontre, des enjeux de formation sont analysés de façon préliminaire avec le comité de direction de recherche. Je soumets le récit de formation aux participants environ deux semaines après chaque séance pour que les participants puissent le lire, y réfléchir puis réagir au début de la séance suivante où une discussion autour de ce récit de formation permet d'enrichir et de compléter avec eux le sens en construction de la recherche-formation. Les récits de formation (voir *Annexe F*) témoignent d'une synthèse des échanges avec les participants. Le récit de formation est donc à la fois un outil de formation et un outil de recherche et permet ainsi un va-et-vient entre la formation et la recherche (voir Figure 3.1). D'ailleurs, le récit de formation est considéré comme un outil de collecte de données pour cette recherche-formation,

[54] Après chaque rencontre, je visionne les enregistrements vidéo et je note les idées principales de chacune des interventions lors des discussions. Cela m'amène à produire un compte-rendu assez détaillé d'environ 20-30 pages sans exiger la lourdeur de retranscriptions verbatim pour toutes les observations filmées, ce qui est suggéré par Prud'homme (2007). Les retranscriptions verbatim des moments jugés intéressants sont faites par la suite. J'y reviendrai dans la section 3.5 sur l'analyse des données.

pour dégager des idées importantes évoquées lors des rencontres de travail. En plus, les récits produits sont considérés comme des données qui pourraient permettre de dégager des enjeux de formation par une analyse subséquente.

Comme le suggère Prud'homme (2007), un entretien individuel final permet de revenir sur certains éléments qui surviennent dans les rencontres collectives afin de les approfondir, en plus d'alimenter le développement professionnel des participants :

> Le recours à un entretien semi-dirigé en aval de l'expérience collective veut soutenir un travail de vérification et d'explicitation du participant au terme de l'expérience collective. Il permet au chercheur d'assurer un compagnonnage plus individualisé qui peut susciter de nouvelles prises de conscience et soutenir un ancrage des apprentissages dans le contexte plus vaste de la pratique professionnelle. (Prud'homme, 2007, p. 108)

Pour cet entretien semi-dirigé d'environ 30 minutes, dont les données recueillies sous forme d'enregistrements audio et de notes de recherche, je m'appuie sur le guide d'entretien individuel final (voir *Annexe G*) en questionnant chaque participant sur son expérience dans la recherche-formation, mais aussi sur certains éléments spécifiques à chacun qui demandent des précisions.

Donc, des données de plusieurs types sont recueillies, soit des productions des participants lors du travail sur les situations et dans les devoirs, des observations filmées (et retranscriptions verbatim) des rencontres collectives, des récits de formation, des enregistrements audio des entretiens individuels (préliminaires et finaux), puis des notes de recherche.

3.4.3 La synthèse de l'opérationnalisation de cette recherche-formation

Une synthèse de l'opérationnalisation de cette recherche-formation, expérimentée avec sept participants durant cinq demi-journées, est illustrée dans le Tableau 3.3.

Tableau 3.3 Une synthèse de l'opérationnalisation de la recherche-formation

Question de recherche	Modèles	Objectifs de recherche	Outils de collecte de données	Données
Quels enjeux de formation émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ?	Modèle TPACK	Décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux *connaissances et compétences des enseignants*, pour l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques	Situations proposées aux enseignants	Productions des participants lors du travail sur les situations
			Matériel d'enregistrement vidéo	Observations filmées (et retranscriptions verbatim) des rencontres collectives
	Modèle de Laborde	Décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques*, pour l'enseignement des probabilités du secondaire	Récit de formation	Récits de formation
			Journal de recherche	Notes de recherche
	Modèle de Tapan	Décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux *dynamiques d'interactions* entre le formateur, le formé et les savoirs, pour l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques	Propositions de devoirs	Productions des participants lors du travail sur les devoirs
			Entretiens individuels (préliminaires et finaux)	Enregistrements audio des entretiens

Ainsi, la question de recherche s'appuie sur les angles de trois modèles (et sur les autres concepts du cadre conceptuel), ce qui mène aux trois objectifs de recherche. Divers outils de collecte de données permettent ensuite de recueillir des données complémentaires visant à décrire et comprendre des enjeux de formation concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Puisqu'il s'agit d'une recherche-formation, mon implication comme chercheur-formateur m'amène à la fois à planifier et animer les discussions lors des séances de formation, puis à analyser les données par la suite. Ainsi, j'oriente les discussions par mon choix des situations et des outils technologiques qui les accompagnent, puis par mes questions et relances lors des rencontres. Comme je l'ai mentionné précédemment, de façon cohérente avec la perspective de la recherche-formation, je ne perçois pas cette implication comme une faiblesse, mais plutôt comme une force pour l'analyse :

> La position de formateur-chercheur, comme l'explique Adler (1993), offre au chercheur un accès privilégié aux événements d'apprentissage et enrichit les possibilités d'analyse. Wong (1995) affirme même que ce positionnement est essentiel, car toute activité éducative « is so imbued with human intentions and inextricably embedded in the specifics of each situation (...that it...) cannot be understood fully from the perspective of an outsider » (p. 25). Cette imbrication dans la formation s'avère donc porteuse en regard du sens pouvant être développé dans ce processus de formation, de manière à pouvoir le comprendre et le documenter de l'intérieur – et non de l'extérieur. Il y a donc pour nous, dans cette position, presqu'une nécessité scientifique de s'intégrer dans le processus même de formation, pour bien saisir sa complexité et la subtilité des événements qui s'y produisent ; ce qu'une position externe d'observateur ne peut que difficilement nous offrir. Cette position s'avère de plus potentiellement riche sur le plan de la dialectique entre formation et recherche, dimension que la présente recherche veut documenter. (Bednarz et Proulx, 2010, p. 27)

3.5 La démarche d'analyse des données

Comme je l'ai mentionné dans la section précédente, le récit de formation que je rédige après chaque séance me permet de faire un premier niveau d'analyse au fur et à mesure que la collecte de données s'effectue[55]. C'est donc un écrit à la fois descriptif et analytique (Prud'homme, 2007), qui sert d'outil méthodologique et d'outil de formation. Je rappelle que certains enjeux de formation peuvent être mentionnés et relevés explicitement par les enseignants lors des discussions et qu'ils sont alors relevés dans les récits de formation (voir *Annexe F*). En plus de faire ressortir ces enjeux de formation, je tente de comprendre en parallèle les enjeux d'enseignement qui sont évoqués dans les discussions avec les participants, afin d'éclairer la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Pour ce faire, je dois m'imprégner des données pour mieux comprendre la perspective des participants. Paillé et Mucchielli (2016) parlent d'ailleurs d'être à l'écoute des données lors de l'analyse pour bien analyser le phénomène dans toute sa complexité. Pour chaque récit de formation, je rédige d'abord un compte rendu assez détaillé d'environ 20 à 30 pages, dans lequel je note les idées principales de chacune des interventions lors des discussions. Ce compte rendu me permet de prendre connaissance des idées évoquées dans la séance de formation et de repérer celles qui semblent plus importantes pour cette recherche-formation. Dans le récit de formation que je rédige ensuite, je reprends ainsi des idées saillantes et je les organise sous forme d'un texte continu de cinq à huit pages, avec des rubriques « éléments à retenir » à la fin de chaque section. Il me semble important que les participants paraissent bien, alors cette sensibilité m'influence à mettre de l'avant des idées de chacun des participants (dans une perspective constructive et non

[55] À la suite d'une analyse préliminaire, j'ai diffusé une affiche (Thibault, 2018a) et autre texte (Thibault, 2018b) pour faire ressortir quelques enjeux de formation, à partir desquels je me suis inspiré pour la suite de l'analyse dans cette thèse.

pas déficitaire) dans ces récits de formation. Toutefois, la plupart des enjeux de formation sont implicites et sont donc dégagés par la suite, lors des analyses plus détaillées.

Pour mener à bien l'analyse détaillée des données, les choix que je fais doivent me permettre d'avancer sur mes objectifs de recherche, soit de décrire et comprendre des enjeux de formation, dans un contexte de formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, qui sont liés aux trois angles d'entrée complémentaires (connaissances et compétences des enseignants, niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement et dynamiques d'interaction). Cette visée de compréhension des enjeux de formation est facilitée par le fait d'avoir trois angles d'entrée appuyés par les trois modèles, puis de documenter les enjeux de formation de l'intérieur. Je rappelle que les modèles ne constituent pas un cadre d'analyse, mais servent plutôt à dégager des angles complémentaires pour décrire et comprendre des enjeux de formation. Ainsi, puisque les trois modèles donnent de grandes orientations (qui ne sont évidemment pas exhaustives) tout en laissant place à l'émergence, la démarche d'analyse adoptée est dite inductive (Blais et Martineau, 2006).

Souhaitant « être à l'écoute des données » pour bien analyser le phénomène dans toute sa complexité (Paillé et Mucchielli, 2016), je procède à l'analyse après la collecte de données, en reprenant les comptes rendus et les récits de formation des cinq séances pour faire ressortir ce qui semble le plus important parmi environ 21 heures d'observations filmées. Ce repérage me permet de cibler 16 moments (allant d'une durée de 4 à 40 minutes) jugés intéressants par la richesse des propos, qui sont retranscrits et analysés. La Figure 3.16 illustre cette démarche d'analyse des données.

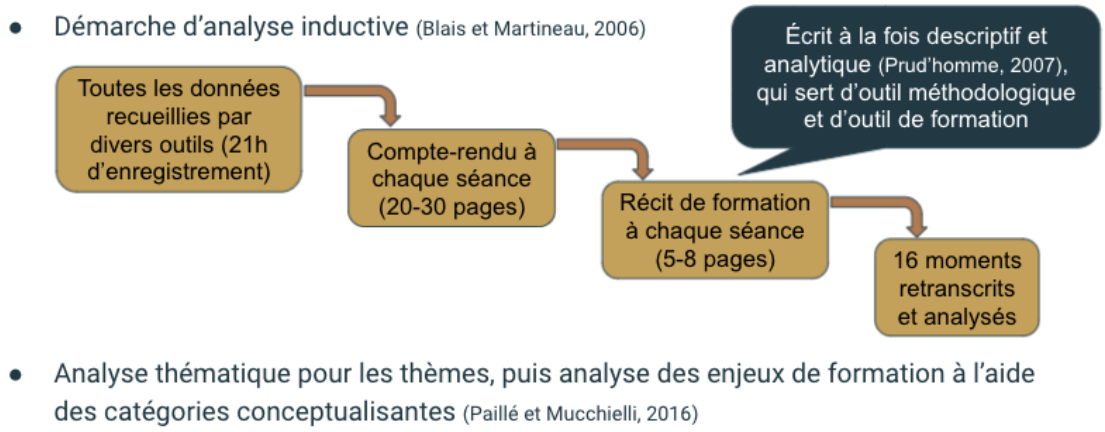


Figure 3.16 La démarche d'analyse des données

Afin d'analyser les retranscriptions verbatim de ces moments, je mets à profit les trois modèles du cadre conceptuel qui sont utilisés dans une perspective génératrice d'idées (Proulx, 2015) plutôt que dans une perspective de vérification d'éléments observables. Pour chaque passage codé[56] lors de l'analyse, je note le modèle en lien, ses composantes particulières manifestées dans ce passage ainsi que des notes d'analyse. Lors de cette phase de codage, les modèles me permettent ainsi de cerner des éléments sous divers angles.

Toutes les autres données (autres moments des observations filmées des rencontres collectives, productions des participants lors du travail sur les situations, récits de formation, notes de recherche, productions des participants lors du travail sur les devoirs, puis enregistrements audio des entretiens) sont ensuite analysées de manière à compléter l'analyse des enjeux de formation qui émergent, organisés selon des thèmes et sous-thèmes distincts. Ainsi, les retranscriptions verbatim m'amènent à analyser les données de façon détaillée pour les moments importants des séances de

[56] Un passage codé a habituellement une longueur de quelques lignes, où plusieurs personnes interviennent, mais on retrouve aussi exceptionnellement des extraits d'une seule ligne ou encore de plus d'une page.

formation et les autres données sont analysées de façon plus globale. Plus particulièrement, les données sont analysées de façon complémentaire par une analyse thématique, puis par une analyse à l'aide des catégories conceptualisantes (Paillé et Mucchielli, 2016).

L'analyse thématique a une intention descriptive pour éclairer un phénomène, visant « à illustrer comment l'expérience se déploie et non seulement combien de fois elle se reproduit. » (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 269). Plus précisément, une telle analyse a deux fonctions principales : une fonction de repérage et une fonction de documentation :

> [La] thématisation constitue l'opération centrale de la méthode, à savoir la transposition d'un corpus donné en un certain nombre de thèmes représentatifs du contenu analysé, et ce, en rapport avec l'orientation de recherche (la problématique). L'analyse thématique consiste, dans ce sens, à procéder systématiquement au repérage, au regroupement et, subsidiairement, à l'examen discursif des thèmes abordés dans un corpus. (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 236)

Un thème est « un ensemble de mots permettant de cerner ce qui est abordé dans l'extrait du corpus correspondant, tout en fournissant des indications sur la teneur des propos » (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 246). Pour précéder à une analyse thématique, il faut alors :

> tracer des parallèles ou de documenter des oppositions ou divergences entre les thèmes. Il s'agit en somme de construire un panorama au sein duquel les grandes tendances du phénomène à l'étude vont se matérialiser dans un schéma (l'arbre thématique) [et de] vérifier s'ils [les thèmes] sont récurrents d'un matériau à l'autre et comment ils se recoupent, rejoignent, contredisent, complémentent, … (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 236)

Voici aussi quelques indications techniques pour procéder à la thématisation :

> Pour en arriver à dégager quelques premiers thèmes, l'analyste doit évidemment d'abord procéder à plusieurs lectures du matériau à l'étude, de même que, possiblement, à diverses formes de marquage (surlignage, annotations informelles) dans le but de s'approprier, à un premier niveau, les éléments saillants du matériau ainsi qu'une vue d'ensemble de la totalité à analyser. Sur le plan technique, […] l'analyste va séparer les diverses unités de signification les unes des autres, soit en tirant une ligne, soit en créant des cellules pour une mise en tableau, avec ou sans numérotation des unités. Une unité de signification est une phrase ou un ensemble de phrases liés à une même idée, un même sujet, ou, si l'on veut, à un même thème. Dès que, dans le texte, une autre idée semble abordée, c'est qu'une nouvelle unité de signification débute, et alors l'analyste introduit une séparation entre les deux unités (qui sont parfois appelés unités sémiques). (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 244-245)

C'est de cette façon que j'ai mené l'analyse thématique, en notant ensuite les thèmes retenus, en procédant à des fusions, subdivisions, regroupements et hiérarchisations des thèmes et sous-thèmes, conformément à Paillé et Mucchielli (2016). L'analyse thématique me permet de dégager 3 thèmes ainsi que 11 sous-thèmes qui guident l'organisation de la présentation des résultats au chapitre suivant. Pour chacun des sous-thèmes, je cherche à décrire et comprendre des enjeux de formation en les exemplifiant à partir de certains extraits analysés.

C'est alors que l'analyse à l'aide des catégories conceptualisantes entre en jeu. Une telle analyse a une perspective théorisante où le « travail analytique est un travail d'induction, progressif, ne faisant que très peu appel à des concepts ou catégories déjà nettement formulés » (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 331). Pour bien distinguer les deux analyses complémentaires, l'analyse thématique permet de retracer l'histoire des participants (les faits et évènements) relativement à la problématique étudiée, alors que l'analyse à l'aide des catégories conceptualisantes permet progressivement d'en arriver à une conceptualisation de la problématique de ces participants.

Une catégorie conceptualisante est ainsi « une production textuelle se présentant sous la forme d'une brève expression et permettant de dénommer un phénomène perceptible à travers une lecture conceptuelle d'un matériau de recherche » (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 320). Dans le cas de cette recherche, une catégorie conceptualisante est en fait un enjeu de formation. Voici quelques autres indications sur la catégorisation :

> Dès qu'une catégorie revêt une certaine solidité, ou à partir du moment où elle s'applique à plusieurs extraits des documents à l'étude, elle est prise à part, inscrite sur une fiche ou à l'intérieur d'un document, puis elle est examinée, détaillée, développée, ajustée. Ce travail donne lieu, à son tour, à une saisie plus ferme et plus claire de l'analyse, il se traduit par des catégories plus riches, plus justes et mieux ancrées dans le matériau d'ensemble, et ainsi de suite. (Paillé et Mucchielli, 2016, p. 362)

Pour que les enjeux de formation (émergeant d'une analyse à l'aide des catégories conceptualisantes) soient pertinents, Paillé et Mucchielli (2016) rappellent l'importance du contexte pour bien décrire et comprendre le phénomène étudié :

> Le contexte illumine l'évènement, le met en perspective, lui donne de la dimension. Il l'insère à l'intérieur d'un réseau de significations et le replace à l'intérieur d'un temps et d'un espace révélateurs des ensembles auxquels il est inextricablement lié. Le contexte est à la fois la source et l'expansion de l'évènement. (p. 396)

Cette analyse à l'aide de catégories conceptualisantes me permet de faire ressortir 17 enjeux de formation, qui sont rattachés à des thèmes et sous-thèmes distincts. Ces thèmes, sous-thèmes et enjeux de formation sont présentés et exemplifiés de façon détaillée au prochain chapitre, sous forme de résultats qui découlent de cette recherche-formation.

CHAPITRE IV

RÉSULTATS

Dans ce chapitre, je présente les résultats de cette recherche-formation. Je cherche ainsi à avancer sur la question de recherche ciblée : Quels enjeux de formation émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ? Au final, les analyses complémentaires (analyse thématique et analyse à l'aide de catégories conceptualisantes) font ressortir dix-sept enjeux de formation, qui sont rattachés à trois thèmes et onze sous-thèmes distincts. Puisque les thèmes émergent au fur et à mesure de l'analyse, les codes qui désignent les passages codés sont ensuite classés dans un tableau, selon le thème auxquels ils réfèrent. En regroupant tous ces passages codés, les trois thèmes (qui ne découlent pas directement des trois objectifs de recherche[57]) se raffinent en onze sous-thèmes, comme l'illustre le Tableau 4.1.

[57] Les modèles sont directement liés aux objectifs (au deuxième chapitre), puis les thèmes sont liés aux enjeux de formation (dans ce chapitre), mais je n'ai pas l'intention de lier les modèles/objectifs aux thèmes/enjeux. J'y reviendrai au prochain chapitre, dans la discussion des résultats.

Tableau 4.1 La classification de trois thèmes et de onze sous-thèmes

Thème	Sous-thème
1er : Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle	1er : Le nombre d'essais nécessaire dans l'approche fréquentielle
	2e : Des fréquences vers la probabilité
	3e : Le niveau de confiance
	4e : Des résultats exceptionnels
2e : Manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités	5e : L'aspect visuel d'un outil technologique
	6e : Le recours à un simulateur
	7e : La programmation
	8e : Les rôles de divers types d'outils technologiques
	9e : La complémentarité des outils technologiques
3e : Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste	10e : L'exploration d'outils technologiques en probabilités
	11e : L'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités

Ces thèmes et sous-thèmes me permettent d'organiser la présentation des résultats dans ce chapitre. En effet, pour chacun des sous-thèmes, je vise à décrire et comprendre des enjeux de formation en les exemplifiant à partir de certains extraits évocateurs qui s'appuient sur les passages codés lors de l'analyse. Ces extraits permettent de rapporter anonymement les propos des cinq enseignants (Alan, Brian,

Déborah, Émilie et Florence), des deux conseillers pédagogiques (Christian et Grace)[58] ainsi que les miens (identifiés par CF, pour chercheur-formateur)[59].

Ces enjeux de formation concernent à la fois le formateur et les formés. Pour chaque enjeu de formation, le libellé est annoncé dès le début, puis c'est la présentation des extraits ainsi que leur analyse qui me permet d'appuyer cet enjeu de formation. Au-delà du libellé de chaque enjeu de formation (qui est évoqué à nouveau en italique par la suite), ce sont donc les extraits analysés qui permettent de décrire, mais surtout de comprendre des enjeux de formation en les situant dans le processus de la formation, par des exemples d'échanges qui font ressortir des bons coups, des difficultés et des besoins qui émergent chez les participants. Certains extraits sont présentés en entier, alors que d'autres sont repris indirectement ou partiellement, en reprenant seulement quelques bouts de phrases jugés plus pertinents. Puis, d'autres extraits codés ne sont pas retenus pour ce chapitre de présentation des résultats, soit parce qu'ils ne fournissent pas de nouvelles idées, qu'ils ne sont pas liés à l'un des thèmes et sous-thèmes ciblés ou qu'ils ne permettent pas aussi bien d'appuyer un enjeu de formation.

L'analyse des données permet de dégager des enjeux de formation qui prennent différentes formes. En premier lieu, un enjeu de formation émerge parfois en lien avec un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation. Dans ce cas, le travail du formateur et des formés est analysé dans ce sens. Il s'agit d'un évènement important, car il se

[58] Grace et Christian occupent la fonction de conseiller pédagogique, mais puisqu'ils adoptent une posture semblable aux autres participants lors des rencontres, il ne me semble pas nécessaire de les traiter différemment des autres enseignants lors de l'analyse des données.

[59] Puis, alors qu'un deuxième chercheur-formateur m'assiste dans la quatrième rencontre, ses propos sont identifiés par CF2. Il s'agit en fait de mon codirecteur de thèse qui est expérimenté dans l'animation de tâches de programmation pour faire des mathématiques.

répercute de manière importante sur les rencontres dans les gestes et les paroles du formateur et des formés.

En deuxième lieu, un enjeu de formation prend parfois la forme d'un élément important à comprendre ou à faire, évoqué par le formateur ou par des formés lors des rencontres. Il s'agit alors de quelque chose qu'on souhaiterait que le formé connaisse ou fasse en lien avec son enseignement. Il est ainsi question d'intentions ou encore d'un idéal où on voudrait aller.

En troisième et dernier lieu, un enjeu de formation est parfois lié à un problème qui survient dans les rencontres, qu'il fasse l'objet de discussions explicites ou non. Cet élément important à considérer pour la formation est d'ailleurs parfois perçu comme un problème par des formés (parfois la majorité, ce qui semble saillant, mais parfois un seul, ce qui semble un cas unique intéressant à documenter) ou par le formateur. Dans ce cas, il peut s'agir de quelque chose de difficile à faire pour le formateur ou le formé, en raison d'un obstacle ou d'une contrainte à franchir.

Je vais maintenant présenter chacun des dix-sept enjeux de formation, organisés à l'aide des thèmes et sous-thèmes (voir Tableau 4.1).

4.1 Le premier thème : Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle

Le thème *Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle* regroupe plusieurs extraits où les participants ont recours à des notions liées à l'enseignement des probabilités du secondaire, plus particulièrement en lien avec l'approche fréquentielle.

Tout d'abord, je vais expliciter ce que j'entends par le « recours à des notions probabilistes ». Par notions probabilistes, je considère autant les notions scolaires prescrites dans le *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a) que les notions probabilistes qui ne sont pas nécessairement à l'étude. En ce qui concerne les notions probabilistes scolaires, on retrouve notamment les concepts et processus liés à la représentation d'expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes avec ou sans remise, avec ou sans ordre (arbre, grille, réseau, etc.), au dénombrement des possibilités d'une expérience aléatoire, aux diverses approches probabilistes (théorique, fréquentielle et subjective), à la variabilité et à l'espérance mathématique[60]. Conformément à mes intentions comme chercheur-formateur, il est à noter que les notions probabilistes qui sont décortiquées de façon plus détaillée lors des rencontres de la recherche-formation concernent surtout l'approche fréquentielle (voir section 2.4). En ce qui concerne plutôt les notions probabilistes qui ne sont pas explicitement prescrites, il est question notamment de la Loi des grands nombres, de l'intervalle de confiance, de la marge d'erreur et de la distinction entre aléatoire, pseudo-aléatoire et déterminisme.

En lien avec ces notions probabilistes, diverses conceptions peuvent prendre forme. Le recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle correspond alors à déployer un raisonnement qui implique une ou des notions probabilistes, par exemple pour comprendre un phénomène aléatoire ou pour résoudre un problème en réalisant des essais. L'apprenant qui a recours à une notion probabiliste peut se l'approprier sous forme de savoir probabiliste (qui est considéré valide sur le plan mathématique) ou sous forme de conception probabiliste (qui admet alors un domaine de validité restreint). Dans un contexte de formation, je souhaite donc revisiter des notions probabilistes avec des enseignants dans l'approche fréquentielle, avec

[60] Il est à noter qu'une liste plus complète des notions probabilistes scolaires est présentée dans le Tableau 1.1.

l'intention de creuser ces notions pour leur donner du sens. Dans de telles discussions, il arrive que des conceptions probabilistes se manifestent, qu'elles soient rapportées de comportements provenant des élèves ou qu'elles proviennent des enseignants eux-mêmes[61].

L'analyse de ce thème fait émerger quatre enjeux de formation répartis dans quatre sous-thèmes :

- Premier sous-thème : Le nombre d'essais nécessaire dans l'approche fréquentielle
    - Enjeu de formation nº 1 : Se préparer à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable dans l'approche fréquentielle
- Deuxième sous-thème : Des fréquences vers la probabilité
    - Enjeu de formation nº 2 : Se préparer à composer avec la convergence des fréquences vers la probabilité
- Troisième sous-thème : Le niveau de confiance
    - Enjeu de formation nº 3 : Se préparer à composer avec la double probabilité reliée au niveau de confiance d'avoir atteint la probabilité recherchée dans l'approche fréquentielle
- Quatrième sous-thème : Des résultats exceptionnels
    - Enjeu de formation nº 4 : Se préparer à composer avec des résultats exceptionnels dans l'approche fréquentielle

[61] L'analyse des données fait ressortir quelques conceptions des enseignants (notamment dans les propos d'Alan), mais seulement certaines d'entre elles sont présentées dans ce chapitre, en lien avec ce thème, soit particulièrement les notions probabilistes qui sont liées à l'approche fréquentielle.

Ces quatre sous-thèmes permettent de cibler des échanges où les participants et moi avons (ou devrions avoir) recours à des notions probabilistes.

4.1.1 Le premier sous-thème : Le nombre d'essais nécessaire dans l'approche fréquentielle

Le sous-thème du nombre d'essais nécessaire dans l'approche fréquentielle entre en jeu dans les discussions où des expériences aléatoires sont réalisées à l'aide de matériel concret à l'aide d'un simulateur. Il est alors question du nombre d'essais nécessaire pour pouvoir se fier à la fréquence observée. L'idée au cœur de la notion probabiliste concernée est qu'un grand nombre d'essais permet généralement d'obtenir une tendance plus fiable qu'un petit nombre d'essais. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir un enjeu de formation : se préparer à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable dans l'approche fréquentielle.

4.1.1.1 L'enjeu de formation n^{o} 1 : Se préparer à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable dans l'approche fréquentielle

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème du nombre d'essais nécessaire dans l'approche fréquentielle, prend notamment la forme d'un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation, alors que le formateur puis les formés ramènent à quelques occasions ce sous-thème dans les discussions. L'enjeu de formation prend aussi la forme d'un problème qui survient dans les rencontres, alors que la tendance des résultats de la situation de la bouteille probabiliste n'est pas aussi claire que souhaité, ce qui soulève le besoin de réaliser davantage d'essais et de se questionner sur le nombre d'essais nécessaire pour pouvoir s'y fier. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de

façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits de la rencontre n° 2[62].

〉 Deuxième rencontre

Dans la deuxième rencontre, les participants expérimentent la situation de la bouteille probabiliste (voir Figure 3.6). À un moment important de la recherche-formation, les participants ont de la difficulté à émettre une conjecture pour dire s'il y a 1, 2, 3 ou 4 billes rouges sur les 5 billes de la bouteille, car la tendance n'est pas claire, c'est-à-dire que la fréquence de billes rouges n'est pas près de 20 %, de 40 %, de 60 % ou de 80 %.

En effet, alors qu'Alan et Florence réalisent des essais avec le premier type de bouteille (pour lequel je suis le seul à savoir qu'il y a 4 billes rouges et 1 bille noire), ils obtiennent 24 billes rouges et 10 billes noires, soit environ 29,4 % de billes noires. Ces deux enseignants disent à ce sujet « on était mal pris », indiquant que la conjecture n'était pas facile à émettre étant donné l'absence de tendance claire. En effet, j'indique qu'à 30 % on ne sait pas s'il y a une bille noire (1/5 = 20 %) ou deux billes noires (2/5 = 40 %) dans la bouteille. Cela amène l'idée de réaliser plus d'essais, mais même lorsque cette équipe réalise un peu plus d'essais, la tendance n'est pas vraiment plus claire dans leurs résultats (14/48 ≈ 29,2 %). Cela soulève la question du nombre d'essais nécessaire pour pouvoir émettre une conjecture sur le nombre de billes de chaque couleur dans la bouteille, basée sur une tendance claire. Les participants semblent convaincus de l'idée que, plus on réalise un grand nombre

[62] D'autres échanges ont eu lieu avec les participants concernant le nombre d'essais, notamment dans la rencontre n° 1, mais certains sont repris en lien avec d'autres enjeux de formation, par exemple l'enjeu de formation n° 7 (*Faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités*).

d'essais, plus la tendance sera fiable et devrait se rapprocher du contenu de la bouteille (soit 20 %, 40 %, 60 % ou 80 % de billes rouges).

Avec le deuxième type de bouteille (pour lequel je suis le seul à savoir qu'il y a 3 billes rouges et 2 billes noires), les participants de la recherche-formation réalisent des essais et obtiennent 49 billes rouges et 48 billes noires, soit environ 50,5 % de billes rouges. J'ajoute alors que « ça semble être un rapport 3 pour 2 étant donné les résultats, mais « on ne sait pas dans quel sens », car il y a environ le même nombre de billes tirées pour chaque couleur. On peut donc difficilement savoir s'il y a 2 billes rouges (2/5 = 40 %) ou 3 billes rouges (3/5 = 60 %) dans la bouteille. Toutefois, Christian affirme qu'on peut émettre une conjecture sur le contenu de la bouteille à partir des résultats obtenus, mais que cela comporte un certain risque :

> Christian : S'il faut que je prenne une décision, bien je vais voter à pile ou face. Il y a plus de rouges ou il y a plus de noires.
>
> CF : Ok, ok.
>
> Christian : Si je ne fais pas d'autres essais, je n'ai pas le choix.
>
> CF : Ça fait que là on pourrait dire « Présentement, il y en a eu une [bille] rouge de plus que de [billes] noires », ça fait qu'on peut dire que ce serait un rapport 3 pour 2, mais…
>
> Christian : Plus de rouges.
>
> (Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Christian dit que s'il doit émettre une conjecture sans faire plus d'essais et sans avoir de tendance claire, il va devoir « voter à pile ou face » pour choisir la couleur pour laquelle il y aurait plus de billes. Selon lui, avec les résultats actuels, puisqu'il y a une bille rouge tirée de plus que le nombre de billes noires tirées, la conjecture devrait être qu'il s'agit d'un rapport 3:2 en faveur des billes rouges. En ce sens, Christian rappelle qu'on pourrait à tout moment se fier aux résultats obtenus pour émettre la conjecture la plus logique (où la fréquence des billes

rouges est plus près de 20 %, de 40 %, de 60 % ou de 80 %) quant au contenu de la bouteille, mais cette conjecture n'est pas nécessairement fiable. En disant « Si je ne fais pas d'autres essais, je n'ai pas le choix », Christian sous-entend que le fait de faire plus d'essais le placerait dans une meilleure position, alors qu'il ne serait pas forcé à faire un choix aussi risqué.

Les participants semblent tous d'accord avec l'idée qu'il faut faire encore plus d'essais pour émettre une conjecture fiable. Ce besoin découle des résultats obtenus, étant donné que la tendance n'est pas claire, parfois même après une centaine d'essais. Alors que cette tendance qui n'est pas claire peut être perçue comme un problème, Déborah semble particulièrement apprécier (« Ouais, c'est ça qui est intéressant ») qu'ils soient encouragés à réaliser plus d'essais, à partir de leurs résultats. En effet, les participants savent que les résultats doivent s'appuyer sur beaucoup d'essais pour que la tendance soit fiable, ce qui est un bon coup en soi. Il apparait évident avec les résultats obtenus qu'il faut continuer de réaliser des essais, car on n'est pas en mesure de conclure de façon satisfaisante en émettant une conjecture. Toutefois, dans d'autres cas, on pourrait obtenir des résultats dont la tendance semble claire (où les fréquences sont près de 20 %, 40 %, 60 % ou 80 %), ce qui nous mènerait à vouloir conclure rapidement, mais il pourrait arriver que cette tendance soit complètement erronée, surtout après un petit nombre d'essais réalisés.

Ainsi, il n'est pas possible de calculer la probabilité par l'approche théorique pour cette situation (sans avoir accès au contenu de la bouteille) et la tendance n'est pas claire malgré un certain nombre d'essais expérimentés relativement grand dans l'approche fréquentielle. Dans la poursuite des échanges, en compilant les résultats obtenus par l'ensemble des participants pour chacun des deux types de bouteilles, la tendance semble plus claire pour les résultats du premier type de bouteille : en obtenant au total 116 billes rouges et 32 billes noires, la fréquence des billes noires

est de 32/148 (ou ≈ 21,6 %), donc assez près de 30/150 (ou 1/5), ce qui suggère que la bouteille contient 1 bille noire et 4 billes rouges. Cependant, pour le deuxième type de bouteille, la tendance n'est toujours pas claire, ce qui fait à nouveau émerger le besoin de réaliser davantage d'essais.

En ayant recours au simulateur[63] qui accompagne la situation de la bouteille probabiliste, je rappelle aux participants qu'il peut arriver de ne pas avoir de tendance claire pour un échantillon de 100 essais, car la variabilité est relativement élevée, mais que la tendance semble se stabiliser à 1000 essais, ce que confirment d'ailleurs les résultats obtenus par le simulateur pour les deux types de bouteilles. Cet intérêt à se pencher sur la variabilité amène alors les participants à comparer les résultats obtenus avec les bouteilles avec ceux obtenus par le simulateur, en tenant compte du nombre d'essais réalisés.

En réaction aux résultats obtenus pour le deuxième type de bouteille, Florence pense comprendre qu'il est rare que la tendance soit claire pour 150 essais. Elle se demande alors s'ils ont été « chanceux » que les résultats obtenus par l'ensemble des participants avec le premier type de bouteille (116/148 ≈ 78,4 % de billes rouges) suggèrent assez clairement qu'il y avait 4 billes rouges et 1 bille noire dans la bouteille. Ainsi, Florence semble avoir été influencée par le fait qu'elle a pu constater à quelques reprises dans son expérience que la tendance n'était pas claire dans des échantillons d'essais comme ceux présentés précédemment, en obtenant des fréquences près de 30 % ou de 50 %. En constatant que les tendances des résultats n'étaient pas claires pour plusieurs équipes, Florence a donc été portée à croire qu'il est rare que la tendance soit claire pour un échantillon de 150 essais, qui constitue néanmoins un échantillon de grande taille. Il y a donc une influence des résultats

[63] Source : http://monurl.ca/simulateur4

obtenus dans le renforcement des conceptions des formés, alors que le formateur n'a aucun contrôle sur les résultats précis qui seront obtenus dans des expériences aléatoires, malgré une tendance envisagée. En guise de réponse à l'interrogation de Florence, je lui précise qu'il peut arriver que la tendance d'un échantillon de 100 essais ne soit pas claire, comme c'était d'ailleurs le cas avec le deuxième type de bouteille, mais qu'il n'est pas rare qu'un échantillon de 100 essais nous fournisse une tendance claire (c'est-à-dire avec une fréquence près de 20 %, 40 %, 60 % ou 80 %). Pour appuyer cette idée, je génère ensuite les résultats de quelques échantillons de 100 essais avec le simulateur pour le deuxième type de bouteille, ce qui fait ressortir à chaque fois des résultats qui sont aux alentours de 60 billes rouges et 40 billes noires, alors que le modèle de programmation qui régit ce simulateur nous informe que cette bouteille virtuelle contient effectivement 3 billes rouges et 2 billes noires.

Ensuite, Alan demande s'il existe « un nombre défini qu'à partir de tant on va vraiment tendre, normalement ». Cette question revient en quelque sorte à demander quel nombre serait suffisamment grand pour obtenir une tendance fiable. Puisque la Loi des grands nombres est valide pour une infinité d'essais, il n'existe pas de nombre à partir duquel on sait avec certitude que les fréquences (issues de l'approche fréquentielle) se stabilisent vers la probabilité (issue de l'approche théorique). Il n'y a donc pas de bonne réponse à cette question. Cette incertitude liée au non-déterminisme peut amener un certain malaise chez un enseignant qui souhaite connaitre le nombre exact d'essais à faire réaliser aux élèves pour qu'ils puissent obtenir à coup sûr une tendance fiable puisque ce nombre (fini) n'existe pas ! Je reviendrai sur cette idée, alors qu'elle est reliée à la convergence des fréquences vers la probabilité (voir deuxième sous-thème) et au niveau de confiance qu'on peut accorder aux fréquences (voir troisième sous-thème) sachant que des résultats exceptionnels peuvent survenir dans l'approche fréquentielle (voir quatrième sous-thème).

Pour l'enseignant qui veut expérimenter une situation comme celle de la bouteille probabiliste, un enjeu d'enseignement apparait en ce qui concerne le nombre d'essais à réaliser. En ce sens, le fait d'accompagner les participants en lien avec cet enjeu d'enseignement fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *se préparer à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable dans l'approche fréquentielle*. En effet, le formateur (tout comme les formés) ne peut pas prévoir à l'avance si les résultats d'un petit nombre d'essais fourniront une tendance claire, en raison du caractère non-déterministe des probabilités (Savard, 2008 ; Theis, 2012). Il faut souligner encore que les résultats « problématiques » obtenus pour les deux types de bouteilles ont été particulièrement aidants pour renforcer le besoin de réaliser davantage d'essais, ce qui aurait été fort différent si les participants avaient tous obtenu des tendances claires avec un petit nombre d'essais. Comme chercheur-formateur, j'avais l'intention de mettre de l'avant qu'un grand nombre d'essais permet généralement d'obtenir une tendance plus fiable qu'un petit nombre d'essais. Cette notion probabiliste est naturellement renforcée ici étant donné les résultats obtenus, ce qui amène à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour que l'approche fréquentielle permette d'obtenir une tendance fiable. Toutefois, force est d'admettre que cette notion probabiliste n'est pas toujours renforcée aussi naturellement et que le formateur doit au besoin être en mesure de questionner à propos du nombre d'essais nécessaire, afin de faire réaliser aux formés la pertinence de réaliser un grand nombre d'essais.

Il est aussi possible d'envisager qu'un apprenant pourrait se satisfaire d'un petit nombre d'essais, ce qui pourrait être une manifestation de la conception de la Loi des petits nombres (Tversky et Kahneman, 1971), qui mène à attribuer un certain déterminisme pour un petit nombre d'essais. Par exemple, lors de la cinquième rencontre, Déborah explique que ses élèves de deuxième secondaire (13-14 ans) ayant

expérimenté la situation de la bouteille probabiliste en sont venus à comprendre la nécessité de réaliser un grand nombre d'essais, alors qu'ils avaient d'abord tendance à réaliser un petit nombre d'essais, et ce, même avec un simulateur. En effet, avant l'intervention de Déborah auprès de ses élèves, plusieurs d'entre eux étaient prêts à se satisfaire des résultats appuyés sur quelques échantillons de cinq essais, ce qui semble être une manifestation de la conception de la Loi des petits nombres. La gestion d'une telle conception n'est pas simple, d'où l'intérêt pour les formés de se préparer durant une formation à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable et ainsi faire des liens entre les probabilités et la statistique.

Par ailleurs, j'avais comme intention d'amener les formés à dégager une tendance à partir des résultats. Cette tendance prend la forme d'un nombre entier (entre 1 et 4) de billes rouges dans la bouteille pour les deux premiers types de bouteilles (sachant qu'il y a cinq billes de deux couleurs différentes), mais le simulateur permet d'étendre le raisonnement probabiliste à d'autres types de bouteilles. Ainsi, en ne connaissant pas le nombre total de billes dans les bouteilles 3 et 4 du simulateur, on change les variables didactiques de la situation probabiliste, alors il faut plutôt réfléchir selon le rapport entre les nombres de billes de différentes couleurs. Par exemple, en simulant 1000 essais avec la bouteille 4, j'incite les participants à émettre une conjecture sur la tendance estimée. À partir des résultats affichés aux yeux de tous les participants, Alan se risque le premier avec une estimation de 5/11 de billes rouges. Grace soutient qu'il faudrait réaliser davantage d'essais, car elle n'est pas assez certaine de sa conjecture. Elle précise ensuite que ce n'est pas tout à fait 50-50, pensant probablement que c'est un rapport près de ½, mais pas exactement ½, ce qui fait ressortir l'importance d'obtenir davantage de précision. En réponse à ce besoin, je génère d'autres résultats pour me rendre à 10 000 essais avec le simulateur. À l'issue des résultats qui sont assez similaires, Alan juge que son estimation de 5/11 est encore valable et Florence confirme qu'« on arrive à la même affaire ». Christian dit

qu'un élève pourrait faire une estimation en regardant les unités de mille, soit 4 (pour un peu plus de 4000 billes rouges) et 5 (pour un peu plus de 5000 billes noires), ce que Grace juge comme une estimation « pas si mal ». Les autres participants semblent aussi en accord avec cette estimation de Christian, qui correspond d'ailleurs à la probabilité sous-jacente au modèle du simulateur, soit 4/9 de billes rouges et 5/9 de billes noires. Brian fait toutefois ressortir avec perspicacité qu'« on ne saura jamais » exactement le nombre de billes de chaque couleur, et ce, peu importe le nombre d'essais réalisés. En ce sens, j'ajoute qu'« on ne saura jamais, comme Brian a dit, il y en a combien de chaque [couleur], alors on est obligés de fonctionner en termes de rapport ». Je conclus que si on ne connait pas le programme informatique qui régit le simulateur, la seule façon d'obtenir une fréquence plus fiable sur laquelle baser une estimation est encore une fois de simuler davantage d'essais. La convergence des fréquences vers la probabilité fait d'ailleurs l'objet du sous-thème suivant.

4.1.2 Le deuxième sous-thème : Des fréquences vers la probabilité

Le sous-thème des fréquences vers la probabilité entre en jeu dans les discussions, alors qu'il est question de l'évolution des fréquences (issues de l'approche fréquentielle), qui s'approchent de la probabilité (issue de l'approche théorique). Plusieurs échanges lors des rencontres mènent à considérer la notion probabiliste de la variabilité des résultats selon le nombre d'essais réalisés. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir un enjeu de formation : se préparer à composer avec la convergence des fréquences vers la probabilité.

4.1.2.1 L'enjeu de formation nº 2 : Se préparer à composer avec la convergence des fréquences vers la probabilité

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème des fréquences vers la probabilité, prend la forme d'un élément important à comprendre et à faire, évoqué par le formateur lors des rencontres, alors que je ramène à plusieurs occasions la Loi des grands nombres dans les discussions. Il me semble important que les participants comprennent la Loi des grands nombres pour être en mesure de l'exploiter dans leur enseignement. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres nº 3 et 5.

› Troisième rencontre

Lors de la troisième rencontre, je suggère qu'un échantillon de 10 000 essais risque de se stabiliser davantage, alors qu'il est plus probable d'obtenir un échantillon de 100 essais « qui risque d'être un peu étrange »[64]. En effet, lorsqu'on réalise des essais dans l'approche fréquentielle, il est plus probable de s'approcher d'une tendance attendue théoriquement pour un plus grand nombre d'essais.

› Cinquième rencontre

Lors de la cinquième rencontre, Déborah explique comment s'est déroulée l'expérimentation de la situation de la bouteille probabiliste avec ses élèves. Il convient de préciser qu'elle a adapté cette situation à ses besoins[65], en demandant aux

[64] Dans le huitième sous-thème, je reviendrai à de tels résultats que je nomme « résultats exceptionnels ».

[65] Dans le onzième sous-thème, je reviendrai de façon plus détaillée sur l'intégration de cette situation probabiliste dans l'enseignement de Déborah.

élèves de piger deux billes d'une bouteille[66] (avec remise) et de noter les résultats des couples de couleurs de billes obtenues :

Déborah : En tout cas, mon groupe 21 c'était vraiment cool parce que quand on avait mis tous nos résultats ensemble, leur probabilité fréquentielle donnait à peu près la théorie [son expression sous-entend qu'elle est impressionnée par ces résultats].

CF : Très près ?

Déborah : Vraiment de près. Très très très près.

[…]

Déborah : Vous voyez, c'était ça, je les avais re-compilés, j'ai fait une capture d'écran de leurs résultats [elle fait afficher les résultats ci-dessous].

Groupe 21

Bouteille impair

Total	
170	(R,R)
33	(R,N)
37	(N,R)
11	(N,N)
251	Total

Bouteille pair

Total	
102	(R,R)
64	(R,N)
68	(N,R)
36	(N,N)
270	Total

CF : Ok.

Déborah : Donc la bouteille impaire, eux autres ça leur donnait ça [elle pointe les résultats du côté gauche]. La bouteille paire, ça leur donnait ça [elle pointe les résultats du côté droit]. Puis là, avant de faire un retour, je leur ai dit « Qu'est-ce qu'on peut conclure ?». Là ils finissaient par dire « Rouge-rouge, c'est vraiment mieux ». Puis là on pouvait comparer aussi pourquoi. On est allés calculer toutes les probabilités en pourcentages […] Ça semblait semblable. Puis après, dans notre activité, on est allés faire l'arbre des probabilités [pour les bouteilles] paires, l'arbre des probabilités des bouteilles

[66] Il est à noter que Déborah a préparé deux types de bouteilles identifiées par un numéro : les bouteilles avec un numéro impair contiennent 4 billes rouges et 1 bille noire, alors que les bouteilles avec un numéro pair contiennent 3 billes rouges et 2 billes noires.

> impaires, puis là bien ça marchait, c'était parfait. Ça arrivait exactement pareil. Donc, là je venais de leur prouver aussi… des fois ils me disent « Madame, pourquoi on multiplie ? », bien là ils m'ont comme plus crue. Là c'était comme « Ok c'est clair madame, on a compris, ça vient de là » [en imitant un élève].
>
> (Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Déborah semble impressionnée par le fait que les résultats obtenus par les élèves dans l'approche fréquentielle soient si près des probabilités dans l'approche théorique (« Vraiment de près. Très très très près. »). Par la suite, Déborah amène ses élèves à examiner pourquoi ils ont obtenu plus de résultats pour chaque cas, en établissant des liens avec les probabilités calculées (dans l'approche théorique) à l'aide des diagrammes en arbre. Déborah dit même « ils [les élèves] m'ont comme plus crue », suggérant qu'elle a pu amener ses élèves à donner du sens à la multiplication des probabilités (pour des évènements indépendants à plusieurs étapes), un processus qu'elle juge mal compris par les élèves et qui est d'ailleurs creusé par Parzysz (1993).

De plus, à la fin de l'extrait, Déborah semble encore ravie et impressionnée que les fréquences observées par les élèves soient aussi près des probabilités calculées (« ça marchait, c'était parfait. Ça arrivait exactement pareil »). En s'appuyant sur la Loi des grands nombres, cette convergence est pourtant prévisible, ce qui mène à se demander si Déborah est familière avec la convergence des fréquences vers la probabilité pour un grand nombre d'essais dans l'approche fréquentielle. Le Tableau 4.2 permet de comparer les fréquences observées dans le groupe de Déborah avec les probabilités calculées, pour les quatre types d'évènements.

Tableau 4.2 Comparaison des fréquences observées et des probabilités calculées, pour la situation de la bouteille expérimentée dans la classe de Déborah

Types de bouteille	Évènements	Fréquences observées	Probabilités calculées
Bouteille impaire : 4 billes rouges et 1 bille noire	(R, R)	170/251 ≈ 68 %	16/25 = 64 %
	(R, N)	33/251 ≈ 13 %	4/25 = 16 %
	(N, R)	37/251 ≈ 15 %	4/25 = 16 %
	(N, N)	11/251 ≈ 4 %	1/25 = 4 %
Bouteille paire : 3 billes rouges et 2 billes noires	(R, R)	102/270 ≈ 38 %	9/25 = 36 %
	(R, N)	64/270 ≈ 24 %	6/25 = 24 %
	(N, R)	68/270 ≈ 25 %	6/25 = 24 %
	(N, N)	36/270 ≈ 13 %	4/25 = 16 %

En analysant le Tableau 4.2, on peut remarquer une certaine proximité entre les fréquences observées par les élèves de Déborah et les probabilités calculées pour chaque évènement. Cependant, il n'est pas si impressionnant de retrouver des écarts d'au plus 4 %, considérant que les fréquences observées s'appuient sur des échantillons de plus de 250 essais. Au regard de ces extraits, on peut se demander si Déborah a été influencée (tout comme Florence l'a été, voir premier sous-thème) lors de la deuxième rencontre par les résultats obtenus dans l'approche fréquentielle qui n'étaient pas aussi près de la probabilité dans l'approche théorique.

Lors des deux premières rencontres, Alan avait d'ailleurs exprimé à quelques reprises son étonnement (« C'est malade ! ») par rapport à la proximité entre les fréquences observées par le simulateur après des milliers d'essais et la probabilité issue de l'approche théorique (« C'est fou comment c'est précis, moi je capote bien raide ! »). Certains formés semblent donc impressionnés lorsque les fréquences convergent vers la probabilité. En d'autres mots, c'est comme si ces formés découvrent (ou redécouvrent) cette notion probabiliste qui est au cœur de l'articulation entre

l'approche fréquentielle et l'approche théorique, ce qui soulève un enjeu d'enseignement. Cet enjeu d'enseignement fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *se préparer à composer avec la convergence des fréquences vers la probabilité*. Il s'agit d'un enjeu de formation, au sens où il s'avère important de travailler cet aspect avec des enseignants en formation, pour les accompagner vers la Loi des grands nombres. Ce travail d'accompagnement n'est pas toujours évident pour le formateur. En effet, le formateur doit accompagner le formé, qui a sa propre compréhension des notions probabilistes et ses façons de les mettre en jeu dans l'enseignement des probabilités, ce qui ne concorde pas toujours avec celles du formateur. Par exemple, il est possible de s'émerveiller des effets de la Loi des grands nombres, mais il n'est toutefois pas étonnant que les fréquences convergent vers la probabilité. Pour exploiter cette notion probabiliste et faire des liens entre les probabilités et la statistique, il convient de s'appuyer sur un très grand nombre d'essais (et donc d'aller au-delà de quelques centaines d'essais), d'où l'importance d'avoir recours à un outil technologique comme le simulateur.

Un peu plus tard dans la cinquième rencontre, Alan raconte qu'il a demandé à ses élèves de réaliser par simulation plusieurs échantillons de 1000 essais pour la situation de Monty Hall. Ceci suggère qu'Alan reconnait qu'il est préférable de générer les résultats d'un grand nombre d'essais, ce que permet aisément le simulateur. Il affirme aussi avoir alimenté des discussions avec ses élèves concernant les jeux de hasard et d'argent :

> Alan : J'en ai profité en même temps pour faire des tests de simulateurs puis leur montrer qu'est-ce qui arrive si admettons, je vais prendre un exemple on avait 33 % des chances de gagner, ça fait que je leur montrais, admettons tu vas au casino puis par exemple je sortais des vraies probabilités à peu près, le blackjack c'est environ 45 % si tu

> sais jouer admettons, puis je leur disais « Tu ne peux pas déjouer la probabilité ». […] À long terme, la probabilité vient toujours le rechercher [en te faisant perdre l'argent investi].
>
> (Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Dans ce passage, on peut remarquer à deux reprises qu'Alan souhaite « montrer » aux élèves des résultats de simulation, ayant ainsi une intention d'utiliser le simulateur pour supporter l'idée que les jeux du casino sont déficitaires pour le joueur. Cet extrait sous-entend également qu'Alan sait qu'un jeu sera déficitaire à long terme pour le joueur si les probabilités de gagner sont inférieures à 50 % (en supposant que la mise et le gain net sont égaux, ce qui n'est toutefois pas précisé ici). Il y a donc un lien à faire avec la notion probabiliste de l'espérance mathématique. Selon Alan, le fait de générer des résultats d'une expérience aléatoire avec une probabilité de gagner réelle (comme celle du blackjack, qui est d'environ 45 % selon lui) peut illustrer l'espérance mathématique négative d'un jeu de hasard et d'argent. Cet enseignant souhaite faire comprendre aux élèves que « tu ne peux pas déjouer la probabilité », ce qui signifie qu'un jeu déficitaire théoriquement sera inévitablement déficitaire expérimentalement, car « la probabilité vient toujours le rechercher ». Cette idée d'Alan invoque un certain déterminisme qui suggère qu'il est impossible de gagner à long terme dans un jeu déficitaire. Conformément à la Loi des grands nombres, on pourrait plutôt dire de façon plus rigoureuse qu'il est très peu probable de « déjouer la probabilité », au sens où il serait très rare d'obtenir une fréquence de gain qui soit bien au-dessus de ce qui est attendu théoriquement. Cela amène l'idée du niveau de confiance qu'on peut accorder à une tendance de résultats observés, ce qui fait d'ailleurs l'objet du prochain sous-thème.

4.1.3 Le troisième sous-thème : Le niveau de confiance

Le sous-thème du niveau de confiance entre en jeu dans les discussions, alors qu'il est question de la confiance qu'on peut attribuer aux résultats d'un échantillon d'essais réalisés dans l'approche fréquentielle, en raison de la variabilité du hasard. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir un enjeu de formation : se préparer à composer avec la double probabilité reliée au niveau de confiance d'avoir atteint la probabilité recherchée dans l'approche fréquentielle.

4.1.3.1 L'enjeu de formation n^{o} 3 : Se préparer à composer avec la double probabilité reliée au niveau de confiance d'avoir atteint la probabilité recherchée dans l'approche fréquentielle

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème du niveau de confiance, prend notamment la forme d'un élément important à comprendre, évoqué par le formateur lors des rencontres, alors que je mets de l'avant l'idée de double probabilité dans les discussions. L'enjeu de formation prend aussi la forme d'un problème qui survient dans les rencontres, alors que mes propos occasionnent un glissement vers un certain déterminisme, ce qui semble influencer la compréhension des formés. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 1 et 2.

- Première rencontre

Je veux d'abord revenir sur l'idée de « prouver » par la réalisation d'essais qui est évoquée à quelques reprises dans les deux premières rencontres et qui invoque un certain déterminisme qui va à l'encontre d'un niveau de confiance relatif.

Dans la première rencontre, Florence dit que le premier simulateur de la situation de Monty Hall (voir Figure 3.3, à gauche) est utile pour prouver que la probabilité de gagner en changeant de porte n'est pas ½ et qu'elle semble plutôt être égale à 2/3, mais qu'il reste ensuite à expliquer pourquoi. Brian abonde aussi en ce sens, en affirmant que les résultats du simulateur « prouvent que leur théorie [celle de l'élève] que ce soit ½ est fausse ». Plus tard dans les échanges, Florence revient sur cette idée que ce simulateur permet de prouver que la probabilité n'est pas ½, puis que le deuxième simulateur (voir Figure 3.3, à droite) pourrait aider les élèves à expliquer que la probabilité est en fait 2/3.

› Deuxième rencontre

Dans la deuxième rencontre, lors du retour sur la situation de la bouteille probabiliste, Brian soutient que « c'est sûr et certain qu'au bout de 1000 résultats on va avoir exactement tel résultat. C'est assez facile à prouver ». Cette idée de Brian invoque un certain déterminisme, car on ne peut pas prédire avec certitude les résultats d'essais réalisés dans l'approche fréquentielle. Un peu plus tard, je ramène l'idée que, pour la situation de Monty Hall, les participants voulaient d'abord avoir recours à l'approche théorique, mais que certains d'entre eux avaient dit ensuite qu'ils commenceraient par l'approche fréquentielle avec des élèves, pour revenir ensuite à une explication théorique pour prouver. Je leur demande alors de m'en dire davantage sur cette idée de preuve. Brian affirme à nouveau que le simulateur fournit la preuve que la probabilité n'est pas égale à ½. Il ajoute qu'« il reste à le démontrer mathématiquement, ça c'est une autre chose, mais la preuve est là, il n'y a aucun doute ». Christian s'y oppose, car cette preuve ne le convainc pas et il a du mal à l'accepter. Je demande alors à Brian s'il fait une distinction entre preuve et démonstration. Sans préciser en quoi consisterait une démonstration dans ce contexte, Brian affirme qu'« avec un grand nombre d'essais on a une preuve irréfutable », car

on peut utiliser le simulateur pour faire des essais, puis en refaire à nouveau autant que nécessaire.

Tout comme le soutient Martin (2014), cette idée de « prouver » semble être en contradiction avec la nature même de ce que constituent les probabilités, surtout dans l'approche fréquentielle. Même si la Loi des grands nombres permet d'inférer la probabilité associée à un évènement avec un niveau de confiance qui augmente en même temps que s'accroit le nombre d'essais réalisés, les résultats d'une expérience aléatoire, aussi nombreux soient-ils, « ne correspondent pas à une preuve au sens strict. Dans tous les cas, il n'en reste pas moins que les probabilités ne sont pas de nature déterministe, ce qui rend difficile le lien avec l'idée de preuve » (Martin, 2014, p. 357). De manière à considérer l'aspect non-déterministe des probabilités, il convient de référer au niveau de confiance qu'on peut avoir par rapport à la réalisation d'un évènement.

Toujours dans la deuxième rencontre, comme je l'ai analysé précédemment dans le premier sous-thème (*Le nombre d'essais nécessaire dans l'approche fréquentielle*), Alan demande s'il existe « un nombre défini qu'à partir de tant on va vraiment tendre, normalement ». Cette question m'amène à expliciter un lien que je vois avec l'idée de double probabilité :

> CF : Je pensais que c'est ce que voulait dire Christian quand il a parlé de double probabilité parce que quand on dit « Je pense que ça va être ça [ma conjecture du contenu de la bouteille], soit 3:2 ou 4:1 », on ne le sait pas avec certitude. Puis comment on peut être de plus en plus confiants, en fait, c'est d'en faire plus [d'essais]. Puis, plus on va en faire [d'essais], par la Loi des grands nombres, bien on sait que ça va se rapprocher de ce qu'il y a réellement dans la bouteille. Ça fait qu'il y aurait l'idée d'intervalle de confiance. On a une probabilité sur ma prédiction. Puis l'intervalle de confiance,

> ce qu'il fait, c'est qu'à 1000 résultats si son contenu il y en a pour 20 % [de billes rouges dans la bouteille] disons, il y en a une [bille rouge] sur cinq [billes dans la bouteille], bien ça va tourner autour de… entre 15 % et 25 % disons. Puis ça, je suis sûr à 95 % que ça va être entre 15 % et 25 %, puis plus on augmente le nombre d'essais, si je le fais 1000 fois, 10 000 fois, 100 000 fois, l'intervalle de confiance va se…
>
> Florence : Réduire.
>
> CF : Se rapprocher [du contenu de la bouteille]. Ça c'est l'idée puis l'intervalle de confiance ce n'est pas quelque chose qu'on travaille au secondaire comme je vous avais dit l'autre fois, mais c'est ça l'idée. L'idée de marge d'erreur aussi : plus on a [un grand nombre] d'essais, plus notre marge d'erreur va être petite et va se rapprocher de ce qu'on devrait avoir [correspondant au contenu de la bouteille].
>
> (Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

D'abord, il est à noter que l'idée de double probabilité est évoquée pour la première fois par Christian un peu plus tôt dans cette rencontre, lorsqu'il affirme qu'il va devoir « voter à pile ou face » alors que les essais réalisés avec une bouteille ne lui permettent pas de faire ressortir une tendance claire. Comme chercheur-formateur, je reprends cette idée de double probabilité en la liant à la notion probabiliste d'intervalle de confiance, sachant qu'« on ne le sait pas avec certitude » si la conjecture qu'on émet est exacte. J'explique alors qu'un intervalle de confiance se précise au fur et à mesure que le nombre d'essais augmente, en se rapprochant de plus en plus fidèlement de ce qu'il y a dans la bouteille, selon la Loi des grands nombres (voir deuxième sous-thème). Dans la situation de la bouteille, on cherche à déterminer une probabilité en l'estimant à partir de la tendance des essais réalisés dans l'approche fréquentielle. Selon le nombre d'essais réalisés, en lien avec la convergence liée à la Loi des grands nombres, il y a une probabilité que la conjecture émise (basée sur les fréquences) corresponde à la probabilité recherchée. Puisqu'il est question de probabilité sur une probabilité, c'est ce que j'appelle dans l'extrait une « double probabilité ». Toutefois, une prise de recul m'indique que la formulation

suivante n'est pas suffisamment rigoureuse et peut invoquer un certain déterminisme : « plus on va en faire [d'essais], par la Loi des grands nombres, bien on sait que ça va se rapprocher de ce qu'il y a réellement dans la bouteille ». Il aurait été préférable que je verbalise que la réalisation d'essais permet, à mesure que la fréquence se stabilise, d'inférer la probabilité associée à un évènement avec un niveau de confiance qui augmente en même temps que s'accroit le nombre de répétitions. Ainsi, les résultats des expériences aléatoires ne sont pas déterminés et un niveau de confiance permet de gérer ce non-déterminisme qui est propre au domaine des probabilités.

Dans la suite de l'extrait, afin d'expliquer cette idée d'intervalle de confiance, je donne un exemple illustratif sans m'appuyer sur des calculs précis. Je soutiens ainsi que, pour une bouteille qui contient 20 % de billes rouges (soit une bille rouge et quatre billes noires), après 1000 essais on peut être confiant à 95 % que les résultats vont être « entre 15 % et 25 % ». Je précise d'ailleurs que « l'intervalle de confiance, ce n'est pas quelque chose qu'on travaille au secondaire », mais que cette notion probabiliste est directement liée à l'idée du niveau de confiance. Il est à noter que, dès la première rencontre, quelques participants (dont Alan en particulier) m'informent qu'il est important pour eux que les discussions dans la formation concernent des notions à l'étude au secondaire, qu'il est important qu'ils soient en mesure de faire des liens avec le *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a), en particulier avec les savoirs ciblés selon le niveau enseigné. Il m'apparait donc important d'expliciter de façon transparente aux participants que l'intervalle de confiance ne fait pas partie des notions probabilistes à travailler avec les élèves. Je suis conscient que cette réflexion n'a pas à faire écho directement dans la classe des participants, mais qu'elle peut tout de même contribuer à leur développement professionnel pour la compréhension des phénomènes aléatoires. Dans ce cas-ci, j'ai l'impression que cette discussion concernant des notions probabilistes non scolaires (qui peuvent toutefois être perçues

comme complémentaires aux notions probabilistes du secondaire) est bien reçue par les participants[67].

À la fin de l'extrait précédent, je souhaite rappeler que la variabilité diminue au fur et à mesure que le nombre d'essais augmente (« plus on a d'essais, plus notre marge d'erreur va être petite »), ce qui permet d'observer les fréquences se stabiliser. À nouveau, ma verbalisation aurait pu être plus rigoureuse pour éviter d'évoquer un effet causal déterminé. Pour explorer les effets de la variabilité et de la marge d'erreur, on peut avoir recours à un simulateur qui permet de produire de plus en plus d'essais, pour observer la stabilisation des fréquences et la réduction de la marge d'erreur[68]. Ainsi, dans la poursuite des échanges, je propose aux participants d'utiliser le simulateur pour générer les résultats d'échantillons de 100 essais pour la bouteille 2. Après avoir généré les résultats de divers échantillons d'essais, je fais remarquer que ces résultats varient, mais que la tendance est assez près de 60 billes rouges et 40 billes noires dans chaque échantillon. À partir des résultats obtenus, on semble donc assez confiants d'émettre la conjecture selon laquelle la bouteille contient trois billes rouges et deux billes noires. Je soutiens toutefois qu'il aurait été possible d'obtenir un résultat de 50 billes rouges et 50 billes noires, tel qu'obtenu précédemment par les participants. En disant cela, je rappelle qu'il est possible d'obtenir un résultat qui s'éloigne considérablement de ce qui devrait arriver normalement.

Par la suite, Alan ramène une fois de plus les jeux du casino dans la discussion :

---

[67] Il est à noter que dans le troisième thème (*Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*), je ferai ressortir que la discussion entourant la distinction entre aléatoire, pseudo-aléatoire et déterminisme, en lien avec une capsule vidéo visionnée collectivement à la troisième rencontre, n'est pas aussi bien reçue par les participants

[68] L'aspect de marge d'erreur est traité de façon plus détaillée dans le cadre d'un autre texte (Thibault et Martin, 2018a).

Alan : Moi ce qui me trouble, c'est les jeux de hasard, que j'aime bien quand même… pas beaucoup, mais un peu. Quand tu y penses, admettons que tu joues au blackjack puis que c'est comme 45-46 % [de gagner] si tu joues comme tout le monde. Ça veut dire que si tu joues 1000 fois tu es sûr de perdre [au cumulatif], à 99 % admettons.

CF : Ouais. Bien, c'était un peu l'idée aussi que tu avais dit : quand un jeu est déficitaire, ne joue pas souvent.

Alan : Ouais.

CF : Parce que, à long terme, tu sais que tu vas perdre.

Alan : Exact.

Brian : Tu sais même combien tu vas perdre.

CF : Mais si tu joues une fois, ça se peut que tu gagnes, ça se peut que tu perdes. Mais à long terme tu rejoues, tu rejoues, tu rejoues…

Alan : Ouais.

Florence : C'est sûr que tu es perdant.

(Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Alan s'exprime selon un niveau de confiance en affirmant qu'il est presque certain (« à 99 % ») de perdre à long terme pour un jeu comme le blackjack où la probabilité de gagner est de 45-46 %. Cet enseignant est donc très confiant de la tendance à long terme, tout en considérant qu'il est possible (à un niveau de confiance de 1 %) qu'un joueur puisse gagner de l'argent au blackjack après 1000 parties jouées. Il est donc prudent, en envisageant qu'un phénomène peu probable puisse se produire. Mes propos ne sont malheureusement pas aussi prudents, lorsque j'affirme « qu'à long terme tu sais que tu vas perdre ». En suggérant qu'il est impossible de gagner à long terme dans un jeu déficitaire, je renforce alors (faussement) un certain déterminisme, alors qu'il faudrait plutôt tenir compte du non-déterminisme des phénomènes aléatoires. Il est possible que ce glissement de ma part influence des participants à reprendre de tels propos déterministes par la suite, ce qui n'est

évidemment pas souhaitable. D'ailleurs, l'extrait se termine alors que Florence soutient « C'est sûr que tu es perdant ».

Vers la fin de l'extrait, Brian ajoute d'ailleurs que « Tu sais même combien tu vas perdre », en indiquant qu'on peut prédire assez précisément la tendance à long terme, soit pour un grand nombre d'essais. Cette prédictibilité à long terme est opposée à l'imprédictibilité à court terme, alors que je déclare « si tu joues une fois, ça se peut que tu gagnes, ça se peut que tu perdes. Mais à long terme tu rejoues, tu rejoues, tu rejoues… ». En effet, en probabilités, la dialectique prédictibilité-imprédictibilité intervient, puisque le raisonnement probabiliste repose sur un jeu où l'élève peut prédire une tendance générale (prédictibilité), sans toutefois pouvoir prédire le prochain résultat (imprédictibilité) d'une expérience aléatoire[69]. Cette dialectique peut provoquer une tension dans la compréhension d'un phénomène aléatoire chez les élèves (et même chez les enseignants), étant donné que les probabilités permettent d'être très confiant des résultats à long terme, sans toutefois pouvoir prédire avec confiance un résultat à court terme.

Alors, l'enjeu d'enseignement lié à l'idée qu'un niveau de confiance permet de gérer le non-déterminisme qui est propre au domaine des probabilités fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *se préparer à composer avec la double probabilité reliée au niveau de confiance d'avoir atteint la probabilité recherchée dans l'approche fréquentielle*. Il s'agit d'un enjeu de formation où cette idée de double probabilité est d'une complexité non négligeable puisqu'elle repose sur des notions probabilistes plus avancées que celles enseignées au secondaire. Le défi est donc de taille pour le formateur qui doit saisir les nuances de la double probabilité et éviter de tenir des propos qui glissent vers un certain

[69] Il est à noter que les idées de cette phrase ont été développées dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2019b).

déterminisme, sachant que les propos du formateur peuvent avoir une incidence importante sur la compréhension des formés. Il semble d'ailleurs important pour les formés que le niveau de la formation soit suffisamment relevé (notamment pour Alan qui évoque explicitement ce besoin lors du bilan de la recherche-formation), ce qui peut impliquer des exigences élevées envers le niveau mathématique du formateur, particulièrement s'il décide de s'aventurer vers des notions probabilistes plus avancées.

La discussion se poursuit lors du travail fait avec le simulateur, où on peut décider du contenu de la bouteille par la fonctionnalité « Nouvelle bouteille » :

CF : C'est ça. Comme ici [après avoir simulé 10 000 essais avec une bouteille virtuelle contenant 3 billes rouges et 10 000 billes noires], elle [la bille rouge] est là 3 fois sur 10 000, mais ça se peut que dans mon premier [échantillon de] 100 fois, qu'elle sorte.

Alan : Ouais, ça se peut qu'elle sorte la première.

CF : Là, ça en a pris 5000 [essais] avant qu'il en ait une [bille rouge] qui sorte, mais je sais qu'à long terme, là je l'ai fait 10 000 fois, je sais qu'il risque d'y en avoir autour de 3. Peut-être 1-2-3-4-5, ça va tourner autour de ça, je n'en aurai pas 60 rouges.

Brian : Tu es sûr ?

CF : Bien, non.

Brian : Moi oui.

CF : Très bonne question ! Est-ce qu'on est sûr ?

Alan : Bien non.

CF : Pas du tout, mais c'est là l'idée de la double probabilité. Il y a une probabilité de dire que… puis cette double probabilité, en fait c'est l'idée d'intervalle de confiance. Je pourrais savoir avec mon intervalle de confiance, à 95 % du temps je serais admettons entre 2 et 4 [billes rouges] sur 10 000 [essais]. Il

devrait y en avoir entre 2 et 4 admettons, 95 % du temps. Admettons… je dis ça de même, je ne l'ai pas calculé.

Alan : Oui oui, je comprends, je comprends, je comprends.

CF : C'est ça l'idée de l'intervalle de confiance. Puis ça va arriver que 5 % du temps, bien je ne serai pas entre 2 et 4 [billes rouges], je vais en avoir 1, je vais en avoir 5, peut-être 60.

Brian : Euhhh [en signalant son désaccord], tu passerais ta vie à le faire puis tu n'aurais jamais 60 je pense.

CF : Bon, ça fait que la probabilité d'en avoir 60…

Grace : Elle est très faible.

CF : On est très loin de 3 [billes rouges, alors] elle est très très très faible.

(Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, mon affirmation « je n'en aurai pas 60 rouges » est remise en doute par Brian (« Tu es sûr ? ») même s'il semble être d'accord (« Moi oui »). Cette question de Brian fait ressortir une dynamique entre le formateur et les formés où tout questionnement peut servir à relancer des idées. Je profite de cette remise en doute pour être plus prudent, en considérant la faible probabilité d'obtenir un résultat très peu probable. Je précise donc qu'il serait possible d'avoir 60 billes rouges, même si on devrait théoriquement en avoir 3 en 10 000 essais. Brian dit plutôt que « tu passerais ta vie à le faire puis tu n'aurais jamais 60 je pense ». Grace abonde en ce sens en disant que la probabilité que ça arrive est « très faible », ce que je valide en mettant une emphase sur la très faible probabilité (« très très très faible »). Fischbein *et al.* (1991) ont d'ailleurs fait ressortir une conception qui amène une certaine confusion entre les termes probabilistes, notamment l'association du terme « impossible » à un évènement qui est en fait « rare ». Ce glissement mène à penser qu'un évènement rare ne se produira jamais, ce qui suggère un certain déterminisme. Pourtant, certains évènements rares se produisent à l'occasion, ce qui fait d'ailleurs l'objet du prochain sous-thème.

4.1.4 Le quatrième sous-thème : Des résultats exceptionnels

Le sous-thème des résultats exceptionnels entre en jeu dans les discussions où des résultats qui sortent de l'ordinaire, au sens où ce sont des exceptions un peu inattendues, sont observés à la suite d'essais réalisés dans l'approche fréquentielle. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir un enjeu de formation : se préparer à composer avec des résultats exceptionnels dans l'approche fréquentielle.

4.1.4.1 L'enjeu de formation n^{o} 4 : Se préparer à composer avec des résultats exceptionnels dans l'approche fréquentielle

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème des résultats exceptionnels, prend notamment la forme d'un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation, alors que certains participants reprennent à quelques occasions cette idée de résultats exceptionnels. L'enjeu de formation prend aussi la forme d'un élément important à comprendre, évoqué par le formateur lors des rencontres, alors que je suggère dans les discussions qu'il est important d'être sensible aux résultats exceptionnels qui peuvent survenir. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 2 et 3.

- Deuxième rencontre

Dans la deuxième rencontre, en lien avec la situation de la bouteille probabiliste, certains résultats obtenus semblent assez étonnants, inhabituels et même déstabilisants aux yeux des participants, alors ils sont qualifiés de résultats exceptionnels.

En premier lieu, lorsque Brian obtient 18 billes rouges consécutives en réalisant des essais avec le premier type de bouteille, il se demande s'il y a bien une bille noire et je me mets à douter de mon dispositif (« Est-ce que j'ai oublié de mettre une bille noire, puis j'ai mis juste des rouges ? »). En effet, je me dis alors qu'avec une bouteille contenant 4 billes rouges et 1 bille noire de tels résultats ne devraient normalement pas se produire.

En deuxième lieu, Florence et moi faisons remarquer le caractère inhabituel de certains résultats obtenus expérimentalement pour le deuxième type de bouteille (contenant 3 billes rouges et 2 billes noires). En effet, alors qu'on devrait obtenir une fréquence près de 60 %, la fréquence observée est plutôt de 50 % (49 billes rouges et 48 billes noires, soit environ 50,5 % de billes rouges). Les résultats obtenus dans ces deux cas (18 billes rouges consécutives avec le premier type de bouteille, puis environ 50 % de billes rouges avec le deuxième type de bouteille) sont étonnants et méritent de s'y pencher davantage sur le plan mathématique. Ainsi, puisque ces résultats semblent à première vue exceptionnels, je décide, à la suite de la deuxième rencontre, de calculer la probabilité d'obtenir de tels résultats.

› Troisième rencontre

Lors de la troisième rencontre, je présente aux participants les résultats de mes calculs. Il est à noter que ces calculs dépassent ce qui est couvert dans le *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a). Je n'explique donc pas comment j'y suis parvenu et aucun participant ne demande de précision à ce sujet.

En premier lieu, selon mes calculs, la probabilité d'obtenir 18 billes rouges avant d'avoir une bille noire (en sachant que c'était une bouteille contenant 4 billes rouges

et 1 bille noire) est inférieure à 1 %. Puisque c'est très peu probable, il était légitime de ma part de douter que la bouteille contienne bien une bille noire ! Je précise d'ailleurs aux participants qu'il s'agit d'un cas rare puisque, par convention, le seuil significatif est habituellement fixé à 5 %. Ce seuil permet de désigner la frontière entre des résultats attendus et des résultats inattendus, où les variations ne seraient probablement pas attribuables au hasard. À ce moment, Brian tente de fournir une explication à ces résultats exceptionnels :

Brian :	Mais il y a un facteur d'erreur, c'est que je ne la brassais pas bien bien entre les [tirages]…
CF :	Ouais, mais on peut penser quand même qu'en la redéposant comme ça [en mimant un tirage où la bouteille est retournée], elles…
Émilie :	Elles se promènent quand même.
CF :	Elles ne sont pas empilées une par-dessus l'autre, où elles garderaient le même ordre.
Brian :	Non, non.
CF :	Elles reviennent dans le fond de la bouteille, alors… en tout cas.

(Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

En suggérant qu'il ne brassait pas correctement la bouteille, Brian laisse sous-entendre que c'est ce « facteur d'erreur » qui pourrait expliquer ces résultats exceptionnels. Il pourrait s'agir d'une conception du hasard selon laquelle il faut bien brasser pour que les résultats soient aléatoires[70]. Je le confronte alors en disant que les billes se mélangent même s'il ne brassait pas beaucoup, en affirmant qu'« elles ne

[70] Une autre interprétation de cette remarque de Brian serait qu'il pose ainsi implicitement la question de la définition d'un protocole d'expérience, pour réaliser des essais dans les mêmes conditions. En tant que chercheur-formateur, j'aurais pu rebondir sur cette remarque pour engager un débat sur la nécessité de disposer d'un tel protocole d'expérience qui ferait l'objet d'un consensus pour les participants, mais je ne l'ai pas fait.

sont pas empilées une par-dessus l'autre, où elles garderaient le même ordre ». Cela revient à dire que le résultat demeure aléatoire, peu importe si on brasse un peu ou beaucoup, du moment que les billes « reviennent dans le fond de la bouteille » et que ce n'est donc pas cet aspect qui permet d'expliquer la présence de résultats exceptionnels. Brian n'argumente pas davantage, alors on peut se demander si une conception probabiliste s'est vraiment manifestée lors de son explication.

En deuxième lieu, je présente d'autres calculs que j'ai effectués, soit la probabilité d'obtenir une tendance des fréquences observées d'environ 50 % de billes rouges (49 billes rouges et 48 billes noires, soit environ 50,5 % de billes rouges), alors qu'on aurait dû avoir 60 % pour ce deuxième type de bouteille (contenant 3 billes rouges et 2 billes noires) :

> CF : Puis là j'avais calculé aussi la probabilité d'avoir autour de 50 % pour les deux bouteilles ensemble [de type] 3-2 [3 billes rouges et 2 billes noires]. On devrait être autour de 60 % [de billes rouges], alors je me disais « Est-ce que c'est si rare que ça qu'on ne soit pas près de 60 %, d'avoir 50 % comme tendance alors qu'on devrait avoir 60 % ? ». J'avais calculé, puis c'était autour de 3 %. Donc, si on faisait ça 100 fois avec 100 essais [au sens de générer les résultats de 100 échantillons de 100 essais], puis 3 fois sur les 100, on serait aussi loin qu'on devrait, puis les 97 autres fois on serait plus proche de notre tendance qu'on devrait observer.
>
> Brian : Au bout de combien d'essais ?
>
> CF : C'était 100 et quelques. Il y avait je pense une équipe à 50, puis une équipe à 60, quelque chose comme ça. On avait dépassé 100 essais, il me semble.
>
> (Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Selon mes propos, il est exceptionnel, avec une probabilité d'environ 3 %, d'obtenir une fréquence autour de 50 % alors qu'on devrait « être autour de 60 % ». Donc,

selon ma verbalisation dans cet extrait, pour 100 échantillons d'une centaine d'essais, on peut s'attendre à obtenir une tendance aussi extrême seulement 3 fois et les 97 autres fois on serait plus près de la tendance attendue, c'est-à-dire qu'on observerait une fréquence de billes rouges plus près de 60 %. En demandant « au bout de combien d'essais ? », Brian laisse sous-entendre avec perspicacité qu'il considère le nombre d'essais (voir premier sous-thème) afin de conclure si ce sont des résultats exceptionnels ou non. En effet, il est plus probable de s'éloigner d'une tendance attendue avec 10 essais qu'avec 100 essais, étant donné qu'on peut être confiant que les fréquences convergent vers la probabilité lorsque le nombre d'essais augmente (voir deuxième sous-thème).

Dans la poursuite des échanges, après avoir montré les probabilités calculées d'obtenir des résultats aussi étonnants que ceux obtenus à la rencontre précédente, je conclus qu'« on a été témoins de résultats exceptionnels », ce qui semble être bien accueilli par les participants, qui n'apparaissent plus déstabilisés. Émilie va même jusqu'à dire « c'est l'fun ». Pourtant, lors de la rencontre précédente, ces résultats semblaient déstabilisants pour plusieurs d'entre eux. En effet, on pourrait penser que des enseignants sont moins à l'aise avec l'incertitude les résultats des essais réalisés dans l'approche fréquentielle. Ces résultats sont non seulement imprédictibles pour le prochain résultat, mais peuvent en plus être exceptionnels s'ils ne suivent pas la tendance attendue après un certain nombre d'essais. Face à cette incertitude, des enseignants pourraient ainsi être déstabilisés à l'idée de devoir composer avec des résultats exceptionnels.

