UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ÉLABORATION D'UN MODÈLE PRÉDISANT LA DIFFICULTÉ DE TÂCHES IMPLIQUANT DES FRACTIONS POUR LES ÉLÈVES DU PRIMAIRE.

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION

PAR
VÉRONIQUE LECOURS

OCTOBRE 2016

J'aimerais dédier ce rapport de recherche à mes parents, Andrée et Marc.

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de recherche, le professeur Martin Riopel, sans qui la réalisation de ce projet n'aurait pu avoir lieu. J'ai profondément apprécié son écoute attentive, ses conseils pertinents, sa rigueur et sa grande efficacité. Tout au long de la réalisation de ce projet, notre collaboration fut pour moi une expérience très positive.

J'aimerais aussi remercier les étudiants qui ont accepté d'assister à une présentation de mon avant-projet et qui ont pris le temps de s'y intéresser. J'aimerais également remercier le professeur Patrice Potvin, ses commentaires m'ont permis d'enrichir mon travail en vue de la présentation officielle de mon avant-projet. Je remercie mes évaluateurs, les professeurs Pierre Chastenay et Stéphane Cyr. La qualité de leur évaluation et la qualité de leurs recommandations ont été très appréciées.

Finalement, je tiens à remercier sincèrement ma famille et mes amis qui m'ont soutenue durant ce long projet. Plus particulièrement, je remercie ma collègue et amie France Doucet qui fut un public attentif à mon avant-projet; Nicholas Pelletier, qui s'est montré toujours encourageant; et ma sœur Chantal Lecours, qui a patiemment révisé mes textes.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

En considérant la problématique sociale du décrochage scolaire et l'importance du sentiment de compétence chez l'apprenant, ce projet de recherche a tenté de répondre au besoin qu'ont les enseignants de mieux choisir les tâches à donner à leurs élèves afin de correspondre au niveau d'habileté individuel de chacun et ainsi favoriser la réussite. Parmi toutes les matières scolaires au primaire, les mathématiques sont probablement l'une des plus déterminantes et, comme les fractions correspondent au domaine le moins réussi en mathématiques dans les enquêtes internationales, la question générale de recherche était : comment produire un modèle pour prédire le niveau de difficulté de tâches en mathématiques impliquant des fractions pour des élèves du primaire?

Pour ce faire, ce projet de recherche s'est d'abord intéressé aux travaux précédents afin d'identifier les variables susceptibles d'avoir un impact sur le niveau de difficulté de tâches en mathématiques impliquant les fractions. Ensuite, des paramètres de difficultés ont été extraits pour toutes les tâches de l'enquête internationale TEIMS entre 1995 et 2003 qui portaient sur les cinq interprétations du concept de la fraction. Ces tâches ont aussi été catégorisées à l'aide d'une liste de 46 variables identifiées lors de la recension des écrits. Enfin, pour modéliser la difficulté des tâches sur les fractions, les données ont été soumises à une analyse de régression linéaire à plusieurs variables explicatives.

Le modèle final obtenu comporte 10 variables dont les coefficients de régression sont significatifs et qui expliquent 61% de la variance totale observée. Parmi les variables retenues, plusieurs confirment des recherches précédentes quant à leur impact sur le niveau de difficulté. Par exemple, la présence d'un cercle, le sens *fraction quotient* et l'équivalence des fractions augmenteraient le niveau de difficulté d'une tâche. À l'opposé, la présence des fractions de type n/4 tendrait à en diminuer le niveau de difficulté. Le modèle final a aussi permis de créer un prototype général permettant la production de 1024 tâches différentes dont le paramètre de difficulté est connu à l'avance et varie de -4,88 et 3,30.

Nous croyons que le modèle produit dans cette recherche pourrait être un outil intéressant pour guider les enseignants du primaire dans leur choix de tâches à donner à leurs élèves. En effet, en connaissant à l'avance le niveau de difficulté des tâches et en ayant accès à un grand nombre de tâches, les enseignants pourraient plus facilement donner à leurs élèves des tâches significatives.

Mots clés : fractions, identification de variables, mathématiques, modèle de prédiction, niveau d'habileté individuel, niveau de difficulté, primaire.

INTRODUCTION

Au Québec, le décrochage scolaire est une réalité préoccupante. Chez plusieurs élèves qui connaissent des difficultés d'apprentissage et des échecs répétés, une image négative de soi et un sentiment d'incompétence se développent augmentant significativement l'envie de décrocher. Pour favoriser la persévérance scolaire, plusieurs auteurs recommandent aux enseignants de donner à leurs élèves des tâches à leur niveau d'habileté individuel, ni trop faciles, ni trop difficiles, afin qu'ils connaissent des succès dont ils sont fiers. Pour tous les élèves, mais en particulier pour les plus vulnérables, le fait de réussir plus souvent contribuerait à protéger leur estime de soi et leur sentiment de compétence essentiel à la motivation scolaire. Cependant, plusieurs études démontrent qu'il n'est pas évident pour les enseignants de prédire le niveau de difficulté des tâches qu'ils soumettent à leurs élèves ni de prédire les performances de ces derniers, qu'ils aient des difficultés d'apprentissage ou non. De plus, pour parvenir à donner suffisamment de tâches selon les différents niveaux d'habileté individuels, les enseignants doivent en avoir un grand nombre à leur disposition. Mais, dans la pratique, les enseignants ont plutôt accès à un nombre limité de tâches à donner à leurs élèves. Ils utilisent celles qu'ils ont le temps de créer eux-mêmes et celles présentées dans les cahiers d'exercices ou tout autre matériel didactique utilisés à l'école ou trouvés ailleurs. Ce projet de recherche vise à aider les enseignants en leur donnant accès à un grand nombre de tâches dont les niveaux de difficulté seraient connus à l'avance. Ainsi, ils pourraient donner à leurs élèves plusieurs tâches correspondant mieux à leur niveau d'habileté individuel. Nous pensons atteindre notre objectif grâce à l'élaboration d'un modèle formel prédisant la difficulté de tâches d'évaluation en mathématiques. Notre travail porte plus spécifiquement sur des tâches destinées aux élèves du primaire et impliquant des fractions.

D'abord, nous identifierons les variables susceptibles d'agir sur le niveau de difficulté de tâches sur les fractions et nous les soumettrons à une analyse de régression multiple afin de produire le meilleur modèle qu'il nous est possible de créer. Pour évaluer nos variables, nous compterons sur une banque de tâches produites, validées et effectuées, dans le cadre de l'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS), par des dizaines de milliers d'élèves de différents pays.

La suite de ce mémoire se divise en quatre chapitres. Le premier expose la problématique sociale du décrochage scolaire, relève l'importance du sentiment de compétence chez l'apprenant et propose un courant de recherche, la production automatisée de tâches, comme élément de solution. Le chapitre deux présente le contexte théorique. Le concept de la fraction, les recherches en production automatisée, les variables retenues et l'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences y sont traités. Le chapitre trois explique la méthodologie, c'est-à-dire, les étapes que nous effectuerons pour mener à bien notre analyse et produire, nous l'espérons, un modèle pouvant prédire efficacement le niveau de difficulté de tâches sur les fractions. Enfin, le chapitre 4 introduit les résultats obtenus et discute leur interprétation. La conclusion présente les limites du projet ainsi que des pistes pour d'autres projets.

CHAPITRE I
PROBLÉMATIQUE

1.1 Taux de décrochage scolaire au Québec

Statistiques préoccupantes

Depuis plusieurs années, le Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) a mobilisé des ressources humaines et financières pour contrer le décrochage scolaire, une problématique bien présente chez les jeunes Québécois, et dont l'urgence d'y réagir fut entre autres évoquée lors des Assises régionales sur la persévérance scolaire et par le Groupe d'action sur la persévérance et la réussite scolaires au Québec (MEQ, 2015). Le MEQ définit le décrocheur comme un jeune qui est inscrit au secteur des jeunes au début de l'année scolaire, qui ne l'est plus l'année suivante, qui n'est pas titulaire de diplôme d'études secondaires et qui réside toujours au Québec l'année suivante (Violette, 1991, cité dans Fortin et Picard, 1999, p.160). En 1997, le MEQ calcule le taux de décrochage à 27,4%. Ce pourcentage classe le Québec parmi les provinces canadiennes affichant les taux de décrochage les plus élevés du Canada (Fortin et Picard, 1999). En 2008-2009, pour la première fois, le taux de décrochage scolaire du Québec passe sous les 20%. Les données les plus récentes publiées sur le site du MEQ, celles de 2011-2012, présentent un taux de décrochage de 16,2% (19,8% chez les garçons, 12,9% chez les filles). Ainsi, le décrochage scolaire demeure une problématique bien présente chez nos jeunes Québécois. D'autre part, chez les non-décrocheurs, il semble difficile pour plusieurs d'obtenir leur diplôme d'études secondaires (DES) dans les délais prescrits. Environ 1 élève sur 6 qui obtiennent leur DES avant l'âge de 20 ans, l'obtient après 17 ans, l'âge prévu (MEQ, 2015). C'est préoccupant puisque les élèves qui accusent des retards scolaires seraient plus susceptibles de décrocher. En effet, en 2011-2012, le taux annuel de décrochage observé pour ce groupe d'élèves s'élevait à 45,7%.

Le décrochage scolaire peut se définir autrement. Pour Statistiques Canada (Gilmore, 2010), on considère le décrocheur comme un membre de la population des 20 à 24 ans qui ne fréquente pas l'école et qui n'a pas obtenu de DES. Selon cette description du décrocheur, le taux de décrochage scolaire du Québec se situe à 11,7% de 2007 à 2010. Bien que ce taux corresponde à une diminution significative par rapport à celui de 1990 à 1993 (17,4%), il fait du Québec la province détenant le taux le plus élevé de décrochage scolaire au Canada de 2007 à 2010. À titre de comparaison, la province qui affiche le taux le plus bas, durant ces mêmes années, est la Colombie-Britannique avec 6,2% de décrocheurs. Le tableau 1.1 présente le nombre de décrocheurs par province canadienne et le taux de décrochage scolaire que cela représente pour les années 1990 à 1993 et 2007 à 2010.

Tableau 1.1
Nombre de décrocheurs et taux de décrochage par province 1990-1993 et 2007-2010.

	1990-1993		2007-2010	
	Milliers	%	milliers	%
Terre-Neuve-et-Labrador	10,0	19,9	2,2	7,4
Île-du-Prince-Édouard	1,8	18,9	0,9	8,9
Nouvelle-Écosse	11,9	17,8	5,2	8,6
Nouveau-Brunswick	8,6	15,4	3,8	8,1
Québec	**84,2**	**17,4**	**55,5**	**11,7**
Ontario	114,3	14,8	68,6	7,8
Manitoba	12,4	16,0	9,1	11,4
Saskatchewan	10,4	16,2	6,7	9,4
Alberta	30,7	15,7	28,3	10,4
Colombie-Britannique	**31,5**	**13,3**	**19,1**	**6,2**

Personnes de 20 à 24 ans sans diplôme d'études secondaires et ne fréquentant pas l'école.
Nota : En raison de la petite taille de l'échantillon dans un grand nombre de provinces, toutes les données provinciales sont basées sur une moyenne de trois ans (1990-1993 et 2007-2010).
Source : Statistique Canada, Enquête sur la population active.

Répercussions du décrochage scolaire

Les répercussions du décrochage scolaire sont préoccupantes, car il est plus difficile pour un jeune décrocheur de s'adapter, de s'insérer socialement et de se tailler une place sur le marché du travail. Si l'on compare le taux de chômage des jeunes décrocheurs avec celui des jeunes qui détiennent un DES et qui ne sont inscrits à aucun établissement scolaire, on constate que le premier groupe est désavantagé. En 2008-2009, pendant le ralentissement économique, le taux de chômage s'élève à 21% chez les jeunes décrocheurs, mais à 10% dans l'autre groupe. En 2009-2010, lors du début de la reprise économique, il se situe à 23,2% chez les jeunes décrocheurs, mais à 11,9% dans l'autre groupe. Donc, on trouve un grand écart entre les deux populations. Enfin, les données de 2009-2010 indiquent qu'en moyenne, les décrocheurs qui occupent un travail à temps plein gagnent 70$ de moins par semaine que ceux qui ont un DES, et cela, même s'ils travaillent une heure de plus que ces derniers (Gilmore, 2012).

Comme on peut le constater avec ces statistiques, le problème du décrochage scolaire est bel et bien présent sur le territoire québécois, et ses répercussions sont préoccupantes. Il est pertinent et nécessaire de mieux comprendre le phénomène afin de trouver des pistes de solution.

1.2 Échecs et décrochage scolaires

Fortin et Picard (1999) présentent plusieurs études descriptives permettant de préciser les conduites des élèves qui risquent de décrocher de l'école. Selon la majorité de celles-ci, les jeunes décrocheurs, comparés à leurs pairs, participaient moins aux activités scolaires, demeuraient moins longtemps concentrés en classe, investissaient moins de temps dans leurs devoirs et leurs études, manquaient plus de journées d'école (Dornbush, Mounts, Lamborn et Steinberg, 1991; Ekstrom, Goertz, Pollack et Rock, 1986; Violette, 1991 ; Wehlage et Rutter, 1986) et étaient plus susceptibles de présenter des troubles de comportement sévères (Cairns et Cairns, 1994; Dornbush, Mounts, Lamborn et Steinberg, 1991). Souvent, les jeunes décrocheurs entretenaient peu d'espoir par rapport à leur réussite scolaire et valorisaient davantage le travail et l'argent que les études (Rumberger, Ghatak, Poulos, Ritter et Dornbush, 1990). Leur décision de quitter l'école résulterait d'une longue évolution et d'une accumulation de frustrations provoquées par leurs difficultés relationnelles avec leurs pairs, les enseignants, leurs parents et par celles engendrées par leurs échecs scolaires (Fortin, 1992; Parker et Asher, 1987; Rumberger, 1995). D'ailleurs, les difficultés d'apprentissage constitueraient *le plus puissant prédicteur du décrochage scolaire* (Kotering, Haring et Klockars, 1992; Hess, 1986, cités dans Fortin et Picard, 1999, p.360). Celles-ci entraineraient un grand manque de motivation. Chenu (2004), après avoir tenu des entrevues semi-structurées auprès de 22 élèves du premier secondaire rapporte que chez ces jeunes, l'échec scolaire constituerait la première source de démotivation. Selon lui, le sentiment d'incompétence qu'acquiert un élève suite à ses échecs et l'image négative qu'il a de lui-même freinent de façon importante sa motivation. Pour ce qui des facteurs motivants, les élèves mentionnent se sentir plus motivés avec les enseignants qui ont des attendes positives vis-à-vis d'eux, avec ceux qui leur accordent du temps, par certains contenus d'enseignement et par leurs réussites.

Les résultats des recherches nous indiquent que l'échec scolaire constituerait une source importante de démotivation chez un élève, car ses échecs répétés créeraient une image négative de lui-même et un sentiment d'incompétence acquise. Nous pensons donc, et c'est le point de départ de notre projet de recherche, qu'il serait bénéfique de donner à l'élève en difficulté d'apprentissage l'occasion de réussir plus souvent, par exemple, en lui proposant des défis progressifs et à sa mesure dans le cadre d'un enseignement différencié. Il pourrait à ce moment-là développer une image plus positive de lui-même ainsi qu'augmenter son sentiment de compétence. Cela l'aiderait probablement à conserver sa motivation et à aller de l'avant. La prochaine section présente les résultats obtenus par des chercheurs (Jansen *et al*, 2012; Margolis et McCabe, 2004) qui se sont déjà intéressés à l'importance que les élèves vivent des succès répétés pour développer leur sentiment de compétence.

1.3 Importance du sentiment de compétence

Plusieurs chercheurs se sont intéressés à l'importance, chez les élèves, de leur sentiment de compétence. Celui-ci jouerait un rôle primordial dans leur persévérance scolaire. Le sentiment de compétence inclut le sentiment d'efficacité, en anglais, *self-efficacy,* et le concept de soi (Jansen *et al.*, 2012). Malheureusement, les échecs répétés que vivent certains élèves minent leur sentiment de compétence. Ces chercheurs en sont arrivés à la conclusion qu'il était important de favoriser le développement du sentiment de compétence en permettant à tous les élèves de vivre des réussites à l'école, et que cela passe par leur donner des tâches à leur niveau d'habileté individuel. Voici deux études sur le sujet. Dans la première, les chercheurs se sont intéressés aux élèves qui connaissent des difficultés en lecture. La seconde présente des chercheurs qui se sont intéressés à la relation entre l'anxiété vécue par l'élève, son sentiment de compétence et ses performances quand il doit résoudre des problèmes en mathématiques.

1.3.1 Développer le sentiment d'efficacité

Margolis et McCabe (2004) ont publié un article sur le sentiment d'efficacité. Ils y citent de nombreux chercheurs. Ainsi, selon Schunk et Zimmerman (1997), le sentiment qu'éprouve l'élève envers sa propre capacité à réussir, *self-efficacy*, influence ses choix de tâches, son effort, sa persévérance et sa réussite. Margolis et McCabe rapportent aussi qu'il est largement reconnu que, sans un sentiment suffisamment élevé de leur capacité à réussir, plusieurs élèves en grande difficulté de lecture ne font pas l'effort nécessaire pour réussir à l'école. Ils abandonnent ou évitent des tâches similaires à celles déjà échouées (Baker et Wigfield 1999; Bandura, 1993; Casteel, Isom et Jordan, 2000; Chapman et Tunmer, 2003; Henk et Melnick, 1995; Jinks et Morgan, 1999; Lipson et Wixson, 1997; Lynch, 2002; Pajares, 1996; Pintrich et Schunk, 2002; Schunk et Zimmerman, 1997; Walker, 2000). Pour Margolis et McCabe, une façon de renverser la situation, c'est-à-dire une façon d'arriver à amener les élèves en difficulté à s'efforcer, à persévérer, à affronter des tâches plus difficiles et à s'intéresser à l'école, est de systématiquement mettre l'accent sur le développement du sentiment d'efficacité. Les deux auteurs suggèrent des moyens que de nombreuses recherches proposent pour y parvenir : faire des liens entre une nouvelle tâche et de récents succès, enseigner les stratégies nécessaires, encourager les efforts et la persévérance, utiliser le modelage par les pairs, aider les élèves à identifier et se fixer des objectifs (Ormrod, 2000; Pajares, 2003; Pajares et Schunk, 2001; Pintrich et Schunk, 2002; Schunk, 1999; Zimmerman, 2000a). Cependant, et c'est surtout cela qui attire notre attention dans le cadre de notre projet, on ajoute que l'efficacité de ces stratégies repose sur ceci : la possibilité que les élèves qui doutent de leur réussite vivent des succès. En effet, le travail proposé doit leur donner envie de relever un défi à leur portée et non les décourager (Strickland, Ganske et Munroe, 2002). Ainsi, la plus importante décision à prendre pour un enseignant envers les élèves connaissant de grandes difficultés en lecture serait peut-être la suivante: déterminer le niveau auquel il faut leur enseigner. Les résultats de Swanson (1999) vont dans ce sens. À l'intérieur d'une large méta-analyse évaluant l'efficacité des interventions auprès des élèves avec des troubles en lecture, l'auteur identifie les composantes éducatives qui donneraient le plus de résultats dont deux des plus importantes seraient :

1. de contrôler la difficulté des tâches;
2. de les classer de la plus facile à la plus difficile.

Ces résultats ont reflété les recommandations formulées par des spécialistes depuis des dizaines d'années : instruire les élèves à leur niveau scolaire et personnel et éviter le niveau de découragement (Leslie et Caldwell, 2001; McCormick, 2003; Newcomer, 1986). Cependant, bien qu'il soit nécessaire que les élèves vivent des succès, ceux-ci ne doivent pas être obtenus sans un effort significatif. Devant des tâches trop facilement réussies, les élèves peuvent aussi perdre leur motivation ou croire que leurs enseignants ne leur font pas confiance. Enfin, pour Margolis et McCabe (2004), il est important que les enseignants, au-delà de leurs perceptions personnelles, utilisent un guide bien établi, une ligne directrice, pour ajuster leur niveau d'enseignement en fonction du niveau scolaire et personnel de leurs élèves en difficulté d'apprentissage.

