



Former à aider un élève en mathématiques: une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles

Caroline Lajoie  • Christine Mangiante-Orsola • Pascale Masselot •
Frédéric Tempier • Claire Winder Guille-Biel

© Ontario Institute for Educational Studies (OISE) 2018

Abstract In the mid-1990s, a team of math education researchers at the Université du Québec à Montréal (UQAM) developed a role-playing approach for use in the initial training of primary teachers. Since its introduction, this approach has been the topic of several articles, thus allowing its potential to be analyzed from various angles. We “exported” this role-playing technique to the initial math training of school teachers in France, believing that the approach could benefit the practices of these future teachers. The approach provides an opportunity for the trainers first to observe the emerging practices being used by the trainees and then to intervene in the trainees’ zone of proximal development with regard to these practices. For our study, we created a role-play-based training scenario in which future teachers must help a student having difficulties with a task related to decimal numbers. In this article, we document the knowledge and practices demonstrated by the future teachers under these circumstances as well as the possibilities for trainers to use these results to help advance the trainees’ development.

Résumé Au milieu des années quatre-vingt-dix, une approche par jeu de rôles (JdR) a été développée à l’UQAM (Université du Québec à Montréal) par une équipe de didacticiens des mathématiques en

C. Lajoie (✉)

Groupe de Recherche sur la Formation à l’Enseignement des Mathématiques (GREFEM), Département de mathématiques, UQAM, Université de Québec à Montréal, C. P. 8888, succursale Centre-Ville, Montréal, Québec H3C 3P8, Canada
e-mail: lajoie.caroline@uqam.ca

C. Mangiante-Orsola

Laboratoire de mathématiques de Lens (EA 2462), ESPÉ Lille Nord de France, Site d’Arras, Université d’Artois, France, 7 bis rue Raoul François, BP 30927-62022 Arras, France

P. Masselot

Laboratoire de didactique André Revuz (EA 4434), UA, UCP, UPD, UPEC, URN, ESPE de l’Académie de Versailles, Site d’Evry (UEVE), Université de Cergy-Pontoise, France, Bât. des 1ers Cycles, Rue Pierre Bérégovoy, 91025 EVRY CEDEX, France

F. Tempier

Laboratoire de didactique André Revuz (EA 4434), UA, UCP, UPD, UPEC, URN, ESPE de Versailles, Site d’Antony, Université de Cergy-Pontoise, France, 26 avenue Léon Jouhaux, 92160 Antony, France

C. Winder Guille-Biel

Laboratoire Apprentissage, Didactique, Evaluation, Formation (EA 4671), ESPE d’Aix-Marseille, Site d’Aix, Aix-Marseille Université, France, 2 Avenue Gilles Isaac, 13 100 AIX-EN-PROVENCE, France

formation initiale des maîtres du primaire. Cette approche a fait l'objet de plusieurs écrits depuis son implantation, lesquels ont permis d'examiner son potentiel sous différents angles. Nous avons « exporté » le jeu de rôles dans le contexte de la formation initiale en mathématiques des Professeurs des Écoles en France puisqu'il nous semblait susceptible d'enrichir les pratiques des futurs enseignants en permettant au formateur d'avoir accès, dans un premier temps, aux pratiques émergentes des formés, et d'intervenir ensuite dans la zone proximale de développement des pratiques. Pour cette étude, nous avons développé un scénario de formation basé sur un JdR plongeant les futurs enseignants dans une situation d'aide à un élève rencontrant une difficulté dans une tâche portant sur les nombres décimaux. Dans cet article, nous cherchons à documenter les connaissances et pratiques des futurs enseignants qui émergent dans ce contexte, et à déterminer les potentialités qui s'offrent alors au formateur pour les faire évoluer.

Mots-clés Didactique des mathématiques · Dispositif de formation · Jeux de rôles · Aider un élève en difficulté · Comparaison de nombres décimaux

Introduction

Cette étude s'appuie sur certains résultats de recherches sur le développement professionnel des professeurs des écoles, plus particulièrement sur les enjeux de la formation en mathématiques de ces professeurs et sur les effets de certains dispositifs de formation sur les pratiques des enseignants (Robert 2005; Charles-Pézarid et al. 2011; Butlen et al. 2017). Nous retenons notamment qu'un dispositif de formation visant le niveau local des routines et s'appuyant sur des observations de moments d'enseignement est susceptible d'enrichir les pratiques, c'est-à-dire d'amener le futur enseignant à envisager différentes alternatives, à « élargir la palette des possibles ». Un tel dispositif doit permettre de rester au plus près de la « logique » déjà en germe de cet enseignant, autrement dit tenter d'entrer en résonance avec cette « logique », de manière à se situer dans la zone proximale de développement des pratiques, pour que l'enseignant soit apte à s'approprier ces alternatives.

Dans le contexte de la formation initiale en France, il est difficile d'avoir accès aux pratiques d'enseignement des stagiaires dans leur classe. Il est alors tentant pour des formateurs de s'appuyer sur des dispositifs permettant d'importer des traces de ces pratiques en formation. Une telle manière de faire permet, dans un premier temps, d'initier chez les formés un questionnement prenant en compte à la fois leurs besoins ressentis et leurs besoins identifiés ou déjà connus par les formateurs. Puis, elle permet, dans un deuxième temps, d'amener les formés à envisager d'autres pistes « à leur portée », sans les déstabiliser, de manière à éviter un rejet systématique des propositions des formateurs. Nous nous sommes ainsi intéressés au jeu de rôles (JdR), développé au milieu des années quatre-vingt-dix à l'UQAM, en formation des maîtres du primaire, par des didacticiens des mathématiques qui n'avaient pas eux non plus accès aux classes de stage de leurs étudiants (Lajoie et Pallascio 2001; Lajoie 2010). Suivant l'approche développée à l'UQAM, le JdR amène des futurs enseignants à se glisser dans la peau d'enseignants plongés dans une situation donnée reflétant leurs tâches au quotidien en ce qui a trait aux mathématiques (introduction d'une nouvelle notion, enseignement d'algorithmes, résolution de problèmes, intervention face à une erreur, utilisation du matériel, exploitation de la calculatrice, ...), et agissent exactement comme le feraient, selon eux, des enseignants en service (Lajoie et Pallascio 2001; Lajoie 2010).

Dans le cadre de notre étude, nous développons un scénario de formation basé sur un JdR plongeant les futurs enseignants du primaire dans une situation d'aide à un élève rencontrant une certaine difficulté. Notre expérience de formateurs intervenant dans le cadre de la formation initiale nous amène à constater que les professeurs des écoles stagiaires considèrent souvent que, pour aider un élève, il faut lui permettre de « manipuler », ce qui se traduit en général par « utiliser « du » matériel », action qui l'amènera à « voir » ce qu'il n'a pas compris ou ce qu'il devrait comprendre. Dans le même temps, pourtant, ces enseignants débutants semblent souvent démunis lorsqu'il s'agit d'analyser précisément ce que peut apporter le

matériel. Aussi, ils semblent avoir tendance à imposer une (« leur ») méthode permettant d'obtenir le résultat sans toujours se donner les moyens d'avoir accès au raisonnement de l'élève et donc de le prendre en compte (Chappet-Pariès 2004). Certains cherchent notamment à tout reconstruire, sans prendre appui sur ce qu'a produit l'élève face à la tâche qui lui était proposée. Nous estimons que certains travaux de recherche en didactique des mathématiques sur la notion de zone proximale de développement (Robert et Vandebrouck 2014) fournissent des éléments d'analyse susceptibles d'outiller les enseignants, moyennant une transposition adaptée. Dans le scénario de formation envisagé, l'élève qu'il s'agira d'aider est confronté à une tâche mathématique impliquant la notion de nombre décimal. Cette notion est considérée comme difficile, aussi bien pour les élèves que pour les futurs enseignants, et, à ce titre, elle est souvent travaillée en formation, en appui sur les transpositions de recherches des années 1980 (rappelées dans Roditi (2007) par exemple).

Des études ponctuelles menées depuis l'implantation des JdR à l'UQAM ont permis à ce jour de mieux saisir leur potentiel en termes de développement d'un savoir-agir de l'ordre d'un savoir-observer et d'un savoir-mobiliser en contexte d'action professionnelle (Lajoie et Maheux 2013; Lajoie 2018), mais il reste encore beaucoup à faire pour encore mieux saisir ce potentiel. Cet article vise ainsi à questionner les potentialités du dispositif de formation mis en place, dans le but de mettre en évidence ce dont les formateurs peuvent s'emparer (mais il ne s'agira pas ici d'analyser leur rôle).

Nous présentons d'abord le scénario de formation que nous avons élaboré en nous inspirant de l'approche des jeux de rôles développée à l'UQAM (partie 1). En partie 2, nous proposons une modélisation théorique de ce scénario, puis une description de la méthodologie permettant de répondre à la problématique, suivie à son tour d'une présentation de certains de nos appuis théoriques. Nous proposons ensuite des analyses préalables (partie 3) ainsi qu'une analyse de la mise en œuvre effective avec des étudiants dans le cadre de la formation initiale en France (partie 4). Ces analyses nous permettent de dégager (partie 5) certaines potentialités du dispositif.

Conception d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles pour apprendre à aider un élève

Le JdR est la mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages ayant un rôle donné. L'idée derrière le JdR est que des personnes doivent se glisser dans la peau de personnages plongés dans une situation donnée et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir. Le JdR peut être utilisé à des fins thérapeutiques, de formation personnelle, de formation professionnelle, ou encore comme approche pédagogique (Mucchielli 1983, p. 3). Lorsqu'il est utilisé dans l'enseignement, l'objectif du JdR est d'amener les étudiants-acteurs, de même que tout le reste de la classe, à apprendre quelque chose à propos des personnages eux-mêmes et/ou de la situation (Van Ments 1989).