Dans la discussion, Émilie et moi pensons qu'il serait intéressant d'amener les élèves à être sensibles aux résultats exceptionnels (Émilie : « Pour l'élève, ce serait intéressant »). Toutefois, advenant le cas où un enseignant envisagerait de sensibiliser les élèves aux résultats exceptionnels, il faudrait le faire de façon qualitative puisque

les calculs associés à la probabilité d'obtenir des résultats exceptionnels (ou non) sont complexes et ne sont pas prévus dans le *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a).

Au regard de ces discussions, cet enjeu d'enseignement relié au fait de devoir gérer cette incertitude reliée aux résultats exceptionnels fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *se préparer à composer avec des résultats exceptionnels dans l'approche fréquentielle*. Il s'agit d'un enjeu de formation car de tels résultats exceptionnels peuvent survenir (autant en formation avec des enseignants qu'en classe avec des élèves) lors de la réalisation d'essais, ce qui peut être déstabilisant et renforcer des conceptions probabilistes, tant pour l'élève que pour l'enseignant. Même si nos discussions n'ont pas permis de creuser cet aspect, le contexte de formation semble être un moment privilégié pour amener les enseignants à se préparer à composer avec des résultats exceptionnels. Une telle préparation viserait à amener les enseignants à reconnaitre l'occurrence occasionnelle de résultats exceptionnels et à envisager des interventions pour gérer ces occurrences si jamais elles se produisent en classe.

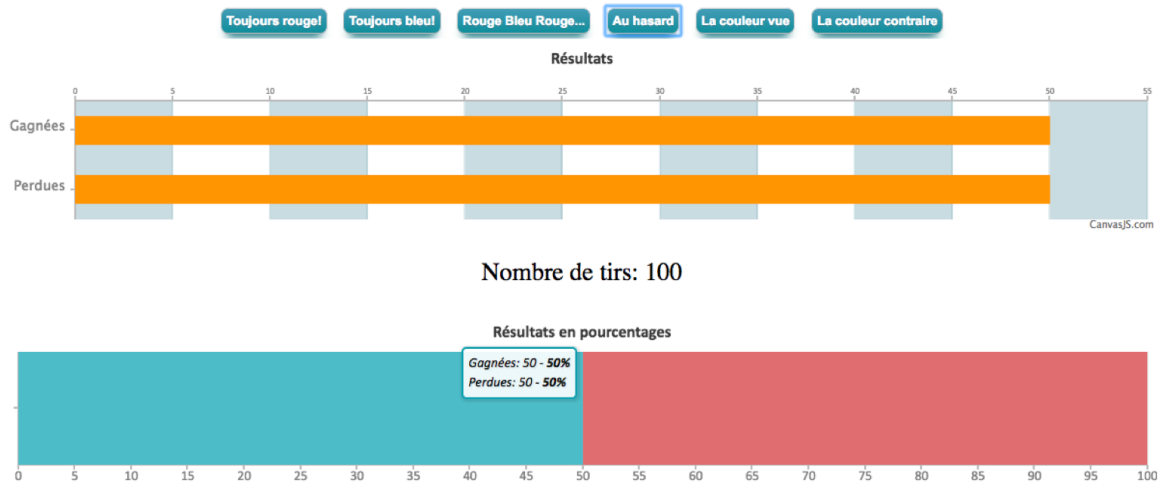
Une autre discussion concernant des résultats exceptionnels survient plus tard dans cette même rencontre :

> CF : Donc, on avait deux cas quand même rares, puis on peut penser qu'avec le simulateur, générer 100 résultats ça se fait d'un clic, la bouteille c'était 100 d'un coup. Alors, on pourrait le faire 100, puis on le remet à zéro, 100 et on remet à zéro… C'est facile de faire 100 essais. Je me dis qu'il y avait cette idée-là avec le simulateur, qu'à force d'en faire, c'est tellement facile d'en faire qu'on peut arriver plus souvent à des résultats bizarres ou des résultats exceptionnels. Pas si on les cumule, pas si avec le simulateur j'en fait 100-100-100-

> 100-…, puis ça fait 10 000. Là, on peut penser qu'à 10 000 ça va se stabiliser, mais plusieurs fois 100, plusieurs échantillons de 100, on va dire « Il y en a un là-dedans qui risque d'être un peu étrange ».
>
> Émilie : C'est ça. Des données erronées ou des données extrêmes.
>
> (Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, je suggère que l'utilisation d'un simulateur pour générer les résultats d'un grand nombre d'échantillons de 100 essais permet d'observer à l'occasion des résultats exceptionnels. L'idée d'Émilie concernant « des données extrêmes » va aussi dans ce sens. Puisqu'on a obtenu à deux reprises des résultats exceptionnels en réalisant des essais à l'aide du matériel concret lors de la deuxième rencontre, on peut penser qu'on en obtiendrait encore plus facilement avec le simulateur, car on peut générer les résultats de nombreux échantillons d'essais. En d'autres, mots, je suggère que le simulateur pourrait générer des résultats exceptionnels de façon plus rapide (et non pas de façon plus fréquente au sens proportionnel).

L'expérimentation de la situation des rondelles (voir Figure 3.9) amène les participants à discuter à nouveau des résultats exceptionnels. La Figure 4.1 illustre les résultats de 100 parties générés par le simulateur de la situation des rondelles selon la stratégie « au hasard », qui revient à prédire la couleur de l'autre côté de la rondelle de façon aléatoire, sans être systématique comme pour les autres stratégies.



(Source : http://monurl.ca/simulateur6)

Figure 4.1 Les résultats de 100 parties générés par le simulateur de la situation des rondelles

Il convient de préciser que la stratégie « au hasard » de la situation des rondelles offre une probabilité de gagner de 50 %, ce qui ne garantit toutefois pas d'obtenir exactement 50 gains en 100 parties. En fait, il est peu probable (probabilité calculée d'environ 8 %) de gagner exactement 50 fois dans ces conditions, ce qui semble cohérent avec les résultats d'Émilie, qui obtient exactement 50 gains une seule fois sur 13 échantillons de 100 parties[71]. Lorsque je teste à mon tour cette stratégie lors du retour collectif avec les participants, je génère les résultats de 3 échantillons de 100 essais à l'aide du simulateur et j'obtiens exactement 50 % à 2 reprises, ce qui apparait très peu probable et fait réagir les participants. Il s'agit en effet d'un résultat exceptionnel étant donné que la probabilité que cela survienne est inférieure à 1 %. Ce nouveau résultat exceptionnel amène les participants à être encore plus attentifs à d'éventuels résultats exceptionnels provenant d'essais réalisés dans l'approche

[71] Il est à noter que, lorsque Émilie réalise des échantillons de 100 essais à l'aide du simulateur, elle note les pourcentages de gain à chaque fois, tout en calculant les écarts par rapport à 50%. Cette dernière information suggère qu'elle est sensible aux résultats exceptionnels, qui pourraient s'observer lorsqu'un écart entre une fréquence et la probabilité serait jugé trop grand.

fréquentielle. Certains participants, dont Émilie, semblent même avoir développé une sensibilité aux résultats exceptionnels, alors qu'ils se demandent à divers moments ultérieurs si certains résultats obtenus dans l'approche fréquentielle sortent de l'ordinaire.

En guise de conclusion pour ce thème, les discussions liées au recours à des notions probabilistes permettent de dégager quatre enjeux de formation répartis dans quatre sous-thèmes. Il est à noter que les enjeux de formation reliés au premier thème prennent surtout la forme d'un élément important à comprendre ou à faire, évoqué par le formateur lors des rencontres. Il s'agit alors de notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle que je souhaiterais que les formés connaissent et mobilisent dans leur enseignement. Il est ainsi question d'intentions ou encore d'un idéal que je vise. Il convient de souligner que la place que j'occupe dans les discussions est assez importante, ou du moins plus importante que dans les thèmes suivants. En effet, je guide beaucoup les participants et je suis assez actif dans les échanges, intervenant à plusieurs reprises (en expliquant, en rappelant, en incitant, en suggérant, en concluant, en validant, etc.). Il semble que ce soit une particularité de ce thème, où j'avais une intention de creuser des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle que je juge importantes pour le développement du raisonnement probabiliste. Le fait de décortiquer ces notions probabilistes dans un contexte de formation pourrait d'ailleurs aider les participants à faire ressortir le potentiel (sous forme d'apports et de limites) d'outils technologiques pour soutenir l'enseignement des probabilités, ce qui correspond au prochain thème.

4.2 Le deuxième thème : Manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités

Le thème *Manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités* regroupe de nombreux extraits où les participants prennent en compte des particularités d'outils technologiques, sous forme d'apports et de limites perçus. Dans un contexte de formation, les enseignants qui explorent un outil technologique prennent connaissance de ses particularités, ce qui est susceptible d'orienter les rôles qu'ils envisagent de lui attribuer dans leur enseignement des probabilités.

L'analyse de ce thème fait émerger huit enjeux de formation répartis dans cinq sous-thèmes :

- Cinquième sous-thème : L'aspect visuel d'un outil technologique
    - Enjeu de formation n^{o} 5 : Se donner des critères pour évaluer un outil technologique à partir de l'information visuelle qu'il produit
- Sixième sous-thème : Le recours à un simulateur
    - Enjeu de formation n^{o} 6 : (Faire) prendre conscience qu'un simulateur assume certaines fonctions qui peuvent priver son utilisateur d'une certaine activité mathématique
    - Enjeu de formation n^{o} 7 : Faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités
- Septième sous-thème : La programmation
    - Enjeu de formation n^{o} 8 : Mettre en doute la confiance à accorder à un outil technologique selon son opacité
    - Enjeu de formation n^{o} 9 : Exploiter la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités

- Huitième sous-thème : Les rôles de divers types d'outils technologiques
    - Enjeu de formation nº 10 : Tenir compte de la flexibilité d'un outil technologique lors du choix pour l'enseignement des probabilités
    - Enjeu de formation nº 11 : (Faire) reconnaitre le rôle que peut jouer un outil technologique selon l'intention ciblée
- Neuvième sous-thème : La complémentarité des outils technologiques
    - Enjeu de formation nº 12 : Tirer profit de la complémentarité d'outils technologiques pour favoriser l'enseignement des probabilités

Les cinquième, sixième et septième sous-thèmes font ressortir des particularités d'outils technologiques, sous forme d'apports et de limites perçus, sous les angles de l'aspect visuel, de la simulation et de la programmation. Puis, le huitième sous-thème soulève différents rôles de divers types d'outils technologiques. Enfin, le neuvième sous-thème concerne la complémentarité des outils technologiques, par l'articulation des rôles qu'on peut faire jouer à ces outils pour soutenir l'enseignement des probabilités.

4.2.1 Le cinquième sous-thème : L'aspect visuel d'un outil technologique

Le sous-thème de l'aspect visuel d'un outil technologique entre en jeu dans les discussions, alors qu'il est question du fait qu'un outil technologique peut donner accès à plusieurs informations à l'écran, que ce soit sous forme de diagrammes, d'autres représentations visuelles, de nombres, d'explications, etc. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir un enjeu de formation : se donner des critères pour évaluer un outil technologique à partir de l'information visuelle qu'il produit.

4.2.1.1 L'enjeu de formation nº 5 : Se donner des critères pour évaluer un outil technologique à partir de l'information visuelle qu'il produit

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de l'aspect visuel d'un outil technologique, prend notamment la forme d'un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation, alors que les formés relèvent l'importance de se pencher sur l'aspect visuel d'un outil technologique. L'enjeu de formation prend aussi la forme d'un élément important à faire, évoqué par des formés lors des rencontres, alors que deux participantes parviennent à prendre du recul sur le programme qu'elles conçoivent pour reconnaitre qu'elles doivent se soucier de l'aspect visuel pour soutenir l'enseignement des probabilités. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres nº 1 et 5.

- Première rencontre

Lors de la première rencontre, deux simulateurs de la situation de Monty Hall sont explorés successivement par les participants, tels que décrits dans le chapitre précédent (voir Figure 3.3). Chaque simulateur offre des apports et des limites liés à l'aspect visuel. Par exemple, le premier simulateur (voir Figure 3.3, à gauche) présente les résultats de différentes manières (nombres, tableau, diagramme à bandes et diagramme à ligne brisée), mais requiert toutefois beaucoup d'attention de la part de l'utilisateur, à la fois pour faire des choix et pour interpréter les nombreuses informations visuelles, ce qui peut s'avérer complexe. Quant au deuxième simulateur (voir Figure 3.3, à droite), il est plus convivial, alors que moins de choix de paramètres sont offerts à l'utilisateur pour générer très simplement les résultats d'un essai à la fois. Toutefois, cette convivialité se fait au détriment d'informations

visuelles qui pourraient s'avérer utiles pour l'utilisateur, comme c'est le cas dans le premier simulateur par exemple. Il est à noter qu'une telle analyse comparative n'est pas présentée aux participants puisqu'ils sont directement invités à explorer les deux simulateurs un à la suite de l'autre.

Cette exploration amène les participants à comparer les simulateurs et à nommer certaines de leurs particularités, dont plusieurs sont liées à l'aspect visuel :

CF : Là c'est un [deuxième] simulateur, tantôt on en a vu un [premier] simulateur. C'est quoi les similitudes et les différences avec l'autre simulateur ?

Grace : Moi je pense que lui [le deuxième] est plus visuel.

CF : Plus visuel ?

Émilie : Oui.

Grace : Pour les élèves là, peut-être plus accessible.

Florence : Jouées, changées, gagnées, perdues [elle lit les informations affichées par le simulateur, où les résultats des parties jouées sont compilés].

Brian : Il aide à comprendre la situation de départ [de Monty Hall] beaucoup plus facilement, en la visualisant.

Émilie : Oui.

Florence : Mais j'aimais les pourcentages, parce qu'ici tu n'as pas les pourcentages pour tes calculs, il faut que tu les calcules à la mitaine.

CF : Ok.

Florence : C'est ce qui manque. Il est l'fun de jouer, tu le comprends… je le change, il est visuel, mais tu n'as pas le pourcentage qu'on avait [dans le premier simulateur], puis j'aimais bien le diagramme à bandes qui montait. C'est ça.

Brian : Bien, on est capable de voir au bout de 10-20-30 essais que c'est plus que la moitié des fois qu'on gagne.

(Rencontre n^{o} 1, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, quelques participants s'entendent sur le fait que le deuxième simulateur est plus visuel que le premier. Le fait d'être visuel semble être un atout pour un simulateur puisque l'aspect visuel est jugé aidant par les participants, et ce, pour diverses raisons. D'abord, Grace affirme que ce simulateur est « plus visuel » et « plus accessible » pour les élèves, ce qui témoigne d'une valeur ajoutée par rapport au premier simulateur. Pour elle, ce deuxième simulateur est jugé plus accessible mais on ne peut savoir si cela signifie qu'elle considère que ce simulateur est plus facile à utiliser ou encore que les informations qu'il produit sont plus faciles à comprendre et à interpréter. Brian ajoute que le deuxième simulateur « aide à comprendre la situation de départ [de Monty Hall] beaucoup plus facilement, en la visualisant ». Pour lui, l'aspect visuel de cet outil technologique favorise la compréhension de la situation. Les propos de Florence soulèvent quant à eux l'avantage du calcul technologique : l'utilisateur peut recueillir rapidement de l'information utile sans avoir à faire des calculs à la main puisque les pourcentages sont fournis instantanément. Brian met pour sa part de l'avant l'idée que le simulateur permet de *voir* une certaine tendance dans les résultats après une série relativement courte d'essais (« 10-20-30 essais »). En effet, les résultats fournis sous forme de nombres de parties gagnées et perdues permettent à Brian de constater qu'on gagne « plus que la moitié des fois » lorsque la stratégie est de changer de porte, même si le nombre d'essais est modeste. De son côté, Florence semble associer l'aspect visuel du second simulateur à un aspect pratique et intéressant pour l'utilisateur (« Il est l'fun de jouer, tu le comprends… je le change, il est visuel »). Elle semble aussi apprécier l'affiche d'un diagramme à bandes (qui permet de suivre visuellement les résultats) et de pourcentages (qui permettent de suivre numériquement les tendances sans avoir à faire de calculs).

Il n'y a donc pas une seule manière pour un simulateur d'être « visuel ». Les apports visuels de ce simulateur semblent donc être une particularité que les participants

apprécient. Les apports visuels qu'ils rapportent sont variés et soutiennent l'enseignement des probabilités, alors qu'ils facilitent selon eux l'appropriation de la situation, la présentation des résultats de parties simulées ou encore la production de représentations visuelles qui aident à prendre une décision. Pour évaluer un outil technologique à partir de l'information visuelle qu'il produit, il semble important de se donner des critères lors des séances de formation. En effet, des moments dans la formation pourraient viser à explorer différentes manières d'être visuel pour un outil technologique, différentes manières d'être accessible, puis différentes manières d'aider à comprendre la situation et à prendre une décision. Cette discussion avec les formés à propos de l'aspect visuel d'un outil technologique fait ressortir des apports d'un simulateur en probabilités. Il est à noter que, comme chercheur-formateur, je n'ai pas eu d'étayage à faire dans cet extrait, car l'aspect visuel a été soulevé par les participants eux-mêmes et ils ont naturellement nommé des critères pour évaluer le simulateur sous cet aspect visuel, ce qui a donné lieu à une riche réflexion qui pourrait être identifiée comme un bon coup de la part des participants. Si cela n'avait pas été le cas, j'aurais pu envisager de faire ressortir l'aspect visuel d'un outil technologique par un questionnement et des relances, en espérant susciter une telle réflexion sur des apports d'outils technologiques en probabilités[72].

Ceci étant dit, au regard des apports visuels relevés dans les échanges, on peut se demander si l'aspect visuel est toujours aidant pour l'utilisateur. En effet, l'aspect

[72] Étant donné que les participants soulignent l'importance de l'aspect visuel d'un outil technologique, j'aurais aussi pu insister davantage sur le diagramme à ligne brisée qui permet de visualiser la situation et de comprendre pourquoi augmenter le nombre d'essais confère plus de plausibilité à la prédiction, alors que les fréquences convergent vers la probabilité (voir deuxième sous-thème). J'aurais aussi pu faire un lien entre les apports visuels relevés par les participants et ceux que fournirait un diagramme en arbre pour cette situation, même si une telle représentation n'est certes pas conventionnelle. En effet, un diagramme en arbre pour la situation de Monty Hall nécessite deux arbres (selon les stratégies de garder ou de changer de porte) et l'appui d'un discours sur l'action de l'animateur du jeu pour être décodée et comprise, mais il peut néanmoins aider à s'approprier la situation, grâce à cet aspect visuel.

visuel pourrait présenter certaines limites si l'information produite par l'outil technologique était inappropriée (superflue, erronée, manquante, non pertinente, mal présentée, etc.). Il serait alors plus difficile pour l'utilisateur de s'y retrouver et de traiter l'information qui est produite par l'outil technologique. Quelques limites de l'aspect visuel sont d'ailleurs relevées par des participants. Par exemple, toujours dans la première rencontre de la recherche-formation, Grace évoque un apport, mais aussi une limite de l'aspect visuel du deuxième simulateur : « Je le trouve plus qualitatif que quantitatif à cause que justement il n'y a pas toutes les données dessus. […] Il aide à comprendre, mais il ne fait pas de calculs ». Par cette intervention, Grace soulève des particularités du deuxième simulateur, par son apport (« aide à comprendre ») et sa limite (« ne fait pas de calculs »), désignant ainsi des critères importants à considérer selon elle, lorsque vient le temps d'évaluer le potentiel d'un simulateur par son aspect visuel.

Par l'analyse de la suite des discussions, on peut remarquer que les participants abordent de manière critique les deux simulateurs de la situation de Monty Hall. Selon l'aspect envisagé, ils préfèrent l'un à l'autre ou vice-versa, soulignant ce qui leur apparait comme des particularités importantes. Dans un contexte de formation, il semble donc y avoir un intérêt à faire utiliser plusieurs simulateurs par les formés, car les limites d'un simulateur peuvent faire apprécier les apports d'un autre[73]. On peut même penser que certains apports pour un formé sont considérés comme des limites pour un autre, car tous n'ont pas nécessairement recours aux mêmes critères pour évaluer un outil technologique.

Ainsi, le fait de comparer l'aspect visuel de ces deux simulateurs dès le début de la première rencontre fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois

[73] Concernant cette utilisation de multiples simulateurs en complémentarité, j'y reviendrai dans le neuvième sous-thème.

pour le formateur et pour les formés : *se donner des critères pour évaluer un outil technologique à partir de l'information visuelle qu'il produit*. Parmi les critères qu'il est possible d'envisager, ceux de la qualité et de la quantité d'information visuelle produite sont évoqués par les participants de la recherche-formation alors qu'ils comparent les apports et limites de deux simulateurs pour la situation de Monty Hall. Cet enjeu de formation concerne donc l'harmonie à trouver entre la facilité d'utilisation et la pertinence (qualité) de l'information produite par l'outil technologique versus l'ensemble de l'information (quantité) qu'il produit. Il s'agit d'un enjeu à considérer dans la formation puisque les formés relèvent naturellement des critères qui leur semblent importants et qui constituent un enjeu d'enseignement, alors que plusieurs d'entre eux mentionnent l'aspect visuel comme quelque chose auquel il faut porter attention pour évaluer un outil technologique. De tels critères peuvent ainsi influencer le choix d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités. Du côté du formateur, il semble important de proposer aux formés des outils technologiques dont l'aspect visuel diffère, afin de les encourager à adopter un regard éclairé. Ce regard éclairé pourrait d'ailleurs faire ressortir les critères qui ont de l'importance pour eux, que ces critères soient partagés par tous ou non, comme on peut le voir dans la poursuite des discussions.

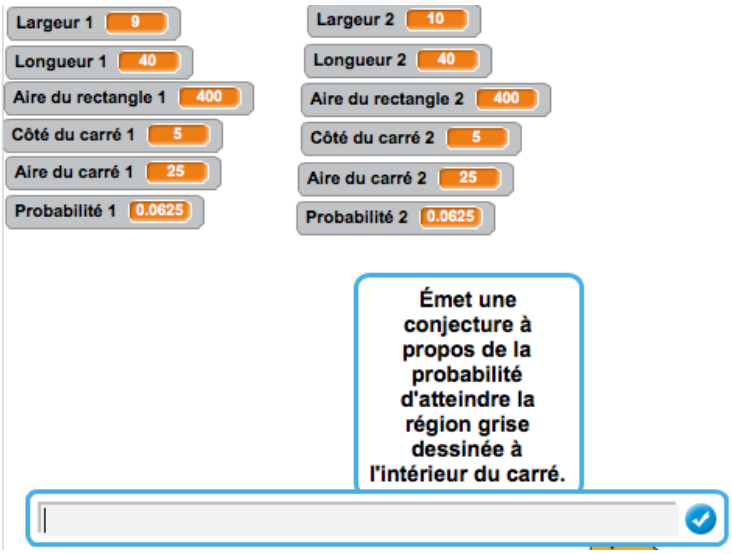
Dans une analyse critique du deuxième simulateur, Émilie affirme : « Moi ce que je n'aime pas, c'est qu'il n'y a pas d'accent dans les lettres ». Ce commentaire témoigne de l'importance pour Émilie que le texte affiché dans le simulateur soit conforme à la langue française. Même si ce n'était pas le genre de commentaire auquel je m'attendais, il pourrait s'agit pour certains d'un critère pour évaluer un outil technologique. En ce sens, est-ce le genre de détail qui conduirait à une certaine réticence à intégrer un outil technologique donné ? Les autres participants ne semblent toutefois pas prendre cette limite trop au sérieux et tous sont prêts à poursuivre sans s'attarder à ce commentaire. D'ailleurs, Alan propose à Émilie de

détourner le regard en passant « par-dessus » cette absence d'accents, suggérant qu'on devrait plutôt analyser l'outil technologique sous un angle différent, probablement sous un angle lié à la didactique des mathématiques. Il y a quelque chose d'intéressant du point de vue de ce qui est « négocié » ici entre les participants : prendre en compte les particularités d'un outil technologique, c'est surtout s'y attarder sous l'angle de l'enseignement des mathématiques, ce qui implique peut-être de passer par-dessus certains détails.

› Cinquième rencontre

Lors de la cinquième rencontre, il est à nouveau question de l'importance d'offrir un appui visuel dans un environnement technologique. En effet, Émilie présente ce qu'elle a fait en devoir avec l'aide de Grace : une tâche où il faut émettre une conjecture, à l'aide d'un programme conçu dans le langage de programmation *Scratch*, concernant une probabilité géométrique à calculer selon le rapport des aires d'un carré et d'un rectangle. Émilie et Grace s'avouent insatisfaites du manque d'appui visuel :

> Grace : On se disait que… juste une série de chiffres comme ça [elle pointe les nombres produits par leur programme, comme on peut le voir dans la capture d'écran suivante], on voyait deux probabilités qui étaient équivalentes [soit 0,0625], mais tu as besoin d'un visuel. C'est une probabilité géométrique, donc le visuel est comme très important dans ce type de situation là.



Émilie : C'est ça.

CF : Ouais.

Grace : Que là [dans leur programme fait en devoir] on n'avait pas, puis on se disait « Hey, ça ne m'aide pas là. Je suis capable d'émettre une conjecture, mais je ne suis pas sûre d'avoir nécessairement compris avec…».

Émilie : Le visuel.

Grace : Sauf si tu l'as construit.

(Rencontre n° 5, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Grace et Émilie reconnaissent que leur programme n'est pas suffisamment aidant car il n'apporte pas d'appui visuel. Elles jugent que l'aspect visuel est « très important dans ce type de situation là », peut-être parce que la probabilité géométrique dans cette tâche se définit comme le rapport des aires et qu'il serait donc pertinent de voir le carré et le rectangle afin de visualiser ce rapport[74]. Grace ajoute même que l'utilisation du programme l'amène à émettre une

[74] Il est à noter que la plupart des situations abordées dans la recherche-formation font appel à des situations élémentaires (finies) qui font intervenir une probabilité sous forme de nombre rationnel (par un rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles). Ce n'est pas le cas de cette situation plus complexe, qui fait appel à des aires qui sont des mesures continues. En tant que chercheur-formateur, j'aurais pu évoquer ce changement dans la nature des nombres en jeu.

conjecture[75], mais sans être « sûre d'avoir nécessairement compris »[76]. Ainsi, Grace et Émilie reconnaissent une limite de leur programme. En quelque sorte, elles reconnaissent alors qu'étant donné que leur programme n'affiche pas les figures de la situation, la tâche à accomplir (émettre une conjecture) peut sembler trop abstraite. Pour évaluer ce simulateur à partir de l'information visuelle qu'il produit, le critère qu'elles relèvent est de fournir les figures nécessaires pour visualiser concrètement la situation. Puisque ce critère n'est pas rempli dans ce cas, elles jugent que leur programme n'est pas assez visuel et n'est donc pas optimal pour soutenir l'enseignement des probabilités.

La discussion se poursuit et Grace insiste alors sur l'importance d'ajouter des figures, soit un dessin du carré et du rectangle, car cette information visuelle lui apparait vitale pour bien comprendre la tâche et pour la compléter. Grace et Émilie ont donc évalué leur programme à partir de la qualité et de la quantité d'information visuelle qu'il produit. En effet, elles sont parvenues à prendre du recul en reconnaissant une limite à leur programme à partir de ces critères concernant l'aspect visuel.

Au regard des discussions dans les rencontres, l'aspect visuel d'un outil technologique semble donc être un élément important à considérer pour soutenir l'enseignement des probabilités. Un autre élément qui anime de nombreuses

---

[75] Il est à noter que le programme est erroné, alors que l'aire du premier rectangle n'est pas programmée de manière à dépendre de sa largeur et de sa longueur (comme on peut le voir dans la capture d'écran de l'extrait, $9 \times 40 \neq 400$). Toutefois, cette erreur n'a pas été relevée lors des rencontres.

[76] En fait, Grace suggère une nuance entre le potentiel de ce simulateur selon le fait de simplement l'utiliser lorsqu'il est déjà conçu (où une personne utilisatrice ne serait pas « sûre d'avoir nécessairement compris ») ou de le concevoir (« sauf si tu l'as construit »). Cette distinction concorde avec des propos que j'ai évoqués dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2016) où « On peut se demander si la programmation de simulateurs par des apprenants porterait en soi les germes d'une compréhension plus grande que lorsqu'ils sont limités à être de simples expérimentateurs » (p. 140).

discussions concernant des apports et limites d'outils technologiques en probabilités est le recours à un simulateur, ce qui m'amène au prochain sous-thème.

4.2.2 Le sixième sous-thème : Le recours à un simulateur

Le sous-thème du recours à un simulateur entre en jeu dans les discussions, alors qu'il est question du potentiel offert par le simulateur. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir deux enjeux de formation : (faire) prendre conscience qu'un simulateur assume certaines fonctions qui peuvent priver son utilisateur d'une certaine activité mathématique ; faire ressortir les pouvoirs d'amplification et de réorganisation d'un outil technologique pour l'enseignement des probabilités.

4.2.2.1 L'enjeu de formation n° 6 : (Faire) prendre conscience qu'un simulateur assume certaines fonctions qui peuvent priver son utilisateur d'une certaine activité mathématique

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème du recours à un simulateur, prend la forme d'un élément important à faire, alors que les formés se préoccupent d'analyser ce que le simulateur permet et ce dont il prive, en vue d'orienter la façon dont l'outil peut être utilisé pour l'enseignement des probabilités. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n° 1 et 5.

- Première rencontre

Dans la première rencontre, des échanges mènent à considérer les façons d'utiliser le deuxième simulateur de la situation de Monty Hall (voir Figure 3.3, à droite) pour

pouvoir mettre à l'épreuve deux stratégies, soit celle consistant à toujours garder sa porte et celle consistant plutôt à toujours changer de porte :

Grace : Il faudrait que tu gardes toujours la même stratégie. Si tu changes [de stratégie], il me semble que ça vient mélanger tous les résultats.

Brian : Ah ! Là, c'est complètement mélangeant si on fait n'importe quoi en cours.

Florence : Bien moi, c'est ça que j'ai fait. J'ai fait n'importe quoi là.

CF : Ici, j'ai fait 20 fois. J'ai changé 8 fois donc j'ai gardé 12 fois [en pointant les résultats affichés par le projecteur, comme on peut le voir dans la capture d'écran ci-contre]. Quelle conclusion on tire ? Est-ce mieux de garder ou de changer ?

Brian : Il n'y en a pas [de conclusion à tirer].

Alan : On ne le sait pas.

Brian : On ne le sait pas.

Grace : Ce n'est pas évident.

Déborah : Il faut que tu choisisses [une seule stratégie] avant de le faire.

CF : Exact.

Grace : Il faut que tu la gardes [ta stratégie].

(Rencontre n^{o} 1, Discussion de groupe)

La remarque initiale de Grace souligne l'importance pour l'utilisateur du deuxième simulateur d'associer les résultats obtenus à la stratégie employée pour les obtenir. En effet, comme je l'ai mentionné précédemment, ce simulateur garde la trace du nombre de fois où l'utilisateur change de porte considérant le nombre de parties jouées, puis il compile les gains et pertes, mais sans associer les deux. En raison de cette limite soulevée par les participants, on ne peut pas suivre l'effet d'une stratégie,

car les données sont compilées même si elles ne sont pas toutes recueillies dans les mêmes conditions. Les participants procèdent à un étayage des propos de Grace, comme s'ils contribuaient à la formulation et l'explicitation d'une observation qui pourrait être vue comme une connaissance en construction : il faut fixer la stratégie si on veut en évaluer les effets. Autrement dit, pour pouvoir analyser les résultats d'une expérimentation pour laquelle un choix de stratégie est fait, il faut fixer la stratégie ; sinon, les données ne peuvent pas être interprétées. Cette limite du deuxième simulateur est ainsi mise en contraste, de façon implicite, avec un apport du premier, soit le fait que celui-ci conserve une même stratégie tout au long de la simulation.

Dans l'extrait précédent, mon intervention permet de référer à un exemple de résultats de 20 parties simulées que tous peuvent voir et analyser (« Ici, j'ai fait 20 fois. J'ai changé 8 fois donc j'ai gardé 12 fois »). J'invite alors les participants à choisir la stratégie la plus optimale, ce qui les force à constater qu'il n'est pas possible de répondre. Les participants affirment en effet, avec raison, qu'on ne peut pas se prononcer dans ces conditions. Par ailleurs, Grace fait preuve de prudence en restant critique par rapport à la connaissance en émergence, en affirmant « Ce n'est pas évident », sous-entendant que le simulateur pourrait permettre de se prononcer sur la stratégie optimale, mais qu'on ne le voit pas immédiatement à partir de ce qu'il présente. Déborah (« Il faut que tu choisisses [une seule stratégie] avant de le faire ») suggère plutôt qu'il est impossible de se prononcer si les deux stratégies sont testées ensemble et je valide en ce sens (« Exact »). Cette intervention semble inciter Grace à mettre de côté cette prudence, sans aller plus loin : « Il faut que tu la gardes [ta stratégie] ».

Alors que tous les participants semblent d'accord qu'il est préférable de tester chaque stratégie séparément, une critique est formulée par rapport au deuxième simulateur :

Alan : C'est parce qu'il est mal programmé parce qu'en fait il devrait avoir… en dessous, à la place il devrait y avoir « lorsque tu as changé, voici ce qui s'est passé », puis « lorsque tu as gardé, voici ce qui s'est passé ».

[Émilie et Déborah approuvent]

CF : Puis l'autre simulateur [le premier] est fait comme cela. Tu choisis ta stratégie, puis il reste dans cette stratégie toute la simulation.

Émilie : C'est ça.

CF : Le [deuxième] simulateur est beaucoup plus visuel. Il permet de le faire, de jouer un peu plus… un peu comme le mode pas à pas de l'autre [le premier simulateur], mais peut-être plus dynamique et plus actuel dans le graphisme. Mais il compile les deux stratégies si on les essaie les deux.

Émilie : Oui.

(Rencontre n^{o} 1, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Alan montre qu'il est conscient de cette limite de l'outil technologique. Il propose que le simulateur soit programmé de façon à séparer les résultats pour chacune des stratégies. Cette critique d'Alan évoquée en termes de ce qu'« il devrait y avoir » dans le second simulateur suggère ainsi qu'une amélioration fonctionnelle devrait être apportée. Je souligne alors la manière dont le premier simulateur sépare les résultats selon deux stratégies (« Tu choisis ta stratégie, puis il reste dans cette stratégie toute la simulation »). En plus de revenir sur l'apport visuel du deuxième simulateur (voir cinquième sous-thème), je fais ressortir la similarité entre le fonctionnement du deuxième simulateur et le mode pas-à-pas du premier simulateur (voir Figure 3.3). D'ailleurs, Alan est surement conscient que les résultats sont séparés pour chacune des stratégies dans le premier simulateur, alors que ce n'est pas le cas dans le second. Il se demande peut-être pourquoi ce simulateur ne fait pas au moins aussi bien que le simulateur exploré précédemment. En effet, dans un contexte de formation, l'ordre dans lequel des outils technologiques sont explorés n'est pas anodin. Les formés pourraient s'attendre à une progression adéquate des

outils technologiques, alors ils pourraient ne pas comprendre pourquoi un simulateur est exploré si un autre simulateur jugé plus adéquat a été exploré précédemment[77].

Puisque le deuxième simulateur ne sépare pas automatiquement les résultats obtenus selon les stratégies utilisées, il est possible de réfléchir à une manière de l'utiliser qui permettrait de voir les effets de chaque stratégie. En ce sens, Alan propose d'utiliser le deuxième simulateur en répartissant les élèves de manière à ce que la moitié du groupe-classe garde toujours la porte initiale, alors que l'autre moitié change toujours de porte. Le besoin de réfléchir à une façon de séparer les stratégies par une utilisation adéquate du simulateur peut être considéré comme un apport potentiel puisque l'outil technologique ne le fait pas automatiquement. Si toutefois ce simulateur était modifié dans le sens proposé par Alan dans cet extrait (« il est mal programmé parce qu'en fait il devrait avoir… »), il n'offrirait pas cette opportunité de réflexion. On pourrait aussi évoquer la possibilité, avec le second simulateur, de tester d'autres stratégies (autres que celles consistant à garder la porte ou à changer de porte), par exemple de choisir au hasard de garder ou de changer de porte à chaque partie. Cet élément n'a pas été relevé explicitement par les participants lors des rencontres, mais il nous permet de pointer vers un enjeu de formation.

La prise en charge de certains éléments du travail mathématique par l'outil technologique peut devenir contraignante et limiter l'activité mathématique potentielle de son utilisateur, ce qui ressort comme un enjeu d'enseignement. Donc, le fait de réaliser ce que permet (ou non) un outil technologique fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : (*faire) prendre conscience qu'un simulateur assume certaines fonctions qui peuvent priver son utilisateur d'une certaine activité mathématique*. En ce sens, si un enseignant

[77] Je reviendrai sur la complémentarité des outils technologiques dans le neuvième sous-thème.

souhaite que ses élèves comprennent la pertinence de séparer les résultats pour chaque stratégie, il est préférable qu'il choisisse le deuxième simulateur puisque celui-ci permet cette réflexion alors que le premier sépare automatiquement les stratégies, privant ainsi l'apprenant de cette réflexion. Plus largement, le travail consistant à organiser les résultats, à compiler les données, à calculer les pourcentages ou à être systématique dans l'exploration de stratégies est jugé important pour prendre en compte des particularités d'un outil technologique en probabilités pour la classe, et donc du rôle qu'on envisage de lui faire jouer. Il s'agit d'un enjeu de formation, au sens où la discussion autour d'un simulateur soulève une préoccupation des participants à faire ressortir à la fois ce qu'il permet et ce dont il prive, de manière à orienter la façon dont l'outil peut être utilisé pour l'enseignement des probabilités. Il semble important que le formateur accompagne les formés en les amenant à réfléchir à cet aspect, pour que l'apport (ou la limite) du simulateur soit exploité en accord avec l'intention d'enseignement ciblée[78].

› Cinquième rencontre

Comme je l'ai mentionné précédemment, le programme conçu en devoir par Grace et Émilie dans *Scratch* (et présenté dans la cinquième rencontre) ne fournit pas d'appui visuel ; le carré et le rectangle de la situation n'y sont pas présentés (voir cinquième sous-thème). Outre l'absence d'appui visuel, on peut se demander si la grande quantité d'information produite est adéquate pour soutenir l'enseignement des probabilités. En effet, il suffit pour l'utilisateur de fournir un nombre (la largeur), puis le programme calcule et affiche tout le reste (longueur, aire du rectangle, côté du carré, aire du carré et probabilité). Ce genre de programme vient dénaturer la tâche de conjecture visée car il donne la « réponse » ; l'élève peut s'arrêter là alors que c'est le

[78] Je reviendrai sur cette idée d'intention d'enseignement lors de l'analyse de l'enjeu de formation nº 11 (*(Faire) reconnaitre le rôle que peut jouer un outil technologique selon l'intention ciblée*).

processus de conjecture qui est ciblé par Émilie et Grace. On peut aussi se questionner sur le potentiel d'apprentissage des probabilités pour un élève qui réalise cette tâche à l'aide du programme. En effet, l'élève peut lancer le programme et remarquer que la probabilité est toujours égale à 0,0625 sans comprendre d'où elle provient. En quelque sorte, c'est comme si le programme en faisait trop, privant ainsi l'utilisateur de l'activité mathématique nécessaire pour émettre une conjecture. Je n'ai pas pointé cet aspect aux participants lors de la rencontre, mais avec du recul il semble important de faire prendre conscience aux formés que leur programme assume certaines fonctions qui peuvent priver son utilisateur d'une certaine activité mathématique.

Le potentiel du simulateur est donc à prendre à considération, ce qui mène à un autre enjeu de formation.

4.2.2.2 L'enjeu de formation nº 7 : Faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème du recours à un simulateur, prend notamment la forme d'un élément important à comprendre et à faire, alors que je veux que les formés prennent conscience des pouvoirs d'amplification et de réorganisation d'un simulateur pour être en mesure de les exploiter dans leur enseignement. L'enjeu de formation prend aussi la forme d'un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation, alors que les formés reconnaissent et exploitent le pouvoir d'amplification du simulateur. L'enjeu de formation prend finalement la forme d'un problème qui survient dans les rencontres, alors que des formés ont du mal à exploiter le pouvoir de réorganisation. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée

de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 1, 2 et 5.

› Première rencontre

Dans la première rencontre, les échanges autour des deux simulateurs de la situation de Monty Hall (voir Figure 3.3) se poursuivent, alors que je questionne les participants à propos de l'efficacité de chacun :

CF : Exact. Ok. En termes d'efficacité, [comment se positionne] ce simulateur-là [le deuxième simulateur, voir Figure 3.3 à droite] par rapport à l'autre [le premier simulateur, voir Figure 3.3 à gauche] ?

Grace : Moi je pense qu'il est plus… je le trouve plus qualitatif que quantitatif à cause que justement il n'y a pas toutes les données dessus.

CF : Ok, ok.

Grace : Il aide à comprendre, mais il ne fait pas de calculs.

Émilie : Ouais, c'est ça

CF : Ok. Disons qu'on veut avoir 100 résultats, ça va nous prendre plus de temps avec ce simulateur-là ou l'autre ?

Émilie : Avec celui-là.

CF : Celui-là [en pointant le deuxième simulateur].

Émilie : Oui.

CF : L'autre [le premier simulateur], l'avantage c'est qu'on fait, en mode turbo, on ne fait pas les étapes intermédiaires, on n'a pas à faire notre choix de porte.

(Rencontre n^{o} 1, Discussion de groupe)

Par mon questionnement initial, j'aborde l'« efficacité » d'un simulateur, que je juge important à considérer même si ce n'est pas évoqué explicitement par les participants. En effet, les participants ne semblent pas reconnaitre naturellement que l'efficacité

est un élément important à considérer dans le choix d'un simulateur et que le fait d'être plus efficace qu'un autre peut être considéré comme un avantage non négligeable d'un simulateur. Puisque les participants ne semblent pas ressentir le besoin de relever l'apport de l'efficacité du premier simulateur, cela peut révéler quelque chose sur ce qu'ils croient être une fréquence fiable et crédible.

À la suite de ce questionnement par rapport à l'efficacité, Grace fait remarquer l'apport de ce (deuxième) simulateur pour aider à comprendre, sans toutefois préciser en quoi ou comment ce simulateur favorise la compréhension. Elle oppose d'ailleurs l'aide apportée par le simulateur à l'absence de fonctionnalité qui permettrait de présenter les résultats des calculs (« Il aide à comprendre, mais il ne fait pas de calculs »). En ce sens, Grace semble interpréter l'efficacité du point de vue des « calculs », alors qu'elle pense probablement aux pourcentages évoqués précédemment. Je relance alors en demandant lequel des deux simulateurs génère le plus rapidement possible les résultats de 100 parties simulées. Ce faisant, je mets l'accent sur un apport des simulateurs, soit leur capacité à générer rapidement un grand nombre de données. Cela rappelle la distinction de Pea (1985), où l'outil technologique peut offrir un pouvoir d'amplification (faire plus, plus vite) et un pouvoir de réorganisation (faire autrement, autre chose). Dans l'extrait précédent, je souhaite ainsi faire ressortir le pouvoir d'amplification du simulateur (sans le nommer ainsi), qui n'est pas soulevé par les participants.

Précédemment dans la rencontre, j'ai aussi mentionné aux participants que le simulateur peut pallier le manque de temps dont ils se plaignent. En effet, les participants affirment à plusieurs reprises qu'ils manquent de temps pour travailler convenablement les notions probabilistes avec les élèves. En ce sens, je leur suggère que le simulateur pourrait répondre à ce besoin puisqu'il génère les résultats d'un grand nombre d'essais rapidement. Lors des discussions de la première rencontre de

la recherche-formation, les participants témoignent d'un intérêt pour les simulateurs à plusieurs occasions, mais l'efficacité est rarement relevée explicitement de leur côté en tant qu'apport. L'intérêt manifesté initialement par les participants envers le simulateur n'est donc pas celui auquel on aurait pu s'attendre. Est-ce parce qu'ils ont peu d'expérience avec l'utilisation des simulateurs dans leur enseignement des probabilités ? La capacité des simulateurs à générer rapidement les résultats d'un grand nombre de parties les convainc-t-elle vraiment ? Quelle est la véritable pertinence qu'ils accordent aux simulateurs et que sont-ils en mesure d'en retirer pour leur enseignement des probabilités ? Ces questionnements m'amènent à penser, à l'instar de Theis et Savard (2010a ; 2010b), que les enseignants, d'une manière générale, pourraient bénéficier d'un accompagnement spécifique à l'exploitation des simulateurs en classe. Il est aussi possible de penser que les participants n'évoquent tout simplement pas explicitement l'apport de l'efficacité du simulateur étant donné que cela leur parait évident.

Même s'ils ne soulèvent pas initialement l'apport de l'efficacité, les participants semblent conscients qu'il faut générer les résultats d'un grand nombre d'essais pour avoir une tendance claire (voir premier et deuxième sous-thèmes). Par exemple, après que je simule cinq essais en mode pas à pas avec le premier simulateur de la situation de Monty Hall, Florence soutient qu'elle aimerait disposer de davantage de résultats avant de conclure. De son côté, Alan simule naturellement 1000 essais avant même que je le fasse. Il mentionne alors qu'« en bas de 25 essais c'est un peu n'importe quoi, mais un moment donné ça devient parfait », ce qui suggère qu'il reconnait lui aussi l'intérêt de réaliser un grand nombre d'essais. Donc, même si les participants n'évoquent pas explicitement l'apport de l'efficacité du simulateur au départ, ils semblent ensuite reconnaitre et apprécier cette efficacité. Par exemple, quand je simule 1000 essais en mode turbo, plusieurs participants semblent impressionnés que les essais soient réalisés en quelques secondes à peine, notamment Alan (« C'est hot !

C'est le genre de jouet que j'aime pas mal ! ») et Émilie « À 1000, ouais c'est assez impressionnant »).

Dans la suite de la discussion, étant donné que les participants avaient précédemment soulevé des rôles[79] pour le premier simulateur, je leur demande ensuite de comparer ceux-ci aux rôles du deuxième simulateur :

CF : Tantôt on avait fait ressortir différents rôles du [premier] simulateur… je sais qu'il y en a qui les ont notés. Est-ce qu'on retrouve les mêmes rôles [pour le deuxième simulateur] ? Il y avait « générer rapidement des résultats »… un peu plus [rapidement] qu'à la main, mais un peu moins [rapidement] que l'autre simulateur [le premier simulateur].

Grace : Bien, on avait « visualiser une probabilité »[80], moi je pense qu'on ne voit peut-être pas la probabilité tant que ça…

Émilie : Non.

Grace : Mais on voit…

Brian : La tendance.

Grace : La tendance. Tantôt on disait que l'autre simulateur [le premier simulateur] il aidait pour la contre-intuition, mais il n'expliquait pas le pourquoi.

Émilie : C'est ça.

Grace : Ici, le pourquoi est peut-être plus facile à amener avec lui [le deuxième simulateur]…

CF : Ok, vu qu'on est plus proche de l'idée…

[79] Je reviendrai sur les rôles de divers types d'outils technologiques dans l'analyse du huitième sous-thème.

[80] Il est à noter que ce rôle n'est pas évoqué précédemment dans les discussions. Le rôle « représenter la Loi des grands nombres et le concept de variabilité » est évoqué, alors c'est peut-être à partir de ce rôle que découle celui avancé par Grace. De plus, Grace fait précédemment remarquer la possibilité qu'offre le simulateur de voir la différence entre les résultats obtenus par le simulateur (dans l'approche fréquentielle) et la probabilité calculée (par l'approche théorique) pour chacune des stratégies de la situation Monty Hall.

> Grace : On est plus proche des cartes. Donc, l'autre [le premier simulateur] était dans la contre-intuition puis dans le côté plus calcul, mais lui [le deuxième simulateur] il aide peut-être à expliquer le pourquoi.
>
> (Rencontre nº 1, Discussion de groupe)

Après que j'aie comparé l'efficacité des deux simulateurs, Grace ramène l'aspect visuel (voir cinquième sous-thème), mais en évoquant une limite, soit le fait qu'on ne parvienne pas à inférer aussi bien la probabilité avec les résultats du deuxième simulateur qu'avec ceux du premier. Elle précise comment un simulateur peut être aidant visuellement lorsqu'on voit la tendance des résultats. Grace explique que le premier simulateur peut servir à combattre l'intuition probabiliste erronée puisqu'il permet de constater, après un grand nombre de parties, que cette intuition n'est pas valide. Elle ajoute toutefois qu'il ne permet pas à l'utilisateur de saisir pourquoi une stratégie est meilleure que l'autre. Selon elle, le deuxième simulateur aide quant à lui à comprendre pourquoi la probabilité de gagner en changeant de porte est de 2/3 (« On est plus proche des cartes, [le deuxième simulateur] il aide peut-être à expliquer le pourquoi »). Grace fait alors référence au raisonnement que j'ai évoqué au moment de m'appuyer sur les cartes à jouer pour montrer ce qui ce qui se passe lorsqu'on pige au départ une des deux chèvres (représentées par deux cartes de couleur noire, par exemple) et ce qui se passe lorsqu'on pige plutôt une voiture (représentée par une carte de couleur rouge, par exemple). En reconnaissant ces particularités des simulateurs, Grace soulève ainsi des apports et des limites pour chacun d'eux, ce qui fait ressortir sa capacité à analyser le potentiel de chaque simulateur pour choisir et exploiter celui qui lui conviendrait mieux. Toutefois, parmi les apports et limites évoquées par les participants dans cet extrait, l'efficacité n'est pas mise de l'avant même après que j'aie suggéré explicitement cet apport.

› Deuxième rencontre

Lors de la deuxième rencontre, Alan simule rapidement 10 000 essais avec la bouteille (à raison de 100 essais par clic) :

Alan : Vois-tu, sur 10 000 [essais], j'aurais dû en avoir 8 000 [billes rouges, en supposant qu'il s'agit de la bouteille contenant 4 billes rouges et 1 bille noire], puis j'en ai eu 8 064. Ça fait que c'est vraiment, vraiment, vraiment proche.

CF : Très près.

Florence : Nouvelle bouteille [elle lit ce qui est écrit dans les consignes du simulateur, en haut], tu peux choisir toi-même le contenu.

CF : Donc là ici, je pense que tout le monde a remarqué que, tirer 100 fois d'un coup, on peut le faire/ [il simule plusieurs centaines d'essais]

Christian : Ouais, j'avais remarqué ça.

CF : Ici, ça se cumule. On peut faire 1000 tirages assez rapidement, ça fait que ça tourne autour de 80 %-20 % pour la première [bouteille].

Florence : Tu es dans la bouteille 1 ?

CF : Bouteille 1. Donc, on avait dit 4 [billes rouges] pour 1 [bille noire]. La bouteille 2 [il simule plusieurs dizaines d'essais], on disait « Ça en prendrait plus de la bouteille 2 pour pouvoir trancher, ça semble moitié-moitié ». À 100 fois, il y a déjà un avantage un peu pour le rouge.

Grace : On est pas mal à la moitié…

CF : [il simule encore plusieurs centaines d'essais] Puis là, si on en fait 1000 fois, encore un avantage pour le rouge, puis ça semble être autour de 600-400, 60-40 [60 % de billes rouges et 40 % de billes noires], donc 3 [billes rouges] pour 2 [billes noires].

Alan : C'est fou comment c'est précis, moi je capote bien raide !

Christian : À date, le rouge a gagné ses élections.

(Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Puisque c'est Alan qui réalise en premier 10 000 essais, il soulève un apport du simulateur, soit la capacité de générer efficacement les résultats d'un grand nombre d'essais, c'est-à-dire le pouvoir d'amplification (Pea, 1985). L'outil technologique peut ainsi être utilisé pour cet apport que j'ai souligné à plus d'une reprise, particulièrement dans la première rencontre de la recherche-formation. D'ailleurs, Alan constate que les résultats de 10 000 essais sont très près (« c'est vraiment, vraiment, vraiment proche ») de la conjecture émise précédemment (4 billes rouges et 1 bille noire) par les participants à la suite de leurs essais réalisés concrètement avec les bouteilles. Le simulateur permet donc de générer les résultats d'un grand nombre d'essais et de constater s'il y a une correspondance avec la conjecture émise précédemment. Je génère alors les résultats de 1000 essais pour chacune des deux premières bouteilles du simulateur, ce qui fait ressortir des tendances respectives de rapport 4 : 1 et 3 : 2 allant dans le même sens que les conjectures émises précédemment pour ces deux bouteilles. Il est intéressant de constater que pour la bouteille 2, la tendance n'est pas si claire au début et Grace dit « On est pas mal à la moitié », puis après davantage d'essais ça se rapproche du rapport 3 : 2 ce qui impressionne encore Alan (« C'est fou comment c'est précis, moi je capote bien raide ! »), alors que Christian semble seulement observer qu'il y a plus de rouges que de noires (« À date, le rouge a gagné ses élections »).

Puis, dans une discussion autour de la bouteille 3 du simulateur, dont on ne connait pas le nombre total de billes, je fais ressortir un autre apport du simulateur :

> CF : Là, il semble y en avoir ½-½ [en montrant le résultat des 1000 essais simulés, soit 492 billes rouges et 508 billes noires]. On ne sait pas, il y en a peut-être une [bille] de chaque [couleur], il y en a peut-être 5 [billes] de chaque [couleur], il y en a peut-être… on ne sait pas, on ne saura jamais comme Brian a dit il y en a combien de chaque [couleur], mais on est obligés de fonctionner en termes de rapport. Donc, il y en a à peu près 50 % - 50 %, mais peut-être qu'il y en a en fait 492 [billes]

rouges, puis 508 [billes] noires, puis elles sont chacune sorties une fois. On ne le sait pas.

Alan : Elles ne rentrent pas physiquement dans la boite, ça fait que ça ne marche pas.

CF : C'est intéressant ! Elles ne rentrent pas dans la boite, mais qu'est-ce qui me dit ici que je n'ai pas… Ici [en prenant une bouteille dans sa main] j'ai la limite, je sais qu'il n'y a pas 1000 billes. Je le sais très bien. Ici, le simulateur je peux très bien l'avoir programmé pour qu'il y ait 492 [billes rouges] puis 508 [billes noires].

Alan : Ah ouais.

CF : J'aurais 1000 billes dans ma bouteille virtuelle.

(Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Alan soulève une limite physique d'espace dans une bouteille, mais je lui fais remarquer que le simulateur ne présente pas cette limite, car on peut y avoir autant de billes qu'on veut. En soulevant le fait qu'il est possible de simuler des essais alors qu'il y a « 1000 billes dans ma bouteille virtuelle », je fais ressortir un apport du simulateur puisqu'une bouteille de taille raisonnable ne pourrait contenir autant de billes. Le simulateur permet de faire comme si on avait autant de billes qu'on le veut dans la bouteille, ce qui consiste en un apport du simulateur différent de son efficacité (ou de son pouvoir d'amplification). Selon Pea (1985), cet apport révèle un pouvoir de réorganisation, car le simulateur permet de faire autrement en simulant des essais avec des bouteilles qui peuvent contenir beaucoup plus de billes qu'avec de vraies bouteilles (en raison de contraintes physiques et matérielles).

Alan enchaine aussitôt en réagissant à cette possibilité que j'évoque :

Alan : Mais le mélange ne serait pas bon, je pense. Admettons que tu as une petite bouteille puis tu imagines 1000 billes, puis tu les vires puis il y en a une qui tombe. Si en haut il y a plein de billes rouges…

CF : Encore là, ça dépend de la grosseur de la bouteille.

Alan : Ouais, c'est ça.

Déborah : Ouais.

Christian : Il faut qu'ils aient tous la chance de sortir [d'être tirées].

Alan : Ouais c'est ça.

CF : Le simulateur, il n'a pas cette contrainte-là de taille de la bouteille.

Alan : Non, non, non. Je comprends, je comprends, je comprends.

CF : Mais c'est intéressant ça.

Christian : C'est vrai.

CF : On serait limités ici [il prend une bouteille] à…

Christian : Une bille.

Déborah : Il ne faut pas qu'il y en ait trop là.

CF : C'est vrai que si je la remplis plein plein plein de billes, ça va tout le temps être les 2-3 [premières]/

Florence : Les premières.

CF : Peut-être même une bille qui va tout le temps retomber parce qu'elles n'ont pas de place pour bouger.

Déborah : Ouais c'est ça.

CF : Mais ici, il n'y a aucun problème dans le simulateur [à contenir autant de billes].

(Rencontre nº 2, Discussion de groupe)

À nouveau, Alan soulève une limite physique de la bouteille : un trop grand nombre de billes empêcherait les billes de se mélanger convenablement. Cependant, je rappelle que le simulateur ne présente pas cette limite, ce qui est un apport de réorganisation (Pea, 1985) en soi si l'on souhaite explorer la possibilité d'avoir un grand nombre de billes dans la bouteille pour expérimenter des cas extrêmes.

Je propose justement d'expérimenter un cas extrême avec la fonctionnalité « Nouvelle bouteille » du simulateur, qui permet à l'utilisateur de choisir le nombre de billes rouges et de billes noires contenues dans la bouteille virtuelle :

CF : Ça fait que même si on allait dans un cas un peu plus extrême, je veux une nouvelle bouteille, puis je mets 3 [billes rouges] pour 10 000 [billes noires]. Je n'ai pas de contrainte, le simulateur il me fait ça. Puis, ça va me prendre combien de fois pour avoir ma première bille rouge [il simule par centaine d'essais] ? J'en ai juste 3 sur 10 000. [il continue de simuler sans obtenir de billes rouges]

Alan : C'est malade, hein !

Grace : C'est long !

Déborah : Puis là ça pourrait aller à 10 000, puis de dire « Bien voyons, comment ça que je n'en ai pas eu ? ».

Christian : Yé ! [au moment où on pige une première bille rouge]

CF : À peu près à 5000-5100 [essais].

Grace : Mais quand même, si tu avais arrêté avant, un peu comme avec Brian tout à l'heure [pour qui il lui a fallu plusieurs essais avant d'obtenir sa première bille noire], il a dit « Finalement, il n'y en a pas, on en a mis zéro ».

CF : On pourrait dire « C'est impossible ».

Grace : Mais là, il a fini par en avoir une.

Déborah : Puis on pourrait se rendre à 10 000 [essais]. Comment se fait-il que ça ne soit pas arrivé 3 fois [d'obtenir une bille rouge] ?

Brian : Je me demandais un moment donné…

Alan : C'est débile.

Florence : Mais, pourquoi ce n'est pas arrivé 3 fois, c'est parce qu'il y en a 3 sur 10 000.

Déborah : Non, mais on continue jusqu'à 10 000.

Brian : On devrait être à 3.

Florence : On pourrait ne pas arriver à 3.

Déborah : Mais si tu ne l'as pas [obtenu 3 fois], comment se fait-il que ce ne soit pas 3 ? Ça peut être intéressant de poser cette question-là.

Brian : Mais là, on ne s'est pas donné de chance… 3… il aurait fallu se donner…

[CF se rend jusqu'à 10 000 essais et il y a 3 billes rouges.]

Déborah : Comme ici ça fonctionne.

Grace : Ça arrive à 3.

Déborah : Ça aurait été intéressant que ça ne fonctionne pas.

Grace : Que ça arrive à 4.

Christian : On ne sait pas.

Déborah : Ça peut arriver, puis là tu dis « Pourquoi ? » pour juste voir ce qu'ils pensent. Je pense que ça peut être drôle des fois.

Florence : Ça peut être drôle.

(Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, je crée une bouteille virtuelle contenant 3 billes rouges et 10 000 billes noires afin de voir après combien d'essais une première bille rouge sera obtenue. Encore une fois, cet apport du simulateur diffère de l'apport d'efficacité analysé précédemment. J'exploite ainsi un autre apport du simulateur, soit le pouvoir de réorganisation (Pea, 1985), puisque je ne pourrais concrètement pas réaliser des essais avec autant de billes dans une bouteille de taille raisonnable. Dans cette visée d'exploiter le pouvoir de réorganisation du simulateur pour ouvrir vers de nouvelles possibilités, cette simulation « extrême » que je fais suscite plusieurs réactions différentes chez les participants : Alan semble vivement intéressé (« C'est malade ! », « C'est débile ! »), Grace sous-entend qu'il faut réaliser un grand nombre d'essais avant d'obtenir une première bille rouge (« C'est long ! »). Déborah y voit l'opportunité de poursuivre la simulation d'essais pour voir si on obtient bien 3 billes rouges après 10 000 essais, alors que Christian semble content de piger la première bille rouge (« Yé ! »). On peut se demander si ces réactions sont aussi différentes d'un

participant à l'autre en raison de la nouveauté d'une telle simulation (réaliser des essais jusqu'à ce qu'une première bille rouge soit obtenue), occasionnée par le pouvoir de réorganisation (Pea, 1985) du simulateur. En effet, alors que les participants commencent à avoir l'habitude de réaliser un grand nombre d'essais pour ensuite observer une fréquence qui permet d'estimer la probabilité d'un évènement, il y a ici une nouveauté suscitée par la nature de la question qui amène à travailler différemment en probabilités.

Grace ajoute qu'on aurait pu penser qu'il n'y a pas de bille rouge, tout juste avant d'en piger une, après avoir eu une longue série de billes noires. Cela fait d'autant plus ressortir l'importance de générer les résultats d'un grand nombre d'essais pour ce genre de composition extrême de la bouteille. Après avoir obtenu les résultats des 10 000 essais, Brian et Grace disent que ça fonctionne puisqu'on a obtenu 3 billes rouges, alors que Déborah dit que « Ça aurait été amusant que ça ne fonctionne pas […] pour juste voir ce qu'ils [les élèves] pensent ». Déborah ajoute que « Ça peut être drôle » quand on pose ce genre de question aux élèves, ce qui est répété par Florence possiblement comme signe d'endossement. Des positions différentes se manifestent donc dans ces derniers passages. D'un côté, Brian et Grace semblent rassurés par le fait que la tendance à long terme de l'approche fréquentielle converge exactement vers la probabilité[81] (qui découle de l'approche théorique.) D'un autre côté, Déborah et Florence reconnaissent qu'il pourrait être intéressant qu'il y ait plutôt un écart si elles devaient l'expérimenter en classe, de manière à faire ressortir ce que des élèves penseraient de cet écart. Cette divergence de points de vue rappelle l'importance de se préparer à composer avec la convergence des fréquences vers la probabilité (voir

[81] Il est à noter que, pour que les fréquences observées (dans l'approche fréquentielle) soient bel et bien égales à la probabilité (dans l'approche théorique), il aurait fallu obtenir 3 billes rouges après 10 003 essais (puisqu'il y a 10 000 billes noires, donc 10 003 billes en tout dans la bouteille virtuelle). Cependant, l'écart entre 3 / 10 000 et 3 / 10 003 est plutôt négligeable. Afin de pouvoir approximer plus facilement, il aurait été plus pratique d'avoir 9 997 billes noires dans la bouteille virtuelle, afin d'y avoir un total de 10 000 billes.

enjeu de formation n^{o} 2), de se préparer à composer avec la double probabilité reliée à notre niveau de confiance d'avoir atteint la probabilité recherchée (voir enjeu de formation n^{o} 3), puis de se préparer à composer avec des résultats exceptionnels (voir enjeu de formation n^{o} 4).

Ainsi, le simulateur de la bouteille probabiliste offre la possibilité d'exploiter les pouvoirs d'amplification et de réorganisation (Pea, 1985), qui amènent à gérer des résultats d'une expérience aléatoire qui ne correspondent pas à la probabilité (dans l'approche théorique), en raison du non-déterminisme du hasard ou encore de la variabilité des résultats aléatoires même après un grand nombre d'essais. Pourtant, cet extrait fait ressortir que les participants ne semblent pas tous avoir le même niveau d'aisance à exploiter le pouvoir de réorganisation. Le fait d'exposer ces niveaux d'aisance différents dans un contexte de formation peut amener des discussions riches comme c'est le cas dans l'extrait précédent.

Ainsi, l'analyse d'extraits à plusieurs moments de la recherche-formation fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités*. Cet enjeu de formation s'appuie sur la distinction offerte par Pea (1985) entre le pouvoir d'amplification et le pouvoir de réorganisation, alors que les discussions lors des rencontres font ressortir des apports soulevés par les participants. Ces apports vont dans le sens d'avoir recours à un simulateur pour générer rapidement les résultats d'un grand nombre d'essais (pouvoir d'amplification) ou encore pour poser de nouvelles questions et créer des conditions de simulation qui surpassent les contraintes physiques (pouvoir de réorganisation). Il s'agit d'un enjeu à considérer dans la formation puisque ces pouvoirs viennent légitimer le recours à un simulateur et qu'il est donc souhaitable d'amener les enseignants à faire ressortir de tels apports afin qu'ils reconnaissent les valeurs

ajoutées offertes par un simulateur. Toutefois, avec les apports des simulateurs viennent aussi des limites. Par exemple, alors que les participants relèvent que le simulateur de la bouteille permet de poser de nouvelles questions (étant donné qu'on peut décider du contenu de la bouteille virtuelle), force est de constater dans les échanges que ces nouvelles questions ne sont pas évidentes à formuler, surtout si on souhaite que celles-ci soutiennent l'enseignement et contribuent au développement de notions probabilistes. Le formateur a alors un rôle à jouer, pour relancer les discussions de manière à faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités, alors que cela constitue un enjeu d'enseignement.

› Cinquième rencontre

Lors de la cinquième rencontre, Grace mène une discussion où elle présente son devoir. En collaboration avec une enseignante qu'elle accompagne, cette conseillère pédagogique a adapté la situation des rondelles, puis cette situation a été expérimentée avec des élèves de deuxième secondaire (13-14 ans). Elle présente donc aux participants le document remis aux élèves pour réaliser la situation des rondelles (voir Figure 3.9) à l'aide du simulateur (voir Figure 3.10 et Figure 3.11) et évoque un constat dérangeant :

> Grace : Ensuite, on allait tester à l'aide du simulateur les deux stratégies. Donc, va dans le simulateur, puis compile à partir de la stratégie. [Elle affiche la question 2 ci-dessous.]

2) À l'aide du simulateur, clique sur «Piger», essaye les 2 stratégies choisies et compile les données pour chaque stratégie.
http://monurl.ca/simulateur6

Stratégie	Nombre de résultats gagnés	Nombre de résultats perdus	Probabilité de gagner

Nombre de parties jouées : _____

Grace : Le problème, c'est que les élèves l'ont fait 4-5-6 fois.

CF : Ah ouais ?

Grace : Ils n'ont jamais vu la pertinence d'aller plus loin, mais en même temps [les élèves se disaient peut-être que] quand ça fait 6 fois puis ça donne toujours 1 sur 2, elle est où la pertinence d'aller plus loin ?

CF : Ok.

Grace : Mais ils n'ont jamais eu l'intention de vraiment pousser plus loin puis de dire « Après 4 fois, ce n'est pas assez », ça fait que ça n'a pas exactement atteint, mais/

CF : C'est intéressant parce que justement dans le retour [on pourrait leur demander] « Est-ce tu es certain de ça ? ».

Grace : Dans le retour, mais là à cause de son temps, elle n'a pas réussi à y revenir.

CF : Ouais, ouais.

Grace : Mais, c'est là qu'on s'est rendu compte que les élèves, après quatre fois, ils sont confiants eux autres, puis ils passent à autre chose.

CF : Ok.

(Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Grace explique que les élèves se sont contentés d'utiliser le simulateur pour générer les résultats d'un petit nombre de parties, soit « 4-5-6 fois ». Étant donné que ces petits nombres d'essais permettent d'observer des fréquences qui sont « toujours 1 sur 2 », ce qui pourrait concorder avec leur prédiction, Grace semble comprendre que les

élèves « n'ont jamais vu la pertinence d'aller plus loin ». Elle ajoute avoir constaté que « les élèves, après quatre fois, ils sont confiants eux autres, puis ils passent à autre chose ». En ce sens, le simulateur est utilisé pour générer les résultats d'un petit nombre de parties, ce qui indique que l'apport d'amplification (Pea, 1985) du simulateur n'a pas du tout été exploité par les élèves. Ceci suggère que certains élèves ne ressentent pas le besoin de générer les résultats d'un grand nombre d'essais, se contentant plutôt de ceux d'un petit nombre d'essais. J'évoque alors la possibilité de questionner les élèves lors du retour en grand groupe sur la confiance qu'on peut attribuer à un petit nombre de parties simulées, mais Grace explique que le retour n'a pas eu lieu par manque de temps. Cet extrait illustre que Grace n'est pas satisfaite du petit nombre de parties simulées par les élèves (« 4 fois, ce n'est pas assez »), ce qui suggère qu'elle aurait préféré que les élèves s'appuient sur un plus grand nombre d'essais. Pourtant, elle ne fait pas de retour avec les élèves et ne revient pas avec eux sur la nécessité de réaliser un grand nombre d'essais pour obtenir une tendance fiable (selon la Loi des grands nombres). Certaines contraintes forcent l'enseignant à faire des choix et on peut penser dans ce cas que la contrainte de temps a été prépondérante sur l'importance d'amener les élèves à comprendre que l'approche fréquentielle nécessite de réaliser un grand nombre d'essais. Du point de vue de la formation, cela rappelle l'importance de se préparer à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable dans l'approche fréquentielle (voir enjeu de formation n^{o} 1) afin d'exploiter le pouvoir d'amplification du simulateur.

Grace poursuit la discussion en présentant le reste du document qu'elle a préparé pour la situation des rondelles que les élèves ont expérimentée :

[Grace lit le document et affiche la question 3 ci-dessous, pour expliquer la tâche donnée aux élèves.]

3) À l'aide du simulateur, clique sur «Tester des stratégies» et clique plusieurs fois sur la stratégie choisie.
http://monurl.ca/simulateur6

Stratégie	Probabilité de gagner	Probabilité de perdre

Nombre de parties jouées : _____

Grace : Clique sur « tester des stratégies » [qui est une section du simulateur qui permet de générer rapidement 100 parties en choisissant parmi 6 choix de stratégies]… ouais, c'est ça, ils allaient [tester] une stratégie. [Grace lit le document et affiche la question 4 ci-dessous.]

4) Utilise le simulateur pour déterminer laquelle des 6 stratégies est la plus efficace pour prédire la couleur de l'autre face de la rondelle, donc de gagner. Explique pourquoi.

Grace : Puis, utilise le simulateur pour déterminer laquelle des six est la plus efficace. Bien peut-être que ce n'était pas assez clair, mais essaie les six… essaie les six [avec un ton plus insistant] puis dis laquelle est la plus efficace.

CF : Dans [la section] « Tester les stratégies » ?

Grace : Dans « Tester les stratégies », mais peut-être que la consigne n'était pas assez claire de toutes les tester.

CF : Ouais, ouais.

Grace : Puis, [de faire ressortir] laquelle est différente des autres. [Grace lit le document et affiche la question 5 ci-dessous.]

5) Énumère des avantages et des désavantages d'utiliser un simulateur pour prédire la probabilité.

Grace : Et on avait : énumère des avantages et des désavantages d'utiliser un simulateur. Bien ils n'ont jamais vu le désavantage ou l'avantage [du simulateur] parce qu'eux autres ils s'étaient confortés dans leur ½, puis ils étaient dans leur ½ qui fonctionnait après 4 fois. Donc, encore une fois la question était non pertinente à cause qu'ils n'avaient pas été… ils n'avaient pas eu…

Déborah : Ils n'ont pas été confrontés.

CF : L'efficacité…

> Grace : Un choc ou un élément dans cette optique-là.
>
> Brian : Avec 6 essais, le ½ il va fonctionner tout le temps.
>
> Grace : [en imitant un élève] Alors, pourquoi tu me poses cette question-là ? Le simulateur il ne sert pas à grand-chose.
>
> (Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Grace explique que les élèves n'ont pas ressenti le besoin de tester les six stratégies à l'aide du simulateur, en expliquant que c'était peut-être dû à un manque de clarté de la consigne. Elle ajoute que les élèves « n'ont jamais vu le désavantage ou l'avantage [du simulateur] parce qu'eux autres ils s'étaient confortés dans leur ½ qui fonctionnait après 4 fois ». Ainsi, pour certains élèves n'ayant pas eu « un choc ou un élément dans cette optique-là », qui serait parvenu à confronter la conception du ½, le simulateur « ne sert pas à grand-chose ». En ce sens, les élèves ne sont pas parvenus à exploiter l'apport du pouvoir d'amplification (Pea, 1985) du simulateur, alors qu'il permet de tester efficacement les six stratégies. Grace semble toutefois consciente que le simulateur peut fournir une tendance dans les résultats, laquelle peut créer un « choc » chez élèves qui pensent que la probabilité de gagner est de ½ pour toutes les stratégies[82], mais elle reconnait que les élèves n'ont pas cerné cet apport étant donné qu'ils ont simulé très peu d'essais et qu'ils n'ont pas testé toutes les stratégies. Le fait que les élèves ne soient pas parvenus à exploiter l'apport du pouvoir d'amplification du simulateur suggère que Grace n'est pas parvenue non plus à faire ressortir ce pouvoir auprès des élèves, ce qui soulève l'importance de cet enjeu de formation.

[82] Concernant la remarque de Brian (« Avec 6 essais, le ½ il va fonctionner tout le temps »), il est difficile de savoir ce qu'il veut dire. Est-ce qu'il tente d'expliquer que six essais ne seraient pas suffisants pour parvenir à mettre en doute la conception que la probabilité de gagner pour l'une ou l'autre des stratégies est de ½ ? Suggère-t-il plutôt, ce qui serait plus étonnant, que les résultats du simulateur après six essais donnent toujours ½, ce qui pourrait être une manifestation de la conception de la Loi des petits nombres (Tversky et Kahneman, 1971), qui mène à attribuer un certain déterminisme pour un petit nombre d'essais ?

En guise de bilan de la recherche-formation, j'invite ensuite les participants à me fournir une rétroaction en répondant à certaines questions. Concernant la première question (« À la suite de cette formation, est-ce que vous vous sentez mieux outillés ? Si oui, est-ce grâce aux 5 situations expérimentées ? Est-ce plutôt en lien avec la compétence (en développement) à créer/modifier des situations ? »), Brian répond « Moi, je me sens mieux outillé surtout grâce aux simulateurs qu'on a vus, ça ouvre un monde de possibilités, puis en plus la programmation ça nous permet de créer nous-mêmes nos simulateurs. Je trouve ça vraiment génial ! ». Donc, Brian soutient avoir appris surtout par les possibilités offertes par les simulateurs explorés lors de la formation, ce qui suggère qu'il reconnait le pouvoir de réorganisation (Pea, 1985) de ces outils technologiques. Il ne précise pas pour qui cela est aidant (lui-même ou ses élèves), mais on peut supposer qu'il y voit une valeur ajoutée pour son enseignement. Il ne mentionne pas non plus la réflexion développée autour de l'utilisation de telles ressources. Brian apprécie aussi le potentiel de la programmation qui permet de créer de nouveaux simulateurs, ce qui fait justement l'objet du prochain sous-thème.

4.2.3 Le septième sous-thème : La programmation

Le sous-thème de la programmation entre en jeu dans les discussions où la programmation est présentée comme l'un des outils technologiques disponibles pour soutenir l'enseignement des probabilités. Les participants se penchent alors sur la programmation et font ressortir des apports et des limites. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir deux enjeux de formation : mettre en doute la confiance à accorder à un outil technologique selon son opacité ; exploiter la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités.

4.2.3.1 L'enjeu de formation nº 8 : Mettre en doute la confiance à accorder à un outil technologique selon son opacité

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de la programmation, prend la forme d'un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation, alors que certains formés prennent conscience de l'opacité d'un outil technologique et de la confiance relative qu'on peut y accorder. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres nº 1 et 4.

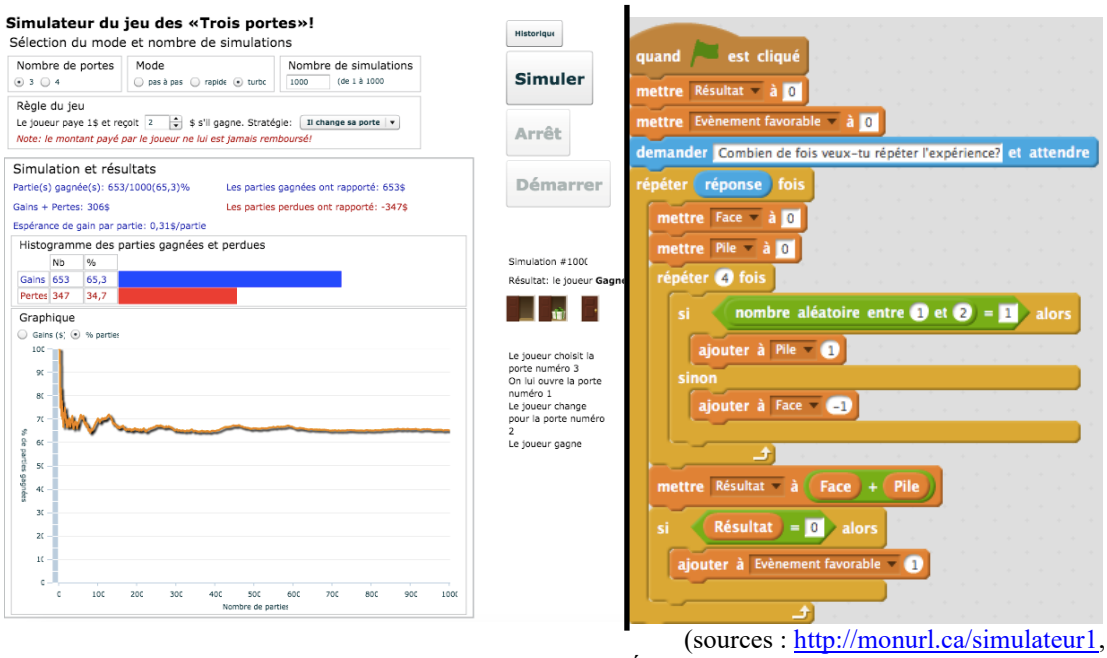
- Première rencontre

Dès la première rencontre, alors que des participants demandent s'il est possible de modifier un simulateur, je leur réponds que les simulateurs que je leur présente peuvent seulement être utilisés tels quels, mais que la programmation permettrait de surmonter cette limite, en concevant et en modifiant à notre guise un simulateur. Je leur suggère qu'une prochaine rencontre soit dédiée à explorer la conception d'un simulateur par la programmation, s'ils en ont l'intérêt. Grace précise que Christian (qui est absent lors de cette rencontre) conçoit déjà avec ses élèves des simulateurs par la programmation.

Lorsque les participants sont confrontés à la situation de Monty Hall, ils ont recours à deux simulateurs (voir Figure 3.3). Étant donné que le raisonnement nécessaire pour résoudre ce problème est contre-intuitif et que les résultats sont surprenants, certains participants mettent en doute l'exactitude du programme informatique régissant ce simulateur. L'effet de boite noire est alors évoqué, étant donné que l'utilisateur ne peut pas accéder au programme sous-jacent à l'outil technologique. De manière à réduire l'opacité d'un tel simulateur, les participants signalent leur intérêt à

programmer un simulateur afin de contrôler de façon plus transparente le fonctionnement du simulateur et de l'adapter à leur guise.

Dans la Figure 4.2, on peut voir différents degrés d'opacité, selon qu'un simulateur est programmé sans qu'on puisse accéder à son fonctionnement (à gauche) ou qu'il dévoile au contraire le programme qui régit son fonctionnement (à droite).



(sources : http://monurl.ca/simulateur1, puis programme *Scratch* conçu par Émilie et Grace dans la quatrième rencontre)

Figure 4.2 Les différents degrés d'opacité de deux simulateurs

Lorsque les participants expérimentent le premier simulateur de Monty Hall (Figure 4.2, à gauche), Grace propose de commencer par une situation simple en classe pour s'assurer que les élèves « ne contestent pas le simulateur ». Émilie ajoute que cela permettrait de « créer une confiance avec le simulateur ». Alors qu'elles ont recours à ce simulateur, qui génère des résultats contre-intuitifs, Grace et Émilie suggèrent que la confiance de l'élève serait augmentée s'il avait d'abord recours à un

simulateur plus simple. Ces participantes sont donc conscientes que l'élève pourrait douter des résultats fournis par un tel simulateur et ne pas lui accorder aisément sa confiance. On peut aussi se demander si l'accès au programme d'un simulateur (Figure 4.2, à droite) pourrait augmenter la confiance de l'élève et ainsi réduire cet effet de boite noire qui pourrait constituer une limite.

D'ailleurs, des discussions dans les deuxième et troisième rencontres amènent à aborder brièvement l'idée de la programmation. Je mentionne alors aux participants qu'étant donné leur intérêt, la programmation sera explorée lors de la quatrième rencontre alors qu'ils pourront concevoir eux-mêmes un simulateur simple. Il est à noter que, lors de ma planification initiale des cinq rencontres de la recherche-formation, je n'avais pas prévu aborder la programmation avec les participants. J'ai donc ajusté ma planification de manière à dédier une rencontre entière sur ce sujet (voir sous-section 3.3.4).