1.3.2 Anxiété, sentiment de compétence et performances mathématiques

Jansen *et al* (2012) se sont particulièrement intéressés à l'anxiété mathématique vécue par plusieurs élèves et à leur sentiment de compétence perçu, car ces ressentis entraveraient le développement des habiletés en mathématiques (Harter, 1982; Hembree, 1990, cités dans Jansen *et al*, 2012). L'anxiété mathématique, phénomène observé dès la 2e ou la 3e année du primaire (Wu, Barth, Amin, Malcame et Menon, 2012, cités dans Jansen *et al*, 2012) pourrait engendrer de basses performances parce qu'elle affecterait la mémoire de travail de telle sorte que cette dernière ne pourrait être optimale lorsqu'elle est utilisée pour réaliser des tâches mathématiques (Ashcraft et Krause, 2007; Krinzinger, Kaufmann et Willmes, 2009, cités dans Jansen *et al*, 2012). Les élèves qui vivent une anxiété élevée peuvent tout simplement développer des stratégies afin d'éviter les tâches en mathématiques (Chinn, 2009; Hembree, 1990, cités dans Jansen *et al*, 2012) ou les finir rapidement, même incorrectement, pour mettre fin à la situation d'anxiété le plus vite possible (Ashcraft et Faust, 1994, cités dans Jansen *et al*, 2012). De plus, le jugement que porte l'élève sur sa compétence en mathématiques serait intimement relié au niveau de stress vécu (Bandalos, Yates et Thorndike, 1995; Lee, 2009, cités dans Jansen *et al*, 2012). Plusieurs études démontrent la relation réciproque entre la compétence perçue et les performances académiques (Gauy, Mars, et Boivin, 2003; Marsh et Martin, 2011; Valentine, DuBois, et Cooper, 2004, cités dans Jansen *et al*, 2012). À la lumière de ces résultats de recherches qui démontrent les liens entre l'anxiété mathématique, la compétence perçue et la performance mathématique, les auteurs avancent l'hypothèse que l'enfant qui connaît du succès en réussissant à résoudre une majorité de problèmes mathématiques verra son anxiété mathématique diminuer et la perception de sa compétence en mathématiques augmenter. La relation réciproque entre l'expérience émotionnelle et les performances permettra de s'attendre également à une amélioration des performances. Le but de leur recherche est donc de tenter de démontrer l'influence que peuvent avoir les réussites en mathématiques, indépendamment des habiletés actuelles des élèves, sur l'anxiété face aux mathématiques et sur la perception de sa compétence en mathématiques.

Selon ces chercheurs, il est important que les élèves vivent des succès, et tous les élèves pourraient en vivre s'ils effectuaient des tâches selon leur niveau d'habileté individuel. Pour atteindre ce but, les programmes informatifs pouvant adapter le niveau de difficulté des problèmes qu'ils génèrent en fonction du niveau d'habileté individuel de chaque élève seraient des outils prometteurs. En anglais, on nomme ce genre de programme *computer-adaptative program*. Pour leur étude, Jansen *et al* (2012) ont utilisé un tel programme informatif (*Math Garden*). Celui-ci sélectionne les problèmes selon une estimation du niveau d'habileté individuel et selon un niveau prédéfini quant aux taux de succès attendu. 207 élèves du primaire âgés de 8 à 13 ans provenant de deux écoles des Pays-Bas ont été distribués au hasard dans 4 groupes répondant chacun à une condition distincte : groupe contrôle (suit les cours habituels), 3 groupes expérimentaux (utilisent *Math Garden* selon les conditions respectives suivantes : problèmes faciles, problèmes moyens, problèmes difficiles).

Les résultats ont démontré que l'amélioration de l'anxiété mathématique a été égale pour toutes les conditions. Pour le niveau de compétence perçue, les différences entre le prétest et le post test étaient minimes. Enfin, une amélioration significative a été observée au niveau des performances. Cette amélioration significative est apparue seulement chez les enfants qui ont utilisé le programme informatif et a été observée davantage chez les enfants qui ont expérimenté la condition avec le meilleur taux de réussite (problèmes faciles). Après une analyse de médiation, c'est le grand nombre de tâches avec un haut taux de succès que la condition *problèmes faciles* aurait permis aux élèves de réaliser qui aurait le plus jouer sur l'amélioration de la performance. Mais, les auteurs tiennent à préciser que ces tâches n'étaient pas si faciles puisque le taux de réussite s'est avéré être de 81%. Ainsi, les auteurs considèrent que la pratique des mathématiques avec un programme informatif qui s'adapte a été positive. Selon eux, un programme informatif qui s'adapte permettrait aux élèves de pratiquer plus souvent tout en vivant plus de succès. Ces deux particularités semblent jouer un rôle important dans l'amélioration des performances. Les résultats obtenus par ces chercheurs plaident en faveur de l'utilisation de ce genre de programme informatif dans l'enseignement des mathématiques et, dans ce contexte, plus de recherches de ce genre sont nécessaires.

Les chercheurs sont conscients que d'autres facteurs reliés au programme informatif pourraient avoir eu une influence sur les résultats : le caractère ludique du programme, les récompenses obtenues selon la vitesse d'exécution et l'exactitude des réponses, l'environnement coloré et le feedback immédiat. Un avantage additionnel à résoudre des problèmes à l'ordinateur serait la réduction des embarras publics, que les élèves peuvent vivre en classe, puisqu'ils sont les seuls à voir leurs erreurs.

Ainsi, dans un premier temps, Margolis et McCabe (2004) recommandent aux enseignants de donner des tâches au niveau d'habileté individuel de l'élève, car cela développerait son sentiment d'efficacité et l'encouragerait à persévérer à l'école. Toutefois, plusieurs recherches démontrent qu'il est difficile pour un enseignant de bien évaluer le niveau d'habileté individuel des élèves et le niveau de difficulté des tâches. Dans la prochaine section, on présente l'une de ces recherches. Dans un deuxième temps, Jansen *et al* recommandent que l'élève puisse se pratiquer suffisamment en répondant à un grand nombre de questions et obtenir un haut taux de réussite. Les programmes informatifs adaptatifs seraient des outils prometteurs pour y arriver. Dans la section 1.5, nous introduirons le courant de recherche qui s'intéresse à ces programmes informatifs. Ce courant de recherche pourrait contribuer à guider les enseignants dans leur choix de tâches à donner à leurs élèves et à leur ouvrir l'accès à un très grand nombre de tâches.

1.4 Difficulté à bien évaluer le niveau de l'élève

Une étude menée par Impara et Plake (1994) a testé l'habileté de 26 enseignants en sciences de la 6e année du primaire à estimer la performance de leurs propres élèves à un test standard de fin d'année en sciences. Dans le cadre de cette étude, les enseignants, choisis au hasard à travers une commission scolaire du Mid-Ouest, estiment d'abord la performance de leurs élèves vulnérables, c'est-à-dire de ceux qui détiennent, avant de passer le test de fin d'année, des moyennes de D ou F. Ensuite, ils estiment la performance de tout leur groupe à ce même test. Pour effectuer leurs estimations, et cela autant pour leur groupe d'élèves vulnérables que pour leur groupe au grand complet, ils imaginent un groupe comparable, mais composé de 100 élèves. Ils prédisent combien d'élèves de ce groupe analogue réussiraient correctement chacun des 50 items (tâches) du test standard de fin d'année. Les résultats d'Impara et Plake démontrent que les enseignants sous-estiment systématiquement les performances de leurs élèves vulnérables. Sur 1330 estimations faites pour ces derniers, seulement 23% sont adéquates, c'est-à-dire à l'intérieur d'une marge d'erreur délimitée par 10 points au-dessus et 10 points en dessous des vrais pourcentages d'élèves vulnérables ayant réussi les items. Pour ce qui est des prédictions du groupe au complet, c'est l'inverse : les enseignants tendent à surévaluer la performance du groupe entier. En effet, tous les enseignants, sauf trois, ont une différence positive entre la moyenne de leurs estimations et la moyenne des vrais résultats. Bien que les enseignants se trompent dans les deux cas, en moyenne, ils estiment de façon plus adéquate les performances de tout leur groupe que celles du groupe d'élèves vulnérables. De plus, l'étude démontre que même le jugement des enseignants qui ont prédit de façon très précise les performances de tout leur groupe n'est pas si sûr. En effet, ces enseignants n'ont pas réussi à prédire aussi bien les performances de leur groupe d'élèves vulnérables. Plusieurs autres études avancent qu'il est difficile de prédire les performances des élèves à un test donné. Le résumé de Reid (1991, cité dans Impara et Plake, 1994) en rassemble plusieurs qui portent sur des méthodes d'établissement de standards du niveau de performance typique d'élèves aux compétences minimales, *standard settings studies*. Le résumé fait ressortir que les experts, c'est-à-dire des spécialistes de la matière qui figure dans l'étude, ne sont pas universellement compétents pour estimer le niveau de difficulté des items. Shepard (1994, cité dans Impara et Plake, 1994) démontre que ces derniers surestiment les performances des élèves aux items difficiles et sous-estiment les performances aux items faciles. D'autres études, en dehors des études sur les méthodes standards, démontrent qu'en général, les jugent sont capables d'ordonner des items selon leur niveau de difficulté, mais ne sont pas capables de bien évaluer le niveau d'habileté des élèves. Impara et Plake vont jusqu'à remettre en question les assertions qui sont à la base des méthodes standards, plus spécialement celle d'Angoff (1971) : les experts sont capables d'établir le portrait type de l'élève vulnérable en déterminant son niveau d'habileté et de réussite et ils sont capables de prédire sa performance.

En résumé, on comprend qu'il n'est pas si évident pour un enseignant de bien évaluer le niveau de ses élèves et de bien prédire leurs performances. Mais, peut-être peut-on développer un outil pour les aider, à tout le moins, à mieux choisir les tâches à donner à leurs élèves en fonction de leur niveau d'habileté individuel: des tâches ni trop difficiles, pour développer un sentiment de compétence; ni trop faciles, pour représenter un défi suffisant. D'ailleurs, comme il l'a déjà été mentionné précédemment, Margolis et McCabe (2004) avancent aussi l'idée d'utiliser un guide pour mieux adapter son enseignement et ses évaluations. Un courant de recherche, la production automatisée de tâches, vise à construire et valider des modèles permettant de produire automatiquement et au besoin des tâches dont la difficulté est connue à l'avance. C'est de ce courant que nous allons parler dans la prochaine section, car il répond bien au besoin qu'ont les enseignants de connaître à l'avance le niveau de difficulté des tâches et d'avoir accès à une grande quantité de tâches variées.

1.5 Courant de recherche en production automatisée de tâches

Nous espérons parvenir à guider les enseignants dans leurs efforts déployés pour développer le sentiment d'efficacité de leurs élèves en difficulté d'apprentissage. À cette fin, nous utiliserons le courant de recherche s'intéressant à la production automatisée de tâches. Les enseignants pourraient ainsi proposer aux élèves des tâches à leur niveau afin qu'ils connaissent des succès et élever, petit à petit, le niveau de difficulté des tâches au fur et à mesure que leurs élèves progressent. Il est possible que les tâches choisies au départ ne correspondent pas tout à fait au niveau d'habileté de chaque élève, mais, grâce au modèle offert, l'enseignant pourrait mieux choisir les tâches suivantes puisque leur niveau de difficulté serait connu les unes par rapport aux autres.

1.6 Mathématiques: le concept de la fraction

Notre projet porte plus particulièrement sur les mathématiques au 2^{e} cycle du primaire (4^{e} année). Avec le français, les mathématiques sont une matière de base dont la réussite est prioritaire. Dans le vaste champ des mathématiques, nous avons choisi le concept des fractions, car les problèmes de fractions sembleraient plus difficiles à réussir (National Mathematics Advisory Panel, 2008, cité dans Newton *et al*, 2014). D'ailleurs, Newton *et al* (2014), qui ont mené une étude auprès d'élèves de 6e année en difficultés d'apprentissage, ont trouvé que les erreurs générées par les calculs fractionnaires (additions, soustractions, multiplications et divisions de fractions) étaient largement systématiques. Selon eux, leurs résultats iraient dans le même sens que ceux obtenus par Hetch et Vagi (2010, cités dans Newton *et al*, 2014). Hetch et Vagi étaient arrivés à la conclusion que ce sont les connaissances autour des fractions, et non la maîtrise de l'arithmétique, qui marquaient davantage une distinction entre les élèves avec des difficultés d'apprentissage en mathématiques et les autres. D'autres résultats confirment que l'apprentissage des fractions est particulièrement difficile. En effet, les résultats aux tests effectués dans le cadre de l'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS) démontrent que les items du domaine *Fractions et proportionnalité* tendent à être plus difficiles pour les étudiants que ceux des autres domaines mathématiques. Par exemple, la moyenne internationale à travers tous les pays dans le domaine *Nombres entiers* est de 66% comparativement à 48% pour *Fractions et proportionnalité*. Ainsi, puisqu'il est souvent reconnu que les fractions sont parmi les concepts mathématiques les plus difficiles à apprendre, nous trouvions pertinent d'en faire le sujet de notre étude. De plus, nous croyons qu'il est important de s'intéresser à l'apprentissage des fractions au primaire puisque les connaissances acquises à ce niveau scolaire sur les fractions prédiraient la réussite des mathématiques plus tard (Bailey *et al*, 2014). D'ailleurs, les fractions sont reconnues comme étant à la base de nombreux apprentissages ultérieurs, et cela, pas seulement en mathématiques. En effet, les fractions et les concepts qui y sont intimement reliés (proportions, ratios, pourcentages) sont, entre autres, omniprésents en algèbre, en géométrie, en statistiques, en chimie et en physique. Ces concepts ne peuvent tout simplement pas être compris sans une compréhension efficace des nombres rationnels (Bailey *et al*, 2014). Pour conclure, le rôle clé que joue la compréhension efficace du concept des fractions dans l'apprentissage des mathématiques fait dire à Vamvankoussi et Vosniadou (2004, 2010, cités dans Bailey *et al*, 2014) qu'il est particulièrement malheureux que beaucoup d'élèves en aient qu'une petite compréhension.

1.7 Question générale de recherche

En résumé, nous avons observé que le problème du décrochage scolaire est toujours d'actualité au Québec. Nous avons relevé que les difficultés d'apprentissage et les échecs répétés favorisent le décrochage scolaire. Pour éviter que les élèves en difficulté d'apprentissage acquièrent un sentiment d'incompétence et une image négative d'eux-mêmes menant souvent au décrochage scolaire, nous comprenons que l'enseignant doit travailler à développer le sentiment de compétence de ses élèves en difficulté. À travers les stratégies qu'il emploiera, il nous semble primordial que ces élèves vulnérables vivent des succès. Pour cela, l'enseignant doit lui proposer des tâches qu'ils peuvent réussir, mais sans qu'elles soient trop faciles. Puisqu'il n'est pas évident d'évaluer le niveau de chaque élève, de même qu'il n'est pas évident de bien choisir les tâches qui favoriseraient son sentiment de compétence, nous désirons guider les enseignants dans leur choix de tâches en créant un modèle pouvant générer une grande quantité de tâches dont le niveau de difficulté serait connu à l'avance. Nous avons choisi le domaine difficile des fractions et nous nous intéressons plus particulièrement au primaire, niveau scolaire à la base des apprentissages.

Ainsi, pour répondre à l'important besoin qu'ont les enseignants de mieux choisir les tâches à donner à leurs élèves, afin que ceux-ci vivent des réussites selon leur niveau d'habileté individuel et développent ainsi leur sentiment de compétence, la question générale de notre recherche est : comment produire un modèle pour prédire le niveau de difficulté de tâches en mathématiques impliquant des fractions pour des élèves du primaire?

CHAPITRE II
CONTEXTE THÉORIQUE

Afin de préciser notre objectif général de recherche, nous définirons d'abord le champ conceptuel des fractions dans un contexte scolaire ainsi que les difficultés particulières que les fractions posent aux élèves. Nous poursuivrons en présentant un courant de recherche qui vise l'élaboration de modèles permettant de prédire le niveau de difficulté de tâches d'évaluation. Ensuite, nous présenterons les variables qui, selon nos lectures, pourraient agir sur le niveau de difficulté des tâches sur les fractions. Nous conclurons avec la présentation de l'enquête internationale sur les tendances en mathématiques et en sciences (TEIMS) dont les tâches sur les fractions nous permettront de valider notre modèle.

2.1 Champ conceptuel des fractions dans un contexte scolaire

Pour produire éventuellement notre modèle prédisant le niveau de difficulté de tâches sur les fractions, nous devrons sélectionner parmi un ensemble de tâches mathématiques déjà pré calibrées, c'est-à-dire validées après avoir été éprouvées auprès d'élèves, toutes celles qui concernent les fractions. Ainsi, nous devons d'abord définir le concept des fractions afin de pouvoir identifier précisément les tâches qui portent sur les fractions.

2.1.1 Définitions du mot fraction en mathématiques

Selon le *Petit Robert 2014*, le mot *fraction*, en mathématiques et depuis 1538, signifie *Nombre rationnel, élément de l'ensemble Q*, et son sens le plus courant est *Couple d'entiers (p, q) qui représente le rationnel p/q* (Robert *et al*, 2014, p. 1091). On y mentionne aussi la présence du *numérateur* et du *dénominateur*, ainsi que la *barre de fraction* qui les sépare. Quant à l'expression *nombre rationnel*, elle signifie *qui peut être mis sous la forme d'un rapport entre deux nombres entiers* (Robert *et al*, 2014, p. 2127).

Dans son mémoire en éducation, El-Assadi (2008) affirme qu'il est ardu de trouver une définition standardisée de la notion de fraction. Cependant, il présente les deux définitions qu'il a retenues suite à une recension des écrits. D'abord, celle de l'Association mathématique du Québec (AMQ) : la fraction est un nombre rationnel *sous la forme fractionnaire a/b, dans laquelle a et b sont des entiers naturels et b≠0* (AMQ, 1970, cité dans El-Assadi, 2008, p.29). Ensuite, celle du ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) selon laquelle *une fraction est un rapport entre deux quantités. Pris dans un sens général, le terme fraction peut désigner toutes les représentations possibles d'un nombre rationnel* (MEQ, 1980, cité dans El-Assadi, 2008, p.29).

Pour notre projet, la définition plus générale proposée par le MEQ convient mieux. En effet, celle-ci permet de ne pas se limiter à la seule forme *a/b* et permet donc de considérer toutes les autres représentations possibles. Par exemple, la fraction *un quart* pourra être représentée sous les différentes formes numériques suivantes : ¼, 25%, 0,25, 1:4, 1÷4, aussi bien que sous des formes langagières ou graphiques.

2.1.2 Cinq définitions de la notion de fraction mises en avant par les recherches

Dans leur mémoire respectif, Brassard (1997) et El-Assadi (2008) décrivent les cinq définitions de la notion de fraction abordées dans cette section. La description de Brassard repose sur les importantes études de Kieren (1980) et de Behr *et al* (1983) sur le champ conceptuel de la fraction; celle d'El-Assadi, sur une étude phare de Kieren (1988) abordant le même sujet. De plus, dans un rapport d'activités, Paulin (2004) explique également ces mêmes définitions à partir des travaux de Blouin (1997) et du fascicule E du programme d'études ministériel en mathématiques de 1980. Enfin, Blouin (2002) les résume à partir des recherches de Kieren (1976, 1980, 1988), Behr, Lesh, Post et Silver (1983) et Desjardins et Hétu (1974). Toutes les descriptions présentées par Brassard (1997), El-Assadi (2008), Paulin (2004) et Blouin (2002) abordent les cinq mêmes définitions de la fraction mises en valeur par de nombreuses recherches. En résumant leurs écrits, nous pouvons donc les présenter de façon exhaustive.

Ainsi, on propose cinq définitions, appelées aussi sens ou *interprétations*, de la notion de fraction : 1) la *fraction partie-tout* ou le modèle inclusif, 2) la *fraction rapport* ou le modèle exclusif, 3) la *fraction opérateur*, 4) la *fraction quotient* et 5) la *fraction mesure*.

