UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LES MODÈLES D'ÉQUILIBRE GÉNÉRAL STOCHASTIQUES COMME OUTILS DE PRÉVISIONS MACROÉCONOMIQUES : UNE APPROCHE BAYÉSIENNE, LE CAS DU CANADA.

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

NOEL DESIRE BOUM BAHA

AOÛT 2019

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de ce mémoire se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.07-2011). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [la] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

REMERCIEMENTS

Je désire remercier mon Directeur de mémoire : Monsieur Steven Ambler, qui à chaque fois a pu trouver les mots justes pour me guider et me donner des connaissances dans le domaine économique. Et surtout sa rigueur dans l'expression écrite.

Ma gratitude à l'endroit de Martine pour la diligence avec laquelle elle répondait à nos demandes. Je tiens à remercier Marc-André Geraldo Demers, Touré Adam Abdel Kader et Yakouba Kourouma pour leurs conseils et encouragements.

Enfin, je remercie ma famille d'ici et d'ailleurs pour leur prière et particulièrement mon cher papa qui contre vents et maréés a bien voulu que je fasse des études supérieures.

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES FIGURES v

LISTE DES TABLEAUX vi

RÉSUMÉ vii

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I
REVUE DE LITTÉRATURE 5

1.1 Littérature sur le modèle Néo-Keynésien 5

1.2 Estimation du modèle et prévision 9

CHAPITRE II
MÉTHODOLOGIE 10

2.1 Méthode bayésienne 10

2.2 Comparaison de modèles 12

2.3 Prévision hors-échantillon 13

CHAPITRE III
MODÈLE 15

3.1 Modèle de base 16

3.2 Les ménages 17

3.2.1 La rigidité salariale 20

3.3 Les firmes 23

3.3.1 Fixation du prix optimal 24

3.4 L'économie ouverte 26

3.4.1 Équilibre des marchés 28

3.4.2 L'inflation 31

3.5 La règle de politique monétaire 34

CHAPITRE IV
ESTIMATION DU MODÈLE 35

4.1 Les données 35

4.2 Estimation avec des techniques bayésiennes 36

4.3 Le choix des a priori 37

4.4 Les résultats de l'estimation 38

4.5 Comparaison avec les modèles VAR 39

CONCLUSION 47

ANNEXE A
DIAGNOSTIC MCMC DE CONVERGENCE DES MODÈLES 48

ANNEXE B
ÉVOLUTION DANS LE TEMPS DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES . . 54

ANNEXE C
RÉSOLUTION 58

C.1 Equation d'Euler 58

C.2 Fixation des prix 59

C.3 Rigidité salariale 63

C.4 L'output naturel 64

C.5 Le modèle linéarisé 66

BIBLIOGRAPHIE 70

TABLE DES FIGURES

Figure		Page
4.1	Distribution a priori et a posteriori du modèle de base	39
4.2	Distribution a priori et a posteriori du modèle avec rigidité salariale.	40
4.3	Distribution a priori et a posteriori du modèle pour l'économie ouverte.	41
A.1	Diagnostic MCMC de convergence univarié du modèle de base . .	48
A.2	Diagnostic MCMC de convergence multivarié du modèle de base .	49
A.3	Diagnostic MCMC de convergence univarié du modèle avec rigidité salariale.	50
A.4	Diagnostic MCMC de convergence multivarié du modèle avec rigidité salariale.	51
A.5	Diagnostic MCMC de convergence univarié du modèle pour l'économie ouverte.	52
A.6	Diagnostic MCMC de convergence multivarié du modèle pour l'économie ouverte.	53
B.1	Le PIB réel filtré du Canada	54
B.2	Le taux d'intérêt du Canada	55
B.3	Le taux d'inflation du Canada	55
B.4	La compensation financière au Canada	56
B.5	Le taux de change US/Canada	56
B.6	Le PIB réel US	57

LISTE DES TABLEAUX

Tableau		Page
4.1	Le tableau des paramètres calibrés	37
4.2	Estimation des paramètres du modèle de base	42
4.3	Estimation des paramètres du modèle avec rigidité salariale	42
4.4	Estimation des paramètres du modèle pour une économie ouverte	43
4.5	Évaluation des performances de la prévision du modèle de base et du VAR(2), 2012Q3 - 2018Q2	44
4.6	Évaluation des performances de la prévision du modèle avec rigidité salariale et du VAR(4), 2012Q3 - 2018Q2	45
4.7	Évaluation des performances de la prévision du modèle final et du VAR(4), 2012Q3 - 2018Q2	46

RÉSUMÉ

Dans ce mémoire, nous portons notre intérêt sur l'amélioration de la qualité de prévision d'un modèle néo keynésien. Nous construisons progressivement une nouvelle variante des modèles d'équilibre général stochastique dynamique (DSGE) d'une petite économie ouverte, en l'occurrence celle du Canada, en ajoutant certaines hypothèses telles la rigidité salariale, ainsi que toutes les implications liées à l'ouverture de notre économie. De manière graduelle, nous partons du modèle néo keynésien DSGE de base pour parvenir à celui qui nous sied le mieux. Nous faisons à chaque étape une estimation de certains paramètres grâce aux techniques bayésiennes. Pour une validation empirique, nous utilisons certaines données macroéconomiques trimestrielles canadiennes. Par la suite nous procédons à une prévision hors échantillon à la fois du modèle et du vecteur autorégressif (VAR) pris pour modèle de référence. Nous trouvons que l'ajout des hypothèses susmentionnées dans le modèle de base améliore la précision de la prévision, surtout lorsque les horizons sont de plus en plus éloignés.

Mots clés : Prévision, DSGE, petite économie ouverte, rigidité salariale, modèle néo keynésien, techniques bayésienne, validation empirique, prévision hors échantillon, vecteur autoregressif (VAR).

INTRODUCTION

Les modèles néo keynésiens (NK) sont utilisés largement dans les analyses macroéconomiques notamment pour l'étude des impacts liés aux chocs qui frappent l'économie d'une part et d'autre part permet aux décideurs en matière de politique monétaire de prendre des décisions éclairées. Le text de Smets et Wouters (2003) a contribué en parti à la popularité des modèles d'équilibre général stochastique dynamique (DSGE). Ces modèles deviennent les préférés pour les banques centrales de bon nombre de pays développés. Ils servent à faire des prévisions et permettent d'avoir des outils pour décider de la baisse ou de la hausse des taux d'intérêt.

Notre étude va nous permettre d'utiliser une variante du modèle d'équilibre général stochastique dynamique comme outil de prévision macroéconomique. Toutefois, afin de procéder à une bonne analyse, nous commencerons avec les trois équations de base de Galí (2008) sur lesquelles, de nouvelles hypothèses vont être incluses à savoir, les rigidités salariales à la Calvo (1983) et toutes les implications liées à l'ouverture d'une économie.

Dans un passé récent dans le domaine de la macroéconomie, et en particulier dans la prévision, les modèles DSGE de Smets et Wouters (2003, 2007) était considéré comme le modèle de référence. Mais la crise économique mondiale de 2008–2009 est venue mettre à jour les limites de celui-ci. Car ce modèle malgré sa complexité n'a pas pu prévoir la survenance de cette crise. Les modèles NK ont été suffisamment estimé et documenté dans des travaux empiriques. Néanmoins, dans la plupart de ces études, les auteurs font la part belle aux économies ayant une influence

certaine sur le marché mondial. C'est l'exemple des États-Unis et de l'Union Européenne, dont les deux économies présentent plusieurs similitudes. Toutefois, il est de plus en plus commode de faire les estimations des paramètres de ces modèles en utilisant les séries chronologiques (Smets et Wouters, 2003 et Del Negro et Schorfheide, 2004). Par contre, le Canada est une petite économie ouverte avec ces particularités dont il faudrait tenir compte. Nous allons donc nous investir à travers ce travail, à l'évaluation de la qualité des prévisions macroéconomiques, en se servant cette fois uniquement des séries chronologiques canadiennes. Pour atteindre notre objectif, nous évaluerons la précision des prévisions hors échantillon avec notre modèle développé et le vecteur autorégressif (VAR) considéré comme le modèle de référence, sur la base d'une série de sous échantillons récurrents de prévisions à l'horizon $h = 2, 4, 6, 8$ trimestres d'avance à chaque étape.

Les modèles ont suivi une certaine évolution durant des années. Celle-ci découle d'une synthèse néoclassique qualifiée de nouveau keynésien et souligne que les actions de la politique monétaire ont des effets non insignifiants sur les variables réelles et le cycle économique. Les attibuts essentielles de ces modèles ont été validées par Clarida, Galí et Gertler (1999) et d'autres auteurs. Ces modèles jettent les bases théoriques des modèles d'équilibre général dynamique stochastique (DSGE). Ainsi, beaucoup d'éléments ont été ajoutés dans ces modèles pour simuler convenablement les variables du monde réel. Par contre, l'application de ces modèles à l'analyse des politiques a été réduite à cause des difficultés d'estimer leurs paramètres à partir des données réelles. Par conséquent, les chercheurs ont grandement compté sur le calibrage des paramètres qui basés sur certaines propriétés théoriques de l'économie ou provenant d'autres études économétriques ou à des modèles déjà calibrés par d'autres chercheurs.

La calibration est à la base d'un long débat parmi les macro-économistes. Par

ailleurs, plusieurs soutiennent que la calibration est une méthode qui discipline le choix des paramètres pour un modèle en utilisant ses propriétés de court et de long terme. Ainsi, beaucoup accréditent qu'il s'agit d'une méthode informelle qui empèchera d'évaluer la qualité de l'ajustement encore moins d'établir un critère de comparaison entre les modèles. Avec les influences récentes faites par les travaux de Smets et Wouters (2003 et 2007) et Christiano *et al.* (2005), les techniques bayésiennes sont de plus en plus utilisées pour réduire les carences de la calibration. C'est ce qui a rendu l'estimation des modèles de petite et moyenne taille pour différents pays meilleure. Les modèles DSGE sont fréquemment estimés avec des méthodes Bayésiennes. À l'instar de An et Schorfheide (2008) ou Del Negro et Schorfheide (2012), en particulier si le but est de faire des prévisions macroéconomiques à partir des séries temporelles. Les inférences bayésiennes donnent des prédictions des distributions a posteriori qui reflètent de l'incertitude concernant des paramètres et des réalisations futures des chocs conditionnels aux informations disponibles.

Mais des questions demeurent quant à la fiabilité de ce modèle à faire des prévisions de qualité. Le modèle peut-il faire mieux en terme de précision des prévisions hors échantillon estimées sur la base d'une série de sous échantillons récurrents de prévisions à l'horizon $h = 2, 4, 6, 8$ trimestres d'avance à chaque étape, que le modèle VAR estimé avec les mêmes données ?

Mon mémoire attend contribuer à mieux comprendre les modèles NK développés par Clarida, Galí et Gertler (1999) et applicable à une petite économie ouverte comme celle du Canada. Mais dans le cas présent, nous utiliserons des techniques d'estimation bayésiennes pour certains paramètres du modèle. Nous voudrions savoir et identifier laquelle des hypothèses contribue le plus à l'amélioration de la qualité de nos prévisions surtout hors-échantillon. En procédant par une ap-

proche comparative de notre modèle avec le VAR estimé sur les mêmes données, et qu'ensuite notre modèle en sort gagnant, ce dernier pourrait servir de base pour les décideurs de la banque centrale à améliorer la qualité de leur prévision. Ainsi nous constatons qu'avec les trois équations de base du modèle néo-keynésien de Galí (2008), comparé avec le modèle VAR de référence, on réalise que plus l'horizon est éloigné, plus le modèle structurel se compare bien avec le modèle VAR pour le taux d'intérêt, voir Tableau 4.5. Dans le cas du modèle avec rigidité salariale, on constate une meilleure prévision du modèle en ce qui concerne le taux d'intérêt et l'inflation. Cette amélioration est due à la présence de la rigidité relative des salaires dans notre économie Tableau 4.6. Quant au modèle finale, l'introduction des effets liés à l'ouverture de l'économie canadienne vient avec son lot de conséquences. Ce qui a pour effet, à l'horizon de 6 et 8 périodes d'avance, le modèle développé prévoir mieux que le VAR(4) en ce qui concerne l'output, l'inflation et le taux de change, Tableau 4.7.

Nous verrons dans un premier temps la revue de littérature qui va s'atteler à répertorier les évolutions des modèles DSGE et les différentes techniques utilisées pour faire de la prévision hors-échantillon de petite économie ouverte. La section 2 présentera la méthodologie utilisée pour comparer le modèle développé et le VAR. La section 3 présentera la structuration du modèle dynamique stochastique d'équilibre général (DSGE). La section 4 abordera l'estimation des différents paramètres du modèle et exposera les principaux résultats obtenus. Enfin nous exposerons la conclusion et des suggestions pour une extension de ce travail.

CHAPITRE I

REVUE DE LITTÉRATURE

Le modèle NK a été suffisamment estimé et documenté dans des travaux empiriques. Néanmoins, dans la plupart des études d'envergure, les auteurs font beaucoup de travail sur les économies systémiques (les économies qui peuvent créer une crise mondiale en cas d'échec). Par contre, le Canada est une petite économie ouverte avec ces caractéristiques dont la prise en compte est très importante. Eu égard de ce constat, nous jugeons qu'il faille faire un survol de la littérature sur les modèles NK qui mettent en exergue une bonne partie des singularités qui caractérisent le cas des petites économies ouvertes en première partie et en seconde partie faire un survol de littérature sur les techniques d'estimation du modèle.

1.1 Littérature sur le modèle Néo-Keynésien

La question est celle de savoir quelles fonctionalités que doivent posseder un modèle NK de façon minimale ? Ces dernières sont listées dans les notes de Bergholt (2012) et les plus importantes sont :

— Un modèle DSGE : le comportement des agents aujourd'hui affecte leur environement économique futur. Et de ce fait doivent s'ajuster en consequence. Mais l'incertitude demeure car certaines variables de l'économie sont exposées aux chocs exogènes. Le modèle incorpore tout les marchés

qui constituent l'économie.

— La concurrence monopolistique : Les prix sont fixés par les agents économiques qui cherchent à maximiser leur profit.

— Les rigidités nominales : Certaines firmes sont contraintes par la fréquence avec laquelle elles sont autorisées à changer le prix des biens et services qu'elles fournissent. On parle de la rigidité à la (Calvo, 1983). Les firmes subissent un coût lié à ces ajustments. Les travailleurs font aussi face à la présence des rigidités salariales qui ont été introduites au modèle par (Erceg *et al.*, 2000). Pour renchérir, Ambler, Guay et Phaneuf (2011) mettent en évidence l'importance de cette hypothèse dans le modèle économique à cycle réel qu'ils ont développé.

— La non-neutralité des politiques monétaires de court terme : Comme une conséquence des rigidités nominales, les changements de court terme du taux d'intérêt nominal ne vont pas de pair avec ceux de l'inflation attendue, ce qui entraine une variation du taux d'intérêt réel.

En parcourant certains papiers précédents de Galí, il fait usage de la rigidité salariale comme hypothèse, mais dans ce travail Galí et Monacelli (2016), ils se sont appesantis sur les gains obtenus grâce à une flexibilité salariale dans une petite économie ouverte intégrée au sein d'une union monétaire ou ayant une politique monétaire avec un ancrage très fort. Ainsi, et avec une libre circulation du capital, il n'y aura pas de variabilité sensible du taux d'intérêt domestique par rapport à celui de l'extérieur en cas de choc sur les échanges. Ils démontrent que l'ajustement du coût de la main d'œuvre a moins d'impact sur l'emploi et que l'augmentation de la flexibilité salariale a peu d'effet sur le bien être dans une union monétaire.

Les travaux récents en macroéconomie ont impliqué le développement et l'évalua-

tion des modèles monétaires qui viennent avec des imperfections du marché et des rigidités nominales dans la structure des modèles DSGE. Ce qui était l'apanage jusque-là des modèles RBC[1]. Le modèle qui en résulte est appelé NK avec des effets non triviaux sur les variables réelles. La politique monétaire peut donc devenir un potentiel instrument de stabilisation, ainsi qu'une source indépendante de fluctuation économique (Galí et Monacelli, 2005).

Grace aux travaux de Kydland et Prescott (1982), les modèles de cycles réels (RBC) basés sur les fondements microéconomiques ont été reconnus comme susceptible de décrire correctement certains co-mouvements des variables macroéconomiques pour l'économie américaine, d'après guerre. Toutefois ces modèles n'ont pas joué un rôle essentiel en vue d'expliquer les actions de politique monétaire. Cette lacune entre la nouvelle perception de la théorie macroéconomique et la pratique de la politique monétaire a conduit les économistes nouveaux keynésiens à souligner l'importance des rigidités nominales et réelles et le rôle de la politique monétaire en vue de stabiliser les fluctuations économiques à court terme.

Durant ces dernières années, l'usage des modèles DSGE a connu un intérêt grandissant dans le monde académique et dans les banques centrales pour l'analyse des fluctuations macroéconomiques et pour l'analyse quantitative des politiques économiques Smets et Wouters (2003) qui, par ailleurs, reussissent alors les premiers à estimer ce modèle avec des rigidités réelles et nominales ainsi que la formation des habitudes de consomation.

