UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE POUR L'APPRENTISSAGE DES RELATIONS LINÉAIRES

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

ANNIE OUELLET

AVRIL 2008

REMERCIEMENTS

À André Boileau, mon directeur de mémoire, qui m'a tant encouragé malgré les difficultés liées à l'expérimentation et à son temps non compté.

Aux quatre élèves qui ont bien voulu participer à l'expérimentation avec toute l'énergie qu'ils pouvaient y mettre.

À toute ma famille et mes amis, qui ont su m'encourager à poursuivre mes études.

Finalement, à Benoit, mon amoureux qui a dû se priver de ma présence si souvent pour que je puisse réaliser à terme mon projet. De plus, il a su rester calme dans mes moments de fatigue et de joie et m'encourager dans toutes les phases que j'ai pu traverser.

Sincèrement, merci à tous

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

CONTENU DU DVD

- Mon mémoire en version « pdf » et en version « word »

1- Partie 1 de l'expérimentation :
  - 1.1 Questionnaire vierge de l'élève : DocEle_P1.doc
  - 1.2 Document du chercheur accompagnant l'activité : DocChercheur_P1.doc
  - 1.3 Logiciel de la partie 1 : Log_P1.xls
  - 1.4 Version finale du logiciel utilisé par l'équipe AF : Log_P1_AF.xls
  - 1.5 Version finale du logiciel utilisé par l'équipe MV : Log_P1_MV.xls
  - 1.6 Verbatim de la vidéo de l'équipe AF : Verbatim_P1_AF.doc
  - 1.7 Verbatim de la vidéo de l'équipe MV : Verbatim_P1_MV.doc
  - 1.8 Document écrit utilisé par l'équipe MV : Doc_P1_MV.doc

2- Partie 2A de l'expérimentation :
  - 2.1 Questionnaire vierge de l'élève : DocEle_P2A.doc
  - 2.2 Document du chercheur accompagnant l'activité : DocChercheur_P2A.doc
  - 2.3 Logiciel de la partie 2 : Log_2A.xls
  - 2.4 Version finale du logiciel utilisé par l'équipe AF : Log_2A_AF.xls
  - 2.5 Version finale du logiciel utilisé par l'équipe MV : Log_2A_MV.xls
  - 2.6 Verbatim de la vidéo de l'équipe AF : Verbatim_AF_2A.doc
  - 2.7 Verbatim de la vidéo de l'équipe MV : Verbatim_MV_2A.doc
  - 2.8 Document écrit utilisé par l'équipe MV : Doc_P2A_MV.doc

Partie 2B de l'expérimentation :
  - 2.9 Questionnaire vierge de l'élève : DocEle_P2B.doc
  - 2.10 Document du chercheur accompagnant l'activité : DocChercheur_P2B.doc
  - 2.11 Logiciel de la partie 2B : Log_P2B.xls
  - 2.12 Version finale du logiciel utilisé par l'équipe AF : Log_P2B_AF.xls
  - 2.13 Version finale du logiciel utilisé par l'équipe MV : Log_P2B_MV.xls
  - 2.14 Verbatim de la vidéo de l'équipe AF : Verbatim_2B_AF.doc
  - 2.15 Verbatim de la vidéo de l'équipe MV : Verbatim_MV_2B.doc
  - 2.16 Document écrit utilisé par l'équipe MV : Doc_P2B_MV.doc
  - 2.17 Document écrit utilisé par l'équipe AF : DocEle_P2B_AF.doc

3- Partie 3 de l'expérimentation :
  - 3.1 Questionnaire vierge de l'élève : DocEle_P3.doc
  - 3.2 Document du chercheur accompagnant l'activité : DocChercheur_P3.doc
  - 3.3 Logiciel de la partie 3 : Log_P3.xls
  - 3.4 Verbatim de la vidéo de l'équipe AF : Verbatim_P3_AF.doc
  - 3.5 Verbatim de la vidéo de l'équipe MV : Verbatim1_P3_MV.doc
  - 3.6 Document écrit utilisé par l'équipe AF : Doc_P3_AF.doc
  - 3.7 Document écrit utilisé par l'équipe MV : Doc_P3_MV.doc
  - 3.8 Nouveau logiciel pour les enseignants de Puissance 4 : LogPuissance4_P3.xls
  - 3.9 Verbatim de la vidéo de l'équipe MV : Verbatim2_P3_MV.doc

4- Partie 4 de l'expérimentation :
  - 4.1 Questionnaire vierge de l'élève : DocEle_P4.doc
  - 4.2 Document du chercheur accompagnant l'activité : DocChercheur_P4.doc
  - 4.3 Logiciel de la partie 2 : Log_P4.xls
  - 4.4 Verbatim de la vidéo de l'équipe AF : Verbatim_P4_AF.doc

RÉSUMÉ

Ce projet de recherche visait l'élaboration d'une série d'activités combinant l'utilisation de la technologie à l'aide du logiciel Excel et l'initiation aux relations linéaires. Les quatre parties de l'expérimentation ont été spécialement conçues afin d'introduire la notion de relations linéaires en troisième secondaire tout en portant une attention particulière à l'étude graduelle des variations de paramètres. Ainsi, dans les trois premières parties, la variation des paramètres est discrète tandis que pour la quatrième partie, la variation des paramètres est plutôt continue. Les différentes activités se distinguent surtout par leur approche « contextualisée » (la situation du taxi principalement et la piscine qu'on vide et qu'on remplit d'eau) et par l'apport significatif de la technologie dans l'apprentissage des concepts associés.

De plus, les activités ont été bâties de façon à ce que les différents modes de représentation (graphique, table de valeurs et équation) soient présents sur le logiciel et que ces derniers aident réellement l'élève dans ses apprentissages.

De plus, Goldenberg (1988) mentionne que la mise en évidence dans le graphique de quelques points de même abscisse aiderait à la visualisation d'une translation verticale dans le cas d'une variation de l'ordonnée à l'origine. Contrairement à l'hypothèse de Goldenberg, cette mise en évidence lors de notre expérimentation ne semble pas avoir aidé les quatre élèves à observer une translation verticale, mais plutôt une translation oblique et une réflexion.

Dans un autre ordre d'idée, nous avons observé que la présence de la technologie semble avoir aidé les élèves ayant réalisé l'expérimentation à déduire l'effet dans le graphique de la variation des paramètres dans le graphique d'une fonction linéaire.

Mots clés : technologie, relation linéaire, enseignement mathématique, variation paramètre, transformation géométrique

INTRODUCTION

En observant les principaux manuels de troisième secondaire[1], j'ai pu observer une difficulté à intégrer la technologie de façon significative dans l'apprentissage de l'effet de la variation des paramètres tout en restant « contextualisé »[2]. Ainsi, dans le manuel Carrousel (Breton, 1995), la calculatrice graphique est intégrée dans l'apprentissage sans être vraiment significative. De plus, l'utilisation d'une situation est complètement oubliée lorsque la calculatrice graphique est intégrée. De son côté, le manuel Scénario (Guay et Lemay, 1995) utilise plusieurs situations de type linéaire sans jamais intégrer une technologie.

Ainsi, l'expérimentation aura pour but principal d'utiliser de façon significative la technologie dans l'apprentissage de l'effet de la variation des paramètres pour une fonction de type linéaire tout en restant « contextualisé ». Pour ce faire, j'ai choisi de réaliser l'expérimentation auprès de seulement quatre élèves pour pouvoir analyser en détail leur réaction par rapport aux différentes activités et logiciels. Ce choix amène forcément une moins grande possibilité de généralisation des résultats, mais permet d'avoir une meilleure idée de leur compréhension et de leur appréciation de l'utilisation des logiciels.

Ainsi, le premier chapitre a pour but de définir avec précision la problématique de ce mémoire. Dans un premier temps, j'expliquerai comment les cours préparatoires à la maîtrise ont orienté mon sujet : les relations linéaires. Dans un deuxième temps, les objectifs du Ministère de l'Éducation (1995) reliés aux relations linéaires seront explicités pour mettre en évidence l'importance de la « contextualisation » et de l'utilisation de la technologie. Dans un troisième temps, les deux principaux manuels utilisés pour l'apprentissage des relations linéaires en troisième secondaire seront examinés[3]. Par la suite, j'aborderai les illusions d'optique présentes lorsque deux droites sont présentes dans un même graphique. Finalement, Il sera question de mon besoin des plus grandissant à avoir plus d'outils pour l'utilisation de la technologie dans l'enseignement des mathématiques en pouvant créer les logiciels

[1] Scénario (Guay et Lemay, 1995) et Carrousel (Breton, 1995)
[2] Le mot « contextualisation » sera utilisé dans ce mémoire comme étant le fait d'utiliser des contextes, des situations de la vie courante dans les problèmes présentés aux élèves.
[3] Scénario (Guay et Lemay, 1995) et Carrousel (Breton, 1995)

CHAPITRE I

1 PROBLÉMATIQUE[4]

1.1 PREMIÈRE ANNÉE DE MAÎTRISE ET D'ENSEIGNEMENT

Dès la fin de mon baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire, je me suis inscrite à la maîtrise en didactique des mathématiques tout en enseignant à temps plein à l'école secondaire. Mes intérêts pour l'enseignement des mathématiques sont, encore aujourd'hui, toujours grandissants. Je sentais que la maîtrise allait parfaire mes connaissances dans le domaine et me garder connectée au monde universitaire duquel je ne voulais pas me séparer.

1.1.1 COURS D'INITIATION À LA RECHERCHE

Les divers cours offerts à la maîtrise étaient très intéressants, mais c'est lors de mon cours d'initiation à la recherche que mes intérêts ont alors convergé vers les relations linéaires. Quelques articles présentés par mon enseignant m'ont donné le goût d'en connaître plus et de faire mon travail de session sur ce sujet à l'aide de la technologie.

Ainsi, l'article de Duval (1988) mettant en lumière plusieurs conceptions possibles qu'ont les élèves a piqué ma curiosité. Par exemple, il a vérifié que certains élèves ont la fausse conception de croire qu'une droite passant par le troisième quadrant du plan cartésien aura une pente nécessairement négative. De plus, j'avais en tête que les paramètres des relations linéaires étaient seulement l'ordonnée à l'origine, l'abscisse à l'origine et la pente. C'est à la lecture de ce même article que par exemple, la pente de la droite est décortiquée en deux paramètres visuels soit *le sens d'inclinaison du tracé* (Duval, 1988, p. 3) c'est-à-dire si le trait monte ou descend de la gauche vers la droite soit *les angles du tracé avec les axes* (Duval, 1988, p. 3) c'est-à-dire l'angle formé avec l'axe des abscisses ou l'axe des ordonnées. Il y a donc plusieurs paramètres visuels qui apparaissent et qui, selon ce que l'enseignant veut travailler avec les élèves, seront ou non observés.

---

[4] Il est à noter que le « je » sera délibérément employé car ce sont mes expériences personnelles qui m'ont amenés à me questionner sur les différentes sujets que je présente.

répondant à mes propres besoins. Après avoir explicité tous ces points, la problématique de ma recherche sera mise de l'avant.

Dans le second chapitre, j'expliquerai en détails le déroulement de l'expérimentation auprès des élèves. Dans un premier temps, j'expliquerai les raisons des choix des élèves et leur description de leurs habiletés en mathématique. Dans un deuxième temps, les quatre parties de mon expérimentation seront accompagnées des questions posées aux élèves, des questions écrites qu'ils auront à compléter sur leur document, des raisons pour lesquelles je pose ces questions et des raisonnements que je souhaite connaître des élèves.

Le troisième chapitre aura pour but de présenter les résultats des deux équipes pour chacune des parties de l'expérimentation. Ainsi, les 10 entretiens réalisés seront analysés. Chacune de ces analyses suit un ordre précis. Ainsi, dans un premier temps, j'observerai la compréhension du logiciel lors de l'initiation à ce dernier. Dans un deuxième temps, j'observerai comment les élèves comprennent les notions mathématiques mises de l'avant par l'activité en observant leurs dialogues et leurs réponses écrites pour les différentes questions. Finalement, les améliorations possibles du logiciel seront énoncées et justifiées selon leur compréhension et leur utilisation lors de l'expérimentation.

En conclusion, je rappellerai les éléments de l'analyse les plus importants en lien avec la problématique de départ. Ainsi, j'observerai si la technologie a réellement eu un apport significatif à la compréhension des élèves. Dans un même ordre d'idée, j'observerai si la mise en évidence dans les graphiques des points de même abscisse de même couleur a permis de contrer les illusions d'optiques mentionnées par Goldenberg (1988). De plus, j'examinerai si les élèves sont restés collés au contexte comme le demande le Ministère de l'Éducation (1995) dans le programme de troisième secondaire de mathématique. Finalement, j'évaluerai l'acquisition des connaissances des élèves relatives à l'effet de la variation des paramètres pour les fonctions de type linéaires dans le graphique.

CHAPITRE I

1 PROBLÉMATIQUE[4]

1.1 PREMIÈRE ANNÉE DE MAÎTRISE ET D'ENSEIGNEMENT

Dès la fin de mon baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire, je me suis inscrite à la maîtrise en didactique des mathématiques tout en enseignant à temps plein à l'école secondaire. Mes intérêts pour l'enseignement des mathématiques sont, encore aujourd'hui, toujours grandissants. Je sentais que la maîtrise allait parfaire mes connaissances dans le domaine et me garder connectée au monde universitaire duquel je ne voulais pas me séparer.

1.1.1 COURS D'INITIATION À LA RECHERCHE

Les divers cours offerts à la maîtrise étaient très intéressants, mais c'est lors de mon cours d'initiation à la recherche que mes intérêts ont alors convergé vers les relations linéaires. Quelques articles présentés par mon enseignant m'ont donné le goût d'en connaître plus et de faire mon travail de session sur ce sujet à l'aide de la technologie.

Ainsi, l'article de Duval (1988) mettant en lumière plusieurs conceptions possibles qu'ont les élèves a piqué ma curiosité. Par exemple, il a vérifié que certains élèves ont la fausse conception de croire qu'une droite passant par le troisième quadrant du plan cartésien aura une pente nécessairement négative. De plus, j'avais en tête que les paramètres des relations linéaires étaient seulement l'ordonnée à l'origine, l'abscisse à l'origine et la pente. C'est à la lecture de ce même article que par exemple, la pente de la droite est décortiquée en deux paramètres visuels soit *le sens d'inclinaison du tracé* (Duval, 1988, p. 3) c'est-à-dire si le trait monte ou descend de la gauche vers la droite soit *les angles du tracé avec les axes* (Duval, 1988, p. 3) c'est-à-dire l'angle formé avec l'axe des abscisses ou l'axe des ordonnées. Il y a donc plusieurs paramètres visuels qui apparaissent et qui, selon ce que l'enseignant veut travailler avec les élèves, seront ou non observés.

[4] Il est à noter que le « je » sera délibérément employé car ce sont mes expériences personnelles qui m'ont amenés à me questionner sur les différentes sujets que je présente.

En lien avec l'apprentissage des fonctions, Goldenberg (1988) mentionne que le travail à l'aide de situations peut réduire les risques d'ambiguïté et aider les élèves dans leurs apprentissages : « The clear advantage of this focus (de travailler avec des situations) is that it recruits students' common sense, intuition, and reality-checking stratégies. A disadvantage is that experientially based situations, in invoking causality and time-flow, exclude a large class of graphs that may require other kinds of thinking » (Goldenberg, 1988, p. 161)

D'un autre côté, l'apprentissage des notions mathématiques à l'aide de différentes technologies m'a grandement intéressé. Plusieurs didacticiens mentionnent les nombreux avantages de l'utilisation de la technologie. Par exemple, Trouche (2000) rapporte les propos de Dubinsky et Tall (1991) mentionnant que « En même temps, en soulageant l'utilisation d'une partie de son travail, l'outil ouvre de nouvelles possibilités pour l'action et l'apprentissage » (Trouche, 2000, p. 254). Par exemple, parmi ces nouvelles possibilités offertes par l'utilisation d'un logiciel, nous pouvons rapidement mentionner la rapidité de la vérification des résultats et la possibilité d'être en présence de plusieurs modes de représentation. D'ailleurs, Trouche (2000) mentionne qu'encourager l'élève à vérifier ses résultats dans les différents registres que propose la calculatrice graphique (ou toutes autres technologies permettant d'explorer divers modes de représentation simultanément) permet à de nouvel apprentissage de faire surface. Cet effort est d'ailleurs très important puisqu'il « résulte d'un effort cognitif important, mobilisant des registres variés » (Trouche, 2000, p. 259)

C'est en faisant ces lectures que plusieurs questions me sont venus en tête. Par exemple, comment la variation des paramètres au secondaire est-elle étudiée? Que conseille le Ministère de l'Éducation pour l'étude des relations linéaires et plus particulièrement, pour l'étude des paramètres? Quels sont les paramètres à travailler dans le cadre du programme du Ministère de l'Éducation? Que conseille le Ministère de l'Éducation par rapport à l'utilisation des technologies pour l'apprentissage des relations linéaires?

1.2 Ministère de l'Éducation

Quelques recherches dans le programme de troisième secondaire (1995) m'ont permis d'apprendre que ce dernier n'indique pas quel paramètre devrait être étudié. Il indique seulement que les analyses doivent se faire à l'aide de situation pour lesquelles les élèves observeront l'effet des variations de paramètre dans le graphique. L'objectif terminal 1,2 se décrivant comme suit :

> *Résoudre des problèmes portant sur des situations où la relation entre les variables est linéaire (Ministère de l'Éducation, 1995, p. 26)*

Et plus précisément, celui concernant les variations des paramètres est le suivant :

> *À partir de l'équation associée à une situation de variation directe ou partielle, décrire qualitativement l'effet sur le graphique de la modification d'un paramètre. (Ministère de l'Éducation, 1995, p. 27)*

D'ailleurs, tout le descriptif de l'objectif parle constamment de l'importance d'utiliser des situations pour faire l'étude des relations linéaires et de leurs paramètres.

Le programme suggère aussi l'utilisation de la technologie comme moyen de diversifier les moyens d'apprentissage.

> *Il serait utile de varier les moyens d'apprentissage : soit mentalement, par une approche du type « papier-crayon », soit l'emploi d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un ordinateur. (Ministère de l'Éducation, 1995, p. 26)*

Or, il n'est pas facile de déterminer quel type de technologie pourrait ici permettre de varier les moyens d'apprentissage et par quel moyen la technologie pourrait permettre de varier les apprentissages.

1.3 Regard sur le manuel Carrousel (Breton, 1995)

Le manuel Carrousel (Breton, 1995) est le premier que j'ai analysé pour mon travail d'initiation à la recherche. La partie sur les variations de paramètre est celle sur laquelle j'ai centrée mon attention. J'ai été premièrement surprise de voir que les situations disparaissaient à cette étape des relations linéaires. La calculatrice graphique prenait alors la place des situations lors de l'étude des variations de paramètre.

Les deux expériences proposées dans le chapitre des paramètres étaient en résumé les suivantes. Deux amis veulent découvrir le rôle joué par les paramètres (l'ordonnée à l'origine et le taux de variation). Par exemple, pour l'ordonnée à l'origine, nos deux amis entrent pour nous dans la calculatrice graphique plusieurs équations pour lesquelles le taux de variation est fixe et la valeur de l'ordonnée à l'origine augmente graduellement. Deux images de calculatrice graphique sont alors présentées; l'une montrant les équations entrées par nos deux amis et l'autre montrant le graphique représentant toutes ces équations. L'élève doit alors répondre à quelques questions en observant le graphique déjà présenté dans le manuel. Puisque tous les graphiques sont présentés, l'élève n'a pas besoin de tenter cette expérience par lui-même sur une calculatrice graphique.

Comme vous pouvez l'observer ci-dessous, la calculatrice sert à représenter graphiquement diverses fonctions de type linéaire. Par contre, j'ai de la difficulté à voir l'utilité de la technologie à cette étape puisque les graphiques sont déjà faits pour les élèves et sont d'autre part plus ou moins nets.

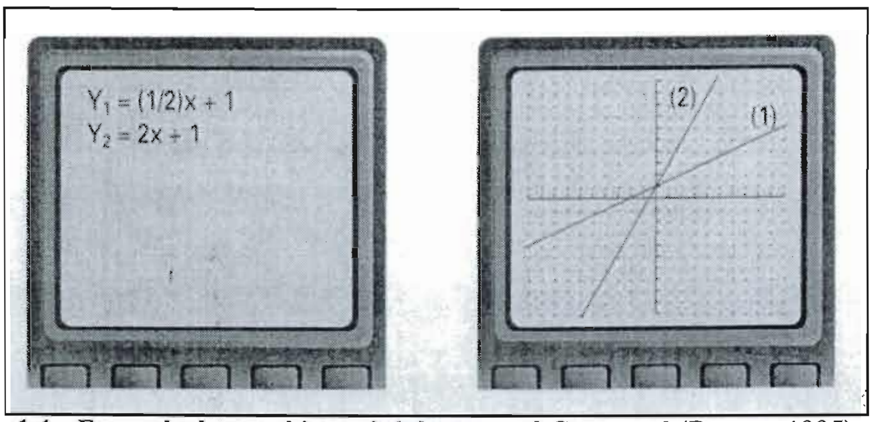


Figure 1.1 : Exemple de graphique tiré du manuel Carrousel (Breton, 1995)

Comme nous pouvons l'observer à la figure 1.1, les graduations ne sont pas claires parce que les lignes pleines sont remplacées par des lignes pointillées. Un contour de calculatrice graphique semble avoir été ajouté pour montrer que ce graphique a été généré à partir d'une calculatrice graphique.

On est alors à se demander, est-ce vraiment une image générée à partir d'une calculatrice? J'ai essayé à partir de ma calculatrice de faire le même graphique qu'illustré dans le but de comparer les deux images. Voici, dans un premier temps, l'image de ma calculatrice TI-83+ et ensuite, celle du manuel:

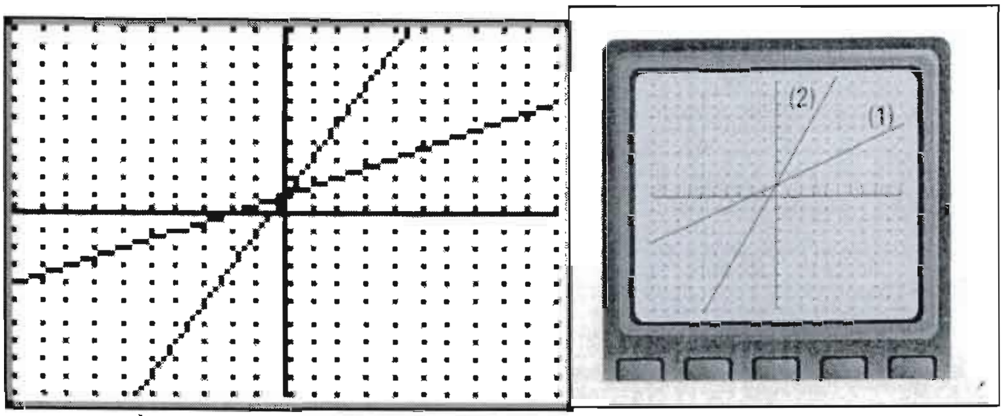


Figure 1.2 : À gauche, graphique obtenu à partir de la calculatrice TI-83+ suivi d'un graphique tiré du manuel Carrousel (Breton, 1995)

La première différence que l'on peut remarquer ici est que les droites générées à partir de ma calculatrice *ressemblent à des escaliers (Boileau, 2005)*. Puisque l'écran est formé de pixels, ces derniers peuvent seulement êtres colorés au complet et non partiellement. Alors, nous obtenons des droites ressemblant à un escalier et cet escalier est toujours présent peu importe le graphique. Ils peuvent êtres plus ou moins perceptibles dépendamment de la pente choisie, mais ces escaliers seront toujours évidents. Voyons-nous ces escaliers dans le graphique présentés dans le manuel Carrousel (Breton, 1995)? En observant attentivement, on s'aperçoit que ces escaliers ne sont pas présents; les droites sont même parfaites. Donc, je suppose que ces droites n'ont pas été générées à partir d'une calculatrice graphique puisque ces dernières ont toutes des pixels ayant une résolution trop petite pour faire en sorte que ces escaliers ne soient plus perceptibles à l'œil nu. De plus, on peut aussi remarquer que les droites sont numérotées sur le graphique tiré du manuel Carrousel (Breton, 1995) ce qui n'est pas possible de faire avec la calculatrice TI-83+.

Nous pouvons aussi observer la grille en pointillé dans le graphique qui est, sur ma calculatrice graphique, non uniforme. Certains points de cette grille semblent plus éloignés que d'autres; ce qui ne semble pas être le cas pour le graphique du manuel Carrousel (Breton, 1995). Peut-être ont-ils utilisé une autre marque de calculatrice que la TI-83+ dans ce cas. Peut-être aussi que les manuels scolaires ne peuvent pas être liés à une marque spécifique de calculatrice.

Les faits sont que les droites et le contour de la calculatrice n'ont pas été générés à partir d'une calculatrice graphique et que l'image de la calculatrice a été embellie. On peut alors facilement conclure que les graphiques venant supposément d'une calculatrice graphique ne le sont pas. Ils ont été dessinés ou encore, obtenus à l'aide d'une autre technologie que celle d'une calculatrice graphique. Puisque le manuel intègre de fausses représentations de la calculatrice graphique et que l'élève n'a pas à manipuler la calculatrice graphique, pouvons-nous dire que l'auteur a réellement intégré cette technologie dans l'apprentissage des mathématiques?

Dans un deuxième temps, comparons un graphique de calculatrice graphique à un second graphique se retrouvant dans un autre chapitre. Ce dernier est beaucoup plus net et compréhensible. Les axes sont nommés et les graduations sont écrites. Il y a donc moins de risque d'ambiguïté.

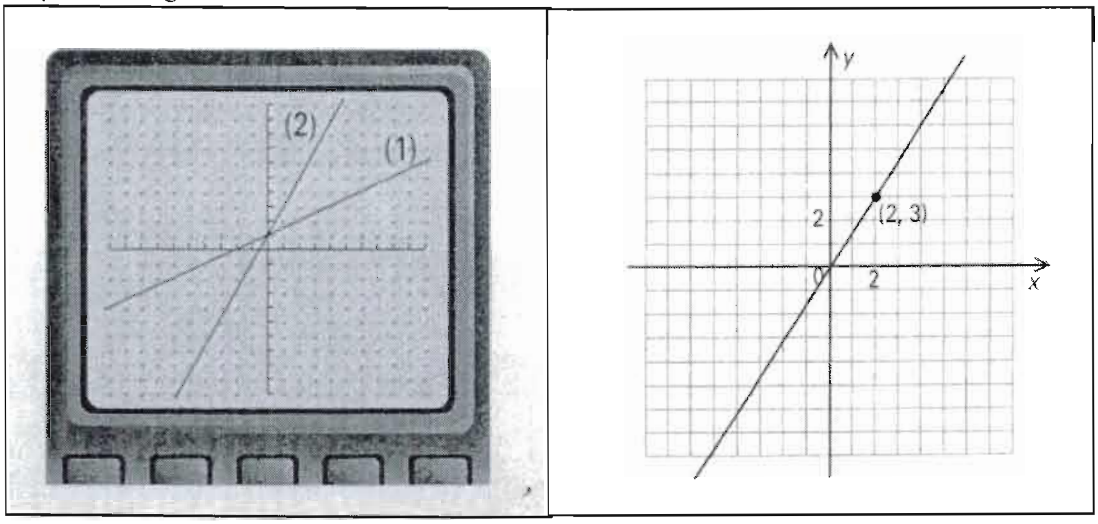


Figure 1.3 : Comparaison entre l'image d'un graphique tiré du manuel Carrousel (Breton, 1995) qui semble être obtenu à partir d'une calculatrice graphique et d'un graphique conventionnel

Quelle est alors l'utilité d'utiliser des images de calculatrice graphique si, à aucun moment, on demande à l'élève de l'utiliser et si en plus, ces images de calculatrices n'en sont pas des vraies? La même activité ne nécessite pas de calculatrice. Ainsi, les images de calculatrices auraient pu être absentes de cette activité.

L'auteur du manuel justifie l'utilisation de la calculatrice graphique pour une unique activité de l'année par l'affirmation suivante :

> *« L'intérêt de la calculatrice est qu'elle illustre davantage ce qui se passe et procure à l'élève une initiation à cet outil mathématique qui permet d'aller plus loin, dans la compréhension des relations, puisque le côté technique est mis de côté pour donner place à un enseignement axé davantage sur la compréhension des concepts. » (Breton, 1993, p. 258)*

Dans un premier temps, j'ai de la difficulté à voir comment « la calculatrice illustre davantage ce qui se passe » (Breton, 1993, p. 258) comme le mentionne l'auteur de cette activité, car les informations fournies par le graphique sont les mêmes que dans un plan cartésien[5]. L'auteur justifie cette affirmation en disant que *le côté technique du tracé des fonctions est mis de côté* (Breton, 1993, p. 258). De ce point de vue, il est vrai que, puisque la calculatrice permet de représenter graphiquement les fonctions usuelles, elle permet de se concentrer sur les concepts dans certaines activités bien constituées. Malheureusement, dans la seule activité présentée par l'auteur, tous les graphiques nécessaires sont présents dans le manuel. De plus, l'argument de l'initiation à la calculatrice graphique est un bon argument, mais il faudrait pousser plus loin son utilisation en fournissant aux enseignants des activités constructives et ce, plusieurs fois durant l'année.

D'ailleurs, comme le prescrit le programme (1995), l'utilisation de situations, semble être tout à fait oublié dans le manuel Carrousel (Breton, 1995) lorsque vient le temps de décrire qualitativement les effets sur les graphiques des variations des paramètres. Les graphiques présentés dans les manuels ne sont aucunement rattachés à une situation-type. Ainsi, j'en viens à me demander s'il est possible de travailler à la fois à l'aide d'une technologie tout en restant « contextualisé »[6]?

1.4 GOLDENBERG (1988) ET LES ILLUSIONS D'OPTIQUE

Dans un même ordre d'idée, il semble parfois trop évident pour les auteurs du manuel Carrousel (Breton, 1995) que l'élève percevra directement qu'une variation de l'ordonnée à l'origine est reliée à une translation verticale de la droite. Comme le mentionne Goldenberg (1988), les représentations graphiques poussent parfois à des illusions d'optique amenant les élèves à voir plutôt une translation horizontale ou même oblique.

---

[5] Nous pouvons montrer d'autres exemple d'activité dans lesquelles *« la calculatrice illustre davantage ce qui se passe »*. Si par exemple, on cherche à connaître les coordonnées du point d'intersection de deux droites, les *zoom in* successifs que l'on peut effectuer sur la calculatrice permettent de trouver les coordonnées de ce point par une technique généralement pas utilisée en classe. Ainsi, la technique de traçage de graphique est mise de côté pour favoriser la compréhension.
[6] Le mot « contextualisation » sera utilisé dans ce mémoire comme étant le fait d'utiliser des contextes, des situations de la vie courante dans les problèmes présentés aux élèves.

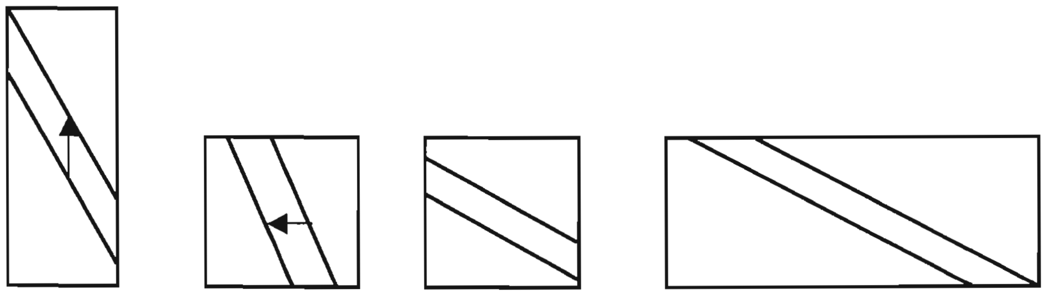


Figure 10 Figure 11 Figure 12 Figure 13

Figure 1.4 : Images inspirées de l'article de Goldenberg (1988)

Ces images, inspirées de l'article de Goldenberg (1988, p. 145), montrent comment la forme de la fenêtre modifie la perception de la relation entre les deux droites. Par exemple, pour la figure 10, les droites semblent à mon avis positionnées une en dessous de l'autre, illusion que j'ai fait ressortir en ajoutant une flèche verticale sur la figure 10. Tandis que pour la figure 11, les droites semblent plutôt positionnées l'une à côté de l'autre comme je l'ai aussi indiquée à l'aide d'une flèche horizontale sur la figure 11. De plus, les droites des figures 12 et 13 ont le même taux de variation et le même rapport d'échelle, mais puisque les formes des fenêtres ne sont pas les mêmes, nous avons la perception que les droites de la figure 12 ont une pente plus grande que celles de la figure 13.

On pourrait ajouter à ces fausses perceptions les changements des rapports d'échelle qui peuvent aussi amener quelques confusions. Par exemple, si nous observons les deux graphiques suivants, nous pouvons croire à première vue que les deux droites n'ont pas la même pente.

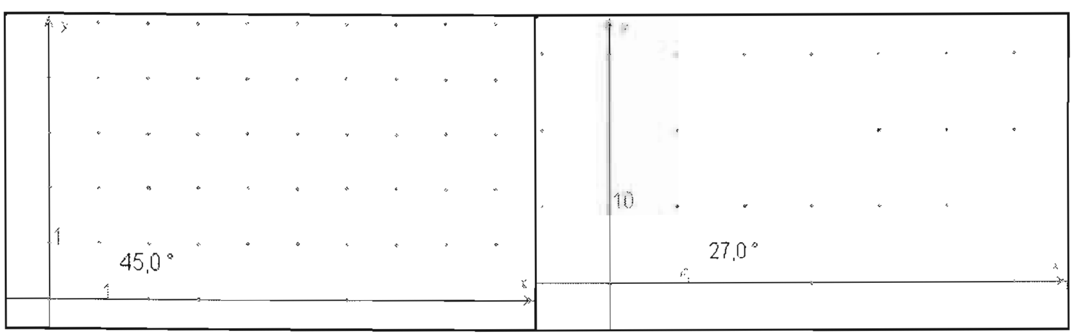


Figure 1.5 : Deux graphiques de la même droite ayant des rapports d'échelle différents

Par contre, en observant plus attentivement les graduations des axes, les rapports des échelles ne sont pas les mêmes ce qui peut amener cette confusion. Le taux de variation des deux droites est de 1 même si leur inclinaison par rapport à l'axe des abscisses n'est pas la même[7].

1.4.1 QUELLE EST LA DIRECTION DE LA TRANSLATION? EST-CE VRAIMENT UNE ROTATION?

Comme il l'a été signalé auparavant, Goldenberg (1988) mentionne que la perception de la direction de la translation reliant deux droites parallèles dépend, entre autres, de la forme de la fenêtre. En général, on peut se poser des questions sur la nature des transformations géométriques reliant deux droites quelconques. Lorsque deux droites sont parallèles, s'agit-il d'une translation? Et si les deux droites sont sécantes, s'agit-il d'une rotation?

1.4.1.1 DIRECTION DE LA TRANSLATION

Avant même de se demander quelle est la transformation géométrique reliant deux droites parallèles, prenons un exemple précis. Ainsi, supposons que nous ayons les deux droites d'équation suivante : $y_1 = x$ et $y_2 = x+1$.

Si nous supposons que la transformation géométrique reliant y_1 à y_2 est une translation verticale, la translation de vecteur $\vec{u}$ transforme le point L(x, y) en L'(x, y + 1) comme l'illustre la figure 1,6 :

[7] D'ailleurs, les calculatrices graphiques peuvent changer le rapport des échelles d'un graphique à un autre sans même nous le demander. Il peut alors arriver que l'élève compare plusieurs graphiques pour lesquels les rapports des graduations ne sont pas les mêmes. Dépendamment de l'option choisie, la calculatrice peut ajuster automatiquement la fenêtre. Il est donc primordial lors de l'usage des calculatrices de tenir compte de ses ajustements automatiquement ou encore, de changer les options de façon à avoir toujours les mêmes rapports d'échelle. D'ailleurs, l'auteur du manuel Carrousel (Breton, 1993) mentionne cet avertissement :

> *« Si on utilise une calculatrice graphique, s'assurer d'avoir le bon domaine de l'écran. ZOOM 6 permet d'obtenir ce domaine. »*

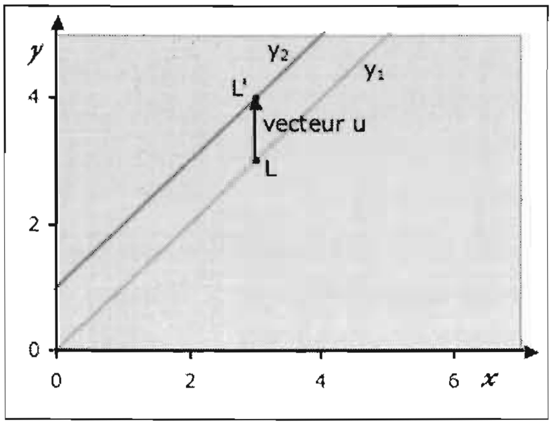


Figure 1.6 : Graphique illustrant deux droites parallèles reliées par une translation verticale

D'autre part, si nous supposons que la transformation géométrique reliant y_1 à y_2 est une translation horizontale, la translation de vecteur $\vec{w}$ transforme le point N(x, y) en N'(x - 1, y) comme l'illustre la figure 1,7 ci-bas :

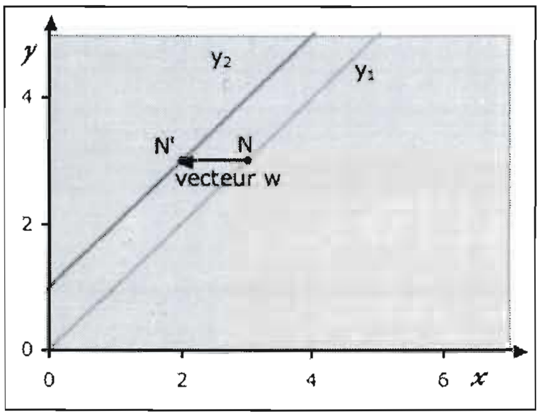


Figure 1.7 : Graphique illustrant deux droites parallèles reliées par une translation horizontale

D'un autre côté, si nous supposons que la transformation géométrique reliant y_1 à y_2 est une translation oblique, une des translation obliques possibles de vecteur $\vec{v}$ transformerait le point M(x, y) en M'(x – 0,5, y – 0,5) comme l'illustre la figure 1,8 ci-bas :

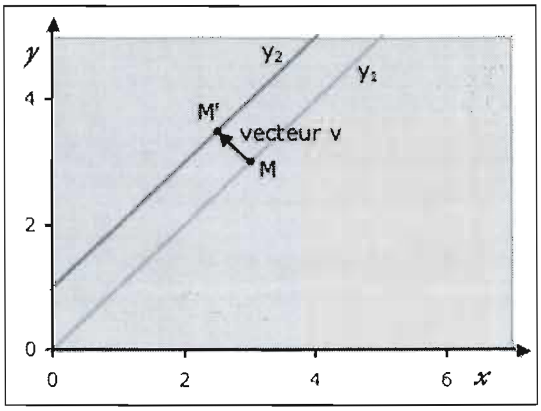


Figure 1.8: Graphique illustrant deux droites parallèles reliées par une translation oblique

Par conséquent, la translation verticale est la seule qui conserve les valeurs en abscisse (en x). Les translations obliques et la translation horizontale permettent aux points de la fonction y_1 d'être envoyés sur les points de la fonction y_2, mais ne conserve pas les valeurs en abscisse.

En général, il est important de préciser que nous pouvons chercher la transformation géométrique reliant les deux droites selon 2 points de vue dépendamment si nous observons les droites en tant qu'objet <u>géométrique</u> ou en tant que <u>fonction</u>. Voici une description de ces deux points de vue :

- le point de vue <u>géométrique</u> est lorsque nous cherchons quelle transformation permet aux points de la première droite d'être envoyés vers sur les points de la seconde droite sans autre contrainte que de préserver les distances. Mathématiquement, si A est l'ensemble des points de la première droite et B est l'ensemble des points de la deuxième droite, nous cherchons l'ensemble des isométries reliant l'ensemble A à l'ensemble B. Les trois exemples précédents sont de telles isométries et nous pourrions en trouver une infinité d'autres.
- le point de vue <u>fonctionnel</u> est lorsque nous cherchons la ou les transformation(s) qui vont envoyer le graph de la fonction f_1 sur le graph de la fonction f_2 en préservant les abscisses. Mathématiquement, considérant

$A = \{(x, f_1(s) : x \in \Re)\}$ comme étant le graph de la première fonction et $B = \{(x, f_2(s) : x \in \Re)\}$ comme étant le graph de la deuxième fonction, il y aura une seule transformation vérifiant les conditions précédentes soit : $T((x, f_1(x)) = (x, f_2(x))$. Notons que cette transformation est en fait la translation verticale décrite précédemment.

Ainsi, en observant deux droites ayant une ordonnée à l'origine différente et une même pente selon un point de vue géométrique, on pourrait dire que la direction de la translation pourrait être quelconque (sauf parallèle aux droites) comme nous pouvons l'observer à la figure 1.9 ci-bas :

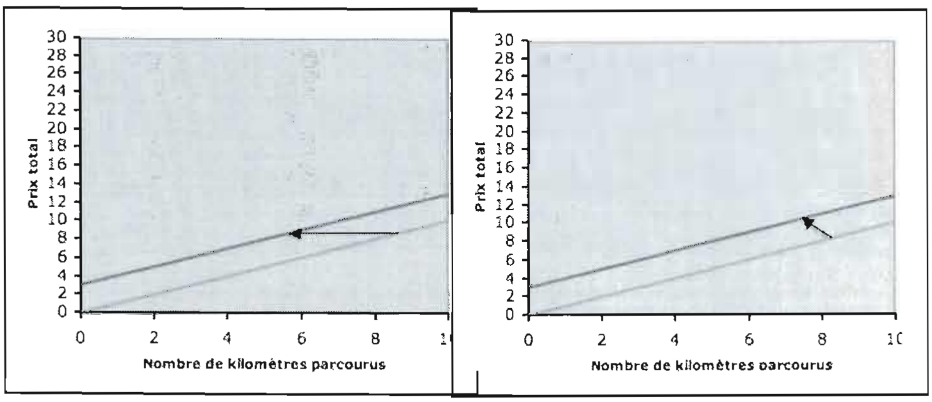


Figure 1.9 : Graphiques de deux droites de même taux de variation et d'ordonnée à l'origine différente

Par contre, en considérant les droites comme représentant une fonction linéaire, la translation sera alors nécessairement verticale.

De ce fait, Goldenberg (1988) suggère de mettre en évidence les points de même abscisse. Par contre, cette mise en évidence pourrait faire en sorte que les élèves relient n'importe quel point ensemble.

De ce fait, pour favoriser la correspondance entre les points de même abscisse, j'ai choisi de colorer les points de même abscisse de la même couleur (voir la figure 1.10 ci-bas).

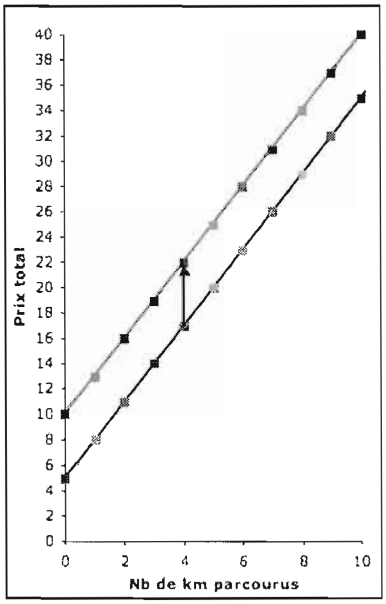


Figure 1.10 : Graphique représentant deux droites ayant un même taux de variation et une ordonnée à l'origine différente

D'ailleurs, les questions demandées dans les manuels cherchent à obtenir comme réponse une translation verticale et non seulement une translation. Pour les experts qui pensent à l'équation d'une droite, lorsqu'on augmente l'ordonnée à l'origine, la droite sera nécessairement translatée verticalement, mais pour les élèves qui abordent pour une première fois ce sujet, cette évidence n'en constitue pas une. Il n'est donc pas aussi évident que la droite a été translatée verticalement plutôt qu'horizontalement ou encore obliquement.

1.4.1.2 EST-CE UNE ROTATION?

Faisons le même raisonnement pour la modification du taux de variation. L'auteur du manuel Carrousel (Breton, 1993) affirme que lorsque nous faisons varier le taux de variation d'une droite, celle-ci effectue une rotation. Avant même de se demander quelle est la transformation géométrique reliant deux droites non parallèles, prenons un exemple précis. Ainsi, supposons que nous ayons les deux droites d'équations suivantes : $y_1 = x$ et $y_2 = 2x$.

Si nous supposons que la transformation géométrique reliant y_1 et y_2 est une rotation ayant pour centre l'origine, cette dernière transformera le point A(x, x) par exemple en A'(u, 2u) comme l'illustre le graphique 1.11 ci-bas :

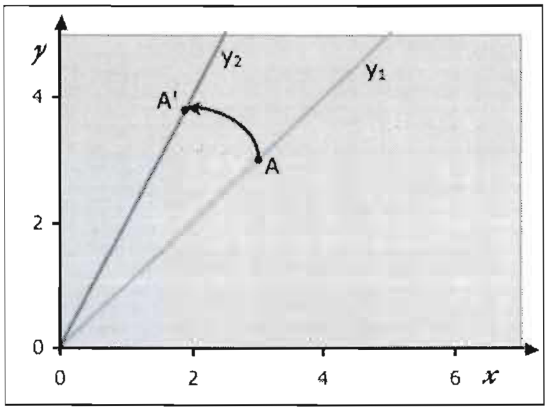


Figure 1.11 : Graphique illustrant deux droites non parallèles reliées par une rotation

Ainsi, puisque nous supposons que la transformation géométrique reliant ces deux droites est une rotation, nécessairement, $OA = OA'$. Par le théorème de Pythagore, nous avons que :

$$\sqrt{u^2 + (2u)^2} = \sqrt{x^2 + x^2}$$
$$\sqrt{5u^2} = \sqrt{2x^2}$$
$$5u^2 = 2x^2$$
$$u^2 = \sqrt{\frac{2}{5}}x$$

La rotation de centre O transforme plus précisément le point A(x, x) en $A'(\sqrt{\frac{2}{5}}x, 2\sqrt{\frac{2}{5}}x)$. Ainsi, les valeurs en abscisse ne sont pas préservées (sauf pour l'origine).

D'ailleurs, pour que cette transformation soit fonctionnelle, cette dernière transformerait le point A(x, x) en A'(x, 2x) où la distance entre ces points et le centre de rotation n'est pas préservée (OA ≠ OA'). Nous ne sommes donc pas en présence d'une rotation contrairement à ce que l'auteur du manuel Carrousel (Breton, 1993) a affirmé.

Plus généralement, considérant les deux droites y_1 et y_2 sécantes et de même ordonnée à l'origine, on appellera dilatation verticale le nom de la transformation géométrique reliant ces deux droites où $y_1 = m_1x + b_1$ et $y_2 = m_2x + b_1$ sont tels que $(x, m_1x + b_1)$ correspond à $(x, m_2x + b_1)$.

On traiterait le cas général où le point d'intersection des deux droites n'est pas sur l'axe des ordonnées de façon semblable.

Encore une fois, comme pour la translation, si nous demandons à l'élève de regarder les droites comme des ensembles de points, il est juste d'affirmer que géométriquement, les droites ont subi une rotation autour de leur point d'intersection. Par contre, d'un point de vue fonctionnel, lorsqu'on modifie seulement la valeur du taux de variation, la droite ne subit pas une rotation[8] car les points de même abscisse ne sont pas à la même distance du centre de rotation. Il est peut-être plus naturel d'affirmer que c'est une rotation, mais ce n'est malheureusement pas véridique si l'on considère les droites comme des fonctions comme l'auteur du manuel Carrousel (1995) l'a affirmé pour la translation.

En définitive, sans vouloir pousser trop loin ce débat, je crois qu'il faut être conscient que la translation « verticale » n'est pas si évidente pour les élèves et n'est peut-être pas nécessaire dans leur apprentissage en troisième secondaire. De plus, la transformation géométrique reliant deux droites ayant un taux de variation différents n'est pas une rotation si l'on considère les droites comme des fonctions faisant parties du modèle linéaire (y = ax + b).

1.5 UN DEUXIÈME REGARD : LE MANUEL SCÉNARIO (GUAY ET LEMAY, 1995)

Le manuel Scénario (Guay et Lemay, 1995), qui n'utilise pas la calculatrice graphique pour introduire les effets des variations de paramètres dans un graphique, expose des graphiques beaucoup plus nets en plus d'utiliser une situation réaliste pour présenter les variations de paramètre.

[8] Le lecteur intéressé pourra vérifier qu'il y a exception à cette règle lorsque les valeurs absolues des deux pentes sont égales.

Voici les graphiques présentés pour observer l'effet de la variation du débit (le taux de variation) dans un graphique :

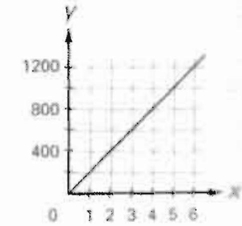
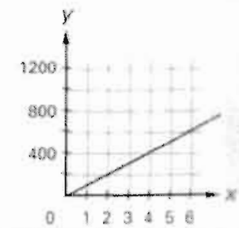
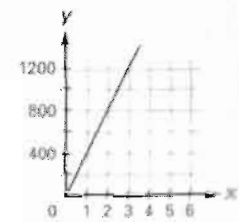
Mots	Équation*	Graphique*
Le bassin A est vide au départ. Débit d'eau : $\frac{200 \text{ mL}}{\text{min}}$	$y = 200x$	
Le bassin A est vide au départ. Débit d'eau : $\frac{100 \text{ mL}}{\text{min}}$	$y = 100x$	
Le bassin A est vide au départ. Débit d'eau : $\frac{400 \text{ mL}}{\text{min}}$	$y = 400x$	

Figure 1.12 : Image tirée du manuel Scénario (Guay et Lemay, 1995)

L'apprentissage des relations linéaires en troisième secondaire doit se faire à l'aide de différentes situations, et ce, même pour observer l'effet des variations de paramètres dans un graphique selon le programme. Pourrions-nous combiner l'utilisation d'une **situation** dans un contexte d'apprentissage des effets sur un graphique des variations des paramètres des relations linéaires avec la **technologie**?

1.6 DEUXIÈME ANNÉE D'ENSEIGNEMENT : DÉBUT DANS LE PROGRAMME MÉDIATIC

Déjà pour ma deuxième année en enseignement, j'obtenais un poste permanent à l'école secondaire Pierre-Brosseau. Je convoitais ce poste car il me donnait la chance d'enseigner dans le programme MédiaTic. Ce programme est en quelque sorte le « bébé » du programme Protic offert à l'école secondaire *Les Compagnons-de-Cartier* dans la région de Québec.

Dans les deux cas, les élèves ont un portable en leur possession et l'utilisent pour soutenir à leur apprentissage. La mise en place d'un réseau entre enseignant/élève et élève/élève permet un vaste milieu d'échanges. De plus, peu importe la classe dans laquelle ils se retrouvent, les ordinateurs sont connectés à Internet et ce, sans fil. Des bornes Internet sont installées dans toutes les classes MédiaTic de l'école.

J'ai alors enseigné les mathématiques et les sciences en première secondaire à une classe de MédiaTic. D'ailleurs, tous les enseignants de MédiaTic enseignent plusieurs matières pour ainsi favoriser l'interdisciplinarité. L'enseignant est libre de son horaire et il est ainsi plus facile pour lui de réaliser des projets. Il peut par exemple, intervertir les cours de sciences avec les cours de mathématiques selon ses besoins.

Je me suis donc lancé dans l'enseignement des mathématiques et des sciences avec des élèves possédant un portable. Il n'était pas facile de trouver des activités me permettant de travailler avec le portable et mes élèves me demandaient constamment de travailler davantage avec leur ordinateur. Malheureusement, il n'était pas facile en début de carrière et avec mes connaissances limitées en informatique de fournir aux élèves des travaux pour lesquels l'informatique n'était pas seulement accessoire. En d'autres mots, je m'apercevais que la plupart des projets que je leur demandais se résumaient à la recherche sur Internet ou encore, à présenter leur projet en version informatique (Word, PowerPoint, Excel). En d'autres mots, les logiciels *Word* et *PowerPoint* servaient à présenter leurs projets en version informatique et *Excel* servait à présenter les graphiques nécessaires à leurs projets.

Mes intérêts et mes besoins pour l'utilisation de l'ordinateur en classe se faisaient de plus en plus grandissants et pressants. C'est alors que les enseignants de Protic ont tenu en automne 2004 un colloque à leur école portant sur leur programme. Le programme bénéficiant de quelques années supplémentaires d'expérience, les enseignants avaient beaucoup de conseils à nous donner.

Tous les enseignants de notre école étaient alors informés de l'organisation du programme et des diverses activités en classe possibles et ce, quelles que soient les matières enseignées. On nous a fourni plusieurs idées de projets en plus d'avoir répondu à toutes nos questions. Du même coup, j'ai reçu l'énergie dont j'avais besoin pour poursuivre dans notre programme. J'avais en main quelques idées supplémentaires à ajouter à mon éventail.

La connaissance de leur site Internet[9] nous a été aussi grandement utile. On peut y retrouver tous les projets que les enseignants ont bâtis pour toutes les matières. Personnellement, les projets présentés sur le site de Mélanie Tremblay représentaient une source d'inspiration. Aussi, j'ai expérimenté plusieurs de ses projets dont *Où sont les homothéties*[10]. D'ailleurs, ce projet portant sur les homothéties nécessite l'utilisation du logiciel Cabri-géomètre, un logiciel conçu pour la géométrie, ce qui le rend d'autant plus intéressant.

1.6.1 BESOIN DE PLUS DE TIC

Malheureusement, j'observais que mes projets et même ceux qui sont présentés sur le site de Protic demandaient aux élèves d'utiliser les programmes Office (Word, Excel, Powerpoint), mais sans plus. L'utilisation de ces logiciels était réduite à leur plus simple expression. Mes besoins n'étaient donc pas comblés. J'avais une fois de plus besoin d'activités technologiques ayant un impact sur les apprentissages des élèves. Je voulais utiliser la technologie dans le but que celle-ci facilite l'apprentissage et encourage la découverte de nouveaux concepts, ce qui n'était pas encore le cas dans mes classes. J'étais même en période de questionnement pour savoir s'il était vraiment utile que ces élèves aient un portable en classe.

C'est à partir de ce moment que mes intérêts pour ma maîtrise ont changé. Je voulais tout connaître et tout savoir à propos de l'utilisation de l'ordinateur en classe de mathématique. Je choisissais les cours de maîtrise qui parlaient de l'utilisation de la technologie en classe de mathématique, quelques cours de maîtrise m'ont donné des outils supplémentaires. Je pourrais d'ailleurs souligner le cours de Paul Drijvers dans lequel j'ai été

---

[9] http://www.protic.net/profs/melanie/Math/
[10] http://www.protic.net/profs/melanie/Math/Homothetie/homotheties.htm

initiée aux recherches déjà entreprises sur l'enseignement des mathématiques à l'aide de l'informatique et à divers logiciels forts intéressants (Applet Java, Cabri, Excel, TI Interactive). De plus, un second cours portant sur la didactique de la géométrie offert par Denis Tanguay a su parfaire mes connaissances par rapport à l'utilisation du logiciel Cabri-Géomètre. Ces connaissances supplémentaires m'ont donné un coup de pouce pour poursuivre dans le programme MédiaTic.

Ces informations supplémentaires concernant la technologie allaient s'ajouter à mes intérêts pour les relations linéaires que j'avais développées lors de mon cours d'initiation à la recherche. J'ai alors décidé que mon mémoire allait porter sur l'utilisation de la technologie en classe. En plus de m'intéresser aux relations linéaires, j'ai combiné ces deux intérêts pour n'en faire qu'un seul. Les variations de paramètre pouvant être travaillées avec la technologie, je voulais bâtir une activité pour laquelle, cette fois-ci, la technologie serait utile aux apprentissages mathématiques des élèves.

1.7 HYPOTHÈSE

En tenant compte du fait que le Ministère de l'Éducation (1995) mentionnent que l'apprentissage des relations linéaires doit être « contextualisé » et que ce dernier conseille fortement d'utiliser la technologie comme la calculatrice graphique, j'ai créé une suite d'activités technologiques faisant l'apprentissage progressif de l'effet dans le graphique de la variation des paramètres. L'hypothèse de cette recherche relie les éléments précédents et se traduit comme suit : Ces activités technologiques vont permettre d'éviter les difficultés liées aux apprentissages sous-jacents et facilitera la tâche des élèves dans le but d'amener les élèves à une maîtrise adéquate des effets de la variation des paramètres dans le graphique.

Ainsi, à la suite de la réalisation de l'expérimentation permettant de vérifier cette hypothèse, nous nous questionnerons à savoir:

- *La présence de la technologie sous la forme d'une suite de plusieurs logiciels dans l'apprentissage des effets des paramètres d'une fonction linéaire dans mes activités technologiques et « contextualisées » permet-elle d'éviter certaines illusions que Goldenberg (1988) a constatées (Problématique, chap. 1, p. 10)?*

- *La « contextualisation » dans les diverses activités a-t-elle suscité des problèmes qui lui sont propres?*
- *La progression choisie pour les activités et les logiciels va-t-elle faire en sorte que les élèves vont rencontrer des problèmes particuliers lors de la réalisation des activités?*

Peut-être pourrions-nous être éclairé, à la suite de l'expérimentation, par rapport aux questions secondaires suivantes :

- *Les élèves vont-ils se détacher de la technologie lors de la réalisation des activités? Vont-ils se détacher de la situation lors de la réalisation des activités?*
- *La présence des divers modes de représentation dans les activités les a-t-ils aidés ou, au contraire, les a mêlés?*

CHAPITRE II
2 MÉTHODOLOGIE

2.1 CONTEXTE D'EXPÉRIMENTATION

Trouche (2000) mentionne que lors de son expérimentation technologique, ce dernier demandait aux élèves un cahier de recherche complet de leurs explications pour ainsi conserver le plus d'informations sur les élèves. Il rapporte que cette rédaction permet entre autres de contraindre les élèves « d'expliciter leurs démarches (Sauter, 1998) » Pour avoir une idée des conceptions et raisonnement des élèves, ces derniers auront en main un document leur permettant d'écrire leurs calculs et leurs réponses. Cependant, pour s'assurer de connaître leurs raisonnements plus en profondeur et si tel est le cas, la source de leurs difficultés, ils seront très souvent questionnés.

De plus, en ayant le logiciel devant soi, les élèves pourront vérifier leurs réponses sans mon aide et rapidement. Ils pourront aussi observer leurs réponses dans différents modes de représentation.

En plus d'avoir en main les documents écrits des élèves, ces derniers seront filmés tout au cours de l'expérimentation. Ainsi, je pourrai observer leurs manipulations sur le logiciel et observer leurs réactions par rapport à ce dernier.

2.2 CHOIX DES ÉLÈVES

Dans un premier temps, puisque nous ne voulons pas que les réponses des élèves soient influencées par les apprentissages réalisés en classe, l'expérience se réalisera auprès d'élèves de troisième secondaire n'ayant pas encore vu le module portant sur les relations linéaires en classe.

Je voulais que les logiciels soient testés par des élèves ayant des aptitudes différentes en mathématique. De plus, pour faciliter ma recherche d'élèves voulant participer à l'expérimentation et pour choisir des élèves intéressés aux tics, j'ai choisi des élèves venant du programme MédiaTic. Comme nous l'avons expliqué dans la problématique (Problématique, ch. 1.6, p. 19), ces élèves travaillent en classe avec leur portable et aiment utiliser les technologies pour leur apprentissage. D'ailleurs, dans le groupe de troisième secondaire auquel nous avons fait appel pour réaliser l'expérimentation, près du tiers des élèves étaient intéressés à participer à l'expérimentation.

Pour réaliser l'expérimentation, nous avions besoin de deux équipes de deux élèves. Comme je l'ai mentionné auparavant, je voulais des élèves ayant des aptitudes différentes en mathématique. Ainsi, mon choix s'est fait sur l'équipe nommée AF dans ce mémoire (élèves moyen-fort) et sur l'équipe nommée MV dans ce mémoire (élèves faibles)[11].

2.2.1 DESCRIPTION DE L'ÉQUIPE MV

Je trouvais primordial d'expérimenter auprès d'élèves de forces différentes en mathématique. Les deux élèves de l'équipe MV sont considérés faibles par leur enseignant de mathématique de troisième secondaire. Ayant moi-même enseigné à l'une d'entre elles (V) lorsqu'elle était en première secondaire, j'étais tout à fait consciente de ses difficultés. V n'avait d'ailleurs pas réussi ses mathématiques en première secondaire, mais elle a été capable de réussir sa première secondaire grâce aux cours d'été et à son travail acharné. La deuxième (M) nous a aussi confié avoir beaucoup de difficulté en mathématique et avoir une moyenne entre 60 et 70%.

2.2.2 DESCRIPTION DE L'ÉQUIPE AF

Les deux membres de l'équipe AF sont, contrairement à l'équipe MV, plus forts en mathématique. A est considéré de moyen à fort (environ 75% de moyenne) par son enseignant de mathématique. Malgré le fait qu'il ait dû reprendre sa première année du secondaire, A a su, avec les années, apprécier les mathématiques et même devenir bon. Le dicton disant « mieux vaut parfois reculer pour mieux avancer » est tout à fait applicable dans le cas de A. F, l'autre élève, est considéré excellent par son enseignant de mathématique malgré sa moyenne un peu plus faible qu'à l'habitude. Selon F, ses résultats sont dus à un manque d'étude (moyenne d'environ 85%). C'est lorsque F était en première secondaire que j'ai remarqué, en étant son enseignante, qu'il avait de très grandes aptitudes en mathématique par rapport à la moyenne des élèves.

---

[11] Il est à noter que les élèves et leurs parents ont signé une autorisation d'être captés sur vidéo.

2.2.3 EXPÉRIENCES ANTÉRIEURES DES ÉLÈVES AVEC EXCEL

Au cours de leurs deux premières années du secondaire, les élèves de MédiaTic ont utilisé de nombreux logiciels dont Excel. Par contre, cette utilisation se réduisait surtout à l'écriture de tables de valeurs et à l'utilisation du traceur de graphique.

*Pour les prochaines parties, il est à noter que les passages en italiques sont les questions ou les affirmations que je dirai aux élèves. De plus, les parties ayant une bordure à gauche signifient qu'ils sont tirés des documents des élèves de la partie correspondante de l'expérimentation.

2.2.4 CONNAISSANCES ANTÉRIEURES DES ÉLÈVES

Au primaire et en première secondaire, les élèves ont travaillé avec les trois principales transformations géométriques soit la translation, la rotation et la réflexion. Ces transformations ont été retravaillées en deuxième secondaire, mais cette fois-ci, dans le plan cartésien. Le tracé d'un point dans le plan cartésien a été révisé et l'homothétie est une quatrième transformation géométrique ajoutée aux trois autres en deuxième secondaire.

En référence avec la section 1.4.1, on peut dire que le point de vue <u>géométrique</u> a été utilisé pour les transformations étudiées en première et deuxième secondaire.

De plus, la proportionnalité est un des thèmes très important du programme de deuxième secondaire. Pour ce type de situation, les élèves ont travaillé avec des situations de type « linéaire » ayant une valeur initiale nulle.

En référence avec la section 1.4.1, on peut dire que les points de vue <u>géométrique</u> et <u>fonctionnel</u> ont été utilisés pour l'étude de la proportionnalité en deuxième secondaire.

2.3 REMARQUES GÉNÉRALES PAR RAPPORT À L'EXPÉRIMENTATION

Le but d'une recherche est, en partie, de connaître ce qui se passe dans la tête de l'élève pour savoir s'il est capable de déployer un raisonnement adéquat pour répondre aux diverses questions. Dans le même sens, il faudra que l'élève n'essaie pas de trouver par « essai-erreur » ou « essai-erreur contrôlé » les réponses aux diverses questions même si l'ordinateur peut fournir une validation instantanée. En cas de blocage, je questionnerai l'élève pour l'amener à verbaliser ses raisonnements. Ainsi, lorsque l'élève voudra essayer des valeurs sans réfléchir, j'essaierai plutôt de lui rappeler ses bons raisonnements pour ne pas se laisser tenter d'essayer n'importe quelle valeur. En résumé, je ferai une « expérience didactique ».

Finalement, il est possible que l'élève s'aperçoive que la situation, telle que présentée dans l'expérimentation, ne concorde pas en tous points au compteur d'un vrai taxi. Ainsi, si l'élève s'interroge pour savoir s'il est vrai que le coût pour une course en taxi dépend seulement du kilométrage, nous discuterons du fait que le déroulement du compteur dans un taxi est plus complexe et dépend aussi, entre autres, du temps. Ainsi, nous en viendrons à la conclusion que le temps est aussi une variable dont nous ne tiendrons pas compte dans les prochaines parties de l'expérimentation.

2.4 DESCRIPTION DE LA PREMIÈRE PARTIE DE L'EXPÉRIMENTATION: INTRODUCTION AU TAXI

2.4.1 CE QUE NOUS VOULONS MONTRER POUR CETTE PREMIÈRE PARTIE

- Cette partie sert à familiariser l'élève à une situation représentant une relation linéaire. Par le questionnement, il sera amené nécessairement à trouver le taux de variation unitaire de la situation et à écrire l'équation représentant la situation.
- Cette partie permet de mettre en interrelation les quatre modes de représentation suivants : la situation, la table de valeurs, le graphique et l'équation.
- Cette partie permet aussi à l'élève de se familiariser avec l'utilisation de la table de valeurs et du logiciel.

Pour introduire la situation, un des deux élèves lit la situation et l'autre doit la redire dans ses mots.

Première partie

Un touriste en voyage à Montréal utilise les taxis de cette ville pour effectuer ses divers déplacements. Lorsqu'il embarque dans le taxi, il s'aperçoit que le compteur commence à 5 $ sans avoir parcouru un seul kilomètre. Lorsqu'il était sur l'autoroute, il s'est aperçu qu'après exactement 4 Km, le prix au compteur avait augmenté de 16 $.

Sur le site Internet de la compagnie de taxi, il a trouvé le graphique représentant le coût de la course en fonction du nombre de kilomètres parcourus par un taxi de Montréal. Toutes les compagnies de taxis de Montréal doivent respecter cette échelle de coût. Malheureusement, ce graphique n'est pas très détaillé.

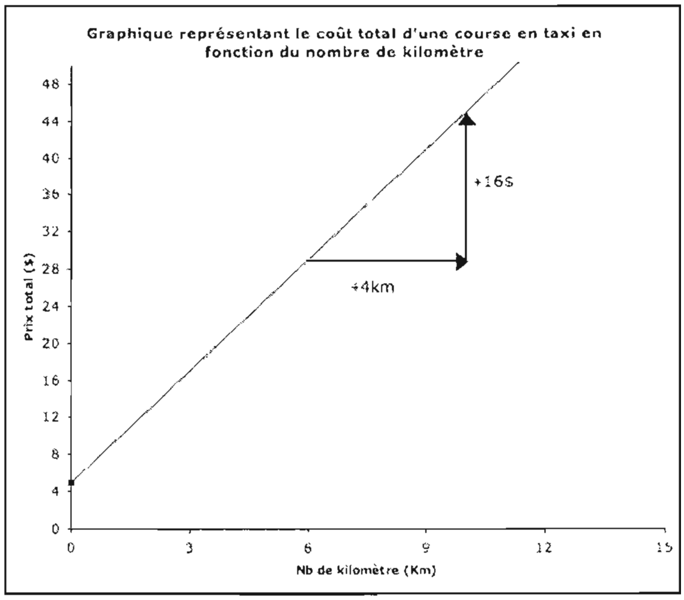


Figure 1 : Graphique pour le taxi de Montréal

2.4.1.1 RETOUR SUR LA SITUATION

Pour m'assurer que les élèves ont bien compris la situation, je m'assurerai que les élèves ont dégagé les points suivants de la situation:

- Le prix initial est de 5 $.
- 4 Km de plus coûtent 16 $ de plus.