Fraction partie-tout ou modèle inclusif

Dans l'interprétation *partie-tout*, la fraction *a/b* sert à quantifier une relation entre un tout (continu ou discret) et un nombre désigné de parties. Ainsi, la fraction *a/b* s'interprète de la façon suivante : un tout a été partagé en *b* parties et on a réuni *a* parties. Par cette interprétation *partie-tout,* on peut statuer l'équivalence entre deux fractions. Quand deux fractions représentent la même quantité, la même surface d'un tout continu ou le même sous-ensemble d'une collection, on dit que ces deux fractions sont équivalentes (Ex.: 6/10 ou 12/20 d'une pizza sont des fractions équivalentes).

Fraction rapport ou modèle exclusif

La *fraction rapport* peut exprimer une relation entre deux quantités indépendantes, contrairement à la *fraction partie-tout* qui exprime une quantité prélevée d'une autre. Vergnaud (1983) l'appelle modèle exclusif puisque le numérateur n'est pas une partie du dénominateur. Cependant, pour Blouin (2002), la *fraction rapport* peut exprimer le rapport entre une partie et son tout, un rapport entre une partie et une autre partie d'un même tout ou de touts différents. Originalement, ce rapport était exprimé par le symbole « : » (par exemple, 3:5 pourrait signifier 3 garçons pour 5 filles).

Fraction opérateur

La *fraction opérateur* constitue une partie importante de l'expérience avec les fractions. Selon cette définition, la fraction est une fonction qui transforme une quantité de départ en l'augmentant ou en la réduisant. La fraction représente une suite d'opérateurs multiplicatifs. Grâce à cette fonction de la fraction, il est possible de construire des images d'une figure géométrique par des homothéties en modifiant uniquement les mesures de ces figures. Pour agrandir une figure, il suffit alors d'appliquer l'opérateur *p/q* (où $p > q$) à chacune de ses mesures. Pour plutôt la réduire, il suffit d'appliquer l'opérateur *p/q* (où $p < q$) à chacune de ses mesures. Les mêmes opérations peuvent être effectuées sur une collection d'objets initiale afin d'obtenir des collections diverses en accroissement ou en réduisant la taille de cette première. Enfin, la *fraction opérateur* est indispensable pour donner du sens aux fractions plus grandes que 1 (Ex.: Prendre 4/3 de x).

Fraction quotient ou résultat d'une division

Selon cette définition, la notation fractionnaire *a/b* sert à représenter le résultat $a \div b$. Selon cette interprétation, la fraction *a/b* représente le résultat de la division des nombres entiers *a* et *b*. Dans ce contexte, on présente *a* objets partagés également en *b* sous collections. La valeur de *a* peut être supérieure, égale ou inférieure à celle de *b*. Par exemple, il y a 2 pommes à diviser entre 3 personnes; chaque personne obtiendra 2/3 de pomme. Ou bien, il y a 3 pommes à diviser entre 2 personnes; chaque personne obtiendra 3/2 pommes. Lorsqu'il faut trouver le nombre d'unités qu'il y a dans une fraction *a/b,* le rôle de la fraction quotient devient très utile. On n'a qu'à diviser le numérateur par le dénominateur pour obtenir le nombre d'entiers (Ex. : 15/3 équivalent à 5 entiers). Behr *et al* (1993) expliquent que la *fraction quotient* se résume par la présence de deux quantités : *x* et *y*. *X* est le dividende et *y* le diviseur. L'opération *x/y* génère une quantité.

Fraction mesure

La *fraction mesure* serait le résultat de l'itération d'une fraction unité, 1/b, ou de la multiplication de la fraction unité. Par exemple, 2/3 = 1/3 + 1/3 = 2 x 1/3. Selon cette interprétation, la fraction 2/3 ne représente pas 2 parties retenues d'un tout divisé en trois parties égales, mais plutôt 2 fois la fraction unitaire 1/3. Selon cette relation, la fraction unité se note 1/3, car elle est contenue 3 fois dans un entier, elle représente le tiers d'un entier. L'apprentissage de la fraction mesure constitue un outil important pour se représenter l'addition de fractions. L'addition de 3/6 à 2/6 est alors envisagée comme l'ajout répété de la fraction 1/6 : 2/6 + 3/6 = 2/6 + (1/6+1/6+1/6) = 5/6.

Nous voyons que le concept de la fraction possède des sens différents. Nous prévoyons que ces sens génèrent donc une grande variété de tâches. Lorsque nous devrons sélectionner nos tâches parmi l'ensemble des tâches mathématiques pré calibrées qui est à notre disponibilité, nous garderons en tête que les tâches sur les fractions sont très diversifiées.

2.1.3 Conclusion de la section

Pour notre recherche, nous utiliserons la définition de la fraction selon laquelle *le terme fraction peut désigner toutes les représentations possibles d'un nombre rationnel* (MEQ, 1980, p.2). Cette définition convient aux multiples représentations possibles qui peuvent être utilisées pour construire des tâches d'évaluation. Les cinq interprétations possibles nous ont permis de mieux délimiter le domaine des fractions afin de nous permettre de mieux choisir toutes les tâches sur les fractions.

2.2 Prédiction du niveau de difficulté

2.2.1 Utilité des tests adaptatifs

Dans notre projet, nous nous intéressons à adapter les tâches données en mathématiques au niveau d'habileté individuel des élèves. Dans cette section, nous présenterons ce que des auteurs ont dit au sujet de l'utilité des tests adaptatifs à l'école. Bien que notre projet ne se limite pas aux tâches d'évaluation, les idées avancées par ces auteurs au sujet des tests adaptatifs sont pertinentes pour notre projet.

Riopel *et al* (2008) rapportent que, dans les écoles, les tâches d'évaluation qui sont habituellement proposées sont identiques pour tous les élèves, même si ces derniers présentent un éventail d'habiletés très variées. En évaluation, ce type de test est désigné par l'expression *test à contenu fixe* et s'oppose aux *tests adaptatifs* qui tiennent mieux compte du niveau de chaque élève. Les tests à contenu fixe présentent des tâches adaptées au contexte de l'évaluation prévue. Toutes les mêmes tâches sont proposées au même groupe d'élèves. Celles-ci sont créées et validées dans le but de faire correspondre une habileté suffisante/insuffisante à une réussite/non-réussite. Cependant, ce même ensemble de tâches données uniformément empêche une évaluation précise des sujets détenant des habiletés très élevées ou très faibles (les cas extrêmes). En effet, les premiers réussiront une très grande majorité des items, tandis que les derniers échoueront ceux-ci presque en totalité. Alors, nous obtiendrons très peu d'informations sur les difficultés qu'auraient pu rencontrer les élèves les plus habiles et, par le fait même, très peu d'informations sur les réussites qu'auraient pu vivre les élèves les plus faibles. Ainsi, les tests à contenu fixe diminuent la quantité et la précision d'informations que les évaluations devraient permettre d'obtenir, car pour les sujets qui représentent des cas extrêmes, *seule une limite inférieure ou supérieure de leur habileté pourra être obtenue* (Riopel, Raîche, Pilote, Potvin, 2008, p.2). En plus des carences en informations des tests à contenu fixe, on peut imaginer que les échecs répétés des élèves plus faibles ou les succès répétitifs des élèves plus forts pourraient produire des effets négatifs sur leurs apprentissages. Les tests adaptatifs sont proposés pour pallier ces carences des tests à contenu fixe. (Riopel, Raîche, Pilote, Potvin, 2008).

Nous pensons que les avantages des tests adaptatifs cités ci-haut peuvent s'appliquer aussi aux tâches données au quotidien aux élèves, comme exercices, si celles-ci s'adaptaient également au niveau d'habileté individuel des élèves. En effet, elles permettraient aux enseignants d'obtenir des informations plus précises quant aux habiletés de leurs élèves. En plus, elles permettraient aux élèves plus faibles de vivre des réussites et de se sentir plus compétents.

Cependant, ce qui rend difficile l'utilisation des tests adaptatifs, ou tâches adaptatives, dans un contexte scolaire est probablement que leur élaboration passe par la création d'une banque d'items et que, pour créer celle-ci, on doit nécessairement avoir accès à un grand nombre d'items variés dont les paramètres, comme le niveau de difficulté, sont pré calibrés (éprouvés auprès d'élèves, validés et mesurés). Alors, le maintien de telles banques d'items s'avère lourd et onéreux.

2.2.2 Production automatisée de tâches d'évaluation

Modèle créant un très grand nombre de tâches et prédisant leur niveau de difficulté

Les recherches en production automatisée de tâches d'évaluation s'intéressent justement à cette problématique. Aussi désignée en anglais par l'expression *item generation*, la production automatisée de tâches d'évaluation cherche à créer, à partir d'un modèle formel, un très grand nombre de nouvelles tâches dont les caractéristiques, comme le niveau de difficulté, seraient prédites. La production automatisée de tâches d'évaluation propose également une façon différente de valider les tâches nouvellement créées, peu importe leur quantité. En effet, grâce au modèle formel, on n'a plus besoin de la disponibilité d'un grand nombre de tâches pré calibrées. Seul le modèle doit être validé. Une fois validé, celui-ci permet de créer des tâches adaptées au besoin. Actuellement, la production automatisée est soutenue par les modélisations issues de la théorie de la réponse à l'item et convient plus particulièrement aux approches adaptatives et informatisées. Toutefois, elle peut aussi s'appliquer lors de situations plus classiques en salle de classe.

Il est intéressant de souligner que certains chercheurs, dont Wesman (1971, cité dans Riopel, Raîche, Pilote, Potvin, 2008), s'opposent à la production automatisée de tâches d'évaluation considérant plutôt ces dernières comme le résultat d'un travail essentiellement créatif, un art, dont la qualité ne peut être garantie par un ensemble de formules et de règles. Cependant, comme nous le verrons dans la section 2.2.3, des résultats significatifs de travaux sur la production automatisée nous permettent d'envisager ce courant de recherche comme une avenue intéressante dans le domaine de la création de tâches d'évaluation.

Courant théorique fort et courant théorique faible

Riopel *et al* (2008) expliquent qu'à ce jour, deux courants concernent la production automatisée de tâches d'évaluation, et, par conséquent, la modélisation des paramètres d'items: le courant théorique fort et le courant théorique faible. Ces courants s'associent aux deux principaux domaines de recherche en psychologie expérimentale définis par Cronbach.

Le premier courant de la production automatisée de tâches d'évaluation est nommé *courant théorique fort*. Il se base *sur des modèles cognitifs explicites pour générer des tâches d'évaluations standardisées* (Riopel, Raîche, Pilote et Potvin, 2008, p.3). Donc, ce sont des principes psychologiques qui guident la conception de celles-ci et les expérimentations contrôlées qui en découlent.

Le deuxième courant en production automatisée est nommé *courant théorique faible* ou *courant empirique.* Son point de départ est les tâches et non pas les modèles cognitifs explicites. En effet, ce courant se base sur l'analyse des résultats de banques de tâches existantes propres à un domaine et dont les caractéristiques sont connues. De cet ensemble, certains items sont sélectionnés pour construire des modèles généraux de tâches. L'objectif ultime est d'étendre ces modèles jusqu'à prendre en considération toutes les tâches de la banque.

Pour notre projet : courant théorique faible

Pour notre projet, nous utiliserons le courant théorique faible, car nous ne disposons pas d'hypothèses exhaustives et formelles au sujet des opérations cognitives nécessaires à la réussite de tâches sur les fractions. *Lorsque l'analyse cognitive est plus difficile, la théorie faible est privilégiée* (Riopel, Raîche, Pilote et Potvin, 2008, p.6). Aussi, nous utiliserons la modélisation de type R qui utilise des tâches d'évaluation dichotomiques (réussies ou échouées). Irvine, Dann et Evans (1987) ont théoriquement divisé les travaux sur la production automatisée de tâches d'évaluation en trois catégories : modélisations de types D, L et R. Le type D concerne les tâches d'évaluation qui sont répétées plusieurs fois durant l'apprentissage et le type L, celles dont la réussite dépend de la vitesse d'exécution. Selon Irvine, les types D et L présentent *des problématiques techniques qui rendent difficile l'interprétation non biaisée des corrélations* (Riopel, Raîche, Pilote et Potvin, 2008, p.7). C'est pourquoi les modélisations de type R, actuellement, sont les seules à être utilisées avec une certaine efficacité. Pour répondre aux modalités du courant théorique faible, nous avons accès aux tâches en mathématiques créées pour l'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur la mathématique et les sciences (TEIMS). Un grand nombre de tâches variées ont été mises à l'épreuve auprès d'élèves de la 4e année du primaire depuis 1995, et notre équipe de recherche a obtenu la permission de consulter et d'utiliser les énoncés de ces tâches ainsi que les données publiques qui leur sont associées pour effectuer des analyses secondaires comme celles proposées dans ce projet. Nous espérons donc synthétiser, grâce à nos analyses, un modèle formel de prédiction du niveau de difficulté de tâches en mathématiques.

2.2.3 Exemples de travaux en production automatisée de tâches d'évaluation

Premiers travaux en production automatisée de tâches d'évaluation

Riopel *et al* (2008) relèvent que les premiers travaux en production automatisée de tâches d'évaluation remontent à la fin des années 1960. Hively, Patterson et Page (1968) présentent un système combinatoire d'éléments fixes (phrases trouées) et d'éléments variables (nombres ou mots). Le but est de produire des problèmes équivalents en mathématiques de façon automatisée. À la même époque, des travaux complémentaires voient le jour. Uttal, Rogers, Hieronymous et Pasich (1969) emploient pour la première fois le terme *instruction generative* pour nommer leurs systèmes informatisés tenant compte des problèmes rencontrés par les apprenants pour adapter la présentation du contenu. Bormuth (1970) et Hively (1974) proposent des approches pour produire des tâches d'évaluation mesurant l'atteinte d'objectifs pédagogiques spécifiques. Tous ces chercheurs utilisent alors la théorie classique des tests. Dans les années 1980, des recherches en production automatisée se poursuivent et contribuent au développement de celle-ci. C'est Scheilblechner (1971) qui s'intéresse le premier à la production automatisée de tâches d'évaluation dans le contexte des modélisations issues de la théorie de la réponse à l'item. Il applique alors le modèle de régression linéaire dans le but de prédire la valeur du paramètre de difficulté de tâches d'évaluation de compréhension de propositions logiques présentées graphiquement en fonction de trois opérations cognitives (la négation, la disjonction et l'asymétrie). Il réussit à prédire de façon satisfaisante la valeur du paramètre de difficulté des tâches. Cependant, la limite de sa méthode est que la modélisation du paramètre de difficulté des tâches n'est pas directement effectuée à l'intérieur de la modélisation de la réponse à l'item.

Travaux de Sheehan et Mislevy en mathématiques (1994)

Les travaux de Sheehan et Mislevy s'inscrivent dans le courant théorique faible. L'objectif de recherche de Sheehan et Mislevy (1994, cités dans Sakr, 2009) est de déterminer le degré avec lequel les paramètres de difficulté, de discrimination et de pseudo-chance des items d'un test de base en mathématiques peuvent être prédits. Après que des membres de l'*Educational testing service* aient établi une liste des traits de surface des items et des aspects du processus de la solution prévue qui contribueraient à la difficulté de chaque item, deux membres de l'équipe évaluent les 144 items sélectionnés selon les traits et les aspects retenus. Ensuite, ils identifient le niveau de difficulté de chaque item selon une échelle de 1 à 5. Enfin, les items sont administrés à 900 élèves. Une première analyse de régression multiple est menée pour évaluer la capacité de prédire le paramètre de difficulté. Trente variables sont considérées. Seulement huit atteignent un niveau de signification de 0,15. L'analyse de régression multiple considérant ces 8 variables donne un coefficient de détermination (R^2) de 0,33 et un R^2 ajusté de 0,28. Après quelques essais, les chercheurs trouvent le meilleur modèle. Celui-ci est présenté au tableau 2.1 et il s'agit du modèle 4. Grâce à ce modèle, ils obtiennent un R^2 de 0,39 et un R^2 ajusté de 0,36. Puisque le nombre d'items disponibles est limité, les modèles développés ne permettent donc pas une validation croisée. Dans ce contexte, d'autres recherches doivent être menées dans le but de valider la structure du modèle et étudier la stabilité des paramètres estimés. Le tableau 2.1 présente 4 modèles issus de la régression multiple.

Tableau 2.1
Sommaire des résultats des items de difficulté: Coefficients de régression estimés et valeurs de R^2. Travaux de Sheehan et Mislevy en mathématiques (1994).

Paramètres	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 4
Ordonnée à l'origine	-0,16	-2,15	-2,50	-1,90
Taux de difficulté		0,48	0,54	0,50
Comparaison quantitative	0,40		0,71	0,56
Application d'algorithme standard	0,55			0,44
Histogramme	0,97			-0,84
Ordre et combinaison	1,19			
Traduction de mots à symboles				0,405
BDE*(application non standard)	0,48			
BDE*(application de raisonnement multiple)	0,53			
AC (ordre et combinaison)	-1,67			-0,60
AC*(reconnaissance seulement ou rappel)	-0,69			
Degré de liberté	(8,11)	(1,11)	(2,11)	(6,10)
R^2	0,33	0,22	0,30	0,39
R^2 ajusté	0,28	0,21	0,29	0,36

Source: Adapté de Sheehan et Mislevy (1994)

Le R2 ajusté a été corrigé pour le nombre de variables dans le modèle. AC: domaine de contenu = nombres et opérations et interprétation des données. BDE: domaine de contenu = relations en mathématiques, géométrie, mesures et raisonnement.

Travaux de Enright et Sheehan (2002) sur la résolution de problèmes

Les travaux de Enright et Sheehan (2002) s'inscrivent dans le courant théorique fort. L'objectif de leur recherche est d'analyser le niveau de difficulté de problèmes de résolution en mathématiques et de prédire le niveau de difficulté de nouveaux problèmes. Leur analyse se base sur les mécanismes utilisés pour résoudre des problèmes mathématiques identifiés par Embretson (1983): les informations, les processus, les stratégies et les connaissances emmagasinées *(knowledge stores)*. Vingt problèmes de mesure quantitative sont choisis afin d'être soumis à un échantillon de 50 collégiens. L'équipe classe les vingt problèmes en s'intéressant à leur niveau de difficulté. Ensuite, elle développe un test informatisé adaptatif (*computer adaptative test*) de 339 problèmes. Trois niveaux d'habiletés cognitives ont été définis : l'habileté conceptuelle, l'habileté d'application et l'habileté de résolution. L'analyse de leurs résultats leur permet d'affirmer que :

1. les problèmes d'application faisant appel à l'utilisation d'algorithmes standards sont les plus faciles (65% de niveau de difficulté);
2. les problèmes se trouvant dans un contexte appliqué s'avèrent plus difficiles à résoudre que ceux insérés dans un contexte réel (46% comme niveau de difficulté);
3. les problèmes d'algèbre sont les plus difficiles (33% comme niveau de difficulté).

Le tableau 2.2 présente les coefficients de régression linéaire du modèle de prédiction du niveau de difficulté des items. Les auteurs obtiennent un coefficient de régression pour l'algèbre de 0,33 et un coefficient de détermination (R^2) de 0,36.

Tableau 2.2
Coefficients de régression linéaire. Travaux de Enright et Sheehan (2002) sur la résolution de problèmes.

Effet	Échantillon CP5 (n=339)
Ordonnée à l'origine	0,36**
Démarche	-0,81***
Degré élevé	0,60***
Application de démarche	-0,52*
Algèbre	0,33*
R^2	0,36
Validation croisée R^2	0,32

Source: Adapté d'Enright, Sheehan (2002) ***p< 0,001, **p<0,01, *p< 0,05

Toutefois, leurs travaux connaissent certaines limites, car la plupart de ceux portant sur la prédiction des paramètres d'items sont réalisés à partir de tâches d'évaluation dans un contexte expérimental très contrôlé. Alors, ils s'avèrent moins applicables aux divers contextes éducatifs.