Dans le cadre de cette étude, l'objectif du JdR à la base du scénario de formation envisagé est d'éclairer les choix qui s'offrent à un enseignant devant aider un élève qui rencontre une difficulté dans l'apprentissage des nombres décimaux, en envisageant l'utilisation d'un ou de plusieurs supports. Cet objectif reflète l'enjeu de formation ayant conduit à l'élaboration dudit scénario. À son tour, cette élaboration, par nous cinq, auteurs de l'article, s'appuie sur nos expériences de chercheurs et de formateurs. Dans ce qui suit, nous présentons d'abord l'approche de jeu de rôles développée à l'UQAM, puis le scénario que nous avons mis en place en nous basant sur cette approche.

L'approche des jeux de rôles développée à l'UQAM

Suivant l'approche développée à l'UQAM (voir par exemple Lajoie et Pallascio 2001), chaque JdR est structuré de la même manière et se déroule en quatre temps. Tout d'abord, une **mise en situation** est proposée aux étudiants, placés en équipes. Celle-ci implique des élèves (en nombre variable, selon le JdR - parfois un seul) et un enseignant, et appelle une solution. Une fois la mise en situation posée, toutes les

équipes se préparent, ne sachant pas à l'avance si un de ses membres devra jouer un rôle devant tout le groupe. Au cours de cette étape de **préparation**, les équipes ont l'occasion d'examiner les contenus mathématiques en jeu dans la situation, de faire ressortir les raisonnements sous-jacents possibles, d'imaginer des moyens d'intervenir en tant qu'enseignant, d'anticiper les réactions de l'élève, etc. Pour les soutenir dans cette préparation, ils reçoivent généralement des consignes didactiques, à l'oral ou à l'écrit. Il arrive même qu'ils aient eu à lire, préalablement à la rencontre, un ou des article(s) portant sur les concepts en jeu, sur des conceptions d'élèves, sur des erreurs fréquentes, etc. Par la suite, le formateur choisit les équipes qui devront envoyer une personne à l'avant de la classe pour jouer un rôle, et fait en sorte que les différents acteurs proviennent d'équipes différentes, de manière à éviter que ceux-ci s'entendent préalablement sur le déroulement. Puis, le **jeu** a lieu et les observateurs, tout comme le formateur, ont l'occasion d'observer l'enseignant et son/ses élève(s) en action. Enfin, un **retour collectif** est animé par le formateur. Celui-ci participe aussi aux échanges. Ce retour peut porter sur tout aspect pertinent ayant retenu l'attention des observateurs (incluant celle du formateur), ou même celle des acteurs: identification de moments clés, clarification sur les concepts mathématiques ou didactiques impliqués, discussion à propos des choix faits par l'enseignant ou par l'élève. Le retour peut être aussi l'occasion de discuter des choix qui auraient pu être faits, par l'enseignant ou par l'élève, et de ceux qui pourraient/devraient être faits dans l'avenir, que ce soit dans le contexte d'un autre JdR ou dans celui d'une « vraie » classe. En ce sens, le retour collectif est une occasion d'attirer l'attention sur les pratiques et connaissances qui ont émergé grâce au jeu de rôles de manière à pouvoir les faire évoluer, le cas échéant.

Le scénario de formation: une description

Le scénario de formation sur lequel repose cette étude prend appui sur l'approche développée à l'UQAM. Il a été élaboré pour des futurs enseignants avec qui le thème des décimaux, la réflexion sur les aides à apporter et celle sur l'utilisation de supports variés n'ont pas fait l'objet d'une intervention dans les cours précédents.

Étape 1: prélude. Le scénario commence par une phase de rappel sur les nombres décimaux et sur certains obstacles dans leur apprentissage. Le travail se fait en groupes à partir d'un questionnaire portant sur les nombres décimaux (définition, distinction nombre et écriture, continuités et ruptures avec les entiers, lien avec les fractions décimales), suivi d'une discussion collective et d'une synthèse du formateur. Cette phase permet aux formés de faire le point sur les questions à se poser sur cette notion avant d'envisager son enseignement, et au formateur de s'assurer d'un certain état des connaissances des formés sur la notion considérée. Cette phase permet aussi de constituer une référence commune pour des connaissances mathématiques et didactiques qui pourraient effectivement émerger au moment d'aider un élève, que ce soit dans le contexte du scénario élaboré (lors d'une étape ultérieure) ou dans tout autre contexte.

Étape 2: présentation du JdR. Le formateur propose la **mise en situation** associée au JdR. La consigne donnée aux formés est la suivante:

Consigne

Vous avez proposé à vos élèves de CM1 ou de CM2 les tâches et exercices suivants, qui font tous intervenir des nombres décimaux. Vous avez sous les yeux des solutions d'élèves à ces tâches et exercices. Vous souhaitez aider ces élèves à ne plus commettre ces erreurs et vous êtes bien entendu soucieux et soucieuse de ne pas régler les problèmes en surface seulement mais plutôt en profondeur. Vous cherchez ainsi à comprendre les erreurs commises, et donc à comprendre le raisonnement fait par chacun de ces élèves. Enfin, vous cherchez un moyen d'intervenir en utilisant du matériel, des dessins, ...

Attention : vous devez éviter de donner des trucs !!! Vos élèves doivent donner du sens le plus possible à ce qu'ils font...

Le formateur présente le déroulement prévu, la production de différents élèves pour chacune des six *tâches mathématiques* (annexe 1), ainsi que les supports proposés: carrés quadrillés de 100 carreaux, rectangles de longueurs différentes (rapports 10 et 100), droite graduée avec des graduations de pas différents (rapports 10 et 100), pièces de monnaie (en euros et centimes) et deux tableaux de numération (annexe 2). Les formés sont placés en équipes de trois ou quatre.

Étape 3: préparation du JdR en deux temps. Au sein des équipes, les formés analysent tout d'abord des productions d'élèves (comprendre les raisonnements, repérer les erreurs, identifier leur logique, faire des hypothèses sur l'origine de ces erreurs). Ils préparent ensuite l'intervention pour une ou plusieurs des tâches indiquées par le formateur.

Étape 4: mise en scène successive de trois jeux impliquant à chaque fois un nouveau duo enseignant/élève et une nouvelle tâche mathématique (en commençant par les tâches 1, 2 et 5), entrecoupée de discussions collectives. En cas de difficulté rencontrée par l'un des acteurs, le formateur peut proposer de faire une pause et de discuter collectivement avant de reprendre le jeu. Les autres observent ce qui émerge, que ce soit au niveau des pratiques ou des connaissances, en prenant appui sur des critères amenés progressivement par le formateur. Ceux-ci orientent l'observation vers différents aspects des pratiques et connaissances émergentes, comme par exemple la pertinence du choix par l'enseignant du support matériel ou encore celle de certains de ses gestes professionnels (prend-il appui sur le support matériel? amène-t-il l'élève à comprendre son erreur? évite-t-il de guider « pas à pas » l'élève? fait-il en sorte que l'élève puisse réinvestir ce qu'il a appris?). Ces critères peuvent être ciblés dès le départ du jeu, à la lumière par exemple de certains appuis théoriques (que nous présenterons plus loin). D'autres critères peuvent être énoncés dans l'action.

Étape 5: Synthèse et institutionnalisation. Une discussion à l'issue des trois jeux et des échanges successifs aboutit à une synthèse des éléments à retenir, voire à une institutionnalisation de certains outils ou concepts de la part du formateur, en appui sur les critères d'observation organisés sous forme de conseils généraux pour aider un élève en difficulté, en lien avec la pertinence du choix des supports relativement aux difficultés rencontrées par l'élève et aux savoirs en jeu.

Modélisation théorique du scénario et méthodologie

Une modélisation théorique du scénario de formation

La modélisation théorique que nous proposons prend appui sur différents travaux en didactique des mathématiques qu'elle adapte, en particulier ceux de Brousseau (1988) repris dans Briand et Chevalier (1995) pour envisager une approche systémique du dispositif analysé, ceux de Houdement (2013) pour distinguer les différents types de savoirs à acquérir pour enseigner les mathématiques, et ceux de Sayac (2010), inspirés de DeBlois et Squalli (2002), pour préciser les différentes postures du formé attendues du formateur dans différents dispositifs de formation.

Considérons tout d'abord un premier système constitué du formateur et des étudiants. La *tâche de formation* (notée T3 sur le schéma de la Fig. 1), ou *tâche du formateur*, consiste à « apprendre aux futurs enseignants à aider un élève (qui commet des erreurs face à certaines tâches impliquant des nombres décimaux) ». La tâche du formé, que celui-ci soit appelé au moment du *jeu* à jouer ou à observer, consiste à envisager une procédure pour aider un élève. Les savoirs en jeu dans ce premier système sont mathématiques, didactiques et pédagogiques.