2.4.2 OBSERVATION ET INITIATION AU LOGICIEL DE LA PREMIÈRE PARTIE

Pour observer le logiciel, l'élève devra premièrement ouvrir le fichier Excel se nommant « Introduction au taxi » et cliquer sur « activer les macros » (DVD, 1.3)[12].

[12] (DVD, 1.3) signifie que ce fichier se retrouve sur le DVD et que le fichier est numéroté 1.3 sur le DVD (voir le contenu du DVD aux pages XII et XIII de ce mémoire).

Par la suite, je leur ferai observer la table de valeurs. Ainsi, ils seront informés que lorsqu'ils auront trouvé une première réponse aux questions demandées, ces derniers pourront vérifier leurs réponses en inscrivant les coordonnées correspondantes dans la table de valeurs. Automatiquement, le point correspondant apparaîtra sur le graphique de la même couleur que les caractères correspondants dans la table de valeurs comme le montre la flèche à la figure 2.1 :

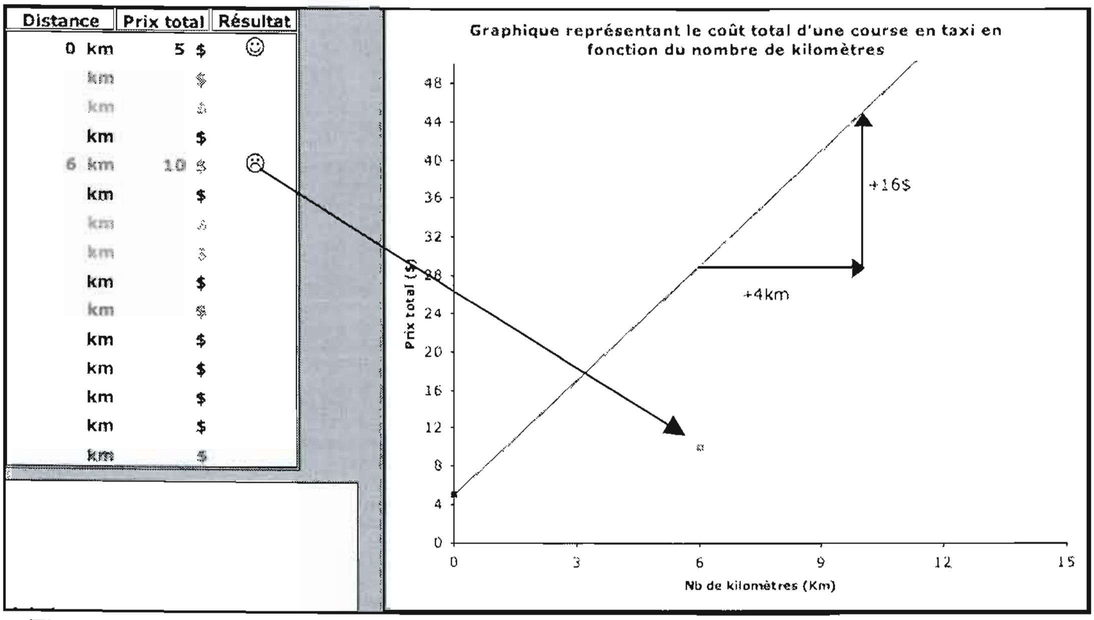
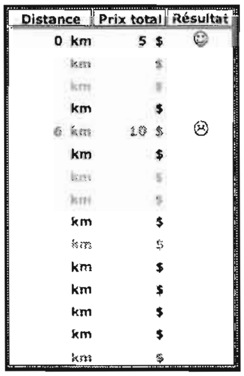


Figure 2.1 : Image tirée du logiciel utilisé par les élèves avec ajout de la flèche (DVD, 1.3)

Dans le but d'essayer le logiciel, les élèves écriront un couple de valeurs dans la table de valeurs. Ensuite, nous observerons ce point dans le graphique et sa couleur identique à son caractère dans la table de valeurs.

De plus, un bonhomme sourire ou un sourire triste apparaîtra à côté des coordonnées comme nous le voyons à la figure 2.2:



Distance	Prix total	Résultat
0 km	5 $	☺
km	$	
km	$	
km	$	
6 km	10 $	☹
km	$	
km	$	
km	$	
km	$	
km	$	
km	$	
km	$	
km	$	
km	$	
km	$	

Figure 2.2 : Image tirée du logiciel de la partie 1 montrant la table de valeurs (DVD, 1.3)

Dans le but d'avoir une réponse complète, les élèves devront me donner la signification du bonhomme sourire dans les trois modes de représentation suivants : la situation, la table de valeurs et le graphique. Ainsi, un bonhomme sourire signifie :

- dans la situation et dans la table de valeurs : qu'on obtient le même prix que celui du compteur du taxi;
- dans le graphique : que le point est sur la droite.[13]

2.4.3 QUESTION 1

Question 1

a) Combien coûtera un parcours de 8 Km?

b) Combien coûtera un parcours de 6 Km?

[13] Voir (DVD, 1.2) pour voir en détails le questionnement prévu à ce sujet.

c) Combien coûtera un parcours de 5 Km?

d) Combien coûtera un parcours de 10,5 Km?

e) Combien coûtera un parcours de 5,8 Km?

Il est à noter qu'une feuille supplémentaire sans distance sera disponible pour l'élève en cas de besoin. De plus, j'accorderai une attention particulière à ne pas dire à l'élève si sa réponse est bonne avant qu'il l'ait essayée dans la table de valeurs du logiciel.

2.4.3.1 CE QUE JE VEUX APPRENDRE SUR L'ÉLÈVE POUR LA PREMIÈRE QUESTION

Pour cette première question, nous voulons savoir, entre autres, à quel moment l'élève trouvera le taux unitaire et pourquoi il a décidé de trouver le taux unitaire à partir d'un certain moment. D'ailleurs, on peut remarquer que les questions « 1a », « 1b » et « 1c » demandent le coût pour des valeurs entières et les questions « 1d » et « 1e » demandent le coût pour des nombres décimaux. D'ailleurs, les valeurs de ces dernières ont été choisies de façon que les élèves ressentent de plus en plus le besoin d'utiliser le taux unitaire[14]. C'est pourquoi je porterai une attention particulière à savoir quand l'élève utilisera le taux unitaire dans ses calculs.

Pour les aider à répondre correctement aux questions, ils devront toujours vérifier leurs réponses à l'aide du logiciel.

[14] En observant les « Réponses attendues pour la question 1 » à cette même page, on peut observer que le retour au taux unitaire devient de plus en plus nécessaire au fur et à mesure qu'on avance dans la question.

2.4.3.2 Réponses attendues pour la première question

a) Pour un parcours de 8 Km :

*- L'élève sait que 4 Km additionnels coûtent 16 $. Donc, 8 Km additionnels coûteront 32 $ (2*16$) de plus car 8 Km contient deux paquets de 4 Km. Alors, 32 $ + 5 $ (pour le prix initial) égale 37 $.*

*- L'élève pourrait aussi trouver le taux unitaire dès le départ. Donc, un Km additionnel coûte 4 $. Alors 8 Km coûteront 32 $ (8 Km*4 $/Km) + le 5 $ du prix initial ce qui est égal à 37 $.*

b) Pour un parcours de 6 Km :

*- Trouver que 2 Km additionnels coûtent 8 $. Donc, 6 Km additionnels coûteront 24 $ (3*8 $). Alors, 24 $ + 5 $ égale à 29 $.*

*- Trouver que 2 Km additionnels coûte 8 $. Donc, 6 Km additionnels coûteront 24 $ (1*16 $ + 1*8 $). Alors, 24 $ + 5 $ égale à 29 $.*

*- Trouver le taux unitaire donc, un Km additionnel coûte 4 $. Alors 6 Km coûteront 24 $ (6 Km*4 $/Km) + le 5 $ du prix initial ce qui est égal à 29 $.*

*- Diviser le 6 Km par 4 Km (pour trouver le nombre de paquets de 4 Km) ce qui est égal à 1,5. Donc, 6 Km coûteront 1,5 *16 $ + le 5 $ de départ ce qui est égal à 29 $.*

c) Pour un parcours de 5 Km :

*- Trouver le taux unitaire donc 1 Km additionnel coûte 4$. Donc, 5 Km additionnels coûteront 20 $ (5*4 $). Alors, 20 $ + 5 $ égal à 25 $.*

*- Diviser le 5 Km par 4 Km (pour trouver le nombre de paquets de 4 Km) ce qui est égal à 1,25. Donc, 5 Km coûteront 1,25 *16 $ + le 5 $ de départ, ce qui est égal à 25 $.*

d) Pour un parcours de 13,5 Km ;

*- Puisqu'un kilomètre coûte 4 $, alors la moitié d'un Km additionnel coûtera 2$. Donc, 13,5 Km coûteront 2 $ (pour le demi-kilomètre) + 52 $ (13 Km * 4$/Km ou tout autre agencement donnant 13 Km) + 5 $ de départ ce qui égal à 59 $.*

*- Diviser le 13,5 Km par 4 Km (pour trouver le nombre de paquets de 4 Km) ce qui est égal à 3,375. Donc, 13,5 Km coûteront 3,375*16 $ + le 5 $ de départ ce qui est égal à 59 $.*

- Puisqu'un Km additionnel coûte 4 $, un parcours de 13,5 Km coûtera 13,5 Km * 4$/Km + le 5 $ de départ, ce qui est égal à 59 $.

e) Pour un parcours de 5,8 Km :

- Puisqu'un Km additionnel coûte 4 $, un parcours de 5,8 Km coûtera 5,8 Km * 4$/Km + le 5 $ de départ ce qui est égal à 28,20 $.

*- Diviser le 5,8 Km par 4 Km (pour trouver le nombre de paquets de 4 Km), ce qui est égal à 1,45. Donc, 5,8 Km coûteront 1,45*16 $ + le 5 $ de départ, ce qui est égal à 28,20 $.*

2.4.4 QUESTION 2

Question 2

Pour n'importe quelle distance parcourue, pourriez-vous me trouver une manière de faire permettant d'obtenir rapidement le prix d'une course en taxi à Montréal en sachant le nombre de kilomètres parcourus?

____

____

Le choix des mots utilisés dans cette question est important. Ainsi, leur manière de faire doit permettre de trouver « rapidement » le prix de la course en taxi. Ainsi, dans le cas où ils n'utiliseraient pas le taux unitaire, leur façon de faire ne serait pas assez rapide et efficace. Par contre, nous sommes assurés que pour la deuxième question, ils auront trouvé le taux unitaire. En cas de difficulté, un retour à la première question sera alors de mise. De là l'importance de garder les traces de leurs démarches sur papier. De plus, je leur demanderai aussi une manière de faire leur permettant de trouver le prix « pour n'importe quelle distance ». Ainsi, leur manière de faire doit bien sûr être valable pour tous les réels positifs. Finalement, il sera extrêmement important de demander des précisions si leur manière de faire est imprécise ou incomplète.

2.4.4.1 RÉPONSES ATTENDUES POUR LA DEUXIÈME QUESTION

- « Pour trouver le prix d'une course, il faut multiplier le nombre de kilomètres par 4 et ajouter 5. »
- Ou encore, « Prix = 4 $ (ou 4 $/Km) * distance + 5 $ »

2.4.4.2 Ce que nous voulons savoir de l'élève

- Nous voulons savoir si l'élève est capable d'écrire un message en mots (peut-être avec des symboles) sans nécessairement que les unités soient toutes là. Par exemple, pour le taux de variation de 4 $/Km, il n'est pas nécessaire d'écrire les unités parfaitement.
- Nous voulons aussi savoir si les exercices précédents ont fait en sorte que les élèves seront maintenant capables de concilier leur manière de faire en mots.

2.4.5 Question 3

Question 3

Sachant que « d » représente le nombre de kilomètres parcourus et que « C » représente le coût total d'un parcours, écris l'équation représentant cette situation à partir de votre manière de faire écrite à la question 2.

____

____

2.4.5.1 Justification auprès de l'élève pour symboliser sa manière de faire en mots

Il faudra que j'explique à l'élève que sa manière de faire écrite à la question précédente prendra moins de place en l'écrivant à l'aide de variables et de symboles mathématiques. Ainsi, je leur dirai qu'ils doivent, par exemple, supposer qu'ils auraient à envoyer leur équation sous forme de « message-texte » sur le cellulaire. Ainsi, ils doivent utiliser le moins de caractères possible.

2.4.5.2 Passage de leur manière de faire sous forme de mots à l'équation avec des symboles.

Il faudra utiliser un questionnement les conduisant à utiliser tous les symboles nécessaires. Les équivalences entre les mots et leurs abréviations seront travaillées avec les élèves. Voici celles que je pourrai utiliser:

- + : Ajouter, additionner, augmenter, somme.
- * : Multiplier, produit.
- = : « Ça donne » « C'est égal » « Pour trouver le coût total, on doit (effectuer les opérations suivantes) »
- d : « le nombre de kilomètres parcourus », « la distance parcourue ».

- C : « coût du parcours », « prix du parcours », « prix total », « montant à donner au chauffeur », , « la facture d'un parcours », « le tarif d'un parcours »
- Si l'élève avait écrit des explications dans sa manière de faire, ces derniers ne devront pas faire partie de l'équation car ils ne sont pas nécessaires aux calculs.

2.4.5.3 Réponses attendues pour la question 3

- Pour trouver le coût d'une course, il faut multiplier le nombre de kilomètres parcourus par 4 (car cela coûte 4 $/Km) et ajouter 5 $;
- Pour trouver le coût d'une course, on additionne au montant de 5 $ le produit du nombre de kilomètres parcourus par 4 (car cela coûte 4$ pour un seul kilomètre);
- Coût d'une course = 5 $ + le nombre de kilomètres parcourus * 4;
- Coût d'une course = le nombre de kilomètres parcourus * 4 + 5$;
- C=4d+5 ; C=d*4+5 ; C=5+4d ; C=5+d*4.

L'élève devrait bien sûr arriver à une équation utilisant des variables et des symboles mathématiques de façon à ne plus avoir de mots dans son équation.

2.4.5.4 Réponses possibles ne répondant pas aux exigences demandées

- Pour trouver le prix d'une course, il faut diviser par 4 le nombre de kilomètres parcourus et multiplier par 16 $. Ensuite, il faut ajouter les 5 $ de départ (utilisation d'un taux non unitaire de 16 $/4 Km);
- Toutes les autres réponses avec un taux non unitaire;
- C=d/4 *16 + 5 ; C=5 + d/4 * 16;

Je prévois que certains élèves auront de la difficulté à l'écrire en mots ou, au contraire, l'écriront dès le départ avec des symboles.

2.4.6 Question 4

Question 4

Sachant que notre touriste a payé 15 $ pour un trajet en taxi à Montréal, combien de Km a-t-il parcourus?

____

2.4.6.1 EN CAS D'ERREUR

- Si l'élève fait l'erreur typique de diviser par 4 (le prix par kilomètre) et ensuite, d'enlever le prix initial de 5 $, il sera surpris que le logiciel lui dise que son résultat est faux. Chercher la source de son erreur sera des plus enrichissant pour l'élève. Il sera alors possible de travailler avec lui dans la table de valeurs pour trouver le nombre de kilomètres pour lequel le trajet coûte 15 $. Questionnement : *Est-ce que le montant initial de 5 $ est compris dans le coût total de 15 $? Pourquoi alors diviser le 5 $ de départ par 4? Combien le touriste a-t-il parcouru de Km avec ce 5 $ de départ?*
- S'il fait l'erreur de remplacer le nombre de kilomètres par 15 dans l'équation, nous rentrerons les coordonnées de ce point dans l'ordinateur. Il verra que son point n'apparaît pas dans le graphique. *Est-ce normal que le point (7 Km, 32 $) apparaisse dans le graphique et non pas celui dont le prix est de 15 $?* Nous relierons ensuite la question pour bien identifier ce que l'on cherche (le « d ») et ce que l'on connaît le « C » (de 15 $).

2.4.6.2 CE QUE NOUS VOULONS SAVOIR DE L'ÉLÈVE

Un élève s'étant entièrement imprégné de la situation pourra réussir cette question. Je veux tout simplement savoir s'il sera facile ou non de répondre à cette question avec tous les outils que nous lui avons donnés jusqu'à présent. De plus, cette question sera très utile pour la deuxième partie car je lui demanderai de trouver le prix par kilomètre sachant que le prix initial est de 5 $ et qu'un trajet de 10 Km coûte 35 $.

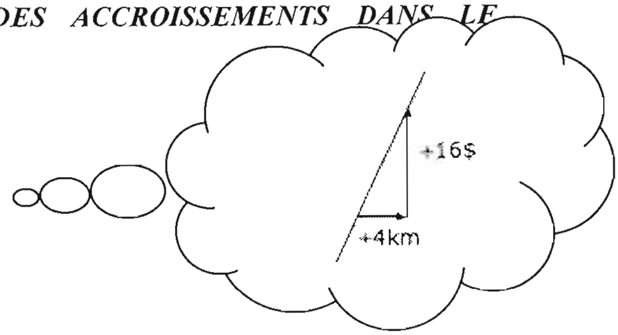
2.4.6.3 RÉPONSES ATTENDUES POUR LA QUESTION 4

L'élève pourra résoudre ce problème en remplaçant dans l'équation le « C » par 15 $ et ensuite, isoler la variable « d ». Ou encore, il pourra raisonner sur la situation et enlever au 15 $ le 5 $ représentant le prix initial et ensuite diviser par 4 (le prix par kilomètre). Il pourrait aussi utiliser la table de valeurs pour trouver, par essai-erreur contrôlé, le nombre de kilomètres correspondant à un prix total de 15 $. L'erreur typique ici est de faire le contraire, donc de diviser par 4 (le prix par kilomètre) et ensuite, d'enlever le 5 $ (le prix initial).

2.4.7 QUESTION 5 : OBSERVATION DES ACCROISSEMENTS DANS LE GRAPHIQUE

Question 5

Nous avons observé dans le graphique qu'une augmentation de 4 Km au parcours coûte 16 $ de plus et cela est représenté par ces deux accroissements (deux flèches).



a) Est-ce toujours le cas? Est-ce que je pourrais placer ces deux accroissements n'importe où sur la droite?

Je pourrai ici suggérer à l'élève d'utiliser le curseur 1[15] (que je pourrai démasquer) qui permet de faire bouger les accroissements sur la droite. *Importe-il d'avoir mis ces accroissements à cet endroit au départ? Est-ce que j'aurais pu les mettre ailleurs?*

b) Tu as dit plus tôt qu'augmenter le parcours d'un kilomètre coûtera 2 $ de plus. Est-ce équivalent à dire qu'une augmentation de 4 Km au parcours coûte 16 $ de plus?

L'élève pourra le montrer par calcul assez facilement. Peut-être dira-t-il que ces accroissements sont proportionnels. Mais nous voulons aussi qu'il représente, à l'aide du deuxième curseur[16], l'accroissement +1 Km / + 4 $ pour ensuite lui demander si ces accroissements sont équivalents. Il ne sera pas nécessaire que ces accroissements soient de grandeurs exactes. Par contre, s'il désire avoir des accroissements précis, je ferai « sortir de leur cachette »[17] les cases d'option permettant de faire apparaître un quadrillage.

c) Pourrais-tu me représenter d'autres accroissements équivalents dans le graphique?

---

[15] Ce premier curseur permet de déplacer sur la droite une deuxième paire d'accroissement qui, en ouvrant le logiciel, sont identiques aux accroissements (+ 4 Km, + 16 $). Il est à noter que ces curseurs sont cachés en dessous du graphique à l'aide d'un rectangle que l'on peut bouger. Voir (DVD, 1.3).

[16] Ce deuxième curseur permet d'agrandir et de rapetisser la deuxième paire d'accroissements. Il est à noter que ces curseurs sont cachés en dessous du graphique à l'aide d'un rectangle que l'on peut bouger. Voir le fichier Excel de la première partie (DVD, 1.3).

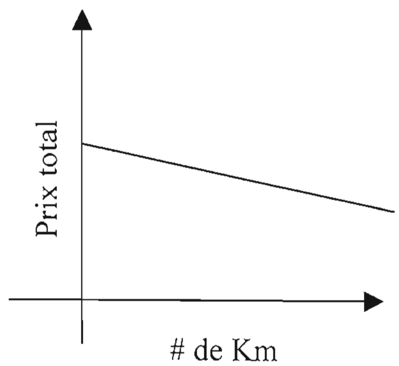
[17] À la droite du graphique, j'ai aussi caché, sous un rectangle, des cases à option permettant de faire apparaître un quadrillage dans le graphique. Voir le fichier Excel de la première partie (DVD, 1.3).

Ainsi, à l'aide des curseurs 1 et 2, les élèves pourront former d'autres accroissements équivalents au premier (+ 4 Km, + 16 $).

2.4.8 *QUESTION 6 : VÉRIFICATION DE LA COMPRÉHENSION DE LA SITUATION PAR LES ÉLÈVES*

Question 6

a) Selon le contexte, pour une autre ville, serait-ce possible d'avoir un graphique comme celui-ci?



Que signifie ce graphique pour toi?

Aimerais-tu habiter dans cette ville ? Est-ce par contre réaliste ?

Comment faudrait-il que la droite soit ? Pourrais-tu me le dessiner sur le graphique ? Est-ce que la droite pourrait être horizontale ?

2.4.8.1 EN CAS DE BLOCAGE

Je demanderai aux élèves les questions suivantes :

- Qu'est-ce qui arrive quand le nombre de kilomètres augmente au prix ?
- Le prix augmente-t-il, diminue-t-il ou reste-t-il identique?

2.4.8.2 Réponses attendues pour la question 5

L'élève devra répondre qu'il est impossible que le coût diminue lorsque le nombre de kilomètres augmente. Sinon, le chauffeur de taxi en sortirait perdant. Ce dernier fournit plus d'essence et de temps de travail; le coût doit alors augmenter. Ça va de soit!

2.4.9 Ce que nous voulons observer comme difficulté et comme réflexion pour cette première partie

- Premièrement, trouver le prix pour un seul kilomètre additionnel parcouru allégera leur tâche des prochaines questions. Par contre, nous ne croyons pas que ce soit une difficulté majeure puisque le taux fourni est de 16 $ pour 4 Km. Le but de l'activité n'étant pas de calculer des taux de variations pour diverses situations, l'attention sera plutôt portée sur la compréhension de la situation.
- La mise en équation ne sera pas tâche facile pour certaines élèves. C'est pour cette raison que je leur demanderai de nombreuse fois de calculer le prix de plusieurs courses en taxi et d'exprimer leur équation sous forme de mots avant d'utiliser des variables.
- Lorsque viendra le temps de mettre leur équation sous forme de mots en équation symbolique, la difficulté avec la notion de variable pourra surgir. Il est difficile pour un élève de leur niveau de concevoir qu'une variable représente l'ensemble des valeurs possibles.
- La question six oblige les élèves à se rapporter à la situation. Certains auront de la difficulté à exprimer pourquoi le graphique ne peut représenter une situation de taxi.

2.5 DEUXIÈME PARTIE (2A) DE L'EXPÉRIMENTATION: MONTRÉAL/QUÉBEC

2.5.1 CE QUE NOUS VOULONS MONTRER POUR CETTE DEUXIÈME PARTIE (A)

- D'abord, cette partie a pour but de faire un retour sur la situation du taxi, mais cette fois-ci, avec deux droites ayant le même prix initial.
- Ainsi, l'élève observera dans le graphique deux droites ayant la même ordonnée à l'origine et une pente différente.
- Dans le même sens, l'élève devra décrire la transformation géométrique reliant les deux droites pour lesquelles, les points de même abscisse sont de couleur identique.
- Dans la table de valeurs, l'élève pourra observer les valeurs pour différentes distances pour deux droites ayant le même prix initial et un prix par kilomètre différent.

Pour introduire cette deuxième partie de l'expérimentation, l'exercice inverse sera fait. Plus précisément, l'élève ayant lu la première partie devra, cette fois-ci, écouter l'autre lui lire la situation pour ensuite la redire dans ses mots.

Après avoir visité l'île de Montréal, notre touriste décide d'aller visiter la capitale de notre province, la ville de Québec. Après quelques voyages en taxi, il s'aperçoit que les coûts à Québec sont différents de ceux à Montréal même si la compagnie est la même et même si le prix initial de 5 $ est constant pour les deux villes.

Il va donc voir sur le site Internet de la même compagnie le graphique représentant les coûts reliés aux deux villes. Celui-ci indique seulement qu'un parcours de 10 Km à Montréal coûte 45 $ tandis que la même distance à Québec coûte 35 $.

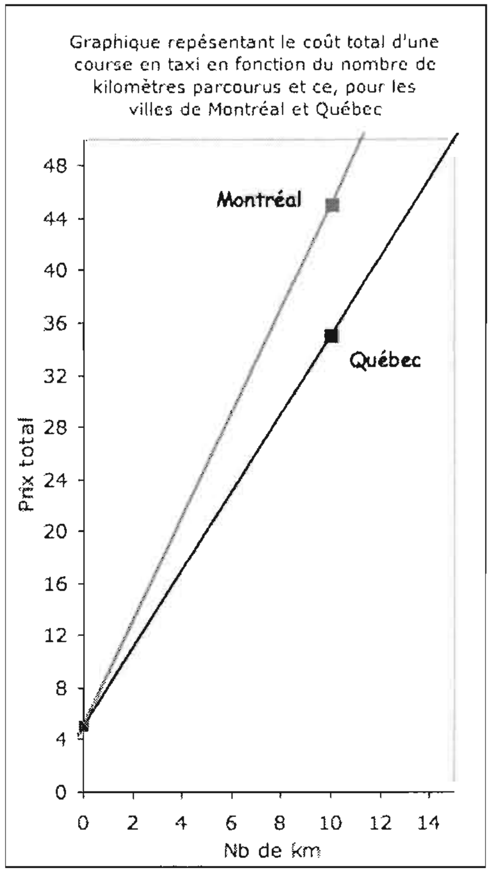


Figure 1 : Graphique représentant les coûts en taxi pour les villes de Montréal et Québec

2.5.1.1 RETOUR SUR LA SITUATION

Il sera important que l'élève ayant à redire dans ses propres mots les éléments clés de la situation mentionne les points suivants :

- Le prix initial pour les deux villes est de 5 $.
- Pour 10 Km, il en coûte 35 $ à Québec et 45 $ à Montréal.

2.5.2 *Observation et initiation au logiciel de la deuxième partie*

Les élèves devront premièrement ouvrir le document Excel ayant pour titre « Montréal/Québec » et cliquer sur « activer les macros » (DVD, 2.3)

Comme pour la première partie, nous allons observer cette table de valeurs plus précisément. Je vais leur faire remarquer premièrement qu'il y a trois colonnes; une pour la distance, et deux autres pour les prix de Québec et de Montréal. Comme pour la première partie, ils pourront vérifier leurs réponses dans cette table de valeurs et ce, pour les villes de Montréal et Québec. De plus, je leur ferai remarquer que le point correspondant apparaît de la même couleur dans la table de valeurs et dans le graphique.

Il est à noter que nous avons choisi de mettre comme premières valeurs à la table de valeurs les distances de 0 à 10 Km et de laisser les 5 dernières sans valeur. Ainsi, l'élève pourra utiliser à sa guise ces cinq derniers espaces et y choisir les valeurs qu'il désire.

Distance	Prix à Québec	Résultat	Prix à Montréal	Résultat
0 km	5 $	☺	5 $	☺
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		$	
6 km	$		$	
7 km	$		$	
8 km	$		$	
9 km	$		$	
10 km	35 $	☺	45 $	☺
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	

Figure 2.3 : Table de valeurs tirée du logiciel de la partie 2A (DVD, 2.3)

2.5.2.1 Observation des droites et des points présents dans le graphique

Les prochaines interventions auront pour but de se familiariser avec les points et les droites présents dans le graphique. D'ailleurs, je crois qu'ils n'auront aucune difficulté à me pointer ces renseignements dans les deux modes de représentation présentés.

Ainsi, par les jeux de couleurs[18] et les noms des villes écrits à côté des droites dans le graphique, l'élève devra par lui-même, m'indiquer quelle droite représente la ville de Montréal et quelle droite représente la ville de Québec.

Par la suite, l'élève devra associer les couples de valeurs présents dans la table de valeurs à leur point correspondant dans le graphique. D'ailleurs, les points (10, 35) et (10, 45) sont déjà marqués dans la table de valeurs. Je demanderai ensuite aux élèves de trouver ces points dans le graphique en plus de les associer à leur ville correspondante. Si l'élève ne l'a pas remarqué, je lui ferai remarquer que ces deux points ont sensiblement la même couleur que la police utilisée dans la table de valeurs.

Ensuite, je leur ferai observer les valeurs initiales pour les deux villes dans la table de valeurs et dans le graphique. Après leur avoir fait remarquer que les prix initiaux sont les mêmes dans les deux villes, je leur demanderai : *Où retrouve-t-on cette information dans la table de valeurs? Et dans le graphique?* Ainsi, l'élève devrait pointer les ordonnées à l'origine des deux droites dans le graphique qui sont, dans ce cas-ci, au même endroit (prix initial de 5 $ pour les deux villes).

2.5.2.2 DANS QUELLE VILLE EST-IL LE PLUS CHER DE PRENDRE LE TAXI?

Pour déterminer dans quelle ville il en coûte le plus cher pour prendre un taxi, nous allons premièrement observer les droites dans le graphique sans quadrillage pour déterminer dans quelle ville il est le plus dispendieux de prendre le taxi. *Dans quelle ville est-il le plus dispendieux de prendre le taxi? Où as-tu prit cette information?* L'élève peut prendre la réponse à cette information à deux endroits : les deux droites dans le graphique ou les quelques points présents dans la table de valeurs. Il est à noter que s'il prend sa réponse à partir de la table de valeurs, il pourra observer que pour 0 kilomètre, le prix est le même pour les deux villes (soit le prix initial de 5 $) et que pour 10 kilomètres, il en coûte 10 $ de plus à Montréal (45 $ pour Montréal et 35 $ pour Québec). Par contre, il ne pourra affirmer que c'est toujours vrai car la table de valeurs ne montre pas que pour toutes les distances possibles, le coût est plus élevé à Montréal. Ainsi, si sa réponse est tirée de la table de

[18] Par exemple, la couleur du titre de la colonne « Prix à Montréal » dans la table de valeurs est de la même couleur que son nom dans le titre du graphique et de la droite elle-même dans le graphique.

valeurs, je lui demanderai : *Est-il toujours plus cher à Montréal qu'à Québec? Comment peux-tu toujours en être certain? Tu ne connais pas le coût pour les autres distances.*

Dans un deuxième temps, nous allons observer les droites dans le graphique avec quadrillage vertical pour déterminer dans quelle ville il est le plus dispendieux de prendre le taxi. Dans l'intention de préciser la verbalisation des élèves, nous allons maintenant observer dans le graphique, à l'aide d'un quadrillage vertical, les écarts de prix pour plusieurs distances. Ainsi, l'élève devra faire apparaître le « Quadrillage vertical » à l'aide des cases à cocher à droite du graphique (DVD, 2.3).

2.5.3 QUESTION 1

Question 1

Pourrais-tu me montrer (me pointer) dans le graphique la différence de prix pour un parcours de 2 Km? Et pour 4 Km? Et pour 6 Km? Que remarques-tu? Est-ce que la différence de prix est toujours la même, augmente ou diminue?

____

____

____

Faire apparaître ce quadrillage principal permettra à l'élève de mieux voir les écarts de prix pour une même distance parcourue et ainsi, il pourra observer que le prix est toujours plus élevé à Montréal qu'à Québec (en faisant abstraction bien sûr du prix pour 0 kilomètre). Mettre un quadrillage complet rendrait par contre le graphique lourd dû à la trop grande quantité de lignes, mais s'il désire faire apparaître un quadrillage ayant encore plus de lignes, il pourra le faire en cliquant sur « quadrillage secondaire ».

En outre, en observant attentivement les écarts entre les deux villes, il sera intéressant de voir si l'élève s'aperçoit que les écarts de prix entre les deux villes sont de plus en plus grands lorsque le nombre de kilomètres parcourus augmente.

2.5.3.1 PASSAGE DE L'ÉQUATION À LA TABLE DE VALEURS POUR MONTRÉAL

À la première partie de l'expérimentation, l'élève a trouvé l'équation ($C = 4d + 5$) de la droite représentant le coût de la course en taxi en fonction du nombre de kilomètres parcours pour la ville de Montréal[19]. Ainsi, à l'aide de cette équation, l'élève devra maintenant trouver et écrire dans la table de valeurs les prix à Montréal pour des distances de 1 à 9 kilomètres.

Si après plusieurs calculs, l'élève utilise toujours l'équation pour trouver les prix pour chacune des distances, je lui demanderai s'il ne pourrait pas trouver les prochaines réponses plus rapidement. Ainsi, en observant la table de valeurs, il remarquera peut-être qu'à chaque kilomètre additionnel, le prix augmente de 4 $ car le prix par kilomètre est de 4 $ / Km.

L'élève ne pourra pas utiliser la table de valeurs de la première partie de l'activité car le logiciel ne lui sera plus disponible. Il devra donc déduire les valeurs manquantes de la table de valeurs à partir de l'équation qu'il a notée sur une feuille prévue à cet effet. Cette question permet alors de faire un retour sur ce qui a été fait dans la première partie tout en travaillant le passage de l'équation à la table de valeurs (tout en voyant ces points dans le graphique). En cas de difficulté, on pourra écrire l'équation en phrase. Donc, au lieu d'écrire que « C=5+4d » nous l'écrirons de cette façon : « Pour trouver le coût d'une course en taxi, il faut multiplier par 4 le nombre de kilomètres parcourus (car le prix par kilomètre est de 4 $) et ajouter le prix initial de 5 $. » De cette façon, l'équation est beaucoup plus accessible pour l'élève et ce dernier devrait maintenant réussir plus facilement à compléter la table de valeurs.

2.5.4 QUESTION 2

Question 2

Pour ces prochaines questions, tu devras écrire ta réponse à l'endroit approprié en plus d'expliquer à la caméra ta réponse.

a) Combien coûtera un parcours de 3 Km dans la ville de Québec?

____

____

____

____

b) Combien coûtera un parcours de 1 Km dans la ville de Québec?

[19] Cette équation est d'ailleurs notée sur les documents écrits des élèves utilisés lors de la première partie de l'expérimentation. Ainsi, je leur montrerai ce dernier document à l'endroit où ils avaient noté l'équation pour Montréal.

c) Combien coûtera un parcours de 2 Km dans la ville de Québec?

d) Combien coûtera un parcours de 2,5 Km dans la ville de Québec?

e) Combien coûtera un parcours de 5,8 Km dans la ville de Québec?

*Il peut vérifier ces deux dernières réponses (2d et 2e) en inscrivant les données dans le bas de la table de valeurs.

*Comme pour la première partie, une feuille supplémentaire sera disponible pour trouver le prix pour d'autres distances si les élèves ont encore de la difficulté, à la suite de ces questions, à trouver le prix pour plusieurs distances à Québec.

*Si le prix trouvé par l'élève n'est pas exact, mais proche de la bonne réponse, il est possible que le point correspondant sur le graphique soit sur la droite, mais pas parfaitement. Dans ce cas, il sera possible de faire un « zoom » pour mieux observer la position du point. De plus, l'observation du bonhomme triste dans la table de valeurs devrait permettre de valider parfaitement la réponse.

2.5.4.1 DÉTERMINER LE PRIX PAR KILOMÈTRE À QUÉBEC

Il a déjà été démontré dans la première partie que de trouver le taux unitaire facilite et rend les calculs plus efficaces. Nous souhaitons donc qu'il le trouve pour la ville de Québec.

Par contre, le calcul du prix par kilomètre n'est pas chose facile à partir des données fournies dans la table de valeurs.

2.5.4.2 EN CAS DE DIFFICULTÉ

En cas de difficulté, nous ferons quelques observations dans la table de valeurs. Dans ce problème, nous savons qu'un parcours de 0 Km coûte 5 $ et qu'un parcours de 10 Km coûte 35 $. Ainsi, pour une différence de 10 Km, le parcours a coûté 30 $ de plus. Un seul kilomètre additionnel devrait coûter 3 $ (30 $ /10 Km).

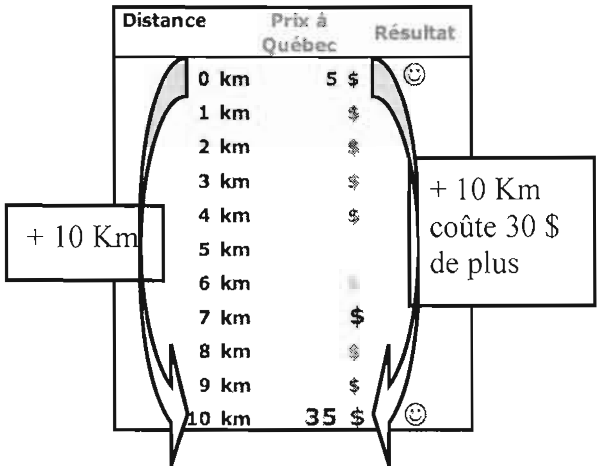


Figure 2.4 : Table de valeurs tirée du logiciel de la partie 2A avec ajout de deux commentaires (DVD, 2.3)

2.5.4.3 L'ÉLÈVE OUBLIE D'ENLEVER LE PRIX INITIAL DE 5 $ AU MONTANT DE 45 $

- Dans ce cas, je demanderai à l'élève de le faire avec Montréal. Puisque cette situation est connue pour lui, il sera sûrement plus facile de le faire avec Montréal. Ensuite, nous reprendrons la même procédure pour Québec.
- On pourrait aussi demander à l'élève de relire la situation. Il se demandera peut-être l'utilité du 5 $.

2.5.4.4 EN CAS DE SUCCÈS

- Observer dans la table de valeurs le bonhomme sourire.
- Observer dans le graphique la position du point par rapport à la droite (le point est sur la droite).

2.5.5 *Questions 3 et 4: Déterminer l'équation pour la ville de Québec*

Question 3

Pour n'importe distance parcourue, pourriez-vous me trouver une manière de faire permettant de trouver rapidement le prix d'une course en taxi à Québec sachant le nombre de kilomètres parcourus?

____

____

Question 4

Sachant que « d » représente la distance parcourue et que « C » représente le coût total d'un parcours, écrivez l'équation représentant cette situation à partir de votre manière de faire écrite à la question 3.

____

____

*Les mêmes stratégies et questionnements de la première partie de l'expérimentation seront utilisés.

2.5.5.1 Passage de l'équation à la table de valeurs pour Québec

À l'aide de cette nouvelle équation pour la ville de Québec, les élèves devront maintenant compléter la table de valeurs en indiquant les prix pour des parcours de 1 à 9 kilomètres pour la ville de Québec. Compléter les tables de valeurs pour Montréal et Québec leur permettront, à la fin de l'expérimentation, d'observer les points de même abscisse dans le graphique.

2.5.6 *Question 5 : Observation des équations des deux villes*

Question 5

Liens entre les deux équations

Les équations sont les suivantes :

- Pour Montréal : ______________________*($C=4d+5$)*
- Pour Québec : ______________________*($C=3d+5$)*

où « d » représente le nombre de kilomètres parcourus et que « C » représente le coût total d'un parcours.

À la question 5, je demanderai aux élèves d'écrire les équations pour les deux villes pour ensuite les comparer. Ainsi, pour comparer les valeurs de prix initial pour les deux villes, je leur demanderai : *Qu'est-ce qu'ils ont en commun les deux équations de ces deux droites? Que représente ce « 5 » dans la situation?* Ainsi, nous souhaitons que les élèves associent cette valeur au prix initial pour les deux villes. De plus, pour comparer les valeurs du prix par kilomètre pour les deux villes, je leur demanderai : *Quelles différences ont les deux équations de ces deux droites? Et que représentent le 3 et le 4 dans la situation?* Ainsi, je souhaite que les élèves associent ces valeurs différentes au prix par kilomètre de Montréal et Québec.

2.5.7 QUESTION 6

Question 6

Selon toi, quelle transformation géométrique relie les deux droites dans ce graphique?

____

L'élève connaît normalement les 4 transformations géométriques suivantes : rotation, translation, réflexion et homothétie. Ainsi, en observant seulement les deux droites en tant qu'objet géométrique et en faisant abstraction des points de même abscisse de couleur identique dans le graphique, il serait logique que l'élève dise qu'une rotation pourrait être une transformation géométrique reliant les deux droites. Par contre, en ayant mis en évidence les points de même abscisse avec des couleurs identiques, il sera intéressant d'observer avec les élèves un point en particulier et son point de même abscisse dans l'autre droite pour ainsi s'apercevoir, qu'en tenant compte de la situation[20], les points de même abscisse n'ont pas subi une rotation.

Pour cette observation de deux points de même abscisse, il pourrait être intéressant de faire un zoom pour ensuite demander à l'élève de nous pointer le mouvement d'un point si ce dernier fait une rotation. *Si nous prenons le mouvement d'un seul point, est-ce que ce point a subi une rotation? Qu'est-ce qui arrive à ce point?*

---

[20] En tenant compte de la situation, nous voulons dire que nous considérons les droites comme représentant une fonction linéaire de type $f(x) = mx + b$.

Il est à noter ici que je ne m'attends pas à ce que l'élève parle de dilatation verticale puisqu'il n'a jamais entendu parler de cette transformation géométrique auparavant. Par contre, nous voulons savoir s'il est capable de voir que ce point n'a pas subi une rotation car ce dernier s'est éloigné du centre de rotation (qui est, dans ce cas, l'ordonnée à l'origine).

2.5.8 CE QUE NOUS VOULONS OBSERVER COMME DIFFICULTÉ ET RÉFLEXION DANS CETTE DEUXIÈME PARTIE (A)

- Sa compréhension de la situation du taxi et des paramètres en jeu (prix par kilomètre et prix initial) est-elle adéquate (en ce sens que l'élève est capable de résoudre les problèmes qu'on lui soumet)?
- Suite à la première partie de l'expérimentation dans laquelle l'élève a utilisé un logiciel semblable et a trouvé l'équation d'une droite, l'élève sera-t-il capable de réutiliser ses apprentissages et de les appliquer dans la deuxième partie de l'expérimentation?
- L'élève sera-t-il capable, à partir de deux couples de valeurs[21] dans la table de valeurs pour la ville de Québec de trouver le prix par kilomètre?
- Puisque les points de même abscisse sont de couleurs identiques, l'élève va-t-il quand même voir que la transformation géométrique reliant les deux droites est une rotation? Se demandera-t-il par lui-même si les points de même abscisse peuvent êtres reliés par une rotation ayant pour centre l'ordonnée à l'origine?

---

[21] Les deux couples de valeurs sont (0 Km, 5 $) et (10 Km, 35 $).

2.6 Deuxième partie de l'expérimentation (2B) : Québec/Vancouver

2.6.1 Ce que nous voulons montrer pour cette deuxième partie (2B)

- Cette partie a pour but de faire un retour sur la situation du taxi, mais cette fois-ci, avec deux droites ayant le même prix par kilomètre.
- Ainsi, l'élève observera deux droites ayant la même pente et une ordonnée à l'origine différente dans le graphique.
- Dans le même sens, l'élève devra décrire la transformation géométrique reliant les deux droites pour lesquelles les points de même abscisse sont de couleur identique.
- Dans la table de valeurs, l'élève pourra observer les valeurs pour différentes distances pour deux droites ayant le même prix par kilomètre et un prix initial différent.

Pour introduire la situation, l'élève qui le désire lira la situation et l'autre élève devra redire les éléments importants qu'il en a retirés.

Après avoir comparé les prix pour deux villes de la province de Québec, notre touriste décide d'aller visiter une ville de la Colombie-Britannique, Vancouver. Après quelques voyages en taxi, il s'aperçoit que les coûts à Vancouver sont différents de ceux à Québec même si le prix par kilomètre de 3 $ / Km est constant pour les deux villes.

La version Internet n'étant pas encore publiée, notre touriste demande donc à la compagnie de lui « faxer » le graphique comparant les coûts pour Vancouver et Québec. Malheureusement, puisque son imprimante manquait un peu d'encre, une partie de ce graphique est manquante.

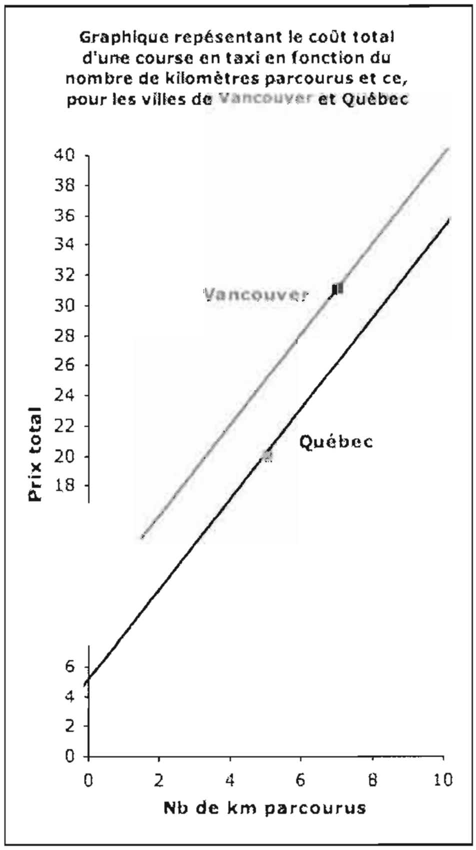


Figure 1 : Graphique représentant les coûts en taxi pour les villes de Québec et Vancouver

2.6.1.1 RETOUR SUR LA SITUATION

Il sera important que l'élève ayant à redire dans ses propres mots la situation mentionne le point suivant :

- Le prix par kilomètre des deux villes est de 3 $ / Km.

2.6.2 OBSERVATION ET INITIATION AU LOGICIEL DE LA DEUXIÈME PARTIE

Les élèves devront premièrement ouvrir le document Excel ayant pour titre « Québec/Vancouver » et cliquer sur « activer les macros » (DVD, 2.13)

Comme pour la partie 2A, nous allons observer cette table de valeurs plus précisément. En premier, je leur ferai remarquer qu'il y a trois colonnes; une pour la distance, et deux autres pour les prix de Vancouver et de Québec. Comme pour la partie 2A, les élèves pourront vérifier leurs réponses dans cette table de valeurs et ce, pour les villes de Vancouver et Québec. Le point correspondant apparaîtra de la même couleur dans la table de valeurs et dans le graphique.

Distance	Prix à Vancouver	Résultat	Prix à Québec	Résultat
0 km	$		$	
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		20 $	☺
6 km	$		$	
7 km	31 $	☺	$	
8 km			$	
9 km	$		$	
10 km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km			$	

Figure 2.5 : Table de valeurs tirée du logiciel de la partie 2B (DVD, 2.13)

2.6.2.1 OBSERVATION DES DROITES ET DES POINTS PRÉSENTS DANS LE GRAPHIQUE

Ainsi, les prochaines interventions auront pour but d'observer la table de valeurs et le graphique et les liens entre les deux. Je crois qu'ils n'auront aucune difficulté à me pointer ces renseignements dans les deux modes de représentation (table de valeurs et graphique).

Dans le but d'observer si l'élève associe facilement les droites à leur ville respective, je lui demanderai quelle droite représente la ville de Québec et de Vancouver. L'élève pourrait trouver la réponse à cette question par les jeux de couleurs et par les deux points fournis dans la table de valeurs pour chacune des villes. Je leur ferai remarquer cette association en termes de couleur s'ils n'y arrivent pas.

Par la suite, l'élève devra associer les couples de la table de valeurs à leurs points correspondants dans le graphique. Ainsi, les points (7,31) et (5,20) sont déjà écrits dans la table de valeurs. Je demanderai alors aux élèves de trouver ces points dans le graphique en plus de les associer à leur ville correspondante. S'ils ne l'ont pas remarqué, je leur ferai remarquer que ces deux points ont sensiblement la même couleur que les polices utilisées dans la table de valeurs.

2.6.2.2 DANS QUELLE VILLE EST-IL LE PLUS CHER DE PRENDRE LE TAXI?

Pour déterminer dans quelle ville il en coûte plus cher pour prendre un taxi, l'élève devra, dans un premier temps, observer les deux droites dans le graphique sans quadrillage. *Dans quelle ville est-il le plus dispendieux de prendre le taxi en observant les deux droites dans le graphique?* Ici, l'élève peut ici prendre seulement cette information dans le graphique en observant les positions des deux droites. Dans la table de valeurs, puisque les deux prix marqués ne sont pas pour les mêmes distances, il sera plus difficile de comparer les prix des deux villes à l'aide de la table de valeurs.

Dans un deuxième temps, l'élève sera appelé à déterminer dans quelle ville il est le plus cher de prendre le taxi en observant les écarts de prix entre les deux villes avec un quadrillage. Ainsi, l'élève devra faire apparaître le « Quadrillage vertical » à l'aide des cases à cocher à droite du graphique (DVD, 2.13).

2.6.3 QUESTION 1

Question 1

Pourrais-tu me pointer dans le graphique la différence de prix pour un parcours de 2 Km? Et pour 4 Km? Et pour 6 Km? Que remarques-tu? Est-ce que la différence de prix est toujours la même, augmente ou diminue?

____

____

____

Pour avoir une verbalisation plus complète, je leur demanderai d'écrire ce qu'ils ont remarqué à propos des écarts de prix. En observant plus attentivement les écarts de prix entre les deux villes pour une même distance parcourue, l'élève devrait remarquer que cet écart est toujours le même, peu importe la distance parcourue.

***Faire enlever le quadrillage si ce n'est pas déjà fait.**

2.6.3.1 PASSAGE DE L'ÉQUATION À LA TABLE DE VALEURS POUR QUÉBEC

À la partie précédente, les élèves ont trouvé l'équation ($C = 3d + 5$) représentant le coût d'une course en taxi à Québec en fonction du nombre de kilomètres parcourus. À partir, de cette équation, les élèves devront trouver le prix initial pour Québec et ajouter cette valeur dans la table de valeurs à l'endroit approprié.

Par la suite, en ayant l'équation en main, l'élève devra compléter la table de valeurs pour Québec pour les distances comprises entre 1 et 10 kilomètres (à part bien sûr pour la distance de 5 kilomètres pour laquelle la distance est déjà écrite). Pour cette partie, il sera intéressant d'observer si l'élève additionnera 3 $ pour chaque kilomètre additionnel ou s'il utilisera l'équation de Québec pour chaque distance.

Si après plusieurs calculs, l'élève utilise toujours l'équation pour trouver les prix pour chacune des distances, je lui demanderai s'il ne pourrait pas trouver les prochaines réponses plus rapidement? Ainsi, en observant la table de valeurs, il remarquera peut-être qu'à chaque kilomètre additionnel, le prix augmente de 3 $ car le prix par kilomètre est de 3 $ / Km.

2.6.4 QUESTION 2

Questions 2

Tu dois maintenant trouver le prix initial de Vancouver. Explique-moi comment tu fais.

____

____

2.6.4.1 CE QUE NOUS VOULONS SAVOIR DE L'ÉLÈVE

Comment va-t-il s'y prendre pour résoudre ce problème ?

- Il pourrait trouver le prix pour 5 Km à Vancouver pour comparer ce prix avec celui de Québec. Sachant que c'est seulement le prix initial qui est différent pour les deux villes, il pourrait directement déduire que le prix initial à Vancouver est de 5 $ de plus qu'à Québec soit 10 $.

- Peut-être l'élève aura besoin de trouver plusieurs autres valeurs pour Vancouver et Québec pour trouver le prix initial de Vancouver.
- Va-t-il trouver tous les prix pour Vancouver pour une distance plus petite que 5 Km jusqu'à ce qu'il arrive à trouver la distance pour 0 Km ?

2.6.4.2 EN CAS DE DIFFICULTÉ

- Je suggérerai à l'élève de compléter la table de valeurs pour Vancouver? S'il ne se rappelle plus de la valeur du prix par kilomètre, je lui ferai relire la situation.

2.6.4.3 EN CAS D'ERREUR

- Si l'élève enlève 5 $ pour Vancouver au lieu d'ajouter 5 $, on pourra se reposer la question pour savoir si un voyage en taxi coûte plus cher à Vancouver ou à Québec.

2.6.4.4 EN CAS DE SUCCÈS

- J'efface le cercle[22] qui cachait la valeur du prix initial à Vancouver. Je lui demanderai de lire la valeur du prix initial dans le graphique pour confirmer sa réponse déjà validée par la table de valeurs.

[22] En observant le graphique du logiciel de la partie 2B (DVD, 2.13), j'ai utilisé un cercle pour cacher l'ordonnée à l'origine de la droite représentant la ville de Vancouver. En ôtant la protection de la feuille, nous pouvons enlever ce cercle.

2.6.5 *Question 3 et 4*

Question 3

Pour n'importe quelle distance parcourue, pourriez-vous me trouver une manière de faire permettant de trouver rapidement le prix d'une course en taxi à Vancouver sachant le nombre de kilomètres parcourus?

____

____

Question 4

Sachant que « d » représente la distance parcourue et que « C » représente le coût total d'un parcours, écrivez l'équation représentant cette situation à partir de votre manière de faire écrite à la question 3.

____

____

*Les mêmes stratégies et questionnements de la première partie et de la deuxième partie (2A) de l'expérimentation seront utilisés. Il se pourrait très bien que l'élève ne juge pas nécessaire de faire la troisième question car il connaît déjà l'équation demandée.

2.6.5.1 Passage de l'équation à la table de valeurs pour Vancouver

À l'aide de cette nouvelle équation, l'élève devra maintenant compléter la table de valeurs en indiquant les prix pour des parcours de 1 à 9 kilomètres pour la ville de Vancouver. Les tables de valeurs complètes pour Québec et Vancouver leur permettront, à la fin de l'expérimentation, d'observer les points de même abscisse dans le graphique.

2.6.6 *Question 5 : Observation des équations des deux villes*

Question 5

Liens entre les deux équations

Les équations sont les suivantes :

- Pour Québec : ______________________ *($C=3d+5$)*
- Pour Vancouver : ______________________ *($C=3d+10$)*

où « d » représente le nombre de kilomètres parcourus et que « C » représente le coût total d'un parcours.

À la question 5, nous demanderons aux élèves d'écrire les équations pour les deux villes pour ensuite les comparer.

2.6.6.1 COMPARAISON DU PRIX PAR KILOMÈTRE

Qu'ont en commun les deux équations de ces deux droites? Que représente le 3 dans la situation? Ainsi, nous souhaitons que les élèves associent cette valeur (3) au prix par kilomètre (3 $/Km) pour les deux villes. Si l'élève dit que les deux équations ont en commun le « C », le « d », le « = » et le « + », nous lui ferons savoir qu'il a tout à fait raison, mais que ces éléments ne sont pas ceux sur lesquels nous voulions centrer son attention.

2.6.6.2 COMPARAISON DU PRIX INITIAL

Quelles différences ont les deux droites? Et que représente le 5 et le 10 dans la situation? Ainsi, nous souhaitons que les élèves associent ces valeurs différentes au prix initial pour Québec et Vancouver.

***Enlever le quadrillage si ce n'est pas déjà fait.**

2.6.7 QUESTION 6

Question 6

Selon toi, quelle transformation géométrique relie les deux droites dans ce graphique?

____

L'élève connaît normalement les quatre transformations géométriques suivantes : rotation, translation, réflexion et homothétie. La réponse la plus probable est sans aucun doute la translation. Par contre, nous voudrions une réponse plus précise pour savoir si les points ont subi une translation verticale, horizontale ou voire même oblique.

Ainsi, je leur demanderai quelle est la direction de la translation. Comme pour la première partie, en considérant les droites comme objets géométriques, la direction de la translation peut être dans n'importe lequel sens (oblique, verticale ou même horizontale). Par contre, en ayant mis en évidence les points de même abscisse de couleurs identiques, il sera intéressant d'observer avec les élèves un point en particulier et son point de même abscisse dans l'autre droite pour ainsi s'apercevoir qu'en tenant compte de la situation[23], les points de

[23] En tenant compte de la situation, nous voulons dire que l'on considère les droites comme représentant une fonction linéaire de type f(x) = mx + b.

même abscisse ont subi une translation verticale. D'ailleurs, Goldenberg (1988) mentionne dans son article que la mise en évidence des points de même abscisse facilite l'élève en neutralisant l'illusion d'optique (Voir la problématique, chap. 1, 10). Est-ce réellement le cas? Les élèves vont-ils plus facilement percevoir une translation verticale?

Pour observer plus attentivement les points de même abscisse de couleurs identiques, il pourra être intéressant de faire un zoom pour observer deux points de même abscisse. Ainsi, en observant deux points de même couleur, l'élève pourra alors préciser le sens de la translation reliant les deux droites si l'on considère bien sûr la situation linéaire.

2.6.8 CE QUE NOUS VOULONS OBSERVER COMME DIFFICULTÉ ET RÉFLEXION POUR CETTE DEUXIÈME PARTIE (2B)

- Sa compréhension de la situation du taxi et des paramètres en jeu (prix par kilomètre et prix initial) est-elle adéquate?
- Suite à la première partie de l'expérimentation pour laquelle l'élève doit utiliser un logiciel semblable et a trouvé l'équation d'une droite, l'élève sera-t-il capable de réutiliser ses apprentissages et de les appliquer pour la deuxième partie de l'expérimentation?
- L'élève sera-t-il capable, à partir d'un couple de valeurs (7 Km, 31 \$) et sachant que le prix par kilomètre est le même que celui de Québec (3 \$/Km), de trouver le prix initial à Vancouver?
- Puisque les points de même abscisse sont de couleurs identiques, est-ce que l'élève va quand même voir que la transformation géométrique reliant les deux droites est non seulement une translation, mais aussi, une translation verticale si on considère bien sûr les droites représentant des fonctions de type linéaire ($f(x) = mx + b$)?

2.7 Troisième partie de l'expérimentation: Le tour du monde

2.7.1 Ce que nous voulons montrer pour cette troisième partie

- Cette partie a pour but de faire un retour sur les deux premières parties et plus particulièrement sur la deuxième partie de l'expérimentation. Ainsi, les élèves devront résoudre à plusieurs reprises des problèmes pour lesquels soit le prix par kilomètre est inconnu (comme pour la partie 2A), soit le prix initial est inconnu (comme pour la partie 2B).
- De plus, pour une première fois, les élèves devront aussi résoudre un problème ayant plusieurs solutions puisque que cette partie de l'expérimentation leur demandera de trouver le prix par kilomètre et le prix initial en connaissant le coût pour une seule distance.
- À partir de ses solutions, l'élève pourra observer dans le graphique les droites correspondantes aux valeurs du prix initial et du prix par kilomètre.
- En cas de difficulté, l'élève pourra aussi utiliser la table de valeurs pour trouver plusieurs couples de valeurs. Les points correspondants seront présents dans le graphique.

Pour introduire la situation, je lirai moi-même la mise en situation.

> Notre touriste devenant de plus en plus aventureux décide de voyager un peu partout à travers le monde. Voyant que tu t'intéresses à ses histoires de taxi, le touriste décide de te bâtir un jeu permettant de tester tes connaissances. Pour ce jeu, il a même utilisé des vraies données venant de toutes les villes du monde.

2.7.2 *Observation et initiation au logiciel de la troisième partie*

Dans un premier temps, l'élève devra ouvrir le fichier Excel intitulé « *Le tour du monde!* » et cliquer sur « activer les macros ».

Le but de cette partie est de familiariser l'élève avec les différentes fonctions et possibilités du logiciel. *Le touriste t'envoie maintenant quelques questions et observations te* *permettant de faire la découverte de son jeu. Ainsi, il sera beaucoup plus facile pour toi de résoudre des problèmes si tu as déjà fait la découverte de toutes les fonctions possibles du jeu.*

Ainsi, l'élève devra observer les droites et les points présents dans le graphique. Ainsi, dans la table de valeurs, un couple de données en rose est présent. Par exemple, dans l'exemple ci-bas, l'élève sait qu'un parcours de 12 kilomètres a coûté 54 $. D'ailleurs, le point correspondant est présent dans le graphique lui aussi en rose. *Un couple de données est fourni dans la table de valeurs et dans le graphique représentant le coût d'un trajet en taxi d'un pays dans le monde selon la distance parcourue. Où retrouve-t-on ces valeurs dans la table de valeurs et dans le plan cartésien? Pointe-les-moi à l'aide de la souris.*

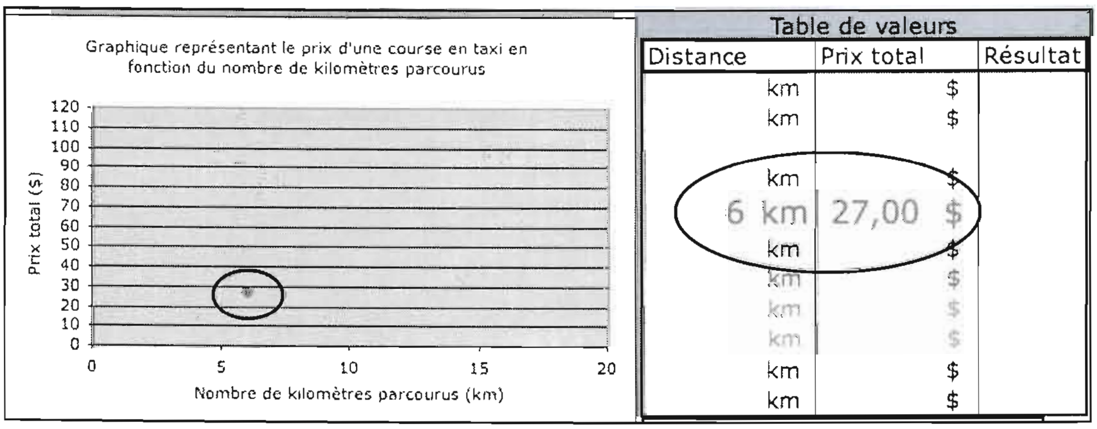


Figure 2.6 : Table de valeurs et graphique tirés du logiciel de la partie 3 (DVD, 3.3)

Je voudrais aussi faire observer aux élèves que le logiciel possède deux principaux niveaux. Le premier est celui pour lequel la valeur du prix par kilomètre ou la valeur du prix initial est à trouver (une seule réponse est alors possible) et le deuxième est celui pour lequel à la fois le prix par kilomètre et le prix initial sont inconnus (plusieurs couples de valeurs sont alors possibles).

Avant de commencer à jouer, je voudrais te faire remarquer que mon jeu possède plusieurs niveaux de difficultés. Au premier niveau, le prix par kilomètre ou le prix initial est déjà déterminé et ce sera à toi de trouver l'autre valeur qui est cachée dans la case jaune.

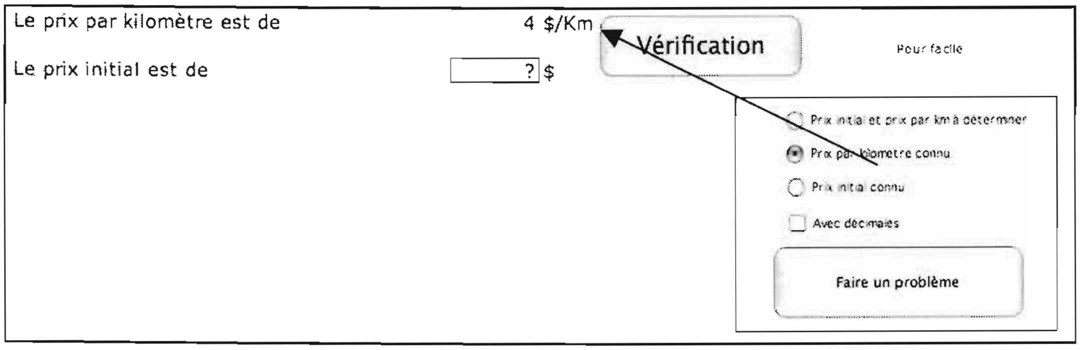


Figure 2.7 : Image tirée du logiciel de la troisième partie de l'expérimentation avec ajout de la flèche montrant le premier niveau du jeu (DVD, 3.3)

Le deuxième niveau est celui pour lequel tu dois déterminer le prix initial et le prix par kilomètre (les deux carreaux en jaune) de façon à ce que le nombre de kilomètres indiqués dans la table de valeurs coûte le prix correspondant (les valeurs en rose dans la table de valeurs).

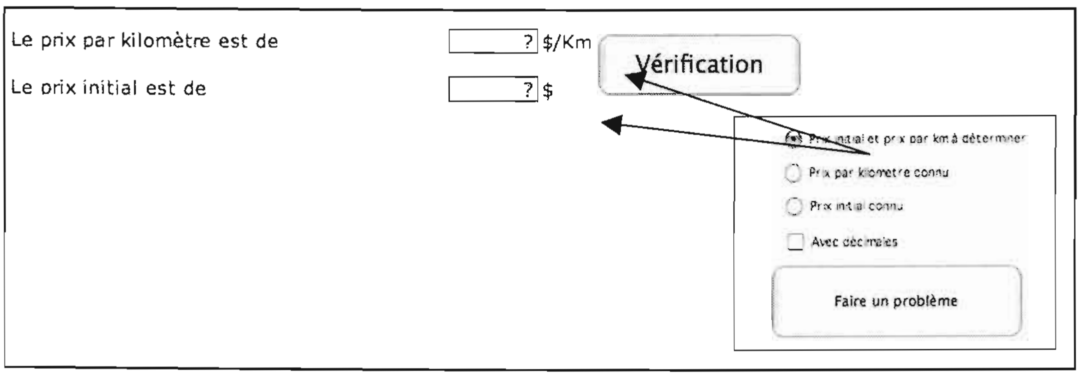


Figure 2.8 : Image tirée du logiciel de la troisième partie de l'expérimentation avec ajout de la flèche montrant le deuxième niveau du jeu (DVD, 3.3)

Ici, je demanderai à l'élève de cliquer plusieurs fois sur les cases d'option[24] pour qu'il remarque que le point dans le graphique et ses coordonnées dans la table de valeurs (celles en rose) changent à chaque fois qu'il demandera au logiciel de créer un nouveau jeu et que la valeur du paramètre connu (si tel est le cas) est aussi modifiée à chaque fois.

[24] Soit « prix initial et prix par kilomètre à déterminer », « prix par kilomètre connu », « prix initial connu », « avec décimals », « Faire un problème ».

De plus, lorsqu'il cliquera sur « Faire un problème », le programme lui demandera « Voulez-vous trouver une autre solution au problème précédent? ». Ainsi, si l'élève fait un problème du deuxième niveau pour lequel plusieurs réponses sont possibles, il pourra soit enregistrer sa réponse précédente et trouver une autre solution au problème en cliquant « Oui » ou encore, résoudre un autre problème en cliquant sur « non ».