Les modèles néo-keynésiens deviennent des outils pour analyser des variables macroéconomiques. Ils sont grandement utilisés pour l'étude de l'impact des chocs sur l'économie et permettent des prises de décisions éclairées de la part des ban-

1. *Real Business Cycle*

quiers centraux dans le monde entier. Ces modèles sont très importants car ils optimisent la cohérence de la variation des series chronologiques des variables macroéconomiques, ce qui favorise une meilleure analyse des politiques monétaires (Dib *et al.* 2008). C'est dans cette perspective que Christiano *et al.* (2005), ont étudié les effets liés aux chocs monétaires dans le modèle DSGE comprenant une utilisation variable du capital et l'ajustement du coût des investissements. Par la suite Adolfson *et al.* (2007) vont y ajouter les éléments caractéristiques d'une économie ouverte au modèle de (Christiano et *al.* 2005).

La récente crise financière a fait naitre le besoin de développer un modèle DSGE qui prendra en compte les chocs financiers. Bernake et Getler (1999) ont travaillé sur un modèle qui est capable de montrer les effets d'un choc financier sur un cycle économique. Dans le même sillage, Christiano *et al.* (2011) ont développé un modèle avec des chocs financiers liés au crédit. Ceci afin d'expliquer la récente crise finacière mondiale de 2008. Dans leur quête du savoir, ils ont constaté que les ingrédients principaux dans les fluctuations économiques étaient constitués du changement lié à la perception du risque et les contraintes de liquidité. Pour apporter une réponse à cette préoccupation, Cúrdia et Woodford (2009) ont développé un modèle stylisé avec le secteur bancaire et des ménages qui sont non seulement hétérogènes, mais aussi qui peuvent changer. Leur contribution principale est celui d'un modèle qui tient compte du crédit dans un modèle NK standard. Mais ce modèle n'a pas généralement une grande influence sur la politique monétaire optimale.

Récemment encore dans les travaux de Gertler et Karadi (2011), ils ont modélisé un choc financier dans un modèle DGSE qui tente d'expliquer les motivations profondent des banques à prendre trop de risques.

1.2 Estimation du modèle et prévision

En ce qui concerne le domaine de l'estimation des modèles DSGE, deux méthodes sont généralement avancées. La première met un accent sur le couplage des fonctions réponses d'un choc de la politique monétaire du modèle DSGE et un VAR. Le second requiert l'utilisation des techniques bayésiennes pour obtenir les distributions a posteriori des paramètres (Smets et Wouters, 2003).

Les prévisions hors échantillon se font grâce à deux méthodes, à savoir le *rolling-window*[2] ou le *recursive method*[3]. L'idée est de diviser la série chronologique en deux c'est-à-dire la première partie 80% des données est utilisée pour faire l'estimation et le reste des 20% est utilisé pour faire de la prévision. Nous allons nous servir de la première méthode pour arriver à nos fins.

Le survol de la littérature empirique fait ressortir une évolution constante du modèle original pour avoir celui que nous avons de nos jours. Mais le souci des milieux academiques et celui des banques centrales est sans cesse d'incorporer des éléments susceptibles de mieux prévoir les mouvements des diverses variables macroéconomiques.

---

2. *Une période mobile coulissante*

3. *Une méthode récursive*

CHAPITRE II

MÉTHODOLOGIE

Ce chapitre sera essentiellement basé sur la méthode d'estimation bayésienne des paramètres à l'instar de Smets et Wouters (2003), la procédure de comparaison du modèle DSGE et du modèle VAR ainsi que les méthodes de prévision hors échantillon quelques periodes en avance.

2.1 Méthode bayésienne

L'approche bayésienne nous permet après la formulation du modèle, de faire le choix d'une distribution a priori des paramètres à déterminer du modèle, qui doit capter nos croyances de la situation avant que les données ne soient observées. À la suite de l'observation des données, nous appliquerons la formule de Bayes en vue de l'obtention d'une distribution a posteriori pour chaque paramètre, qui prend en compte à la fois l'a priori et les données. Ceci est particulièrement attrayant dans une situation où les données disponibles couvrent une période relativement courte, comme c'est le cas avec la zone Euro, (Christoffel *et al.*, 2009).

Ainsi, soit $Pr(\theta_i \mid i)$ la probabilité a priori du vecteur $\theta_i \in \Theta_i$ des paramètres structurels pour un certain modèle $i \in I$ et soit $f(D_T \mid \theta_i, i)$ la fonction de vraisemblance associée aux données observées, $D_T = \{d_1, d_2, \ldots, d_T\}$, conditionnelle au vecteur de paramètres θ_i et du modèle i. La distribution jointe a posteriori de

θ_i pour un modèle i est donc obtenue en combinant la fonction de vraisemblance de D_T et la probabilité a priori de θ_i nous avons alors :

$$f(\theta_i \mid D_T, i) \propto f(D_T \mid \theta_i, i) Pr(\theta_i \mid i)$$

Il existe plusieurs options pour faire la simulation des distributions a posteriori telle que la méthode d'échantillonnage de Gibbs et l'algorithme de Metropolis-Hastings. Mais la méthode d'échantillonnage de Gibbs est rarement utilisée pour l'échantillonnage des a posteriori du modèle DSGE. Dans ce travail on va se servir de l'algorithme de la marche aléatoire Metropolis-Hastings, qui est la classe la plus générale des méthodes d'éhantillonnage. Cette algorithme se déroule comme suit :

1. On initialise l'algorithme avec une valeur arbitraire θ_o et on fixe le compteur $j = 1$.
2. On fait un tirage θ_j^* de cette densité

   $$\theta_{j-1} + \varepsilon \sim N\left(\theta_{j-1}, \sum_{\varepsilon}\right)$$

   et une valeur u d'une loi uniforme U(0,1) ;
3. En suite on retourne à $\theta_j = \theta_j^*$.
   — Si

   $$u \leq (\theta_{j-1}, \theta_{j-1}^*) = min\left\{\frac{f(Y \mid \theta_j^*)P(\theta_j^*)}{f(Y \mid \theta_{j-1})P(\theta_{j-1})}, 1\right\}$$

   — Sinon, retourne à $\theta_j = \theta_{j-1}$.
4. Si $j \leq N$ alors $j \to j + 1$ et je repars en 2). Enfin le filtre de Kalman est utilisé pour évaluer la valeur des fonctions de vraisemblance $f(Y \mid \theta_j^*)$ et $f(Y \mid \theta_{j-1})$

2.2 Comparaison de modèles

La technique bayésienne permet la comparaison des modèles en se basant sur le facteur de Bayes. Nous allons utiliser des notations suivantes : D le vecteur des données, θ_1 représente le modèle VAR et θ_2 le modèle NK développé. Nous associons une probabilité a priori i=1, 2 pour chaque modèle. Ces modèles seront valides si nous avons $Pr(\theta_1) + Pr(\theta_2) = 1$. Par choix, nous fixons $Pr(\theta_1) = 0.5$. Lorsqu'on compare des modèles, il est courant dans la littérature d'attribuer la même probabilité a priori à tous les modèles. Par ailleurs, le cadre bayésien permet de donner plus de poids à un modèle si on le veux. Selon la règle de Bayes, on trouve la probabilité a posteriori que le modèle i soit valide :

$$Pr(\theta_i \mid D) = \frac{Pr(D \mid \theta_i)Pr(\theta_i)}{\sum_{i=1}^{2} Pr(D \mid \theta_i)Pr(\theta_i)}$$

Nous allons ensuite comparer la probabilité a posteriori des deux modèles :

$$Pr(\theta_1 \mid D) = \frac{Pr(D \mid \theta_1)Pr(\theta_1)}{Pr(D \mid \theta_1)Pr(\theta_1) + Pr(D \mid \theta_2)Pr(\theta_2)}$$

et

$$Pr(\theta_2 \mid D) = \frac{Pr(D \mid \theta_2)Pr(\theta_2)}{Pr(D \mid \theta_2)Pr(\theta_2) + Pr(D \mid \theta_1)Pr(\theta_1)}$$

En divisant des probabilités a posteriori, on obtient :

$$\frac{Pr(\theta_1 \mid D)}{Pr(\theta_2 \mid D)} = \frac{Pr(D \mid \theta_1)Pr(\theta_1)}{Pr(D \mid \theta_2)Pr(\theta_2)}$$

Ce ratio est formé du facteur de Bayes et le rapport des probabilités a priori, c'est-à-dire,

$$\frac{Pr(\theta_1 \mid D)}{Pr(\theta_2 \mid D)} = \frac{Pr(D \mid \theta_1)}{Pr(D \mid \theta_2)} \frac{Pr(\theta_1)}{Pr(\theta_2)}$$

Le facteur de Bayes est donné par :

$$\frac{Pr(D \mid \theta_1)}{Pr(D \mid \theta_2)}$$

Si le modèle VAR domine, le ratio sera supérieur à un. Inversement, un ratio inférieur à un indique que le modèle NK avec une rigidité salariale est préférable. Pour calculer le facteur de Bayes, nous devons calculer les vraisemblances marginales comme suit ; $Pr(D \mid \theta_i)$ cette series probabilté représente la capacité du modèle i à prédire correctement les données. Autrement dit, on juge de la validité des modèles en comparant les valeurs réalisées qu'ils génèrent aux prévisions (Geweke, 1998). En d'autres termes le facteur de bayes est le résumé des évidences que nous octroies les données en faveur d'un modèle contre un autre (Fernández-Villaverde et Rubio-Ramírez, 2003).

2.3 Prévision hors-échantillon

La performance de la prévision est un critère important pour l'évalution de la crédibilité du modèle et l'usage de celui-ci dans l'analyse des politiques économiques. Dans ce mémoire, nous allons comparer la précision de la prévision à l'extérieur de l'échantillon du modèle estimé DSGE et le VAR estimé dans la même base de données. Ainsi, nous verrons si les prévisions basées sur le modèle DSGE développé pouvait se comparer favorablement avec le modèle VAR de référence. Par la suite l'évaluation des résultats obtenus à partir des modèles qui utilisent les croyances a priori Marcellino et Rychalovska (2014) est faite. Nous vérifierons que les informations a priori jouent un rôle important dans l'amélioration de la densité de la prévision et lequel a priori induit par le modèle DSGE a un contenu pertinent plus important dans la prédiction des dynamiques futures. Nous calculerons la prévision pour des séries chronologiques du Canada : le PIB reél, la compensation financière par heure travaillée, l'indice des prix à la consommation (IPC), le taux

d'intérêt est celui des bons de trois mois du trésor canadien, le taux de change réel du dollar canadien au dollar US[4] , le PIB réel du US. Nous allons enlever la tendance de tous les PIB avec le filtre HP. Les données considées seront prises à partir du troisième trimestre de 1981 au second trimestre 2018. Vu que le taux de croissance de la monnaie M1 fut abandonné par la banque centrale du Canada au deuxième trimestre 1981. La taille de notre échantillon est de 148. On divise cet échantillon en deux partie. Une première partie de taille 124, avec laquelle le VAR et le modèle DSGE seront estimés. Et enfin, la dernière partie sera utilisée pour faire la prévision hors échantillon avec notre modèle structurel développé et le VAR sur la base d'une série de sous échantillons coulissante de prévisions à l'horizon $h = 2, 4, 6, 8$ trimestres d'avance à chaque étape. Comme critère de précision de la prévision nous calculerons $RMSE$[5] relatif et MSE[6] relatif afin de départager le VAR et le modèle DSGE.

$$RMSE_j(l) = \sqrt{\frac{1}{T-l-m} \sum_{m=M}^{T-l} (y_{m+l} - \hat{y}_{j,m+l})^2}$$

y_{m+l} est la base de donnée, $\hat{y}_{j,m+l}$ est la prévision du modèle j hors échantillon ; M est la donnée initiale de la prévision. $l = 1, 2, ...h$ représente les différents horizons de la prévision. Dans notre cas, on regardera les horizons 2, 4, 6 et 8 c'est-à-dire 2, 4, 6 et 8 trimestres d'avance respectivement. T est la taille de l'échantillon, $j = 1, 2$ est mis pour les deux modèles concurrentes donc le modèle DSGE et le modèle VAR. Ainsi, moins la valeur du $RMSE$ est grande, meilleure est la prévision du modèle. Nous calculerons le ratio entre MSE du modèle et du VAR. Alors, si ce ratio est inférieur à 1, le modèle NK est choisi.

---

4. *United State of America*, les États Unis d'Amérique

5. *Root Mean Squared Error*, la racine carrée de l'écart quadratique moyen

6. *Mean Squared Error*, l'écart quadratique moyen

CHAPITRE III

MODÈLE

On débutera avec le modèle de base de Galí (2008) sur lequel, par la suite, nous allons y inclure des hypothèses telles que ; la rigidité des prix et des salaires à la Calvo (1983) et surtout le fait que l'économie canadienne soit une petite économie ouverte. Tout ceci dans le but d'apporter une amélioration de la qualité des prévisions. Pour le faire, notre cadre representatif sera entre deux pays d'une part le Canada (H) et le reste du monde (F ou une barre sur la variable). Ici, le Canada est une petite économie ouverte ayant un impact négligeable sur l'économie mondiale. Les ménages reçoivent une utilité de la consommation et une désutilité à partir du travail. Ainsi un nombre infini de ménages est représenté par l'ensemble [0, n) et le continuum d'agents économiques est représenté par l'ensemble (n, 1]. Dans notre cas, l'économie canadienne est composée de biens finaux, les consommateurs et les syndicats qui négocient des conventions collectives. Les ménages consomment les biens produits à la fois localement et ceux importés. Les firmes sont en situation de concurrence monopolistique, ils recrutent une main d'œuvre qui produira des biens différenciés. Le prix de ces biens et les salaires sont fixés selon le principe de (Calvo, 1983). Ensuite, on suppose la loi du prix unique pour les biens en tout temps (Massimiliano et Rychalovska, 2014). La résolution des équations, nous allons utiliser la log-linéarisation autour de leur état stationnaire, avec une approximation de Taylor d'ordre 1.

3.1 Modèle de base

Nous allons juste nous attarder sur les trois équations fondamentales de ce modèle NK développé par Galí (2008). Ainsi, la première équation est la courbe de Phillips néo-keynésienne, qui dérive de la fixation des prix globaux des firmes et en conjonction avec l'équation montrant la relation entre le coût marginal et l'écart de production.

$$\pi_t = \beta E_t(\pi_{t+1}) + \kappa \hat{y}_t + u_t$$

π_t est l'inflation, $\hat{y}_t$ est l'écart de production et u_t un choc lié à la production qui suit un processus AR(1) $u_t \equiv \rho_u u_{t-1} + \varepsilon_t^u$. Il est à noter que $\hat{y}_t = y_t - y_t^n$ où y_t^n est le niveau de production naturel.

La deuxième équation met en relation l'écart de production avec celui de la période suivante à laquelle on enlève l'écart du taux d'intérêt, c'est-à-dire $r_t - r_t^n$,
avec $r_t = i_t - E_t(\pi_{t+1})$. Alors,

$$\hat{y}_t = E_t(\hat{y}_{t+1}) - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t(\pi_{t+1}) - r_t^n)$$

La troisième équation est relative à la politique monétaire (la règle de Taylor).

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \hat{y}_t + v_t$$

i_t est le taux d'intérêt nominal de court terme et v_t un choc monétaire qui suit un processus AR(1) $v_t \equiv \rho_\vartheta v_{t-1} + \varepsilon_t^v$ qui fait le troc entre l'écart de production et l'inflation. Nous pouvons, noter la présence le choc technologique interne a_t, issu de la log-linéarisation de la fontion de production $Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$.
Avec ε_t^a, ε_t^v et ε_t^u sont des variables indépendantes et identiquement distribuées (iid) qui en général suivent une loi normale ayant pour expérance zéro et les écart

types respectifs σ_a, σ_v et σ_u.

3.2 Les ménages

Le ménage représentatif cherche à maximiser son utilité durant sa durée de vie.

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) \tag{3.1}$$

C_t est la consommation agrégée composée de biens domestiques et de biens importés et N_t représente les heures travaillées pour les firmes domestiques ; σ l'élasticité de substitution inverse inter temporelle et φ est l'élasticité inverse de l'offre de travail. Or suivant l'élasticité de substitution constante (CES[7]), la consommation du ménage domestique est de :

$$C_t \equiv \left[(1-\nu)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \nu^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \tag{3.2}$$

$\eta > 0$ représente la mesure de l'élasticité de substitution entre les biens domestiques et ceux étrangers. Notons que le paramètre $\nu \in [0,1]$ est relatif à la proportion de consommation nationale, il représente le degré d'ouverture d'une petite économie. Les expressions de $C_{H,t}$ et de $C_{F,t}$ sont données respectivement par :

$$C_{H,t} \equiv \left(\int_0^1 C_{Ht}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\epsilon-1}}, \quad C_{F,t} \equiv \left(\int_0^1 C_{Ft}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$C_{Ht}(j)$ et $C_{Ft}(j)$ sont des indices de biens de consommation $j \in [0,1]$, $\varepsilon > 1$ est l'élasticité de substitution entre les différents biens de consommation dans les différentes catégories. Ainsi plus ε sera grand, plus l'économie tendra vers une situation de concurrence pure et parfaite. On prendra $i \in [0,1]$ pour un pays où les biens consommés sont importés.