Dès lors que le jeu est mis en place, un deuxième système est créé, emboîté dans le précédent. Ce système est constitué d'un formé en posture d'enseignant (l'« enseignant ») et d'un autre en posture d'élève (l'« élève »). La tâche de chacun se précise. Pour le premier, il s'agit d'une *tâche d'enseignement* qui consiste à aider l'« élève » qui rencontre une difficulté (notée T2 sur le schéma de la Fig. 1). Pour le second,

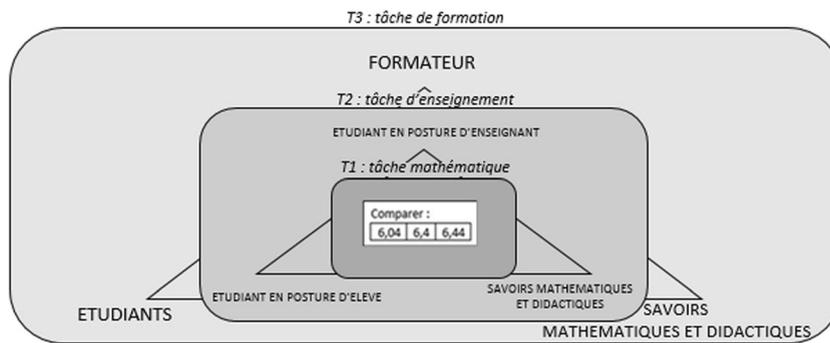


Fig. 1 Modélisation des trois niveaux de tâches imbriquées dans le scénario de formation

il s'agit plutôt d'une *tâche mathématique* à accomplir en interaction avec l'aide de l'enseignant. Les savoirs en jeu dans ce deuxième système sont didactiques et mathématiques.

Un troisième système se distingue des précédents car il est seulement évoqué, il s'agit du système enseignant/élèves qui prend place à un moment antérieur au système simulé dans le JdR, soit celui où les élèves accomplissent la *tâche mathématique* (notée T1 sur le schéma de la Fig. 1). Les savoirs en jeu dans ce dernier système sont mathématiques.

Ainsi, nous retenons l'existence de trois systèmes emboîtés au sein desquels circulent des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques en lien les uns avec les autres (Mangiante et al. à paraître). Nous analyserons trois tâches en lien avec ces systèmes: la *tâche de formation* (T3: apprendre aux futurs enseignants à aider un élève), la *tâche d'enseignement* (T2: aider un élève qui a produit une erreur à surmonter ses difficultés) et enfin la *tâche mathématique* (T1: comparer des nombres décimaux).

Méthodologie générale

La présente étude, rappelons-le, vise d'une manière générale à questionner les potentialités du dispositif de formation mis en place. D'une manière plus spécifique, elle vise à répondre aux questions suivantes:

Question 1. Quelles connaissances et pratiques émergentes des enseignants en formation initiale en lien avec l'aide aux élèves, dans le domaine de l'enseignement des nombres décimaux, se révèlent au moment de la mise en œuvre du scénario?

Question 2. En quoi le dispositif mis en place offre-t-il au formateur des possibilités de faire évoluer ces connaissances et pratiques émergentes?

En vue de répondre au mieux à ces deux questions, notre méthodologie de travail et d'analyse s'est organisée selon plusieurs étapes. Une analyse préalable de la *tâche mathématique* T1 (cf. Fig. 1) a d'abord été menée. Cette analyse, essentielle, a été prise en compte au moment de réaliser toutes les autres. Elle a été suivie d'une analyse préalable de la *tâche d'enseignement* T2 (cf. Fig. 1) qui visait à mieux cerner les potentialités du scénario, c'est-à-dire celles qui étaient susceptibles de se présenter au formateur dans le cadre de la réalisation de la *tâche de formation* T3 (cf. Fig. 1). Cette seconde analyse préalable reposait essentiellement sur nos points d'appui théoriques présentés précédemment).

Nous avons alors proposé le scénario de formation en dernière année de formation en France dans deux classes, animées par deux des auteurs qui sont formateurs en ESPE.¹ Les groupes étaient constitués d'environ 25 étudiants. Les étudiants étaient à mi-temps en stage dans une classe et à mi-temps en formation

¹ École Supérieure du Professorat et de l'Éducation

à l'ESPE. Le scénario a été proposé dans le cadre des travaux dirigés sur l'enseignement des mathématiques, et le déroulement a été enregistré sur bandes audio. Un JdR avait déjà été mis en œuvre dans une séance précédente sur une autre tâche de l'enseignant. Les étudiants connaissaient donc le fonctionnement général du dispositif.

Une analyse *a posteriori* de ces mises en œuvre (T2 sur le schéma de la Fig. 1 — voir modalités d'analyse précédentes) a alors été menée de manière à dégager les connaissances et pratiques que le scénario a permis de faire émerger chez les formés (question 1), et les occasions qui se sont offertes au formateur pour faire évoluer ces connaissances et pratiques émergentes (question 2). Pour ce faire, les analyses préalables menées aux étapes précédentes ont été mises à profit.

Or, si la modélisation théorique du scénario de formation a induit les différentes étapes de la méthodologie mise en œuvre, nous avons eu besoin, pour mener à bien nos analyses, de points d'appui théoriques relatifs à la tâche d'enseignement retenue: « aider un élève en difficulté ».

Points d'appui théoriques pour l'analyse préalable et *a posteriori* de la tâche d'enseignement T2 « Aider un élève en difficulté à surmonter ses difficultés »

Pour analyser les potentialités du scénario de formation, en particulier pour identifier et hiérarchiser les alternatives pour aider un élève, nous prenons appui sur des éléments théoriques à propos des aides (Robert et Vandebrouck 2014), en particulier en ce qui a trait l'enseignement des décimaux (Roditi 2007). Pour aider un élève, un enseignant doit mettre en œuvre une technique que l'on peut notamment analyser selon sa fonction, les proximités créées avec l'activité de l'élève et les médiations utilisées en appui sur les supports proposés.

Fonctions de l'aide: En accord avec Vandebrouck (2008) et Chappet-Pariès (2004), nous distinguons deux fonctions de l'aide selon qu'elles « sont tournées vers la résolution de la tâche » — on parle d'aides « procédurales » (par exemple, se limiter à faire trouver la bonne réponse en rappelant et demandant d'exécuter une procédure apprise), ou qu'elles sont tournées vers les apprentissages des élèves — on parle d'aides « à visée constructive » (par exemple, chercher à faire comprendre ce qui est en jeu en donnant ou demandant à l'élève une justification de la réponse qu'il a proposée).

Proximités en actes: nous retenons plusieurs manières de rapprocher les élèves d'une utilisation correcte des savoirs visés (Robert et Vandebrouck 2014):

- proximité ascendante ou inductive: l'enseignant part de la production de l'élève pour retrouver en chemin la règle ou les savoirs visés;
- proximité descendante ou déductive: l'enseignant énonce la règle ou les savoirs et illustre leur application en rectifiant l'utilisation erronée;
- proximité horizontale: le niveau de généralité adopté par l'élève n'est pas modifié, les savoirs en jeu (ou la règle) ne sont pas repris.

Médiations: L'enseignant peut utiliser une **médiation** en appui sur le langage et éventuellement sur d'autres registres de représentation (ou des matériels).

Ces éléments théoriques nous permettent, en tant que chercheurs, de pointer différentes dimensions de l'aide et d'identifier les premières questions à se poser à propos de la technique d'aide mise en œuvre par les étudiants.²

² Nous faisons l'hypothèse que ces concepts théoriques, utilisés ici par le chercheur, peuvent aussi outiller les formateurs pour envisager et caractériser les alternatives à proposer, et outiller les enseignants pour agir dans la classe en prenant en compte la nature de l'erreur, le moment où elle se produit, etc. via différents niveaux de transpositions didactiques.

Les analyses préalables

Même si le scénario conçu fait intervenir plusieurs jeux s'appuyant sur des réponses d'élèves à diverses tâches relatives à l'apprentissage des nombres décimaux dans une même séance, nous limitons ici nos analyses au jeu relatif à la *tâche mathématique* de comparaison de nombres décimaux (T1) suivante et aux réponses d'un élève que nous nommerons « Paul » (Fig. 2).

Les étudiants disposent d'un document (annexe 1) proposant les réponses de Paul ainsi que des cinq supports susceptibles d'être utilisés dans l'intervention. Les étudiants, en groupes, analysent les réponses de Paul et planifient une intervention avec la possibilité d'utiliser un ou plusieurs supports proposés. Puis, un « enseignant » doit aider l'« élève » Paul (rôles joués par deux étudiants). La *tâche d'enseignement* (T2) étudiée ici est: aider un élève en difficulté sur une tâche de comparaison de trois nombres décimaux, en utilisant un support parmi les cinq proposés. Dans la *tâche de formation* (T3), le formateur cherche à développer la capacité des étudiants à aider un élève en mettant en relation leur analyse des difficultés avec leurs connaissances didactiques sur les nombres décimaux et leur analyse de la pertinence des supports à disposition.

Analyse de la tâche mathématique T1 (Comparer trois nombres décimaux) et de la réponse fournie par Paul

Nous renvoyons à Roditi (2007) pour des éléments d'analyse *a priori* de la tâche mathématique T1 de comparaison de nombres décimaux. Nous signalons seulement ici que les deux derniers items de comparaison proposés dans la tâche T1 peuvent permettre d'identifier des erreurs courantes d'élèves.

Le fait de disposer des réponses d'un même élève, Paul, aux quatre items de T1 (cf. Fig. 2) permet aux étudiants de faire des hypothèses sur la règle utilisée par Paul pour identifier le plus petit des trois nombres proposés. En effet, Paul a réussi aux deux premiers items mais a fait des erreurs aux deux suivants. Alors que les connaissances sur la comparaison des nombres entiers permettent de réussir aux deux premiers items, les nombres proposés pour le troisième peuvent induire des erreurs courantes (Roditi 2007), car ils ont la même partie entière mais pas le même nombre de chiffres. Une première hypothèse est que l'élève compare les nombres situés à droite de la virgule comme des entiers. Une deuxième hypothèse est que l'élève ne prend pas en compte la virgule et compare des nombres entiers. Le dernier item ne permet pas de trancher entre ces deux hypothèses (s'il y a bien une cohérence entre les quatre réponses). Dans le cas de la comparaison des nombres situés à droite de la virgule comme des entiers, l'élève peut considérer que $4 < 04$ car il a moins de chiffres.