2.7.2.1 LE TRACÉ DE LA DROITE EN CONNAISSANT LA VALEUR DU PRIX INITIAL ET DU PRIX PAR KILOMÈTRE

Lorsque les élèves auront complété le problème (les deux cases en jaune du prix par kilomètre et du prix initial auront une valeur numérique), ils pourront observer la droite selon les valeurs du prix par kilomètre et du prix initial et ainsi, observer si cette droite passe par le point rose dans le graphique. *De plus, lorsque les deux valeurs seront écrites, tu pourras tracer la droite correspondante à ces données et observer dans le graphique si cette droite passe par le point rose (le point représentant le coût d'un trajet dans une ville du monde). Pour tracer cette droite, tu as peut-être remarqué qu'au bas de la page, un endroit est réservé pour le tracé. La case à cocher indiquant « Tracer la droite selon le prix initial et le prix par kilomètre indiqués » est celle que tu dois utiliser lorsque les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre sont entrées (dans les cases en jaune). Une fois la case cochée, il te suffit de cliquer sur « Tracer les droites » pour tracer la droite correspondante.*

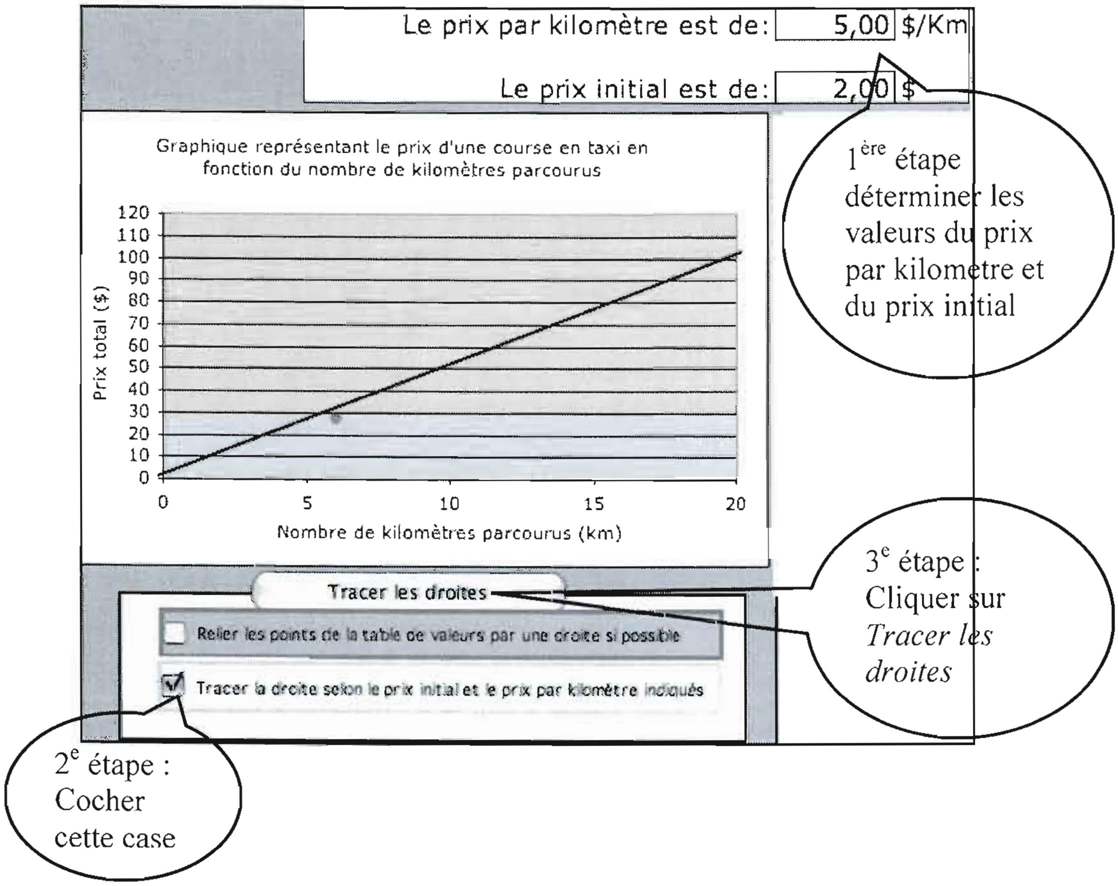


Figure 2.9 : Image tirée du logiciel de la troisième partie avec ajout de 3 bulles montrant comment tracer des droites (DVD, 3.3)

Maintenant, que cette droite est tracée, tu peux vérifier si celle-ci passe par le point rose. Ainsi, tu pourras déterminer si tu as réussi à trouver des valeurs de prix initial et de prix par kilomètre qui respectent le coût du trajet déterminé par notre touriste.

Dans le but encore une fois de se familiariser avec le logiciel, l'élève devra maintenant essayer de tracer une droite aléatoire. *Tu vas maintenant cliquer sur « prix par kilomètre et prix initial à déterminer ». Pour comprendre comment fonctionne le logiciel, on va choisir au hasard une valeur pour le prix initial et le prix par kilomètre. Il ne faudrait pas prendre des valeurs trop élevées pour que la droite apparaisse dans le graphique. En* *observant seulement le graphique, peut-on dire que tes valeurs du prix par kilomètre et du prix initial sont bonnes?*

La table de valeurs permet de faire une vérification instantanée des valeurs du prix par kilomètre et du prix initial (les valeurs en jaune) et des couples de données ajoutées. *Maintenant que les deux valeurs en jaune sont entrées, observe dans la table de valeurs si ces valeurs sont bonnes. Comment le logiciel t'informe, dans la table de valeurs, que tes valeurs n'ont pas été bien choisies?* L'élève pourra alors observer qu'un sourire triste est apparu à côté des données en rose. Ainsi, les valeurs choisies de prix initial et de prix par kilomètre ne font pas en sorte que le nombre de kilomètres (en rose) coûte le montant indiqué.

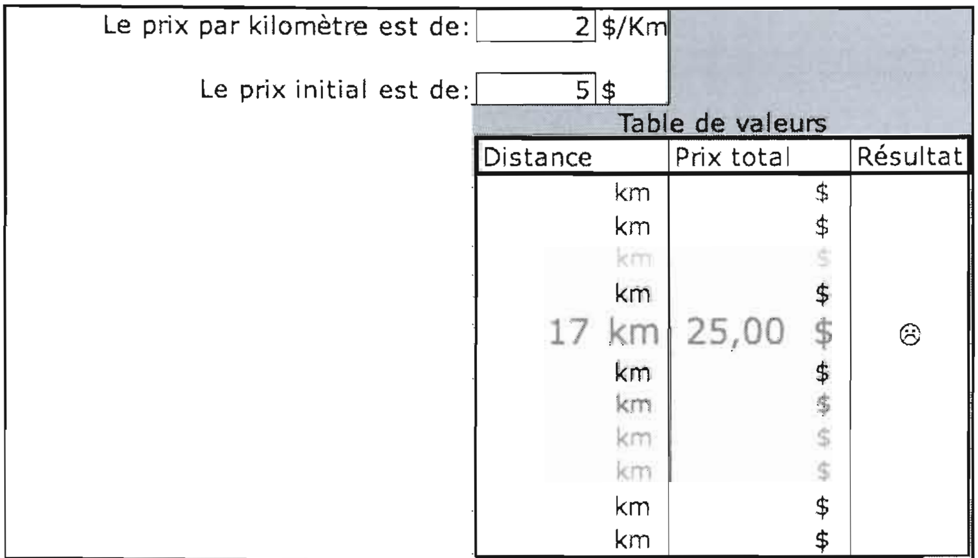


Figure 2.10 : Table de valeurs tirée du logiciel de la troisième partie (DVD, 3.3)

À tout moment et pour t'aider à répondre aux questions, tu peux toujours utiliser la table de valeurs. La table de valeurs te permet, lorsque tes valeurs de prix initial et de prix par kilomètre sont connues, de savoir si les données d'une ligne de la table de valeurs sont conformes ou non à tes valeurs de prix initial et de prix par kilomètre (les cases en jaunes dans ce cas-ci).

Par exemple, dans l'image ci-bas, on voit que les trois valeurs ajoutées dans la table de valeurs (celles ayant un caractère plus petit) respectent le prix initial et le prix par kilomètre écrits plus haut dans les cases en jaune. Par contre, ces valeurs ne respectent pas le coût d'un trajet d'un pays dans le monde, soit celui en plus gros caractères et en rose dans la table de valeurs puisque qu'un bonhomme triste est présent à côté de ce dernier. En conséquence, il faudra trouver de nouvelles valeurs de prix par kilomètre et de prix initial (celles en jaunes) pour lesquelles le nombre de kilomètres coûte le prix indiqué (en rose) dans la table de valeurs.

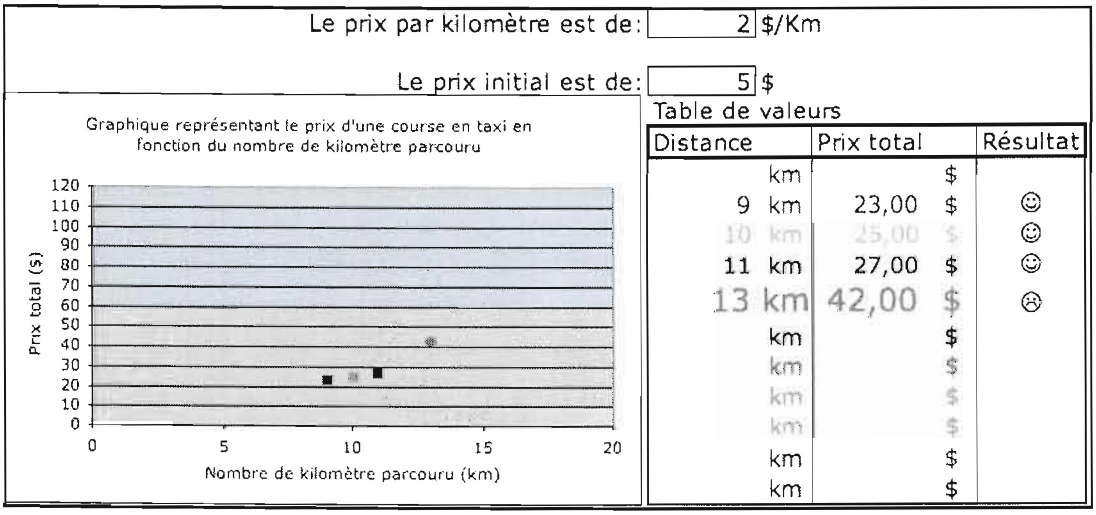


Figure 2.11 : Graphique et table de valeurs tirés du logiciel de la troisième partie (DVD, 3.3)

Par rapport aux données en jaune que tu as entrées, pourrais-tu trouver combien coûterait un parcours de 9 Km par exemple? Entre ces valeurs dans la table de valeurs. Est-ce que ces valeurs correspondent bien aux valeurs en jaunes?

Si aucune valeur de prix initial et de prix par kilomètre sont entrées dans les cases jaunes, alors le bonhomme n'apparaîtra pas à côté des données de la table de valeurs. Pour l'observer, je demanderai maintenant à l'élève d'effacer une des deux valeurs en jaune (soit la valeur du prix par kilomètre ou du prix initial) pour leur faire remarquer que le bonhomme triste disparaîtra. Ensuite, pour faire disparaître la droite et ainsi, mettre à jour le graphique, je demanderai à l'élève de cliquer encore une fois sur « Tracer les droites » pour mettre à jour le graphique. Ainsi, puisque les deux valeurs ne seront pas présentes dans les cases jaunes, la droite dans le graphique disparaîtra. Comme pour les autres parties de l'expérimentation, je ferai remarquer aux élèves que les valeurs ajoutées dans la table de valeurs apparaissent aussi dans le graphique, et ce, de la même couleur (Voir DVD, 3.3).

En outre, si l'élève éprouve des difficultés à résoudre un problème, il pourra toujours utiliser la table de valeurs ou le graphique pour observer dans le graphique la position de la droite par rapport au point rose. Ainsi, les différents modes de représentation présents sur le logiciel (la table de valeurs et le graphique) pourront les aider à résoudre les différents problèmes.

Il est aussi possible de tracer une deuxième droite différente de celle représentant les valeurs en jaune et qui, elle représente les données écrites dans la table de valeurs (si bien sûr, au moins deux couples de valeurs sont présents). *Lorsque tu auras entré au moins un couple supplémentaire à celui en rose dans la table de valeurs, tu pourras cliquer sur le bouton « Relier les points » pour tracer la droite passant par les points de la table de valeurs. Cette droite pourrait, par exemple, t'aider à trouver la ou les données manquantes.*

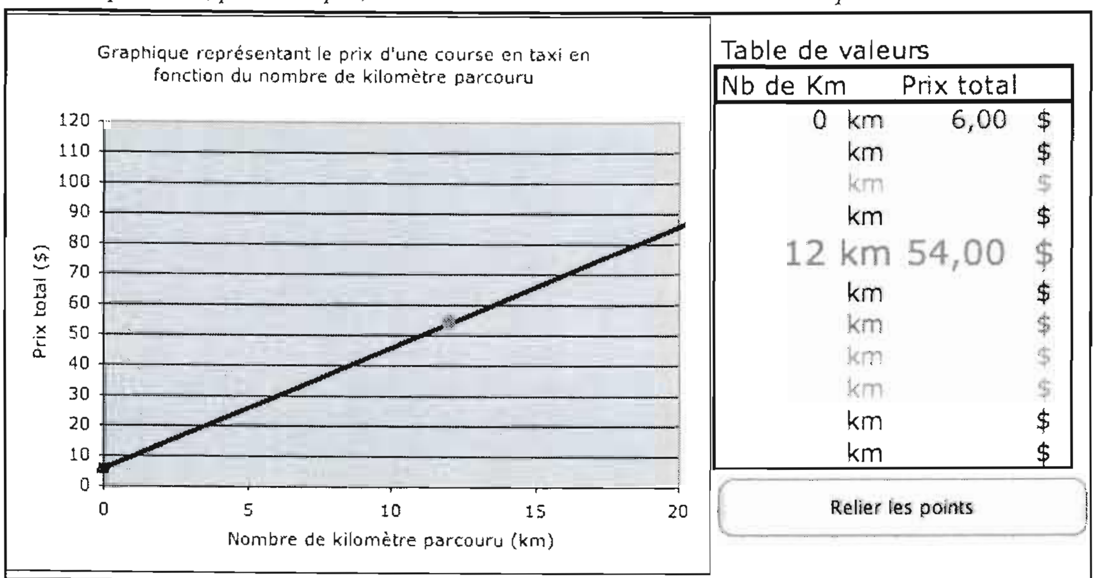


Figure 2.12 : Utilisation de la table de valeurs et de « relier les points » dans le logiciel de la troisième partie (DVD, 3.3)

Pour essayer cette fonction, je demanderai à l'élève de tracer la droite reliant plusieurs points. Il observera aussi que le logiciel lui permettra seulement de relier les points si ces derniers sont alignés. *Tu as précédemment entré des valeurs dans la table de valeurs. Est-ce que les points de la table de valeurs ne semblent former qu'une seule droite en observant le graphique? Essayons de tracer la droite reliant tous ces points. Pour réaliser ce projet, tu vas cliquer sur « Relier les points de la table de valeurs si possible » et ensuite sur « Tracer les droites ».*

Le logiciel t'informe maintenant que tes points ne forment pas qu'une seule droite ce qui est nécessaire pour relier les points du graphique. Par exemple, les trois points bleus suivants ne pourraient pas êtres reliés par une seule droite car ils ne sont pas alignés :

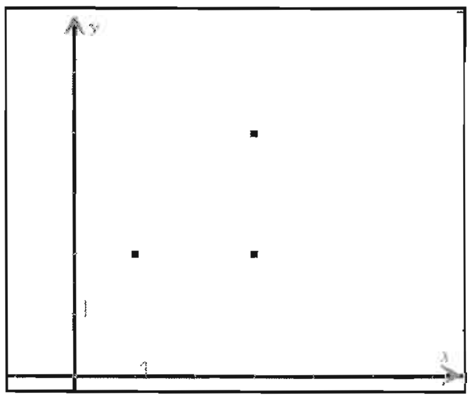


Figure 2.13 : Exemple de trois points non-alignés[25]

L'élève n'a jamais appris dans ses cours de mathématiques la définition de trois points alignés. Il sera intéressant d'observer si l'élève, intuitivement, peut savoir si les points dans le graphique peuvent êtres reliés par une seule droite. Je vais donc en apprendre davantage sur leur conception de « points alignés ».

Je vais maintenant demander à l'élève d'enlever des données dans la table de valeurs de manière à ce qu'il y reste deux couples de valeurs. *Selon toi, est-ce que le logiciel pourra*

[25] Puisque les élèves ne sont pas familiers avec la définition mathématique du mot « aligné », il sera préférable de la définir avec eux. Nous pourrons par exemple utiliser la définition suivante : « Trois points non-alignés signifient qu'une seule droite ne pourrait pas contenir ses trois points ».

tracer la droite reliant ces deux points? Ensuite, il devra réessayer de tracer la droite en cliquant sur « Tracer la droite ».

Finalement, je demanderai à l'élève s'il serait possible de tracer la droite s'il reste seulement un couple de données dans la table de valeurs. Pour vérifier sa réponse, il essaiera de tracer la droite à l'aide du logiciel (ce qui n'est pas possible s'il n'y a seulement qu'un couple de valeurs dans la table de valeurs). Ainsi, un message apparaîtra leur disant qu' « il faut ajouter au moins un point d'abscisse différente » (DVD, 3.3) de celui en rose.

2.7.3 RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DU PREMIER NIVEAU

À tour de rôle, l'élève clique sur « prix initial à déterminer » ou « prix par kilomètre à déterminer » et ensuite, sur « Faire un problème ». À chaque fois, la question sera la suivante : *Tu dois maintenant trouver des valeurs de prix par kilomètre ou de prix initial (la case jaune) de façon à ce que le nombre de kilomètres coûte le prix indiqué dans la table de valeurs (les valeurs en rose). Tu peux toujours utiliser la table de valeurs et le graphique pour t'aider à trouver les valeurs manquantes.*

Lorsque l'élève le voudra, il pourra augmenter le niveau de difficulté des problèmes en demandant au logiciel de fournir des valeurs « avec nombres décimaux ».

Cas #1 : En cas de besoin, utilisation de la table de valeurs si le prix initial est connu

Sachant que le prix initial est le coût lorsque la distance parcourue est de 0 Km, je demanderai à un des deux élèves d'entrer ces valeurs dans la table de valeurs. Par exemple, si la valeur du prix initial est de 6 \$, nous inscrirons que 0 kilomètre coûte 6 \$ dans la table de valeurs.

Ensuite, je leur ferai observer les accroissements du nombre de kilomètres en fonction de l'accroissement du prix (ce même type d'exercice a été fait dans la deuxième partie de l'expérimentation (2A) (DVD, 2.3)).

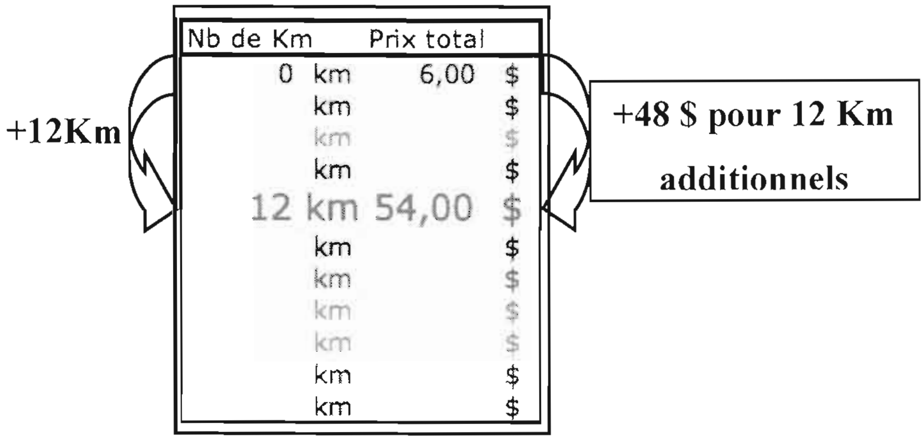


Figure 2.14 : Utilisation de la table de valeurs en connaissant le prix initial

Dans l'exemple ci-haut, 12 Km additionnels coûtent 48 $ de plus. À partir de ces données, l'élève pourra déterminer combien coûte un seul kilomètre additionnel en divisant les 48 $ en 12 (kilomètres) pour trouver que le prix par kilomètre est de 4 $/Km. Par la suite, l'élève pourra compléter la table de valeurs s'il le désire et inscrire cette valeur de prix par kilomètre dans la case jaune appropriée.

Cas #2 : En cas de besoin, utilisation de la table de valeurs si le prix par kilomètre est connu

Par exemple, nous voyons pour la situation suivante qu'un trajet de 6 Km coûte 35 $ et que le prix par kilomètre est de 2 $/ Km.

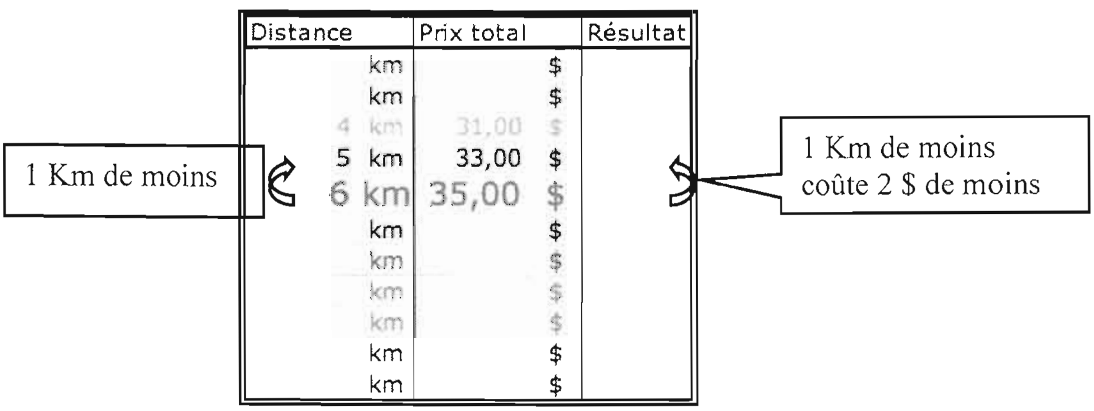


Figure 2.15 : Utilisation de la table de valeurs en connaissant le prix par kilomètre

Sachant qu'un kilomètre de moins coûterait 2 $ de moins (car le prix par kilomètre est de 2 $ / Km), alors on peut ajouter dans la table de valeurs qu'un trajet de 5 Km dans cette même ville coûterait (35 \$ - 2 \$) soit 33 \$. Le même raisonnement peut être poursuivi jusqu'à ce qu'on arrive au prix pour 0 kilomètre qui correspond au prix initial. Il est à noter que l'élève à résolu le même type de problème dans la deuxième partie (B) de l'expérimentation[26]. Cette dernière façon est un peu plus longue (soustraction répétée). Peut-être qu'avec un peu plus d'expérience, les élèves en viendront à utiliser une méthode un peu plus courte soit la multiplication[27].

Pour valider la réponse des élèves, on commencera par observer dans le graphique si la droite passe par le point rose. Ensuite, on observera si les valeurs de la table de valeurs sont bonnes (par les bonshommes sourires et tristes).

Après avoir trouvé une première réponse, l'élève devra se demander si c'est la seule réponse possible. *Finalement, pourrais-tu trouver une autre valeur de prix par kilomètre ou de prix initial (dépendamment du problème qu'ils ont choisi) qui respecte les données initiales (les données en rose dans la table de valeurs)?* J'entretiendrai une discussion avec les élèves ayant pour but de savoir s'il est possible de trouver d'autres droites passant par un point connaissant la valeur d'un des paramètres. Ils essaieront de trouver une autre valeur jusqu'à ce qu'ils soient convaincus qu'il n'existe qu'une seule réponse.

---

[26] Voir le logiciel de la deuxième partie de l'expérimentation (DVD, 2.13)

[27] Pour les valeurs de l'exemple présenté à la figure 15, voici le raisonnement plus rapide : Sans le prix initial, les 6 kilomètres ont coûté 6 fois 2 \$ (le prix par kilomètre) donc, 12 \$. De ce fait, puisque les 6 kilomètres ont réellement coûté 35 \$, le prix initial vaut donc 35 \$ moins 12 \$ ce qui est égal à 23 \$.

2.7.4 RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DU DEUXIÈME NIVEAU

À tour de rôle, l'élève clique sur « prix initial et prix par kilomètre à déterminer » et ensuite, sur « Faire un problème ». À chaque fois, la question sera la suivante : *Tu dois maintenant trouver la valeur du prix par kilomètre et du prix initial (les cases en jaune) de façon à ce que le nombre de kilomètres coûte le prix indiqué dans la table de valeurs (les valeurs en rose). Tu peux toujours utiliser la table de valeurs et le graphique pour t'aider à trouver les valeurs manquantes.*

L'élève doit maintenant trouver des valeurs de prix par kilomètre et de prix initial (les cases jaunes) de façon à ce que le nombre de kilomètres coûte le prix indiqué dans la table de valeurs. Pour ce niveau du jeu, plusieurs couples de valeurs sont possibles.

Si l'élève éprouve de la difficulté pour ce type de problème, je pourrai lui suggérer d'utiliser la table de valeurs. Ainsi, je lui demanderai de choisir une valeur pour le prix initial ou pour le prix par kilomètre. En fonction de cette valeur, l'élève devra déterminer si une valeur peut être trouvée pour l'autre paramètre.

Cas #1 Utilisation de la table de valeurs si la valeur du prix initial est déterminée

Exemple 1 : L'élève choisi que la valeur du prix initial est de 6 $.

Par exemple, s'il doit trouver le prix par kilomètre tout en connaissant le prix initial, l'élève pourra commencer par écrire dans la table de valeurs que 0 Km coûte 6 $. Ensuite, je pourrai lui faire observer les accroissements du nombre de kilomètres en fonction de l'accroissement du prix (ce même type d'exercice a été fait dans la deuxième partie de l'expérimentation (2A) (Voir DVD, 2.3) et au début de cette troisième partie de l'expérimentation).

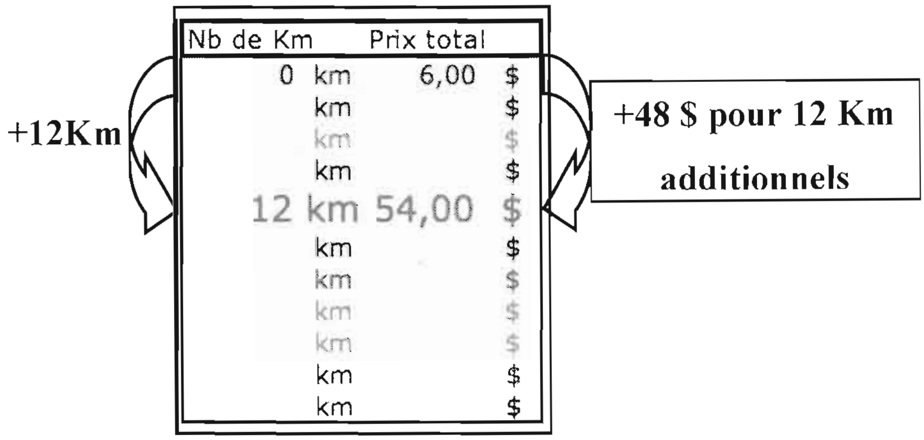


Figure 2.16 : Utilisation de la table de valeurs en connaissant le prix initial

Ainsi, 12 Km additionnels coûtent 48 $ de plus. L'élève pourra ainsi déterminer combien coûte un seul kilomètre additionnel en divisant les 48 $ en 12 (kilomètres).

Cas #2 Utilisation de la table de valeurs si le prix par kilomètre est déterminé

Exemple 2 : L'élève choisi que la valeur du prix par kilomètre est de 2 $ / Km.

Par exemple, nous voyons pour la situation ci-bas qu'un trajet de 6 Km coûte 35 $.

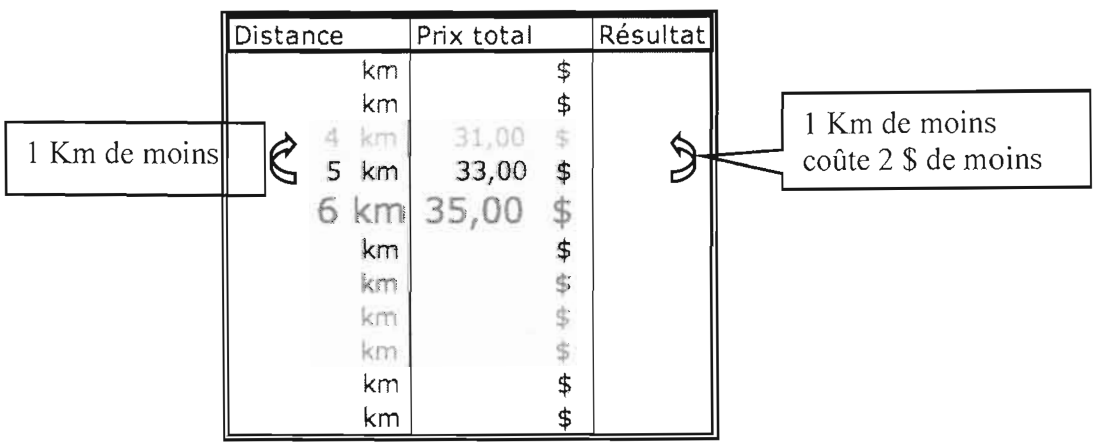


Figure 2.17 : Utilisation de la table de valeurs en connaissant le prix par kilomètre

Comme c'était le cas lors du premier niveau de cette troisième partie de l'expérimentation, l'élève pourra trouver la valeur du prix initial soit en faisant la « soustraction répétée » ou encore la multiplication.

Les élèves pourront maintenant valider leur réponse à l'aide du graphique et de la table de valeurs. *Est-ce que tes valeurs de prix initial et de prix par kilomètre font en sorte que le nombre de kilomètres du trajet de notre touriste coûte le montant indiqué? Pour ce faire,* l'élève observera dans la table de valeurs qu'il a bel et bien obtenu un ou des bonshommes sourires (dépendamment s'il l'a utilisé). Par la suite, l'élève tracera la droite selon ses valeurs de paramètres et vérifiera que cette droite passe par le point rose dans le graphique.

Pour le premier niveau du logiciel, l'élève devra se demander si d'autres solutions sont possibles. *Finalement, pourrais-tu trouver une autre valeur de prix par kilomètre ou de prix initial (dépendamment du problème qu'ils ont choisi) qui respecte les données initiales (les données en rose dans la table de valeurs)?* J'entretiendrai une discussion avec les élèves pour savoir s'il est possible de trouver d'autres droites passant par le point rose dans le graphique. S'ils ne croient pas que d'autres réponses sont possibles, je leur suggérerai une valeur pour le prix initial ou pour le prix par kilomètre et leur demanderai de trouver la valeur de l'autre paramètre selon la valeur de celui qui a été déterminé.

2.7.4.1 ENREGISTREMENT DU PREMIER RÉSULTAT

Pour noter les résultats dans la table de valeurs, il faudra cliquer sur « Faire un problème » et ensuite, répondre « oui » à la question « Voulez-vous trouver une autre solution au problème précédent? ». Ainsi, les données en jaune seront compilées dans le tableau à droite complètement du logiciel et la droite correspondante sera tracée dans le graphique de la même couleur que le caractère utilisé dans le tableau.

Figure 2.18 : Table de valeurs tirée du logiciel de la troisième partie (DVD, 3.3) servant à compiler plusieurs réponses

L'élève devra maintenant tenter de trouver une autre solution au problème. À la partie précédente, l'élève a déjà cliqué sur « Faire un problème » et « oui » à la question « Voulez-vous trouver une autre solution au problème précédent? » Ainsi, le résultat précédent sera enregistré et l'élève pourra utiliser le logiciel pour trouver une autre solution.

Lorsque l'élève aura trouvé une deuxième droite passant par le point rose, je lui demanderai encore une fois d'enregistrer ses nouvelles valeurs dans la table de valeurs en cliquant sur « Faire un problème » et « Oui ». De la même façon, il pourra trouver plusieurs couples de valeurs possibles.

Après avoir trouvé plusieurs réponses possibles, l'élève devra observer les différentes réponses. Dans le but de vérifier sa compréhension des deux paramètres, je demanderai à l'élève ce qui arrive à la valeur du prix par kilomètre lorsqu'on augmente le prix initial et vice-versa. Il est à noter que le bouton « Trier » lui permettra de mettre en ordre les données, ce qui facilitera grandement sa réflexion. Ainsi, il s'apercevra que lorsque le prix initial augmente, le prix par kilomètre diminue et vice-versa.

Après avoir tracé plusieurs droites à l'aide du logiciel, les élèves devront maintenant déterminer combien de droites pourraient êtres tracées passant par un seul point et respectant la situation du taxi. *Finalement, combien de droites différentes passent par ce même point?* On pourra parler des limites dues à la situation. Par exemple, le prix initial et le prix par kilomètre ne peuvent pas être plus élevés que le prix de la course.

Si ce n'est pas déjà fait, je demanderai à l'élève de trouver les valeurs extrêmes suivantes :

- *Quelle est la plus petite valeur possible pour le prix initial?*
- *Quelle est la plus grande valeur possible pour le prix initial?*
- *Quelle est la plus petite valeur possible pour le prix par kilomètre?*
- *Quelle est la plus grande valeur possible pour le prix par kilomètre?*

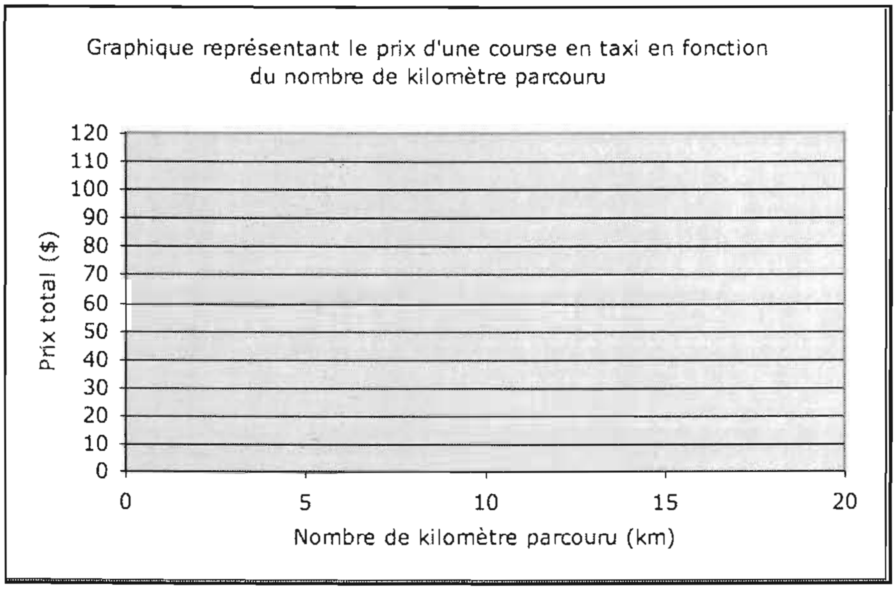
Pour ces dernières questions, il sera intéressant d'observer si l'élève répond en tenant compte de la situation. De plus, est-ce qu'il considère qu'un prix initial de 0 $ est possible? Ou encore, un prix par kilomètre de 0 $/ Km? Finalement, est-ce qu'un prix initial plus élevé que le prix total est possible?

2.7.5 QUESTION 1 : DESCRIPTION DE L'ENSEMBLE SOLUTION

Maintenant que les élèves ont tracé à l'aide du logiciel plusieurs droites passant par le point rose, ils devront le faire sur leur document écrit.

Question 1

Si tu pouvais tracer toutes les droites possibles, à quoi ressemblerait le graphique? Quelle serait la région ayant des droites? *(Placer approximativement le point rose avant de commencer à colorier.)*



En cas de difficulté, je demanderai à l'élève de tracer les droites déjà tracées par le logiciel.

2.7.6 QUATRIÈME PARTIE : C'EST LE TEMPS DE SE LANCER UN DÉFI!

Un des deux élèves sera l'animateur et l'autre, le joueur. Ces rôles seront inversés à chaque problème. En cliquant sur « prix initial et prix par kilomètre à déterminer » ou « prix par kilomètre » ou prix initial à déterminer » et ensuite, sur « Faire un problème », l'animateur choisit la prochaine question qu'il lance en défi à son ami. Si les élèves ont l'esprit compétitif, ils pourront même compter les points pour chacun des joueurs.

Dans ce cas, il pourra être intéressant pour l'animateur de choisir l'option de laisser les deux valeurs libres car il peut déterminer l'une des deux. Il peut alors essayer de piéger son collègue en utilisant des valeurs limites ou encore, des nombres décimaux. De plus, il sera intéressant de voir si l'animateur choisit des valeurs réalistes lorsqu'il détermine lui-même une des deux valeurs. Par exemple, il ne peut pas choisir un prix initial ou un prix par kilomètre plus élevé que le coût du trajet de notre touriste (qui varie à chaque problème).

2.7.7 Ce que nous voulons observer comme difficulté et réflexion pour cette troisième partie

- La compréhension de l'élève de la situation du taxi et des paramètres en jeu (prix par kilomètre et prix initial) est-elle adéquate?
- L'élève est-t-il capable de résoudre des problèmes du même type que ceux résolus à la partie 2A et 2B de l'expérimentation[28] et ce, à plusieurs reprises et avec des nombres entiers ou décimaux?
- L'élève aura-t-il de la difficulté à résoudre un problème à plusieurs solutions (lorsque le prix par kilomètre et le prix initial est à déterminer) et comment réagira-t-il face à un problème ayant plusieurs solutions?
- L'élève appréciera-t-il le logiciel, sa configuration?
- L'élève aime-t-il utiliser le logiciel pour résoudre les différents problèmes? Plus précisément, est-ce qu'il utilise les différents éléments, comme le graphique qui permet de tracer des droites et la table de valeurs?

[28] À la partie 2A de l'expérimentation (DVD, 2.3), l'élève devait trouver le prix par kilomètre connaissant le prix initial et le coût d'une distance pour ce taxi. À la partie 2B (DVD, 2.13), l'élève devait maintenant trouver le prix initial connaissant le prix par kilomètre et le coût pour une distance en taxi.

2.8 QUATRIÈME PARTIE DE L'EXPÉRIMENTATION: DU TAXI À LA PISCINE

2.8.1 CE QUE NOUS VOULONS MONTRER POUR CETTE QUATRIÈME PARTIE

- Cette partie a pour but pour l'élève d'observer dans le graphique l'effet de la variation des paramètres de façon continue dans le graphique.
- Par ces observations, l'élève devra représenter à l'aide du logiciel et sur papier, plusieurs droites ayant le même taux de variation ou la même valeur initiale.
- De plus, les élèves auront l'occasion de travailler sur une autre situation de type « linéaire » dont la situation de la piscine et une autre qu'ils devront eux-mêmes inventer.

2.8.1.1 INTRODUCTION À LA SITUATION

Le touriste t'a bâti un logiciel te permettant de tracer toutes les droites que tu voudras selon les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre que tu choisiras. Pour cette dernière étape de l'expérience, tu auras à représenter une ou plusieurs droites dans un même plan cartésien.

2.8.2 OBSERVATION ET INITIATION AU LOGICIEL DE LA QUATRIÈME PARTIE

Dans un premier temps, je présenterai aux élèves les trois modes aux glissières du logiciel de la quatrième partie (DVD, 4.3).

1- Le premier consiste à cliquer sur les flèches de la glissière.

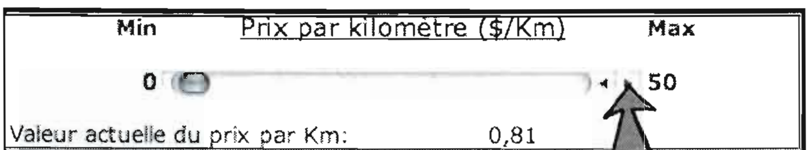


Figure 2.19 : Image tirée du logiciel de la quatrième partie (DVD, 4.3) montrant le premier mode de la glissière

Ce premier mode permet de modifier la valeur affectée à la glissière par saut. Le changement de pas à chaque clique est plus petit que le deuxième mode qui consiste à cliquer sur la glissière.

2- Le deuxième mode consiste à cliquer sur la glissière.

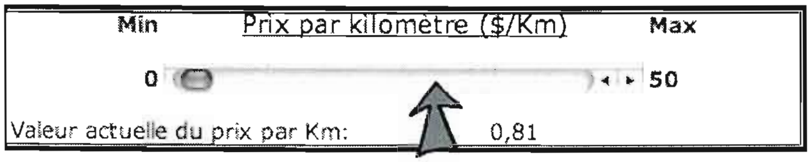


Figure 2.20 : Image tirée du logiciel de la quatrième partie (DVD, 4.3) montrant le deuxième mode de la glissière

Ce deuxième mode permet de modifier la valeur associée à la glissière par saut. Contrairement au premier mode, un seul clique modifie plus fortement la valeur associée à la glissière.

3- Le troisième mode consiste à saisir le curseur et à le déplacer.

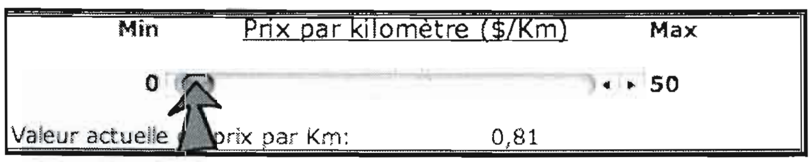


Figure 2.21 : Image tirée du logiciel de la quatrième partie (DVD, 4.3) montrant le troisième mode de la glissière

Ce troisième mode permet de modifier la valeur associée à la glissière de manière continue. De cette façon, l'utilisateur peut voir directement le mouvement de la droite dans le graphique associé à la modification de la valeur.

2.8.3 QUESTION 1

Cette question a pour but de faire un retour sur les trois premières parties de l'expérimentation, de se familiariser avec le logiciel et, plus précisément, les barres de défilement.

a) Si le prix initial est de 3 $ et le prix par kilomètre est de 5 $ par kilomètre, quelle est l'équation représentant le coût (C) en fonction du nombre de kilomètres parcourus (d)?

Cette question a pour but de faire un léger retour sur les équations. Lorsque l'élève aura répondu à la question, je révélerai l'endroit dans le logiciel montrant l'équation de la droite[29].

> b) Trace la droite ayant un prix initial de 3 $ et un prix par kilomètre de 5 $/Km.

Cette première action sur le logiciel de l'élève lui permettra de l'apprivoiser en traçant une première droite. De plus, il s'apercevra qu'en changeant les valeurs des paramètres à l'aide de la barre de défilement, une droite pointillée bouge dans le graphique pour montrer, selon les valeurs des paramètres, la droite correspondante.

> c) Trace maintenant la droite ayant un prix initial de 3 $ et un prix par kilomètre de 60 $/Km.

Pour entrer la valeur de 60 $ comme prix par kilomètre, il faudra que l'élève modifie la valeur maximale de la barre de défilement représentant le prix par kilomètre de façon à ce que sa valeur soit plus grande ou égale à 60 $. Ainsi, le but de cette question est de montrer à l'élève que les valeurs maximales et minimales des barres de défilement peuvent être modifiées.

> d) Trouve à quel endroit il est écrit que deux droites sont maintenant tracées dans le graphique.

En dessous du graphique, le nombre de droites tracées est écrits. Finalement, je demanderai à l'élève d'effacer les droites du graphique pour pouvoir commencer la première question.

2.8.3.1 Tracer des droites ayant le même prix initial à l'aide du logiciel

Pour tracer des droites ayant le même prix initial, je demanderai aux élèves de réaliser les 3 étapes suivantes :

---

[29] À côté du graphique, un rectangle cache l'équation de la droite selon les valeurs des deux paramètres des glissières.

1- *Sachant que le prix initial est de 8 $ dans une ville du monde, représente dans le graphique (sur le logiciel Excel) une droite pouvant respecter cette condition.*

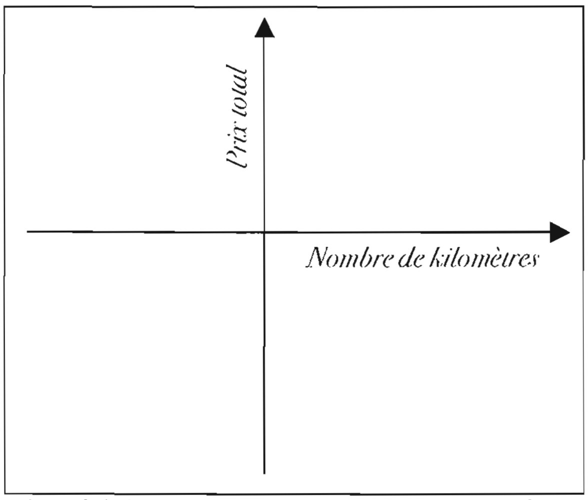
2- *Pourrais-tu maintenant tracer une autre droite possible?* Cette deuxième intervention a pour but de faire réfléchir l'élève pour savoir s'il est possible de tracer plusieurs droites. Par la suite, cette question sera répétée plusieurs fois. J'arrêterai de lui demander de trouver d'autres droites s'il a compris qu'il existe beaucoup d'autres droites.

3- *Pourrais-tu en trouver encore beaucoup comme ça? Combien?* L'élève essaiera de décrire tous les emplacements possibles de la droite.

2.8.4 QUESTION 2: TRACER CES DROITES AYANT LE MÊME PRIX INITIAL SUR LE DOCUMENT PAPIER

Question 2

a) Sachant que le prix initial est de 8 $, représente maintenant dans ce graphique toutes les solutions possibles de cette situation.



Nous leur demandons ici de représenter leur solution sur papier pour qu'ils puissent y représenter toutes les droites possibles. Il est à noter que pour la première fois de l'expérimentation, nous représentons les quatre quadrants pour ne pas limiter la longueur du tracé des droites et laisser le champ libre aux élèves.

2.8.4.1 SOLUTION MATHÉMATIQUE

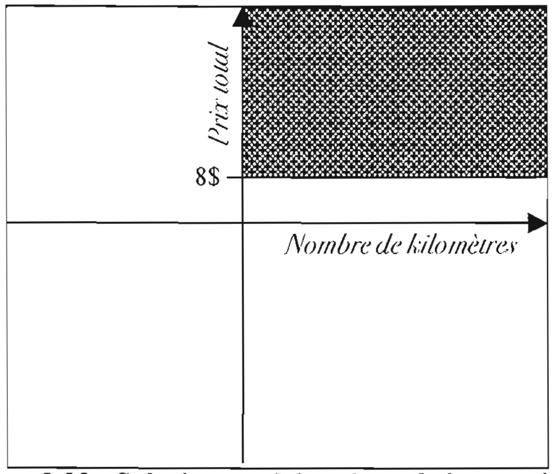


Figure 2.22 : Solution mathématique de la question 2

Pour cette situation du taxi, il ne serait pas réaliste que le prix par kilomètre soit plus petit que 0 $/Km. Il est à préciser que selon l'interprétation de l'élève de la situation, il y a plusieurs droites qu'il pourrait ou non mettre dans son ensemble-solution. Par exemple, dépendamment de la valeur maximale que peut prendre le prix par kilomètre selon l'élève ou encore, si selon lui, le prix par kilomètre peut être égal à zéro, son ensemble-solution en sera modifié. L'important dans tout ça sera les justifications de l'élève selon l'ensemble-solution de droites qu'il tracera. Pourvu que l'élève ait une bonne idée de la région et nous ne jouerons pas trop ici sur les exceptions à moins que l'élève n'aborde le sujet.

Si l'élève éprouve de la difficulté pour cette partie, je lui demanderai de choisir différentes valeurs pour le prix par kilomètre et je lui demanderai si ces valeurs sont réalistes selon la situation du taxi en observant la droite sur le logiciel. De plus, pour se représenter la situation, il devra se poser différentes questions. S'il ne se les pose pas, je lui demanderai les questions suivantes :

- *Est-ce que le prix par kilomètre peut être négatif?*
- *Est-ce que le prix par kilomètre peut être égal à 0?*
- *Quelle est la valeur maximale que le prix par kilomètre peut valoir?*

Effacer les droites du graphique avant de poursuivre à la prochaine question.

2.8.4.2 Tracer des droites ayant le même prix par kilomètre à l'aide du logiciel

Pour tracer des droites ayant le même prix par kilomètre, je demanderai aux élèves de réaliser les 3 étapes suivantes :

1- *Sachant que le prix par kilomètre est de 0,75 $/Km dans une ville du monde, représente dans le graphique (sur le logiciel Excel) une droite pouvant respecter cette condition.*

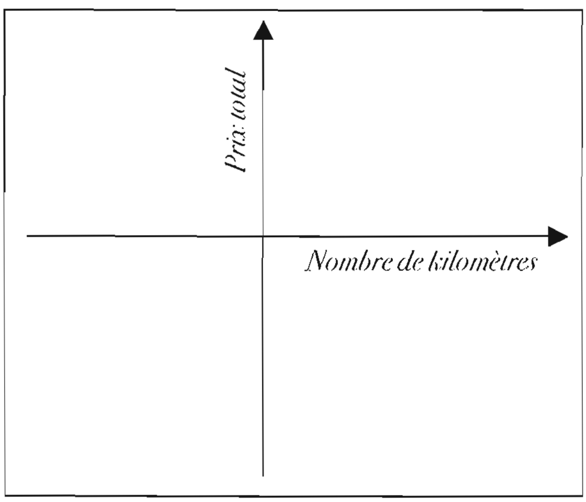
2- *Pourrais-tu maintenant tracer une autre droite possible?* Cette question sera répétée plusieurs fois. Nous arrêterons de lui demander de tracer d'autres droites s'il a compris qu'il existe beaucoup d'autres droites.

3- *Pourrais-tu en trouver encore beaucoup comme ça? Combien?* L'élève essaiera de décrire tous les emplacements possibles de la droite.

2.8.5 Question 3: Tracer ces droites ayant le même prix initial sur le document papier

Question 3

a) Sachant que le prix par kilomètre est de 0,75 $/Km, représente maintenant dans ce graphique toutes les solutions possibles de cette situation.



Nous lui demandons ici de représenter sa solution sur papier l'ensemble-solution pour qu'il puisse y représenter toutes les droites possibles.

2.8.5.1 SOLUTION MATHÉMATIQUE

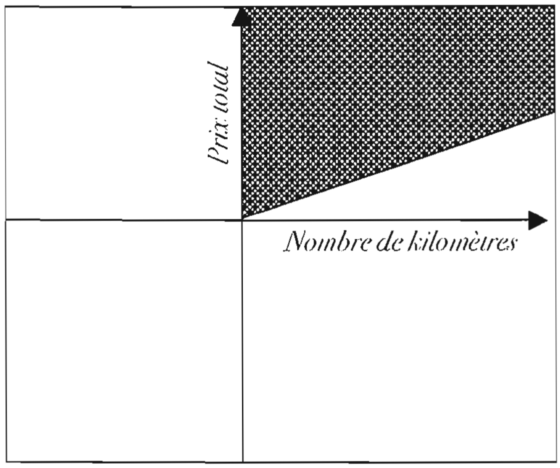


Figure 2.23 : Solution mathématique de la question 3

Ainsi, pour ce problème et toujours pour le contexte du taxi, le prix par kilomètre (la pente des droites) ne peut pas être plus petit que 0 $/Km et le prix initial non plus.

Si l'élève a de la difficulté, je lui demanderai de choisir différentes valeurs pour le prix initial et il devra se demander si ces valeurs sont réalistes en observant la droite. De plus, pour se représenter la situation, il sera encouragé à se poser différentes questions.

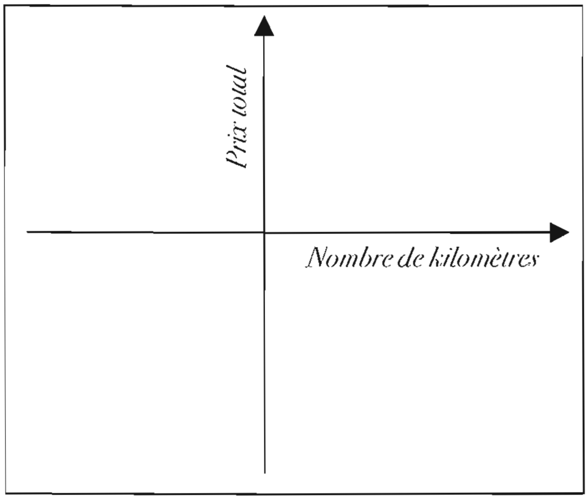
- *Est-ce que le prix initial peut être négatif?*
- *Est-ce que le prix initial peut être égal à 0? Ou encore, est-ce que le prix initial pourrait être plus petit que 0?*
- *Quelle est la valeur maximale que le prix initial peut valoir?*

***Effacer les droites du graphique avant de poursuivre à la troisième partie.**

2.8.6 *QUESTION 4*

Question 4

a) Sachant qu'un parcours de 10 Km coûte 35 $, décris l'ensemble-solution.



Le logiciel présenté à l'élève ne lui permettra pas de tracer avec précision une droite passant par le point correspondant à moins de calculer, comme pour la troisième partie de l'expérimentation, les valeurs de prix initial et de prix par kilomètre respectant la condition énoncée dans la question. Il pourra aussi faire les calculs nécessaires sur une feuille qui lui sera fournie.

Puisque le logiciel présent n'est pas adapté à cette question, l'élève pourrait vouloir utiliser le logiciel de la partie 3 de l'expérimentation pour réaliser cette activité, ce que je lui permettrai de faire avec plaisir.

2.8.6.1 SOLUTION MATHÉMATIQUE

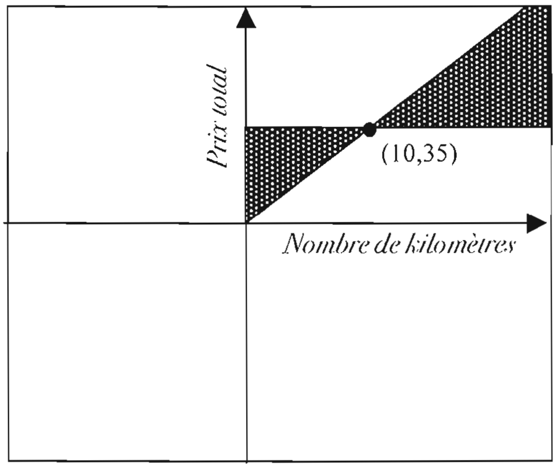


Figure 2.24 : Solution mathématique de la question 3

Si l'élève éprouve de la difficulté, je l'inviterai à se rappeler ce qu'il devait faire à la troisième partie de l'expérimentation pour résoudre cette même question.

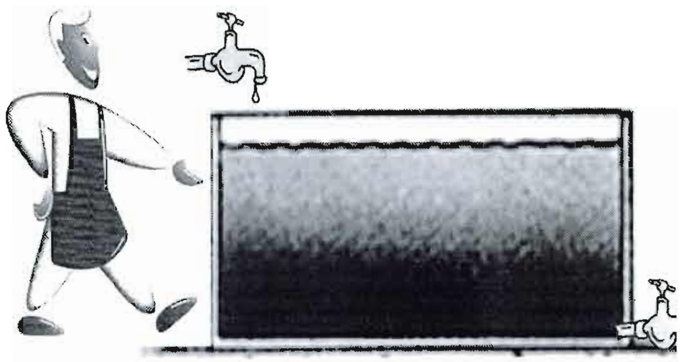
Il sera intéressant d'observer si l'élève va utiliser le logiciel qui se présente à lui, même si celui utilisé à l'activité précédente lui faciliterait la tâche. Les différents choix lui seront présentés : il pourra utiliser le logiciel présenté, celui de la troisième partie ou même, ne pas utiliser de logiciel et travailler sur du papier.

2.8.7 *DEUXIÈME SITUATION : LA PISCINE*

Quatrième partie

Prenons maintenant une autre situation :

Le propriétaire d'une piscine doit parfois remplir ou vider sa piscine. La pompe de la piscine remplit ou vide la piscine à un débit constant. Nous observerons la quantité d'eau dans la piscine en fonction du temps écoulé depuis le déversement ou le remplissage.



2.8.7.1 COURTE INITIATION À LA SITUATION DE LA PISCINE

Le mot « débit » n'est pas couramment utilisé dans la vie de tous les jours. De ce fait, les prochaines questions auront pour but d'explorer et d'éclaircir avec les élèves la signification de ce mot.

1- *Que veut dire le mot « débit »?*
2- *Par exemple, que veut dire un débit de 2 litres par minute? La piscine se remplit ou se vide?*
3- *Que veut dire un débit de -4 litres par minute? La piscine se remplit ou se vide?*
4- *Qu'arrive-t-il à la quantité d'eau de la piscine quand tu augmentes le débit du robinet en le tournant? Et quand tu diminues le débit du robinet? Est-ce que le débit est positif ou négatif pour chacun des cas?*
5- *Qu'arrive-t-il à la quantité d'eau de la piscine quand tu augmentes l'intensité de la pompe permettant de vider la piscine? Et quand tu diminues l'intensité de la pompe? Est-ce que le débit est positif ou négatif pour chacun des cas?*

2.8.7.2 TRACER DES DROITES AYANT LA MÊME QUANTITÉ D'EAU INITIALE À L'AIDE DU LOGICIEL (LA PISCINE SE REMPLIT)

Pour tracer des droites ayant la même quantité d'eau initiale, je demanderai aux élèves de réaliser les 3 étapes suivantes :

1- *Sachant que la quantité d'eau initiale dans la piscine est de 8 litres et que le propriétaire de la piscine remplit sa piscine, représente dans le graphique (sur Excel) une droite pouvant respecter cette condition.* Depuis le début de l'expérimentation, l'élève travaille seulement avec la situation du taxi. Nous voulons savoir si l'élève est capable de transposer ses connaissances acquises par l'expérimentation dans une autre situation.

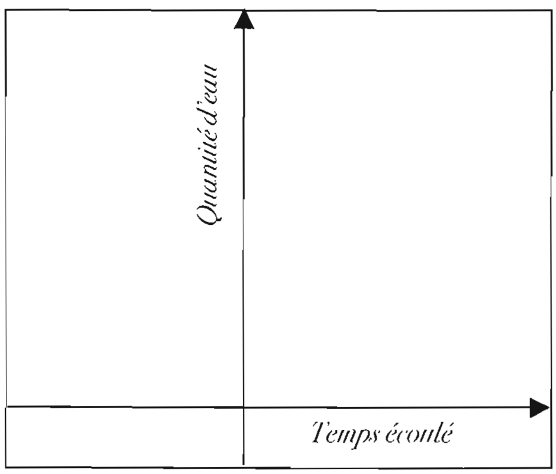
2- *Pourrais-tu maintenant tracer une autre droite possible?* Cette question sera répétée plusieurs fois. Nous arrêterons de lui demander de trouver d'autres droites s'il a compris qu'il existe beaucoup de droites possibles.

3- *Pourrais-tu en trouver encore beaucoup comme ça? Combien?* L'élève essaiera de décrire tous les emplacements possibles de la droite.

2.8.8 QUESTION 5: TRACER CES DROITES AYANT LA MÊME QUANTITÉ D'EAU INITIALE SUR LE DOCUMENT PAPIER (LA PISCINE SE REMPLIT)

Question 5

Sachant que la quantité initiale d'eau dans la piscine est de 8 litres et que notre propriétaire de piscine remplit sa piscine, représente maintenant dans le graphique suivant toutes les solutions possibles pour cette situation.



2.8.8.1 Solution mathématique

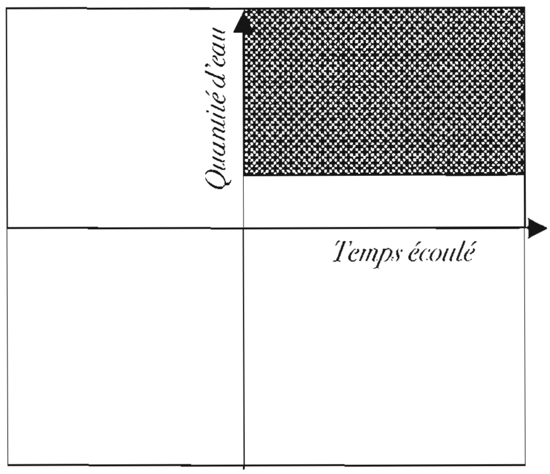


Figure 2.25 : Solution mathématique de la question 5

Si l'élève a de la difficulté, je lui demanderai de choisir différentes valeurs pour le débit et il devra se demander si ces valeurs sont réalistes en observant la droite. De plus, pour se représenter la situation, il sera encouragé à se poser les questions suivantes :

- *Est-ce que le débit peut être négatif? Est-ce que la piscine peut se vider?*(Relire la question s'il croit qu'elle peut se vider.)
- *Est-ce que le débit peut être égal à 0? Ou encore, est-ce que le débit pourrait être plus petit que 0?*
- *Quelle est la quantité maximale d'eau dans la piscine?*
- *Quelle est la quantité minimale d'eau dans la piscine?*

2.8.8.2 Tracer des droites ayant la même quantité d'eau initiale à l'aide du logiciel (la piscine se vide)

Pour tracer des droites ayant la même quantité d'eau initiale et un débit négatif, je demanderai aux élèves de réaliser les 3 étapes suivantes :

1- *Sachant que la quantité d'eau initiale dans la piscine est de 8 litres et que le propriétaire de la piscine vide sa piscine, représente dans le graphique (sur logiciel Excel) une droite pouvant respecter cette condition.* Il est à noter que ce sera une première pour les élèves de tracer des droites ayant une pente négative.

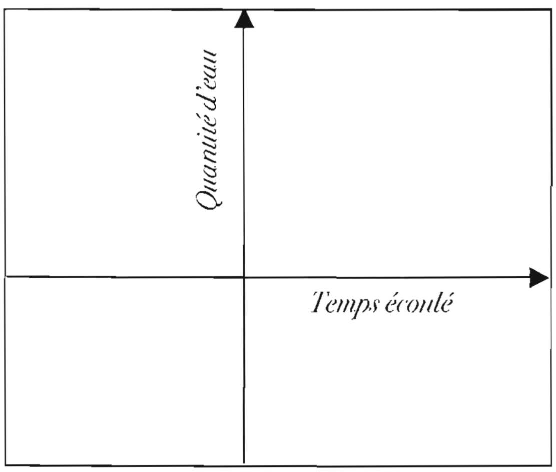
2- *Pourrais-tu maintenant tracer une autre droite possible?* Cette question sera répétée plusieurs fois. J'arrêterai de lui demander de trouver d'autres droites s'il a compris qu'il existe beaucoup de droites possibles.

3- *Pourrais-tu en trouver encore beaucoup comme ça? Combien?* L'élève essaiera de décrire tous les emplacements possibles de la droite.

2.8.9 *QUESTION 6: TRACER LES DROITES AYANT LA MÊME QUANTITÉ D'EAU INITIALE SUR LE DOCUMENT PAPIER (LA PISCINE SE VIDE)*

Question 6

Sachant que la quantité initiale d'eau dans la piscine est de 8 litres et que notre propriétaire de piscine vide sa piscine, représente maintenant dans le graphique suivant toutes les solutions possibles pour cette situation.



2.8.9.1 SOLUTION MATHÉMATIQUE POUR UN TAUX DE VARIATION NÉGATIF

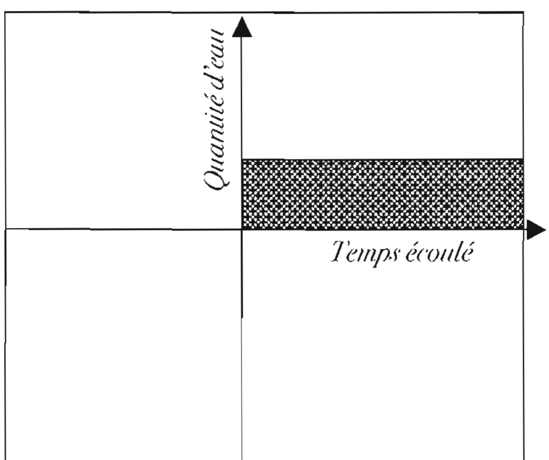


Figure 2.26 : Solution mathématique de la question 6

2.8.9.2 Tracer des droites ayant le même débit à l'aide du logiciel (la piscine se remplit)

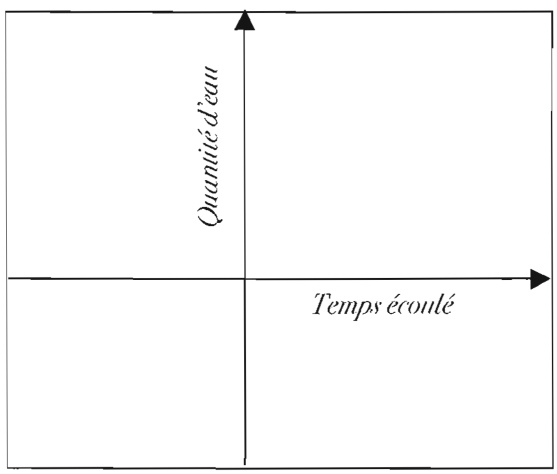
Pour tracer des droites ayant le même débit, je demanderai aux élèves de réaliser les 3 étapes suivantes :

1- *Sachant que le débit d'eau dans la piscine est de 2 litres par minute et que le propriétaire de la piscine remplit sa piscine, représente dans le graphique (sur Excel) une droite pouvant respecter cette condition.*
2- *Pourrais-tu maintenant tracer une autre droite possible?* Cette question sera répétée plusieurs fois. J'arrêterai de lui demander de trouver d'autres droites s'il a compris qu'il existe beaucoup de droites possibles.
3- *Pourrais-tu en trouver encore beaucoup comme ça?* L'élève essaiera de décrire tous les emplacements possibles de la droite.

2.8.10 Question 7: Tracer les droites ayant le même débit sur le document papier

Question 7

Sachant que le débit est de 2 litres par minute et que notre propriétaire de piscine remplit sa piscine, représente maintenant dans le graphique suivant toutes les solutions possibles pour cette situation.



2.8.10.1 SOLUTION MATHÉMATIQUE

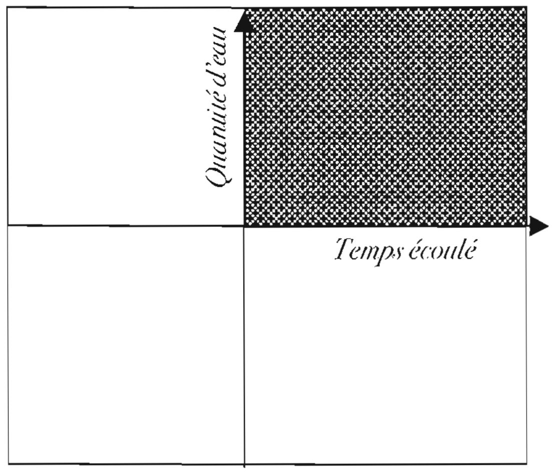


Figure 2.27 : Solution mathématique de la question 7

Si l'élève éprouve de la difficulté, je lui demanderai de choisir différentes valeurs pour la quantité d'eau initiale et il devra se demander si ces valeurs sont réalistes en observant la droite sur le logiciel. De plus, pour se représenter la situation, il sera encouragé à se poser les questions suivantes :

- *Est-ce que la quantité d'eau initiale peut être négative?*
- *Quelle est la quantité maximale d'eau dans la piscine?*
- *Quelle est la quantité minimale d'eau dans la piscine?*

2.8.10.2 TRACER DES DROITES AYANT LE MÊME DÉBIT À L'AIDE DU LOGICIEL (LA PISCINE SE VIDE)

Pour tracer des droites ayant le même débit, je demanderai aux élèves de réaliser les 3 étapes suivantes :

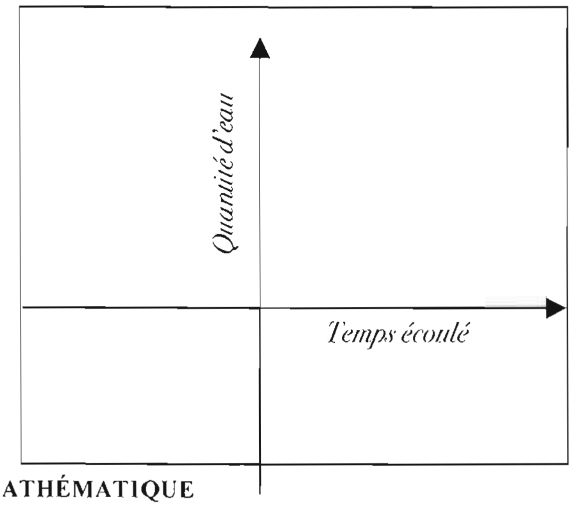
1- *Sachant que le débit d'eau dans la piscine est de -2 litres par minute et que le propriétaire de la piscine vide sa piscine, représente dans le graphique (sur Excel) une droite pouvant respecter cette condition.*
2- *Pourrais-tu maintenant tracer une autre droite possible?* Cette question sera répétée plusieurs fois. J'arrêterai de lui demander de trouver d'autres droites s'il a compris qu'il existe beaucoup de droites possibles.

3- *Pourrais-tu en trouver encore beaucoup comme ça?* L'élève essaiera de décrire tous les emplacements possibles de la droite.

2.8.11 QUESTION 8: TRACER LES DROITES AYANT LE MÊME DÉBIT SUR LE DOCUMENT PAPIER

Question 8

Sachant que le débit est de -2 litres par minute et que notre propriétaire de piscine vide sa piscine, représente maintenant dans le graphique suivant toutes les solutions possibles pour cette situation.