---

7. *Constant Elasticity of Substitution*

À chaque période $t = 0, 1, 2...$, le ménage maximise sa fonction d'utilité (3.1) sous la séquence périodique des contraintes de budget suivantes :

$$\int_0^1 P_{Ht}(j)C_{Ht}(j) + \int_0^1 \int_0^1 P_{i,t}(j)C_{i,t}(j)djdi + E_t\{Q_{t,t+1}D_{t+1}\} \leq W_t N_t + D_t + T_t \tag{3.3}$$

Ici, $P_{Ht}(j)$ représente le prix du bien j d'un produit local, $P_{i,t}(j)$ quant à lui est le prix du bien j importé du pays i, $C_{i,t}(j)$ est la consommation du bien j importé du pays i, D_{t+1} est le portefeuille que le ménage détient à la période $t+1$, $E_t\{Q_{t,t+1}D_{t+1}\}$ est la valeur marchande du portefeuille détenu par le ménage à la période $t+1$ issue du portefeuille constitué en t, W_t est le salaire nominal pour chaque heure travaillée et T_t fait référence aux transferts.

Les dépenses totales de biens de consommation domestiques et importés sont :

$$P_t C_t = P_{H,t}C_{H,t} + P_{F,t}C_{F,t}$$

.

La consommation de biens domestiques et importés sont respectivement :

$$P_{H,t}C_{H,t} = \int_0^1 P_{Ht}(j)C_{Ht}(j)dj$$

$$P_{F,t}C_{F,t} = \int_0^1 \int_0^1 P_{Ht}(j)C_{Ht}(j)djdi$$

.

$$= \int_0^1 P_{Ft}(j)C_{Ft}(j)dj$$

De la même manière qu'avec l'indice de consommation des biens domestiques et importés, on pourrait aussi définir l'indice des prix de biens domestiques et ceux

de biens importés, de la façon suivante :

$$P_{H,t} \equiv \left(\int_0^1 P_{Ht}(j)^{1-\varepsilon} dj\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \quad P_{F,t} \equiv \left(\int_0^1 P_{Ft}(j)^{1-\varepsilon} dj\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Le problème de maximisation peut trouver une solution en répondant à la question de savoir combien de biens domestiques et importés devrons-nous consommer.

$$C_{H,t} = (1-\nu)\left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t, \quad C_{F,t} = \nu\left(\frac{P_{F,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t \tag{3.4}$$

Comme avec C_t plus haut, l'indice des prix à la consommation :

$$P_t \equiv \left[(1-\nu)(P_{H,t})^{1-\eta} + \nu(P_{F,t})^{1-\eta}\right]^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{3.5}$$

Les conditions d'optimalité relative à toute dépense dans chaque catégorie peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$C_{Ht}(j) = \left(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\varepsilon} C_{H,t}, \quad C_{Ft}(j) = \left(\frac{P_{Ft}(j)}{P_{F,t}}\right)^{-\varepsilon} C_{F,t} \tag{3.6}$$

Avec ce qui précède, on peut réduire la contrainte budgétaire de (3.3) comme suit :

$$P_t C_t + E_t\{Q_{t,t+1} D_{t+1}\} \leq W_t N_t + D_t + T_t \tag{3.7}$$

Le Lagrangien servant à la résolution du problème de la maximisation de l'utilité du ménage est :

$$E_t\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}\right) + \lambda_t(P_t C_t + \{Q_{t,t+1} D_{t+1}\} - W_t N_t - D_t - T_t)\right\} \tag{3.8}$$

Alors les conditions de premier ordre (CPO) :

$$\partial C_t \qquad \frac{1}{C_t^{\sigma}} = -\lambda_t P_t \tag{3.9}$$

$$\partial N_t \qquad N_t^{\varphi} = -\lambda_t W_t \tag{3.10}$$

Finalement, le ratio de la désutilité marginale du travail (3.10) à l'utilité marginale

de la consommation (3.9) est de :

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = \frac{W_t}{P_t} \tag{3.11}$$

L'équation d'Euler resortira de la CPO de D_{t+1} qui donnera ;

$$Q_t = E_t \left(\frac{U_{ct+1}}{U_{ct}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right) \tag{3.12}$$

Et par la suite on utilise λ_t de (3.9) et une log-linéarisation qui est détaillée en (C.1). On obtient l'équation d'Euler :

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \rho - E_t \pi_{t+1}) \tag{3.13}$$

3.2.1 La rigidité salariale

La rigidité salariale est l'une des hypothèses que nous pensons pourrait améliorer la qualité de la prévision. Bien que n'ayant pas été pris en compte dans les travaux de Did *et al.*, (2008) et (Ireland, 2003). Néanmoins les résultats qu'ils ont obtenus sont très probants. Mais Ambler *et al.*, (2011) ont montré que la rigidité salariale a eu même plus d'impact sur leur modèle économique à cycle réel (RBC) que la rigidité des prix. Au vu de cela nous allons inclure cette hypothèse dans l'espérance de parvenir à la même conclusion. Supposons que les ménages ont des spécialités différentes en matière d'emploi, donc ils détiennent un certain pouvoir de monopole dans le marché de l'emploi que nous notons $\varepsilon_w > 1$. Les syndicats négocient des conventions collectives de la part des ménages. Ces conventions ont une durée bien précise dans laquelle aucun ajustement salariale n'est possible. Ainsi, soit ϕ_w la fraction des ménages qui ne peuvent pas ajuster leur salaire au cours de la durée de cette convention et le reste $1 - \phi_w$ la fraction des ménages qui eux le peuvent. Soit W_t^* le salaire optimal que choisira les ménages autorisés

à réajuster leur salaire pour maximiser leur utilité :

$$\mathcal{U} = \frac{C_{t+k|t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_{t+k|t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \tag{3.14}$$

$$\max_{W_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{\mathcal{U}(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})\}$$

Sujet à

$$N_{t+k|t} = \left(\frac{W_t^*}{W_{t+k}}\right)^{-\varepsilon_w} N_{t+k}$$

$$P_{t+k}C_{t+k|t} + E_{t+k}\{Q_{t+k,t+k+1}D_{t+k+1|t}\} = W_t^* N_{t+k|t} + D_{t+k|t} + T_{t+k}$$

Ainsi, $N_{t+k|t}$ est le nombre total des heures travaillées en $t+k$ lorsque le dernier ajustement de salaire a été en t. La CPO par rapport à W_t^* et en s'inspirant de (C.2), puis, on isole cette variable pour obtenir :

$$W_t^* = \frac{\varepsilon_w}{1-\varepsilon_w} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{W_{t+k}^{\varepsilon_w} N_{t+k} \mathcal{U}_N(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})\}}{\sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{W_{t+k}^{\varepsilon_w} \frac{N_{t+k}}{P_{t+k}} \mathcal{U}_N(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})\}} \tag{3.15}$$

Or le taux marginal de substitution entre les heures travaillées et la consommation est :

$$MRS_{t+k|t} \equiv -\frac{\mathcal{U}_N(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})}{\mathcal{U}_C(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})} \Rightarrow \mathcal{U}_N(C_{t+k|t}, N_{t+k|t}) = -MRS_{t+k|t}\mathcal{U}_C(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})$$

En remplaçant cette dernière équation dans (3.15), on obtient :

$$W_t^* = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{W_{t+k}^{\varepsilon_w} N_{t+k} \mathcal{U}_C(C_{t+k|t}, N_{t+k|t}) MRS_{t+k|t}\}}{\sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{W_{t+k}^{\varepsilon_w} \frac{N_{t+k}}{P_{t+k}} \mathcal{U}_C(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})\}} \tag{3.16}$$

Notons que (3.16) deviendra en l'absence de rigidité salariale c'est-à-dire $\theta_w = 0$ tout simplement,

$$\frac{W_t^*}{P_t} = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1} MRS_{t|t} \tag{3.17}$$

De l'équation (3.16) on a :

$$W_t^* \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{W_{t+k}^{\varepsilon_w} \frac{N_{t+k}}{P_{t+k}} \mathcal{U}_C(C_{t+k|t}, N_{t+k|t})\}$$

$$= \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{W_{t+k}^{\varepsilon_w} N_{t+k} \mathcal{U}_C(C_{t+k|t}, N_{t+k|t}) MRS_{t+k|t}\}$$

Après un développement de Taylor de premier ordre (comme dans C.18) de cette équation de gauche à droite et une log-linéarisation, on obtient :

$$w_t^* = \mu_w + (1 - \beta\theta_w) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^k E_t\{(mrs_{t+k|t} + p_{t+k})\} \tag{3.18}$$

Prenant le log de (3.17) nous aurons $\mu_w = (w - p) - mrs = ln\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1}$.
On fait l'hypothèse forte que les habitudes de consommation ne changent pas gradement à la suite des différentes augmentations salariales légères. Alors $C_{t+k|t} = C_{t+k}$ pour tout k, (3.14) et du taux marginal de substitution entre les heures travaillées et la consommation (MRS). Le log des différentes valeurs de $MRS_{t+k|t}$ et $N_{t+k|t}$ nous donne :

$$\Rightarrow mrs_{t+k|t} = \sigma c_{t+k} + \varphi n_{t+k|t}$$

$$\Rightarrow n_{t+k|t} = -\varepsilon_w(w_t^* - w_{t+k}) + n_{t+k}$$

$$\Rightarrow n_{t+k|t} - n_{t+k} = -\varepsilon_w(w_t^* - w_{t+k})$$

On peut écrire $mrs_{t+k} = \sigma c_{t+k} + \varphi n_{t+k}$ qui est la moyenne du taux marginal de substitution (Bergholt, 2012), tel que :

$$mrs_{t+k|t} = \sigma c_{t+k} + \varphi n_{t+k|t}$$

$$= \sigma c_{t+k} + \varphi\Big(-\varepsilon_w(w_t^* - w_{t+k}) + n_{t+k}\Big)$$

$$= \sigma c_{t+k} + \varphi n_{t+k} - \varepsilon_w\varphi(w_t^* - w_{t+k})$$

$$mrs_{t+k|t} = mrs_{t+k} - \varepsilon_w\varphi(w_t^* - w_{t+k}) \tag{3.19}$$

Par la suite (3.19) dans (3.18), en se servant de $\mu_{wt} \equiv (w_t - p_t) - mrs_t$ et on résout w_t^* voir (C.3) qui donne,

$$w_t^* = \beta\theta_w E_t w_{t+1}^* + (1 - \beta\theta_w)(w_t - \frac{\hat{\mu}_{wt}}{1 + \varepsilon_w\varphi}) \tag{3.20}$$

Avec $\hat{\mu}_{wt} \equiv \mu_{wt} - \mu_w$ qui représente l'écart de la marge de profit moyenne de l'économie par rapport à son état stationnaire.

3.3 Les firmes

Outre la rigidité salariale, nous sommes dans une configuration où les ménages ont le monopole de l'offre de travail sur le marché. Alors les firmes feront face à deux problèmes. Premièrement elles doivent, pour chaque coût de production lié à la main d'oeuvre, trouver une combinaison qui maximise la production. Deuxièmement, les firmes doivent fixer un prix relativement à la combinaison optimale pour que le profit soit maximisé. Ainsi l'offre de travail totale $N_t(i)$ utilisée par la firme i et $N_t(i,j)$ représente la quantité du type j de travail utilisé par la firme i.

$$N_t(i) \equiv \left[\int_0^1 N_t(i,j)^{\frac{\varepsilon_w - 1}{\varepsilon_w}} dj\right]^{\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1}} \tag{3.21}$$

ε_w dénote l'élasticité de substitution entre les différents types d'emplois. Par ailleurs, toutes les firmes utilisent une technologie identique pour produire les biens et cette technologie est représentée par la fonction de production suivante.

$$Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha} \tag{3.22}$$

$a_t \equiv log(A_t)$ suit un processus autogressif d'ordre AR(1) $a_t \equiv \rho_a a_{t-1} + \epsilon_t$. La firme cherche à minimiser le coût de sa main d'oeuvre ainsi, la demande optimale de la firme i pour la main oeuvre j est donnée par :

$$N_t(i,j) = \left(\frac{W_t(j)}{W_t}\right)^{-\varepsilon_w} N_t(i) \tag{3.23}$$

Ceci est vrai pour tout $i, j \in [0, 1]$ avec

$$W_t \equiv \left(\int_0^1 W_t(j)^{1-\varepsilon_w} dj \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon_w}} \tag{3.24}$$

Faisant le parallèle avec la définition de la consommation agrégée, on peut donc écrire la même chose avec le coût de la main d'oeuvre agrégée :

$$\int_0^1 W_t(j) N_t(i,j) dj = W_t N_t(i) \tag{3.25}$$

3.3.1 Fixation du prix optimal

Dans une perspective d'optimisation des profits, les firmes doivent procéder à un réajustement des prix selon le mécanisme de Calvo. Alors le problème de maximisation du profit s'écrit :

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k E_t \{ Q_{t,t+k} (P_t^* Y_{t+k|t} - \Gamma_{t+k|t}(Y_{t+k|t})) \}$$

Sujet à

$$Q_{t,t+k} = \beta^k \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}}$$

$$Y_{jt+k|t} = C_{Ht+k}(j) + \int_0^1 C_{i,Ht+k}(j) di = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon_p} \left(C_{Ht+k} + \int_0^1 C_{i,Ht+k}(j) di \right)$$

Nous allons poser $Y_{jt+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon_p} C_\Delta$, avec $C_\Delta = \left(C_{Ht+k} + \int_0^1 C_{i,Ht+k}(j) di \right)$. Lors de la période $t+k$, pour une firme ayant réajusté son prix pour la dernière fois à la période t, le calcul sera pondéré par $Q_{t,t+k}$. Quant à $\Gamma_{t+k|t}$, elle représente le coût total nominal à la période $t+k$ d'une firme autorisée à réajuster son prix à la période t. Une fractions θ_p des firmes sont autorisées de faire un réajustement de prix, pendant que les firmes restantes ne le feront pas. L'offre du marché en

production j locale est Y_{jt}, la demande de produits locaux est de $C_{Ht}(j)$, dans le même ordre d'idée, la demande du pays i en produits locaux j est de $C_{i,Ht}(j)$. Pour faire la CPO, de la fonction de maximisation par rapport à P_t^*, nous remplacerons $Q_{t,t+k}$ et $Y_{t+k|t}$ par leurs différentes valeurs.

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k E_t \left\{ \beta^k \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}} \left(P_t^* \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon_p} C_\Delta - \Gamma_{t+k|t} \left(\left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\varepsilon_p} C_\Delta \right) \right) \right\} \tag{3.26}$$

Par la suite on résout l'équation pour trouver la valeur du prix optimal p_t^* en procédant de la même manière qu'avec la rigidité salariale, on obtient :

$$P_t^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[(\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{-\sigma} C_\Delta \frac{1}{P_{t+k}} P_{Ht+k}^{1+\varepsilon_p} MC_{jt+k|t} \right]}{\sum_{k=0}^{\infty} E_t \left[(\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{-\sigma} C_\Delta \frac{1}{P_{t+k}} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} \right]} \tag{3.27}$$

Il est à noter que dans le cas où les prix sont flexibles, le coût marginal réel

$$MC_{jt} = \frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p} = \frac{\Gamma'(Y_{jt})}{P_{Hjt}} = \frac{(1-\tau)W_t}{P_{Hjt} MPN_{jt}} \tag{3.28}$$

Avec τ le taux de subvention pour les emplois qui est la prérogative du gouvernement et MPN_{jt} le produit marginal du travail. Le développement de Taylor d'ordre 1 de (3.27) nous aurons :

$$p_t^* = \mu_p + (1 - \beta\theta_p) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k E_t (mc_{jt+k|t} + p_{Ht+k}) \tag{3.29}$$

La résolution des équations (3.27) et (3.29) est faite à l'appendice (C.2)
Les firmes fixeront leurs prix en fonction de la marge qu'elles désirent avoir. Ainsi, le coût marginal réel $mc = -\mu_p = ln\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1}$ sera basé sur la moyenne pondérée de leur coût marginal actuel et celui expéré. Avec des poids proportionnellement attribués à la probabilité des prix qui demeurent en vigueur dans cette période à chaque horizon k de θ_p^k, (Bergholt, 2012). Par la suite, on soustrait (3.29) par p_{t-1}

et on utilise $mc_{rt+k|t} = mc_{rt+k} - \frac{\alpha\varepsilon_p}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k})$, pour obtenir une autre version de l'équation de la courbe de Phillips qui tient compte de la fixation des prix.