› Quatrième rencontre

La programmation prend donc une place centrale dans la quatrième rencontre. Ainsi, les participants explorent en équipe la programmation visuelle (aussi appelée « par blocs ») avec le langage de programmation *Scratch*. La tâche consiste à concevoir un simulateur de marche aléatoire pour produire une fréquence permettant d'estimer la probabilité de revenir au point de départ après quatre lancers de pièce de monnaie, où pile fait avancer d'une case et face fait reculer d'une case (voir Figure 3.13).

En ayant recours à la programmation d'un simulateur, une de mes intentions était de réduire l'opacité d'un tel outil technologique en donnant accès à ce qui « se passe en coulisses ». Lors de la conception du simulateur de marche aléatoire, Grace et Émilie (accompagnée par le deuxième chercheur-formateur) discutent en équipe de la partie

du programme informatique qui doit gérer les résultats aléatoires d'une pièce de monnaie :

> Grace : [en se référant au devoir proposé par CF en guise de préparation pour cette quatrième rencontre] On avait mis un nombre aléatoire entre 1 et 6, quand c'était le dé, celui-là on l'avait mis… il existait. Mais là on ne veut pas un nombre aléatoire.
>
> Émilie : On veut pile ou face. Si c'est pile je vais avoir +1 et si c'est face je vais avoir -1.
>
> CF2 : Comment faire pour déterminer… la seule façon qu'on a dans *Scratch* d'avoir du hasard, c'est de prendre ce bloc de nombre aléatoire.
>
> Émilie : Ok.
>
> Grace : Donc 1 et 2. Donc, on va dire que 1 c'est pile, puis 2 c'est face.
>
> (Rencontre n^{o} 4, Discussion en équipe)

Dans cet extrait, Émilie comprend le fonctionnement du jeu (+1 pour pile et -1 pour face), mais elle ne sait pas comment faire pour vérifier la condition qui permettra de générer un résultat (pile ou face). De son côté, Grace essaie de s'accrocher à ce qui a été fait en devoir pour le dé, mais la condition reposait alors sur un nombre (entre 1 et 6) et non pas sur un choix comme pile ou face. Le deuxième chercheur-formateur les guide en affirmant que « la seule façon qu'on a dans *Scratch* d'avoir du hasard, c'est de prendre ce bloc de nombre aléatoire ». On pourrait par exemple utiliser ce bloc pour demander de générer un nombre naturel aléatoire (qui est en fait pseudo-aléatoire[83]) qui sera 1 ou 2, comme le suggère Grace, pour reproduire le processus d'un lancer de pièce de monnaie. Cette discussion illustre que, même en ayant recours

[83] Dans l'analyse du troisième thème (*Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*), j'expliquerai que les outils technologiques génèrent plutôt des résultats pseudo-aléatoires qui ne sont donc pas obtenus exactement aussi fidèlement que dans une réelle expérience aléatoire.

à la programmation informatique, une certaine opacité demeure puisqu'on ne contrôle pas entièrement ce que fait le bloc « nombre aléatoire » dans *Scratch*. Cet effet de boite noire peut donc avoir une influence sur la confiance qu'on accorde aux résultats générés par l'outil technologique puisqu'on peut se questionner à savoir si le modèle probabiliste correspond bien à l'expérience aléatoire, c'est-à-dire si le fait de générer virtuellement un nombre (naturel) aléatoire entre 1 et 2 est équivalent au processus d'obtenir pile ou face en lançant concrètement une pièce de monnaie[84].

En ce sens, le fait qu'un outil technologique permette de représenter et de générer des données sans qu'on puisse prendre en compte les subtilités de fonctionnement sur lesquelles l'outil s'appuie, fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *mettre en doute la confiance à accorder à un outil technologique selon son opacité*. De façon générale, les participants font confiance aux simulateurs qu'ils expérimentent. Toutefois, il me semble que cette confiance ne doit pas être tenue pour acquise, car il ne faut pas présumer que la personne qui a programmé le simulateur (de façon virtuelle) l'a nécessairement fait de manière à reproduire fidèlement ce qu'on pourrait obtenir en réalisant l'expérience aléatoire (de façon concrète). Un évènement important survient lorsque les résultats d'un simulateur sont surprenants, ce qui amène certains participants à mettre en doute l'exactitude de sa programmation. La confiance qu'on peut alors accorder à un outil technologique demeure limitée en raison de l'opacité de l'outil technologique qui ne

[84] Cet intérêt à comprendre ce qui « se passe en coulisses » pour une expérience aléatoire à l'aide d'un outil technologique pourrait se retrouver chez les enseignants de mathématiques du secondaire. On verra toutefois plus tard (voir sous-section 4.3.1.1) que ce n'est pas tout à fait le cas, du moins pour les participants de cette recherche-formation. C'est pourtant un questionnement pertinent, d'abord pour les enseignants eux-mêmes et ensuite au cas où ils devraient répondre à un questionnement de la part d'un élève curieux. En fait, ce qui importe c'est que « tout se passe comme si » l'on avait affaire à un générateur aléatoire (de nombres décimaux à un nombre de décimales fixé, compris entre 0 et 1), et que, si l'on n'a pas confiance, on peut envisager de tester soi-même le générateur en simulant des expériences répétées correspondant à un modèle probabiliste connu. À l'époque, l'outil type de simulation était la table de nombres aléatoires, alors il serait même possible de l'utiliser et de s'intéresser à son fonctionnement.

nous permet jamais d'accéder entièrement au processus qui génère les résultats. Il s'agit d'un enjeu pour la formation à l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques, où le formateur a un rôle à jouer pour soulever un doute envers la fiabilité d'un outil technologique pour lequel une certaine opacité demeure.

Ce manque de confiance peut être vécu par l'élève, comme le suggéraient précédemment Grace et Émilie, ce qui rappelle les affirmations d'un élève ayant participé à l'expérimentation de mon mémoire de maitrise (Thibault, 2011a). En effet, cet élève de quatrième secondaire (16 ans) ne se laissait pas du tout convaincre par la tendance des résultats d'un simulateur, étant donné que sa conception du hasard le poussait à croire que « tout peut arriver dans le hasard et donc que les résultats pourraient être totalement différents de ceux obtenus à l'aide du simulateur » (Thibault, 2011b, p. 110). Il est possible que ce soit l'opacité de l'outil technologique, c'est-à-dire l'effet de boite noire qui cache ce qui est programmé par le simulateur, qui influence la confiance que la personne accorde au simulateur qu'elle utilise. En ce sens, il y a un enjeu d'enseignement, car il peut être difficile pour un enseignant de faire valoir les apports d'un simulateur, notamment le pouvoir d'amplification et le pouvoir de réorganisation (voir enjeu de formation n^{o} 7), si un élève n'accorde pas sa confiance envers les résultats qu'il génère.

D'ailleurs, il n'y a pas seulement l'élève dont la confiance envers un simulateur pourrait être compromise… il y a aussi l'enseignant. En effet, on peut penser que l'enseignant doute lui aussi des résultats d'un simulateur, en raison de son opacité. Il semble donc important dans un contexte de formation d'aborder avec le formé la limite d'un simulateur en raison de son opacité, et ce, même si on a accès au programme qui le régit, comme les participants l'ont expérimenté. Il y a alors une tension qui ressort, car je souhaite que les élèves et les enseignants aient suffisamment confiance en un simulateur afin d'en apprécier les apports, mais je ne

veux pas non plus qu'ils y accordent une confiance aveugle, advenant le cas où la programmation du simulateur ne serait pas fidèle à l'expérience aléatoire à reproduire. Il y a donc un équilibre à trouver de manière à mettre en doute la confiance à accorder à un outil technologique selon son opacité.

Ceci dit, la confiance qu'un utilisateur accorde à un simulateur, en ayant accès au programme qui le régit, n'est pas le seul élément à considérer en lien avec la programmation. En effet, même si un simulateur était complètement transparent, c'est-à-dire s'il permettait à l'utilisateur d'avoir accès à son programme, il pourrait arriver que l'utilisateur ne soit pas en mesure de comprendre le programme lui-même ou encore les façons d'exploiter la programmation, ce qui fait l'objet du prochain enjeu de formation.

4.2.3.2 L'enjeu de formation n° 9 : Exploiter la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de la programmation, prend la forme d'un élément important à comprendre, alors que les formés veulent en connaitre davantage sur la programmation tout en ayant besoin d'être convaincus de ses apports. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits de la rencontre n° 4.

- Quatrième rencontre

Dans l'équipe composée de Florence et de Déborah, la réalisation de la situation de la marche aléatoire (voir Figure 3.13) ne se fait pas sans heurt. D'abord freinée par ses capacités instrumentales à concevoir le programme, Déborah choisit de calculer la probabilité par l'approche théorique en établissant le rapport entre le nombre de cas

favorables et le nombre de cas possibles. Florence s'appuie sur un diagramme en arbre qu'elle produit elle-même, illustré à la Figure 4.3, pour représenter les cas et calculer la probabilité par l'approche théorique.

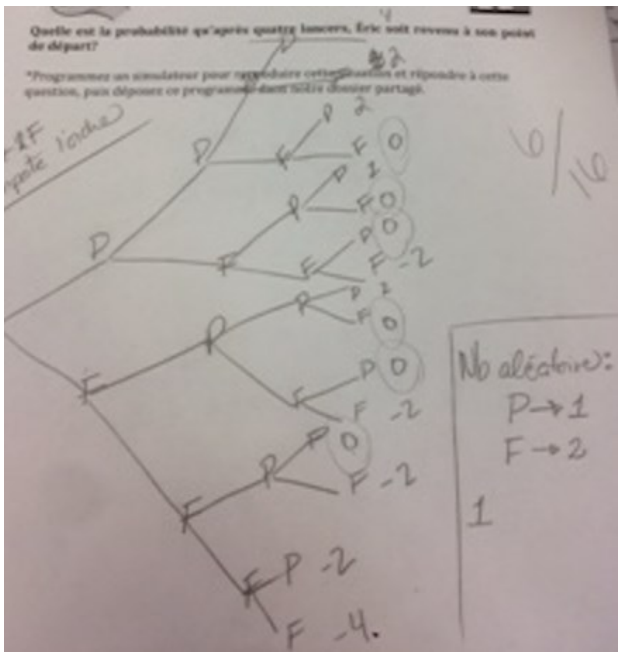


Figure 4.3 Le diagramme en arbre produit par Déborah pour calculer la probabilité par l'approche théorique dans la situation de la marche aléatoire

Dans ce diagramme en arbre, Déborah représente les seize cas possibles lorsqu'on lance une pièce de monnaie quatre fois, puis elle met en évidence les six cas favorables en encerclant les « 0 » qui indiquent un retour au point de départ. Ainsi, si le programme de marche aléatoire est bien conçu, il devrait générer des résultats (pour la probabilité de revenir au point de départ) dont la tendance à long terme converge vers 6/16 (ou 37,5 %).

Après environ 75 minutes, Florence et Déborah parviennent (avec mon aide et celle du deuxième chercheur-formateur) à concevoir un simulateur permettant de

reproduire le fonctionnement d'une marche aléatoire, ce qui est un bon coup à souligner. Dans la réalisation de cette tâche, une discussion les amène alors à questionner ce que la programmation permet d'apprendre :

Florence : Je veux dire… j'ai gossé, j'ai taponné, mais mon élève il a appris quoi là-dedans ? Je ne le vois pas.

CF : Ok.

Déborah : Moi je pense qu'il a appris à raisonner.

Florence : Oui, mais je veux dire… oui…

Déborah : Il a appris à utiliser les maths.

Florence : Mais est-ce qu'il a appris sur les probabilités ?

Déborah : Non, absolument pas.

CF : Bien…

Déborah : Bien, pas tant je pense.

CF : Le fonctionnement du jeu… tu n'as pas le choix… quand tu conçois le programme…

Florence : Il faut que tu aies compris.

Déborah : Un peu comme moi j'ai fait…

CF : Tu n'as pas le choix de dire « Attends un peu ». Je ne peux pas lui dire [au programme] « Fais soit pile, soit face ». Ça, il ne sait pas comment le faire. Ce qu'il sait faire, c'est trouver des nombres aléatoires. Ça des nombres aléatoires il peut le faire. Il peut aller entre 1 et 2, bien je vais dire « 1 c'est pile, 2 c'est face ». Ça, je peux le faire, puis là je vais dire « Quand c'est 1, pile, avance. Quand c'est 2, face, recule [en pointant des éléments sur la feuille de Florence] ». Ça force à penser à décomposer notre problème. Après, il y a tout aussi l'apprentissage de… une fois qu'on utilise le simulateur… une fois qu'il est fait, on peut l'utiliser pour répondre à cette question-là [la situation de la marche aléatoire]. L'élève qui n'arrive pas à faire ça [en pointant les calculs théoriques à l'aide d'un diagramme en arbre que Déborah et Florence ont fait], il peut faire le programme puis dire « Bien moi je l'ai fait. Je l'ai fait 100 fois puis c'est arrivé tant de fois qu'il est

revenu à zéro. 40 fois, je pense que c'est 40 % ».
(Rencontre n° 4, Discussion en équipe)

Dans cet extrait, Florence doute de l'apport de la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités. En effet, elle affirme ne pas voir de lien entre la programmation et les mathématiques, plus particulièrement entre la programmation et les probabilités. Cela sous-entend qu'elle ne perçoit pas en quoi faire programmer ses élèves serait pertinent pour les amener à apprendre en probabilités. Il semble qu'elle aimerait bien que la programmation permette d'apprendre quelque chose d'utile qui serait en lien plus direct avec les mathématiques. Le malaise qu'elle éprouve à l'endroit de la programmation pourrait constituer une limite et la freiner dans l'intégration de la programmation dans son enseignement. De son côté, Déborah explique que la programmation aide « à raisonner » et « à utiliser les maths ». Florence et Déborah semblent d'abord penser que l'élève n'apprend rien en probabilités par la programmation d'un simulateur d'une expérience aléatoire (Florence : « Mais est-ce qu'il a appris sur les probabilités ? » ; Déborah : « Non, absolument pas »). Ensuite, Déborah apporte une nuance qui laisse croire qu'elle y voit peut-être un léger potentiel pour l'apprentissage des probabilités (Déborah : « Bien, pas tant je pense »). Il est possible qu'elles ne reconnaissent d'abord pas le potentiel étant donné que l'accent n'est pas mis sur les notions probabilistes associées à l'approche théorique, qui sont habituellement préconisées dans l'enseignement. Une autre explication serait que la programmation offre peu de potentiel d'apprentissage en probabilités, comme elles l'avancent. Pourtant, Florence précise ensuite que le fait de concevoir un programme évoque un signe de compréhension (« Il faut que tu aies compris »), ce qui est validé par Déborah (« Un peu comme moi j'ai fait »)[85].

[85] La programmation d'un simulateur offre ainsi l'opportunité de se pencher sur le modèle probabiliste de l'expérience aléatoire, car sans modèle on ne peut pas faire fonctionner l'outil technologique.

Je soulève vers la fin de l'extrait une difficulté liée à l'usage du langage de programmation, ce qui nécessite l'utilisation des bonnes commandes pour que le programme fasse ce que l'on veut, notamment à partir du bloc « nombre aléatoire ». Ensuite, je soutiens que la programmation d'un simulateur peut amener à aborder la tâche différemment. La tâche revient alors à concevoir le programme, puis à avoir recours à l'approche fréquentielle où l'on se fie aux résultats obtenus pour faire ressortir la tendance après un grand nombre d'essais. Il est à noter que la fréquence obtenue dans l'approche fréquentielle permet (seulement) de fournir une estimation de la probabilité recherchée dans cette tâche. Cette façon d'aborder la tâche serait donc différente et complémentaire à celle de l'approche théorique, comme celle privilégiée par Florence à l'aide du diagramme en arbre (voir Figure 4.3).

Dans la poursuite des échanges, Déborah reconnait alors l'intérêt d'avoir recours à la programmation dans l'enseignement des probabilités, mais elle soulève une limite en affirmant : « Mais comment on peut aller à la même place, en faisant ça en plus ? ». En ce sens, cette enseignante évoque la contrainte de temps comme obstacle à l'intégration de la programmation en classe. Déborah ajoute que la programmation est utile pour synthétiser les apprentissages (« Moi dans ma tête, c'est comme pour boucler »). Il s'agit donc d'une façon de réinvestir des connaissances sans toutefois transformer la tâche, qui devrait selon elle d'abord être réalisée à l'aide de l'approche théorique.

À la suite de l'exploration de la programmation en équipe, la discussion du retour collectif permet à Florence d'expliciter sa réflexion quant au potentiel de la programmation :

Florence : Bien moi mon premier point que j'ai parlé tantôt avec CF et Déborah, c'était juste… ça a commencé hier soir ma réflexion à dire « Qu'est-ce que je fais avec ça ? Comment ça nous amène à faire des maths ? Pourquoi ? Puis à quel moment je vais l'utiliser ?». Comme là, moi il fallait bien que je le comprenne le problème avant de faire ça [faire le programme]. Les élèves, il faut qu'ils aient compris les notions de probabilités avant de le faire, donc moi je verrais ça plus comme un réinvestissement qu'une façon d'apprendre.

CF : Ok.

Florence : Mais je me questionne… mais c'est ça, je ne sais pas à quel point ce serait utile pour moi. Je ne le vois pas.

(Rencontre n^{o} 4, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Florence se questionne à savoir quoi, quand, comment et pourquoi faire de la programmation dans la classe de mathématiques (en lien avec l'enseignement des probabilités). Elle ne sait pas si ce serait utile pour elle comme enseignante, mais elle souhaite davantage mettre de l'avant que la programmation ne serait pas nécessairement utile pour favoriser l'apprentissage de ses élèves en mathématiques, plus particulièrement en probabilités. En effet, cet extrait permet de percevoir ses questionnements et ses réserves, ce qui soulève une limite. Florence ne semble pas convaincue que la programmation « amène à faire des maths », alors qu'il faut d'abord que les élèves « aient compris les notions de probabilités avant de le faire ». Ceci explique qu'elle conçoive davantage la programmation « comme un réinvestissement qu'une façon d'apprendre », comme l'avait dit Déborah. De plus, Florence croit qu'il faut avoir réalisé la tâche avant de pouvoir programmer le simulateur, comme elle l'a fait elle-même lors de l'exploration en équipe avec Déborah. En effet, elle a calculé la probabilité par l'approche théorique, soit à l'aide du diagramme en arbre (voir Figure 4.3), avant de concevoir le programme permettant de simuler une marche aléatoire. En ce sens, la programmation n'apporte pas de valeur ajoutée selon elle, à part pour réinvestir des notions probabilistes qui

ont préalablement été apprises par le recours à l'approche théorique, tout comme Déborah l'avait exprimé précédemment.

Alors, cet enjeu d'enseignement fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *exploiter la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités*. Il s'agit d'un enjeu de formation, car plusieurs participants ont du mal à envisager comment la programmation permet d'apprendre en probabilités, alors la formation pourrait avoir un rôle à jouer en ce sens. Si les formés ne sont pas convaincus de la pertinence[86] de la programmation et qu'ils en perçoivent plutôt des limites, le formateur a alors à sa charge de les en convaincre s'il croit que cela en vaut la peine. Pour cela, il faut être en mesure de faire ressortir l'apport de la programmation afin de l'exploiter pour soutenir l'enseignement, ce que je n'ai pas très bien su faire dans les échanges. Il est à noter que je me suis positionné explicitement en leur disant de façon transparente que je ne suis moi-même pas « vendu » aux apports de la programmation en probabilités. Je leur ai présenté mes intentions pour cette rencontre : explorer le potentiel de la programmation en expérimentant avec eux, sans savoir où cela allait nous mener. Étant donné que les formés expriment le besoin d'en connaitre davantage sur la programmation et d'être convaincus de ses apports, mais que je ne me suis pas placé dans une posture pour leur « vendre » les bienfaits de la programmation, cela pourrait avoir un effet sur leur intérêt à exploiter la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités.

Par ailleurs, alors que des participants se questionnent sur la pertinence et la place de la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités, cela amène à se

[86] Je reviendrai sur cette idée de pertinence lors de l'analyse de l'enjeu de formation n° 13 (*Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités*).

demander quels sont les rôles de divers outils technologiques, ce qui fait d'ailleurs l'objet du prochain sous-thème.

4.2.4 Le huitième sous-thème : Les rôles de divers types d'outils technologiques

Le sous-thème des rôles de divers types d'outils technologiques entre en jeu dans les discussions où les participants expérimentent des outils technologiques et les analysent de manière à faire ressortir les rôles qu'ils peuvent jouer afin de soutenir l'enseignement des probabilités. Quelques rôles d'outils technologiques ont déjà été abordés brièvement (voir sixième sous-thème), mais je m'y attarde maintenant plus explicitement. S'intéresser aux rôles d'outils technologiques permet en quelque sorte de permettre aux apports et limites de ces outils de se manifester. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir deux enjeux de formation : tenir compte de la flexibilité d'un outil technologique lors du choix pour l'enseignement des probabilités ; (faire) reconnaitre le rôle que peut jouer un outil technologique selon l'intention ciblée.

4.2.4.1 L'enjeu de formation n° 10 : Tenir compte de la flexibilité d'un outil technologique lors du choix pour l'enseignement des probabilités

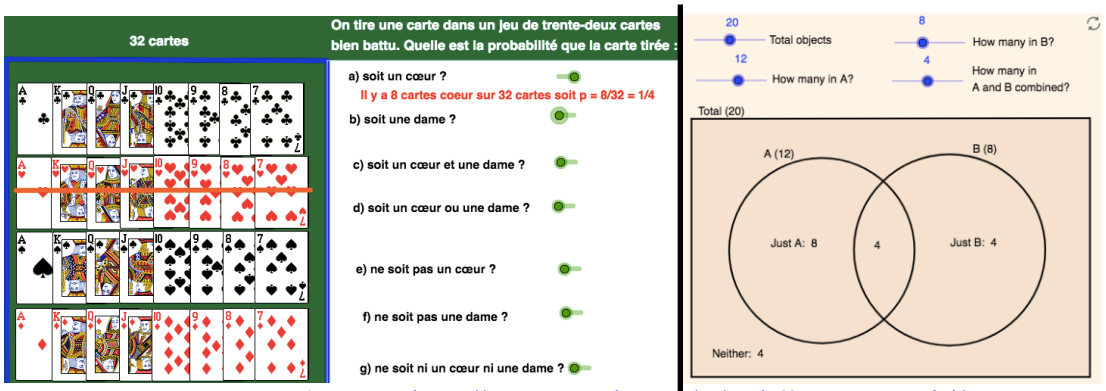
Cet enjeu de formation, issu du sous-thème des rôles de divers types d'outils technologiques, prend la forme d'un élément important à faire, alors que les formés tiennent compte de flexibilité d'un outil technologique afin d'en envisager une place éventuelle dans leur enseignement. La flexibilité d'un outil technologique est liée à la possibilité qu'il joue plusieurs rôles en s'adaptant à diverses caractéristiques d'une situation ou encore à diverses situations. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n° 1 et 2.

› Première rencontre

Les propos des formés et du formateur font ressortir six rôles (formulés tels quels lors de la première rencontre) que peut jouer le premier simulateur de la situation de Monty Hall (voir Figure 3.3, à gauche) dans l'enseignement des probabilités : 1) combattre une intuition erronée ; 2) générer des résultats rapidement ; 3) donner du sens à l'espérance mathématique ; 4) représenter la Loi des grands nombres et le concept de variabilité ; 5) sensibiliser les élèves aux jeux de hasard et d'argent ; 6) représenter les fréquences à l'aide du diagramme à bandes horizontales ». Ces rôles diversifiés suggèrent que ce simulateur est assez flexible pour fournir des apports variés, mais la flexibilité d'un outil technologique n'est pas encore abordée directement dans les discussions.

› Deuxième rencontre

Dans la deuxième rencontre, il est notamment question d'outils technologiques qui sont jugés plus fermés (Figure 4.4, à gauche) par les participants, alors que d'autres seraient plus ouverts (Figure 4.4, à droite). On en vient alors à discuter de la flexibilité d'un outil technologique, qui peut révéler des apports et des limites selon le cas. La Figure 4.4 illustre deux exemples, parmi ceux expérimentés par les participants, qui présentent différents degrés de flexibilité.



(sources : https://www.geogebra.org/m/Swk68GKQ#material/GHCMzUsC et https://www.geogebra.org/m/AjrfISIT)

Figure 4.4 Deux outils technologiques de différents degrés de flexibilité

Dans la Figure 4.4, à gauche, on peut voir un exemple d'outil technologique qui permet de donner et de corriger sept exercices de calculs de probabilités dans un jeu de 32 cartes. Puisqu'il s'agit d'un contexte bien précis et que les sept exercices sont figés, cet outil offre très peu de flexibilité pour son utilisateur et joue donc un rôle d'exerciseur. Par contre, à droite dans la Figure 4.4, un diagramme de Venn peut être utilisé plus largement dans un rôle d'exploration. En effet, les nombres d'éléments dans les ensembles sont déterminés par des valeurs qui varient sur des glissières, ce qui permet de générer plusieurs exemples rapidement, tout en observant ce qui varie lorsqu'on se déplace sur les glissières[87]. Au sujet de la différence des degrés de flexibilité respectifs de ces deux outils technologiques, voici un extrait du discours de Grace dans la deuxième rencontre de formation :

> Grace : Ce qui est très intéressant avec lui [le diagramme de Venn] que je trouve qui est pertinent, c'est vraiment au niveau de la compréhension. Ce n'est pas nécessairement un problème en

[87] Cet outil de diagramme de Venn est jugé inspirant par les participants, alors Alan suggère de concevoir une version améliorée afin d'offrir encore plus de flexibilité et pour exploiter la probabilité conditionnelle dans un diagramme de Venn à 3 ensembles. Je reviendrai sur l'analyse de ce diagramme de Venn bonifié (voir Figure 4.5 C).

> tant que tel comme celui que tu avais avec les cartes [Figure 4.4, à gauche] où quelle est la réponse précise. Ici [Figure 4.4, à droite], on peut y aller plus avec des questions ouvertes. Qu'est-ce qui se passe si je bouge ça [une valeur d'une glissière] ? Pourquoi lui [un autre nombre du diagramme de Venn] il ne bouge pas ? Donc, on peut y aller de façon plus générale, plutôt dans la compréhension que dans l'application directe des probabilités. Mais, comme on disait, je pense que si on a la possibilité de voir aussi les probabilités, si la compréhension est bien établie puis que tu es rendu à faire de l'application, je pense qu'un outil qu'on essaie doit être le plus polyvalent possible, dépendamment de ton intention [...] Un simulateur, vraiment de l'exploiter au maximum, au lieu d'avoir 15 [outils moins flexibles].
>
> (Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait (et dans d'autres moments de la recherche-formation), Grace mentionne qu'il est important que l'outil soit « polyvalent ». Elle mentionne ici qu'un outil technologique comme celui à droite dans la Figure 4.4 permet de travailler « au niveau de la compréhension […] avec des questions ouvertes ». Grace privilégie ainsi un outil flexible, qu'on peut « exploiter au maximum, au lieu d'avoir 15 [outils moins flexibles] ». Un tel outil permet selon elle d'aller au-delà de « faire de l'application » comme l'exerciseur à gauche dans la Figure 4.4, ce qui suggère que plusieurs rôles pourraient être joués par cet outil technologique.

En ce qui concerne Grace, le fait qu'un outil soit flexible est un atout, mais d'autres discussions dans les rencontres font ressortir que d'autres participants préfèrent un outil moins flexible qui est plus simple et qui dispose de moins de paramètres. Le fait de reconnaitre un degré de flexibilité qui peut varier selon l'outil technologique constitue un enjeu d'enseignement pour les enseignants, ce qui oriente leur choix de l'outil technologique ainsi que les façons qu'ils envisagent de l'utiliser dans leur enseignement des probabilités. Cet enjeu d'enseignement fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *tenir*

compte de la flexibilité d'un outil technologique lors du choix pour l'enseignement des probabilités. Il s'agit d'un enjeu de formation, car des formés se préoccupent de la flexibilité d'un outil technologique exploré en formation afin d'envisager une place éventuelle dans leur enseignement. Cet aspect relevé dans la formation semble important, particulièrement pour Grace, afin de pouvoir viser la compréhension des probabilités en exploitant le potentiel d'un outil technologique polyvalent, par sa grande flexibilité, au lieu d'avoir recours à plusieurs outils technologiques moins flexibles. Le formateur a alors la charge de choisir divers types d'outils technologiques à explorer, qui offrent plus ou moins de potentiel et d'ouverture quant à l'activité mathématique qui peut avoir lieu.

De plus, Grace énonce l'importance de l'intention (« dépendamment de ton intention »), qui régit aussi le choix d'un outil technologique et l'utilisation envisagée. Il semble donc important de prendre aussi en considération l'intention d'enseignement qui oriente la manière d'utiliser un outil technologique, ce qui fait l'objet du prochain enjeu de formation.

4.2.4.2 L'enjeu de formation n^{o} 11 : (Faire) reconnaitre le rôle que peut jouer un outil technologique selon l'intention ciblée

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème des rôles de divers types d'outils technologiques, prend la forme d'un élément important à faire, évoqué par le formateur lors des rencontres, alors que j'amène les formés à classifier les outils technologiques afin de faire ressortir leurs intentions pour l'utilisation de ces outils. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 3 et 5.

› Troisième rencontre

Comme je l'ai mentionné précédemment, les rôles des outils technologiques sont abordés explicitement dans les deux premières rencontres. Ensuite, lors de la troisième rencontre, la classification de trois différents types d'outils technologiques est devenue importante pour raffiner la distinction des rôles selon le type d'outils technologiques. Voici un extrait de cette rencontre où je questionne les participants sur les types d'outils technologiques :

CF : Je vois que, des outils technologiques, ça commence à se préciser pour nous et pour moi aussi à travers mes réflexions. Mais, il y a des outils qui sont un peu plus larges, admettons qui permettent d'organiser, comme GoogleFormulaire pour répondre [à un questionnaire], un document collaboratif… qui pour moi sont un peu plus larges et permettent d'encadrer, puis il y en a qui sont un peu plus spécifiques aux probabilités. Pour moi le simulateur en est un [spécifique aux probabilités] ainsi que le diagramme de Venn [à trois ensembles, voir Figure 4.5 C] qu'on a vu tantôt. On a parlé de simulateur aussi… ce n'est pas clair pour moi… c'est quoi un simulateur ? On s'entend tous pour dire je pense que quand on voulait simuler Monty Hall, ça c'était un simulateur, on l'appelle comme ça, mais est-ce que le diagramme en arbre qu'on avait vu qu'on changeait le nombre de billes [voir Figure 3.8], est-ce que c'est un simulateur ? Est-ce que le diagramme de Venn aussi qu'on a vu tantôt, est-ce que c'est un simulateur ? Si oui, il simule quoi ? Est-ce que ça [diagramme en arbre et diagramme de Venn], ce serait comme des simulateurs théoriques alors que l'autre [Monty Hall] serait comme un simulateur expérimental ? J'essaie de réfléchir à ça, je ne sais pas ce que vous en pensez.

Brian : Bien, on n'est pas obligés d'appeler ça [en référant au diagramme en arbre et au diagramme de Venn] un simulateur.

CF : Ok.

Brian : Parce que non, ça ne simule pas… ça ne simule pas une expérience… une expérience…

CF : Aléatoire.

Brian : Aléatoire. Si ça ne simule pas, bien ce n'est pas un simulateur.

CF : Ok.

Brian : C'est juste un présentateur… je ne sais pas quel nom on peut trouver.

CF : Ouais.

Grace : Bien, pour moi un simulateur c'était vraiment… tu pourrais le faire à la main, tu pourrais le faire concrètement sauf que le simulateur te permet d'aller plus rapidement puis d'avoir un plus grand nombre de données. Pour moi un simulateur c'était/

CF : Ça fait que ça simule l'expérience, un peu dans le même sens [il pointe Brian].

Grace : Ça simule l'expérience.

Brian : Ouais.

Grace : Tandis que comme tantôt le GeoGebra [le diagramme de Venn à trois ensembles] qu'on avait, pour moi ce n'est pas un simulateur.

CF : Ok.

Grace : C'est plus comme un outil.

CF : Ok.

Brian : Ouais, moi je pense un peu comme toi.

Émilie : Un outil de travail, un outil de présentation.

Brian : Sinon, à la limite, une calculatrice c'est un simulateur.

(Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

En partageant d'abord ma réflexion sur ce qu'est un outil technologique, j'ouvre une discussion sur la distinction entre les différents types d'outils technologiques. Je fais remarquer qu'« il y a des outils qui sont un peu plus larges […] et permettent d'encadrer, puis il y en a qui sont un peu plus spécifiques aux probabilités », en évoquant notamment le simulateur et le diagramme de Venn à trois ensembles avec

lequel ils ont travaillé[88]. On peut d'ailleurs constater qu'il existe des outils technologiques qui ne sont pas propres aux mathématiques, alors que d'autres le sont, et que parmi ces derniers on en retrouve qui sont spécifiques aux probabilités. J'incite ensuite les participants à préciser ce qu'est un simulateur. Cette discussion amène les participants à définir un simulateur, en questionnant ce que c'est et ce que ce n'est pas. En ce sens, Brian dit qu'« on n'est pas obligés d'appeler ça un simulateur » et il reconnait « si ça ne simule pas, bien ce n'est pas un simulateur ». Il avoue ne pas trop savoir quel nom donner, mais il propose celui de « présentateur ». On peut alors se demander sur l'intention d'enseignement de Brian, c'est-à-dire sur sa façon envisagée d'avoir recours à cet outil technologique en classe. Est-ce que le diagramme de Venn à trois ensembles est considéré comme un outil de présentation pour l'enseignant, auquel cas l'élève ne le manipulerait pas ? Sinon, si cet outil était utilisé par l'élève, en quoi serait-il un outil de présentation comme le désigne Brian ? Dans la suite de la discussion, Grace soutient qu'un simulateur « tu pourrais le faire à la main, tu pourrais le faire concrètement sauf que le simulateur te permet d'aller plus rapidement puis d'avoir un plus grand nombre de données ». Grace évoque ainsi l'apport d'efficacité du simulateur, pour gagner du temps lors de la réalisation des essais grâce à son pouvoir d'amplification (voir enjeu de formation n^{o} 7). Elle oppose ensuite sa définition d'un simulateur au diagramme de Venn à trois ensembles pour dire que ce n'est pas un simulateur, car il ne permet pas de générer les résultats d'un grand nombre d'essais d'une expérience aléatoire. Dans le cas du diagramme de Venn à trois ensembles, Grace et Brian jugent que c'est « plus comme un outil ». Émilie ajoute qu'il s'agit d'« un outil de travail, un outil de présentation », sans préciser à nouveau ce que présente l'outil ni qui s'en sert. Lorsque Brian dénote qu'il ne faudrait tout de même pas considérer une calculatrice comme un simulateur, il invite

[88] Je reviendrai sur l'analyse de cet outil technologique (source : https://www.geogebra.org/m/CnwTcSv3) lors de la présentation de l'enjeu de formation suivant, dans la Figure 4.5 C.

à restreindre davantage la définition de simulateur à la simulation d'expériences aléatoires, comme je l'ai expliqué précédemment. Ces échanges suggèrent le début d'une classification, où les participants semblent s'entendre sur une définition commune de ce qu'est un simulateur.

Je relance ensuite la discussion en revenant sur l'exemple du diagramme en arbre, qui appuie le calcul de probabilités dans le contexte d'un tirage de deux billes sans remise (voir Figure 3.8), exploré lors de la deuxième rencontre :

CF : Là, je me suis dit « Est-ce que c'est un simulateur ?». Bien, il simule la situation. Il représente la situation, mais est-ce que c'est un simulateur ?

Grace : C'est plus un… c'est ça, c'est un outil. Là, c'est comme un outil de représentation. Je pense que tu le dis correctement.

Brian : Ouais, c'est juste une autre façon de présenter.

Grace : Un peu comme le diagramme de Venn tout à l'heure : il ne simule rien, il me permet de mieux organiser mes choses ou de mieux représenter, mais il ne simule pas une expérience que je pourrais faire. Celui où tu lances une pièce de monnaie, pile ou face, je pourrais le faire 6 fois, mais le simulateur me permet de le faire 1 000 000 de fois, plus rapidement, donc d'être plus proche de la probabilité que je cherche.

Brian : Ouais.

(Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Alors que je cherche à définir et préciser le rôle d'un simulateur, afin d'en faire ressortir ses apports et ses limites, je questionne à nouveau les participants à savoir si le diagramme en arbre dynamique exploré précédemment est un simulateur. Grace dit que « c'est comme un outil de représentation » et Brian ajoute « Ouais, c'est juste une autre façon de présenter ». Même si les propos de Brian viennent en appui aux propos de Grace, on peut tout de même percevoir une nuance entre leurs idées. Grace réfère à la « représentation » par un diagramme en arbre, mais cela ne semble pas être

équivalent à ce que Brian affirme, alors qu'il en parle en termes d'outil de « présentation ». Ensuite, Grace rappelle que le simulateur permet de simuler « une expérience que je pourrais faire », mais « plus rapidement, donc d'être plus proche de la probabilité que je cherche » (voir enjeux de formation n^{o} 2 et n^{o} 7). Quant au diagramme de Venn à trois ensembles, elle affirme qu'il « ne simule rien » mais qu'il « permet de mieux organiser mes choses ou de mieux représenter ». Nous sommes donc en présence d'un outil technologique qui ne serait pas classifié comme un simulateur, mais qui servirait plutôt à organiser, présenter et représenter.

Dans la poursuite des échanges, Brian revient à la charge en demandant s'il faudrait « qu'on trouve un nouveau mot » pour désigner les outils technologiques explorés qui ne sont pas des simulateurs. Plus précisément, il cherche à trouver « un mot pour nos nouveaux outils technologiques de présentation ». Déborah répond, à la blague, « outil de présentation », alors que Grace dit qu'il s'agit plutôt pour elle de « représentation », indiquant qu'elle voit une différence entre les deux termes. En tant que chercheur-formateur, je propose l'idée de modèle ; l'outil permettrait de modéliser la situation. Brian semble d'accord avec ce terme et Déborah propose « modèle de présentation » pour reprendre l'idée évoquée précédemment. Grace dit que « c'est un mode de représentation ». Il est vrai que, comme le suggère Grace, le diagramme en arbre peut être considéré comme un mode de représentation, tout comme le tableau et le diagramme de Venn.

Tous les participants semblent ainsi s'entendre sur la classification de quelques outils en les distinguant comme simulateur ou comme modèle. Afin de tester la robustesse de cette classification, je ramène alors un autre outil technologique qu'ils ont exploré précédemment, pour voir comment ils vont le classer. Il s'agit d'un outil technologique peu flexible qui permet de poser sept questions figées concernant les probabilités dans un jeu des cartes et où l'on peut afficher les réponses pour obtenir

une rétroaction (voir Figure 4.4, à gauche). Par rapport à cet outil, Déborah dit « Moi j'appelle ça un exercice » et Émilie va dans le même sens en disant « Un exerciseur ». Brian ajoute que ce n'est pas un simulateur et j'ajoute que ce n'est pas un modèle non plus, ce qui amène à établir un nouveau type d'outil technologique aux deux déjà évoqués (simulateur et modèle). Grace précise que l'outil technologique avec les cartes n'est pas un modèle « parce qu'il est fermé », ce qui va dans le sens du peu de flexibilité relevée précédemment qu'il semble important de prendre en compte (voir enjeu de formation n^{o} 10). Cet outil technologique est jugé fermé par Grace, au sens de non ouvert, car il ne permet pas de travailler plusieurs questions comme ça devrait être le cas pour un modèle qui est jugé plus flexible. Grace ajoute que c'est un exerciseur « Parce qu'il y a une seule réponse possible, puis […] tu ne peux pas l'appliquer à plusieurs situations. ». Elle perçoit donc une distinction entre un exerciseur, qui cible des questions figées, et le modèle, qui offrirait davantage de flexibilité pour être utilisé dans plusieurs situations. L'exerciseur est donc proposé comme un type d'outil technologique qui se distingue du simulateur et du modèle. Dans ces échanges, on peut toutefois remarquer que le potentiel de rétroaction de l'outil de type exerciseur n'est jamais évoqué.

La discussion se poursuit (par rapport au jeu des cartes, voir Figure 4.4, à gauche), alors que je tente de revoir la classification qui est en cours de construction commune :

Brian :	Un outil.
Grace :	Utiliser encore l'outil comme tel.
Brian :	C'est un outil.
Émilie :	À ce moment-là, il devient plus comme un outil.
CF :	Mais, outil pour moi c'est le terme large. Outil technologique qu'on peut faire plein de choses. J'essaie de raffiner un peu c'est quoi… il y a différents types d'outils. Le simulateur c'en

est un, je pense qu'on s'entend tout le monde clairement sur ce qu'est un simulateur.

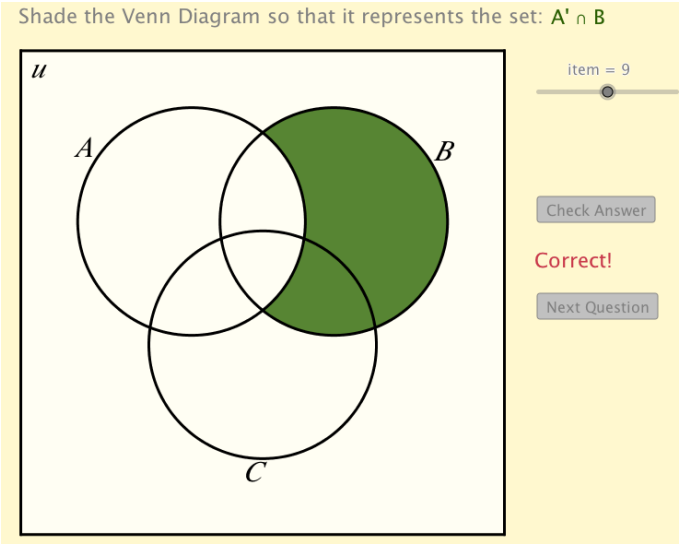
Grace : L'exerciseur aussi.

Émilie : Il y a des exerciseurs aussi, mais comme le diagramme… le premier diagramme de Venn [à 3 ensembles], ce serait autre chose.

CF : Ok.

Grace : Bien, un modèle, on n'est pas loin d'un modèle, dans le sens… comme le diagramme de Venn, quand on est dans l'« autre » qu'on cherche le nom, il faut qu'il soit applicable à plus d'une situation.

CF : Ok. Puis ça, ce serait… [il affiche le diagramme de Venn avec les zones et les 17 questions, voir par exemple la question 9 ci-dessous, puis il attend que les participants se positionnent par rapport à celui-ci]



Brian : Bien, il l'est tout à fait [un modèle]… c'est justement à celui que je pensais.

Grace : Lui, il n'est pas.

Déborah : Ça, c'est un exerciseur.

Émilie : Non, ça, c'est un exerciseur.

Grace : Ça, c'est un exerciseur.

(Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Alors que Brian et Grace ramènent l'idée de l'outil, je propose de raffiner un peu, prétextant qu'il a différents types d'outils technologiques. Je confirme que le simulateur en est un et je précise qu'on semble s'entendre sur ce qu'est un simulateur. Grace ajoute l'exerciseur. Émilie, quant à elle, dit que « le premier diagramme de Venn [à 3 ensembles], ce serait autre chose ». Grace ramène l'idée du modèle, qui serait un outil « applicable à plus d'une situation ». Tous les participants semblent donc s'entendre sur la classification établie de façon commune pour distinguer les types d'outils technologiques, soit les simulateurs, les modèles et les exerciseurs. Puis, je reviens sur un autre outil technologique susceptible de ne pas faire l'unanimité étant donné les échanges précédents. Cet outil technologique propose 17 tâches consistant chacune à ombrager une région donnée d'un diagramme de Venn à 3 ensembles exprimée grâce au langage ensembliste[89]. Aussitôt, Brian dit qu'il s'agit d'un modèle, alors que Grace, Émilie et Déborah disent plutôt qu'il s'agit d'un exerciseur. La discussion se poursuit, alors que les participants défendent leur perspective :

CF :	Bien moi je ne suis pas convaincu [qu'il s'agit d'un exerciseur].
Brian :	Non. Non, c'est un modèle.
CF :	Parce que si… il disait [en pointant Brian]… c'est vrai qu'il y a des questions.
Grace :	Un modèle ?
Brian :	Oui.
CF :	C'est vrai qu'il y a des exercices, mais si je m'en sers pour faire découvrir aux élèves l'union [comme le suggérait précédemment Brian].
Grace :	Bien ce n'est pas pareil.
CF :	Bien.

[89] Source : https://www.geogebra.org/m/KSuUb2TR

Grace : C'est ça, là tu l'utilises à une autre…

CF : Je trouve que l'outil en soi n'a pas nécessairement derrière une fonction guidée. C'est pour ça que je disais que dans le devoir [en préparation de la rencontre] on prend un outil puis on regarde ce qu'on peut faire avec celui-ci parce que pour moi il n'y a pas un seul chemin qui peut être tracé. Lui, on peut le faire en exercice à la fin pour vérifier si l'élève/

Émilie : En présentation pour faire une idée, ouais.

CF : Ça pourrait quasiment être une évaluation formative pour voir si l'élève a compris les différentes zones, comme ça pourrait être au tout début pour explorer puis découvrir l'union et l'intersection. Ça fait que moi, je ne serais pas tenté à dire « Ça, c'est forcément un exerciseur ».

Déborah : Ça dépend à quel moment dans ta séquence tu l'utilises. Il peut devenir exerciseur, comme il peut être…

Émilie : En exploration.

Grace : Ça dépend de ton intention. Si tu fais vraiment juste suivre les items…

Brian : La question c'est l'exerciseur, mais ça c'est juste un…

Grace : Oui, si tu omets les questions puis tu travailles juste avec les zones, oui tu peux l'utiliser… il peut être plus large. Mais si tu l'utilises comme il est fait à la base avec les questions, bien il y a une question, une réponse, une question, une réponse. Là, ça devient plus un exerciseur.

CF : Ouais. Je comprends, je comprends.

Brian : Tout est question d'intention encore, je suppose.

CF : Ouais, on en revient souvent à ça puis je pense que c'est bien parce que sinon ça voudrait dire que peu importe l'intention, tu as un outil puis c'est ça qui décide de tout. Mais non, je pense que c'est l'intention qu'on a derrière qui est importante.

Émilie : C'est ça.

CF : Alors on se ramène à ça encore, puis c'est parfait. Ok, bien je trouve que déjà on raffine un peu. Ce n'est plus juste outil technologique au sens large, là je trouve qu'on approche de quelque chose. Je trouve ça bien.

(Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Brian et moi remettons en doute l'idée que cet outil soit un exerciseur. En effet, je mentionne que « je ne suis pas convaincu [qu'il s'agit d'un exerciseur] » et Brian abonde aussitôt en ce sens en disant qu'il s'agit d'un modèle. J'ajoute que « C'est vrai qu'il y a des exercices » mais que je peux m'en servir pour autre chose, par exemple « faire découvrir aux élèves l'union [comme le suggérait précédemment Brian] ». Je suggère ainsi la possibilité de donner à cet outil technologique un autre rôle que celui d'exerciseur. Grace répond aussitôt « Bien ce n'est pas pareil […] tu l'utilises à une autre… », ce qui sous-entend qu'elle pense que l'outil technologique serait alors utilisé pour une autre intention que celle pour laquelle il est conçu. Je rétorque que l'outil en soi n'a pas nécessairement une fonction déterminée. En ce sens, je distingue les possibilités de l'utiliser à la fin comme exercice, comme consolidation ou encore comme évaluation formative ou plutôt « au tout début pour explorer puis découvrir l'union et l'intersection ». Alors, Déborah change d'avis et abonde dans le même sens en disant que « Ça dépend à quel moment dans ta séquence tu l'utilises ». La discussion autour de la classification de cet outil technologique aura donc permis de l'interpréter de diverses façons, puis d'élargir la compréhension commune de tous les participants, en considérant qu'il peut être utilisé à la fois comme exerciseur ou comme modèle. Grace répond que « Ça dépend de ton intention », en disant que l'outil peut être utilisé comme modèle, mais qu'il est d'abord fait pour répondre à des questions. Brian ajoute que « Tout est question d'intention encore, je suppose », ce qui indique qu'il reconnait à nouveau que l'usage et le rôle d'un outil technologique dépendent de l'intention de son utilisateur. Je conclus cet échange en mettant en évidence le pouvoir d'agir de l'enseignant : c'est l'intention qu'il poursuit en ayant recours à un certain outil technologique qui détermine le rôle que jouera cet outil dans son enseignement. Puis, en tant que chercheur-formateur, j'exprime ma satisfaction de ce raffinement des trois types d'outils technologiques.

Cette discussion fait donc émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *(faire) reconnaitre le rôle que peut jouer un outil technologique selon l'intention ciblée*. Cet enjeu de formation prend forme alors que les participants ont eu l'occasion d'argumenter pourquoi un outil technologique pouvait être catégorisé comme un simulateur, comme un exerciseur ou comme un modèle, en tenant compte de l'intention avec laquelle on veut avoir recours à cet outil technologique. Du coup, cela fait ressortir qu'un outil technologique peut être considéré comme un exerciseur ou comme un modèle, selon l'intention d'enseignement. Le fait d'établir collectivement une classification avec les participants peut contribuer à ce qu'ils reconnaissent que l'intention d'enseignement peut influencer le rôle qu'on veut faire jouer à l'outil technologique. En ce sens, la discussion que j'ai guidée permet de faire reconnaitre cet enjeu d'enseignement auprès des formés. Cet enjeu semble important pour la formation puisque ce genre de discussion a permis de faire réfléchir les participants sur les manières et les moments d'utiliser un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités selon l'intention ciblée.

› Cinquième rencontre

Lors de la cinquième rencontre, comme je l'ai analysé précédemment sous le regard de l'aspect visuel d'un outil technologique (voir cinquième sous-thème), Émilie présente le programme qu'elle a conçu avec Grace à l'aide de *Scratch* pour amener l'utilisateur à émettre une conjecture liée à la probabilité géométrique. Je remets alors en question le fait que ce programme soit bel et bien un simulateur :

> CF : J'en ai vu des simulateurs en lien avec la probabilité géométrique, mais qui sont un peu différents, que c'est l'idée de… on prend un point aléatoire… parce que là c'est directement sur l'aire, mais ça pourrait être de dire : on a notre rectangle, on a notre carré dedans, puis là on met un

point aléatoire dans le rectangle, puis on vérifie après s'il va être dans le carré. Vous me suivez ?

Alan : Ouais.

[tous font signe que oui]

CF : Puis là on va vérifier après à la fin combien de points sont dans mon carré sur combien de points que j'ai lancés en tout qui sont dans le rectangle, qui est mon oméga. Ça [la probabilité] revient à ça [il pointe le programme], mais/

Brian : Par contre ça ne donnera pas toujours 0,0625.

Déborah : Non.

Émilie : Non.

CF : Exactement, ça fait qu'ici [il pointe le programme], on a un calcul théorique.

Émilie : Oui.

CF : Ça fait que… quand on se disait que le simulateur reproduit une expérience aléatoire, ça [il pointe le programme] ce n'est pas une expérience aléatoire qui est reproduite.

Grace : Non.

Émilie : Non.

CF : Ça, c'est un calcul théorique qu'il fait.

Grace : Oui.

CF : Tu me demandes finalement « Donne-moi la valeur de x, puis moi je vais te faire, déguisé un peu, mais je vais te calculer tout en conséquence pour que ça me donne 1/16. Tandis que l'autre [le simulateur d'une expérience aléatoire], ce serait vraiment… à long terme ça va osciller autour de 1/16.

Émilie : C'est ça.

Alan : Ouais ouais ouais.

CF : Ça fait que ce sont deux simulateurs complètement différents.

Émilie : C'est ça.

CF : Mais qui traitent de probabilité géométrique, de façon théorique [il pointe le programme de Émilie] ou de façon plus expérimentale [en référant à l'idée de générer des points aléatoires].

Grace : Ouais, bien là ici c'était vraiment de vérifier une conjecture/

Émilie : Une conjecture.

Grace : Donc ici c'est plus facile d'énoncer une conjecture quand tu vois que tes deux réponses donnent la même probabilité géométrique.

CF : Exactement, exactement.

Grace : L'intention était différente.

(Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, je commence en référant à des simulateurs qui permettent de générer des points aléatoires dans le rectangle, puis qui calculent le rapport entre le nombre de points dans le carré et le nombre de points dans le rectangle. Dans ce cas, il s'agit bel et bien de simulateurs, selon la définition collective adoptée à la troisième rencontre, dans le sens qu'ils simulent des expériences aléatoires. Par opposition, suivant cette même définition, le programme conçu par Émilie n'est pas un simulateur. Brian fait remarquer que, si on a un simulateur qui reproduit l'expérience aléatoire, « ça ne donnera pas toujours 0,0625 ». Il est difficile de savoir s'il dit cela pour faire ressortir la spécificité de la variabilité des résultats obtenus par un simulateur ou encore parce qu'il s'agirait d'une limite (dérangeante) de ne pas toujours avoir une même valeur pour pouvoir énoncer une conjecture (ce que dit Grace explicitement par la suite). Dans le cas du programme conçu par Émilie et Grace, l'aspect aléatoire n'est pas du tout présent. Voilà pourquoi je désigne que cet outil technologique génère plutôt le résultat d'un calcul, soit toujours 1/16. Grace justifie alors ce choix à partir de leur intention, qui était de voir que la probabilité était toujours la même afin qu'il soit « plus facile d'énoncer une conjecture » pour l'élève. Qu'on soit d'accord ou pas avec ce choix, il semble que ce soit l'intention qui ait incité Émilie et Grace à orienter leur conception de l'outil technologique et le rôle à lui faire jouer. Toutefois, il aurait été intéressant de leur demander de quel type d'outil technologique il s'agit. Ce n'est pas un simulateur, car il ne génère pas les résultats d'une expérience aléatoire. Ce n'est pas non plus un modèle si on considère les propos de Grace à la troisième rencontre,

où le modèle devrait être « applicable à plus d'une situation ». S'agirait-il alors d'un exerciseur ou est-ce qu'on aurait ici un nouveau type d'outil technologique ? Ce questionnement aurait été intéressant à mener, de manière à enrichir la classification d'outils technologiques déjà établie, pour poursuivre la discussion des intentions qui orientent les rôles que peut jouer un outil technologique.

Le fait d'avoir discuté du rôle que peut jouer un outil technologique selon l'intention ciblée peut amener à réfléchir à une façon d'avoir recours à plusieurs outils technologiques de façon complémentaire, ce qui fait d'ailleurs l'objet du prochain sous-thème.

4.2.5 Le neuvième sous-thème : La complémentarité des outils technologiques

Le sous-thème de la complémentarité des outils technologiques entre en jeu dans les discussions, alors qu'il est question d'avoir recours à plusieurs outils technologiques dans une progression réfléchie et stratégique. L'analyse de ce sous-thème fait ressortir un enjeu de formation : tirer profit de la complémentarité d'outils technologiques pour favoriser l'enseignement des probabilités.

4.2.5.1 L'enjeu de formation n° 12 : Tirer profit de la complémentarité d'outils technologiques pour favoriser l'enseignement des probabilités

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de la complémentarité des outils technologiques, prend la forme d'un élément important à faire, évoqué par des formés lors des rencontres, alors qu'ils tiennent à organiser les outils technologiques de façon complémentaire, à la manière d'une séquence d'enseignement. Cet enjeu de

formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 1 et 3.

› Première rencontre

Lors de la première rencontre, les participants explorent deux simulateurs de la situation de Monty Hall (voir Figure 3.3). Ils soulèvent des apports et des limites de l'un par rapport à l'autre, comme je l'ai analysé précédemment. Puis, dans la suite des échanges, il est question de la complémentarité de ces simulateurs :

Alan :	Moi, je pense que l'utilisation des deux simulateurs un après l'autre c'est parfait.
Déborah :	Ouais.
Grace :	Oui, ils se complètent finalement.
CF :	Puis dans quel ordre ? Parce que tantôt j'ai entendu les deux ordres.
Alan :	Bien, lui [le deuxième simulateur] en premier…
CF :	Lui [le deuxième simulateur] en premier.
Alan :	Ouais.

Florence : Moi je ferais faire lui [le deuxième simulateur] en premier aussi.

Déborah : Ouais.

Grace : Moi je ferais faire lui [le deuxième simulateur], dans un but de comprendre, j'irais vers l'autre [le premier simulateur], mais je reviendrais à la fin avec lui [le deuxième simulateur].

Alan : Oui, pour expliquer après.

Émilie, Déborah et Grace : Ouais.

CF : Ah, c'est intéressant ça, ok. Ça fait que les deux, vu qu'ils ont des rôles ou des apports différents finalement ils se complèteraient un peu.

[Tous les participants semblent d'accord et satisfaits.]

(Rencontre n^{o} 1, Discussion de groupe)

Après qu'Alan ait proposé que les deux simulateurs se complètent bien, un nœud d'interactions se forme où les idées s'enrichissent et mènent Grace à parler de la complémentarité des simulateurs (alors que les apports de chacun de ces simulateurs ont été évoqués dans des échanges précédents) et à proposer de les utiliser en trois temps, dans un ordre stratégique : le deuxième simulateur pour comprendre la situation, le premier simulateur pour simuler un grand nombre d'essais, puis le deuxième simulateur à nouveau pour expliquer la probabilité de gagner pour chaque stratégie. Les participants sont parvenus à suggérer cette progression étant donné la complémentarité de ces outils technologiques pour résoudre la situation de Monty Hall. La complémentarité de ces simulateurs fait ressortir les particularités et les rôles complémentaires à reconnaitre pour avoir recours aux outils technologiques dans une séquence d'enseignement stratégique. D'ailleurs, le récit de formation, que j'ai rédigé à la suite d'une analyse préliminaire des échanges de la première rencontre, fait ressortir qu'« il y a des différences et des similitudes entre les simulateurs et ceux-ci peuvent parfois se compléter ». Le fait d'évoquer ainsi ces particularités permet aux participants d'envisager différents rôles pour les outils technologiques. En quelque sorte, les participants passent d'une perspective où il faut choisir l'outil technologique

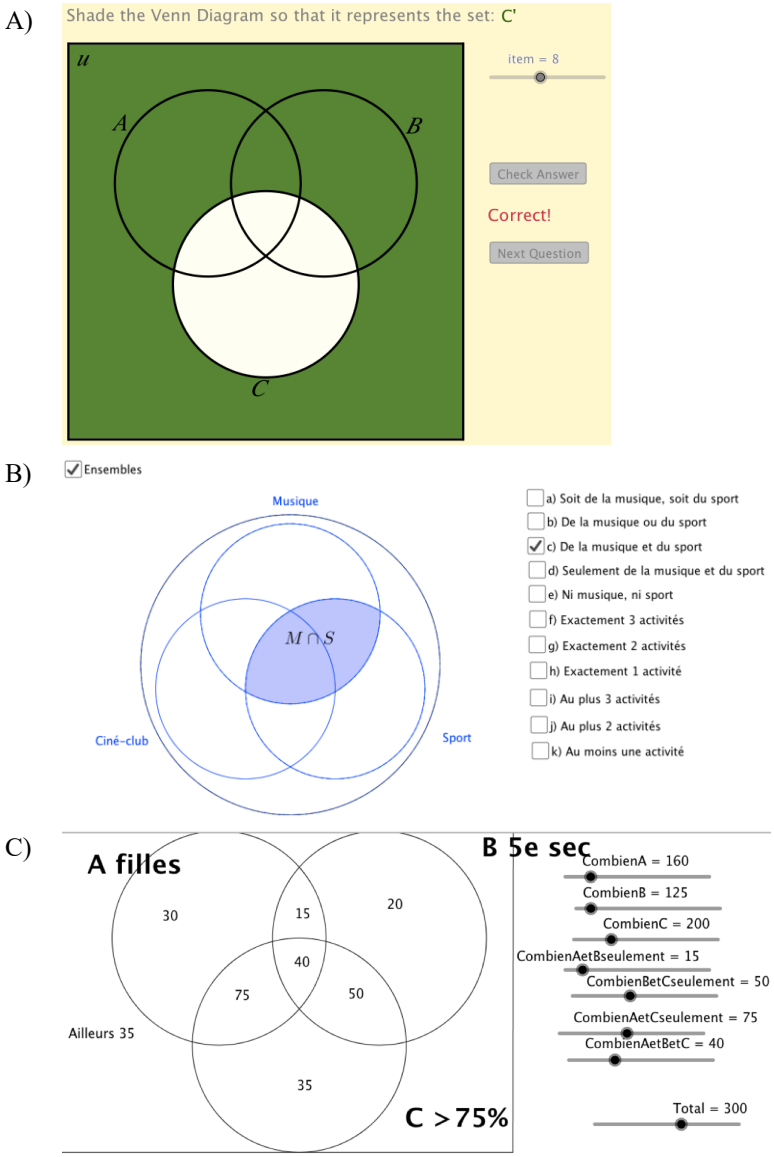
le plus approprié à une perspective où il est possible d'utiliser des outils technologiques complémentaires. On perçoit alors une prise de conscience implicite de l'importance d'identifier plus finement ce qui serait travaillé mathématiquement avec un simulateur, puis de préciser ses intentions par rapport à celui-ci (voir enjeu de formation n^{o} 11).

Cette discussion fait donc émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *tirer profit de la complémentarité d'outils technologiques pour favoriser l'enseignement des probabilités*. Puisque les outils technologiques offrent notamment différents degrés de flexibilité (voir enjeu de formation n^{o} 10), puis de qualité et de quantité d'information visuelle (voir enjeu de formation n^{o} 5), l'enjeu de formation lié à la complémentarité de ces outils fait ressortir des particularités et des rôles complémentaires à reconnaitre pour avoir recours à des outils dans une séquence stratégique. En effet, cet enjeu lié à la complémentarité des outils technologiques semble important, dans un contexte où il existe une multitude d'outils technologiques et que l'enseignant veut utiliser ceux qui permettent de soutenir l'enseignement selon ses intentions. Pour y parvenir, il est possible d'utiliser des outils technologiques dans une progression réfléchie et stratégique si on parvient à prendre en compte leurs particularités. Il y a donc un intérêt à explorer plusieurs simulateurs dans un contexte de formation, car l'analyse des limites de l'un fait apprécier les apports de l'autre.

› Troisième rencontre

Dans la troisième rencontre, les participants ont exploré une série d'outils technologiques, plus particulièrement des fichiers *GeoGebra*, concernant des diagrammes de Venn à trois ensembles. Cette exploration a permis d'identifier des apports et des limites de chacun de ces outils, pour en venir à proposer une séquence

de trois outils technologiques complémentaires dans une approche théorique, que l'on peut voir dans la Figure 4.5.



(Sources : https://www.geogebra.org/m/KSuUb2TR, https://www.geogebra.org/m/CvM56GqA et https://www.geogebra.org/m/CnwTcSv3)

Figure 4.5 La complémentarité de trois diagrammes de Venn à trois ensembles

Dans la partie A de la Figure 4.5, on retrouve un exerciseur (ou un modèle, selon l'intention) avec 17 questions où il faut identifier les zones d'un diagramme de Venn à 3 ensembles. Certains participants jugent que cet outil pourrait être utilisé au tout début de l'enseignement des diagrammes de Venn à trois ensembles, avant même de rappeler ce qu'est une union et une intersection, pour que les élèves le redécouvrent par eux-mêmes (l'ayant déjà appris pour des diagrammes de Venn à deux ensembles) et se rappellent les symboles. Ensuite, des participants proposent d'avoir recours à un autre diagramme de Venn à trois ensembles, pour travailler le vocabulaire dans un contexte de choix parmi trois activités, que l'on voit dans la partie B de la Figure 4.5. Comme étape intermédiaire avant de résoudre des problèmes, il semble que cet outil pourrait aider à expliquer des énoncés à l'aide d'un contexte, de façon plus concrète. Finalement, un autre outil technologique, dans la partie C de la Figure 4.5, permet de résoudre des problèmes à données manquantes pouvant être modélisés par un diagramme de Venn à trois ensembles. Voici d'ailleurs un extrait où les participants expliquent la progression logique des trois outils technologiques dans une séquence d'enseignement :

Grace : L'autre d'avant [Figure 4.5 A] était plus qualitatif de façon générale. Là [Figure 4.5 B] on s'approche d'un problème, mais avant de mettre des nombres dedans puis de faire des soustractions, puis des déductions [Figure 4.5 C].

Brian : Peut-être que lui [Figure 4.5 B] pourrait se faire juste avant.

Grace : Oui, c'est ça, avant d'aller écrire des nombres.

Émilie : Oui, c'est une belle gradation.

[CF rappelle que, lors de la première rencontre, les participants avaient évoqué une séquence logique pour travailler le problème de Monty Hall, en ayant recours à deux simulateurs, illustrés dans la Figure 3.3.]

CF : Ici, on a comme trois outils qu'on pourrait combiner dans une même séquence qui viserait à travailler les diagrammes de Venn triples.

> Émilie : Ah oui. C'est ça parce que l'autre d'avant [Figure 4.5 A] ils apprennent à voir les zones, à comprendre les zones, ce que ça représente. Là ils apprennent le vocabulaire [Figure 4.5 B], comment ça va être écrit. Puis après ça, tu solutionnes des problèmes [Figure 4.5 C]. Oui, j'aime ça.
>
> (Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Ainsi, après avoir expérimenté les trois outils technologiques de la Figure 4.5, les interactions entre les participants les amènent à proposer de façon commune une progression réfléchie pour avoir recours successivement aux trois outils technologiques de la Figure 4.5. C'est d'abord Grace qui propose cet ordre de la séquence d'enseignement et Émilie donne son approbation (« c'est une belle gradation »). Il est à noter que ces trois outils technologiques n'ont pas été présentés aux participants dans cet ordre, étant donné que c'est celui du bas (Figure 4.5 C) qui a été expérimenté en premier. Puisque cet outil technologique flexible semble important pour les participants, ce sont eux qui ont suggéré de l'utiliser à la fin de la séquence d'enseignement pour tirer profit de la complémentarité des trois outils. Le contexte de formation est donc un moment privilégié pour réfléchir à l'utilisation d'outils technologiques complémentaires dans une séquence d'enseignement stratégique, de manière à répondre à un enjeu d'enseignement.

En guise de conclusion pour ce thème, les discussions liées à la manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités permettent de dégager huit enjeux de formation répartis dans cinq sous-thèmes. L'analyse fait ressortir des enjeux de formation qui prennent surtout la forme d'un élément important à comprendre ou à faire, évoqué par le formateur, mais aussi évoqué par des formés lors des rencontres. Ainsi, les enjeux de formation qui en découlent sont des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités que le formateur et des formés souhaiteraient que les enseignants connaissent et prennent en compte dans leur enseignement. Il est à nouveau question d'intentions pour favoriser la formation à

l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Ces discussions ont donc permis aux participants d'analyser des outils technologiques selon leurs apports et leurs limites. Cette analyse pourrait ensuite amener les participants à s'approprier ces outils technologiques pour leur enseignement, ce qui correspond au prochain thème.

4.3 Le troisième thème : Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste

Le thème *Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste* regroupe de nombreux extraits où les participants discutent d'éléments en lien avec l'appropriation d'outils technologiques pour soutenir leur enseignement des probabilités.

Selon la racine étymologique du mot, l'appropriation réfère à l'« action d'approprier, d'adapter, de rendre propre à une utilisation, à une visée » (source : Antidote 9). Ainsi, s'approprier une ressource (que ce soit un outil technologique ou une situation probabiliste, par exemple) signifie de « faire sien » ou encore de « rendre propre à soi » à l'aide d'adaptations. Dans le contexte de cette recherche-formation, chaque participant est invité à faire siennes les ressources qui lui sont proposées lors des cinq rencontres de travail. Plus précisément, cette appropriation par les participants se fait avec mon appui et mes relances, alors qu'ils explorent des outils technologiques dans des situations probabilistes, puis discutent de la manière dont ceux-ci pourraient (ou non) être intégrés dans leur enseignement des probabilités. Puisque les enseignants sont en contact avec divers outils technologiques, il semble important de se familiariser avec ceux-ci, puis de se les approprier. Il est à noter que l'appropriation est considérée comme un processus continu plutôt que comme quelque chose qui commence puis se termine.

L'analyse de ce thème fait émerger cinq enjeux de formation répartis dans deux sous-thèmes :

- Dixième sous-thème : L'exploration d'outils technologiques en probabilités
    - Enjeu de formation nº 13 : Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités
    - Enjeu de formation nº 14 : (Faire) expérimenter un outil technologique pour en faire ressortir son potentiel pour l'enseignement des probabilités
    - Enjeu de formation nº 15 : Concevoir comment adapter à son contexte une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner
- Onzième sous-thème : L'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités
    - Enjeu de formation nº 16 : (Donner l'occasion de) s'appuyer sur ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement
    - Enjeu de formation nº 17 : (Donner l'occasion d') aller au-delà de ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement

Le dixième sous-thème rassemble des extraits dans lesquels les formés explorent des outils technologiques pour résoudre des problèmes de probabilités. Dans ces extraits, les formés explorent d'abord les outils en posture d'apprenant. Puis, ils envisagent leur potentiel en jugeant de leur pertinence pour soutenir leur enseignement et en les adaptant à leurs contextes d'enseignement respectifs. Le onzième sous-thème fait ressortir des exemples de ce que des formés intègrent dans leur enseignement des probabilités, alors qu'ils reprennent ce qui a été fait dans les rencontres ou qu'ils

poussent encore plus loin l'appropriation en allant au-delà des idées partagées lors des rencontres.

4.3.1 Le dixième sous-thème : L'exploration d'outils technologiques en probabilités

Le sous-thème de l'exploration d'outils technologiques en probabilités entre en jeu dans les discussions, alors qu'il est question d'expérimenter un nouvel outil technologique lors des rencontres dans l'optique de soutenir l'enseignement des probabilités. Lors de la préparation des rencontres, j'ai jugé important que les enseignants en formation commencent par explorer un outil technologique en position d'apprenant avant de discuter de son potentiel pour l'enseignement. Ainsi, un peu de temps est d'abord accordé aux participants pour expérimenter un nouvel outil technologique et ses fonctionnalités, puis pour décoder l'information qu'il produit. Les extraits qui suivent permettent de constater que les participants, en explorant des outils technologiques en probabilités, en viennent à juger si ceux-ci sont conviviaux et s'ils comportent des éléments jugés distrayants.

Ainsi, l'analyse de ce sous-thème fait ressortir trois enjeux de formation : juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités ; (faire) expérimenter un outil technologique dans un contexte de formation à l'enseignement des probabilités ; concevoir comment adapter à son contexte une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner.

4.3.1.1 L'enjeu de formation n° 13 : Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de l'exploration d'outils technologiques en probabilités, prend notamment la forme de problèmes qui surviennent dans les rencontres, alors qu'un simulateur n'est pas convivial pour tous les formés, qu'une capsule vidéo proposée par le formateur est jugée non pertinente par l'ensemble des formés, puis que la programmation soulève des difficultés non négligeables qui pourraient influencer la pertinence qu'on peut lui accorder. L'enjeu de formation prend aussi la forme d'un élément important à comprendre, évoqué par le formateur lors des rencontres, alors que j'insiste sur l'importance de réaliser qu'un simulateur génère des données pseudo-aléatoires pour en apprécier la pertinence pour soutenir l'enseignement des probabilités. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n° 1, 2, 3 et 4.

- Première rencontre

Lors de la première rencontre, les participants sont rapidement invités à explorer deux simulateurs de la situation probabiliste de Monty Hall (voir Figure 3.3), comme je l'ai mentionné précédemment. Un intérêt particulier se dessine pour le deuxième simulateur (voir Figure 3.3, à droite), comme le montre l'extrait suivant :

> Grace : C'est comme addictif de vouloir continuer.
>
> Alan : Hey, moi je suis 4 [gains] en 4 [parties], en tout cas, je voudrais juste dire que… [son langage non verbal laisse sous-entendre qu'il est chanceux]
>
> Grace : Bien moi je n'arrête pas de perdre !
>
> (Rencontre n° 1, Discussion de groupe)

Dans ce court extrait, on voit qu'Alan et Grace parviennent aisément à décoder les résultats produits par le simulateur dès leur première utilisation. En effet, ils constatent qu'une partie est gagnée ou perdue, alors qu'ils l'expriment clairement dès leurs premières parties. En adoptant naturellement une position de joueur, Grace souligne le côté captivant du simulateur (« addictif de vouloir continuer ») et Alan évoque avec humour ses quatre parties gagnées d'affilée. Après un certain temps, les réactions des participants suggèrent une forme d'engagement avec la situation, et ce, même si ceux-ci ne semblent pas nécessairement être dans une position d'apprenant de notions probabilistes. Cet engagement initial, qu'on pourrait vouloir associer entre autres à la convivialité de l'outil technologique, est un élément important du point de vue de l'appropriation dans le sens où les participants se familiarisent d'eux-mêmes avec l'outil pour être capables de jouer. La convivialité semble d'ailleurs être un facteur important lorsque les participants en viennent à juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités.

En guise de comparaison, pour le premier simulateur présenté précédemment (voir Figure 3.3, à gauche), il aura fallu que j'intervienne afin que les participants l'utilisent de manière relativement soutenue. Cette différence perçue entre les deux simulateurs pourrait s'expliquer du fait que les participants ont peut-être apprécié la pertinence du deuxième simulateur. Ils semblent particulièrement apprécier la convivialité de ce simulateur puisqu'il est plus facile d'utilisation, plus immédiat, plus ludique et plus intéressant visuellement. Peut-être aussi que l'expérimentation du premier simulateur, plus complexe que le deuxième, a permis aux participants de s'engager plus naturellement dans l'exploration du deuxième simulateur. La convivialité d'un outil technologique pourrait aussi être liée à un aspect visuel adéquat. Ainsi, un outil serait convivial si on trouve une harmonie entre la facilité de son utilisation et la pertinence ou la qualité de l'information qu'il produit versus la quantité d'information qu'il produit (voir enjeu de formation n^{o} 5).

Florence, tout comme Alan et Grace, explore le deuxième simulateur de Monty Hall en position d'apprenante. Elle avoue avoir « fait un peu n'importe quoi » en réalisant des essais sans séparer les deux stratégies (soit garder ou changer de porte). Elle prend conscience « que ça ne servait à rien » et que les résultats « ne donneront rien ». Cet outil technologique semble malgré tout pertinent pour Florence, qui envisage des façons d'y avoir recours avec ses élèves :

> Florence : Moi ce que je vois l'utilité de ça, c'est un coup que tu l'as expliquée [la situation de Monty Hall], un coup que tu l'as retravaillée, peut-être que tu dis « regarde, faisons-le, puis fais tes calculs si tu gardes tout le temps la même stratégie, qu'est-ce que tu vois ? ».
>
> CF : Ok.
>
> Florence : Moi, je le prendrais peut-être soit complètement à la fin pour appuyer [la probabilité de gagner en changeant de porte, soit] 2/3 où on arrive à l'expliquer ou au début complètement, justement séparer la classe au lieu de le faire avec les cartes, tu peux le faire là-dessus [avec le deuxième simulateur].
>
> (Rencontre n^{o} 1, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Florence partage sa réflexion alors qu'elle envisage deux moments possibles dans une séquence d'enseignement où le simulateur pourrait venir soutenir l'apprentissage des élèves : « au début » pour réaliser des essais avec le simulateur « au lieu de le faire avec les cartes » ou « à la fin pour appuyer » et « expliquer » la probabilité de gagner en changeant de porte (soit 2/3). En envisageant ces possibilités, Florence reconnait la pertinence d'utiliser le simulateur en classe à plus d'un moment et quel rôle lui donner le cas échéant. Aussi, elle expose des conditions qui lui semblent gagnantes.

Ces propositions de Florence ouvrent ensuite vers d'autres façons envisagées d'utiliser le simulateur, proposées par d'autres participants :

Déborah : Tu peux aussi l'utiliser [le deuxième simulateur] en ne disant rien au départ, puis tu les envoies [les élèves] là-dessus, puis c'est eux un moment donné… après ça tu ramènes ça, tu dis « puis, qu'est-ce que vous comprenez ? », puis avec les discussions, ça va finir par dire « bien, on dirait qu'il faudrait justement le séparer », ça fait que tu provoques que ce soit eux qui le disent et non pas toi. Puis, après ça tu dis « on sépare la classe en 2, vous autres vous faites ça, vous autres vous faites ça, puis on compile ».

Florence : Bonne idée.

CF : Moi je trouve ça intéressant en tout cas.

Émilie : Moi, j'aime ça, ça.

Alan : Ou bien, en équipes de 2, il y en a un [élève] qui fait une affaire [une stratégie] et l'autre [élève] qui fait l'autre [stratégie].

CF : Mais, ce que j'entends, c'est que, plutôt de leur dire dès le début « on sépare », c'est de faire ressortir le besoin qu'il faut séparer.

Déborah : Oui.

CF : Pour que vous voyiez que ça ne fonctionne pas si on compile ça ensemble.

(Rencontre n^{o} 1, Discussion de groupe)

Déborah propose ainsi de tenir compte des contraintes du simulateur pour ajuster ses interventions en classe et de laisser les élèves ressentir le besoin de fixer la stratégie au départ « en ne disant rien au départ ». L'idée évoquée par Florence dans l'extrait qui précède celui-ci, qui consiste à prévenir les élèves qu'il faut fixer la stratégie au départ (« si tu gardes tout le temps la même stratégie »), vise à éviter une éventuelle confusion chez les élèves en orientant la manière d'utiliser le simulateur. À l'opposé, Déborah propose de laisser les élèves prendre conscience, au moment de l'interprétation des résultats du simulateur, qu'il faut fixer la stratégie lors de la réalisation des essais. Cette proposition de Déborah diffère de l'intervention évoquée par Florence, qui pourrait priver l'apprenant d'une certaine activité mathématique

(voir enjeu de formation n^{o} 6), soit de réaliser par soi-même la nécessité de fixer la stratégie pour en évaluer la probabilité de gagner.

Ainsi, le simulateur peut être utilisé de diverses façons dans l'enseignement ; l'enseignant doit se l'approprier selon l'utilisation qui lui apparait la plus pertinente. Dans un contexte de formation continue, les enseignants peuvent être influencés par leurs pratiques déjà installées lorsqu'ils explorent des outils technologiques et qu'ils envisagent de les intégrer dans leur enseignement. Il semble donc important de développer en formation ce jugement critique sur son propre travail pour comprendre (ou amener les élèves à comprendre) que les essais d'une situation aléatoire doivent être réalisés dans les mêmes conditions pour pouvoir les compiler. Une discussion constructive comme celle des deux extraits précédents permet aux enseignants en formation de partager leurs idées, qui peuvent être validées par d'autres enseignants (alors que Florence, Émilie et moi validons les propos de Déborah). Elle permet aussi d'amener de nouvelles idées (comme celle d'Alan). Un tel partage peut ainsi soutenir l'appropriation des outils technologique des enseignants.

Il est à noter que, bien que les participants semblent explorer d'abord l'outil technologique pour eux-mêmes (ou encore en posture d'enseignant-mathématicien, au sens de Squalli, 2015), ils reprennent assez rapidement une posture d'enseignant dans laquelle ils envisagent les possibilités d'enseignement pour leurs élèves (il s'agirait alors d'une posture d'enseignant-enseignant ou peut-être même d'enseignant-didacticien-pédagogue, au sens de Squalli, 2015). D'ailleurs, dans une intention d'appropriation de l'outil technologique pour leur enseignement, certains participants demandent si le premier simulateur de la situation de Monty Hall (voir Figure 3.3, à gauche) pourrait être adapté afin de leur correspondre davantage. C'est le cas de Brian qui me demande assez tôt dans cette première rencontre : « Est-ce qu'on peut utiliser ce simulateur-là sans argent ?». Quand je lui demande pourquoi il

pose cette question, il répond « C'est plus le côté probabilité qui m'intéresse parce que l'espérance de gain dépend juste du montant qu'on mise ». Brian soutient ainsi qu'il veut cibler la probabilité de gagner qui est complexe dans la situation de Monty Hall et qui ne devrait donc pas être travaillée de concert avec l'espérance de gain. Ce court passage révèle que ce simulateur, dans sa forme actuelle, ne lui convient pas entièrement étant donné qu'il présente des informations qu'il préfèrerait ne pas aborder avec ses élèves. Dans le même sens, un peu plus tard dans la rencontre, Florence voudrait elle aussi cacher ces informations de ce même simulateur puisqu'elles ne lui semblent pas pertinentes pour des élèves du premier cycle du secondaire (12-14 ans). Il est donc possible que Brian et Florence craignent que ce simulateur, s'il devait être utilisé avec des élèves, présente des informations distrayantes et ne s'avère pas aussi pertinent que désiré.