2.8.11.1 SOLUTION MATHÉMATIQUE

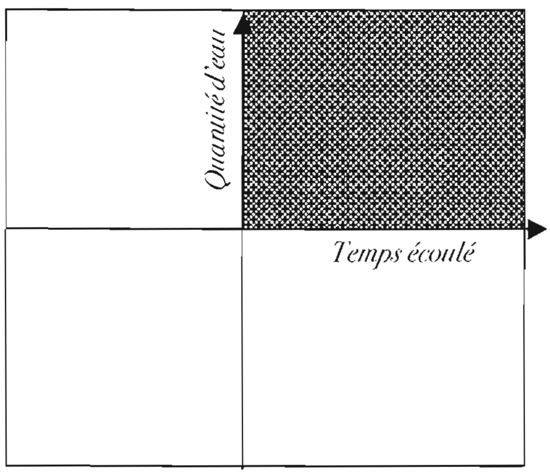


Figure 2.28 : Solution mathématique de la question 8

Si l'élève éprouve de la difficulté pour cette question, je lui demanderai de choisir différentes valeurs pour le débit et l'élève devra se demander si ces valeurs sont réalistes en observant la droite sur le logiciel. De plus, pour se représenter la situation, il sera encouragé à se poser les questions suivantes :

- *Est-ce que le débit peut être négatif? Est-ce que la piscine peut se vider?*
- *Est-ce que le débit peut être égal à 0? Ou encore, est-ce que le débit pourrait être plus petit que 0?*
- *Quelle est la quantité maximale d'eau dans la piscine?*
- *Quelle est la quantité minimale d'eau dans la piscine?*

2.8.11.2 Introduction des vrais termes : valeur initiale et taux de variation

L'introduction des vrais termes sera utile pour l'élève lorsque viendra le temps de travailler sur les relations linéaires dans ses cours de mathématique en troisième secondaire.

2.8.11.3 Imaginer une autre situation

Je demanderai à l'élève de trouver une autre situation du même type que les deux autres que nous avons abordées lors activités précédentes. Si l'élève n'en trouve pas, je lui en suggérerai une et je lui demanderai si celle proposée s'apparente aux deux premières situations. Voici d'ailleurs quelques-unes des réponses possibles :

- Location d'objet de toutes sortes
- Entrée dans certaines attractions ou loisir
- Service de certains spécialistes (gardienne, plombier...)
- Livraison de colis (selon le poids)
- Situation mathématique et physique
- Conversion (Fahrenheit-Celcius, ...)

2.8.11.4 Représentation graphique de la situation de l'élève

Je demanderai maintenant à l'élève de représenter plusieurs droites possibles représentant sa situation sur le logiciel. Pour ce faire, il devra utiliser la troisième case à option indiquant « Situation de l'utilisateur ». Ainsi, l'élève pourra modifier les titres des axes et des barres de défilement et représenter certaines droites pouvant représenter sa situation dans le plan cartésien.

Fermer maintenant l'écran de l'ordinateur.

2.8.12 QUESTION 9 : NOMS DES PARAMÈTRES

Question 9

Situation du taxi	***Situation de la piscine***	***Ta situation***	***Nom général***	***Nom officiel***
Prix initial				
Prix par kilomètre				

2.8.12.1 LA VALEUR INITIALE

L'élève a maintenant en main trois situations de type linéaire. Dans un premier temps, je lui demanderai à quoi s'apparentait le prix initial dans la situation de la piscine et sa situation. Par la suite, il devra essayer de trouver un nom général qui engloberait ces noms.

Tout d'abord, les noms de l'ordonnée à l'origine dans les situations contiennent toujours le mot « initial ». L'élève pourra alors trouver que le nom général doit aussi contenir le mot « initial ». Dans le programme de troisième secondaire, l'ordonnée à l'origine s'appelle la « valeur initiale ». Il ne lui restera plus qu'à trouver un nom à son adjectif. Il est certain que dans un dernier temps, nous lui mentionnerons le vrai terme utilisé en secondaire trois pour décrire ce paramètre.

2.8.12.2 LE TAUX DE VARIATION

Comme pour la partie précédente, l'élève devra maintenant nous dire à quoi s'apparentait le prix par kilomètre pour la situation de la piscine et pour sa situation. Par la suite, il devra essayer de trouver un nom général qui engloberait tous ces noms.

Pour ce faire, l'élève a déjà appris en deuxième secondaire la notion de taux. Peut-être fera-t-il l'association du prix par kilomètre et du débit à un taux. Ainsi, il pourrait deviner une partie de l'expression voulue soit, le « taux de variation » que je lui mentionnerai par la suite.

Cette dernière partie a pour but de faire réfléchir l'élève sur les liens entre les différents paramètres des situations abordées. Il sera intéressant d'observer les différentes associations qu'il fera.

Finalement, il sera intéressant de lui mentionner que le taux de variation et la valeur initial est ce que nous appelons des paramètres et que dans l'équation de Montréal par exemple, $C = 3d + 5$, le 3 est le taux de variation et le 5, la valeur initiale. Pour conclure cette partie, je lui demanderai, pour d'autres équations, d'identifier la valeur du taux de variation et de la valeur initiale.

2.8.13 Ce que nous voulons observer comme difficultés et réflexions pour cette quatrième partie

- Encore une fois, la compréhension des différentes situations (le taxi, la piscine et sa situation) est-elle adéquate?
- L'élève est-t-il capable d'étendre ses apprentissages à une autre situation? Peut-il associer le prix initial à la quantité d'eau initiale et le prix par kilomètre au débit?
- L'élève ayant déjà résolu un problème ayant plusieurs solutions à la troisième partie de l'expérimentation, comment réagira-t-il pour trouver plusieurs droites possibles à une même question?
- L'élève appréciera-t-il le logiciel, sa configuration?

CHAPITRE III
3 ANALYSE

3.1 Analyse des résultats de l'équipe MV pour la première partie

3.1.1 Compréhension de la situation

Au début, lors de la familiarisation au logiciel, l'équipe MV ne semblait pas bien comprendre la situation. Par exemple, après la lecture de la situation par V, M croyait que le prix initial de 5 $ était inclus dans le montant de 16 $ (DVD, 1.7, 15 :22). L'écriture de la situation s'est faite avec le souci de rendre le plus clairement possible la situation. Par contre, les filles, n'étant peut-être pas très familières avec les taxis[30] et leur paiement, avaient peut-être de la difficulté à comprendre ce qu'est le prix initial et le prix par kilomètre. Toutefois, lorsque l'équipe MV avait quelques difficultés, la relecture de la situation les aidait à répondre aux questions. Par exemple, après plusieurs tentatives de résolutions pour la question 4, M a été capable de résoudre cette question assez difficile à la suite de la relecture de la situation (DVD, 1.7, 23 :30).

3.1.1.1 Le prix initial

Tenir compte du prix initial a soulevé des difficultés pour l'équipe MV. Jusqu'à présent dans leurs cours de mathématique, l'équipe MV a seulement travaillé avec des situations proportionnelles pour lesquelles il n'y avait pas de terme constant. On pourrait supposer ici que ces difficultés viennent en partie de cette initiation au terme constant.

Au départ, à la suite d'une lecture par V de la situation de départ, M a eu beaucoup de difficulté à comprendre le rôle du « prix initial ». Elle affirme que « 4 Km, ça l'a faite 11 $ de plus » (DVD, 1.7, 0 :26) quand la situation et le graphique mentionnaient que 4 Km additionnels coûtent 16 $ de plus. Elle m'expliqua (DVD, 1.7, 1 :04) qu'elle croyait que le prix initial était inclus dans le 16 $.

[30] Lors de conversation à l'extérieur des entrevues, les filles m'ont révélé avoir déjà embarqué dans un taxi. Malheureusement, nous n'avons pas pensé à ce moment-là de leur demander si elles payaient le taxi.

Par la suite, lorsque M devait trouver le prix pour 8 kilomètres, elle avait multiplié cette distance par 5 croyant que le prix par kilomètre était de 5 $ par kilomètre (DVD, 1.7,7 :26) quand c'était plutôt le prix initial qui était égal à 5 $. Un peu plus tard, lorsque M a trouvé le prix par kilomètre et qu'elles multipliaient le nombre de kilomètres par le prix par kilomètre, elles ont oublié d'ajouter le prix initial (DVD, 1.7, 9 :22). Il est difficile ici d'affirmer si ces erreurs sont simplement dues à un calcul trop rapide, à des erreurs d'attention, (du fait que le concept de prix initial porte à confusion) ou peut-être à une combinaison de toutes ces raisons.

3.1.1.2 LE PRIX PAR KILOMÈTRE

C'est après une nouvelle lecture de la situation que M a semblé mieux comprendre la signification du prix par kilomètre. J'ai été alors surprise d'observer que, dès la première question leur demandant de trouver le prix pour une certaine distance, M avait immédiatement trouvé le prix pour un seul kilomètre (DVD, 1.7, 8 :25). Je voulais avant l'expérimentation observer à quel moment les élèves ressentiraient le besoin de trouver le prix pour un seul kilomètre. Je croyais que le calcul du taux unitaire n'allait pas se faire pour la première question demandant le prix pour 8 kilomètres puisqu'on disait que le coût pour 4 kilomètres additionnels était de 16 $. Il suffisait de multiplier par 2 le prix pour 4 kilomètres et d'y ajouter le prix initial de 5 $. M a plutôt choisi de trouver dès la première question le prix unitaire qu'elles ont ensuite réutilisé pour les 5 distances pour lesquelles elles devaient trouver le coût total (DVD, 1.8, p. 2). Peut-être que l'équipe MV avait pensé à utiliser l'autre manière de faire, ce dont je doute. Peut-être aussi que l'équipe MV, dû à leur faiblesse en calcul-mental[31], n'ait pas pensé à multiplier le prix pour 4 kilomètres additionnels par 2 pour connaître le prix pour 8 kilomètres. En d'autres mots, je crois qu'une personne faible en calcul-mental a de la difficulté à faire des liens entre les nombres (comme ici où 4 est le double de 8). Également, il se pourrait qu'en deuxième secondaire, elles aient appris à revenir au taux unitaire pour résoudre des problèmes de proportionnalité. Peut-être qu'elles ne voulaient pas se « casser la tête » tout simplement et qu'elles trouvaient cette manière de faire plus simple. C'est surprenant.

[31] Exemples démontrant leur faiblesse en calcul-mental :
Au temps 11 :37, *M* croit que 42 + 5 est égal à 48.
Au temps 12 :36, les filles calculent 23,20 + 5 sur la calculatrice.
Au temps 29 :08 (DVD, 1.7), *M* calcule 4 fois 4 sur la calculatrice.

3.1.1.3 Le passage à la description générale en mots

À la prochaine question, on demande maintenant à l'équipe MV de trouver, pour n'importe quelle distance parcourue, « une manière de faire permettant d'obtenir rapidement le prix d'une course en taxi à Montréal en sachant le nombre de kilomètres parcourus? » (Voir DVD, 1.1). Au départ, V se dit qu'il « faut trouver le prix de départ » (DVD, 1.7,14 :02) et sans lui donner le temps de l'écrire, je demande à V : « Quel est le prix initial dans la situation sur laquelle nous travaillons? » On pourrait imaginer ici que sans cette intervention, V aurait peut-être élaboré une manière de faire généralisant la situation du taxi, peu importe la valeur du prix initial et du prix par kilomètre, si elle n'avait pas été ramenée à la valeur du prix initial. Cette intervention peut aussi avoir amené de la confusion chez V qui a eu ensuite de la difficulté à répondre à cette question.

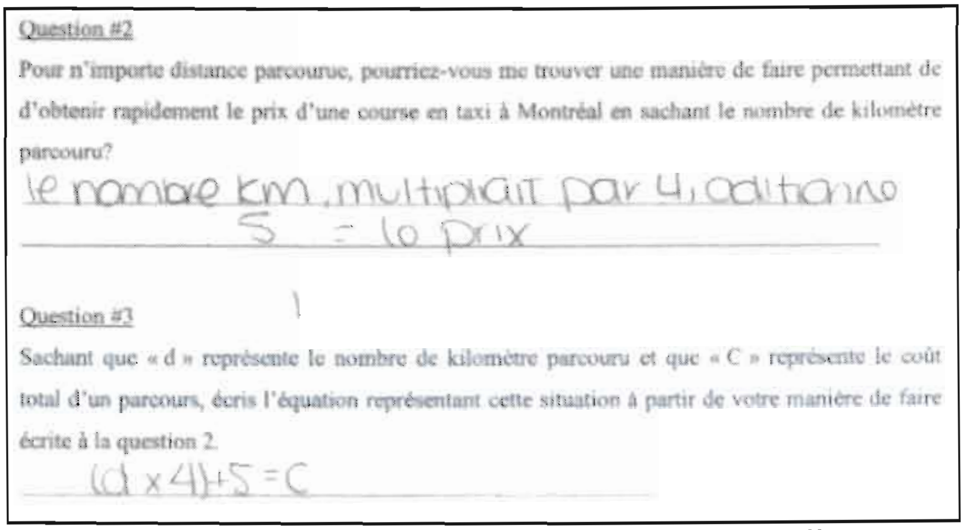
Voyant que, à la suite de cette intervention, l'équipe MV semblait bloquée, je leur ai demandé de reprendre les calculs pour une distance de 3 kilomètres. Malgré les 5 calculs leur permettant de trouver le prix pour 5 distances différentes (DVD, 1.7, 12 :35) faits auparavant, il fut difficile pour V de trouver le coût pour 3 kilomètres. C'est M qui a aidé V à trouver le prix pour 3 kilomètres (DVD, 1.7, 14 :42). À partir de ce calcul, le passage à une description en mots des calculs nécessaires s'est fait avec accompagnement de ma part[32].

3.1.1.4 Le passage à l'équation symbolique

M a très bien compris comment écrire leur description générale en mots sous forme d'équation. Malgré le fait que nous avons spécifié à deux reprises que « d » représente le nombre de kilomètres et que « C », c'est le coût total » (DVD, 1.7, (16 :53) et que mes interventions ont été ainsi trop guidées, le « multipliait par 4 » a été raccourci par « × 4 », et le « additionne 5 » a, lui aussi, été raccourci par « + 5 ». M a su faire ses conversions sans soutien de ma part.

---

[32] Voir (DVD, 1.7) entre 14 :26 à 16 :25 pour observer mes interventions trop dirigées.


Question #2

Pour n'importe distance parcourue, pourriez-vous me trouver une manière de faire permettant de d'obtenir rapidement le prix d'une course en taxi à Montréal en sachant le nombre de kilomètre parcouru?

le nombre Km. multipliait par 4, aditionne 5 = le prix

Question #3

Sachant que « d » représente le nombre de kilomètre parcouru et que « C » représente le coût total d'un parcours, écris l'équation représentant cette situation à partir de votre manière de faire écrite à la question 2.

(d x 4)+5 = C

Figure 3.1: Tirée du document utilisé par l'équipe MV[33]

3.1.1.5 TROUVER LE NOMBRE DE KILOMÈTRES PARCOURUS

Finalement, c'est à la question « Sachant que notre touriste a payé 15 $ pour un trajet en taxi à Montréal, combien de Km a-t-il parcouru? » qu'on pouvait s'apercevoir que la compréhension de la situation chez les élèves n'était pas encore adéquate. Comme prévu, l'une d'entre elles (V) voulait diviser le prix par kilomètre (4 $ par kilomètre) avant d'enlever le prix initial. C'est lorsque M a suggéré d'effectuer la règle de trois que les deux coéquipières ont écrit les données du problème pour l'effectuer.

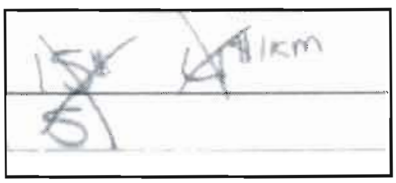


Figure 3.2: Tirée du document de l'élève utilisé par l'équipe MV (DVD, 1.8)

Il est difficile pour moi de savoir si ces données sont placées de façon logique. Par contre, je ne vois pas les correspondances entres les données. Sans vouloir trop m'avancer sur le sujet, j'ai la forte impression que les données ont été situées aléatoirement. Malheureusement, le questionnement à ce sujet (DVD, 1.7, 22 :49) n'a pas permis de savoir pourquoi elles avaient placé les données de cette façon.

---

[33] Voir les documents utilisés par les élèves (DVD, 1.8).

C'est lors de la relecture de la situation (DVD, 1.7, 23 :30) que M a compris qu'il fallait enlever le prix initial avant de diviser par le prix par kilomètre. On peut ici remarquer une progression dans la compréhension de la situation de la part de M suite à la relecture de la situation.

3.1.1.6 Dernière question

C'est lors de la dernière question qu'on pouvait s'apercevoir que la compréhension de la situation de la part des élèves s'était améliorée. D'abord, en observant une droite décroissante et positive représentant le prix d'une course de taxi en fonction de la distance parcourue, l'équipe MV a pu observer que « moins qu'il y a de kilomètre, plus le prix augmente » (DVD, 1.7, 36 :16). J'ai été tout d'abord surprise de voir qu'elles décrivaient le graphique en faisant décroître la variable indépendante car cette description est non conventionnelle. Néanmoins, elle était adéquate. Lorsque je leur ai ensuite demandé si elles aimeraient habiter dans une ville comme celle représentée dans le graphique, V a répondu à ma grande surprise que « non » puisque « si tu fais juste un kilomètre, ben ça va te coûter plus cher qu'à Montréal » (DVD, 1.7, 37 :14) ce qui est exact si la valeur initiale de cette droite est plus grande que le prix initial à Montréal (5 $). Ainsi, il aurait été intéressant ici de leur faire remarquer que si la valeur du prix initial était plus petite que la valeur du prix initial de Montréal (5 $), il aurait été moins cher de prendre le taxi représenté par ce nouveau graphique.

3.1.2 Compréhension du logiciel (DVD, 1.3))

3.1.2.1 Repérer les points dans le graphique

À tout moment, les élèves n'avaient pas de difficulté à repérer les points de la table de valeurs dans le graphique. Comme prévu, le caractère des données de la table de valeurs avec le point correspondant dans le graphique de la même couleur leur permettait une association rapide et facile.[34]

3.1.2.2 Correction dans la table de valeurs (☺ et ☹)

Par les bonshommes sourires et tristes, les élèves recevaient une correction instantanée de leur réponse. Elles n'avaient aucune difficulté à comprendre ces symboles;

[34] Quelques exemples : (DVD, 1.7, 2 :20), (DVD, 1.7, 3 :56), (DVD, 1.7, 10 :02) ou encore (DVD, 1.7,11 :55)

elles les comprenaient sans avoir besoin d'explication sur leur signification[35]. D'ailleurs, leur temps de réaction par rapport au résultat était très court (moins d'une seconde dans tous les cas)[36].

3.1.2.3 CORRECTION PAR LE GRAPHIQUE

En construisant le logiciel, je ne croyais pas nécessaire de montrer dans le graphique quel point était juste ou non puisque je croyais qu'il allait être évident que ce point sur la droite respecterait la situation (au contraire d'un autre point situé ailleurs que sur la droite). Par contre, lorsque j'ai demandé à M où devait être situé un point pour être bon, étonnamment, elle m'a pointé un point en dehors de la droite (DVD, 1.7, 3 :38). À la suite de cette réponse, j'ai fait la comparaison entre un bon point (le point représentant le prix initial) et le point qu'elle avait montré en dehors de la droite (DVD, 1.7, 3 :47). Cette intervention trop dirigée n'a pas permis de comprendre la source de leur incompréhension.

3.1.3 UTILISATION DU LOGICIEL (DVD, 1.3)

L'équipe MV n'avait aucune difficulté à vérifier leur réponse sur le logiciel. Par contre, il faut noter que je ne leur laissais pas souvent la chance de le faire. Par exemple, lorsque l'équipe MV devait trouver le prix pour 8 kilomètres, M a répondu 40 $ (8 Km * 5 $/Km) croyant que le prix par kilomètre était de 5 $. (DVD, 1.7, 7 :35). À la suite de cette justification, nous n'avons pas laissé l'occasion à M d'essayer sa réponse sur le logiciel et nous lui avons demandé de relire la situation (DVD, 1.7, 7 :46). Malgré cette intervention, pour les 4 autres calculs, l'équipe MV a vérifié leurs réponses d'elle-même sur le logiciel.

Lorsque l'équipe MV devait reproduire les accroissements « plus 1 kilomètre, plus 4 $ » (DVD, 1.1, p. 4, q. 5), les curseurs modifiant la grandeur et la position des accroissements semblaient faciles à utiliser. Il est d'ailleurs intéressant d'observer qu'elles ont placé très rapidement l'accroissement des abscisses de façon à ce que leur origine coïncide avec l'axe des ordonnées. Peut-être ont-elles toujours observé dans le passé des accroissements coïncidant avec un des axes du graphique?

---

[35] Voir (DVD, 1.7, 2 :36)

[36] Quelques exemples : (DVD, 1.7,10 :56) ou encore (DVD, 1.7, 11 :53)

3.1.4 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Dans un premier temps, il pourrait être approprié que la valeur des accroissements soit écrite à côté de façon à ce que les élèves puissent facilement reproduire les grandeurs exactes des accroissements désirés. On aurait pu ainsi leur demander de trouver plusieurs taux équivalents et de les reproduire dans le graphique à l'aide des accroissements.

Par ailleurs, il pourrait être possible d'indiquer plus clairement dans le graphique les points corrects et incorrects. Il serait plus clair pour les élèves qu'un point en dehors de la droite n'est pas bon.

D'autre part, pour mieux introduire la situation, il faudrait penser à engager de façon plus graduelle la situation. Une animation (de style vidéo) pourrait montrer le chauffeur de taxi embarquer notre touriste dans son taxi, ainsi, on verrait que le prix au départ sur le compteur est de 5 $. Plus tard, lorsque ce dernier serait arrivé sur l'autoroute, on pourrait observer à l'aide de deux compteurs que 4 kilomètres additionnels augmentent le prix au compteur de 16 $. Il est à noter qu'il ne serait pas possible à l'aide de ces compteurs d'observer combien coûterait un seul kilomètre additionnel puisqu'ils défileraient trop rapidement. Dans un même ordre d'idée, une introduction plus élaborée de la situation aurait été souhaitable pour cette équipe. En posant plusieurs questions aux élèves pour savoir si elles ont déjà pris un taxi et même payé ce taxi aurait permis d'élaborer davantage sur le sujet.

Finalement, la projection de l'écran de l'ordinateur n'est pas très visible lors du visionnement de la vidéo. Il faudrait choisir une couleur de fond permettant une meilleure visibilité. De plus, lorsque les lumières de la classe où l'expérimentation s'est réalisée étaient allumées, le faible contraste de lumière ne permettait pas de bien voir l'écran de l'ordinateur projeté.

3.1.5 COMMENTAIRES GÉNÉRAUX

Finalement, le fait que je n'aie pas incité les élèves, pour chacune de leur réponse à vérifier leur réponse sur le logiciel[37] ou que certaines interventions étaient trop rapides[38], n'a pas permis de connaître leurs raisonnements et leurs difficultés.

---

[37] Par exemple, lorsque M a répondu soudainement que 8 kilomètres coûterait 45 $ (DVD, 1.7, 7 :27), jamais celle-ci a eu l'occasion de vérifier sa réponse. Je lui ai immédiatement demandé « Toi tu dis 45, pourquoi 45? » (DVD, 1.7, 7 :27).
Ou encore, lorsque l'équipe MV avait appliqué la règle de trois pour trouver la distance parcourue si la course en taxi a coûté 15 $ et que celle-ci avait trouvé 1.3 comme réponse (DVD, 1.7, 23 :13), jamais l'équipe MV a eu l'occasion de vérifier leur réponse et je leur ai demandé trop rapidement de relire la situation.

[38] Lorsque V voulait diviser par 4 le montant de 15 $ pour trouver la distance parcourue pour une course ayant coûté 15 $ (DVD, 1.7, 22 :15), celle-ci n'a pas eu l'occasion de vérifier sa réponse puisque M a suggéré d'effectuer la règle de trois. Je n'ai pas incité V à poursuivre son raisonnement.

ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉQUIPE AF POUR LA PREMIÈRE PARTIE

3.1.6 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

L'analyse qui suivra montrera comment l'équipe AF n'a pas eu de grandes difficultés pour cette première partie.

3.1.6.1 LE PRIX INITIAL

À deux reprises, j'ai remarqué que le prix initial était facilement oublié par A[39]. Aux deux premières questions, A explique au début de la résolution que pour trouver le prix selon la distance demandée, il doit considérer le prix initial de 5 $[40]. Malgré le fait qu'il se le rappelle au début de ses calculs, il oublie de l'ajouter et ce, à deux reprises! La première fois que A a oublié d'ajouter le prix initial, le logiciel lui a permis dans un premier temps de s'apercevoir que sa réponse était erronée. F lui a alors dit qu'il avait oublié d'ajouter le prix initial. La deuxième fois, F a immédiatement corrigé A sans que ce dernier ne puisse vérifier sa réponse à l'aide du logiciel.

3.1.6.2 LE PRIX PAR KILOMÈTRE

Il est encore une fois surprenant d'observer que l'équipe AF a trouvé le taux unitaire[41] dès la première question. Les deux membres de l'équipe ont trouvé le taux unitaire alors qu'ils travaillaient séparément. Encore une fois, je croyais que le calcul du taux unitaire s'effectuerait plus tard[42], mais on peut remarquer ici que pour les deux élèves de cette équipe, le calcul du taux unitaire s'est fait dès le départ. Contrairement à l'équipe MV, je ne crois pas que cette stratégie soit due à une faiblesse en calcul-mental car ces deux élèves n'ont pas de difficulté dans ce domaine. En deuxième secondaire, pour les problèmes de proportionnalité, les élèves ont appris à revenir au taux unitaire pour trouver la solution aux problèmes et pour faciliter les calculs. Peut-être ont-ils voulu utiliser la même stratégie? Après réflexion, les

[39] Voir par exemple (DVD, 1.8, 6 :39) et (DVD, 1.8, 11 :17).

[40] Au temps (DVD, 1.8, 6 :39), A dit : « Ben j'ai écrit qu'au départ c'était 5 $ » et au temps (DVD, 1.8, 10 :30), A dit pour une seconde question : « Je ferais sûrement comme au départ 5 $ pour la course [...] »

[41] Dans la situation et le graphique, on mentionne que 4 kilomètres additionnels coûtent 16 $ supplémentaire. L'équipe a trouvé le taux unitaire soit 4 $/Km.

[42] « Je croyais que le calcul du taux unitaire n'allait pas se faire pour la première question demandant le prix pour 8 kilomètres puisqu'on disait que le coût pour 4 kilomètres additionnels était de 16 $. Il suffisait de multiplier par 2 le prix pour 4 kilomètres et d'ajouter le prix initial de 5 $. » Tiré de l'analyse des résultats de l'équipe MV, partie 1, page 2.

valeurs choisies pour le taux de variation non-unitaire (4 kilomètres additionnels coûte 16 $ de plus) font en sorte qu'il est très facile de trouver le taux unitaire puisque 16 est un multiple de 4 et que la multiplication de 4 par 4 est, selon nous, très facile pour les élèves.

Dans un même ordre d'idée, lorsque j'ai demandé à l'équipe AF de trouver le coût pour une distance de 5,8 kilomètres, F explique qu'il ferait « ben exactement la même chose, 5 plus eee, ...plus les 5.8 kilomètres fois 4. » Puisque le calcul du taux unitaire s'est fait dès le départ, F trouvait cette question redondante et trop facile puisqu'il fallait effectuer toujours les mêmes calculs. On peut alors imaginer que cette première question a été très bien comprise et que les rôles joués par le prix initial et le prix par kilomètre sont bien compris. Ainsi, les deux membres de l'équipe AF savaient comment les utiliser pour effectuer leurs divers calculs.

3.1.6.3 Le passage à la description générale en mots

Pour cette partie, avec l'aide donnée trop importante, il est difficile de savoir si l'équipe AF aurait pu réaliser ce passage sans cette dernière. Suite à ma lecture de la question (ce qui peut ne pas avoir aidé), l'élève vulgarise la question en disant « quand tu connais la distance, tu pourrais-tu m'expliquer comment est-ce qu'on fait pour trouver le coût... en général? (DVD, 1.6, 13 :28). Plus tard, voyant que A fait un visage exprimant l'incompréhension, je leur demande de dire ce « qu'il faut faire pour trouver le coût? » (DVD, 1.6, 13 :43) et ce, même si F allait dire quelque chose (DVD, 1.6, 13 :43) et qu'il a été fâcheusement interrompu.

Il est quand même intéressant de remarquer que, par la suite, F a énoncé sa manière de faire de façon générale en n'utilisant pas les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre du taxi de Montréal (DVD, 1.6, 13 :50). Par la suite, je leur ai demandé d'écrire leur manière de faire à l'aide des valeurs du prix initial (5 $) et du prix par kilomètre (4 $ / Km) du taxi de Montréal.

3.1.6.4 Le passage à l'équation symbolique

Encore une fois, j'ai lu cette question. En lisant la question, il a été ajouté à l'énoncé « sachant que « d » représente le nombre de kilomètres parcourus », ceci : « donc, au lieu que ce soit le nombre de kilomètres, ça va être "d" » (DVD, 1.6, 15 :55). Par cette intervention maladroite, il est difficile de vérifier si l'équipe AF aurait associé « la distance parcourue » au « nombre de kilomètres » écrit dans leur manière de faire en mots. Dans un même temps, nous voulions lire cette question pour justifier ce passage (manière de faire en mots à l'équation symbolique), en leur disant qu'il fallait envoyer leur manière de faire à l'aide d'un « message-texte » sur un cellulaire et que, pour ce faire, il fallait utiliser le moins de caractère possible.

Par contre, malgré cette vulgarisation de la question, on peut quand même souligner le fait que « multiplier », « ajoute » et « on obtient » ont été associés à leurs symboles respectifs soient « * », « + » et « = », éléments que je voulais observer lors la planification de cette activité.

C'est lorsque A demande « c'est-tu toujours 4? » (DVD, 1.6, 17 :59) qu'on s'aperçoit qu'il n'est pas clair pour A que la question demande d'écrire la manière de faire pour les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre de Montréal (5 $ et 4 $ par kilomètre). D'ailleurs, il n'est pas écrit dans la question d'écrire l'équation pour le taxi de Montréal. Il faudrait éventuellement corriger la question en conséquence.

3.1.6.5 TROUVER LE NOMBRE DE KILOMÈTRES PARCOURUS

En leur demandant « Sachant que notre touriste a payé 15 $ pour un trajet en taxi à Montréal, combien de Km a-t-il parcourus? », nous avons pu observer deux manières de faire valables et intéressantes. Dans un premier temps, les deux membres de l'équipe AF ont enlevé au prix de la course (15 $) la valeur du prix initial (5 $) ce qui leur donnait 10 $. Par la suite, A a utilisé la soustraction répétée[43] pour trouver le nombre de kilomètres qui ont été parcourus avec ces 10 $. Il a alors expliqué (DVD, 1.6, 21 :41) que le premier 4 $ permet de faire 1 kilomètre, le second 4 $ permet de parcourir un deuxième kilomètre et le 2 $ restant permet alors de faire la moitié d'un kilomètre supplémentaire (puisqu'un kilomètre supplémentaire coûte 4 $). Le touriste a donc parcouru 2,5 kilomètres. De son côté, F n'a pas utilisé la soustraction répétée pour trouver le nombre de kilomètres parcourus avec les 10 $. Il

[43] La division peut être effectué par une soustraction répétée. Par exemple, pour effectuer 12÷3, il suffit de soustraire 3 de 12 le nombre de fois nécessaire pour atteindre 0. C'est en soustrayant 3 au nombre 12 à quatre reprise qu'on peut voir que 12÷3 donne 4.

a tout simplement divisé le 10 $ par 4 sachant que chaque kilomètre additionnel coûte 4 $. Ces deux manières de faire sont excellentes et montrent que les deux membres de l'équipe comprennent très bien la situation et le rôle des paramètres (le prix initial et le prix par kilomètre). Par contre, je crois que la manière de faire de A (la soustraction répétée) était plus élémentaire que celle de F. Ne la qualifiant pas d'erronée, cette manière de faire beaucoup plus visuelle ne serait pas appropriée, par exemple, pour des nombres décimaux.

3.1.6.6 DERNIÈRE QUESTION

La dernière question demandant « Selon le contexte, pour une autre ville, serait-ce possible d'avoir un graphique comme celui-ci? » (DVD, 1.1, p. 5, q. 6) n'était pas claire pour A et A m'a permis de découvrir ces imprécisions[44]. Dans un premier temps, parce que le graphique était très différent de celui présenté sur Excel, A ne comprenait pas que la situation était la même pour les raisons suivantes : les noms des axes ne sont pas exactement les mêmes, les graduations ne sont pas présentes et les flèches au bout des axes sont présentes, contrairement à la version sur Excel.

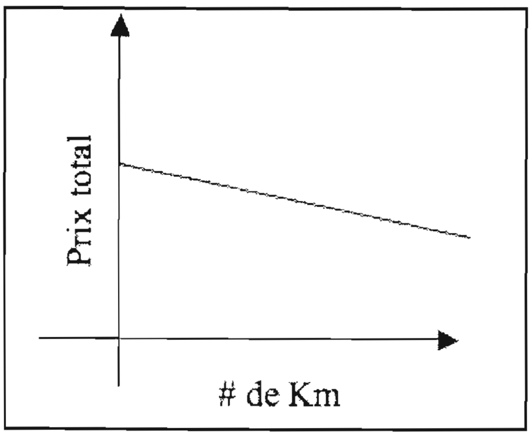


Figure 3.3: Question 6 tirée du document de l'élève (DVD, 1.1, p. 5, q. 6)

[44] Voir les citations de A au temps (DVD, 1.8, 26 :38) et au temps (DVD, 1.8, 27 :01) démontrant que A ne comprend pas la question.

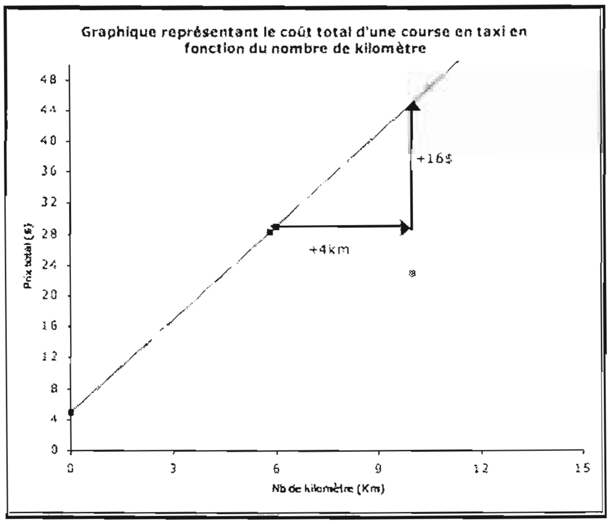


Figure 3.4: Graphique tiré du document Excel utilisé par les élèves (DVD, 1.4)

Dans un deuxième temps, la question n'était pas assez claire. Il aurait fallu spécifier que le contexte reste celui du taxi. De plus, au lieu de demander si cela serait « [...] possible d'avoir un graphique comme celui-ci? », il aurait été préférable de spécifier si « la droite » au lieu du « graphique » aurait pu être comme celle représentée dans le graphique de la question 6 (DVD, 1.1, p. 5, q. 6). De plus, la question aurait été sûrement plus claire si nous avions repris le graphique Excel avec une droite décroissante de pente négative et que nous avions copié sur le document des élèves. Ainsi, il n'y aurait pas eu de confusion.

De plus, quand nous avons demandé à A comment devait être la droite pour que celle-ci soit réaliste et qu'elle respecte la situation du taxi (DVD 1.6, 28 :59) et que ce dernier m'a répondu « faut qu'elle monte, je ne suis pas sûr qu'elle va être droite » (DVD 1.6, 29 :15). Sur le coup, nous supposions qu'A voulait dire que sans règle, sa droite ne serait pas parfaitement colinéaire. Par contre, je n'avais pas saisi que peut-être A voulait dire qu'il n'était pas sûr que ce serait nécessairement une droite (peut-être une courbe ou peu importe). Il aurait été intéressant de demander à A de préciser son idée.

C'est lorsque le lien entre le graphique de la question 6 et la situation est comprise par A que ce dernier comprend beaucoup mieux la question. Ses réponses aux questions suivantes semblent indiquer que A comprenait maintenant bien la question. Par exemple, lorsque nous lui avons demandé s'il connaissait un moyen de transport pour lequel la droite serait horizontale, ce dernier m'a répondu que l'« autobus » (DVD 1.6, 29 :50) serait un bon exemple.

3.1.7 COMPRÉHENSION DU LOGICIEL (INTRODUCTION AU TAXI_PARTIE1)

3.1.7.1 REPÉRER LES POINTS DANS LE GRAPHIQUE

L'équipe AF n'a eu aucune difficulté à repérer les points dans le graphique correspondant aux données de la table de valeurs. À plusieurs moments[45], l'équipe AF trouvait les points recherchés en moins d'une seconde. Nous supposons que l'utilisation de la même couleur pour le caractère des coordonnées dans la table de valeurs et du point dans le graphique aide les élèves à repérer les points.

3.1.7.2 CORRECTION DANS LA TABLE DE VALEURS (☺ ET ☹)

Les bonshommes sourires ont aidé l'équipe AF à valider leurs réponses sans avoir à leur expliquer ce que signifie le bonhomme sourire et le bonhomme triste (DVD 1.6, 3 :14). Cette correction de la part du logiciel est donc très intuitive et rapide.

3.1.7.3 CORRECTION PAR LE GRAPHIQUE

L'équipe AF semble comprendre où doit être situé un point dans le graphique pour être bon. Pour la question « où qu'il faudrait qu'il soit le point pour que ce soit la bonne réponse? » (DVD 1.6, 3 :15), F qui a pointé la droite. C'est plus tard que A a fait le lien remarquable entre la correction par la table de valeurs et la correction par le graphique. En effet, lorsque je leur ai demandé « on voit un petit bonhomme sourire à côté, qu'est-ce que ça veut dire? » (DVD 1.6, 3 :51) A a répondu « qu'il est sur la droite, que ça doit marcher ». A fait donc le lien entre la correction dans le graphique (le bonhomme sourire) et la correction par le graphique (doit être sur la droite) ce qui montre une bonne compréhension des deux façons de vérifier leur réponse.

3.1.8 UTILISATION DU LOGICIEL (DVD, 1.3) ET AMÉLIORATION

Lorsque l'équipe AF devait reproduire les accroissements « plus 1 kilomètre, plus 4 $ » (DVD, 1.1, p. 4, q. 5), ces derniers ont, comme l'équipe MV, placé l'accroissement des

[45] Par exemple, au temps (DVD 1.8, 3 :10) et au temps (DVD 1.8, 3 :49), A a trouvé rapidement les points de la table de valeurs.

abscisses de façon à ce que l'origine de cet accroissement coïncide avec l'axe des ordonnées. F a expliqué qu'il plaçait les accroissements de cette façon « pour que je puisse voir, ben, l'échelle en dessous » (DVD 1.6, 24 :58). De cette façon, nous supposons qu'il était plus facile pour F d'évaluer les valeurs des accroissements. Par contre, cette translation des accroissements n'aurait pas été nécessaire si les valeurs de ces accroissements avaient été indiquées sur le logiciel. Par exemple, les valeurs de ces accroissements pourraient être écrites en dessous des curseurs ou encore dans le graphique à côté des accroissements.

Comme nous l'avons mentionné dans l'analyse de la partie 1 de l'équipe MV, l'écran n'étant pas très visible sur la vidéo, il pourrait être intéressant d'augmenter le contraste de couleur entre les différents éléments du logiciel.

3.1.9 COMMENTAIRES GÉNÉRAUX

Encore une fois, un questionnement plus précis et moins dirigé[46] aurait permis de mieux comprendre les raisonnements de l'équipe AF.

[46] Voir par exemple ma lecture et ma vulgarisation de la question 3 au temps (DVD 1.8, 15 :55).

3.2 ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉQUIPE MV POUR LA DEUXIÈME PARTIE (2A)

La deuxième partie de l'expérimentation se divise elle-même en deux parties. La première partie (A) consiste à observer et à comparer deux droites ayant le même prix initial et un prix par kilomètre différent. La deuxième partie (B) de l'expérimentation, dont l'analyse sera faite séparément, consiste à observer et à comparer deux droites ayant, à l'inverse, le même prix par kilomètre et un prix initial différent.

3.2.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

Pour introduire la situation, l'équipe MV devait observer, à l'aide du graphique et de la table de valeurs, « pour laquelle des deux villes il y coûtait le plus cher de prendre le taxi » (DVD, 2.1). En observant la table de valeurs, M a observé que pour une distance de 10 kilomètres, il en coûte 10 $ de plus à Montréal.

Distance	Prix à Québec	Résultat	Prix à Montréal	Résultat
0 km	5 $	☺	5 $	☺
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		$	
6 km	$		$	
7 km	$		$	
8 km	$		$	
9 km	$		$	
10 km	35 $	☺	45 $	☺
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	

Figure 3.5 : Table de valeurs initiale tirée du logiciel Excel de la partie 2A (DVD, 2.3)

Par contre, cette affirmation ne prouve pas qu'il est toujours plus cher de prendre le taxi à Montréal qu'à Québec, mais le prouve pour une seule distance. M semble convaincue que c'est toujours le cas. Malheureusement, comme elles étaient sûres d'elles-mêmes, nous avons omis de demander à M pourquoi elle était si certaine que le taxi est toujours plus cher à Montréal.

Par la visualisation des écarts entre les deux villes à l'aide du quadrillage vertical pour des distances de 2, 4, 6, et 8 kilomètres, les filles ont émis sans difficulté que les écarts entre les deux villes augmentent lorsque le nombre de kilomètres augmente aussi (DVD, 2.7, 6 :51). Nous croyons que l'apparition du quadrillage vertical les a beaucoup aidées et qu'ainsi, elles ont pu visualiser qu'il est toujours plus cher de prendre le taxi à Montréal en observant l'emplacement de la droite de Montréal par rapport à celle de Québec dans le graphique.

Par contre, il fut surprenant que V dise qu' « à partir de 2, ben ça augmente » (DVD, 2.7, 6 :43) en parlant des écarts de prix entre les deux droites. Peut-être que cette quasi-généralisation est due au fait que nous avons commencé à observer les écarts pour 2 kilomètres (et non pour 0) et au fait que l'axe des abscisses est gradué aux 2 kilomètres. D'ailleurs, à 0 kilomètre, il n'y a pas d'écart et à la graduation suivante, il y a un premier écart de prix.

3.2.1.1 PASSAGE ENTRE L'ÉQUATION DE MONTRÉAL ET LA TABLE DE VALEURS

Dans un premier temps, l'équipe MV devait compléter la table de valeurs pour Montréal en utilisant l'équation trouvée à la première partie ($C = 4d + 5$). Après un retour sur la signification du 4 (le prix par kilomètre pour Montréal) et du 5 (le prix initial pour Montréal), les filles ont trouvé les prix pour 1 et 2 kilomètres en appliquant l'équation (DVD, 2.7, 10 :42). Un fait intéressant que je voulais observer (DVD, 2.2, p. 4): M a ensuite trouvé qu'il fallait finalement ajouter 4 $ pour chaque kilomètre additionnel, ce qui est moins long que d'appliquer l'équation à maintes reprises.

3.2.1.2 TROUVER LE PRIX PAR KILOMÈTRE POUR QUÉBEC

Trouver le prix par kilomètre (DVD, 2.1, p. 2, q. 2) pour Québec fut quelque chose de très ardu pour l'équipe MV. Ce processus, avec mon accompagnement, leur a pris un peu plus de 13 minutes.

Dans un premier temps, V a observé que la différence de prix entre Montréal et Québec pour 10 kilomètres est de 10 $. Elle croyait donc que cet écart serait le même, peu importe la distance parcourue, ce qui contredit ce qu'elle avait elle-même écrit au numéro précédent : « [...] plus le nombre de kilomètres augmente, plus la différence de prix monte. »

(DVD, 2.8, p. 4). N'ayant pas trouvé par elle-même cette réponse, sûrement qu'elle ne l'avait pas tout à fait comprise.

Par la suite, lorsque je lui ai demandé d'observer l'écart pour 0 kilomètre, elle a alors constaté que l'écart de prix n'était pas de 10 $ mais de 0 $ (DVD, 2.7, 15 :57). Et c'est alors qu'elle a fait la supposition que « peut-être dans le fond ici ça va toujours monter de 1 » (DVD, 2.7, 16 :04) en faisant référence à l'écart de prix entre les deux villes. C'est d'ailleurs une hypothèse tout à fait vraie que, sur le coup, je n'avais pas réalisée. Ainsi, la différence de prix pour 10 kilomètres entre les deux villes est de 10 $ et pour 0 kilomètre, 0 $. Il serait logique de dire que la différence de prix augmente toujours de 1 $ lorsque le nombre de kilomètres augmente de 1 kilomètre. Il aurait été intéressant de travailler plus longuement sur l'hypothèse de V, mais malheureusement, ne comprenant pas ce que V voulait réellement dire sur le moment, je ne l'ai pas incité à poursuivre son idée.

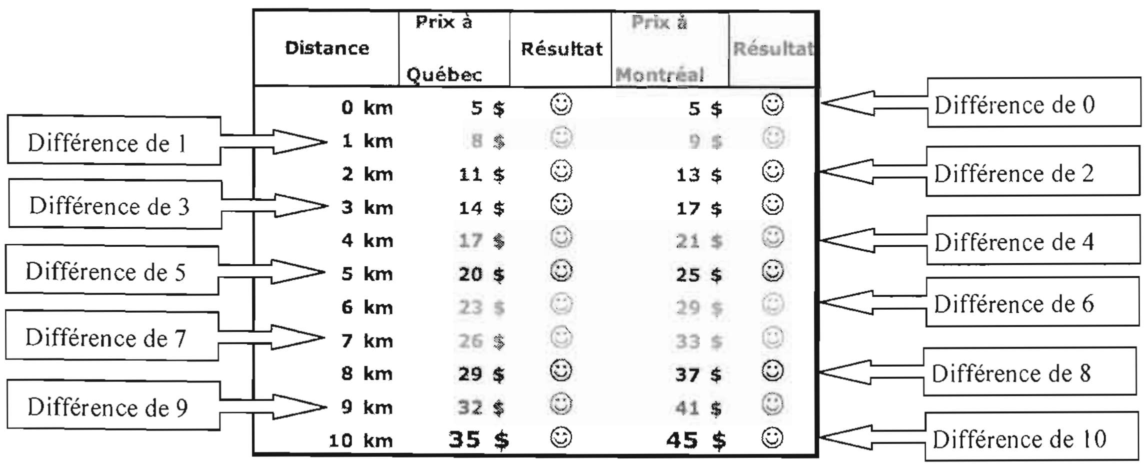


Figure 3.6 : Tirée de la version finale du logiciel Excel de l'équipe MV (DVD, 2.5) (avec ajout des bulles rectangulaires)

Dans la première partie de l'expérimentation, l'équipe MV a trouvé assez rapidement le taux unitaire. On fournissait dans la situation et dans le graphique le taux suivant : 4 kilomètres additionnels coûtent 16 $ supplémentaires (DVD, 1.1, p. 1). Rapidement, l'équipe MV avait trouvé le taux unitaire de 4 $ par Km. Voyant qu'elles avaient beaucoup de difficulté, que leurs essais[47] ne fonctionnaient pas et qu'elles semblaient se décourager, j'ai aidé l'équipe MV à trouver les écarts de prix et de distance entre les deux valeurs connues.

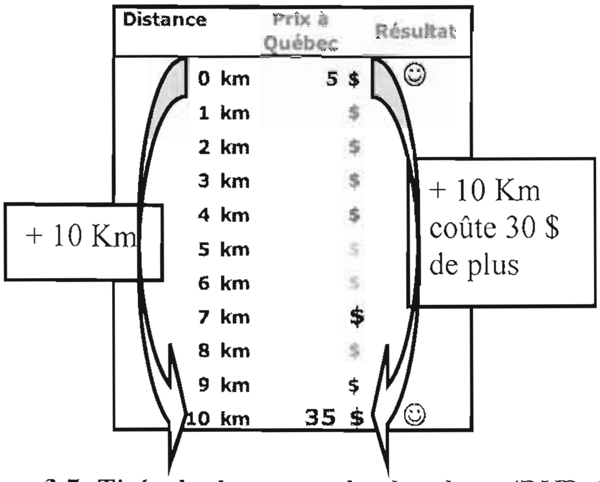


Figure 3.7: Tirée du document du chercheur (DVD, 2.2)

Ainsi, après avoir trouvé avec eux ces écarts, je croyais qu'elles allaient trouver le taux unitaire comme à la première partie. Après avoir trouvé que l'écart pour 10 kilomètres supplémentaires est de 30 $ (DVD, 2.7, 19 :15), V a alors suggéré de diviser 30 par 9 (DVD, 2.7, 19 :47). Fait-elle cette erreur parce qu'elle croit que le (0 Km, 5 $) compte pour 1 kilomètre? Nous avons ici de la difficulté à comprendre son erreur, mais nous supposons que le concept de prix initial n'est pas clair pour V puisqu'elle ne considère pas le prix initial comme étant le prix de départ pour une distance de 0 kilomètre. Nous verrons dans les prochaines parties de l'expérimentation cette erreur de la part de V et nous en reparlerons à l'analyse de la dernière partie de l'expérimentation

Cinq minutes après avoir trouvé que 10 kilomètres supplémentaires coûtent 30 $ supplémentaires pour Québec, j'ai fait un retour sur les accroissements de Montréal vus à la

[47] M suggère de faire les opérations inverses (DVD, 2.7, 16 :46) pour arriver à la solution en enlevant au 35 $ (le prix pour 10 kilomètres à Québec) 5 $ pour le prix initial et de diviser ensuite par 4 $ (le prix par kilomètre pour Montréal). Je lui ai fait réaliser que le prix par kilomètre pour Québec, nous ne le connaissons pas et que ce 4 $ par kilomètre, c'est pour Montréal et non pour Québec. V suggère de faire la règle de trois (DVD, 2.7, 17 :17) pour résoudre ce problème. Je lui ai alors fais observer que nous ne sommes pas en présence d'une situation proportionnelle.

première partie de l'expérimentation (4 kilomètres supplémentaires coûtent 16 $ de plus) (DVD, 2.7, 23 :23).

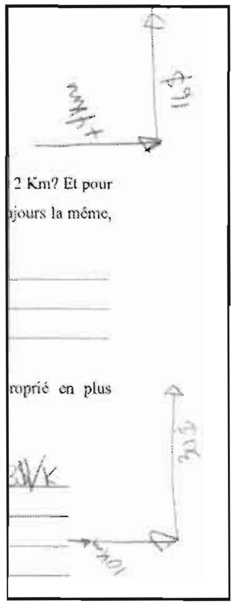


Figure 3.8 : Tirée du document de M (DVD, 2.8, p. 1)

C'est après ce retour sur les écarts de la partie 1 (+4 Km, + 16 $) que les filles se sont rappelé quel calcul elles devaient faire pour trouver le taux unitaire. Même si elles ont trouvé quelle opération elles devaient effectuer, je ne suis pas certaine qu'elles aient entièrement compris pourquoi elles le faisaient, mais qu'elles ont tout simplement répété la même opération pour Québec, soit la division (DVD, 2.7, 24 :02).

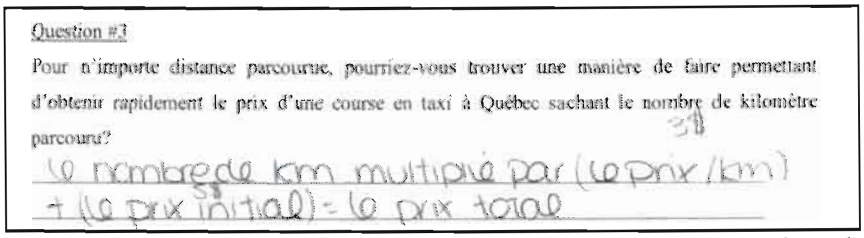
C'est après tous les essais infructueux de l'équipe MV qu'on peut s'apercevoir que le concept de prix initial et de prix par kilomètre n'est pas complètement acquis chez les membres de l'équipe MV.

3.2.1.3 Trouver le coût pour 2,5 Km à Québec

Les deux membres de l'équipe ont trouvé le coût pour 2,5 kilomètres de deux manières différentes. M, de son côté, a observé que « 2,5, c'est entre 2 et 3 » (DVD, 2.7, 26 :55). De cette façon, le prix pour 2,5 kilomètres sera entre le prix pour 2 kilomètres (11 $) et pour 3 kilomètres (14 $). Voyant que la différence est de 3 $ pour un kilomètre additionnel, « Ben le coût, ça va donner entre les deux, 1,50$ » (DVD, 2.7, 27 :04). On peut remarquer ici que M a été capable d'utiliser le prix unitaire pour trouver le prix pour la moitié d'un kilomètre supplémentaire. Même si pour d'autres distances, M utilisait les valeurs du prix par kilomètre (3 $ par kilomètre) et du prix initial (5 $), M a eu l'audace d'essayer une autre façon de faire tout à fait logique. De son côté, V a utilisé la valeur du prix par kilomètre (3 $/Km) trouvé lors des dernières résolutions. Voyant une différence de 5 $ (la valeur du prix initial) avec la réponse de M, V s'est aperçu qu'elle avait oublié d'ajouter le prix initial de 5 $ (DVD, 2.7, 28 :13).

3.2.1.4 LE PASSAGE À LA DESCRIPTION GÉNÉRALE EN MOTS

Encore une fois, nous pouvons remarquer que la manière de faire en mots de V n'est pas propre au taxi de Québec (3 $ par kilomètre pour le prix par kilomètre et 5 $ pour le prix initial).


Question #3

Pour n'importe distance parcourue, pourriez-vous trouver une manière de faire permettant d'obtenir rapidement le prix d'une course en taxi à Québec sachant le nombre de kilomètre parcouru?

3$

le nombre de km multiplié par (le prix/km)

5$

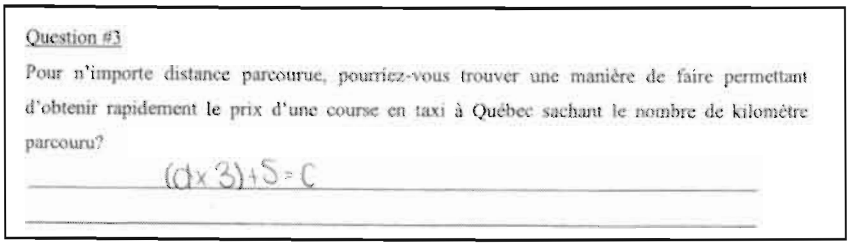
+ (le prix initial) = le prix total

Figure 3.9 : Tirée du document de V pour la partie 2A (DVD, 2.8, p. 6)

C'est après quelques interventions de ma part[48] que les valeurs des paramètres ont été ajoutées.

Pour cette partie de l'expérimentation, je voulais aussi observer si cette manière de faire en mots était nécessaire pour le passage à l'équation (DVD, 1.2, p. 10). En observant la réponse de M, j'ai remarqué qu'elle n'a pas jugé nécessaire d'écrire sa manière de faire en mots et qu'elle a directement écrit sa manière de faire sous forme d'équation.

[48] Voir (DVD, 2.7, 31 :34) pour le lien avec la valeur du prix par kilomètre pour Québec (3 $ par kilomètre) et (DVD, 2.7, 31 :45) pour le lien avec la valeur du prix initial pour Québec (5 $).



Question #3

Pour n'importe distance parcourue, pourriez-vous trouver une manière de faire permettant d'obtenir rapidement le prix d'une course en taxi à Québec sachant le nombre de kilomètre parcouru?

$(d \times 3)+5=C$

Figure 3.10 : Tirée du document de V pour la partie 2A (DVD, 2.8, p. 3)

L'étape intermédiaire qui consiste à écrire la manière de faire en mots n'était donc plus nécessaire pour M.

3.2.1.5 Le passage à l'équation *symbolique*

Le passage à l'équation symbolique étant déjà fait pour M, il ne restait plus qu'à V à le faire. Il est malheureusement difficile d'évaluer si ce passage pour V s'est fait plus ou moins facilement par rapport à la première partie, puisque encore une fois, les interventions étaient trop dirigées[49].

3.2.1.6 Comparaison des 2 équations

Lorsque l'équipe MV avait écrit les équations de Montréal et Québec, elles n'ont ensuite eu aucune difficulté à repérer les éléments identiques et différents dans les deux équations[50]. De plus, l'association des valeurs du prix par kilomètre aux valeurs de 3 (3 $ par kilomètre pour Québec) et 4 (4 $ par kilomètre pour Montréal) s'est faite instinctivement. Quand je leur ai demandé « Qu'est-ce qu'ils ont de différents? » (P2A, MV, 34 :24) en parlant des deux équations, M a répondu que c'était « le prix par kilomètre » (P2A, MV, 34 :30). Elle a alors associé les valeurs 3 et 4 à leur signification dans la situation, soit le prix par kilomètre. V, de son côté, a aussi associé le 5 $ (le prix initial) identique dans les deux équations au prix initial.

3.2.1.7 Transformation géométrique reliant les deux droites

Il faut tout d'abord mentionner que selon le guide du chercheur (DVD, 2.2, p. 8), nous avons omis de mentionner qu'il fallait enlever le quadrillage vertical avant de demander

[49] Pour le passage symbolique du « nombre de kilomètre », j'ai simplifié la question en disant : « [...] à place d'écrire *le nombre de kilomètre*, on va écrire *d* » (DVD, 2.7, 31 :55) et pour le passage symbolique du coût, j'ai mentionné « [...] à place d'écrire *le prix total*, on va écrire *C* le coût » (DVD, 2.7, 32 :07)

[50] Voir (DVD, 2.7, 34 :01) et (DVD, 2.7, 34 :30).

« [...] quelle transformation géométrique relie les deux droites dans ce graphique? » (DVD, 2.1, p. 4, q. 6). Ainsi, la présence du quadrillage peut avoir influencer leur réponse.

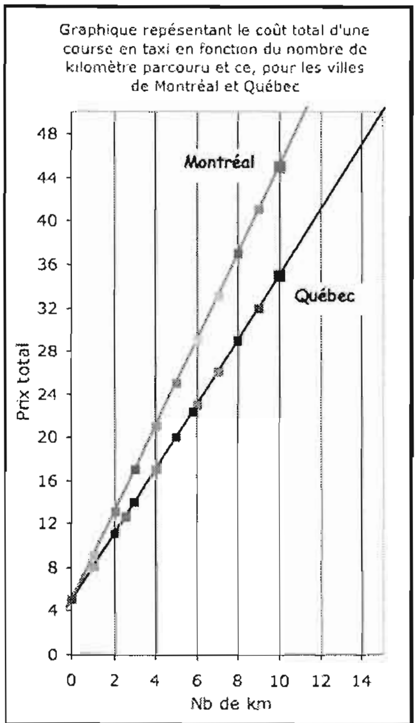


Figure 3.11 : Tirée de la version finale du logiciel Excel de l'équipe MV (DVD, 2.5)

Je trouve d'ailleurs que ce quadrillage accentue le lien entre les points de même abscisse. D'ailleurs, cette accentuation était déjà mise en évidence par la présence de couleurs semblables pour les points de même abscisse.

Malgré ces accentuations, M a quand même vu que la transformation géométrique reliant ces deux droites serait une rotation. Lorsque nous lui avons demandé de montrer le sens de la rotation, elle a choisi deux points d'abscisse différents et de couleurs différentes pouvant se relier facilement par une rotation si l'on considère comme centre de rotation la valeur initiale.

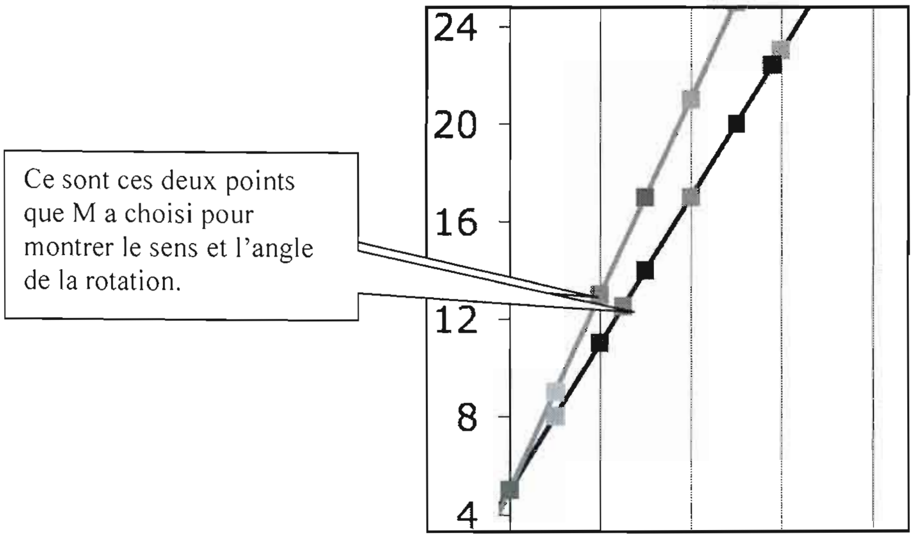


Figure 3.12: Tirée du logiciel Excel à l'état final de la partie 2A (DVD, 2.5) (avec ajout du commentaire)

De son côté, V a plutôt vu une translation entre les deux droites. Je crois qu'elle a peut-être été influencée par la présence du quadrillage et les points de même abscisse de couleur semblable. Un peu plus tard, lorsque l'équipe MV devait me montrer le sens et l'angle de rotation d'un autre point (DVD, 2.7, 36 :52), une des deux filles[51] m'a montré que la rotation serait rectiligne et verticale.

[51] Je ne peux pas savoir laquelle des deux filles m'a montré la direction de la rotation car la caméra filmait l'écran et non l'équipe MV.

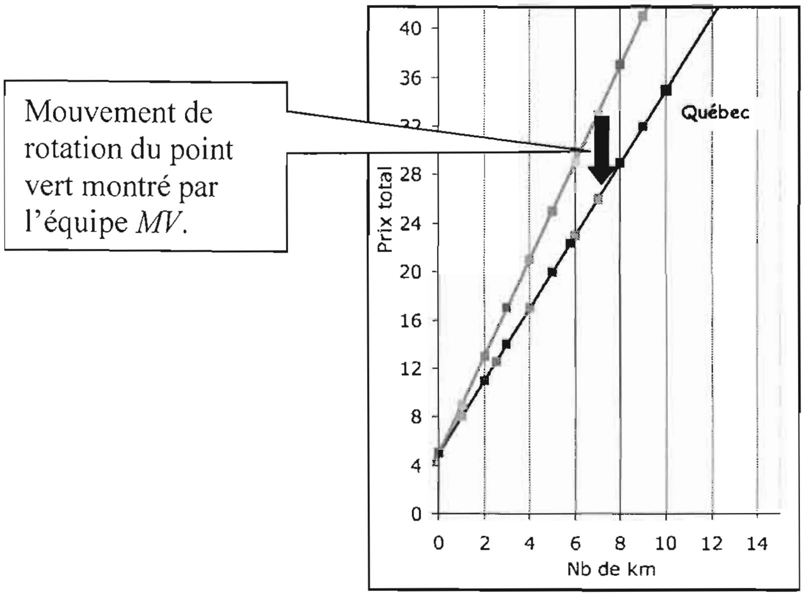


Figure 3.13 : Tirée du logiciel Excel à l'état final de la partie 2A (DVD, 2.5) (avec ajout de la flèche et de la bulle rectangulaire)

Donc, encore une fois, je suppose que la présence du quadrillage et des points de même abscisse de couleur semblable ont influencé leur réponse. Il aurait été intéressant de pouvoir enlever les points de même abscisse pour leur demander une seconde fois si elles avaient toujours la même réponse.

Il est fascinant de voir que les filles montraient à la fois une rotation (dans le cas de M) et une translation. Si je considère seulement les droites en faisant abstraction de la situation (et des points présents sur les droites), il est vrai de dire que les deux droites pourraient êtres reliées par une rotation. De plus, on pourrait aussi dire que chacun des points ont subi une translation verticale comme V l'a mentionné. Par contre, chacun des points n'a pas subi la même grandeur de translation verticale puisque plus on s'éloigne de la valeur initiale (0 Km, 5 \$), plus la grandeur de la translation verticale augmentera. Il y avait donc du vrai dans les raisonnements de chacune des filles de l'équipe MV.

3.2.2 COMPRÉHENSION ET UTILISATION DU LOGICIEL 2A

3.2.2.1 REPÉRER LES POINTS DANS LE GRAPHIQUE

Comme pour la première partie de mon expérimentation, l'équipe MV n'a eu aucune difficulté à repérer les points dans le graphique[52].

3.2.2.2 CORRECTION PAR LA TABLE DE VALEURS (☺ ET ☹) ET LE GRAPHIQUE

La correction par la table de valeurs est instantanée et très parlante pour l'équipe MV. Par contre, elles n'avaient pas le réflexe d'aller vérifier que le point était bel et bien situé sur la droite. Je devais leur demander de montrer le point et, étant sur la droite, ce dernier est alors bon[53]. Si c'était à refaire, je les encouragerais à utiliser le logiciel plus souvent au lieu de faire des explications difficiles pour l'équipe MV. Le moment où elles devaient trouver le prix par kilomètre aurait assurément été moins difficile si elles avaient pu utiliser le logiciel et l'expérimenter un peu plus.

D'ailleurs, contrairement à la première partie, l'équipe MV était moins gênée d'aller essayer leur réponse sur le logiciel[54].

3.2.3 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Pouvoir faire apparaître et disparaître, selon les besoins, les points dans le graphique auraient pu être intéressant. Si j'avais enlevé les points de même abscisse de même couleur dans le graphique (peut-être par un simple bouton), l'explication que les deux droites pourraient êtres reliés par une rotation aurait pu être plus facilement compréhensible par l'équipe MV.

---

[52] Voir (DVD, 2.7, 3 :14) et (DVD, 2.7, 10 :25).

[53] Par exemple, lorsque l'équipe MV a vérifié par la table de valeurs qu'un kilomètre coûte 9 $ à Montréal et qu'elles ont repéré ce point dans le graphique, j'ai dit que « Y'é sur la droite donc ça veut dire que c'est bon aussi.[...] » (DVD, 2.7, 10 :30)

[54] V essaie sa réponse (9 Km, 31 $) (DVD, 2.7, 13 :40) ou encore M essaie (1 Km, 7,50 $) (DVD, 2.7, 18 :10).

3.3 ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉQUIPE AF POUR LA DEUXIÈME PARTIE (2A)

La deuxième partie de mon expérimentation se divise elle-même en deux phases. La première phase (A) consiste à observer et à comparer deux droites ayant le même prix initial et un prix par kilomètre différent.

Il est à noter que, malheureusement, pour cette partie, les documents utilisés par l'équipe AF ont été perdus. Donc, l'analyse fera référence au verbatim et à la vidéo qui a permis de voir les calculs des élèves.

3.3.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

Pour introduire la situation, l'équipe AF devait observer, à l'aide du graphique et de la table de valeurs, dans laquelle des deux villes il coûtait le plus cher de prendre un taxi (DVD, 2.1).

Distance	Prix à Québec	Résultat	Prix à Montréal	Résultat
0 km	5 $	☺	5 $	☺
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		$	
6 km	$		$	
7 km	$		$	
8 km	$		$	
9 km	$		$	
10 km	35 $	☺	45 $	☺
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	

Figure 3.14 : Table de valeurs tirée du logiciel Excel de la partie 2A (DVD 2.3)

F n'a pas spécifié que c'est en observant le coût pour 10 kilomètres dans la table de valeurs qu'il s'est aperçu que c'est plus cher de prendre le taxi à Montréal. Par contre, selon la citation suivante : « ben, ça y'a coûté plus cher, comme le prix par kilomètre est plus élevé. » (DVD, 2.6, 4 :25), F semble indiquer que c'est pour 10 kilomètres que c'est plus cher. D'ailleurs, quand je lui ai demandé « [...] comment que tu vois ça que le prix par kilomètre est plus élevé à Montréal? » (DVD, 2.6, 4 :34), F a expliqué que puisque le prix initial est le même pour les deux villes (DVD, 2.6, 4 :38) « ben ça veut dire que c'est, que c'est le reste du montant qui est plus cher, donc c'est le prix par kilomètre » (DVD, 2.6, 4 :42). On peut alors croire que F comprend que le prix initial et le prix par kilomètre sont les deux facteurs pouvant modifier le prix d'une course en taxi.

Puisque F s'était aperçu que le prix par kilomètre est plus élevé à Montréal, l'équipe AF aurait pu utiliser cette constatation pour montrer qu'il est toujours plus cher d'y prendre le taxi. Par contre, lorsqu'il est venu le temps d'expliquer pourquoi c'est toujours plus cher de prendre le taxi à Montréal (DVD, 2.6, 4 :51), A avait beaucoup de difficulté à l'expliquer clairement. A a quand même dit qu'en observant le graphique, on pouvait voir qu'il est plus cher de prendre le taxi à Montréal: « Ben dans qu'est-ce qu'on voit là, ben sur le graphique ben oui » (DVD, 2.6, 5 :02) Ainsi, peut-être que A a comparé la position d'une droite par rapport à l'autre.