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \lambda_p \hat{mc}_{rt} \tag{3.30}$$

Avec $\lambda_p \equiv \frac{(1-\theta_p)(1-\beta\theta_p)}{\theta_p}\Theta$, $\Theta \equiv \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\varepsilon_p}$ et $\hat{mc}_{rt}$ qui est l'écart du coût marginal réel de l'économie. λ_p est toujours positif, $\theta_p, \beta \in (0,1)$ et $\hat{mc}_{rt} \equiv (\sigma + \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha})(y_t - y_t^n)$

3.4 L'économie ouverte

Les biens importés et ceux locaux sont reliés par le terme de l'échange, qui s'exprime comme le rapport entre ces deux catégories de biens. On le note

$$S_t = \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}} = \left(\int_0^1 S_{it}^{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

Avec γ le taux de substitution entre les pays importateurs et le log de S_t nous donne $s_t = p_{F,t} - p_{H,t}$. L'augmentation du terme de l'échange dépendra soit d'un accroissement du prix des biens importés $P_{F,t}$ ou d'une baisse du prix des biens domestiques $P_{H,t}$. En combinant la log-linéarisation de (3.5), l'indice des prix à la consommation et l'expression du terme des échanges, nous obtenons une relation entre le niveau général des prix et le terme des échanges.

$$p_t \approx (1-\nu)p_{H,t} + \nu p_{F,t} = p_{H,t} + \nu s_t \tag{3.31}$$

Nous avons donc, $p_t = p_{H,t} + \nu s_t$ et $p_{t-1} = p_{H,t-1} + \nu s_{t-1}$ alors en prenant la différence entre ces deux équations, on obtient ce qui représente l'inflation relative à l'indice des prix à la consommation.

$$\pi_t = \pi_{H,t} + \nu \Delta s_t \tag{3.32}$$

La différence entre l'inflation domestique et celle de l'extérieure est de :

$$\Delta s_t = \pi_{F,t} - \pi_{H,t} \tag{3.33}$$

Nous empruntons un peu la notation utilisée par Monacelli (2003), on suppose la loi du prix unique. Ainsi, nous allons définir par $\mathcal{E}_t$ le taux de change nominal de la devise domestique par rapport à une unité de la devise étrangère et son log égale e_t. Alors, selon l'écart de la loi du prix unique, on peut noter :

$$\Psi_t = \frac{\mathcal{E}_t \bar{P}_t}{P_{F,t}}$$

Si la loi du prix unique tient, alors $P_{F,t} = \mathcal{E}_t \bar{P}_t$ avec $\bar{P}_t$ le niveau des prix mondiaux et en log :

$$p_{F,t} = e_t + \bar{p}_t$$

Il s'en suit que

$$s_t = e_t + \bar{p}_t - p_{H,t}$$

.

Soit $q_t = \int_0^1 q_{it} di$ le log du taux de change réel et en supposant que le taux de change se répercute intégralement sur les prix du pays i,

$$q_t = e_t + \bar{p}_t - p_t = s_t + p_{H,t} - p_t = (1-\nu) s_t \tag{3.34}$$

En se servant des résultats ci-dessus, et l'équation d'Euler pour un pays i en occurrence le Canada, on établit la relation entre la consommation canadienne et celle du reste du monde.

$$c_t = \int_0^1 \left(c_{i,t} + \frac{1}{\sigma} q_{i,t} \right) di = \bar{c}_t + \frac{1}{\sigma} q_t = \bar{c}_t + \frac{1-\nu}{\sigma} s_t \tag{3.35}$$

3.4.1 Équilibre des marchés

L'équilibre du marché des produits j dans une économie avec une rigidité salariale et des prix, nous avons

$$Y_{jt} = C_{Ht}(j) + \int_0^1 C_{i,Ht}(j)di \tag{3.36}$$

Où, $C_{Ht}(j)$ est la demande de biens domestiques j et $\int_0^1 C_{i,Ht}(j)di$ est la demande des biens j par le pays i des biens produits localement. Alors la demande intérieure agrégée est donnée par

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_{jt}^{\frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p}} dj\right)^{\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1}} \tag{3.37}$$

Par la suite en utilisant (3.4) et (3.5) nous avons

$$\begin{aligned} C_{Ht}(j) &= \left(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}}\right)^{-\varepsilon_p} C_{Ht} \\ &= (1-\nu)\left(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}}\right)^{-\varepsilon_p}\left(\frac{P_{Ht}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t \end{aligned}$$

et

$$C_{i,Ht}(j) = \nu\left(\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}}\right)^{-\varepsilon_p}\left(\frac{P_{Ht}}{\mathcal{E}_t P_{i,Ft}}\right)^{\gamma}\left(\frac{P_{i,Ft}}{P_{i,t}}\right)^{-\eta} C_{i,t}$$

Alors l'équilibre des biens domestiques sur le marché est de :

$$Y_t = \left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t\left[(1-\nu) + \nu\int_0^1 (S_t^i S_{it})^{\gamma-\eta}\mathcal{Q}_{it}^{\eta-\frac{1}{\sigma}} di\right] \tag{3.38}$$

$\mathcal{Q}_{it} \equiv \frac{\mathcal{E}_{it}P_{it}}{P_t}$ le taux de change réel entre le Canada et autre pays i. Une log-linéarisation de (3.38) autour de son état stationnaire avec $P_{Ht} = P_t$, on obtient

la condition d'équilibre suivante :

$$y_t = c_t + \frac{\nu\delta}{\sigma} s_t \tag{3.39}$$

$\delta \equiv \sigma\gamma + (1-\nu)(\sigma\eta - 1) > 0$, le niveau d'équilibre mondial fera en sorte que la production mondiale soit égale à la consommation mondiale, ce qui entraine $\bar{y}_t = \bar{c}_t$. Par la suite (3.35) dans (3.39) donne les conditions d'équilibre du marché en économie ouverte.

$$y_t = \bar{y}_t + \frac{1}{\sigma_\nu} s_t \tag{3.40}$$

$\sigma_\nu \equiv \frac{\sigma}{1+\nu(\delta-1)}$ En mettant (3.39) et l'équation d'Euler ensemble, nous aurons une version de l'équation IS-dynamique.

$$y_t = E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma_\nu}(i_t - E_t\pi_{Ht+1} - \rho) + \nu(\delta - 1)E_t\Delta\bar{y}_{t+1} \tag{3.41}$$

Nous pouvons à la suite de (3.41) poser le taux d'intérêt réel $r_t = i_t - E_t\pi_{Ht+1}$, alors le niveau de production réelle et naturelle s'écrirons respectivement de la manière suivante :

$$y_t = E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma_\nu}(r_t - \rho) + \nu(\delta - 1)E_t\Delta\bar{y}_{t+1} \tag{3.42}$$

et

$$y_t^n = E_t y_{t+1}^n - \frac{1}{\sigma_\nu}(r_t^n - \rho) + \nu(\delta - 1)E_t\Delta\bar{y}_{t+1} \tag{3.43}$$

L'écart de production s'obtiendra en faisant la soustraction de (3.42) par (3.43)

$$\hat{y} = y_t - y_t^n = E_t\hat{y}_{t+1} - \tfrac{1}{\sigma_\nu}(r_t - r_t^n)$$

$$\hat{y} = y_t - y_t^n = E_t\hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma_\nu}(i_t - E_t\pi_{Ht+1} - r_t^n) \tag{3.44}$$

En prenant le log de (3.22), on obtient :

$$\Rightarrow y_t = (1-\alpha)n_t + a_t \tag{3.45}$$

$$\Rightarrow y_t = n_t - \alpha n_t + a_t$$

$$\Rightarrow n_t = \frac{y_t - a_t}{1-\alpha} \tag{3.46}$$

L'équilibre naturelle résulte du fait que les ménages et les firmes aient la liberté de fixer leurs salaires et leurs prix.

Ainsi la log-linéarisation de (3.28) nous donne :

$$mc = -\xi + w_t^n - p_{Ht}^n - mpn_t^n \tag{3.47}$$

Avec $\xi = -ln(1-\tau)$ le terme pour les subventions liées aux emplois.

À partir de (3.40) on a $s_t = \sigma_\nu y_t - \sigma_\nu \bar{y}_t$. Puis, on l'insère dans (3.31) pour avoir

$$p_{Ht}^n = p_t - \nu\sigma_\nu y_t^n + \nu\sigma_\nu \bar{y}_t \tag{3.48}$$

On utilise (3.46), (3.48) ainsi que le log du produit marginal du travail, et le fait que le salaire réel naturel soit $\omega_t^n = w_t^n - p_t$ ce qui donne :

$$mc = -\mu_p = -\xi + \omega_t^n + \left(\nu\sigma_\nu + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) y_t^n - \nu\sigma_\nu \bar{y}_t - ln(1-\alpha) - \frac{1}{1-\alpha} a_t \tag{3.49}$$

Par la log-linéarisation de (3.17) nous obtenons $\omega_t^n = mrs_t^n + \mu_w$, on peut aussi noter que $mrs_t^n = \varphi n_t + \sigma c_t$. Nous sommes alors en mesure de dériver le niveau d'output naturel en isolant y_t^n de (3.49) et en servant de (3.31), (3.39), (3.40) et (3.45) on a

$$y_t^n = \psi_y^n + \psi_{ya}^n a_t + \psi_{\bar{y}_t}^n \bar{y}_t \tag{3.50}$$

Où

$$\psi_y^n = \frac{(1-\alpha)\left[\xi - \mu_p - \mu_w + ln(1-\alpha)\right]}{\varphi + \alpha + (1-\alpha)(\sigma + \nu\sigma_\nu)}$$

$$\psi_{ya}^n = \frac{1+\varphi}{\varphi + \alpha + (1-\alpha)(\sigma + \nu\sigma_\nu)}$$

et

$$\psi_{\bar{y}}^{n} = \frac{(1-\alpha)\nu(\delta-1)\sigma_{\alpha}}{\varphi+\alpha+(1-\alpha)(\sigma+\nu\sigma_{\nu})}$$

Nous pouvons aussi obtenir l'expression du niveau des salaires réels naturels, on résout l'équation (3.49) par rapport à ω_t^n et en substituant y_t^n par ω_t^n, on a :

$$\omega_t^n = \psi_w^n + \psi_{wa}^n a_t + \psi_{\bar{w}}^n \bar{y}_t \tag{3.51}$$

Les valeurs de ψ_w^n, ψ_{wa}^n et $\psi_{\bar{w}}^n$ sont respectivement.

$$\psi_w^n = \xi - \mu_p + ln(1-\alpha) - \left(\nu\sigma_{\nu} + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\psi_y^n$$

$$\psi_{wa}^n = -\nu\sigma_{\nu}\psi_{ya}^n + \frac{1-\alpha\psi_{ya}^n}{1-\alpha}$$

et

$$\psi_{\bar{w}}^n = \nu\sigma_{\nu}(1-\psi_{\bar{y}}^n) - \frac{\alpha\psi_{\bar{y}}^n}{1-\alpha}$$

3.4.2 L'inflation

Nous allons maintenant trouver une expression de l'inflation pour une petite économie ouverte comme celle du Canada. Ainsi, le salaire agrégé est donné par :

$$W_t = \left[\theta_w W_{t-1}^{1-\varepsilon_w} + (1-\theta_w)W_t^{*(1-\varepsilon_w)}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_w}} \tag{3.52}$$

Rappelons que $1-\theta_w$ est la fraction de ménages autorisés à ajuster leurs salaires à la période t. Alors que θ_w est la fraction des ménages qui demeurent avec le salaire de la dernière période. Pour trouver l'inflation liée aux salaires, on divise (3.52) par W_{t-1} et on élève les deux côtés de l'égalité par $1-\varepsilon_w$ et on obtient :

$$\Pi_t^{1-\varepsilon_w} = \theta_w + (1-\theta_w)\left(\frac{W_t^*}{W_{t-1}}\right)^{1-\varepsilon_w}$$

Ici $\Pi_t = \frac{W_t}{W_{t-1}}$ représente le taux brut d'inflation qui n'est donc pas le taux d'inflation ordinaire (Phaneuf, 2017). Comme plusieurs auteurs, on va supposer que le taux ordinaire d'inflation est nul à l'état stationnaire. Alors $\Pi_t = 1$. Enfin si on utilise la log-linéarisation de $\Pi_t^{1-\varepsilon_w}$ autour de l'état stationnaire, nous aurons :

$$\pi_{wt} = (1 - \theta_w)(w_t^* - w_{t-1}) \tag{3.53}$$

Puisque $\pi_t = w_t - w_{t-1}$, on obtient,

$$w_t = \theta_w w_{t-1} + (1 - \theta_w) w_t^* \tag{3.54}$$

En mettant (3.20), (3.53) et (3.54) ensemble, on obtient :

$$\pi_{wt} = \beta E_t \pi_{wt+1} - \lambda_w \hat{\mu}_{wt} \tag{3.55}$$

$$\lambda_w \equiv \frac{(1-\theta_w)(1-\beta\theta_w)}{\theta_w(1+\varepsilon_w\varphi)}$$

L'écart entre le mark-up des salaires dans l'économie et celui de son état stationnaire est de :

$$\hat{\mu}_{wt} = \mu_{wt} - \mu_w = \hat{\omega}_t - \left[(1-\alpha)\sigma_\nu + \frac{\varphi}{1-\alpha}\right]\hat{y}_t$$

Les différents écarts du salaire réel et celui de l'output respectivement

$$\hat{\omega}_t = w_t - w_t^n \text{ et } \hat{y}_t = y_t - y_t^n$$

Une identité peut se construire en faisant quelques manipulations algébriques pour avoir : $w_t = w_{t-1} + \pi_{wt} - \pi_{Ht}$

Alors (3.55) et $\hat{\mu}_{wt}$ mis en ensemble donnent :

$$\pi_{\omega t} = \beta E_t \pi_{wt+1} + k_w \hat{y}_t - \lambda_w \hat{\omega}_t \tag{3.56}$$

Et dans ce cas $k_w = \lambda_w \left[(1-\alpha)\sigma_\nu + \frac{\varphi}{1-\alpha}\right]$. En ce qui concerne l'expression de l'inflation liée aux prix, l'approche sera la même qu'avec l'inflation liée aux salaires

réels. En partant avec

$$P_{Ht} \equiv \left[\theta_p P_{H,t}^{1-\varepsilon_p} + (1-\theta_p) P_t^{*1-\varepsilon_p}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon_p}} \tag{3.57}$$

Ensuite on aura, comme avec ω_t

$$p_t = \theta_p p_{t-1} + (1-\theta_p) p_t^* \tag{3.58}$$

L'inflation domestique est donc de :

$$\pi_{Ht} = p_{Ht} - p_{Ht-1} = (1-\theta_p)(p_t^* - p_{Ht-1}) \tag{3.59}$$

Par la substitution de (3.58) et (3.59) dans (3.29) on obtient :

$$\pi_{Ht} = \beta E_t \pi_{Ht+1} + \lambda_p \hat{mc}_t \tag{3.60}$$

$\lambda_p \equiv \frac{(1-\theta_p)(1-\beta\theta_p)}{\theta_p}\Theta$ et Θ définit comme en (3.30).
La log-linéarisation de (3.28) nous donne $mc_t = -\xi + w_t - p_{Ht} - mpn_t$ et on utilise (3.31), (3.39), (3.40), (3.45) et $\hat{\mu}_{wt}$ pour avoir l'écart du coût marginal réel est

$$\hat{mc}_t = \hat{\omega}_t + \left(\nu\sigma_\nu + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\hat{y}_t \tag{3.61}$$

Enfin pour trouver une autre variation de l'inflation incluant les écarts de l'output et de celui des salaires, on insère (3.61) dans (3.60)

$$\pi_{Ht} = \beta E_t \pi_{Ht+1} + \lambda_p \hat{\omega}_t + k_p \hat{y}_t \tag{3.62}$$

$$k_p \equiv \lambda_p \left(\nu\sigma_\nu + \tfrac{\alpha}{1-\alpha}\right)$$

La même dynamique de (3.60) peut être appliquée pour l'économie étrangère.

$$\pi_{Ft} = \beta E_t \pi_{Ft+1} + \lambda_p \hat{mc}_t \tag{3.63}$$

Nous pouvons aussi avoir le taux d'intérêt réel naturel en mettant les équations (3.41), (3.44) et (3.50) pour obtenir :

$$r_t^n = \rho + \psi_{ra}^n E_t \Delta a_{t+1} + \psi_{\bar{r}}^n E_t \Delta \bar{y}_{t+1} \tag{3.64}$$

Avec, $\psi_{ra}^n \equiv \sigma_\nu \psi_{ya}^n$ et $\psi_{\bar{r}}^n \equiv \sigma_\nu [\nu(\delta - 1) + \psi_{\bar{y}}^n]$

3.5 La règle de politique monétaire

Ici, l'objectif de la banque du Canada est la stabilisation de l'inflation autour d'un taux prévisible. Généralement située entre 1 à 3 pour cent. La stabilisation complète a pour effet que $\pi_H = 0$ et entrainera la perte du pouvoir monopolistique des firmes domestiques. La politique monétaire au Canada suit toujours la règle de Taylor. Cette règle dans laquelle la banque centrale est soumise l'amène, dans le cadre de sa politique monétaire à utilser le taux d'intérêt nominal comme instrument. On suppose que les agrégats monétaires ne soient pas un instrument de gestion monétaire, mais néanmoins, la banque centrale tient sûrement compte des fluctuations du taux de change de notre monnaie par rapport aux devises étrangères. Nous allons donc prendre l'équation suivante comme règle de Taylor. Par ailleurs, des variables qui ne sont pas observables dans certains cas seront ignorées pour l'estimation et la prévision des différents modèles que nous avons considérés.

$$i_t = \rho + \phi_H \pi_{Ht} + \phi_w \pi_{wt} + \phi_{IPC} \pi_t + \phi_e \Delta e_t + \phi_y \hat{y}_t + v_t \tag{3.65}$$

CHAPITRE IV

ESTIMATION DU MODÈLE

Dans ce chapitre, nous commencerons avec l'estimation du modèle de base et au fur et à mesure nous ajouterons d'autres hypothèses pour parvenir à un modèle plus élaboré qui puisse faire de la prévision hors-échantillon aussi bien qu'un modèle VAR sinon mieux.