Analyse préalable de la *tâche d'enseignement* T2: Aider un élève dans une tâche de comparaison de nombres décimaux

Nous considérons ici la tâche d'enseignement T2 qui consiste pour un « enseignant » (rôle joué par un premier étudiant) à aider l'« élève » Paul (rôle joué par un deuxième étudiant), qui est en difficulté sur la tâche mathématique T1 de comparaison de nombres décimaux (cf. Fig. 2). Pour réaliser l'analyse préalable de cette tâche d'enseignement, nous ne cherchons pas à identifier toutes les possibilités d'intervention pour

Sur chaque ligne, entoure le plus petit des trois nombres (réponse de l'élève « Paul » en gras).		
3,7	7,1	5,1
5,21	5,15	5,12
7,3	7,28	7,401
6,04	6,4	6,44

Fig. 2 Tâche mathématique T1 de comparaison de décimaux et réponses de Paul

aider Paul. Nous nous appuyons plutôt sur la modélisation de l'aide présentée précédemment pour identifier, dans les interventions possibles de l'« enseignant », trois critères de pertinence de l'aide proposée (cf. Fig. 3). Ces critères nous serviront de points d'appui pour analyser la tâche T2 (cf. Fig. 1) effectivement réalisée par l'« enseignant ».

Le lecteur aura compris qu'il s'agit ici d'une analyse préalable que nous réalisons en tant que chercheurs et que celle-ci est fortement teintée des appuis théoriques retenus précédemment. En ce sens, il pourrait y avoir un écart important entre cette analyse et la tâche effectivement attendue par le formateur de la part de l'étudiant jouant le rôle de l'enseignant. Aussi, cette analyse préalable induit implicitement chez-nous, chercheurs, des attentes relativement à la tâche du formateur (T3 sur le schéma de la Fig. 1). Il pourrait alors également y avoir un écart important entre la tâche attendue implicitement par les chercheurs et celle effectivement réalisée par le formateur. Nous ne nous intéresserons pas ici à ces écarts.

Les trois critères précédents permettent d'envisager, du point de vue du chercheur, plusieurs caractéristiques possibles de l'intervention de l'« enseignant », dont nous donnons ici quelques exemples.

Identification et prise en compte de la réponse erronée de l'élève

L'enseignant opérerait pour une *aide procédurale* s'il se contentait de rappeler la règle de comparaison apprise pour la faire utiliser sur les nombres proposés (par exemple, mettre les écritures « au même format » en écrivant des zéros à droite pour les comparer comme des entiers). Dans ce cas, la réponse erronée serait vue comme une erreur à corriger. Mais, il pourrait aussi proposer une *aide à visée constructive* en initiant un retour sur le sens de l'écriture décimale. Pour cela, il demanderait à l'élève, par exemple, de construire des longueurs de 6,04 et 6,4 unités avant de faire comparer les nombres (travail sur la compréhension de la valeur du 4 dans chaque écriture). La réponse erronée de l'élève pourrait alors constituer un levier pour l'apprentissage.

L'enseignant pourrait faire intervenir la réponse erronée de l'élève à différents moments. Elle serait, par exemple, le point de départ de l'aide (*proximité ascendante*) s'il était d'abord demandé à l'élève d'expliquer comment il compare les trois nombres proposés. En prenant appui sur ses réponses pour faire émerger la règle utilisée, travailler sur la valeur des chiffres pourrait invalider cette règle et enfin retrouver la règle de comparaison des dixièmes, centièmes déjà apprise. Mais, il pourrait commencer par rappeler la règle pour ensuite seulement questionner l'élève sur la réponse donnée, voire sur la procédure mise en œuvre (*proximité descendante*).

Utilisation des supports (Annexe 2) et changements de registres adaptés aux difficultés de l'élève et aux savoirs mathématiques en jeu

L'utilisation des **bandes de papier** (pour les longueurs) ou des **quadrillages** (pour les aires) devrait mobiliser l'aspect « mesure » des nombres décimaux. Les relations entre les unités de numération (1

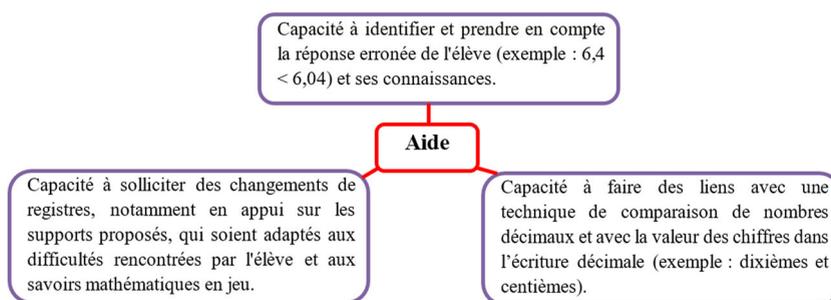


Fig. 3 Des critères pour une aide adaptée dans le cadre de ce JdR

unité = 10 dixièmes, 1 dixième = 10 centièmes, etc.) seraient alors mises en évidence visuellement par pliage (de bandes de papier pour les longueurs) ou découpage (de quadrillage pour l'aire). Ce support serait adapté pour travailler sur la comparaison de nombres décimaux.

La **droite graduée** devrait mobiliser l'aspect « ordinal » des nombres décimaux. Elle serait particulièrement adaptée pour mettre en évidence les propriétés liées à l'ordre des décimaux, notamment l'intercalation: entre deux décimaux il y a toujours un autre décimal (propriété de densité). L'utilisation d'un support « vierge » comme celui proposé ici aux étudiants (annexe 2) serait intéressant car il amène à choisir le pas de la graduation utilisée: 1, 1/10, ... (voire à zoomer entre deux graduations) et les premières abscisses (ne pas nécessairement commencer à 0).

Enfin, avec l'utilisation du **tableau de numération**, un travail sur les changements d'écritures serait en jeu: écriture à virgule (1,45), décompositions additives de fractions décimales ($1 + 4/10 + 5/100$), écriture en unités de numération (1 unité 4 dixièmes 5 centièmes). Il permettrait de mettre en évidence la position des différentes unités dans l'écriture en chiffres, donc la valeur de chacun des chiffres selon son rang (dans 1,45, le « 4 » vaut 4 dixièmes car il est dans la colonne des dixièmes). Le premier tableau de numération proposé met en avant une séparation entre les parties entières et décimales, alors que le deuxième met en avant la continuité dans le fonctionnement de la numération des entiers vers les décimaux.

Liens avec une technique de comparaison de nombres décimaux et avec la valeur des chiffres dans l'écriture décimale (dixièmes et centièmes)

Là encore, nous pouvons envisager plusieurs possibles. La technique de comparaison de nombres décimaux peut être explicitée ou non, rappelée par l'enseignant ou reconstruite par l'élève. Par exemple dans le cas d'une *aide procédurale*, la technique de comparaison peut être le point de départ de l'aide (*proximité descendante*).

Mais, l'enseignant peut aussi se contenter d'amener l'élève à corriger son erreur sans généraliser la procédure de comparaison utilisée. C'est le cas s'il amène l'élève à modifier sa réponse tout en restant sur ce cas particulier de la comparaison de 6,04 et 6,4, par exemple, en comparant les valeurs des « 4 » dans les deux écritures. Dans le cas d'une *proximité horizontale*, il n'y a pas de généralisation de la procédure de comparaison utilisée. Le lien avec la technique existe mais sans généralisation.

Analyse *a posteriori* de la tâche d'enseignement T2 « Aider un élève en difficulté à surmonter ses difficultés »

Nous présentons en annexe 3 un extrait de l'analyse menée à partir des transcriptions des interactions verbales « enseignant » - « élève » pendant le déroulement du JdR, c'est-à-dire le jeu effectif entre deux formés, l'un jouant un « professeur des écoles » (P) et l'autre l'« élève » Paul (El).

Après avoir décrit la technique d'aide mise en œuvre par « l'enseignant », nous en réalisons une analyse.

Présentation de la technique d'aide mise en œuvre par « l'enseignant »

Le découpage en épisodes met en évidence la chronologie des échanges pour dégager les choix de P:

- P questionne El à propos de son erreur: « pourquoi? » mais n'exploite pas la réponse de El.
- P invite El à écrire « six virgule quatre » (6,4) et « six virgule zéro quatre » (6,04) dans le tableau de numération mais, face à la réaction de El, se rend compte que cela ne suffit pas à expliquer la comparaison.
- P décide de changer de support et demande à El de représenter les nombres avec les bandes; P est mis en difficulté car il s'interdit de dire à El ce que représente la grande bande. Encouragé par les autres, il

- explique que la grande bande représente l'unité et poursuit en disant aussi à quoi correspondent les deux plus petites (dixièmes et centièmes).
- P fait ensuite représenter les deux nombres à l'aide des bandes.
 - Revenant à la tâche initiale, P demande à El s'il a changé d'avis. Celui-ci répond que « non » (le support n'étant pas bien adapté ici: pour comparer les longueurs, il faudrait des bandes à découper pour superposer, juxtaposer ...).
 - P tente alors de mettre en lien le tableau de numération et les bandes en demandant à El de dessiner les bandes en dessous des écritures chiffrées dans le tableau (par exemple quatre bandes de un dixième sous le « 4 » de « 6,4 ») et de les colorier (une couleur pour les centièmes, une couleur pour les dixièmes, etc.).
 - Enfin, P fait comparer le nombre d'unités, puis de dixièmes, en mettant en œuvre la technique de comparaison chiffre à chiffre en commençant par la gauche.