Par la visualisation des écarts entre les deux villes à l'aide du quadrillage vertical pour des distances de 2, 4, et 6 kilomètres, l'équipe AF a constaté rapidement, pour toutes ces distances[55], qu'il est plus cher de prendre le taxi à Montréal et que « [...] la différence (de prix) est de plus en plus grande » (DVD, 2.6, 6 :55) lorsque la distance parcourue augmente.

Comme pour l'équipe MV, l'apparition du quadrillage vertical permet d'observer plus facilement les écarts entre les deux villes et l'explication de « [...] est-ce que c'est toujours plus cher de prendre le taxi à Montréal » (DVD, 2.6, 4 :51) devient plus facile à verbaliser.

3.3.1.1 Passage entre l'équation de Montréal et la table de valeurs

Dans un premier temps, l'équipe AF devait compléter la table de valeurs pour Montréal en utilisant l'équation trouvée à la première partie (C = 4d + 5). Après un bref retour sur cette équation[56], l'équipe AF a tout simplement utilisé la valeur du prix par kilomètre (4 $ par kilomètre) que, chacun à leur tour, ils ont ajouté au prix pour chaque

[55] Pour 2 kilomètres, voir (DVD, 2.6, 6 :16). Pour 4 et 6 kilomètres, voir (DVD, 2.6, 6 :36).
[56] Voir de (DVD, 2.6, 7 :15 à 8 :26)

kilomètre additionnel. Ainsi, sachant qu'il en coûte 5 $ au départ (pour 0 kilomètre), A a ajouté 4 $ pour trouver le prix pour 1 kilomètre et ce, jusqu'à 9 kilomètres.

3.3.1.2 TROUVER LE PRIX PAR KILOMÈTRE POUR QUÉBEC

Contrairement à l'équipe MV, il fut beaucoup moins difficile pour l'équipe AF de trouver la valeur du prix par kilomètre selon les valeurs fournies dans la table de valeurs. Ainsi, sachant que le prix initial est le même pour les deux villes (5 $) et qu'à Québec et Montréal, il en coûte respectivement 35 $ et 45 $ pour une distance de 10 kilomètres, l'équipe AF devait trouver le prix par kilomètre à Québec pour ensuite, trouver le coût pour 3 kilomètres (DVD, 2.1, p. 2, q. 2).

Dans un premier temps, A avait écrit sur sa feuille les calculs suivants : $35 \div 5 = 7$ et $7 * 3 = 21$. A a expliqué qu'il a tout d'abord divisé 35 par 5, 5 étant la valeur du prix initial pour trouver le prix par kilomètre (DVD, 2.6, 12 :33). C'est en lui demandant « [...] pourquoi t'as divisé par 5? » (DVD, 2.6,12 :41) que A s'est aperçu que son calcul était erroné et qu'il n'était pas pertinent de diviser le coût (35 $) par le prix initial (5 $). Peut-être que A croyait que le 5 représentait le nombre de kilomètres parcourus. De plus, en observant ses calculs, on s'aperçoit qu'après avoir multiplié par 7 le nombre de kilomètres (3 kilomètres), A avait même oublié d'ajouter la valeur du prix initial.

Par la suite, sans intervention de ma part, A a plutôt divisé par 10 le 35 $[57] pour trouver que le prix par kilomètre est de 3,50 $ puisque le 35 $ représente le coût pour 10 kilomètres à Québec. Par la suite, il utilise cette valeur de prix par kilomètre pour trouver le coût pour une distance de 3 kilomètres. Une seconde fois, il oublie d'ajouter la valeur du prix initial (5 $)[58] à la fin de ses calculs.

De son côté, F a considéré la valeur du prix initial dans ses calculs. Ainsi, avant de diviser par 10 (le nombre de kilomètres parcourus pour 35 $), F a enlevé la valeur du prix initial (5 $) à ce prix pour 10 kilomètres (35 $), ce qui lui a donné 30 $ (DVD, 2.6, 14 :32). Par la suite, F a trouvé le prix par kilomètre en divisant ce 30 $ par 10 kilomètres (DVD, 2.6,

---

[57] Voir mes commentaires à la suite de la citation suivante (DVD, 2.6, 12 :56).
[58] Idem

14 :44). En ayant cette valeur de prix par kilomètre (3 $ par kilomètre), F a trouvé le prix pour 3 kilomètres en n'oubliant pas d'ajouter la valeur du prix initial de 5 $ (DVD, 2.6, 14 :54).

Suite à l'explication de la manière de faire pour trouver le prix par kilomètre de F, A a trouvé, en partie, son erreur avant même que quiconque ne lui dise : « [...] c'est pour ça, je pense que j'ai oublié d'ajouter le plus 5 à la fin [...] » (DVD, 2.6,15 :07) C'est F qui lui a ensuite dit qu'il devait, au départ, enlever 5 $ au 35 $ avant de diviser par 10 kilomètres pour trouver le prix par kilomètre : « ben c'est parce qu'il fallait que t'enlèves le 5 $ » (DVD, 2.6,15 :30). D'ailleurs, A est conscient qu'il oublie souvent de considérer le prix initial dans ses calculs : « j'oublie toujours de mettre le plus 5 » (DVD, 2.6, 15 :52).

3.3.1.3 Trouver le coût pour 2,5 Km à Québec

Pour trouver le coût pour 2,5 kilomètres, A a multiplié cette distance par 3 $/Km (le prix par kilomètre à Québec) en oubliant, encore une fois, d'ajouter la valeur du prix initial (5 $) à la fin de ses calculs (DVD, 2.6, 20 :08). Il est à noter qu'il avait écrit dans ses calculs « + 5 » sur sa feuille, mais qui ne l'a pas calculé à l'aide de la calculatrice (DVD, 2.6, 20 :17). À cette étape, A est conscient qu'il oublie souvent de prendre en considération le prix initial dans ses calculs et prend les moyens nécessaires pour ne plus l'oublier en se marquant la note personnelle suivante : « plus 5 n'oublie pas! » (DVD, 2.6, 21 :27). Il est vrai que, jusqu'à ce jour, l'équipe AF a travaillé dans leurs cours de mathématique sur des problèmes de proportionnalité. Ainsi, cet ajout du prix initial est nouveau pour eux.

3.3.1.4 Trouver le coût pour 5,8 Km à Québec

Les deux membres de l'équipe AF ont écrit les mêmes calculs soit : $3 \times 5,8 + 5$. Mais encore une fois et malgré le fait qu'il a écrit dans ses calculs qu'il faut ajouter le prix initial de 5 $, A a quand même oublié de l'ajouter (DVD, 2.6, 22 :02) à l'aide de sa calculatrice et cela, malgré sa note personnelle! J'en étais drôlement surpris.

3.3.1.5 Le passage à l'équation symbolique

Les deux membres de l'équipe ont écrit directement sous forme symbolique leur manière de faire permettant de trouver le coût pour une course en taxi à Québec. Ainsi, A dit : « J'ai écrit, parenthèse plus 5, ben, c'est pas vraiment utile, en tout cas, plus ben parenthèse 3 fois « d », le nombre de kilomètres parcourus » (DVD, 2.6, 23 :16). On peut remarquer que A s'est aperçu par lui-même que les parenthèses ne sont pas vraiment utiles dans l'équation.

3.3.1.6 Comparaison des 2 équations

Lorsque les deux membres de l'équipe AF avaient écrit les équations pour Montréal et Québec et que je leur ai demandé « [...] qu'est-ce qui en commun les deux équations? » (DVD, 2.6, 25 :08) que A a répondu : « ben c'est la même formule, mais c'est juste le prix par kilomètre qui change de un » (DVD, 2.6, 25 :10). On peut donc déduire qu'en plus d'avoir repéré les éléments différents des deux équations (le prix par kilomètre de 3 $ /Km pour Québec et de 4 $/ Km pour Montréal), A a même remarqué que la différence de prix entre ces deux valeurs était de 1 $. De plus, on peut aussi déduire que les valeurs de 3 et 4 dans les équations ont été associées à leur signification dans la situation soit, le prix par kilomètre et que les valeurs communes aux deux équations (le prix initial de 5 $) ont aussi été associées à leur signification dans la situation, le prix initial (DVD, 2.6, 25 :22).

3.3.1.7 Transformation géométrique reliant les deux droites

Lors de l'expérimentation de cette partie avec l'équipe MV, nous avions omis d'enlever le quadrillage vertical qui accentue la correspondance entre les points de même abscisse dans le graphique. Il faut noter qu'ici, nous n'avons pas oublié de leur faire enlever ce quadrillage (DVD, 2.6, 27 :05). Un des buts de cette recherche était d'observer si, le fait que les points de même abscisse soient de la même couleur, allait aider les élèves à voir la correspondance entre ces mêmes points et ce, sans un quadrillage vertical.

Dans un premier temps, lorsque j'ai demandé « [...] quelle transformation géométrique relierait les deux droites selon vous? » (DVD, 2.6, 27 :54) que rapidement, A a dit que « ça pourrait peut-être être une petite rotation. » (DVD, 2.6, 28 :00). Ainsi, A ne semble pas tout à fait certain de sa réponse, mais semble s'essayer puisque la formulation de la question sous-entend qu'une transformation relie les deux droites. Ainsi, A a montré que le point correspondant au point vert dans l'autre figure correspondait au point bleu de l'autre droite.

Voici les points reliés par A :

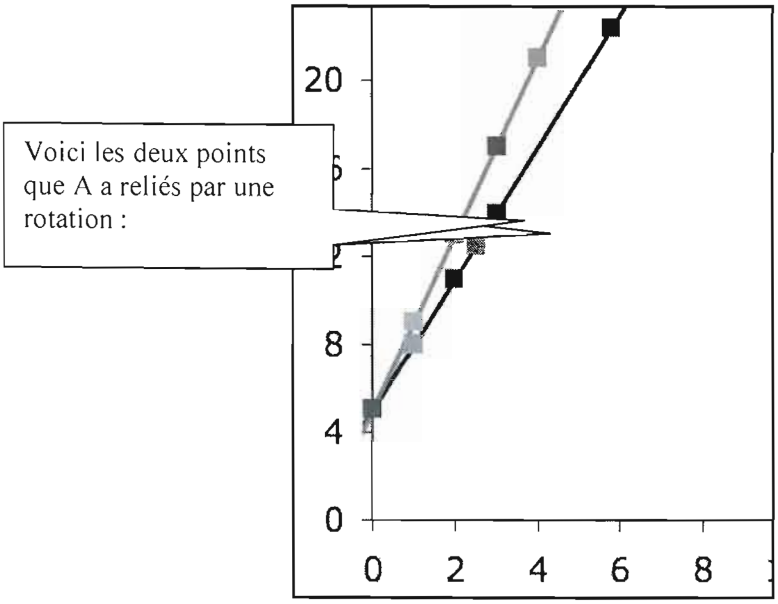


Figure 3.15 : Tirée de la version finale du logiciel (DVD, 2.4) avec ajout de la bulle rectangulaire

Ainsi, on remarque que les couleurs semblables pour les points de même abscisse n'a pas influencé la réponse de A puisqu'il a relié deux points de couleurs différentes pour montrer la rotation du point vert. En d'autres mots, A semble observer les deux droites en général et non pas les points de même abscisse dans les deux droites.

Par la suite, A ajoute que la rotation ne pourrait pas fonctionner pour le point bleu pâle. A dit : « ben ce point-là je pense qui arriverait quasiment par-dessus, mais pour le point suivant, ça marcherait pas, ça arriverait là » (DVD, 2.6, 29 :56). Voici ce que A me montrait :

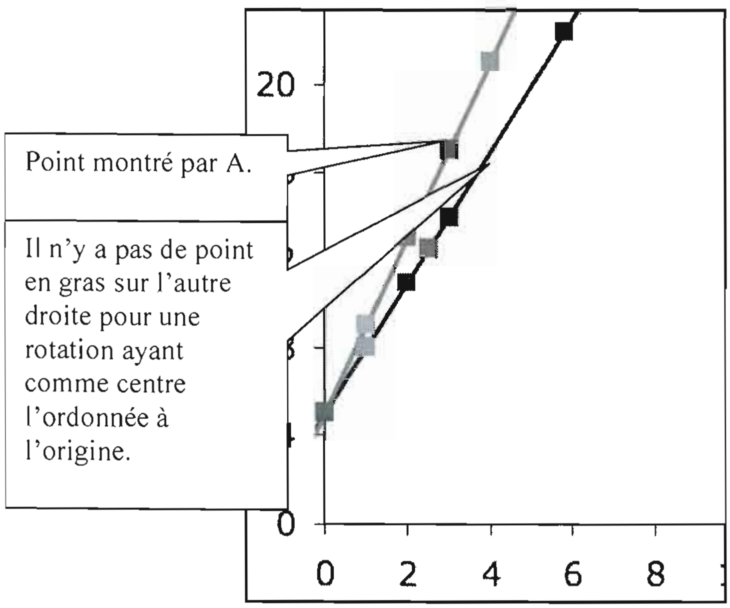


Figure 3.16 : Tirée de la version finale du logiciel 2A (DVD, 2.4) avec ajout de la bulle rectangulaire

Ainsi, il est selon A impossible de relier ce point par une rotation à un point déjà gras dans le graphique puisqu'il n'y en a pas à l'endroit où l'on devrait retrouver ce point[59]. Peut-être que A ne considère pas qu'une droite est composée d'une infinité de points. Ça resterait à vérifier.

Comme pour l'équipe MV, la présence de couleurs semblables pour les points de même abscisse ne semble pas avoir freiné l'impression de l'équipe AF qu'une rotation relie les deux droites. Par contre, connaissant seulement les transformations géométriques de base (translation, rotation, homothétie, symétrie et symétrie glissée), il est naturel de choisir celle qui, logiquement, pourrait relier les deux droites, soit la rotation. D'ailleurs, la dilatation verticale n'est pas une transformation géométrique apprise et connue par les élèves de troisième secondaire.

[59] En considérant que A fait une rotation ayant pour centre l'ordonnée à l'origine des deux droites.

3.3.2 COMPRÉHENSION ET UTILISATION DU LOGICIEL (QUEBEC_MONTREAL)

3.3.2.1 REPÉRER LES POINTS DANS LE GRAPHIQUE

Comme pour la première partie de mon expérimentation, l'équipe AF n'a eu aucune difficulté à repérer les points dans le graphique[60].

3.3.2.2 CORRECTION PAR LA TABLE DE VALEURS (☺ ET ☹) ET LE GRAPHIQUE

Comme pour la première partie, l'équipe AF vérifiait leur réponse à l'aide du logiciel et recevait une réponse instantanée. Par contre, l'équipe AF attendait souvent qu'on lui suggère de vérifier ses réponses pour le faire[61]. Ce comportement pourrait s'expliquer par le fait que nous avions prévu de les faire travailler individuellement et qu'ils devaient écrire leurs calculs et leurs réponses sur leur feuille avant de pouvoir l'essayer sur le logiciel.

3.3.3 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Voir l'analyse de cette partie 2A (Analyse, chap. 3.3, p. 123) de l'expérimentation pour l'équipe MV.

---

[60] Voir (DVD, 2.6, 2 :54) ou encore (DVD, 2.6, 4 :04)

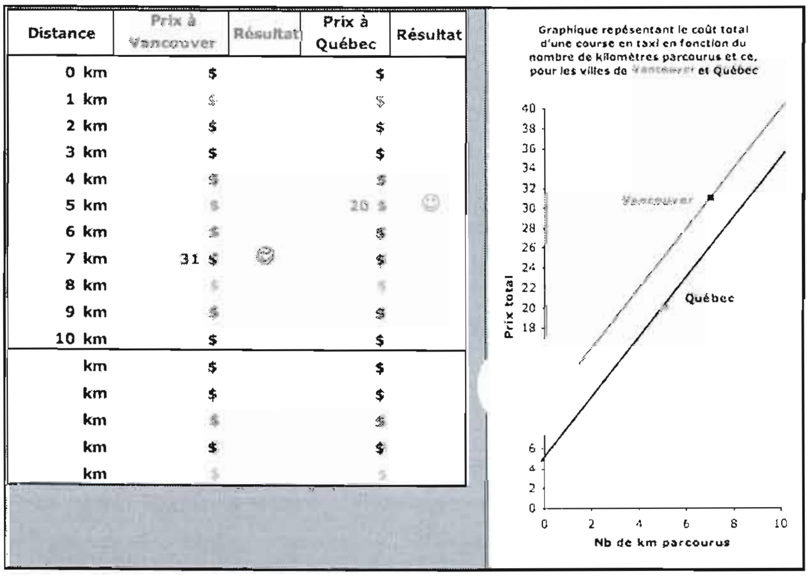
[61] Voir (DVD, 2.6, 15 :53), (DVD, 2.6, 19 :22) et (DVD, 2.6, 21 :38) pour des exemples montrant que je devais leur suggérer d'utiliser le logiciel pour vérifier leur réponse.

3.4 ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉQUIPE MV POUR LA DEUXIÈME PARTIE (2B)

L'analyse qui suit porte sur la deuxième partie de mon expérimentation. Cette deuxième partie se divise en deux phases (A et B). Cette analyse portera sur la deuxième phase (2B). Les questions et le format du logiciel des deux phases (A et B) étant assez semblables, l'équipe MV a déjà une bonne expérience avec ce type d'activité. L'activité consiste à comparer et à observer deux droites ayant le même prix par kilomètre et un prix initial différent. En conséquence, les deux droites dans le graphique sont parallèles.

3.4.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

Comme pour la première partie, l'équipe MV devait dire pour quelle ville le prix est le moins cher (Voir DVD, 2.11, p. 2, q. 1). Dans un premier temps, V a comparé les prix pour les deux distances données dans la table de valeurs (DVD, 2.17, 3 :38) soit 31 $ et 20 $ sans prendre en considération les distances unissant chacune.



Distance	Prix à Vancouver	Résultat	Prix à Québec	Résultat
0 km	$		$	
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		20 $	☺
6 km	$		$	
7 km	31 $	☺	$	
8 km	$		$	
9 km	$		$	
10 km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	

Figure 3.17 : Table de valeurs et graphique tirés du logiciel Excel (2B) à son état initial (DVD, 2.13)

Comme je lui ai fait remarqué, V a comparé le prix pour deux distances différentes : « [...] j'avais vu des points et vu que c'était plus cher à Vancouver. » (DVD, 2.17, 7 :23). Par la suite, M a voulu comparer les prix pour une même distance, soit de 7 kilomètres. Se souvenant des valeurs du prix initial (5 $) et du prix par kilomètre (3 $ par kilomètre) de Québec, elle a ainsi trouvé que « pour me rendre à 7 kilomètres à partir de Québec, ça fait 26 $ et pour Vancouver, 31 » (DVD, 2.17, 4 :31). Alors, il en coûte plus cher à Vancouver pour une même distance.

Par contre, lorsque je lui ai demandé s'il est toujours plus cher de prendre le taxi à Vancouver (DVD, 2.17, 4 :45), M avait beaucoup de difficulté à expliquer pourquoi c'était le cas même si elle semblait sûre que c'était toujours le cas[62].

Encore uns fois, le quadrillage vertical permettra de mieux visualiser les écarts de prix entre les deux villes pour des mêmes distances. D'ailleurs, ce quadrillage a permis à l'équipe MV de comparer les prix pour 2, 4, 6 et 8 kilomètres. C'est V qui a alors affirmé, à la suite de ses observations, que « C'est toujours les mêmes » (DVD, 2.17, 6 :08) en parlant des écarts. Notons, qu'on aurait pu aussi constater que cet énoncé est vrai pour 0 kilomètre. Contrairement à la première phase de la deuxième partie (2A), V a généralisé cette affirmation pour tout le graphique et non seulement, pour les valeurs supérieures à 2[63].

3.4.1.1 PASSAGE ENTRE L'ÉQUATION DE QUÉBEC ET LA TABLE DE VALEURS

Après un retour sur les valeurs du prix par kilomètre (3 $ par kilomètre) et du prix initial (5 $) à Québec, V a trouvé les prix pour des distances de 0 et 1 kilomètre en utilisant ces valeurs. Par exemple, pour trouver le prix pour 1 kilomètre, V dit « ben tu fais 5 plus 3 » (DVD, 2.17, 8 :55). C'est pour trouver le prix pour 2 kilomètres que M est venu aider V en lui disant d'« ajouter 3 » (DVD, 2.17, 9 :16) au prix pour 1 kilomètre « Parce que 3 c'est le prix par kilomètre, par un kilomètre » (DVD, 2.17, 9 :17). Ainsi, M reprend sa stratégie de la dernière fois (Voir analyse 3.3, p. 121), qui permet plus rapidement de trouver les prix pour des distances entières consécutives (dans ce cas-ci, de 0 à 10 kilomètres)

---

[62] Dans un premier temps, M explique que c'est toujours plus cher à Vancouver car : « Ben parce que à Québec, ça reste que c'est 3 $ par kilomètre. » (DVD, 2.17, 4 :58) Peut-être qu'elle voulait comparer les prix par kilomètre des deux villes, mais elle ne voulait pas s'avancer sur la valeur du prix par kilomètre pour Vancouver.Par la suite, M dit : « pis là, on est rendu à 7 kilomètres pis c'est moins cher pis j'sais pas... » (DVD, 2.17, 5 :04)

[63] Pour la première phase de la deuxième partie (2A), V avait mentionné que « à partir de 2, ben ça augmente » (DVD, 2.17, 6 :43) en parlant des écarts entre les deux villes. Ainsi, elle n'avait pas généralisé sa constatation pour les distances inférieures à 2 kilomètres.

3.4.1.2 TROUVER LE PRIX INITIAL POUR VANCOUVER

C'est à la deuxième question (Voir DVD, 2.11, p. 2, q. 2) de cette partie que l'équipe MV devait trouver le prix initial pour Vancouver sachant que 7 kilomètres coûtent 31 $ et que le prix par kilomètre est le même que celui pour Québec (3 $ par kilomètre).

Distance	Prix à Vancouver	Résultat	Prix à Québec	Résultat
0 km	$		$	
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		20 $	☺
6 km	$		$	
7 km	31 $	☺	$	
8 km				
9 km	$		$	
10 km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km				

Figure 3.18 : Table de valeurs tirée du logiciel Excel (2B) à son état initial (DVD, 2.13)

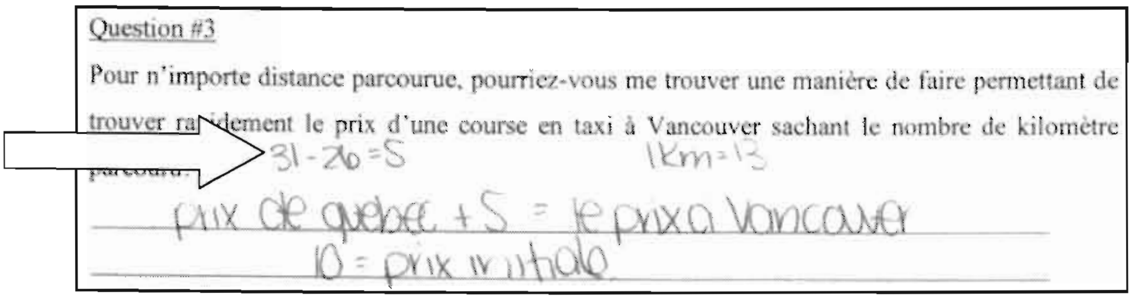
La première stratégie de V fut de diviser 31 par 7. Lorsque nous lui avons demandé qu'est-ce qu'elle allait trouver avec ce calcul (DVD, 2.17, 12 :18), V a répondu qu'elle trouverait « le prix initial ou le prix par kilomètre » (DVD, 2.17, 12 :20). C'est suite à sa réponse que V a compris que son raisonnement n'était pas adéquat car elle ne savait même pas ce qu'elle allait trouver. Il aurait été intéressant qu'on lui demande quand même de vérifier sa réponse à l'aide du logiciel, ce que j'ai omis de faire[64]. Pour une deuxième fois dans cette partie, V utilise les données fournies dans le logiciel pour répondre à la question sans savoir où ça peut l'amener. Peut-être que V a cette fâcheuse habitude d'utiliser les données sous ses yeux pour effectuer ses calculs ou encore, le concept de prix initial n'est pas clair car elle ne considère pas le prix initial dans ses calculs. S'il n'y avait pas eu de prix initial, il est vrai que le calcul de « 31 divisé par 7 » aurait permis de trouver le prix par kilomètre. D'ailleurs, nous lui avons ensuite demandé de relire (DVD, 2.17, 12 :24) la

[64] Puisqu'elle ne savait pas ce que représentait le résultat de ses calculs, nous ne voyions pas où elle aurait pu écrire cette valeur.

question pour mettre en évidence le fait que nous connaissons la valeur du prix par kilomètre pour Vancouver (3 $ par kilomètre).

Par la suite, connaissant la valeur du prix par kilomètre (3 $ par kilomètre) et qu'une distance de 7 kilomètres coûte 31 $ à Vancouver, V a trouvé le prix pour 6 kilomètres en soustrayant 3 $ de 31 (DVD, 2.17, 15 :25) et ainsi de suite pour 5, 4, 3, 2, 1, et 0 kilomètre.

Pendant ce temps, M avait inscrit comme prix 13 $ pour une distance de 1 kilomètre (DVD, 2.17, 14 :05). Plus tard, M a expliqué qu'elle avait comparé le prix pour les deux villes pour une distance de 7 kilomètre « [...] pis y'avait une différence de 5 $ » (DVD, 2.17, 16 :33). On peut d'ailleurs observer ce calcul à la question 3 de son document.



Question #3

Pour n'importe distance parcourue, pourriez-vous me trouver une manière de faire permettant de trouver rapidement le prix d'une course en taxi à Vancouver sachant le nombre de kilomètre parcouru.

31 - 26 = 5 1km = 13

prix de quebec + 5 = le prix a Vancouver

10 = prix initiale

Figure 3.19 : Tirée du document de M (DVD, 2.20, p. 1) avec ajout de la flèche montrant le calcul de M

Ainsi, elle savait qu'il fallait simplement ajouter 5 au prix de Québec pour obtenir le prix de Vancouver. D'ailleurs, elle avait déjà écrit cette constatation à la question 3 du questionnaire avant même que je sois rendue à cette partie. Elle a ensuite trouvé le prix initial pour Vancouver de la même façon; elle a ajouté 5 $ au prix initial de 5 $ de Québec pour trouver le prix initial à Vancouver (10 $).

3.4.1.3 LE PASSAGE À LA DESCRIPTION GÉNÉRALE EN MOTS

Les manières de faire en mots des deux membres de l'équipe MV sont différentes et reflètent les raisonnements de chacune utilisés aux questions précédentes.

Question #3 7

Pour n'importe distance parcourue, pourriez-vous me trouver une manière de faire permettant de trouver rapidement le prix d'une course en taxi à Vancouver sachant le nombre de kilomètre parcouru?

(nbKm·3)+10= prix total vancouve

(nb/Km·3)+5=prix total Quebec

Figure 3.20 : Tirée du document de V (DVD, 2.20, p. 2)

De son côté, V a utilisé les valeurs du prix initial (10 \$) et du prix par kilomètre (3 \$ par kilomètre) trouvées à la question précédente pour écrire sa manière de faire en mots contrairement aux deux parties précédentes de l'expérimentation. Aux parties 1 et 2A de l'expérimentation, V n'utilisait pas les valeurs des paramètres pour écrire ses manières de faire. De plus, au lieu d'écrire les opérations en mots, elle les écrit à l'aide des symboles appropriés.

De son côté, la manière de faire en mots de M reflète son raisonnement utilisé pour trouver le prix initial pour Vancouver.

Question #3

Pour n'importe distance parcourue, pourriez-vous me trouver une manière de faire permettant de trouver rapidement le prix d'une course en taxi à Vancouver sachant le nombre de kilomètre parcouru? 31-26=5 1Km=13

prix de quebec + 5 = le prix a Vancouver

10 = prix initiale

Figure 3.21 : Tirée du document de M (DVD, 2.20, p. 1)

Ainsi, M écrit sa manière de faire en sachant qu'il en coûte toujours 5 \$ de plus à Vancouver qu'à Québec peu importe la distance parcourue.

3.4.1.4 LE PASSAGE À L'ÉQUATION *SYMBOLIQUE*

L'équipe MV a écrit son équation symbolique selon sa manière de faire en mots de départ. Ainsi, V a tout simplement remplacé « nb de kilomètres » par « d » et le « prix total » par « C ». De son côté, M utilise sa manière de faire en mots trouvé à la question précédente. Ainsi, M mentionne « [...] que ça serait le prix de Québec plus 5 » (DVD, 2.17, 19 :07).

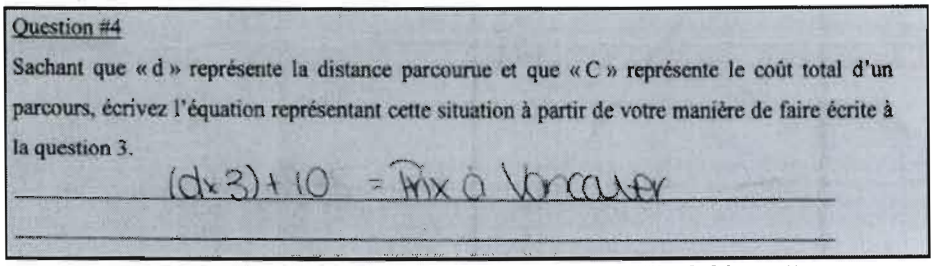

Question #4
Sachant que « d » représente la distance parcourue et que « C » représente le coût total d'un parcours, écrivez l'équation représentant cette situation à partir de votre manière de faire écrite à la question 3.
(d×3)+10 = Prix à Vancouver

Figure 3.22 : Tirée du document de M (DVD, 2.20, p. 1)

De cette façon, elle se rappelle que pour trouver le prix à Québec, « c'est la distance fois 3 » (DVD, 2.17, 19 :19) « plus 5 » (DVD, 2.17, 19 :39) et qu'il faut ensuite faire une seconde fois « plus 5 » (DVD, 2.17, 19 :50) pour trouver le prix d'une course en taxi à Vancouver. En observant attentivement la feuille de M ci-haut, on peut observer qu'elle a effacé les « + 5 + 5 » qu'elle a remplacé par un « +10 ».

Ainsi les deux manières de faire de l'équipe MV mènent à la même équation. Ces deux manières de faire sont excellentes et équivalentes.

3.4.1.5 COMPARAISON DES 2 ÉQUATIONS

Comme pour la première phase de cette deuxième partie (2A), l'équipe MV a repéré rapidement les éléments identiques et différents des deux équations en les associant directement à leur rôle soit le prix par kilomètre et le prix initial[65].

3.4.1.6 TRANSFORMATION GÉOMÉTRIQUE RELIANT LES DEUX DROITES

J'avais prévu, pour cette partie, que la présence de couleur semblable pour les points de même abscisse aurait accentué le lien entre ces derniers et qu'ainsi, la translation verticale aurait été plus évidente pour l'équipe MV. Goldenberg (1988) avait d'ailleurs suggéré dans son article de mettre en évidence les points de même abscisse pensant que ça pourrait aider les élèves à constater la translation verticale (Voir problématique, ch. 1, p. 15). En contrepartie, l'équipe MV est d'accord sur le fait que la transformation reliant les deux

---

[65] Lorsque j'ai demandé à l'équipe MV « [...] c'est quoi qui ont de pareils les deux équations? » (DVD, 2.17, 22 :31), une des deux a répondu « Ben que c'est 3 $ par kilomètre » (DVD, 2.17, 22 :39). Par la suite, quand je leur ai demandé « [...] qu'est-ce qu'ils ont de différents? » (DVD, 2.17, 22 :40) une des deux filles a répondu que c'était « le prix initial » DVD, 2.17, 22 :45).

droites est une translation oblique et non verticale. Ainsi, la direction de la translation montrée par une des deux filles est la suivante (DVD, 2.17, 23 :38) :

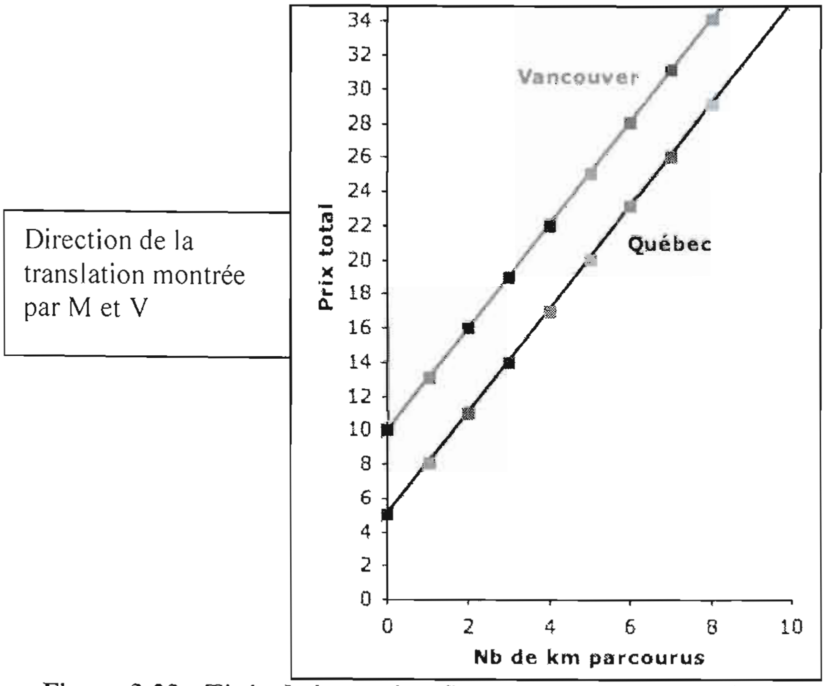


Figure 3.23 : Tirée de la version finale du logiciel Excel (DVD, 2.15) avec ajout de la bulle rectangulaire et de la flèche

Un peu plus tard, M me montre une seconde fois une translation oblique (DVD, 2.17, 24 :06), mais cette fois-ci, elle relie les points (5, 20) à (4, 22) croyant peut-être que la flèche de translation doit relier deux points en gras des droites. Il est à noter que normalement, il aurait fallu demander aux filles d'enlever le quadrillage vertical pour ne pas influencer leur réponse. Malgré cet oubli, les filles n'ont pas vu de translation verticale entre les deux droites. Ainsi, la suggestion de Goldenberg (1988) ne s'est pas avérée utile pour l'équipe MV.

C'est lorsque j'ai demandé à M pourquoi la translation ne pouvait pas être horizontale ou verticale (DVD, 2.17, 24 :33) qu'elle a répondu qu' « [...] une translation faut qu'y aille des parallèles » à la flèche de translation. Dans leur cours de mathématique, elles ont appris que pour faire les parallèles à la flèche de translation (v_1), il faut premièrement faire une droite perpendiculaire (d_1) à la flèche de translation et faire à nouveau des droites perpendiculaires (d_2) à cette dernière passant par les points de la figure à translater.

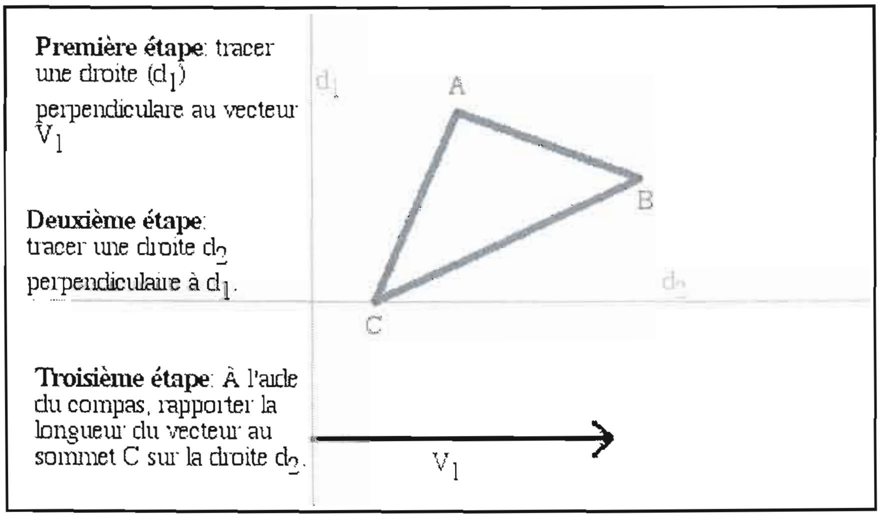


Figure 3.24 : Construction pour effectuer une translation selon l'enseignant de mathématique de l'équipe MV

Peut-être que l'équipe MV confondait les éléments suivants :

- les deux droites de Québec et Vancouver avec une droite parallèle au vecteur de translation (d_2 dans l'image ci-haut) et au vecteur lui-même (V_1 dans l'image ci-haut);
- le vecteur de translation oblique montré par l'équipe MV avec la première droite perpendiculaire (d_1 dans l'image ci-haut) au vecteur de translation tracé au début de la construction.

Dans le but de leur faire voir la translation verticale entre les deux droites, je leur ai montré le point représentant le coût pour 4 kilomètres à Québec et je leur ai demandé de me montrer le coût pour 4 kilomètres à Vancouver (DVD, 2.17, 26 :04). Il aurait été intéressant de leur redemander quelle est la direction de la translation à la suite de cette observation. Malheureusement, j'ai trop rapidement conclu la discussion (DVD, 2.17, 26 :36) sur la translation (reliant les deux droites serait une translation verticale puisque, dans la situation du taxi, les points de même abscisse sont alignés verticalement). Ainsi, j'aurais pu leur demander l'image d'une droite oblique si le vecteur de translation est vertical. De cette façon, j'aurais pu vérifier, entre autres, si les filles croyaient que le vecteur de translation devait absolument être parallèle à l'objet et, ou l'image.

3.4.2 COMPRÉHENSION ET UTILISATION DU LOGICIEL 2B

Puisque le logiciel était très semblable aux parties précédentes, les filles n'ont eu aucune difficulté à l'utiliser. Elles vérifiaient leur valeur sur le logiciel facilement. Ainsi, elles avaient une réponse très rapide de la part du logiciel.

3.4.3 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Pour cette deuxième phase de la deuxième partie (2B), j'ai omis d'écrire les noms des villes à côté des droites dans le graphique.

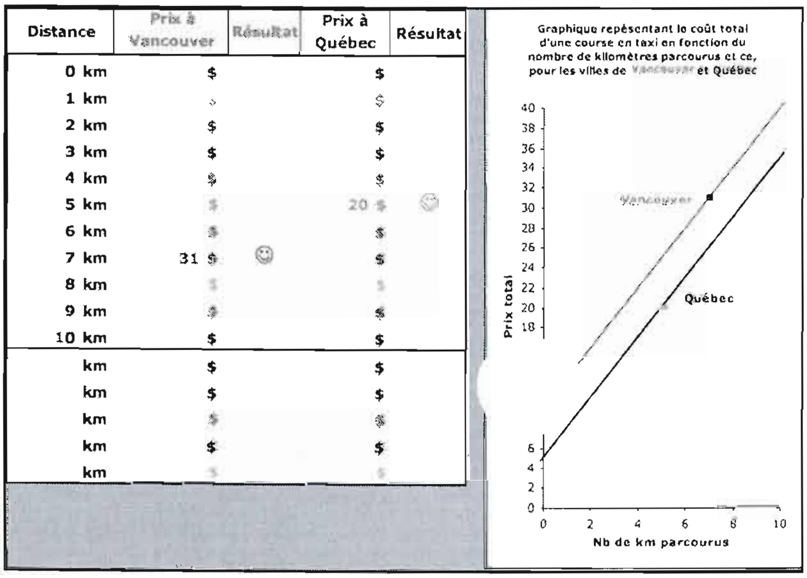
De plus, le logiciel permet de vérifier que le prix initial trouvé à la question 2 (DVD, 2.11, p. 2, q. 2) est bon dans la table de valeurs. Il aurait été intéressant que les élèves puissent aussi vérifier cette valeur dans le logiciel en observant l'ordonnée à l'origine de la droite correspondante. Ainsi, quand ces derniers auraient trouvé la bonne valeur du prix initial et qu'elle serait correctement écrite dans la table de valeurs, le rond cachant une partie du graphique pourrait disparaître pour observer aussi la valeur du prix initial à Vancouver dans le graphique. En outre, lors de la dernière question, les élèves pourraient avoir le graphique en entier à leur disposition pour observer quelle transformation géométrique relie les deux droites.

3.5 Analyse des résultats de l'équipe AF pour la deuxième partie (2B)

L'analyse qui suit porte sur la deuxième partie de l'expérimentation. Cette analyse portera sur la deuxième phase de cette partie (2B). Comme pour l'équipe MV, l'équipe AF avait pour tâche de comparer et d'observer deux droites ayant le même prix par kilomètre et un prix initial différent.

3.5.1 Compréhension de la situation

Comme pour la première partie, l'équipe AF devait dire pour quelle ville le prix est le moins cher (DVD, 2.11, p. 2, q. 1). L'équipe avait sous les yeux la situation en papier et ce qui suit sur l'écran d'ordinateur :



Distance	Prix à Vancouver	Résultat	Prix à Québec	Résultat
0 km	$		$	
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		20 $	☺
6 km	$		$	
7 km	31 $	☺	$	
8 km	$		$	
9 km	$		$	
10 km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	

Figure 3.25 : Table de valeurs et graphique tirés du logiciel Excel (2B) à son état initial (DVD, 2.13)

Dans un premier temps, même si on ne peut pas voir une partie de la droite de Vancouver, F a observé qu'il est plus cher de prendre le taxi à Vancouver à partir du graphique[66]. Ainsi, sachant « [...] que le prix par kilomètre c'est le même » (DVD, 2.16, 3 :12) pour les deux villes suite à la lecture de la situation et ayant déduit qu'il est plus cher de prendre le taxi à Vancouver, F a conclu que, nécessairement, « Ben c'est le prix initial, y'é plus cher » (DVD, 2.16, 3 :24). F ajoute que « Ben parce que si c'est pas le prix par kilomètre, ça va être le prix initial » (DVD, 2.16, 3 :30). Donc, F comprend que le prix par kilomètre et le prix initial sont les deux paramètres pouvant modifier le calcul du prix d'une course en taxi et qu'ils sont en relation.

F a déduit qu'il était plus cher de prendre le taxi à Vancouver en observant les deux droites dans le graphique. Par contre, il avait de la difficulté à expliquer pourquoi et où exactement dans le graphique il avait observé qu'il était plus cher de prendre le taxi à Vancouver. Ainsi, l'observation des écarts entre les deux villes à l'aide du quadrillage vertical pour 2, 4 et 6 kilomètres a permis à A de constater que, pour ces distances, il est plus cher de prendre le taxi et que cette différence de prix est « toujours la même » (DVD, 2.16, 6:17) après l'avoir soumis à un questionnement fortement orienté.

3.5.1.1 Passage entre l'équation de Québec et la table de valeurs

Après un retour sur les valeurs du prix par kilomètre (3 \$ par kilomètre) et du prix initial (5 \$) à Québec, l'équipe AF devait compléter la table de valeurs pour Québec. L'équipe AF utilise la valeur du prix par kilomètre pour trouver les coûts pour des distances de 1 à 10 kilomètres en ajoutant 3 \$ pour chaque kilomètre additionnel. Pour commencer, sachant que le prix initial est de 5 \$, l'équipe AF a ajouté 4 \$ à ce montant pour trouver le coût pour une distance de 1 kilomètre et ainsi de suite pour les distances suivantes. Donc, l'équipe AF n'utilise pas l'équation pour trouver le coût relié à chaque distance mais seulement la valeur du prix par kilomètre. Cette dernière méthode est d'ailleurs rapide et efficace.

Plus tard dans l'expérimentation, lorsque l'équipe AF avait trouvé l'équation représentant le prix à Vancouver, elle a utilisé la même stratégie. À l'aide de la valeur du prix

[66] Lorsque j'ai demandé à F pourquoi il est « [...] nécessairement plus cher à Vancouver » (DVD, 2.16, 3 :44) de prendre le taxi, que F a dit : « Ben c'est les deux droites, droites » (DVD, 2.16, 3 :50) et qu'il pointe les deux droites du graphique.

par kilomètre (3 $ par kilomètre), l'équipe AF a ajouté 3 $ pour chaque kilomètre additionnel (DVD, 2.16, 16 :37).

3.5.1.2 TROUVER LE PRIX INITIAL POUR VANCOUVER

C'est à la deuxième question (DVD, 2.11, p. 2, q. 2) de cette partie que l'équipe AF devait trouver le prix initial pour Vancouver sachant que 7 kilomètres coûtent 31 $ et que le prix par kilomètre est le même que celui pour Québec (3 $ par kilomètre).

Distance	Prix à Vancouver	Résultat	Prix à Québec	Résultat
0 km	$		$	
1 km	$		$	
2 km	$		$	
3 km	$		$	
4 km	$		$	
5 km	$		20 $	☺
6 km	$		$	
7 km	31 $	☺	$	
8 km	$		$	
9 km	$		$	
10 km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km	$		$	
km			$	

Figure 3.26 : Table de valeurs tirée du logiciel Excel (2B) à son état initial (DVD, 2.13)

Pour réaliser ce projet, F a tout d'abord utilisé les valeurs pour Vancouver fournies dans la table de valeurs[67] soit 7 kilomètres coûtent 31 $. Sachant, pour Vancouver, « que c'est le même prix par kilomètre qu'à Québec, c'est 3 $ par kilomètre » (DVD, 2.16, 12 :38), F a trouvé combien coûte une distance de 7 kilomètres sans la valeur du prix initial en faisant « [...] 3 fois 7 kilomètres, et ça donne 21, pis là on a juste à enlever le 21 au total de 31 $ » (DVD, 2.16, 12 :47). En d'autres mots, F sait qu'un parcours de 7 kilomètres à Vancouver coûte 31 $. Alors, la différence de prix permet de trouver la valeur du prix initial (31 $ - 21 $ = 10 $). La résolution de F est tout à fait adéquate.

[67] « Ben moi j'ai juste pris l'exemple du début que 7 kilomètres coûtent 31 $ » (DVD, 2.16, 12 :29)

De son côté, A a écrit sur sa feuille :

> **Questions #2**
>
> Tu dois maintenant trouver le prix initial de Vancouver. N'oublie pas de vérifier ta réponse dans la table de valeurs.
>
> $\boxed{10}$
>
> 7 [illegible] 31 \$ 7x3 = 21 [illegible] 10 \$

Figure 3.27 : Tirée du document de A (DVD, 2.21, p. 3)

On peut remarquer que A a fait les mêmes calculs que F. Par contre, sa soustraction n'est pas écrite, mais on peut supposer qu'il l'a faite mentalement et qu'il a ensuite écrit sa réponse sur la feuille.

3.5.1.3 LE PASSAGE À LA DESCRIPTION GÉNÉRALE SYMBOLIQUE

Puisqu'à la partie précédente de l'expérimentation, les membres de l'équipe AF écrivaient directement leur manière de faire sous forme d'équation, je leur ai suggéré de passer la question trois en leur demandant d'écrire leur manière de faire en mots (DVD, 2.16, 13 :35).

Voici les deux manières de faire de l'équipe AF :

> **Question #4**
>
> Sachant que « d » représente la distance parcourue et que « C » représente le coût total d'un parcours, écrivez l'équation représentant cette situation à partir de votre manière de faire écrite à la question 3.
>
> 10 + (D x 3) = C

Figure 3.28 : Tirée du document de A (DVD, 2.21, p. 3)

> **Question #4**
>
> Sachant que « d » représente la distance parcourue et que « C » représente le coût total d'un parcours, écrivez l'équation représentant cette situation à partir de votre manière de faire écrite à la question 3.
>
> C = 10 + (D x 3)

Figure 3.29 : Tirée du document de F (DVD, 2.21, p. 6)

En observant les équations des deux membres de l'équipe AF, on peut remarquer que ces derniers n'ont eu aucune difficulté à trouver directement les équations symboliquement.

3.5.1.4 COMPARAISON DES 2 ÉQUATIONS

Comme pour la partie 2A de l'expérimentation, l'équipe AF associe les éléments semblables (les « 3 » présents dans les deux équations) à leur signification dans la situation, soit le prix par kilomètre. Dans un même ordre d'idée, les éléments différents, soit le 5 et le 10, ont aussi été associés à leur signification dans la situation, soit le prix initial.

3.5.1.5 TRANSFORMATION GÉOMÉTRIQUE RELIANT LES DEUX DROITES

Comme nous l'avons mentionné dans l'analyse de cette partie (2B) pour l'équipe MV, nous avions prévu, pour cette partie, que la présence de couleurs semblables pour les points de même abscisse aurait accentué le lien entre ces derniers et qu'ainsi, la translation verticale aurait été plus évidente pour l'équipe AF (Voir problématique, ch. 1, p. 15).

Même avec cette accentuation, A a montré la translation (DVD, 2.16, 17 :30) suivante :

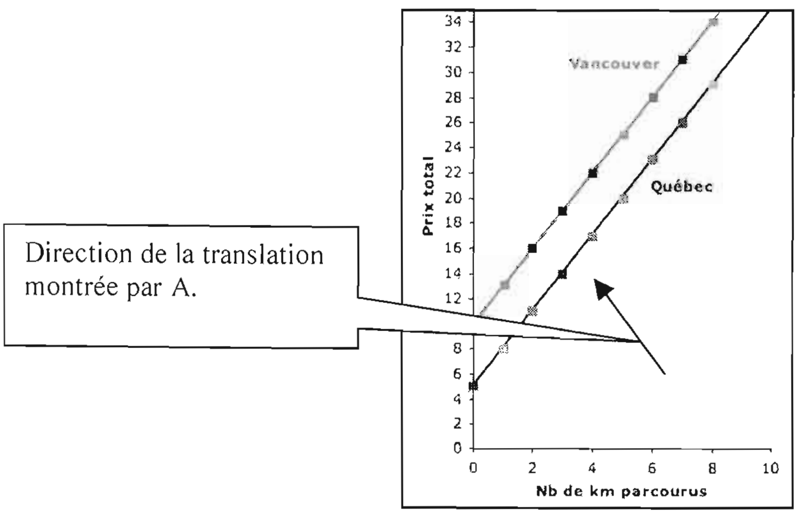


Figure 3.30 : Tirée de la version finale du logiciel Excel utilisé par l'équipe AF avec ajout de l'axe de symétrie et de la bulle rectangulaire (DVD, 2.14)

Comme pour l'équipe MV, A me montre une translation oblique. On peut alors supposer, encore une fois, que les couleurs de même abscisse pour les points de même abscisse ne semblent pas l'avoir aidé à remarquer une translation verticale. Encore une fois, la translation oblique est sa première intuition et cette réponse est tout à fait vraie si nous ne sommes pas en présence du contexte du taxi.

De son côté, F a plutôt pensé qu'une symétrie (DVD, 2.16, 17 :13) pouvait être la transformation géométrique reliant les deux droites.

Voici la position de l'axe de symétrie de F (DVD, 2.16, 17 :18):

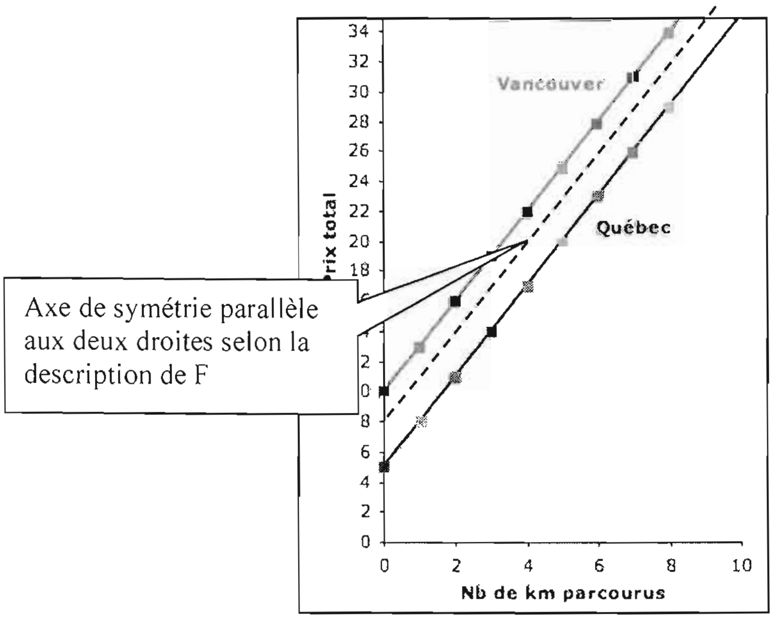


Figure 3.31 : Tirée de la version finale du logiciel Excel utilisé par l'équipe AF (DVD, 2.14) avec ajout de l'axe de symétrie et de la bulle rectangulaire

F a même ajouté plus tard que le prix initial de cet axe de symétrie[68], « [...] ça serait 7,5 » (DVD, 2.16, 18 :20) et que le prix par kilomètre serait le même que celui des droites : « Ah le prix par kilomètre ça serait quand même 3 $ » (DVD, 2.16, 18 :28). Ainsi, F comprend tout à fait qu'une même valeur de prix par kilomètre engendre des droites parallèles. De plus, sachant que l'axe de réflexion se trouve exactement au milieu des deux droites, il a même déduit que l'ordonnée à l'origine (le prix initial) serait au milieu de l'ordonnée à l'origine de Québec (5 $) et de Vancouver (10 $), soit de 7,50 $. De ce fait, F est

[68] Si on considère cet axe comme une droite représentant la situation du taxi.

capable de décrire les valeurs des paramètres de la droite représentant l'axe de symétrie, ce qui démontre une bonne compréhension de leur rôle.

Si nous prenons seulement en considération les deux droites et non la situation du taxi, la réponse de F et de A sont tout à fait valable. D'ailleurs, on peut remarquer que selon la symétrie montrée par F, les points de même abscisse sont de couleurs différentes. Ainsi, cette différence de couleur ne semble pas avoir influencé le choix de F.

3.5.2 COMPRÉHENSION ET UTILISATION DU LOGICIEL (QUEBEC_MONTREAL)

Puisque le logiciel était très semblable aux parties précédentes, l'équipe AF n'a eu aucune difficulté à l'utiliser. Par contre, je devais leur demander de vérifier leur réponse pour l'utiliser[69]. Probablement que sans ma présence, ces derniers auraient été moins gênés de vérifier leurs réponses et que leur avoir demandé de travailler individuellement les a sûrement poussés à se concentrer davantage sur leur feuille. Il aurait fallu prévoir et laisser des occasions pour discuter ensemble et observer par la suite leur utilisation du logiciel.

3.5.3 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Voir l'analyse de cette partie 2B (Analyse, chap. 3.5, p. 140) de l'expérimentation pour l'équipe MV.

[69] Voir par exemple (DVD, 2.16, 13 :08).

3.6 Analyse des résultats de l'équipe MV pour la troisième partie

L'analyse qui suit porte sur la troisième partie de l'expérimentation. Cette partie, se voulant initialement un jeu, consiste à trouver la valeur du prix par kilomètre et, ou encore du prix initial connaissant le coût pour une distance parcourue par notre touriste dans une ville du monde (valeurs en rose fournies dans la table de valeurs). Ainsi, pour le premier niveau du logiciel, le prix par kilomètre ou le prix initial est déjà déterminé et l'élève doit déterminer l'autre valeur qui est cachée. D'autre part, le deuxième niveau est celui pour lequel les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre sont à déterminer par l'élève de façon à ce que le nombre de kilomètres indiqués dans la table de valeurs (en rose) coûte le prix correspondant.

Voici ce que les élèves avaient sous les yeux, au départ, pour la troisième partie de l'expérimentation :

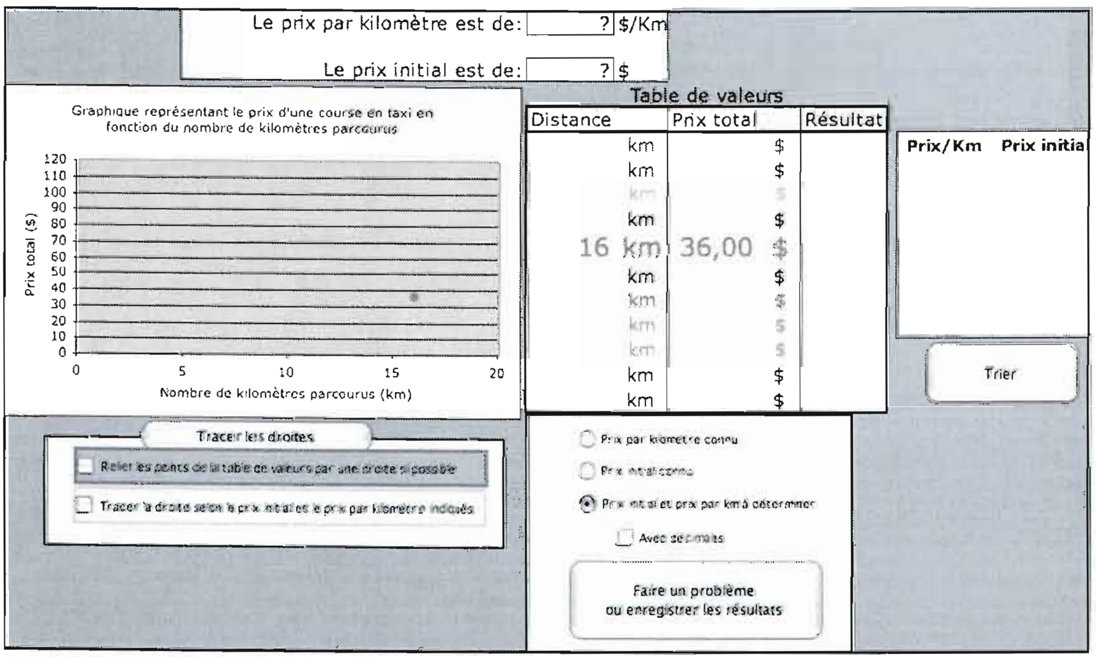


Figure 3.32 : Logiciel Excel à son état initial (DVD, 3.3)

L'analyse qui suit portera sur l'utilisation, par l'équipe MV, de ce logiciel. D'ailleurs, ce logiciel se voulait très visuel en présentant sur une même fenêtre, trois modes de représentation soit, la situation en mots, le graphique et la table de valeurs. Reste à voir si la présence de ces trois modes de représentation ont été utiles pour l'équipe MV.

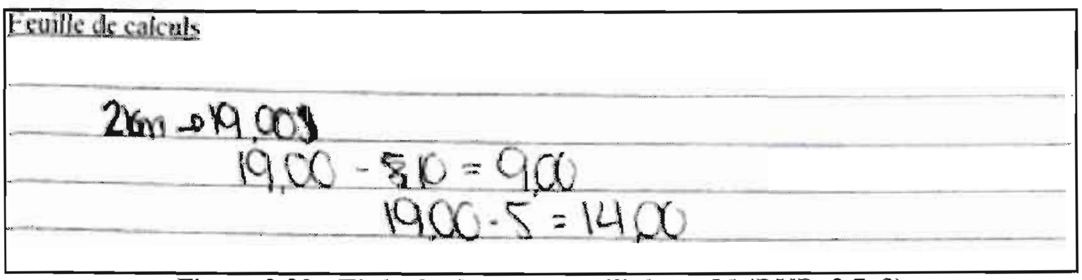
3.6.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

3.6.1.1 PREMIER NIVEAU : DÉTERMINER LA VALEUR DU PRIX INITIAL (DVD, 3.2, P. 8)

Dans un premier temps, l'équipe MV a expérimenté le premier niveau du jeu qui consiste à déterminer la valeur du prix initial connaissant la valeur du prix par kilomètre et le prix pour une certaine distance.

Ainsi, le premier problème à résoudre était le suivant : notre touriste a parcouru une distance de 2 kilomètres et ce trajet lui a coûté 19 $. Le prix par kilomètre est de 5 $/ kilomètre et l'équipe MV devait déterminer la valeur du prix initial[70].

Chacun de leur côté, les membres de l'équipe MV devaient trouver la solution au problème. Voici, dans un premier temps, ce que M avait écrit sur sa feuille :


Feuille de calculs

2km → 19,00 $

19,00 - $10 = 9,00

19,00 - 5 = 14,00

Figure 3.33 : Tirée du document utilisé par M (DVD, 3.7, 3)

Nous pouvons remarquer que M a soustrait 10 $ (2×5) à 19 $ dans le but d'enlever le coût pour 2 kilomètres (sachant que le prix par kilomètre est de 5 $ / Km). Je me demande si elle voulait, par la suite, trouver le prix pour un kilomètre en enlevant le prix pour un kilomètre additionnel (5 $). Comme nous pouvons le voir, M a trouvé du premier coup la valeur du prix initial.

---

[70] (DVD, 3.5, 7 :28)

De son côté, V a dû faire face à une première difficulté l'empêchant de poursuivre le problème. Puisque le logiciel situe toujours les coordonnées du point rose (2 Km, 19 $) sur la cinquième ligne de la table de valeurs et que cette fois-ci, on donnait le prix pour 2 kilomètres, V trouvait que ces valeurs n'auraient pas dues êtres écrites sur la cinquième ligne, mais plutôt, sur la troisième ligne (la première étant pour 0 kilomètre et ainsi de suite). Elle a même dit : « Mais est-ce que je peux juste faire, trouver jusqu'à un, pas les autres? » (DVD, 3.5, 15 :03). Ainsi, puisque les quatre premières lignes de la table de valeurs étaient vides, je crois que V croyait qu'il fallait qu'elle trouve des valeurs pour ces 4 lignes. Toutefois, peut-être aussi que V n'avait pas bien compris la question ou ne savait pas que de trouver la valeur du prix initial signifie trouver le prix pour 0 kilomètre.

Après découragement, M a aidé V en lui disant qu'elle avait fait une première bonne étape; elle avait trouvé le prix pour 1 kilomètre (Voir (DVD, 3.5, 15 :50).

Nous pouvons voir ses calculs sur sa feuille :

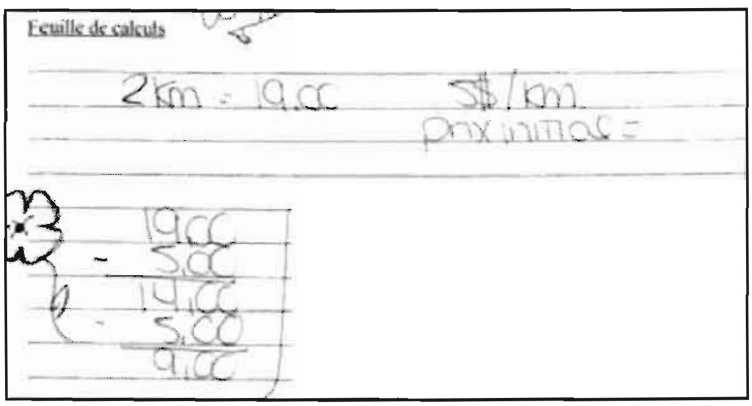


Figure 3.34 : Tirée du document utilisé par V (DVD, 3.7, p. 6)

Après avoir trouvé le prix pour un kilomètre (19 $ - 5 $ / Km), V a utilisé la soustraction répétée pour trouver la valeur du prix initial. Comme nous pouvons le voir sur sa feuille, elle a enlevé à deux reprises la valeur du prix par kilomètre (5 $/ Km).

Par la suite, lorsque nous avons demandé à l'équipe MV si la valeur du prix initial qu'elles ont trouvée serait la seule réponse possible, les deux étaient d'avis pour dire qu'il n'y avait qu'une seule réponse possible[71].

C'est lors d'un deuxième problème du même type[72] que V a utilisé la multiplication pour trouver la solution au problème. Voici ce que V avait écrit sur sa feuille :

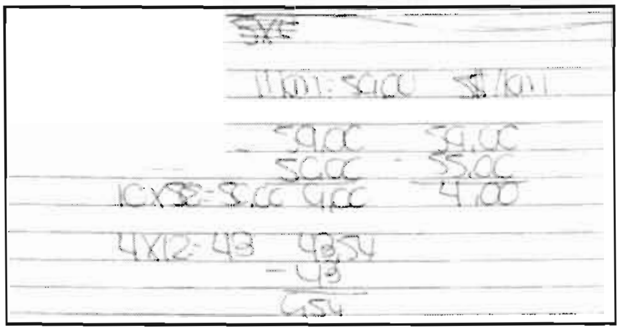


Figure 3.35 : Tirée du document utilisé par V (DVD, 3.7, p. 6)

Nous voyons sur la feuille de V que cette dernière a, dans un premier temps, trouvé le prix pour 10 kilomètres (10×5). Par la suite, elle a enlevé cette valeur (50 $) au 59 $ (le prix pour 11 kilomètres) pour trouver le prix initial. Ensuite, V s'aperçoit à l'aide du logiciel que sa valeur n'est pas bonne puisqu'elle devait plutôt faire ces calculs pour 11 kilomètres.

V aurait fait les bons calculs si le nombre de kilomètres avait été de 10. Comme elle l'avait déjà fait lors de la partie 2A (DVD, 2.7, 19 :52), V utilise la valeur de la distance moins 1 dans ses calculs[73].

---

[71] Voir (DVD, 3.5, 16 :52) pour la réponse à V et voir (DVD, 3.5, 17 :00) pour la réponse à M.
[72] Un parcours de 11 kilomètres a coûté 59 $ et le prix par kilomètre est de 5 $ par kilomètre. On cherche la valeur du prix initial.
[73] Je reparlerai plus tard dans cette analyse de cette erreur fréquente chez V.

De son côté, cette fois-ci M n'a pas utilisé la multiplication pour réduire sa quantité de calculs, contrairement à ce qu'elle avait fait au premier problème. Voici ce que M avait écrit sur sa feuille :

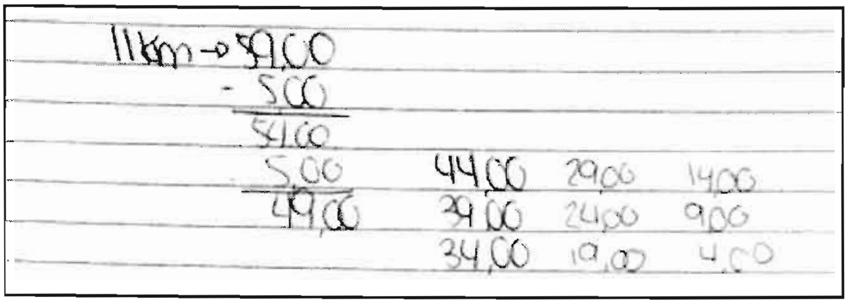


Figure 3.36 : Tirée du document utilisé par M (DVD, 3.7, p. 3)

Ainsi, M a utilisé la soustraction répétée pour trouver le prix initial. D'ailleurs, elle a trouvé la valeur du prix initial du premier coup.

Lors d'un troisième problème du même type, V a trouvé rapidement la réponse en reproduisant les calculs effectués au problème précédent. Voici la réponse que V avait trouvée :

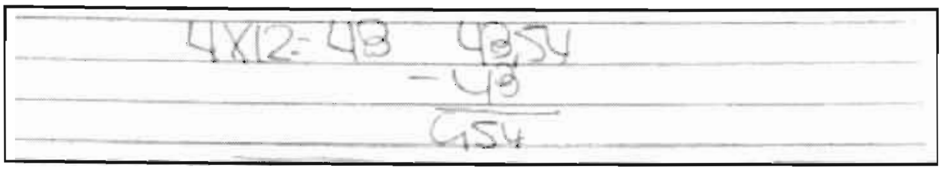


Figure 3.37 : Tirée du document utilisé par V (DVD, 3.7, p. 6)

De son côté, M a premièrement fait une division pour trouver le prix par kilomètre. Voici sa feuille de calcul :

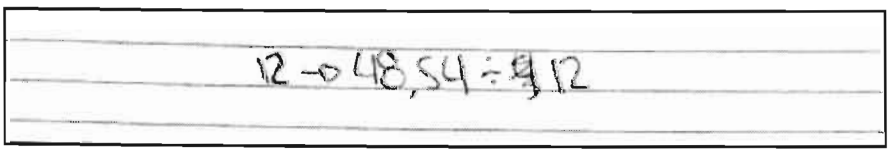


Figure 3.38 : Tirée du document utilisé par M (DVD, 3.7, p. 3)

S'apercevant qu'elle connaît déjà la valeur du prix par kilomètre, M se rectifie en disant, un peu plus tard, qu'elle trouverait le prix initial à partir de ce calcul.