4.1 Les données

Les données dans le cadre de ce travail proviennent principalement de deux sources à savoir la base de donnée de statistiques Canada, pour le PIB réel et compensation financière par heure travaillée, celle de la Reserve Fédérale des Données Économiques de Saint-Louis abrégée FRED [8] pour le reste des données. Ces données sont trimestrielles partant du troisième trimestre 1981 au deuxième trimestre 2018. Nous avons utilisé le filtre HP [9] avec λ =1600 pour tous les données trimestrielles comme les PIBs, le total de la compensation financière par heure travaillée et le taux d'intérêt des bons du trésor de trois mois canadien. Les variables observables que nous retenons sont :

---

8. *Federal Reserve Economic Data*, qui est une base de données de la reserve fédérale de Saint-Louis.

9. *Hodrick–Prescott*

– Le PIB réel trimestriel est calculé à partir de l'output réel des secteurs d'activités grâce aux indices de volume en chaine de Fisher, auquel sont soustraites au prix du marché la valeur relative du secteur public, des organismes non gouvernementaux à but non lucratif et le revenu de location y compris celui des propriétaires occupants.

– Le PIB réel des États-Unis d'Amérique est calculé en termes de milliards de 2012.

– Quant à l'inflation, nous prendrons le déflateur implicite du PIB.

– La compensation financière par heure travaillée en prenant le ratio entre la compensation financière de tous les jobs et le nombre des heures travaillées.

– Le taux d'intêret nominal de court terme retenu est celui des bons du trésor à trois mois canadien permis par la banque centrale.

– Le taux de change nominal Canada/États-Unis d'Amérique D'autres données seront retenues pour refleter la présence d'autres éléments dans le modèle.

4.2 Estimation avec des techniques bayésiennes

Au cours des dernières années, l'approche bayésienne est devenue incontournable auprès des économistes et de ceux qui font des modèles. Et ce pour deux raisons principales. La première raison est essentiellement numérique et en relation avec une révolution technologique, qui a permis le développement des logiciels tel que Matlab et autres et des procédures de calcul numérique facilitant l'adoption de cette approche. La deuxième est d'ordre conceptuel, concerne la prise en compte de l'information a priori sur les paramètres structurels du modèle. Empiriquement, l'approche Bayésienne commence par une formulation du modèle. Ensuite, par la suite celle d'une distribution a priori sur les paramètres à estimés du modèle, qui doivent capter nos croyances liées à la situation avant la prise en compte des données observées. Après l'observation de quelques données, nous

appliquons la formule de Bayes pour obtenir une distribution a posteriori pour ces paramètres, qui tient compte à la fois des données que des a priori. Nous avons utilisé l'algorithme Metropolis-Hastings d'une chaine de la marche aléatoire qui est une méthode d'échantillonnage plus générale. Pour la convergence, nous nous sommes basés sur 200 000 tirages pour 2 chaines parallèles et le taux d'acceptante est affiné autour de 0.5

4.3 Le choix des a priori

Le choix des a priori est une étape très importante, pour faire une estimation bayesienne. Il repose sur les épaules du chercheur, donc le choix se fait de manière subjective et est basé sur les croyances de l'économiste par rapport aux paramètres qui décrivent les comportements des variables d'intérêt. Le chercheur pourrait aussi faire le choix de s'inspirer des travaux d'autres économistes pour être guidé. Ainsi notre choix des a priori s'inspirera de Galí et monaceli, (2005) et de (Smet et Wooters, 2003). Généralement, les paramètres strictement positifs mais inférieur à 1 suivent une distribution Beta. Par ailleurs, les écarts-types des résidus sont principalement distribués selon la loi Gamma-inverse, ce qui assure qu'ils soient strictement positifs. Les a priori des paramètres liés aux différentes élasticités suivent une distribution normale. Certains paramètres ont été calibrés, en tenant compte de la difficulté de les identifier par les données. Les paramètres calibrés sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 4.1: Le tableau des paramètres calibrés

Paramètres	α	β	ε_p	ε_w	σ	φ	θ
Valeurs	0.30	0.99	6	6	1	1	2/3

4.4 Les résultats de l'estimation

Les distributions des a priori ainsi que ceux des a posteriori du modèle de base sont présentés dans la Figure 4.1. Le Tableau 4.2 nous montre le résultat de l'estimation des différents paramètres. En ce qui concerne l'estimation du paramètre de la règle monétaire, on se rend compte que la banque centrale réagit $\phi_\pi = 1,0491$ fois de plus lorsqu'il y a une déviation de l'inflation par rapport à son état stationnaire, alors que la réponse de l'écart de production est limitée à $\phi_y = 0,1273$. Quant aux estimations des coefficients des chocs AR(1), on remarque que ceux du choc technologique et de l'inflation sont les plus persistants et sont respectivement de $\rho_a = 0,9993$ et de $\rho_u = 0,9805$. Celui lié au choc du taux d'intérêt nominal est le moins persistant et est fixé à $\rho_v = 0,5489$. Les résultats obtenus concernant la convergence des séries sont satisfaisants comme le montre le test de diagnostic Metropolis-Hastings proposé par Brooks et Gelman ainsi que la prévision moyenne des variables observées (voir Figure A.1 et Figure A.2.)

Pour le modèle avec rigidité salariale, l'estimation réussi à capter la dynamique des données pour la plupart des paramètres voir la Figure 4.2. Le résultat de tous les paramètres est confiné au Tableau 4.3. Ainsi, les paramètres de Calvo lié au prix ($\theta_p = 0,6498$) et celui de la rigidité salariale ($\theta_w = 0,6702$) ont tous des moyennes très proches de celles de leur a priori, ce qui montre que la durée moyenne des prix et des salaires tourne autour de trois mois au Canada. L'estimation des paramètres, montre que la banque centrale réagit 1,4999 fois à la déviation de l'inflation de son état stationnaire en réaction à l'écart de l'output 0,1926 et l'écart salariale 0,1503. L'estimation des coefficients différents AR des quatre chocs inclus dans ce modèle, nous montre une persistance du choc technologique, du choc relatif à l'inflation des prix et celui du salaire sont autour de 0,9991. La persistance du choc de la politique monétaire est moins forte 0,6603.

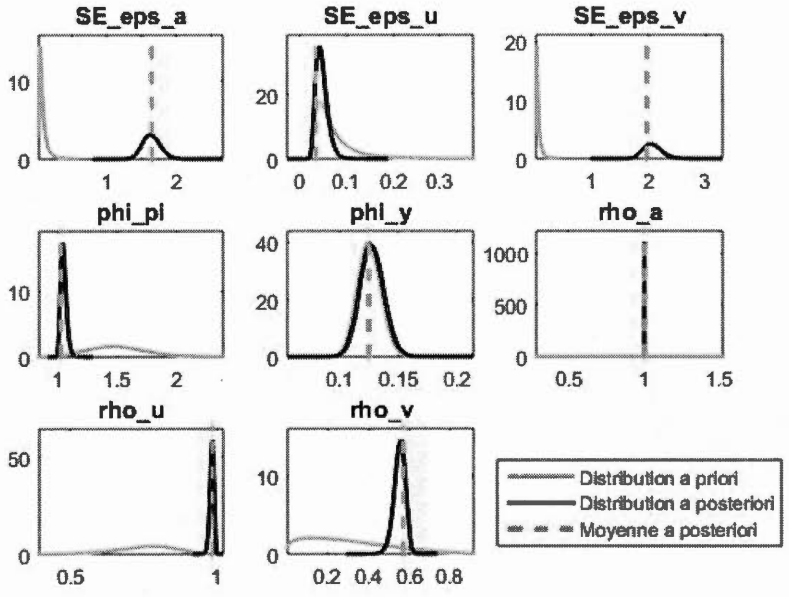
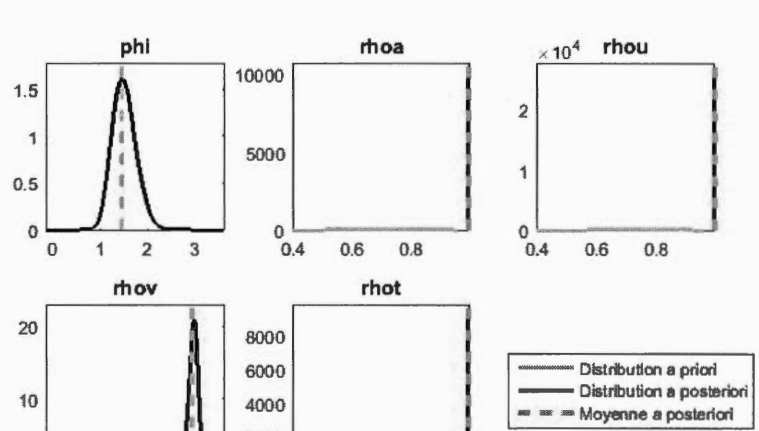


FIGURE 4.1: Distribution a priori et a posteriori du modèle de base

Pour le modèle final, la Figure 4.3 et le Tableau 4.4 nous montrent que les distributions a posteriori de certains paramètres sont plus influencés par les données que par les distributions a priori des différents paramètres. C'est ainsi que les paramètres de lissage de la politique monétaire captent bien les données et, ϕ_p, ϕ_w, ϕ_e et ϕ_{IPC} ont pour valeur 1,9251, 1,5012, 1,2499 et 1,4997 respectivement. Quant aux coefficients des différents chocs inclus dans notre modèle, nous constatons une forte persistance de ρ_a, ρ_u, ρ_t et ρ_{abar} et une persistance moyenne de ρ_d, et de ρ_v .

4.5 Comparaison avec les modèles VAR

Ici, nous allons comparé la performance des prévisions hors échantillon à divers horizons du modèle DSGE et du modèle VAR. Tout d'abord dans chaque cas, nous nous servirons de Matlab pour l'estimation des paramètres et le choix du nombre de retard. Nous procèderons avec le critère d'information D'Akaike (AIC).



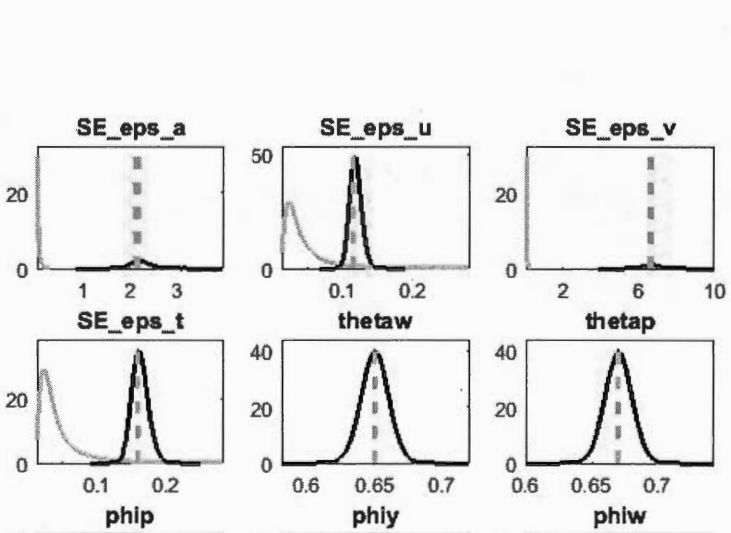


FIGURE 4.2: Distribution a priori et a posteriori du modèle avec rigidité salariale.

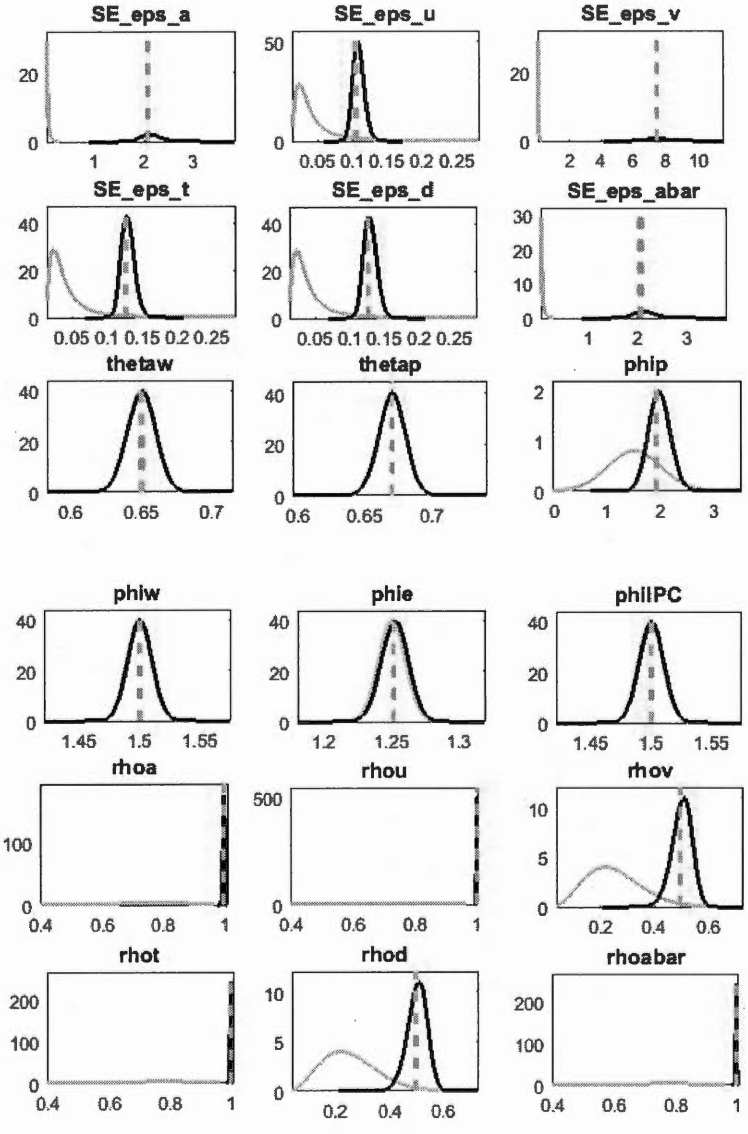


FIGURE 4.3: Distribution a priori et a posteriori du modèle pour l'économie ouverte.

Tableau 4.2: Estimation des paramètres du modèle de base

Paramètres	Moyenne a priori	Moyenne a post.	Distribution	90% intervalle a post.
ϕ_π	1,500	1,0491	Gamma	[1,0091 1,0863]
ϕ_y	0,125	0,1273	Gamma	[0,1106 0,1436]
ρ_a	0,900	0,9993	Normal	[0,9986 1,0000]
ρ_u	0,150	0,9805	Beta	[0,9692 0,9917]
ρ_v	0,300	0,5489	Beta	[0,5050 0,5955]
ε_a	0,100	1,6330	Gamma inv.	[1,4249 1,8453]
ε_u	0,080	0,0469	Gamma inv.	[0,0270 0,0657]
ε_v	0,075	2,0590	Gamma inv.	[1,7922 2,3138]

Tableau 4.3: Estimation des paramètres du modèle avec rigidité salariale

Paramètres	Moyenne a priori	Moyenne a post.	Distribution	90% intervalle a post.
θ_w	0,650	0,6498	Beta	[0,6339 0,6672]
θ_p	0,670	0,6699	Beta	[0,6536 0,6865]
ϕ_π	1,500	2,2960	Normale	[1,9467 2,6347]
ϕ_y	1,250	1,2518	Normale	[1,2355 1,2684]
ϕ_w	1,500	1,5003	Normale	[1,4842 1,5170]
φ	1,500	1,4983	Normale	[1,0786 1,9012]
ρ_a	0,750	0,9990	Normale	[0,9989 0,9991]
ρ_u	0,750	0,9991	Beta	[0,9990 0,9991]
ρ_v	0,250	0,6603	Beta	[0,6287 0,6925]
ρ_t	0,750	0,9990	Beta	[0,9989 0,9991]
ε_a	0,050	2,2344	Gamma inv.	[2,0158 2,8913]
ε_u	0.050	0,1884	Gamma inv.	[0,1678 0,2096]
ε_v	0,050	6,2344	Gamma inv.	[5,9938 6,4652]
ε_t	0,050	0,1973	Gamma inv.	[0,1750 0,2203]

On considère un ensemble de modèles candidats, le modèle choisi est celui qui a la plus faible valeur d'AIC. Alors c'est ainsi que pour le cas de base, VAR(2) est retenu, le second cas est VAR(4) et le modèle final est VAR(4). Pour établir la comparaison entre le modèle DSGE et le modèle VAR, nous utilisons le RMSE relatif et même MSE. Les résultats sont dans les Tableaux 4.6, 4.5 et 4.7.