› Deuxième rencontre

Dans la situation des bouteilles probabilistes (voir Figure 3.6), après que les participants aient réalisé quelques dizaines d'essais à l'aide des bouteilles lors de la deuxième rencontre, je propose de réaliser davantage d'essais à l'aide d'un simulateur (voir Figure 3.7) :

> CF : Donc là, ça amène l'idée d'en faire plus [d'essais]. Là vous me voyez venir, ça a été dit tantôt [alors qu'un participant anticipait qu'un simulateur serait utile], on pourrait… je vous encourage à aller voir l'adresse http://monurl.ca/simulateur4.
>
> Alan : On aime ça les simulateurs.
>
> [CF répète l'adresse du simulateur et les participants s'y rendent sur leur ordinateur portable (certains plus rapidement que d'autres). On entend rapidement des séries de clics où des participants commencent à générer des résultats avec le simulateur.]
>
> (Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, à la suite de ma proposition, Alan fait ressortir son intérêt envers les simulateurs (« On aime ça les simulateurs »), alors qu'il s'agit du quatrième simulateur expérimenté dans la recherche-formation. Tous les participants parviennent à s'engager rapidement avec le simulateur et commencent immédiatement à générer des résultats. Il s'agit là d'un signe suggérant que l'outil technologique est convivial et que les participants parviennent à l'explorer rapidement et facilement. Comme je l'ai analysé précédemment pour le deuxième simulateur, le premier réflexe des participants est encore ici de « jouer » avec le simulateur (de manière individuelle) en lui faisant produire des résultats de bouteilles virtuelles. Cependant, après que j'aie indiqué aux participants que les bouteilles qu'ils ont expérimentées ont les mêmes compositions respectives que les deux premiers types de bouteilles du simulateur, la discussion fait ressortir l'intérêt de certains participants pour comprendre l'outil technologique, l'information qu'il produit, ses possibilités, etc. :

Alan : Moi je les fais à coups de 100.

Déborah : Ah ok, c'est écrit en bas [les résultats des essais sont affichés au bas de l'écran].

Florence : Ah non, mais c'est parce que je veux essayer chacun des boutons pour voir comment ça marche, c'est pour ça.

Grace : Tu as dit que la [bouteille] beige c'était la [bouteille] 2 [dans le simulateur] ?

CF : Beige, c'est la [bouteille] 2.

[On entend des séries de tirages pendant à peine quelques secondes.]

Brian : Ça correspond.

CF : Ça correspond à ce que tu avais eu comme résultats ? Donc, la [bouteille avec un rapport] 4 pour 1.

Brian : Pour la [bouteille] 1 oui, pour la [bouteille] 2 aussi.

CF : Pour la [bouteille] 2 aussi.

Brian : Ça correspond.

> [On entend encore des séries de tirages, alors que les participants testent le simulateur.]
>
> (Rencontre n° 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Alan dit qu'il génère des résultats par échantillons de 100 essais avec le bouton « Tirer 100 fois ! », au lieu de 1 essai ou 10 essais à la fois, comme on peut le faire à l'aide des boutons « Tirer ! » et « Tirer 10 fois ! ». Remarquons que, ce faisant, Alan profite davantage de l'efficacité du simulateur par son pouvoir d'amplification (voir enjeu de formation n° 7). De son côté, Florence veut « essayer chacun des boutons pour voir comment ça marche », se plaçant donc dans une posture d'apprenante pour chercher à comprendre les diverses fonctionnalités du simulateur. Grace valide ensuite auprès de moi que la bouteille beige correspond bien à la bouteille 2 du simulateur. On peut penser qu'elle envisage de comparer les résultats des essais réalisés à l'aide des bouteilles avec ceux générés par le simulateur. Brian, en disant « ça correspond », semble quant à lui saisir cette idée, que je lui fais expliciter. Ce parallèle entre la situation expérimentée concrètement et ce que l'outil technologique génère virtuellement est également intéressant à souligner car il permet de comparer des échantillons de tailles modestes avec des échantillons de plus grandes tailles (voir enjeu de formation n° 1). Ici encore, l'engagement semble facilité par la convivialité de l'outil technologique : les participants qui explorent ce simulateur parviennent aisément à l'utiliser et à porter un jugement sur les résultats qu'il produit, ce qui manifeste sa pertinence.

› Troisième rencontre

En raison de leur engagement avec un simulateur, facilité par sa convivialité, les participants qui explorent un tel outil technologique décortiquent les fonctionnalités qui l'accompagnent et parviennent parfois à se l'approprier pour eux-mêmes s'ils le considèrent pertinent. L'attitude positive des participants envers les simulateurs

explorés témoigne de la pertinence qu'ils leur accordent pour l'enseignement des probabilités. Le fait qu'ils s'engagent dans l'exploration des simulateurs, qu'ils dévoilent leur intérêt, qu'ils en apprécient la convivialité et qu'ils prennent le temps d'en décortiquer les fonctionnalités signale une pertinence pour eux.

On peut d'ailleurs apprécier l'importance de cette facilité à utiliser l'outil en particulier dans les situations où les participants manifestent au contraire des difficultés ou expriment des réticences. C'est le cas par exemple d'Émilie dans la situation des rondelles (voir Figure 3.9) à la troisième rencontre. Ne sachant pas comment utiliser le simulateur proposé (voir Figure 3.10), elle me demande « Comment ça fonctionne ? ». Je dois alors la guider en lui expliquant qu'il faut appuyer sur le bouton « Piger ! » pour piger une rondelle et voir la couleur d'un côté, puis « Vérifier ! » pour constater la couleur de l'autre côté. Après quelques essais réalisés un par un avec le simulateur, Émilie affirme « Je pensais que ce serait visible un peu plus vite que ça ». Je lui conseille alors de cliquer sur lien « Tester des stratégies ! », qui permet de réaliser 100 essais à la fois (voir Figure 3.11). Étant donné qu'Émilie teste ensuite différentes stratégies sans en séparer les résultats, je lui indique que pour tester une autre stratégie il faut réinitialiser les résultats en cliquant sur le bouton « Remise à zéro ». On peut penser que l'outil n'est pas suffisamment convivial pour elle lorsqu'elle l'explore. Malgré ces difficultés, lorsqu'Émilie finit par bien utiliser le simulateur, elle affirme avec enthousiasme « C'est intéressant ! ». Ainsi, lors de cette exploration, même si le simulateur n'est pas suffisamment convivial pour permettre à Émilie de l'utiliser immédiatement de façon autonome, une fois son fonctionnement clarifié Émilie souligne sa pertinence. Il est alors possible de se demander si elle envisage d'avoir recours à ce simulateur avec ses élèves, étant donné les difficultés d'utilisation qu'elle a rencontrées lors de l'exploration, tout en considérant l'intérêt et la pertinence qu'elle porte par la suite envers ce simulateur. Il est à noter qu'Émilie est la seule participante à éprouver de

telles difficultés d'utilisation de ce simulateur, ce qui illustre comment un outil technologique peut être convivial pour un participant mais pas pour un autre.

Plus tard dans cette rencontre, je fais visionner aux participants une capsule vidéo de quelques minutes intitulée « Coup de foudre avec Monty Hall[90] ». La capsule vidéo aborde le concept d'expérience pseudo-aléatoire, en lien avec la situation de Monty Hall (que les participants ont travaillée dans la première rencontre), en expliquant avec quelques détours des phénomènes aléatoires que l'on retrouve dans la nature, comme la foudre. À la suite de l'exploration de cette capsule vidéo, la réaction des participants est sans équivoque :

> Grace : Je donne ça à un élève de deuxième ou première secondaire, ils ont…
>
> Déborah : Ils décrochent.
>
> Émilie : Tu les as perdus, tu les as perdus.
>
> Grace : Tu les as perdus.
>
> Brian : As-tu vraiment besoin de savoir qu'un nombre aléatoire vient de la foudre ? [son lange non verbal (soupir) fait signe que non].
>
> (Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, on voit que le premier réflexe de Grace, Déborah et Émilie est de signaler que selon eux la capsule vidéo ne serait pas une bonne ressource pour des élèves (« Ils décrochent », « Tu les as perdus ») du premier cycle du secondaire (12-14 ans). D'une part, on sent implicitement avec ceci un lien fort entre leur propre intérêt pour un outil et la pertinence qu'ils lui attribuent à l'utiliser en classe. D'autre part, on voit bien que la pertinence de l'outil technologique ne se limite pas à la simplicité à le faire fonctionner, mais concerne aussi la possibilité de donner du sens

[90] Source : https://www.youtube.com/watch?v=K-kUUg4gs1c

à ce qu'il propose. Ici, malgré l'évocation de la situation de Monty Hall, les participants soulignent la difficulté à mettre en lien ce que propose la capsule vidéo et les situations qu'ils ont expérimentées. En ce sens, l'importance d'une bonne correspondance entre l'outil technologique et la situation expérimentée aide peut-être aussi à expliquer la réaction des participants par rapport à cette capsule vidéo. De plus, en laissant comprendre qu'il n'est pas nécessaire de savoir qu'un nombre aléatoire vient de la foudre, Brian montre un désintérêt pour les fondements de ce qui est aléatoire, ce qui permettrait pourtant de distinguer ce qui est aléatoire de ce qui est pseudo-aléatoire et de ce qui est déterminé. Étant donné que ces distinctions ne sont pas à l'étude en mathématiques au secondaire selon le *Programme de formation de l'école québécoise* (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a), il est possible que les participants jugent que la vidéo n'est pas pertinente.

Les participants précisent plus tard les raisons pour lesquelles ils jugent la capsule vidéo non pertinente pour des élèves, soulignant la présence d'informations superflues ou non pertinentes (notamment lorsqu'il est question de la foudre). En tant que chercheur-formateur, je les relance ensuite pour savoir si cette capsule vidéo pourrait leur sembler pertinente dans d'autres considérations :

CF : Bien, là je n'avais même pas posé la question « Qu'est-ce qu'on en fait pour les élèves ? », ça fait que c'est sûr qu'il y a cette question-là de « Est-ce qu'on donnerait ça aux élèves ou non ? ». Est-ce que c'est un outil juste pour le prof ? Est-ce que si je trouve qu'il y a 5 minutes sur 6 qui sont bonnes, mais il y a 1 minute que [je n'aime pas]… est-ce que je laisse tomber à cause de ça ?

Grace : Mais même le pseudo-aléatoire…

CF : Ouais.

Émilie : Oui oui.

Grace : Je ne suis pas sûre que ça amène une grande compréhension des élèves.

Émilie : Non.

Grace : Je ne suis pas sûre qu'ils comprennent plus les probabilités en sachant qu'il y a des données pseudo-aléatoires dans les ordinateurs qui ont été programmés. En tout cas, au moins pour le premier cycle [du secondaire].

CF : Est-ce que vous aviez déjà entendu parler de ça « pseudo-aléatoire » ?

Émilie : Non, c'est la première fois que j'entendais ça personnellement.

[Les autres participants font « non » de la tête ou ne disent rien, ce qui suggère que c'est la première fois pour eux aussi.]

(Rencontre nº 3, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, je questionne les participants à savoir si cette capsule vidéo peut leur être utile pour faire évoluer leur propre pratique (sans y avoir recours avec les élèves). Grace et Émilie ne répondent pas vraiment à la question, revenant aussitôt sur les élèves. C'est comme s'ils cherchaient une application directe (pour les élèves) plutôt qu'indirecte (pour l'enseignant d'abord mais qui pourrait avoir des retombées éventuellement chez les élèves). De plus, Grace pense que de savoir qu'il y a des « données pseudo-aléatoires dans les ordinateurs » n'aide pas des élèves du premier cycle du secondaire (12-14 ans) à mieux comprendre les probabilités. Il semble que ce soit la première fois que les participants entendent parler d'expérience pseudo-aléatoire et aucun d'entre eux ne semble y voir d'intérêt. En lien avec le premier thème (*Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle*), les participants ne semblent pas considérer la distinction entre aléatoire, pseudo-aléatoire et déterminisme comme étant importante à développer, pas plus chez eux que chez les élèves. Pourtant, en tant que chercheur-formateur, je juge qu'il est pertinent de se questionner sur la façon dont les simulateurs génèrent des résultats, par la modélisation d'une expérience aléatoire, avant de leur attribuer notre confiance (voir enjeu de formation nº 8). En ce sens, il peut être pertinent de connaitre les fondements de ce qui est aléatoire, en comparant avec la façon dont les outils technologiques

génèrent des résultats pseudo-aléatoires. Cette prise de conscience du fonctionnement d'un générateur de résultats pseudo-aléatoires pourrait permettre de renforcer le jugement critique envers les outils technologiques. En effet, faire confiance aveuglément aux résultats générés par un simulateur sans les questionner pourrait révéler une limite au niveau de la compréhension de l'aléatoire.

Persuadé de la pertinence de la capsule vidéo, je tente alors de relancer la discussion. Je me réfère ainsi à un passage de la capsule vidéo qui explique que les générateurs de nombres pseudo-aléatoires des ordinateurs ont évolué :

> De qualité médiocre à ses débuts, ce carburant artificiel [les nombres pseudo-aléatoires générés des ordinateurs] est à présent si parfait qu'il est pratiquement équivalent au carburant d'origine naturelle. Le terme clé à retenir concernant ce carburant artificiel est pseudo-aléatoire. (https://www.youtube.com/watch?v=K-kUUg4gs1c, 5:56 à 6:09)

Ainsi, les simulateurs génèrent des résultats qui s'approchent maintenant de plus en plus à des résultats aléatoires étant donné la puissance accrue des outils technologiques. Toutefois, ce constat ne semble pas important aux yeux des participants :

Brian :	Selon moi, les élèves du secondaire n'ont pas besoin de savoir ça.
CF :	Puis pour vous ? Parce que moi ce n'est pas juste pour les élèves, c'est pour vous aussi. De savoir ça, est-ce que ça change quelque chose ?
Émilie :	Moi, je ne l'ai pas aimé. En temps normal, je n'utiliserais pas ça.
Brian :	Ça change ? Non, ça ne change rien.
Grace :	Ça ne m'a pas fait évoluer dans ma réflexion des probabilités.
Émilie :	Non, moi non plus. Moi non plus.

CF : Ok.

Émilie : Puis ça ne m'a pas rendu le Monty Hall plus facile pour autant.

Déborah : Non, assurément pas.

Émilie : J'aimais mieux la façon qu'on avait de l'expliquer avant.

Brian : Ouais, Monty Hall, il est comme complètement secondaire là-dedans. C'est plus la foudre.

[Plusieurs participants rient.]

Grace : C'est ça qu'on a retenu en tout cas.

CF : Bon.

Brian : Ça ne m'a pas intéressé.

CF : Ok.

(Rencontre n^{o} 3, Discussion de groupe)

Comme le mentionne Brian, cette réflexion ne lui apparait pas pertinente, du moins pas pour les élèves du secondaire. Je reviens à la charge en leur demandant si cette capsule vidéo leur apporte quelque chose à eux comme enseignants. Émilie répond aussitôt qu'elle n'a pas aimé et qu'elle n'utiliserait pas ça en temps normal, ce qui suggère qu'elle pense encore à ses élèves. De leur côté, Brian et Grace répondent en disant que ça ne leur permet pas d'évoluer dans leur réflexion en probabilités, en précisant ensuite qu'ils ont retenu que la capsule vidéo était sur la foudre. Il est vrai que la situation de Monty Hall n'occupe pas une place importante dans la capsule vidéo. Lorsqu'Émilie ajoute que ça ne l'a pas aidée non plus à mieux comprendre la situation de Monty Hall, ce qui est corroboré par Déborah, un autre argument justifie alors pourquoi un enseignant déciderait de rejeter cette capsule vidéo : l'explication fournie dans la capsule vidéo n'est pas aussi aidante et convaincante que les autres explications produites lors des rencontres précédentes de la recherche-formation. En fait, aucune explication théorique n'est fournie dans cette capsule vidéo ; on s'appuie plutôt sur l'approche fréquentielle pour observer qu'on gagne plus souvent en

changeant de porte qu'en la gardant, autant pour un échantillon de petite taille (15 essais) que pour un échantillon de grande taille (15 000 essais).

En rejetant cette capsule vidéo dans son ensemble, sous toute considération et sans en retirer quoi que ce soit, les participants nous informent d'une certaine façon de ce qu'ils jugent pertinent pour un outil technologique. L'affirmation d'Émilie (« ça ne m'a pas rendu le Monty Hall plus facile pour autant ») pourrait également être interprétée au sens où, ce qui est pertinent, c'est ce qui rend « plus facile » pour l'enseignement. Il n'y a pourtant pas que le « plus facile » qu'on devrait chercher pour soutenir l'enseignement, mais aussi le « plus profond » ou encore le « autrement ». Cette tension entre ce que les participants jugent pertinent et ce que le formateur juge pertinent soulève un élément qui semble important à considérer dans la formation.

› Quatrième rencontre

Lors de la quatrième rencontre, l'appropriation par les participants d'un nouvel outil technologique — le langage de programmation *Scratch* — se fait plutôt difficilement par les participants. Grace et Émilie, par exemple, n'y parviennent pas seules. Avec l'aide du deuxième chercheur-formateur, elles cherchent à programmer un simulateur de marche aléatoire (voir Figure 3.13). Il s'agit pour ces participantes d'une première exploration de la programmation et elles n'ont jamais conçu de simulateur auparavant. Elles sont alors confrontées à la façon de simuler un choix aléatoire dans leur programme *Scratch* :

> Émilie : Si j'ai pile, je veux que ça me donne +1 et si j'ai face je veux que ça me donne -1. Ça veut dire que je prends ça, si c'est pile, ça va être +1… je pourrais mettre pile ici [pour la condition]… on ne peut pas rien mettre… pile… c'est quoi qu'on allait mettre là ?

Grace : Bien, on avait mis un nombre aléatoire entre 1 et 6, quand c'était le dé [dans le devoir proposé par CF pour se préparer à cette rencontre].

Émilie : Ouais.

Grace : Celui-là on l'avait mis… il existait, mais là on ne veut pas un nombre aléatoire.

Émilie : On veut pile ou face. Si c'est pile je vais avoir +1 et si c'est face je vais avoir -1.

CF2 : Ça fait que là, comment on ferait pour déterminer… la seule façon qu'on a dans *Scratch* d'avoir du hasard, c'est de prendre ce bloc de nombre aléatoire.

Émilie : Ok.

Grace : Donc 1 et 2. Donc, on va dire que 1 c'est pile, puis 2 c'est face.

Émilie : Ça veut dire qu'il faut que j'enlève ça.

Grace : C'est cela qu'il faut faire [en s'adressant à CF2] ?

CF2 : On peut faire comme ça. En fait, au fond, tu peux le changer 1 et 10. C'est ça, tu peux mettre 0 et 1 ou tu peux mettre 1 et 2… ou tu pourrais même j'imagine [générer un nombre] entre 1 et 10 et trouver une façon de le couper en deux, mais ça c'est ce qui va te donner ton nombre aléatoire.

(Rencontre n^{o} 4, Discussion en équipe)

L'aspect d'opacité a déjà été évoqué par rapport à cet extrait (voir septième sous-thème), mais ce qui retient l'attention en ce qui concerne l'exploration d'outils technologiques en probabilités est l'absence de repère pour ces participants quant à la programmation. L'accompagnement du formateur semble alors nécessaire pour les pister sur l'utilisation du bloc « nombre aléatoire ». Avec cette aide, Grace comprend qu'il y a deux choix et qu'elle peut donc choisir les nombres naturels 1 ou 2. On voit toutefois qu'elle hésite, car elle demande la validation du chercheur-formateur. Ce dernier valide alors son idée, mais il ouvre sur plusieurs possibilités pour faire un choix en scindant en deux une série de nombres. Il est donc possible de faire générer un nombre parmi deux (par exemple 0 et 1), puis d'attribuer un de ces nombres à pile

(par exemple 0) et l'autre à face (par exemple 1). Tel que sous-entendu par le deuxième chercheur-formateur (CF2 : « Tu pourrais même j'imagine [générer un nombre] entre 1 et 10 et trouver une façon de le couper en deux »), une autre façon de respecter le rapport de ½ serait de faire générer un nombre parmi dix (par exemple les nombres 1 à 10, inclusivement), puis d'attribuer cinq de ces nombres à pile (par exemple 1 à 5) et les autres à face (par exemple 6 à 10).

Malgré quelques difficultés des participants à s'approprier le langage de programmation *Scratch*, chaque équipe est parvenue, avec l'accompagnement des deux chercheurs-formateurs, dans un temps très raisonnable (environ 75 minutes) à concevoir un simulateur pour reproduire le fonctionnement d'une marche aléatoire. Lors du retour en groupe, Émilie semble reconnaitre la pertinence de la programmation pour l'apprentissage des élèves (Émilie : « Mais, en tout cas, j'aime ça parce que des petits défis comme ça pour les élèves ça serait très très bien »). Même si on ne sait pas exactement ce qu'elle apprécie ici, Émilie sous-entend que cette exploration de la programmation l'amène à envisager d'expérimenter une telle situation avec ses élèves.

De son côté, Grace avoue aux autres participants qu'elle a été déstabilisée au départ par cette tâche de programmation : « Mais on s'entend qu'on ne savait pas trop ce qu'on allait faire quand tu nous as donné tantôt la feuille [de la situation de la marche aléatoire]. On se regardait en disant "Hein ?!?" [pour exprimer une interrogation] ». Grace n'est toutefois pas la seule à exprimer des difficultés quant au recours à la programmation. En effet, Émilie est l'une des personnes ayant besoin d'aide à plusieurs moments dans cette rencontre, sur le plan technologique. On peut voir qu'elle se sent limitée car elle a une idée de ce qu'elle veut accomplir sans savoir comment y parvenir au niveau de l'application technologique.

De telles difficultés peuvent amener les participants à mettre en doute la pertinence de la programmation pour soutenir leur enseignement. En ce sens, l'accompagnement du formateur est d'autant plus important lorsque les participants jugent que l'outil technologique exploré n'est pas aussi convivial que souhaité. Il faut mentionner que le défi est plus grand sur le plan technologique pour cette rencontre que pour les rencontres précédentes. En effet, l'appropriation d'un langage de programmation amène diverses difficultés[91]. La conception d'un simulateur amène des défis supplémentaires par rapport à l'utilisation d'un simulateur déjà programmé où il y a seulement quelques boutons sur lesquels on peut cliquer[92]. Pour cette rencontre, le deuxième chercheur-formateur et moi avions choisi de soutenir les participants en leur montrant les fonctionnalités spécifiques de programmation au moment où ils en ont besoin. Ce mode d'accompagnement selon le besoin qui émerge au fur et à mesure est différent de celui qui aurait consisté à anticiper tous les besoins des formés à l'avance et à leur montrer toutes les fonctionnalités jugées utiles avant qu'ils expérimentent. Le choix que j'ai fait vise à favoriser l'engagement des formés en les mettant dans l'action rapidement et en répondant à leurs besoins au fur et à mesure.

En lien avec l'exploration d'outils technologique en probabilités, l'analyse de ces extraits fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités* ». Cet enjeu de formation est lié à un enjeu d'enseignement où l'enseignant fait face à une multitude de facteurs qui l'influencent à juger de la pertinence d'un outil technologique, ce qui peut le mener ou non à l'utiliser pour enseigner les probabilités. Parmi ces facteurs, la convivialité de l'outil

[91] Toutefois, étant donné que *Scratch* fonctionne par programmation visuelle, c'est-à-dire par l'imbrication de blocs, on doit beaucoup moins se soucier de la syntaxe que dans d'autres langages de programmation.

[92] Cet aspect est traité de façon plus détaillée dans le cadre d'un autre texte (Thibault, 2016).

technologique, en ce qui a trait à son utilisation et au décodage de l'information qu'il produit, peut s'avérer déterminante pour juger de sa pertinence. Par exemple, tous les participants semblent apprécier la convivialité du deuxième simulateur de Monty Hall et du simulateur des bouteilles, ce qui favorise leur appropriation de ces outils technologiques. Il convient toutefois de rappeler qu'un outil technologique peut parfois être jugé convivial par une personne mais pas par une autre, comme c'est le cas pour Émilie avec le simulateur des rondelles. De plus, des difficultés liées au langage de programmation *Scratch* apportent certaines résistances de la part des participants, ce qui rend l'appropriation plus ardue. Lorsque les formés explorent des outils technologiques, ils ont l'occasion de faire ressortir des facteurs qui expliquent pourquoi l'un peut être pertinent, mais pas l'autre. Le formateur peut alors enrichir cette appropriation par des relances et des questionnements, mais peut aussi soulever explicitement la pertinence d'un outil technologique s'il le juge nécessaire. Pour surmonter quelques difficultés et favoriser l'engagement des formés lorsqu'ils explorent un outil technologique qui est jugé pertinent par le formateur, l'accompagnement de celui-ci est important. Par exemple, il convient de rappeler l'accompagnement du deuxième chercheur-formateur qui aide Grace et Émilie à poursuivre leur tâche et à concevoir un simulateur de marche aléatoire dans *Scratch*.

Un autre facteur permettant de juger de la pertinence d'un outil technologique serait la présence d'éléments considérés distrayants par les formés. En ce sens, Brian et Florence voudraient enlever certaines informations fournies par simulateur de Monty Hall puisqu'ils les jugent non pertinentes pour leurs élèves. Cette réaction n'est pas sans rappeler la situation vécue avec la capsule vidéo ; les participants l'avaient alors rejetée, expliquant que le passage concernant la foudre faisait faire un détour non désiré. Du point de vue du formateur, il s'agit aussi d'un enjeu car il doit choisir un nombre limité d'outils technologiques à explorer, sachant qu'on ne peut pas tous les retenir. Le formateur peut ainsi tenter d'anticiper ce qui serait pertinent pour les

formés en choisissant les outils qu'il fait explorer, mais il peut se tromper (comme c'est le cas avec la capsule vidéo), ce qui peut amener des tensions. Le formateur peut aussi renforcer le jugement critique des formés lorsqu'ils jugent de la pertinence d'un outil technologique. Par exemple, j'avais comme intention de faire prendre conscience aux formés du fonctionnement d'un générateur de résultats pseudo-aléatoires par le visionnement de la capsule vidéo. Je voulais donc qu'ils soient critiques par rapport aux résultats d'un simulateur, mais leur jugement critique a plutôt porté sur la capsule vidéo elle-même, en particulier sur l'élément de la foudre (jugé non pertinent). À plusieurs autres moments dans la recherche-formation, les participants sont critiques envers les outils technologiques, peut-être parce que je les amène à faire ressortir leurs apports tout comme leurs limites (voir deuxième thème). Cette vigilance découlant du jugement critique semble souhaitable à développer dans un contexte de formation afin de juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités.

Lors de la quatrième rencontre, Florence affirme que même si elle arrivait à bien comprendre la programmation par *Scratch* (mais elle précise à plusieurs occasions que ce n'est pas le cas), elle aurait toutefois des réticences à l'intégrer en classe à court terme, par manque de compétence de sa part (Florence : « Je n'amènerais pas mes élèves demain là-dedans… je ne me sens pas assez compétente pour les amener là-dedans »). En jugeant qu'elle n'est pas assez compétente pour amener ses élèves à programmer, Florence fait preuve de réserve par rapport à ses capacités instrumentales. Cela laisse présager qu'un enseignant doit se sentir assez compétent à utiliser un outil technologique pour pouvoir l'intégrer dans son enseignement de façon pertinente. Dans un contexte de formation, l'appropriation d'un outil technologique par l'enseignant joue donc un rôle primordial. En effet, si un outil technologique n'est pas utilisé facilement par l'enseignant lors de l'exploration en formation, on suppose que l'intégration à son enseignement (qui fait l'objet du

prochain sous-thème) est difficilement envisageable. Afin de juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités, il faut toutefois expérimenter ces ressources, ce qui mène à un autre enjeu de formation.

4.3.1.2 L'enjeu de formation n^{o} 14 : (Faire) expérimenter un outil technologique pour en faire ressortir son potentiel pour l'enseignement des probabilités

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de l'exploration d'outils technologiques en probabilités, prend la forme d'un élément important à faire, évoqué par une participante lors des rencontres. En effet, Déborah souligne l'importance d'expérimenter elle-même un outil technologique dans un contexte de formation, de manière à explorer le potentiel de l'outil, de discuter des conditions gagnantes avec des collègues afin de se l'approprier, puis d'envisager de l'intégrer dans son enseignement. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 2 et 5.

- Deuxième rencontre

Dans la deuxième rencontre, Déborah explique que l'expérimentation du simulateur de la bouteille probabiliste (voir Figure 3.7) devrait être précédée par une utilisation du matériel concret :

> Déborah : Bien, moi je suis en train de réfléchir […], c'est vraiment pertinent de le faire comme ça [directement avec la bouteille, elle la retourne dans sa main] avant d'avoir recours au simulateur.
>
> CF : Pourquoi ?

> Déborah : Bien, je reviens un peu comme l'autre fois finalement pour mes élèves avec les enveloppes : on dirait que sur le simulateur ils [n'y arrivent pas s'ils n'ont pas manipulé les enveloppes]… mais s'ils l'ont fait concrètement ils vont encore plus comprendre ce qu'ils voient [avec le simulateur] puis ils vont être encore plus capables de l'interpréter.
>
> Brian : Ils vont peut-être plus le croire aussi.
>
> Déborah : Aussi, oui, oui, oui.
>
> (Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Déborah fait ressortir la pertinence d'utiliser du matériel concret dans cette situation probabiliste pour que le simulateur qui l'accompagne soit encore plus pertinent par la suite (voir enjeu de formation n^{o} 13). Elle soutient ainsi l'importance de réaliser des essais concrètement avec la bouteille avant d'en générer virtuellement des résultats avec le simulateur, pour que les élèves puissent « comprendre ce qu'ils voient [avec le simulateur] puis […] être encore plus capables de l'interpréter ». Brian abonde dans le même sens en ajoutant que les élèves pourraient être plus portés à faire confiance aux résultats s'ils ont d'abord été obtenus avec du matériel concret.

Il faut préciser ici que Déborah a déjà expérimenté dans le passé la situation de Monty Hall avec ses élèves. Tel qu'elle nous le raconte lors de la première rencontre, Déborah avait alors utilisé des enveloppes (pour représenter les trois portes) afin d'expliquer aux élèves le fonctionnement du jeu et les stratégies possibles. Elle confie que, lorsqu'est venu le temps pour les élèves d'utiliser le simulateur (le même que le premier simulateur expérimenté dans la recherche-formation, voir Figure 3.3 à gauche), ils ne savaient pas trop comment s'en servir et ne comprenaient pas vraiment ce qu'il fallait faire. Déborah a alors remarqué que le fait de faire expérimenter les élèves (en leur expliquant individuellement le fonctionnement du jeu, alors qu'ils pouvaient manipuler les enveloppes) leur a permis de mieux comprendre la tâche et

ensuite d'avoir recours efficacement au simulateur. Cette enseignante a donc réalisé l'importance de réunir certaines conditions avant de proposer aux élèves d'utiliser le simulateur, afin d'en faire ressortir son potentiel. L'une de ces conditions semble être d'offrir à l'apprenant la possibilité d'expérimenter la situation par la manipulation du matériel concret. Cette expérience de Déborah, nourrie par la rétroaction de ses élèves, l'amène à s'approprier le simulateur afin qu'il soit utilisé plus efficacement.

En tant que chercheur-formateur, je relance alors les participants quant à cette idée d'utiliser le matériel concret avant d'avoir recours au simulateur :

CF : Je trouve ça intéressant la question « Est-ce qu'on utilise le matériel concret avant d'utiliser le simulateur ? ». Là, toi [Déborah] tu as dit « Oui, moi je pense que ça vaut la peine ».

Déborah : Moi oui.

Christian : C'est sûr.

CF : Brian semblait dire oui aussi.

Brian : Oui.

CF : Parce qu'ils vont plus le croire que tu disais.

Brian : Ouais, j'utiliserais lui [il pointe le simulateur des bouteilles qui est projeté à la vue de tous] pour les grands nombres, lui [il pointe son propre écran, sans qu'on puisse voir de quel simulateur il s'agit] pour… bien les assez grands nombres aussi.

CF : Ok.

Grace : Mais pour voir l'importance aussi de le faire plusieurs fois.

Brian : Oui.

Grace : Parce que ça [l'expérimentation avec les bouteilles], ça peut être très utile aussi dépendamment de ton intention.

CF : Ouais.

Grace : Si ton intention est de montrer comme on l'a fait avec les [bouteilles] beiges, on en a 100 on est correct… bien, on a

> bien vu qu'on n'en avait pas assez pour être capable de porter un vrai jugement.
>
> (Rencontre n° 2, Discussion de groupe)

Ma relance permet à Christian et à Grace d'abonder dans le même sens que Déborah et Brian, c'est-à-dire de se porter en faveur d'une expérimentation à l'aide de matériel concret avant d'avoir recours à un simulateur. Grace ajoute en effet qu'il est important de réaliser des essais d'abord concrètement avant d'utiliser le simulateur « pour voir l'importance aussi de le faire plusieurs fois » (au sens d'un grand nombre d'essais) avec un simulateur, car même en réalisant 100 essais avec les bouteilles « on a bien vu qu'on n'en avait pas assez pour être capable de porter un vrai jugement ». Par cette remarque, il semble que le fait d'avoir expérimenté la situation des bouteilles probabilistes lors de la recherche-formation (Grace : « comme on l'a fait ») a permis aux participants de faire quelques constats. Un de ces constats est que, lors de la réalisation d'essais avec les bouteilles, même 100 essais peuvent ne pas être suffisants pour inférer une probabilité avec confiance (voir enjeu de formation n° 3), alors le simulateur devient très utile par son pouvoir d'amplification (voir enjeu de formation n° 7). Grace soulève aussi l'importance de l'intention à cibler pour avoir recours à du matériel ou à un simulateur (voir enjeu de formation n° 11).

Comme je l'ai décrit dans la préparation de la deuxième séance de formation (voir sous-section 3.3.2), la richesse de la situation des bouteilles probabilistes a été reconnue par plusieurs chercheurs (Brousseau, 2009 ; Carranza, 2009 ; Martin, 2008, 2014 ; Martin et Mai Huy, 2015 ; Martin et Theis, 2009, 2011, 2016 ; Parzysz, 2019 ; Thibault et Martin, 2016 ; Vu Nhu, 2009). Toutefois, une situation peut être qualifiée de riche par des chercheurs sans que des enseignants y voient naturellement un potentiel pour la classe. Ainsi, il semble important de faire vivre cette situation à des enseignants en formation pour qu'ils l'expérimentent et jugent comment elle pourrait

être exploitée pour en apprécier le potentiel. Cet extrait présente d'ailleurs la réflexion de Déborah à ce sujet :

> Déborah : On se sent, pour la plupart je pense, démunis en probabilités. On ne sait pas [quoi faire] et c'est justement par des expériences comme ça… Grace m'en avait déjà parlé de [la situation de la bouteille probabiliste]. Je ne peux pas dire que j'avais bien accroché… je l'avais notée quelque part dans ma tête, mais aujourd'hui je l'ai fait et, en plus du simulateur, je viens de trouver une période ! J'ai une période en secondaire deux au complet, c'est réglé. C'est sûr que c'est ça, puis je vais monter un document avec [cette situation], mais tant que tu ne l'as pas vécue justement… vu qu'on n'a jamais vécu ça en tant qu'élève, qu'on n'a pas vu grand monde faire ça dans leur classe non plus, bien des fois on ne sait juste pas quoi faire. Ils me parlent de toutes les affaires de programmation, je [trouve que ça a l'air intéressant] mais je ne l'ai pas fait. C'est insécurisant parce que je ne connais pas.
>
> Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe

Déborah répète un constat qui a été mentionné plusieurs fois dans la recherche-formation, soit que des enseignants se sentent « démunis en probabilités ». Elle avoue que Grace lui avait déjà proposé la situation de la bouteille probabiliste mais qu'elle n'avait pas « accroché » et donc qu'elle ne l'avait pas intégrée dans son enseignement. Par contre, après l'avoir expérimentée dans une séance de formation, cette enseignante semble maintenant convaincue de la pertinence de l'intégrer dans son enseignement avec ses élèves de deuxième secondaire (13-14 ans). Cette exploration de la situation dans un contexte de formation lui permet donc de s'approprier cette situation des bouteilles probabilistes ainsi que le simulateur qui l'accompagne. Cette opportunité amène ainsi Déborah à envisager d'intégrer cette situation dans son enseignement, en lui donnant un exemple concret d'utilisation, alors que c'était difficilement envisageable précédemment puisqu'elle n'avait pas de référent (Déborah : « tant que tu ne l'as pas vécue justement… vu qu'on n'a jamais

vécu ça en tant qu'élève, qu'on n'a pas vu grand monde faire ça dans leur classe non plus, bien des fois on ne sait juste pas quoi faire »).

De façon similaire, cette enseignante perçoit un intérêt envers la programmation, mais elle ne semble pas prête à l'intégrer dans son enseignement tant qu'elle ne l'a pas d'abord expérimentée (Déborah : « je ne l'ai pas fait. C'est insécurisant parce que je ne connais pas »). En ce sens, l'exploration en formation est donc une occasion de fournir un référent aux formés quant au recours à des situations et outils technologiques afin d'en faire ressortir son potentiel pour l'enseignement des probabilités. L'enseignant peut ensuite juger si cette expérimentation est suffisamment riche pour envisager d'intégrer ces situations et outils technologiques dans son enseignement.

› Cinquième rencontre

Lors du bilan de la cinquième et dernière rencontre, Déborah explique que les rencontres de formation l'ont convaincue de l'intérêt de faire utiliser des simulateurs par l'élève lui-même :

> Déborah : Les échanges qu'on a eus entre autres par rapport au simulateur : je l'utilise comment, pourquoi, dans quel but, est-ce que c'est le prof qui l'utilise, l'élève qui l'utilise, de quelle façon…
>
> CF : Oui.
>
> Déborah : On avait eu une discussion là-dessus.
>
> CF : Oui.
>
> Déborah : Ça m'a alimentée beaucoup parce que j'avais un problème : c'était juste moi qui l'utilisais dans la vie le simulateur. Je ne l'utilisais pas tant que ça, puis quand je l'utilisais, c'était moi. Là j'ai vu le potentiel que l'élève l'utilise lui-même puis comment faire. Je pense que, en fait, c'est en étant nous

> l'élève un peu ici que j'ai compris à quel point l'élève ça peut être pertinent que ce soit lui qui le manipule finalement lui aussi.
>
> (Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

À la suite des échanges concernant les façons d'utiliser les simulateurs pour enseigner les probabilités, Déborah est convaincue de l'intérêt de modifier son enseignement pour amener l'élève à manipuler le simulateur. Elle voit un apport à ce que l'élève expérimente lui-même le simulateur, faisant ainsi ressortir un enjeu d'enseignement. En ce sens, cette enseignante envisage d'offrir aux élèves de jouer un rôle différent en leur permettant de participer activement et d'interagir avec le matériel. Ce changement s'appuie sur une réflexion alimentée par la formation, où il a été question de l'utilisation du simulateur en se penchant sur le qui, le pourquoi et le comment.

Il convient de rappeler que, dans ce contexte de recherche-formation, les enseignants ont été amenés à se placer d'abord comme apprenants pour réaliser des tâches avant de les analyser pour l'enseignement des probabilités. En ce sens, un tel contexte contribue, selon Déborah, à mieux considérer la posture de l'élève par la suite (Déborah : « Je pense que, en fait, c'est en étant nous l'élève un peu ici que j'ai compris à quel point l'élève ça peut être pertinent que ce soit lui qui le manipule finalement lui aussi »). Alors que les participants sont placés en posture d'apprenants pour expérimenter des outils technologiques dans des situations probabilistes, leur appropriation pourrait être favorisée.

L'analyse de ces extraits fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *(faire) expérimenter un outil technologique dans un contexte de formation à l'enseignement des probabilités*. Il s'agit d'un enjeu de formation au sens où Déborah souligne l'importance du contexte de formation qui amène à expérimenter un outil technologique de manière à en faire

ressortir son potentiel. Le fait d'explorer des outils technologiques individuellement et de les analyser collectivement favorise ainsi l'appropriation pour des formés. Du côté du formateur, toutefois, il n'est pas toujours simple de faire expérimenter un outil technologique aux formés de manière à offrir une expérience riche qui favorise le questionnement, la discussion et les relances.

Toujours en lien avec l'exploration, l'expérimentation d'une situation probabiliste et d'outils technologiques pourrait ne pas suffire, par exemple s'il s'avère nécessaire de les adapter à son contexte, ce qui mène à un autre enjeu de formation.

4.3.1.3 L'enjeu de formation n^{o} 15 : Concevoir comment adapter à son contexte une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de l'exploration d'outils technologiques en probabilités, prend notamment la forme d'un élément important à faire, évoqué par des formés lors des rencontres, alors qu'ils expriment le besoin que les séances de formation offrent l'occasion d'adapter des situations probabilistes (et des outils technologiques pour les accompagner). L'enjeu de formation prend aussi la forme d'un problème qui survient dans les rencontres, alors qu'une tension subsiste entre mon intention de proposer une situation générale qui n'est pas reliée à un niveau scolaire spécifique et les attentes des formés que la situation soit adaptée à leur contexte d'enseignement en particulier. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 2 et 5.

› Deuxième rencontre

Au début de la deuxième rencontre, je demande aux participants ce qu'ils ont retenu de la première rencontre :

> Brian : Bien, j'ai retenu des situations intéressantes, comme Monty Hall, qui finalement pourraient être abordées même avec des élèves de CST [la séquence Culture, société et technique]. C'est pas mal ça que j'ai retenu. […] Bien les dés aussi, c'est quelque chose d'assez simple qui pourrait être abordé avec des élèves de 5 [cinquième secondaire]. Puis, moi j'en ai profité aussi pour trouver d'autres outils technologiques pour d'autres situations qu'on étudie en 5 [cinquième secondaire] puis qu'on n'a jamais. J'ai trouvé un diagramme de Venn, mais… en tout cas il y a de quoi à faire avec ça. C'est programmé sur GeoGebra puis je pense qu'on pourrait l'adapter. Il faudrait prendre quelques heures peut-être pour ajouter des curseurs puis on pourrait calculer plein de probabilités conditionnelles.
>
> (Rencontre nº 2, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Brian mentionne les deux situations explorées lors de la première rencontre (situations de Monty Hall et des dés, voir Figure 3.2 et Figure 3.4), mais sans expliquer précisément son intérêt envers ces situations. Il semble apprécier que ces situations puissent « être abordées même avec des élèves de CST [la séquence *Culture, société et technique*] », c'est-à-dire dans son contexte d'enseignement. Brian relève aussi la simplicité de ces situations (« c'est quelque chose d'assez simple ») et il nous informe qu'il envisage d'avoir recours à ces situations avec ses élèves. On peut remarquer qu'il retient d'abord les situations explorées durant la rencontre précédente, puis qu'il cherche à s'approprier de nouveaux outils technologiques. D'ailleurs, il convient de rappeler que le premier devoir qui était suggéré aux participants, en préparation de cette deuxième rencontre, consistait à explorer des

ressources technologiques existantes, parmi les ressources auxquelles les participants ont accès (manuel scolaire, exerciseurs en ligne, sites Web, etc.).

De son côté, Brian a choisi d'explorer des outils technologiques pour en trouver qui sont pertinents (voir enjeu de formation nº 13) et qui répondent à une intention ciblée (voir enjeu de formation nº 11). En effet, cet enseignant déclare avoir approfondi ses fouilles dans l'intention de trouver d'autres outils technologiques en probabilités qui pourraient être utiles à son niveau d'enseignement, pour travailler les probabilités conditionnelles avec ses élèves en cinquième secondaire (16-17 ans). En ce sens, son exploration lui permet de trouver « un diagramme de Venn […] programmé sur GeoGebra », qui offre un potentiel qu'il juge intéressant. Brian suggère qu'il faudrait néanmoins adapter à ses besoins cet outil technologique (« je pense qu'on pourrait l'adapter »), tout en étant conscient de la contrainte de temps à investir pour parvenir à ses fins (« Il faudrait prendre quelques heures peut-être pour ajouter des curseurs puis on pourrait calculer plein de probabilités conditionnelles »).

Cette possibilité d'adaptation proposée par Brian ne passe pas inaperçue et Alan appuie vivement cette idée et la bonifie : une intention plus spécifique est alors ciblée par Alan, soit que l'outil technologique puisse donner un sens au calcul de probabilités conditionnelles. À cet effet, Alan mène une discussion que d'autres participants (particulièrement les participants qui enseignent les probabilités conditionnelles, au deuxième cycle du secondaire, c'est-à-dire avec des élèves de 14-17 ans) viennent aussi enrichir par leurs propositions, afin d'étayer davantage les adaptations souhaitées. Par exemple, certains proposent que ce soit un diagramme de Venn à trois ensembles et qu'il y ait une série de glissières pour paramétrer le nombre d'éléments dans chaque zone de ces ensembles. Alan insiste sur le fait que le calcul de probabilités conditionnelles devrait se faire à l'aide d'un appui visuel, par exemple l'utilisation de couleurs pour qu'on puisse bien repérer d'où proviennent les nombres

du numérateur et du dénominateur dans ce calcul. Toutes ces propositions d'adaptations sont notées par Alan, puis transmises par la suite à un collègue (extérieur au groupe de recherche-formation) « expert » de *Geogebra* afin qu'il programme l'outil technologique souhaité. Cet outil adapté sera d'ailleurs présenté aux participants lors de la troisième rencontre, afin qu'ils puissent l'explorer et juger de sa pertinence (voir enjeu de formation n^{o} 13) par rapport à l'intention ciblée (voir enjeu de formation n^{o} 11). Cette exploration mènera à une discussion riche.

Ainsi, un participant a simplement proposé un outil technologique comme point de départ, ce qui a permis de mettre en place une discussion riche qui a fait ressortir des adaptations souhaitées en cohérence avec une intention ciblée. On peut alors se demander ce qui guide l'adaptation d'un outil technologique pour l'enseignement. Est-ce que l'adaptation est notamment guidée par un souci de cohérence par rapport au contexte d'enseignement des participants, où on souhaite un niveau de difficulté adéquat pour leurs élèves et de manière à travailler des notions probabilistes conformes au *Programme de formation de l'école québécoise* en mathématiques au secondaire (Gouvernement du Québec, 2006, 2016a) ?

En ce qui concerne l'adaptation de situations probabilistes, j'énonce la possibilité que celles expérimentées lors des rencontres soient adaptées au besoin :

> CF : Donc autant Monty Hall que l'autre situation [des dés], on avait vu deux situations où j'avais dit que c'était mon intention de ne pas les relier à un niveau scolaire figé, parce qu'autour de la table vous n'enseignez pas au même niveau scolaire. Donc, comme je disais, il y a des appropriations qu'on peut faire [par rapport aux situations probabilistes]. On a parlé de plein de prolongements aussi qui peuvent les rendre plus complexes. Donc, il y a possibilité d'adapter un peu, selon nos intentions et les concepts qu'on cible.
>
> (Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Ce court extrait explicite une de mes intentions au moment de sélectionner les situations sur lesquelles travailler avec les participants, qui m'a amené à faire un choix : « ne pas les relier à un niveau scolaire figé, parce [que les participants n'enseignent] pas au même niveau scolaire ». Ce choix s'appuie sur les fondements de la recherche-formation qui doit répondre à la fois à des besoins de recherche et des besoins de formation. Si j'avais demandé aux participants de travailler quelques heures sur une situation du premier cycle du secondaire alors que certains d'entre eux n'enseignent qu'au deuxième cycle, ces derniers auraient pu avoir l'impression de perdre leur temps puisque cela n'aurait pas répondu à un besoin direct pour leur enseignement. Ainsi, afin que chaque participant y trouve son compte, j'ai sélectionné des situations suffisamment riches pour pouvoir être adaptées à divers niveaux scolaires (voir section 3.3).

Dans l'extrait précédent, j'évoque qu'« il y a des appropriations qu'on peut faire [par rapport aux situations probabilistes, puis] plein de prolongements aussi qui peuvent les rendre plus complexes », ce qui invite les participants à adapter les situations selon leur contexte d'enseignement, puis « selon [leurs] intentions et les concepts » ciblés. Donc, je rappelle en quelque sorte les conditions de la recherche-formation, en laissant entendre que chacun peut s'approprier les situations probabilistes en les adaptant selon le niveau scolaire enseigné. Il est à noter que dans le contexte de cette formation continue, *adapter* signifie partir d'une ressource qui est proposée. En effet, je ne demande pas aux participants de concevoir une situation probabiliste ou un outil technologique à partir de rien, étant donné que je leur fournis un point de départ sur lequel s'appuyer pour formuler des modifications à apporter, de manière à répondre à une intention ciblée qui peut être influencée par le contexte d'enseignement.

› Cinquième rencontre

L'analyse du bilan de la dernière rencontre fait d'ailleurs ressortir assez explicitement un besoin pour le formé qu'une situation probabiliste soit adaptée à son contexte d'enseignement. Ce besoin est exprimé alors que Déborah répond à ma question « Si je devais redonner cette formation, sur quoi pensez-vous que je devrais mettre l'accent ou que je devrais faire différemment (en termes de contenu et de progression) ? » :

> Déborah : Donc, moi je pense que les activités des fois elles étaient super riches, mais aussi ce serait [intéressant] d'aller se positionner, essayer de comprendre comment on peut prendre l'activité, puis la relier à notre contenu en secondaire 2, en secondaire 3, etc.
>
> CF : Les concepts, ok.
>
> Déborah : Ouais. Je trouve que ça aurait pu être une approche qui aurait été faite [dans le cadre des rencontres], mais en même temps ça ne nous empêchait pas de le faire nous-mêmes. Comme moi, avec mes bouteilles, j'ai décidé d'essayer de trouver une façon de [l'adapter]… mais je pense que ça aurait été le genre de petit questionnement des fois qui aurait pu être ajouté pour qu'on sente que l'activité a un bon potentiel, puis qu'en plus ça peut se rattacher à ce qu'on fait finalement [dans notre contexte d'enseignement].
>
> (Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Dans ce passage, Déborah fait ressortir l'importance d'adapter les situations pour les relier au contenu à enseigner, selon le niveau scolaire, afin « qu'on sente que l'activité a un bon potentiel, puis qu'en plus ça peut se rattacher à ce qu'on fait finalement [dans notre contexte d'enseignement] ». En ce sens, adapter une situation est susceptible de dévoiler le potentiel de celle-ci pour l'enseignement des probabilités. Une telle adaptation n'a donc pas qu'une visée pratique pour un enseignant (par exemple, pour pouvoir l'utiliser le lendemain matin dans sa classe),

mais devient plutôt une façon de réellement s'approprier la situation afin que celle-ci soit alignée avec les intentions ciblées.

Toutefois, conformément à mon intention de ne pas relier les situations à un niveau scolaire figé, aucun temps n'a été alloué pour que les participants puissent adapter ces situations. Pourtant, certains participants auraient préféré être regroupés par niveau scolaire et que je les invite à adapter une situation selon leur contexte d'enseignement. Cette appropriation laissée à la charge des participants explique l'affirmation de Deborah, soit « ça aurait pu être une approche qui aurait été faite [dans le cadre des rencontres], mais en même temps ça ne nous empêchait pas de le faire nous-mêmes ». Ainsi, Déborah exprime que l'adaptation d'une situation probabiliste au contexte d'enseignement est importante, que ce soit fait dans le cadre de la formation ou par l'enseignant lui-même en dehors des rencontres. En fait, la poursuite de l'analyse en ce qui concerne l'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités (voir onzième sous-thème[93]) permettra de montrer que mon intention a l'effet d'amener certains participants à adapter une situation probabiliste en investissant du temps entre les rencontres, allant parfois même au-delà du devoir suggéré. C'est d'ailleurs le cas de Déborah qui a choisi d'adapter une situation qu'elle jugeait intéressante, mais pas tout à fait conforme à son contexte d'enseignement. Puisqu'une telle opportunité d'adaptation n'a pas eu lieu pendant les rencontres, cette enseignante a décidé d'adapter la situation de la bouteille probabiliste pour des élèves de deuxième secondaire (13-14 ans).

À la suite des propos de Déborah, la conseillère pédagogique Grace abonde dans le même sens :

[93] L'intégration de cette situation adaptée est analysée ultérieurement, dans le onzième sous-thème, alors que le présent sous-thème se penche sur l'exploration d'outils technologiques en probabilités.

Grace : Les activités n'étaient pas ciblées dans un niveau [scolaire] précis donc, pour faire du pouce sur ce que disait Déborah, au début c'était déstabilisant. Quand tu [elle s'adresse à CF] nous as montré Monty Hall, c'est sûr que notre premier réflexe ça a été « Quel niveau ? Quel niveau tu vois ça ? ».

CF : Oui.

Grace : Donc, c'est déstabilisant, mais en même temps c'est bénéfique à long terme, après coup, parce que justement ça nous ouvre à… au lieu de le voir comme étant une notion à un moment donné, c'est plus comme une progression, on pourrait le faire dans tous les niveaux. Mais je suis d'accord avec Déborah, d'avoir cette réflexion-là : « Ok, c'est activité-là, comment on pourrait l'articuler en 1 ou en 2, en 3, en 4 ? », vraiment d'avoir cette vision-là dans un but de se ramener aux niveaux [scolaires] des enseignants. Elle est superbe [la situation probabiliste], mais comment elle pourrait se vivre dans chacun des niveaux, selon le contenu de chacun ? On l'a fait un peu, mais ça aurait pu être encore plus.

CF : Puis c'est le bout que tu as complété dans ton devoir.

Émilie : C'est ça.

CF : Avoir une séquence parce que là tu dis « Cours 1, je vais travailler tel et tel concepts. Cours 2…». C'est cette idée-là de s'approprier.

(Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

On voit qu'il a été difficile pour Grace d'apprécier le potentiel d'une situation, et peut-être même d'y entrer, sachant que celle-ci n'était pas rattachée à un niveau scolaire précis (« Les activités n'étaient pas ciblées dans un niveau [scolaire] précis donc, pour faire du pouce sur ce que disait Déborah, au début c'était déstabilisant »). En ce sens, mon intention de ne pas relier la situation à un niveau scolaire donné semble déstabilisante pour certains participants. En effet, tout comme l'a dit Déborah, Grace aurait elle aussi apprécié que chacun puisse adapter les situations pour les relier au contenu à enseigner selon le niveau scolaire. Elle ajoute que cela a été « déstabilisant, mais en même temps c'est bénéfique à long terme » pour percevoir les notions probabilistes dans une progression à travers divers niveaux scolaires. Grace

révèle ainsi un avantage de cette adaptation d'une situation probabiliste au contexte d'enseignement, étant donné que le fait de réfléchir à « comment on pourrait l'articuler en 1 ou en 2, en 3, en 4 » permet de cibler les spécificités de chaque niveau scolaire pour voir en quoi une situation a le potentiel de développer les contenus ciblés à ces niveaux. Il semble donc important d'amener les participants à concevoir comment adapter une situation probabiliste à leur contexte d'enseignement, qui englobe notamment le niveau scolaire enseigné ainsi que les contenus spécifiques à enseigner à leurs élèves.

Vers la fin de l'extrait, je souligne que Grace a choisi, tout comme Déborah, de pallier ce qui n'a pas été fait en formation (« c'est le bout que tu as complété dans ton devoir »), en adaptant des situations probabilistes expérimentées lors des rencontres à un niveau scolaire précis[94]. En effet, Grace a décidé d'élaborer une séquence d'enseignement pour des élèves en deuxième secondaire (13-14 ans), en adaptant plusieurs ressources dont les situations de la bouteille probabiliste et des rondelles.

Ces deux derniers extraits suggèrent que les participants auraient préféré que du temps de formation soit consacré à travailler sur les situations probabilistes explorées, pour les adapter à leur contexte d'enseignement. En ce sens, une tension entre mon intention comme formateur et les attentes exprimées par des formés fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *concevoir comment adapter à son contexte une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner*. Cet enjeu de formation soulève l'intérêt d'accorder du temps de formation pour que les enseignants puissent s'approprier une situation probabiliste et des outils technologiques, en pensant aux modalités à travers

[94] Je reviendrai de façon plus détaillée sur la séquence d'enseignement adaptée par Déborah lors de l'analyse de l'enjeu de formation nº 17 (*(Donner l'occasion d') aller au-delà de ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement*).

lesquelles les adaptations peuvent se faire. Cette appropriation devrait amener les formés à explorer les situations générales expérimentées en formation, puis de leur accorder du temps pour qu'ils puissent éventuellement les adapter en vue de les intégrer dans leur contexte d'enseignement. Évidemment un tel choix requiert du temps de formation et implique que le formateur revoie sa planification des rencontres afin de mettre davantage l'accent sur l'animation de discussions autour de manières d'adapter des ressources, autant les situations probabilistes que les outils technologiques pour les accompagner. Puisqu'une telle adaptation n'a pas été mise de l'avant dans les séances de formation, certains participants ont choisi d'investir du temps en dehors des rencontres pour adapter et intégrer les situations selon leurs intentions et besoins, ce qui souligne l'importance de l'adaptation de ressources pour ces formés.

Dans ce sous-thème d'exploration d'outils technologiques en probabilités, lorsque le formé expérimente le potentiel d'un outil technologique à la fois dans une posture d'apprenant et dans une posture d'enseignant (voir enjeu de formation n^{o} 14), il peut ainsi juger de sa pertinence (voir enjeu de formation n^{o} 13). Ce jugement peut s'appuyer sur les apports de l'outil technologique, tout en considérant ses limites et ses contraintes. L'exploration peut en même temps amener le formé à adapter à son contexte d'enseignement une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner, si ceux-ci ne correspondent pas d'emblée.

Une expérience positive de l'exploration d'outils technologiques en probabilités pourrait ensuite inciter le formé à intégrer de tels outils technologiques dans son enseignement des probabilités, ce qui fait d'ailleurs l'objet du sous-thème suivant.

4.3.2 Le onzième sous-thème : L'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités

Le sous-thème de l'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités entre en jeu dans les discussions, alors qu'il est question d'outils technologiques et de situations probabilistes adaptés par les participants, puis expérimentés avec leurs élèves (à la suite des explorations faites lors des séances de formation). Il est à noter que ce besoin d'adapter une ressource à son contexte d'enseignement est en lien avec l'enjeu de formation n^{o} 15. Toutefois, ce dernier est issu du sous-thème de l'exploration d'outils technologiques en probabilités, alors que les discussions concernent l'expérimentation par les participants des ressources lors des rencontres, dans l'optique d'éventuellement soutenir l'enseignement des probabilités. Il est donc question d'adaptation, mais seulement pour envisager ce qui pourrait être fait. Dans le présent enjeu de formation, qui est plutôt issu du sous-thème de l'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités, les discussions concernent les ressources que les participants ont réellement adaptées, puis expérimentées avec leurs élèves.

Lorsqu'un enseignant juge qu'une situation probabiliste et des outils technologiques qui l'accompagnent ont un potentiel suffisant pour être intégrés dans son enseignement, l'appropriation peut se poursuivre de différentes manières. En effet, l'intégration de ces ressources par les participants se fait parfois en s'appuyant sur ce qui a été fait en formation ; les ressources proposées lors des rencontres sont alors adaptées puis expérimentées avec leurs élèves de façon similaire à ce qui a été fait en formation. L'intégration peut aussi se faire en allant au-delà de ce qui a été fait en formation ; de nouvelles ressources peuvent être utilisées ou encore les mêmes ressources peuvent être reprises tout en étant utilisées différemment.

L'analyse de ce sous-thème fait ressortir deux enjeux de formation : (donner l'occasion de) s'appuyer sur ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement ; (donner l'occasion d') aller au-delà de ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement.

4.3.2.1 L'enjeu de formation nº 16 : (Donner l'occasion de) s'appuyer sur ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de l'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités, prend la forme d'un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation pour les formés. En effet, des participants s'appuient fortement sur ce qui a été fait en formation, pour ensuite adapter des ressources en vue de les intégrer dans leur enseignement. Ces participants reproduisent ainsi la manière dont les ressources ont été expérimentées dans la formation et considèrent les discussions qui ont eu lieu à ce sujet. Comme formateur, je souhaite d'ailleurs que la formation permette d'inspirer les participants et qu'ils s'appuient sur les ressources explorées, mais également sur les réflexions et discussions qui les concernent, afin de les intégrer dans leur enseignement. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres nº 2 et 5.

- Deuxième rencontre

À la suite de la première rencontre, Alan prépare une séquence d'enseignement en vue d'expérimenter avec ses élèves de quatrième secondaire (15-16 ans) la situation

de Monty Hall en ayant recours aux deux simulateurs expérimentés dans la formation. Pourtant, pendant cette rencontre, Alan avait évoqué quatre contraintes différentes en moins de cinq minutes quant à l'utilisation de simulateurs de la situation de Monty Hall (voir Figure 3.3) ! La première contrainte était en fait une critique d'Alan envers le deuxième simulateur (Alan : « il est mal programmé »), alors qu'il suggérait que les résultats soient compilés d'une façon plus efficace. La deuxième contrainte concernait le fonctionnement technique de ce même simulateur qui ne fonctionne pas directement sur toutes les plateformes (Alan : « il ne marche pas avec un iPad »). La troisième contrainte était plutôt de l'ordre institutionnel, alors que la navigation sur Internet est contrôlée dans les ordinateurs fournis par l'école (Alan : « Tout [ce qui est en lien avec les paris] est bloqué par la commission scolaire »). La quatrième contrainte d'ordre matériel concernait l'accessibilité des simulateurs pour les élèves (Alan : « le problème de l'appareil électronique parce qu'il faut qu'ils soient sur un ordi ou… »). Les contraintes évoquées par Alan ne l'empêchent toutefois pas d'expérimenter en classe la situation de Monty Hall au moyen des deux simulateurs qui l'accompagnent. S'inspirant de la situation de Monty Hall expérimentée lors de la première rencontre, il apporte toutefois quelques modifications afin de l'intégrer dans son enseignement.

Dans la séquence adaptée par Alan (voir *Annexe H*), on peut remarquer dans la Figure 4.6 qu'il apporte quelques ajustements dans la mise en situation de Monty Hall[95], notamment en reformulant l'énoncé.

[95] En fait, Alan a adapté une séquence en réunissant à la fois la situation de Monty Hall et la situation du jeu de dés (toutes deux expérimentées lors de la première rencontre de la recherche-formation), mais seulement la première situation est ciblée dans cette présentation des résultats.

Activité sur les probabilités
Mathématique 4TS

Le problème de Monty Hall
Un jeu de hasard consiste à choisir une porte parmi les trois qui se trouvent devant vous. Derrière deux des portes se cachent des chèvres alors qu'une voiture de luxe se cache derrière l'autre.

Tout d'abord, vous sélectionnez une porte.

Ensuite, le directeur du jeu ouvre une porte qui n'est pas celle que vous avez sélectionnée et derrière laquelle se trouve une chèvre.

Vous devez choisir entre ouvrir la porte sélectionnée au départ ou changer de porte. Vous gagnez alors le prix qui se trouve derrière la porte que vous ouvrez.

1. Afin de gagner la voiture de luxe, est-il préférable de changer de porte ou d'ouvrir celle sélectionnée au départ?

Figure 4.6 L'énoncé de la situation de Monty Hall adaptée par Alan

Pour s'approprier la situation, Alan apporte des modifications visant essentiellement à clarifier l'énoncé, de manière à présenter plus clairement le jeu. Ces légères modifications suggèrent que la situation de Monty Hall expérimentée dans la première rencontre de la recherche-formation (voir Figure 3.2) lui convenait bien en général, l'amenant ainsi à l'intégrer presque telle quelle dans son enseignement.

La séquence adaptée par Alan amène explicitement les élèves à faire une prédiction initiale, à réaliser des essais (avec des cartes à jouer ou avec le deuxième simulateur utilisé dans la recherche-formation), à revenir sur leur prédiction initiale, à réaliser d'autres essais avec le premier simulateur utilisé dans la recherche-formation, à revenir à nouveau sur leur prédiction, puis à expliquer les probabilités de gagner selon les stratégies (garder la porte ou changer de porte) à l'aide de l'approche théorique. Il semble donc que la manière d'expérimenter cette situation en formation a servi de modèle pour Alan. En effet, jusque-là, l'intégration envisagée (non expérimentée encore avec ses élèves) est très fidèle à ce qui a été fait en formation.

Alan choisit toutefois d'aller plus loin en exploitant cette situation de manière à travailler les conjectures avec les élèves. Ainsi, la séquence adaptée par Alan amène à calculer la probabilité par l'approche théorique pour 4 portes, pour 5 portes, puis à généraliser pour *n* portes. Ce choix de prolongement traduit bien l'importance qu'Alan accorde à la formulation de conjectures par les élèves. D'ailleurs, pendant la première rencontre, il avait déjà proposé plusieurs prolongements possibles en ce sens, qu'il reprend dans sa séquence adaptée. Les prolongements proposés par Alan s'appuient ainsi sur les discussions qui ont eu lieu lors de la première rencontre.

Lors de la deuxième rencontre, alors qu'Alan présente le document de sa séquence, il précise un peu ses intentions : « Dans le fond, comme tu [en s'adressant à CF] faisais l'autre fois, j'ai essayé de re-simuler ce que tu avais fait avec nous finalement ». À ce moment, sans fournir de précision sur la manière dont il souhaite animer la situation auprès de ses élèves, il affirme qu'il souhaite reproduire ce que les participants ont vécu à la rencontre précédente. Ceci témoigne de l'importance de l'animation de situations en contexte de formation, considérant que certains enseignants voudront s'appuyer sur ce qui a été vécu en formation afin de le reproduire avec leurs élèves.

Par ailleurs, l'apport de la formation ne s'arrête pas là pour Alan puisqu'au moment d'adapter la situation il soumet aussitôt ses idées à Grace et à moi par courriel et nous demande une rétroaction (CF : « Dans les jours qui ont suivi, il [Alan] m'en a envoyé une première version. Je lui ai envoyé quelques commentaires et il l'a retravaillée »). Ainsi, ouvert à recevoir des conseils de sa collègue Grace (qui est en fait sa conseillère pédagogique) et de moi, il semble du même coup être à l'affut d'une forme de validation par les pairs avant d'expérimenter cette situation avec ses élèves. Il reçoit d'ailleurs très bien les nombreux commentaires que Grace et moi lui avons formulés et en est reconnaissant (Alan : « Bien, en fait, [il y avait] plusieurs commentaires, qui étaient l'fun [au sens d'aidant] en passant, merci »).

Lorsqu'Alan présente le document de sa séquence aux autres participants, Florence le questionne plus particulièrement sur l'utilisation d'un simulateur par les élèves :

> Florence : Dans le fond, les élèves se font des essais, ils regardent qu'est-ce qui se passe/
>
> Alan : Bien, il va falloir que je les oriente pour partir c'est certain parce que je pense/
>
> Florence : Oui. Ont-ils accès au simulateur avec ça ?
>
> Alan : Oui oui.
>
> Florence : Ok.
>
> Alan : Oui oui, bien ça va être interactif. C'est que je vais arrêter de temps en temps pour [les guider en lien avec l'utilisation du simulateur]… il y a des places que je me suis noté ailleurs que c'est le simulateur qui [doit être utilisé]… regarde, c'est écrit là [il lit son document] « Expérimentation à l'aide d'un simulateur ».
>
> Florence : Ok.
>
> (Rencontre n^{o} 2, Discussion de groupe)

Ici, le questionnement de Florence est important puisque, au-delà du document lui-même, elle cherche à comprendre ce qu'Alan envisage concernant l'animation de la situation à expérimenter en classe. Alan explicite alors comment il envisage ses interventions : en orientant d'abord les élèves, puis en arrêtant à l'occasion pour faire un suivi interactif afin de s'assurer qu'ils progressent bien, notamment pour l'utilisation du simulateur. Il est à noter que, dans son document, il a prévu que des élèves réalisent des essais avec les simulateurs (en leur fournissant les liens Web pour y accéder) à des moments spécifiques. L'analyse de ce document me permet d'ailleurs de constater qu'Alan reconnait plusieurs rôles aux simulateurs (voir huitième sous-thème) puisqu'il prévoit que les élèves les utilisent pour l'« Expérimentation à l'aide d'un simulateur », pour l'« Explication des probabilités

théoriques à l'aide d'un simulateur » et pour « Valider les conjectures à l'aide du simulateur ».

Pour conclure la discussion, Alan annonce qu'il va mettre à l'épreuve son document avec ses élèves : « Je ne l'ai pas testé, moi c'est au mois d'avril je pense que je fais les probabilités, [alors] je vais le tester. ». Alan laisse d'ailleurs sous-entendre que le document de sa séquence sera ajusté après avoir été utilisé par ses élèves : « [le document] n'est pas validé, […] il n'y a pas un élève qui est passé dessus encore […], mais comme je vous dis, ce n'est pas validé encore, ça fait que présentement je trouve ça pas pire [au sens de satisfaisant], mais il faut que je l'améliore ». Alan suggère donc que, pour qu'une situation soit « validée », elle doit avoir été proposée à des élèves. Voici donc toutes les étapes où Alan adapte sa situation afin de l'intégrer dans son enseignement : rédaction d'un premier jet, apport de modifications suite aux rétroactions de Grace et aux miennes, apport éventuel d'autres modifications avant et/ou après l'expérimentation auprès de ses élèves. Je constate alors que cette appropriation de la situation n'est pas prise à la légère, ce qui est un bon coup en soi, et qu'elle s'appuie de façon importante sur ce qui a été fait en formation.

› Cinquième rencontre

Lors de la cinquième rencontre, après avoir expérimenté la situation de Monty Hall avec ses élèves, Alan témoigne à nouveau de son intérêt envers cette situation (Alan : « Honnêtement, je l'aime vraiment beaucoup le jeu Monty Hall ») et les deux simulateurs qui l'accompagnent, sans toutefois préciser pourquoi il apprécie autant cette situation et ces simulateurs. Alan explique ensuite pourquoi il a ajouté le travail à faire sur les conjectures, en guise de prolongement de la situation : « J'ai monté l'activité de Monty Hall. Le concept, c'est que j'ai rajouté des morceaux pour essayer de faire un lien avec le programme [celui du deuxième cycle du secondaire] avec les

conjectures puis tout ça ». En effet, dans le *Programme de formation de l'école québécoise* de mathématiques au deuxième cycle du secondaire (Gouvernement du Québec, 2016a), le terme « conjecture » est fréquemment utilisé, se retrouvant dans près de la moitié des pages du programme, autant en probabilités que dans les autres domaines mathématiques. Selon ce document ministériel, l'élève doit être amené à émettre des conjectures, puis à les valider, ce qui se retrouve même dans les critères d'évaluation de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique*. C'est donc un signe qu'Alan tient compte des prescriptions ministérielles dans son intégration de la situation probabiliste. D'ailleurs, son adaptation de la situation tient compte des contenus à enseigner pour un niveau scolaire précis (voir enjeu de formation n° 15).

Alan présente ensuite le document utilisé avec ses élèves, qui n'a pas changé depuis qu'il en a parlé à la deuxième rencontre :

Alan : Après ça, [les élèves font] des expériences. Ils ont joué l'un contre l'autre dans le fond, puis à la fin j'ai cumulé les résultats au tableau [il survole le début de la page 2 du document, voir *Annexe H* pour le document complet].

Expérimentation avec des cartes à jouer et/ou avec un simulateur
monurl.ca/simulateur2

La moitié des équipes devront expérimenter en changeant toujours la porte alors que l'autre moitié des équipes devront toujours ouvrir la porte sélectionnée au départ. Deux équipes qui n'ont pas la même stratégie devront ensuite se partager leurs résultats.

2. a) Selon vos résultats et ceux de l'autre équipe avec qui vous les avez partagés, quelle est la probabilité fréquentielle de gagner la voiture en changeant de porte?

   b) Quelle est la probabilité fréquentielle observée suite à vos simulations de gagner la voiture en ouvrant la porte sélectionnée au départ?

CF : Ça fait qu'il y en a qui faisaient la stratégie de garder la porte, d'autre changer la porte.

Alan : Exact, une moitié faisait [la stratégie] garder, l'autre moitié faisait [la stratégie] changer.

(Rencontre n° 5, Discussion de groupe)

Alan indique que les élèves « ont joué l'un contre l'autre » et le document de sa séquence suggère que les élèves ont eu la possibilité de réaliser des essais « avec des cartes à jouer et/ou avec un simulateur ». Les élèves ont été amenés à essayer une des deux stratégies (garder ou changer) et à partager leurs résultats avec les élèves d'une équipe ayant expérimenté l'autre stratégie. Ce déroulement de la situation correspond donc à ce qui était proposé lors de la première rencontre, ce qui suggère à nouveau qu'Alan s'appuie de façon importante sur ce qui a été fait en formation.

Comme je l'ai mentionné précédemment, la situation expérimentée par Alan avec ses élèves a d'abord été révisée à la lumière des commentaires de CF et Grace envoyés par courriel. Alan déclare avoir tenu compte de tous mes commentaires (Alan : « j'ai tout pris les modifications que tu [en s'adressant à CF] m'avais dit »). En effet, en analysant les commentaires formulés (par moi) et les ajustements apportés (par Alan), je remarque qu'une grande majorité des suggestions ont été considérées.

Concernant l'ajout des conjectures à émettre pour calculer la probabilité par l'approche théorique pour la situation avec 4 portes, avec 5 portes, puis à généraliser avec *n* portes, Alan affirme que ses élèves « sont habitués à faire des conjectures ». Il ajoute que l'explication théorique est importante pour pouvoir généraliser par la suite, d'où l'importance d'avoir recours à une verbalisation claire lors de l'explication par l'approche théorique des probabilités de gagner en gardant la porte (soit 1/3) ou en changeant de porte (soit 2/3). Il est à noter que, lors de la première rencontre de la recherche-formation, quelques tentatives de verbalisation ont été nécessaires pour donner un sens à ces probabilités, car cette verbalisation n'était vraiment pas facile pour les participants (Alan : « Non, ce n'était vraiment pas évident »).

Donc, tout ce qui survient pendant les rencontres, notamment les situations proposées, les manières de les faire vivre et même les difficultés rencontrées, a le

potentiel d'influencer l'intégration par l'enseignant. D'une certaine manière, en s'appropriant la situation dans une posture d'apprenant, l'enseignant peut rencontrer les mêmes questionnements et difficultés qui pourraient surgir avec ses élèves, ce qui contribue à son intégration de la situation pour son enseignement. En laissant la place, voire même en provoquant de telles discussions, le formateur espère une réelle intégration par l'enseignant, ne se contentant pas de s'assurer que chacun reparte avec une situation pour son enseignement. L'intégration visée pour l'enseignement n'est donc pas simplement du type clé en main, où les participants puiseraient des ressources de la formation et les utiliseraient telles quelles dans leur classe. Il s'agit plutôt d'amener les participants à s'approprier les ressources afin de les intégrer dans leur enseignement. Cette appropriation par un participant peut se faire notamment en exerçant son jugement critique, en s'appuyant sur les discussions et en adaptant les ressources selon ses intentions d'enseignement.

Dans la poursuite des échanges, comme je l'ai mentionné précédemment, Alan illustre avec le simulateur des pertes à long terme pour des jeux déficitaires, nommant le blackjack en guise d'exemple. Ainsi, Alan reprend l'idée de sensibiliser les élèves aux jeux de hasard et d'argent, ce que j'avais évoqué dans la première rencontre. Il semble donc que cette idée résonne chez Alan, ce qui l'amène à s'appuyer à nouveau sur des éléments discutés lors des séances de formation en les intégrant dans son enseignement.

Alan semble très satisfait de son intégration de la situation de Monty Hall dans son enseignement. Il juge que « c'était parfait » pour son contexte. En ce qui concerne les réactions des autres participants envers cette situation adaptée par Alan, Déborah démontre à nouveau de l'intérêt (« Je trouve ça l'fun moi ») et envisage de l'intégrer elle aussi dans son enseignement. Alan reconnait toutefois qu'il faudrait ajuster sa situation à d'autres contextes d'enseignement pour qu'elle puisse faire intervenir les

notions probabilistes prescrites au niveau scolaire concerné (voir enjeu de formation nº 15). Alan est donc conscient des particularités de sa situation, qui doit être ajustée au besoin selon le contexte d'enseignement et les intentions visées.

Au regard de toutes les discussions survenues lors des rencontres, un enjeu de formation émerge, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *(donner l'occasion de) s'appuyer sur ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement*. Il s'agit d'un enjeu de formation car les idées partagées lors des rencontres (par le formateur et par les autres formés) peuvent favoriser l'appropriation par l'enseignant de la situation utilisée en formation et des outils technologiques qui l'accompagnent. Le formé peut en effet puiser dans les idées partagées lors de la formation et reprendre, en l'adaptant au besoin, ce qui a été fait en formation de manière à intégrer des ressources dans son enseignement. Il est à noter que le fait de s'appuyer sur ce qui a été fait en formation est relié à l'expérimentation de ressources par les participants telle que vécue dans la formation (voir enjeu de formation nº 14). D'ailleurs, l'influence de ce qui se passe en formation met en évidence l'importance que peuvent avoir la préparation du formateur (notamment par le choix des situations proposées), son animation (qui peut donner l'occasion de relancer les discussions dans le feu de l'action), de même que la contribution des participants.

Lors des rencontres, le choix de faire expérimenter des situations probabilistes en utilisant des outils technologiques, puis d'en discuter collectivement par la suite, fait ressortir des éléments importants à considérer pour l'enseignement, donc en quelque sorte des enjeux d'enseignement. La formation est en effet une occasion de provoquer des difficultés et des questionnements qui forcent à discuter de certains enjeux d'enseignement. Il est à noter que, pour certains participants, il est tentant de s'appuyer sur ce qui a été fait en formation étant donné qu'ils n'ont pas beaucoup de

ressources à ce sujet pour leur enseignement (Déborah : « On se sent, pour la plupart je pense, démunis en probabilités. On ne sait pas [quoi faire] ») ou encore parce que l'aspect de nouveauté pourrait remplacer des ressources déjà intégrées dans leur enseignement (Alan : « Un des buts pourquoi je voulais votre formation, c'est parce que j'aimerais […] avoir un nouveau projet en probabilités [pour remplacer mon projet habituel] »).

En lien avec cet enjeu de formation, il n'y a pas qu'Alan qui s'appuie sur ce qui a été fait en formation. En effet, Émilie affirme dans la cinquième rencontre que les situations explorées en groupe avec des outils technologiques lui ont permis à certains moments de voir « tout de suite l'application puis l'utilisation » pour son enseignement. Dans ce cas, Émilie envisage d'intégrer des outils technologiques dans son enseignement des probabilités en s'appuyant sur ce qui a été fait en formation. C'est aussi ce que suggère Déborah à un autre moment, où elle considère d'utiliser de nouveaux outils technologiques en les intégrant en classe à très court terme (Déborah : « Je pourrais ramener ça peut-être même en après-midi, à la dernière [période d'aujourd'hui] si je me l'approprie, peut-être que ça pourrait être pertinent »). On se trouve ici encore dans le cas d'une intégration qui s'appuie sur ce qui a été fait en formation. On sent tout de même une certaine prudence de sa part puisqu'elle précise qu'avant d'intégrer de nouvelles ressources dans son enseignement, elle doit d'abord se les approprier et juger de leur pertinence (voir enjeu de formation n^{o} 13).

Dans les extraits présentés en lien avec cet enjeu de formation, des participants parlent d'intégrer les outils technologiques explorés en formation dans leur enseignement des probabilités, en s'appuyant donc sur ce qui a été fait en formation. Lors du bilan collectif de la recherche-formation, Brian suggère plutôt que les simulateurs permettent d'« aller plus loin », sans toutefois en dire davantage. Il

pourrait s'agir d'utiliser des outils technologiques parmi ceux explorés en formation pour sortir du cadre de son enseignement habituel. Émilie déclare qu'elle utiliserait des outils technologiques explorés en formation dans son enseignement pour simuler l'expérience et s'en servir pour questionner les élèves. Puis, elle affirme que l'utilisation de ces outils technologiques pourrait lui permettre de sortir de sa « zone de confort », alors elle semble prête à envisager la possibilité de faire autrement et peut-être même de modifier son enseignement des probabilités. En ce sens, certains participants profitent plutôt de cette occasion de formation pour s'approprier des situations probabilistes et des outils technologiques en allant au-delà de ce qui a été fait en formation et en modifiant leur enseignement. Cette intégration se poursuit parfois dans les devoirs que les participants décident de mener entre les rencontres. C'est alors une occasion (saisie par quelques participants) d'aller plus loin, ce qui mène à un autre enjeu de formation, toujours relié au sous-thème de l'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités.