Travaux de Sakr (2009) sur les équations du premier degré

Les travaux de Sakr (2009) s'inscrivent dans le courant théorique faible. Sakr utilise la méthode régression linéaire. Son projet s'intéresse à l'élaboration de tâches d'évaluation en mathématiques au secondaire. L'objectif général est d'identifier, de classer et de mettre à l'épreuve, par l'application du modèle de régression linéaire, des paramètres permettant de prédire le niveau de difficulté d'un échantillon de tâches d'évaluation d'algèbre portant sur des équations du premier degré à deux inconnues afin de modéliser le niveau de difficulté. L'originalité de son projet de recherche est de montrer comment élaborer des tâches d'évaluation avec un niveau de difficulté déterminé à l'avance.

L'hypothèse de son étude est que le taux de réussite des équations du premier degré (variable dépendante) s'expliquerait par 21 variables indépendantes.

Pour mettre à l'épreuve les variables prédictives retenues, Saker utilise cent items de la banque d'instruments de mesure du réseau secondaire (BIM). Les données de la BIM contiennent entre autres les taux de réussite des items donnés. Pour chaque item, les valeurs des 21 variables sont déterminées.

Ensuite, l'application du modèle de régression linéaire est effectuée à partir du logiciel SPSS 15.0. La qualité du modèle de régression est vérifiée de façon hiérarchique en commençant par la variable indépendante détenant le coefficient de corrélation de Pearson le plus élevé (modèle 1). Ensuite, graduellement, les autres variables les plus corrélées sont ajoutées une à une au modèle. C'est le modèle à 9 variables qui atteint un coefficient de détermination de 0,78. Il est retenu, car les tentatives d'ajouter d'autres variables entrainent la baisse du coefficient de détermination ajusté. Ces 9 variables représentent le meilleur choix pour générer des items d'une équation ou de deux équations du premier degré. Le coefficient de détermination obtenu est de 0,78 et le coefficient de détermination obtenu ajusté est de 0,61. Donc, ces 9 variables expliquent 61% de variabilité de la variable dépendante. Le tableau 2.3 présente le sommaire des modèles de régression linéaire.

Tableau 2.3
Sommaire des modèles de régression linéaire
(9 variables ajoutées une à une, pente et ordonnée à l'origine).

Modèle	R	R^2	R^2 ajusté	Estimation de l'erreur type	Variables prédictives pour le taux de réussite
1	0,39	0,15	0,13	0,18	CDPor
2	0,58	0,34	0,30	0,16	CPEp2, CDPor
3	0,63	0,40	0,35	0,63(a)	Neq, CPEp2, CDPor
4	0,68	0,47	0,41	0,15	NEL, CPEp2, DPor, Neq
5	0,69	0,48	0,40	0,15	CPEor2, CDPor, PEp2, Neq, NEL
6	0,70	0,50	0,41	0,15	CPDp, CPEp2, CPEor2, CDPor, NEL, Neq
7	0,75	0,56	0,46	0,14	DC2, CDPor, NEL, PEp2, CPDp, CPEor2, Neq
8	0,77	0,60	0,50	0,14	HAB2, CPEor2, DC2, CPDp, CPEp2, CDPor, NEL, Neq
9	0,78	0,61	0,50	0,14	TR, NEL, DC2, CPEp2, CDPor, CPEor2, CPDp, Neq, HAB2

Les symboles font référence au tableau 6. R^2: coefficient de détermination.

Le projet de maîtrise de Sakr (2009) est utile pour notre recherche, car il nous permet d'établir les grandes étapes de celle-ci. Les deux questions de recherche de Sakr guideront notre projet : Comment peut-on prédire le niveau de difficulté des tâches d'évaluation en mathématiques?, Comment produire des items avec un niveau de difficulté connu? Tout comme Sakr, nous identifierons, classerons et éprouverons des variables prédictives du niveau de difficulté d'items en mathématiques. Nous poserons l'hypothèse que le taux de réussite des items choisis s'expliquera par nos variables identifiées. Pour mettre à l'épreuve nos variables et trouver la combinaison la plus déterminante, nous nous inspirerons également de la démarche de Sakr (2009). Nous bâtirons un instrument de mesure à partir d'items d'une banque d'instruments de mesure officielle pour lesquels le taux de réussite réel est connu. Ensuite, nous dresserons les statistiques descriptives (valeur minimale et maximale, moyenne, écart type) de toutes nos variables, calculerons les coefficients de corrélation de Pearson et procéderons à une analyse de régression linéaire pour nous éclairer sur les prochains choix à faire quant aux items et aux variables que nous conserverons. Chaque fois, nous validerons nos choix avec une analyse de régression linéaire pour trouver l'analyse qui présente le meilleur coefficient de détermination. Une fois le niveau de difficulté modélisé, nous proposerons une démarche pour créer des items dont le niveau de difficulté sera connu à l'avance.

Dans la section 2.2 du contexte théorique, nous avons vu comment la prédiction du niveau de difficulté de tâches pouvait mener à leur utilisation plus efficace et plus automatisée. Comme cette prédiction repose sur des variables prédictives, il nous faut maintenant choisir les variables les plus susceptibles de faciliter cette prédiction pour des tâches portant sur le concept de fraction présenté dans la section 2.1.

2.3 Variables propres au concept de la fraction pouvant influencer le niveau de difficulté des tâches sur les fractions

Dans cette section, le défi à relever est d'identifier les variables correspondant aux propriétés essentielles des tâches sur les fractions et qui produisent un effet systématique sur le niveau de difficulté. Pour Caroll, Meade et Johnson (1991, cités dans Riopel, Raîche, Pilote, Potvin, 2008), seules ces données essentielles pourront jouer le rôle de variables prédictives du niveau de difficulté de tâches nouvellement créées.

2.3.1 Variable retenue à partir d'études de Vergnaud (1989)

Vergnaud (1989) s'est penché sur les propriétés essentielles des tâches en mathématiques. Pour lui, *c'est un objectif prioritaire que de rechercher, analyser et classer, aussi exhaustivement que possible, les situations problèmes qui donnent sa signification et sa fonction à un concept* (Vergnaud, 1989, p.51). Selon Vergnaud (1989), le but essentiel d'une analyse cognitive des tâches et des conduites est d'identifier les invariants opératoires, appelés aussi théorèmes-en-acte, car ceux-ci posent particulièrement des problèmes aux élèves. Il définit un invariant opératoire comme une propriété d'une relation qui est conservée sur un certain ensemble de transformations. En mathématiques, il s'intéresse davantage à ce qu'il nomme *invariants relationnels*, c'est-à-dire des relations mathématiques qui restent invariantes pour un ensemble de transformations d'opérations ou de variations. Il les catégorise en deux sections : les relations binaires et les relations de plus haut niveau, les théorèmes-en-acte. Il illustre les relations binaires, entre autres, par des relations entre grandeurs et nombres (plus grand que, multiple de n, de plus que...). Quant à eux, les théorèmes-en-acte, qui ne sont pas exprimés par l'enfant sous une forme mathématique, ni même parfois sous une autre forme, d'où leur appellation, font appel à des relations plus complexes que les relations binaires. Ces théorèmes-en-acte sont susceptibles d'influencer la difficulté des tâches en mathématiques de façon générale. Par exemple, si Julia est plus petite que Sophie mais plus grande qu'Ivan, c'est Ivan qui est le plus petit des trois. L'enfant rencontre un grand nombre de ces théorèmes dans des situations réelles et lorsqu'il tente de résoudre des problèmes dans l'espace, dans le temps, sur des quantités ou des grandeurs. Les théorèmes-en-acte sont aussi susceptibles d'influencer la difficulté de tâches portant plus particulièrement sur les fractions. Dans le champ conceptuel des fractions, on retrouve les problèmes sur les proportions. Les problèmes de proportion mettent en place des structures multiplicatives qui font appel à des théorèmes-en-acte. Par exemple, si 10 tomates permettent de produire ½ L de sauce, alors 20 tomates permettent d'en produire 1 litre. Ainsi, nous identifions une première variable qui risque d'influencer le niveau de difficulté de tâches sur les fractions. Nous énonçons cette variable de cette façon : Résoudre des situations de proportions. Son symbole sera: *Prop.* Bien que Vergnaud souligne le caractère essentiel de l'analyse des situations en fonction de l'identification des théorèmes-en-acte, il reconnait que cette démarche n'est toutefois pas facile à entreprendre puisqu'il est difficile à arriver à un accord sur les critères comportementaux de ces théorèmes.

Comme nous le verrons dans ce qui suit, plusieurs autres chercheurs se sont intéressés à la construction du concept de la fraction chez l'élève. Ces chercheurs ont proposé que certaines particularités propres au concept de la fraction complexifient l'apprentissage de ce concept. Par conséquent, certaines tâches sur les fractions sont plus difficiles que d'autres.

2.3.2 Variables retenues à partir de l'analyse de Desjardins et Hétu (1976)

Desjardins et Hétu (1976) s'intéressent aux difficultés rencontrées par des élèves placés devant des situations problèmes sur les fractions. À partir de leurs travaux, nous avons trouvé nos premières variables qui pourraient agir sur le niveau de difficulté de tâches sur les fractions.

Activités sur les partitions d'entiers

Lorsque les élèves participants doivent partager également des surfaces géométriques représentées par des feuilles de papier d'environ 10 cm par 15 cm, Desjardins et Hétu observent que tous les élèves de quatrième année ne parviennent pas immédiatement à effectuer un partage égal et exhaustif (sans reste) d'une surface géométrique. Leurs résultats sont conformes aux données obtenues par Piaget (1948). Les partitions réalisées en classe peuvent se ramener à six constructions types :

a. morcellement au hasard;
b. partition complète, inégale;
c. partition égale, mais non complète;
d. partition égale et exhaustive d'une dimension;
e. partition égale et exhaustive d'une portion de la figure;
f. partition égale et exhaustive de la surface.

Bien que tous les des élèves de 4^e année (entre 8,01 et 10,05 ans) réussissent au moins une partition de type *f*, seulement 49% d'entre eux réussissent toujours correctement des partitions de type *d*, *e* et *f*, c'est-à-dire des partages égaux et exhaustifs d'au moins une partie de la surface.

À la lumière de ces résultats, nous pouvons avancer que l'une des activités de base de l'apprentissage des fractions, celle où l'on doit partager un tout continu en parties égales et de façon exhaustive, peut représenter une difficulté pour des élèves de la quatrième année, donc une variable prédictive du niveau de difficulté de tâches sur les fractions. Nous la représenterons par le symbole : *C-PE*.

Activités sur la composition de parties d'entier

Une autre situation problème propose à cinquante élèves de quatrième année de trouver la fraction représentée par une partie d'entier noircie. Les entiers sont représentés par des cercles et des bandes rectangulaires. Chaque entier n'est pas divisé par des traits susceptibles d'indiquer en combien de parties égales il a été partagé.

Les auteurs expliquent que ce type de problèmes exige une décomposition du tout et sa restructuration partielle par l'addition d'un certain nombre de parties. Donc, les enfants doivent simultanément construire les parties égales et les composer de façon à obtenir une fraction donnée de la figure. Les fractions sont toutes de type *1/n* et *m/n*. Desjardins et Hétu relèvent deux niveaux de difficulté. Selon eux, lorsque la partie noircie, par exemple ¼, ou que la partie blanche, par exemple quand la partie noircie vaut ¾, se laisse reporter un nombre exact de fois dans la figure totale, la tâche sera plus facile. Au contraire, lorsqu'on représente une quantité de parts ne se reportant pas en un nombre exact de fois dans la figure totale, par exemple 3/7, la tâche sera plus difficile, car l'enfant doit alors procéder par essais et erreurs pour trouver la valeur de la fraction unitaire. Toutefois, les résultats indiquent que les problèmes avec des parties exactement reportables ne sont pas sensiblement mieux réussis que les autres (68% de réussites pour les premiers, 63% de réussite pour les autres). D'autres résultats démontrent clairement que les cinq problèmes où la partie noircie est inférieure à la moitié de la figure sont beaucoup plus faciles à résoudre (84% de réussite) que les autres (46% de réussite).

À partir de ces activités sur la composition de parties d'entier, nous trouvons une autre variable pour notre recherche : identifier une fraction représentée par une partie d'entier. Le symbole la représentant est : *C-IP*. Cette variable présente des sous-variables. Les voici avec leur symbole respectif mis entre parenthèses : la partie est exactement reportable (*C-IP-Rble*), la partie n'est pas exactement reportable (*C-IP-nRble*), la partie est inférieure à une demie (*C-IP-InfDe*) et la partie est supérieure à une demie (*C-IP-SupDe*).

Même si les résultats de Desjardins et Hétu n'ont pu confirmer que la possibilité ou non du report exact de la partie à identifier avait un impact sur le niveau de difficulté, nous conservons cette caractéristique comme variable afin de vérifier si nos résultats iront dans le sens des prédictions des auteurs faites avant leurs expérimentions (présence d'un impact) ou dans le sens des résultats qu'ils ont obtenus (absence d'un impact significatif).

Activités sur les comparaisons intra figurales de parties d'entiers

On remet aux élèves quatre figures géométriques divisées en quatre parties inégales, mais pouvant être exprimées à l'aide de fractions simples (*1/n*). Lorsqu'on demande aux élèves de nommer les parties inégales de chacune des quatre figures, on obtient 64% de réussite si on tient seulement compte des figures où toutes les parties sont correctement identifiées. Les cas les mieux réussis sont ceux où les fractions à identifier sont près d'une demie. Quatre types d'erreurs sont observés :

- on ne tient pas compte de l'inégalité des parties : le nombre de parties même inégales détermine le choix du dénominateur et chaque partie reçoit le même numérateur (40%);

- la plus grande partie dans la figure est traitée comme une unité entière, elle reçoit le nombre 1, les autres parties sont traitées comme des fractions du reste (19%);
- on attribue les mêmes fractions aux parties de même grandeur, sans pour autant qu'elles représentent la valeur réelle, c'est une approximation (15%);
- la valeur de l'une des parties de la figure est assimilée à toutes les parties de la figure (10%).

Donc, les élèves éprouveraient des difficultés à réussir complètement les tâches dans lesquelles ils doivent identifier les fractions simples représentées par différentes parties inégales tracées dans une figure. Cependant, lorsque les fractions à identifier sont près d'une demie, le niveau de difficulté de la tâche diminue significativement. Par conséquent, nous ajoutons deux sous-variables à la variable *IP* : lorsque la partie à identifier représente une fraction simple près d'une demie (*IP-FSpresDe*) et lorsque la partie à identifier représente une fraction simple éloignée d'une demie (*IP-FSloinDe*).

Activités sur les partages de collections d'objets

Les auteurs proposent aussi des situations problèmes qui portent sur des touts discrets (collections d'objets). Les élèves doivent se partager des collections d'objets (rondelles de papier, points dessinés). La difficulté du partage d'un tout discret peut varier selon qu'il y a des restes ou non. En effet, lorsque le nombre total n'est pas divisible par le nombre d'enfants dans l'équipe, le reste à partager devient vite problématique. On observe ces types de réactions :

- on réclame des rondelles additionnelles ou en élimine (traitement additif);
- on fragmente les rondelles restantes en autant de parties qu'il y a de coéquipiers (traitement multiplicatif), mais :
  - on peut laisser tomber une fraction de rondelles pour égaliser les parties;
  - on peut se contenter de parties inégales.

Pour Desjardins et Hétu, le traitement d'un tout discret est plus difficile que le traitement d'un tout continu. Aussi, dans le traitement d'un tout discret, lorsque le nombre total n'est pas divisible par le nombre de partages à faire, le reste à partager rend la tâche plus difficile à résoudre. Ainsi, une autre variable s'ajoute à notre recension : partager également une collection d'objets (*D-PE*), et ses sous-variables : lorsque le nombre d'objets total est divisible par le nombre de parts voulues (*D-PE-sansRst*) et lorsque le nombre d'objets total n'est pas divisible complètement par le nombre de parts voulues (*D-PE-avecRst*).

Activités sur des doubles partages de surfaces ou de collections d'objets

Un autre type de tâche implique un double partage de surfaces et de collection d'objets. Les enfants doivent comparer des partitions simples à des partitions composées. D'abord, ils doivent partager des touts (cercles dessinés) ou des collections d'objets (allumettes) selon une fraction simple, par exemple, en tiers ou en cinquièmes. Les partitions simples donnent lieu à une proportion élevée de réussite dans les deux groupes. 94% des élèves de quatrième année et 98% des élèves de cinquième année réussissent les partitions simples de surface. 83% des élèves de quatrième année et 96% des élèves de cinquième année réussissent des partitions simples sur les collections d'objets. Donc, nous ajouterons les variables : partager également une surface selon une fraction simple (*C-PE-FS*) et partager également une collection d'objets selon une fraction simple (*D-PE-FS*).

Ensuite, on augmente la difficulté en demandant aux élèves de procéder à des partitions composées. Ils doivent partager un gâteau simultanément en quarts et en cinquièmes et faire de même avec 20 allumettes. 10% des élèves de 4^{e} année réussissent les partitions doubles de surface, et 42% les réussissent en 5^{e} année. 24% des élèves de 4^{e} année, contre 70% en 5^{e} année, réussissent les partitions composées sur les collections d'objets. Ici, il semble plus facile d'agir sur les collections d'objets que sur les surfaces. Desjardins et Hétu expliquent ce résultat par le fait qu'avec les allumettes, le nombre de parties (20) est déjà donné, alors que sur la surface, les élèves ont à trouver en combien de parties ils doivent diviser le tout pour arriver à réaliser les deux partages. Deux autres variables s'ajoutent encore: partager également une surface selon un double partage (*C-PE-DbP*) et partager également une collection d'objets selon un double partage (*D-PE-DbP*).

En résumé, il est pertinent, pour notre recension des variables prédictives du niveau de difficulté des tâches sur les fractions, de retenir que les activités de partitions simples selon des fractions simples semblent faciles à réussir. Cependant, lorsque des tâches de partitions composées sont présentées, le niveau de difficulté augmente considérablement. Dans le cas particulier des partitions composées, il s'avère plus facile pour les élèves d'opérer avec une collection d'objets alors qu'habituellement, les activités sur les touts discrets semblent plus difficiles à réussir pour les élèves.

Activités de mises en rapport

Dans une des situations, on proposait aux élèves d'ajouter des quantités de gouache de deux couleurs différentes de façon à reproduire la teinte d'un mélange étalon (2 quantités de bleu pour 3 quantités de jaune, *2:3*). L'ensemble des solutions proposées par les élèves de la 4^{e} année est de type additif. Les comportements typiques consistent à s'assurer que la différence entre les termes du rapport, ici, une quantité, demeure constante. Les auteurs émettent l'hypothèse que leur préférence à utiliser des solutions additives viendrait d'habitudes acquises en raison d'un enseignement qui propose toujours l'addition avant la multiplication ne réduisant celle-ci qu'à une simple addition répétée. Les situations autour des rapports ont soulevé le problème de statut des opérations additives et multiplicatives en lien avec les notions de fraction. Aussi, dans les activités de mise en rapport, l'individu manipule des relations logico-mathématiques qui n'ont pas pour but d'assurer l'égalité entre deux quantités de matière, mais l'égalité d'une relation donnée entre des quantités de matière. Des études présentées ultérieurement mentionneront que les élèves éprouvent plus de difficultés à résoudre des problèmes de *fraction rapport* que des problèmes de *fraction partie-tout*. Nous retenons donc une autre variable : la mise en rapport (*Cx-FRap*).

2.3.3 Variables retenues à partir de la recension de Brassard (1997)

Dans son mémoire, Brassard (1997) s'intéresse particulièrement à la construction du concept de fraction en tant que relation *partie-tout* chez les enfants en difficulté d'apprentissage. L'auteure y présente plusieurs recherches qui identifient des particularités propres aux fractions qui rendent les tâches plus ou moins difficiles.

La recension de Brassard mentionne que Piaget (1948) observe les premières stratégies utilisées par des enfants âgés de 3 à 5 ans pour partager un tout continu (gâteaux ou galettes) en deux, trois ou quatre parties égales. À partir de ses résultats, on a établi un modèle de l'évolution du schème de partage où l'on précise que l'enfant commence à comprendre ce qu'est une fraction au moment où il prend conscience que la partie est incluse dans le tout. Le véritable partage en parties égales avec la conservation du tout ne peut être acquis de façon formelle que par les enfants âgés de 7 à 9 ans, c'est-à-dire ceux du stade opératoire.