Tableau 4.4: Estimation des paramètres du modèle pour une économie ouverte

Paramètres	Moyenne a priori	Moyenne a post.	Distribution	90% intervalle a post.
θ_w	0,650	0,6498	Beta	[0,6314 0,6663]
θ_p	0,670	0,6699	Beta	[0,6625 0,6953]
ϕ_p	1,500	1,9251	Normale	[1,9123 2,5135]
ϕ_w	1,500	1,5012	Normale	[1,4731 1,5160]
ϕ_e	1,250	1,2499	Normale	[1,2434 1,2763]
ϕ_{IPC}	1,500	1,4997	Normale	[1,4523 1,5212]
ρ_a	0,750	0,9980	Normale	[0,9978 0,9989]
ρ_u	0,750	0,9991	Beta	[0,9990 0,9991]
ρ_v	0,250	0,5502	Beta	[0,4287 0,5936]
ρ_t	0,750	0,9990	Beta	[0,9989 0,9991]
ρ_d	0,250	0,5610	Beta	[0,4023 0,9987]
ρ_{abar}	0,750	0,9990	Beta	[0,9988 0,9990]
ε_a	0,050	2,1559	Gamma inv.	[1,5158 2,5620]
ε_u	0.050	0,1884	Gamma inv.	[0,0678 0,1496]
ε_v	0,050	7,8344	Gamma inv.	[5,9826 7,9952]
ε_t	0,050	0,1573	Gamma inv.	[0,1670 0,2270]
ε_d	0,050	0,1973	Gamma inv.	[0,1670 0,2261]
ε_{abar}	0,050	0,1973	Gamma inv.	[1,6670 2,4601]

Tableau 4.5: Évaluation des performances de la prévision du modèle de base et du VAR(2), 2012Q3 - 2018Q2

Variables	*MSE* Relative	*RMSE* Relative
Prévision 2 périodes en avance		
Output	10,997	3,316
Taux d'intérêt	0.994	0.997
Inflation	10.556	3.251
Prévision 4 périodes en avance		
Output	3,689	1,921
Taux d'intérêt	0.556	0.746
Inflation	7.565	2.750
Prévision 6 périodes en avance		
Output	2,455	1,567
Taux d'intérêt	0.388	0.623
Inflation	7.918	2.814
Prévision 8 périodes en avance		
Output	1,913	1,383
Taux d'intérêt	0.396	0.629
Inflation	8.179	2.859

Tableau 4.6: Évaluation des performances de la prévision du modèle avec rigidité salariale et du VAR(4), 2012Q3 - 2018Q2

Variables	*MSE* Relative	*RMSE* Relative
Prévision 2 périodes en avance		
Output	3,531	1,879
Taux d'intérêt	0,497	0,705
Inflation	0,456	0,675
Salaire	7,245	2,692
Prévision 4 périodes en avance		
Output	4,471	2,115
Taux d'intérêt	0,489	0,699
Inflation	0,443	0,665
Salaire	7,963	2,822
Prévision 6 périodes en avance		
Output	6,516	2,550
Taux d'intérêt	0,517	0,719
Inflation	0,613	0,782
Salaire	5,834	2,415
Prévision 8 périodes en avance		
Output	7,970	2,823
Taux d'intérêt	0,607	0,779
Inflation	0,863	0,929
Salaire	4,631	2,152

Tableau 4.7: Évaluation des performances de la prévision du modèle final et du VAR(4), 2012Q3 - 2018Q2

Variables	MSE Relative	RMSE Relative	Variables	MSE Relative	RMSE Relative
Prévision 2 périodes en avance			Prévision 6 périodes en avance		
Output	1,233	1,110	Output	0,893	0,945
Taux d'intérêt	0,793	0,891	Taux d'intérêt	2,099	1,448
Inflation	0,234	0,484	Inflation	0,303	0,550
Salaire	2,453	1,566	Salaire	2,581	1,606
Output étranger	3,254	1,804	Output étranger	2,749	1,658
Taux de change	0,247	0,497	Taux de change	0,216	0,464
Prévision 4 périodes en avance			Prévision 8 périodes en avance		
Output	0,944	0,972	Output	0,681	0,908
Taux d'intérêt	1,902	1,379	Taux d'intérêt	2,628	1,621
Inflation	9,737	3,120	Inflation	0,217	0,466
Salaire	4,114	2,028	Salaire	2,581	1,607
Output étranger	5,009	2,238	Output étranger	3,233	1,798
Taux de change	3,228	1,797	Taux de change	0,314	0,560

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avions pour tâche de développer un modèle DSGE qui pouvait rivaliser avec les différents modèles VAR. Pour y parvenir nous avons tour à tour ajouté d'autres hypothèses au modèle de base de (Galí, 2008) comme la rigidité salariale et toutes les implications liées à l'ouverture de l'économie canadienne. On a utilisé les données chronologiques des variables économiques du Canada pour estimer certains paramètres qui n'ont pas été calibrés. Nous avons procédé à une prévision hors échantillon à 2, 4, 6, 8 périodes en avance des modèles structurelles et des différents VAR. Par la suite nous avons utilisé l'écart quadratique moyen pour trouver le modèle qui captait le mieux la prévision. C'est ainsi que dans le modèle de base, le VAR faisait mieux que le modèle DSGE pour l'output et l'inflation. Néanmoins, pour le taux d'intérêt le modèle DSGE s'améliorait au fur et à mesure que les périodes augmentaient. Cet écart entre les deux modèles, se voyait grandement réduire de façon graduelle avec l'ajout de certaines hypothèses telles que la rigidité salariale surtout et toutes les implications liées à l'ouverture de l'économie canadienne. Fort de ce constat nous pensons que si dans le futur d'autre hypothèses comme des frictions financières, les coûts des ajustements de l'investissement et autres pourront être ajoutées dans ce modèle, afin de le rendre moins théorique et plus proche de la réalité économique. Ainsi, plusieurs gains seront effectués pour une bonne prévision.

ANNEXE A

DIAGNOSTIC MCMC DE CONVERGENCE DES MODÈLES

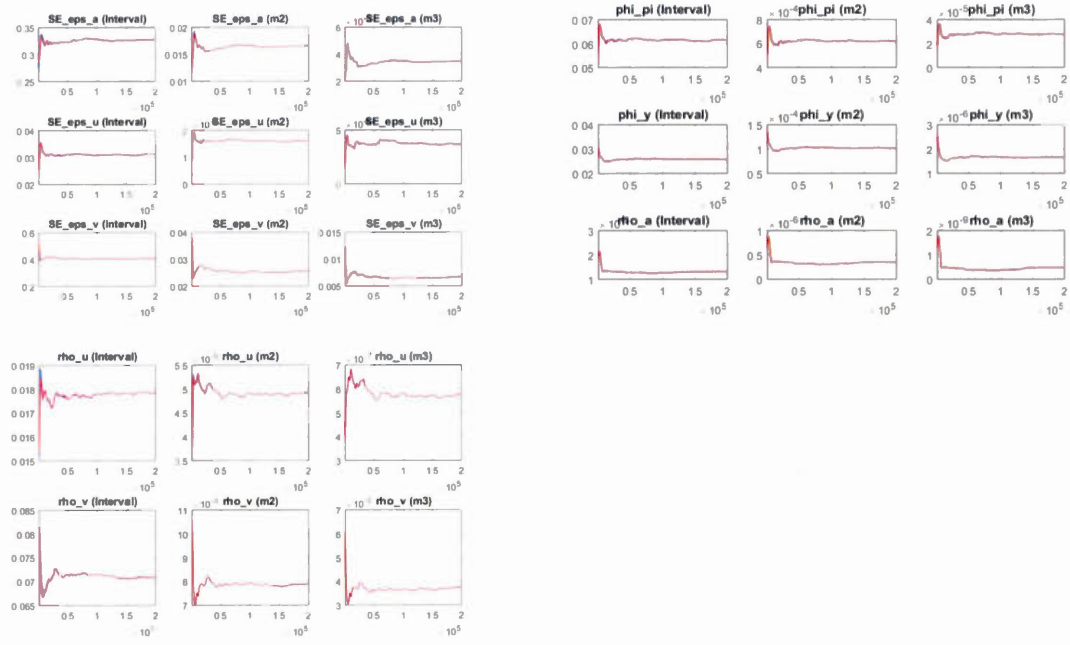


FIGURE A.1: Diagnostic MCMC de convergence univarié du modèle de base

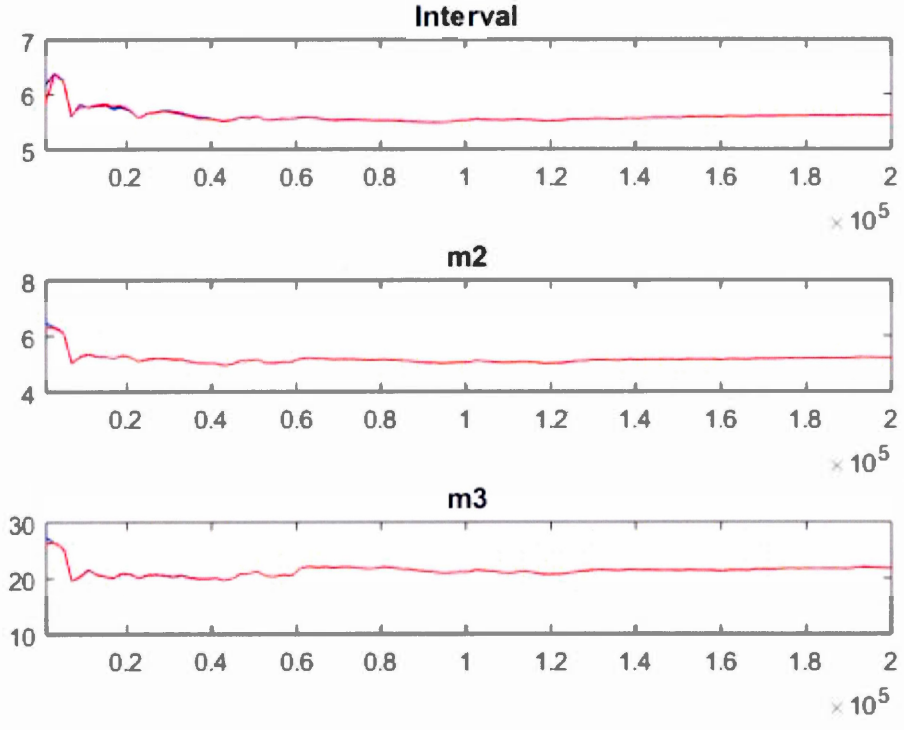


FIGURE A.2: Diagnostic MCMC de convergence multivarié du modèle de base

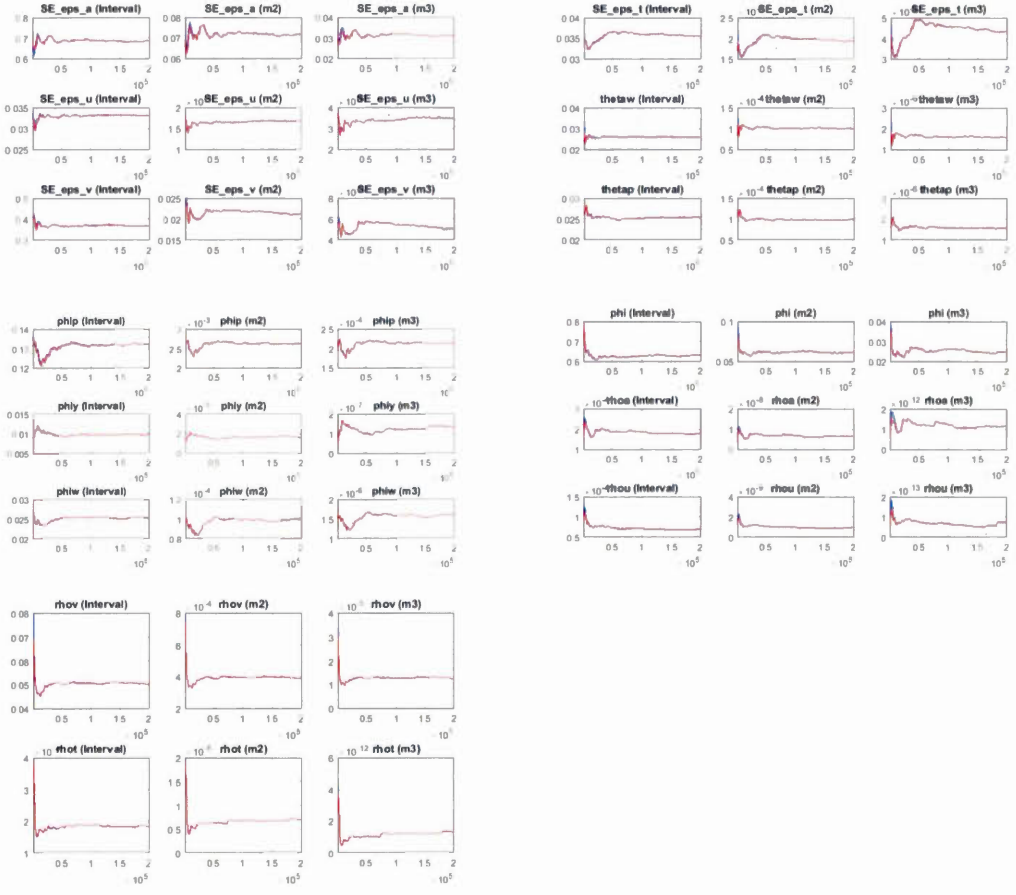


FIGURE A.3: Diagnostic MCMC de convergence univarié du modèle avec rigidité salariale.

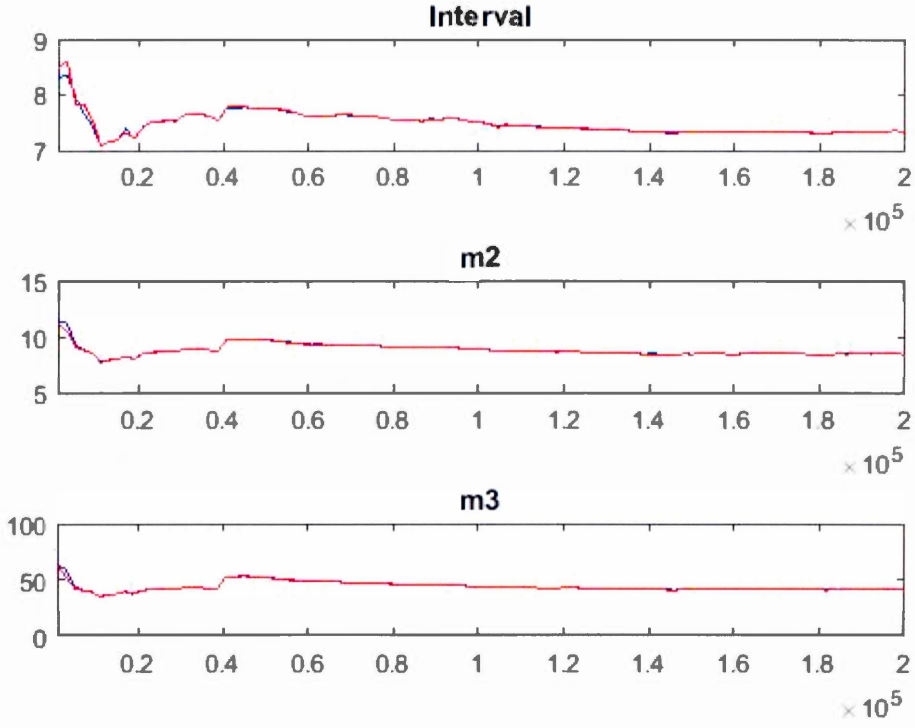


FIGURE A.4: Diagnostic MCMC de convergence multivarié du modèle avec rigidité salariale.

FIGURE A.5: Diagnostic MCMC de convergence univarié du modèle pour l'économie ouverte.

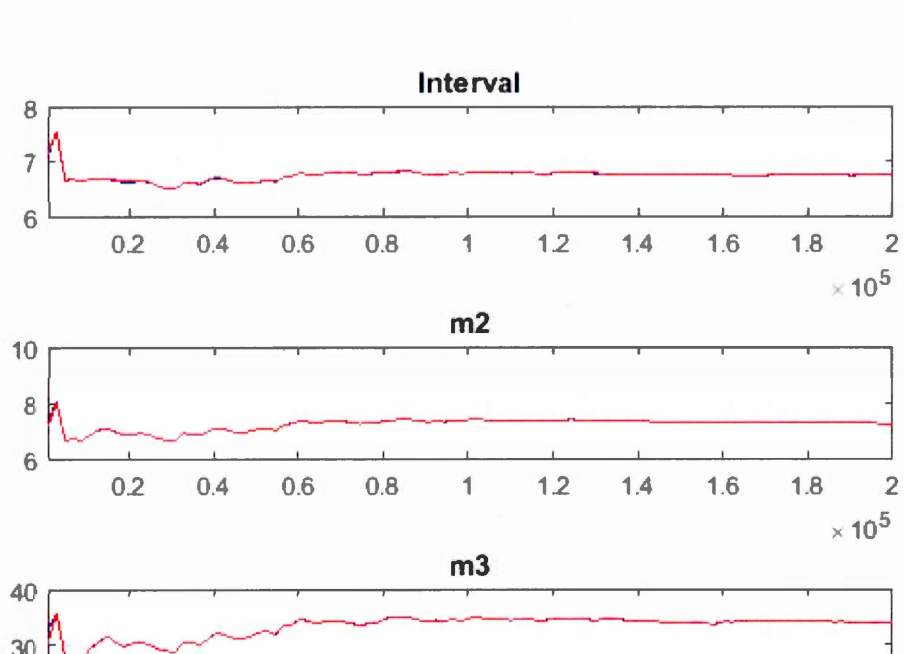


FIGURE A.6: Diagnostic MCMC de convergence multivarié du modèle pour l'économie ouverte.