4.3.2.2 L'enjeu de formation n^{o} 17 : (Donner l'occasion d') aller au-delà de ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement

Cet enjeu de formation, issu du sous-thème de l'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités, prend la forme d'un élément important à faire, alors que des formés osent modifier leur enseignement. Déborah conçoit ainsi une séquence d'enseignement qui va au-delà de ce qui a été fait en formation. Une telle innovation engendre une satisfaction profonde chez cette enseignante, alors que les modifications intégrées dans son enseignement répondent à un besoin qui est apparu dans ses dernières années d'enseignement. Cet enjeu de formation, que je vais présenter de façon plus détaillée de manière à le décrire et le comprendre, découle de l'analyse de quelques extraits des rencontres n^{o} 2 et 5.

› Deuxième rencontre

Dans la deuxième rencontre, Déborah explique de manière générale comment elle intègre dans son enseignement des outils technologiques existants, lorsqu'elle prépare une situation pour ses élèves :

Déborah : Quand je prépare un chapitre, je suis plus du genre à dire « bon, je vais aller voir tout ce qui existe ». Comme là dans les probabilités, l'année passée, j'avais été voir tout ce qui existait au niveau technologique, puis ce que je trouvais le plus intéressant, je me construisais une activité. J'avais vu un simulateur par exemple, alors là je construisais une activité.

CF : Exact.

Déborah : Et non pas, je construisais une activité puis après je trouvais quelque chose qui était en lien, mais l'inverse. Ça fait que je trouvais ça plus facile…

CF : Puis est-ce que tu fais ça dans cet ordre-là parce qu'on est plus limités en termes d'outils, donc tu pars de ce qu'il y a puis tu brodes autour ?

Déborah : Bien, en fait, oui et non. En fait, oui là maintenant je le vois comme ça mais à la base l'année passée c'était plus parce que je voulais changer les choses puis avant même de commencer à planifier tous mes cours, je me suis dit « je vais aller voir ce qui existe » pour…

CF : Ok.

Déborah : Parce que moi mon problème, c'était que je n'aimais pas tant que ça… je n'aimais pas tant ça enseigner les probabilités. [plusieurs participants rient, car c'est un sentiment partagé] J'essayais de me trouver quelque chose de l'fun [au sens d'intéressant]. J'avais été voir au niveau technologique tout ce qui existait puis là, vu qu'il y avait des choses qui me parlaient plus [au sens que ça l'intéressait davantage], bien après ça je me suis fait des activités qui allaient avec.

CF : Ok.

Déborah : Dans ce cas, c'est un peu ça que j'aurais fait. J'aurais vu par exemple le [simulateur avec les] 3 portes et j'aurais créé une

> activité par rapport à ça. Puis, le [simulateur avec] 4 portes, vu qu'il est différent bien je le verrais comme un prolongement. C'est personnel.
>
> (Rencontre n° 2, Discussion de groupe)

Déborah explique sa façon de procéder : elle part d'un outil technologique existant pour préparer une situation pour ses élèves. Il est à noter qu'il peut sembler exigeant de connaitre « tout ce qui existait au niveau technologique » en probabilités, mais on peut comprendre qu'il s'agit de considérer différentes possibilités avant de choisir l'outil technologique pour accompagner la situation. En explorant une grande gamme d'outils technologiques qui existent, l'enseignant peut juger de la pertinence de chacun de ceux-ci (voir enjeu de formation n° 13), organiser ces outils selon les rôles qu'on peut leur faire jouer selon l'intention (voir enjeu de formation n° 11), puis tirer profit de la complémentarité des outils technologiques (voir enjeu de formation n° 12). Ainsi, une telle exploration et intégration des outils technologiques dans l'enseignement pourrait être réalisée dans un contexte de formation, mais Déborah fait preuve de curiosité et d'autonomie en décidant de prendre les devants. Aussi, en affirmant « je n'aimais pas tant ça enseigner les probabilités […] J'essayais de me trouver quelque chose de l'fun [au sens d'intéressant] », Déborah suggère qu'elle voulait trouver des ressources qui lui permettraient d'aimer enseigner les probabilités.

D'ailleurs, dans le premier devoir que j'ai proposé aux participants, je leur ai suggéré « d'aller voir dans les ressources existantes [de manière à répondre à la question] : quelle est la place des outils technologiques puis dans quels rôles ?». J'avais donc déjà l'intention de leur faire analyser des outils technologiques pour soutenir l'enseignement des probabilités. Je leur ai suggéré d'analyser des ressources auxquelles ils ont accès, c'est-à-dire les manuels scolaires qu'ils utilisent, les exerciseurs en ligne auxquels ils ont recours, etc. Dans le dernier extrait, Déborah indique qu'elle a déjà mené une telle analyse auparavant et qu'elle est même allée au-

delà de ce qui a été fait en formation, en explorant d'autres outils technologiques que ceux explorés lors des rencontres. L'exploration d'autres ressources suggère que Déborah n'était pas satisfaite de celles à sa disposition, dans le sens où elle « n'aimai[t] pas tant ça enseigner les probabilités » avec ces ressources.

Il convient de rappeler qu'*adapter* signifie de partir d'une ressource qui est proposée et non pas concevoir de toutes pièces. En ce sens, il était possible pour les participants de s'appuyer sur des ressources proposées dans la formation ou d'aller au-delà et d'avoir recours à d'autres ressources ou encore les mêmes ressources mais en les utilisant différemment lors de l'intégration dans l'enseignement. En quelque sorte, aller au-delà des ressources explorées dans la formation implique donc d'agir de manière proactive et d'innover. Cela n'est pas si simple puisque les participants se mettent alors en danger (sur le plan didactique).

› Cinquième rencontre

Dans la cinquième rencontre, lors du bilan de la recherche-formation par les participants, Déborah revient sur cette idée de connaitre les ressources qui existent :

> Déborah : Puis après ça, [elle se retrouve dans ses idées en regardant la feuille des 5 questions] numéro 4 [elle lit la question n^{o} 4] : comment (et pourquoi) continuer à vous former sur le thème ? Bien, pour moi ici c'est comme si ça amenait des nouvelles idées puis en fait c'est avec les échanges entre nous des fois que ça pop [au sens que ça fait apparaitre] aussi les nouvelles idées : qu'est-ce que je pourrais faire, qu'est-ce qui existe aussi là parce que des fois on ne sait même pas ce qui existe autour de nous là. Puis une fois qu'on le sait, parce que des fois on manque de temps pour… ici on a pu s'arrêter, regarder ce qui existe, puis après ça on peut aller plus loin. Donc, moi ça, c'est ça que je trouve intéressant des formations comme ça, c'est qu'on prend le temps de s'arrêter, puis de voir ce qui

> existe, puis de voir comment ça pourrait être utilisé dans nos classes après.
>
> (Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Dans cet extrait, Déborah précise ses propos précédents, alors qu'elle mentionne qu'elle « trouve intéressant des formations comme ça [où] on prend le temps de s'arrêter, puis de voir ce qui existe, puis de voir comment ça pourrait être utilisé dans nos classes après ». La formation est donc perçue comme une occasion d'explorer différentes ressources, puis de réfléchir au potentiel pour l'enseignement avec ses élèves. Pour cette enseignante, il semble important d'abord de savoir ce qui existe, afin d'« aller plus loin ». Aller plus loin dans ce contexte pourrait être par rapport à la formation ou par rapport à son enseignement. D'une part, aller plus loin signifierait d'aller au-delà de ce qui a été fait en formation, soit d'avoir recours à d'autres ressources ou encore les mêmes ressources mais en les utilisant différemment. D'autre part, aller plus loin pour Déborah pourrait même aller jusqu'à modifier ses pratiques d'enseignement. Dans les deux cas, on retrouve cette idée d'être proactif et d'innover pour bonifier l'enseignement des probabilités, ce qui est un bon coup en soi.

Dans cette même rencontre, les participants sont invités à présenter le fruit de leur travail réalisé pour le devoir, où chacun était libre d'explorer un aspect qui lui semble particulièrement intéressant dans le thème de l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques. Le thème du devoir était donc assez flexible et une idée suggérée était d'adapter (ou de concevoir) une situation probabiliste à partir de ressources accessibles. En guise d'exemple, je vais analyser le travail réalisé par Déborah, alors qu'elle a expérimenté auprès de ses élèves une version prolongée de la situation de la bouteille probabiliste avec un outil technologique. En effet, elle s'est approprié cette situation probabiliste explorée dans la formation, en l'adaptant pour ses élèves de deuxième secondaire pour aller au-delà de ce qui a été fait en formation.

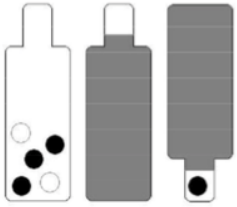
Déborah présente la séquence d'enseignement qu'elle a adapté, en lien avec la situation de la bouteille probabiliste qui a été explorée au cours de la deuxième rencontre. Je vais analyser certaines parties de la séquence adaptée par Déborah (voir *Annexe I*), de manière à illustrer comment cette enseignante a intégré des ressources dans sa séquence, allant parfois au-delà de ce qui a été fait en formation.

Lors de la préparation de la séquence, Déborah dit s'être d'abord appuyée sur ses documents conçus l'année précédente. Elle explique ce choix en disant : « ça ne me tentait pas de tout changer parce que je m'étais quand même forcée l'année passée ». Elle ne veut donc pas recommencer tout le travail. Elle dit que ces documents suivent une certaine logique, en commençant par une activité d'introduction, puis en proposant des exercices. L'ajout principal à sa séquence d'enseignement est la situation de la bouteille probabiliste, qu'elle a adaptée.

Dans le document de sa séquence, on peut remarquer dans la Figure 4.7 que Déborah a fait quelques ajustements dans la mise en situation, notamment en reformulant l'énoncé.

La bouteille probabiliste

Vous avez une bouteille dont son contenu est caché. Vous savez qu'elle contient 5 billes de même grosseur et de 2 couleurs différentes, soit rouge et noire. Il est possible, par retournement de la bouteille, de voir une seule bille à la fois.



Comment faire pour connaitre la composition de la bouteille ?

Figure 4.7 L'énoncé de la situation de la bouteille probabiliste adaptée par Déborah

Dans sa reformulation, Déborah clarifie l'énoncé de la situation en précisant que les billes sont « de même grosseur » et qu'elles sont « rouge ou noire ». En précisant que les billes sont de même grosseur, Déborah est consciente que c'est une condition pour que chaque bille de la bouteille ait la même probabilité d'être tirée. Ces légères modifications suggèrent que la situation des bouteilles expérimentée dans la première rencontre de la recherche-formation (voir Figure 3.6) lui convenait bien d'une manière générale, l'amenant ainsi à l'intégrer presque telle quelle dans son enseignement.

Déborah déclare que lorsqu'elle a piloté sa situation de la bouteille probabiliste en classe, elle a reproduit le déroulement vécu dans la recherche-formation : « Donc là, dans le fond, j'ai fait pareil comme on avait fait ici. Je trouvais que c'était une formule gagnante, c'est ça que j'ai fait ». Le fait que Déborah ait apprécié cette « formule gagnante » pendant la formation l'incite à reproduire ce fonctionnement avec ses élèves, tout comme Alan avec la situation de Monty Hall. Puis, Déborah explique brièvement comment elle a piloté la situation : « Donc, je les ai mis en équipe de deux, puis c'est moi qui distribuais mes bouteilles. Je m'arrangeais pour qu'il y ait une paire et une impaire, puis on a fait l'activité ». Les seuls détails fournis sont surtout d'ordre logistique : elle répartit les équipes, elle distribue les bouteilles, puis elle s'assure de donner les deux types de bouteilles dans chaque équipe. Jusqu'ici, l'intégration de Déborah s'apparente à celle d'Alan ; elle s'appuie sur ce qui a été fait en formation (voir enjeu de formation n^{o} 16).

En s'inspirant d'abord fortement de la situation de la bouteille probabiliste expérimentée en formation, Déborah adapte la situation à ses besoins en la prolongeant :

> Déborah : Ça a duré peut-être 45 minutes l'activité. Dans la dernière demi-heure, j'ai dit « Ok, c'est bien intéressant, on a trouvé c'était quoi les probabilités… quelles étaient les billes », mais j'ai dit « Là, moi je veux aller plus loin ». C'est à cause que je trouvais que c'était l'fun [au sens d'amusant] l'activité, mais en même temps je trouvais que ça ne me faisait pas faire du secondaire 2. Alors, je me suis dit « Bon, je vais aller plus loin. Si on faisait la même activité, mais cette fois-ci on le faisait deux fois. Donc, on observe, puis on ré-observe [elle fait deux tirages avec la bouteille], puis c'est ça qu'on note. Qu'est-ce qui pourrait nous arriver comme évènement ?». Alors, ils m'ont dit « Rouge-rouge, rouge-noir, noir-rouge, noir-noir ». C'était correct, donc on avait quatre résultats possibles.
>
> Rencontre n° 5, Discussion de groupe

Ainsi, en complément à la situation de la bouteille probabiliste expérimentée dans la deuxième rencontre de la recherche-formation, Déborah décide d'« aller plus loin » pour travailler des concepts probabilistes adaptés à des élèves de deuxième secondaire (13-14 ans). Pour ce faire, elle réalise un prolongement qui prend une importance considérable dans sa séquence d'enseignement. À nouveau, puisque la situation expérimentée en formation devait avoir un certain potentiel pour tous les niveaux du secondaire (de manière à susciter l'intérêt des participants), une telle adaptation à un niveau scolaire précis (voir enjeu de formation n° 15) était nécessaire. Déborah a repris le fonctionnement de la situation expérimentée en formation dans l'activité d'introduction, puis elle a ensuite complété sa séquence d'enseignement en ajoutant des exercices, mais surtout en prolongeant la situation pour travailler le tirage avec remise. Elle propose donc de tirer successivement deux billes avec remise (puisque les billes restent dans la bouteille). Cela lui permet de passer d'un univers des possibles de deux cas pour un tirage (rouge ou noir) à quatre cas pour deux tirages (« Rouge-rouge, rouge-noir, noir-rouge, noir-noir »).

Déborah explique ensuite comment elle s'y est prise pour réaliser un plus grand nombre d'essais en classe :

> Déborah : Après, je leur ai dit « C'est bien beau, mais on a vu tantôt qu'il fallait faire [des essais] un nombre incroyable de fois. Le simulateur tantôt nous permettait d'aller le faire plusieurs fois pour vraiment être plus sûrs, plus convaincus de notre résultat. Mais là, je n'en ai pas de simulateur pour ça ».
>
> CF : Puisque c'était deux essais.
>
> Déborah : Ouais, c'est ça, j'ai dit « Je n'en ai pas de simulateur pour ça. Ça fait que ce que je vous propose c'est d'aller sur Excel Online tout le monde ». Donc, ça c'est les résultats vraiment de mon groupe 21 [elle montre les résultats des bouteilles paires, voir **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**].
>
> (Rencontre n^{o} 5, Discussion de groupe)

Tableau 4.3 Résultats des bouteilles paires dans la classe de Déborah

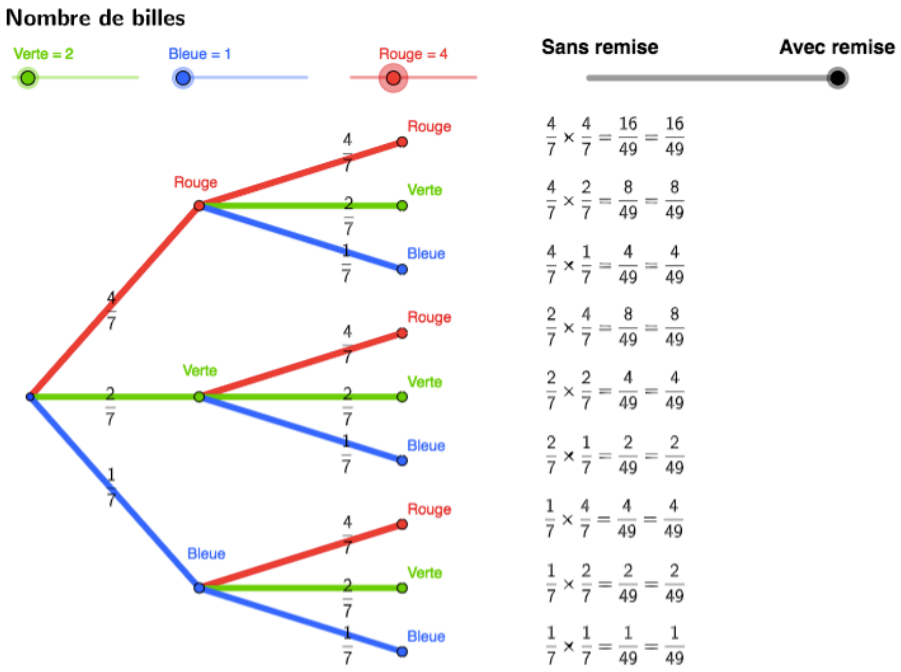
	Bouteille																Total
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	
(R,R)	11	7	9	3	8	7	15	4	8		6	5	7			12	102
(R,N)	3	7	4	6	7	3	5	3	3		4	5	11			3	64
(N,R)	4	4	3	1	5	9	3	13	6		4	7	5			4	68
(N,N)	0	2	2	1	1	5	1	13	2		1	2	5			1	36
Total	18	20	18	11	21	24	24	33	19	0	15	19	28	0	0	20	270

Dans cet extrait, Déborah explique que, puisqu'il n'y a pas de simulateur conçu pour ce prolongement de la situation, elle a trouvé une alternative en proposant aux élèves d'utiliser un tableur collaboratif pour compiler leurs résultats. Elle a même préparé des onglets différents pour les bouteilles paires et impaires et un tableur pour calculer automatiquement le total d'essais. Cela témoigne d'une certaine aisance technologique qui lui permet d'aller plus loin qu'une simple utilisation du simulateur. Cette utilisation du tableur collaboratif est pertinente car, même si ce n'est pas aussi rapide que pourrait l'être un simulateur (elle précise d'ailleurs qu'elle n'a « pas de

simulateur pour ça »), cet outil technologique leur a permis de cumuler 270 résultats pour les bouteilles paires (voir Tableau 4.3) dans un temps raisonnable.

En modifiant son enseignement, Déborah prend le risque que ça ne fonctionne pas bien. Pourtant, Déborah parle de l'impact positif que les changements apportés cette année dans son enseignement des probabilités ont eu sur la compréhension et l'autonomie des élèves :

> Déborah : [Dans un groupe] régulier, c'était le silence complet, ils le faisaient, puis je leur demandais « Vous comprenez ? » [sur un ton d'étonnement]. Ils ont dit « Bien oui madame, c'est facile ». Mon Dieu, c'était juste ça l'activité qui manquait entre les deux. Je leur faisais faire justement [l'expérimentation avec] mes billes, mais après ils allaient s'autocorriger avec le GeoGebra qu'on a vu qu'on peut les changer les billes puis ça fait l'arbre de probabilités.
>
> CF : Tu donnes le nombre de billes de chaque couleur.
>
> Déborah : Avec et sans remise. Bien, [dans une rencontre précédente] on avait parlé de quelle façon on utilise nos activités…
>
> CF : Ouais, ouais.
>
> Déborah : Bien là, l'année passée, cette activité-là je ne l'utilisais pas de la même façon que… d'ailleurs l'année passée c'était moi qui l'utilisais en avant mon arbre, mon fichier GeoGebra. Cette année, c'est eux : ils faisaient leur arbre, ils allaient sur Internet, ils s'autocorrigeaient, ils allaient faire l'autre arbre [sans remise], puis après ils allaient aussi s'autocorriger. Puis là ils comprenaient, c'était évident pour eux autres. Ça fait que cette année je leur ai fait utiliser, mais c'était plus en exercisation, puis consolidation qu'autre chose.
>
> CF : Ok.
>
> Déborah : En tout cas, vraiment, ma progression… C'était ça [elle affiche le fichier GeoGebra disponible à l'adresse https://www.geogebra.org/m/F6kR6Sus]



CF : Ouais.

Déborah : Donc, ils peuvent la mettre avec et sans remise, puis/

CF : Selon le nombre de billes [que l'on peut faire varier à l'aide des glissières], ça change le poids des branches… les probabilités sur les branches.

Déborah : C'est ça, exactement. Puis là, c'était comme parfait.

Grace : Ils se corrigeaient avec le…

Déborah : Oui. Donc là, quand je les ai mis en action… en action, je veux dire à faire un arbre, c'est plate faire un arbre, mais il faut quand même qu'ils le fassent en secondaire 2. Donc, ils [les élèves] le faisaient puis après je n'avais pas à mettre ça au tableau puis « Ah madame, moi je n'ai pas fini » [en imitant un élève]. C'est tout le temps… c'est long à faire aussi, à corriger quand ils ne l'ont pas bon. Bien là ils allaient à leur rythme dans le fond là-dedans. C'était super.

CF : Tu avais l'autonomie que tu recherchais cette année.

Déborah : C'était silence, je ne peux pas croire. Silence complet, dans un groupe comme ça… c'est quelque chose ! Alors, c'était pertinent.

(Rencontre n° 5, Discussion de groupe)

Déborah semble bien satisfaite d'avoir réussi à combler le manque qu'elle percevait dans sa séquence d'enseignement, alors qu'elle avait identifié un besoin de trouver la bonne situation pour faire le pont entre les concepts probabilistes à travailler avec les élèves (« c'était juste ça l'activité qui manquait entre les deux »). En lien avec cet enjeu d'enseignement qu'elle avait remarqué dans ses dernières années d'enseignement, elle apprécie particulièrement l'apport des changements qu'elle a apportés au niveau de la compréhension des élèves et de leur autonomie (« ils [les élèves] allaient à leur rythme »). Cette enseignante relève aussi l'apport que le diagramme en arbre dynamique dans *GeoGebra* soit utilisé comme moyen de validation et d'auto-évaluation par les élèves. Cette utilisation de l'outil technologique par les élèves leur permet d'être en action (même s'il demeure pour Déborah que « c'est plate faire un arbre ») et d'être autonomes en avançant à leur rythme, alors que c'était seulement Déborah qui l'utilisait auparavant. D'ailleurs, elle avait dit dans un autre extrait de cette même rencontre : « j'ai vu le potentiel que l'élève l'utilise lui-même » (voir enjeu de formation n^{o} 13). Il semble donc que les rencontres de la recherche-formation, dans lesquelles elle a pu prendre du recul sur l'utilisation des outils technologiques en classe, lui aient donné l'occasion d'aller plus loin en prolongeant sa situation afin que ce soit les élèves eux-mêmes qui utilisent des outils technologiques. En ajustant sa séquence d'enseignement, cette enseignante estime qu'elle est parvenue à trouver une progression satisfaisante pour elle, ce qui est un bon coup en soi. Par cette intégration, Déborah apprécie aussi que les élèves travaillaient bien, dans le silence, ce qui est un argument pour elle en faveur de la pertinence (« Alors, c'était pertinent ») de cet outil technologique (voir enjeu de formation n^{o} 13).

Finalement dans la poursuite des échanges, Déborah se dit très satisfaite de son prolongement de la situation de la bouteille, qui lui a permis de faire comprendre aux élèves que les différents évènements ne sont pas équiprobables, ce qu'elle relève

comme étant habituellement une difficulté pour ses élèves. Cette adaptation lui aura alors permis cette année de demander aux élèves pour quelle condition les différents évènements seraient équiprobables, la réponse recherchée étant « aussitôt que j'ai un nombre égal de billes de chaque [couleur] ». Déborah reconnait que lorsque cette condition n'est pas respectée, elle n'a « pas le choix d'utiliser [d]es arbres puis de multiplier [l]es probabilités » pour déterminer la probabilité de chacun des évènements de cette expérience aléatoire composée. Au regard de cet exemple d'appropriation par Déborah, je remarque qu'elle a su adapter une situation probabiliste, en ciblant à la fois des questions qui permettent de guider les élèves à travers la situation, une alternative d'outil technologique pour accumuler efficacement les résultats des essais de l'expérience aléatoire ainsi qu'un prolongement pertinent pour développer le raisonnement probabiliste de ses élèves en deuxième secondaire (13-14 ans). Cette intégration fait preuve d'une réflexion riche, alimentée par les rencontres de la recherche-formation, mais qui va aussi au-delà de ce qui a été fait en formation alors que Déborah modifie son enseignement des probabilités.

En ce sens, l'analyse de ces extraits fait émerger un enjeu de formation, qui semble important à la fois pour le formateur et pour les formés : *(donner l'occasion d') aller au-delà de ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement des probabilités*. Il s'agit d'un enjeu à considérer pour la formation à l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques, alors que certains participants (notamment Déborah) ont pu modifier leur enseignement des probabilités à la suite du travail fait en formation. Cette ouverture à intégrer de nouvelles idées dans leur enseignement n'est pas anodine, car elle pourrait être une manifestation d'une réflexion en développement chez les participants. D'ailleurs, on peut se questionner sur les raisons qui permettraient d'expliquer que des enseignants parviennent à aller au-delà de ce qui a été fait en

formation. Est-ce parce que ce qui a été fait en formation ne les satisfait pas entièrement selon leur contexte d'enseignement particulier ? Est-ce plutôt parce que cela leur donne un élan, voire une inspiration pour poursuivre leur réflexion et aller plus loin, ainsi que des ressources pour poursuivre leur propre développement professionnel ? Du côté du formateur, pour amener les formés à aller au-delà de ce qui a été fait en formation, il convient de leur donner l'occasion d'explorer suffisamment de ressources dans les rencontres, mais aussi de leur laisser suffisamment de liberté pour qu'ils puissent les intégrer à leur guise. On souhaite alors trouver le bon équilibre en formation continue, de manière à permettre à l'enseignant de tirer profit de la formation pour repenser son enseignement des probabilités et apporter les ajustements qu'il juge nécessaires.

En guise de conclusion pour ce thème, les discussions liées à l'appropriation d'un outil technologique en probabilités permettent de dégager cinq enjeux de formation répartis dans deux sous-thèmes. Les extraits analysés font ressortir que s'approprier un outil technologique dans une situation probabiliste, c'est à la fois expérimenter, analyser, partager, adopter et adapter. Les rencontres de la recherche formation ont donné l'occasion de faire tout cela, amenant ainsi les participants à envisager des possibilités d'utilisation dans leur enseignement. Pour ce thème, la voix des participants est encore plus présente dans les discussions que dans les autres thèmes, alors qu'ils évoquent surtout des évènements importants qui surviennent dans les rencontres et qui constituent des moments-clés de la recherche-formation. Ainsi, c'est surtout le travail des formés qui est analysé dans ce sens. Des éléments importants sont alors mis de l'avant, en lien avec l'appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste, puisque ces éléments reviennent souvent dans les gestes et les paroles des formés. Des enjeux de formation prennent aussi la forme de problèmes qui surviennent dans les rencontres et qui sont soulevés par des formés. Dans ce cas, il peut s'agir de quelque chose de difficile à faire pour des formés, en raison d'un

obstacle ou d'une contrainte à franchir ou encore d'une tension entre mes intentions comme formateur et un besoin exprimé par des formés. D'une part, il y a le formé et le chemin qu'il lui reste à faire, les efforts qu'il doit consentir ainsi que ses intentions d'intégrer ou de pousser plus loin ce qu'il a fait en formation. D'autre part, il y a le formateur et ses attentes par rapport à ce qu'il souhaiterait travailler dans les séances de formation. L'analyse des données fait ressortir qu'il y a parfois un décalage entre les attentes et besoins de chacun, compte tenu des contraintes et marges de manœuvre de part et d'autre. Une formation qui répond aux besoins de chacun se veut donc à la recherche d'un équilibre. Cet équilibre se trouve sans doute quelque part entre le « clé en main » dans une visée plus pratique et le pilotage de discussions dans une visée plus théorique.

CHAPITRE V

DISCUSSION DES RÉSULTATS

Dans le chapitre précédent, j'ai présenté les résultats de cette recherche-formation, ce qui m'a permis de faire ressortir dix-sept enjeux de formation[96] répartis en trois thèmes et en onze sous-thèmes. Dans ce chapitre de discussion, je reviens d'abord sur la question de recherche en présentant de manière schématique ces thèmes, sous-thèmes et enjeux de formation qui émergent de l'analyse des données, puis en reprenant les trois formes que prennent les enjeux de formation. Je reviens ensuite sur les objectifs de cette recherche, en montrant comment l'analyse permet d'avancer sur ceux-ci, à l'aide d'un nouvel éclairage appuyé par les trois modèles du cadre conceptuel ainsi que d'autres travaux de recherche.

5.1 Un retour sur la question de recherche

Le premier chapitre de cette thèse se termine en énonçant la question de recherche : Quels enjeux de formation émergent d'une formation continue à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ? En guise de retour sur

[96] Évidemment, ces dix-sept enjeux de formation ne sont pas exhaustifs au sujet de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. J'y reviendrai dans les limites du chapitre de conclusion (voir section 6.2).

cette question, je me suis inspiré de l'arbre thématique pour schématiser l'organisation des thèmes, sous-thèmes et enjeux de formation. Selon Paillé et Mucchielli (2016), l'arbre thématique permet « de hiérarchiser les divers thèmes selon leur appartenance générale ou spécifique au résultat d'ensemble, leur rôle principal ou périphérique au sein du phénomène étudié, leur lien avec telle ou telle rubrique, etc. » (p. 271). La Figure 5.1 illustre l'organisation des dix-sept enjeux de formation répartis en trois thèmes et onze sous-thèmes.

Dans cette figure, on retrouve quatre enjeux de formation reliés au thème *Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle*, huit enjeux de formation reliés au thème *Manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités*, puis cinq enjeux de formation reliés au thème *Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*. Un aspect important que cette figure ne rend cependant pas visible, ce sont les liens fréquents que j'ai observés entre des enjeux de formation. En effet, dans le chapitre précédent chaque enjeu de formation est relié à d'autres (j'ai souvent écrit « voir enjeu de formation n^{o} x »). Ces liens sont apparus de manière très naturelle durant l'analyse : je n'ai pas cherché systématiquement à faire ces liens (travail qui pourrait être intéressant dans le futur). Ceci illustre l'imbrication de ces enjeux de formation, qui me semble une caractéristique intéressante à relever.

Figure 5.1 Les thèmes, sous-thèmes et enjeux de formation qui émergent de cette recherche

Par ailleurs, un autre aspect qui se dégage du chapitre précédent est le fait que les enjeux de formation concernent souvent à la fois le formateur et les formés. Par

exemple, les quatre premiers enjeux de formation qui émergent concernent à la fois le formé (alors qu'il doit réaliser la pertinence de connaitre toutes ces notions probabilistes et de se préparer à composer avec celles-ci) et le formateur (alors qu'il doit faire réaliser cette pertinence en soutenant la préparation des formés). Les divers enjeux de formation concernent parfois le formé dans sa posture d'apprenant ou encore dans sa posture d'enseignant, ce qui rejoint les propos de Squalli (2015) quant à l'entité multiple d'un enseignant en formation. Ceci est particulièrement apparent dans la formulation de certains enjeux de formation, où on voit un verbe entre parenthèses, au début, qui s'applique spécifiquement au formateur tout en parlant également des formés. Par exemple[97], l'enjeu de formation nº 14 (*(Faire) expérimenter un outil technologique pour en faire ressortir son potentiel pour l'enseignement des probabilités*) indique qu'il s'avère important que les formés expérimentent un outil technologique. Puis, le verbe entre parenthèses précise que l'enjeu pour le formateur est de faire expérimenter ces formés en choisissant un outil technologique, puis en animant les discussions (notamment par des questions et des relances) pour en faire ressortir le potentiel pour l'enseignement des probabilités.

Les résultats présentés au chapitre précédent valident une intuition formulée au chapitre 3 : on voit un lien fort entre un enjeu *d'enseignement* et un enjeu *de formation*. Donc, si l'analyse des propos des enseignants fait ressortir des enjeux d'enseignement, ces enjeux peuvent être pris en compte de manière à être considérés dans la formation (initiale et continue). Par exemple, pour l'enjeu de formation nº 1 (*Se préparer à composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance fiable dans l'approche fréquentielle*), l'enjeu d'enseignement correspondant serait de composer avec le nombre d'essais nécessaire pour obtenir une tendance

[97] Il aurait été possible de revenir systématiquement sur chaque enjeu de formation dans ce chapitre, mais j'ai plutôt décidé de cibler une série d'exemples porteurs pour rappeler et discuter certains des résultats du chapitre précédent.

fiable dans l'approche fréquentielle. Selon les participants, cet élément n'est pas toujours facile à gérer en classe et certains d'entre eux y ont accordé de l'importance en ramenant cet enjeu d'enseignement dans les discussions. L'enjeu de formation consisterait alors à se préparer à cet enjeu d'enseignement. La plupart des enjeux de formation relevés dans l'analyse sont en lien avec des enjeux d'enseignement qui préoccupent les participants, ce qui semble un résultat digne de mention.

Par ailleurs, de manière à tenir compte des préoccupations des participants pour respecter le pôle de formation (sans non plus négliger le pôle de recherche), j'ai fait des ajustements au cours des rencontres par rapport à ce que j'avais planifié. Ainsi, le fait d'accorder de l'importance aux idées apportées par les participants m'a quelques fois amené ailleurs, tout en restant dans le thème ciblé par cette recherche. Par exemple, je n'avais pas prévu passer autant de temps sur le retour des devoirs et je n'avais pas non plus prévu accorder une rencontre entière à la programmation, mais ces moments ont pourtant été riches, à la fois pour le pôle de recherche et pour le pôle de formation. Grace a particulièrement apprécié cette flexibilité qui m'a permis de suivre les besoins et les questionnements des participants.

En ce sens, la formation peut permettre aux participants de travailler sur des enjeux d'enseignement, en provoquant des discussions en lien avec ceux-ci, de manière à partager leurs bons coups, difficultés et besoins. C'est ce que les séances de formation ont permis, alors que j'ai proposé aux formés de travailler collectivement à partir de situations probabilistes et d'outils technologiques, que je leur ai suggéré de travailler individuellement sur des devoirs et que je les ai relancés sur des éléments qui semblaient importants (que ce soit pour faire ressortir un accord commun d'une idée ou plutôt un désaccord ou encore pour faire un lien avec une idée évoquée précédemment). Toutes ces opportunités d'interactions ont permis aux formés de

réfléchir et de discuter autour d'enjeux d'enseignement, faisant ainsi émerger des enjeux de formation pour cette recherche.

Au début du chapitre des résultats, j'ai évoqué trois « formes » que prennent les enjeux de formation qui ont émergé dans la recherche-formation : 1) un évènement important qui survient dans les rencontres et qui constitue un moment-clé de la recherche-formation ; 2) un élément important à comprendre ou à faire, évoqué par le formateur ou des formés lors des rencontres ; 3) un problème qui survient dans les rencontres, qu'il fasse l'objet de discussions explicites ou non. Relier entre eux les enjeux sous cet angle aide à mieux comprendre cette catégorisation possible (et on notera au passage que les enjeux ne sont pas répartis aussi fréquemment dans les trois catégories : il y a peut-être là quelque chose à creuser).

En premier lieu, six enjeux de formation prennent la forme d'un évènement important. Par exemple, l'enjeu de formation nº 16 (*((Donner l'occasion de) s'appuyer sur ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement*) s'appuie sur un évènement important, soit l'animation des situations probabilistes avec des outils technologiques, qui constitue un moment-clé pour des formés. En effet, des participants s'appuient fortement sur ce qui a été fait en formation, pour ensuite adapter des ressources en vue de les intégrer dans leur enseignement. Ces participants reproduisent ainsi la manière dont les ressources ont été expérimentées dans la formation et considèrent les discussions qui ont eu lieu à ce sujet. Dans ce cas, l'évènement en soi est assez large et s'appuie sur des moments relativement longs, alors qu'il est parfois plus isolé. C'est d'ailleurs le cas lors d'un autre évènement important qui survient dans les rencontres en lien avec l'enjeu de formation nº 4 (*Se préparer à composer avec des résultats exceptionnels dans l'approche fréquentielle*), où les participants sont sensibilisés pendant quelques minutes à l'idée de résultats exceptionnels et qu'ils

reprennent cette idée par la suite à divers moments dans les rencontres. Il est à noter que l'évènement est considéré important, mais pas nécessairement pour tous les participants. Il serait donc possible de se questionner sur ce qui rend un évènement important pour une personne et ce qui en fait un moment-clé dans une formation.

En deuxième lieu, c'est sous la forme d'un élément important à comprendre ou à faire que le plus d'enjeux de formation ont émergé, soit quatorze. Il s'agit surtout d'éléments importants que les formés devraient comprendre ou faire, évoqué par des formés eux-mêmes lors des rencontres. Par exemple, pour l'enjeu de formation nº 14 (*(Faire) expérimenter un outil technologique pour en faire ressortir son potentiel pour l'enseignement des probabilités*), Déborah souligne l'importance d'expérimenter elle-même un outil technologique dans un contexte de formation, de manière à explorer le potentiel de l'outil, de discuter des conditions gagnantes avec des collègues afin de se l'approprier, puis d'envisager de l'intégrer dans son enseignement. Cette participante évoque alors l'importance de l'expérimentation dans un contexte de formation, ce qui implique du coup le formateur à faire expérimenter les formés et à mettre en place des discussions en lien avec avec cette expérimentation. Un autre exemple qui implique fortement le formateur est dans l'enjeu de formation nº 9 (*Exploiter la programmation pour soutenir l'enseignement des probabilités*), où un élément important à comprendre se dégage alors que des formés veulent en connaitre davantage sur la programmation tout en ayant besoin d'être convaincus de ses apports. C'est donc le formateur qui a la responsabilité d'amener les formés à comprendre cet élément qu'ils considèrent important. L'enjeu de formation nº 15 (*Concevoir comment adapter à son contexte une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner*) offre un autre exemple où des formés expriment le besoin que les séances de formation offrent l'occasion d'adapter des situations probabilistes et des outils technologiques pour les accompagner. Des formés indiquent ainsi l'importance d'accorder du temps de

formation pour qu'ils puissent adapter les ressources à leur contexte d'enseignement. Dans ces trois exemples, c'est dans le cadre de la formation qu'il y a un élément important à comprendre ou à faire, impliquant à la fois les formés et le formateur.

On retrouve aussi des enjeux de formation où l'élément important est évoqué par le formateur (moi) lors des rencontres. Par exemple, l'enjeu de formation n^{o} 7 (*Faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités*) prend notamment la forme d'un élément important à comprendre et à faire, alors que je veux que les formés prennent conscience des pouvoirs d'amplification et de réorganisation (Pea, 1985) d'un simulateur pour être en mesure de les exploiter dans leur enseignement. Je souhaite ainsi que les formés comprennent (dans leur posture d'apprenant) lors des rencontres en quoi consistent ces pouvoirs pour ensuite les exploiter (dans leur posture d'enseignant) avec leurs élèves. On peut remarquer encore une fois que l'élément important à faire devrait se produire parfois dans le cadre de la formation et parfois dans l'éventuel enseignement des formés. L'analyse m'amène à faire ressortir des éléments importants à comprendre ou à faire, mais il convient de se demander pourquoi ces éléments sont importants, aux yeux des formés et du formateur. Puisque des formés relèvent parfois l'importance de certains éléments, on peut supposer qu'ils sont en lien avec des enjeux d'enseignement. Toutefois, les données ne permettent pas toujours de retourner à la source, étant donné que des éléments importants sont souvent relevés par des formés sans que les raisons détaillées ne soient évoquées explicitement.

En troisième lieu, cinq enjeux de formation prennent la forme d'un problème. En guise d'exemple, le cas de l'enjeu de formation n^{o} 13 (*Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités*) prend notamment la forme d'un problème qui survient dans les rencontres, alors qu'une capsule vidéo proposée par le formateur est jugée non pertinente par l'ensemble des formés. Ce

problème n'est pas dérangeant dans cette recherche-formation, au sens où il a occasionné une riche discussion qui a permis aux participants d'évoquer quelques facteurs pour juger de la pertinence d'un outil technologique. D'autres problèmes d'ordres différents sont survenus, dont un glissement du formateur qui fait ressortir un enjeu de formation : j'y reviendrai dans la sous-section 5.2.3 sous l'éclairage des incidents didactiques (Aldon, 2011, 2014 ; Douamba, 2015 ; Roditi, 2003). Cela dit, au-delà des enjeux de formation que ces problèmes soulèvent, il serait intéressant de pouvoir retracer l'impact de tels problèmes sur la poursuite de la formation ainsi que sur l'enseignement.

5.2 Un retour sur les objectifs de recherche

En guise de retour sur les objectifs de recherche, je vais maintenant les reprendre individuellement et montrer comment les résultats permettent d'avancer sur ces objectifs, en lien avec les angles identifiés par les trois modèles du cadre conceptuel. Je vais aussi en profiter pour faire quelques liens avec d'autres travaux en didactique des mathématiques qui me semblent particulièrement pertinents en rapport avec les éléments soulevés.

Comme je l'ai écrit précédemment, les modèles sont directement liés aux objectifs (au deuxième chapitre) et les thèmes sont liés aux enjeux de formation (dans le quatrième chapitre). Dans les sections suivantes, il ne s'agit cependant pas de lier systématiquement les modèles/objectifs à tous les thèmes/enjeux, les modèles et enjeux de formation étant perçus comme des points de départ. À ce titre, j'en profite pour préciser que chaque enjeu de formation découle en effet d'un grand nombre de codes provenant de chacun des trois angles d'entrée (reliés aux modèles et objectifs). Il ne serait donc pas approprié des relier de manière trop « simpliste » aux modèles.

Pour cette sous-section, je vais néanmoins faire des liens entre certains enjeux de formation (qui sont chacun associés à un des thèmes) aux modèles et objectifs. Il ne s'agit pas non plus d'expliciter de façon exhaustive toutes les relations entre les enjeux de formation et thèmes relevés dans cette thèse et les modèles et objectifs de recherche. Mon but est vraiment de revenir sur les objectifs de manière à avancer sur ceux-ci tout en restant dans l'idée qu'il s'agit de points de départ ou d'angles à explorer.

5.2.1 Un retour sur le premier objectif de recherche

Le premier objectif de recherche consiste à décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux *connaissances et compétences des enseignants*, pour l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

En lien avec cet angle des connaissances et compétences des enseignants, soutenu par le modèle TPACK (Koehler et Mishra, 2009), plusieurs enjeux de formation relevés dans l'analyse font ressortir des connaissances technologiques (T), pédago-didactiques (P) et notionnelles (C) qui semblent importantes dans le cadre de la formation, en lien avec l'enseignement des probabilités du secondaire des outils technologiques. Des travaux conjoints en didactique des mathématiques décrivent la *vigilance didactique* (Charles-Pézard, 2010 ; Masselot *et al.,* 2012) qui est reliée à cet angle des connaissances et compétences des enseignants. La vigilance didactique est d'ailleurs définie comme suit :

> Cela nous amène à définir ce que nous appelons la « vigilance didactique » comme un ajustement didactique permanent de la part du professeur faisant appel aux deux composantes cognitive et médiative des pratiques et s'exerçant dans les trois niveaux global, local et micro. Pour

> exercer une certaine vigilance didactique, des connaissances mathématiques et didactiques sont à mobiliser. Les connaissances mathématiques ne sont pas seulement académiques, elles doivent être finalisées pour l'enseignement. Les connaissances didactiques contribuent à une bonne perception des enjeux d'apprentissage des situations et de leur organisation en vue de l'enseignement de savoirs mathématiques. (Masselot *et al.,* 2012, p. 366)

Selon Charles-Pézard (2010), la vigilance didactique peut s'opérer à différents moments par l'enseignant : « La vigilance didactique est liée aux différentes tâches d'enseignement de contenus mathématiques situées en amont de l'action en classe, pendant l'action en classe ou après la classe ainsi qu'aux différentes manières de les réaliser » (p. 15). Masselot *et al.* (2012) précisent d'ailleurs comment cette vigilance didactique peut s'exercer à ces divers moments, soit d'abord en amont de la classe :

> En amont de la classe, [les indicateurs reliés à la vigilance didactique] concernent la consistance des problèmes proposés ainsi que la qualité de l'analyse *a priori* du professeur, qualité appréciée de plusieurs points de vue : adéquation du problème avec la (les) connaissance(s) visée(s), gestion a priori de la séance mettant en relation [des] choix au niveau de chacune des variables didactiques, anticipation des procédures et performances des élèves, prévision des aides en cas de difficultés. (Masselot *et al.,* 2012, p. 368)

Puis, la vigilance didactique peut s'exercer par l'enseignant pendant la classe :

> Pendant la classe, outre un maintien de ses exigences, la vigilance didactique du professeur des écoles s'exerce dans sa capacité à décoder les cheminements cognitifs des élèves par rapport à son projet initial. Cela suppose de savoir lire et interpréter leurs productions et d'ajuster en conséquence ses décisions d'enseignant. Elle est aussi liée aux gestes visant à faire expliciter les procédures, à les hiérarchiser, à identifier celles sur lesquelles s'appuyer et à en faire une synthèse. (Masselot *et al.,* 2012, p. 368)

Enfin, la vigilance didactique peut aussi s'exercer après la classe :

> Après la classe, elle s'exerce dans la régulation des activités proposées, dans les adaptations de la progression aux réussites ou aux difficultés des élèves, en particulier dans le choix des exercices de réinvestissement, voire d'évaluation. (Masselot *et al.,* 2012, p. 368)

Comme le soutient Charles-Pézard (2010), « la vigilance didactique est donc à la fois du côté du savoir mathématique, des connaissances didactiques et de leur mise en fonctionnement dans l'acte d'enseigner » (p. 15). Pour soutenir le développement de la vigilance didactique des enseignants, Masselot *et al.* (2012) soulignent l'importance de la formation, alors qu'« il serait nécessaire de travailler davantage en formation l'analyse *a priori* des situations, en particulier pour en identifier les enjeux d'apprentissage, ainsi que le jeu sur les variables pour influer sur les procédures et performances des élèves » (p. 369).

Ces travaux sur la vigilance didactique permettraient d'éclairer davantage certaines données et de faire des liens avec des enjeux de formation relevés dans cette thèse. Même si la dimension technologique n'est pas abordée explicitement dans ces travaux, il serait possible de l'envisager également. En ce sens, pour préparer le formé à exercer une certaine forme de vigilance didactique (en lien avec l'utilisation d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités), le formateur se trouve à travailler avec le formé sur certaines connaissances (technologiques, pédagogico-didactiques et notionnelles).

L'analyse révèle ainsi des connaissances notionnelles (liées à l'approche fréquentielle, à la Loi des grands nombres, à l'intervalle de confiance, à la marge d'erreur, puis à la distinction entre aléatoire, pseudo-aléatoire et déterminisme) que je souhaiterais que les formés connaissent et mobilisent dans leur enseignement, en lien

avec des connaissances pédago-didactiques. Par exemple, pour l'enjeu de formation nº 4 (*Se préparer à composer avec des résultats exceptionnels dans l'approche fréquentielle*) issu du premier thème (*Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle*), un bon bagage mathématique et pédagogico-didactique (soit les composantes P et C du modèle TPACK) est nécessaire pour composer avec des résultats exceptionnels qui peuvent survenir lorsqu'on réalise des essais. Tel qu'expliqué au chapitre précédent, un simulateur peut générer les résultats de nombreux échantillons d'essais, alors des résultats exceptionnels peuvent survenir de façon plus rapide (et non pas de façon plus fréquente au sens proportionnel). Lorsque des résultats exceptionnels semblent survenir, des conceptions peuvent se manifester et la vigilance didactique est alors de mise. Comme le dit Lachapelle (2018), l'être humain attribue parfois une signification particulière à un résultat étonnant, alors qu'il ne s'agit que d'un cas rare, mais possible :

> Si un nombre de coups suffisant sont joués [dans un jeu de hasard], on va tomber forcément sur un évènement qui aura une signification particulière pour quelqu'un qui observe rarement la situation. […] Alors, quand le hasard se veut étonnant, l'être humain aime y voir plus qu'une simple probabilité. (Lachapelle, 2018, p. 2)

L'analyse des données révèle que les formés n'étaient pas en mesure de reconnaitre mathématiquement si des résultats obtenus sont exceptionnels ou s'ils peuvent tout simplement s'expliquer par la variabilité (normale) d'une expérience aléatoire. Ce bagage mathématique qui s'appuie sur des connaissances notionnelles (composante C du modèle TPACK) n'est d'ailleurs pas facile à acquérir étant donné qu'il repose sur des notions probabilistes avancées (soit des lois probabilistes comme la Loi binomiale et la Loi normale) qui dépassent largement celles à enseigner au secondaire au Québec. Plusieurs participants ont mentionné qu'ils ont suivi des cours universitaires de probabilités avancées, mais qui remontent pour la plupart à plus de dix ans et qu'ils n'en gardent généralement pas un très bon souvenir. Les participants

n'ont donc montré aucun intérêt à réactiver les notions probabilistes en jeu. De mon côté, je dois avouer que je n'aurais pas pu vérifier dans l'action d'une séance de formation si les résultats obtenus étaient exceptionnels ou non, car je ne m'y étais pas préparé. Il a fallu par la suite que je réactive les notions probabilistes nécessaires pour pouvoir revenir à la séance suivante et présenter aux formés mon interprétation des calculs de probabilités que j'ai effectués. Amener les formés à exercer une vigilance didactique envers des résultats exceptionnels n'est donc pas simple !

Outre le bagage mathématique, un bagage pédagogico-didactique qui s'appuie sur des connaissances à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (composante P du modèle TPACK) s'avère aussi important pour composer avec des résultats exceptionnels en classe. Lors des rencontres, après s'être penchés sur des résultats exceptionnels et leur signification, quelques participants ont signalé leur intérêt de sensibiliser les élèves à de tels résultats exceptionnels. Il serait alors possible de le faire de façon qualitative (sans les calculs), en amenant les élèves à constater que les fréquences d'une expérience aléatoire oscillent autour de la probabilité en raison de la variabilité, mais que certains s'éloignent parfois de façon exceptionnelle de la tendance attendue.

Il est donc complexe et même déstabilisant, à la fois pour le formateur et pour les formés, de composer avec des résultats exceptionnels. Cette difficulté souligne l'importance de s'y préparer en mobilisant et en développant les connaissances (notionnelles et pédagogico-didactiques) des enseignants dans la formation, en les amenant à exercer une vigilance didactique.

Il est à noter que les outils technologiques ne sont pas toujours présents (ou du moins pas au premier plan) dans les discussions reliées aux enjeux de formation dont l'attention est portée sur les notions probabilistes. Ces enjeux de formation se

retrouvent d'ailleurs surtout dans le premier thème (*Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle*). Toutefois, comme le suggèrent Ball *et al.* (2008), les connaissances mathématiques sont nécessaires, mais non suffisantes pour enseigner les mathématiques. Il semble que ce constat s'applique aussi autres types de connaissances, qui sont toutes essentielles pour enseigner les mathématiques avec des outils technologiques. D'ailleurs, selon Voogt *et al.* (2013), l'enseignant qui utilise des outils technologiques en articulant des connaissances des trois types (notionnelles, pédagogico-didactiques et technologiques) est considéré compétent pour enseigner les mathématiques avec des outils technologiques.

Dans les deux autres thèmes, on retrouve des enjeux de formation qui touchent aussi les connaissances technologiques (composante T du modèle TPACK). Par exemple, l'analyse au chapitre précédent de l'enjeu de formation n^{o} 13 (*Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités*) issu du troisième thème (*Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*) fait ressortir quelques moments où les participants sont critiques envers les outils technologiques. Ce jugement critique rappelle les travaux sur la vigilance didactique, alors qu'un travail avec les formés sur les connaissances technologiques et pédagogico-didactiques semble important. D'ailleurs, le développement de la vigilance didactique chez les enseignants apparait d'autant plus important au regard de la pléthore d'outils technologiques disponibles.

Les différentes connaissances (technologiques, pédagogico-didactiques et notionnelles) sont souvent imbriquées et donc difficiles à dissocier (et à distinguer) les unes des autres. C'est d'ailleurs ce qu'indique le modèle TPACK, où la compétence à enseigner les probabilités avec des outils technologiques s'acquiert en articulant les trois types de connaissances. Ce constat soulève l'importance d'amener

les formés à exercer une vigilance didactique, pour favoriser le développement de cette compétence, qui pourrait leur être utile avant, pendant, puis après la classe.

Enfin, les résultats de cette thèse vont dans le même sens que la position de ces chercheurs quant à la nécessité de favoriser le développement d'une telle vigilance didactique dans la formation, et plus particulièrement pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Le concept de vigilance didactique apporte donc un éclairage nouveau concernant des enjeux de formation liés aux *connaissances et compétences des enseignants* en probabilités du secondaire. Une étude plus poussée des enjeux de formation sous l'angle de la vigilance didactique serait donc fort intéressante.

5.2.2 Un retour sur le deuxième objectif de recherche

Le deuxième objectif de recherche consiste à décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux différents *niveaux d'utilisation d'outils technologiques*, pour l'enseignement des probabilités du secondaire.

En lien avec cet angle, soutenu par le modèle de Laborde (2001), quelques enjeux de formation relevés dans l'analyse font ressortir des niveaux d'utilisation d'outils technologiques. Par exemple, j'ai mis de l'avant dans la présentation des résultats issus du troisième thème que des outils technologiques ont été intégrés par des participants dans leur enseignement en s'appuyant sur ce qui a été fait en formation (voir enjeu de formation n^{o} 16) ou en allant au-delà (voir enjeu de formation n^{o} 17). Lorsque les participants se sont appuyés sur ce qui a été fait en formation, ceux-ci ont eu tendance à reprendre dans leur enseignement le même niveau d'utilisation d'un outil technologique que celui qui a été expérimenté en formation pour une situation

probabiliste donnée. C'est notamment le cas d'Alan qui a repris les outils technologiques proposés lors des rencontres, en les adaptant puis en les expérimentant avec ses élèves de façon similaire à ce qui a été fait en formation. Dans cette intégration d'Alan, on retrouve surtout des outils technologiques qui sont utilisés pour l'enseignement selon les deux premiers niveaux d'utilisation identifiés par Laborde (2001), soit pour faciliter l'aspect matériel (premier niveau) ou l'aspect mathématique (deuxième niveau) d'une tâche, sans néanmoins la changer conceptuellement.

Lorsque les participants ont été au-delà de ce qui a été fait en formation, ceux-ci se risquaient à avoir recours à autre niveau d'utilisation d'un outil technologique dans leur enseignement. C'est notamment le cas de Déborah qui a intégré dans son enseignement de nouvelles ressources (que celles expérimentées en formation) ou encore les mêmes ressources mais en les utilisant différemment. Plus particulièrement, Déborah a intégré dans son enseignement une alternative d'outil technologique pour accumuler efficacement les résultats des essais de l'expérience aléatoire de la bouteille probabiliste ainsi qu'un prolongement pertinent de cette situation pour développer le raisonnement probabiliste de ses élèves. Toutefois, malgré cette initiative remarquable de la part de Déborah, elle a eu recours à des outils technologiques selon les deux premiers niveaux d'utilisation identifiés par Laborde (2001).

Ainsi, il est à noter que les troisième et quatrième niveaux d'utilisation d'outils technologiques de Laborde (2001), ne semblaient pas se retrouver dans l'enseignement des probabilités chez les participants, du moins pas dans ce qu'ils ont rapporté lors des rencontres. Toutefois, ce n'est pas si surprenant étant donné que la formation elle-même a fourni moins d'occasions de travailler sur ces niveaux d'utilisation, soit pour transformer la tâche en changeant les stratégies utilisées pour

la résoudre (troisième niveau) ou pour que la tâche prenne sa raison d'être à l'aide de l'outil technologique (quatrième niveau). Cette prise de recul soulève la pertinence pour le formateur de travailler de manière explicite chacun des niveaux d'utilisation ainsi que le passage d'un niveau à l'autre.

Pour favoriser le passage d'un niveau à l'autre auprès des formés, d'autres travaux en didactique des mathématiques décrivent l'*agentivité didactique* (Martin *et al.,* 2018a ; Martin et Malo, 2019), dont la définition s'appuie sur d'autres travaux :

> [L'agentivité didactique, qui] fait écho au concept de « pouvoir d'agir » développé par Clot (2008), permet de porter un regard sur la capacité des enseignants à transformer leur situation de travail par le développement d'une pensée didactique venant enrichir les pistes d'apprentissages offertes aux élèves. Martin (2004) voit l'agentivité comme la capacité d'un individu à faire des choix et à agir conséquemment d'une manière qui fait une différence dans sa vie. L'agentivité des enseignants est définie par Biesta, Priestley et Robinson (2015) comme la contribution active de l'enseignant à la structuration de son travail et de ses conditions de réalisation. Néanmoins, nous parlons en termes d'agentivité didactique pour traiter de l'exercice d'une pensée didactique dans le travail de l'enseignant. (Martin et Malo, 2019, p. 94-95)

Martin et Malo (2019) se positionnent favorablement face à une telle proactivité, plus particulièrement en lien avec la modification de tâches probabilistes : « nous croyons qu'il est souhaitable que l'enseignant, doté d'une certaine "agentivité didactique", utilise les tâches comme un point de départ de son enseignement des probabilités sans s'y limiter ou s'y conformer complètement » (p. 94). Ainsi, par son agentivité didactique, l'enseignant exerce son pouvoir d'agir pour sélectionner, utiliser et modifier les ressources mobilisées dans son enseignement afin de réaliser ses intentions didactiques et favoriser l'apprentissage des savoirs mathématiques par les élèves (Martin et Malo, 2019).

Ces travaux sur l'agentivité didactique me permettent d'éclairer davantage certaines données et de faire des liens avec des enjeux de formation relevés dans cette thèse. Même si la dimension technologique n'est pas abordée explicitement dans ces travaux, il serait possible de l'envisager également. En ce sens, pour préparer le formé à exercer une certaine forme d'agentivité didactique (en lien avec l'utilisation d'outils technologiques dans l'enseignement des probabilités), le formateur se trouve à travailler avec le formé sur différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques.

Par exemple, l'analyse au chapitre précédent de l'enjeu de formation n^{o} 17 (*(Donner l'occasion d') aller au-delà de ce qui est fait en formation pour intégrer une situation probabiliste et des outils technologiques dans l'enseignement des probabilités*) issu du troisième thème (*Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*) fait ressortir l'importance pour l'enseignant d'agir de manière proactive face aux ressources qui lui sont proposées dans un contexte de formation. L'enseignant a alors la possibilité d'utiliser un outil technologique à un autre niveau dans son enseignement, en intégrant de nouvelles ressources ou les mêmes ressources mais en les utilisant différemment. Ce choix du formé d'aller au-delà de ce qui a été fait en formation rappelle l'agentivité didactique. En ce sens, le formateur peut encourager les formés à exercer leur agentivité didactique en les incitant à s'approprier les ressources proposées dans la formation[98], soit des situations probabilistes et des outils technologiques qui les accompagnent, ou encore en leur proposant de concevoir[99] eux-mêmes des ressources qui répondent à leurs besoins.

[98] C'est d'ailleurs ce que j'ai fait alors que, pour que chaque participant y trouve son compte, j'ai sélectionné des situations suffisamment riches pour pouvoir être adaptées à divers niveaux scolaires, tel que présenté dans l'analyse de l'enjeu de formation n^{o} 15.

[99] Il existe beaucoup de travaux concernant la conception de tâches par des formés et j'ai été amené à me pencher sur ce sujet dans le cadre d'un autre texte sur la conception de tâches en géométrie par des enseignants en formation continue (Thibault et Sinclair, 2019).

Laborde (2007) distingue d'ailleurs deux paliers concernant l'instrumentation technologique des enseignants. Dans le premier palier, l'enseignant maitrise les outils technologiques de manière à y avoir recours pour une activité mathématique. Dans le deuxième palier, l'enseignant instrumente les outils technologiques de manière à organiser l'apprentissage et à y contribuer : il organise des tâches pour tirer avantage des outils technologiques, il anticipe les difficultés des élèves, il anticipe leurs stratégies d'utilisation des outils technologiques, il interprète ces stratégies et il pilote des activités collectives qui mènent à internaliser des connaissances à enseigner.

Toutefois, le passage d'un niveau d'utilisation à un niveau supérieur est exigeant pour l'enseignant, d'où l'importance d'accompagnement du formateur. D'une part, il apparait important que le formateur montre des exemples d'utilisation des outils technologiques à divers niveaux. D'autre part, il convient de développer l'agentivité didactique des formés pour favoriser le passage d'un palier à l'autre (Laborde, 2007) ou d'un niveau d'utilisation à l'autre (Laborde, 2001). L'accompagnement du formateur pourrait alors aider le formé à passer progressivement d'une posture de consommation, soit d'utiliser les outils technologiques tels quels et de la même façon qu'ils ont été utilisés en formation, vers une posture de production, soit de modifier les outils technologiques pour qu'ils correspondent à une intention ciblée. Au fur et à mesure du processus d'appropriation des outils technologiques par les formés, ces derniers pourraient être encouragés à passer de la découverte de ces outils à leur création, pour ensuite être en mesure d'innover de manière à répondre à leur besoin particulier.

Donc, le concept d'agentivité didactique apporte un éclairage nouveau concernant des enjeux de formation liés aux *niveaux d'utilisation d'outils technologiques* pour l'enseignement des probabilités. Une étude plus poussée des enjeux de formation sous l'angle de l'agentivité didactique serait donc fort intéressante.

5.2.3 Un retour sur le troisième objectif de recherche

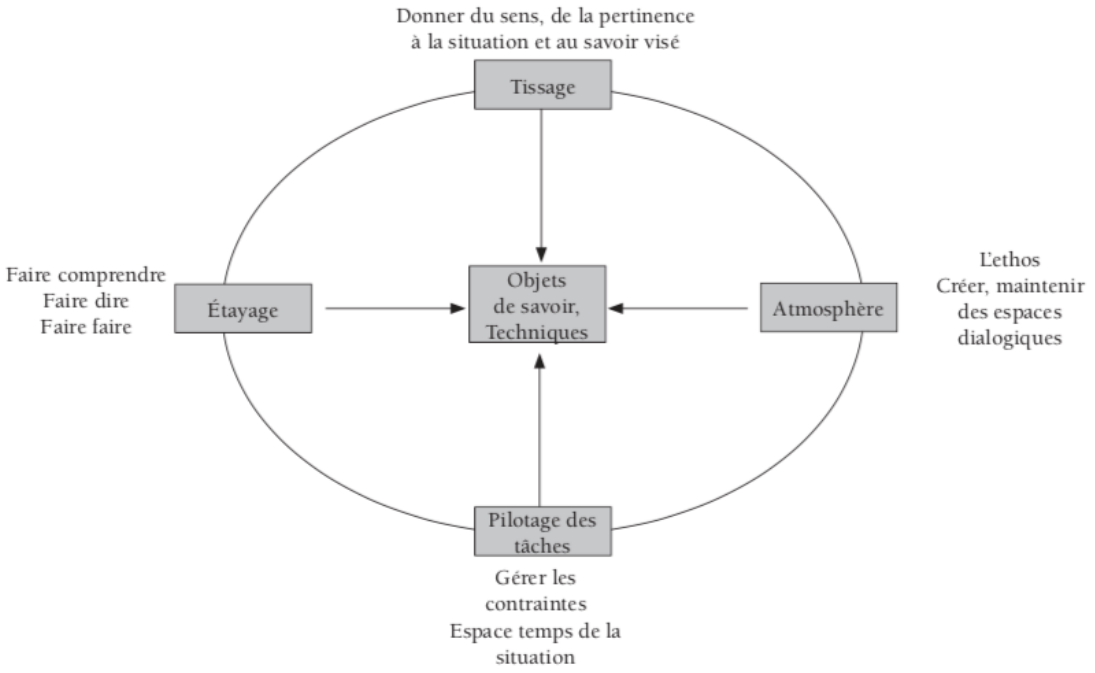
Le troisième objectif de recherche consiste à décrire et comprendre des enjeux de formation liés aux *dynamiques d'interactions* entre le formateur, le formé et les savoirs, pour l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Il convient d'abord de souligner que ce troisième angle est moins détaillé dans les résultats. Cet angle est bien présent, mais moins central dans cette thèse puisque mon attention s'est surtout portée sur les deux premiers angles qui ont donné matière à une analyse riche en lien avec les probabilités (et les outils technologiques). En effet, les probabilités ne sont pas toujours présentes, ou du moins pas au premier plan, dans les discussions reliées à l'angle des dynamiques d'interactions, alors que les probabilités sont au cœur de cette thèse. Cet ancrage disciplinaire fait partie des particularités liées au fait de mener une recherche en didactique des mathématiques, même si elle se fait au sein d'un programme en éducation, où ce troisième angle aurait facilement pu prendre plus d'ampleur.

En lien avec cet angle des dynamiques d'interactions, soutenu par le modèle de Tapan (2006), quelques enjeux de formation relevés dans l'analyse font ressortir des interactions entre le formateur, le formé et les savoirs. Mes diverses postures de formateur m'ont parfois amené à présenter certains outils technologiques ou notions probabilistes, à relancer la discussion à l'aide d'un autre exemple, à questionner les participants, à remettre en doute leurs propos ou encore à faire des liens avec des discussions précédentes. Ces postures de formateur, appuyées par les travaux de Jorro (2016), ainsi que les postures de formés mis de l'avant par Squalli (2015), visent ainsi à alimenter les interactions entre le formateur, les formés et les savoirs (didactiques, instrumentaux et mathématiques).

Certains travaux en didactique des mathématiques, notamment ceux de Jorro (2016), évoquent la complexité d'agir dans l'action de la formation :

> Agir avec le sens du kaïros, c'est agir avec le sens de l'improvisation. Le formateur saisit le moment opportun pour intervenir, fait preuve de prise de risque, joue sur le déroulement de l'action prévue pour lui donner une autre teneur. L'imprévu est transformé en situation favorable. [...] Art du jongleur, art de l'éventail, autant d'expressions métaphoriques pour valoriser les ajustements dans la gestualité du praticien. (Jorro, 2016, p. 120)

Bucheton et Soulé (2009) soulignent d'ailleurs que l'enseignement est parsemé : « d'imprévus qui surgissent constamment dans le cours de l'action. Ils sont des indicateurs de ce cheminement non tranquille de la construction des significations au travers d'engagements instables de la part des acteurs dans l'action. (Jean 2008) » (p. 31). Les imprévus évoqués par Bucheton et Soulé (2009) ajoutent à la complexité du travail de l'enseignant, qui se caractérise par ce que ces chercheurs appellent le multi-agenda des préoccupations enchâssées, tel qu'illustré dans la Figure 5.2.



(Source : Bucheton et Soulé, 2009, p. 33)

Figure 5.2 Un multi-agenda de préoccupations enchâssées dans l'enseignement

À la lumière des résultats présentés au chapitre précédent, il semble que ce multi-agenda se répercute dans le travail de l'enseignant, mais aussi dans celui du formateur, qui doit prendre en compte lui aussi le tissage, l'étayage, le pilotage des tâches ainsi que l'atmosphère.

Ces travaux de Jorro (2016) et Bucheton et Soulé (2009) me permettent d'éclairer davantage certaines données et de faire des liens avec des enjeux de formation relevés dans cette thèse. Par exemple, l'analyse au chapitre précédent de l'enjeu de formation nº 15 (*Concevoir comment adapter à son contexte une situation probabiliste et des outils technologiques pour l'accompagner*) issu du troisième thème (*Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*) fait ressortir une tension entre mes intentions comme formateur et un besoin exprimé par des formés. Cette tension soulève l'importance de l'équilibre à trouver pour le formateur, de manière à

respecter à la fois les intentions du formateur et les besoins des formés. En ce sens, le travail du formateur est complexe (et peut-être encore davantage pour le formateur qui adopte une double posture de chercheur-formateur dans une recherche-formation) et demande d'agir dans le feu de l'action.

En lien avec les dynamiques d'interactions et la complexité d'agir dans l'action de la formation, mon regard s'est alors penché sur des problèmes survenus dans les rencontres, qui est la troisième forme d'enjeux de formation analysée précédemment. Certains travaux en didactique des mathématiques décrivent ce qu'ils appellent des *incidents didactiques* qui surviennent en classe de mathématiques (Aldon, 2011, 2014 ; Douamba, 2015 ; Roditi, 2003).

D'une part, Roditi (2003) explique que « l'incident [didactique] est une manifestation publique (au sens où elle s'intègre à la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport à l'ensemble des réponses correctes envisageables compte tenu de la tâche proposée » (p. 192-193). Douamba (2015) soutient que les incidents didactiques sont « inévitables lors des séances de leçons. Les erreurs, les questions des élèves, les réponses incomplètes, les réponses aux questions hors de portée des élèves, les désaccords entre les élèves et les silences sont des exemples d'incidents didactiques relevés par Roditi (2003, 2005) » (p. 35). Selon ces chercheurs, les incidents didactiques sont ainsi causés par les élèves. Roditi (2003) met de l'avant différents modes de gestion (comme ignorer, répondre, enrichir ou encore relancer) pour expliquer les manières dont l'enseignant peut réagir à ces incidents didactiques.

D'autre part, Aldon (2011) définit succinctement un incident didactique comme un « événement qui crée une perturbation dans l'évolution de la situation didactique »

(p. 23), de par les interactions entre l'enseignant, l'élève et le milieu didactique. Une explication plus détaillée est ensuite fournie :

> Dans mon approche, les incidents didactiques seront étudiés comme des éléments déterminants de la dynamique de la classe tant du point de vue du professeur que de celui de l'élève ou, plus précisément dans les interactions à l'intérieur du couple (professeur, élève) en relation avec le milieu didactique. J'appellerai incident didactique un événement du système didactique qui se produit de manière irrégulière, non prévu, nécessitant des acteurs une réponse appropriée. Le caractère imprévu vient de la position de l'opérateur et non pas d'une imprévisibilité en général. (Aldon, 2011, p. 26)

Puis, Aldon (2011, 2014) soutient que de tels incidents didactiques modifient la dynamique de la classe de mathématiques, mais qu'ils ne sont toutefois pas forcément causés par les élèves :

> Ainsi dans une situation didactique, les incidents didactiques peuvent concerner l'un ou l'autre des acteurs dans le déroulement de la situation. Un incident didactique est donc fondamentalement lié aux acteurs de la situation. En particulier, le même événement, dans des contextes et avec des acteurs différents peut apparaître comme un incident ou non. De la même façon, un incident didactique peut être incident pour le professeur sans l'être pour les élèves ou, au contraire, concerner un élève (ou un groupe d'élèves) ou enfin impliquer à la fois le professeur et les élèves. Enfin, un incident didactique n'est pas nécessairement décelé par les acteurs comme tel, qu'ils en soient la cible ou les témoins. (Aldon, 2011, p. 26-27)

Ces travaux sur les incidents didactiques me permettent d'éclairer davantage certaines données et de faire des liens avec des enjeux de formation relevés dans cette thèse. Par exemple, l'analyse au chapitre précédent de l'enjeu de formation n^{o} 3 (*Se préparer à composer avec la double probabilité reliée au niveau de confiance d'avoir atteint la probabilité recherchée dans l'approche fréquentielle*) issu du premier thème (*Recours à des notions probabilistes liées à l'approche fréquentielle*) fait

ressortir des propos que j'ai tenus qui glissent vers un certain déterminisme dans la situation des bouteilles probabilistes, alors qu'il s'agit de notions probabilistes difficiles à verbaliser. Ce glissement de ma part n'est pas souhaitable sachant que les propos du formateur peuvent avoir une incidence importante sur la compréhension des formés. Ce glissement pourrait ainsi être qualifié d'incident didactique, sans toutefois qu'il soit relevé par les formés sur le moment. Il peut tout de même avoir une incidence néfaste sur leur compréhension, si mes propos les incitent à glisser eux aussi vers un certain déterminisme en situation aléatoire. Ainsi, cette analyse rejoint le fait que des incidents didactiques peuvent aussi être occasionnés par le formateur, comme le suggère Aldon (2011, 2014).

Par ailleurs, on retrouve aussi dans les discussions une tension entre certains savoirs que je considère pertinents pour les enseignants et les types de savoirs que les enseignants eux trouvent pertinents. Par exemple, en lien avec l'enjeu de formation n^{o} 13 (*Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités*) issu du troisième thème (*Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*), les participants ne semblaient pas considérer la distinction entre aléatoire, pseudo-aléatoire et déterminisme comme étant importante à développer, pas plus chez eux que chez les élèves. Pourtant, en tant que chercheur-formateur, je juge qu'il est pertinent de se questionner sur la façon dont les simulateurs génèrent des résultats avant de leur attribuer notre confiance. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle j'ai autant insisté sur cette distinction qui était soulevée dans une capsule vidéo que je leur ai proposée, mais qui ne les a pas intéressés et qui a mené à un incident didactique.

Même si la dimension technologique n'est pas abordée explicitement dans les travaux sur les incidents didactiques, il serait possible de l'envisager également. Par exemple, pour l'enjeu de formation n^{o} 8 (*Mettre en doute la confiance à accorder à un outil*

technologique selon son opacité) issu du deuxième thème (*Manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités*), un incident didactique survient lorsque les résultats contre-intuitifs du simulateur de Monty Hall occasionnent une remise en doute de l'exactitude du programme. Alors que la programmation soulève des difficultés non négligeables pour des formés, un autre incident didactique survient. Or, des discussions lors des rencontres ont permis aux participants de s'exprimer sur le sujet et de finalement reconnaitre la pertinence de la programmation pour l'enseignement des probabilités. De plus, dans l'analyse liée à l'enjeu de formation nº 13 (*Juger de la pertinence d'un outil technologique pour soutenir l'enseignement des probabilités*) issu du troisième thème (*Appropriation d'un outil technologique dans une situation probabiliste*), le simulateur de la situation des rondelles n'était pas convivial pour Émilie et elle ne parvenait pas à l'utiliser adéquatement. Sans mon accompagnement, cet incident didactique aurait pu entrainer Émilie à juger que cet outil technologique n'était pas pertinent.

Ces moments issus des rencontres témoignent de la possibilité qu'un incident didactique qui survient dans la formation puisse mener à un moment riche qui peut s'avérer déterminant pour l'enseignement des formés. Pour parvenir à transformer un incident didactique en moment riche, il semble important que le formateur réunisse des conditions favorables et saisisse cette opportunité dans le feu de l'action, tout comme un enseignant peut saisir l'erreur d'un élève en classe pour amener les élèves à faire des mathématiques à partir de cette erreur. En ce sens, les dynamiques d'interaction en contexte de formation peuvent parfois donner lieu à des incidents didactiques qui laissent entrevoir des défis et des tensions, mais qui peuvent également être transformés en possibilités intéressantes pour poursuivre le travail sur le thème ciblé.

En lien avec l'enjeu de formation n^{o} 7 (*Faire ressortir les pouvoirs d'amplification ou de réorganisation d'un simulateur pour l'enseignement des probabilités*) issu du deuxième thème (*Manifestation des apports et des limites d'outils technologiques en probabilités*), un autre incident didactique est survenu dans les rencontres, alors que des formés ont eu du mal à exploiter le pouvoir de réorganisation. Plus particulièrement, les participants ont tenté en vain de faire ressortir de nouvelles questions qui permettraient d'exploiter le simulateur de la situation de la bouteille probabiliste. Pour cet incident didactique, je ne suis pas parvenu à relancer la discussion et à proposer moi-même de nouvelles questions pertinentes avec ce simulateur. Il s'agit donc d'un moment où je n'ai pas su transformer un incident didactique en moment riche.

D'une manière générale, si j'analyse mes interventions comme chercheur-formateur en ce qui a trait aux dynamiques d'interactions, j'ai tenté à plusieurs reprises d'être à la recherche d'un certain équilibre entre mes intentions en tant que chercheur-formateur et les attentes des formés. J'ai ainsi mis l'emphase sur certains aspects, notamment l'approche fréquentielle, ce qui s'est reflété de plusieurs manières dans la formation que j'ai animée (entre autres dans les situations choisies, les outils technologiques retenus, les savoirs explicités) et dans les enjeux de formations qui ont émergé. En contrepartie j'ai tenu compte de leurs préoccupations, de leurs intérêts, de leurs questionnements, de leur curiosité même (à l'égard de la programmation par exemple) et tout cela ressort aussi dans les enjeux de formation.

Donc, la complexité d'agir dans l'action de la formation et le concept d'incident didactique apportent un éclairage nouveau concernant des enjeux de formation liés aux *dynamiques d'interactions* entre le formateur, le formé et les savoirs. Une étude plus poussée des enjeux de formation sous ces angles serait donc fort intéressante.

CONCLUSION

Au regard des objectifs de cette thèse, cette recherche-formation visait à décrire et comprendre des enjeux de formation concernant la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques selon trois angles complémentaires (les connaissances et compétences des enseignants ; les différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques pour l'enseignement ; les dynamiques d'interactions entre le formateur, le formé et les savoirs). Ainsi, cette recherche doctorale produit de nouvelles connaissances, soit dix-sept enjeux de formation reliés à divers thèmes et sous-thèmes qui sont décrits tout en exemplifiant comment ils se sont manifestés dans une formation continue spécifique. Je conclus maintenant en faisant état des contributions et retombées de cette recherche (autant sur le plan de la formation que de la recherche), de ses limites et défis, puis de pistes pour d'éventuels travaux de recherche.

6.1 Des contributions et retombées de cette recherche en formation et en recherche

La présente recherche contribue au concept d'enjeu de formation à partir de trois types de choix qui m'ont permis de le définir et de mieux l'appréhender. Il y a d'abord des choix conceptuels, par une définition du concept d'enjeu de formation qui prend appui sur les concepts organisateurs (Pastré *et al.*, 2006), le « professional noticing » (Jacobs *et al.*, 2010) et la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002). Il y a aussi des choix méthodologiques qui ont teinté les

enjeux de formation qui ont émergé, en particulier le fait que j'assume le double rôle du chercheur-formateur (Prud'homme *et al.*, 2012) et mette en place des séances de formation flexibles souhaitant répondre à la fois aux besoins de recherche et de formation. Finalement je note des choix d'analyse, ayant voulu faire émerger les enjeux de formation à partir d'une analyse thématique et d'une analyse par catégories conceptualisantes (Paillé et Mucchielli, 2016) plutôt que de développer une grille théorique à valider avec les données par exemple. Ces trois orientations présentent le concept d'enjeu de formation comme étant à la fois large, ouvert, très « proche du terrain » et qui d'une certaine manière appartient à la fois au formateur et au formé. C'est en examinant la liste des enjeux de formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques présentés ici qu'on s'en rend le mieux compte. Il ne s'agit pas d'enjeux qu'on qualifierait de théoriques ou d'institutionnels, mais d'enjeux véritablement « situés » dans le contexte dont je les ai fait émerger.

Naturellement, une autre retombée de cette thèse est l'ensemble lui-même des enjeux de formation dégagés par l'analyse, qui pourrait par exemple être utile aux formateurs pour organiser une formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. De plus, à la lumière des 17 enjeux de formation qui découlent de cette thèse, l'état de la question n'est plus le même qu'au début de cette recherche, où j'argumentais qu'il existe des enjeux de formation, mais qu'on ne les connaissait pas encore.

Il me semble pertinent de revenir rapidement aussi sur le fait que cette recherche-formation visait à faire ressortir des enjeux *de formation*, alors que les formés semblent davantage préoccupés par des enjeux *d'enseignement*. J'ai parlé d'un lien fort entre un enjeu d'enseignement et un enjeu de formation : si un élément est important à considérer pour organiser l'enseignement, il pourrait naturellement s'agir d'un élément important à aborder en formation. Cela dit, la recherche d'un équilibre

entre des enjeux de formation liés aux intentions du formateur et le respect des désirs des formés est un défi important à souligner. En effet, il n'est pas nécessairement simple ou évident de tirer parti de ce que les formés peuvent voir comme des enjeux d'enseignement (par exemple, disposer de situations prêtes à l'usage) et ce que cherche à mettre de l'avant le formateur (par exemple, la possibilité d'adapter une situation à son contexte). Dans le cas de cette recherche-formation, les participants semblent avoir apprécié le fait de travailler collectivement sur une même thématique et de partager les expériences et idées de chacun, pour alimenter leur développement professionnel et les inciter à repenser leur enseignement. Cette approche semble avoir été propice à l'exploitation pour la formation de ce qui se présente comme des enjeux d'enseignement. Les enjeux de formation présentés dans cette thèse, souvent teintés d'enjeux d'enseignement, pourraient par ailleurs jouer un rôle important dans une telle recherche d'équilibre.

Cette recherche à caractère exploratoire ne s'insère pas dans une visée de généralisation et de reproductibilité. Les dix-sept enjeux de formation relevés dans cette thèse (voir Figure 5.1) ne prétendent donc pas être exhaustifs ni universels ou transversaux à différents contextes. Ceci dit, ces enjeux de formation pourraient très bien être pertinents à considérer dans d'autres contextes de formation. Par exemple, certains enjeux s'appliquent probablement aussi à l'enseignement des probabilités au primaire, et plusieurs pourraient aussi être intéressants pour la formation initiale.