Brassard poursuit avec la recherche de Salim (1978) sur l'opérateur fractionnaire qui a été réalisée auprès d'élèves de 6 à 11 ans. Trois types de tâches avec des opérateurs de formes $1/n$ (n<10) et p/q (p < 4 et q < 10) sont utilisées et des touts discrets et continus sont impliqués.

Les résultats obtenus dégagent une gradation dans les tâches réussies par les élèves qui semble fortement liée à la valeur numérique de l'opérateur fractionnaire :

- opérateur ½ : dès 6-7 ans, 30% des élèves le maîtrisent et 50% en ont une maîtrise partielle. Ce n'est que vers l'âge de 10-11 ans que l'ensemble des élèves le maîtrise;
- opérateur ¼ : vers 7-8 ans, quelques élèves le maîtrisent;
- opérateurs 1/n (n<10) : dès 8-9 ans, près de 40% des élèves les maîtrisent;
- opérateur 1/3 : c'est l'opérateur le plus tardivement maîtrisé.

À partir de ces résultats, nous identifions des variables en lien avec la valeur numérique de l'opérateur fractionnaire :

- l'opérateur simple est une demie (*OS-De*);
- l'opérateur simple est un tiers (*OS-Tiers*);
- l'opérateur simple est un quart (*OS-Quart*);
- l'opérateur simple est *1/n*, quand *n≠2*, 3 ou 4 mais <10 (*OS-UnDvN*).

Brassard donne aussi les résultats d'études menées par Kieren et Nelson (1978) et Kieren et Southwell (1979) qui rapportent des résultats similaires à ceux de Salim (1978) :

- niveau 1 : aucune tâche n'est réussie (seulement chez les élèves de moins de 10 ans);
- niveau 2 : maîtrise de l'opérateur fractionnaire ½;
- niveau 3 : maîtrise des opérateurs ½ et 1/3 (74% des élèves de 11 ans et moins sont classés sous le 4^{e} niveau de performance);
- niveau 4 : maîtrise des opérateurs simples et composés de type *1/n* et *1/n* x *1/n*;
- niveau 5 : maîtrise des opérateurs de type *m/n* et de quelques tâches impliquant la composition multiplicative des opérateurs ¾ et ½;
- niveau 6 : réussite des tâches à l'exception de celle avec la composition multiplicative des opérateurs ¾ et 2/5;
- niveau 7 : toutes les tâches sont réussies.

Donc, de nouvelles variables s'ajoutent :

- partager également quand l'opérateur simple est *m/n* (*OS-MDvN*);
- partager également quand l'opérateur composé est *m/n* x ½ (*OC-MDvNxDe*);
- partager également quand l'opérateur simple est *m/n* x *m/n* (*OC-MDvNxMDvN*).

Brassard poursuit sa recension détaillée avec l'étude de Pothier et Sawada (1983) qui se situe dans la continuation de l'étude de Piaget. Les deux auteurs soulèvent aussi le lien possible entre la progression de la maîtrise des différents partages égaux chez les élèves et la valeur numérique de la partition à effectuer. Dans leur étude auprès d'enfants âgés de 5 à 9 ans, ils remarquent des stratégies similaires à celles observées par Piaget. La stratégie privilégiée pour partager également un tout continu (gâteau) en 2, 3, 4 et 5 parties égales est la dichotomie simple ou double. Le partage en deux est toujours présent qu'il s'agisse d'un nombre pair ou impair de parts recherché. Par conséquent, les partages selon un nombre impair de parties semblent plus difficiles que ceux dont le nombre de parties est pair. Ces résultats nous fournissent d'autres variables qui pourraient agir sur le niveau de difficulté de tâches sur les fractions : partager également selon un nombre pair de parties (*C-PE-Pair*) et partager également selon un nombre impair (*C-PE-Imp*).

Enfin, l'étude de Vergnaud (1983) rapportée par Brassard conclut aussi qu'un traitement fractionnaire est plus difficile à effectuer sur des touts discrets (collections). Vergnaud explique que, dans le cas du tout discret, l'entité ainsi que ses parties peuvent être comptées à l'aide de nombres entiers. Alors, l'utilisation d'une fraction pour quantifier les parties n'est pas évidente. Cette difficulté n'apparait pas dans le cas du partage égal d'un tout continu vu que l'on nomme ses parties inévitablement à l'aide de fractions. Par exemple, si l'on partage également une pizza entière entre 4 personnes, chaque personne reçoit ¼ de pizza.

2.3.4 Variables retenues à partir de l'étude de Rosar, Van Nieuwenhowen et Jonnaert (2007)

Pour continuer la recension de nos variables prédictives du niveau de difficulté de tâches sur les fractions, nous nous sommes intéressés à la récente recherche empirique menée par Rosar, Van Nieuwenhowen et Jonnaert en 2007. L'objectif de leur recherche est d'établir les liens existants entre les représentations déjà construites par les élèves autour de la notion de fraction et les difficultés rencontrées par ces derniers lorsqu'ils effectuent des tâches sur les fractions. L'hypothèse des auteurs est que des représentations précaires autour de cette notion devraient entrainer des difficultés.

Ils ont passé des mini-entrevues standardisées d'une durée de 10 à 15 min à 20 élèves de 6e année du niveau primaire tous âgés de 11 ans et évoluant dans la même classe d'une école située dans un milieu relativement aisé.

Voici la liste des tâches qui ont été réalisées par les élèves durant les mini-entrevues ainsi que leur pourcentage d'échecs respectif:

- donner les fonctions de la fraction (100% d'échecs, que des réponses incomplètes);
- donner la définition de la fraction (100% d'échecs, que des réponses incomplètes);
- représenter une fraction sur une droite numérique (80% d'échecs);
- reconnaitre une fraction représentée par un nombre décimal sur une droite numérique (70% d'échecs);
- reconnaitre une fraction parmi d'autres symboles (30% d'échecs);
- reconnaitre une fraction en l'associant à la division d'un rectangle (10% d'échecs);
- écrire une fraction dictée (10% d'échecs);
- lire une fraction (10% d'échecs);
- écrire une fraction au choix (5% d'échecs).

Parmi toutes ces tâches, nous éliminerons celles qui nécessitent de donner une consigne ou une réponse oralement, car il n'y a pas ce genre de tâches dans les tests du TEIMS. Donc, nous ne retenons pas : écrire une fraction dictée et lire une fraction. Voici maintenant les symboles que nous accorderons aux cinq tâches retenues qui deviennent cinq nouvelles variables pour notre projet:

- donner les fonctions de la fraction (*CarG-Fct*);

- donner la définition de la fraction (*CarG-Dfn*);
- représenter une fraction sur une droite numérique (*Cx-Num-ReprF*);
- associer un nombre décimal sur une droite numérique à une fraction (*Cx-Num-DecF*);
- écrire une fraction au choix (*CarG-EcrFChx*)

Ce qui totalise jusqu'à maintenant un ensemble de 34 variables pouvant peut-être agir sur le niveau de difficulté de tâches sur les fractions. Enfin, six dernières variables seront aussi prises en considération. Elles ont été mentionnées dans les travaux de Sakr (2009). Ces six variables amèneront notre compte à 40 variables pouvant agir sur le niveau de difficulté de tâches sur les fractions.

2.3.5 Variables retenues à partir de l'étude de Sakr (2009)

Pour notre projet, nous retiendrons également des variables identifiées dans l'étude de Sakr. D'abord, celles concernant les habiletés cognitives suivantes : la résolution, l'application, la conceptualisation. En effet, les tâches soumises aux élèves font appel à diverses habiletés cognitives de niveaux de complexité différents. Sakr explique que les items relevant de l'habileté de résolution exigent l'utilisation de l'analyse et du raisonnement. Les items d'application font appel à des faits mathématiques, à l'application d'algorithmes standards et à des solutions de problèmes de routine. Quant à elles, les tâches de conceptualisation font référence à des idées, à des concepts spécifiques en mathématiques. Sebretch, Enright, Bennett et Martin (1996), Sheehan et Enright (2002) et Schulz, Lee et Mullen (2005) identifient les habiletés cognitives comme variables prédictives du niveau de difficulté de tâches. Ils étudient l'habileté cognitive de résolution et l'habileté cognitive d'application. Pour eux, la résolution fait appel à des activités cognitives plus complexes que l'application. Enfin, Stump (2001) affirme que les items faisant appel à la conceptualisation sont plus faciles que ceux d'application, car les relations entre les représentations ne demandent qu'à faire des liens et non de reconnaitre un concept afin de l'appliquer.

Ainsi, nous ajoutons trois variables prédictives du niveau de difficulté, les voici avec leurs symboles entre parenthèses:

- habileté cognitive de résolution (*H-Resolution*);
- habileté cognitive d'application (*H-Application*);
- habileté cognitive de conceptualisation (*H-Concept*).

Sakr relève également que le type de réponses à donner pourrait influencer le niveau de difficulté d'un item. Ainsi, devoir choisir parmi un choix de réponses, donner une réponse courte ou écrire une réponse élaborée ne correspondrait pas au même niveau de difficulté. Ces trois dernières caractéristiques complèteront notre recension de variables avec les symboles suivants : choix de réponses (*R-Chx*), réponse courte (*R-Courte*) et réponse élaborée (*R-Elab*).

Ceci complète notre recherche de variables potentiellement prédictives du niveau de difficulté de tâches sur les fractions. Nous vous présentons maintenant sous forme de tableau la liste complète de nos variables.

2.3.6 Synthèse des variables retenues pour notre projet

Le tableau 2.4 qui suit présente la synthèse des 40 variables prédictives retenues pour notre projet suite à la recension des études antérieures. Ce tableau donne d'abord le nom de la variable, une brève description, les auteurs correspondants ainsi que le symbole choisi pour représenter la variable dans les tableaux de résultats ultérieurs.

Tableau 2.4
Synthèse des variables prédictives avec leurs symboles respectifs et les auteurs qui les mentionnent dans leurs études

Variables prédictives	Symboles	Auteurs
1) Tâches sur les touts continus	**C**	
Partager également et exhaustivement :	**C-PE (1)**	
• selon un nombre pair de parts recherchées	C-PE-Pair (2)	
• selon un nombre impair de parts recherchées	C-PE-Imp (3)	
• selon des partitions simples (fractions simples)	C-PE-FS (4)	Desjardins et Hétu (1976)
• selon un double partage	C-PE-DbP (5)	Pothier et Sawada (1983)
• un tout représenté par un cercle	C-PE-Cerc (6)	Vergnaud (1983)
Identifier la partie du tout :	**IP (7)**	Bergeron et Herscovics (1987)
• quand la partie est reportable	C-IP-Rble (8)	Parrat-Dayan (1991)
• quand la partie est non reportable	C-IP-nRble (9)	
• quand la partie est inférieure à une demie	C-IP-InfDe (10)	
• quand la partie est supérieure à une demie	C-IP-SupDe (11)	
• quand la fraction simple se rapproche d'une demie	C-IP-FSpresDe (12)	
• quand la fraction simple s'éloigne d'une demie	C-IP-FSloinDe (13)	
2) Tâches sur des touts discrets		
Partager également et exhaustivement :	**D-PE (14)**	Desjardins et Hétu (1976)
• selon une fraction simple	D-PE-FS (15)	Vergnaud (1983)
• selon un double partage	D-PE-DbP (16)	Parrat-Dayan (1991)
• avec reste	D-PE-avecRst (17)	
• sans reste	D-PE-sansRst (18)	
3) Les opérateurs	**O**	
opérateurs simples	**OS**	
• une demie	OS-De (19)	Salim (1978)
• un tiers	OS-Tiers (20)	Parrat-Dayan (1991)
• un quart	OS-Quart (21)	Kieren et Southwell (1978)
• un divisé par n	OS-UnDvN (22)	
• m divisé par n	OS-MDvN (23)	
opérateurs composés :	**OC**	
• m divisé par n multiplié par une demie	OC-MDvNxDe (24)	
• m divisé par n multiplié par m divisé par n	OC-MDvNxMDvN (25)	

Variables prédictives	Symboles	Auteurs
4) Tâches sur les caractéristiques générales de la fraction	**CarG**	
• Donner la définition de la fraction	CarG-Dfn (26)	Rosar, VanNieuwenhowen, Jonnaert (2007)
• Donner les fonctions de la fraction	CarG-Fct (27)	
• Écrire une fraction au choix	CarG-EcrFChx (28)	
5) Tâches plus complexes	**Cx**	
Proportions	**Cx-Prop (29)**	Vergnaud (1983)
Fractions rapports	**Cx-FRap (30)**	
Droites numériques	**Cx-Num**	
• Représenter une fraction sur droite numérique	Cx-Num-ReprF (31)	Rosar, VanNieuwenhowen, Jonnaert (2007)
• Associer un nombre décimal sur une droite numérique à une fraction	Cx-Num-DecF (32)	
6) Termes plus complexes	**Term**	
• Utilisation du terme un tiers	TermTiers (33)	Bergeron et Herscovics (1987)
• Utilisation du terme un quart	TermQuart (34)	
7) Habiletés cognitives	**H**	Sebretch, Enright, Bennett et Martin (1996)
• Conceptualisation	H-Concept (35)	Stump (2001)
• Application	H-Application (36)	Sheehan et Enright (2002)
• Résolution	H-Resolution (37)	Schulz, Lee, Mullen (2005) Sakr (2009)
8) Formes de la réponse	**R**	
• Choix de réponses	R-Chx (38)	
• Réponses courtes	R-Courte (39)	Sakr (2009)
• Réponse élaborée	R-Elab (40)	

Maintenant que nos variables sont identifiées, nous voulons les mettre à l'épreuve afin de vérifier si elles ont effectivement un impact sur le niveau de difficulté des tâches sur les fractions. Pour procéder à cette vérification, nous avons besoin d'une banque de tâches et de données s'y rattachant, dont leur taux de réussite. Nous avons choisi d'utiliser la banque de données issue de l'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS).

2.4 L'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS)

L'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS) vise les élèves de la 4^{e} et de la 8^{e} année. Ils sont généralement âgés, pour les premiers, de 9 ou 10 ans; pour les seconds, de 13 ou 14 ans. L'enquête a été développée par l'Association internationale pour l'évaluation du rendement scolaire (IEA) afin de permettre aux pays participants de comparer les rendements scolaires de leurs élèves avec ceux d'autres pays. Non seulement l'enquête s'intéresse à obtenir les performances des élèves qui se soumettent à l'évaluation, mais elle vise aussi la cueillette d'informations au sujet de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques et des sciences par l'intermédiaire de questionnaires destinés aux élèves, aux enseignants et aux directions d'école.

L'enquête TEIMS a été menée pour la première fois en 1995. On dénombre alors 23 pays participants au niveau de la 4^{e} année et 41 pays participants au niveau de la 8^{e} année. Ensuite, l'enquête est à nouveau réalisée tous les quatre ans :

- 1999 : 38 pays au niveau de la 8^{e} année seulement;
- 2003 : 25 pays au niveau de la 4^{e} année, 46 pour la 8^{e} année;
- 2007 : 36 pays au niveau de la 4^{e} année, 49 pour la 8^{e} année;
- 2011 : 52 pays au niveau de la 4^{e} année, 45 pour la 8^{e} année.

En moyenne, chaque année, environ 5000 élèves par pays passent les épreuves.

Nous choisissons cette enquête internationale, car elle présente un grand nombre de questions sur les fractions et que ces questions ont été créées puis validées par des groupes d'experts internationaux. Aussi, l'administration des épreuves et la collecte des données s'opèrent de façon rigoureuse. Par exemple, en 1995, pour chaque pays participant, un coordonnateur national était responsable d'organiser l'administration des épreuves en respectant les procédures internationales établies par le Centre international TEIMS de l'université de Boston. Parmi ces tâches, le coordonnateur devait établir un échantillon représentatif d'écoles et d'élèves et traduire les tests dans le langage approprié en fonction du pays. De plus, dans chaque école sélectionnée, un coordinateur et un administrateur des épreuves administraient les instruments de collectes de données tout en suivant les procédures de sécurité. Après les sessions d'évaluation, le coordonnateur était chargé de faire parvenir au centre de recherche national tout le matériel ayant servi à l'évaluation des élèves et à toutes autres collectes de données. Là, des fichiers de données étaient créés à partir de toutes les informations obtenues. Les fichiers étaient, par la suite, soumis au centre d'analyse des données de l'IEA.

Les données de l'IEA sont publiques ce qui en facilite leur utilisation. Comme les épreuves de l'enquête sont soumises à un très grand nombre d'élèves, par exemple, seulement en 1995, l'étude produite par l'IEA a permis l'obtention d'une importante quantité de données auprès de plus d'un demi-million d'élèves à travers un peu plus de 40 pays, nous croyons augmenter nos chances de valider à grande échelle notre modèle et augmenter l'étendue de son application. Maintenant, voici un exemple de tâches sur les fractions que l'on retrouve dans les épreuves de l'IEA. Il est présenté dans le tableau 2.5.

Tableau 2.5
Exemple de question de la banque de tâches publiques de l'étude TEIMS.

ID : M051091	**Mathematics Grade 4**	**Block_Seq :M02_02**
Wich fraction is not equal to the others? A) 1/2 B) 4/8 C) 2/4 D) 2/8		<u>Content Domain</u> Number <u>Topic Area</u> Fractions and Decimals <u>Cognitive Domain</u> Knowing <u>Maximum Points</u> 1 <u>Key</u> D

Dans l'ensemble des données disponibles sur le site de l'IEA, nous retrouvons le domaine général de la question, le sujet spécifique, son domaine cognitif, le nombre de points accordés à la question et, finalement, la clé de solution.

Évidemment, un grand nombre de données additionnelles sont fournies sur le site de l'IEA. En consultant les almanachs du TEIMS, nous pouvons trouver pour chacune des questions rendues publiques, des données statistiques sur son taux de réussite en fonction de chaque pays participant. Le tableau 2.6 en donne un exemple. On y voit le pourcentage de réussite par pays pour la question présentée précédemment (ID: M051091). Cette question apparaissait dans une épreuve de 4^{e} année de l'enquête de 2011.

Tableau 2.6
Pourcentages de réussite (écart type) pour la question M051091
(Tiré du TIMMS 2011 User Guide for the International Database, 2013)

M02_02 (M051091): Find the inequivalent fraction Multiple Choice (Key is D)			
Country	**Percent Correct**	**Country**	**Percent Correct**
Hong Kong SAR	82 (2.2)	Russian Federation	35 (2.1)
Singapore	81 (1.6)	Qatar	34 (2.4)
Chinese Taipei	81 (1.7)	Armenia	32 (2.5)
Northern Ireland	73 (2.3)	Sweden	31 (2.6)
England	69 (2.4)	Bahrain	21 (2.5)
Finland	68 (2.5)	Georgia	31 (2.3)
Korea, Rep. of	68 (2.0)	Slovenia	31 (2.0)
Ireland	67 (2.3)	Spain	30 (2.4)
Belgium (Flemish)	66 (2.2)	Czech Republic	30 (2.3)
United States	65 (1.7)	Saudi Arabia	28 (2.5)
Malta	65(2.2)	Poland	26 (1.8)
Netherlands	64 (2.3)	Iran, Islamic Rep. of	26 (2.2)
Japan	56 (2.2)	Chile	25 (1.6)
Australia	56 (2.2)	Oman	25 (1.5)
Denmark	54 (2.4)	Tunisia	25 (2.0)
Hungary	51 (1.9)	Thailand	25 (2.0)
Romania	51 (3.5)	Morocco	23 (1.9)
New Zealand	45 (2.0)	Kuwait	16 (1.7)
Azerbaijan	44 (2.9)	Yemen	15 (1.4)
Serbia	44 (2.8)	**Sixth Grade Participants**	
Austria	43 (2.7)	Honduras	41 (2.2)
Turkey	42 (2.2)	Botswana	20 (2.1)
Croatia	39 (2.2)	Yemen	14 (1.9)
Slovak Republic	38 (2.2)	**Benchmarking Participants**	
Portugal	38 (2.7)	North Carolina, US	75 (3.5)
Italy	36 (2.2)	Florida, US	69 (2.6)
United Arab Emirates	36 (1.2)	Quebec, Canada	62 (2.6)
Lithuania	36 (2.0)	Ontario. Canada	50 (2.3)
Norway	36 (3.0)	Alberta, Canada	47 (2.3)
Kazakhstan	35 (3.0)	Dubai, UAE	46 (1.7)
Germany	35 (2.1)	Abu Dhabi, UAE	34 (2,5)
International Avg. 44 (0.3)			

Le tableau 2.7 fournit un autre exemple de données que l'on peut trouver dans les almanachs publiés par l'IAE. On y trouve : le nombre d'élèves par pays qui ont répondu à chacune des questions (N), le pourcentage de bonnes réponses (DIFF), le nombre d'élèves qui ont répondu à chacun des choix (A, B, C, D), le pourcentage d'élèves qui ont omis de répondre à la question (OMITTED), le pourcentage d'élèves qui n'ont pas eu le temps d'y répondre (NOT REACHED), le pourcentage de garçons et de filles qui ont répondu correctement (GIRL RIGHT, BOY RIGHT).