Par la suite, M voulait, comme la dernière fois, utiliser la soustraction répétée pour trouver la valeur du prix initial. Elle dit : « Ben il faudrait que je fasse 48 moins 4 pis après ça moins 4, pis moins 4, pis moins 4. » (DVD, 3.5, 26 :44). Malheureusement, il aurait été préférable que je laisse tout simplement M faire une soustraction répétée au lieu de vouloir l'enligner sur une façon de faire plus rapide, soit la multiplication[74].

Ainsi, nous pouvons remarquer que V a tendance à vouloir utiliser la méthode de multiplication pour résoudre ce type de problème tandis que M préfère utiliser la soustraction répétée. Peut-être que la présence de la table de valeurs permettant de représenter le coût pour plusieurs distances a favorisé chez M cette méthode. La multiplication étant de son côté, plus efficace et rapide, la soustraction répétée a, de son côté, l'avantage d'être facile à comprendre et d'être très visuelle grâce à la table de valeurs[75].

3.6.1.2 PREMIER NIVEAU : DÉTERMINER LA VALEUR DU PRIX PAR KILOMÈTRE

Dans un deuxième temps, l'équipe MV a expérimenté, au premier niveau du jeu, le deuxième type de problème, soit celui pour lequel la valeur du prix initial est connue et que la valeur du prix par kilomètre est à déterminer (DVD, 3.2, p. 8).

Ainsi, le premier problème à résoudre était le suivant : notre touriste a parcouru une distance de 13 kilomètres et ce trajet lui a coûté 42 $. Le prix initial est de 3 $ et l'équipe MV devait déterminer la valeur du prix par kilomètre (DVD, 3.5, 28 :08).

Il fut agréablement surprenant de la part de l'équipe MV de voir qu'elles ont, du premier coup, trouvé la réponse à ce problème, ce qu'elles n'avaient pas réussi lors de la deuxième partie de l'expérimentation (Voir analyse, ch. 3.3, p. 121). Ainsi, V a enlevé la valeur du prix initial au 39 $ pour ensuite trouver le prix par kilomètre en divisant 39 par 3 (la valeur du prix par kilomètre).

---

[74] Voir (DVD, 3.5, 26 :48) à (DVD, 3.5, 27 :19).

[75] Je veux dire ici que la soustraction répétée permet de voir la valeur du prix en taxi pour toutes les distances entières inférieures à la distance fournie dans le problème.

Voici d'ailleurs ce qu'elle avait écrit sur sa feuille :

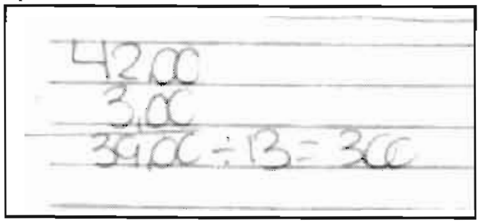


Figure 3.39 : Tirée du document utilisé par V (DVD, 3.7, p. 6)

Et voici ce que M avait écrit sur sa feuille :

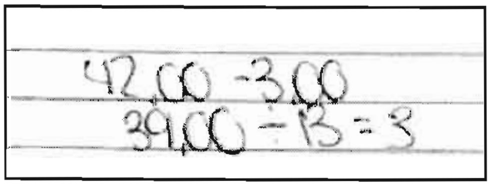


Figure 3.40 : Tirée du document utilisé par M (DVD, 3.7, p. 3)

On peut alors remarquer que M avait écrit exactement les mêmes calculs que V. L'équipe MV semblait bien comprendre qu'il faut enlever la valeur du prix initial (3 $) avant de diviser le prix de la course (42 $) par le nombre de kilomètres parcourus (13 Km). Ainsi, les rôles du prix par kilomètre et du prix initial dans le calcul du prix d'une course en taxi semble être de plus en plus compris par l'équipe MV.

D'ailleurs, tous les autres problèmes de ce type ont été résolus de la même façon. Lorsque j'ai demandé à l'équipe MV s'il existait d'autres solutions possibles au problème de ce type, M a, sur un ton assuré, répondu que « non » (DVD, 3.5, 33 :27).

3.6.1.3 Deuxième niveau : déterminer la valeur du prix par kilomètre et du prix initial

Dans un troisième temps, l'équipe MV a expérimenté le deuxième niveau du jeu soit, celui pour lequel la valeur du prix initial et la valeur du prix par kilomètre sont à déterminer et qu'une distance parcourue par le taxi accompagné de son prix est fournie dans la table de valeurs en rose.

Le premier problème à résoudre était le suivant : notre touriste a parcouru une distance de 5 kilomètres et ce trajet lui a coûté 35 \$. Le prix initial et le prix par kilomètre sont à déterminer (Voir DVD, 3.5, 33 :34).

Nous tenons surtout à mettre en évidence qu'il est très rare pour les élèves d'avoir à résoudre des problèmes indéterminés qui ont plusieurs solutions. Ainsi, il est normal que ces derniers soient perturbés par ce genre de problème. De ce fait, M dit : « Parce que, ben il me semble que nous donner ça comme ça, on peut pas trouver, on peut pas vraiment trouver c'est quoi le prix initial. » (DVD, 3.5, 34 :54). Puisqu'on ne connaît pas les valeurs du prix par kilomètre et du prix initial, nous croyons que M veut dire qu'on ne peut pas trouver <u>la</u> réponse. Ainsi, elle a raison de dire qu'il faut la valeur d'un des deux paramètres pour connaître la valeur de l'autre paramètre. Comme je l'explique au prochain paragraphe, nous verrons que V choisit une valeur arbitraire pour le prix par kilomètre (7 \$ par kilomètre) et qu'ainsi, M comprend que la valeur du prix par kilomètre peut prendre plusieurs valeurs possibles.

De son côté, V a choisi un prix par kilomètre de 7 \$ / Km. Ainsi, elle trouvera, par soustractions répétées, que le prix initial est de « 0 \$ » (DVD, 3.5, 36 :42). Par la suite, lorsque j'ai demandé à l'équipe MV si les valeurs de 7 \$ par kilomètre pour le prix par kilomètre et 0 \$ pour le prix initial seraient les seules valeurs possibles (DVD, 3.5, 37 :11), M a répondu « non » (DVD, 3.5, 37 :04) tandis que V a répondu « oui » (DVD, 3.5, 37 :10). Après la réponse de V, M ne semblait plus certaine de sa réponse (DVD, 3.5, 37 :21). Par conséquent, V a essayé d'effectuer le même raisonnement pour un prix par kilomètre de 8 \$ / Km. Ainsi, cette valeur de prix par kilomètre engendra automatiquement un prix initial négatif puisque la valeur de prix par kilomètre trouvée précédemment était la plus grande selon la situation du taxi (puisque le prix initial était de 0 \$). Sans s'en apercevoir, V trouve un prix initial de - 5 \$ par la méthode de la soustraction répetée. Elle s'aperçoit alors que cette valeur « [...] n'est pas bon » (DVD, 3.5, 39 :00) Par cette dernière affirmation, on pourrait croire que V comprend qu'une valeur négative pour le prix initial est impossible pour la situation du taxi.

Ne s'apercevant pas qu'en augmentant la valeur du prix par kilomètre, la valeur du prix initial sera encore plus petite et de ce fait, négative, V refait le même principe avec un prix par kilomètre de 10 $/Km (DVD, 3.5, 42 :39). Ainsi, elle trouvera que le prix initial est de - 15 $ (DVD, 3.5, 43 :10).

En résumé, on pourrait croire que V ne voit pas le lien entre le prix initial et le prix par kilomètre si le prix pour une certaine distance est fixe. Bref, lorsqu'elle augmentait la valeur du prix par kilomètre, elle ne semblait pas s'apercevoir que le prix initial allait diminuer.

Par ma suggestion (DVD, 3.5, 45 :03), V a trouvé le prix initial sachant que le prix par kilomètre serait de 2 $/Km. Pour ce faire, M trouvera, par soustractions répétées (DVD, 3.5, 45 :07) que le prix initial serait de 25 $.

Finalement, lorsque j'ai demandé à l'équipe MV combien de couple de valeurs[76] elles pourraient trouver (DVD, 3.5, 47 :24), M a répondu : « Ben, plein. » (DVD, 3.5, 47 :43). Subséquemment, elle semble voir qu'une infinité de valeurs respectant la situation du taxi sont possibles.

3.6.1.4 TRACER PLUSIEURS DROITES POSSIBLES DANS UN GRAPHIQUE

Avant même de demander aux filles de tracer toutes les droites possibles sur leur feuille, j'ai observé les différents couples de valeurs trouvés par l'équipe MV. Après avoir trié ces valeurs dans le tableau de compilation des résultats, j'ai demandé à l'équipe MV ce qu'elles pouvaient observer par rapport aux valeurs du prix initial lorsque la valeur du prix par kilomètre augmente (DVD, 3.5, 48 :35). M a observé que les valeurs du prix initial « il diminue » (DVD, 3.5, 48 :56) lorsque la valeur du prix par kilomètre augmente. Vice-versa, je leur ai demandé ce qui arrivaient aux valeurs du prix initial lorsque le prix par kilomètre augmentait que M a répondu « ben y'a baissé » (DVD, 3.5, 49 :12).

À la suite de cette observation, l'équipe MV devait tracer plusieurs droites possibles sur leur feuille faisant en sorte que 5 kilomètres coûtent 35 $ (DVD, 3.2, p. 16). D'ailleurs,

[76] De valeur de prix par kilomètre et de prix initial faisant en sorte que 5 kilomètres coûte 35 $.

cette question ne semblait pas claire pour V. Malencontreusement, en disant à plusieurs reprises de tracer « toutes les droites possibles »[77] qui passent par le point ou d'en tracer « beaucoup beaucoup » (DVD, 3.5, 51 :53) ou encore, de tracer « n'importe quoi » (DVD, 3.5, 52 :03), l'équipe MV pourrait oublier qu'on est dans la situation du taxi et ainsi, elles pourraient tracer toutes les droites passant par ce point avec des valeurs de pentes tant négatives que positives. Ainsi, ces interventions pourraient les avoir faussement orientée.

En gardant en tête ces interventions, voyons ce que V a fait sur sa feuille :

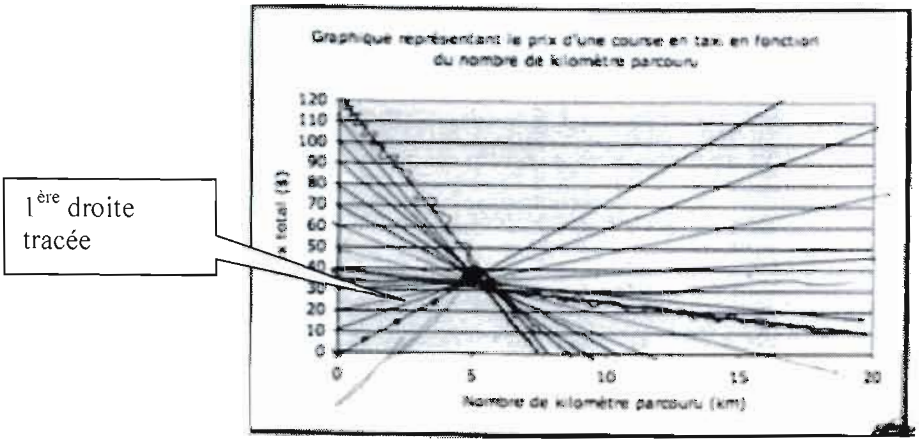


Figure 3.41 : Tirée du document utilisé par V (DVD, 3.7, p. 7) avec ajout de la bulle rectangulaire

Ainsi, nous voyons sur sa feuille que pour la première droite tracée, V ajoutait des points sur la droite pour toutes les valeurs entières positives en abscisse. Lors des deux premières parties de l'expérimentation, lorsque les tables de valeurs étaient complètes, on pouvait remarquer que les points de la table de valeurs étaient mis en évidence dans le graphique par des points plus gros. Peut-être que V voulait reproduire le même principe dans le graphique. Peut-être aussi qu'elle ne considère pas qu'une droite est constituée d'une infinité de points et qu'ainsi, V juge nécessaire de mettre des points en évidence.

Par la suite, lorsque j'ai demandé à V pourquoi elle avait hachuré une droite, elle a répondu : « Ben, je l'avais mal faite, était genre croche » (DVD, 3.5, 54 :44). Revoici la réponse de V :

[77] Voir par exemple (P3, MV, 51 :27)

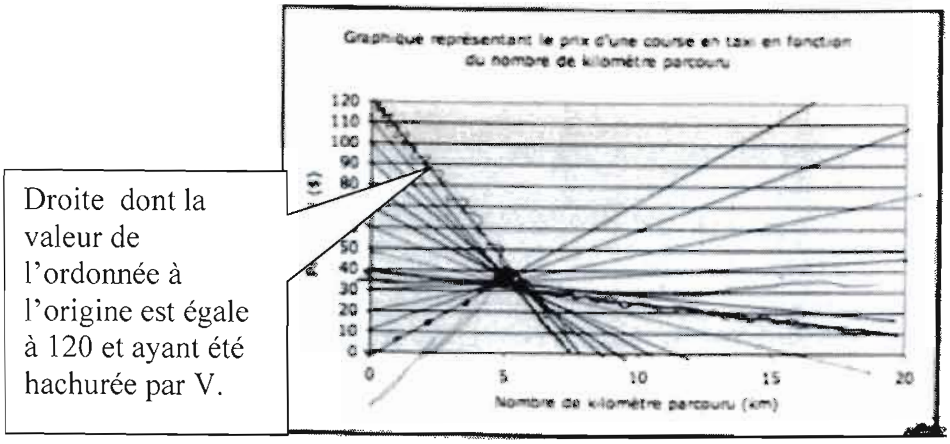


Figure 3.42 : Tirée du document utilisé par V (DVD, 3.7, p. 7) avec ajout de la bulle rectangulaire

Si on observe attentivement la feuille de V, effectivement, la droite ayant une ordonnée à l'origine égale à 120, ne passait pas exactement par le point (5 Km, 35 $). Elle a donc, sans intervention de notre part, barré cette droite.

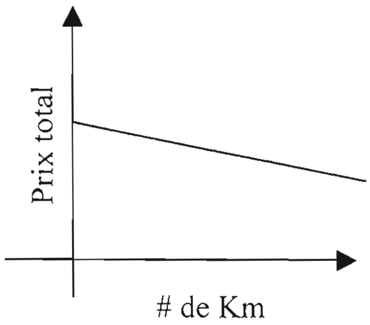
Finalement, je voulais que les filles s'aperçoivent que les droites ayant des pentes négatives ne représentent pas la situation du taxi. Pour ce faire, j'ai demandé à l'équipe MV, pour la droite ayant une ordonnée à l'origine de 110, les prix pour 0, 5 et 8 kilomètres[78]. Ensuite, lorsque je leur ai demandé si ça se pouvait que le prix diminue au fur et à mesure que la distance parcourue augmente (DVD, 3.5, 56 :12), les filles ont répondu que « non » (DVD, 3.5, 56 :19).

D'ailleurs, lors de la deuxième partie de l'expérimentation, l'équipe MV devait répondre à la question (DVD, 1.1, p. 4, q. 6) suivante :

[78] Voir (DVD, 3.5, 55 :30), (DVD, 3.5, 55 :41) et (DVD, 3.5, 55 :48).

Question #6

Selon le contexte, pour une autre ville, serait-ce possible d'avoir un graphique comme celui-ci?



Ainsi, elles avaient compris lors de la première partie qu'une droite ayant une pente négative ne pouvait être associée à la situation du taxi. En traçant les droites pour cette troisième partie, l'équipe MV n'avait peut-être pas le souvenir de cette question et elles ne s'étaient pas posé la question permettant de savoir si le prix d'une course peut diminuer lorsque la distance parcourue augmente. Ou encore, lorsque V m'avait demandé si elle pouvait tracer n'importe quelle droite (DVD, 3.5, 52 :02), je lui ai répondu « [...] n'importe quoi, pourvu que ce soit réaliste [...] » (DVD, 3.5, 52 :03) Cette dernière réponse de ma part était un peu contradictoire. En même temps que je disais qu'elles peuvent faire n'importe quelle droite, je leur demandais qu'elles soient réalistes. Ainsi, peut-être que V s'est seulement rappelé que j'avais dit de faire « n'importe quoi » (DVD, 3.5, 52 :03) et qu'elle a tracé des droites ayant des pentes tant positives que négatives.

On peut d'ailleurs remarquer sur la feuille de M qu'elle a, elle aussi, tracé des droites ayant des valeurs de pente négatives. Voici les droites que M avait tracées sur sa feuille :

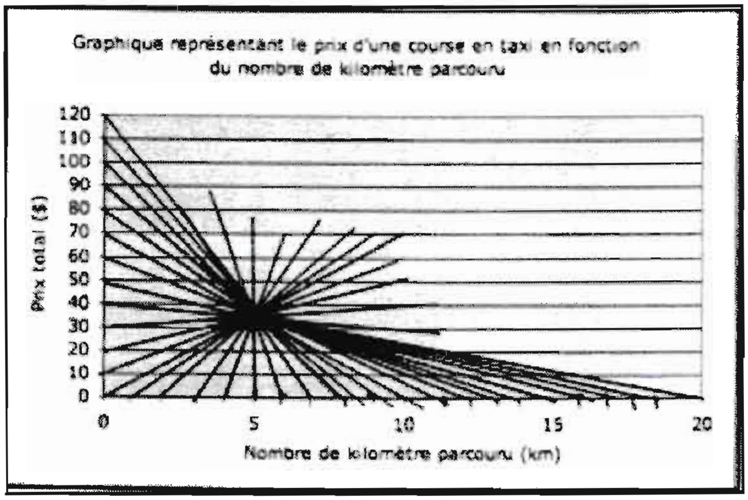


Figure 3.43 : Tirée du document utilisé par M (DVD, 3.7, p. 4)

Somme toute, les interventions auraient pu être moins dirigées puisque l'équipe MV avait déjà, lors de la première partie de l'expérimentation, observé qu'une droite ayant une pente négative ne respectait pas la situation du taxi.

3.6.1.5 ERREUR FRÉQUENTE CHEZ V

À plusieurs reprises[79], que ce soit lors de la deuxième ou la troisième partie de l'expérimentation, V utilise non pas la valeur du nombre de kilomètres dans ses calculs, mais le nombre de kilomètres moins un. Lors de la troisième partie de l'expérimentation, V explique sa résolution d'un problème ainsi : « Avec ça, j'vais trouver ce que y'a faite, ...de 0 à 15 » (DVD, 3.5, 8 :51). ». Pourquoi pas de 0 à 16 kilomètres?

Cette conception de la part de l'équipe MV est difficile à comprendre, mais je vais quand même essayer d'émettre une hypothèse. Je sais qu'au départ (à 0 Km), lorsque le taxi démarre, ce dernier commence le premier kilomètre. Il aura complété ce kilomètre à 1 Km. Ainsi, à 16 Km, le taxi a complété le 16[e] kilomètre. Or, je peux peut-être supposer que V (et parfois M) confond « commence le premier kilomètre » à « a complété le 1[er] kilomètre ».

[79] Voir par exemple : (DVD, 3.5, 26 :56), (DVD, 3.9, 8 :51), (DVD, 3.9, MV, 9 :20) et (DVD, 2.7, 19 :52).

Peut-être que je pourrais associer cette conception à la façon dont nous comptons les siècles. Ainsi, nous disons souvent que nous sommes au 21^{e} siècle, soit en 2007. Par contre, nous n'avons pas complété ce 21^{e} siècle. Nous l'aurons complété en l'an 2100. Ainsi, V semble croire que lorsque nous parcourons le premier kilomètre, nous sommes au premier kilomètre lorsque ce dernier n'est toujours pas complété. Donc, si au départ, nous sommes déjà à 1 kilomètre et que le touriste s'est arrêté à 16 kilomètres, la différence de distance est alors de 15 kilomètres selon V.

Peut-être aussi que la compréhension du prix initial n'est pas juste pour V et que ce dernier ne correspond pas au coût avant le départ, mais plutôt au coût pour 1 kilomètre. De cette façon, cette conception la conduirait à utiliser « la distance moins 1 » dans ses calculs.

Un peu plus tard, lorsque j'ai demandé à V d'expliquer sa réponse à M, V dit : « c'est ça, ... ok ben, dans l'autre problème, on a faite, I avait dit de faire comme le nombre de kilomètres fois le prix par Km, comme là, c'est 16, faque tu fais fois 2, pis ça t'a donné le total pour ce que t'as fait pour 15 Km. Pis là, tu fais le 16 Km moins le 15 Km, mais le prix, et ça va te donner le prix initial. » (DVD, 3.9, 9 :20). Par surcroît, la conception que la distance parcourue est de 15 kilomètres est encore présente, mais voyant qu'elle doit prendre la valeur de la distance parcourue telle quelle (sans enlever un), elle réajuste son discours en conséquence. Par contre, cet ajustement n'est pas parfait puisqu'elle parle encore de 15 kilomètres à la fin de son explication. Elle semble même dire que le prix pour 16 Km moins le prix pour 15 Km lui permettra de trouver le prix initial (ce qui serait plutôt le prix par kilomètre). Ainsi, je vois que le prix par kilomètre et le prix initial sont confondus et que le problème n'est pas entièrement compris par V.

3.6.2 Une deuxième séance pour la troisième partie de l'expérimentation

La première séance de la troisième partie de l'expérimentation a duré 1h20 sans compter les interruptions. Après les heures de cours, l'équipe MV était fatiguée[80]. Ainsi, la dernière partie de l'expérimentation consistait à se lancer des défis (DVD, 3.2 p. 17). Voyant

[80] Voir (DVD, 3.5, 59 :45) à (DVD, 3.5, 1 :18 :44)

que les filles étaient fatiguées, j'ai dû interrompre cette partie pour la reprendre une prochaine fois. D'ailleurs, j'aurais dû l'interrompre dès les premiers signes de fatigue.

Lors de la deuxième séance, l'équipe MV a démontré plus de difficultés à résoudre les problèmes que lors de la première séance.

En général, M avait plus de facilité avec les problèmes pour lesquels on connaissait la valeur du prix initial et que l'on cherchait le prix par kilomètre[81]. Pour ce qui est des problèmes inverses, ceux pour lesquels on connaît la valeur du prix par kilomètre et que l'on cherchait la valeur du prix initial, M préférait utiliser la soustraction répétée pour les résoudre[82]. D'ailleurs, elle avait plus de facilité à les résoudre si le nombre de kilomètres parcourus était petit[83].

Pour ce qui est de V, dès qu'elle réussissait une première fois un des deux types de problèmes, elle n'avait plus de problème à reproduire la même procédure pour trouver la solution au problème. Même si elle utilisait les méthodes plus efficaces et plus rapides[84], je ne suis pas convaincue qu'elle comprenait réellement les problèmes. Ainsi, pour expliquer une de ses démarches, V dit par exemple : « Ben moi je dis que c'est la même affaire » (DVD, 3.9, 10 :52) ou bien, « Ben on ferait la même chose, 25 moins 8. » (DVD, 3.9, 17 :03) ou encore « ah ben parce que, tout à l'heure, on a faite 12 fois 4, le 12 c'était le nombre de Km qu'on avait faite » (DVD, 3.9, 11 :21). Elle semblait plutôt associer la bonne procédure selon le problème présenté et reprendre cette procédure pour le nouveau problème. D'ailleurs, lorsque je lui ai demandé d'expliquer à M une de ses démarches, voici ce qu'elle a répondu : « c'est ça, ... ok ben, dans l'autre problème, on a faite, I avait dit de faire comme le nombre de kilomètres fois le prix par Km, comme là, c'est 16, faque tu fais fois 2, pis ça t'a donné le total pour ce que t'as fait pour 15 Km. Pis là, tu fais le 16 Km moins le 15 Km, mais le prix, et ça va te donner le prix initial. » (DVD, 3.9, 9 :20). Comme je l'ai remarqué précédemment,

---

[81] Voir (DVD, 3.9, 18 :20) à (DVD, 3.9, 18 :23) ou encore, (DVD, 3.5, 28 :08)

[82] Voir par exemple (DVD, 3.9, 4 :11).

[83] Pour une distance de 2 kilomètres, voir (DVD, 3.5, 11 :17) et pour une distance de 12 kilomètres (DVD, 3.9, 1 :24)

[84] Au lieu d'utiliser la soustraction répétée dans les problèmes pour lesquelles on connaissait la valeur du prix par kilomètre et que l'on cherchait la valeur du prix initial, V utilisait la multiplication.

elle semble même associer la différence pour 1 kilomètre au prix initial. Ainsi, je ne crois pas que V comprend réellement et en profondeur les problèmes.

3.6.3 COMPRÉHENSION ET UTILISATION DU LOGICIEL (LE TOUR DU MONDE)

Dans un premier temps, l'équipe MV a remarqué que la vérification par la table de valeurs est plus précise que la vérification par le graphique. Ainsi, lorsque l'équipe MV avait trouvé que le prix initial était de 9 $ (DVD, 3.5, 16 :13), elle a observé, dans le graphique, que la droite passait par le point rose. Par contre, lorsque les filles ont vérifié si un prix initial de 10 $ pouvait être exact, la droite passait quand même par le point rose. Ainsi, quand je leur ai demandé si 10 $ pouvait aussi être une bonne réponse, M et V ont dit : « oui » (DVD, 3.5, 17 :46) même si le point rose n'était pas exactement au centre de la droite. Voici, par un autre exemple, ce que l'équipe MV observait sur le graphique:

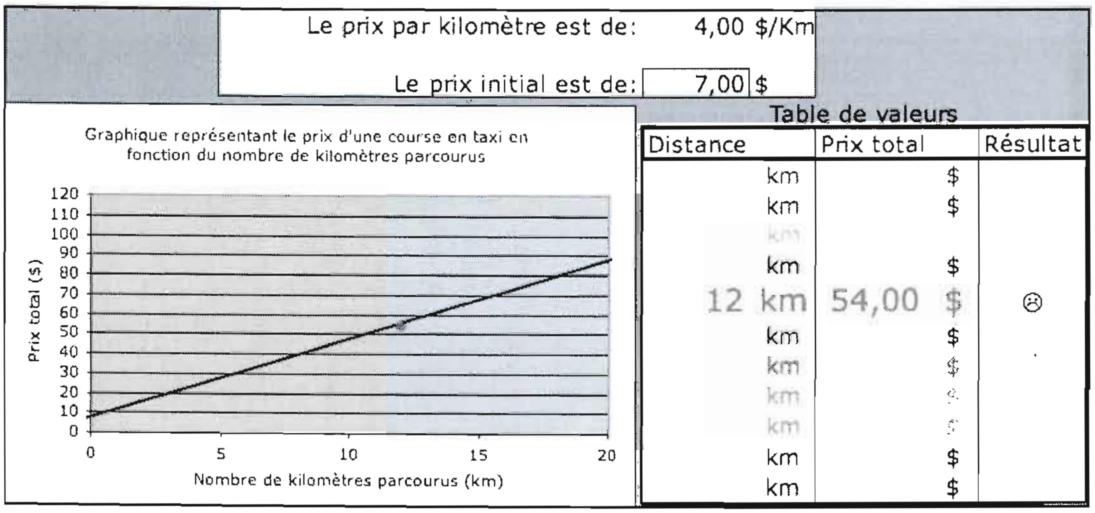


Figure 3.44 : Comparaison de la vérification par le graphique et par la table de valeurs (DVD, 3.3)

On peut remarquer, sur la figure ci-haut que la droite passe par le point rose même si la valeur du prix initial n'est pas la bonne. Par un bonhomme triste dans la table de valeurs, on voit rapidement que la valeur du prix initial n'est pas la bonne. Donc, la vérification par la table de valeurs est plus précise.

En général, l'équipe MV n'a pas eu de difficulté à utiliser le logiciel de la troisième partie. La table de valeurs, de son côté, permettait de laisser des traces lorsque l'équipe MV voulait utiliser la méthode de la soustraction répétée. La vérification par la table de valeurs était aussi très significative. Rapidement, elles pouvaient déterminer si leur réponse était bonne ou non. De plus, puisque les valeurs en rose étaient sur la cinquième ligne de la table de valeurs peu importe la valeur de la distance parcourue, V fut forcée de travailler sa conception comme quoi, selon elle, la première ligne de la table de valeurs correspond à la distance pour 0 kilomètre et ainsi de suite[85].

De son côté, le graphique était moins utilisé pour la vérification des réponses. Il fallait que leur demander de l'utiliser pour qu'elles le fassent (DVD, 3.5, 16 :13). Par contre, lorsque les droites étaient tracées, je ne demandais pas aux membres de l'équipe MV d'observer cette droite pour, par exemple, vérifier leur réponse[86].

3.6.4 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Tout d'abord, lorsque l'équipe MV avait trouvé une valeur de prix initial négative, il n'était pas possible de voir complètement la droite selon cette valeur car seulement le premier quadrant du graphique est visible à l'écran (Voir DVD, 3.5, p. 22). Ainsi, même si pour la situation du taxi, il est impossible d'avoir un prix initial négatif, il pourrait être intéressant de pouvoir observer la droite correspondante en rendant visible le quatrième quadrant.

De plus, lorsque l'équipe MV avait trouvé plusieurs couples de valeurs possibles de prix initial et de prix par kilomètre faisant en sorte que 5 kilomètres coûtent 35 $ (Voir DVD, p. 25), elle devait cliquer plusieurs fois sur « trier » pour mettre en ordre tous les couples de valeurs. Il faudrait, idéalement, que ce triage se fasse complètement après seulement un « clique ».

Finalement, le logiciel de cette troisième partie a demandé une longue programmation. Ceci entraîne une longue attente pour avoir un nouveau problème et parfois même, l'écran se déforme. Idéalement, il faudrait chercher à rendre le programme plus

[85] Voir (DVD, 3.5, 14 :01) à (DVD, 3.5, 14 :06).
[86] Voir par exemple (DVD, 3.5, 23 :01) ou encore (DVD, 3.5, 36 :50)

simple. Ainsi, le programme aurait moins de difficulté et prendrait moins de temps à effectuer les opérations demandées.

3.7 ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉQUIPE AF POUR LA TROISIÈME PARTIE

L'analyse qui suit porte sur la troisième partie de l'expérimentation. Cette partie, se voulant initialement un jeu, consiste à trouver la valeur du prix par kilomètre et, ou du prix initial connaissant le coût pour une distance parcourue par notre touriste dans une ville du monde (valeurs en roses fournies dans la table de valeurs).

Voici ce que les élèves avaient sous les yeux, au départ, pour la troisième partie de l'expérimentation :

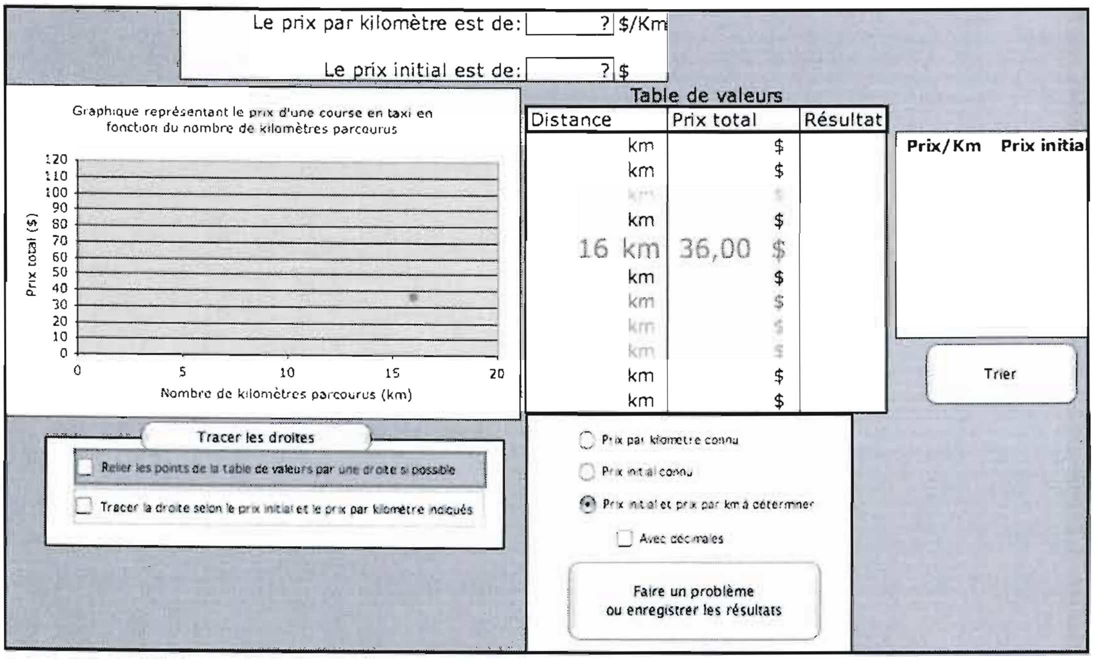


Figure 3.45 : Logiciel Excel à son état initial (DVD, 3.3)

L'analyse qui suit portera sur l'utilisation, par l'équipe AF, de ce logiciel. D'ailleurs, ce logiciel se voulait très visuel en présentant, sur une même fenêtre, trois modes de représentation (la situation en mots, le graphique et la table de valeurs). Reste à voir si la présence de ces trois modes de représentation ont été utiles pour l'équipe AF.

3.7.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

3.7.1.1 PREMIER NIVEAU : DÉTERMINER LA VALEUR DU PRIX INITIAL (DVD, 3.2, P. 8)

Dans un premier temps, l'équipe AF a expérimenté le premier niveau du jeu qui consiste à déterminer la valeur du prix initial connaissant la valeur du prix par kilomètre et le prix pour une certaine distance.

Ainsi, le premier problème à résoudre était le suivant : notre touriste a parcouru une distance de 8 kilomètres et ce trajet lui a coûté 48 \$. Le prix par kilomètre est de 5 \$/ kilomètre et l'équipe AF devait déterminer la valeur du prix initial (DVD, 3.4, 7 :28).

Voici ce que A avait écrit sur sa feuille pour résoudre ce problème :

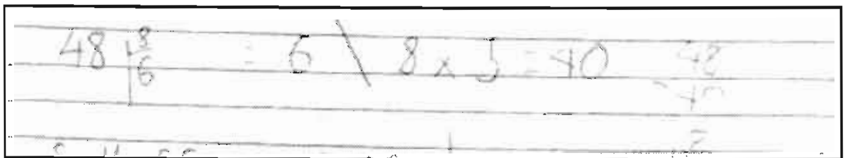


Figure 3.46 : Tirée du document de l'élève de A (DVD, 3.6, p. 3)

On voit que A avait d'abord fait une division sur sa feuille. Voulait-il trouver le prix par kilomètre que nous connaissions déjà? Plus tard, il a enlevé le prix pour 8 kilomètres en multipliant cette distance (8 Km) par le prix par kilomètre (5 \$ / Km). Il a finalement enlevé ce montant de 40 \$ au coût total de 48 \$ pour trouver que le prix initial était de 8 \$ (DVD, 3.4, 13 :19).

Voici, de son côté, ce que F avait écrit sur sa feuille pour ce problème :

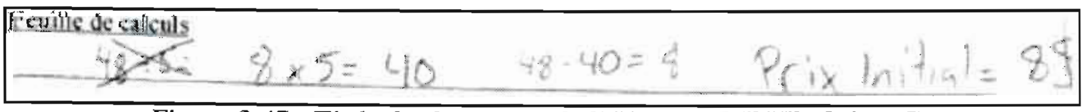


Figure 3.47 : Tirée du document de l'élève de F (DVD, 3.6, p. 5)

Dans un premier temps, F a divisé le prix total (48 \$) par le prix par kilomètre (5 \$) peut-être pour trouver le nombre de kilomètres parcourus par le touriste. Ainsi, il aurait trouvé 9,6 kilomètres, soit une distance plus grande que celle parcourue par le touriste (8 kilomètres). Ainsi, peut-être que F s'est aperçu que ce premier calcul était inutile puisque la distance calculée ne correspond pas à la distance parcourue par le touriste. Par la suite, F a fait les mêmes calculs que A pour trouver le prix initial.

Lorsque les deux membres de l'équipe avaient trouvé cette première solution, je leur ai demandé « Est-ce qu'on pourrait trouver une autre valeur pour le prix initial selon vous? (DVD, 3.4, 14 :21). F m'a répondu que « Ben non, ça marcherait pu. » (DVD, 3.4, 14 :40). Ainsi, F est convaincu qu'il n'existe pas une autre réponse possible. Il aurait été préférable que je demande à A si lui aussi croyait qu'il n'existait pas une autre réponse possible.

Lors d'un deuxième essai avec ce même type de problème, j'ai été surprise de la rapidité avec laquelle A a trouvé la réponse. En effet, pour la question suivante : « un parcours de 2 Km coûte 19 \$, et le prix par Km est encore de 5 \$ par Km », A a trouvé la réponse presque instantanément (DVD, 3.4, 15 :08). Puisque les valeurs du problème étaient entières et petites, A a pu résoudre ce problème rapidement et sans difficulté.

Par contre, c'est lors de ce même problème que je me suis aperçue que A accordait de l'importance à la position des données dans la table de valeurs. C'est après avoir trouvé la solution que A dit : « [...] Ouais mais si ça c'était deux Km la distance, mais c'est environ, ben mettons, le quatrième? » (DVD, 3.4, 15 :52). Un peu plus tard, il ajoute : « Ici dans la liste c'est le quatrième environ? Ah ben le cinquième. » (DVD, 3.4, 16 :00). On voit que même A n'aime pas que le prix pour 2 kilomètres soit sur la cinquième ligne et non sur la deuxième ou la troisième ligne (dépendamment si on met le prix pour 0 kilomètre dans la table de valeurs). V avait eu la même réaction à cette même partie de l'expérimentation (DVD, 3.5, 14 :06).

Même avec un troisième problème contenant des valeurs décimales (DVD, 3.4, 16 :04), les deux membres de l'équipe AF ont utilisé la même stratégie que lors des problèmes précédents. Ainsi, ils utilisent la multiplication pour trouver le prix selon la distance parcourue (prix par kilomètre multiplié par la distance parcourue) et enlèvent ce montant au prix total de la course. Jamais les deux membres de l'équipe AF ont utilisé la table de valeurs ou encore le graphique pour résoudre ces derniers problèmes.

3.7.1.2 PREMIER NIVEAU : DÉTERMINER LA VALEUR DU PRIX PAR KILOMÈTRE

Dans un deuxième temps, l'équipe AF a expérimenté, au premier niveau du jeu, le deuxième type de problème, soit celui pour lequel la valeur du prix initial est connue et que la valeur du prix par kilomètre est à déterminer (DVD, 3.2, p. 8).

Ainsi, le premier problème à résoudre était le suivant : notre touriste a parcouru une distance de 12 kilomètres et ce trajet lui a coûté 49 $. Le prix initial est de 1 $ et l'équipe AF devait déterminer la valeur du prix par kilomètre (DVD, 3.4, 28 :08).

Pour ce problème, A a eu un peu plus de difficulté que lors des problèmes précédents. Voyant qu'il ne comprenait pas la question, je lui ai demandé : « Combien coûte 0 Km? » (DVD, 3.4, 18 :44). A m'a alors répondu « 1 $ » (DVD, 3.4, 18 :46). Ainsi, A comprend que la valeur du prix initial correspond au prix de départ, soit pour 0 kilomètre. C'est après lui avoir demandé combien de kilomètre (12 kilomètres) le touriste avait parcouru (DVD, 3.4, 19 :24) que A a commencé à comprendre le problème et que tout le reste du raisonnement a déboulé correctement.

Ainsi, il a calculé que sans le prix initial de 1 $, les 12 kilomètres ont coûté 48 $ (DVD, 3.4, 19 :58). Par la suite, il a voulu faire « [...] 12 divisé par 48 » (DVD, 3.4, 20 :18). Puisque sur sa feuille, il avait prit l'habitude d'écrire la distance et ensuite, le prix correspondant, peut-être a-t-il dit qu'il fallait diviser 12 par 48 car il avait écrit dans cet ordre ces deux valeurs. Regardons sur sa feuille ses calculs :

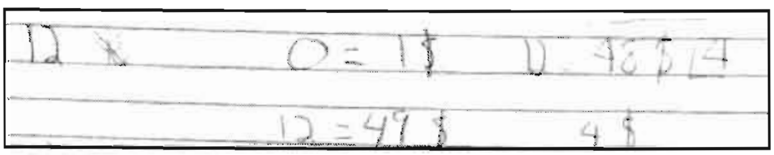


Figure 3.48 : Tirée du document utilisé par A (DVD, 3.6, p. 3)

Ainsi, il semblait écrire les distances en premier et écrire le prix correspondant à droite de cette distance.

Par la suite, c'est F qui a dit à A de faire plutôt 48 divisé par 12 (DVD, 3.4, 20 :20). Ainsi, A a pu trouver que le prix par kilomètre était de 4 $ par kilomètre. D'ailleurs, voici, de son côté, ce que F avait écrit sur sa feuille :


49-1 = 48 48 ÷ 12 = 4

Figure 3.49 : Tirée du document utilisé par F (DVD, 3.6, p. 6)

On peut donc remarquer que A avait réussi ce type de problème du premier coup.

Par la suite, lorsque nous avons demandé à l'équipe AF si « on pourrait trouver une autre réponse possible selon vous? » (DVD, 3.4, 21 :12), les deux semblaient d'accord qu'on ne pourrait pas trouver d'autres réponses possibles, (DVD, 3.4, 21 :20) et ils en étaient convaincus.

Pour le deuxième problème du même type, les deux membres de l'équipe AF ont utilisé la même méthode que lors du problème précédent (DVD, 3.4, 22 :24). Ainsi, ils ont d'abord enlevé le prix initial au prix de la course pour ensuite diviser cette valeur par le nombre de kilomètres parcourus. Cette méthode très efficace était assez facile à réaliser pour les deux membres de l'équipe. D'ailleurs, tous les autres problèmes de ce type ont été résolus de la même façon.

3.7.1.3 Deuxième niveau : déterminer la valeur du prix par kilomètre et du prix initial

Dans un troisième temps, l'équipe AF a expérimenté le deuxième niveau du jeu soit, celui pour lequel la valeur du prix initial et la valeur du prix par kilomètre sont à déterminer et qu'une distance parcourue par le taxi accompagné de son prix est fournie dans la table de valeurs en roses.

Le premier problème à résoudre était le suivant : notre touriste a parcouru une distance de 12 kilomètres et ce trajet lui a coûté 69 $. Le prix initial et le prix par kilomètre sont à déterminer (DVD, 3.4, 33 :34).

Il est rare pour des élèves d'avoir à résoudre des problèmes pour lesquels plusieurs réponses sont possibles. L'équipe AF a été relativement peu perturbée par ce genre de problème si nous comparons leur réaction à celle de l'équipe MV (Voir analyse, ch. 3.3, p. 167). Fait surprenant : les deux membres de l'équipe AF ont utilisé la même stratégie pour choisir la valeur du prix par kilomètre pour le taxi.

De son côté, F dit qu'il a choisi la valeur du prix par kilomètre d'une manière sans logique « ça vraiment pas rapport ce que j'ai fait », (DVD, 3.4, 26 :14) mais en le questionnant un peu plus profondément, j'ai pu m'apercevoir qu'il n'avait pas choisi sa valeur de prix par kilomètre sans réfléchir. Ainsi, pour déterminer le nombre de kilomètres parcourus, F cherche le plus grand prix par kilomètre entier possible. Ainsi, une distance de 12 kilomètres multipliée par 6 $ par Km (72 $) dépasse le prix du parcours (69 $) tandis que 5 $ par Km ne le dépasse pas. Nous pouvons d'ailleurs observer ses calculs sur sa feuille :

$69 \div 12 = 5,75 \quad 5 \quad 5 \times 12 = 60 \quad 69 - 60 = 9$ $

Figure 3.50 : Tirée du document utilisé par F (DVD, 3.6, p. 6)

Par la suite, F a trouvé qu'avec un prix par kilomètre de 5 $ par kilomètre, les 12 kilomètres coûteraient 60 $. Puisque le prix de la course est de 69 $, la différence de prix représente le prix initial, soit 9 $ (69 $ - 60 $).

Par la suite, A affirme qu'il a fait « [...] quasiment la même affaire que toi (F) mais différemment » (DVD, 3.4, 26 :46).

Regardons de plus près ce que ce que A avait écrit sur sa feuille :

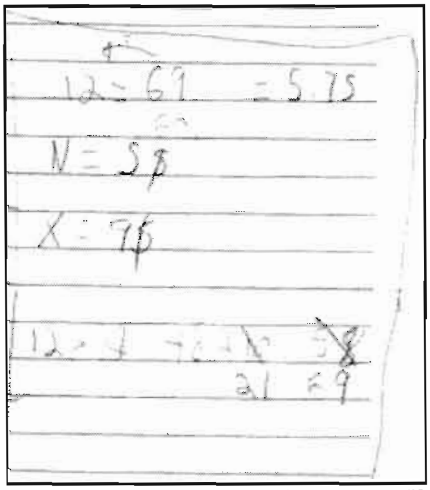


Figure 3.51 : Tirée du document utilisé par A (DVD, 3.6, p. 3)

On voit sur la feuille de A qu'il a divisé le prix de la course (69 $) par le nombre de kilomètres (12 kilomètres). Ainsi, il a trouvé que, de cette façon, le prix par kilomètre serait de 5,75 $. Ensuite, il a lui aussi choisi de prendre l'entier inférieur à 5,75 soit 5 $ par kilomètre, comme valeur de prix par kilomètre comme l'avait fait F.

De plus, je ne sais pas si les calculs à la suite de ses réponses (5 et 9 $) ont été réalisés pour vérifier ses réponses. Plus tard (DVD, 3.4, 27 :05), A explique que pour trouver le prix initial, il a choisi de multiplier la différence entre le prix par kilomètre calculé (5,75 $) et celui choisi (5 $) par 12 kilomètres pour trouver la valeur du prix initial (0,75 $ x 12) de 9 $. Par contre, il est difficile de savoir s'il a fait ce calcul pour trouver la valeur du prix initial ou encore pour vérifier sa valeur trouvée.

Par la suite, lorsque j'ai demandé à l'équipe AF si on pouvait trouver d'autres valeurs possibles au prix par kilomètre et au prix initial (DVD, 3.4, 27 :31), les deux membres de l'équipe AF ne croyaient pas que d'autres valeurs auraient pu être possibles[87]. Est-ce parce que les deux membres de l'équipe AF croient que la valeur du prix par kilomètre est toujours le plus grand entier possible?

[87] Voir (DVD, 3.4, 27 :53) et (DVD, 3.4, 27 :54).

Ceci pourrait venir du fait que les valeurs du prix par kilomètre (et du prix initial) étaient toujours entières lors des problèmes précédents, et ce, pour toutes les parties précédentes de l'expérimentation. Mais pourquoi seulement la valeur entière <u>la plus grande</u> possible? Pourtant, ils ont déjà fait des problèmes pour lesquels la valeur du prix par kilomètre n'était pas la plus grande possible.

Lorsque j'ai demandé à l'équipe AF si le prix par kilomètre avait pu être, par exemple, de 4 $/Km (DVD, 3.4, 28 :01), F a réalisé que « [...], dans le fond » (DVD, 3.4, 28 :15), ça aurait pu être possible.

Ainsi, quand je leur ai demandé quelle serait la valeur du prix initial si le prix par kilomètre n'aurait pas été de 5 $/Km, mais de 4 $/Km par exemple (DVD, 3.4, 28,20), A a répondu rapidement que le prix initial serait de 10 (DVD, 3.4, 28 :26). Ainsi, il a pensé trop rapidement qu'en diminuant de 1 $ le prix par kilomètre, le prix initial augmenterait aussi de 1 $. Donc, A comprend que lorsque la valeur du prix par kilomètre diminue, la valeur du prix initial augmente. Par contre, ce n'est pas parce que le prix par kilomètre diminue de 1 $/Km que le prix initial augmentera, à l'inverse de 1 $. C'est quand je leur ai demandé de calculer la valeur du prix initial en prenant leur temps qu'ils ont alors trouvé que le prix initial serait de 21 $ (DVD, 3.4, 29 :58) et qu'ainsi, le prix initial n'a pas augmenté de 1 $, mais de 12 $ (21 $ - 9 $).

Après cette deuxième réponse, les deux membres de l'équipe étaient maintenant d'accord sur le fait qu'il existe une infinité de réponses possibles. Par contre, la justification de A était un peu différente de celle de F. De son côté, F dit : « tant qu'on change les deux, ça peut toujours marcher » (DVD, 3.4, 30 :58). Contrairement à F, A dit qu'on pourrait trouver 120 réponses différentes : « Ben le tableau *(en parlant de l'axe des ordonnées de la table de valeurs)* va jusqu'à 120, sûrement jusqu'à 120. » (DVD, 3.4, 31 :07). Ici, A semble associer le nombre maximum de réponses à la graduation maximale de l'axe des ordonnées sur le graphique. C'est lorsque j'ai dit à A que l'axe des ordonnées aurait pu être gradué à l'infini (DVD, 3.4, 31 :23) que ce dernier a alors dit qu'il existe une infinité de réponses (DVD, 3.4, 31 :30). Quand plus tard, A a dit que toutes les droites « Ça ferait un étoile, quasiment »

(DVD, 3.4, 31 :34) que nous avons compris que A n'excluait pas de sa réponse les droites ayant une pente négative. Ainsi, on comprend pourquoi la grandeur de l'axe des ordonnées avait une influence sur le nombre de réponses possibles. Même si lors de la première partie de l'expérimentation, A a observé et affirmé qu'une droite ayant une pente négative ne serait pas réaliste (DVD, 3.4, 28 :19), celui-ci semble avoir oublié cette affirmation. Nous pourrions, lors de la prochaine partie, vérifier cette dernière affirmation, « l'étoile ».

3.7.1.4 TRACER PLUSIEURS DROITES POSSIBLES DANS UN GRAPHIQUE

Avant même de demander à l'équipe AF de tracer toutes les droites possibles sur leur feuille, nous avons trié et observé les différents couples de valeurs trouvés. En observant les valeurs trouvées, les deux membres de l'équipe AF n'ont eu aucune difficulté à observer que lorsque le prix par kilomètre augmente, le prix initial diminuera et vice-versa[88].

À la suite de cette observation, l'équipe AF devait tracer plusieurs droites possibles sur leur feuille faisant en sorte que 12 kilomètres coûtent 69 $ (Voir DVD, 3.2, p. 16). Il est à noter que lorsque je leur ai demandé de tracer toutes les droites possibles, j'ai omis de mentionner que les droites devaient respecter la situation du taxi. Ainsi, il aurait été préférable d'être plus clair à ce sujet.

Comme nous l'avions prévu précédemment, A imaginait encore une fois que l'ensemble des droites « Ça va faire une étoile » (DVD, 3.4, 36 :25). Ainsi, il considère que les droites ayant des pentes négatives seraient adéquates.

De son côté, F ne trouvait pas la question claire, car, selon lui, et avec raison, il était impossible de tracer une infinité de droites. Quand nous lui avons demandé d'en faire quelques-unes, il a alors réalisé qu'il n'avait pas à toutes les faire : « Ah ok, j'pensais qu'il fallait toutes les dessiner, j'étais comme, ah! » (DVD, 3.4, 36 :41).

[88] Voir (DVD, 3.4, 34 :29) et (DVD, 3.4, 34 :36).

Après avoir éclairci les questions de chacun, voici les droites que F a tracées sur leur feuille :

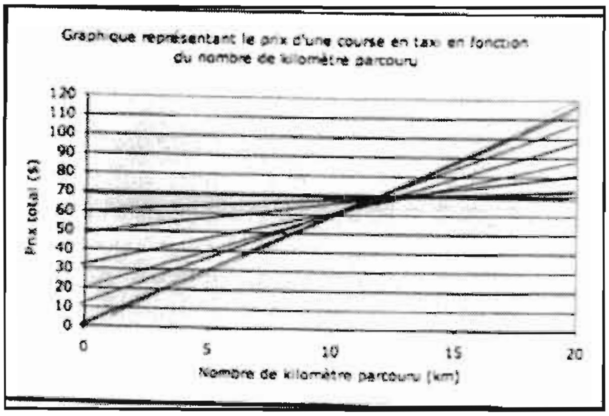


Figure 3.52 : Tirée du document utilisé par F (DVD, 3.6, p. 7)

D'ailleurs, quand nous avons demandé à F s'il pourrait y avoir d'autres droites « plus haut »[89] (DVD, 3.4, 37 :50), il a répondu « Ben non sinon le prix serait dans les moins. » (DVD, 3.4, 37 :53). Ainsi, F a compris que les droites ayant un prix initial plus grand que 69 $, passant par le point (12 Km, 69 $) et ayant une pente négative ne respecte pas la situation du taxi.

On peut finalement remarquer que F a tracé la droite ayant un prix par kilomètre nul. Ainsi, il considère possible que le prix de la course en taxi reste toujours le même, peu importe la distance parcourue.

Voici les droites tracées par A :

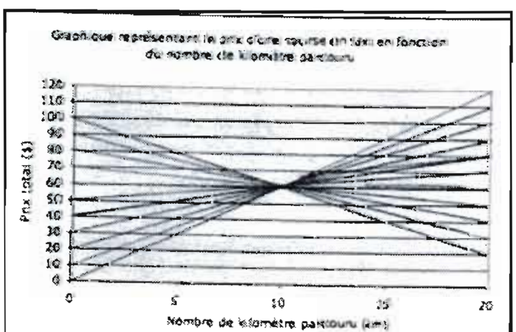


Figure 3.53 : Tirée du document utilisé par A (DVD, 3.6, p. 3)

[89] Par des droites « plus haut », nous vouions dire des droites ayant une pente négative.

Comme nous pouvons le remarquer sur le graphique de A, toutes les droites, tant celles ayant des pentes négatives que positives, ont été tracées. L'étoile dont A parlait est mise en évidence.

En observant la diminution du prix de la course lorsque la distance augmente (DVD, 3.4, 38 :59), A a compris que les droites ne doivent pas avoir une pente négative. D'ailleurs, quand nous lui avons demandé quelle est la valeur maximale du prix initial (DVD, 3.4, 39 :09), A a compris que « Ben, 69 » (DVD, 3.4, 39 :19) serait la valeur maximale du prix initial.

3.7.2 Compréhension et utilisation du logiciel (Le tour du monde)

Dans un premier temps, il est clair que les différents modes de représentation présents dans le logiciel ont été très peu utilisés par l'équipe AF. Les deux membres de l'équipe AF préféraient écrire leurs calculs et leurs données sur leur feuille.

La vérification de leurs réponses se faisait surtout à l'aide du bonhomme sourire dans la table de valeurs. Comme pour les parties précédentes, ce type de vérification était très significatif pour eux[90]. L'équipe AF n'avait pas de difficulté à comprendre que la droite devait passer par le point rose dans le graphique « Ben, y'é pas sur le point » (DVD, 3.4, 5 :24). Par contre, il fallait que je leur demande de tracer la droite pour que les membres de l'équipe AF fassent la vérification à l'aide du graphique[91].

De plus, lorsqu'un des membres de l'équipe AF voulait inventer un problème pour son collègue, les deux élèves devaient accepter certaines restrictions. Par exemple, F s'est aperçu qu'il ne pouvait changer les valeurs du point en rose dans la table de valeurs. De plus, lorsqu'un des deux choisissait un problème du deuxième niveau, celui pour lequel il fallait déterminer le prix par kilomètre et le prix initial, et qu'il voulait imposer une des deux valeurs en jaune (le prix par kilomètre ou le prix initial), les membres de l'équipe AF se sont

[90] Voir (DVD, 3.4, 17 :04) ou encore (DVD, 3.4, 23 :24).
[91] Voir par exemple (DVD, 3.4, 49 :58) ou encore (DVD, 3.4, 14 :10).

rapidement aperçu qu'ils devaient choisir cette valeur de façon à ce que le problème soit réaliste[92]. Ainsi, même la personne qui choisit le problème doit réfléchir aux données qui seront fournies.

J'ai d'ailleurs été surprise de constater que les valeurs négatives (pour les deux paramètres) étaient acceptées par le logiciel.

En général, l'équipe AF n'a pas eu de difficulté à utiliser le logiciel de la troisième partie.

3.7.3 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Voir l'analyse de la troisième partie pour l'équipe MV (Voir analyse, ch. 3.7, p. 177).

[92] Voir par exemple (DVD, 3.4, 46 :22).

3.8 ANALYSE DES RÉSULTATS DE L'ÉQUIPE MV POUR LA QUATRIÈME PARTIE

L'analyse qui suit porte sur la quatrième partie de l'expérimentation. Cette dernière partie avait pour but principal d'observer dans le graphique l'effet de la variation du prix par kilomètre (pente) ou du prix initial (ordonnée à l'origine). Dans le but d'extrapoler les apprentissages réalisés aux parties précédentes par la situation du taxi, nous voulions aussi observer leur compréhension d'une situation où la relation entre les variables est linéaire à l'aide d'une autre situation, la piscine.

Voici tout d'abord ce que l'équipe MV avait sous les yeux à l'écran d'ordinateur :

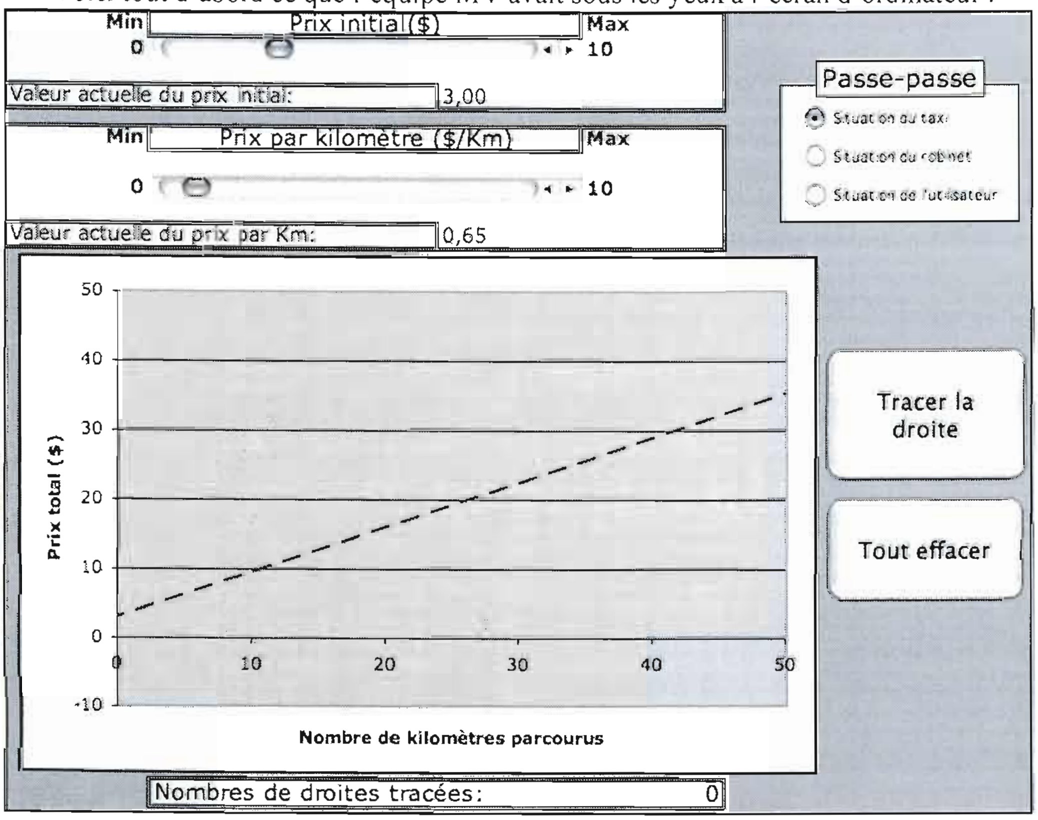


Figure 3.54 : Logiciel Excel à son état initial (DVD, 4.3)

Ce logiciel leur permettait de tracer toutes les droites[93] qu'elles désiraient dans un même graphique.

3.8.1 Initiation au logiciel

Avant même de commencer à tracer des droites à l'aide du logiciel, l'équipe MV devait, à la question 1a (DVD, 4.1, p. 1), écrire l'équation représentant le coût (C) en fonction du nombre de kilomètres parcourus (d) sachant que le prix initial est de 3 $ et que le prix par kilomètre est de 5 $ par kilomètre. Lorsque nous avons demandé à M ce qu'elle avait écrit, elle a répondu : « Ben moi j'ai 3 plus 5 fois la distance qui donne le coût. » (DVD, 4.5, 3 :04). Voici d'ailleurs ce que M avait écrit sur sa feuille :

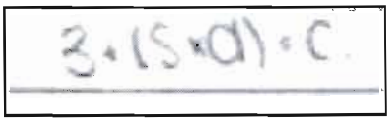

3+(5×d)=C

Figure 3.55 : Tirée du document écrit utilisé par M (DVD, 4.7, p. 2)

De son côté, V a eu un peu plus de difficulté à écrire l'équation. Par conséquent, elle a dit « moi j'ai faite 3 plus la distance égale le coût. » (DVD, 4.5, 3 :11) Voici ce que V avait écrit sur sa feuille :


3+d=C   3+(5 d)=C

Figure 3.56 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 7)

V n'a pas tenu compte dans sa première équation du prix par kilomètre (5 $/Km). En tant qu'enseignante au secondaire, j'ai pu remarquer cette erreur très souvent. Par exemple, lorsqu'on demandait aux élèves de deuxième secondaire le problème suivant : Une sortie au cinéma a coûté 110 $ pour 20 enfants et 10 adultes. Sachant qu'il en coûte 2 $ de plus pour un adulte que pour un enfant, combien coûte une entrée au cinéma pour un adulte? Pour un enfant? Nombreux sont ceux qui écriront l'équation suivante : $(x+2) + x = 110$. Tenir compte du prix par personne ou pour V, du prix par kilomètre, n'est pas chose facile. D'ailleurs, après consensus[94], V est d'avis qu'il faut multiplier la distance (d) par le prix par kilomètre (5

---

[93] Il est à noter que selon la situation, nous ne sommes pas nécessairement en présence de droite, mais plutôt de segment ou encore, de demi-droite. Par contre, dans la but de ne pas alourdir l'analyse inutilement, nous parlerons toujours de « droite ».

[94] Voir (DVD, 4.5, 3 :17) à (DVD, 4.5, 4 :03).

$/ Km). V a eu de la difficulté à écrire l'équation d'une situation linéaire en connaissant la valeur du prix par kilomètre et le prix initial.

3.8.2 COMPRÉHENSION DE L'EFFET DE LA VARIATION D'UN PARAMÈTRE

3.8.2.1 QUESTION #2 : TRACER DES DROITES AYANT LE MÊME PRIX INITIAL

Pour cette question, l'équipe MV devait tracer des droites ayant le même prix initial de 8 $. Dans un premier temps, je leur ai demandé « si le prix initial est de 8 $, est-ce que vous pouvez me représenter une droite qui représente cette situation-là? » (DVD, 4.5, 8 :48) Comme lors de la troisième partie, où l'équipe MV devait trouver plusieurs réponses à une même question (DVD, 4.5, 34 :54), cette équipe a encore une fois été perturbée par ce type de question à plusieurs réponses. Ainsi, V m'a dit : « [...] parce qu'on sait pas c'est quoi le prix par Km » (DVD, 4.5, 9 :09) ce que nous lui confirmons (DVD, 4.5, 9 :12). Alors, elle répond : « faqu'on a 0 » (DVD, 4.5, 9 :15) pour le prix par kilomètre. V croit que si nous ne connaissons pas la valeur du prix par kilomètre alors, la valeur du prix par kilomètre est de 0 $/Km. Elle avait d'ailleurs eu le même type de raisonnement lors de la troisième partie de l'expérimentation ce qui est très intéressant de sa part.

De son côté, M comprenait que la valeur du prix par kilomètre n'était pas nécessairement égale à 0 $/Km. Quand nous lui avons demandé de tracer une deuxième droite pour laquelle la valeur du prix initial est de 8 $, M a alors dit : « N'importe quel prix par kilomètre [...] » (DVD, 4.5, 10 :06)

Finalement, lorsque je leur ai demandé combien de droites pourrait-on tracer (DVD, 4.5, 10 :25), les filles de l'équipe MV ont associé ce nombre à une valeur du problème. V a alors associé le nombre de droites possibles à la valeur du prix initial (8) et M, à la valeur maximale de la glissière « Prix par kilomètre » de 60 $/Km (DVD, 4.5, 10 :29). Pourtant, elles ont elles-mêmes choisi cette valeur maximale pour le prix par kilomètre. Quand j'ai demandé à M si on avait pu changer la valeur maximale de la glissière « prix par kilomètre », (DVD, 4.5, 10 :59) comme elles l'avaient fait auparavant, M s'est alors aperçu qu'on pourrait tracer une quantité « infinie » (DVD, 4.5, 11 :10) de droites. Même que plus tard, M a ajouté que si le prix par kilomètre était trop grand « C'est juste qu'y aurait pas grand monde qui prendrait le taxi » (DVD, 4.5, 12 :10). Nous étions alors heureux de constater que M restait en contact avec la situation du taxi, ce qui était un des buts premiers de mon expérimentation.

Après avoir tracé seulement deux droites à l'aide du logiciel, j'ai demandé à l'équipe MV de tracer toutes les droites possibles dans le graphique présenté sur leur document écrit (DVD, 4.5, 12,15). Deux difficultés sont alors apparues.

Première des choses, puisque le graphique du document écrit n'était pas pareil comme celui du logiciel, certaines différences les avaient perturbées.

Voici les graphiques présentés sur le document écrit et sur le logiciel :

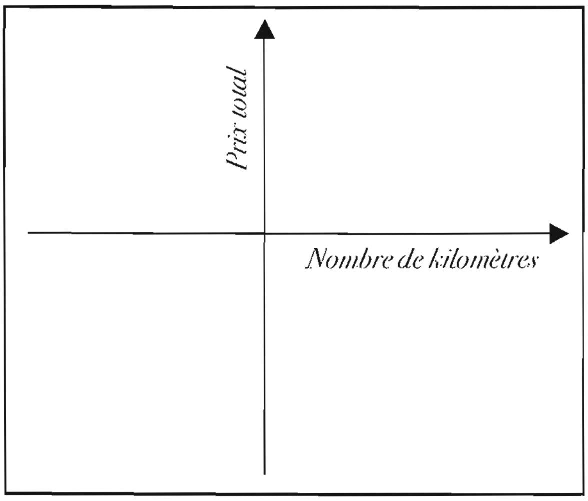


Figure 3.57 : Tirée du document de l'élève (DVD, 4.1, p. 1, #2)

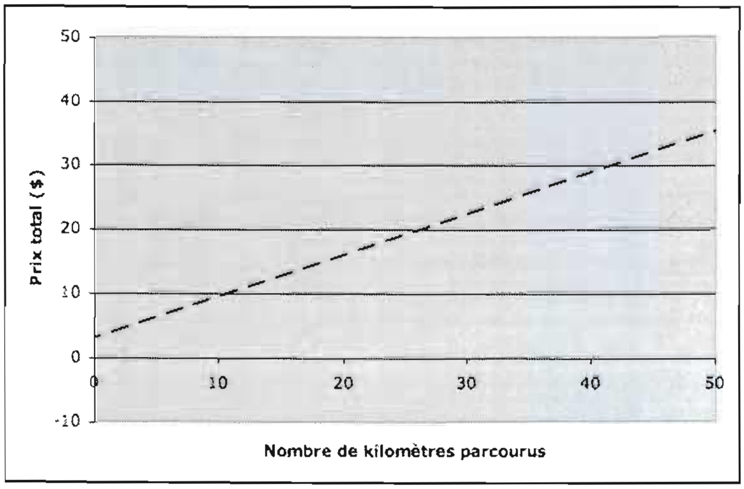


Figure 3.58 : Tirée du logiciel Excel (DVD, 4.3)

Comme nous pouvons le remarquer, les axes sur les 2 graphiques ne sont pas pareils. Ceux du logiciel sont gradués contrairement à ceux sur le document de l'élève. De plus, les noms des axes ne sont pas tout à fait identiques et les 4 quadrants sont présents sur le graphique du document de l'élève contrairement à celui sur le logiciel qui n'en contient que 2. En raison de ces différences, M a eu besoin que je fasse la correspondance entre les deux graphiques[95].

Un peu plus tard, une des deux filles a demandé « faut faire toutes les lignes possibles? » Cette deuxième difficulté est tout à fait compréhensible puisqu'il n'est pas possible de toutes les faire. Il faudrait donc penser à reformuler cette question.