ANNEXE B

ÉVOLUTION DANS LE TEMPS DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES

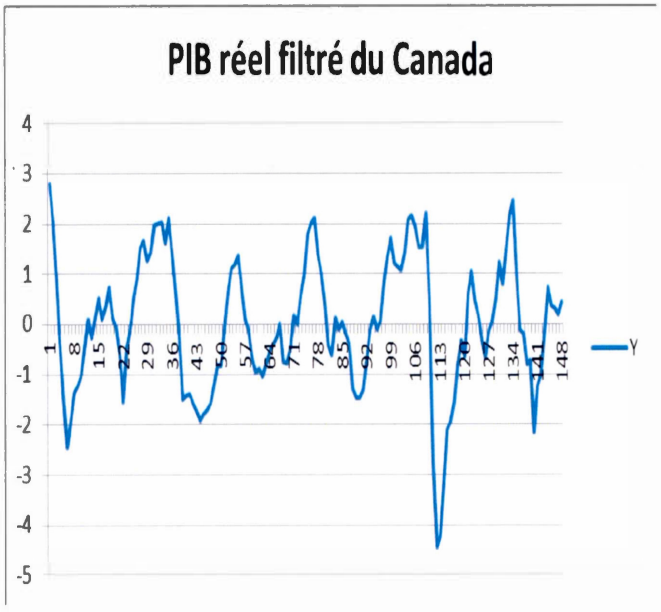


FIGURE B.1: Le PIB réel filtré du Canada

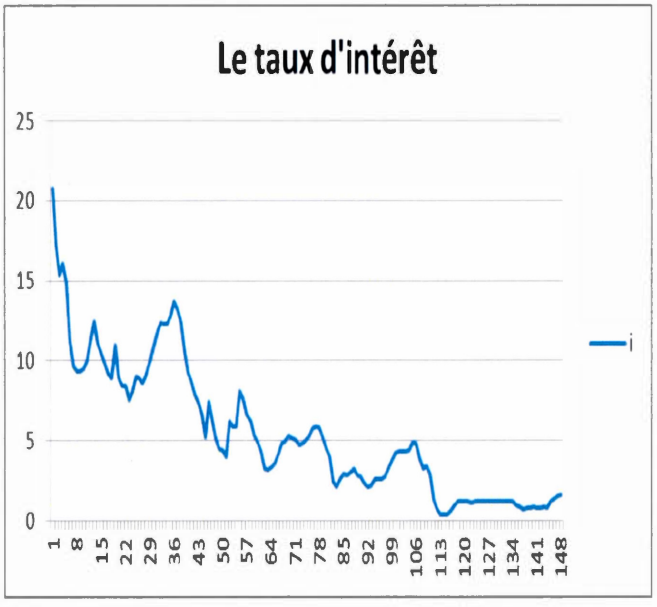


FIGURE B.2: Le taux d'intérêt du Canada

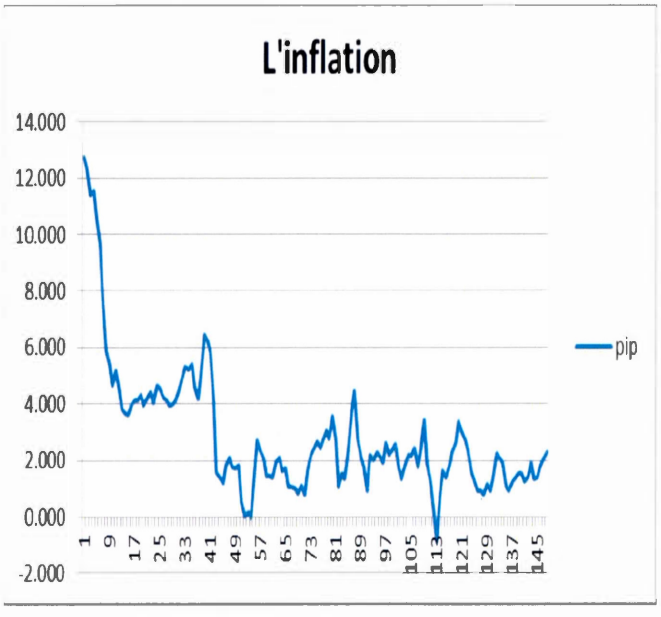


FIGURE B.3: Le taux d'inflation du Canada

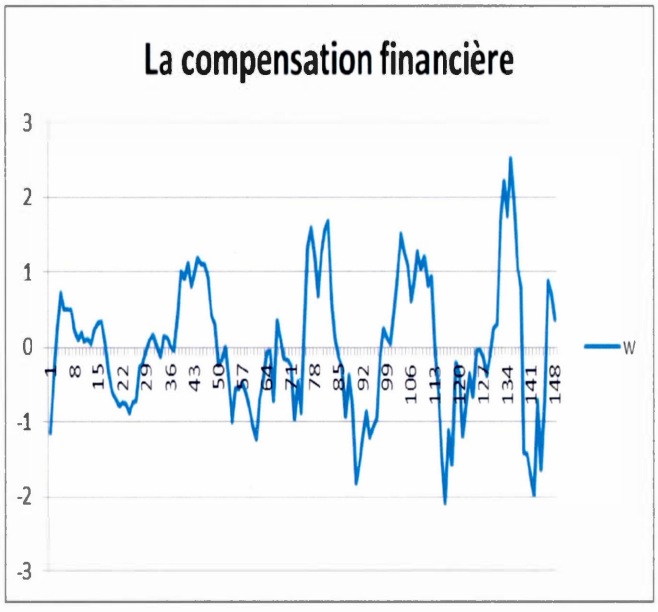


FIGURE B.4: La compensation financière au Canada

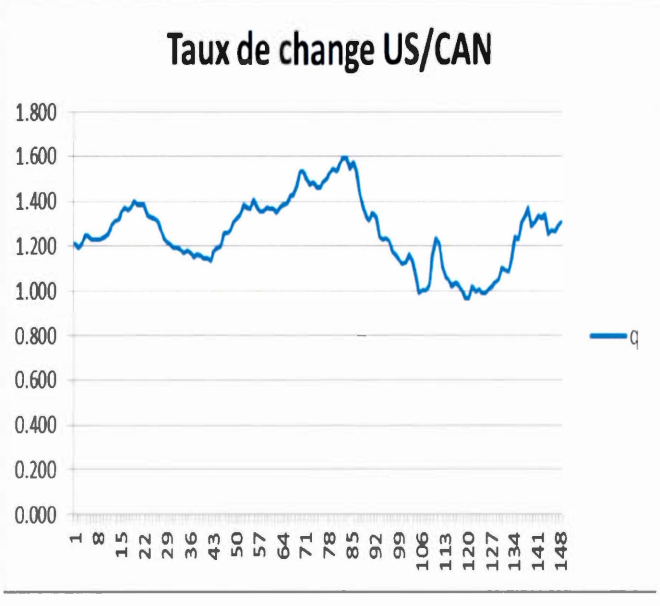


FIGURE B.5: Le taux de change US/Canada

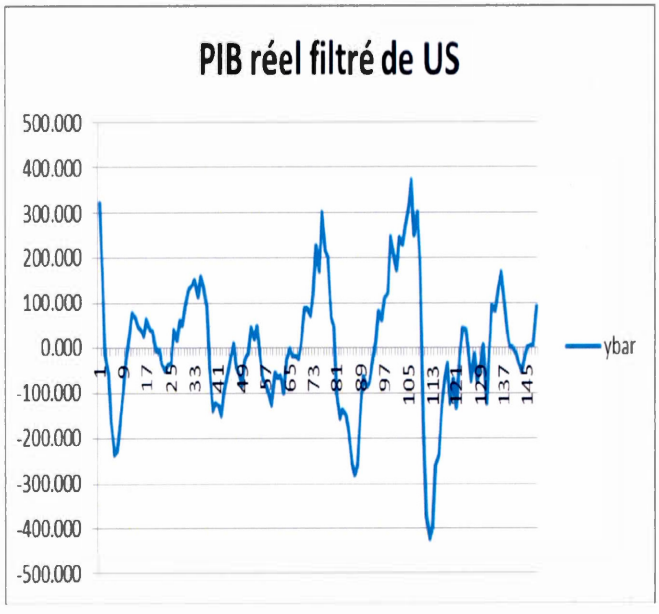


FIGURE B.6: Le PIB réel US

ANNEXE C

RÉSOLUTION

C.1 Equation d'Euler

La CPO de notre Lagrangien (3.8) par rapport à D_{t+1} nous donne :

$$\partial D_{t+1} \qquad \lambda_t Q_t = \beta E_t(\lambda_{t+1}) \tag{C.1}$$

Avec $Q_t = E_t Q_{t,t+1}$. On obtient ;

$$Q_t = \beta E_t \left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right) \tag{C.2}$$

Or dans (3.9),

$$\lambda_t = -\frac{\mathcal{U}_{ct}}{P_t} \tag{C.3}$$

Ainsi, (C.3) dans (C.2) nous donne ;

$$Q_t = \beta E_t \left(\frac{\mathcal{U}_{ct+1}}{\mathcal{U}_{ct}} \frac{P_t}{P_{t+1}}\right) \tag{C.4}$$

On se sert du fait que $\mathcal{U}_{ct} = C_t^{-\sigma}$ pour avoir ;

$$Q_t = \beta E_t \left(\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}}\right) \tag{C.5}$$

Nous prenons le log de part et d'autre de l'équation (C.5)

$lnQ_t = ln\beta - \sigma(E_t lnC_{t+1} - lnC_t) + lnP_t - lnP_{t+1}$

Posons $\rho \equiv -lnQ_t$, $i_t \equiv -lnQ_t$, $lnC_t = c_t$, $lnP_t = p_t$ et l'inflation liée à l'IPC est de $E_t\pi_{t+1} = p_{t+1} - p_t$ ou encore $\pi_t = p_t - p_{t-1}$

Alors l'équation D'Euler est de ;

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - \rho - E_t\pi_{t+1}) \tag{C.6}$$

C.2 Fixation des prix

La CPO du Lagrangien ci-dessous est la suivante :

$$\max_{P_t^*} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k \beta^k \left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}} \left(P_t^* \left(\frac{P_t^*}{P_{Ht+k}}\right)^{-\varepsilon_p} C_\Delta\right)$$

$$- \max_{P_t^*} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k \beta^k \left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}} MC_{rt+k|t} \left(\left(\frac{P_t^*}{P_{Ht+k}}\right)^{-\varepsilon_p} C_\Delta\right) \tag{C.7}$$

Posons $C_\Delta = \left(C_{Ht+k} + \int_0^1 C_{i,Ht+k}(j)di\right)$ On peut réécrire (C.7) comme suit :

$$\max_{P_t^*} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k Q_{t,t+k} \left(P_t^{*1-\varepsilon_p} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta - MC_{rt+k|t} \left(P_t^{*-\varepsilon_p} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta\right)\right) \tag{C.8}$$

∂P_t^*

$$(1-\varepsilon_p) P_t^{*-\varepsilon_p} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k Q_{t,t+k} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta$$

$$+\varepsilon_p P_t^{*-1-\varepsilon_p} E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k Q_{t,t+k} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta MC_{rt+k} = 0 \tag{C.9}$$

En isolant P_t^* on obtient ;

$$P_t^{*-1} = \frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k Q_{t,t+k} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k Q_{t,t+k} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta MC_{rt+k|t}} \tag{C.10}$$

En prenant l'inverse des deux côtés de l'égalité de (C.10), on obtient :

$$P_t^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k Q_{t,t+k} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta MC_{rt+k|t}}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_p^k Q_{t,t+k} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} C_\Delta} \tag{C.11}$$

On remplace dans (C.11) par la valeur de $Q_{t,t+k}$, après la simplification de C_t^σ et l'on divise et multiplie le numérateur par $P_{Ht+k}^{1+\varepsilon_p}$ pour avoir ;

$$P_t^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{-\sigma} P_{Ht+k}^{1+\varepsilon_p} C_\Delta \frac{1}{P_{t+k}} MC_{rt+k|t}}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{-\sigma} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}} C_\Delta} \tag{C.12}$$

Où $MC_{rt+k|t}$ représente le coût marginal réel des firmes domestiques lorsque les prix ont été ajustés en t .

Posons $C_\Delta = C_{t+k}$ alors (C.12) devient :

$$P_t^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{1+\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}} MC_{rt+k|t}}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}}} \tag{C.13}$$

Par la suite on divisera (C.13) par P_{t-1} ce qui nous ;

$$\frac{P_t^*}{P_{t-1}} = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{1+\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}} MC_{rt+k|t}}{E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}}} \frac{1}{P_{t-1}} \tag{C.14}$$

Une petite transformation nous donnera ;

$$\frac{P_t^*}{P_{t-1}} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}} = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{1+\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}} MC_{rt+k|t} \frac{1}{P_{t-1}} \tag{C.15}$$

Prenons

$$A = \frac{P_t^*}{P_{t-1}} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}}$$

et

$$B = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{Ht+k}^{1+\varepsilon_p} \frac{1}{P_{t+k}} MC_{rt+k|t} \frac{1}{P_{t-1}}$$

Commençons par le développement de Taylor d'ordre 1 de A et en tenant compte des variables suivantes $P_t^*, P_{t-1}, P_{t+k}, C_{t+k}$ évaluées autour de leur état stationnaire respectif. Posons $\frac{P_{t+k}}{P_{Ht+k}} = 1$ à l'état stationnaire. Alors A et B deviennent

$$A = \frac{P_t^*}{P_{t-1}} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{t+k}^{\varepsilon_p - 1}$$

et

$$B = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{t+k}^{\varepsilon_p} MC_{rt+k|t} \frac{1}{P_{t-1}}$$

Donc,

$$A = C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k + \frac{1}{P} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} (P_t^* - P)$$

$$-\frac{P}{P^2} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} (P_{t-1} - P)$$

$$+E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} (\varepsilon - 1) P^{\varepsilon-2} (P_{t+k} - P)$$

$$+E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k (1-\sigma) C^{-\sigma} P^{\varepsilon-1} (C_{t+k} - C)$$

Nous nous servirons de l'approximation suivante $\frac{P_{t-1}-P}{P} \approx p_t - p$ pour P et C

$$= C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} (p_t^* - p)$$

$$-E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} (p_{t-1} - p) + E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} (\varepsilon - 1) P^{\varepsilon-1} (p_{t+k} - p)$$

$$+E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k (1-\sigma) C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} (c_{t+k} - c)$$

On continue par la factorisation suivant :

$$= C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k \left[1 + (p_t^* - p) - (p_{t-1} - p)\right]$$

$$+C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k \left[(\varepsilon - 1)(p_{t+k} - p) + (1-\sigma)(c_{t+k} - c)\right]$$

$$= C^{1-\sigma} P^{\varepsilon-1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k \left[1 + (p_t^* - p_{t-1}) + (\varepsilon - 1)(p_{t+k} - p) + (1-\sigma)(c_{t+k} - c)\right] \tag{C.16}$$

Entamons avec le développement de Taylor d'ordre 1 pour B en tenant compte des variables suivantes $P_{t-1}, P_{t+k}, C_{t+k}, MC_{rt+k|t}$ évaluées autour de leur état stationnaire respectif.

$$B = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C_{t+k}^{1-\sigma} P_{t+k}^{\varepsilon_p} MC_r \frac{1}{P_{t-1}}$$

$$= \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon_p - 1} MC_r - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon_p} MC_r \frac{1}{P^2} (P_{t-1} - P)$$

$$+ \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} \varepsilon_p P^{\varepsilon_p - 1} MC_r \frac{1}{P} (P_{t+k} - P)$$

$$+ \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{-\sigma} (1-\sigma) P^{\varepsilon_p} MC_r \frac{1}{P} (C_{t+k} - C)$$

$$+ \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon_p} \frac{1}{P} (MC_{rt+k|t} - mc_r)$$

$$= \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon_p - 1} MC_r - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} P^{\varepsilon_p - 1} MC_r (p_{t-1} - p)$$

$$+ \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} E_t \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma} \varepsilon_p P^{\varepsilon_p - 1} MC_r (p_{t+k} - p)$$

$$+\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p-1}E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma}(1-\sigma)P^{\varepsilon_p-1}MC_r(c_{t+k}-c)$$

$$+\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p-1}E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k C^{1-\sigma}P^{\varepsilon_p-1}(mc_{rt+k|t}-mc_r)$$

On factorise par la suite avec $\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p-1}=MR_r$;

$$=C^{1-\sigma}P^{\varepsilon_p-1}E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k\left[1+\varepsilon_p p_{t+k}-p_{t-1}-(\varepsilon_p-1)p\right]$$

$$+C^{1-\sigma}P^{\varepsilon_p-1}E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k\Big[(1-\sigma)(c_{t+k}-c)+(mc_{rt+k|t}-mc_r)\Big] \qquad \text{(C.17)}$$

En mettant (C.16) et (C.17) on obtient :

$$E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k(p_t^*-p_{t+k})=E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k(mc_{rt+k|t}-mc_r)$$

En utilisant $\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k=\frac{1}{1-\beta\theta_p}$, alors ;

$$\frac{p_t^*}{1-\beta\theta_p}=E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k\Big[mc_{rt+k|t}-mc_r+p_{t+k}\Big]$$

$$p_t^*=(1-\beta\theta_p)E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k\Big[mc_{rt+k|t}-mc_r+p_{t+k}\Big]$$

En prenant $\mu_p=-mc_r$ on obtient ;

$$p_t^*=\mu_p+(1-\beta\theta_p)E_t\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_p)^k\Big[mc_{rt+k|t}+p_{t+k}\Big] \qquad \text{(C.18)}$$