Tableau 2.7
Résultats des élèves pour la question M051091
(tiré de TIMSS 2011 Assessment Results, 2012)

M02_02 (M051091): Number / Knowing
Label: Find the inequivalent fraction - Key: D

COUNTRY	N	DIFF %	A %	B %	C %	D %	OMITTED %	NOT REACHED %	1.GIRL % RIGHT	2.BOY % RIGHT
Armenia	723	32.4	29.4	21.0	6.3	32.4	10.9	0.0	31.2	33.5
Australia	868	56.1	16.5	20.6	5.3	56.1	1.5	0.0	51.0	61.8
Austria	675	43.3	21.4	17.1	4.3	43.3	13.9	0.0	44.4	42.2
Azerbaijan	687	43.8	25.0	13.1	7.1	43.8	10.3	0.6	45.6	42.1
Bahrain	582	31.4	30.6	29.6	6.3	31.4	2.0	0.2	29.5	33.4
Belgium (Flemish)	694	65.6	13.3	16.1	4.1	65.6	0.9	0.0	62.3	69.3
Chile	795	25.2	35.1	28.6	8.4	25.2	2.5	0.2	22.6	28.2
Chinese Taipei	613	80.5	10.0	4.7	4.7	80.5	0.1	0.0	77.7	83.2
Croatia	666	38.8	24.4	13.0	6.2	38.8	17.7	0.0	34.2	43.7
Czech Republic	653	29.7	28.7	22.9	6.5	29.7	12.1	0.0	26.8	32.4
Denmark	577	54.3	19.4	16.0	4.3	54.3	6.0	0.0	51.4	57.3
England	489	68.9	7.2	16.0	5.6	68.9	2.3	0.0	65.0	72.6
Finland	668	68.1	20.4	8.0	1.9	68.1	1.5	0.1	63.4	72.3
Georgia	688	30.7	32.5	20.4	8.3	30.7	8.0	0.2	26.9	34.9
Germany	568	35.1	22.9	23.6	6.8	35.1	11.2	0.3	35.7	34.5
Hong Kong SAR	563	81.6	10.7	3.9	3.2	81.6	0.6	0.0	84.5	79.2
Hungary	749	51.5	18.9	21.8	4.3	51.5	3.1	0.4	48.3	54.9
Iran, Islamic Rep. of	827	25.5	40.2	20.6	8.4	25.5	4.9	0.4	25.4	25.6
Ireland	650	66.8	8.0	19.4	5.1	66.8	0.7	0.0	63.0	71.0
Italy	602	36.2	34.2	21.3	3.6	36.2	4.8	0.0	33.2	39.2
Japan	624	56.3	22.5	13.5	4.9	56.3	2.8	0.0	52.0	60.7
Kazakhstan	631	35.4	32.9	19.5	9.4	35.4	2.8	0.0	34.7	36.0
Korea, Rep. of	621	67.5	19.0	10.3	2.6	67.5	0.6	0.0	65.7	69.1
Kuwait	585	16.0	32.8	30.6	13.4	16.0	5.9	0.2	14.3	18.0
Lithuania	669	36.1	33.9	21.9	4.8	36.1	3.2	0.0	34.1	38.2
Malta	511	64.6	11.2	15.6	7.4	64.6	1.2	0.0	60.6	68.6
Morocco	1054	22.9	19.8	28.3	18.2	22.9	9.9	1.0	18.1	27.3
Netherlands	458	64.2	13.5	16.5	4.8	64.2	1.0	0.0	56.9	72.2
New Zealand	783	45.1	17.3	30.9	5.9	45.1	0.9	0.0	41.9	48.3
Northern Ireland	514	72.6	8.7	13.5	4.4	72.6	0.8	0.0	68.4	77.4
Norway	461	35.9	24.6	26.2	7.1	35.9	6.0	0.3	35.1	36.8
Oman	1479	25.0	33.4	26.6	11.0	25.0	3.3	0.8	24.7	25.4
Poland	718	26.4	25.1	33.5	6.2	26.4	8.6	0.2	22.3	29.9
Portugal	575	37.5	26.3	27.1	6.4	37.5	2.7	0.0	35.0	40.0
Qatar	564	33.9	27.1	26.8	9.4	33.9	2.5	0.3	36.1	31.8
Romania	662	51.3	24.3	14.9	4.2	51.3	4.4	0.9	50.2	52.4
Russian Federation	633	34.9	32.8	22.1	5.0	34.9	4.0	0.3	32.7	37.4
Saudi Arabia	665	27.9	30.6	26.5	13.1	27.9	1.7	0.2	22.3	34.1
Serbia	629	43.8	22.3	21.9	4.7	43.8	7.3	0.0	38.4	48.8
Singapore	912	81.2	10.8	4.0	3.9	81.2	0.1	0.0	83.0	79.5
Slovak Republic	804	37.7	30.4	21.5	4.6	37.7	5.8	0.0	32.8	42.4
Slovenia	638	30.5	32.0	22.2	6.7	30.5	8.5	0.0	25.6	34.9
Spain	592	29.8	31.7	25.1	4.3	29.8	9.1	0.1	26.4	33.5
Sweden	667	31.4	29.4	23.8	6.2	31.4	9.0	0.2	31.4	31.5
Thailand	639	24.8	41.9	24.5	8.0	24.8	0.8	0.0	23.9	25.8
Tunisia	674	25.0	14.2	23.7	21.6	25.0	14.0	1.5	25.4	24.7
Turkey	1065	41.8	30.5	19.5	7.1	41.8	1.1	0.1	39.4	44.1
United Arab Emirates	2111	36.1	30.4	21.5	9.5	36.1	2.8	0.2	33.8	38.5
United States	1789	65.1	14.8	13.2	5.2	65.1	1.7	0.0	63.4	66.8
Yemen	1130	14.7	18.2	31.0	26.5	14.7	9.1	0.6	16.2	13.7
International Avg. (50)	37196	43.6	23.9	20.3	7.1	43.6	4.9	0.2	41.3	46.0
Botswana (6)	591	41.0	32.5	19.9	6.3	41.0	0.3	0.0	42.0	40.0
Honduras (6)	567	13.6	50.5	24.0	7.7	13.6	3.9	0.4	12.9	14.4
Yemen (6)	705	20.1	36.9	21.9	17.0	20.1	3.9	0.2	19.4	20.6
Alberta, Canada	515	47.2	24.4	23.2	4.0	47.2	1.0	0.2	42.5	52.4
Ontario, Canada	668	50.3	22.0	19.0	6.3	50.3	1.8	0.7	47.2	53.3
Quebec, Canada	594	62.5	12.9	18.6	4.5	62.5	1.5	0.0	57.1	67.6
Abu Dhabi, UAE	592	34.0	31.4	23.0	8.6	34.0	2.7	0.3	31.1	36.8
Dubai, UAE	585	45.5	24.7	19.9	7.4	45.5	2.3	0.2	42.9	47.8
Florida, US	378	69.2	13.7	12.4	3.6	69.2	1.0	0.0	68.3	70.2
North Carolina, US	260	75.4	11.8	9.4	2.7	75.4	0.7	0.0	75.3	75.5

En résumé, les données de l'enquête du TEIMS sont suffisamment détaillées pour nous permettre de mener à terme notre projet de recherche.

2.5 Objectif spécifique

Comme conclu dans la problématique, la question générale de notre recherche est : comment produire un modèle pour prédire le niveau de difficulté de tâches en mathématiques impliquant des fractions pour des élèves du primaire?

Les considérations de la section du contexte théorique ont permis d'approfondir le concept de fraction et d'identifier cinq définitions possibles de ce concept ainsi que les principales variables prédictives de la difficulté de celui-ci. Ces considérations ont aussi mis en évidence la grande représentativité des données de l'enquête internationale TEIMS. Toutes ces considérations nous amènent à formuler l'objectif spécifique suivant :

- analyser les tâches de l'enquête internationale TEIMS portant sur les cinq interprétations possibles du concept de fraction à l'aide d'une liste de variables choisies pour produire un modèle prédictif de la difficulté des tâches.

CHAPITRE III
MÉTHODOLOGIE

3.1 Choix de la méthodologie de recherche

Puisque l'objectif de la recherche est d'analyser des tâches à l'aide d'une liste de variables pour produire un modèle prédictif de leur difficulté, le choix d'une analyse corrélationnelle semble le plus approprié. Ce type d'analyse permet en effet d'évaluer l'impact de chacune des variables retenues sur la difficulté de tâches. Selon Crisp et Grayson (2013), il existe deux modèles statistiques principaux pour modéliser la difficulté des tâches. Le plus simple et probablement le plus utilisé consiste à effectuer une régression linéaire à plusieurs paramètres en optimisant la significativité des coefficients obtenus. Le second modèle correspond au test linéaire et logistique de Rasch (RLLTM). Ce second modèle plus avancé repose sur la théorie de la réponse aux items et nécessite un accès aux données individuelles. Crisp et Grayson (2013) l'ont utilisé avec un certain succès pour des tâches en physique mais ont noté que l'effet pour plusieurs variables était instable, que les avantages par rapport à la régression classique n'étaient pas toujours importants et que par conséquent son utilisation n'était pas toujours recommandée. Pour ces raisons, nous avons choisi pour notre projet de nous limiter à la régression linéaire classique.

3.2 Population

La population représente tous les élèves âgés généralement de 9 ou 10 ans, en 4^{e} année du primaire, provenant de différents pays et s'étant soumis à l'étude sur les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS) en 1995, 2003, 2007 et 2011. Nous en avons dénombré environ 900 000. Comme les données obtenues pour ces élèves par l'équipe du TEIMS sont anonymes et publiques, nous n'avons pas eu besoin d'obtenir l'accord des participants pour la réalisation de ce projet. Nous avons cependant obtenu l'accord de l'équipe du TEIMS pour l'analyse secondaire des tâches qui n'ont pas encore été rendues publiques. Ces tâches nous ont été transmises directement par l'équipe.

3.3 Instruments

Parmi tous les items de mathématiques du TEIMS qui ont été effectués en 1995, en 2003, en 2007 et en 2011 par des élèves de la quatrième année, nous considérerons ceux qui portent sur le concept de la fraction, tel que décrit dans notre contexte théorique. Ainsi, nous prendrons en considération les tâches faisant appel aux cinq définitions du concept de la fraction : *partie-tout, rapport, opérateur, quotient et mesure*. De plus, nous inclurons toutes les représentations possibles de la fraction : numérateur sur dénominateur, pourcentage, nombre décimal, rapport et division. Ainsi, pour la fraction *un quart*, les représentations suivantes seraient toutes considérées comme des fractions : 1/4, 25%, 0,25, 1:4 et 1÷4. Cela correspond bien à la définition de la fraction selon le ministère de l'Éducation du Québec : la fraction représente toutes les représentations possibles d'un nombre rationnel (MEQ, 1980). Nous avons ainsi identifié un ensemble de 194 tâches.

3.4 Données

Pour chacune des tâches retenues, nous recueillerons d'abord les paramètres de difficulté (*b*) obtenus par l'équipe du TEIMS en se basant sur le modèle à trois paramètres de la théorie de la réponse à l'item. Dans ce modèle, les trois paramètres sont, selon Bertrand et Blais (2004):

- le paramètre de difficulté *b*, qui classe les items en fonction de leur taux de réussite relatif;
- le paramètre de discrimination *a*, qui indique la capacité d'un item à distinguer les individus plus habiles des individus moins habiles;
- le paramètre de pseudo-chance *c*, qui indique la probabilité de réussir un item par hasard, par exemple pour des tâches à choix multiples.

Comme nous nous intéressons dans ce projet plus spécifiquement aux difficultés rencontrées par les élèves, nous avons choisi de nous concentrer sur le paramètre de difficulté et ne pas considérer les paramètres de discrimination et de pseudo-chance. Des projets subséquents pourront considérer aussi ces autres paramètres.

3.5 Analyses

L'analyse reprendra la démarche utilisée précédemment par Sakr (2009) et comportera deux étapes. Dans un premier temps, chacune des tâches sera classée en fonction de la présence de chacune des 40 variables prédictives décrites dans le tableau 2.4 de la section 2.3.5.

Tableau 3.1
Résumé des 40 variables et de leurs symboles

Variables	Symboles	Variables	Symboles
1. Tout continu : partager également	**C-PE**	**Opérations composées**	**OC**
2. Pair	C-PE-Pair	24. m/n x ½	OC-MDvNxDe
3. Impair	C-PE-Imp	25. m/n x m/n	OC-MDvNxMDvN
4. Fonction simple	C-PE-FS		
5. Double partage	C-PE-DbP		
6. Cercle	C-PE-Cerc		
7. Tout continu: identifier partie	**C-IP**	**Caractéristiques générales**	**CarG**
8. Reportable	C-IP-Rble	26. Établir définition Fraction	CarG-Dfn
9. Non reportable	C-IP-nRble	27. Donner fonctions Fraction	CarG-Fct
10. Inférieure à une demie	C-IP-InfDe	28. Écrire fraction au choix	CarG-EcrFChx
11. Supérieure à une demie	C-IP-SupDe	**Tâches complexes**	**TCx**
12. Fraction simple près d'une demie	C-IP-FSpresDe	29. Proportion	TCx-Prop
13. Fraction simple loin d'une demie	C-IP-FSloinDe	30. Fraction rapport	TCx-FRap
		31. Représenter fraction sur droite numérique	TCx-NumRepF
		32. Associer décimal sur droite numérique à une fraction	TCx-NumDecF
14. Tout discret : partager également	**D-PE**	**Termes complexes**	**Term**
15. Fraction simple	D-PE-FS	33. Un tiers (1/3)	TermTiers
16. Double partage	D-PE-DoubP	34. Un quart (1/4)	TermQuart
17. Avec reste	D-PE-avecRst	**Habiletés cognitives**	**H**
18. Sans reste	D-PE-sansRst	35. Conceptualisation	H-Concept
Opérations simples	**OS**	36. Application	H-Application
19. Une demie (1/2)	OS-De	37. Résolution	H-Resolution

Variables	Symboles	Variables	Symboles
20. Un tiers (1/3)	OS-Tiers	**Types de réponses**	**R**
21. Un quart (1/4)	OS-Quart	38. Choix multiple	R-Chx
22. 1/n	OS-UnDvN	39. Réponse courte	R-Courte
23. m/n	OS-MDvN	40. Réponse élaborée	R-Elab

Pour vérifier la qualité du classement, les étapes suivantes seront effectuées :

1) un échantillon de tâches représentatives est analysé par la chercheuse;

2) les tâches ayant posé des problèmes particuliers de classement sont présentées à un expert du domaine pour valider le classement obtenu;

3) une discussion permet de modifier ou préciser les définitions des variables et leur opérationnalisation pour le classement;

4) on recommence le cycle des étapes 1) à 3) jusqu'à ce que le classement de l'expert corresponde parfaitement au classement de la chercheuse;

5) la chercheuse procède au classement de toutes les tâches pour toutes les variables.

Dans un deuxième temps, une régression multiple sera effectuée entre les classements obtenus et les paramètres de difficulté. Cette analyse permettra de produire un modèle pour prédire le niveau de difficulté de ces tâches. Comme la difficulté des tâches a été évaluée à partir d'un échantillon important provenant de plusieurs pays, nous croyons que le modèle ainsi produit pourra être applicable avec un certain succès à grande échelle.

Enfin, en plus de l'équation de régression elle-même, des tests d'hypothèses seront effectués pour déterminer si les coefficients obtenus s'écartent significativement de l'hypothèse nulle. Seuls les coefficients de régression significatifs du modèle (c'est-à-dire ceux qui ne peuvent pas être expliqués seulement par le hasard) seront conservés.

3.6 Prototype

Le modèle précédemment produit sera ensuite utilisé pour la création d'un prototype permettant la production d'un grand nombre de tâches différentes dont la difficulté est connue à l'avance. Les variables prédictives ont en effet été choisies pour leur caractère opérationnel de façon à permettre cette création. Une démarche semblable avait été utilisée avec succès par Sakr (2009). Le principe consiste à construire une tâche à la fois complète et complexe pouvant être transformée pour correspondre, dans la mesure du possible, à chacune des catégories de chacune des variables. Ainsi en transformant la tâche à l'aide de ces variables, on peut utiliser le modèle pour prédire l'impact sur la difficulté.

CHAPITRE IV
RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

Ce chapitre présente les résultats obtenus suite aux analyses des données provenant de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences afin de produire un modèle prédictif de la difficulté de tâches portant sur les fractions.

4.1 Identification des items à analyser

La première étape de l'analyse des résultats consistait à identifier tous les items provenant de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences entre 1995 et 2007 portant sur le concept de la fraction, tel que décrit dans notre contexte théorique.

Ainsi, ont été prises en considération les tâches faisant appel aux cinq définitions du concept de la fraction : *partie-tout, rapport, opérateur, quotient et mesure*. Toutes les représentations possibles de la fraction ont aussi été considérées : numérateur sur dénominateur, pourcentage, nombre décimal, rapport et division. Par exemple, pour la fraction *un quart*, les représentations possibles suivantes ont été considérées : 1/4, 25%, 0,25, 1:4 et 1÷4.

160 questions du TEIMS portant sur les fractions ont ainsi été identifiées. Ces questions forment un ensemble de 165 items ou tâches, puisqu'une même question pouvait se subdiviser en plusieurs items (a, b, c...). On dénombre ainsi 47 items pour la quatrième année (primaire) et 118 pour la huitième année (secondaire). Le tableau suivant présente la répartition des items sur les fractions pour chaque année d'administration de l'Enquête internationale sur les mathématiques et les sciences entre 1995 et 2007.

Tableau 4.1
Répartition des 165 items identifiés impliquant des fractions en fonction de l'année d'administration

	1995	1999	2003	2007	Total
4^{e} année	13	0	14	20	47
8^{e} année	36	25	27	30	118
Total	49	25	41	50	165
	30%	15%	25%	30%	100%

La plupart de ces items, 118 sur 165, présentent des questions à choix multiples. Les 165 items sont répartis de la façon suivante en fonction de leurs contenus principaux tels qu'identifiés par l'équipe de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences

Tableau 4.2
Répartition des 165 items identifiés impliquant des fractions en fonction des contenus principaux

Contenu	Nombre d'items
Géométrie	7
Nombres	69
Fractions et sens des nombres	31
Mesure	8
Formes géométriques et mesures	1
Représentation de données, analyse et probabilités	9
Fractions et proportionnalité	12
Affichage des données	1
Algèbre	12
Proportionnalité	6
Données	4
Données et chances	5
Total	165

Il a déjà été mentionné, dans le contexte théorique, que lorsqu'on travaille les différents sens des fractions, on touche parfois à la géométrie, aux nombres ou à la mesure. Le tableau 4.2 confirme ce qui était mentionné dans le contexte théorique et laisse voir d'autres domaines que les fractions peuvent toucher : la représentation et l'utilisation de données, les probabilités, les proportions, l'algèbre, la chance.