Analyse de la technique d'aide mise en œuvre par « l'enseignant »

Pour mener cette analyse, nous repérons dans la transcription des échanges (annexe 3), les éléments de savoir mathématique qui circulent: « qui dit quoi à propos des mathématiques en jeu? ». Nous mettons également en évidence les questions ou les actions de « l'enseignant » (P) visant à changer de registre de représentation; les questions ou les actions de P visant à questionner la procédure de El; les interventions structurantes de P (appel aux savoirs anciens, structuration du travail des élèves, liens entre les différents registres de représentation, généralisation ou institutionnalisation). Ainsi, en nous référant aux critères précédemment définis, nous caractérisons la technique mise en œuvre par l'enseignant au regard de la tâche d'enseignement attendue dans le contexte de ce JdR.

Changements de registres adaptés aux difficultés rencontrées par l'élève et aux savoirs mathématiques en jeu

Le changement de registre via l'utilisation d'un tableau de numération induit un changement d'écriture qui se révèle peu adapté. Dans un deuxième temps, la représentation du nombre décimal dans un cadre de mesure de longueur semble mieux adaptée au problème de comparaison. Ce choix n'avait cependant pas été prévu, c'est le « retour » fait par El qui a confronté P à ce « problème » de faible adaptation du support et l'a amené à envisager une autre piste. Pour finir, P revient sur le tableau de numération.

Les passages entre les différents registres ne sont pas toujours aménagés, et les changements de registres ne sont pas vraiment exploités. P ne fait pas le lien entre les tâches « comparer des nombres décimaux » et « écrire des nombres dans le tableau de numération ». Les unités de numération ne sont pas utilisées. Même s'il questionne El à propos des chiffres de la partie décimale du nombre et de son écriture dans le tableau de numération, P n'exploite pas la réponse. Il passe ensuite du premier support (le tableau de numération) à l'autre (les bandes), sans accompagner ce passage puisque ce à quoi correspond une bande (dizaine? unité? dixième de l'unité?) n'est pas précisé, ni la grandeur à laquelle il est fait référence (longueur? aire? de la bande). Les liens entre les deux matériels restent donc implicites. Puis (milieu de l'échange), P fait le lien entre le registre des nombres et celui des mesures: « si les grandes bandes, ça correspond à des unités, un carré... un rectangle correspond à une dizaine//un dixième, et un petit rectangle comme ça à un centième ». Après avoir fait comparer les longueurs de bandes, P ne conclut pas sur la comparaison des nombres ainsi représentés, mais revient sur le travail dans le tableau de numération et cherche à faire le lien avec le cadre de mesure de longueur en demandant à El de représenter des bandes dans la colonne du tableau. Le vocabulaire qu'il emploie pour désigner les objets mathématiques se fait alors plus précis, notamment avec l'usage des unités de numération.

Identification et prise en compte de la réponse erronée de l'élève ($6,4 < 6,04$)

Dès le début des échanges, P questionne El sur son erreur mais n'exploite pas sa réponse. Il demande à El d'utiliser le tableau. A-t-il souhaité mettre en œuvre une technique d'aide selon une proximité descendante puis, mis en difficulté, en a abandonné l'idée? Ou bien en partant de l'erreur de El, P. a peut-être cherché à créer une proximité ascendante mais sans savoir comment faire pour exploiter cette erreur? Souhaite-t-il, à ce stade, amener El à corriger son erreur ou à la comprendre? À l'issue de notre analyse, rien ne permet de dire si P fait ici des choix en fonction d'une intention précise.

Lorsqu'il revient sur l'erreur de El, P. lui demande seulement s'il a changé d'avis. Les quelques éléments de savoirs ayant circulé dans les épisodes précédents ne sont pas formulés. De plus, l'analyse des interactions langagières montre que P valide systématiquement ce que dit El même si ce qu'il propose est incorrect.

Les échanges se terminent par la réponse à donner (*Est-ce que tu peux conclure qu'il y en a un qui est plus petit que l'autre?*). La réponse erronée est corrigée mais le raisonnement à l'origine de l'erreur de El n'est pas explicité.

Liens avec une technique de comparaison de nombres décimaux et avec la valeur des chiffres dans l'écriture décimale (dixièmes et centièmes)

P cherche à induire une technique jamais formulée, qui apparaît dans les échanges finaux. L'analyse des interactions langagières montre qu'il reformule très peu: P reste au niveau du matériel (les dixièmes sont représentés par des carrés ou se situent à une certaine place dans l'écriture du nombre). Il n'y a pas d'exposition de connaissances ni de généralisation: le travail fait avec l'élève sur ce cas particulier ne nous semble pas suffisant pour permettre à l'élève d'identifier ce qui pourrait être utile pour comparer d'autres nombres décimaux.

Analyse des potentialités du scénario

Aider un élève qui rencontre une difficulté est une activité d'enseignement complexe qui demande de prendre en compte les connaissances de l'élève et les savoirs mathématiques en jeu afin de produire une intervention adaptée à la tâche mathématique proposée et à l'erreur produite, et d'ajuster son intervention en fonction des réactions de l'« élève ». La présente étude visait à étudier les potentialités d'un scénario basé sur un JdR pour préparer les enseignants débutants à cette activité d'aide, plus précisément à dégager les connaissances et pratiques que le scénario permet de faire émerger chez les formés (question 1), et les occasions qui s'offrent au formateur pour faire évoluer ces connaissances et pratiques émergentes (question 2).

Nos analyses préalables laissent entrevoir, de notre point de vue de chercheurs, de nombreuses potentialités du JdR pour la formation, et permettent de dégager des éléments susceptibles d'être institutionnalisés, en particulier des indicateurs pour identifier la pertinence de l'aide proposée et des supports utilisés.

Nos analyses de la mise en œuvre du scénario permettent quant à elles de dégager une pratique d'aide d'un enseignant débutant qui joue le rôle de l'enseignant qui renseigne le formateur sur les pratiques émergentes. Les gestes de l'enseignant débutant témoignent en effet d'un souci de prise en compte de la réponse de l'élève, d'un choix de faire réaliser la tâche avec un support différent avant de revenir à la tâche initiale, d'une volonté d'ajuster son action en fonction des réponses de l'élève ... Nous avons pu aussi relever certaines difficultés dans la réalisation de l'aide: pour identifier les connaissances de l'élève, pour les prendre en compte dans l'aide proposée, pour adapter le choix du support à ces difficultés et aux savoirs en jeu, pour négocier le changement de support et les changements de registres associés, pour laisser davantage d'initiatives à l'élève à certains moments importants de l'aide, pour dégager ce qu'il est important de retenir pour l'élève, etc.

Les analyses de la mise en œuvre permettent donc de dégager ce que le JdR donne effectivement à voir aux observateurs. Elles mettent en évidence des connaissances et pratiques qui émergent dans l'action, et, par le fait même, des opportunités d'enseignement/apprentissage pouvant être saisies au vol par le formateur lors des discussions collectives, de la synthèse et de l'institutionnalisation.

Évidemment, c'est au formateur, en fonction de ce qu'il relève et de ce qui est relevé par les étudiants, mais en fonction aussi de ce qu'il considère comme pertinent au regard de son expérience et des principes ou théories sur lesquels il appuie son enseignement, d'attirer l'attention des étudiants sur certains points, et d'envisager des manières de faire évoluer les connaissances et gestes qui émergent par le biais du JdR.

Il est possible d'imaginer différentes manières de mener la tâche de formation (T3 sur le schéma de la Fig. 1) sur le champ. Un questionnement lors des phases collectives, par exemple, donne accès aux interprétations à chaud des étudiants et peut même permettre de faire évoluer celles-ci. Le questionnement peut alors porter sur les intentions de l'« enseignant » (celles qu'il avait réellement mais aussi celles qu'il aurait pu ou dû avoir), sur la pertinence de certains de ses choix (de questions, de mots, de supports, de modes de représentation, d'actions, ...) en fonction de ses intentions, mais en fonction aussi des savoirs visés et des difficultés rencontrées par l'élève, sur la nature et l'efficacité de l'aide apportée à l'élève, sur ce sur quoi s'est appuyée cette aide, sur la pertinence du choix des supports en fonction des savoirs en jeu, sur la manière utilisée pour rapprocher l'élève d'une utilisation correcte des savoirs visés, etc. Il est aussi possible pour le formateur d'intervenir de manière plus explicite et directe, que ce soit pour attirer l'attention des étudiants sur certains points forts de l'intervention ou, à l'opposé, sur des points faibles, pour donner des conseils, pour proposer une synthèse des éléments à retenir du JdR, pour institutionnaliser, etc.

Différents formats d'intervention s'offrent aussi au formateur suite à la séance de formation pour donner suite au jeu de rôles: revenir à la charge avec des textes à lire, d'autres tâches à réaliser en lien avec le JdR, des questions de synthèse, d'autres JdR sur l'aide ou sur le recours à des supports matériel dans le cadre de l'apprentissage d'autres notions, etc. Les potentialités qui s'offrent au formateur sur le champ et après coup sont en ce sens multiples. De plus, si le regard qu'il porte sur la mise en œuvre du JdR peut être strictement didactique, il pourrait aussi être plus pédagogique (ou autre), dépendant à la fois des principes et théories sur lesquels s'appuie son enseignement, de ses intentions de formation, de ce qu'il parvient à observer sur le champ et de ce sur quoi il juge pertinent de revenir.