Cette recherche-formation a par ailleurs permis d'explorer plusieurs outils technologiques pour soutenir l'enseignement des probabilités dans les divers niveaux scolaires du secondaire. À partir de mes suggestions et de celles des participants, j'ai conçu une liste d'outils technologiques (voir *Annexe J*). Cette liste offre une panoplie de ressources en ligne pouvant être exploitées dans l'enseignement des probabilités

ainsi que dans la formation. Je propose de voir aussi cette liste et le travail autour de ces outils comme une retombée de la recherche.

Dans un autre ordre d'idées, l'analyse de ma posture de chercheur-formateur, avec un regard critique sur les considérations méthodologiques concernées, permet de développer davantage la méthode de recherche-formation. Il s'agit là selon moi d'une autre retombée de cette recherche. Cette recherche-formation met aussi en valeur l'utilité des récits de formation. Pour la recherche, il s'agissait d'un premier niveau d'analyse qui a pu se faire au fur et à mesure de l'avancement des rencontres. Pour la formation, les participants ont dit apprécier l'aspect de synthèse de ces récits, qui peut leur servir de référence pour continuer d'alimenter leur réflexion. Les récits de formation ont aussi permis aux participants absents[100] de poursuivre la discussion à leur retour dans les rencontres. D'ailleurs, les personnes qui se sont absentées ont confié avoir apprécié pouvoir récupérer une partie des échanges grâce aux récits de formation. Elles ont toutefois reconnu que le fait de lire le récit de formation n'était pas aussi concret que de vivre les rencontres. Il s'agit donc d'un outil intéressant en recherche participative et cette recherche illustre une manière particulièrement intéressante de l'exploiter.

Un autre aspect à relever en rétrospective de cette recherche-formation est lié au fait de demander aux participants de faire des devoirs entre les rencontres. Au départ, cette idée ne les a pas enchantés et diverses contraintes ont été mentionnées (temps, accès aux ressources, etc.). Toutefois, les participants qui se sont donné la peine de faire ces devoirs (soit environ la moitié des participants, tout dépendant des rencontres) ont trouvé l'expérience pertinente et enrichissante. Les retours sur les devoirs ont par ailleurs été riches, en raison du grand engagement de certains

[100] Il est à noter que quatre des sept participants se sont absentés pour au moins une rencontre collective, en raison d'autres engagements professionnels ou de contraintes personnelles.

participants qui ont travaillé très fort pour alimenter leur réflexion (et celle des autres participants, en leur partageant leurs idées). Ceci peut être vu comme une retombée positive pour les participants qui ont ainsi bénéficié d'une formation enrichissante, mais concerne aussi la recherche dans la mesure où c'est à partir de cette richesse que les enjeux de formation ont été identifiés.

Et ce sens, on peut aussi souligner au niveau des retombées l'apport direct de la formation sur les participants. Il semble que la recherche-formation est parvenue à réunir des conditions favorables qui ont permis d'atteindre un tel niveau d'engagement chez certains participants. Lors des retours collectifs et des entretiens individuels finaux, plusieurs participants se sont exprimés très positivement par rapport à leur expérience dans cette recherche-formation. Certains ont même mentionné qu'il y aurait des changements évidents dans leur enseignement des probabilités, en raison de leur participation.

Quand je pense au travail accompli par cette recherche-formation, il me semble que s'intéresser aux enjeux de formation est une opportunité de comprendre les mécanismes et rouages de la formation, pour en retirer l'essence même de ce qu'on souhaite travailler (et de quelle façon). En d'autres mots, c'est un carburant qui peut amener à se dépasser comme chercheur-formateur, puis ouvrir la voie à de nouvelles destinations !

6.2 Des limites et défis de cette recherche

Les contributions et retombées de cette recherche doivent toutefois être nuancées par des limites et défis rencontrés au cours du processus. Un regard rétrospectif sur cette recherche me force à reconnaitre qu'il s'agissait d'un projet ambitieux pour une

recherche doctorale, en particulier en raison de certains de certains de mes choix, par exemple :

1. Retenir le concept d'enjeu (de formation), qui n'était pas défini en recherche ;
2. Utiliser une méthode de recherche peu documentée (en particulier en didactique des mathématiques) ;
3. Réunir cinq enseignants et deux conseillers pédagogiques ayant diverses expertises et des besoins variés ;
4. Planifier une formation, mais aussi accepter d'ajuster cette planification dans l'action de manière à tenir compte des préoccupations des participants ;
5. Rédiger les récits de formation au fur et à mesure des rencontres, pour qu'ils soient utiles à la fois pour la formation et pour la recherche ;
6. Analyser une quantité importante de données (productions des participants, observations filmées des rencontres collectives, récits de formation, enregistrements des entretiens individuels, notes de recherche) de façon émergente tout en tenant compte de divers plans, soit l'apprentissage-enseignement-formation, les probabilités et les outils technologiques ;
7. Dégager et nommer clairement des enjeux de formation qui demeurent implicites pendant la formation, alors les discussions ne portent pas particulièrement sur l'aspect de la formation (étant donné que les participants ne sont pas des « experts » en formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques).

En lien avec ces défis, une limite de cette recherche est que les enjeux de formation qui en émergent sont restreints par les choix que j'ai faits pour cette recherche (soit les choix méthodologiques, mais aussi par les choix des modèles et des concepts

théoriques retenus) ainsi que par le contexte particulier de la formation continue (qui a permis de rassembler cinq enseignants et deux conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire pendant cinq rencontres de travail). Si les choix et le contexte avaient été différents, d'autres enjeux auraient pu émerger. De plus, comme chercheur-formateur, le regard que je porte sur les données est teinté par ma posture de formateur, ma posture épistémologique ainsi que ma vision de la didactique. Ce regard peut donc lui aussi avoir influencé les enjeux de formation qui émergent de cette recherche ; un autre chercheur aurait pu dégager d'autres enjeux de formation (ou les formuler différemment).

Une autre limite découle du fait que les enjeux de formation qui ont émergé de cette recherche, lorsqu'ils sont liés aux pratiques d'enseignement des formés, sont en fait liés aux pratiques déclarées des participants, ce qui limite la portée de l'analyse par rapport à des pratiques effectives (si des observations avaient été faites dans les classes des participants). Aussi, puisque la plupart des discussions sont menées dans le cadre de rencontres collectives, il est possible qu'un biais se soit immiscé dans les propos que les participants partagent, que ce soit fait de façon volontaire ou non. Par exemple, un participant pourrait préférer ne pas évoquer une difficulté vécue par peur du jugement de ses pairs ou du chercheur-formateur. Aussi, un participant pourrait présenter une description « améliorée » de ce qui s'est réellement passé dans sa classe afin de bien paraitre devant les autres.

Par ailleurs, malgré l'utilité des récits de formation évoquée précédemment, ceux-ci ont suscité peu de discussion et ils ont été peu bonifiés par les participants. Même s'ils ont eu la possibilité de modifier les récits dès les premières rencontres (CF : « Je vous invite à lire ce récit de formation et à fournir des commentaires critiques visant à rectifier ou encore à bonifier les échanges présentés dans ce récit »), ils ont préféré prendre ces récits de formation tels quels au lieu de les considérer comme un point de

départ pour poursuivre leur réflexion. En ce sens, il est possible que les récits de formation n'aient pas favorisé le développement professionnel des participants autant que dans la recherche de Prud'homme (2007), par exemple. J'ai eu recours aux récits de formation en quelque sorte en guise de « mémoire » pour retracer des moments importants des séances de formation, mais j'aurais aussi pu donner une autre intention pour amener les participants à s'y engager davantage.

6.3 Des questions ainsi que des pistes pour d'éventuels travaux de recherche

En m'appuyant sur ce qui a été appris dans cette recherche-formation, il est possible de formuler de nouvelles questions de recherche en lien avec la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. À la toute fin du processus de cette thèse, il y a de nouvelles questions de recherche qui ressortent, soit parce qu'elles ont été laissées en suspens ou parce qu'elles ont été soulevées par cette thèse comme des prolongements possibles. Voici donc quelques questions qui me paraissent pertinentes si on souhaite éclairer davantage le phénomène ciblé et en améliorer notre compréhension :

- Quelles sont les relations entre les enjeux de formation/thèmes relevés dans cette thèse et les modèles/objectifs de recherche ?
- Étant donné la complémentarité des trois modèles ciblés dans cette thèse (modèle TPACK, modèle de Laborde et modèle de Tapan), par une réflexion théorique, comment pourraient-ils être regroupés dans un seul modèle afin d'éclairer le phénomène de la formation à l'enseignement des mathématiques avec des outils technologiques ?
- Considérant que la plupart des enjeux de formation relevés dans cette recherche-formation sont en lien avec des enjeux d'enseignement, est-ce

propre à cette recherche ou au chercheur-formateur qui l'a menée, ou est-ce un constat plus général ?

- Quels enjeux de formation pourraient émerger de l'analyse de formation suivant des modèles différents ?
- Qu'est-ce qui rend un évènement important pour une personne (que ce soit un formé ou un formateur) et qui en fait un moment-clé dans une formation ?
- Lorsque des incidents didactiques se produisent dans une formation, quels sont leurs retombées et impacts sur la suite de la formation ?

En plus de ces questions, j'envisage aussi des pistes pour d'éventuels travaux de recherche. J'ai mentionné que les enjeux de formation qui émergent de cette recherche sont influencés par son contexte. En guise de prolongement à cette recherche-formation, il serait intéressant de se pencher sur des enjeux de formation dans un autre contexte, d'abord tout simplement avec des enseignants et des conseillers pédagogiques différents (afin de circonscrire les aspects plutôt liés aux individus particuliers), mais aussi notamment dans le cadre de la formation initiale ou de la formation à distance (initiale ou continue). Les enjeux de formation qui en découleraient pourraient alors enrichir ceux mis de l'avant par cette recherche.

Les participants de cette recherche n'étaient pas des « experts » de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Il serait intéressant d'envisager une recherche collaborative avec de tels experts, s'ils existent, qu'ils soient des professeurs, des chargés de cours ou des conseillers pédagogiques expérimentés par rapport à la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Dans un tel contexte, on pourrait alors demander aussi aux participants d'écrire eux-mêmes un récit de formation sous forme de journal de bord dans lequel ils chercheraient à identifier des enjeux de formation. La recherche pourrait alors peut-être refléter davantage le regard des participants sur

les séances de formation. Marcel (1999) et Prud'homme (2007) soulignent d'ailleurs l'importance de l'écrit par les participants dans une recherche-formation. On lit par exemple que :

> Le journal de bord du participant se présente d'abord comme un outil pouvant soutenir le travail de clarification conceptuelle tout au long de la démarche. Globalement, ce dispositif invite les acteurs à entretenir une pensée réfléchie sur l'expérience en colligeant des traces écrites de leurs réflexions sur les journées de coconstruction et sur des actions ou des expérimentations effectuées en classe. Dans la mesure où le but premier demeure celui de faciliter une compréhension accrue de chacun des participants, le chercheur conçoit que c'est sur une base volontaire que les sujets soumettent ce travail de réflexion à son analyse. Le cas échéant, il entend recueillir les données à la suite de la phase d'exploration et au terme de l'expérience. (Prud'homme, 2007, p. 107-108)

On pourrait aussi voir émerger d'autres enjeux de formation, d'une autre forme, soit des éléments en filigrane des rencontres, des éléments toujours présents, qui guident le formateur sans être abordés explicitement par lui ou les formés. Dans ce cas, un journal de bord du chercheur-formateur permettrait de faire ressortir de tels enjeux de formation.

Un autre constat que j'ai fait dans cette recherche est que le recours à la programmation dans les séances de formation peut amener des formés à reconsidérer leur enseignement. Lors de la quatrième rencontre, les participants ont exprimé beaucoup de réserves et de questionnements, laissant croire que les participants n'étaient pas prêts à envisager l'intégration de la programmation dans leur enseignement. Cependant, lors de la rencontre suivante, tous les participants se sont positionnés en faveur de la programmation pour la classe de mathématiques (mais pas nécessairement en probabilités spécifiquement) dans un avenir plus ou moins

lointain[101]. Je me demande si le fait d'avoir offert un accompagnement et une discussion critique sur la programmation a favorisé une plus grande ouverture pour la suite. Creuser cette piste par une étude sur la programmation de simulateurs pour faire des probabilités pourrait faire émerger des enjeux de formation spécifiques et adaptés au fait que la programmation semble prendre de l'importance dans l'enseignement.

Dans une recherche similaire à celle-ci, des enregistrements d'écran (capture audio et vidéo de ce qui s'affiche à l'écran) pourraient fournir des données riches à explorer lorsque les participants ont recours à des outils technologiques[102]. En effet, en plus de donner un accès direct à ce que les participants disent lors du travail individuel ou en équipe, ce type d'enregistrement témoignerait par exemple de la façon dont ils utilisent un simulateur dans des situations probabilistes, ce qui pourrait être exploré du point de vue des enjeux de formation.

Une étude sur la formation dépassant les pratiques déclarées d'enseignement serait l'occasion de se pencher sur les manières dont les enseignants intègrent dans leur enseignement les idées véhiculées et les ressources mises à leur disposition dans les séances de formation. Une observation des pratiques effectives des enseignants combinée à des entretiens d'auto-confrontation de ces moments d'enseignement permettrait alors de considérer le regard que les enseignants portent sur leurs propres pratiques d'enseignement des probabilités. Ce serait donc l'occasion de voir comment

[101] J'ai même été étonné de constater que la participante qui semblait la plus sceptique envers la programmation a continué de poursuivre son exploration et a même donné par la suite un atelier de formation continue sur la programmation pour l'enseignement des mathématiques.

[102] De tels enregistrements de l'écran étaient d'ailleurs prévus pour cette recherche, alors que cet outil de collecte de données complémentaires a porté fruit dans d'autres travaux (voir notamment Bakos et Thibault, 2018). Pour cette recherche, l'enregistrement de l'écran a été jugé trop difficile en raison de contraintes pour recueillir les données (volumineuses) à partir des appareils numériques des participants.

ce qui est fait en formation est intégré dans leur enseignement. Cela permettrait de nuancer et d'enrichir l'analyse de leur discours sur leurs pratiques d'enseignement en les amenant à mettre en mots les constantes de leur propre travail et à expliciter leurs conduites dans le cadre de l'enseignement des probabilités, en lien avec la formation dans laquelle ils sont engagés. Une telle étude s'inspirerait alors de la clinique didactique de l'activité (Benoit, 2019) pour étudier des projets didactiques réels et potentiels d'enseignants dans l'enseignement des probabilités.

Dans un autre ordre d'idées, les conceptions probabilistes pourraient être investiguées davantage dans une étude sur la formation. Plusieurs travaux ont déjà été menés sur les conceptions probabilistes (on dispose de connaissances variées pour les reconnaitre et pour les faire émerger), mais encore peu de travaux de recherches ont été menés sur les manières d'intervenir pour faire évoluer ces conceptions (autant chez les enseignants que chez les élèves). Un exemple de prolongement auquel je réfléchis en ce moment serait d'avoir recours au jeu de rôles (Lajoie *et al.,* 2019). Cette approche de formation consiste justement à mettre en place un contexte favorable aux interventions dans l'action, ce qui constitue une avenue intéressante dans la formation initiale à l'enseignement. En effet, suivant l'approche développée à l'Université du Québec à Montréal, le jeu de rôles « amène des futurs enseignants à se glisser dans la peau d'enseignants plongés dans une situation donnée reflétant leurs tâches au quotidien en ce qui a trait aux mathématiques [et à agir] exactement comme le feraient, selon eux, des enseignants en service » (Lajoie *et al.,* 2019, p. 169). Ce dispositif place les futurs enseignants dans l'action à l'aide d'une mise en situation réaliste d'un contexte de classe de mathématiques. Cette mise en situation force les futurs enseignants à adopter une posture d'intervention qui peut ensuite faire l'objet de discussions en groupe, avec les pairs et le formateur, sous forme d'une analyse collective qui favorise le développement professionnel (Marchand *et al.*, accepté). Parmi les travaux de recherche qui ont porté sur le jeu de rôles, l'emphase n'a pas

encore été mise sur les probabilités, alors le thème des conceptions probabilistes semble pertinent.

Par ailleurs, le raisonnement (ou la pensée) probabiliste est mentionné dans plusieurs écrits scientifiques, mais on ne parvient pas à décrire aussi bien qu'on le voudrait ce que cela signifie. Par exemple, les résultats de Savard (2010) suggèrent que des expériences aléatoires comme des roulettes peuvent amener des élèves à développer un raisonnement probabiliste, mais sans préciser de quoi il s'agit. Quelques chercheurs ont suggéré des stades de développement du raisonnement probabiliste (Jones *et al.,* 1997, Piaget et Inhelder, 1951 ; Way, 2003), mais le champ de la didactique des probabilités bénéficierait d'une définition théorique renouvelée présentant les caractéristiques de la pensée probabiliste. Mieux définir ce en quoi consiste la pensée probabiliste pourrait aider à formuler des enjeux et des pistes pour la formation.

Pour cette recherche-formation, trois approches probabilistes ont été considérées, mais ce sont surtout l'approche fréquentielle et l'approche théorique qui ont été travaillées avec les participants, alors que l'approche subjective demeure encore une fois l'approche marginale. Il conviendrait alors de se pencher plus en profondeur sur l'approche subjective dans d'autres travaux. La météorologie pourrait alors constituer une piste intéressante à aborder dans la formation, en lien avec la question des probabilités au quotidien, par exemple.

L'ensemble de ces nouvelles pistes parait très riche. Il y a certainement encore beaucoup à explorer afin de mieux comprendre le thème fascinant de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

ANNEXE A

LETTRE D'INFORMATION

Objet : Lettre d'information concernant le projet de recherche intitulé « Enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques »

Bonjour,

Je suis présentement un étudiant de 4e année au doctorat en éducation à l'Université du Québec à Montréal. Mon projet de thèse, dirigé par Caroline Lajoie et Jean-François Maheux (UQAM), concerne les enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques dans une approche méthodologique qualitative de recherche-formation.

Les objectifs poursuivis dans cette recherche sont de :

1) Décrire et comprendre des enjeux liés aux connaissances et compétences des enseignants ;
2) Décrire et comprendre des enjeux liés aux dynamiques d'interactions entre le formateur, le formé (enseignant) et les savoirs ;
3) Décrire et comprendre des enjeux liés à différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques par des enseignants.

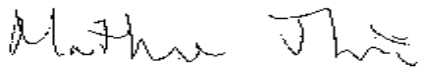
Pour cette recherche de doctorat, je souhaite solliciter des enseignants et des conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire afin qu'ils puissent participer à cette recherche-formation.

Plus concrètement, ce sont des rencontres de travail avec les participants qui seront au cœur de cette recherche-formation. Cinq rencontres de travail d'une demi-journée (environ trois heures) seront réparties sur l'année scolaire 2017-2018, à une fréquence d'environ une rencontre par mois, selon l'horaire des journées pédagogiques. Les rencontres de travail cibleront l'enseignement des probabilités du secondaire avec des

outils technologiques, dans une visée d'en dégager des enjeux pour la formation dans ce contexte particulier. Avant la première rencontre, chaque participant sera invité à un entretien individuel avec moi pour pouvoir établir un premier contact et recueillir certaines informations. Cet entretien d'environ 30 minutes se fera à distance, soit par téléphone ou par un logiciel d'appel vidéo selon la préférence du participant. Il est prévu que huit participants soient impliqués dans cette recherche-formation. J'animerai les rencontres et je me déplacerai gratuitement dans un établissement scolaire s'il est possible de mettre à notre disposition un local dans lequel nos rencontres auront lieu.

Lors de ces rencontres, les participants et le chercheur exploreront des situations d'ordres didactique et mathématique et seront invités à partager leur expérience et leurs constats quant à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Il est prévu que la participation aux rencontres de travail alimente le développement professionnel des participants, ce qui constitue un bénéfice direct pour eux. Un autre avantage est leur satisfaction de pouvoir contribuer à l'avancement des connaissances en didactique des mathématiques, au sujet des enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Je vous invite à poser toutes les questions que vous jugerez utiles, puis à lire et signer le formulaire (ci-joint) pour consentir à participer à cette recherche-formation.



Mathieu Thibault, doctorant en éducation
Mathieu.Thibault@uqam.ca

ANNEXE B

FORMULAIRE D'AUTORISATION

Titre du projet de recherche

Enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques

Étudiant-chercheur

Mathieu Thibault, doctorant en éducation
Mathieu.Thibault@uqam.ca

Direction de recherche

Caroline Lajoie, département de mathématiques
(514) 987-3000 #7632
Caroline.Lajoie@uqam.ca

Préambule

Nous vous demandons l'autorisation de solliciter dans votre établissement des enseignants et des conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire afin qu'ils puissent participer à un projet de recherche qui implique de participer aux rencontres de travail de cette recherche-formation, dans le cadre d'une recherche doctorale. Les rencontres de travail cibleront l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, dans une visée d'en dégager des enjeux pour la formation dans ce contexte particulier.

Avant de nous donner l'autorisation de solliciter des participants pour ce projet de recherche, veuillez prendre le temps de comprendre et de considérer attentivement les renseignements qui suivent. Ce formulaire d'autorisation vous explique le but de cette

étude, les procédures, les avantages, les risques et inconvénients, de même que les personnes avec qui communiquer au besoin. Le présent formulaire d'autorisation peut contenir des mots que vous ne comprenez pas. Nous vous invitons à poser toutes les questions que vous jugerez utiles.

Cette recherche est approuvée par le comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains de l'Université du Québec à Montréal et un certificat portant le numéro 1204 a été émis le 22/09/2017.

Description du projet et de ses objectifs

Pour cette recherche de doctorat, nous sommes à la recherche de participants pour une recherche-formation, c'est-à-dire la combinaison 1) d'une recherche qui bénéficiera des expériences des participants en dégageant des enjeux pour la formation et 2) d'une formation qui sera offerte aux participants pour qu'ils puissent en tirer profit directement. Plus concrètement, ce sont des rencontres de travail avec les participants qui seront au cœur de cette recherche-formation. Ces rencontres seront réparties sur l'année scolaire 2017-2018, à une fréquence d'environ une rencontre par mois, selon l'horaire des journées pédagogiques.

Il est prévu que huit participants soient impliqués dans cette recherche-formation. Chacun de ces participants sera un enseignant de mathématiques au secondaire ou un conseiller pédagogique en mathématiques. La complémentarité des expertises des praticiens et du chercheur pourra faire émerger des enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Les objectifs poursuivis dans cette recherche sont de :

1) Décrire et comprendre des enjeux liés aux connaissances et compétences des enseignants ;
2) Décrire et comprendre des enjeux liés aux dynamiques d'interactions entre le formateur, le formé (enseignant) et les savoirs ;
3) Décrire et comprendre des enjeux liés à différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques par des enseignants.

Nature et durée de votre participation

Il y aura 5 rencontres de travail d'une demi-journée (environ 3 heures) qui se dérouleront lors de journées pédagogiques dans un établissement scolaire de votre région. Lors de ces rencontres, les participants et le chercheur exploreront des situations d'ordres didactique et mathématique et seront invités à partager leur expérience et leurs constats quant à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques. Avant la première rencontre, chaque participant sera

invité à participer à un entretien individuel d'environ 30 minutes pour pouvoir établir un premier contact avec le chercheur-formateur (Mathieu Thibault) et recueillir certaines informations. Les enregistrements audio des entretiens individuels, puis les enregistrements vidéo des rencontres permettront de décrire et comprendre des enjeux pour la formation selon les 3 objectifs précisés précédemment.

Après chaque rencontre de travail, un récit de formation sera rédigé par le chercheur-formateur, puis envoyé aux participants en guise de compte-rendu de la rencontre afin de faire ressortir les idées importantes et les pistes de réflexion en termes d'enjeux pour la formation.

Le chercheur-formateur agira également comme un participant du groupe, c'est-à-dire qu'il s'engagera dans les discussions pour questionner et se positionner quant aux idées qui émergeront dans les rencontres de travail.

Avantages liés à la participation

En ce qui concerne les avantages liés à la participation dans cette recherche-formation, il est prévu que les rencontres de travail alimentent le développement professionnel des participants, ce qui constitue un bénéfice direct pour eux. Un autre avantage est votre satisfaction de pouvoir contribuer à l'avancement des connaissances en didactique des mathématiques, au sujet des enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Risques liés à la participation

En principe, aucun risque n'est associé à la participation de cette recherche. Les seuls inconvénients sont le temps consacré au projet, soit le temps de déplacement (et les frais encourus) vers l'endroit des rencontres de travail, puis le temps de participation à l'entretien préliminaire et aux cinq demi-journées.

Confidentialité

Les données recueillies par cette étude seront entièrement confidentielles et ne pourront en aucun cas mener à l'identification des participants. Leur confidentialité sera assurée par l'utilisation d'un pseudonyme pour chaque participant aux rencontres de travail. Les résultats de la recherche, qui pourront notamment être diffusés sous forme d'une thèse, d'articles et de communications scientifiques, ne permettront pas d'identifier les participants.

Les données recueillies seront conservées dans un espace de stockage de données à l'accès limité. Les seules personnes qui y auront accès seront le chercheur principal et

son comité de direction. Les informations personnelles ne seront connues que de ces chercheurs et ne seront pas dévoilées lors de la diffusion des résultats. Les échanges transcrits seront numérotés et seuls les chercheurs auront la liste des participants et du numéro qui leur aura été attribué. Tous les documents relatifs aux participants de la recherche seront conservés sous clé (format papier) ou protégés par mot de passe (format électronique) durant la durée de l'étude. Finalement, tous les documents seront détruits cinq ans après la dernière communication scientifique.

Participation volontaire et retrait

La participation à cette recherche-formation est entièrement libre et volontaire. Les personnes sollicitées peuvent refuser d'y participer ou se retirer en tout temps sans devoir justifier leur décision. Si un participant décidait de se retirer de l'étude, il n'aurait qu'à aviser Mathieu Thibault verbalement ou par écrit ; toutes les données le concernant seront détruites.

Indemnité compensatoire

Aucune compensation d'ordre monétaire n'est accordée pour la participation à ce projet de recherche. Au terme du projet, un résumé des résultats de recherche sera transmis aux participants intéressés.

Des questions sur le projet ?

Pour toute question additionnelle sur le projet et sur la participation à cette recherche-formation, vous pouvez communiquer avec les responsables du projet :

- Mathieu Thibault, thibault.mathieu@uqam.ca
- Caroline Lajoie, (514) 987-3000 #7632, lajoie.caroline@uqam.ca

Des questions sur vos droits ? Le Comité d'éthique de la recherche pour les projets étudiants impliquant des êtres humains (CERPE) a approuvé ce projet de recherche. Pour des informations concernant les responsabilités de l'équipe de recherche sur le plan de l'éthique de la recherche avec des êtres humains ou pour formuler une plainte, vous pouvez contacter la coordination du CERPE :

- Véronique Covanti, (514) 987-3000 #3359, covanti.veronique@uqam.ca.

Remerciements

Votre collaboration est essentielle à la réalisation de notre projet et l'équipe de recherche tient à vous en remercier.

Autorisation

Je déclare avoir lu et compris le présent projet, la nature et l'ampleur de la participation, ainsi que les risques et les inconvénients qui s'y rattachent, tels que présentés dans le présent formulaire. J'ai eu l'occasion de poser toutes les questions concernant les différents aspects de l'étude et de recevoir des réponses à ma satisfaction.

Je, soussigné(e), autorise volontairement l'équipe de recherche à solliciter dans mon établissement des enseignants et des conseillers pédagogiques en mathématiques au secondaire afin qu'ils puissent participer à cette recherche-formation. Je certifie qu'on m'a laissé le temps voulu pour prendre ma décision. Une copie signée de ce formulaire d'autorisation doit être remise au chercheur principal.

_____

Nom (lettres moulées), titre et coordonnées

_____

Signature

_____

Date

Engagement du chercheur

Je, soussigné(e) certifie
(a) avoir expliqué au signataire les termes du présent formulaire ;
(b) avoir répondu aux questions qu'il m'a posées à cet égard ;
(c) lui avoir clairement indiqué que les enseignants et conseillers pédagogiques qui accepteront de participer à cette recherche sont libres de mettre un terme à leur participation à tout moment lors du projet ;
(d) que je lui remettrai une copie signée et datée du présent formulaire.

Mathieu Thibault

Nom

_____

Signature

_____

Date

ANNEXE C

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT

Titre du projet de recherche

Enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques

Étudiant-chercheur

Mathieu Thibault, doctorant en éducation
Mathieu.Thibault@uqam.ca

Direction de recherche

Caroline Lajoie, département de mathématiques
(514) 987-3000 #7632
Caroline.Lajoie@uqam.ca

Préambule

Nous vous invitons à participer à un projet de recherche qui implique de participer aux rencontres de travail de cette recherche-formation, dans le cadre de la recherche doctorale de Mathieu Thibault. Les rencontres de travail cibleront l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, dans une visée d'en dégager des enjeux pour la formation dans ce contexte particulier.

Avant d'accepter de participer à ce projet de recherche, veuillez prendre le temps de comprendre et de considérer attentivement les renseignements qui suivent. Ce formulaire de consentement vous explique le but de cette étude, les procédures, les avantages, les risques et inconvénients, de même que les personnes avec qui communiquer au besoin. Le présent formulaire de consentement peut contenir des

mots que vous ne comprenez pas. Nous vous invitons à poser toutes les questions que vous jugerez utiles.

Cette recherche est approuvée par le comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains de l'Université du Québec à Montréal et un certificat portant le numéro 1204 a été émis le 22/09/2017.

Description du projet et de ses objectifs

Pour cette recherche de doctorat, vous êtes invités à participer à une recherche-formation, c'est-à-dire la combinaison 1) d'une recherche qui bénéficiera des expériences des participants en dégageant des enjeux pour la formation et 2) d'une formation qui sera offerte aux participants pour qu'ils puissent en tirer profit directement. Plus concrètement, ce sont des rencontres de travail avec les participants qui seront au cœur de cette recherche-formation. Ces rencontres seront réparties sur l'année scolaire 2017-2018, à une fréquence d'environ une rencontre par mois, selon l'horaire des journées pédagogiques. Avant la première rencontre, chaque participant sera invité à un entretien individuel avec moi pour pouvoir établir un premier contact et recueillir certaines informations. Cet entretien d'environ 30 minutes se fera à distance, soit par téléphone ou par un logiciel d'appel vidéo selon la préférence du participant.

Il est prévu que huit participants soient impliqués dans cette recherche-formation. Chacun de ces participants sera un enseignant de mathématiques au secondaire ou un conseiller pédagogique en mathématiques. La complémentarité des expertises des praticiens et du chercheur pourra faire émerger des enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Les objectifs poursuivis dans cette recherche sont de :

1) Décrire et comprendre des enjeux liés aux connaissances et compétences des enseignants ;
2) Décrire et comprendre des enjeux liés aux dynamiques d'interactions entre le formateur, le formé (enseignant) et les savoirs ;
3) Décrire et comprendre des enjeux liés à différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques par des enseignants.

Nature et durée de votre participation

En plus de l'entretien individuel, il y aura cinq rencontres de travail d'une demi-journée (environ trois heures) qui se dérouleront lors de journées pédagogiques dans un établissement scolaire de votre région. Lors de ces rencontres, les participants et le chercheur exploreront des situations d'ordres didactique et mathématique et seront

invités à partager leur expérience et leurs constats quant à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Les enregistrements audio des entretiens individuels, puis les enregistrements vidéo des rencontres permettront de décrire et comprendre des enjeux pour la formation selon les 3 objectifs précisés précédemment.

Après chaque rencontre de travail, un récit de formation sera rédigé par le chercheur-formateur (Mathieu Thibault), puis envoyé aux participants en guise de compte-rendu de la rencontre afin de faire ressortir les idées importantes et les pistes de réflexion en termes d'enjeux pour la formation.

Le chercheur-formateur agira également comme un participant du groupe, c'est-à-dire qu'il s'engagera dans les discussions pour questionner et se positionner quant aux idées qui émergeront dans les rencontres de travail.

Avantages liés à la participation

En ce qui concerne les avantages liés à votre participation, il est prévu que les rencontres de travail alimentent votre développement professionnel, ce qui constitue un bénéfice direct pour vous. Un autre avantage est votre satisfaction de pouvoir contribuer à l'avancement des connaissances en didactique des mathématiques, au sujet des enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Risques liés à la participation

En principe, aucun risque n'est associé à votre participation dans cette recherche. Les seuls inconvénients sont votre temps consacré au projet, soit votre temps de déplacement (et les frais encourus) vers l'endroit des rencontres de travail, puis votre temps de participation à l'entretien préliminaire et aux cinq demi-journées.

Confidentialité

Les données recueillies par cette étude seront entièrement confidentielles et ne pourront en aucun cas mener à votre identification. Votre confidentialité sera assurée par l'utilisation d'un pseudonyme. Les résultats de la recherche, qui pourront notamment être diffusés sous forme d'une thèse, d'articles et de communications scientifiques, ne permettront pas de vous identifier.

Les données recueillies seront conservées dans un espace de stockage de données à l'accès limité. Les seules personnes qui y auront accès seront le chercheur principal et son comité de direction. Vos informations personnelles ne seront connues que de ces

chercheurs et ne seront pas dévoilées lors de la diffusion des résultats. Les échanges transcrits seront numérotés et seuls les chercheurs auront la liste des participants et du numéro qui leur aura été attribué. Tous les documents relatifs aux participants de la recherche seront conservés sous clé (format papier) ou protégés par mot de passe (format électronique) durant la durée de l'étude. Finalement, tous les documents seront détruits cinq ans après la dernière communication scientifique.

Participation volontaire et retrait

Votre participation à cette recherche-formation est entièrement libre et volontaire. Vous pouvez refuser d'y participer ou vous retirer en tout temps sans devoir justifier votre décision. Si vous décidez de vous retirer de l'étude, vous n'avez qu'à aviser Mathieu Thibault verbalement ou par écrit ; toutes les données vous concernant seront détruites.

Indemnité compensatoire

Aucune compensation d'ordre monétaire n'est accordée pour la participation à ce projet de recherche. Au terme du projet, un résumé des résultats de recherche sera transmis aux participants intéressés.

Des questions sur le projet ?

Pour toute question additionnelle sur le projet et sur la participation à cette recherche-formation, vous pouvez communiquer avec les responsables du projet :

- Mathieu Thibault, thibault.mathieu@uqam.ca
- Caroline Lajoie, (514) 987-3000 #7632, lajoie.caroline@uqam.ca

Des questions sur vos droits ? Le Comité d'éthique de la recherche pour les projets étudiants impliquant des êtres humains (CERPÉ 3) a approuvé ce projet de recherche. Pour des informations concernant les responsabilités de l'équipe de recherche sur le plan de l'éthique de la recherche avec des êtres humains ou pour formuler une plainte, vous pouvez contacter la coordination du CERPÉ 3 :

- Véronique Covanti, (514) 987-3000 #3359, covanti.veronique@uqam.ca.

Remerciements

Votre collaboration est essentielle à la réalisation de notre projet et l'équipe de recherche tient à vous en remercier.

Consentement

Je déclare avoir lu et compris le présent projet, la nature et l'ampleur de ma participation, ainsi que les risques et les inconvénients auxquels je m'expose tels que présentés dans le présent formulaire. J'ai eu l'occasion de poser toutes les questions concernant les différents aspects de l'étude et de recevoir des réponses à ma satisfaction.

Je, soussigné(e), accepte volontairement de participer à cette étude. Je peux me retirer en tout temps sans préjudice d'aucune sorte. Je certifie qu'on m'a laissé le temps voulu pour prendre ma décision. Je m'engage à respecter la confidentialité des autres participants en ne dévoilant pas leur identité. Une copie signée de ce formulaire d'information et de consentement doit être remise au chercheur principal.

J'accepte que les enregistrements audio de l'entretien individuel soient utilisés à des fins de recherche.

OUI NON

J'accepte de participer aux rencontres de travail de ce projet de recherche-formation.

OUI NON

J'accepte que les enregistrements vidéo des rencontres de travail (incluant mes contributions et idées évoquées dans la recherche-formation) soient utilisés à des fins de recherche.

OUI NON

_____

Nom (lettres moulées)

_____

Signature

_____

Date

Engagement du chercheur

Je, soussigné(e) certifie
(a) avoir expliqué au signataire les termes du présent formulaire ;
(b) avoir répondu aux questions qu'il m'a posées à cet égard ;
(c) lui avoir clairement indiqué qu'il reste, à tout moment, libre de mettre un terme à sa participation au projet de recherche décrit ci-dessus ;
(d) que je lui remettrai une copie signée et datée du présent formulaire.

Mathieu Thibault

Nom

_____

Signature

_____

Date

ANNEXE D

GUIDE D'ENTRETIEN INDIVIDUEL PRÉLIMINAIRE

*Ce document sert à guider le chercheur lors de l'entretien semi-dirigé individuel d'environ 30 minutes qui se déroulera avant la première rencontre de travail de la recherche-formation. Les informations sont indiquées à titre indicatif pour aider à prévoir les questions et les relances autour de trois thèmes, mais le chercheur se réserve une flexibilité dans le choix et l'ordre des questions selon le flux des discussions.

MISE EN CONTEXTE

Tout d'abord, je souhaite vous remercier pour votre implication dans ce projet de recherche. Il s'agit d'une recherche doctorale financée par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

En particulier, cette recherche sur les enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques a pour objectifs de

1) Décrire et comprendre des enjeux liés aux connaissances et compétences des enseignants ;
2) Décrire et comprendre des enjeux liés aux dynamiques d'interactions entre le formateur, le formé (enseignant) et les savoirs ;
3) Décrire et comprendre des enjeux liés à différents niveaux d'utilisation d'outils technologiques par des enseignants.

Les entretiens sont exploratoires, c'est-à-dire que je souhaite apprendre à vous connaitre davantage pour voir comment nos expertises peuvent nous permettre de nous enrichir mutuellement dans le cadre de cette recherche-formation. Je souhaite aussi recueillir vos premières impressions sur le thème de cette recherche, soit les enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, avant que l'on débute les rencontres de travail en collectif.

Bien entendu, vos propos dans cet entretien demeureront anonymes. Si je vous propose de l'enregistrer, c'est pour faciliter notre discussion et éviter des erreurs dans la prise de notes. *Ai-je votre permission d'enregistrer l'entretien ?* Je vous demanderai dans le formulaire de consentement si vous acceptez que les enregistrements audio de cet entretien soient utilisés à des fins de recherche.

La durée de l'entretien ne devrait pas excéder 30 minutes. Ce que je cherche à savoir, c'est bien comment VOUS percevez l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques et les enjeux de formation qui y sont reliés.

Je voudrais d'abord me présenter brièvement en vous mentionnant que je suis étudiant de 4e année au doctorat en éducation et que je me questionne depuis plusieurs années sur l'enseignement des probabilités, dès le choix de mon sujet de recherche pour mon mémoire de maitrise. En plus d'avoir enseigné les mathématiques au secondaire avec une tablette numérique, j'ai aussi acquis de l'expérience comme formateur dans les dernières années. Maintenant, j'ai besoin de vous pour m'aider à creuser le sujet des enjeux pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, en mettant à votre disposition mes compétences de chercheur-formateur.

Avez-vous des questions avant d'entrer dans le vif du sujet ?
Tout d'abord, qu'est-ce qui vous a amené à vouloir participer à cette recherche-formation ?

THÈME 1 : EXPÉRIENCE EN ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
Pourriez-vous me parler de votre parcours de formation pour devenir enseignant de mathématiques au secondaire (ou conseiller pédagogique) ?
Combien d'années d'expérience avez-vous accumulées dans la profession ? À quels niveaux scolaires ? Dans quels contextes ?

THÈME 2 : EXPÉRIENCE EN PROBABILITÉS
Pouvez-vous me dire comment ça se passe quand vous enseignez les probabilités dans votre classe ?
Pouvez-vous me parler de votre expérience en lien avec les probabilités durant votre formation initiale ?
S'il y a lieu, pouvez-vous me parler de votre expérience en lien avec les probabilités en formation continue ?

THÈME 3 : EXPÉRIENCE AVEC DES OUTILS TECHNOLOGIQUES
Pouvez-vous me dire comment ça se passe quand vous utilisez des outils technologiques dans votre classe ? Lesquels utilisez-vous et pourquoi ?
Pouvez-vous me parler de votre expérience en lien avec des outils technologiques durant votre formation initiale ?

S'il y a lieu, pouvez-vous me parler de votre expérience en lien avec des outils technologiques en formation continue ?
Connaissez-vous des outils technologiques qui permettraient d'enseigner les probabilités ?
Quel appareil technologique prévoyez-vous avoir lors des rencontres de travail ?

CONCLUSION
Avez-vous quelque chose à ajouter ?

En ce qui concerne la suite de la recherche-formation, il y aura 5 rencontres de travail de 3 heures étalées durant l'année scolaire. Lors de ces rencontres, les participants et le chercheur exploreront des situations d'ordres didactique et mathématique et seront invités à partager leur expérience et leurs constats quant à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques.

Encore une fois, je souhaite vous remercier pour votre collaboration aujourd'hui et je vous remercie à l'avance pour votre contribution dans les futures rencontres de travail. À ce sujet, avez-vous reçu l'horaire et les endroits des rencontres ?

***Attention à bien gérer le temps, soit environ 10 minutes par thème. Si ça déborde, dire que j'ai d'autres questions et demander si on peut déborder ou si on passe à la question suivante.

ANNEXE E

SITUATIONS ET OUTILS TECHNOLOGIQUES
EXPLORÉS DANS LES RENCONTRES

Nom : _____

PROBLÈME DE MONTY HALL

Vous êtes en face de trois portes. Deux cachent une chèvre, et l'autre une superbe voiture ! Vous devez d'abord désigner une porte. Le directeur du jeu ouvre une porte qui n'est PAS celle choisie par le joueur NI une porte cachant la voiture (il sait ce qu'il y a derrière chaque porte). Vous devez alors faire un choix :

A) ouvrir la porte choisie initialement ;
B) ouvrir la troisième porte.

Quel est le meilleur choix ?

Quelle est la probabilité de gagner la voiture ?

*Simulateurs : http://monurl.ca/simulateur1 et http://monurl.ca/simulateur2

Nom : _____

JEU DE DÉS

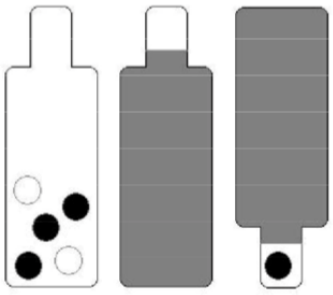
Une personne vous propose un jeu de dés où le perdant doit donner 1 $ au gagnant. Voici ce jeu : on lance deux dés, s'il y a un 2 ou un 4, vous perdez et lui remettez 1 $.
Sinon, vous gagnez et il vous remet 1 $.
Acceptez-vous de jouer avec lui ? Pourquoi ?

*Simulateur : http://monurl.ca/simulateur3

Nom : _____

BOUTEILLE PROBABILISTE

Vous avez une bouteille dont son contenu est caché. Vous savez qu'elle contient 5 billes de 2 couleurs différentes. Il est possible, par retournement de la bouteille, de voir une seule bille à la fois.

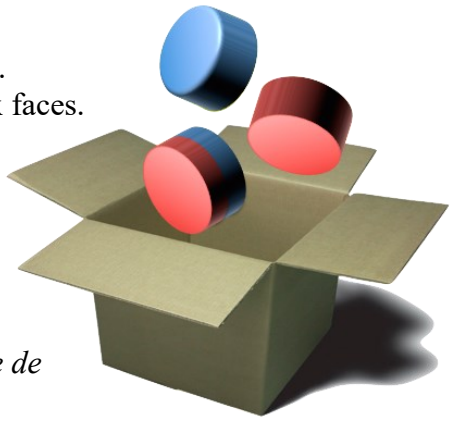


Comment faire pour connaitre la composition de la bouteille ?

*Simulateur : http://monurl.ca/simulateur4
**Diagramme en arbre : http://monurl.ca/simulateur5

Nom : _____

RONDELLES



Une boîte contient trois rondelles de même format.

- La première rondelle est bleue sur ses deux faces.
- La deuxième est rouge sur ses deux faces.
- La troisième a une face bleue et l'autre est rouge.

On brasse la boîte, on tire une rondelle au hasard, et on regarde une de ses faces seulement.
Le jeu consiste à prédire la couleur de l'autre face de cette rondelle.

Quelle stratégie optimiserait votre probabilité de gagner ?

*Simulateur : http://monurl.ca/simulateur6

Nom : _____

MARCHE ALÉATOIRE

Éric est debout sur une dalle appartenant à un petit trottoir. Il laisse le hasard guider ses pas en lançant une pièce de monnaie. Chaque fois qu'il obtient « pile », il avance d'une dalle. Quand il obtient « face », il recule d'une dalle.

Quelle est la probabilité qu'après quatre lancers, Éric soit revenu à son point de départ ?

*Programmez un simulateur pour reproduire cette situation et répondre à cette question, puis déposez ce programme dans notre dossier partagé.

*Langage de programmation : https://scratch.mit.edu/projects/editor/

ANNEXE F

RÉCITS DE FORMATION

Rencontre nº 1 — Récit de formation

Participants	**Présence**
Alan	Présent
Brian	Présent
Christian	Absent
Déborah	Présente
Émilie	Présente
Florence	Présente
Grace	Présente
CF (chercheur-formateur)	Présent

La première rencontre nous a permis de travailler sur deux situations : le problème de Monty Hall et le jeu de dés. Le récit de formation ci-dessous fait ressortir des grandes idées évoquées lors de la rencontre et certains rôles des outils technologiques pour l'enseignement des probabilités, après avoir exploré trois simulateurs.

Situation nº 1 : Problème de Monty Hall

Nous avons souligné le **caractère contre-intuitif** de cette situation où on pense d'abord que ça ne change rien de garder ou changer la porte puisque la probabilité serait de ½ pour chaque stratégie. On a aussi pu constater que l'explication n'est pas très facile à verbaliser. Pour la stratégie de garder la porte, il faut donc avoir choisi initialement la voiture. En se demandant quelle est la probabilité d'avoir choisi la voiture parmi les 3 portes au départ, on arrive à expliquer que cette stratégie nous offre une probabilité de gagner de 1/3. La stratégie de changer de porte est toutefois plus complexe. Avec du matériel (cartes à jouer), nous avons pu observer que si on choisit la voiture au départ et qu'on change de porte, on perdra. Cela arrive à chaque fois qu'on choisit la voiture au départ, soit 1 fois sur 3. Si on choisit plutôt une chèvre au départ, l'animateur va nous révéler la porte avec l'autre chèvre et on changera

alors pour gagner la voiture. Cela arrive à chaque fois qu'on choisit une chèvre au départ, soit 2 fois sur 3.

Puisque cette explication n'est pas évidente et qu'elle va à l'encontre de l'intuition pour plusieurs personnes, un **1er simulateur** (http://monurl.ca/simulateur1) peut être utilisé pour réaliser des essais de cette expérience aléatoire. Nous avons pu explorer les divers modes (pas à pas, rapide et turbo), paramètres (nombre de simulations, gains et stratégies), puis les représentations (calculs, tableau, diagramme à bandes et diagramme à ligne brisée) qui accompagnent le simulateur. Comme le souligne Florence, on remarque que plus on simule un grand nombre de fois, plus on tend vers le calcul théorique. Brian a dit que le simulateur sert à combattre une intuition erronée (rôle no 1), en prouvant que ce n'est pas une chance sur deux, et que ça permet d'arriver ensuite avec une explication théorique. Le simulateur semble indispensable pour tous dans cette situation. Bien qu'il montre une tendance à long terme, alors que la fréquence observée se stabilise autour de 2/3 lorsqu'on change de porte, le simulateur n'explique pas pourquoi il en est ainsi.

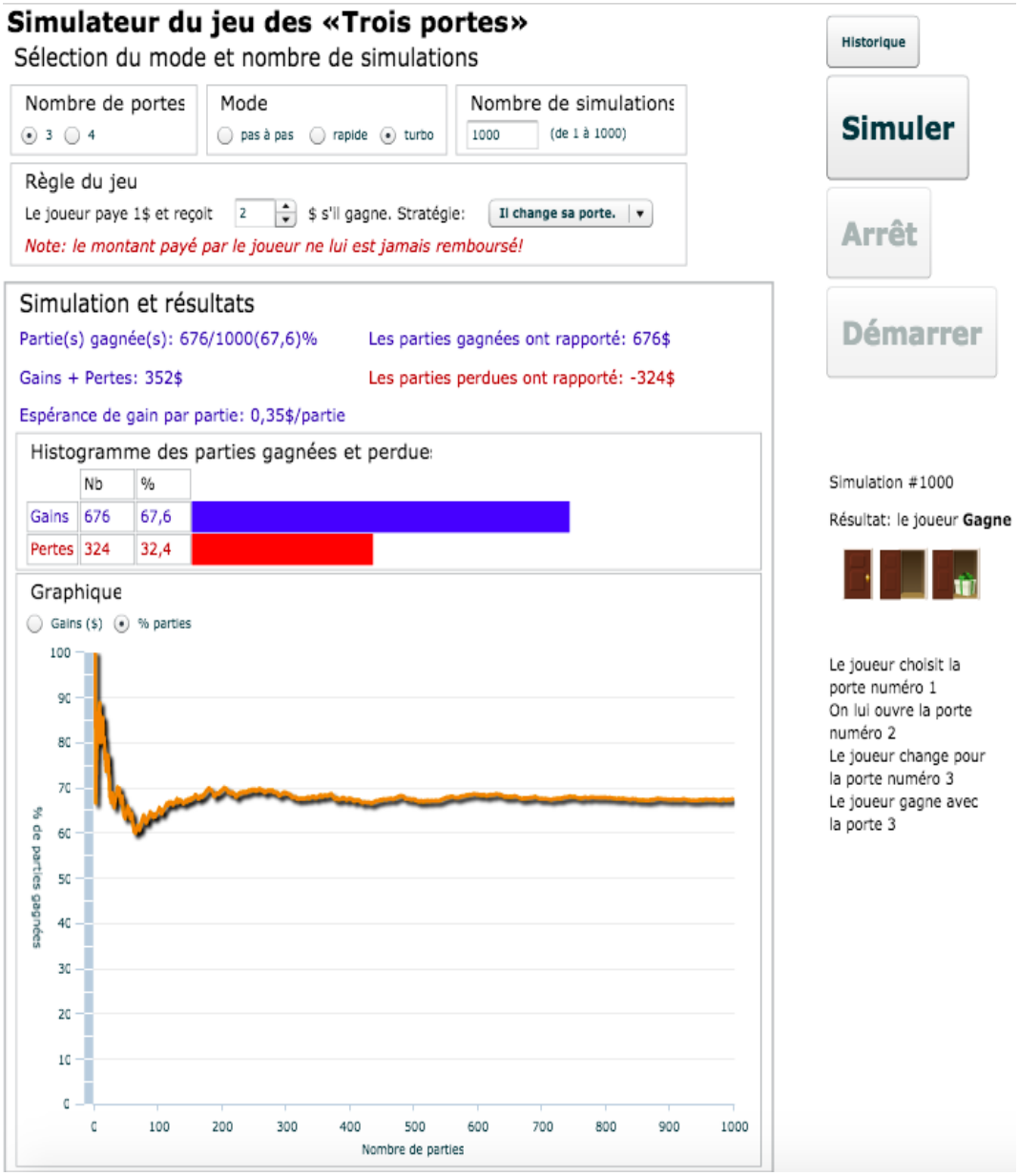
Déborah nous a donné des **idées pour exploiter cette situation avec des élèves**, étant donné qu'elle l'a déjà expérimenté auparavant avec ses élèves. Elle avait commencé par leur montrer le jeu à l'avant de la classe avec des enveloppes. Les essais simulés avec les enveloppes donnaient l'impression qu'il était mieux de changer de porte, mais il aurait aussi été possible qu'un petit échantillon ne montre pas cette tendance. Pour simuler davantage d'essais, elle a demandé de compiler les résultats de tous les élèves, puis elle a utilisé ce simulateur. Elle a dit que certains élèves n'ont pas pu être convaincus par les explications. L'un d'eux arrivait même à expliquer que la probabilité est plutôt de ½, en disant que le simulateur ne fonctionnait pas. Grace a demandé s'il serait préférable de commencer avec une situation simple pour convaincre que le simulateur fonctionne. Elle était d'avis que ça devient plus évident de faire confiance au simulateur une fois que le raisonnement a été développé par des situations plus simples d'abord. Elle disait d'ailleurs que le blocage de ½ ne serait peut-être pas là si le raisonnement a été développé par des situations plus simples d'abord. Elle a ajouté que les tâches non routinières amènent à développer le raisonnement et que cette situation a sa place dans l'enseignement des probabilités, quoi que pas en début de séquence.

En ce qui concerne les **concepts mobilisés par cette situation**, on remarque que l'arbre des probabilités n'est pas conventionnel car le choix de la stratégie détermine le résultat final selon si on a un chèvre ou la voiture au départ. Grace a dit que tout dépend de l'intention car si on fait cette situation avec des élèves de 2e sec., on mettra l'emphase sur la simulation et la loi des grands nombres, alors qu'en 4e sec. on pourrait travailler l'espérance mathématique. On peut effectivement travailler l'espérance mathématique, mais plusieurs du groupe conviennent que ce ne serait pas

la meilleure situation pour introduire ce concept étant donné l'aspect contre-intuitif relié aux probabilités de gagner.

Il y a aussi eu une discussion quant à **scinder ou non la situation en sous-tâches**. Par exemple, Alan a dit qu'il se demandait s'il serait préférable de demander de tester une stratégie, puis l'autre avec le simulateur et de comparer ensuite. CF a proposé de séparer la classe en deux pour tester les stratégies, puis les comparer. Il a dit aussi qu'il n'irait pas directement au simulateur car la réflexion de jouer avec les cartes et de compiler les résultats est importante pour la pensée probabiliste. En comparant les 80 résultats de chaque stratégie, on a déjà une idée et pour aller plus vite on prend alors le simulateur pour être efficace en générant des résultats rapidement (rôle n^{o} 2).

En ce qui concerne les autres **rôles pouvant être joués par ce simulateur**, Alan a dit que ça permettrait de donner du sens à l'espérance mathématique (rôle n^{o} 3), en changeant les montants au lieu de faire appliquer la formule sans que les élèves comprennent ce qu'ils font. Brian n'était pas de cet avis étant donné que cette situation n'est pas propice à la mobilisation de l'espérance mathématique. Le simulateur permet aussi de représenter la loi des grands nombres et le concept de variabilité (rôle n^{o} 4), c'est-à-dire que la variabilité d'un petit échantillon est plus grande que celle d'un grand échantillon, alors il y a une stabilisation si on regarde l'évolution du pourcentage des parties à l'aide du diagramme à ligne brisée. Le simulateur amène aussi à sensibiliser les élèves aux jeux de hasard et d'argent (rôle n^{o} 5), en montrant qu'un jeu est défavorable au joueur à long terme. En offrant une représentation des fréquences à l'aide du diagramme à bandes horizontales (rôle n^{o} 6), le simulateur peut aider à voir la probabilité de gagner en changeant de porte, soit 2/3, car la bande bleue est à peu près deux fois plus longue que la bande rouge, comme on le voit dans la figure ci-dessous.



Il a ensuite été question des **conseils à donner à leurs collègues** qui veulent se préparer à vivre cette situation en classe. Brian a dit qu'il faut d'abord bien comprendre soi-même la situation. Pour Alan, la clé est de comprendre que, lorsqu'on change de porte, le résultat va être le contraire de ce qu'on avait initialement. Le chemin est automatique et le diagramme en arbre ne se sépare donc pas en deux choix lors de la deuxième étape. Grace a mentionné qu'il est important d'utiliser les cartes pour visualiser la situation. Florence a abondé dans le même sens en disant que l'enseignant peut le faire en avant comme Déborah l'a fait avec ses enveloppes.

Déborah a alors dit qu'elle a remarqué que les élèves comprenaient mieux la situation lorsqu'ils l'expérimentaient eux-mêmes, même si elle leur avait montré à tous précédemment. C'était différent de le faire vivre au groupe que de le faire vivre individuellement. La simulation était même nécessaire pour certains élèves, alors elle a dit qu'il serait préférable de leur laisser du temps pour simuler eux-mêmes avec du matériel. De plus, Déborah leur a demandé d'utiliser le simulateur après qu'ils aient vu leur enseignante l'utiliser à l'avant. Déborah pensait que les élèves auraient été plus autonomes et a été surprise de voir que les élèves ne savaient pas trop quelle information regarder en utilisant le simulateur. Grace se demandait si elle questionnerait les élèves sur leur intuition de départ car c'est alors plus difficile de combattre leur intuition si on leur a demandé. CF a dit qu'il demande habituellement d'écrire la prédiction et qu'il y a plusieurs retours sur cette prédiction lors des étapes de réalisation de la simulation de l'expérience aléatoire. Il a expliqué qu'il fait un retour sur cette prédiction après avoir simulé quelques essais avec des cartes. Lors de la simulation, il laisse émerger la question quant au nombre d'essais à simuler, pour amener à réfléchir sur le choix d'en simuler le plus possible. En regroupant les résultats de tous, on cherche à en avoir le plus possible pour avoir une tendance plus fiable. C'est alors qu'on revient à nouveau sur la prédiction. Puis, on en fait 1000 avec le simulateur et on revient une fois de plus sur la prédiction.

En explorant un **2e simulateur** (http://monurl.ca/simulateur2), nous avons pu faire ressortir quelques similitudes et différences par rapport au 1er simulateur. Grace a dit que le 2e simulateur est plus visuel et plus accessible pour des élèves. Brian a dit qu'il aide à comprendre la situation de départ beaucoup plus facilement en la visualisant. Florence a dit qu'elle aimait les pourcentages du 1er simulateur, alors qu'il faudrait les calculer si on utiliser le 2e simulateur. Celui-ci est amusant à jouer et il est visuel, mais il manque le pourcentage et le diagramme à bandes selon Florence. Grace a aussi fait remarquer qu'il faudrait garder la même stratégie, sinon ça vient mélanger les résultats. En effet, il ne faudrait pas compiler des données qui n'ont pas les mêmes conditions. Déborah a dit qu'on pourrait demander aux élèves d'utiliser le 2e simulateur pour qu'ils réalisent qu'il faudrait séparer les stratégies pour que la compilation des données soit adéquate. Florence et Émilie ont dit que le 2e simulateur pourrait remplacer la manipulation avec des cartes. CF a dit que les élèves pourraient mal compiler les résultats lorsqu'ils notent à la main, alors que l'ordinateur ne se trompe pas dans le décompte. Pour générer rapidement des résultats, le 2e simulateur est plus efficace qu'à la main, mais moins que le 1er simulateur. Grace a ajouté que le 1er simulateur aidait pour combattre l'intuition du ½, mais n'aidait pas à expliquer le 2/3. Selon elle, l'explication du 2/3 serait peut-être plus facile à amener car on est plus proche des cartes. Alan a alors proposé qu'il serait aidant de combiner l'utilisation des deux simulateurs. Grace a dit qu'elle utiliserait d'abord le 2e simulateur, puis le 1er simulateur et qu'elle reviendrait finalement au 2e simulateur. En ce sens, Florence a dit que le 2e simulateur permet d'abord de compléter les étapes de prédiction, d'expérimentation et de retour sur les prédictions. Le 1er simulateur

permet ensuite de prouver que la probabilité de gagner en changeant de porte n'est pas ½. Finalement, elle a ajouté que le 2e simulateur pourrait aider les élèves à expliquer la probabilité de 2/3. Alan était bien d'accord car il voyait bien le lien entre le choix initial et le résultat final si on change de porte : on perd si on a la voiture au départ et qu'on change, alors qu'on gagne si on a une chèvre au départ et qu'on change. Ce qu'il disait précédemment est plus facile à expliquer avec cet aspect visuel car on voit la conséquence automatique.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Rôles pouvant être joués par un simulateur :

1. Combattre une intuition erronée
2. Générer des résultats rapidement
3. Donner du sens à l'espérance mathématique
4. Représenter la loi des grands nombres et le concept de variabilité
5. Sensibiliser les élèves aux jeux de hasard et d'argent
6. Représenter les fréquences à l'aide du diagramme à bandes horizontales

*Il y a des différences et des similitudes entre les simulateurs et ceux-ci peuvent parfois se compléter.

Situation no 2 : Jeu de dés

Tous semblaient d'avis que la **résolution de la situation du jeu de dés** était beaucoup plus simple que la situation précédente. Brian a dit que cette situation est tout de même contre-intuitive car au départ il avait l'intuition qu'on perdait moins souvent qu'on gagnait, mais en fait c'est l'inverse. Il a dit qu'il y a seulement deux résultats perdants sur six (le 2 et le 4), mais le fait qu'il y a deux dés complique les choses. Tous les participants ont remarqué que le jeu est défavorable au joueur car il y a 16 cas favorables et 20 défavorables, en les représentant à l'aide d'un tableau à double entrée, d'un diagramme en arbre ou d'une énumération ordonnée des 36 résultats.

CF a demandé si on aurait pu adopter une **approche fréquentielle** plutôt que théorique. Alan a dit que la probabilité de gagner est près de ½, alors c'est moins intéressant pour montrer que ce n'est pas ½, comme on le faisait dans la première situation. CF a alors répondu que ça amène le besoin d'avoir beaucoup de résultats pour que ça se distingue de ½ (environ 45 % de gagner et 55 % de perdre). Florence a dit qu'elle a déjà fait une situation similaire avec ses élèves de CST5 et qu'ils répondaient naturellement 2/6, mais qu'ils réalisaient ensuite qu'il y a 36 résultats possibles, sans qu'ils aient eu besoin de simuler. CF a proposé d'explorer le **3e simulateur** (http://monurl.ca/simulateur3) dans lequel on peut simuler les cas perdants, soit si on obtient un 2 ou un 4. Brian et Florence ont dit que ça devient compliqué de ne pas pouvoir simuler les cas gagnants, alors Florence a proposé de changer la situation en l'inversant : on gagne s'il y a un 2 ou un 4. CF était d'accord

avec cette proposition de modification de l'énoncé et il a dit que cela amène l'idée de se demander ce qu'on peut faire si on a une situation qui ne peut pas être simulée directement. On pourrait alors créer un autre simulateur, changer la situation pour qu'elle puisse être simulée ou accepter de ne pas utiliser de simulateur.

La discussion a ensuite été orientée autour des divers **prolongements à cette situation** de manière à exploiter divers concepts probabilistes. Alan a dit qu'il ferait changer les mises pour trouver dans quelle condition le jeu serait équitable, de façon à travailler le concept d'espérance mathématique. CF a dit qu'on pourrait effectivement changer l'évènement (par exemple : gagner avec un 3, plutôt qu'avec un 2 ou un 4), changer la mise ou encore changer le gain. Après l'avoir calculé pour des dés à 8 et à 10 faces, Alan a proposé de faire découvrir les conjectures que le nombre de cas favorables (obtenir un 2 ou un 4) est de 4n -4 et que le nombre de cas défavorables (ne pas obtenir un 2 ou un 4) est de $(n-2)^2$, si n correspond au nombre de faces du dé. Il a fait remarquer que plus on augmente le nombre de faces, plus la probabilité de perdre est grande. Pour qu'il y ait un apport des outils technologiques, Alan a dit que ça prendrait alors un simulateur avec les différentes valeurs de n et les probabilités qui s'affichent. Grace a dit qu'il faudrait trouver un tel simulateur ou en programmer un puisqu'il n'existe probablement pas. Un autre prolongement proposé par Florence serait de changer le nombre de dés. Alan a dit que pour 3 dés, le nombre de cas défavorables deviendrait $(n-2)^3$. Pour w dés, Alan a dit que le nombre de cas défavorables deviendrait $(n-2)^w$. Après avoir énoncé ces possibilités de prolongements, Florence et Grace ont dit qu'on pourrait d'abord faire varier le nombre de faces, puis le nombre de dés. CF a dit qu'on pourrait aussi travailler l'intuition qualitative en changeant les paramètres. On pourrait demander aux élèves d'anticiper ce qui pourrait se passer, puis simuler un grand nombre de fois pour valider si l'intuition était juste.

CF a dit que les **prolongements possibles dans la situation de Monty Hall** ne sont pas aussi évidents. On pourrait toutefois changer le nombre de portes en essayant avec 4 portes, où deux chèvres seraient éliminées après avoir fait un choix initial de porte et il faudrait alors décider si on garde cette porte ou si on change pour l'autre porte restante. Le raisonnement peut être poussé à l'extrême avec 1000 portes, où on éliminerait 998 chèvres. Presque tous ont dit que c'est plus évident de voir qu'il est mieux de changer avec 1000 portes et Brian a dit que même à 10 portes on le voit assez bien. CF a rappelé que le simulateur va seulement jusqu'à 4 portes, mais on peut anticiper ce qui se passerait avec 10 portes ou 1000 portes même si on ne peut pas le simuler. Il a aussi proposé d'utiliser des cartes pour simuler le jeu avec 10 portes et Brian a affirmé qu'avec 10 cartes on n'aurait pas besoin de faire 100 essais pour se convaincre qu'il est mieux de changer de porte. Émilie a dit qu'on le verrait bien en éliminant les 8 cartes qui représentent des chèvres. Alan a dit que la probabilité de gagner en changeant de porte est de (n-1)/n, n étant le nombre de portes. Si on garde la porte, la probabilité de gagner est seulement de 1/n.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Nous sommes parfois confrontés aux limites des simulateurs, soit parce qu'ils ne simulent pas exactement ce qu'on voudrait ou encore parce qu'il n'en existe pas pour une situation donnée.

Devoir

La rencontre s'est terminée alors qu'on s'est donné un devoir d'aller fouiller dans diverses ressources (manuels, sites Internet, Netmath, etc.) pour faire ressortir ce qu'on y retrouve en probabilités en termes de potentiel technologique et les rôles qui sont joués par ces outils technologiques. L'intention est que chacun puisse explorer une ressource pour la présenter aux autres. Voici ce que chacun a proposé d'explorer :

Participant	**Ressource explorée**
Alan	Simulateur avec probabilité conditionnelle
Brian	Intersection CST5
Déborah	Ressources en ligne (simulateurs, 3 acts, GeoGebra, …)
Émilie	Vision ou Intersection TS4
Florence	Point de mire en sec. 3
Grace	Panoramath en sec. 2

*Il est proposé aux absents de fouiller également de leur côté.

Rencontre nº 2 — Récit de formation

Participants	Présence
Alan	Présent
Brian	Présent
Christian	Présent
Déborah	Présente
Émilie	Absente
Florence	Présente
Grace	Présente
CF (chercheur-formateur)	Présent

La deuxième rencontre nous permet de revenir sur le devoir, de travailler sur une situation (bouteille probabiliste), puis de réfléchir sur les approches fréquentielle et théorique. Ce récit de formation vise à faire ressortir quelques idées de la rencontre.

Retour sur le devoir

Lors du retour sur le devoir, chacun présente le résultat de ses fouilles dans des ressources pour faire ressortir ce qu'on y retrouve en probabilités en termes de potentiel technologique.

Alan parle de son activité d'apprentissage où les élèves seraient amenés à formuler une série de conjectures en lien avec les deux situations explorées au cours de la première rencontre. Cette activité n'a pas encore été validée avec des élèves, alors CF en profite pour montrer une limite du simulateur programmé avec 4 portes pour le problème de Monty Hall : le fonctionnement du jeu est différent avec 4 portes puisqu'une seule porte est éliminée (au lieu de deux), alors la probabilité de gagner en changeant de porte est de 3/8 (au lieu de ¾). Étant donné que la situation est différente (et aussi plus complexe selon Grace), CF demande si on peut utiliser ce simulateur comme prolongement ou si on le laisse tomber. Florence affirme qu'elle s'ajusterait selon les élèves : si ça a bien été avec eux pour la situation à 3 portes, elle pourrait essayer la version différente à 4 portes. Déborah voit cette autre version comme un prolongement possible.

Brian dit qu'il n'y a rien dans le manuel qu'il avait choisi et qu'il a dû aller fouiller sur Internet pour trouver d'autres ressources qui ont recours aux outils technologiques. Il a notamment montré un diagramme de Venn construit avec GeoGebra (https://www.geogebra.org/m/AjrfISIT), où les nombres d'éléments dans les ensembles sont déterminés par des valeurs qui varient sur des glissières. Selon lui, le diagramme de Venn est un support visuel et il permet de générer plusieurs exemples rapidement, d'autant plus qu'il permet de voir ce qui varie lorsqu'on se déplace sur les glissières. Puisque cet outil technologique est en anglais, il est

question notamment de la langue d'usage. Certains semblent croire qu'il est préférable d'avoir des ressources en français, mais Florence dit qu'elle ne voit pas de problème à ce que la ressource soit en anglais, d'autant plus qu'elle et Alan affirment qu'il y en a beaucoup plus en anglais. Pour bonifier cet outil technologique, Florence, Brian et Alan affirment que ce serait bien d'avoir des probabilités conditionnelles qui accompagnent le diagramme de Venn. Alan dit que ça permettrait de mieux voir le dénominateur, ce qui aiderait à comprendre la probabilité conditionnelle sans nécessairement utiliser de langage formel. Selon lui, ça prend parfois quelque chose de plus pour les élèves qui n'ont pas compris. Il utiliserait cet outil technologique bonifié avec tout le groupe, mais s'en servirait aussi pour réexpliquer différemment aux élèves qui ont eu de la difficulté. Alan avait appris à faire un tel outil technologique dans une formation sur GeoGebra, mais il dit avoir tout oublié avec le temps et donc qu'il lui faudrait du temps pour se former à nouveau. En ce sens, il demande si une ressource pourrait les aider à programmer ce dont ils ont besoin. Il explique ce qu'il voudrait avoir comme diagramme de Venn avec trois ensembles pour donner un sens au calcul de la probabilité conditionnelle à partir de plusieurs paramètres modifiables sur des glissières. Florence dit qu'on pourrait avoir deux versions, soit un avec le calcul des probabilités et un sans, selon l'intention pédagogique. Grace ajoute qu'on pourrait le faire afficher ou non et qu'en le laissant ouvert ça laisse plus de possibilités pour l'enseignant. En fouillant parmi plus d'un million de ressources sur le site de GeoGebra (https://www.geogebra.org/materials/), CF en montre quelques-uns et Grace fait remarquer que ce ne sont pas tous des simulateurs. Par exemple, CF montre un diagramme en arbre d'une situation de tirage de deux billes sans remise, avec l'option d'afficher ou non le calcul de probabilités (http://monurl.ca/simulateur5).

Cet exemple amène **Déborah** à partager les résultats de ses fouilles car elle a utilisé un diagramme en arbre similaire avec ses élèves, mais avec une option supplémentaire pour décider si le tirage est avec ou sans remise. Déborah précise qu'elle trouvait une ressource et qu'elle construisait ensuite son activité à partir de ce qu'elle a trouvé. Elle a donné des billes aux élèves et elle donnait accès au fichier GeoGebra pour qu'ils voient comment construire un arbre de probabilités. Elle dit que c'était pertinent car les élèves étaient en action et pouvaient voir ce qui change lorsque les nombres de billes varient. Grace ajoute que certaines ressources ouvertes peuvent permettre d'explorer plusieurs situations différentes alors que d'autres ciblent un exercice en particulier. CF fait remarquer que c'est bien lorsque l'outil est flexible et demande comment le calcul de probabilités avec un jeu de cartes (https://www.geogebra.org/m/Swk68GKQ#material/GHCMzUsC) pourrait être utilisé, étant donné que cet outil est moins flexible. Florence dit que ça pourrait être utilisé comme corrigé avec des élèves en groupe, mais qu'il serait plus intéressant que ce soit l'élève qui s'en serve. Déborah ajoute que ça pourrait être une question éclair, mais que ce ne serait alors pas bien différent d'un exercice papier-crayon, même si cela peut susciter l'intérêt des élèves selon Florence. Grace rappelle qu'on travaille au

niveau de la compréhension avec des questions ouvertes, alors il faut que l'outil soit polyvalent. Christian propose de demander ce qu'on pourrait modifier pour obtenir une probabilité donnée. Cela amène plusieurs possibilités de nouvelles questions, alors on peut rester avec un problème ou un simulateur qu'on exploite au maximum. Dans un autre ordre d'idées, Déborah a fait travailler ses élèves autour de deux problèmes en 3 temps (*3 acts*) : Stacking Jack (https://www.yummymath.com/2012/stacking-jack/), puis M. Patate (https://mathcsdgs.wordpress.com/2014/05/13/un-nouveau-3-acts-pour-les-probabilites/). Même si ce sont tous les deux des problèmes de dénombrement, Déborah affirme qu'ils sont différents étant donné que le nombre de possibilités diminue à chaque étape dans Stacking Jack, mais pas dans M. Patate.

Christian montre ensuite comment il utilise la programmation par blocs avec Tickle (https://tickleapp.com/). Il montre le programme d'un élève pour voir la fréquence d'une somme de 10 avec deux dés. CF fait remarquer qu'il est différent 1) d'utiliser un simulateur pour simuler une expérience expérimentalement, 2) d'utiliser un simulateur pour voir la probabilité théorique ou 3) de programmer un simulateur. Il soulève également que ça amène à se poser des questions sur le processus de simulation, notamment le nombre d'essais nécessaire. Christian montre un programme pour le jeu de dés (situation n^{o} 2) et se demande ce que l'élève devrait se poser comme question pour faire calculer l'espérance de gain. Selon lui, la programmation amène à décomposer un problème pour considérer chacune des étapes à considérer, puis ensuite à repérer un « bug » dans le programme. Christian a aussi exploré un exerciseur en ligne (Netmath) et a été déçu par l'absence de simulateur ou de l'idée de prédire. Selon CF, certaines activités permettent de simuler le lancer d'une pièce de monnaie, mais qu'on retrouve surtout des exercices plus conventionnels et axés sur le calcul.

De son côté, **Florence** dit qu'elle n'a rien trouvé dans le manuel qu'elle a consulté, mais qu'il y a des outils dans « Ma Zone CEC » : vidéo, explications, exercices interactifs autocorrecteurs avec théorie pour aider et tests formatifs. CF fait remarquer qu'il y a très peu d'outils technologiques dans les manuels eux-mêmes, mais qu'on trouve souvent quelques pistes dans les guides pédagogiques. Florence dit que ça devrait aussi être écrit dans le manuel de l'élève, ce qui est approuvé par d'autres, dont Christian qui affirme que ça pourrait être un lien vers un simulateur.

Dans ce sens, **Grace** a trouvé dans un manuel seulement une référence au tableur pour analyser tous les cas possibles, mais elle ne voit pas la valeur ajoutée de cet outil pour résoudre le problème en question, à part peut-être pour la rapidité.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Tel que souligné par Grace, Brian, Christian et Florence, les ressources plus conventionnelles (manuels scolaires et exerciseurs) offrent peu de potentiel pour travailler les concepts probabilistes avec des outils technologiques. Il y a toutefois d'autres outils qui existent et que l'on peut utiliser :

- Simulateurs pour formuler des conjectures (par Alan) ;
- Fichiers GeoGebra (par Brian et Déborah) ;
- Vidéo de problèmes en 3 temps (par Déborah) ;
- Ressources dans « Ma Zone CEC » (par Florence).

D'autres outils polyvalents peuvent être construits pour offrir plus de flexibilité et ainsi répondre à plusieurs intentions didactiques :

- Diagramme de Venn bonifié (à la demande de Florence, Brian et Alan) ;
- Programme Tickle (par Christian).

Situation n° 3 : Bouteille probabiliste

Pour cette situation, CF propose de travailler en équipes de deux avec des bouteilles. Dès le départ, Christian dit qu'on pourrait dévisser et regarder, ce qui est aussi quelque chose que les élèves demandent habituellement. La contrainte de ne voir qu'une bille à la fois dans un tirage avec remise nous amène à adopter une **approche fréquentielle plutôt que théorique** et de **proposer des conjectures** sur le contenu des bouteilles. Après quelques essais, Florence demande s'il y a la même chose dans chaque bouteille. Alan précise que c'est pour savoir si tous simulent avec le même contenu, mais il ajoute qu'on le saura au bout de 1000 essais. Après avoir obtenu plusieurs billes rouges consécutives, Brian demande s'il y a bien deux couleurs dans sa bouteille et si ce sont des billes de même taille. Il obtient finalement une bille noire après avoir pigé 18 billes rouges. Il en vient donc rapidement à la conjecture que sa bouteille contient 1 bille noire et 4 billes rouges. Déborah fait alors remarquer qu'elle n'a pas le même contenu que la bouteille de Brian car ses résultats ne se ressemblent pas. Du côté de l'équipe de Alan et Florence, après une série d'essais, Alan offre comme conjecture qu'il y a 1 ou 2 noires dans sa bouteille car il a pigé environ 30 % de billes noires. Puisque cette fréquence est exactement entre 20 % et 40 %, on doit faire plus d'essais. En ce qui concerne Christian, il se demande si ça vaut la peine de continuer à simuler car il se dit qu'il y a surement autre chose.

Après quelques minutes d'expérimentation avec les bouteilles, CF propose d'écrire avec quelle bouteille ils ont simulé : la bouteille beige ou la bouteille blanche et bleue. Il précise alors que le contenu est le même dans les bouteilles de même couleur. Florence demande combien de temps il faut faire des tirages. CF dit que les élèves vont poser cette question et qu'on veut en faire le plus possible. Ainsi, Grace propose de **combiner les résultats** pour une même couleur. CF compile les résultats de toutes les équipes pour les deux couleurs. Pour la bouteille blanche et bleue, nous

avons obtenu en tout 116 billes rouges et 32 billes noires, soit environ 1/5 de billes noires, ce qui nous amène à croire qu'il y a 1 bille noire et 4 billes rouges dans ce type de bouteilles. Pour la bouteille beige, nous avons obtenu en tout 49 billes rouges et 48 billes noires, soit environ ½ de billes noires, ce qui est embêtant car Grace rappelle qu'il ne peut pas y avoir autant de billes rouges que de billes noires s'il y a 5 billes dans la bouteille. Christian dit qu'il faut **continuer si la tendance n'est pas claire**. CF affirme aussi que c'est surement un rapport 3:2, mais ce rapport pourrait aller dans un sens comme dans l'autre, étant donné que nous avons obtenu environ autant de billes noires que de rouges. Christian ajoute qu'il y a donc une **double probabilité pour décider**. CF explique que ceci amène l'idée d'intervalle de confiance et de marge d'erreur, où il faut donner une probabilité pour communiquer à quel point on est confiant de la probabilité qui est conjecturée.

CF montre le **simulateur (http://monurl.ca/simulateur4) pour les bouteilles 1 et 2** qui correspondent respectivement à 1 bille noire et 4 billes rouges, puis à 2 billes noires et 3 billes rouges. Après quelques séries de 100 tirages, Brian dit que ça correspond aux résultats qu'il avait obtenus et Alan n'en revient pas de voir à quel point c'est précis à long terme. Florence demande s'ils ont été chanceux d'avoir une tendance claire avec peu d'essais. Alan demande d'ailleurs à partir de quel nombre c'est fiable. CF montre que chaque échantillon de 100 essais dans la bouteille 2 n'est pas toujours de 60-40, mais que cela s'en rapproche tout de même, alors un échantillon de 100 est souvent suffisamment fiable, mais cela dépend aussi de la situation.

Concernant le **matériel utilisé pour simuler cette situation**, tous font remarquer qu'on peut voir les billes en regardant en dessous. Déborah demande comment le matériel a été produit et Grace explique comment le faire avec une bouteille d'eau en s'assurant qu'on ne peut voir qu'une seule bille à la fois à travers le goulot de la bouteille. Déborah dit que c'est vraiment pertinent de le simuler concrètement avant d'utiliser le simulateur. Brian abonde dans ce sens en disant que les élèves vont davantage croire les résultats obtenus. En réalisant les tirages, CF fait remarquer qu'il y avait plusieurs façons de noter les résultats et de se questionner sur l'importance de l'ordre dans cette situation.