4.2 Obtention des valeurs du paramètre de difficulté (variable dépendante)

Nous avons obtenu les valeurs du paramètre de difficulté (*B*) pour chacun des 165 items identifiés. Ces valeurs sont tirées directement des tableaux de données disponibles sur le site du TEIMS (http://timssandpirls.bc.edu, Almanachs 1995, 2003, 2007 et 2011). Les tableaux 4.3 et 4.4 présentent ces valeurs séparément pour chaque année.

Tableau 4.3
Valeurs du paramètre de difficulté pour les items de la 4e année.

Item	*B*	Item	*B*	Item	*B*
1	0,88	15	0,22	30	0,17
2	0,23	16	-0,02	31	1,55
3	0,66	17	-0,80	32	-0,03
4	0,11	18	0,40	33	-0,52
5	-0,70	19	0,10	34	0,82
6	-1,73	20	-0.48	35	-0,03
7	1,08	21C	0,60	36A	0,60
8	-0,02	22A	0,67	36B	0,93
9A	1,07	22B	1,29	37	0,34
9B	1,19	23	0,36	38	0,59
10A	-0,49	24	1,37	39	0,50
10B	0,10	25	0,35	40	-0,63
11	0,18	26	0,76	41	-0,06
12	-0,22	27	0,12	42	0,15
13	0,80	28	0,15	43	0,24
14	-0,03	29	0,97		

On peut voir dans le tableau 4.3 que le niveau de difficulté des items de 4e année varie entre -1,73 et 1,37. Ces variations de moins de deux écarts types sont typiques pour des paramètres standardisés dont la moyenne (pour tous les items de la banque) est par définition de 0 et l'écart type de 1.

Tableau 4.4
Valeurs du paramètre de difficulté pour les items de la 8e année

Item	*B*	Item	*B*	Item	*B*	Item	*B*
44	-1,02	75	0,81	105	0,23	136	-0,39
45	-0,06	76B	2,46	106	0,77	137	0,95
46	0,28	77A	0,75	107	-0,18	138	1,12
47	-1,15	77B	1,24	108	0,12	139	0,36
48	-0,44	78	0,43	109	0,32	140	1,05
49	1,07	79	-0,76	110	0,93	141	1,28
50	0,58	80	0,51	111	0,29	142	-0,56
51	0,34	81	0,13	112	0,07	143	0,58
52	0,27	82	-0,05	113	0,05	144	0,40
53	1,68	83	0,60	114	0,78	145	0,21
54	1,55	84	0,57	115	0,29	146	0,86
55	0,42	85	0,89	116	1,07	147	0,19
56	-0,43	86	-0,22	117	0,30	148	0,45
57	0,81	87	0,26	118	0,41	149	-0,18
58	0,68	88	0,24	119	0,65	150	0,19
59	0,22	89	0,15	120	-0,21	151	0,63
60	1,37	90	-0,90	121	0,19	152	-0,34
61	1,33	91	1.15	122	1,39	153	0,05
62	0,62	92	0,67	123	0,41	154	0,84
63	0,24	93	0,31	124	0,65	155	-0,45
64	0,58	94	1,34	125	0,63	156	0,09
65	-0,17	95	0,75	126	0,70	157	0,33
66	0,36	96	0,18	127	0,43	158	0,71
67	0,35	97	1,43	128	0,80	159	-0,05
68	1,16	98	1,12	129	0,55	160	1,36
69	0,60	99	0,74	130	1,23		
70	0,56	100	0,49	131	-0,45		
71	0,25	101	0,52	132	0,98		
73	0,72	102	0,80	133	-0,29		
74	0,39	103B	1,51	134	0,20		
74	0,38	104	0,56	135	0,80		

On peut voir dans le tableau 4.4 que le niveau de difficulté des items du grade 8 varie entre -1,15 et 2,46. Comme mentionné précédemment, ces variations de moins de deux écarts types sont typiques pour des paramètres standardisés.

4.3 Classification des items en fonction des variables prédictives (variables indépendantes)

Dans un premier temps, en utilisant les définitions des 40 variables présentées dans le contexte théorique, nous avons classé chacun des 165 items identifiés. Cette classification a été vérifiée et corroborée par un expert du domaine tel qu'expliqué à la section 3.5. Dans presque tous les cas, la classification consistait à évaluer la présence ou l'absence de chaque variable pour un item donné. La valeur « 0 » était inscrite si la variable était jugée absente. La valeur « 1 » était utilisée pour une variable jugée présente.

Seules les variables associées aux habiletés (*H*) et aux types de réponses (*R*) pouvaient prendre trois valeurs différentes présentées dans le tableau 4.5.

Tableau 4.5
Valeurs utilisées pour la classification des variables H et R

	Valeurs et significations		
Variables	1	2	3
Habiletés (*H*)	Conceptualisation	Application	Résolution
Types de réponse (*R*)	Choix de réponses	Courte	Élaborée

4.3.1 Premier classement

Après avoir complété la première classification, nous avons constaté que 20 des 40 variables ne sont jamais présentes dans les 165 items. De plus, parmi les variables restantes, 10 y sont présentes moins de 10 fois. Le tableau 4.6 présente la fréquence de chaque variable dans les 165 questions.

Tableau 4.6
Fréquence des variables prédictives pour le premier classement

Variable	Fréquence	Variable	Fréquence	Variable	Fréquence
C-PE	0	*C-IP-FSloinDe*	0	*OC-MDvNxMDvN*	2
C-PE-Pair	0	*D-PE*	0	*CarG-Dfn*	0
C-PE-Imp	0	*D-PE-FS*	0	*CarG-Fct*	0
C-PE-FS	0	*D-PE-DbP*	0	*CarG-EcrFChx*	0
C-PE-DbP	0	*D-PE-avecRst*	0	*Cx-Prop*	20
C-PE-Cerc	0	*D-PE-sansRst*	0	*Cx-FRap*	44
IP	1	*OS-De*	11	*Cx-Num-ReprF*	0
C-IP-Rble	0	*OS-Tiers*	7	*Cx-Num-DecF*	0
C-IP-nRble	1	*OS-Quart*	3	*TermTiers*	2
C-IP-InfDe	0	*OS-UnDvN*	3	*TermQuart*	1
C-IP-SupDe	1	*OS-MDvN*	21	*H*	160
C-IP-FSpresDe	0	*OC-MDvNxDe*	2	R	55

Cette situation particulière pouvant influencer la qualité des analyses subséquentes, il est apparu nécessaire de tenter de la corriger. La prochaine section rend compte de ces démarches.

4.3.2 Modification des variables

Les nombreuses variables citées dans le contexte théorique ont été trouvées dans des rapports de recherches expérimentales menées auprès d'élèves. Elles sont liées aux tâches que les chercheurs soumettaient aux enfants. Elles sont propres au contexte de ces recherches. Elles avaient été retenues, car, à la lumière des résultats qu'ils avaient obtenus, les auteurs mentionnaient leur impact sur le niveau de difficulté d'une tâche. Ces variables nous semblaient prometteuses, car la majorité d'entre elles représentaient des caractéristiques inhérentes au concept de la fraction.

La première modification a été d'élargir la portée de plusieurs variables afin de les rendre plus opérationnelles et plus applicables aux items provenant de l'Enquête internationale sur les mathématiques et les sciences. Ces adaptations étaient très difficiles à prévoir dans le contexte théorique lui-même, puisque les items à analyser n'étaient pas encore identifiés à cette étape de la rédaction du projet. En fait, ces adaptations nécessaires peuvent être vues comme de premiers résultats de recherche obtenus suite à l'application des variables « théoriques » à un contexte précis. Nos variables ont été éprouvées dans un contexte plus large que les contextes des recherches desquelles elles proviennent. Les items du TEIMS vont au-delà des caractéristiques inhérentes au concept de la fraction.

Il est à noter que toutes les variables n'ont pas pu ainsi être adaptées. La liste des variables définitivement éliminées apparaît dans le tableau 4.7 ainsi qu'une brève explication.

Tableau 4.7
Variables éliminées et explications

Variable	Explication
C-PE-DbP	Aucune question avec double partage d'un tout continu.
C-IP-Rble *C-IP-nRble* *C-IP-InfDe* *C-IP-SupDemi* *C-IP-FSpresDe* *C-IP-FSloinDe*	Seraient pertinentes pour des touts continus sans traits susceptibles de laisser voir en combien de parties égales ceux-ci ont été divisés, mais dans TEIMS, la quasi-totalité des questions portant sur l'identification d'une partie d'un tout continu se fait à partir de touts continus déjà subdivisés.
D-PE *D-PE-FS* *D-PE-Dbp* *D-PE-avecRst* *D-PE-sansRst*	Aucune question ne porte sur le partage égal d'une collection d'objets .
CarG-Dfn *CarG-Fct* *CarG-EcrChx*	Aucune question ne porte sur la définition de la fraction, sa fonction ou sur l'écriture au choix d'une fraction.
Cx-Num-ReprF *Cx-Num-DecF*	Une seule question aborde l'identification d'un point sur une droite numérique à l'aide d'une fraction et aucune n'aborde l'identification d'un point sur une droite numérique à l'aide d'un nombre décimal.
TermTiers *TermQuart*	Seulement deux questions présentent les termes « tiers » ou « quarts ».

Élargissement du contexte de certaines variables

D'abord, les variables qui exprimaient les touts continus et les touts discrets étaient exclusivement liées aux items faisant appel au sens de la fraction *partie-tout* : partage égal de touts continus (*C-PE*) ou discrets (*D-PE*) et identification de parties de touts continus (*C-IP*). Cependant, plusieurs items faisant appel à d'autres sens de la fraction utilisaient aussi des touts continus et des touts discrets. Nous avons donc créé les variables, *C* (Continu) et *D* (Discret), devenant ainsi indépendantes des tâches de partage et d'identification de parties de touts, afin de pouvoir les appliquer aux autres items. De plus, nous avons remarqué que certains items avec des touts continus ne faisaient intervenir que des nombres entiers dans leurs calculs. Par exemple, un item demande que l'élève utilise une échelle pour trouver la longueur en km (tout continu) d'un trajet sur une carte. Mais, les calculs que l'élève doit effectuer ne se font qu'avec des nombres entiers de km. D'autres questions avec des touts continus font intervenir les parties fractionnaires des entiers. Par exemple, l'élève doit traiter des litres de sauce tomates (touts continus) et les calculs qu'il doit effectuer se font aussi avec des fractions de litre (1/2 litre). Nous voulions rendre compte de cette différence. Alors, nous avons ajouté la variable *ContEntier*. Ainsi, nous voulons vérifier si les problèmes sur les touts continus se résolvant qu'avec des entiers sont plus facilement réussis que ceux faisant appel aux parties fractionnaires des entiers.

Ensuite, la variable qui représentait le partage égal ne se limitera pas qu'à l'unique tâche de partager un tout en parties égales. On étendra son application aux tâches où il faut d'abord partager un tout en parties égales pour ensuite représenter une fraction de ce tout et aux tâches où il faut trouver le nombre de fois qu'une unité de mesure (forme géométrique de petite dimension) rentre dans un tout continu donné. Nous l'avions appelé *PE* dans la première liste de variables, car elle apparaissait dans de longs noms de variables et nous voulions économiser l'espace. Maintenant qu'elle apparaît seule, nous la nommerons *Part*, nom qui nous semble plus évocateur. Comme la notion de partage égal est très importante dans le contexte des fractions, nous voulions faire ressortir d'autres de ses manifestations. Nous ajouterons la variable *PE-PIn* qui s'appliquera pour toutes situations où l'on demande de reconnaître l'importance qu'un tout continu soit bel et bien partagé en parties égales pour représenter une fraction donnée.

Pour ce qui est de la variable *Cercle,* elle verra aussi son application s'élargir. Comme précédemment, elle sera présente lorsqu'il faut partager un tout continu de forme circulaire, mais aussi, et c'est là la nouveauté, lorsqu'il faut identifier une fraction représentée par une partie d'un tout continu circulaire.

Nous avons retranché les expressions *Pair* et *Imp* (impair) des variables qui les liaient uniquement aux tâches sur les partages égaux. Nous trouvions pertinent qu'elles apparaissent seules et qu'elles puissent s'appliquer à tous les autres types de tâches. De plus, peu importe le type d'écriture : *1/n*, *m/n*, *m:n*, % ; il sera possible d'identifier si le dénominateur est pair ou impair. Ainsi, nous espérons vérifier si le fait que le dénominateur soit impair, rend de façon plus générale, une question plus difficile par rapport au dénominateur pair. Les variables se nommeront *DenPair* et *DenImp.*

Pour ce qui est des opérateurs fractionnaires, nous avons mieux représenté toutes les possibilités de leurs valeurs numériques. D'ailleurs, dans le contexte théorique, les résultats de Salim (1978) soulignent que la réussite des tâches avec des opérateurs fractionnaires semble fortement liée à la valeur numérique de l'opérateur fractionnaire. Ainsi, nous ajoutons les variables exprimant les différentes valeurs que peuvent afficher les fractions : 1/n (*UnN*), ½ (*UnDemi*), *m/3* (*NTrois*), *m/4* (*NQuart*), n>4 (*NSupQuat*), fraction<½ (*infDemi*), ½<fraction<1 (*FsupDemiInfUn*), fraction>1 (*FsupUn*) et nombre fractionnaire (*NbreFnaire*).

Récupération de certaines variables déjà présentes dans le contexte théorique

Certaines caractéristiques propres au concept de la fraction définies dans le contexte théorique n'avaient pas été retenues dans les variables prédictives, car les recherches donnaient peu d'information quant à leur impact sur le niveau de difficulté d'une question sur les fractions. C'est le cas des cinq définitions qui se dégagent du concept de la fraction: *Partie-tout*, *Rapport*, *Opérateur*, *Mesure* et *Quotient*. Comme chacune des questions du TEIMS sur les fractions correspond forcément à au moins une de ces définitions, il est apparu que ces définitions permettraient de produire des variables suffisamment présentes dans les questions identifiées. Nous avons donc décidé de les inclure dans notre liste de variables. Pour les rendre plus applicables, nous les présenterons de la façon suivante : *rapport partie-tout* (*RapPartie-t*), *rapport partie à partie* (*RapPartie-p*), *rapport taux* (*RapTaux*), *Opérateur*, *Mesure*, *Quotient*. Le fait d'avoir ajouté *rapport* devant *partie-tout* ne contrevient pas aux définitions du contexte théorique. Blouin (2002) explique qu'une *fraction rapport*, en plus d'exprimer un rapport *partie à partie* d'un même tout ou de touts différents, peut aussi exprimer un rapport entre une partie et son tout. Le rajout du *rapport taux* est utile pour représenter les rapports *partie à partie* de touts différents. D'autres caractéristiques propres aux fractions, soulignées brièvement par certains auteurs cités dans le contexte théorique, seront ajoutées à nos variables. Il s'agit de la présence d'illustrations (*Ill*) et de l'équivalence entre les fractions (*FeqF*). Nous pensons que ces caractéristiques pourraient produire un impact sur le niveau de difficulté des items.

Ajout de nouvelles variables

Comme on l'a déjà mentionné, les premières variables présentaient l'avantage d'être fortement liées aux caractéristiques inhérentes du concept de la fraction, à sa représentation classique *m/n* et aux diverses tâches qui en découlaient. Il a donc fallu aller au-delà de ces caractéristiques inhérentes pour mieux couvrir les multiples tâches mathématiques qui peuvent faire appel aux fractions. Nous avons donc ajouté des variables: identifier (*Id*), représenter (*Re*), trouver (*Tr*), ordonner des nombres rationnels du plus petit au plus grand (*RatPp*) ou du plus grand au plus petit (*RatPg*), additionner ou soustraire des fractions (*AddSousF*), multiplier une fraction par un nombre naturel (*RatxNat*) et multiplier ou diviser des fractions entre elles (*MultDivF*). Aussi, nous avons créé d'autres variables pour exprimer la présence, dans des items, de pourcentages (*Pourc*), de nombres décimaux (*Dec*), d'échelles de mesure (*Ech*) et de notions de temps (*Temps*). Enfin, nous terminerons cette section par l'ajout de deux dernières variables, car nous avons remarqué que plusieurs items du TEIMS introduisaient un contexte (*Contx*) pour rendre plus concrets ou plus près du vécu des élèves les items sur les fractions et que, quelques autres items présentaient des fractions écrites en toutes lettres *(Txt)* au lieu d'être exprimées en valeurs numériques. Nous voulions vérifier si ces particularités pouvaient affecter le niveau de difficulté des items.

4.3.3 Second classement

C'est à partir des variables telles que modifiées dans la précédente section que le second classement a été effectué. La liste des variables ainsi qu'une estimation approximative de l'impact prévu sur la difficulté sont présentées dans le tableau 4.8. La fréquence de ces variables sera présentée plus loin dans le tableau 4.10.

Tableau 4.8
Liste des variables modifiées et estimation de l'impact sur la difficulté

Numéro	Variable	Faible	Moyenne	Grande
1	*RapPartie-t*	X		
2	*RapPartie-p*		X	
3	*Raptaux*			X
4	*Quotient*			X
5	*Mesure*	X		
6	*Opérateur*		X	
7	*Prop*		X	X
8	*Contx*	X		
9	*Id*	X		
10	*Tr*			X
11	*Re*		X	
12	*Part*	X		
13	*Pourc*			X
14	*AddSousF*	X		
15	*RatxNat*		X	
16	*MultDivF*			X
17	*Pe-Pin*	X		
18	*TrProb*	X		
19	*Temps*			X
20	*Ech*		X	
21	*FeqF*		X	
22	*RatPp*		X	
23	*RatPg*		X	
24	*UnN*	X		
25	*UnDemi*	X		
26	*NTrois*			X
27	*NQuart*	X		
28	*NsupQuat*		X	
29	*DenPair*	X		
30	*DenImp*		X	
31	*infDemi*	X		
32	*FsupDemi-InfUn*		X	
33	*FsupUn*			X
34	*NbreFnaire*			X
35	*Nat*		X	
36	*Dec*			X
37	*Txt*		X	
38	*Cercle*			X
39	*Ill*	X		
40	*C*		X	
41	*ContEntier*	X		
42	*D*		X	
43	*G4*	X		

Numéro	Variable	Faible	Moyenne	Grande
44	*G8*			X
45	*H Concept* *Application* *Résolution*	X	 X	 X
46	*R Choix* *Courte* *Élaborée*	X	 X	 X

4.4 Corrélations linéaires entre les variables prédictives et le paramètre de difficulté

Cette section présente les statistiques descriptives ainsi que les corrélations préliminaires entre les variables prédictives et le paramètre de difficulté.

4.4.1 Analyse descriptive et régression linéaire des variables prédictives en lien avec la variable dépendante (4^e année et 8^e année simultanément)

Pour obtenir un modèle général préliminaire pour la difficulté des items en fonction des variables prédictives, nous avons effectué une régression linéaire multiple avec la méthode descendante. Celle-ci permet d'éliminer progressivement les variables les moins significatives afin d'obtenir un modèle final dont tous les coefficients sont significatifs. Un seuil standard de p=0,05 a été utilisé. Le modèle ainsi obtenu est présenté dans le tableau 4.9.

Tableau 4.9
Régression linéaire globale

Description	Modèle	Coefficients non standardisés B	Écart standard	Coefficients standardisés Bêta	t	Sig.
	(Constante)	,376	,183		2,050	,042
Rapport sous forme de taux	*RapTaux*	-,271	,125	-,151	-2,179	,031
Identifier	*Id*	-,442	,188	-,319	-2,348	,020
Trouver	*Tr*	-,355	,175	-,272	-2,028	,044
Représenter	*Re*	-,519	,193	-,197	-2,683	,008
Nombres décimaux	*Dec*	,357	,134	,181	2,668	,008
Habiletés	*H*	,443	,075	,450	5,888	,000

a. Variable dépendante : B2007

Ces premiers résultats obtenus montrent que les variables propres aux fractions ne sont pas suffisamment présentes dans le modèle. En effet, 4 des 6 variables, les variables *Id (Identifier), Tr (Trouver), Re (Représenter), H (Habiletés cognitives),* correspondent respectivement à des types de tâches en mathématiques plutôt qu'à des caractéristiques inhérentes aux fractions.