Si cette étude permet de relever plusieurs potentialités du scénario élaboré pour l'apprentissage des formés, il reste qu'un scénario isolé ne peut suffire à faire évoluer les pratiques de manière significative. Et, puisqu'il n'est pas possible pour le formateur, dans le contexte d'un seul scénario, de revenir sur tout ce qui a été dit et sur tout ce qui a été observé, il y a toujours un risque que certains étudiants retiennent des généralités plus ou moins pertinentes (ne retiennent que certains « traits caricaturaux ») à partir d'une telle expérience, comme par exemple le fait que pour aider il faut utiliser des supports différents selon la tâche choisie. Ceci plaide par ailleurs en faveur de l'utilisation de plusieurs contextes d'aides différents pour faire évoluer les pratiques et faire accéder les étudiants aux raisons du bien fondé de certaines interventions, par exemple en étudiant des alternatives, des exemples de pratiques (de débutant et/ou d'experts, avec l'usage de la vidéo) d'aides afin d'accéder à ces raisons et pas seulement à reproduire un éventuel « modèle ».

Conclusion

Le dispositif que nous avons élaboré peut sembler très attrayant pour un formateur car il « met en activité » les formés autour d'une tâche d'enseignement et qu'il rejoint l'idée de leur faire vivre des expériences cruciales (Robert et al. 2007). Il peut aussi sembler « facile » à mettre en œuvre à première vue: la dévolution peut être facilitée par le fait que les étudiants s'engagent assez rapidement dans ce type de travail, que la recherche est collective, que le déroulement est cadré par les différentes phases du dispositif, etc.

La présente étude met pourtant en évidence, d'une manière générale, la complexité de la tâche du formateur en contexte de JdR, comme en témoigne en particulier la multiplicité des potentialités qui se

présentent à lui et des choix qu'il doit faire, et d'une manière plus spécifique, certains points de vigilance pour le formateur, dont certains ont déjà été soulevés ailleurs (Lajoie et al. 2012; Lajoie 2018):

- dans le travail de préparation: définition des objectifs, choix des supports de travail (tâche, productions d'élèves, supports proposés à l'étudiant), définition des savoirs à institutionnaliser;
- dans la mise en œuvre: recherche de l'adhésion des étudiants pour venir « jouer » le rôle de l'enseignant, réalisation d'adaptations à chaud si besoin, identification et tri des caractéristiques pertinentes ou non des interventions de « l'enseignant » (du point de vue mathématique, didactique, pédagogique) pour en faire une exploitation lors de la phase de conclusion, prise en compte de là où en sont les étudiants, institutionnalisation des savoirs visés en montrant ce qui peut être décontextualisé, en explicitant certaines limites de ce travail;
- après la mise en œuvre: conception d'une suite au JdR afin de réinvestir les connaissances qui ont émergé, réalisation de liens avec le JdR vécu dans ces nouvelles activités en montrant l'importance de ces réflexions (anticipations et adaptations à chaud) et aussi certaines limites du JdR vécu.

Ces conditions nécessaires pour aller au-delà de la dimension « mise en activité » des étudiants et développer des connaissances professionnelles, constituent un travail exigeant de la part du formateur qu'il nous semble important d'interroger par la recherche. Les résultats de cette étude nous amènent en effet à envisager de nouvelles perspectives de recherche sur l'usage des jeux de rôle en formation, concernant les effets possibles sur les formés, mais aussi, et peut-être même surtout, le rôle du formateur.

Annexe 1: Le document principal distribué aux étudiants

JEU DE RÔLES SUR LES NOMBRES DÉCIMAUX

Vous avez proposé à vos élèves de CM1 ou de CM2 les tâches et exercices suivants, qui font tous intervenir des nombres décimaux. Vous avez sous les yeux des solutions d'élèves à ces tâches et exercices. Vous souhaitez aider ces élèves à ne plus commettre ces erreurs et vous êtes bien entendu soucieuses et soucieux de ne pas régler les problèmes en surface seulement mais plutôt en profondeur. Vous cherchez donc à comprendre les erreurs commises par les élèves, et donc à comprendre le raisonnement fait par chacun de ces élèves. Enfin, cherchez un moyen d'intervenir en utilisant du matériel, des dessins, ...

Attention : vous devez éviter de donner des trucs !!! Vos élèves doivent donner du sens le plus possible à ce qu'ils font ...

Chaque *enseignante et enseignant* désigné aura quelques minutes pour **identifier une erreur** commise par un *élève* au tableau, pour **identifier son raisonnement** et pour **débuter son intervention** (en partant de l'erreur et du raisonnement de l'élève et non en partant à neuf!).

Par groupes de 4 environ, vous allez donc faire une analyse de ces productions d'élèves afin de comprendre les raisonnements sous-jacents et planifier une intervention auprès de ces élèves, en utilisant les supports proposés ou des dessins ...

Tâche 1

Entoure les écritures qui représentent $14/10$ (réponse en gras)

140	1,40	$1 + 4/10$	1,04	1,4	0,14
-----	------	------------	------	------------	------

Tâche 2

Sur chaque ligne, entoure le plus petit des trois nombres (réponse en gras)

3,7	7,1	5,1
5,21	5,15	5,12
7,3	7,28	7,401
6,04	6,4	6,44

Tâche 3

Voici une liste de décimaux : 4,5 ; 3 ; 2,7 ; 4,2 ; 3,9 ; 2,12 ; 3,09. Écris ces nombres du plus petit au plus grand dans les cases suivantes.

2,7	2,12	3	3,09	4,2	4,25	
-----	------	---	------	-----	------	--

Tâche 4

Par rapport à 7, quel est le nombre le plus proche : 6,9 ou 7,08 ?

Réponse : 6,9

Tâche 5

a- Peux-tu citer 3 nombres compris entre 1,8 et 2,4? si oui, écris les :
 1,9 = 2,2, 2,2

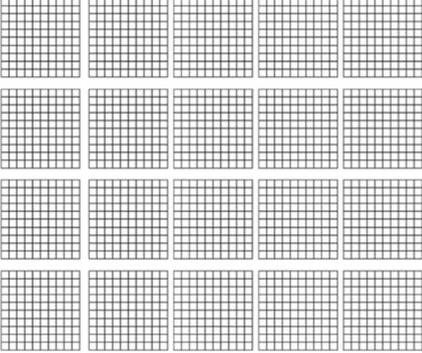
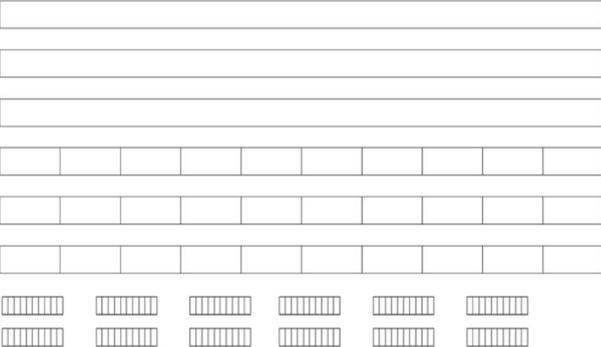
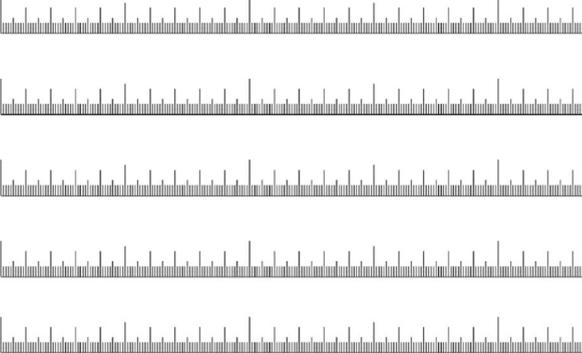
b- Même question entre 2,5 et 2,6 ?
 on peut pas

c- Même question entre 2 et 2,01 ?
 on peut pas

Tâche 6

$0,8 + 0,4 = 0,12$

Annexe 2: Les supports proposés

<p>Les quadrillages</p> 	<p>Les bandes de papier</p> 																																																																																													
<p>La monnaie</p>  <p style="font-size: small; margin-top: 5px;">© Institut monétaire européen, 1997, Banque centrale européenne, 1998</p>	<p>Les droites graduées</p> 																																																																																													
<p>Deux exemples de tableau de numération</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center; font-size: small;"> <tr> <td>1 000</td> <td>100</td> <td>10</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> </tr> <tr> <td>milliers</td> <td>centaines</td> <td>dizaines</td> <td>unités</td> <td>dixièmes</td> <td>centièmes</td> <td>millièmes</td> </tr> <tr> <td> </td> </tr> </table> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center; font-size: x-small;"> <thead> <tr> <th colspan="9">Partie entière</th> <th colspan="3">Partie décimale</th> </tr> <tr> <th colspan="3">Millions</th> <th colspan="3">Milliers</th> <th colspan="3">Unités</th> <th>Dixième</th> <th>Centième</th> <th>Millième</th> </tr> <tr> <th>c</th><th>d</th><th>u</th> <th>c</th><th>d</th><th>u</th> <th>c</th><th>d</th><th>u</th> <th>0,1</th> <th>0,01</th> <th>0,001</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td><td> </td><td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>		1 000	100	10	1	1/10	1/100	1/1000	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes								Partie entière									Partie décimale			Millions			Milliers			Unités			Dixième	Centième	Millième	c	d	u	c	d	u	c	d	u	0,1	0,01	0,001																																				
1 000	100	10	1	1/10	1/100	1/1000																																																																																								
milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes																																																																																								
Partie entière									Partie décimale																																																																																					
Millions			Milliers			Unités			Dixième	Centième	Millième																																																																																			
c	d	u	c	d	u	c	d	u	0,1	0,01	0,001																																																																																			