CF montre alors les **bouteilles 3 et 4 du simulateur**, où on ne connait pas le nombre total de billes. Brian dit qu'on ne connaitra jamais le contenu exact de la bouteille. CF fait remarquer qu'on doit alors fonctionner en termes de rapport. En fait, dans la bouteille 3, après avoir simulé 1000 résultats, nous avons obtenu 492 billes rouges et 508 billes noires : il pourrait y avoir 1 bille de chaque couleur, ou bien 2 de chaque couleur… mais il pourrait aussi y avoir 492 billes rouges et 508 billes noires. Alan dit que ça n'entrerait pas dans la bouteille, mais CF dit que cette limite ne s'applique pas au simulateur car il s'agit d'une situation virtuelle où ce genre de contrainte ne s'applique pas. Pour une bouteille concrète, cette contrainte est pourtant bien réelle

car Alan dit qu'une bouteille pleine ne permettrait pas à chaque bille d'être pigée, les billes ne pouvant pas circuler librement dans la bouteille. CF leur demande de conjecturer sur ce qu'il y a dans la bouteille 4. Grace dit que dans ces conditions, il faudrait avoir plus de 1000 résultats.

Avec le simulateur, il est aussi possible de **créer une nouvelle bouteille** en choisissant le nombre de billes rouges et le nombre de billes noires dans la bouteille. CF crée une nouvelle bouteille avec 3 billes rouges et 10 000 billes noires (ce qu'on pourrait difficilement faire concrètement), puis il obtient la première bille rouge après 5000 essais. Après 10 000 essais, il en obtient 3, conformément au contenu de la bouteille. CF dit que ça va varier, mais qu'on devrait habituellement avoir 1, 2, 3, 4 ou 5 billes rouges sur 10 000… mais pas 60 ! Brian demande si on peut en être certain et si la probabilité d'avoir 60 billes rouges est bel et bien nulle. CF dit que cela revient la double probabilité avec un intervalle de confiance, de manière à ce que la fréquence obtenue soit contenue 95 % des fois dans cet intervalle. Dans ces conditions, il n'est pas impossible d'obtenir 60 billes rouges après 10 000 tirages, mais la probabilité de cet évènement est excessivement faible. Brian affirme qu'il pourrait passer sa vie à simuler qu'il n'en obtiendrait pas 60, tellement cet évènement est rare. Déborah demande alors quelle question serait pertinente à poser avec la nouvelle bouteille du simulateur. La réponse à cette question n'est pas évidente, car on veut que la pensée probabiliste soit mobilisée, on ne veut pas faire de cette situation un simple exercice de fractions équivalentes ou d'algèbre. Cela amène Florence à demander quelle serait l'intention de cette fonctionnalité du simulateur. Grace est d'avis que ce simulateur serait efficace pour aider les élèves de deuxième secondaire à distinguer la probabilité théorique de la probabilité fréquentielle.

Dans un autre ordre d'idées, Alan dit qu'au jeu de la roulette au casino, on mise sur une douzaine si elle n'est pas sortie 12 fois d'affilée. CF en profite pour parler de la **conception de dépendance** : même si on obtient pile 8 fois d'affilée avec une pièce de monnaie, la pièce de monnaie n'a pas de mémoire… et donc chaque tirage est indépendant des autres. Alan renchérit en affirmant que certaines personnes misent de cette façon, avec l'idée que ça va se rééquilibrer. Cela amène Grace à parler des combinaisons à la Lotto 6/49. Christian dit qu'on est mieux de ne pas prendre 1-2-3-4-5-6 au cas où cette combinaison sortirait, étant donné que le gros lot devrait alors être réparti parmi tous ceux qui l'ont choisie. CF précise que cette combinaison est celle choisie par des milliers de joueurs à chaque tirage de Lotto 6/49 car ils ne savent pas quoi prendre. Grace est étonnée car elle pensait que les gens seraient moins tentés à la prendre étant donné qu'elle semble moins aléatoire. En fait, il s'agit de la **conception de représentativité**, où on attribue une probabilité plus faible à un évènement qui ne semble pas représentatif de ce qu'on obtient généralement. Alan dit donc qu'on devrait prendre n'importe quelle combinaison sauf celle-là. CF lui fait remarquer qu'il a raison, mais pas parce que la probabilité de cette combinaison est

plus faible… c'est plutôt parce que la somme gagnée par un joueur sera moins importante s'il doit partager le gros lot avec un grand nombre d'autres gagnants.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
À partir de l'expérimentation de la situation de la bouteille, nous avons fait ressortir l'intérêt de :

- Se questionner sur les informations à prendre en compte dans cette situation ;
- Proposer des conjectures ;
- Expérimenter suffisamment d'essais, puis combiner les résultats pour que la tendance soit claire ;
- Utiliser un simulateur en variant le nombre de billes dans la bouteille ;
- Réaliser qu'il y a une double probabilité reliée à notre degré de confiance pour la probabilité recherchée ;
- Se questionner quant aux nouvelles questions qu'on peut se poser avec l'apport des outils technologiques, selon l'intention visée ;
- Être sensible aux conceptions probabilistes qui peuvent émerger en contexte de jeux de hasard et d'argent chez les élèves, mais aussi chez les enseignants

Réflexion sur les approches fréquentielle et théorique

CF fait remarquer que les discussions précédentes autour de la situation de la bouteille probabiliste amènent à se demander ce que c'est de faire des probabilités. Aussi, il questionne les participants à savoir si cette situation est en **probabilités ou en statistique**. Florence répond que tout est relié en mathématiques. Grace affirme que les statistiques montrent une tendance du passé alors que c'est le futur pour les probabilités. Christian dit qu'on fait des statistiques avec des probabilités. CF ajoute que l'approche fréquentielle en probabilités est très près des statistiques.

CF demande si la **priorité est accordée pour une approche** plutôt qu'une autre dans leur enseignement. Alan dit que c'est malheureusement l'approche théorique qui est prioritaire. Grace rétorque qu'elle n'est pas prioritaire, mais qu'elle prend plus de place actuellement. Florence explique qu'on ne peut pas toujours être dans une approche fréquentielle, par exemple pour simuler une expérience avec des naissances gars/fille. CF dit qu'on pourrait le simuler avec une pièce de monnaie, mais Florence répond que c'est moins direct. Elle explique qu'elle devra enseigner la probabilité géométrique, mais qu'elle ne va pas mettre un carton pour leur faire lancer des fléchettes, car c'est plus difficile de faire manipuler physiquement. Christian ajoute que si un dé est pipé, ça amène le besoin de simuler 1000 fois car on ne connait pas la probabilité théorique. CF ramène l'idée d'équiprobabilité en rappelant l'idée de Brian si les billes ne sont pas toutes de même taille… ou de même masse selon Christian. Déborah pense que l'enseignement des probabilités est trop théorique et qu'il faut faire le lien avec ce qui est expérimental.

CF rappelle aux participants qu'ils ont voulu adopter une approche théorique lorsqu'ils se sont attaqués à la situation de Monty Hall, mais qu'avec les élèves ils commenceraient par une approche fréquentielle, qui serait suivie par la suite d'une explication théorique pour valider la probabilité recherchée (laquelle aurait été approximée par la fréquence observée). Brian dit que le simulateur prouve que la probabilité n'est pas ½. Il ajoute qu'il reste à le démontrer mathématiquement, mais que la preuve est là sans aucun doute. Toutefois, Christian rétorque que cette preuve ne le convainc pas. CF demande si Brian fait une distinction entre **preuve et démonstration**. Brian répond que oui car un grand nombre d'essais donne une preuve irréfutable… et on peut le refaire et le refaire. Cependant, Déborah affirme qu'un élève pourrait demander si le simulateur a été bien programmé. Selon CF, le simulateur a un côté opaque, alors on ne sait pas avec certitude s'il a été bien programmé.

Alan relance la **place de l'approche fréquentielle en lien avec la formation**, en dénonçant qu'il n'a jamais expérimenté comme élève et qu'il n'y avait rien de fréquentiel, ni même au cégep et à l'université. CF lui demande si l'expérimentation se retrouve dans son enseignement des probabilités. Alan répond qu'il en fait un peu en secondaire 4-5 en parlant aux élèves des paris sportifs, mais ils ne manipulent pas. CF lui demande si le fait de ne pas en avoir fait ni comme élève ni dans sa formation l'incite à ne pas en faire dans sa classe. Grace dit que ça ne donne pas de modèle. Alan ajoute qu'il faut être formé et qu'il considère ne pas être bien formé pour créer des ressources quand les ressources à sa disposition ne lui conviennent pas.

Il est ensuite question du **nombre de périodes d'enseignement en probabilités**. Christian dit que ça dépend des années, mais autour de 4… et parfois ½ s'il ne reste pas de temps. Florence dit qu'en secondaire 3 cette année ce sera seulement une période à la fin de l'année sur la probabilité géométrique. Alan réagit à cela car si l'élève arrive en secondaire 4 en ayant fait en probabilités seulement 4 périodes en secondaire 2 et une période en secondaire 3, tout doit leur être expliqué. Florence rappelle qu'elle n'a jamais été à l'aise en probabilités et qu'il s'agit de la seule section des mathématiques où elle se sent moins outillée, contrairement à l'algèbre par exemple. Pourtant, Christian dit que s'il y a bien une partie de matière qui est ludique pour les élèves, c'est en probabilités. Florence croit que c'est généralisé, au sens où aucun enseignant de mathématiques n'aime les probabilités, peu importe l'endroit d'où ils viennent. Brian n'est pas d'accord car il aime les probabilités et qu'il s'agit même de sa partie préférée en enseignement. Alan ajoute qu'il aime ça lui aussi, mais qu'il a l'impression d'avoir été scolarisé en algèbre. Grace relance Brian en lui demandant si son amour des probabilités se reflète dans le nombre de périodes de son enseignement. Brian répond qu'il ne passe pas beaucoup de temps en probabilités, ce que Florence explique par le fait qu'il faut suivre les collègues.

Déborah dit qu'elle se sentait démunie pour enseigner les probabilités, mais qu'une situation comme celle-là peut l'aider. Elle ajoute que Grace lui avait déjà parlé auparavant de cette situation, mais en ayant l'**opportunité de l'expérimenter** avec les bouteilles et avec le simulateur, elle pourra aisément animer une période avec ses élèves de secondaire 2 (avec un document d'accompagnement à faire). Selon elle, tant qu'elle n'a pas vécu une situation, c'est difficile de l'intégrer dans sa pratique. Florence ajoute que c'est du temps à mettre. Déborah conclut que cela fait partie d'un processus de changement de pratique et qu'elle a bien l'intention de se lancer dans le vide pour enseigner les probabilités avec cette situation.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Lorsqu'on compare les approches fréquentielle et théorique, on remarque que :

- En classe, moins d'importance est accordée à l'approche fréquentielle qu'à l'approche théorique ;
- Les fréquences simulées peuvent être considérées comme des preuves pour valider la probabilité recherchée ;
- Les enseignants ont peu (ou pas) été formés à l'enseignement des probabilités, particulièrement dans l'approche fréquentielle ;
- Le nombre de périodes d'enseignement en probabilités est souvent réduit ;
- Une occasion d'expérimenter une situation peut aider un enseignant à se sentir mieux outillé pour enseigner les probabilités.

Prochain devoir

À la fin de la rencontre, on se donne le devoir de réfléchir sur ce qu'est un bon problème de probabilité. Pour soutenir cette réflexion, CF demande de cibler un outil technologique (un de ceux présentés dans cette rencontre ou un autre) et de rassembler quelques idées pour concevoir une tâche en probabilités qui exploite cet outil technologique. Il serait intéressant de réfléchir aux questions à poser aux élèves et au fonctionnement pour animer cette tâche avec des élèves.

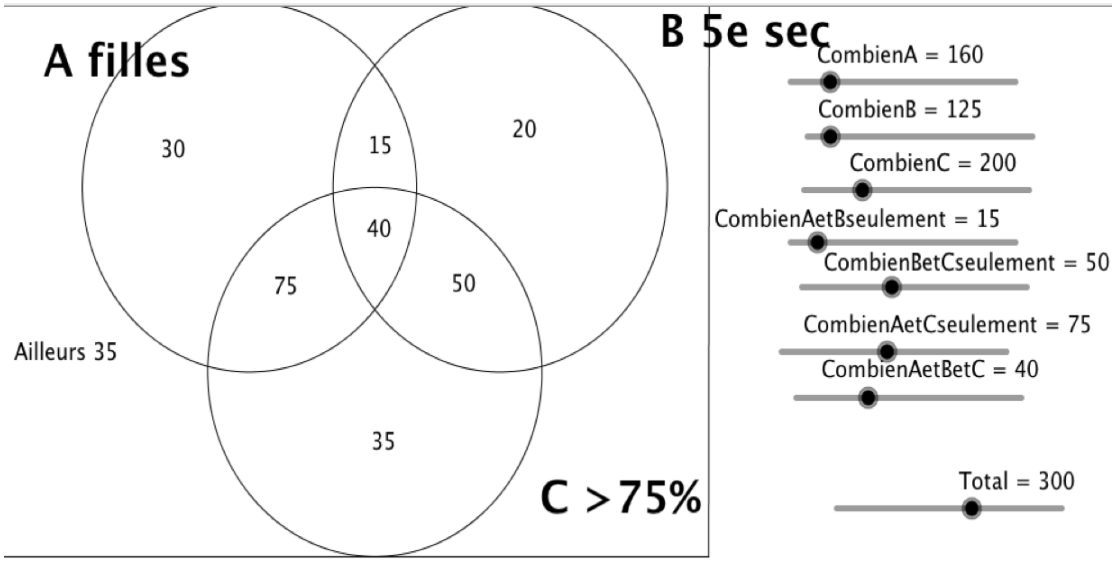
Rencontre nº 3 — Récit de formation

Participants	Présence
Alan	Absent
Brian	Présent
Christian	Absent
Déborah	Présente
Émilie	Présente
Florence	Absente
Grace	Présente
CF (chercheur-formateur)	Présent

La troisième rencontre nous permet de creuser quelques ressources, de travailler sur une situation (rondelles), puis de réfléchir sur les différents types d'outils technologiques. Ce récit de formation vise à faire ressortir quelques idées de la rencontre.

Retour sur les ressources et sur le devoir

Au début de la rencontre, CF propose d'analyser les ressources qui se trouvent sur le dossier partagé et plus particulièrement les 4 fichiers GeoGebra de diagrammes de Venn afin de poursuivre la discussion entamée à la rencontre précédente. À partir de la demande d'Alan, un généreux collègue a accepté de construire un fichier GeoGebra paramétrable avec 3 ensembles et des probabilités conditionnelles. Cet outil n'est pas aussi ouvert que ce qui était demandé, étant donné des contraintes techniques, mais ce collègue a pu faire quelques ajustements pour produire ce fichier amélioré : https://www.geogebra.org/m/CnwTcSv3. En explorant le potentiel de cet outil, Grace dit qu'on pourrait demander à un élève de jouer avec les paramètres, de manière à respecter certaines contraintes. Déborah suggère alors de **résoudre un problème** de CST5, car elle se demande comment l'élève pourrait lui-même utiliser l'outil technologique dans la résolution. Tous les participants semblent partager cette préoccupation et Brian précise que ce n'est pas facile d'orchestrer une activité pour que l'élève puisse apprendre par lui-même et que ce soit efficace. Déborah dit que l'outil doit apporter quelque chose de plus pour se donner la peine de l'utiliser. Pour son problème, elle se demande si ça servirait à se valider (lorsque le nombre « ailleurs » devient rouge). Nous résolvons donc 2 problèmes (voir les énoncés complets dans le dossier des diagrammes de Venn) avec cet outil, en trouvant notamment comment 1) changer les limites des glissières ; 2) attribuer une valeur exacte dans une glissière et 3) écrire ce que représentent nos ensembles. Voici une capture d'écran du résultat obtenu pour le problème nº 1 :



Ce problème est résolu en ajustant les glissières pour respecter chaque contrainte de l'énoncé, en remettant parfois à plus tard une contrainte qu'on ne peut pas traiter pour l'instant. Selon Déborah, une **valeur ajoutée de cet outil** serait de l'utiliser comme validation, après que le problème ait été résolu sur papier. Émilie pense que c'est plutôt utile en exploration avec les élèves, car c'est à ce moment que les élèves ont des difficultés. Grace ajoute que ce sont les intersections qui sont problématiques pour des élèves, alors peut-être que le fichier est aidant en ce sens. Toutefois, Déborah mentionne que l'élève ne saura peut-être pas comment utiliser efficacement le fichier étant donné que plusieurs nombres changent quand on bouge certaines glissières. Elle est d'avis que ce type de tâches se fait quand le reste a été exploré, alors l'outil aurait un rôle de validation. Selon elle, les élèves seraient plus autonomes car ils n'auraient plus besoin du corrigé, en sachant que ça ne fonctionne pas si du rouge apparait, et qu'ils comprendraient pourquoi ils se sont trompés. Émilie ajoute que ça donnerait plus de temps à l'enseignant pour aider les élèves qui ne comprennent pas. Pour les calculs d'union, CF pense que la représentation de cet outil pourrait aider à mieux visualiser la probabilité comme le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles, même si l'outil ne permet pas de faire ce genre de calculs. Il y a également des **limites à cet outil**, car il ne permet pas de calculer tous les cas de probabilités conditionnelles (probabilité de B sachant A, par exemple).

CF montre ensuite brièvement un 2e diagramme de Venn plus simple à 2 ensembles qui conviendrait mieux à des situations au premier cycle. Il montre aussi un 3e diagramme de Venn à 3 ensembles où il faut identifier les zones à partir de 17 questions avec le corrigé (https://www.geogebra.org/m/KSuUb2TR). Grace est d'avis que cet outil est plus qualitatif, étant donné qu'il n'y a pas de nombre. Sans viser à

répondre aux questions, elle trouve qu'il est intéressant de pouvoir cliquer dans les zones pour que certains problèmes deviennent plus interactifs. Brian affirme que c'est très bon en introduction et que ça pourrait donc être utilisé au tout début de l'apprentissage, avant même de rappeler ce qu'est une union et une intersection, pour que les élèves le redécouvrent par eux-mêmes et se rappellent les symboles. CF montre un 4e diagramme de Venn à 3 ensembles avec un contexte de 3 choix d'activités (https://www.geogebra.org/m/CvM56GqA). Il n'y a pas toutes les possibilités, mais il y en a plusieurs et on peut aussi faire afficher le langage ensembliste avec les symboles. CF dit que cet outil pourrait aider à expliquer les énoncés, comme étape intermédiaire avant de résoudre des problèmes. Grace affirme que ça devient plus concret tout en restant qualitatif. Brian confirme que cet outil pourrait être utilisé juste avant le premier avec lequel nous avons travaillé. CF dit que c'est intéressant de **combiner les outils technologiques**, comme on l'avait fait dans le problème de Monty Hall, car cela fait ressortir la complémentarité des outils. Émilie propose qu'on pourrait faire comprendre d'abord les zones (3e outil), puis le vocabulaire (4e outil) et finalement la résolution de problème (1er outil).

Dans son **devoir**, Déborah dit qu'elle voulait composer des questions pour animer l'activité de la bouteille avec ses élèves de 2e secondaire, comme première activité en probabilités. Elle a eu de la difficulté à penser aux bonnes questions et dans quel ordre les poser, car elle se demandait si elle devait poser une question ou si elle voulait que cette question soit amenée par les élèves (comme nous l'avons vécu en vivant l'activité). Elle a donc décidé de ne pas faire un document pour l'élève, mais plutôt de réfléchir à ce qu'elle voudrait qui ressorte, un peu comme un guide ou des pistes pour l'enseignant. Dans son devoir, Grace dit qu'elle a réfléchi à une activité avec des stations où les élèves pourraient se promener et répondre à une série de questions (sur Google Formulaire) et des simulateurs à explorer. L'enseignant pourrait voir quelle station semble plus difficile, à partir des réponses des élèves.

Puis, CF dit qu'il y avait eu des **résultats exceptionnels** à la rencontre précédente dans la situation de la bouteille. Florence s'était demandé s'il était rare que la tendance soit aussi claire pour la bouteille 4:1 ou que ce ne soit pas stabilisé pour la bouteille 3:2. CF a calculé les probabilités par la suite et c'était assez exceptionnel (probabilité de moins de 1 %) que Brian ait eu 18 billes rouges avant d'avoir une bille noire, ce pourquoi il doutait que la bouteille contienne bien une bille noire. En ce qui concerne les 97 résultats de la bouteille beige, nous avions obtenu 49 billes rouges et 48 billes noires, soit environ 50 % de billes de chaque couleur. Il est aussi exceptionnel (probabilité d'environ 3 %) d'avoir une fréquence autour de 50 % alors qu'on devrait avoir 60 %, car il s'agissait de la bouteille 3:2. Donc, pour 100 échantillons de 97 essais, on s'attend à obtenir une tendance aussi extrême seulement 3 fois, alors qu'on serait plus près de la tendance attendue les 97 autres fois.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Voici quelques éléments qui se dégagent concernant le potentiel des outils technologiques :

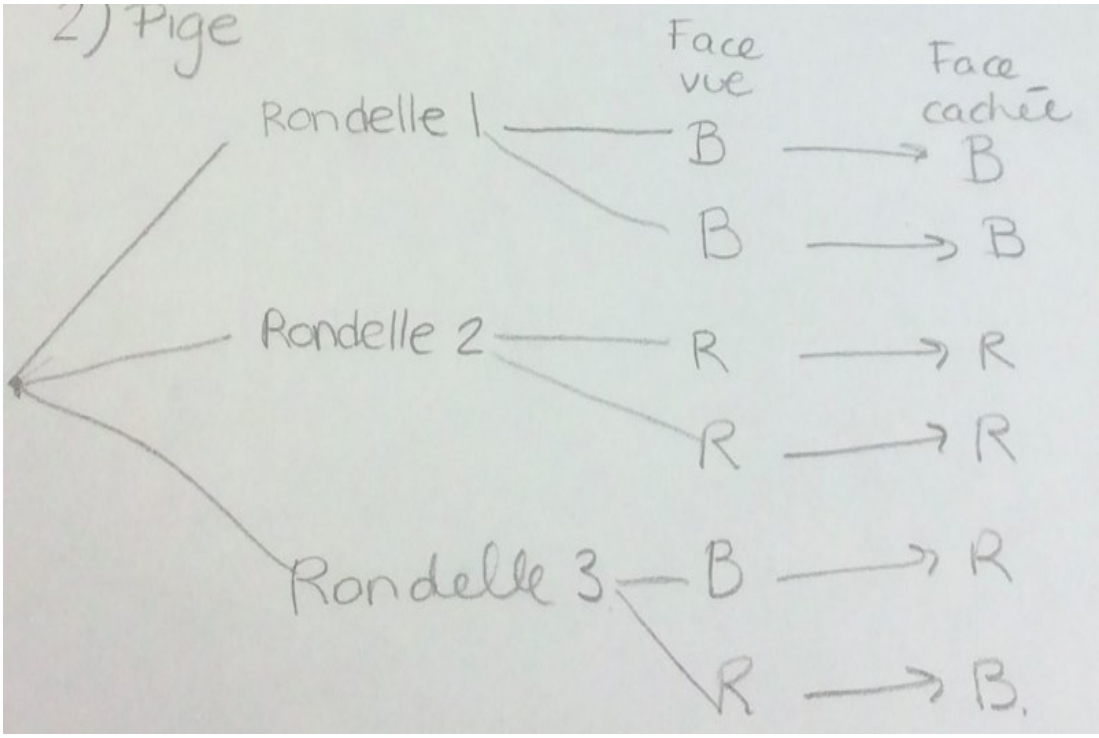
- Il est important de réfléchir à comment un élève va utiliser un outil technologique ;
- En utilisant un outil technologique pour résoudre des problèmes, on peut faire ressortir la valeur ajoutée (validation, économie de temps, visualisation, etc.) ainsi que des limites (contraintes techniques, ne calcule pas tous les cas, etc.) de cet outil ;
- Combiner les outils technologiques en fait ressortir leur complémentarité ;
- On a obtenu deux résultats exceptionnels en expérimentant à la main, alors on peut penser qu'on en obtiendrait plus facilement avec le simulateur car on peut générer de nombreux échantillons d'essais.

Situation nº 4 : Rondelles

Pour la situation des rondelles, CF donne accès à la mise en situation, au simulateur (http://monurl.ca/simulateur6) et au matériel. L'idée de stratégie est de faire systématiquement son choix selon cette stratégie. Dans l'**équipe de Grace et Brian**, ce dernier pense qu'aucune stratégie ne peut l'aider à gagner, mais Grace lui propose d'en tester deux, en commençant par la stratégie « toujours bleu ». Après leurs essais à la main, Brian dit que « toujours bleu » (6 gains sur 10 essais) est mieux qu'« alterner » (2 gains sur 10 essais), ce qui est dû au fait qu'il a souvent pigé la rondelle bleu-bleu selon lui, mais ils réalisent que 10 essais ne sont pas suffisants pour prendre une décision. Brian répète qu'il ne voit aucune stratégie qui l'aiderait à gagner même après plusieurs défaites et Grace dit que ça devrait donner 50-50. En utilisant le simulateur, Brian comprend avec conviction, car il voit bien les résultats autour de 2/3 pour la stratégie « couleur vue » et Grace lui fait remarquer que rondelle rouge-rouge est éliminée si on voit une face bleue : il y a alors 3 autres faces possible en voyant bleu (soit rouge, bleu et bleu), ce qui explique la probabilité de 2/3.

Du côté de l'**équipe de Émilie et Déborah**, elles réalisent qu'elles ne prévoient pas adopter la même approche : approche théorique pour Déborah et approche expérimentale pour Émilie. Elles s'entendent pour commencer expérimentalement sans choisir de stratégie. Elles constatent qu'il est mieux de « garder la couleur » (7 gains sur 11 essais) que de « changer de couleur » (4 gains sur 11 essais), mais qu'il faut plus de résultats. De façon théorique, elles trouvent ensuite qu'il y a 6 cas possibles et qu'il y en a 4 qui permettent de gagner en gardant la couleur et 2 en changeant de couleur. Déborah dit que les stratégies « toujours bleu » et « toujours rouge » ont une probabilité de gagner de 50 %. Ceci est basé sur l'arbre de probabilités fait par Déborah, en regardant les 6 faces pour les 3 rondelles. CF fait remarquer que la face cachée est déterminée (donc pas de choix possible) si on sait

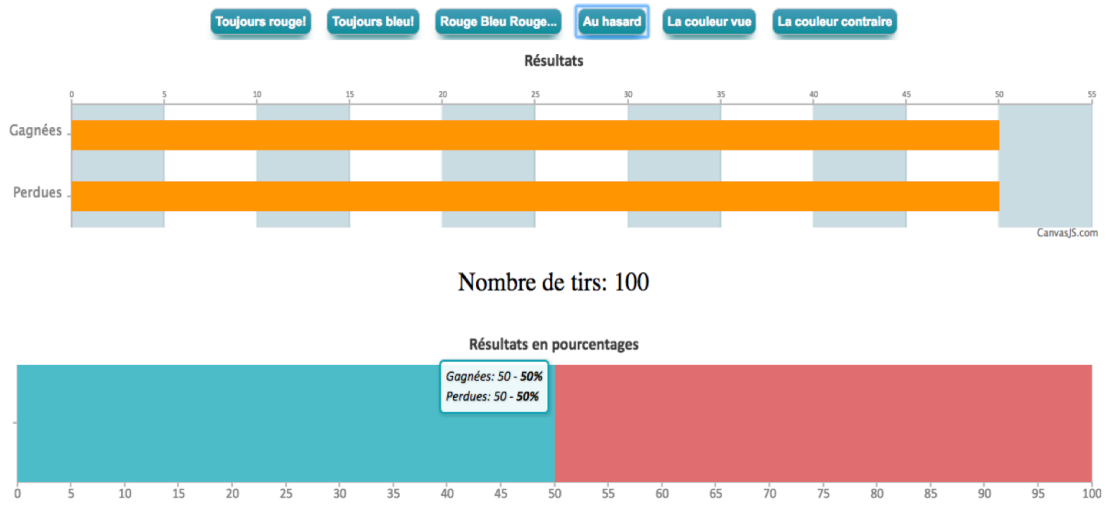
quelle rondelle est pigée. Une autre façon d'expliquer la probabilité de 2/3 en gardant la couleur est de réfléchir en termes de rondelles au lieu des faces : 2 rondelles sur 3 ont des faces de même couleur. Brian juge que ce raisonnement est parfaitement simple.



En ce qui concerne le **simulateur pour tester des stratégies**, Déborah arrête de jouer lorsque ça devient parfait, c'est-à-dire lorsqu'elle gagne dans exactement 2/3 des essais en gardant la couleur. Elle précise d'ailleurs qu'elle continuait jusqu'à ce qu'elle obtienne exactement ce qu'elle voulait. De son côté, Grace aime voir les diverses stratégies qui sont proposées car certaines sont vraiment différentes, puis Déborah abonde en ce sens car elle avait pensé à seulement 4 de ces 6 stratégies. Grace suggère de demander d'abord aux élèves quelles sont les différentes stratégies. En ce sens, CF propose de faire ressortir les stratégies en les inscrivant au tableau, puis de placer les élèves en équipe dans l'idée de tester ces stratégies et de trouver les probabilités pour identifier celle qui est optimale. Il serait intéressant qu'une équipe compare au moins 2 stratégies. Si on s'arrête sur les 4 premières stratégies (toujours rouge, toujours bleu, alternance, au hasard), la conception que toutes les stratégies ont une probabilité de gagner de 50 % pourrait être renforcée. Pour éviter cela, CF propose de faire comparer une stratégie parmi les 4 premières, puis une autre parmi les 2 dernières (couleur vue, couleur contraire) pour constater que les probabilités ne sont pas toutes les mêmes. Lorsqu'on change de stratégie dans le simulateur, il faut remettre à zéro les résultats, étant donné que les conditions ne sont pas les mêmes.

Grace explique que Brian a été convaincu par le simulateur car il a simulé quelques centaines d'essais pour constater que ça tendait vers 1/3 et non pas 50 % comme il le croyait. Selon Grace, les élèves pourraient faire une hypothèse de probabilité pour chaque stratégie. Au début, Brian et elle croyaient que la probabilité était toujours de 50 % alors ils se demandaient pourquoi ils faisaient cette activité. De plus, leur choix de stratégie les rendait confortables avec ce 50 % car les deux stratégies qu'ils ont testées ont bel et bien une probabilité de gagner de 50 %, d'où l'importance de tester une stratégie dont la probabilité de gagner est différente. D'ailleurs, Grace propose de dire aux élèves qu'il y a une stratégie qui fait gagner plus fréquemment que les autres, puis de leur demander laquelle il s'agit.

Émilie remarque aussi que, pour la stratégie « au hasard », le rouge était plus souvent supérieur au bleu dans ses 13 échantillons de 100 essais. CF dit que ça amène à **questionner si le rouge arrive plus souvent que le bleu**, alors il demande si on est bien loin de 50 % en cumulant tous les essais. Le cumul des 13 échantillons devrait être plus stable que chaque échantillon pris séparément, mais il y a aussi de la variabilité dans une expérience aléatoire. Par la suite, CF calcule que la probabilité d'obtenir de telles fréquences est environ de 11 %, ce qui n'est pas très rare car cela signifie qu'on peut s'attendre à ce que 11 % des échantillons produits au hasard aient des fréquences aussi extrêmes que ce qui a été constaté.



Déborah s'est aussi intéressée au **dynamisme des résultats**, en regardant l'évolution des pourcentages lors de la simulation dynamique d'un échantillon de 100 essais. Parfois, ça ne croise jamais le 50 %, car ça oscille entre 42 % et 48 % par exemple. CF dit qu'on voit un dynamisme, un peu comme celui du diagramme à ligne brisée de simulateurs déjà explorés (http://anniesavard.com/simulateur/). En testant 3 fois des échantillons de 100 essais, il obtient 2 fois exactement 50 %, ce qui apparait très peu probable car Émilie dit que de son côté elle a eu exactement 50 % une seule fois sur

13 échantillons. Par la suite, les calculs indiquent qu'il s'agit à nouveau d'un résultat exceptionnel (probabilité d'environ 0,6 %).

ÉLÉMENTS À RETENIR :
À partir de la situation des rondelles, nous avons fait ressortir l'intérêt de :

- Faire ressortir les différentes stratégies possibles ;
- Établir une conjecture quant à la probabilité de gagner pour chaque stratégie ;
- Tester deux stratégies (qui ont des probabilités de gagner différentes) ;
- Expérimenter des résultats à la main, puis les noter ;
- Compiler les données et revenir les conjectures initiales ;
- Utiliser le simulateur pour tester plus efficacement les six stratégies ;
- Expliquer les probabilités théoriques de gagner avec chaque stratégie avec un diagramme en arbre ;
- Utiliser le simulateur pour questionner si le rouge arrive plus souvent que le bleu et pour observer le dynamisme des résultats.

Réflexion sur les différents outils technologiques

En guise de bilan, CF affirme qu'ils ont abordé plusieurs **types d'outils technologiques** dans les trois premières rencontres. Il y a des outils plus généraux (pour organiser, pour répondre à des questions, etc.), mais il y a des outils plus spécifiques aux probabilités (simulateurs, diagrammes de Venn sur GeoGebra, etc.). CF leur demande ce qu'ils considèrent comme étant un simulateur. Selon Brian, c'est un outil qui permet de simuler une expérience aléatoire. Grace dit qu'un simulateur est quelque chose qui fait plus rapidement ce qu'on pourrait faire à la main, afin d'avoir un plus grand nombre de données. Brian et Déborah cherchent alors un nouveau terme pour désigner ce qui n'est pas considéré comme un simulateur, par exemple les diagrammes de Venn dans GeoGebra. CF propose de nommer cela un modèle car ça modélise ou représente la situation. Selon Grace, le diagramme de Venn utilisé pour résoudre des problèmes (1er outil au début) est un modèle puisqu'il est applicable à plus d'une situation. Puis, Émilie dit que le diagramme de Venn avec des questions (3^{e} outil au début) est un exerciseur. CF n'en est pas convaincu, tout comme Brian qui pense plutôt qu'il s'agit d'un modèle, surtout si on s'en sert pour faire découvrir aux élèves l'union au lieu de viser à simplement répondre aux questions. CF ajoute que l'outil en soi n'a pas une fonction figée. On pourrait utiliser cet outil comme exerciseur à la fin des apprentissages pour vérifier si l'élève a bien compris les différentes zones, mais on pourrait aussi l'utiliser en début d'apprentissage pour faire découvrir les zones pour l'union et l'intersection. Déborah ajoute que ça dépend du moment où on l'utilise dans la séquence, puis Grace et Brian disent que ça dépend de l'intention d'enseignement.

Afin de discuter du **potentiel des capsules explicatives**, tout le monde écoute une vidéo sur le problème de Monty Hall et le caractère pseudo-aléatoire des ordinateurs (https://www.youtube.com/watch?v=K-kUUg4gs1c). Cette vidéo ne plait pas à Brian, Émilie et Grace, car il y a un gros détour en parlant des ondes, ce qui n'est pas aidant pour un élève. De plus, Grace pense que la discussion sur le pseudo-aléatoire n'aide pas à mieux comprendre les probabilités. Brian dit que les élèves n'ont pas besoin de savoir cela et que ça ne change rien non plus pour eux. Grace ajoute que ça ne lui a pas permis d'évoluer dans sa pensée probabiliste. Émilie affirme que ça ne l'a pas aidé non plus à comprendre plus facilement le problème de Monty Hall.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
La réflexion sur les outils technologiques pour faire des probabilités suggère que :

- Il existe divers types d'outils technologiques (simulateur, modèle, exerciseur) ;
- L'outil technologique en soi n'a pas une fonction figée et peut donc être utilisé selon diverses intentions ;
- Certaines capsules explicatives ne sont pas nécessairement aidantes, d'où l'importance d'adopter une posture critique.

Prochain devoir

À la fin de la rencontre, CF propose d'explorer la programmation par blocs, en guise de préparation pour la prochaine rencontre autour du thème de la programmation de simulateurs pour faire des probabilités (voir les détails dans le courriel envoyé le 26 février). Il est aussi suggéré de consulter les documents qui se trouvent dans le dossier partagé, de bonifier ce dossier en y déposant d'autres ressources (en précisant le niveau scolaire ciblé, s'il y a lieu) et en commentant les ressources qui s'y trouvent.

Rencontre nº 4 — Récit de formation

Participants	Présence
Alan	Absent
Brian	Présent (dernière heure)
Christian	Présent
Déborah	Présente
Émilie	Présente
Florence	Présente
Grace	Présente
CF (chercheur-formateur)	Présent
CF2 (chercheur-formateur 2)	Présent

La quatrième rencontre permet d'explorer le thème de la programmation de simulateur en probabilités. Ce récit de formation vise à faire ressortir quelques idées de la rencontre.

Retour sur le devoir

La rencontre débute par un **retour sur les trois parties du devoir**. En ce qui concerne le défi Star Wars dans « Hour of code », tout le monde semble avoir trouvé cela facile. Florence pense que c'est vraiment utile pour quelqu'un qui veut être guidé pas à pas, car tout est divisé et expliqué, ce qui est rassurant aussi selon Déborah. Cependant, tous semblent s'entendre que ce défi était peut-être un peu trop facile, alors Déborah a plutôt travaillé dans le cours accéléré (https://studio.code.org/s/20-hour). Pour le tutoriel vidéo, Grace et Florence jugent qu'il allait vraiment vite et n'était pas vraiment aidant pour le casse-tête. Finalement, le casse-tête dans Scratch a posé davantage de défis, notamment par le vocabulaire (basculer le costume, par exemple) qui a causé des ennuis à plusieurs.

Il y avait aussi des **contraintes** propres à la programmation comme la remise à zéro des variables qui a posé obstacle, car Grace dit qu'on ne remet pas à zéro quand on simule concrètement une expérience aléatoire. Certaines **stratégies** ont été mentionnées par Grace et Émilie pour surmonter ces obstacles, tel que de faire un plan du programme, puis de placer des blocs l'un dans l'autre en se fiant à la forme des blocs. Grace et Émilie remarquent également que de petites erreurs font que le programme ne fonctionne pas du tout. Selon Christian, c'est amusant de faire de la programmation et ça permet de comprendre les principes de la situation, mais on peut passer beaucoup de temps à chercher un bogue... sans faire de probabilités ! CF dit que la programmation par blocs simplifie cette lourdeur d'écriture, car il n'y a pas de syntaxe à respecter. Il mentionne également la difficulté de se placer dans la tête de celui qui a conçu le casse-tête. Malgré ces **difficultés**, le casse-tête semble avoir été aidant pour la plupart (par rapport à concevoir le programme à partir d'une page

vide), mais Florence affirme qu'il aurait été préférable d'avoir un défi de difficulté intermédiaire entre le défi Star Wars et le casse-tête dans Scratch.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Apprendre à faire de la programmation demande du temps et des efforts, puis la progression n'est pas toujours facile à gérer. Puisque la programmation amène à travailler différemment, on voit émerger des besoins différents (analyser les caractéristiques de la situation pour comprendre) et des stratégies différentes (plan).

Situation nº 5 : Marche aléatoire

À partir de la mise en situation de la marche aléatoire, CF propose de concevoir un simulateur probabiliste dans Scratch. **Florence et Déborah** travaillent en équipe, mais elles constatent qu'elles ont des manières différentes de travailler. Florence a besoin de le calculer à la main avant, alors elle fait un **diagramme en arbre** et constate qu'il faut 2P-2F (sans ordre) pour revenir au point de départ. Florence compte 6 cas favorables sur 16 cas possibles, pour une probabilité de 6/16. CF précise que 37,5 % est en fait la probabilité théorique d'avoir 2P-2F en 4 lancers de pièce de monnaie. De son côté, Déborah préfère se faire un **plan** avant de se lancer dans Scratch. Il n'est toutefois pas facile de faire ce plan, car des bases en programmation sont requises pour savoir ce dont on a besoin pour faire ce plan. Pour Déborah, il est nécessaire de voir d'abord les options de blocs avant de commencer le programme, alors elle consulte un document avec tous les blocs possibles dans Scratch pour repérer les blocs dont elle aura besoin. Florence affirme ne pas avoir besoin de plan et préfère y aller à tâtons dans Scratch. En fait, elle précise qu'elle apprend par modèle, alors elle se fie sur l'exemple du casse-tête et aurait d'ailleurs préféré avoir plus d'un exemple sur lequel s'appuyer. Ensuite, pour **générer le résultat d'une pièce de monnaie**, Florence se demande s'il faut lancer un dé. CF précise qu'on fait choisir un nombre aléatoire comme avec le dé dans le casse-tête. Florence remarque qu'il faut donc choisir un nombre aléatoire (entier) entre 1 et 2. Pour chacun des deux nombres possibles, il faut attribuer l'action d'avancer (pile) ou de reculer (face). Après avoir conçu un programme qui permet au chat de se déplacer 4 fois, puis de vérifier s'il revient au point de départ, Déborah veut faire calculer la probabilité basée sur les résultats expérimentés. Lorsqu'elles y parviennent, Déborah et Florence remarquent qu'**elles se complètent bien en ne travaillant pas de la même façon** : Déborah préfère commencer son programme globalement pour ensuite préciser les détails qui se trouvent à l'intérieur, alors que Florence préfère commencer sur des parties en détail, puis d'élargir en ajoutant des couches au programme.

Grace et Émilie travaillent en équipe et commencent par établir un **plan** pour identifier les variables nécessaires et la structure générale du programme. Pour générer le résultat d'une pièce de monnaie, Grace rappelle qu'il avait fallu utiliser un nombre aléatoire dans le devoir, mais qu'il ne faut pas un nombre aléatoire dans ce cas, ce qui est corroboré par Émilie qui dit qu'on veut plutôt pile ou face. CF2 précise que la **seule façon d'avoir du hasard dans Scratch est d'utiliser le bloc de nombre aléatoire**, alors Grace propose de générer un nombre aléatoire entre 1 (pile) et 2 (face). Elles créent une variable qui dénombre le nombre de pile, puis une autre variable qui dénombre le nombre de face, mais dans les nombres négatifs. Ainsi, elles additionnent les résultats de ces variables et Émilie mentionne qu'on vérifie si cette somme est égale à zéro pour savoir s'il revient au point de départ. CF2 dit que c'est l'idée d'avancer (+1 pour pile) et de reculer (-1 pour face) et Grace ajoute que c'est comme le voir sur une droite numérique. En s'appuyant seulement sur les valeurs des variables (sans faire déplacer le chat), Émilie teste ce programme pour voir s'il fonctionne : elle obtient 3 résultats favorables sur 10 essais, alors la probabilité fréquentielle serait de 3/10. Elles testent ensuite 10 échantillons de 100 essais en notant les fréquences, alors CF2 leur montre comment créer une liste pour garder une trace des résultats des simulations. Grace remarque que les fréquences sont environ de 0,4. CF2 leur demande si elles veulent comparer ce 0,4 avec un calcul théorique. Émilie complète un **diagramme en arbre** et obtient aussi une probabilité de 6/16 = 0,375. Émilie dit que si on simule le programme plusieurs fois, on voit les résultats s'ajouter à chaque fois dans la liste et que ces fréquences sont assez près de la probabilité théorique. Grace et Émilie veulent ensuite calculer la moyenne de leurs essais répertoriés dans la liste.

On retrouve donc des **différences entre les programmes**, par exemple la manière de vérifier s'il revient au point de départ : Christian, Florence et Déborah vérifient si les variables du nombre de pile et du nombre de face sont égales, ce qui est différent (mais équivalent) à vérifier si la somme est nulle avec des nombres positifs et négatifs comme l'ont fait Grace et Émilie. De son côté, Brian travaille sur iPad avec Tickle (car la version complète de Scratch ne fonctionne pas sur iPad) et il utilise une seule variable à laquelle il ajoute 1 lorsqu'il obtient 1 (pile) et il enlève 1 lorsqu'il obtient 2 (face), en vérifiant finalement si la somme est égale à zéro. Une autre différence concerne l'aspect visuel : pour le programme de Christian et celui de Florence et Déborah, le chat effectue les déplacements, alors que le programme de Grace et Émilie fait simplement les calculs à partir des variables. Pour ces dernières, les simulations peuvent se faire plus rapidement.

CF demande si on peut penser à des **prolongements** pour cette situation. Florence propose de modifier le nombre de déplacements. CF affirme qu'il faut que le nombre de déplacements soit pair pour qu'il y puisse y avoir autant de gauche que de droite. Comme autre prolongement, Émilie suggère de calculer la probabilité de terminer à une distance donnée du point de départ. CF ajoute que, selon le prolongement, c'est

parfois un simple ajustement. Par exemple, pour le nombre de déplacements, on peut changer facilement de répéter 6 fois au lieu de 4. Pour d'autres prolongements, ça demanderait davantage d'ajustements.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Il existe une multitude de façons équivalentes d'écrire un programme (et donc une multitude de solutions au problème), selon le choix des variables, les vérifications des conditions et le niveau de flexibilité qui est accordée à l'utilisateur du programme qui est produit. Il faut donc penser à plusieurs aspects en même temps pour que le programme fonctionne et il est possible d'avoir une approche plus globale ou par parties, ce qui amène des allers-retours pour lesquels il faut constamment s'ajuster. Il faut aussi être inventif pour trouver une façon de générer l'équivalent d'un choix (pile ou face) à l'aide d'un bloc de nombres aléatoires. En concevant un simulateur, il semble y avoir une réelle appropriation des possibilités du simulateur et des prolongements pourraient être expérimentés aussitôt.

Réflexion sur les enjeux de la programmation pour l'enseignement des probabilités
CF demande quelles sont leurs impressions par rapport à la programmation pour faire des probabilités. Florence rappelle que la programmation est très difficile pour elle et qu'elle ne voit pas de façon évidente ce que l'élève peut y apprendre en mathématiques. Selon Déborah, c'est une façon pour l'élève d'apprendre à raisonner. Florence questionne toutefois ce qu'il aura appris sur les probabilités. CF pense qu'en concevant le simulateur, on décompose le problème de manière à pouvoir reproduire la situation aléatoire à l'aide des commandes du programme. L'élève peut ensuite apprendre en utilisant son simulateur. Par exemple, un élève pourrait ne pas pouvoir répondre théoriquement à la situation, mais simulerait le programme 100 fois et constaterait qu'il revient 40 fois au point de départ. Même si, comme le remarque Florence, le simulateur fournit la tendance des résultats sans donner l'explication, il est possible que l'élève qui conçoit le simulateur comprenne plus en profondeur, ce qui pourrait l'aider à comprendre la probabilité théorique par la suite. Déborah est également de cet avis, car elle pense qu'on va plus loin dans notre réflexion et qu'**on prouve qu'on a vraiment compris lorsqu'on arrive à programmer le simulateur**. Toutefois, Christian mentionne que certains bogues ne concernent pas la compréhension des probabilités, mais plutôt de la programmation.

Florence soulève aussi le questionnement quant à savoir **pour qui est la programmation**. CF est d'avis que c'est pour l'apprenant, donc autant pour l'élève que l'enseignant. Florence ne se sent pas prête à le faire essayer aux élèves, mais elle se demande concrètement ce qu'ils apprendraient si elle l'essayait. Elle dit qu'il faut avoir compris les notions de probabilités avant de pouvoir faire le programme, étant donné qu'elle a résolu le problème théoriquement avant de programmer le simulateur. Elle voit donc la programmation davantage comme une possibilité de

réinvestissement plutôt qu'une façon d'apprendre. En plus, Émilie se questionne à savoir ce que fera l'élève s'il ne comprend pas la situation. CF suggère que l'enseignant pourrait vouloir travailler cette situation en programmant un simulateur s'il n'en existe pas, afin que les élèves puissent l'utiliser sans qu'ils fassent de programmation.

De plus, il est possible d'utiliser des programmes déjà faits pour les bonifier, au lieu de repartir d'une page vide. C'est d'ailleurs l'idée de Scratch de ne pas nécessairement partir « from scratch » (de rien) en pouvant partager publiquement les programmes créés pour qu'ils soient utiles à d'autres personnes. Florence avoue qu'il ne semble **pas facile de relier la programmation à ce qu'elle fait dans ses cours**, alors elle fait ressortir le besoin de se faire convaincre et de faire autrement en allant faire un stage avec un enseignant qui exploite la programmation dans sa classe de mathématiques. Elle mentionne également qu'on ne peut pas apprendre la programmation tout seul et que ça prend quelqu'un qui explique. CF évoque la possibilité d'apprendre seul en cherchant plus longtemps et en explorant des ressources, mais Florence rappelle qu'elle ne peut pas se permettre d'investir ce temps supplémentaire. Toujours en lien avec les **contraintes de temps**, Déborah mentionne que la programmation est un ajout qui n'est pas facile à intégrer dans le temps limité d'une année scolaire, d'autant plus en considérant les difficultés des élèves. Christian abonde en ce sens en affirmant qu'on manque de périodes pour tout faire, mais que c'est amusant pour les élèves. Cet aspect de **plaisir** ressort d'ailleurs durant la rencontre, car tous ont préféré continuer de travailler sur leur programme au lieu de prendre une pause.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Le fait de concevoir le programme plutôt que de l'utiliser amène à réfléchir à des caractéristiques de l'expérience aléatoire, sans toutefois assurer une compréhension de la probabilité théorique de la situation probabiliste. L'apprentissage par la programmation amène aussi des défis non négligeables autant pour l'élève que pour l'enseignant qui doit réunir les circonstances favorables pour accompagner cet apprentissage. Pour intégrer la programmation en classe, cela semble demander plus de changement dans la pratique d'enseignement, mais cela s'accompagne d'un accroissement de motivation et de plaisir, autant pour les élèves que pour les enseignants.

Prochain devoir
Pour la prochaine rencontre, chacun choisit son propre devoir. Un suivi par courriel est fait avec chacun pour explorer un aspect particulièrement intéressant dans le thème de l'enseignement des probabilités avec des outils technologiques.

Rencontre nº 5 — Récit de formation

Participants	Présence
Alan	Présent
Brian	Présent
Christian	Absent
Déborah	Présente
Émilie	Présente
Florence	Absente
Grace	Présente
CF (chercheur-formateur)	Présent

La cinquième et dernière rencontre collective permet de partager des idées autour de la programmation, des devoirs, puis des pistes pour la formation, en terminant avec un bilan de la recherche-formation et une réflexion sur des enjeux. Ce récit de formation vise à faire ressortir quelques idées de la rencontre.

Retour sur la programmation

Après avoir exploré le potentiel de la programmation à la rencontre précédente, Grace apprécie d'avoir pris le temps d'aborder Scratch dans un contexte de résolution de problème, où il y a des contraintes et un but à atteindre, mais plusieurs façons de s'y rendre. Tous les participants sont d'avis que les élèves devront éventuellement apprendre à programmer à l'école et Brian affirme même que ceux qui ne sauront pas programmer au 21e siècle seront un peu démunis car c'est une **compétence indispensable**. Grace ajoute que les métiers de demain vont tourner autour de la technologie, alors la programmation est un incontournable. Cependant, elle fait remarquer qu'on a encore du mal à l'intégrer dans nos pratiques puisqu'on a du mal à sortir de notre zone de confort. Elle est d'avis que même les simulateurs qu'on connait ne sont pas beaucoup utilisés.

CF questionne **la place et l'intégration de la programmation en mathématiques** car des tentatives ont été tentées en vain depuis les années 80, mais la courbe d'apprentissage était trop exigeante puisqu'il fallait d'abord se former à la programmation avant de pouvoir faire des mathématiques. La programmation par blocs amène un regain d'intérêt et une simplification des usages pour programmer, alors il reste à voir si les avantages vont surpasser les défis. Parmi les défis, on retrouve les réticences des enseignants ainsi que les « bugs » qui bloquent parfois à faire des mathématiques (ou plus particulièrement des probabilités), comme on l'a vu dans la rencontre précédente. Malgré ces défis, les participants se disent tous intéressés à l'intégrer éventuellement dans leur pratique d'enseignement. Grace questionne toutefois à quel point la programmation développe la pensée probabiliste. Elle est d'avis que la programmation aide pour développer le raisonnement

mathématique en général, mais elle n'est pas certaine que ça aide spécifiquement en probabilités. En prenant l'exemple du programme de la marche aléatoire, CF affirme qu'il y a une partie de ce programme qui est fondamentalement probabiliste, par l'utilisation du bloc de nombres aléatoires pour simuler une expérience aléatoire, mais qu'une bonne partie du programme n'est pas particulièrement probabiliste, par exemple le choix et l'incrémentation des variables, les boucles, les conditions, les déplacements, etc.

Selon Brian, il **faudra que la programmation soit intégrée dans le PFEQ**. CF ajoute qu'il y a des discussions pour intégrer la programmation dans le PFEQ et qu'il y a deux tendances ailleurs dans le monde : l'intégrer dans une discipline (mathématiques, sciences, informatique, etc.) ou de façon transversale (toutes les disciplines). Émilie rappelle qu'il y avait des cours d'informatique autrefois, mais Grace affirme que le danger est de faire de la programmation seulement dans le contexte du cours d'informatique et de ne pas arriver à l'appliquer en mathématiques. Selon Déborah, la programmation ne devrait pas être attribuée à une seule discipline et elle aimerait que ce soit intégré notamment en mathématiques, mais elle croit qu'il faudrait alors dégager du temps, en y reconnaissant du temps dans le PFEQ. Émilie dit qu'il faudrait commencer à intégrer la programmation dès la 1re secondaire. Déborah ajoute qu'on a présentement la tâche supplémentaire de montrer aux élèves à programmer pour arriver à notre but en mathématiques, mais elle pense que cela va changer car des élèves qui en font au primaire seront prêts à l'intégrer dans une discipline en arrivant au secondaire.

Brian dit que les élèves qui entrent au secondaire devraient savoir programmer, mais les enseignants aussi. Tout le monde semble d'accord et Grace croit que c'est important que les enseignants puissent d'abord s'approprier la programmation pour eux-mêmes avant de pouvoir poursuivre logiquement avec des activités de programmation pour les élèves. Elle précise que les élèves apprennent beaucoup plus quand ce sont eux qui le font, au lieu d'observer l'enseignant qui le fait. CF évoque que l'envergure de la formation serait très différente dépendant si la programmation était disciplinaire (former les enseignants d'informatique, par exemple) ou transversale (former tous les enseignants du primaire et du secondaire). Grace dit que la **formation des enseignants est importante pour pouvoir intégrer la programmation dans le PFEQ** et elle pense voir le gain en probabilités, mais elle a l'impression de ne pas voir tout le potentiel qu'on peut faire en programmation. Pour Émilie, la programmation va soutenir la compréhension des élèves visuels ou tactiles. Grace ajoute que la programmation permet tout de suite de voir s'il y a une erreur, alors cela permet de se réajuster instantanément. D'ailleurs, selon CF, le statut de l'erreur est différent en programmation étant donné que c'est un peu comme un jeu : si on se trompe, ce n'est pas grave (c'est juste un « bug » comme disait Christian) et on essaie encore. Déborah considère la programmation comme de la consolidation après avoir enseigné les concepts car la partie plus large en programmation représente

de l'enrichissement, mais ce que permet la programmation particulièrement en mathématiques représente de la consolidation. Elle suggère parfois à ses élèves d'expliquer un concept à quelqu'un pour mieux le comprendre, alors c'est comparable à ce que permet la programmation, en « expliquant » le raisonnement qui est en arrière.

CF demande s'il faudrait apprendre à **programmer pour pouvoir modifier des outils existants**. Par exemple, Alan précise qu'il aime beaucoup le diagramme de Venn qui a été conçu dans GeoGebra, mais qu'il y a plusieurs éléments qui seraient à modifier dans la programmation : langage en mots plutôt que le langage formel, des codes de couleurs pour voir que le « sachant que » est relié au dénominateur, etc. Alan dit qu'il est important de produire des outils utiles car ils seront éternels en étant sur support informatique (contrairement aux manuels scolaires) et qu'il faut parfois investir à l'externe pour avoir des outils de qualité. Brian dit que l'outil recherché existe peut-être déjà, mais sans être partagé et diffusé. Il dit qu'il faudrait vraiment qu'il y ait une structure qui existe pour que les programmes soient partagés afin d'éviter que tous soient obligés d'apprendre Excel (qui permet de simuler des situations comme celle de la marche aléatoire, mais de façon moins conviviale selon lui), GeoGebra, Desmos, etc.

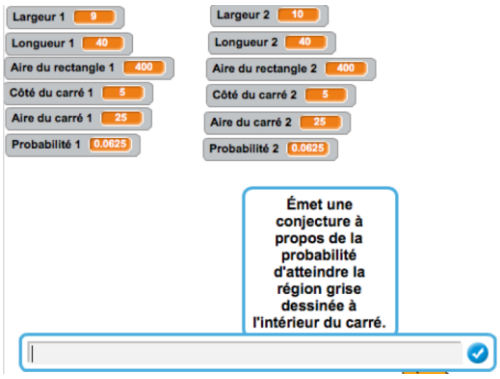
ÉLÉMENTS À RETENIR :
Selon les participants, la programmation s'avère une activité pertinente pour faire des mathématiques en général et des probabilités en particulier. En effet, la programmation permet de créer de nouvelles ressources ou de modifier des ressources existantes pour soutenir la compréhension, pour permettre une autovalidation et pour consolider ou même enrichir certains apprentissages. Il s'agit donc d'une compétence à développer chez les élèves et les enseignants, qui gagnerait à être reconnue dans le PFEQ. Il est proposé que la programmation soit faite par les élèves, car ils apprennent beaucoup plus quand ce sont eux qui la font, mais pour cela il faut que les enseignants soient formés à accompagner leurs élèves.

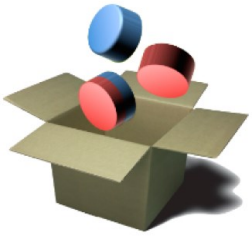
Retour sur les devoirs

CF présente deux **prolongements de la marche aléatoire dans Scratch**. D'abord, il montre un simulateur qui calcule la moyenne de la longueur des déplacements. Pour résoudre ce problème théoriquement, on aurait des calculs de sommes infinies, ce qui serait très complexe, alors on peut plutôt regarder ce qui se passe en pratique. On constate avec surprise que les résultats obtenus des longueurs de déplacements ne semblent pas converger : 7044, 7345, 64, 200, … La simulation est parfois longue lorsque le chat se rend très loin du point de départ, car ça lui prend beaucoup de déplacements pour revenir. Alan se demande si c'est certain qu'il va revenir au point de départ. Brian dit qu'en théorie c'est possible qu'il ne revienne pas et CF ajoute que, plus on est loin, plus la probabilité de ne pas revenir est grande. Toutefois, ce

n'est jamais impossible qu'il revienne, même s'il est très loin de son point de départ. CF montre aussi un autre prolongement qui consiste en un simulateur de marche aléatoire dans les 4 directions.

Émilie montre son **simulateur pour émettre une conjecture de probabilités géométrique** dans Scratch, à partir de cette question : « *Catherine trace un rectangle sur une feuille. La longueur du rectangle est 4 fois plus grande que sa largeur. À l'intérieur du rectangle, Catherine dessine un carré dont la mesure du côté est la moitié de la largeur du rectangle. Le carré sera dessiné en gris. Émets une conjecture à propos de la probabilité d'atteindre la région grise dessinée à l'intérieur du carré.* » Elle le simule pour une largeur de 9, puis pour une largeur de 10 et cela revient à la même probabilité, soit 0,0625. CF dit que la probabilité est donc de 1/16 (soit $x^2/4$ sur $4x^2$). Le but serait de demander aux élèves d'utiliser le programme pour émettre la conjecture, ce qu'on voit bien selon Brian car la même probabilité s'affiche quand on essaie différentes largeurs. Grace se demande si l'élève serait en mesure de concevoir un tel simulateur, étant donné que ce n'est pas très compliqué. Déborah dit que cela pourrait se faire en prolongement de l'activité. Dans un autre ordre d'idées, Grace demande si on peut ajouter un dessin du rectangle et du carré car c'est une probabilité géométrique, alors le visuel est très important. CF affirme que c'est possible et ajoute qu'il existe des simulateurs où on fait apparaitre des points aléatoires dans le rectangle pour observer de façon expérimentale à quelle fréquence on arrive dans le carré, au lieu de réfléchir théoriquement en termes de rapport d'aires. CF montre en exemple le simulateur de probabilité géométrique pour 30 fléchettes lancées vers une cible, mais Brian affirme que dans ce cas on n'arrivera pas toujours à la probabilité théorique. CF abonde dans ce sens et ajoute qu'il avait été convenu qu'un simulateur reproduit une expérience aléatoire, mais ce n'est pas le cas pour le simulateur conçu par Émilie, alors il s'agit plutôt d'un **simulateur théorique** qui va toujours donner une probabilité de 1/16 au lieu d'osciller à long terme autour de 1/16 comme le feraient les fréquences d'un **simulateur expérimental**. Puisque l'intention de Émilie est d'émettre une conjecture, Grace affirme que c'est plus facile lorsque la réponse est la même comme dans le simulateur théorique qu'elle a conçu.

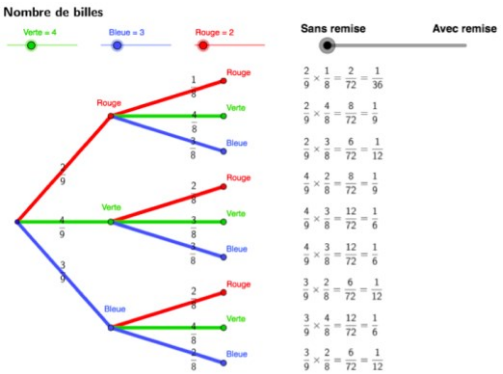




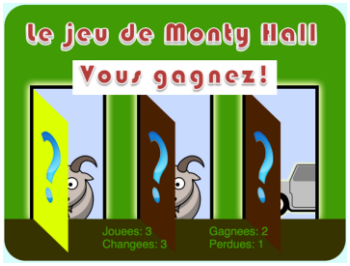
Grace a travaillé avec une enseignante pour **planifier une séquence d'enseignement des probabilités en 2e secondaire**. Dans le plan de travail, on retrouve les concepts à voir, les vidéos d'Alloprof, les notes de cours à compléter, puis un questionnaire après chaque cours à faire remplir par les élèves. L'intention de ce questionnaire est de savoir à la fin du cours s'ils ont compris ce qu'ils ont fait durant le cours, par une rétroaction efficace et immédiate. Pour bonifier les documents des rondelles et des bouteilles, Grace est retournée consulter les récits de formation pour faire ressortir les éléments importants à demander aux élèves. Si l'activité avait été faite en grand groupe, les élèves auraient été guidés tous ensemble par l'enseignante, mais son intention était que les élèves soient autonomes, alors des questions ont été ajoutées dans le document pour les guider. Avant le début de la séquence d'enseignement, des élèves ont dit qu'ils ne comprenaient rien en probabilités et les vidéos n'ont pas aidé car ils auraient préféré que les notions soient expliquées par leur enseignante. En effet, des élèves ont été déstabilisés quand le vocabulaire des vidéos n'était pas le même que celui de l'enseignante. Selon Grace, la clé pour une bonne capsule vidéo est d'avoir des exemples, des explications et des définitions (dans les mêmes mots que ceux utilisés en classe), sans que ce soit trop long (Alan dit que les vidéos qu'il conçoit durent entre 2 et 12 minutes). En ce qui concerne les **particularités des vidéos en probabilités** par rapport aux autres domaines, Déborah dit qu'en probabilités il y a un raisonnement à faire vivre à l'élève, ce qui est plus difficile en vidéo. Elle préfèrerait donc faire visionner la vidéo après que l'élève ait vécu l'activité, afin de faire un bilan. Ça ne remplacerait donc pas la manipulation, mais plutôt la phase d'institutionnalisation et Déborah précise qu'il ne faut pas que les élèves soient des techniciens. En ce sens, Alan dit qu'il essaie de varier la résolution de problèmes car on peut imaginer 500 exemples différents en probabilités. Dans l'activité des rondelles, Grace dit que les élèves ont utilisé le simulateur pour compiler des résultats pour chaque stratégie, mais le problème est qu'ils l'ont fait seulement 4-5-6 fois sans questionner si ce nombre était suffisant. Ils ne voyaient pas la **pertinence de faire davantage d'essais** s'ils obtenaient en peu d'essais une fréquence de ½ tel qu'anticipé. Finalement, les élèves n'ont pas vu d'avantage ou de désavantage à utiliser le simulateur des rondelles, car ils sont restés sur leur hypothèse de ½ et n'ont pas eu de conflit cognitif puisqu'ils n'ont pas vu la tendance à long terme des stratégies « même couleur » (probabilité de 2/3) et « couleur contraire » (probabilité de 1/3).

Pour son devoir, Déborah a travaillé sur sa séquence d'enseignement des probabilités en 2e secondaire, en intégrant l'activité des bouteilles. Elle a construit ses petites bouteilles en les identifiant avec un nombre et les élèves étaient convaincus que les bouteilles étaient identiques, alors qu'il y avait deux compositions différentes (nombres pairs/impairs). Déborah a procédé de la même

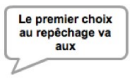
façon que ce qu'on avait fait lors de la 2e rencontre, car ça lui semblait une formule gagnante. Au début, certains élèves ont simulé 2 ou 3 fois des échantillons de 5 essais et étaient prêts à s'arrêter s'ils obtenaient le même résultat. Si les résultats des échantillons étaient différents, ils simulaient un peu plus d'essais. Déborah les a questionnés et ils ont fini par faire plusieurs essais. Le simulateur de la bouteille a ensuite permis de faire un très grand nombre d'essais et les élèves ont compris qu'il faut un grand nombre d'essais. Dans cette activité d'introduction, Déborah voulait aller plus loin car elle n'avait pas l'impression d'exploiter suffisamment les concepts probabilistes de 2e secondaire, alors elle a demandé de faire 2 observations, en sachant qu'on a au moins une bille rouge et une bille noire dans chaque bouteille, pour se questionner sur ce qui pourrait arriver comme évènements possibles, soit RR, RN, NR, NN. Les élèves ont noté 20-30 fois les 2 essais, puis ils ont remarqué RR arrivait le plus souvent et NN arrivait le moins souvent. Pourtant, quand Déborah leur avait demandé au début la probabilité d'avoir RR sachant qu'il y a 4 possibilités, les élèves répondaient ¼. Certains disaient aussi 1/5 car ils croyaient avoir 1N4R dans leur bouteille. Puisqu'il n'y a pas de simulateur pour cette 2e partie de l'activité, Déborah leur a proposé d'aller sur ExcelOnline pour inscrire leurs résultats selon si leur bouteille a un numéro pair/impair, afin de compiler les résultats. Lorsqu'est venu le temps de calculer les probabilités théoriques dans une autre activité, un groupe d'élèves a eu des résultats qui étaient très près de la probabilité théorique. Déborah était étonnée de voir que les élèves ont mieux compris les concepts si elle compare aux années précédentes. Dans l'intention de concevoir des diagrammes en arbre et de calculer des probabilités dans une situation d'un tirage (avec/sans remise) de billes, les élèves ont utilisé l'outil dynamique de diagramme en arbre sur GeoGebra pour avancer à leur rythme et se corriger, donc dans un rôle de consolidation.



Alan parle de son **document pour émettre des conjectures**. Pour Monty Hall, les élèves ont joué un contre l'autre (2 stratégies, soit garder ou changer la porte) et il a cumulé les résultats au tableau. Il a utilisé un premier simulateur des trois portes pour faire des milliers d'essais. Alan affirme que les élèves ont bien compris l'explication théorique, mais il avoue avoir beaucoup pratiqué sa verbalisation à l'avance (auprès de ses proches) pour être clair et bien faire comprendre que le résultat va être le contraire de ce qu'on avait initialement lorsqu'on change de porte. Il a ensuite utilisé les simulateurs en montrant aux élèves qu'on ne peut pas déjouer les probabilités au casino avec une probabilité de gain inférieure à 50 %. Ses élèves ont remarqué qu'il est possible de gagner à court



terme (en regardant les premiers résultats du diagramme à ligne brisée), mais pas à long terme. Ensuite, le jeu de dés a été simulé concrètement, puis avec un simulateur de dés. Il fallait ensuite déterminer les probabilités de gagner pour des dés à 4 faces et à 8 faces, puis faire une conjecture pour généraliser à n faces.



Tous explorent brièvement le simulateur de choix de repêchage dans Scratch fait par Christian, pour tenter de comprendre les raisonnements sous-jacents ainsi que les intentions visées pour l'apprentissage des élèves.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Chacun a pu s'approprier les situations des rencontres et les adapter à son contexte pour pouvoir les expérimenter auprès de ses élèves. Les ressources ont ainsi été bonifiées et réfléchies en termes de progression dans une séquence d'enseignement qui vise à développer certains concepts probabilistes ciblés. Après qu'un simulateur est utilisé, il est proposé que les élèves programment un simulateur en prolongement de l'activité. En ce qui concerne l'usage de vidéos pour supporter l'enseignement des probabilités, le choix du vocabulaire semble très important et il est possible que l'élève visionne la vidéo en guise de bilan, seulement après avoir fait vivre un raisonnement dans une activité probabiliste.

Discussion sur des pistes pour la formation

CF propose de discuter des pistes pour la formation, en réagissant à l'une ou plusieurs des questions qu'il a préparées. Pour la question nº 1 (*À la suite de cette formation, est-ce que vous vous sentez **mieux outillés** ? Si oui, est-ce grâce aux 5 situations expérimentées ? Est-ce plutôt en lien avec la compétence (en développement) à créer/modifier des situations ?*), Brian répond en disant qu'il se sent mieux outillé surtout grâce aux simulateurs car ça ouvre un monde de possibilités et la programmation permet en plus de créer soi-même des simulateurs. Il apprécie également d'avoir accès au travail des autres car le partage de ressources est un gros gain pour l'enseignant et pour ses élèves. Brian, Grace et Émilie ajoutent que les situations expérimentées dans les rencontres ont suscité beaucoup de discussion dans les rencontres, ce qui leur a permis d'aller plus loin. Émilie avoue qu'elle a beaucoup appris au niveau technologique et cela lui donne le goût d'essayer plusieurs activités avec ses élèves l'an prochain. Elle se sent maintenant plus à l'aise, car elle a appris dans les rencontres à simuler une expérience aléatoire concrètement, puis ensuite à aller chercher des outils comme les simulateurs pour ouvrir le questionnement aux élèves et sortir de sa zone de confort. Déborah ajoute que les échanges ont permis de réfléchir aux façons d'utiliser le simulateur (et par qui ?), puis dans quelles intentions. C'est ce qui l'a alimenté le plus, car auparavant elle utilisait peu le simulateur et

c'était elle qui l'utilisait devant les élèves, alors les rencontres lui ont permis de voir le potentiel lorsque l'élève l'utilise lui-même. En se plaçant dans la posture de l'apprenant dans les rencontres, Déborah a vu à quel point ça peut être pertinent pour celui qui simule.

Pour la question nº 2 (*Si je devais redonner cette formation, sur quoi pensez-vous que je devrais* ***mettre l'accent*** *ou que je devrais* ***faire différemment*** *(en termes de contenu et de progression) ?*), Déborah répond en disant que les activités étaient parfois très riches, mais pourraient être reliées plus explicitement à des contenus mathématiques à enseigner. De son côté, Alan apprécie d'avoir pu adapter les situations selon le niveau scolaire enseigné pour le réutiliser par la suite avec ses élèves. Grace ajoute que Monty Hall était déstabilisant, alors le premier réflexe était de se demander à quel niveau cela peut se rattacher. Par contre, Grace avoue que c'est bénéfique par la suite de ne pas le relier rigidement à un concept ciblé, parce que ça permet de le voir en tant que progression au lieu de le voir comme une notion à un moment fixe dans l'année. Toutefois, cette idée de progression aurait pu être exploitée davantage pour voir comment on peut utiliser ou adapter une situation à différents niveaux. Grace ajoute aussi que les devoirs étaient importants, mais difficiles à réaliser et cela les obligeait parfois à se réunir pour s'entraider.

À la question nº 3 (*Si on poursuivait avec* ***5 rencontres supplémentaires****, qu'auriez-vous aimé aborder dans le thème de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ?*), Alan répond que la langue est difficile pour le chapitre des probabilités en TS4, bien que cela ne concerne pas l'aspect technologique. Selon lui, le problème ne tire pas son origine dans les mathématiques, car l'élève ne comprend tout simplement pas ce qu'il lit. CF est d'avis que cela va au-delà de la lecture car il y a beaucoup de décodage d'information implicite dans une situation, par exemple quand ce n'est pas écrit si c'est avec ou sans ordre. Grace ajoute que dans un contexte où on mange un fruit, ce ne sera pas indiqué que c'est sans remise. Selon Alan, le chapitre des probabilités se distingue des autres en termes de difficulté du vocabulaire, par exemple pour diagnostiquer la conditionnelle dans le texte.

En ce qui concerne la question nº 4 (*Comment (et pourquoi)* ***continuer à vous former*** *sur ce thème ?*), Déborah répond que les échanges ont permis d'amener de nouvelles idées. Puisqu'on manque de temps, les rencontres ont permis de s'arrêter pour regarder ce qui existe, puis ensuite d'aller plus loin pour l'intégrer dans les classes. Pour continuer à se former sur ce thème, Déborah est intéressée à expérimenter les autres ressources en ligne accumulées lors des rencontres. En particulier, elle est intéressée par les simulateurs de roulettes qu'elle pourrait intégrer à très court terme si elle trouve le temps de se l'approprier, puisqu'elle est d'avis qu'il est pertinent de faire manipuler les élèves en probabilités. Pour Grace, la formation continue passe

par le partage et, à l'avenir, elle sera plus à l'affût de ce qui va être partagé concernant les probabilités.

Finalement, à la question 5 (*Si vous aviez à **comparer cette formation** par rapport à d'autres formations que vous avez suivies, qu'auriez-vous à dire ?*), Alan répond qu'il apprécie d'avoir pu travailler sur des activités précises, puis faire des liens avec de la théorie, mais toujours à partir du concret. Il apprécie que les rencontres lui aient permis de bouger, de manipuler et de réfléchir au lieu de recevoir de la théorie, ce qui est important pour lui car il a besoin d'être actif pour apprendre quelque chose. Grace ajoute que ça a été gagnant pour le partage et la réflexion suscités et elle a particulièrement apprécié la flexibilité de CF pour suivre les besoins et les questionnements des participants.

ÉLÉMENTS À RETENIR :
Des pistes pour la formation (placer l'enseignant en posture d'apprenant, relier les situations aux concepts à cibler, partager des ressources, etc.) font ressortir des éléments importants à considérer pour la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques, tout en dégageant des particularités de cette recherche-formation (appuyée sur du concret, flexible selon les besoins des participants, etc.).

Bilan de la recherche-formation et réflexion sur des enjeux

CF termine en montrant son affiche scientifique sur les enjeux, présentée dans un colloque. À la suite d'une analyse préliminaire, les résultats prennent la forme d'enjeux : flexibilité, opacité, qualité d'information, expérimentation, complémentarité et résultats exceptionnels. Déborah affirme qu'il est important d'avoir de telles recherches, car ça répond à un besoin en enrichissant les participants et en les motivant à continuer.

ANNEXE G

GUIDE D'ENTRETIEN INDIVIDUEL FINAL

*Ce document sert à me guider lors de l'entretien semi-dirigé individuel d'environ 20-30 minutes qui se déroule après la dernière rencontre de travail de la recherche-formation. Les questions sont à titre indicatif pour aider à prévoir les relances, mais je me réserve une flexibilité dans le choix et l'ordre des questions selon le flux des discussions.

À nouveau, je souhaite te remercier pour ton implication dans ce projet de recherche.

Bien entendu, tes propos dans cet entretien demeureront anonymes. Si je te propose de l'enregistrer, c'est pour faciliter notre discussion et éviter des erreurs dans la prise de notes. Je te le demande, étant donné que cette permission n'était pas précisée dans le formulaire de consentement. *Ai-je ta permission d'enregistrer l'audio de cet entretien à des fins de recherche ?*

J'ai prévu quelques questions, mais n'hésite pas à ouvrir la discussion si tu veux me parler de quelque chose en particulier concernant le thème de cette recherche-formation.

Qu'as-tu retenu de la dernière rencontre ? Le récit de formation t'a-t-il amené de nouvelles réflexions ? As-tu des éléments à ajouter ou à préciser ?

Lors de la dernière rencontre, j'ai brièvement présenté une affiche scientifique sous forme de résultats préliminaires avec les enjeux suivants : flexibilité, opacité, qualité d'information, expérimentation, complémentarité et résultats exceptionnels. *En ayant participé à cette recherche-formation et en te basant sur ton expérience en enseignement des probabilités, est-ce que tu vois d'autres enjeux que ceux-ci ?*

As-tu quelque chose à ajouter concernant les 5 questions sur des pistes pour la formation ?

1. *À la suite de cette formation, est-ce que vous vous sentez mieux outillés ? Si oui, est-ce grâce aux 5 situations expérimentées ? Est-ce plutôt en lien avec la compétence (en développement) à créer/modifier des situations ?*
2. ***Si je devais redonner cette formation, sur quoi pensez-vous que je devrais mettre l'accent ou que je devrais faire différemment (en termes de contenu et de progression) ?***
3. *Si on poursuivait avec 5 rencontres supplémentaires, qu'auriez-vous aimé aborder dans le thème de la formation à l'enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques ?*
4. *Comment (et pourquoi) continuer à vous former sur ce thème ?*
5. *Si vous aviez à comparer cette formation par rapport à d'autres formations que vous avez suivies, qu'auriez-vous à dire ?*

En pensant à une ou un collègue pour qui l'enseignement des probabilités constitue un grand défi, pourrais-tu suggérer des pistes de développement professionnel pour l'aider à parfaire son enseignement des probabilités ?

Pour alimenter mon travail de formateur universitaire à partir de ton expérience, aurais-tu des pistes d'amélioration ou de bonification pour la formation initiale à l'enseignement des probabilités au secondaire ?

Finalement, lors de l'entretien préliminaire, je t'avais demandé ce qui t'a amené à vouloir participer à cette recherche-formation. *As-tu l'impression d'avoir trouvé ce que tu cherchais ?*

L'entretien est sur le point de se terminer. *Avant de conclure, as-tu des réflexions ou des commentaires dont tu aimerais me faire part que nous n'aurions pas déjà abordé ?*

Je te remercie beaucoup du temps que tu m'as accordé. N'hésite pas à me contacter éventuellement, au besoin.

ANNEXE H

SÉQUENCE ADAPTÉE PAR ALAN

Noms : _____

_____

Activité sur les probabilités

Mathématique 4TS

Le problème de Monty Hall

Un jeu de hasard consiste à choisir une porte parmi les trois qui se trouvent devant vous. Derrière deux des portes se cachent des chèvres alors qu'une voiture de luxe se cache derrière l'autre. Tout d'abord, vous sélectionnez une porte. Ensuite, le directeur du jeu ouvre une porte qui n'est pas celle que vous avez sélectionnée et derrière laquelle se trouve une chèvre.

Vous devez choisir entre ouvrir la porte sélectionnée au départ ou changer de porte. Vous gagnez alors le prix qui se trouve derrière la porte que vous ouvrez.

1. Afin de gagner la voiture de luxe, est-il préférable de changer de porte ou d'ouvrir celle sélectionnée au départ ?

Expérimentation avec des cartes à jouer et/ou avec un simulateur
monurl.ca/simulateur2

La moitié des équipes devront expérimenter en changeant toujours la porte alors que l'autre moitié des équipes devront toujours ouvrir la porte sélectionnée au départ. Deux équipes qui n'ont pas la même stratégie devront ensuite se partager leurs résultats.

2. a) Selon vos résultats et ceux de l'autre équipe avec qui vous les avez partagés, quelle est la probabilité fréquentielle de gagner la voiture en changeant de porte ?

   b) Quelle est la probabilité fréquentielle observée suite à vos simulations de gagner la voiture en ouvrant la porte sélectionnée au départ ?

   c) Est-ce que vous désirez changer la réponse donnée au numéro 1 ?

Expérimentation à l'aide d'un simulateur.
monurl.ca/simulateur1

3. a) Selon le simulateur, quelle est la probabilité fréquentielle observée suite à vos simulations de gagner la voiture en changeant de porte ?

   b) Quelle est la probabilité fréquentielle observée suite à vos simulations de gagner la voiture en ouvrant la porte sélectionnée au départ ?

   c) Est-ce que vous désirez changer la réponse donnée au numéro 1 et au numéro 2 c) ?

Explication des probabilités théoriques à l'aide d'un simulateur.
monurl.ca/simulateur2

Un jeu à 4 portes !
On ajoute une porte au problème de Monty Hall derrière laquelle se trouve une autre chèvre. Maintenant, le directeur du jeu ouvre deux portes qui ne sont pas celles que vous avez sélectionnées et derrière lesquelles se trouve une chèvre.

4. Quelle est la probabilité théorique de gagner la voiture en changeant de porte ? Quelle est la probabilité théorique de gagner la voiture en ouvrant la porte sélectionnée au départ ?

Un jeu à n portes !
On ajoute (n-3) portes au problème de Monty Hall derrière lesquelles se trouve une chèvre. Maintenant, le directeur du jeu ouvre (n-2) portes qui ne sont pas celles que vous avez sélectionnées et derrière lesquelles se trouve une chèvre.