Observons premièrement les droites de M :

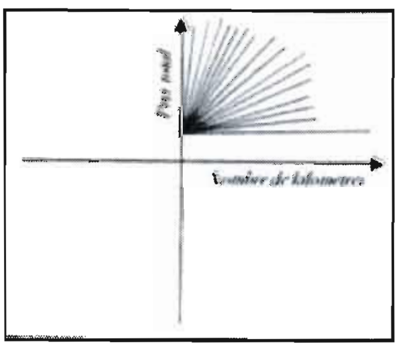


Figure 3.59 : Tirée du document écrit utilisé par M (DVD, 4.7, p. 2)

[95] Voir (DVD, 4.5, 13 :00) à (DVD, 4.5, 13 :11).

M avait tracé des droites ayant seulement des pentes positives ce qui est excellent. On peut aussi remarquer qu'elle considère que la droite horizontale, ayant un prix par kilomètre égal à 0, est applicable à la situation du taxi.

Et voici maintenant la réponse de V :

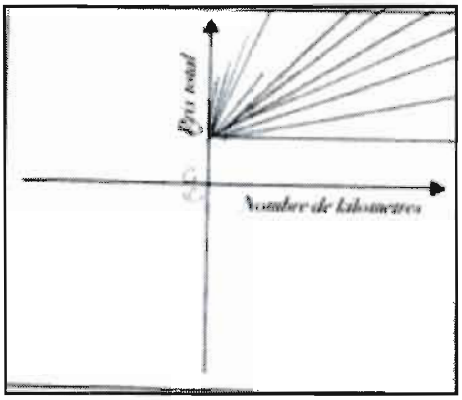


Figure 3.60 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 7)

V non plus n'a pas tracé de droite ayant une pente négative. Par contre, les explications des membres de l'équipe MV justifiant pourquoi on ne peut pas tracer une droite ayant une pente négative est assez douteuse. Ainsi, quand nous leur avons demandé si on pouvait avoir une droite ayant une pente négative de -10 \$/Km pour la situation du taxi (DVD, 4.5, 16 :34), les deux ont répondu « non », (DVD, 4.5, 17 :00 et 17 :01) et M a ajouté « parce qu'il faudrait payer pour moins 10 kilomètres » (DVD, 4.5, 17 :05). Nous ne comprenons d'ailleurs pas cette justification de la part de M. Par contre, un peu plus tard, V a ajouté que si le prix par kilomètre est négatif, « [...] qui descend, pis si il descend ça veut dire que c'est dans les moins, ça va donner moins » (DVD, 4.5, 17 :26). V semble comprendre qu'un prix par kilomètre négatif engendre une droite décroissante et, éventuellement, un prix total négatif pour le taxi. Finalement, la justification du pourquoi une droite ne peut pas être décroissante pour la situation du taxi n'est pas convaincante, et je me demande si elles comprennent vraiment pourquoi les droites ne peuvent pas avoir une valeur de prix par kilomètre négative.

3.8.2.2 QUESTION #3 : TRACER DES DROITES AYANT LE MÊME PRIX PAR KILOMÈTRE

C'est à la question #3 que je demandais à l'équipe MV de tracer des droites ayant un prix par kilomètre de 0,75 \$/Km (DVD, 4.1, p. 2, #3). Encore une fois, l'équipe MV avait de la difficulté à comprendre le problème puisque plusieurs droites sont possibles et qu'on ne connaît pas la valeur du prix initial. Une des deux files a alors dit « Ben tantôt oui, mais on connaît pas le prix initial faqu'on mettrait à 0 » (DVD, 4.5, 20 :33). Encore une fois, et comme à la partie précédente de l'expérimentation, lorsque plusieurs réponses sont possibles, V a tendance à choisir comme valeur « 0 » pour une des deux valeurs de paramètre. Après avoir tracé plusieurs droites possibles, V a affirmé que des milliards de droites pourraient êtres tracées.

La valeur maximale de la glissière du prix initial étant à 8 \$, M a alors dit que « dans ce cas-là, c'est 8 » la valeur maximale qu'on pourrait donner au prix initial, mais elles ont admis, plus tard, que cette valeur pourrait être plus grande. D'ailleurs, V a même ajouté « mais plus grand que c'est, moins que le monde vont prendre le taxi. » (DVD, 4.5, 21 :57) Ainsi, V considère encore que nous sommes en contexte de taxi, ce qui est très bien. Ainsi, je voulais que les activités fassent en sorte que le contexte soit toujours présent dans la tête des élèves.

Avant même que V commence à tracer les droites, ses affirmations me faisaient pressentir qu'elle n'avait pas compris la question. Par exemple, elle dit : « mais on fait quasiment la même chose que dans le dernier numéro, le numéro 2 » (DVD, 4.5, 23 :10) et elle ajoute « on faisait plein de droites à partir de 75 » (DVD, 4.5, 23 :17) en parlant du prix par kilomètre de 0,75 \$/Km.

Voici d'ailleurs les droites tracées par V :

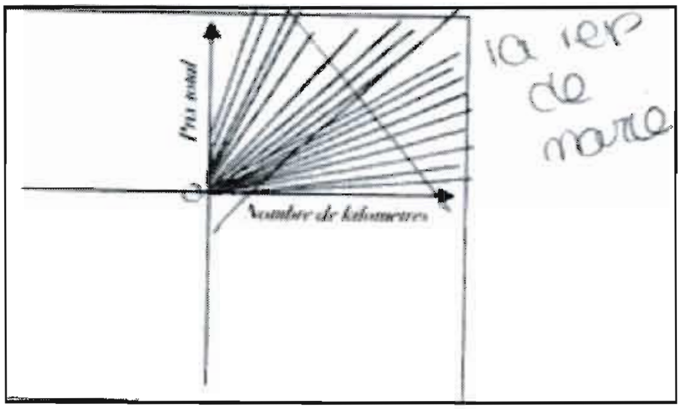


Figure 3.61 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 8)

Voici la solution de M :

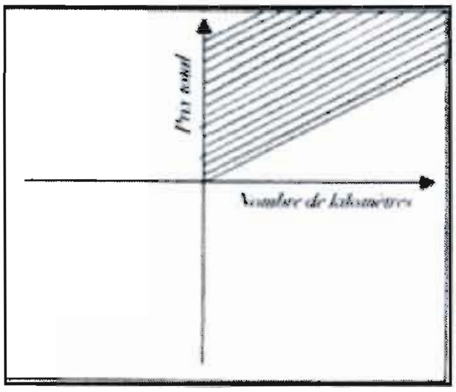


Figure 3.62 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 4)

Comme V l'avait dit plus tôt, elle croyait qu'elle devait refaire sensiblement la même chose qu'au problème #2. Ainsi, V n'a pas compris que des droites ayant le même prix initial ne donnerait pas le même résultat que des droites ayant le même prix par kilomètre. Plus tard, V et M arrivent au consensus que la réponse de M est la bonne. D'ailleurs, contrairement à V, M a observé[96] les droites tracées à l'aide du logiciel avant même de tracer les droites sur le document écrit. M fait même remarquer à V que ses droites ne devraient pas partir du même point en lui faisant observer celles tracées à l'aide du logiciel : « mais comment tu l'as faite, tu l'as toujours faite partir du même point. Regarde ici, ils partent pas toujours du même point. » (DVD, 4.5, 23 :55).

---

[96] Voir la vidéo (DVD, 4.5) aux temps 22 :30 et 22 :32.

Fait intéressant : lorsque j'ai demandé à l'équipe MV ce que l'on pouvait remarquer à propos de la disposition des droites dans le graphique, (DVD, 4.5, 24 :20) M a répondu que « C'est comme une translation » (DVD, 4.5, 24 :38) qui relie les droites. Se souvenait-elle de ce que nous avons vu lors de la deuxième partie (2B) lorsque nous avions observé deux droites parallèles?

3.8.2.3 QUESTION #4 : TRACER DES DROITES PASSANT PAR UN MÊME POINT

La question #4 (DVD, 4.1, p. 2, #4) avait pour buts d'observer quel logiciel les filles utiliseraient pour représenter toutes les droites possibles, sachant qu'un parcours de 10 kilomètres a coûté 35 $, et de faire un retour sur la partie précédente. Elles pouvaient réutiliser le logiciel de la troisième partie qui permettait de trouver des valeurs numériques au prix initial et au prix par kilomètre ou encore celui de la quatrième partie qui permettait d'avoir une réponse plutôt géométrique.

Comme lors de la troisième partie, M a eu le réflexe de diviser 35 par 10 (DVD, 4.5, 26 :02) sans trop savoir ce qu'elle obtiendrait avec cette opération. Ainsi, l'équipe MV essayait de retrouver les stratégies qu'elle avait utilisées lors de la partie précédente de l'expérimentation. De plus, la division du coût par le nombre de kilomètres est très présente encore une fois pour trouver, peut-être, le prix par kilomètre. Puisqu'elles ne semblent pas trop savoir quoi faire, mais qu'elles semblent vouloir utiliser les mêmes stratégies que lors de la troisième partie de l'expérimentation, je leur ai présenté le logiciel correspondant : « Le tour du monde » (DVD, 4.5, 26 :19). Par contre, puisqu'il n'est pas possible de modifier les valeurs en rose fournies dans le logiciel de la troisième partie, nous avons dû utiliser les valeurs « 6 kilomètres coûtent 27 $ ». Par la suite, lorsque les filles se sont retrouvées avec le logiciel de la troisième partie, leur manière de faire pour trouver un prix par kilomètre et un prix initial faisant en sorte qu'une distance de 6 kilomètres coûte 27 $ était maintenant adéquate[97]. Finalement, V comprend que la valeur du prix initial ne doit pas dépasser le prix total de la course (27 $) pour ne pas avoir de droite ayant une pente négative. Voici les réponses de chacune des filles en commençant par M :

---

[97] Voir par exemple (DVD, 4.5, 27 :56) pour les valeurs suivantes : le prix par kilomètre est de 6 $/Km et le prix initial est 3 $. Ou encore, voir (DVD, 4.5, 29 :23 à 29, :48) pour les valeurs suivantes : 3,5 $/Km pour le prix par kilomètre et 6 $ pour le prix initial.

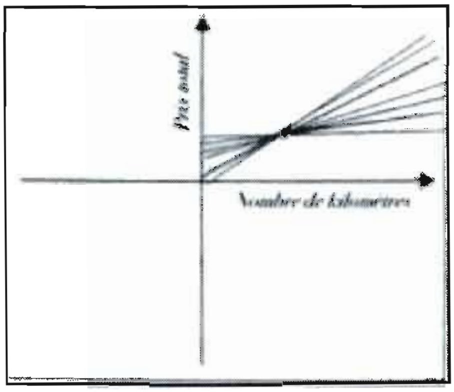


Figure 3.63 : Tirée du document écrit utilisé par M (DVD, 4.7, p. 4)

Voici la solution de V :

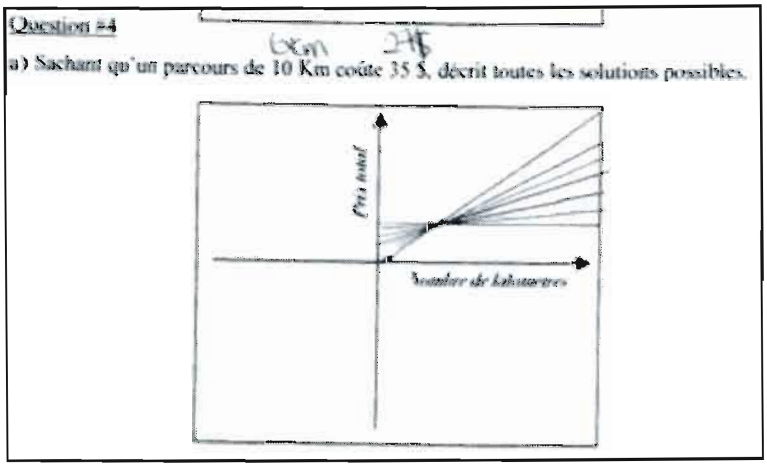


Figure 3.64 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 8)

Les solutions des filles sont équivalentes et bonnes. Le logiciel de la troisième partie semble les avoirs aidées à tracer les droites pour cette question modifiée[98].

3.8.2.4 CHANGEMENT DE SITUATION : DU TAXI À LA PISCINE

Les prochaines questions avaient pour but de faire la transition entre la situation du taxi et une autre situation, la piscine (Voir DVD, 4.1, p. 3). Il est à noter que pour les prochaines questions, la piscine se remplit ou se vide et qu'on observe la quantité d'eau dans la piscine en fonction du débit.

[98] En utilisant le logiciel de la troisième partie, il fallait changer les données (10 Km, 35 $) par (6 Km, 27 $).

3.8.2.5 Question #5 et #6 : Tracer des droites ayant la même quantité d'eau initiale

Pour la question #5, (DVD, 4.1, p. 3) avec un contexte différent de celui du taxi, celui de la piscine, les filles devaient tracer des droites pour lesquelles la quantité d'eau initiale d'eau dans la piscine est de 8 litres, en considérant que la piscine se remplit.

Lorsque l'équipe MV traçait les droites correspondantes, je leur ai demandé « ça serait quoi la plus petite valeur de débit qu'on pourrait avoir? » (DVD, 4.5, 40 :32). Les deux étaient d'avis que ce serait 0 L/min, ce qui est très bien.

À la suite d'un questionnement concernant ce débit de 0L/min[99], M a très bien compris que le débit doit être un peu plus grand que 0 et qu'il peut être très petit. Ainsi, elle dit « ben oui, ça pourrait être ½ litre par minute » (DVD, 4.5, 41 :37) et plus tard, elle ajoute même que « ça peut être une goutte par minute » (DVD, 4.5, 41 :49), mais que la piscine « [...] se rempliera pas vite » (DVD, 4.5, 41 :53)

Après avoir tracé de nombreuses droites à l'aide du logiciel, les filles ont alors été capables de tracer les droites sur leur feuille.

Voici la solution de M :

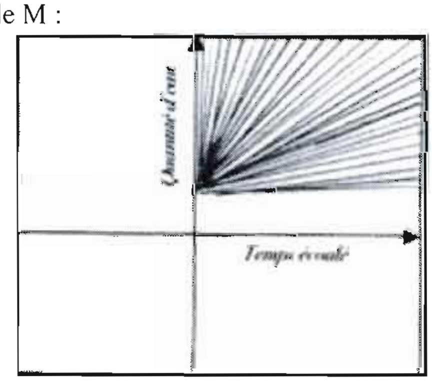


Figure 3.65 : Tirée du document écrit utilisé par M (DVD, 4.7, p. 3)

[99] Voir (P4, MV, 40,38 à 41 :37).

Voici celle de V :

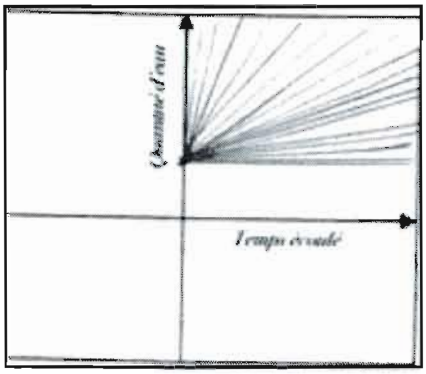


Figure 3.66 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 9)

On peut observer que les deux membres de l'équipe MV ont sensiblement tracé les mêmes droites. La droite ayant un débit de 0 L/min semble plus évidente pour V que pour M. A-t-elle compris que le débit ne pouvait pas être égal à 0 L/min si la piscine se remplit?

La prochaine question (DVD, 4.1, p. 4, #6) consistait à tracer des droites ayant une quantité d'eau initiale de 8 litres, mais cette fois-ci, en considérant que la piscine se vide. Encore une fois, les filles ont utilisé le logiciel pour tracer quelques droites. Par contre, je me demande si le quatrième quadrant devrait être présent puisque la quantité d'eau dans la piscine ne peut être négative. J'élaborai ce point dans la partie « Amélioration du logiciel » (Voir analyse, 3.9, p. 212) de la présente analyse. Voici les droites que l'équipe MV a tracées sur leur feuille en commençant par M :

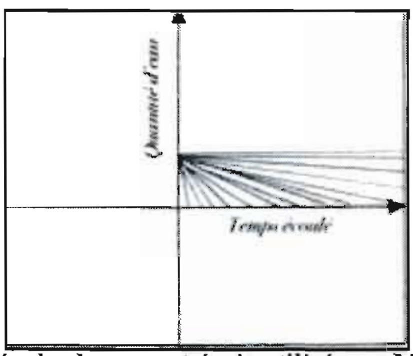


Figure 3.67 : Tirée du document écrit utilisé par M (DVD, 4.7, p. 5)

Les droites tracées par V :

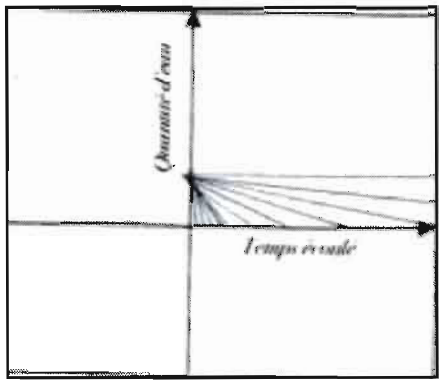


Figure 3.68 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 10)

Il est à noter qu'au départ, V avait poursuivi ses droites en dessous de l'axe des abscisses. C'est après questionnement avec V que cette dernière a effacé ses prolongements (DVD, 4.5, 48 :23). Par contre, cette erreur est tout à fait compréhensible puisque sur le logiciel, les droites sont poursuivies dans le quatrième quadrant.

3.8.2.6 QUESTION #7 ET #8 : TRACER DES DROITES AYANT LE MÊME DÉBIT

Ces dernières questions avaient pour but d'observer si l'équipe MV serait capable de tracer des droites ayant le même débit. Seront-elles capables de faire la transition entre le prix par kilomètre (pour la situation du taxi) au débit (pour la situation de la piscine)?

Dans un premier temps, à la question #7 (DVD, 4,1, p. 4), on demandait à l'équipe MV de tracer des droites ayant un débit de 2 L/min dans l'éventualité que la piscine se remplit. Après avoir demandé au logiciel de tracer une première droite ayant une quantité initiale d'eau de 8 litres, V avait encore une fois de la difficulté avec le fait que plusieurs droites, donc plusieurs réponses, soient possibles. Pour l'aider, M lui a alors dit « tu changes la quantité, on doit changer la quantité initiale » (DVD, 4.5, 50 :08) et V s'interroge « pis je mets quoi comme quantité initiale? » (DVD, 4.5, 50,17). Par la suite, V a été capable de tracer plusieurs droites à l'aide du logiciel.

Voici d'ailleurs les droites tracées par M:

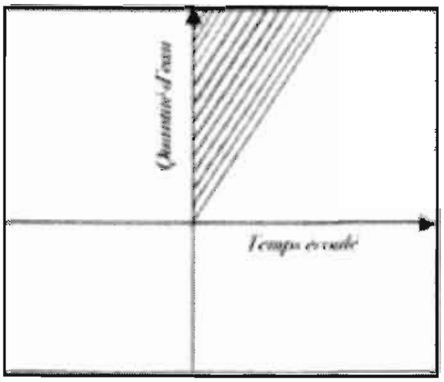


Figure 3.69 : Tirée du document écrit utilisé par M (DVD, 4.7, p. 5)

Et voici les droites tracées par V :

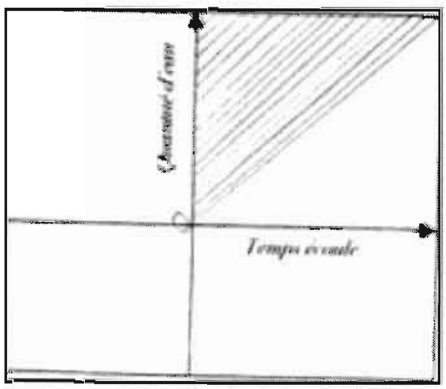


Figure 3.70 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 10)

Les deux solutions sont excellentes. Le logiciel semble réellement aider les membres de l'équipe MV à représenter plusieurs droites dans un graphique lorsqu'un des deux paramètres est fixe et que l'autre varie.

La prochaine question (DVD, 4.1, p. 5, #8) demandait à l'équipe MV de tracer des droites ayant un débit de -2 L/min en considérant que la piscine se vide. Sans difficulté, les filles ont tracé à l'aide du logiciel des droites ayant un débit de -2 L/min. De ce fait, voici les droites qu'elle ont tracées sur leur feuille en commençant par celle de M :

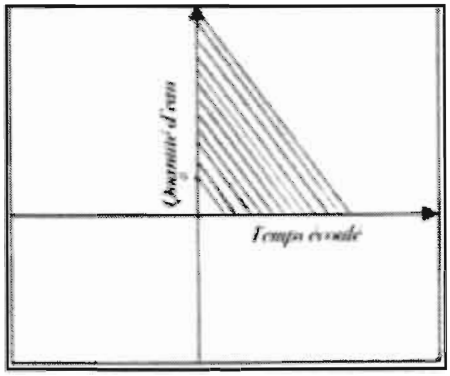


Figure 3.71 : Tirée du document écrit utilisé par M (DVD, 4.7, p. 6)

Et voici celles de V :

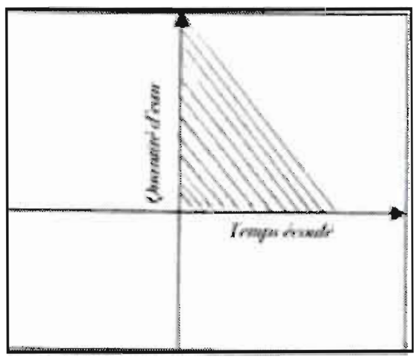


Figure 3.72 : Tirée du document écrit utilisé par V (DVD, 4.7, p. 11)

Comme nous pouvons l'observer sur les documents de M et V, les deux filles ont sensiblement la même excellente solution. Le logiciel semble les avoir aidées à tracer ces droites.

3.8.2.7 TROUVER UNE AUTRE SITUATION

Avant de passer à la dernière question de l'expérimentation, je voulais observer si l'équipe MV était capable d'inventer une autre situation pouvant s'apparenter aux deux premières situations, soit celle du taxi et de la piscine. Les filles ont eu de nombreuses difficultés.

En conséquence, les filles ont choisi d'observer la distance parcourue par un cycliste en fonction du temps. En voulant trop écouter sans contester leur suggestion, j'ai laissé les filles développer sur des choix de variables irréalistes. Par exemple, quand j'ai demandé (DVD, 4.5, 58 :55) aux filles à quoi s'apparenterait le « prix par kilomètre » ou le « débit » dans leur nouvelle situation, M a répondu « le temps par kilomètre » (DVD, 4.5, 59 :20) Ce taux était très spécial et non conventionnel. Les unités de ce taux devraient plutôt être inversées puisque le temps, étant une variable indépendante dans cette situation, devrait être au dénominateur. Ainsi, le taux serait « la distance parcourue en un certain temps ». Par contre, ne voulant pas influencer leur réponse, je les ai laissées déraper un peu trop sur leurs erreurs (DVD, 4.5, 1 :01 :46).

Finalement, la situation choisie par l'équipe MV est la suivante : on observe la distance parcourue par un cycliste selon le temps. Le taux est la vitesse en Km/h et la valeur initiale est la distance parcourue initialement. Il est à noter que l'équipe MV a considérablement été aidée pour trouver cette troisième situation.

3.8.2.8 QUESTION #9: COMPARAISON DES PARAMÈTRES POUR LES TROIS SITUATIONS

Après avoir fait remarquer aux filles que nous avons en main trois situations différentes soit le taxi, la piscine et le cycliste, je leur ai demandé à quoi pouvaient-elles associer le prix initial dans la situation de la piscine (DVD, 4.5, 1 :06 :18). C'est V qui a trouvé que ce serait la « quantité d'eau » (DVD, 4.5, 1 :06 :46) initiale et sans que je lui demande, elle a rapidement trouvé que le débit serait associé au prix par kilomètre (DVD, 4.5, 1 :06 :52).

Par la suite, lorsque j'ai demandé à l'équipe MV à quoi pouvaient s'apparenter le prix initial et la quantité d'eau initiale dans la nouvelle situation (le cycliste), V a encore une fois trouvé que ce serait le nombre de kilomètres initial[100]. Un peu plus tard, M a associé le prix par kilomètre dans la situation du taxi et le débit dans la situation de la piscine à la vitesse dans la situation de l'équipe MV (DVD, 4.5, 1 :08 :04).

Finalement, lorsque j'ai demandé à l'équipe MV si elle pouvait trouver le nom général associé au prix initial, à la quantité d'eau initiale ou encore, à la distance initiale

[100] Voir (DVD, 4.5, 1 :07 :36) et (DVD, 4.5, 1 :07 :41).

parcourue, V a déduit que ce nom général contiendrait assurément le mot « initial » (DVD, 4.5, 1 :10 :22). Ainsi, j'en suis venue au fait que nous l'appelons « la valeur initiale » (DVD, 4.5, 1 :10 :23). Ensuite, pour trouver le nom général associé au prix par kilomètre, au débit ou à la vitesse, j'ai demandé aux filles si elles se souvenaient de la différence entre un taux et un rapport (DVD, 4.5, 1 :13 :03)[101]. Les filles se rappelaient de la différence entre les deux[102] et V a même pu, par la suite, associer le prix par kilomètre, le débit et la vitesse à « des taux » (DVD, 4.5, 1 :13 :44). Par la suite, j'ai mentionné qu'on appelait ce taux le « taux de variation ».

3.8.2.9 IDENTIFICATION DES VALEURS DES PARAMÈTRES DANS UNE ÉQUATION

Pour vérifier si l'équipe MV était capable d'identifier les valeurs des paramètres dans une équation (sans situation), je leur ai suggéré d'observer l'équation de Montréal: C = 4d +5. Ainsi, V a associé le « 5 » au prix initial (DVD, 4.5, 1 :14 :47) (ou la valeur initiale) et le « 4 » au prix par kilomètre (DVD, 4.5, 1 :14 :51) (ou le taux de variation).

Pour être certaine qu'elles étaient capables de les reconnaître dans n'importe laquelle équation, je leur ai ensuite montré l'équation suivante : y = 8 + 3x et j'ai délibérément inversé les deux termes (« 8 » et « 3x ») comparativement à la première équation présentée (C = 4d +5). Malgré cette différence, V a associé le « 8 » à la valeur initiale (DVD, 4.5, 1 :15 :38) en expliquant qu'elle l'avait reconnu « parce que y'é tout seul » (DVD, 4.5, 1 :15 :42 ». Par contre, pour identifier la valeur du taux de variation, j'ai dû faire un retour avec la première équation (C = 4d + 5) pour que V soit capable de l'associer à la valeur « 3 » (DVD, 4.5, 1 :16 :09). Ainsi, dans un premier temps, elle a dit que le taux de variation dans la première équation (C = 4d + 5) serait « 4d » (DVD, 4.5, 1 :15 :59) même si auparavant si elle avait dit « 4 » (DVD, 4.5, 1 :14 :51). Cette erreur est aussi apparue avec l'équipe AF. Puisque le signe de la multiplication n'est pas présent entre le « 4 » et le « d », les élèves peuvent croire que le « 4d » est un seul élément et qu'ainsi, nous ne pouvons pas les séparer. Ou encore, peut-être que le « d » est perçu comme l'unité de « 4 ». Finalement, avec mon aide, l'équipe MV a pu trouver les valeurs du taux de variation dans les deux équations.

---

[101] Elles ont appris la différence entre les deux en secondaire 2.
[102] Voir (DVD, 4.5, 1 :13 :14) et (DVD, 4.5, 1 :13 :21).

3.8.2.10 Dernière question : la question d'André Boileau (directeur de maîtrise)

Pour s'assurer que les filles comprenaient l'effet de la variation des paramètres dans le graphique, André Boileau a posé, premièrement à M, la question suivante : « [...] imaginez que la droite c'est votre bras, si je vous dis que, dans la situation du taxi, je vais laisser le prix par Km toujours le même, et que je fais varier le prix initial. Avec votre bras, pouvez-vous faire le mouvement que la droite va faire à ce moment-là? » (DVD, 4.5, 1 :16 :34). M a montré des droites parallèles en bougeant son bras (DVD, 4.5, 1 :17 :02). Pour mieux décrire ce mouvement, voici une séquence réelle du mouvement de bras de M :

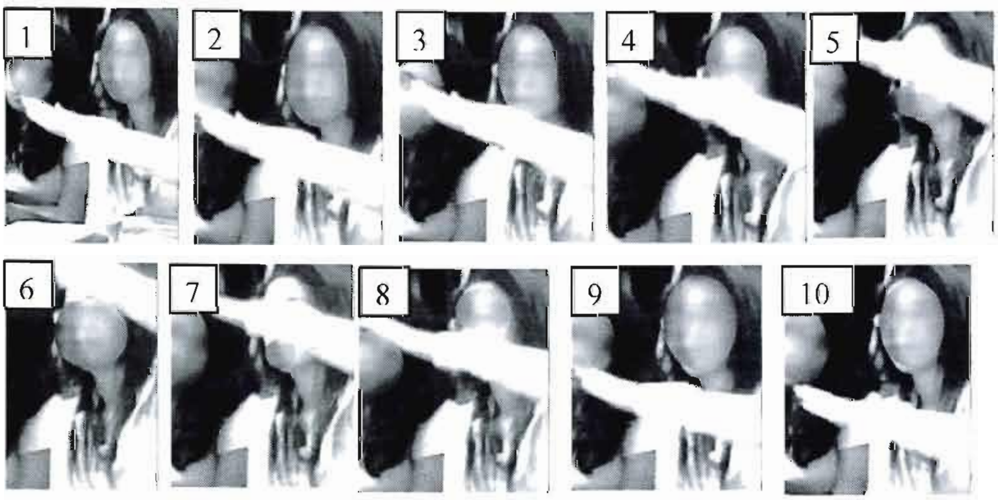


Figure 3.73 : Séquence vidéo montrant le mouvement de bras de M

André Boileau a ensuite posé la question suivante à V : « Si maintenant je laisse le prix initial, qui est toujours le même, mais que je fais varier le prix par Km, avec ton bras, est-ce que tu peux me dire comment la droite va varier? » (DVD, 4.5, 1 :17 :04). V a montré des droites pouvant être reliées par une rotation en bougeant son bras.

Encore une fois, pour mieux décrire ce mouvement, voici une séquence réelle du mouvement de bras de V :

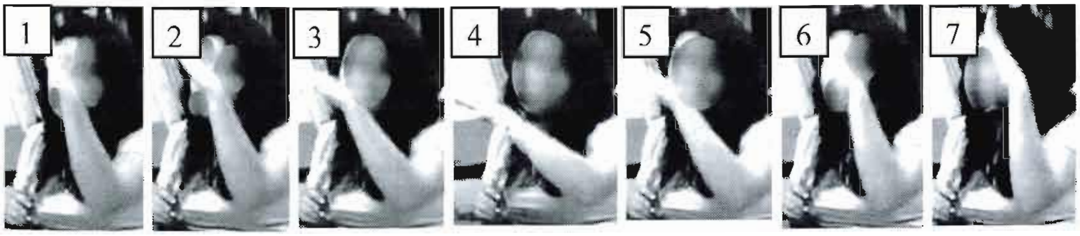


Figure 3.74 : Séquence vidéo montrant le mouvement de bras de V

Ces dernières réponses données par les filles semblent montrer qu'elles comprennent l'effet de la variation d'un paramètre sur une droite à la fois dans le graphique. Je considère que l'expérimentation est une réussite puisque son but principal, « À partir de l'équation associé à une situation de variation directe ou partielle, décrire qualitativement l'effet sur le graphique de la modification d'un paramètre. » (Ministère de l'Éducation, 1995, p. 23), a été accompli.

3.8.3 COMPRÉHENSION ET UTILISATION DU LOGICIEL (DU TAXI À LA PISCINE)

Les filles n'ont pas eu de réelles difficultés à utiliser le logiciel. Par contre, elles avaient parfois de la difficulté à obtenir la valeur exacte à l'aide des glissières. Elles ont compris rapidement que si elle voulait avoir un prix initial de 8 $, elles n'avaient qu'à changer la valeur maximale de la glissière associée au prix initial pour 8 $ et placer le curseur au maximum de la glissière.

3.8.4 AMÉLIORATION DU LOGICIEL

Premièrement, il pourrait être bien d'ajouter des flèches aux bouts des axes dans le but de respecter les conventions mathématiques.

Dans un deuxième temps, l'axe des ordonnées ayant un minimum de -10, il était parfois difficile de bien voir les droites ayant un taux de variation négatif. Il serait être bien de diminuer cette valeur de façon à voir une plus grande partie du quatrième quadrant. Peut-être qu'on pourrait aussi permettre à l'utilisateur de modifier l'intervalle visible pour l'axe des ordonnées.

Dans un même ordre d'idée, puisqu'il n'est pas possible d'avoir une quantité d'eau négative dans la piscine, il serait bien de modifier la situation de façon à ce que la variable dépendante puisse être négative. Par exemple, la piscine pourrait être semi-creusée et nous pourrions observer le niveau de l'eau en fonction du temps.

Puisqu'il était impossible d'avoir une quantité d'eau négative, il aurait fallu arrêter les droites à l'axe des abscisses lorsque le débit était négatif pour être réaliste par rapport à la situation.

De plus, il y avait certaines erreurs dans la programmation de la protection des cellules. Lorsque l'équipe MV voulait écrire les noms des variables de leur situation (le cycliste) aux cellules appropriées, certaines de ces cellules étaient protégées. Il faudrait éventuellement s'assurer que ces cellules ne soient pas protégées lorsque les élèves voudront écrire les noms de leurs variables.

Finalement, il aurait été préférable de pouvoir ajouter un point dans le graphique (dans le cas de la question #3, le point 10 Km, 35 $) pour que les élèves puissent tracer les droites passant par ce point sur le même logiciel (sans avoir à utiliser le logiciel de la troisième partie).

3.9 Analyse des résultats de l'équipe AF pour la quatrième partie

L'analyse qui suit porte sur la quatrième partie de l'expérimentation. Cette dernière partie avait pour but principal d'observer dans le graphique l'effet de la variation du prix par kilomètre (pente) ou du prix initial (ordonnée à l'origine) sur la droite[103]. Dans le but d'extrapoler les apprentissages réalisés aux parties précédentes par la situation du taxi, je voulais aussi observer leur compréhension d'une seconde situation où la relation entre les variables est linéaire, la piscine. Finalement, je voulais observer si les deux étaient capables de trouver une autre situation se rapportant aux deux premières.

Voici ce que l'équipe AF avait sous les yeux à l'écran d'ordinateur :

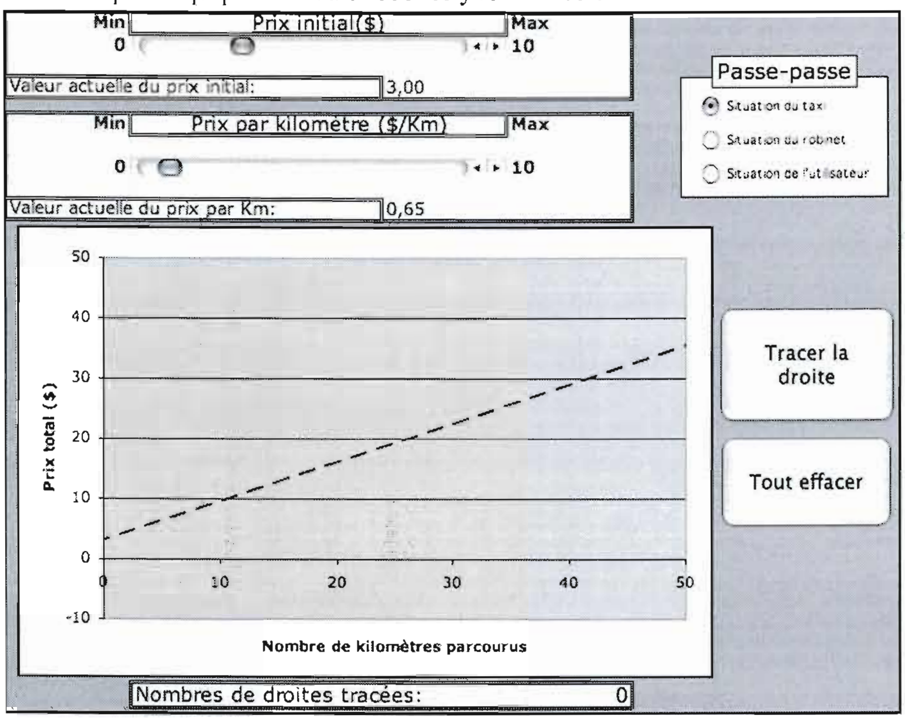


Figure 3.75 : Logiciel Excel à son état initial (DVD, 4.3)

103 Il est à noter que selon la situation, nous ne sommes pas nécessairement en présence de droite, mais plutôt de segment ou encore, de demi-droite. Par contre, dans le but de ne pas alourdir l'analyse inutilement, nous parlerons toujours de « droite ».

Ce logiciel leur permettait de tracer toutes les droites désirées dans un même graphique.

3.9.1 INITIATION DU LOGICIEL

Avant même de commencer à tracer des droites à l'aide du logiciel, l'équipe AF devait, à la question 1a (DVD, 4.1, p. 1), écrire l'équation représentant le coût (C) en fonction du nombre de kilomètres parcourus (d) sachant que le prix initial est de 3 $ et que le prix par kilomètre est de 5 $ par kilomètre.

Voici l'équation que A a écrite :

$$3+(5\times D)=C$$

Figure 3.76 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.6, p. 2)

Il est à noter que A avait, dans un premier temps, inversé les valeurs du prix initial (5 $) et du prix par kilomètre (3 $/Km) et que c'est après discussion avec F que A a corrigé sa réponse (DVD, 4.5, 2 :20 à 2 :52). Voici maintenant l'équation écrite par F :

$$C=3+(5\times D)$$

Figure 3.77 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.6, p. 7)

On peut remarquer que les deux équations de l'équipe AF sont équivalentes et bonnes. L'équipe se rappelle comment trouver l'équation à partir du prix par kilomètre (5 $/Km) et du prix initial (3 $).

3.9.1.1 QUESTION #2 : TRACER DES DROITES AYANT LE MÊME PRIX INITIAL

Pour cette question (DVD, 4.1, p. 1), l'équipe AF devait tracer des droites ayant le même prix initial, 8 $. À cet effet, ils n'ont eu aucune difficulté à tracer plusieurs droites ayant un prix initial de 8 $. Il est à noter que les membres de l'équipe ont tracé des droites ayant un prix par kilomètre positif. Ainsi, ils semblent rester connectés à la situation (le taxi) dans laquelle le taux de variation ne peut pas être négatif.

Quand je leur ai demandé « [...] vous pourriez m'en tracer combien comme ça? » (DVD, 4.4, 7 :13), F a répondu « Ben une infinie » (DVD, 4.4, 7 :36), A a ensuite répondu qu'il était d'accord avec F.

En revanche, plus tard, lorsque j'ai demandé à l'équipe AF quelle serait la plus grande valeur possible pour le prix par kilomètre, A a associé cette valeur maximale à la valeur maximale de la glissière du prix par kilomètre soit, 60 $ (DVD, 4.4, 7 :56). Par la suite, lorsque A a réalisé qu'il avait précédemment modifié la valeur maximale de ce curseur, il a dit que le prix par kilomètre aurait comme valeur maximale « 360, y pourrait faire le tour ». Cette dernière affirmation d'A est particulièrement intéressante. Est-ce que A associe le prix par kilomètre à l'angle de la droite par rapport à l'axe des abscisses? D'ailleurs, cette association ne serait pas absurde car la modification du prix par kilomètre engendre une orientation différente de la droite dans le plan cartésien.

À la suite de cette affirmation, il aurait été intéressant que je demande à A de tracer une droite ayant un prix par kilomètre de 360 pour qu'il s'aperçoive que cette droite avait encore une pente positive et serait encore dans le premier quadrant. Dans l'expérimentation, je lui ai plutôt demandé de tracer une droite ayant un très grand prix par kilomètre. Il a essayé avec la valeur « 9 999 999 [...] » (DVD, 4.4, 8 :44) $/Km. Il s'est aperçu de cette façon que la droite était encore dans le premier quadrant. Par la suite, lorsqu'il a réalisé que pour être dans le deuxième quadrant, la droite devait avoir un prix par kilomètre négatif (DVD, 4.4, 9 :35), un des deux membres de l'équipe a alors dit que « Ça serait pas réaliste » pour la situation du taxi que le prix par kilomètre soit négatif. Par conséquent, l'équipe AF reste connectée à la situation.

À la suite des droites tracées avec le logiciel, j'ai demandé à l'équipe AF de tracer toutes les droites possibles dans le graphique (DVD, 4.4, 9 :46) et j'ai dû quitter la salle. Pendant cette absence, F a dit à A qu'on ne pouvait pas tracer toutes les droites : « Ben là, on peut pas en faire infini » (DVD, 4.4, 10 :19). Cette interrogation de F est très intéressante puisqu'il n'est pas possible de tracer une infinité de droites puisqu'il avait dit lui-même auparavant qu'une infinité de droites pouvaient êtres tracés (DVD, 4.4, 7 :36). Puisque F a parfaitement raison, il faudrait modifier la question en conséquence.

À mon retour, j'ai pu observer les droites tracées par l'équipe AF. Voici celles de A :

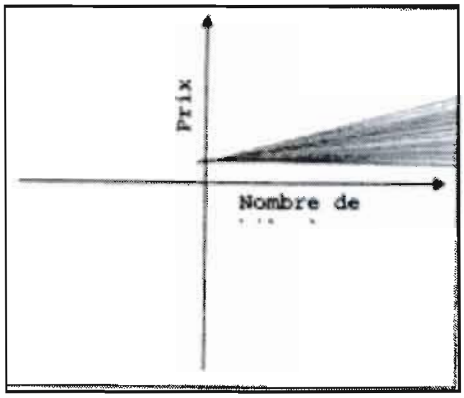


Figure 3.78 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.6, p. 7)

Il faut dire que A n'avait pas tracé ces droites-là au départ. Il avait, dans un premier temps, tracé des droites ayant un prix initial de 0 $. Pour corriger cette erreur, je lui ai demandé d'observer les droites sur le logiciel. Par la suite, il a modifié sa réponse pour avoir des droites ayant un prix initial de 8 $. Voici les droites tracées pas F :

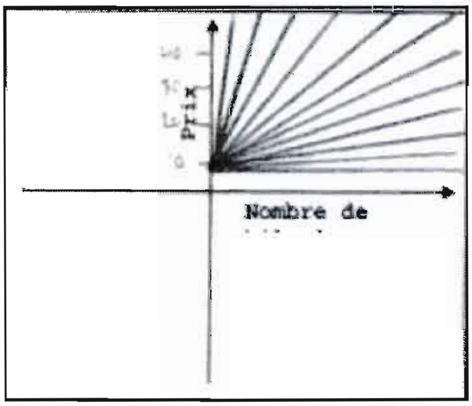


Figure 3.79 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.6, p. 7)

On peut premièrement remarquer que F a beaucoup plus dispersé ses droites et qu'il a gradué l'axe des ordonnées. Ainsi, sa réponse est plus représentative de toutes les droites possibles. Finalement, les deux membres de l'équipe AF semblent maintenant comprendre qu'ils ne peuvent pas tracer toutes les droites, que les droites ont toujours une pente positive et que le prix initial doit être de 8 $.

3.9.1.2 Question #3 : Tracer des droites ayant le même prix par kilomètre

Pour la question #3 (DVD, 4.1, p. 2), on demandait à l'équipe AF de tracer des droites ayant le même prix par kilomètre de 0,75 \$/Km. À ma grande surprise, après avoir tracé une première droite, A a demandé quelle était la valeur du prix initial : « mais de combien? » (DVD, 4.4, 15 :19). Comme c'était le cas pour la question précédente, une des deux valeurs des paramètres n'était pas déterminée. Plusieurs réponses étaient donc possibles. Ces questions à plusieurs réponses peuvent perturber les élèves et même après avoir tracé une droite, A se demandait peut-être quelle était la valeur du prix initial. Peut-être aussi que A n'était pas certain de savoir si le prix par kilomètre de 0,75 \$/Km était encore de mise.

En modifiant la valeur du prix initial, les deux membres de l'équipe AF pouvaient observer le mouvement de la droite dans le graphique. Un des deux membres constate que la droite « [...] descend » (DVD, 4.4, 15 :32). Le logiciel leur montre aussi le mouvement des droites lorsqu'un des deux paramètres est modifié.

Voyons les droites ayant un prix par kilomètre de 0,75 \$/Km tracées par l'équipe AF en commençant par A :

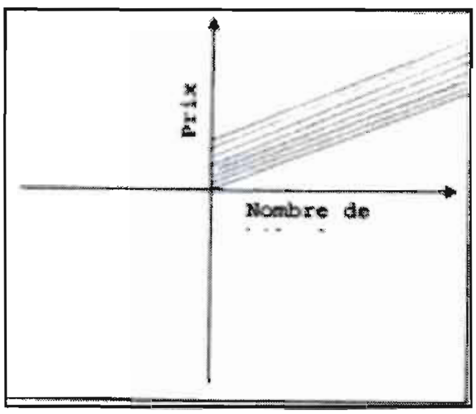


Figure 3.80 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.4, p. 3)

Voici celles tracées par F :

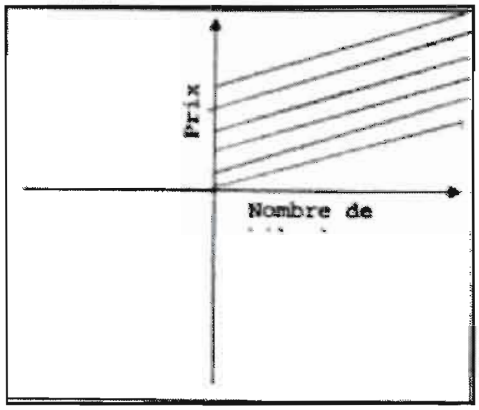


Figure 3.81 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.4, p. 8, #3)

Il est à noter que la réponse de F n'est pas la première qu'il avait écrite. Il avait, dans un premier temps, cru que c'était le prix initial qui était de 0,75 \$/Km. F s'apercevra plus tard de son erreur en comparant sa réponse avec celle de A et les droites tracées à l'aide du logiciel[104].

3.9.1.3 QUESTION #4 : TRACER DES DROITES PASSANT PAR UN MÊME POINT

La quatrième question (DVD, 4.1, p. 2) avait pour but de faire un retour sur une question de la partie précédente soit de tracer les droites passant par un même point, (10 Km, 35 \$). De plus, je voulais aussi observer quel logiciel les filles allaient préférer utiliser.

Dans un premier temps, F a compris que plusieurs couples de valeurs étaient possibles pour le prix par kilomètre et le prix initial : « Ça peut donner plusieurs résultats. » (DVD, 4.4, 19 :40) Après leur avoir suggéré, l'équipe AF a utilisé le logiciel de la troisième partie pour résoudre ce problème car les deux membres de l'équipe ne savaient pas quoi faire pour résoudre le problème. De plus, observer quel logiciel ils allaient utiliser était une observation biaisée puisque, naturellement, je ne crois pas que les élèves auraient tendance à vouloir changer de logiciel. Comme je l'expliquerai à la fin de cette analyse dans la partie « Améliorations possibles du logiciel », je crois qu'il serait préférable d'adapter le logiciel de la quatrième partie pour pouvoir ajouter le point de la question #3, (10 Km, 35 \$).

[104] Voir la vidéo de l'entrevue (DVD, 4.4) au temps 17 :00 à 17 :30.

Devant le logiciel de la troisième partie, F a repris le même raisonnement que lors de la troisième partie de l'expérimentation pour trouver un premier résultat possible. Il est à noter qu'en utilisant le logiciel de la troisième partie, il n'est pas possible de modifier les valeurs en rose. L'équipe AF a tracé toutes les droites possibles sachant que 6 Km coûte 27 $. À partir de ces nouvelles données, F a premièrement trouvé la plus grande valeur entière possible pour le prix par kilomètre, 4 $/Km (DVD, 4.4, 20 :59). Par la suite, puisque 4 $/Km multiplié par 6 Km donne 24 $, il reste 3 $ pour le prix initial (DVD, 4.4, 21 :02 à 21 :05).

Par la suite, A a eu un peu plus de difficulté à trouver une deuxième solution possible (DVD, 4.4, 22 :16). Pour l'aider, je lui ai suggéré de prendre 0 $ pour le prix initial (DVD, 4.4, 22 :31) qui, soit dit en passant, est une valeur limite qui peut l'avoir aidé davantage qu'une autre valeur aléatoire. En divisant 27 par 6, A a trouvé la valeur du prix par kilomètre correspondante (4,50 $/Km) (DVD, 4.4, 23 :06). Par la suite, l'équipe AF a trouvé un troisième couple possible pour le prix par kilomètre et le prix initial (DVD, 4.4, 24 :55). D'ailleurs, les deux membres de l'équipe AF étaient d'accord pour dire qu'une infinité de réponses étaient possibles[105].

Voyons maintenant leur représentation de toutes les droites possibles en commençant par A :

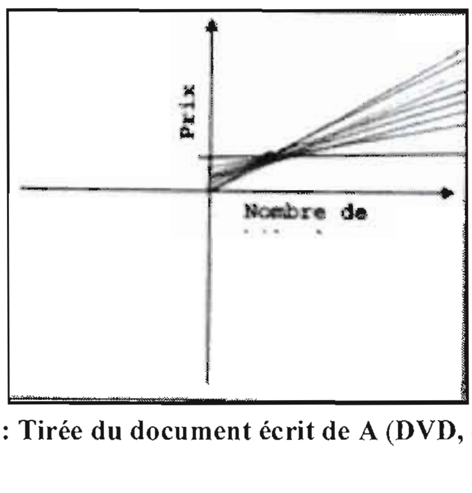


Figure 3.82 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.6, p. 3, #4)

[105] Voir (DVD, 4.4, 25 :38 et 25 :39)

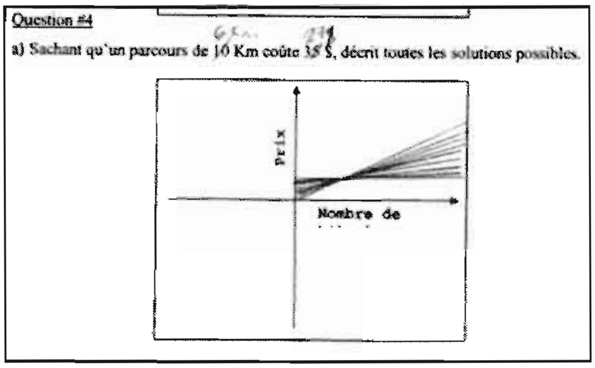


Figure 3.83 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.6, p. 8, #4)

Ainsi, les deux membres de l'équipe ont tracé des droites ayant des pentes positives et A n'a pas répété la même erreur que lors de la troisième partie où il voulait faire une « moustache »[106] et ainsi, des droites ayant des pentes négatives. Il semble de mieux en mieux comprendre qu'une pente négative pour la situation du taxi est impossible. De plus, nous pouvons remarquer que les deux membres de l'équipe AF ont tracé les droites limites[107].

3.9.1.4 Changement de situation : Du taxi à la piscine

Les prochaines questions poursuivaient l'objectif de faire la transition entre la situation du taxi et une autre situation, celle de la piscine (DVD, 4.1, p. 3). Il est à noter que pour les prochaines questions, la piscine se remplit ou se vide et qu'on observe la quantité d'eau dans la piscine en fonction du temps.

Les élèves seront-ils capables de faire la transition entre le prix par kilomètre (dans la situation du taxi) au débit (dans la situation de la piscine) et entre le prix initial (dans la situation du taxi) à la quantité d'eau initiale (dans la situation de la piscine)?

3.9.1.5 Question #5 et #6 : Tracer des droites ayant la même quantité d'eau initiale

La cinquième question (DVD, 4.1, p. 3, #5) leur demandait de tracer des droites ayant la même quantité d'eau initiale (8 litres) dans le cas où la piscine se remplit. Comme pour la deuxième question, l'équipe AF n'a pas eu de difficulté à tracer les droites à l'aide du logiciel.

---

[106] Voir l'analyse de troisième partie de l'expérimentation (Analyse, ch. 3.8, p. 188)

[107] Je veux dire par « droites limites » celle qui représente les limites des droites possibles. Dans ce cas, la droite ayant un prix initial de 0 $ et la droite ayant une pente de 0 $/Km sont les droites limites.

Voici les droites que les membres de l'équipe AF ont tracées sur leur feuille en commençant par la réponse de A :

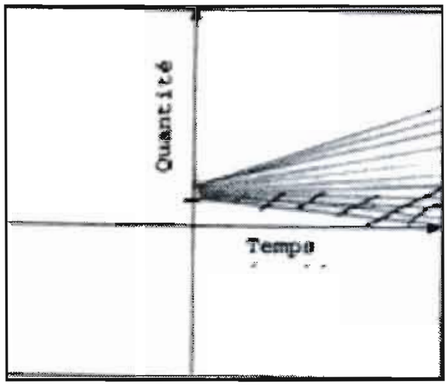


Figure 3.84 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.6, p. 4, #5)

Et voici les droites tracées par F :

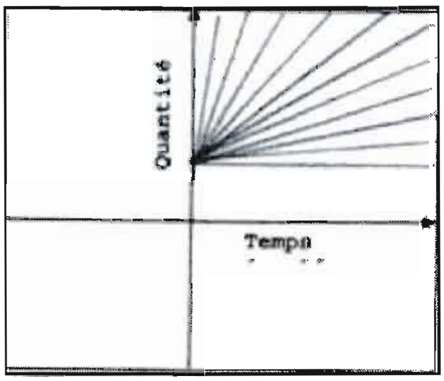


Figure 3.85 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.6, p. 9, #5)

On peut remarquer que A, contrairement à F, a tracé des droites ayant des pentes négatives. Plus tard, A va s'apercevoir de son erreur. Peut-être qu'il croyait qu'un débit plus lent engendrerait une pente négative dans le graphique (DVD, 4.4, 34 :23) même si auparavant, nous venions d'expliquer l'effet d'un débit négatif et positif sur la variation de la quantité d'eau dans la piscine. Un peu plus tard (DVD, 4.4, 36 :00), il dit qu'il n'avait pas réalisé qu'on remplissait la piscine. Il est vrai que l'on dit seulement une fois dans l'énoncé qu'on remplit la piscine et que l'accent n'était pas mis sur ce sujet.

De plus, on peut remarquer que F a encore tracé un échantillon plus représentatif des droites possibles contrairement à A qui a limité l'espace des droites possibles.

Pour la question #6 (DVD, 4.1, p. 6), l'équipe AF devait tracer des droites pour lesquelles la quantité initiale d'eau est encore de 8 litres, mais cette fois-ci, la piscine se vide. Après discussion entre l'équipe AF et moi-même, A était d'accord pour dire que « le max c'est 0, pis le minimum j'sais pas quoi. Ben dépendant du » (DVD, 4.4, 37 :15) Il ajoute plus tard que le minimum pourrait être de « moins 5 000 000 » (DVD, 4.4, 37 :37). Ainsi, A comprend que la valeur maximale du débit est de 0 L/min et que le minimum peut être aussi petit qu'on le désire. Les deux membres de l'équipe AF ont tracé plusieurs droites respectant les données du problème et ils ont admis qu'une infinité (DVD, 4.4, 38 :23) de droites pourraient être tracées.

Par la suite, les deux membres de l'équipe ont tracé plusieurs droites dans leur document écrit. Voici, dans un premier temps, les droites tracées par A :

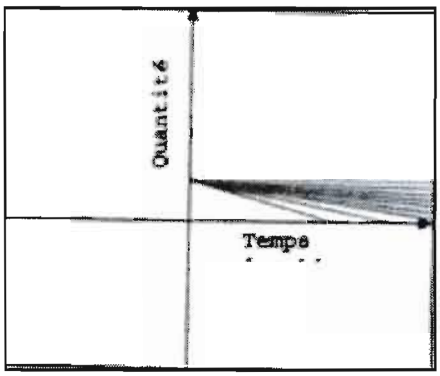


Figure 3.86 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.6, p. 5, #6)

Et voici les droites que F a tracées :

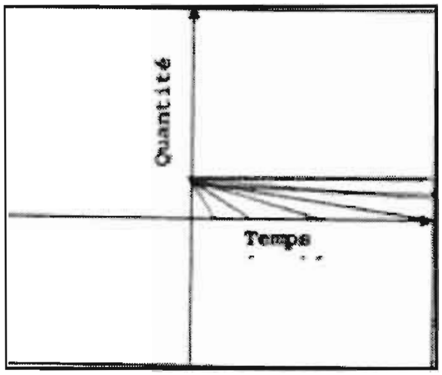


Figure 3.87 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.6, p. 10, #6)

Encore une fois, A a fait beaucoup plus de droites que F. Cette légère différence ne change pas pour autant le fait que les deux réponses sont bonnes puisqu'il n'est pas possible de tracer toutes les droites possibles. Par contre, l'échantillon de droites de F est plus représentatif puisque l'intervalle de débit est plus grand que l'échantillon de droites de A. Pour les deux réponses, les droites ont des pentes négatives et une valeur initiale de 8.

Quand je leur ai demandé s'ils pouvaient comparer leur réponse, les membres de l'équipe AF ont aussi comparé leurs droites à celles qu'ils avaient tracées à l'aide du logiciel. Ainsi, A a remarqué que les droites « continuent jusqu'en bas, jusqu'à moins 10 » (DVD, 4.4, 39 :50). D'ailleurs, lorsque A a dit : « Ah, fallait faire la même affaire? » (DVD, 4.4, 39 :26), on peut considérer que ce dernier ne se servait pas beaucoup des premières droites tracées par le logiciel pour tracer ses droites sur papier. Et quand je leur ai demandé s'il était possible que la quantité d'eau dans la piscine soit de, par exemple, « [...] moins 4 litres » (DVD, 4.4, 40 :09), les deux étaient d'avis pour dire que « non ». Ainsi, les deux membres de l'équipe AF semblent bien comprendre que les droites ne doivent pas traverser l'axe des abscisses, contrairement à ce qu'ils pouvaient observer sur le logiciel.

3.9.1.6 QUESTION #7 ET #8 : TRACER DES DROITES AYANT LE MÊME DÉBIT

Dans un premier temps, à la question #7 (DVD, 4.1, p. 4, #7), on demandait à l'équipe AF de tracer des droites ayant un débit de 2 L/min dans l'éventualité que la piscine se remplit. Les deux membres n'ont alors pas eu de difficulté à déterminer que la valeur minimale pour la quantité initiale d'eau serait de 0 litre (DVD, 4.4, 42 :11) et que la valeur maximale serait l'« infini » (DVD, 4.4, 42 :24 et 42 :27).

Voici les réponses des deux membres de l'équipe AF en commençant par A :

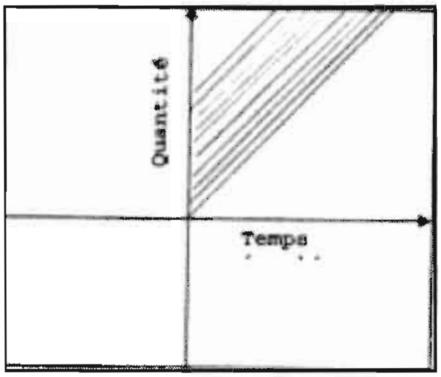


Figure 3.88 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.6, p. 5, #7)

Et voici celles de F :

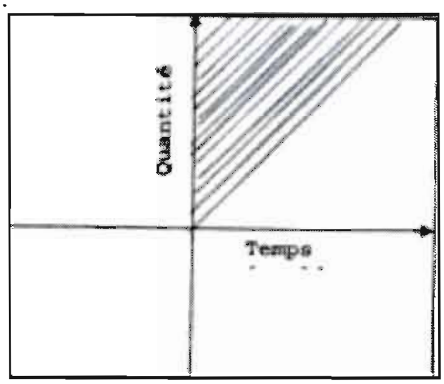


Figure 3.89 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.6, p. 10, #7)

Les réponses des deux membres de l'équipe AF sont équivalentes et bonnes. Par contre, encore une fois, l'échantillon de droites de F est plus complet que celui de A. Les deux membres de l'équipe AF n'ont pas eu de difficulté à tracer des droites ayant le même débit. On voit aussi que les deux membres de l'équipe AF se sont appliqués à tracer des droites parallèles.

La prochaine question (DVD, 4.1, p. 5, #8) demandait à l'équipe AF de tracer des droites ayant un débit de -2 L/min et qu'ainsi, la piscine se vide. Encore une fois, sans difficulté, l'équipe AF a tracé des droites ayant un débit de -2 L/min. Après quelques droites tracées à l'aide du logiciel, l'équipe AF a tracé les droites sur leur feuille. Voici les droites tracées par A :

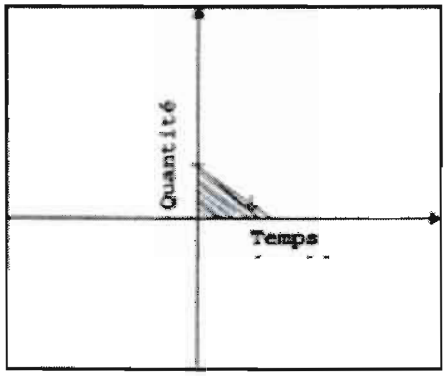


Figure 3.90 : Tirée du document écrit de A (DVD, 4.7, p. 6, #8)

On peut remarquer qu'une droite était non parallèle par rapport aux autres. A s'en était aperçu et c'est pour cela qu'il avait dit : « j'ai une ligne qui est pas bonne » (DVD, 4.4, 46 :17). Voici les droites tracées par F :

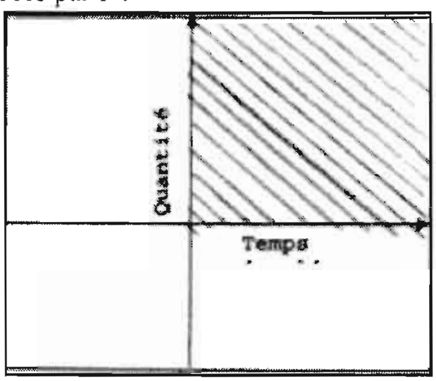


Figure 3.91 : Tirée du document écrit de F (DVD, 4.6, p. 11, #8)

Pour cette question, F a tracé beaucoup plus de droites que A ce qui me fait réaliser, encore une fois, que l'échantillon de droites de F est beaucoup plus complet que celui de A. Il est à noter que, dans un premier temps, F avait poursuivi ses droites en dessous de l'axe des abscisses. En comparant sa réponse avec celle de A, il a dit : « Ah j'avais mis les litres dans les moins » (DVD, 4.4, 46 :37). Peut-être que le logiciel l'a incité à poursuivre ses droites en dessous de l'axe des abscisses puisque celles qui sont sur le logiciel traversent l'axe des abscisses. Finalement, les deux membres de l'équipe AF ont tracé des bonnes droites.

3.9.1.7 TROUVER UNE AUTRE SITUATION

Avant de passer à la dernière question de l'expérimentation, je voulais savoir si l'équipe AF serait capable de reconnaître une situation linéaire d'une situation qu'il ne l'est pas et s'ils étaient capables de trouver d'autres situations ayant les mêmes caractéristiques que les deux situations vues jusqu'à présents (le taxi et la piscine).

Dans un premier temps, A a suggéré l'achat d'« essence » (DVD, 4.4, 47 :09) pour une voiture. Par contre, il a réalisé qu'il n'y avait pas de prix initial pour l'achat d'essence (DVD, 4.4, 47 :24)[108]. Par la suite, A a rapidement pensé à l'achat d'une carte métro ou d'autobus, mais il a alors réalisé que « [...] le prix y change jamais » (DVD, 4.4, 47 :55). Ensuite, F a trouvé une autre situation ayant de son côté une valeur initiale : « quelqu'un qui travaille dans un pommier » (DVD, 4.4, 48 :07) « ah pas dans un pommier, mais dans un verger » (DVD, 4.4, 48 :10). F associe la valeur initiale à un certain nombre de pommes initial et notre pomiculteur ramasse des pommes à chaque pommier (DVD, 4.4, 48 :16). Malheureusement, pour avoir un taux de variation fixe, je leur ai ensuite suggéré trop vite que le pomiculteur ramasse un certain nombre de pommes par heure (DVD, 4.4, 48 :22).

Malgré le fait que les noms des nouveaux paramètres étaient longs à écrire et que je leur demandais en plus de les écrire à deux reprises sur le logiciel, l'équipe AF a pu tracer une droite ayant un nombre initial de pommes égal à 24 (la valeur initiale) et que le pomiculteur ramasse 9 pommes par minute (le taux de variation)[109]. Il fut intéressant de constater que l'équipe AF a choisi seulement des valeurs entières pour le nombre de pommes ramassées par minute. Les valeurs étaient réalistes par rapport à la situation.

3.9.1.8 QUESTION #9: COMPARAISON DES PARAMÈTRES POUR LES TROIS SITUATIONS

Dans un premier temps, l'équipe AF a associé le prix initial dans la situation du taxi à la quantité d'eau initiale : « les litres » (DVD, 4.4, 53 :04) « au début » (DVD, 4.4, 53 :09). Ensuite, F a associé ce paramètre aux « [...] pommes ramassées j'pense, pomme avant qui commence » (DVD, 4.4, 53 :41) pour la situation du pomiculteur. En ayant sous les yeux les noms donnés pour la valeur initiale pour les trois situations vues (le prix initial, la quantité d'eau initiale et le nombre de pommes au départ), F a eu l'idée de donner comme nom à ce

---

[108] Après réflexion, peut-être que nous aurions pu considérer des rabais sous forme de coupon comme un prix initial négatif. Par contre, souvent les coupon-rabais demande un montant minimal d'achat ce qui fait que cette situation ne serait pas tout à fait de type « linéaire ».
[109] Voir (DVD, 4.4, 51 :48) et (DVD, 4.4, 52 :12)

paramètre « la valeur de départ » (DVD, 4.4, 54 :44) ce qui est une très bonne idée. Ce n'est pas exactement la même chose que « valeur initiale » (nom officiel), mais les deux expressions ont selon moi la même signification.

Pour ce qui du taux de variation, encore une fois, l'équipe AF n'a pas eu de difficulté à identifier le taux de variation dans les trois situations (le prix par kilomètre, le débit et le nombre de pommes ramassées par heure)[110]. Par contre, pour trouver le nom officiel, la tâche fut un peu plus difficile. Ainsi, pour les mettre sur la piste, je leur ai demandé s'ils connaissaient la différence entre un « taux » et un « rapport » (DVD, 4.4, 57 :56), différence qu'ils ont apprise en deuxième secondaire. Après avoir fait un retour sur la différence entre ces deux mots, les deux membres de l'équipe AF ont pu associer le « prix par kilomètre », le « débit » et le « nombre de pommes ramassées par heure » à des taux[111]. Par la suite, je leur ai mentionné qu'on appelait ce taux le « taux de variation ».

3.9.1.9 IDENTIFICATION DES VALEURS DES PARAMÈTRES DANS UNE ÉQUATION

Pour vérifier si l'équipe AF était capable d'identifier les valeurs des paramètres dans une équation (sans situation), je leur ai suggéré d'observer l'équation de Montréal: C = 3d + 5. F a alors identifié le « 3 » (DVD, 4.4, 1 :00 :12) comme le taux de variation et, de son côté, A plutôt dit que c'était « 3d » (DVD, 4.4, 1 :00 :13). Puisque le signe de la multiplication n'est pas présent entre le « 3 » et le « d », les élèves peuvent croire que le « 3d » est un seul élément et que nous ne pouvons pas les séparer. Ou encore, peut-être que le « d » est perçu comme l'unité de « 3 ». Finalement, j'ai clarifié avec A que le « d » représentait la variable « distance parcourue ».

Par la suite, je voulais savoir si l'équipe AF serait capable de le faire avec une nouvelle équation. Pour être certaine qu'ils étaient capables de les reconnaître dans n'importe quelle équation, je leur ai ensuite montré l'équation : y = 8 + 3x où j'avais délibérément inversé les deux termes (« 8 » et « 3x ») comparativement à la première équation présentée (C = 4d +5). Malgré cette différence, A a identifié correctement la valeur initiale (DVD, 4.4,

---

[110] Voir (DVD, 4.4, 56 :25) et (DVD, 4.4, 56 :37).
[111] Voir (DVD, 4.4, 58 :46) et (DVD, 4.4, 58 :49).