Annexe 3: analyse du langage dans la mise en œuvre du JdR

La première colonne présente les transcriptions des interactions « professeur »-« élève » pendant le déroulement du jeu de rôles (jeu effectif entre deux formés, l'un qui joue un « professeur des écoles » P et l'autre l'« élève » El)

La deuxième colonne présente notre analyse de ces interactions verbales et de la stratégie du formateur. Nous avons ainsi cherché à repérer :

- Les éléments de savoir mathématique : les éléments de savoirs (vrais et faux), en général contextualisés ou techniques, apportés par El ou P (correspondant aux éléments soulignés) ;
- **les questions ou les actions de P qui visent à changer de registre de représentation** (correspondant aux éléments en gras) ;
- *les questions ou les actions de P qui visent à questionner la procédure de l'élève (il s'agit de permettre à l'élève de revenir sur son erreur)* (correspondant aux éléments en italique)
- **les interventions structurantes de P (appel aux savoirs anciens, structuration du travail des élèves, liens entre les différents registres de représentation, généralisation ou institutionnalisation)** (correspondant aux éléments en italique gras).

Transcription (4'40 à 13'51)	Analyse des interactions verbales
<p>P : <i>alors pourquoi t'as choisi de mettre ce nombre là, six virgule quatre ?</i></p> <p>El : pourquoi j'ai choisi de mettre ça ? Bah parce que y'a un chiffre après la virgule.</p> <p>P : D'accord.</p> <p>El : <u>donc c'est plus petit</u></p>	<p>1. Comprendre l'erreur de l'élève</p> <p>P demande « pourquoi ? ». Mais n'exploite pas ensuite la réponse de l'élève. La question de P conduit El à expliciter la technique erronée correspondant à « plus il y a de chiffres, plus le nombre est grand ».</p> <p><i>Remarque : cela est peut-être lié au fait que l'on a dit de prendre en compte ce que fait l'élève suite au premier JDR, mais que P ne sait pas comment faire.</i></p>
<p>P : OK. Alors si tu devais le représenter sur le tableau, ici, tu mettrais quoi ?</p> <p>El : Sur le tableau là ?</p> <p>P : oui ce tableau</p> <p>El://</p> <p>P : alors déjà/ Vas y.</p> <p><u>El écrit correctement 6,4 dans le tableau.</u></p> <p>P : D'accord. Et si tu devais représenter six virgule zéro quatre.</p> <p>Parce que là tu dois comparer six virgule zéro quatre, six virgule quatre et six virgule quarante quatre. Maintenant tu peux m'écrire le nombre six virgule zéro quatre.</p> <p><u>El écrit correctement dans le tableau.</u></p> <p>P : d'accord.</p> <p>Pourquoi tu l'as représenté comme ça ? Par rapport à six virgule quatre ? Pourquoi tu as écrit six virgule zéro et quatre ? Pourquoi tu l'as représenté comme ça ? Comment tu pourrais expliquer ?</p> <p>El : bah parce que y'a deux chiffres après la virgule.</p> <p>P : d'accord.</p> <p>Si tu devais le représenter maintenant avec les</p>	<p>2. Représenter les nombres dans le tableau de numération</p> <p>P se rend compte que l'explicitation de la technique ne suffit pas à expliquer la comparaison.</p> <p>Il fait effectuer un changement de registre de représentation en demandant à El d'écrire 6,4 puis 6,04 dans le tableau de numération. P ne fait pas de référence explicite aux unités de numérations.</p> <p>El réalise correctement la tâche.</p> <p>P explique le but de cette tâche : il faut comparer trois nombres décimaux. <i>Mais le lien n'existe pas entre les deux tâches : écrire des nombres dans le tableau et les comparer !</i></p> <p>P attend maintenant la justification de l'action. El justifie à partir du nombre de chiffres après la virgule (embryon de technique).</p> <p>El réalise le lien entre les chiffres de la partie décimale et l'écriture dans le tableau de numération.</p>
<p>Si tu devais le représenter maintenant avec les</p>	<p>3. Représenter les nombres avec les bandes.</p> <p>Nouveau changement de registre: domaine des</p>

<p>bandes qui sont ici (montre les bandes affichées au tableau). Comment tu pourrais représenter ce nombre ? Six virgule quatre. El ne sait pas quoi faire P : comment tu pourrais le représenter ? El ne sait toujours pas quoi faire. P : on imagine que ///</p>	<p>mesures. Aucun lien n'est réalisé entre les deux registres (comme si on effaçait et on recommençait). P ne rappelle pas à quoi correspond le matériel notamment à quoi correspond une bande (unité ? dixièmes de l'unité ?) ni la grandeur à laquelle il est fait référence (longueur ? aire ?). El ne sait pas représenter les nombres avec les bandes : peut-être qu'il réagit au fait que la consigne n'est pas assez claire ou à l'absence de lien. P est bloqué car il ne veut pas dire ce que représente la grande bande.</p>
<p>For propose une pause. For : c'est quoi le problème ? P : je veux pas trop lui donner de ... Si je lui donne trop après ... St (souffleur) : faut que tu dises ce qui représente les centièmes et les dixièmes ensuite tu ... P : OK mais dans ce cas là j'explique tout alors. For : Oui il faut savoir xxx</p>	<p>For fait verbaliser la difficulté éprouvée par P. Celui-ci met en évidence un écueil de l'aide : ne pas trop en dire. Un autre stagiaire propose d'expliciter les liens entre les deux registres. For valide en insistant sur la nécessité de faire le lien.</p>
<p>P : alors si les grandes bandes ça correspond à des unités, un carré ... un rectangle correspond à une dizaine//un dixième, et un petit rectangle comme ça à un centième. Donc si t'avais des bandes, combien t'aurais besoin de bandes comme ça, de grandes bandes pour faire une unité ? El : pour faire lequel ? P : pour faire six virgule quatre, pour représenter six virgule quatre. El : bah j'en prends six comme ça (montre la grande bande). P : donc six unités. Et combien de/ El : bah quatre. P : quatre combien ? ça ça représente quoi ? El : un dixième. P : donc ça ferait combien de dixièmes en fait ? El : bah quatre dixièmes. P : quatre dixièmes. D'accord. Alors maintenant si tu dois représenter six virgule zéro quatre. Donc combien t'aurais besoin de bandes unités ?</p>	<p>P dit ce que représente la grande bande (comme lui suggèrent les autres) mais dit aussi à quoi correspondent les deux bandes plus petites (dixièmes et centièmes). P réalise ainsi un premier lien entre le registre des nombres et celui des grandeurs (aire ou longueur). P fait ensuite représenter les nombres sur les bandes : il tente de faire expliciter à El le nombre de bandes à prévoir pour représenter le nombre 6,4, puis 6,04. Remarque : la notion de longueur n'est presque jamais abordée. C'est comme si les bandes étaient un autre mode de représentation du nombre, sans lien avec la grandeur longueur. La tâche proposée par P est d'ailleurs de « représenter les nombres » (pas de construire une bande de longueur donnée).</p>
<p>El (s'adressant au formateur) : faut que je dise la vérité ou pas ? For : non faites l'élève ! ARRET car problème avec matériel affiché. El : ce qui est gênant c'est d'avoir uniquement trois unités pour l'élève. Parce que du coup il se dit, même en tant qu'adulte on se dit c'est un peu idiot parce que comment on le représente ? P : toi tu voudrais qu'on ait six bandes avec des couleurs. El : parce que du coup on a l'impression qu'on ne peut pas aller plus que trois. For : ou alors il faut juste en montrer une seule et dire combien il en faudrait des comme ça ? El : oui For : c'est vrai que le fait de n'en avoir que trois ça</p>	<p>La discussion porte sur le matériel effectivement proposé : faut-il en donner suffisamment ou pas ? avec des couleurs ou pas ? Le formateur met alors l'accent sur l'évocation du matériel, plus que sur sa manipulation effective.</p>