5. Quelle est la probabilité théorique de gagner la voiture en changeant de porte ? Quelle est la probabilité théorique de gagner la voiture en ouvrant la porte sélectionnée au départ ?

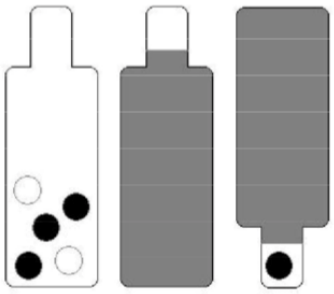
ANNEXE I

SÉQUENCE ADAPTÉE PAR DÉBORAH

Activité d'introduction : Probabilité fréquentielle et théorique

Nom : _____ Groupe : _____

La bouteille probabiliste



Vous avez une bouteille dont son contenu est caché. Vous savez qu'elle contient 5 billes de même grosseur et de 2 couleurs différentes, soit rouge et noire. Il est possible, par retournement de la bouteille, de voir une seule bille à la fois.

Comment faire pour connaitre la composition de la bouteille ?

SAÉ élaborée par Mathieu Thibault (UQAM), modifiée par Déborah

Probabilité théorique

La probabilité théorique d'un événement est un nombre qui quantifie la possibilité que cet événement se produise.

On calcule cette probabilité théorique comme suit :

$$\text{Probabilité théorique} = \frac{\textit{nombre de résultats favorables}}{\textit{nombre de résultats possibles}}$$

Exemples : Trouve les probabilités suivantes :

a) Obtenir un nombre plus petit que 3 en tournant un dé

b) Tirer un as dans un jeu de cartes

c) Obtenir un nombre plus grand ou égal à 4

d) Tirer un as **ou** une dame dans un jeu de cartes

Probabilité fréquentielle

La probabilité fréquentielle d'un événement est le nombre obtenu à la suite d'une expérimentation.

$$\text{Probabilité fréquentielle} = \frac{\textit{nombre de fois que le résultat attendu s'est réalissé}}{\textit{nombre de fois que l'expérience a été répétée}}$$

Exemple :

On lance une pièce de monnaie 10 fois et un obtient 3 fois le côté pile et 7 fois le côté face.

a) Quelle est la probabilité fréquentielle ? _____

b) Quelle est la probabilité théorique ? _____

1. Une expérience aléatoire consiste à lancer un dé à 8 faces numérotées de 1 à 8. Calcule mentalement la probabilité d'obtenir :

a) le 1. **b)** un nombre pair. **c)** un diviseur de 12.

_____ _____ _____

2. On tire au hasard une carte d'un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité de tirer :

a) l'as de cœur ? _____ **b)** une carte de carreau ?_____

c) un roi ? _____ **d)** une carte rouge ? _____

3. On observe la couleur des voitures circulant sur une rue. On note les résultats suivants.

Couleur de la voiture	Verte	Beige	Bleue	Noire	Blanche	Rouge	Marron
Nombre de voitures	6	12	7	8	10	5	3

Calcule mentalement la probabilité que la prochaine voiture :

a) soit rouge. _____ **b)** ne soit pas blanche. _____

4. Une expérience aléatoire consiste à tirer une des lettres du mot « tentation » inscrites sur des bouts de papier identiques qui ont été déposés dans un chapeau.

a) Chaque lettre a-t-elle la même probabilité d'être tirée ? Explique ta réponse.

_____

_____

b) Calcule la probabilité de tirer :

1) la lettre *t*. _____ **2)** une voyelle. _____ **3)** la lettre *k*. _____

5. Une tirelire contient 11 pièces de 5 ¢, 13 pièces de 25 ¢ et 14 pièces de 10 ¢. Sachant que les pièces ont toutes la même probabilité de passer par l'orifice de la tirelire, quelle est la probabilité de tirer une pièce de 25 ¢ ?

6. On observe la couleur des yeux de 32 élèves. Il y a 15 élèves qui ont les yeux bruns, 8 élèves qui ont les yeux bleus, 6 élèves qui ont les yeux verts et les autres ont les yeux pers. Si l'on choisit un élève au hasard, détermine la probabilité :

a) que l'élève choisi ait les yeux pers. _____

b) que le mot désignant la couleur des yeux de l'élève commence par la lettre « b ». _____

c) que l'élève ait les yeux bleus ou verts. _____

7. On lance une pièce de monnaie 380 fois. La pièce tombe sur le côté pile 201 fois et sur
le côté face 179 fois. Au prochain lancer, quelle est :

a) la probabilité théorique que la pièce tombe sur le côté pile ? _____

b) la probabilité fréquentielle que la pièce tombe sur le côté pile ? _____

8. Chacune des faces d'un dé à 6 faces est colorée soit en rouge, soit en vert ou en bleu. On lance ce dé 23 fois. Il tombe 11 fois sur une face rouge et 8 fois sur une face bleue. Détermine la probabilité fréquentielle d'obtenir :

a) une face rouge. _____

b) une face verte. _____

c) une face bleue ou verte. _____

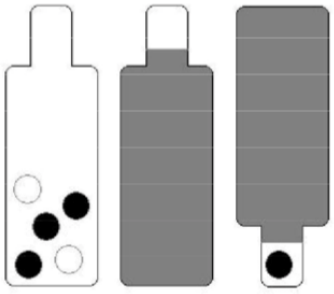
9. On a demandé à des personnes de désigner leur couleur favorite parmi le bleu, le vert, le rouge, l'orange et le jaune ; 124 personnes ont préféré le bleu, 89 ont préféré le vert, 36 ont préféré le rouge, 65 ont préféré l'orange et 58 ont préféré le jaune.

a) Combien de personnes ont répondu au sondage ? _____

b) Quelle est la probabilité fréquentielle qu'une personne ait choisi le rouge ? _____

c) Quelle est la probabilité théorique qu'une personne ait choisi le rouge ? _____

Retour sur la partie 2 de l'activité 1



Lors de l'activité 1, nous avons terminé la période en retournant 2 fois de suite la bouteille.

Combien y avait-il de résultats possibles ? ____

Quels étaient ces résultats ? _____

Les résultats étaient-ils équiprobables ? _____

Pourquoi ? _____

Nous avons comptabilisé les résultats dans Excel. Allons voir…

Comment est-il possible de déterminer la probabilité théorique de chaque résultat ?

Bouteilles (pair)	Bouteilles (impair)

Les perles de couleurs
AVEC REMISE

A. Dans le sac, il y a 4 perles rouges, 2 perles vertes et une perle bleue. Tu dois piger 2 perles et noter leur couleur. Tu dois remettre la perle dans le sac après chaque pige.

1. Est-il possible de piger 2 perles vertes ? ____
2. Est-il possible de piger 2 perles bleues ? ____
3. Fais un diagramme en arbre pour représenter ces 2 piges avec remise.

1ere pige 2e pige Résultat Probabilité

4. Corrige ton arbre de probabilités en allant à l'adresse suivante : https://www.geogebra.org/m/F6kR6Sus Tu devras ajuster le nombre de billes et mettre le simulateur en mode « avec remise ».
5. Sur quelle combinaison devrais-tu miser selon toi ? Pourquoi ?
   _____
6. Quels sont les 3 évènements les moins probables ?
   _____ _____ _____
7. Quelle est la probabilité de piger une bille bleue lors de la 2e pige ?
   _____
8. Quelle est la probabilité de piger au moins une bille rouge ? _____

9. Quelle est la probabilité de piger une bille bleue et une bille verte ?

_____

SANS REMISE

B. Dans le sac, il y a 4 perles rouges, 2 perles vertes et une perle bleue. Tu dois piger 2 perles et noter leur couleur. Tu ne peux pas remettre la perle dans le sac après la première pige.

1. Est-il possible de piger 2 perles vertes ? ____

2. Est-il possible de piger 2 perles bleues ? ____

3. Fais un diagramme en arbre pour représenter ces 2 piges sans remise.

   1ere pige 2e pige Résultat Probabilité

4. Corrige ton arbre de probabilités en allant à l'adresse suivante : https://www.geogebra.org/m/F6kR6Sus Tu devras ajuster le nombre de billes et mettre le simulateur en mode « sans remise ».

5. Est-il plus probable de piger deux billes rouges avec remise ou sans remise ? Pourquoi ?

   _____

6. Quelle est la probabilité de piger une bille bleue lors de la 2e pige ?

   _____

7. Quelle est la probabilité de ne piger aucune bille rouge ? _____

8. Quelle est la probabilité de piger une bille bleue ou une bille verte ?

   _____

9. S'il y avait 3 piges sans remise, quelle serait la probabilité d'obtenir {R,V,V) ? Est-il nécessaire de faire tout le diagramme en arbre pour

répondre à cette question ?

_____

EXERCICES

Question 1 : On place 5 cubes blancs et 4 cubes noirs dans un sac. On tire un premier cube, on note sa couleur puis on le remet dans le sac. On tire ensuite un second cube et on note aussi sa couleur. On tient compte de l'ordre.

a) Combien y a-t-il de résultats possibles ? _____

b) Construis l'arbre des probabilités de cette expérience.

1ere pige	2e pige	Résultat	Probabilité

c) Quelle est la probabilité d'obtenir deux cubes de la même couleur ?
_____

d) Quelle est la probabilité d'obtenir un cube blanc lors du 2e tirage ?
_____

Question 2 : Un sac contient 3 billes bleues et 4 billes vertes.

a) Détermine la probabilité de tirer une bille bleue suivie d'une bille verte si l'on tire :

1) sans remise. _____ **2)** avec remise.

b) Détermine la probabilité de tirer une bille bleue suivie d'une autre bille bleue si l'on tire :

1) sans remise. _____ **2)** avec remise.

Question 3 : On prend successivement, au hasard et sans remise, 2 crayons dans une boîte qui contient 1 crayon rouge (R), 3 crayons bleus (B), 2 crayons verts (V) et 2 crayons noirs (N), en tenant compte de l'ordre.

a) Construis l'arbre des probabilités de cette situation.

1ere pige	2e pige	Résultat	Probabilité

b) Quelle est la probabilité :

1) de prendre au hasard le crayon rouge ? _____

2) que le deuxième crayon tiré soit vert ? _____

3) de prendre au moins un crayon bleu ou noir ? _____

4) de prendre un crayon bleu et noir ? _____

ANNEXE J

LISTE D'OUTILS TECHNOLOGIQUES POUR SOUTENIR
L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS

*Les outils technologiques sont regroupés par niveau scolaire, mais c'est seulement à titre indicatif puisqu'on pourrait avoir recours à certains outils dans divers niveaux scolaires. Il y a d'ailleurs une catégorie « Niveaux variés ».
**Ces ressources ne sont évidemment pas parfaites, mais elles pourraient vous inspirer selon votre intention d'enseignement.
***Malheureusement, depuis le 1er janvier 2021, les navigateurs Internet n'affichent plus de contenu Flash, alors il est possible que certains liens ne soient plus fonctionnels.

Première et deuxième secondaire :

- Calcul de probabilités avec un jeu de cartes : https://www.geogebra.org/m/rhE5zxg9
- Calcul de probabilités sans remise avec l'arbre : https://www.geogebra.org/m/HXeZcny8
- Probabilité théorique et probabilité fréquentielle : https://www.geogebra.org/m/sq2Epwdd
- Stacking Jack (3 acts) : https://www.yummymath.com/2019/stacking-jack-2/
- Mr Patate (3 acts) : https://mathcsdgs.wordpress.com/2014/05/13/un-nouveau-3-acts-pour-les-probabilites/
- Dé virtuel (jusqu'à 6 dés avec autant de faces qu'on veut et une animation) : http://devirtuel.com/

- Dés virtuels (jusqu'à 7 dés avec autant de faces qu'on veut) : https://de.virtuworld.net/
- Simulateur pour la fréquence d'un dé : https://scratch.mit.edu/projects/101895593
- Simulateur pour la fréquence de la somme de deux dés : https://scratch.mit.edu/projects/99151405
- Somme de deux dés : https://www.geogebra.org/m/KkqY94aZ
- Arbre de probabilités : https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5c61c7e563a9270c855ff255?lang=fr
- Diagrammes de Venn : https://www.geogebra.org/m/AjrfISIT
- Roulette équiprobable : https://www.geogebra.org/m/cQArmr7f
- Roulette non équiprobable (est-ce juste ?) : https://www.geogebra.org/m/Zp82x2G6
- Tirage aléatoire sur une roulette : https://wheelofnames.com/
- Simulateur Scratch pour lancer un dé : https://scratch.mit.edu/projects/133273020/editor
- Quiz Learning Apps en probabilités : https://learningapps.org/display?v=p3ysvfop501
- Capsule vidéo sur le dénombrement et l'arbre de possibilités : http://webcec.ca/s36
- Séquence de capsules vidéo (Allô Prof) en probabilités pour le troisième cycle du primaire et le premier cycle du secondaire : https://app.didacti.com/#!p/1WXqdE

- Tâche en trois temps sur le lancer du gobelet (1er cycle) : https://monurl.ca/gobeletcycle1 et https://monurl.ca/gobeletcycle1enseignant
- Desmos activity builder en probabilités (1er cycle) : https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ebecea5d8d5c50a8a06cea9?fbclid=IwAR3wX_REge2FSzNhJn6SZrjp2CtvwMEah4ek0IauQFVImkz0KD_6iLBXBZw&lang=fr
- Quiz sur les probabilités en première secondaire : https://quizlet.com/ca/490584542/probabilite-secondaire-1-flash-cards/
- Jeu d'évasion sur les probabilités en deuxième secondaire : https://view.genial.ly/5db1c9dcd10ab40fd2ed29e8/interactive-content-probabilites-sec-2
- Genial.ly en probabilités pour deuxième secondaire : https://view.genial.ly/5ea24d0b8695b90d8767425b/game-math-2e-sec-les-probabilites et https://view.genial.ly/5ea043758695b90d87503479/game-probman
- Séquence en probabilités pour deuxième secondaire : https://app.didacti.com/#!p/D2qqEK
- Séquence en probabilités pour deuxième secondaire : https://www.geogebra.org/m/QaEMDWdQ#chapter/21261
- Séquence en probabilités pour deuxième secondaire : https://mahara.recitfga.ca/view/view.php?id=147

Troisième secondaire

- Probabilité géométrique : https://www.geogebra.org/m/FZT7geAD
- Probabilité géométrique d'une boule dans un cube, dans une approche fréquentielle : https://www.geogebra.org/3d/n2cuskhg

- Activité Desmos sur la probabilité géométrique : https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5e712b0aff691679de4122b3?collections=5f4e83675fb4842356264c02&lang=fr
- Lancer de fléchettes : https://www.geogebra.org/m/yCHVprnF
- Probabilité et fréquence : le jeu du franc carreau : https://www.geogebra.org/m/gDd5Vvys
- Capsules vidéo en troisième secondaire : https://www.madameblanchette.com/secondaire-3/vision-8/capsules/

Quatrième secondaire (séquence TS) et cinquième secondaire (séquence CST) :

- Chances pour/contre : http://desmosfr.ca/2017/11/07/chances-pour-et-chances-contre/
- Étapes de construction d'un diagramme de Venn : https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5c618d07a2d5500ce20495b8?lang=fr
- Zones du diagramme de Venn à 3 ensembles : https://www.geogebra.org/m/KSuUb2TR
- Diagramme de Venn à 3 ensembles pour travailler le vocabulaire : https://www.geogebra.org/m/CvM56GqA
- Diagramme de Venn à 3 ensembles : https://www.geogebra.org/m/CnwTcSv3
- Tirage de deux billes (de deux couleurs) sans remise avec probabilité conditionnelle : https://www.geogebra.org/m/BEjRqXmP
- Calculs de probabilité conditionnelle avec arbre : https://www.geogebra.org/m/d79jcEqM

- Capsule vidéo sur la loi des grands nombres et l'espérance : https://www.youtube.com/watch?v=HRnYFpdR8WM
- Tâche en trois temps sur le lancer du gobelet (2e cycle) : https://monurl.ca/gobeletcycle2 et https://monurl.ca/gobeletcycle2enseignant
- Capsules vidéo en cinquième secondaire : https://www.madameblanchette.com/secondaire-5/chapitre-5-2-probabilit%C3%A9s/capsules/
- Séquence de capsules vidéo (Allô Prof) en probabilités pour le deuxième cycle du secondaire : https://app.didacti.com/#!p/q0WxzK
- Séquence en probabilités pour CST5 : https://www.geogebra.org/m/nyA7SMRp#chapter/21899
- Notes de cours pour CST5 : http://slideplayer.fr/slide/1166428/

Niveaux variés

- Huit simulateurs (roulette, Lotto 6/49, pile ou face, Monty Hall, billes, dés, blackjack et roulette du casino) : http://anniesavard.com/simulateur/
- Simulateur pour Monty Hall : http://jfmaheux.net/r/montyhall/
- Plusieurs simulateurs sur Scratch : https://scratch.mit.edu/studios/5194516/
- Vidéo sur Monty Hall et le pseudo-aléatoire : https://www.youtube.com/watch?v=K-kUUg4gs1c
- Simulateur pour la bouteille : http://jfmaheux.net/r/bouteilleAlea/

- Expériences aléatoires : https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5a2d8608929ae53df278df06?lang=fr
- Simulateurs p5Visuel (notamment Loto 3/10) : http://profmath.uqam.ca/~admingetem/p5Activites/probabilites.html
- Piger une carte : https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/59fbb50dc2be94060c37baa6?lang=fr
- Simulateur pour la situation des rondelles : http://jfmaheux.net/r/3rondelles/
- Zones du diagramme de Venn à deux ensembles : https://www.geogebra.org/m/dZnwCheU
- Dés : https://www.geogebra.org/m/Sqq6uZrj
- Cartes à jouer : https://www.geogebra.org/m/KQReXKYQ
- Plusieurs jeux (dé, pièce, roulette, etc.) : https://www.geogebra.org/m/ZQxh2Wfx
- Séquence de situations : https://www.geogebra.org/m/Swk68GKQ
- Générateur aléatoire de drapeaux : https://www.geogebra.org/m/BBMDPHS6
- Baguette brisée : https://www.geogebra.org/m/uUEtB64w
- Tirages de plusieurs dés à plusieurs faces : https://www.geogebra.org/m/qAbjGBPD
- Tirages de dés avec fréquences des faces : https://www.geogebra.org/m/E2QCrZ9G

- Simulateurs en probabilités et statistique : https://www.edumedia-sciences.com/fr/node/28-statistiques-et-probabilites
- Court sondage sur des conceptions : https://create.kahoot.it/share/c057afcc-ed7b-4d11-bd3c-a41cb85dd4a7
- Capsule vidéo sur « Pourquoi enseigner les probabilités au secondaire ? » : https://www.youtube.com/watch?v=Meebcma1Xvo
- Séquence de capsules vidéo en probabilités : https://app.didacti.com/#!p/NGvvE4
- Quiz Learning Apps en probabilités : https://learningapps.org/index.php?s=probabilit%C3%A9s
- Paradoxe de Bertrand : https://www.geogebra.org/m/nqshnB3x
- Problème des anniversaires : https://www.geogebra.org/m/jXQWQqEZ

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abboud-Blanchard, M. (2013). *Les technologies dans l'enseignement des mathématiques. Études des pratiques et de la formation des enseignants. Synthèses et nouvelles perspectives* [Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches]. Université Paris-Diderot - Paris VII. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00846323/document

Abramovich, S. (2013). Computers in mathematics education: An introduction. *Computers in the Schools*, *30*(1-2), 4-11. https://doi.org/10.1080/07380569.2013.765305

Aldon, G. (2011). *Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique: construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident* (Thèse de doctorat). Université Claude Bernard - Lyon 1. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00679121

Aldon, G. (2014). Didactic incidents: a way to improve the professional development of mathematics teachers. Dans A. Clark-Wilson, O. Robutti et N. Sinclair (dir.), *The Mathematics Teacher in the Digital Era* (p. 319-343). Dordrecht: Springer. http://doi.org/10.1007/978-94-007-4638-1_14

Anadón, M. (2006). La recherche dite «qualitative»: de la dynamique de son évolution aux acquis indéniables et aux questionnements présents. *Recherches qualitatives*, *26*(1), 5-31. http://www.recherche-qualitative.qc.ca/documents/files/revue/edition_reguliere/numero26%281%29/manadon_ch.pdf

Anthony, G. (2014). Teacher supply and retention in mathematics education. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 592-593). Dordrecht: Springer. https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-94-007-4978-8_152

Artigue, M. (2007). Digital technologies: a window on theoretical issues in mathematics education. Dans D. Pitta-Oantazi et G. Philippou (dir.), *Proceedings of CERME 5* (p. 68-82). Cyprus University Editions.

Assude, T. et Grugeon, B. (2003). Enjeux et développements d'ingénieries de formation des enseignants pour l'intégration des TICE. *Conférence au congrès ITEM, Reims, 20-22 juin 2003*. https://edutice.archives-ouvertes.fr/edutice-00001370/fr/

Bakos, S. et Thibault, M. (2018). Affordances and tensions in teaching both computational thinking and mathematics. Dans *Proceedings of the 42nd conference of the International Group for the psychology of mathematics education* (Vol. 2, p. 107-114). PME. https://www.researchgate.net/publication/326131625

Ball, D. L., Thames, M. H. et Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of teacher education*, *59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Barbier, J.-M. (1985). Analyser les démarches de recherche. Enjeux et impasses de la recherche en formation. *Éducation permanente*, *80*, 103-123. https://hal-cnam.archives-ouvertes.fr/hal-02279470

Batanero, C. (2014). Probability teaching and learning. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 491-496). Dordrecht: Springer. https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-94-007-4978-8_128

Batanero, C. (2019). Thirty years of stochastics education research: Reflections and challenges. Dans J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina- Portillo (dir.), *Actas del Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Batanero, C. et Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Netherlands : Sense Publishers.

Batanero, C., Contreras, J. M., Fernandes, J. A. et Ojeda, M. M. (2010). Paradoxical games as a didactic tool to train teachers in probability. Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceeding of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8), juillet 2010*, *Ljubljana, Slovenia*. Voorburg, Pays bas: Institut national de la statistique. https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_C105_BATANERO.pdf

Batanero, C. et Díaz, C. (2007). The meaning and understanding of mathematics: The case of probability. Dans K. François et J.-P. Van Bendegen (dir.), *Philosophical dimensions in mathematics education* (p. 107-127). Springer. http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-0-387-71575-9_6

Batanero, C. et Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, *3*(1), 3-13. https://www.soche.cl/chjs/volumes/03/01/Batanero_Diaz(2012).pdf

Batanero, C., Godino, J. D. et Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education*, *12*(1). https://doi.org/10.1080/10691898.2004.11910715

Batanero, C. et Serrano, L. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(5), 558-567. https://doi.org/10.2307/749774

Bednarz, N. (2013). Regarder ensemble autrement : ancrage et développement des recherches collaboratives en éducation au Québec. Dans N. Bednarz (dir.), *Recherche collaborative et pratique enseignante : regarder ensemble autrement* (p. 13-29). Paris: L'Harmattan.

Bednarz, N., Desgagné, S., Maheux, J.-F. et Savoie-Zajc, L. (2012, septembre). La mise au jour d'un contrat réflexif comme régulateur de démarches de recherche participative : le cas d'une recherche-action et d'une recherche collaborative. *Recherches en éducation*, (14), 128-151. http://www.recherches-en-education.net/IMG/pdf/REE-no14.pdf

Bednarz, N., Fiorentini, D. et Huang, R. (2011). Experiences in different countries in the professional development of mathematics teachers. Dans N. Bednarz, D. Fiorentini et R. Huang (dir.), *International approaches to professional development for mathematics teachers* (p. ix-xviii). Ottawa: Presses de l'Université d'Ottawa.

Bednarz, N., Maheux, J. F., Bacon, L., Saboya, M., Lajoie, C. et Thibault, M. (2019). Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe. *Éducation et francophonie*, *47*(3), 140-162. https://doi.org/10.7202/1066517ar

Bednarz, N. et Proulx, J. (2010). Développement professionnel des enseignants en mathématiques. *Éducation & formation*, *293*, 21-36. http://revueeducationformation.be/include/download.php?idRevue=9&idRes=61

Benhsain, K. (2002). *Conceptions erronées des jeux de hasard selon le niveau de connaissances en statistiques* (Mémoire de maitrise non publié). Université Laval.

Benhsain, K., Taillefer, A. et Ladouceur, R. (2004). Awareness of independence of events and erroneous perceptions while gambling. *Addictive Behaviors*, *29*(2), 399-404. https://doi.org/10.1016/j.addbeh.2003.08.011

Bennison, A. et Goos, M. (2010). Learning to teach mathematics with technology: A survey of professional development needs, experiences and impacts. *Mathematics Education Research Journal*, *22*(1), 31-56. https://doi.org/10.1007/BF03217558

Benoit, D. (2019). Clinique didactique de l'activité. Le développement de la pensée didactique (des mathématiques) pour développer la puissance d'agri des enseignants en situations d'enseignement-apprentissage des mathématiques. *Conférence présentée au Séminaire international sur la recherche-intervention (SIRI), Penser l'apprentissage et le développement de la puissance d'agir en situation de recherche-intervention. Institut français de l'éducation, Lyon, France, 5 juillet 2019*. https://www.researchgate.net/publication/334896723

Bessot, A. (2003). Une introduction à la théorie des situations didactiques. *Cahier du Laboratoire Leibniz-IMAG*, (91), 1-28. https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00078794/document

Biehler, R. (2019). Software for learning and for doing statistics and probability – Looking back and looking forward from a personal perspective. Dans J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina- Portillo (dir.), *Actas del Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Blais, M. et Martineau, S. (2006). L'analyse inductive générale : description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitatives*, *26*(2), 1–18. http://www.recherche-qualitative.qc.ca/documents/files/revue/edition_reguliere/numero26(2)/blais_et_martineau_final2.pdf

Borovcnik, M. et Kapadia, R. (2010). Research and developments in probability education internationally. Dans M. Joubert et P. Andrews (dir.), *Proceeding of the British Congress of Mathematics Education (BCME-7)* (p. 41-48). Manchester. https://www.researchgate.net/profile/Manfred_Borovcnik/publication/267375742

Briand, J. (2005). Une expérience statistique et une première approche des lois du hasard au lycée par une confrontation avec une machine simple. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *25*(2), 247-282. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00494923

Briand, J. (2007). La place de l'expérience dans la construction des mathématiques en classe. *Petit x*, *1*(75), 7-33. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00494928/document

Broley, L., Buteau, C. et Muller, E. (2015). The e-brock bugs computer game: What if becoming a (better) mathematician were a fun-filled adventure ? *Ontario Mathematics Gazette*, *53*(3), 28-32. https://brocku.ca/mathematics-science/mathematics/wp-content/uploads/sites/107/OAME2015-EBROCK-BUGS.pdf

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 7*(2), 33-115. https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques* (Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland, Virginia Warfield). Grenoble: La pensée sauvage. https://revue-rdm.com/ouvrage/theorie-des-situations-didactiques/

Brousseau, G. (2003). Situations fondamentales et processus génétique de la statistique. Dans A. Mercier et C. Margolinas (dir.), *Balises en didactique des mathématiques : Cours de la 12e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 165-194). Grenoble : La pensée sauvage. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/03/03-Sit-fond-et-processus-g%C3%A9n%C3%A9tiques-de-la-stat.pdf

Brousseau, G. (2009). *Alternatives en didactique de la statistique*. Exposé présenté dans le cadre des 41e Journées de Statistiques de la Société française de la Statistique, Bordeaux, France. https://hal.inria.fr/inria-00386626

Brousseau, G., Brousseau, N. et Warfield, V. (2002). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Journal of Mathematical Behavior*, *20*(3), 363-411. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00078-0

Bu, L. (2008). Computer simulation: Engaging preservice mathematics teachers in in-depth investigations of a « simply complex » problem. Dans K. McFerrin, R. Weber, R. Carlsen et D. Willis (dir.), *Proceedings of SITE 2008–Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (p. 4429-4431). Las Vegas, Nevada: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE). https://www.learntechlib.org/primary/p/27956/

Bucheton, D. et Jorro, A. (2009). Une posture de « chercheur en lien avec la formation ». La quête d'un éthos scientifique. Dans D. Bucheton (dir.), *L'agir enseignant : Des gestes professionnels ajustés* (p. 7-24). Toulouse : Octarès.

Bucheton, D. et Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe: un multi-agenda de préoccupations enchâssées. *Éducation et didactique*, *3*(3), 29-48. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.543

Buteau, C., Gueudet, G., Muller, E., Mgombelo, J. et Sacristán, A.I. (2019). University students turning computer programming into an instrument for 'authentic' mathematical work. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1648892

Camirand, H. (2014). Jeux de hasard et d'argent. Dans *Enquête québécoise sur le tabac, l'alcool, la drogue et le jeu chez les élèves du secondaire, 2013. Évolution des comportements au cours des 15 dernières années* (p. 149-182). Québec: Institut de la statistique du Québec. https://statistique.quebec.ca/fr/fichier/enquete-quebecoise-sur-le-tabac-lalcool-la-drogue-et-le-jeu-chez-les-eleves-du-secondaire-2013-evolution-des-comportements-au-cours-des-15-dernieres-annees.pdf

Caron, F. (2010). La formation à l'enseignement des mathématiques: une quête itérative. Dans J. Proulx et L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : Tendances et perspectives actuelles* (p. 169-183). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Carr, J. M. (2012). Does math achievement h'APP'en when iPads and game-based learning are incorporated into fifth-grade mathematics instruction ? *Journal of Information Technology Education Research*, *11*(1), 269-286. https://doi.org/10.28945/1725

Carranza, P. F. (2009). *La dualité de la probabilité dans l'enseignement de la Statistique: Une expérience en classe de BTS* (Thèse de doctorat). Université Paris-Diderot - Paris VII. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00458320

Charles-Pézard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *30*(2), 197-261. https://revue-rdm.com/2010/installer-la-paix-scolaire-exercer/

Charlier, B. (2005). Parcours de recherche-action-formation. *Revue des sciences de l'éducation*, *31*(2), 259-272. https://doi.org/10.7202/012755ar

Chernoff, E. J. (2019). L'espace échantillonnal : un univers d'interprétations possibles. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 195-217). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Chernoff, E. J. et Sriraman, B. (dir.) (2014). *Probabilistic Thinking: Presenting Plural Perspectives*. Springer.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *12*(1), 73-112. https://revue-rdm.com/1992/concepts-fondamentaux-de-la-didactique/

Chevrier, J. (1994). *La recherche en éducation: comme source de changement*. Montréal: Les Éditions Logiques.

Chick, H. (2018). Understanding randomness: From gimmicks to effective learning. Dans M. A. Sorto, A. White et L. Guyot (dir.), *Looking back, looking forward: Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10)*. Kyoto: International Statistical Institute. https://iase-web.org/icots/10/proceedings/pdfs/ICOTS10_6D3.pdf?1531364280

Chronaki, A. et Matos, A. (2014). Technology use and mathematics teaching: Teacher change as discursive identity work. *Learning, Media and Technology*, *39*(1), 107-125. https://doi.org/10.1080/17439884.2013.776076

Collin, S. et Karsenti, T. (2013). Usages des technologies en éducation : analyse des enjeux socioculturels. *Éducation et francophonie*, *41*(1), 192-210. https://doi.org/10.7202/1015065ar

Collins, A. et Halverson, R. (2009). *Rethinking education in the age of technology: The digital revolution and schooling in America*. New York: Teachers College Press.

Conseil supérieur de l'éducation. (2014). *Le développement professionnel, un enrichissement pour toute la profession enseignante*. Québec: Gouvernement du Québec. https://www.cse.gouv.qc.ca/wp-content/uploads/2019/11/2014-06-le-developpement-professionnel-un-enrichissement-pour-toute-la-profession-enseignante.pdf

Crahay, M. (1987). Logo, un environnement propice à la pensée procédurale. *Revue française de pédagogie*, *80*, 37-56. https://doi.org/10.3406/rfp.1987.1473

Cros, F. (1989). Ciel, qui suis-je : chercheur, formateur, ni l'un ni l'autre ou les deux à la fois ? *Recherche et formation*, *5*, 9-23. https://doi.org/10.3406/refor.1989.959

Debien, J. (2010). *Répertorier les modalités favorisant une démarche de développement professionnel chez les enseignants de mathématique de niveau secondaire* (Mémoire de maitrise). Université du Québec à Montréal. https://archipel.uqam.ca/2789/1/M11272.pdf

DeBlois, L. et Squalli, H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres du primaire. *Educational Studies in Mathematics*, *50*(2), 212-237. https://doi.org/10.1023/A:1021116014594

Depover, C. (2009). *La recherche en technologie éducative - un guide pour découvrir un domaine en émergence*. Paris: Éditions des archives contemporaines.

Desgagné, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, *23*(2), 371-393. https://doi.org/10.7202/031921ar

Desgagné, S. et Bednarz, N. (2005). Médiation entre recherche et pratique en éducation : faire de la recherche « avec » plutôt que « sur » les praticiens. *Revue des sciences de l'éducation*, *31*(2), 245-258. https://doi.org/10.7202/012754ar

Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L. et Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, *27*(1), 33-64. https://doi.org/10.7202/000305ar

Desmarais, D., Boyer, M. et Dupont, M. (2005). À propos d'une recherche-action-formation en alphabétisation populaire: dynamique des finalités et des positions des sujets-acteurs. *Revue des sciences de l'éducation*, *31*(2), 273-296. https://doi.org/10.7202/012756ar

Dolbec, A. et Prud'homme, L. (2008). La recherche-action. Dans B. Gauthier (dir.), *Recherche sociale: de la problématique à la collecte de données* (p. 531-569). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Dorier, J.-L. (2010). L'analyse a priori : un outil pour la formation d'enseignants - exemple d'un jeu issu des manuels suisses romands de première année primaire. Dans P. Danos (dir.), *L'enseignement des mathématiques à l'école : où est le problème : Actes du XXXVI^e colloque international des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques : COPIRELEM, Auch, France, 3-5 juin 2009*. http://archive-ouverte.unige.ch/unige:16855

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P. et Gisbergen, S. Van. (2010). Instrumental orchestration: Theory and practice. Dans *Proceeding of the Sixth Conference of European Research in Mathematical Education, Lyon* (p. 1349-1358). http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg7-31-drijvers.pdf

Douamba, K. (2015). *Formation à l'enseignement des mathématiques au Burkina Faso: étude de pratiques d'enseignement de stagiaires sur la fraction dans les classes de CM2 et de sixième* (Thèse de doctorat). Université Laval. https://corpus.ulaval.ca/jspui/bitstream/20.500.11794/26079/1/31237.pdf

Dubois, P. (2002). *Étude du phénomène des fausses conceptions en probabilités et statistiques chez des jeunes adultes québécois*. (Mémoire de maitrise non publié). Université du Québec à Montréal.

Dufour, N. (2011). *Dictionnaire mathématique CEC*. Anjou : Les éditions CEC.

Edwards, H. (2014). A review of probability and statistics apps for mobile devices. Dans K. Makar, B. de Sousa et R. Gould (dir.), *Sustainability in statistics education: Proceeding of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9)*. Flagstaff: International Statistical Institute. http://iase-web.org/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_C116_EDWARDS.pdf?1405041804

English, L. D., Jones, G. A., Lesh, R. A., Tirosh, D. et Bartolini Bussi, M. (2002). Future issues and directions in international mathematics education research. Dans L. D. English (dir.), *Handbook of international research in mathematics education* (p. 787-812). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Fiedler, I., Kairouz, S., Costes, J. M. et Weißmüller, K. S. (2019). Gambling spending and its concentration on problem gamblers. *Journal of Business Research*, *98*, 82-91. https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2019.01.040

Fiévez, A. (2016). *Processus d'appropriation des technologies de l'information et de la communication par les enseignants : le cas des tablettes* (Thèse de doctorat). Université de Montréal. http://hdl.handle.net/1866/14116

Finzer, W. (2007). *Fathom dynamic data software* [logiciel informatique]. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Fischbein, E. (1982). Intuition and proof. *For the learning of mathematics*, *3*(2), 9-24. https://www.jstor.org/stable/40248127

Fischbein, E., M. S. Nello et Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(6), 523-549. https://doi.org/10.1007/BF00312714

Fischbein, E., Pampu, I. et Mînzat, I. (1969). Initiation aux probabilités à l'école élémentaire. *Educational Studies in Mathematics*, *2*, 16-31. https://doi.org/10.1007/BF00368983

Fischbein, E. et Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(1), 96-105. https://psycnet.apa.org/doi/10.2307/749665

Franklin, T. et Peng, L.-W. (2008). Mobile math: Math educators and students engage in mobile learning. *Journal of Computing in Higher Education*, *20*(2), 69-80. https://doi.org/10.1007/s12528-008-9005-0

Freiman, V. (2014). Types of technology in mathematics education. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 623-629). Dordrecht: Springer. https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-94-007-4978-8_158

Gadanidis, G., Hughes, J. M., Minniti, L. et White, B. J. (2016). Computational thinking, grade 1 students and the binomial theorem. *Digital Experiences in Mathematics Education*, *3*(2), 77-96. https://doi.org/10.1007/s40751-016-0019-3

Gareau, A. (2014). *Utilisation interactive du tableau numérique interactif : situation d'enseignants québécois de sciences et technologie au secondaire* (Mémoire de maitrise). Université du Québec à Trois-Rivières. http://depot-e.uqtr.ca/id/eprint/7390/

Gattuso, L. et Vermette, S. (2013). L'enseignement de statistiques et probabilités au Canada et en Italie. *Recherches et perspectives - Statistique et Enseignement*, *4*(1), 107-129. http://statistique-et-enseignement.fr/article/view/141

Giroux, P., Boivin, M. et Scarta, V. P. (2017). L'apprentissage de la programmation: Par quoi commencer et dans quel ordre? *Revue hybride de l'éducation*, *1*(1), 198-213. https://doi.org/10.1522/rhe.v1i1.506

Giroux, P., Coulombe, S., Cody, N. et Gaudreault, S. (2013). L'utilisation de tablettes numériques dans des classes de troisième secondaire : retombées, difficultés, exigences et besoins de formation émergents. *Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation et la Formation*, *20*. http://sticef.univ-lemans.fr/num/vol2013/07-giroux-cren/sticef_2013_NS_giroux_07p.pdf

Gómez-Torres, E., Ortiz, J.J., Batanero, C. et Contreras, J.M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Unión*, *35*, 75-91. http://funes.uniandes.edu.co/16064/1/G%C3%B3mez2013El.pdf

Gómez-Torres, E., Ortiz, J.J. et Gea, M.M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en libros de texto españoles de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 49-71. http://funes.uniandes.edu.co/6272/

Goos, M. (2013). Knowledge for teaching secondary school mathematics: what counts?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *44*(7), 972-983. http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2013.826387

Goos, M. (2014). Researcher–teacher relationships and models for teaching development in mathematics education. *ZDM*, *46*(2), 189-200. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0556-9

Gouvernement du Québec. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise : enseignement secondaire, premier cycle*. Québec: Ministère de l'Éducation. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/PFEQ/prfrmsec1ercyclev2.pdf

Gouvernement du Québec. (2016a). *Programme de formation de l'école québécoise : enseignement secondaire, deuxième cycle*. Québec: Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/PFEQ_mathematique-secondaire-deuxieme-cycle.pdf

Gouvernement du Québec. (2016b). *Progression des apprentissages au secondaire : Mathématique*. Québec: Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/PDA_PFEQ_mathematique-secondaire_2016.pdf

Gouvernement du Québec. (2019). *Cadre de référence de la compétence numérique*. Québec : Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/ministere/Cadre-reference-competence-num.pdf

Gouvernement du Québec. (2020). *Référentiel de compétences professionnelles ; profession enseignante*. Québec : Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. https://cdn-contenu.quebec.ca/cdn-contenu/adm/min/education/publications-adm/devenir-enseignant/referentiel_competences_professionnelles_profession_enseignante.pdf?1606848024

GREFEM (2018). Contextualiser pour enseigner les mathématiques : un enjeu de formation. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 23*, 69-105. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_23/adsc-2018_003.pdf

Hamilton, E. R., Rosenberg, J. M. et Akcaoglu, M. (2016). The substitution augmentation modification redefinition (SAMR) model: a critical review and suggestions for its use. *TechTrends*, *60*(5), 433-441. https://doi.org/10.1007/s11528-016-0091-y

Han, S., Rosli, R., Capraro, R.M. et Capraro, M.M. (2011). The Textbook Analysis on Probability: The Case of Korea, Malaysia and U.S. Textbooks. *Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, *15*(2), 127-140. https://doi.org/10.7468/jksmed.2011.15.2.127

Healy, L. et Kynigos, C. (2010). Charting the microworld territory over time: design and construction in mathematics education. *ZDM*, *42*(1), 63-76. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0193-5

Henry, M. (2000). Perspectives de l'enseignement de la statistique et des probabilités. *Gazette des mathématiciens*, *84*, 49-56. https://smf.emath.fr/publications/la-gazette-des-mathematiciens-84-avril-2000

Henry, M. (2011). Simulations d'expériences aléatoires en classe. Un enjeu didactique pour comprendre la notion de modèle probabiliste, un outil de résolution de problèmes. *APMEP*, (496), 536-550. https://www.apmep.fr/IMG/pdf/06-HenryV_C.pdf

Hernandez, T. H. M., Kataoka, V. Y. et de Oliveira, M. S. (2010). Random walks in teaching probability at the high school. Dans M. A. Sorto, A. White et L. Guyot (dir.), *Looking back, looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10)*. Kyoto: International Statistical Institute. https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_2B1_HERNANDEZ.pdf?1402524969

Hétu, J. C. et Boyer, S. (1988). Recherche-formation et pratique holistique. Dans P. Gauthier (dir.), *Mouvement, corps et conscience, Notes de recherche* : *Actes du 55e Congrès de I'ACFAS, Montréal*.

Holland, D. D. (2014). *Technological, pedagogical, and content knowledge (TPACK) competencies of preservice teachers at a small rural university* (Thèse de doctorat). Northcentral University. Récupéré de ProQuest Dissertation Publishing. (3615136)

Homier, M., Martin, V. et Thibault, M. (2021). Les approches probabilistes : la complémentarité d'un trio. *Vivre le primaire*, *34*(1), 12-15. https://www.researchgate.net/publication/350601040

Hoyles, C. et Lagrange, J.-B. (2010). *Mathematics education and technology-rethinking the terrain*. New York: Springer.

Huerta, P. M. (2018). Preparing teachers for teaching probability through problem solving. Dans C. Batanero et E. J. Chernoff (dir.), *Teaching and Learning Stochastics* (p. 293-311). Springer, Cham. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-72871-1_17

Ireland, S. et Watson, J. (2009). Building a connection between experimental and theoretical aspects of probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *4*(3), 339-370. https://www.iejme.com/article/building-a-connection-between-experimental-and-theoretical-aspects-of-probability

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C. et Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(2), 169-202. https://doi.org/10.1007/s10857-015-9338-3

Jaworski, B. (1999). Mathematics teacher education research and development: The involvement of teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *2*(2), 117-119. https://doi.org/10.1023/A:1009975314460

Jaworski, B. (2011). Situating mathematics teacher education in a global context. Dans N. Bednarz, D. Fiorentini et R. Huang (dir.), *International approaches to professional development for mathematics teachers* (p. 2-50). Ottawa: Presses de l'Université d'Ottawa.

Johnson, R., Severance, S., Penuel, W. R. et Leary, H. (2016). Teachers, tasks, and tensions: Lessons from a research-practice partnership. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*(2-3), 169-185. https://doi.org/10.1007/s10857-015-9338-3

Jonassen, D. H. (2004). *Handbook of research on educational communications and technology*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc. Publishers.

Jones, G. A., Langrall, C. W. et Mooney, E. S. (2007). Research in probability : responding to classroom realities. Dans F. K. Lester (dir.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 909-956). Charlotte: Information Age Publishing Inc.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A. et Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children‘s thinking in probability. *Educational studies in Mathematics*, *32*(2), 101-125. https://doi.org/10.1023/A:1002981520728

Jorro, A. (2007). L’alternance recherche-formation-terrain professionnel. *Recherche et formation*, *54*, 101-114. https://doi.org/10.4000/rechercheformation.938

Jorro, A. (2016). Postures et gestes professionnels de formateurs dans l’accompagnement professionnel d’enseignants du premier degré. *eJournal de la recherche sur l’intervention en éducation physique et Sport*, *38*, 114-132. https://doi.org/10.4000/ejrieps.906

Kabakci Yurdakul, I. et Coklar, A. N. (2014). Modeling preservice teachers’ TPACK competencies based on ICT usage. *Journal of Computer Assisted Learning*, *30*(4), 363-376. https://doi.org/10.1111/jcal.12049

Kapadia, R. et Borovcnik, M. (2010). Reviewing and promoting research in probability education electronically. Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceeding of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8), juillet 2010*, *Ljubljana, Slovenia*. Voorburg, Pays bas: Institut national de la statistique. https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_C271_KAPADIA.pdf?1402524974

Karsenti, T. et Collin, S. (2011). *Benefits and challenges of using laptops in primary and secondary school: An investigation at the Eastern Townships school board*. Montréal: CRIFPE. http://edutechdebate.org/wp-content/uploads/2011/02/ETSB_ELS_Full_Report.pdf

Karsenti, T. et Collin, S. (2013). Avantages et défis inhérents à l’usage des ordinateurs portables au primaire et au secondaire. *Éducation et francophonie*, *41*(1), 94-122. https://doi.org/10.7202/1015061ar

Karsenti, T. et Fiévez, A. (2013a). *L’iPad à l’école : usages, avantages et défis*. Montréal.

Karsenti, T. et Fiévez, A. (2013b). Les tablettes tactiles à l’école primaire : avantages, défis et recommandations pour les enseignants. *Vivre le primaire*, *26*(4), 33-36. http://www.karsenti.ca/archives/Vive_le_primaire_Karsenti.pdf

Kieren, T. et Sierpinska, A. (2000). Mathematics education et didactique des mathématiques : y a-t-il une raison pour vivre des vies séparées ? Dans *Actes du colloque du Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques (GCEDM), Montréal* (p. 61-79). http://www.cmesg.org/wp-content/uploads/2015/01/CMESG2000.pdf

Kissane, B. et Kemp, M. (2010). Teaching and learning probability in an age of technology. Dans *ATCM 2010–Linking applications with mathematics and technology: Proceeding of the 15th Asian Technology Conference in Mathematics*, *Kuala Lumpur, Malaisie, 17-21 décembre 2010*. https://researchrepository.murdoch.edu.au/id/eprint/6219/

Koehler, M. J. et Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge ? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, *9*(1), 60-70. https://www.learntechlib.org/primary/p/29544/

Konold, C. et Kazak, S. (2008). Reconnecting data and chance. *Technology Innovations in Statistics Education*, *2*(1), 1-37. https://escholarship.org/uc/item/38p7c94v

Konold, C. et Miller, C. (2017) *TinkerPlots 2: Dynamic data exploration* [logiciel informatique]. Amherst: Learn Troop.

Koparan, T. (2019). Teaching game and simulation based probability. *International Journal of Assessment Tools in Education*, *6*(2), 235-258. https://doi.org/10.21449/ijate.566563

Koparan, T. et Koparan, E. T. (2019). Empirical approaches to probability problems: An action research. *European Journal of Education Studies*. *5*(10), 100-117. https://doi.org/10.5281/zenodo.2557521

Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *6*(3), 283-317. https://link.springer.com/article/10.1023/A:1013309728825

Laborde, C. (2007). The role and uses of technologies in mathematics classrooms: Between challenge and modus vivendi. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *7*(1), 68-92. https://link.springer.com/article/10.1080/14926150709556721

Lachapelle, J. (2018). C'est quoi les chances? *La Presse+*, Édition du 2 juin 2018. https://plus.lapresse.ca/screens/609bedb7-db81-44bb-9fbb-85e5e61b0fd0__7C___0.html

Ladouceur, R., Ferland, F. et Fournier, P. M. (2003). Correction of erroneous perceptions among primary school students regarding the notions of chance and randomness in gambling. *American Journal of Health Education*, *34*(5), 272-277. https://doi.org/10.1080/19325037.2003.10603560

Ladouceur, R., Sylvain, C., Boutin, C. et Doucet, C. (2000). *Le jeu excessif : Comprendre et vaincre le gambling*. Montréal: Les Éditions de l'Homme.

Lajoie, C. (2009). La calculatrice comme source et support de questions fécondes : quelques exemples pour la classe de mathématiques au primaire et pour la formation des maîtres. *Bulletin AMQ*, *49*(1), 65-75. https://www.researchgate.net/publication/280134579

Lajoie, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Tempier, F. et Guille-Biel, C. W. (2019). Former à aider un élève en mathématiques: une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *19*(2), 168-188. https://doi.org/10.1007/s42330-018-0021-4

Lajoie, C. et Saboya, M. (2013). La recherche en didactique mise à profit dans la formation à l'enseignement des mathématiques: le cas du cours « Raisonnement proportionnel et concepts associés » à l'Université du Québec à Montréal. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *13*(1), 49-69. https://doi.org/10.1080/14926156.2013.758327

Lajoie, C. et Thibault, M. (2017). La mise à contribution de la didactique des mathématiques dans l'enseignement et la recherche : une incursion du côté des probabilités et de la statistique au primaire et au secondaire. Dans S. El Euch, A. Groleau et G. Samson (dir.), *Didactiques, bilans et perspectives* (p. 35-54). Québec : Les Presses de l'Université du Québec. https://www.researchgate.net/publication/320106660

Lanaris, C. et April, J. (2013). Les statuts des praticiennes et des chercheuses dans une recherche collaborative : prises de pouvoir et rigueur méthodologique. Dans M.-H. Soulet (dir.), *La Logique de la découverte en recherche qualitative : Actes du IV^e^ Congrès du Réseau international francophone de la recherche qualitative, Fribourg, Suisse*. https://www.academia.edu/24171208

Lanaris, E. (2001). *Changer et connaître : La recherche-formation, une voie privilégiée de changement de la pratique éducative*. (Thèse de doctorat). Université de Montréal. https://www.collectionscanada.ca/obj/s4/f2/dsk3/ftp04/NQ60827.pdf

Larose, F., Bédard, J., Couturier, Y., Grenon, V., Lavoie, L.-C., Lebrun, J., Morin, M.-P., Savard, A. et Theis, L. (2011). *L'apprentissage des probabilités en contexte ludique: transfert de compétences et impact sur la pratique des jeux de hasard et d'argent chez des élèves à risque du 1^er^ cycle du secondaire* [Rapport de recherche]. Programme actions concertées : FQRSC. http://www.frqsc.gouv.qc.ca/documents/11326/449034/PT_LaroseF_rapport+2011_jeux+hasard+%C3%A9l%C3%A8ves+1er+cycle+secondaire/c9d50e11-cef1-45ad-9cf6-203936514a21

Lee, H. S., Angotti, R. L. et Tarr, J. E. (2010). Making comparisons between observed data and expected outcomes: Students' informal hypothesis testing with probability simulation tools. *Statistics Education Research Journal*, *9*(1), 68-96. https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ9(1)_Lee.pdf

Lee, H. S. et Hollebrands, K. F. (2008). Preparing to teach data analysis and probability with technology. Dans C. Batanero, G. Burrill, C. Reading et A. Rossman (dir.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceeding of the ICMI Study 18*, *Monterrey*. https://iase-web.org/documents/papers/rt2008/T3P4_Lee.pdf

Lefebvre, S. (2014). Intégration des technologies de l'information et de la communication : types de connaissances abordées dans le discours d'enseignants en exercice et d'étudiants en formation initiale. *Revue canadienne de l'éducation*, *37*(3), 1-28. https://journals.sfu.ca/cje/index.php/cje-rce/article/view/1529

Liljedahl, P. et Oesterle, S. (2014). Teacher beliefs, attitudes, and self-efficacy in mathematics education. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 583-586). Dordrecht: Springer. https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007%2F978-94-007-4978-8_149

Lim, V., Rubel, L., Shookhoff, L., Sullivan, M., Lim, V., Rubel, L. et Shookhoff, L. (2016). The lottery is a mathematics powerball. *Mathematics teaching in the middle school*, *21*(9), 526-532. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.21.9.0526

Lobo da Costa, N. M. (2011). In-service teacher education: A collaborative experience with non-specialist teachers who teach mathematics. Dans N. Bednarz, D. Fiorentini et R. Huang (dir.), *International approaches to professional development for mathematics teacher*s (p. 137-149). Ottawa: Presses de l'Université d'Ottawa.

Maheux, J.-F. (2014). Quelques idées pour un nouveau regard sur la technologie et l'activité mathématique à l'école. Dans J. Lopez-aldeguer, I. Oliveira et L. Bacon (dir.), *Croisements variés de concepts, d'approches et de théories : les enjeux de la création en recherche en didactique des mathématiques : Actes du colloque annuel GDM, Montréal* (p. 144-152). https://www.dropbox.com/s/lbee8djlfu6ek6m/2014%20GDM%20Actes.pdf

Maheux, J.-F. et Thibault, M. (2012, mai). *Le rôle de l'évidence- une expérience en probabilité avec la technologie*. Communication présentée lors de la Rencontre Interuniversitaire Recherche en Enseignement des Mathématiques, Guadarajara, Mexique.

Marcel, J.-F. (1999). La démarche de recherche-formation : propositions pour un trait d'union entre la recherche et la formation dans le cadre de la formation continue des enseignants. *Recherche et formation*, *32*, 89-100. https://doi.org/10.3406/refor.1999.1594

Marchand, P., Martin, V., Thibault, M. et Bisson, C. (accepté). Postures et gestes de personnes formatrices exploitant les jeux de rôles comme dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques : analyse de récits de pratiques. *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, 36 pages.

Martin, V. (2008). *Rôle de l'élève à risque lors de la résolution d'une situation-problème probabiliste à l'intérieur d'une équipe de travail hétérogène* (Mémoire de maitrise). Université de Sherbrooke. http://savoirs.usherbrooke.ca/handle/11143/634

Martin, V. (2014). *Étude des interventions didactiques dans l'enseignement des probabilités auprès d'élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques en classes ordinaires du primaire* (Thèse de doctorat). Université de Sherbrooke. http://hdl.handle.net/11143/5449

Martin, V., Héroux, S., Homier, M. et Thibault, M. (2021). L'analyse de tâches probabilistes proposées dans des cahiers d'apprentissage destinés à l'enseignement-apprentissage des mathématiques au primaire au Québec : exemplification de tâches inscrites dans l'approche fréquentielle. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *21*(1), 145-165. https://doi.org/10.1007/s42330-021-00134-w

Martin, V. et Mai Huy, K. (2015). Une réflexion didactique sur des activités pour penser l'enseignement-apprentissage des probabilités et de la statistique à l'école primaire. *Bulletin AMQ*, *LV*(3), 50-67. https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/vol55/no3/06-maitre-prob-et-stat-au-primaire.pdf

Martin, V. et Malo, M. (2019). Analyse de tâches probabilistes proposées dans des ressources didactiques québécoises utilisées pour l'enseignement des mathématiques au primaire. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 71-98). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Martin, V., Malo, M. et Thibault, M. (2018a). Analyse des tâches probabilistes dans une collection de manuels scolaires utilisés pour l'enseignement des probabilités au primaire au Québec. Dans M. Abboud (dir.), *Mathématiques en scène, des ponts entre les disciplines : Actes du colloque EMF 2018* (p. 763-770). Université de Paris : Éditions de l'IREM de Paris. https://www.researchgate.net/publication/337012931

Martin, V. et Theis, L. (2009). L'apprentissage des probabilités à travers la résolution d'une situation-problème au troisième cycle. *Vivre le primaire*, *22*(2), 3-8. https://www.researchgate.net/publication/298893727

Martin, V. et Theis, L. (2011). La résolution d'une situation-problème probabiliste en équipe hétérogène: le cas d'une élève à risque du primaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, *14*(1), 49-69. https://doi.org/10.7202/1008843ar

Martin, V. et Theis, L. (2016). L'articulation des perspectives fréquentielle et théorique dans l'enseignement des probabilités: regard sur un changement de posture chez un enseignant du primaire. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, *16*(4), 345-358. https://doi.org/10.1080/14926156.2016.1235745

Martin, V. et Thibault, M. (2016). Regards québécois sur sept décennies de recherche liée à l'apprentissage et à l'enseignement des probabilités. *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, *21*, 79-116. https://www.researchgate.net/publication/308395639

Martin, V. et Thibault, M. (2017). Enquête sur les pratiques déclarées d'enseignement des probabilités au primaire et au secondaire au Québec: esquisse d'un portrait statistique. Dans A. Adihou, J. Giroux, A, Savard, K. Mai Huy et S. Mathieu-Soucy (dir.), *Données, variabilité et tendances vers le futur : Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec 2017, Montréal, 31 mai au 2 juin 2017* (p. 179-195). https://www.researchgate.net/publication/324261468

Martin, V. et Thibault, M. (2019). Utiliser des objets du quotidien pour soutenir l'enseignement des probabilités dans la classe du primaire. *Vivre le primaire*, *32*(2), 63-65. https://aqep.org/wp-content/uploads/2019/05/07-Utiliser-des-objets-du-quotidien.pdf

Martin, V., Thibault et M., Homier, M. (2019a). Poursuite d'une enquête sur les pratiques déclarées d'enseignement des probabilités au primaire et au secondaire au Québec : rencontre avec des enseignants au profil jugé exemplaire. Dans C. Corriveau, V. Martin, M. Thibault et A. Savard (dir.). *À quoi ressemble aujourd'hui la didactique des mathématiques au Québec : Actes de colloque du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec 2019, Québec, 24 au 26 mai 2019* (p. 156-170). https://www.researchgate.net/publication/341679645

Martin, V., Thibault, M. et Roy, N. (2018b). A survey of teachers' self-reported practices of probability teaching in primary and secondary school levels in Québec. Dans M. A. Sorto, A. White et L. Guyot (dir.), *Looking back, looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10)*. Kyoto: International Statistical Institute. https://www.researchgate.net/publication/326316737

Martin, V., Thibault, M. et Theis, L. (2019b). *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* Québec: Presses de l'Université du Québec.

Martin, V., Thibault, M. et Theis, L. (2019c). Introduction. L'enseignement des premiers concepts de probabilités. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 1-16). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Martin, V., Thibault, M., Vermette, S., Manuel, D. et Mai Huy, K. (2017). La didactique des stochastiques sous les angles de l'apprentissage, de l'enseignement, de la formation et de la recherche: éléments de convergence entre les domaines des probabilités et de la statistique. Dans A. Adihou, J. Giroux, A, Savard, K. Mai Huy et S. Mathieu-Soucy (dir.), *Données, variabilité et tendances vers le futur : Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec 2017, Montréal, 31 mai au 2 juin 2017* (p. 10-41). https://www.researchgate.net/publication/324261283

Masselot, P., Butlen, D. et Charles-Pézard, M. (2012). Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des classes de milieux défavorisés : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. Dans J. L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle : Actes du colloque EMF2012* (p. 362–370). http://emf.unige.ch/files/6314/5320/1516/EMF2012GT2MASSELOT.pdf

Maulini, O., Desjardins, J., Étienne, R., Guibert, P. et Paquay, L. (2015). *À qui profite la formation continue des enseignants ?* Louvain-la-Neuve: De Boeck Supérieur.

Mishra, P. et Koehler, M. (2009). Too cool for school? No way! Using the TPACK framework: You can have your hot tools and teach with them, too. *Learning & Leading with Technology*, *36*(7), 14-18. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ839143.pdf

Monbaron, J. (2005). À propos de la lucidité des acteurs en recherche-formation. *Revue des sciences de l'éducation*, *31*(2), 355-376. https://doi.org/10.7202/012760ar

Morrissette, J. (2013). Recherche-action et recherche collaborative : quel rapport aux savoirs et à la production de savoirs ? *Nouvelles pratiques sociales*, *25*(2), 35-49. https://doi.org/10.7202/1020820ar

Mumtaz, S. (2000). Factors affecting teachers' use of information and communications technology: A review of the literature factors affecting teachers' use of information and communications. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, *9*(3), 319-342. https://doi.org/10.1080/14759390000200096

O'Malley, P., Jenkins, S., Wesley, B., Donehower, C., Rabuck, D. et Lewis, M. (2013, avril). *Effectiveness of using iPads to build math fluency effectiveness of using iPads to build math fluency*. Communication présentée à la Rencontre annuelle du Council for Exceptional Children, San Antonio, Texas. https://pdfs.semanticscholar.org/988a/0401dcd1e0978409abdda09399010374e136.pdf

Olive, J. et Makar, K. (2010). Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. Dans C. Hoyles et J.-B. Lagrange (dir.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (vol. 13, p. 133-177). Boston: Springer US. https://www.researchgate.net/publication/226006488

Paillé, P. (1994). Pour une méthodologie de la complexité en éducation: le cas d'une recherche-action-formation. *Revue canadienne de l'éducation*, *19*(3), 215-230. https://journals.sfu.ca/cje/index.php/cje-rce/article/view/2684

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2016). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales* (4e éd.). Paris: Armand Colin.

Pana-Martin, F. (2015). *Les gestes professionnels des formateurs d'enseignants en situation d'accompagnement individualisé* (Thèse de doctorat). CNAM. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01416533

Papert, S. (1972). Teaching children to be mathematicians versus teaching about mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *3*(3), 249-262. https://doi.org/10.1080/0020739700030306

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas.* New York: Basic Books Inc.

Paquay, L., Altet, M., Bru, M., Pastré, P., Robert, A. et Tupin, F. (2007). Quel est l'intérêt du concept d'« organisateurs des pratiques enseignantes » pour la formation des enseignants? Table ronde animée par Leopold Paquay. *Recherche et formation*, (56), 139-153. https://doi.org/10.4000/rechercheformation.1004

Parzysz, B. (1993). Des statistiques aux probabilités : exploitons les arbres. *Repères-IREM*, *10*, 91-104. https://www.univ-irem.fr/reperes/articles/10_article_66.pdf

Parzysz, B. (2007). Expérience aléatoire et simulation : le jeu de croix ou pile. Relecture actuelle d'une expérimentation déjà un peu ancienne. *Repères-IREM*, *66*, 27-44. http://numerisation.univ-irem.fr/WR/IWR07002/IWR07002.pdf

Parzysz, B. (2009). De l'expérience aléatoire au modèle, via la simulation. *Repères - IREM*, *74*, 91-103. http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/WR/IWR09007/IWR09007.pdf

Parzysz, B. (2019). Des fréquences aux probabilités : apprendre à modéliser. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 43-70). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Pastré, P. (2007). Quelques réflexions sur l'organisation de l'activité enseignante. *Recherche et formation*, *56*, 81-93. https://doi.org/10.4000/rechercheformation.907

Pastré, P., Mayen, P. et Vergnaud, G. (2006). La didactique professionnelle. *Revue française de pédagogie*, *154*, 145-198. https://doi.org/10.4000/rfp.157

Pea, R. D. (1985). Beyond amplification: Using the computer to reorganize mental functioning. *Educational psychologist*, *20*(4), 167-182. https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00190536

Pfannkuch, M., Budgett, S., Fewster, R., Fitch, M., Pattenwise, S., Wild, C. et Ziedins, I. (2016). Probability modeling and thinking: What can we learn from practice? *Statistics Education Research Journal*, *15*(2), 11-37. https://www.researchgate.net/publication/316961423

Piaget, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives. Problème central du développement*. Paris: Presses universitaires de France.

Piaget, J. et Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses universitaires de France.

Pineau, G. (1985). Pour une recherche-formation en éducation permanente en réseaux. *Éducation permanente*, *80*, 147-158.

Poirier, L. et Carbonneau, A.-M. (2002). Expérimentation d'un conte probabiliste dans une classe multi-âges du premier cycle du primaire. *Instantanés mathématiques*, *38*(3), 4-12.

Polo, M. (2013). Généralité et spécificité dans la formation des enseignants de mathématiques. Le cas de la formation continue. Dans B. Di Paola (dir.), *L'enseignement des mathématiques dans un environnement globalisé : Actes de la 65e rencontre de la CIEAM, Turin, Italie* (p. 302-306).

Ponte, J. P. (2010). Mathematics teachers' professional development and identity in a distance education setting. Dans G. Anthony et B. Grevholm (dir.), *Teachers of mathematics: Recruitment and retention, professional development and identity* (p. 145-155). Trykkeriet: Agder University Press. https://www.researchgate.net/publication/277206931

Ponte, J. P. et Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. Dans A. Gutiérrez et P. Boero (dir.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (p. 461-494). Rotterdam: Sense Publishers. http://math.unipa.it/~grim/YESS-5/06%20Ponte-Chapman-PME%20Handbook.pdf

Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(5), 602-625. http://doi.org/10.2307/749889

Prodromou, T. (2012). Connecting experimental probability and theoretical probability. *ZDM Mathematics Education*, *44*(7), 855-868. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0469-z

Proulx, J. (2007). *(Enlarging) secondary-level mathematics teachers' mathematical knowledge; An investigation of professional development*. (Thèse de doctorat non publiée). University of Alberta.

Proulx, J. (2011). Secondary teachers' professional development through the exploration of school mathematics. Dans N. Bednarz, D. Fiorentini et R. Huang (dir.), *International approaches to professional development for mathematics teachers* (p. 88-97). Ottawa: Presses de l'Université d'Ottawa.

Proulx, J. (2015). Going beyond validity criteria in mathematics education research: towards the generativity of a research study. *Chroniques – Fondement et épistémologie de l'activité mathématique*, 1-6. http://chroniques.uqam.ca/index.php/2015/07/02/beyondvalidity/

Prud'homme, L. (2007). *La différenciation pédagogique : analyse du sens construit par des enseignantes et un chercheur-formateur dans un contexte de recherche-action-formation* (Thèse de doctorat). Université du Québec en Outaouais. https://archipel.uqam.ca/745/1/D1599.pdf

Prud'homme, L., Dolbec, A. et Guay, M.-H. (2011). Le sens construit autour de la différenciation pédagogique dans le cadre d'une recherche-action-formation. *Éducation et francophonie*, *39*(2), 165-188. https://doi.org/10.7202/1007733ar

Prud'homme, L., Samson, G., Lacelle, N. et Marion, C. (2012). Apprendre à différencier les pratiques d'enseignement au secondaire autour d'un objet transversal : la lecture. *Les Dossiers des Sciences de l'Éducation, 26*, 13-32. https://doi.org/10.4000/dse.1061

Puentedura, R. R. (2010). Ruben R. Puentedura's Weblog. The SAMR model : enhancing technology integration. http://www.hippasus.com/rrpweblog/archives/000025.html

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies : une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.

Rey-Debove, J. et Rey, A. (2009). *Le nouveau Petit Robert de la langue française*. Paris : Le Robert.

Rioux, M. (2012). *Évolution des projets de formation de futurs enseignants au primaire au contact de situations probabilistes* (Thèse de doctorat). Université de Montréal. https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/handle/1866/9000

Rioux, M. (2019). Des problèmes pour développer la pensée probabiliste des futurs enseignants au primaire. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 245-269). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *2*(4), 505-528. https://doi.org/10.1080/14926150209556538

Roditi, É. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement: le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *23*(2), 183-216. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00349723

Roditi, É. (2013). Une orientation théorique pour l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques*, *15*, 39-60. https://doi.org/10.3917/rdid.015.0039

Rodríguez-Muñiz, L.J., Díaz, P. et Muñiz-Rodríguez L. (2019). Statistics and probability in the spanish baccalaureate: intended curriculum and implementation in textbooks. Dans Y.Shimizu et R. Vithal (dir.), *ICMI Study 24. School mathematics, curriculum reforms: challenges, changes and opportunities* (p. 413-420). Tsukuba. https://www.researchgate.net/publication/331895882

Romero, M. (2016). De l'apprentissage procédural de la programmation à l'intégration interdisciplinaire de la programmation créative. *Formation et profession*, *24*(1), 87-89. https://doi.org/10.18162/fp.2016.a92

Rosenthal, J. S. (2008). Monty hall, monty fall, monty crawl. *Math Horizons*, *16*(1), 5-7. http://probability.ca/jeff/writing/montyfall.pdf

Saenen, L., Heyvaert, M., Van Dooren, W., Schaeken, W. et Onghena, P. (2018). Why humans fail in solving the Monty Hall dilemma: A systematic review. *Psychologica Belgica*, *58*(1), 128-158. http://doi.org/10.5334/pb.274

Sanchez, M. (2011). Dialogue among in-service teachers in an Internet-based mathematics education program. Dans N. Bednarz, D. Fiorentini et R. Huang (dir.), *International approaches to professional development for mathematics teachers* (p. 98-107). Ottawa: Presses de l'Université d'Ottawa.

Savard, A. (2008). *Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision* (Thèse de doctorat). Université Laval. http://hdl.handle.net/20.500.11794/19943

Savard, A. (2009). Le développement d'une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent par l'enseignement des probabilités à l'école primaire : vers une prise de décision. Dans *Actes de colloque du Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques (GCEDM), Toronto* (p. 153-159).

Savard, A. (2010). Simulating the risk without gambling: Can student conceptions generate critical thinking about probability? Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceeding of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8), juillet 2010*, *Ljubljana, Slovenia*. Voorburg, Pays bas: Institut national de la statistique. https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_C170_SAVARD.pdf?1402524973

Savard, A. (2014). Developing probabilistic thinking: What about people's conceptions? Dans E. J. Chernoff et B. Sriraman (dir.), *Probabilistic thinking* (p. 283-297). Dordrecht: Springer Science+Business. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-7155-0_15

Savard, A. (2019). Enseigner les probabilités et développer une pensée critique envers les jeux de hasard et d'argent : un porte-bonheur peut-il influencer les résultats d'une expérience aléatoire? Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 127-144). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Savard, A., Freiman, V., Theis, L. et Larose, F. (2013). Discussing virtual tools that simulate probabilities: What are the middle school teachers' concerns? *McGill Journal of Education*, *48*(2), 403-423. https://doi.org/10.7202/1020978ar

Savoie-Zajc, L. (2011). La recherche qualitative/interprétative en éducation. Dans T. Karsenti et L. Savoie-Zajc (dir.), *La recherche en éducation: étapes et approches* (3e éd., p. 123-147). Québec: ERPI.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. Dans D. Grouws (dir.), *Handbook on Research in Mathematics Teaching and Learning* (p. 465-494). New York: Macmillan.

Shaughnessy, J. M. et Dick, T. (1991). Monty's dilemma: should you stick or switch? *The Mathematics Teacher*, *84*(4), 252-256. https://www.jstor.org/stable/27967121

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Shulman, L. S. (2007). Ceux qui comprennent : le développement de la connaissance dans l'enseignement. *Éducation et didactique*, *1*(1), 97-114. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.121

Sinclair, N. (2019). Postface : Quelques réflexions sur le passé, le présent et le futur. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 313-324). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Skinner, B. F. (1958). Teaching machines. *Science*, *128*(3330), 969-977. https://doi.org/10.1126/science.128.3330.969

Squalli, H. (2015). Impliquer les professionnels dans leur formation: un journal de bord en résolution de problèmes mathématiques. Dans O. Maulini, J. Desjardins, R. Etienne, P. Guibert et L. Paquay (dir.), *À qui profite la formation continue des enseignants* ? (p. 94-106). De Boeck.

Stohl, H. (2002). *Probability Explorer* [logiciel informatique]. Durham: Stohl, Hollylynne.

Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. Dans G. A. Jones (dir.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (p. 345-366). New York: Springer US. https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24530-8_15

Suydam, M. N. (1979). *The use of calculators in pre-college education: A state-of-the-art review*. Colombus: Calculator information center. http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED171573.pdf

Sztajn, P., Hackenberg, A., White, D. Y. et Allexsaht-Snider, M. (2010). Developing trusting relations in the in-service education of elementary mathematics teachers. Dans G. Anthony et B. Grevholm (dir.), *Teachers of mathematics: Recruitment and retention, professional development and identity* (p. 167-175). Trykkeriet: Agder University Press. https://www.researchgate.net/publication/253124111

Tanner, H., Jones, S., Kennewell, S. et Beauchamp, G. (2005). Interactive whole class teaching and interactive white boards. Dans P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce et A. Roche (dir.), *Building connections: Theory, research and practice: Proceeding of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), Melbourne* (p. 720-727). https://www.researchgate.net/publication/239925978

Tapan, M. S. (2006). *Différents types de savoirs mis en œuvre dans la formation initiale d'enseignants de mathématiques à l'intégration de technologies de géométrie dynamique* (Thèse de doctorat). Université Joseph Fourier. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00133569

Theis, L. (2012). Quelle formation mathématique pour les futurs enseignants du primaire et du préscolaire ? À la recherche des mathématiques dans une séquence sur l'enseignement des probabilités. Dans J. Proulx, C. Corriveau et H. Squalli (dir.), *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques* (p. 181-204). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Theis, L., Mai Huy, K. et Parent, A. (2019). Une situation-problème probabiliste pour travailler des conceptions erronées à travers une articulation des approches fréquentielle et théorique. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 145-168). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Theis, L. et Savard, A. (2010a). Linking probability to real-world situations: How do teachers make use of the mathematical potential of simulation programs? Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceeding of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8), juillet 2010*, *Ljubljana, Slovenia*. Voorburg, Pays bas: Institut national de la statistique. https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_C126_THEIS.pdf

Theis, L. et Savard, A. (2010b). Recours à un simulateur pour enseigner les probabilités: quels défis et occasions pour des enseignants du début du secondaire ? Dans V. Freiman, A. Roy et L. Theis (dir.), *L'enseignement des mathématiques dans et à travers des contextes particuliers : quel support didactique privilégier ? Actes de colloque annuel du Groupe des Didacticiens des Mathématiques du Québec: GDM, Moncton, 10-12 juin 2010* (p. 263-272). https://www.dropbox.com/s/gf9n0q4jm0kcqti/2010%20GDM%20Actes.pdf

Theis, L. et Savard, A. (2011). Former à l'enseignement des probabilités ou sur quelles approches miser en formation continue pour obtenir des répercussions sur la pratique ? *Vie Pédagogique*, (158), 30-32. http://collections.banq.qc.ca/ark:/52327/bs2043482

Thibault, M. (2011a). Apprentissage des probabilités chez des élèves du secondaire dans une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent : émergence de conceptions. Dans GDM Québec, *Enjeux de la didactique des mathématiques pour la formation et la pratique des enseignants : Quelle(s) didactique(s) ? Actes de colloque annuel du Groupe des Didacticiens des Mathématiques du Québec, Trois-Rivières, 1-3 juin 2011* (p. 105-114). https://www.researchgate.net/publication/292605430

Thibault, M. (2011b). *Apprentissage des probabilités chez des élèves du secondaire dans une séquence d'enseignement basée sur la simulation de jeux de hasard et d'argent : émergence de conceptions* (Mémoire de maitrise). Université du Québec à Montréal. https://archipel.uqam.ca/4374/1/M12180.pdf

Thibault, M. (2015). Utiliser les mathéma-TIC pour enseigner les probabilités. *Envol*, *165*, 9-13. https://www.researchgate.net/publication/289377480

Thibault, M. (2016). Programmation de simulateurs pour faire des probabilités : quelques apports et obstacles. Dans A. Adihou, J. Giroux, D. Guillemette, C. Lajoie et K. M. Huy (dir.), *La diversité des mathématiques: dimensions sociopolitiques, culturelles et historiques de la discipline en classe : Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec, 31 mai au 2 juin 2016* (p. 140-155). https://www.researchgate.net/publication/317340999

Thibault, M. (2018a). *Enjeux reliés à l'utilisation d'outils technologiques pour enseigner les probabilités au secondaire*. Communication par affiche présentée au Forum numérique, Montréal, 22 au 23 mars 2018. https://www.researchgate.net/publication/323884070

Thibault, M. (2018b). Enseignement des probabilités du secondaire avec des outils technologiques : quelques enjeux pour la formation. Dans V. Martin, M. Thibault, J. Giroux et A. Savard (dir.), *L'analyse conceptuelle en didactique des mathématiques; spécificités, apports et perspectives* : *Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec 2018, Drummondville, 23-25 mai 2018* (p. 180-195). https://www.researchgate.net/publication/332865230

Thibault, M. (2019a). Des prédictions de couleurs de rondelles… pas si aléatoires que cela ! Dans M.-A. Girard (dir.), *Applications pédagogiques des compétences du 21e siècle à l'école secondaire* (p. 31-44). Repentigny : Les Éditions Reynald Goulet Inc.

Thibault, M. (2019b). Le recours à des simulateurs pour l'enseignement des probabilités. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 169-191). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Thibault, M., Lajoie, C. et Savard, A. (2012). Un processus parsemé de choix déterminants: les dessous d'un cadre conceptuel au centre d'un projet de maîtrise portant sur des conceptions d'élèves autour du hasard et des probabilités. Dans F. Hitt et C. Cortés (dir.), *Actes du colloque Formation à la recherche en didactique des mathématiques* (p. 153-164). Montréal. https://www.researchgate.net/publication/292605547

Thibault, M. et Martin, V. (2016). Quand rien n'est certain, tout est possible : réflexion sur l'enseignement des probabilités. *Envol*, *168*, 16-21. https://www.researchgate.net/publication/309285996

Thibault, M. et Martin, V. (2018a). Confusion autour du concept de probabilité. *For the learning of mathematics*, *38*(1), 12-16. https://www.researchgate.net/publication/323812085

Thibault, M. et Martin, V. (2018b). Le lancer du pince-feuilles pour faire des probabilités en classe. *Envol*, *172*, 14-19. https://www.researchgate.net/publication/328461456

Thibault, M., Picard, G. et Lavallée, S. (2019). Le lancer du gobelet… une occasion pour travailler les probabilités différemment ! *Envol*, *173*, 26-31. https://www.researchgate.net/publication/333786755

Thibault, M., et Sinclair, N. (2019). Conception de tâches MERLO: un dispositif dans la formation continue pour l'enseignement de la géométrie. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *19*(2), 189-203. https://doi.org/10.1007/s42330-018-0036-x

Trouche, L. (2005). Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. Dans *Le calcul sous toutes ses formes. Actes de l'Université d'été de Saint-Flour, 22-27 août 2005* (p. 265-290). https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01559831

Trouche, L. (2007). Environnements informatisés d'apprentissage : quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques ? Dans F. Conne et R. Floris (dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques* (p. 19-38). De Boeck. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01546452/

Trudel, L., Simard, C. et Vonarx, N. (2007). La recherche qualitative est-elle nécessairement exploratoire ? *Recherches qualitatives*, *Hors Série*(5), 38-45. http://www.recherche-qualitative.qc.ca/documents/files/revue/hors_serie/hors_serie_v5/trudel.pdf

Tversky, A. et Kahneman, D. (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological Bulletin*, *76*(2), 105-110. https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/h0031322

Tzarava, A. et Komis, V. (2015). Design and implementation of educational scenarios with the integration of TDCK : A case study at a department of early childhood education. Dans C. Angeli et N. Valanides (dir.), *Technological pedagogical content knowledge : Exploring, developing, and assessing TPCK* (p. 209-224). New York: Springer Science+Business.

Venant, F. et Thibault, M. (2019). Programmer pour apprendre en probabilités. Dans V. Martin, M. Thibault et L. Theis (dir.), *Enseigner les premiers concepts de probabilités : un monde de possibilités !* (p. 271-297). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Voogt, J., Fisser, P., Pareja Roblin, N., Tondeur, J. et van Braak, J. (2013). Technological pedagogical content knowledge - a review of the literature. *Journal of Computer Assisted Learning*, *29*(2), 109-121. https://doi.org/10.1111/j.1365-2729.2012.00487.x

Vu Nhu, T. H. (2009). *Une étude didactique sur l'introduction dans l'enseignement mathématique vietnamien de notions statistiques dans leurs liens avec les probabilités* (Thèse de doctorat). Université Joseph-Fourier. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00418306

Way, J. A. (2003). The development of young children's notions of probability. Dans *Proceedings of CERME* (Vol. 3). http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG5/TG5_way_cerme3.pdf

Wessels, H. et Nieuwoudt, H. (2010). Teacher knowledge and confidence in grade 8 and 9 data handling and probability. Dans C. Reading (dir.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society: Proceeding of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8), juillet 2010*, *Ljubljana, Slovenia*. Voorburg, Pays bas: Institut national de la statistique. https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_2F1_WESSELS.pdf?1402524969

Wilson, K. B., Ayebi-Arthur, K. et Tenkorang, E. Y. (2011). ICT integration in teacher education - a study of University of education, Winneba. *Ghana Journal of Science and Mathematics Education*, *1*(15), 1-13. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED538533.pdf

Yang, D. C. et Sianturi, I. A. J. (2019). The earliest teaching and learning of probability in Singapore, the US, and Indonesia from the perspectives of textbooks analysis. *Irish Educational Studies*, *38*(4), 535-559. https://doi.org/10.1080/03323315.2019.1664313