1 :00 :53) et a expliqué qu'il l'a reconnu car c'est le terme sans la variable « x » (y=8+3x) : « Ben yé tout seul » (DVD, 4.4, 1 :00 :56).

3.9.1.10 Dernière question : la question d'André Boileau (directeur de maîtrise)

André Boileau a posé une question avec l'équipe MV que j'ai voulu répéter avec l'équipe AF. Pour s'assurer que les membres de l'équipe AF comprenaient l'effet de la variation des paramètres dans le graphique, je leur ai demandé s'ils pouvaient me montrer avec leur bras gauche plusieurs droites pour lesquelles on varie le prix initial et que le taux de variation reste le même. Les deux membres de l'équipe AF m'ont alors montré des droites parallèles avec leur bras[112]. Voici une séquence réelle des mouvements de bras de l'équipe AF où l'angle de vue rend l'interprétation un peu plus difficile:

Figure 3.92 : Séquence vidéo montrant les mouvements de bras de l'équipe AF

Par la suite, je leur ai demandé de représenter avec leur bras des droites ayant le même prix initial, mais que cette fois-ci, c'est le taux de variation qui change. A a alors dit que ses droites feraient comme « un essuie-glace » (DVD, 4.4, 1 :01 :52).

[112] Voir la vidéo correspondante (DVD, 4.4, 1 :01 :53) .

Voici d'ailleurs une séquence réelle des mouvements de bras de l'équipe AF :

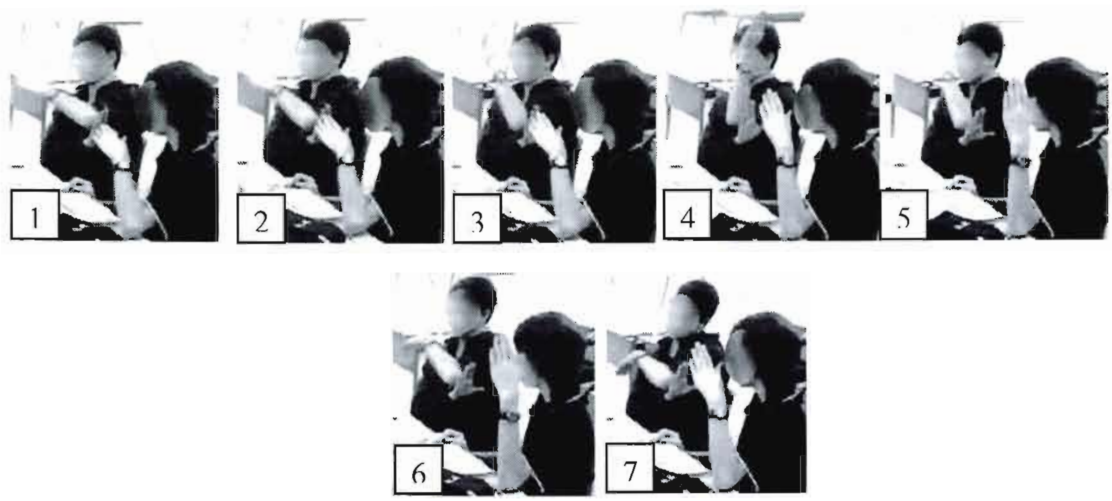


Figure 3.93 : Séquence vidéo montrant les mouvements de bras de l'équipe AF

L'analogie de A est convenable car un essuie-glace fait un mouvement de rotation représentant des droites ayant la même valeur initiale et un taux de variation variable. Par contre, il aurait fallu s'assurer que A n'incluait pas les droites ayant une pente négative dans l'ensemble des droites possibles ce qui n'a malheureusement pas été fait.

Finalement, je crois que ces deux dernières questions ont permis de constater que les deux membres de l'équipe AF étaient capables, à la suite des 4 parties de l'expérimentation, de représenter l'effet de la modification d'un des deux paramètres.

3.9.2 Compréhension et amélioration du logiciel (Du taxi à la piscine)

Les membres de l'équipe AF n'ont pas eu de réelles difficultés à utiliser le logiciel. Par contre, je ne sais pas s'ils utilisaient vraiment les droites tracées par le logiciel pour ensuite les tracer sur papier. Par exemple, lorsque l'équipe AF devait tracer des droites ayant un débit de -2 L/min, A a dit : « Ah, fallait faire la même affaire? » (DVD, 4.4, 39 :26) en parlant des droites tracées avec l'aide du logiciel. On peut considérer que ce dernier ne se servait pas beaucoup des premières droites tracées par le logiciel pour tracer ses droites sur papier. De plus, en observant la vidéo[113], j'ai pu observer que lorsque venait le temps de

[113] Voir la vidéo correspondante (DVD, 4.4).

tracer les droites, les membres de l'équipe AF ne regardaient plus les droites tracées à l'aide du logiciel. Peut-être que l'expérience acquise par le logiciel était suffisante pour tracer les droites sur leur feuille.

Comme pour l'équipe MV, il pourrait être intéressant que les élèves puissent taper les valeurs désirées pour les différents paramètres sans avoir à utiliser les glissières qui peuvent parfois être difficile à manipuler.

Il est à noter que l'effacement des droites est assez long. Il faudra voir s'il serait possible d'optimiser la programmation de façon à ce que l'effacement des droites se fasse plus rapidement.

Finalement, à la fin de cette partie de l'expérimentation, je demandais aux élèves de trouver une autre situation du même type que celle du taxi ou de la piscine. Lorsque les deux paramètres étaient déterminés, les élèves devaient écrire à deux endroits sur le logiciel les noms de ces paramètres comme nous pourrons le voir ci-bas:

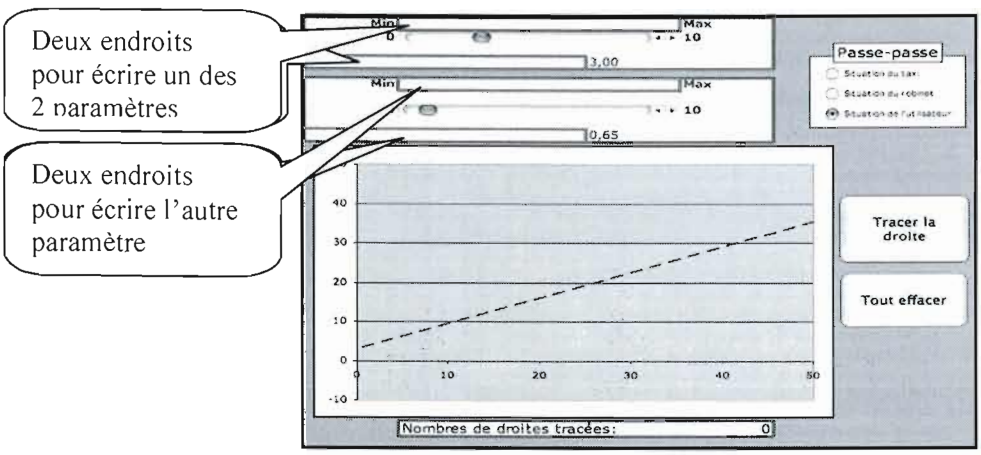


Figure 3.94 : Tirée du logiciel de quatrième partie (DVD, 4.3) avec ajout des deux bulles

On pourrait penser que les élèves auraient à écrire à un seul endroit les noms des paramètres et que le logiciel les transcrirait aux endroits appropriés.

CHAPITRE IV
4 CONCLUSION

4.1 RAPPEL DE LA PROBLÉMATIQUE

Dans un premier temps, mes cours de maîtrise m'ont permis de centrer mes intérêts sur les relations linéaires. Suite à la lecture de l'article de Duval (1988), lors de mon cours d'initiation à la recherche, les paramètres des relations linéaires ont pris une autre forme. Duval considère que la pente de la droite est décortiquée en deux paramètres visuels soit « le sens d'inclinaison du tracé avec les axes » (Duval, 1988, p. 3) (le trait monte ou descend de la gauche vers la droite) ou « les angles du tracé avec les axes » (Duval, 1988, p. 3) (l'angle formé avec l'axe des abscisses ou l'axe des ordonnées). Il y a donc plusieurs paramètres visuels mis en lumière par Duval (1988) et qui, selon ce que l'enseignant veut travailler avec les élèves, seront ou non observés et travaillés.

En lien avec l'apprentissage des fonctions, Goldenberg (1988) mentionne que le travail à l'aide de situations peut réduire les risques d'ambiguïté et aider les apprentissages des élèves : « The clear advantage of this focus (de travailler avec des situations) is that it recruits students' common sense, intuition, and reality-checking strategies. A disadvantage is that experientially based situations, in invoking causality and time-flow, exclude a large class of graphs that may require other kinds of thinking » (Goldenberg, 1988, p. 161)

D'un autre côté, l'apprentissage des notions mathématiques à l'aide de différentes technologies m'a grandement intéressée. Plusieurs didacticiens mentionnent les nombreux avantages de l'utilisation de la technologie. Par exemple, Trouche (2000) rapporte les propos de Dubinsky et Tall (1991) en mentionnant que « En même temps, en soulageant l'utilisation d'une partie de son travail, l'outil ouvre de nouvelles possibilités pour l'action et l'apprentissage » (Trouche, 2000, p. 254). Par exemple, parmi les nouvelles possibilités offertes par l'utilisation d'un logiciel, nous pouvons rapidement mentionner la rapidité de la vérification des résultats et la possibilité d'être en présence de plusieurs modes de représentation. D'ailleurs, Trouche (2000) mentionne qu'encourager l'élève à vérifier ses résultats dans les différents registres que propose la calculatrice graphique permet à de nouveaux apprentissages de faire surface. Cet effort est d'ailleurs très important puisqu'il

« résulte d'un effort cognitif important, mobilisant des registres variés » (Trouche, 2000, p. 259)

C'est en faisant ces lectures que plusieurs questions me venaient en tête. Par exemple, comment la variation des paramètres au secondaire est-elle étudiée? Que conseille le Ministère de l'Éducation pour l'étude des relations linéaires et plus particulièrement, pour l'étude des paramètres? Est-ce que différentes technologies sont utilisées pour l'apprentissage des relations linéaires en classe de secondaire 3 en mathématique?

En faisant une recherche plus poussée dans l'ancien programme de secondaire 3 en mathématique (Ministère de l'Éducation, 1995), je me suis aperçu que tout le descriptif de l'objectif mettait l'emphase sur l'importance de la « contextualisation »[114] lors de l'apprentissage des relations linéaires. De plus, l'objectif portant sur la variation des paramètres se lisant comme suit :

> *À partir de l'équation associée à une situation de variation directe ou partielle, décrire qualitativement l'effet sur le graphique de la modification d'un paramètre.* (Ministère de l'Éducation, 1995, p. 27)

le programme suggère aussi l'utilisation de la technologie comme moyen de diversifier les moyens d'apprentissage. Ce dernier mentionne ceci :

> *Il serait utile de varier les moyens d'apprentissage : soit mentalement, par une approche du type « papier-crayon », soit l'emploi d'une calculatrice à affichage graphique ou d'un ordinateur.* (Ministère de l'Éducation, 1995, p. 26)

Malheureusement, lorsque j'ai observé les principaux manuels utilisés en classe de mathématique de secondaire 3, soit Carrousel (Breton, 1995) et Scénario (Guay et Lemay, 1995), je me suis aperçu que la « contextualisation » et l'utilisation de la technologie ne sont pas présentes simultanément dans chacun des manuels.

[114] Par « contextualisation », je veux dire que l'apprentissage se fait toujours à l'aide d'un contexte, d'une situation.

Dans un premier temps, le manuel Carrousel (Breton, 1995) utilise la technologie, soit la calculatrice graphique, pour l'observation de l'effet sur une droite de la variation des paramètres pour une fonction de type linéaire. Par contre, cette utilisation de la technologie semble très accessoire : en effet, l'élève n'a pas besoin d'avoir la calculatrice en main puisque tous les graphiques nécessaires sont présents. Et pour une première fois dans le manuel, ces graphiques apparaissent comme l'écran d'une calculatrice graphique (voir chap. 1, figure 1.1). Ainsi, l'élève n'a pas besoin de tenter cette expérience par lui-même sur une calculatrice graphique. On a déjà remarqué dans la problématique (voir chap. 1, page 7) que les graphiques de ce type ne seraient pas conformes à une vraie calculatrice. Ainsi, l'intégration de la technologie par le manuel Carrousel (Breton, 1995) n'est pas réellement accomplie.

D'ailleurs, l'utilisation de situations, comme le prescrit le programme, semble être tout à fait oubliée dans le manuel Carrousel (Breton, 1995) lorsque vient le temps de décrire qualitativement les effets des variations des paramètres sur les graphiques. Les graphiques présentés dans les manuels ne sont aucunement rattachés à une situation-type.

Dans un deuxième temps, en observant le manuel Scénario (Guay et Lemay, 1995), on peut remarquer que tout l'apprentissage de l'effet de la variation des paramètres pour une fonction de type « linéaire » dans un graphique se fait constamment avec l'aide d'une situation. Par contre, même si l'apprentissage est « contextualisé », le manuel n'utilise jamais de technologie pour ce sujet, contrairement à ce que suggère le programme du Ministère de l'Éducation.

À la suite de l'observation des deux principaux manuels utilisés en secondaire 3, j'en viens à me demander s'il est avantageux de travailler à la fois à l'aide d'une technologie tout en restant « contextualisé ».

Dans un autre ordre d'idées, il semble parfois trop évident que l'élève percevra directement qu'une variation de l'ordonnée à l'origine est reliée à une translation verticale de la droite. Comme le mentionne Goldenberg (1988), les représentations graphiques poussent parfois à des illusions d'optique amenant les élèves à observer plutôt une translation horizontale ou même oblique.

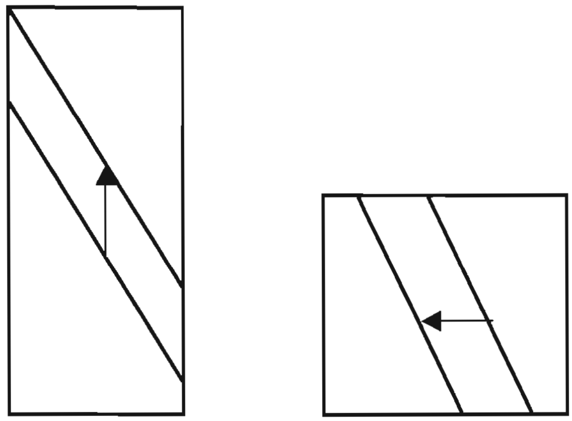


Figure 4.1 : Images inspirées de l'article de Goldenberg (1988, p. 145)

Ces images, inspirées de l'article de Goldenberg (1988), montrent comment la forme de la fenêtre modifie la perception d'une relation entre les deux droites. Par exemple, pour la figure de gauche, Goldenberg (1988) mentionne que les élèves perçoivent en général que les droites semblent être l'une en dessous de l'autre, ce que j'ai indiqué en ajoutant une flèche verticale sur cette image. Tandis que pour l'image de droite, les élèves les perçoivent comme étant une à côté de l'autre comme je l'ai aussi indiqué à l'aide d'une flèche horizontale sur cette figure.

Mais lorsque nous faisons varier la valeur de l'ordonnée à l'origine pour une fonction de type « linéaire », est-ce que la transformation géométrique reliée à cette variation doit être perçue comme une translation ou plus précisément comme une translation verticale?

Avant même de se demander quelle est la transformation géométrique reliant deux droites ayant la même pente et une ordonnée à l'origine différente, il est important de préciser que nous pouvons chercher la transformation géométrique reliant les deux droites selon deux points de vue dépendamment si nous observons les droites en tant qu'objets <u>géométriques</u> ou en tant que <u>fonctions</u>. En voici une brève description plus élaborée dans la problématique (voir chap. 1, p. 12) :

- le point de vue <u>géométrique</u> est lorsque nous nous intéressons aux transformations préservant les distances;
- le point de vue <u>fonctionnel</u> est lorsque nous nous intéressons aux transformations préservant les abscisses.

Ainsi, en observant deux droites ayant une ordonnée à l'origine différente et une même pente selon un point de vue <u>géométrique</u>, on pourrait dire que la direction de la translation pourrait être quelconque comme nous pouvons l'observer à la figure 4.2 ci-bas :

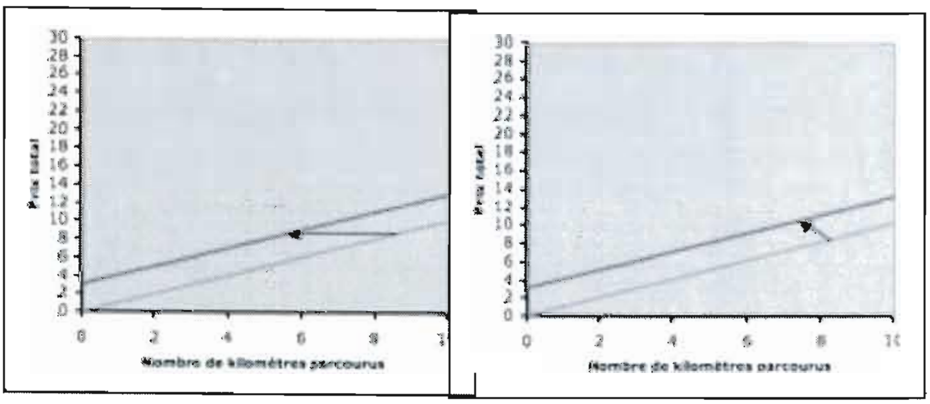


Figure 4.2 : Graphiques de deux droites de même taux de variation et d'ordonnée à l'origine différente

Par contre, en considérant les droites comme représentant une <u>fonction</u> linéaire, la translation sera alors nécessairement verticale.

De ce fait, Goldenberg (1988) suggère de mettre en évidence les points de même abscisse. Par contre, cette mise en évidence pourrait faire en sorte que les élèves relient n'importe lequel point ensemble. Ainsi, pour favoriser la correspondance entre les points de même abscisse, j'ai choisi de colorer les points de même abscisse de la même couleur comme le montre la figure 4,3 ci bas :

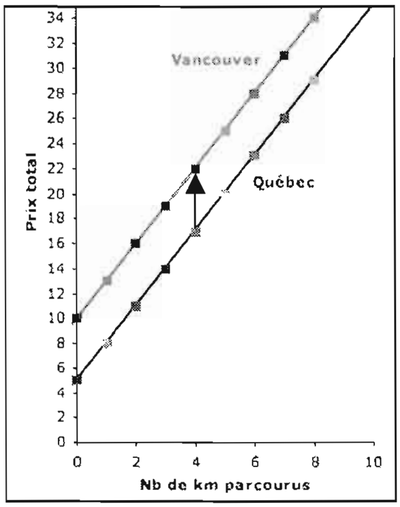


Figure 4.3 : Graphique de deux droites de même taux de variation et d'ordonnée à l'origine différente

4.1.1.1 EST-CE UNE ROTATION?

Dans un premier temps, il est intéressant de noter que Goldenberg (1988) ne parle pas de la transformation reliant deux droites ayant la même ordonnée à l'origine mais ayant une pente différente. En observant les droites de la figure 4.4, nous nous apercevons que la droite a bel et bien subi, géométriquement, une rotation ayant pour centre l'ordonnée à l'origine. Par contre, les points de même abscisse étant à des distances différentes du centre de rotation, nous pouvons alors déduire que selon un point de vue fonctionnel nous ne sommes pas en présence d'une rotation.

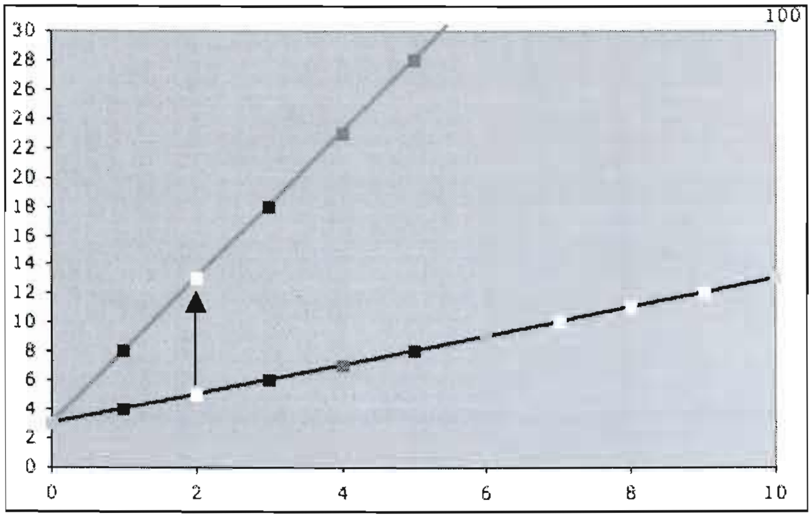


Figure 4.4 : Graphique de deux droites de même ordonnée à l'origine et de pentes différentes

Ainsi, pour la variation de l'ordonnée à l'origine, les auteurs des manuels Carrousel (Breton, 1995) et Scénario (Guay et Lemay, 1995) considèrent que la transformation géométrique reliant les deux droites est une translation verticale. Ainsi, ils ont utilisé le point de vue fonctionnel. Par contre, pour la variation du paramètre de la pente, les auteurs des manuels Carrousel (Breton, 1995) et Scénario (Guay et Lemay, 1995) considèrent que la transformation géométrique reliant les droites est une rotation. Ils ont utilisé le point de vue géométrique pour ce cas. Je crois qu'il est important de faire la distinction entre le point de vue géométrique et fonctionnel.

4.2 RAPPEL DU BUT

Le but principal de cette recherche est de construire et d'expérimenter des activités « contextualisées » permettant de faire l'apprentissage des relations linéaires et plus particulièrement, de l'effet de la variation des paramètres et qui intègrent les technologies dans le but d'aider les élèves à l'apprentissage des notions sous-jacentes. Dans un même temps, ces tâches permettront d'expérimenter les différents logiciels bâtis pour cet apprentissage et de connaître si la présence de cette technologie semble aider les élèves.

4.3 RAPPEL DE L'HYPOTHÈSE ET DES QUESTIONS

En tenant compte du fait que le Ministère de l'Éducation (1995) mentionne que l'apprentissage des relations linéaires doit être « contextualisé » et que ce dernier conseille fortement d'utiliser la technologie, par exemple, la calculatrice graphique, j'ai créé une suite d'activités technologiques (une expérience didactique) faisant l'apprentissage de l'effet dans le graphique de la variation des paramètres de façon progressive. L'hypothèse de cette recherche relie les éléments précédents et se traduit comme suit : Les activités technologiques vont permettre d'éviter certaines difficultés liées aux apprentissages sous-jacents et facilitera la tâche des élèves dans le but d'amener les élèves à une maîtrise adéquate des effets de la variation des paramètres dans le graphique.

Ainsi, à la suite de la réalisation de l'expérimentation permettant de vérifier cette hypothèse, je me questionnerai à savoir:

- *La présence de la technologie sous la forme d'une suite de plusieurs logiciels dans l'apprentissage des effets des paramètres d'une fonction linéaire dans mes activités technologiques et « contextualisées » permet-elle d'éviter certaines illusions que Goldenberg (1988) a constatées (Problématique, chap. 1, p. 10)?*
- *La « contextualisation » dans les diverses activités a-t-elle suscité des problèmes qui lui sont propres?*
- *La progression choisie pour les activités et les logiciels va-t-elle faire en sorte que les élèves vont rencontrer des problèmes particuliers lors de la réalisation des activités?*

Peut-être pourrions-nous être éclairé, à la suite de l'expérimentation, par rapport aux questions secondaires suivantes :

- *Les élèves vont-ils se détacher de la technologie lors de la réalisation des activités? Vont-ils se détacher de la situation lors de la réalisation des activités?*
- *La présence des divers modes de représentation dans les activités les a-t-ils aidés ou, au contraire, les a mêlés?*

4.4 RAPPEL DE LA MÉTHODE

La séquence des activités « contextualisées » (principalement à partir de la situation du taxi) accompagnés chacune d'un logiciel a été expérimentée auprès de quatre élèves de secondaire 3 avant que ces derniers réalisent, avec leur propre enseignant de mathématique, les notions sous-jacentes aux relations linéaires. Ainsi, cette séquence d'activités a été bâtie de façon à ce que le niveau d'abstraction soit de plus en plus grand. Voici une brève description de la séquence de logiciel :

1- Le premier logiciel étudie une seule droite[115] spécifique;
2- Le deuxième logiciel est constitué de deux phases. La première phase permet de comparer deux droites ayant la même ordonnée à l'origine et une pente différente et la deuxième phase permet de comparer deux droites ayant la même pente et une ordonnée à l'origine différente. Ainsi, ce deuxième logiciel étudie deux cas spécifiques successivement;
3- Le troisième logiciel étudie de nombreux cas. L'élève doit trouver le prix initial et, ou encore, le prix par kilomètre et ce, pour plusieurs droites spécifiques.
4- Le quatrième logiciel étudie, à l'aide de glissières, de multiples droites et de situations correspondantes. Par leur mouvement continu dans le graphique et selon la modification des valeurs des paramètres par la glissière, le mouvement des droites est visible.

Je peux donc remarquer que les trois premières parties étudient de façon progressive et discrète divers cas et que la dernière partie étudie de façon continue de multiples cas.

Pour avoir une idée des conceptions et du raisonnement des élèves, ces derniers avaient en main un document leur permettant d'écrire leurs calculs et leurs réponses. En plus d'avoir une trace de tous leurs calculs, les élèves étaient très souvent questionnés pour connaître leurs divers raisonnements et difficultés en profondeur.

---

[115] L'équation de la droite étant $C=4d+5$ où « C » est le coût en taxi en fonction de « d » la distance parcourue.

Les différents logiciels permettaient aux élèves de vérifier leurs hypothèses rapidement, ce qui est un net avantage. De plus, les différents modes de représentation étaient présents sur le logiciel (table de valeurs, graphique et parfois, l'équation) ce qui permettait aux élèves d'explorer leurs étapes de résolution de problème et leurs solutions dans tous les modes de représentation. De plus, ces derniers pouvaient établir une correspondance entre les différents modes de représentation qui, selon Trouche (2000), permet à de nouveaux apprentissages de faire surface.

En plus d'avoir en main les documents écrits des élèves, ces derniers ont été filmés tout au cours de l'expérimentation. Ainsi, j'ai pu observer leurs manipulations sur le logiciel utilisé et observer leur réaction par rapport à ce dernier.

Dans le but que les logiciels soient testés par des élèves ayant des aptitudes différentes en mathématique, nous avons choisi deux équipes de deux élèves : l'équipe AF et l'équipe MV. Ainsi, l'équipe AF est considérée plutôt moyenne-forte tandis que l'équipe MV est plutôt considérée faible.

4.5 RÉSULTATS

4.5.1 PARTIE 1

Cette première partie avait pour but de familiariser les élèves avec une situation du type « linéaire ». En observant la copie d'une partie du logiciel, ci-bas, on peut remarquer que la droite représentant le coût en taxi à Montréal en fonction de la distance parcourue est présente dans le graphique :

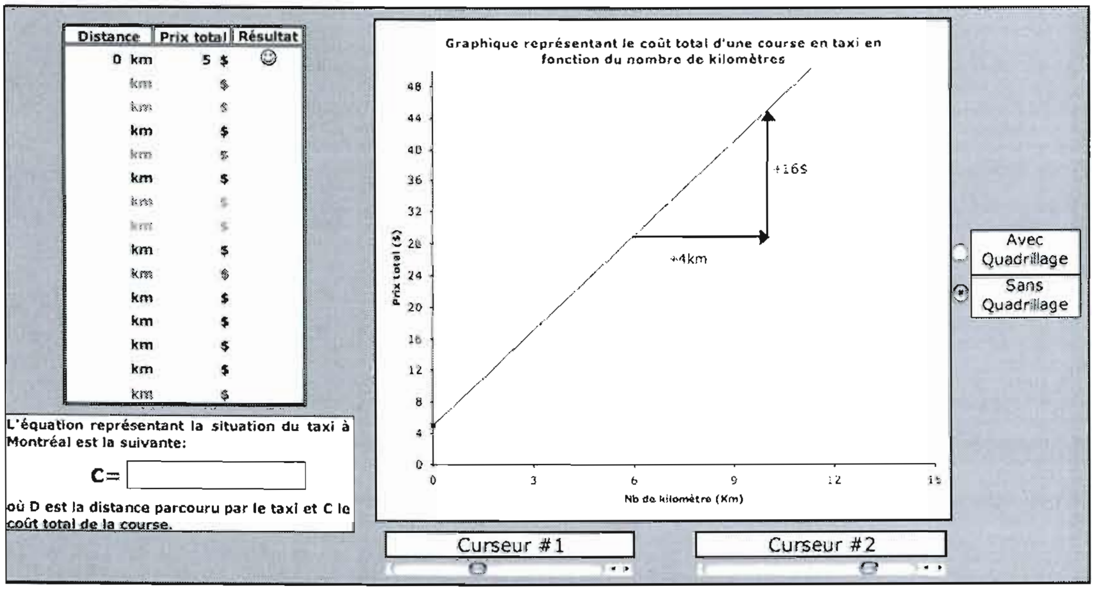


Figure 4.5 : Aperçu du logiciel de la partie 1 de l'expérimentation (DVD, 1.3)

On peut remarquer que le graphique fournit un taux non-unitaire soit, 4 kilomètres additionnels coûtent 16 $ supplémentaires. De plus, la table de valeurs (incluant la valeur initiale) permettait aux élèves de vérifier le coût selon la distance désirée. Un bonhomme sourire ou triste apparaissait sur la même ligne pour leur indiquer très rapidement si leur réponse était bonne ou non. De plus, le point correspondant apparaissait dans le graphique. Ainsi, l'élève pouvait observer si le point se retrouve sur la droite ou non. Donc, l'élève pouvait vérifier sa réponse pour deux modes de représentation : le graphique et la table de valeurs.

4.5.1.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

L'équipe MV a eu beaucoup de difficulté à résoudre les différentes questions reliées à cette partie. Lorsqu'elles devaient trouver le prix pour plusieurs distances sachant que le prix initial était de 5 $ et que 4 kilomètres additionnels coûtait 16 $ supplémentaires, les filles faisaient plusieurs erreurs dans leurs calculs en plus d'avoir de grandes faiblesses en calcul mental. Il est à noter que l'équipe MV a trouvé le taux unitaire dès la première question qui demandait de trouver le coût pour une certaine distance. De plus, elles confondaient souvent le rôle du prix initial et du prix par kilomètre. Finalement, ces dernières semblaient comprendre de mieux en mieux les questions au fur et à mesure qu'elles devaient y répondre.

De son côté, l'équipe AF a eu beaucoup plus de facilité avec cette première partie de l'expérimentation. Ces derniers ont aussi trouvé le taux unitaire dès la première question. De plus, A avait tendance à oublier de prendre en considération la valeur du prix initial (5 $) dans ses calculs probablement parce qu'ils sont pour la première fois, confrontés à une situation de type linéaire ayant une ordonnée à l'origine différente de 0. En deuxième secondaire, les élèves ont été familiarisés avec des situations proportionnelles pour lesquelles la valeur initiale était nulle.

Finalement, les questions « contextualisées » par la situation du taxi ont permis aux élèves de toujours rester collés à la situation. Par exemple, lorsque j'ai demandé à l'équipe AF « Ça veut dire quoi si la droite est horizontale » (DVD, 1.6, 29 :31) F m'a répondu : « ça voudrait dire qu'il y aurait juste un prix initial et que ça coûterait pas plus d'argent par kilomètre » (DVD, 1.6, 29 :34). F a donc utilisé les termes reliés à la situation (prix par kilomètre et prix initial) pour expliquer sa réponse[116].

4.5.1.2 UTILISATION DU LOGICIEL

Les deux équipes n'ont pas eu de difficulté à utiliser le logiciel. La vérification par la table de valeurs était très significative par la présence des bonshommes sourires et tristes en plus d'être rapide et efficace. La vérification par le graphique (en observant si le point était situé sur la droite ou non) se faisait rapidement puisque les points étaient de la même couleur que la police utilisée dans la table de valeurs. Ainsi, les élèves repéraient rapidement les points pour ensuite observer leur position par rapport à la droite. Finalement, on peut se demander si sans ma présence, les élèves utilisant des feuilles d'activité auraient emprunté une approche par essais et erreurs en utilisant le logiciel. Par exemple, pour trouver le prix

[116] En observant les verbatims de la première partie, on peut observer que les différentes interventions des 4 élèves sont très souvent « contextualisées ».

pour une certaine distance, les élèves auraient pu approximer la valeur sur le graphique pour ensuite l'essayer dans la table de valeurs. En ma présence, ce type de comportement est peut-être plus gênant.

4.5.2 PARTIE 2A

Cette deuxième partie de l'expérimentation était elle-même séparée en deux phases (A et B). Ainsi, la partie 2A, avait pour but de travailler avec deux droites ayant le même prix initial (5 $). Comme nous pouvons le voir ci bas, ces deux droites (une représentant le taxi de Montréal et l'autre, le taxi de Québec) sont représentées dans le graphique :

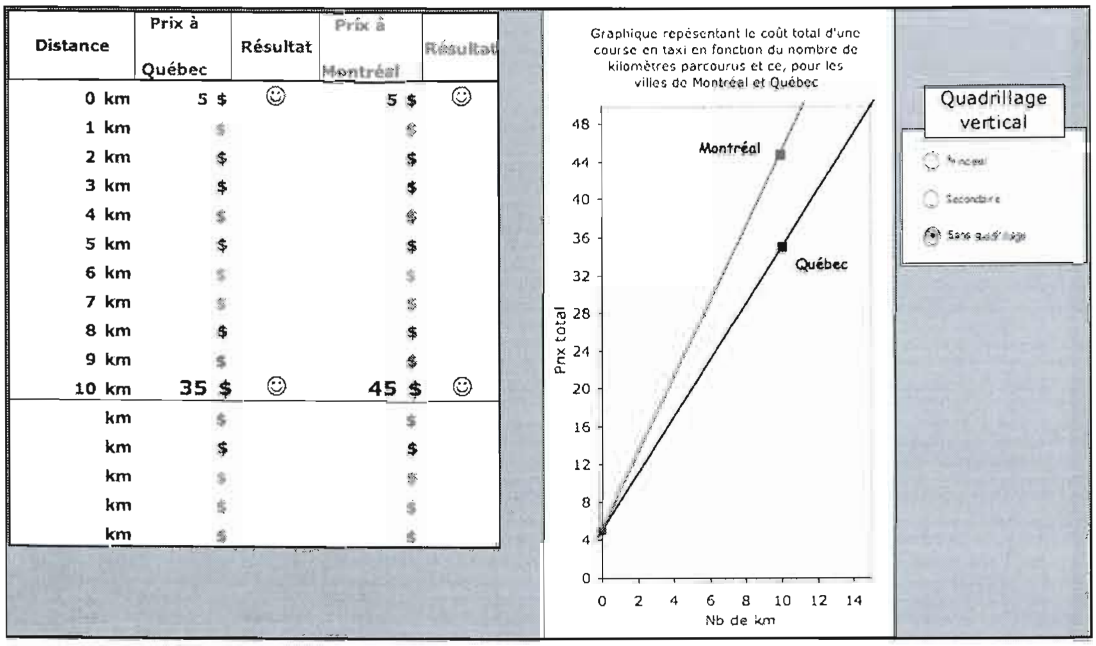


Figure 4.6 : Aperçu du logiciel de la partie 2A de l'expérimentation (DVD, 2.3)

Comme nous pouvons l'observer dans la table de valeurs, on peut remarquer que les valeurs de prix initial sont présentes (5 $) pour les deux villes et que les prix pour 10 kilomètres dans les deux villes sont indiqués. D'ailleurs les points correspondants sont présents dans le graphique de la même couleur que la police utilisée dans la table de valeurs. Finalement, l'élève peut rapidement vérifier le coût pour n'importe laquelle distance dans les deux villes grâce aux bonshommes sourires et tristes de la table de valeurs et à la position du point par rapport à la droite dans le graphique.

4.5.2.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

Pour trouver le coût pour plusieurs distances les élèves devaient trouver le prix par kilomètre pour la ville de Québec. L'équipe MV a eu beaucoup de difficulté à trouver cette valeur. D'ailleurs, je me demande si une plus grande incitation à faire des essais en utilisant le logiciel leur aurait permis de trouver plus facilement cette valeur.

De leur côté, l'équipe AF n'a pas eu de difficulté à trouver la valeur du prix par kilomètre pour la ville de Québec. D'ailleurs, A prenait plus souvent en considération la valeur du prix initial dans ses calculs comparativement à la première partie de l'expérimentation.

4.5.2.2 GOLDENBERG

Comme il l'a été mentionné dans le rappel de la problématique, Goldenberg (1988) suggère de mettre en évidence les points de même abscisse dans le graphique. De cette façon, lorsque je demandais aux élèves quelle transformation géométrique reliait les deux droites, le graphique montrait implicitement qu'il fallait tenir compte de ces points de même abscisse en gras de couleur identique.

On peut d'ailleurs observer le graphique lorsque ces points étaient mis en évidence :

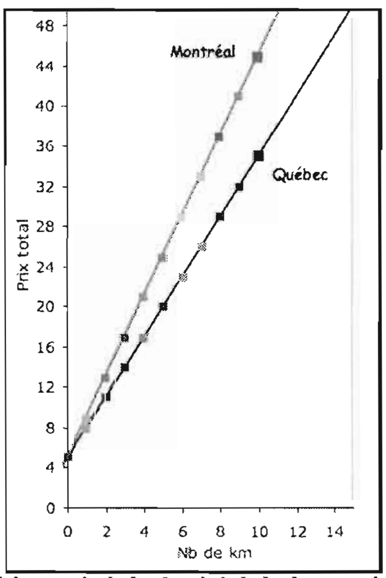


Figure 4.7 : Graphique tiré du logiciel de la partie 2A avec points de même abscisse en gras (DVD, 2.3)

Malgré cette correspondance entre les points de même abscisse, l'équipe AF et M ont fait abstraction de la présence de cette mise en évidence pour affirmer que selon eux, la transformation géométrique reliant ces deux droites serait une rotation, ce qui est vrai ici si nous considérons les droites comme des objets géométriques sans tenir compte des points homologues de même abscisse. De son côté, V croyait qu'une translation pourrait relier les deux droites. Il est à noter qu'un quadrillage vertical (pour les multiples de 2) était présent lors de l'expérimentation avec l'équipe MV ce qui peut avoir renforcé cette illusion de translation de chacun des points même si chacun des points n'aurait pas été translaté de la même grandeur.

4.5.3 PARTIE 2B

Tel que mentionné auparavant, la deuxième partie de l'expérimentation était séparée en deux phases. Ainsi, pour la phase 2B, les élèves travaillaient avec deux droites ayant la même pente (3 $/Km). Comme nous le voyons ci-dessous, les deux droites sont parallèles :

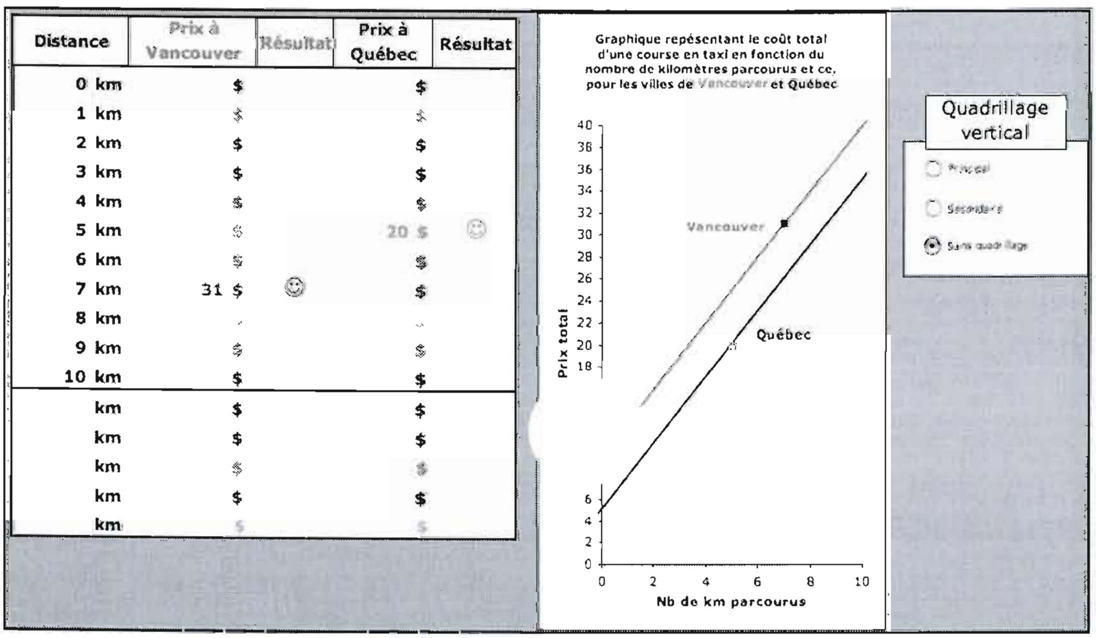


Figure 4.8 : Aperçu du logiciel de la partie 2B de l'expérimentation (DVD, 2.13)

Comme nous le voyons ci-haut, deux valeurs étaient fournies aux élèves dans la table de valeurs. Ainsi, ces derniers observaient dans la table de valeurs qu'une distance de 7 kilomètres coûtait 31 $ à Vancouver, et qu'une distance de 5 kilomètres à Québec coûtait 20

\$. Il est à noter que la tache blanche dans le graphique avait pour but de cacher la valeur du prix initial à Vancouver. Comme pour les autres parties de l'expérimentation, les élèves pouvaient essayer les valeurs désirées dans la table de valeurs pour vérifier leurs réponses (grâce aux bonshommes sourires et tristes) et observer les points correspondants dans le graphique.

4.5.3.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

V avait encore quelques difficultés avec la compréhension de la situation. Ainsi, sachant qu'une distance de 7 kilomètres coûtait 31 \$ à Vancouver et que le prix par kilomètre était le même que celui pour Québec soit 3 \$/Km, V a trouvé le prix pour 6 Km, ensuite pour 5 Km, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'elle trouve le prix pour 0 kilomètre (le prix initial) de 10 \$. Donc, V a utilisé la soustraction répétée pour résoudre ce problème. De son côté, M a plutôt remarqué, lorsque nous avions observé les écarts entre les deux villes, que la différence de prix entre Vancouver et Québec était toujours la même. De plus, dans la table de valeurs, elle savait que la différence de prix pour une même distance était de 5 \$. Elle a conclu que la différence de prix serait toujours de 5 \$. De cette façon, puisque le prix initial à Québec est de 5 \$, M a déduit que le prix initial à Vancouver serait de 10 \$.

De son côté, l'équipe AF n'a pas eu de difficulté à trouver le prix initial pour Vancouver. Sachant qu'un parcours de 7 kilomètres coûte 31 \$ à Vancouver et que le prix initial est de 3 \$/Km, ces dernières ont premièrement multiplié le prix par kilomètre par la distance parcourue (3 \$/Km X 7 kilomètres = 21 \$) pour ensuite soustraire cette valeur au prix total (31 \$- 21 \$ = 10 \$).

4.5.3.2 GOLDENBERG (1988)

À la fin de cette partie de l'expérimentation, les élèves devaient observer les deux droites ayant en gras et de même couleur les points de même abscisse[117]. Implicitement, j'avais prévu qu'ils tiendraient compte de cette correspondance entre ces points de même abscisse lorsque je leur ai demandé quelle transformation géométrique pourrait relier les deux droites. Contrairement à ce que Goldenberg (1988) suggérait, cette mise en évidence ne semble pas avoir aidé les élèves à observer la translation verticale. Les deux membres de l'équipe MV et A ont observé une translation oblique tandis que F a observé une symétrie

[117] Les entiers compris entre 0 et 10 inclusivement.

ayant pour axe la droite ayant pour ordonnée à l'origine 7,5 (équidistante des deux droites déjà présentes ayant des ordonnées à l'origine de 5 et 10) et ayant la même pente que les deux autres droites déjà présentes. Pour les deux réponses, l'accentuation des points de même abscisse ne semble pas les avoir amenés à en tenir compte.

4.5.3.3 UTILISATION DU LOGICIEL

Pour les parties 2A et 2B de l'expérimentation, les deux équipes n'ont pas eu de difficulté à utiliser le logiciel puisqu'ils avaient utilisé le même genre de logiciel lors de la première partie de l'expérimentation. D'ailleurs, les élèves utilisaient avec de plus en plus d'initiative le logiciel pour vérifier leurs réponses.

4.5.4 PARTIE 3

La troisième partie de l'expérimentation avait pour but de vérifier la compréhension de la situation à l'aide de plusieurs problèmes du même type que les parties précédentes. Ainsi, les élèves devaient résoudre trois types de problèmes :

1. Connaissant le prix pour une certaine distance et le prix par kilomètre, l'élève devait trouver le prix initial.
2. Inversement, connaissant encore une fois le prix pour une certaine distance et le prix initial, l'élève devait trouver le prix par kilomètre.
3. L'élève devait trouver le prix initial et le prix par kilomètre en faisant en sorte qu'une certaine distance coûte le prix indiqué.

Il est à noter que pour les deux premiers types de problèmes, une seule réponse est possible tandis que pour le troisième type de problème, une infinité de réponses sont possibles.

Comme nous l'avons pointé sur la figure 4.9, l'élève peut choisir le type de problème voulu :

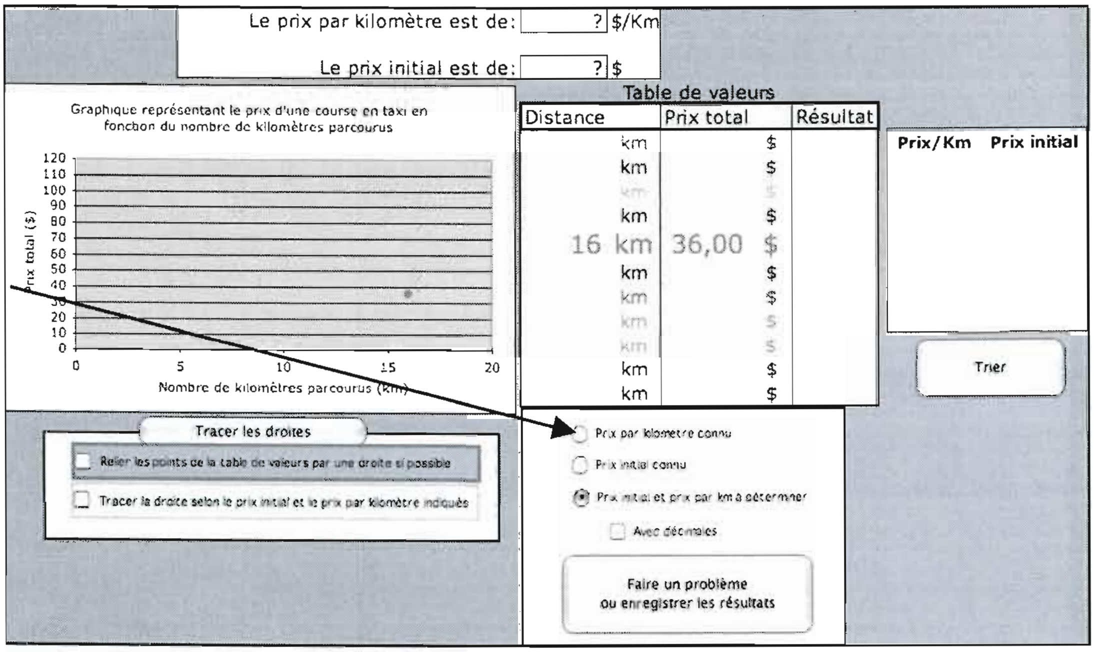


Figure 4.9 : Aperçu du logiciel de la partie 3 de l'expérimentation (DVD, 3.3) avec ajout de la flèche

En rose dans la table de valeurs, le coût pour une certaine distance est fourni et le point correspondant est présent dans le graphique. Comme pour les autres parties de l'expérimentation, l'élève peut utiliser la table de valeurs pour vérifier ses réponses (à l'aide des bonshommes sourires et tristes) et observer le point correspondant dans le graphique. De plus, dans le graphique, il est possible de tracer deux droites différentes. La première permet, si deux couples de coordonnées et plus sont présents dans la table de valeurs, de tracer la droite reliant les points (si ces derniers sont alignés). La deuxième permet de tracer la droite selon les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre entrés dans les cellules jaunes en haut du logiciel. Ainsi, ces deux droites peuvent aider les élèves à résoudre le problème choisi.

4.5.4.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION

Dans un premier temps, l'équipe MV devait trouver le prix initial tout en connaissant le prix par kilomètre et le prix d'une course en taxi (les données en rose dans la table de valeurs). Pour le premier problème à résoudre, V a fait une soustraction répétée pour trouver le prix initial comme à la partie 2B de l'expérimentation. M a même aidé V à résoudre ce problème car cette dernière avait encore quelques difficultés. Par la suite, V s'est aperçu que la multiplication suivie de la soustraction était beaucoup plus rapide que la soustraction répétée. Elle a donc appris la méthode pour l'appliquer sans réfléchir aux autres problèmes. De son côté, l'équipe AF n'a eu aucune difficulté à résoudre ce type problème et ce, sans même utiliser la table de valeurs ou le graphique.

Pour le deuxième type de problème, soit trouver la valeur du prix par kilomètre tout en connaissant le prix initial et le coût pour une certaine distance, les deux équipes n'ont pas eu de difficulté à résoudre le problème.

Le troisième type de problème, soit celui pour lequel il faut déterminer le prix par kilomètre et le prix initial, posait plus de problèmes aux deux équipes. Ainsi, avoir à résoudre un problème ayant plusieurs réponses possibles n'est pas fréquent dans leurs cours de mathématiques. Les deux équipes ont réussi à trouver plusieurs réponses possibles. Pour l'équipe AF, il fut intéressant d'observer que pour leur première réponse, ces derniers trouvaient d'abord le plus grand entier possible pouvant représenter le prix par kilomètre pour ensuite trouver le prix initial.

4.5.4.2 UTILISATION DU LOGICIEL

Encore une fois, les deux équipes utilisaient les bonshommes sourires et tristes de la table de valeurs pour vérifier leurs réponses. Malgré les nombreuses difficultés de l'équipe MV, cette dernière n'utilisait pas la table de valeurs ou le graphique pour s'aider. De son côté, l'équipe AF étant très bonne pour trouver les différentes réponses, elle n'utilisait pas le graphique et la table de valeurs puisque ses membres n'en avaient pas besoin.

Finalement, le logiciel est complexe à utiliser. Par exemple, un bonhomme sourire apparaîtra à côté des coordonnées ajoutées dans la table de valeurs si ces dernières respectent les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre, même si ces coordonnées ne sont pas bonnes. Il faudrait simplifier le logiciel même si cette simplification diminuerait la quantité de possibilités du logiciel.

De plus, puisqu'il possible de tracer deux droites différentes dans le graphique[118], elles pourraient être superposées. De cette façon, il est difficile pour les élèves de connaître la position de ces deux droites. Pour régler cette imprécision, il pourrait être possible d'utiliser un pointillé pour une droite et une ligne pleine pour l'autre en même temps que d'utiliser une épaisseur différente pour les deux droites. De cette façon, il serait possible de pouvoir voir les deux droites, même si ces dernières sont superposées.

4.5.5 PARTIE 4

La quatrième et dernière partie de l'expérimentation avait pour but de faire observer aux élèves l'effet sur le graphique d'une modification des paramètres sur la droite et ce, de façon continue. En d'autres mots, lorsque l'élève variait la valeur de l'ordonnée à l'origine ou de la valeur initiale, il pouvait observer le mouvement de la droite dans le graphique. Voici un aperçu du logiciel présenté aux élèves :

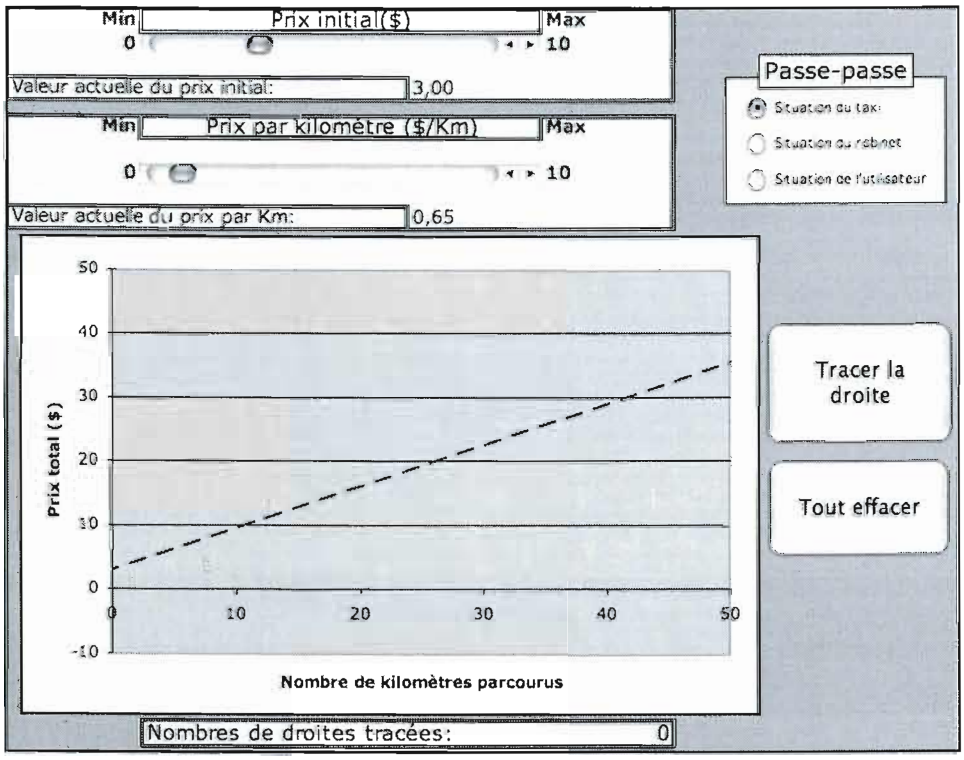


Figure 4.10 : Aperçu du logiciel de la partie 4 de l'expérimentation (DVD, 4.3)

[118] Une première droite peut être tracé selon les valeurs des paramètres « prix initial » et « prix par kilomètre ». Une deuxième droite peut être tracé selon les couples de données de la table de valeurs si bien sûr ces points sont alignés.

De plus, il était possible pour les élèves de tracer plusieurs droites sur le graphique. Finalement, des cases d'options dans le coin supérieur droit permettaient de changer la situation. Ainsi, ayant travaillé avec la situation du taxi pour les trois premières parties de l'expérimentation, l'élève sera amené à travailler avec une autre situation : celle de la piscine. Par exemple, en cliquant sur « situation du robinet », les noms des graphiques et des glissières étaient modifiés en conséquence.

4.5.5.1 COMPRÉHENSION DE LA SITUATION ET UTILISATION DU LOGICIEL

Pour les deux équipes, l'utilisation du logiciel aidait les élèves à représenter plusieurs droites ayant le même taux de variation ou la même ordonnée à l'origine. De plus, puisque ces derniers pouvaient observer le mouvement de la droite, ces derniers comprenaient bien l'effet dans le graphique de la modification de la valeur des paramètres sur la droite correspondante. Ainsi, lorsque nous leur avons demandé de nous montrer, des droites ayant la même ordonnée à l'origine ou le même taux de variation avec un geste du bras, les quatre élèves montraient correctement toutes les droites possibles.

4.6 LE RETOUR AUX HYPOTHÈSES ET AUX QUESTIONS

Tout d'abord, la première question permettant de vérifier l'hypothèse (Voir problématique, chap 1, p. 22), était la suivante :

- *La présence de la technologie dans l'apprentissage des effets des paramètres d'une fonction linéaire dans mes activités technologiques et « contextualisées » permet-elle d'éviter certaines illusions que Goldenberg (1988) a constatées (Problématique, chap. 1, p. 10)?*

Ainsi, lors de la 2e partie de l'expérimentation, nous avons remarqué que la mise en évidence des points de même abscisse dans le graphique n'était pas prise en compte dans les réponses des élèves, contrairement aux prévisions de Goldenberg (1988) et ce, pour les quatre élèves faisant partie de l'expérimentation.

D'autre part, je me posais la question suivante :

- *La « contextualisation » dans les diverses activités a-t-elle suscité des problèmes qui lui sont propres?*

Comme le mentionne Goldenberg (1988), le travail à l'aide de situations peut réduire les risques d'ambiguïté et aider les apprentissages des élèves. Pendant l'expérimentation, cette « contextualisation » ne semble pas avoir suscité des problèmes qui lui sont propres. Puisque les élèves travaillaient pour la première fois avec une situation ayant un taux de variation constant et une valeur initiale non-nulle[119], ces derniers avaient de la difficulté à prendre en considération cette valeur initiale. Par contre, ils se sont adaptés à ce nouveau type de situation et ont bien compris la place de cette valeur initiale en s'améliorant au fur et à mesure qu'ils progressaient à travers les activités (Voir analyse des résultats, chap 3).

Ensuite, je répondrai à cette troisième question:

- *Est-ce que les logiciels étaient adéquats pour l'apprentissage des concepts associés aux activités de l'expérimentation?*

Comme le démontre les analyses pour chacune des parties de l'expérimentation, en général, les logiciels ont aidé les élèves à la réalisation des activités. Ainsi, pour les deux premières parties de l'activité, les deux équipes n'ont pas eu de difficultés à utiliser les logiciels. On a constaté que la vérification par la table de valeurs était très significative par la présence des bonshommes sourires et tristes en plus d'être rapide et efficace. La vérification par le graphique (en observant si le point était situé sur la droite ou non) se faisait rapidement puisque les points étaient de la même couleur que la police utilisée dans la table de valeurs. De cette façon, les élèves repéraient rapidement les points pour ensuite observer leur position par rapport à la droite., Cette vérification n'était par contre pas aussi précise que les bonshommes sourires et tristes de la table de valeurs. Un point pouvait être sur la droite sans pour autant être bon à cause de l'épaisseur de la droite et du point. La vérification par la table de valeurs était plus directe et plus précise. Pour ce qui est du logiciel de la troisième partie, la vérification de leurs réponses à l'aide des logiciels était encore une fois très efficace. Par contre, en raison de la complexité d'utilisation du logiciel et de certaines contradictions[120], le

---

[119] En deuxième secondaire, les élèves étudiaient les situations proportionnelles. Ainsi, ces situations avaient un taux de variation constant valeur initiale nulle.

[120] Par exemple, un bonhomme sourire apparaît à côté des coordonnées ajoutées dans la table de valeurs si ces dernières respectent les valeurs du prix initial et du prix par kilomètre même si ces coordonnées ne sont pas bonnes.

troisième logiciel a provoqué certaines difficultés d'utilisation et de compréhension chez les élèves. Finalement, le quatrième logiciel a aidé les deux équipes à représenter plusieurs droites ayant le même taux de variation ou la même ordonnée à l'origine. De plus, puisque ces derniers pouvaient observer le mouvement de la droite, ils comprenaient très bien l'effet dans le graphique de la modification de la valeur des paramètres sur la droite correspondante. Ainsi, lorsque nous leur avons demandé de nous montrer des droites ayant la même ordonnée à l'origine ou le même taux de variation avec un geste du bras, les quatre élèves montraient correctement toutes les droites possibles.

Pour ce qui est des questions secondaires, il est difficile de dire si la progression de la séquence des activités a provoqué des problèmes particuliers chez les élèves. Intuitivement, je crois qu'au contraire, cette progression les a poussés tranquillement à la généralisation des situations du type « linéaire ». Par contre, rien ne prouve les avantages reliés à cette idée de progression. Dans un même ordre d'idée, il est difficile de dire si les élèves se sont détachés de la situation lors de la réalisation de la séquence d'activités.

Finalement, en ce qui concerne l'aide potentielle apportée par la présence des divers modes de représentation, il est clair que la vérification de leurs résultats dans le graphique et dans la table de valeurs leur permettait de vérifier leurs résultats dans les différents registres et ainsi, comme l'explique Trouche (2000), ces différentes vérifications amènent de nouveaux apprentissages chez les élèves. En revanche, lorsque l'équipe MV avait de la difficulté à résoudre un problème, cette dernière n'utilisait pas la table de valeurs ou le graphique pour s'aider. L'équipe AF était plutôt bonne pour répondre aux diverses questions en avait très peu besoin.

Finalement, l'accomplissement de ce mémoire s'est fait dans un premier temps, pour moi-même. J'ai appris à prendre plus de temps pour écouter les élèves lors des expérimentations (et dans mes classes au secondaire) pour tranquillement faire plus de place à mon côté « chercheur » qu'« enseignante ». De plus, j'ai pu apprivoiser la programmation sur Excel pour ainsi, me permettre d'être autonome face aux nouveaux projets technologiques que je voudrai éventuellement réaliser avec mes élèves.

4.7 LES SUITES DU MÉMOIRE

On pourrait se demander si la présence des points de même abscisse de même couleur dans le graphique sans les droites aurait facilité la perception, par exemple, d'une translation verticale dans le cas d'une modification de la valeur de l'ordonnée à l'origine.

De plus, voulant que la séquence didactique et les logiciels soient utiles pour les enseignants du secondaire, j'ai voulu regarder comment mes logiciels pouvaient êtres utilisés dans une classe de secondaire 3. Ainsi, la 1ère, la 2^{e} et la 4^{e} partie de l'expérimentation me semblaient facilement utilisables dans un cours de mathématiques en raison de leur facilité d'utilisation. Par contre, le logiciel de la troisième partie étant difficile à utiliser, j'ai décidé de bâtir un second logiciel pour les enseignants de troisième secondaire. Ce dernier a d'ailleurs été présenté lors de la rencontre du GRMS (Groupe des responsables en mathématiques au secondaire) de mai 2007 et les enseignants présents à mes conférences ont grandement apprécié ce logiciel.

Aussi, j'ai transformé le logiciel de la troisième partie en jeu de « Puissance 4 ». En voici les règles :

- À tour de rôle, le joueur trouve la 4^{e} valeur manquante.
- S'il réussit, il aura droit à un jeton. Sinon, c'est le tour de l'autre joueur.
- Le premier joueur réussissant à placer quatre jetons de suite sur une même ligne, sur une même colonne ou encore obliquement, gagne la partie.

Voici un aperçu du logiciel « Puissance 4 » :

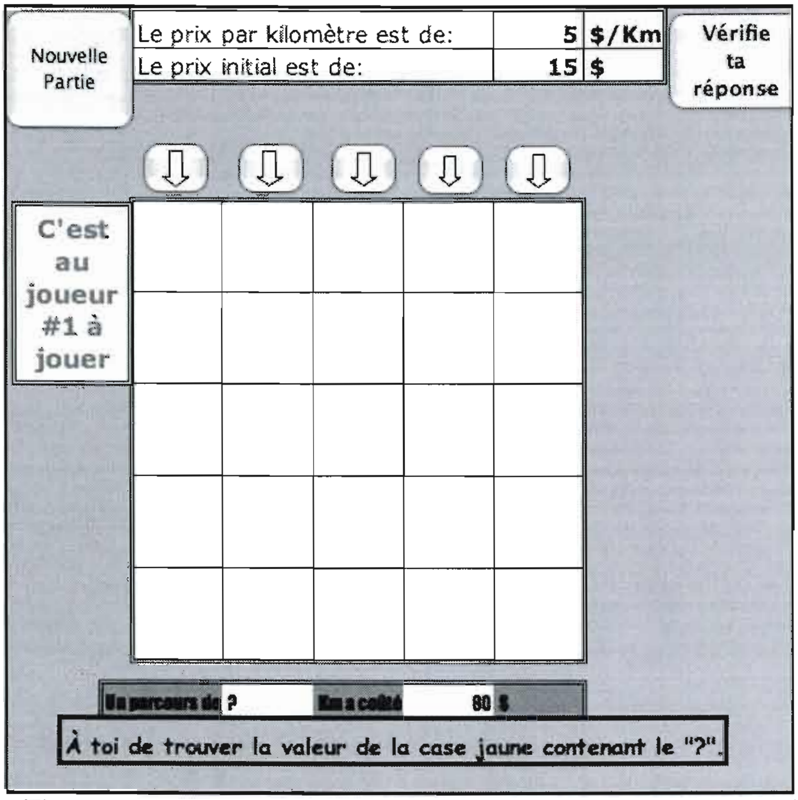


Figure 4.11 : Aperçu de la nouvelle version du logiciel de la troisième partie « Puissance 4 » (DVD, 3.8)

Pour l'exemple ci haut, le prix par kilomètre est de 5 $ et le prix initial est de 15 $. On cherche la distance du parcours si ce dernier a coûté 80 $. Pour résoudre ce problème, l'élève devrait faire les calculs suivants : (80 $ - 15 $) ÷ 5 $ / Km = 13 Km.

Il est certain que ce logiciel présente beaucoup moins de possibilités que le logiciel initial de la troisième partie de l'expérimentation. Par contre, ce dernier est plus facilement employable dans une grande classe de secondaire 3.

Finalement, quelques questions n'ont pas été répondues (Voir problématique, chap. 1, p. 22). Dans un premier temps, je me demandais si la progression de la séquence d'activités serait aidante pour les élèves. Cette question n'a été que partiellement répondue puisque les élèves semblent avoir bien compris les différentes activités en général, et la progression semble les avoir aidés. Par contre, on est à se demander si sans cette progression, la compréhension aurait été autant adéquate ?

Dans un deuxième temps, je me demandais si les élèves se sont détachés de la situation. Encore une fois, pour répondre à cette question, il aurait fallu prévoir des questions précises faisant référence à la situation et d'autres ne faisant pas référence à la situation et observer pendant une longue interaction entre les élèves et moi-même si les réponses des élèves sont en lien avec la situation donnée. Ces questions devraient même parfois inciter les élèves à quitter la situation en leur fournissant par exemple, des données incompatibles avec la situation. Dans le cas du taxi, on pourrait fournir un prix par kilomètre ou un prix initial négatif et vérifier si les élèves s'aperçoivent que ces valeurs ne sont pas réalistes. De plus, il faudrait observer si les questions des élèves sont reliées à la situation. Finalement, lors de la quatrième partie de l'expérimentation, les élèves étaient amenés à travailler sur une nouvelle situation, celle de la piscine, pour ensuite être amenés à généraliser. Ainsi, cette dernière partie permettait d'observer si les élèves tenaient compte que, par exemple, le taux de variation (le débit) peut être négatif contrairement à la situation du taxi. Encore une fois, pour vérifier que les élèves ne se détachent pas de la situation, il aurait fallu observer une longue interaction avec les élèves et moi-même. Malheureusement, ces interactions étaient trop courtes et apportaient peu d'éclairages à ce sujet.

5 BIBLIOGRAPHIE

Boileau, André. *Montrez ces mathématiques que je ne saurais voir ! Quand les segments ressemblent à des escaliers..., Les Éditions Nouvelles, 2005, chap. 10, p. 88.*

Breton, Guy. *Carrousel Mathématique 3*, Les Éditions CEC, 1995, 604 p.

Breton G. *Guides d'enseignement*, Les Éditions CEC, 1993, p. 258.

Duval, R. *Graphique et équations : l'articulation de deux registres.* Annales de didactique et de sciences cognitives, 1, IREM de Strasbourg, 1988, p. 235-253.

Goldenberg, E. Paul. *Mathematics, Metaphors, and Human Factors : Mathematical technical, and pedagogical challenges in the educational use of graphical representation of functions*, Journal of mathematical behavior, no.7, 1988, p.145.

Guay, Sylvio. Lemay, Steeve. *Mathématique 3^e^ secondaire : Scénarios.* Tome 1, Éditions HRW, 1995, 274 p.

Herscovics, Nicolas. *Constructing meaning for linear equations : a problem of representation.* R.D.M. Vol. 1.3, 1979, p. 351-383.

Lagrange, Jean-Baptiste. *L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques.* Educational studies in mathematics, 43, 2000, p. 1-30.

Ministère de l'Éducation, *Programme d'études,* Enseignement secondaire, mathématique 314, 1995, p.26-27.

Schoenfeld, Alan. Smith, Jack. Arcavi, Abraham. *Learning, the mocrogenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain.* Advances in instructional psychology, Volume IV, 1993, 120 p.

Trouche, Luc. *La parabole du gaucher et de la casserole à bec verseur : étude des processus d'apprentissage dans un environnement de calculatrices symboliques,* Educational studies in mathematics, 41, 2000, p. 239-264.