<p>perturbe plus qu'autre chose. On peut faire comme si y'en avait qu'une. P : on fait comme si y'en a qu'une. El : oui en fait c'est mieux. Une comme ça, une comme ça et en fait une comme ça. P : avec des couleurs différentes. Ce qui serait bien c'est que l'unité ça correspond à une couleur, un dixième ça correspond à une autre couleur et un centième à une autre couleur. Que ça soit visuel. For : allez on reprend avec ce matériel là. El : oui mais c'est pas évident en fait.</p>	
<p>El : donc en fait j'en prends six comme ça et quatre comme ça (<i>montre 4 ?</i>). P : alors j'avais dit ... Quatre comme ça ? El : oui P : Ces quatre là si tu devais les comparer avec celles qui sont au-dessus. <i>Elles sont plus petites ou ... ?</i> El : oui elles sont plus petites ?</p>	<p>El explicite le nombre de bandes sans faire référence à ce qu'elles représentent. P reste dans une proximité langagière horizontale sans revenir sur les liens entre les registres. P amène alors El à comparer les (longueurs/aires ?) des bandes dans les deux cas, mais ne conclut pas sur la comparaison des nombres : il n'aménage pas le passage d'un registre à l'autre. <i>Remarque : C'est au moment de comparer que la grandeur revient (« Ces quatre là si tu devais les comparer avec celles qui sont au-dessus. Elles sont plus petites ou ... ? »). Du coup la notion de partie de l'unité (ou partage de l'unité) n'apparaît pas clairement.</i></p>
<p>P : Pourquoi ... est-ce que dans ce cas la ... tu peux changer ta réponse ? Par rapport à ce que t'as mis là. T'as dit que c'était six virgule quatre qu'était plus petit. Est-ce que là maintenant tu penses que tu as changé d'avis ? Par rapport à ce que tu viens de me dire ? El : non. <i>Rires ...</i></p>	<p>4. Retour sur la tâche initiale : P demande si l'élève a changé d'avis, il répond « non » (<i>à cause notamment du support qui n'est pas bien adapté ici : il faudrait des bandes que l'on peut découper</i>). P revient plutôt sur la réponse de El à la question initiale en lui demandant s'il change d'avis. Ce n'est pas le cas.</p>
<p>P : par exemple là maintenant t'as ton tableau là. Est-ce que, si on pouvait les transférer. Ces bandes là si tu pouvais les mettre, si on pouvait les déplacer, tu fais des dessins qui correspondent aux bandes. <i>El dessine les bandes dans le tableau de numération, dans les colonnes, en-dessous de l'écriture en chiffres.</i> P : maintenant ces bandes qui correspondent à un dixième. Tu les dessines avec les couleurs, je ne sais pas quelle couleur, jaune. Voilà. Et pour les centièmes pareil. Et pareil pour le deuxième aussi. Pour le deuxième nombre. Dessous, dessous. El : dessous qu'est-ce que je fais ? Là je peux rien faire parce que ... P : tu fais pareil pour le deuxième nombre. El : alors je fais la même chose. P : pour pouvoir comparer. Mais tout en conservant les colonnes qui sont au-dessus. Là. Voilà six unités. El : je fais comme ça ? Là voilà. Et puis là/ (<i>El dessine 4 bandes de 1 dixième découpées en 10</i>). P : ça représente quoi ça ? El : bah quoi je fais quatre. P : D'accord mais tu viens de me dire que en fait ce que</p>	<p>5. Lien entre tableau de numération et bandes. P invite l'élève à dessiner et à colorier les bandes en-dessous des écritures chiffrées dans le tableau (par exemple 4 bandes de 1 dixième sous le 4 de 6,4). Il s'agit d'un nouveau changement de registre avec un retour sur le tableau de numération. P cherche à mettre en lien les différentes représentations (écriture à virgule, tableau de numération, mesures). P revient sur la signification de la représentation. Les mots qui désignent les objets mathématiques sont plus précis.</p>

<p>je t'ai expliqué c'est qu'un petit rectangle comme ça ça fait un centième.</p> <p>El : ah d'accord.</p> <p>P : Donc là est-ce que ... tu m'en as fait combien des centièmes ?</p> <p>El : plein.</p> <p>El : A mon avis y'en a ... (El efface)</p> <p>P : donc combien il faut de centièmes?</p> <p>El : quatre.</p> <p>P : y'en a combien de centièmes en fait là ?</p> <p>El : quatre.</p>	
<p>P : maintenant si tu veux comparer, quand tu as ton tableau de numération, donc t'as d'un côté les unités, hein, et après la partie décimale. Où se trouve la partie décimale dans ton tableau ? Pour les deux nombres. Tu peux la montrer ?</p> <p>El : après la virgule, là.</p> <p>P : d'accord. Donc si tu compares les deux nombres au niveau du dixième. Qu'est-ce que tu peux remarquer ?</p> <p>El : dixièmes ?</p> <p>P : c'est à dire la première colonne après la virgule.</p> <p>El : là y'en a quatre et là y'en a pas.</p> <p>P : D'accord, donc est-ce que tu peux comparer ces deux nombres, en sachant ... quel est le plus petit ? Tu compares quoi en fait après ? T'as comparé les unités. Est-ce que les unités sont les mêmes ? T'as le même nombre d'unités ou pas dans ces deux nombres ?</p> <p>El : dans les dixièmes?</p> <p>P : dans les six virgule quatre et six virgule zéro quatre</p> <p>El : oui y'a le même nombre d'unités</p> <p>P : D'accord, donc après quand t'as comparé les unités, qu'est-ce que tu dois comparer ?</p> <p>El : bah les dixièmes.</p> <p>P : D'accord.</p> <p>El : la colonne d'après.</p> <p>P : Et quel est le plus petit chiffre des dixièmes ?</p> <p>El : c'est celui-là.</p> <p>P : D'accord. Donc qu'est-ce que tu peux en conclure ? Est-ce que tu peux conclure quelque-chose ou pas ? Est-ce que tu peux conclure qu'il y en a un qui est plus petit que l'autre ?</p> <p>El est sceptique</p>	<p>6. Comparaison chiffres à chiffres dans le tableau.</p> <p>P fait identifier la partie décimale et la partie entière du nombre décimal.</p> <p>P fait ensuite comparer les unités (partie décimale) puis les dixièmes en mettant en œuvre la technique de comparaison chiffres à chiffres.</p> <p>P revient sur la comparaison entre les écritures dans le tableau de numération.</p> <p>Ce qui l'amène à poser la question de la comparaison des nombres décimaux, qui se réduit immédiatement à faire comparer d'abord les parties entières ...</p> <p>... puis les dixièmes.</p> <p>Il s'agit d'un retour sur la technique de comparaison systématique, sans que celle-ci soit explicitement reprise .</p> <p>P revient enfin sur la comparaison des deux nombres, mais n'énonce pas la règle générale.</p>
<p>... sortent du JDR</p> <p>P : C'est pas très clair ?</p> <p>El : euh, oui mais je trouve pas ça ...</p> <p>P : c'est pas clair ?</p> <p>El : bah euh en fait. Non mais je dis pas ça pour toi.</p> <p>For : on va en discuter après. Finissez quand même.</p>	
<p>El : oui bah c'est plus petit oui.</p> <p>Après quand on fait ça je trouve pas ça super clair.</p> <p>For : Merci on va s'arrêter là.</p>	

Références

- Briand, J. et Chevalier, M.C. (1995). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*. Hatier, Paris.
- Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'A.M.Q.*, Montréal, 14–24.
- Butlen, D., Mangiante, C. et Masselot, P. (2017). Routines et gestes professionnels, un outil pour l'analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des professeurs des écoles en mathématiques. *Recherches en Didactiques*, 24, 25–40.
- Chappet-Pariès, M. (2004). Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 24 (2–3), 251–284.
- Charles-Pézarid, M., Butlen, D. et Masselot, P. (2011). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP: quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble, France: La pensée Sauvage.
- DeBlois L., Squalli H. (2002). Implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, 50 (2), 212–237.
- Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué: entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches. Histoire et perspectives sur les mathématiques [math.HO]. Paris: Université Paris-Diderot. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00957166>. Accessed 1 March 2018.
- Lajoie, C. (2010). Les jeux de rôles: une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. Dans J. Proulx et L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques: tendances et perspectives actuelles* (101–113). Sherbrooke, Canada: Éditions du CRP.
- Lajoie, C. (2018). Learning to act in-the-moment: Prospective Elementary Teachers' roleplaying on numbers. Dans K. Hino et G. J. Stylianides (dir.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers: An International Perspective* (231–244). ICME-13 Monographs. Springer, Cham.
- Lajoie, C. et Maheux, J.-F. (2013). Richness and complexity of teaching division: prospective elementary teachers' roleplaying on a division with remainder. *Proceedings of the Eight Congress of European Research in Mathematics Education* (CERME 8). Antalya, Turkey: Manavgat-Side.
- Lajoie, C., Maheux, J.-F., Marchand, P., Adihou, A. et C. Bisson. (2012). Le jeu de rôles comme approche de formation à l'enseignement des mathématiques. Quels choix ? Pour quelles intentions ? Pour quelle formation ? *Actes du colloque du GDM 2012*, Université Laval, Québec, 23 au 25 mai 2012, 48–56.
- Lajoie, C. et Pallascio, R. (2001). Role-play by pre-service elementary teachers as a means to develop professional competencies in teaching mathematics. *Proceedings of SEMT '01 - International Symposium Elementary Mathematics Teaching*. Prague, Czech Republic: Charles University.
- Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. et Winder, C. (à paraître). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. Actes du colloque ARCD 2016. Toulouse, France: Presses Universitaires du Midi.
- Mucchielli, A. (1983) *Les jeux de rôles*. Paris: Presses universitaires de France, Que sais-je ?
- Robert, A. (2005). De recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré: un point de vue didactique, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, 209–249.
- Robert, A., Roditi, E. et Grugeon, B. (2007). Diversités des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire. *Petit x*, 74, 60–90.
- Robert, A. et Vandebrouck, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves: analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2/3), 239–285.
- Roditi, E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 55–81.
- Sayac, N. (2010). Appréhender la formation des professeurs des écoles en France à travers la pratique des formateurs en mathématiques. *Actes du congrès de l'Actualité de la Recherche en Éducation et en Formation 2010*. <https://plone.unige.ch/aref2010/communications-orales/premiers-auteurs-en-s>. Accessed 1 March 2018.
- Vandebrouck, F. (2008). Résultats sur l'activité des élèves en classes de seconde, Dans F. Vandebrouck (dir.) *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants* (197–225). Toulouse, France: Octarès.
- Van Ments, M. (1989). *The effective use of role-play: A handbook for teachers and trainers*. New York: Nichols publishing.