C.3 Rigidité salariale

Par la suite (3.29) dans (3.28) ce qui nous donnera :

$$w_t^*=\mu^w+(1-\beta\theta_w)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left[mrs_{t+k}-\varepsilon_w\varphi(w_t^*-w_{t+k})+p_{t+k}\right]$$

$$= \mu^w - \varepsilon_w \varphi w_t^* + (1-\beta\theta_w)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left[mrs_{t+k} + \varepsilon_w\varphi w_{t+k} + p_{t+k}\right]$$

Puisque $\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k = \frac{1}{1-\beta\theta_w}$

$$\Rightarrow (1+\varepsilon_w\varphi)w_t^* = (1-\beta\theta_w)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left[\mu^w + mrs_{t+k} + \varepsilon_w\varphi w_{t+k} + p_{t+k}\right]$$

$$\Rightarrow w_t^* = \frac{1-\beta\theta_w}{1+\varepsilon_w\varphi}\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left[\mu^w + mrs_{t+k} + \varepsilon_w\varphi w_{t+k} + p_{t+k}\right]$$

Nous savons que $\mu^w_{t+k} \equiv (w_{t+k} - p_{t+k}) - mrs_{t+k}$, alors $mrs_{t+k} + p_{t+k} = w_{t+k} - \mu^w_{t+k}$

$$\Rightarrow w_t^* = \frac{1-\beta\theta_w}{1+\varepsilon_w\varphi}\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left[\mu^w - \mu^w_{t+k} + (1+\varepsilon_w\varphi)w_{t+k}\right]$$

$$\Rightarrow w_t^* = \frac{1-\beta\theta_w}{1+\varepsilon_w\varphi}\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left[(1+\varepsilon_w\varphi)w_{t+k} - \hat{\mu}^w_{t+k}\right]$$

$$\Rightarrow w_t^* = \frac{1-\beta\theta_w}{1+\varepsilon_w\varphi}\sum_{k=1}^{\infty}(\beta\theta_w)^k E_t\left[(1+\varepsilon_w\varphi)w_{t+k} - \hat{\mu}^w_{t+k}\right] + (1-\beta\theta_w)(w_t - \frac{\mu^w_t}{1+\varepsilon_w\varphi})$$

$$\Rightarrow w_t^* = \beta\theta_w E_t w_{t+1}^* + (1-\beta\theta_w)(w_t - \frac{\mu^w_t}{1+\varepsilon_w\varphi})$$

C.4 L'output naturel

De (3.46) nous avions :

$$n_t = \frac{y_t - a_t}{1-\alpha} \tag{C.19}$$

or

$$mpn_t = ln(1-\alpha) + a_t - \alpha n_t \tag{C.20}$$

Ainsi, (B.19) dans (B.20) nous donne :

$$mpn_t = ln(1-\alpha) + a_t - \frac{\alpha}{1-\alpha}y_t + \frac{\alpha}{1-\alpha}a_t$$

Alors

$$mpn_t^n = ln(1-\alpha) - \frac{\alpha}{1-\alpha}y_t^n + \frac{1}{1-\alpha}a_t \tag{C.21}$$

Em mettant (3.48) dans (3.47), nous obtenons ;

$$mc = -\mu_p = -\xi + w_t^n - p_t + \nu\sigma_\nu y_t^n - \nu\sigma_\nu \bar{y}_t - mpn_t^n \tag{C.22}$$

Par la suite on remplace (B.21) dans (B.22)

$$mc = -\mu_p = -\xi + w_t^n - p_t + \nu\sigma_\nu y_t^n - \nu\sigma_\nu \bar{y}_t - ln(1-\alpha) + \frac{\alpha}{1-\alpha} y_t^n - \frac{1}{1-\alpha} a_t \tag{C.23}$$

On a $\omega_t^n = \mu_w + mrs_t^n = \mu_w + \varphi n_t + \sigma c_t$ et $c_t = y_t$ en équilibre.

$$-\mu_p = -\xi + \mu_w + \varphi n_t + \sigma c_t + \nu\sigma_\nu y_t^n - \nu\sigma_\nu \bar{y}_t - ln(1-\alpha) + \frac{\alpha}{1-\alpha} y_t^n - \frac{1}{1-\alpha} a_t \tag{C.24}$$

$$-\mu_p = -\xi + \mu_w + \varphi\left(\frac{y_t^n - a_t}{1-\alpha}\right) + \sigma y_t^n + \left(\nu\sigma_\nu + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) y_t^n - \nu\sigma_\nu \bar{y}_t - ln(1-\alpha) - \frac{1}{1-\alpha} a_t$$

On factorise y_t^n dans l'équation ci-dessous pour avoir.

$$-\mu_p = -\xi + \mu_w + \left(\frac{\varphi}{1-\alpha} + \sigma + \nu\sigma_\nu + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) y_t^n - \nu\sigma_\nu \bar{y}_t - ln(1-\alpha) - \frac{1}{1-\alpha} a_t - \frac{\varphi}{1-\alpha} a_t$$

Alors

$$-\mu_p = -\xi + \mu_w + \left(\frac{\varphi}{1-\alpha} + \sigma + \nu\sigma_\nu + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) y_t^n - \nu\sigma_\nu \bar{y}_t - ln(1-\alpha) - \left(\frac{1+\varphi}{1-\alpha}\right) a_t$$

Ainsi,

$$y_t^n = \psi_y^n + \psi_{ya}^n a_t + \psi_{\bar{y}_t}^n \bar{y}_t \tag{C.25}$$

Où

$$\psi_y^n = \frac{(1-\alpha)\left[\xi - \mu_p - \mu_w + ln(1-\alpha)\right]}{\varphi + \alpha + (1-\alpha)(\sigma + \nu\sigma_\nu)}$$

$$\psi_{ya}^n = \frac{1+\varphi}{\varphi + \alpha + (1-\alpha)(\sigma + \nu\sigma_\nu)}$$

et

$$\psi_{\bar{y}}^n = \frac{(1-\alpha)\nu(\delta-1)\sigma_\nu}{\varphi + \alpha + (1-\alpha)(\sigma + \nu\sigma_\nu)}$$

C.5 Le modèle linéarisé

Le modèle de base Galí, (2008)

La production	$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t$
L'inflation	$\pi_t = \beta\pi_{t+1} + \kappa\hat{y}_t + u_t$
IS-dynamique	$\hat{y}_t = E_t\hat{y}_{1+t} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t\pi_{t+1} - r_t^n)$
Le taux d'intérêt nominal	$i_t = \phi_\pi\pi_t + \phi_y\hat{y} + v_t$
Intérêt naturel	$r_t^n = \sigma\psi_{ya}^n(a_{t+1} - a_t)$
Intérêt réel	$r_{reel} = i_t - E_t\pi_{t+1}$
La production	$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t$
L'output naturel	$y_{nat} = \psi_{ya}^n a_t + v_{ya}^n$
L'écart de l'output	$\hat{y}_t = y_t - y_t^n$
Le choc de productivité	$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_a$
Le choc lié à l'inflation	$u_t = \rho_u u_{t-1} + \varepsilon_u$
Le choc lié au taux d'intérêt	$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t$
La production	$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_v$

Le modèle avec rigidité des prix et des salaires

La production	$y_t = a_t + (1-\alpha)n_t$
L'inflation liée à la rigidité des prix	$\pi_{Ht} = \beta E_t \pi_{Ht+1} + \kappa_p \hat{y}_t + \lambda_p \hat{\omega}_t + u_t$
L'inflation liée à la rigidité salariale	$\pi_{\omega t} = \beta E_t \pi_{\omega t+1} + \kappa_\omega \hat{y}_t - \lambda_\omega \hat{\omega}_t + t_t$
IS-dynamique	$\hat{y}_t = E_t \hat{y}_{1+t} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t \pi_{Ht+1} - r_t^n)$
Le taux d'intérêt nominal	$i_t = \rho + \phi_H \pi_{Ht} + \phi_w \pi_{wt} + \phi_y \hat{y}_t + v_t$
Intérêt naturel	$r_t^n = \sigma \psi_{ya}^n (a_{t+1} - a_t)$
Intérêt réel	$r_{reel} = i_t - E_t \pi_{t+1}$
L'output naturel	$y_t^n = \psi_{ya}^n a_t + \psi_y^n$
Le salaire réel naturel	$\omega_t^n = \psi_\omega^n + \psi_{\omega a}^n a_t$
L'écart de l'output	$\hat{y}_t = y_t - y_t^n$
La dynamique salariale	$\omega_t = \omega_{t-1} + \pi_{\omega t} - \pi_{Ht}$
Le choc de productivité	$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_a$
Le choc de l'inflation liée au prix	$u_t = \rho_u u_{t-1} + \varepsilon_u$
Le choc lié au taux d'intérêt	$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_v$
Le choc de l'inflation liée au salaire	$t_t = \rho_t t_{t-1} + \varepsilon_t$

Le modèle d'une petite économie ouverte

L'inflation liée à la rigidité des prix	$\pi_{Ht} = \beta E_t \pi_{Ht+1} + \kappa_p \hat{y}_t + \lambda_p \hat{\omega}_t + u_t$
L'inflation liée à la rigidité salariale	$\pi_{wt} = \beta E_t \pi_{wt+1} + \kappa_w \hat{y}_t - \lambda_w \hat{\omega}_t + t_t$
IS-dynamique	$\hat{y}_t = E_t \hat{y}_{1+t} - \frac{1}{\sigma_\nu}(i_t - E_t \pi_{Ht+1} - r_t^n)$
Le taux d'intérêt nominal	$i_t = \rho + \phi_H \pi_{Ht} + \phi_w \pi_{wt}$
$+\phi_{IPC} \pi_t + \phi_e \Delta e_t + \phi_y \hat{y}_t + v_t$	
Intérêt naturel	$r_t^n = \psi_{ra}^n (a_{t+1} - a_t) + \psi_{\bar{r}}^n (\bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t)$
L'output naturel	$y_t^n = \psi_y^n + \psi_{ya}^n a_t + \psi_{\bar{y}}^n \bar{y}_t$
Salaire réel naturel	$\omega_t^n = \psi_w^n + \psi_{wa}^n a_t + \psi_{\bar{w}}^n \bar{y}_t$
La dynamique salariale	$\omega_t = \omega_{t-1} + \pi_{\omega t} - \pi_{Ht}$
L'écart de l'output	$\hat{y}_t = y_t - y_t^n$
La courbe IS-dynamique étranger	$\bar{y}_t = E_t \bar{y}_{t+1} - \frac{\bar{i}_t - \bar{\pi}_{t+1}}{\sigma}$
CPNK [8] étranger	$\bar{\pi}_t = \beta \bar{\pi}_{t+1} + \bar{mc}_t \lambda_H$
La règle de Taylor étranger	$\bar{i}_t = \phi_{\bar{\pi}} \bar{\pi}_{t+1} + \phi_{\bar{a}} \bar{a}_t$
Le coût marginal étranger	$\bar{mc}_t = \left(\nu \sigma_\nu + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) \bar{y}_t$
Condition d'équilibre	$y_t = \bar{y}_t + \frac{1}{\sigma_\nu} s_t$
L'inflation mondiale	$\pi_t = \pi_{Ht} + \nu \Delta s_t$
Le taux de change réel	$q_t = (1-\nu) s_t + d_t$
La dynamique des termes d'échange	$\Delta s_t = \bar{\pi}_t + \Delta e_t - \pi_{Ht}$
La dynamique des termes de change	$i_t = \bar{i}_t + E_t \Delta e_{t+1}$

Le choc de productivité	$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_a + \rho_{cor}\varepsilon_{\bar{a}}$
Le choc de productivité étranger	$\bar{a}_t = \rho_{\bar{a}}\bar{a}_{t-1} + \varepsilon_{\bar{a}}$
Le choc du taux de change	$d_t = \rho_d d_{t-1} + \varepsilon_d$
Le choc de l'inflation liée au prix	$u_t = \rho_u u_{t-1} + \varepsilon_u$
Le choc lié au taux d'intérêt	$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_v$
Le choc de l'inflation liée au salaire	$t_t = \rho_t t_{t-1} + \varepsilon_t$

BIBLIOGRAPHIE

Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J. et Villani, M. (2007). Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass-through. *Journal of international economics* , *70*(2), 481–511. Elsevier

Ambler, S. Guay, A. et Phaneuf, L. (2011). Endogenous business cycle propagation and the persistence problem : The role of labor-market frictions. *Journal of economic dynamics and control* , E32, E62 002–008. Elsevier

An, S. et Schorfheide, F. (2006). Bayesian analysis of DSGE models. *Reseach department, federal reserve bank of philadelphia working paper* No. 06-5

Bergholt, D. (2012). The basic new keynesian model. *Lecture notes by Drago Bergholt, norwegian business school.* Récupéré le 13 juillet 2018 de *http ://bergholt.weebly.com/uploads/*

Bergholt, D. (2012). Inflation targeting in a small open economy with sticky wages and prices. Récupéré le 08 juillet 2018 de *http ://bergholt.weebly.com/uploads/*

Bernanke, B.S. *et al.* (1999). The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. Handbook of macroeconomics. *JEL classification : E30, E44, E50.* Ed. 1, vol. 1, 1341–1393

Clarida, R., Galí, J. et Gertler, M. (1999). The Science of monetary policy : A new kynesian perspective. *Journal of economic literature* Vol. XXXVII 1661–1707.

Christiano, L. J. *et al.* (2005). Nominal rigidity and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *The journal of political economy* 113(1).

Christiano, L. J. *et al.* (2011). Introducing financial frictions and unemployment into a small open economy model. *The journal of economic dynamics and control.* Elsevier, 2000–2022.

Christoffel, K., Coenen, G. et Warne, A. (2008). The new area-wide model of the euro area. A micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis. *European central bank working paper series* No. 944.

Coenen, G. *et al.* (2007). Tax reform and labour-market performance in the euro area a simulation-based analysis using the new area-wide model. *European central bank working paper series* No. 747.

Cúrdia, V. et Woodford, M. (2009). Credit frictions and optimal monetary policy. *Bank for international settlements. Working papers.* No. 278

Delbrück, F. *et al.* (2008). The evolution of the forecasting and policy system (FPS) at the reserve bank of new zealand *JEL classification.* E10, E17, E52 , Discussion paper series ISSN 1177-7567.

Del Negro, M. et Schorfheide, F. (2012). DSGE model-based forecasting. *Federal reserve bank of new york. Staff report* No. 554.

Del Negro, M., et Schorfheide, F. (2004). How good is what you've got DSGE-VAR as a toolkit for evaluating DSGE models. *Federal reserve bank of Atlanta.*

Dib, A., Gammoudi, M. et Moran, K. (2008). Forecasting canadian time series with the new-keynesian model. *Canadian journal of economics*, Vol. 41 No. 1, 138–165.

Erceg, C. J., Henderson, D. W. et Levin, A. T. (2000). Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts. *Journal of monetary economics*, 46(2), 281–313.

Fernández-Villaverde, J. et Rubio-Ramírez, J. F. (2003). Comparing dynamic equilibrium models to data : A bayesian approach. *Federal reserve bank of atlanta. Working paper 2001-23a*

Galí, J. (2008). The new keynesian approach to monetary policy analysis : Lessons and new directions. *JEL Classification* : E52

Galí, J. et Monacelli, T. (2005). Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy. *Review of economic studies* 72, 07–734.

Galí, J. et Monacelli, T. (2016). Understanding the gains from wage flexibility : The exchange rate connection. *American economic review* 106(12), 3829–3868.

Gertler, M. et Karadi, P. (2011). A model of unconventional monetary policy. *New york university.*

Geweke, J. (1998). Using simulation methods for bayesian econometric models : Inference, development, and communication. *Federal reserve bank of minneapolis research department staff report 249*

Griffoli, T. M. (2010), dynare v4 - User guide, public beta version

Ireland, P,N. (2003). Sticky-price models of the business cycle specification and stability*Boston college and NBER.* Récupéré le 01 novembre 2018 de *https ://www2.bc.edu/peter-ireland/programs.html*

Pfeifer, J (2018). *A guide to specifying observation equations for the estimation of DSGE Models.* Université de cologne

Jones, C et Kulish, M. (2016). A practical introduction to DSGE modeling with dynare.

Kydland, F. E. et Prescott, E. C. (1982). Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica* Vol. 50, No. 6.

Marcellino, M. et Rychalovska, Y. (2014). Forecasting with a DSGE model of a small open economy within the monetary union *Journal of Forecasting*, 33, 315–338.

Monacelli, T. (2003). Monetary policy in a low pass-through environment.*European central bank working paper series* (227)

Patrick, M., Yongdeng, X., Peng, Z. (2014). How good are out of sample forecasting tests on DSGE models. Récupéré le 08 juillet 2018 de *business.cardiff.ac.uk/research/academic-sections/economics/working-papers*

Phaneuf, L. (2017).Le modèle néo keynésien standard *Note de cours hiver 2017 UQAM*

Smets, F. et Wouters, R. (2003). An estimated dynamic stochastic genaral equilibrium model of the euro area.*Journal of the european economic association*, 1(5), 1123–1175.

Smets, F. et Wouters, R. (2007). Shocks and frictions in US business cycles : A bayesian DSGE approach. *European central bank.* No 722

Tai-Kuang, H. (2014). Bayesian estimation of linearized DSGE models. Récupéré le 08 juillet 2018 de *http ://mx.nthu.edu.tw/ tkho/DSGE/dsge.html*

Williams, M. N. (2016). Bayes factor null hypothesis tests are still null hypothesis tests. *Massey university, new zealand.*