Nous expliquons le peu de présence des variables inhérentes aux fractions par le fait que le raisonnement d'un élève de 4^{e} année est probablement bien différent du raisonnement de l'élève de 8^{e} année. Pour démontrer cette différence, comparons l'item 31 de 4^{e} année avec l'item 52 de 8^{e} année. Les deux items ont des variables communes. Tous deux présentent une situation où l'on doit trouver une proportion en fonction d'une échelle donnée. Bien que les deux items soient similaires dans leur forme et par leurs variables, leur niveau de difficulté s'avère bien différent en fonction des années scolaires : très difficile en 4^{e} année et plutôt facile en 8^{e} année. Ainsi, incorporer ces deux items dans un même modèle pour la difficulté semble causer des problèmes majeurs dans l'analyse de régression.

Comme c'était la 4^{e} année (élèves du primaire) qui correspondait plus précisément à l'objectif de la présente recherche, nous avons dû nous résoudre à poursuivre en ne conservant que les items du niveau primaire.

4.4.2 Analyse descriptive des variables prédictives en lien avec la variable dépendante

Comme c'est la 4^{e} année qui nous intéressait plus particulièrement, nous avons procédé à l'analyse descriptive des 46 variables prédictives en lien avec la variable dépendante pour les 47 items de 4^{e} année seulement. En plus des statistiques descriptives habituelles, nous voulions aussi identifier les variables qui possédaient les plus grandes corrélations avec le niveau de difficulté d'un item.

Le tableau suivant (4.10) nous donne les résultats de l'analyse descriptive pour les 46 variables prédictives : moyenne, valeurs minimale et maximale de la variable, écart type, nombre d'items analysés et corrélation de Pearson avec le paramètre de difficulté. Les coefficients de Pearson sont en quelque sorte un indice de la force du lien entre deux variables. Sa valeur peut se situer entre -1 et 1. Plus elle se rapproche des extrêmes, plus la relation entre les variables est forte. Dans le tableau, les variables qui présentent les relations les plus fortes sont : *TrProb* (r = -0,48), *Id* (r = -0,29) et *H* (r = 0,36). Ainsi, la présence des variables *TrProb* (Trouver une probabilité) ou *Id* (Identifier) dans une tâche en diminuerait son niveau de difficulté. Nous nous attendions à de tels impacts puisque, en général, un élève n'a pas besoin de comprendre profondément le concept de la fraction pour résoudre des questions en probabilité du niveau du primaire, et que la variable *Id (identifier)* décrit une tâche où il ne faut que reconnaitre des faits appris. Il n'y a pas de calculs à faire ou de données manquantes à trouver pour la résoudre. Pour ce qui est de la 3^{e} variable, *H* (Habiletés cognitives), nous nous attentions à ce que cette variable soit assez corrélée puisque tous les items sont soient associés à une tâche de conceptualisation, d'application ou de résolution. La tâche cognitive exigée influence nécessairement le niveau de difficulté d'un item.

Tableau 4.10
Statistiques descriptives

Variable	Moyenne	Ecart type	N	r
B2007	,29	,633	47	1,000
RapPartie-t	,60	,496	47	-,084
RapPartie-p	,04	,204	47	,150
RapTaux	,21	,414	47	-,022
Quotient	,09	,282	47	,107
Mesure	,00	,000	47	
Opérateur	,17	,380	47	,034
Prop	,19	,398	47	,006
Contx	,53	,504	47	,025
Id	,38	,491	47	-,287
Tr	,51	,505	47	,142
Re	,09	,282	47	,055
Part	,11	,312	47	-,016
Pourc	,00	,000	47	
AddSouF	,09	,282	47	-,029
RatxNat	,17	,380	47	-,069
MultDivF	,00	,000	47	
PE-PIn	,13	,337	47	-,158
TrProb	,02	,146	47	-,476
Temps	,04	,204	47	,127
Ech	,09	,282	47	,068
FeqF	,19	,398	47	,165
RatPp	,00	,000	47	
RatPg	,04	,204	47	,025
UnN	,51	,505	47	-,108
UnDeux	,34	,479	47	,103
NTrois	,26	,441	47	,089
NQuatre	,21	,414	47	-,194
NsupQuat	,45	,503	47	,001
DenPair	,74	,441	47	-,067
DenImp	,30	,462	47	,020
FinfDemi	,45	,503	47	-,051
FsupDemi-infUn	,26	,441	47	,203
FsupUn	,02	,146	47	,026
NbreFnaire	,06	,247	47	,096
Nat	,51	,505	47	,126
Dec	,06	,247	47	,260
Txt	,15	,360	47	,020
Cercle	,04	,204	47	,033
ILL	,51	,505	47	-,160
C	,66	,479	47	-,111
ContEntier	,13	,337	47	,038
D	,26	,441	47	-,033
H	,79	,587	47	,363
R	,55	,686	47	,111

Dans le tableau, on peut observer que la valeur de la moyenne et de l'écart type de B2007 se rapprochent (approximativement) des valeurs correspondant à une distribution normale avec une moyenne près de 0 et un écart-type près de 1. Cela est assez représentatif des valeurs pour l'ensemble des items du TEIMS en mathématiques.

Dans le tableau 4.10, on s'aperçoit que certaines variables : *Mesure, Pourc* (Pourcentage), *MultDivF* (Multiplier ou diviser des fractions entre elles), *RatPp* (Ordonner des nombres rationnels du plus petit au plus grand) ont une moyenne nulle. Donc, ces variables ne sont pas présentes dans aucun des items de la 4^{e} année. C'est pour cela qu'il n'y a pas non plus d'écart type pour ces variables. Elles seront évidemment éliminées de la suite des analyses.

4.5 Modèle de régression linéaire du paramètre de difficulté en fonction des variables prédictives

Cette section présente les résultats des analyses de régression linéaire servant à élaborer le modèle prédictif du paramètre de difficulté des tâches portant sur les fractions.

4.5.1 Modèle prédictif obtenu

Pour obtenir un modèle, nous avons mis en relation la variable dépendante et les manifestations de nos 46 variables indépendantes au travers des 47 items de 4^{e} année. Ainsi, nous avons obtenu la contribution de chaque variable au niveau de difficulté d'une tâche, c'est-à-dire, nous avons su dans quelle mesure le taux de réussite de celle-ci peut être expliqué par les variables prédictives.

Nous avons ainsi effectué une régression linéaire multiple avec la méthode descendante. Celle-ci permet d'éliminer progressivement les variables les moins significatives afin d'obtenir un modèle final dont tous les coefficients sont significatifs. Un seuil standard de p = 0,05 a été utilisé. Le modèle ainsi obtenu est présenté dans les tableaux 4.11 à 4.13.

Tableau 4.11
Coefficients de régression pour le modèle de 4e année

Description	Modèle	Coefficients non standardisés B	Coefficients non standardisés Ecart standard	Coefficients standardisés Bêta	*T*	*Sig.*
	(Constante)	1,275	,339		3,761	,00
Quotient	*Quotient*	,618	,281	,275	2,202	,03
Identifier	*Id*	-1,084	,326	-,841	-3,325	,00
Trouver	*Tr*	-,862	,340	-,688	-2,539	,02
Représenter	*Re*	-1,098	,432	-,489	-2,541	,02
Partage égal	*PE-Pin*	-,685	,258	-,365	-2,658	,01
Probabilité	*TrProb*	-1,920	,501	-,442	-3,835	,00
Fractions équivalentes	*FeqF*	,599	,228	,376	2,633	,01
Quarts	*NQuatre*	-,501	,193	-,327	-2,594	,01
Cercle	*Cercle*	,800	,401	,258	1,994	,05

Tableau 4.12
Coefficients de détermination pour le modèle de 4e année

R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation
,740c	,548	,438	,475

a. Prédicteurs : (Constante), Cercle, TrProb, Quotient , NQuatre, PE-Pln, Re, Id, FeqF, Tr
b. Variable dépendante : B2007

Tableau 4.13
Test F pour le modèle de 4e année

	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Sig.
Régression	10,112	9	1,124	4,986	,000c
Résidus	8,338	37	,225		
Total	18,449	46			

On obtient ainsi un coefficient de détermination de 0,55 et un coefficient de détermination ajusté de 0,44 pour les 9 variables indépendantes retenues par l'analyse. Le résultat obtenu au test ANOVA est $F(9) = 4{,}99$ pour une significativité $p < {,}001$. Ces résultats sont plus élevés que ceux obtenus par les chercheurs précédents (section 2.2.3). Par exemple, $R^2 = 0{,}39$ pour Sheehan et Mislevy (1994) et $R^2 = 0{,}36$ pour Enright et Sheehan (2002).

En appliquant l'équation de régression provenant des valeurs de B, on calcule la valeur du taux de réussite pour chaque item à partir de l'équation suivante :

Taux de réussite prédit = 1,28 + 0,62**Quotient* - 1,08**Id* - 0,86**Tr* - 1,10**Re* - 0,69**PE-Pln* - 1,92**TrProb* + 0,60**FeqF* - 0,50**NQuatre* + 0,80**Cercle*.

4.5.2 Interprétation des résultats obtenus et comparaison avec d'autres recherches

Variables Cercle, FeqF, Quotient

Les variables *Cercle, FeqF* (Fractions équivalentes) et *Quotient* indiquent une valeur *B* qui augmente le niveau de difficulté d'un item. Cela correspond bien aux études menées par Desjardins et Hétu (1978) pour la variable *Cercle* et celles menées par Kelly *et al*, (1990), Ni et Zhou (2005) pour la variable *FeqF*. Ces derniers avaient remarqué que la notion d'équivalence des fractions interférait avec les connaissances apprises sur les nombres entiers et en rendait son apprentissage plus difficile.

Variable NQuatre

Comme son coefficient de régression est négatif, la présence de la variable *NQuatre* (fraction *n/4*) tend à diminuer le niveau de difficulté d'un item. Cela correspond généralement à ce qu'avançaient Salim (1978), Kieren et Nelson (1978) et Kieren et Nelson (1978) sur la fraction ¼ à l'effet que c'est une des premières fractions à être maîtrisée.

Variables TrProb, Re, Id, Tr, PE-Pln

Les autres variables avec des valeurs négatives touchent le type de tâches que l'on demande aux élèves : *TrProb* (Trouver une probabilité), *Re* (Représenter), *Id* (Identifier), *Tr* (Trouver), *PE-Pln* (Reconnaître l'importance qu'un tout soit bel et bien partagé en parties égales pour représenter une fraction donnée). Il nous apparait logique que *TrProb* obtienne une valeur *B* = -1,92 quand on regarde l'unique item dans lequel il apparait. Dans cet item, il suffit de trouver parmi des formes géométriques identiques laquelle est la plus noircie. Nous pensons qu'un élève peut répondre à cette question sans même posséder des notions sur les fractions. Parmi les variables *Re*, *Id* et *Tr*, c'est la variable *Re* (Représenter une fraction) qui diminue le plus le niveau de difficulté d'un item. Nous sommes surpris, car nous pensions que cela aurait été le cas de la variable *Id* (Identifier). En effet, la variable *Id* représente les tâches où aucun calcul ne doit être effectué. Les données du problème dont on a besoin pour répondre aux questions sont là, telles quelles. Nous réalisons que bien que la définition de la tâche *Id* semble celle d'une tâche facile à résoudre, certaines identifications se font sur des notions plus difficiles des fractions, comme les nombres décimaux qui font intervenir aussi le sens de la *fraction quotient*. Nous prévoyions que *Tr* (Trouver) serait d'un niveau plus difficile que *Re* et *Id*, ce que révèle effectivement notre modèle, puisqu'il faut procéder à des calculs pour trouver des sommes et des différences entre des fractions, des rapports équivalents, des proportions, des résultats obtenus avec des opérateurs fractionnaires ou des mesures à l'aide d'échelles de mesure. Nous avons enfin été surpris que, parmi ces variables concernant le type de tâches, ce soit *Pe-PIn* (Reconnaître l'importance qu'un tout soit bel et bien partagé en parties égales pour représenter une fraction donnée) qui ait obtenu le *B* le plus grand. Force est de constater que, pour les items analysés, la reconnaissance de l'importance qu'un tout soit partagé en parties égales n'était pas aussi évidente à faire que nous le pensions. C'est peut-être dû aux formes géométriques moins fréquentes des parties ou des touts utilisés dans ces items (triangles, trapèzes, cercles, forme à 7 côtés).

4.5.3 Limites du modèle

Pour tenter d'évaluer les limites du modèle, nous avons étudié les items pour lesquels nos résultats prévus différaient significativement des résultats réels. En tentant de comprendre ce qui explique ces écarts, nous voulions proposer des pistes de nouvelles variables non prévues par le modèle pouvant aussi influencer le niveau de difficulté des items. Le tableau 4.14 présente la différence entre les niveaux de difficulté réels et prévus pour chaque item.

Tableau 4.14
Comparaison entre les niveaux de difficulté réels et prévus

No Item	Liste des variables présentes	B prédit	B réel	Résidus B réel – B prédit
1	*Quotient, Id*	0,81	0,88	0,07
2	*Tr*	0,41	0,23	-0,18
3	*Id, FeqF, NQuatre*	0,29	0,66	0,37
4	*Id*	0,19	0,11	-0,08
5	*Quotient, Id, PE-Pln, NQuatre*	-0,38	-0,70	-0,32
6	*Id, TrProb*	-1,73	-1,73	0
7	*Quotient, Id*	0,81	1,08	0,27
8	*Tr*	0,41	-0,02	-0,43
9A	*Tr*	0,41	1,07	0,66
9B	*Tr*	0,41	1,19	0,78
10A	*Tr*	0,41	-0,49	-0,90
10B	*Tr*	0,41	0,10	-0,31
11	*Re, NQuatre, Cercle*	0,48	0,18	-0,29
12	*Id, PE-Pln*	-0,49	-0,22	0,27
13	*Quotient, Id*	0,81	0,80	-0,01
14	*Tr*	0,41	-0,03	-0,44
15	*Id, NQuatre*	-0,31	0,22	0,53
16	*Tr, FeqF, NQuatre*	0,51	-0,02	-0,53
17	*Id, Tr (car, j'hésitais entre les 2)*	-0,67	-0,80	-0,13
18	*Tr*	0,41	0,40	-0,01
19	*Tr*	0,41	0,10	-0,31
20	*Id*	0,19	-0,48	-0,67
21C	*Tr*	0,41	0,60	0,18
22A*	*Re, FeqF , *Tr*	0,78	0,67	-0,11
22B*	*Re, FeqF , *Tr*	0,78	1,29	0,51
23	*Tr*	0,41	0,36	-0,05
24	*Tr*	0,41	1,37	0,96
25	*Id, FeqF*	0,79	0,35	-0,44
26	*Tr*	0,41	0,76	0,35
27	*PE-Pln*	0,59	0,12	-0,47
28	*Tr*	0,41	0,15	-0,26
29	*Tr, FeqF*	1,01	0,97	-0,04
30	*Tr*	0,41	0,17	-0,24
31	*Tr*	0,41	1,55	1,14
32	*Tr*	0,41	-0,03	-0,45
33	*Re, PE-Pln, FeqF, NQuatre*	-0,41	-0,52	-0,11

No Item	Liste des variables présentes	B prédit	B réel	Résidus B réel – B prédit
34	*Tr, FeqF, NQuatre*	0,51	0,82	0,31
35	*Id*	0,19	-0,03	-0,22
36A	*Id, PE-Pln, Cercle*	0,31	0,60	0,29
36B	*PE-Pln*	0,59	0,93	0,34
37	*Id, FeqF, NQuatre*	0,29	0,34	0,05
38	*Id*	0,19	0,59	0,40
39	*Tr*	0,41	0,50	0,09
40	*Id, NQuatre*	-0,31	-0,63	-0,32
41	*Tr*	0,41	-0,06	-0,47
42	*Id*	0,19	0,15	-0,04
43	*Tr, NQuatre*	-0,09	0,24	0,33

Résidus avec les plus grandes valeurs

Nous avons ainsi analysé dans un premier temps les items avec les plus grandes valeurs de résidus. Cela signifie que dans la réalité, ces items étaient beaucoup plus faciles que ce que nous prédisions. Le tableau 4.15 présente les items les plus surestimés.

Tableau 4.15
Items les plus surestimés

No Item	Nombre de points au-dessus du B réel
10 A	0,90
16	0,53
20	0,67

En observant ces items, nous avons constaté que lorsqu'un item pouvait être résolu à l'aide d'un dessin représentant les parties d'un tout et qu'il n'était, alors, plus nécessaire de faire des calculs, l'item s'avérait peut-être plus facile à réussir. Dans ce contexte, une variable liée à la possibilité de résoudre le problème qu'à l'aide d'un dessin pourrait améliorer le modèle prédictif.

Résidus avec les plus petites valeurs

Nous avons ensuite analysé les items avec les plus petites valeurs de résidus. Cela signifie que dans la réalité, les items étaient beaucoup plus difficiles que ce que nous prédisions. Le tableau 4.16 présente les items les plus sous-estimés.

Tableau 4.16
Items les plus sous-estimés

No Item	Nombre de points en dessous du B réel
9A (1,07)	0,66
9B (1,19)	0,78
15 (0,22)	0,53
22B (0,67)	0,51
24 (0,36)	0,96
31 (0,17)	1,14

En analysant les items pour lesquels les valeurs des résidus sont les plus petites, nous avons observé que lorsqu'une même fraction, dans un énoncé, signifiait tantôt un rapport *partie à partie*, tantôt un rapport *partie à tout*, cela pouvait rendre l'item plus difficile. Dans ce contexte, une variable liée à la multiplicité des sens d'une même fraction dans une même tâche pourrait probablement considérer cet effet et améliorer le modèle prédictif.

L'observation des items sous-estimés a aussi permis de proposer que la forme géométrique servant à représenter le tout ainsi que ses parties puisse influencer le niveau de difficulté d'une question portant sur un tout continu. Par exemple, dans les items observés, les triangles pourraient être significativement plus difficiles à traiter que les carrés ou les rectangles. Encore une fois, la mise à l'épreuve de cette nouvelle variable pourrait améliorer le modèle prédictif.

Choix du coefficient de détermination

L'analyse proposait différents modèles avec différents coefficients de détermination. Nous avons choisi le modèle avec un coefficient de détermination d'une valeur de 0,55 qui correspond à un effet de grande taille selon la classification de Cohen (1988). Ce modèle présentait 9 variables significatives (nous avons appliqué un seuil de 0,05). D'autres modèles présentaient des coefficients de détermination nettement plus élevés. L'un de ces modèles sera présenté dans la prochaine section. Mais, c'était des coefficients surdéterminés, car les trop nombreuses variables que ces modèles retenaient étaient bien souvent peu ou pas significatives. Leurs coefficients de détermination élevés s'expliquent tout simplement en raison du fait que ces modèles retiennent un trop grand nombre de variables par rapport au nombre total d'items analysés.

Nous avons alors cru nécessaire, afin de maximiser la qualité du modèle produit, de limiter le nombre de variables à 20% du nombre d'items (9 variables/47 items).

4.5.4 Exemple de modèle surdéterminé

Nous présentons ici les résultats que nous obtenons quand nous choisissons un modèle avec un coefficient de détermination très élevé. Comme expliqué précédemment, le coefficient est très élevé parce que le modèle retient un nombre de variables trop grand comparativement au nombre d'items analysés. Cela en fausse l'analyse. Les tableaux 4.17 à 4.19 présentent différents résultats issus de nos analyses effectuées sur ce modèle.

Tableau 4.17
Coefficients de régression pour le modèle surdéterminé de 4e année

Modèle	Coefficients non standardisés B	Coefficients non standardisés Ecart standard	Coefficients standardisés Bêta	*T*	*Sig.*
(Constante)	1,774	1,017		1,745	,141
RapPartieT	2,186	1,845	1,712	1,185	,289
RapPartieP	1,925	2,121	,620	,907	,406
RapTaux	1,101	1,747	,719	,630	,556
Quotient	3,042	1,867	1,355	1,629	,164
Opérateur	-,334	,784	-,200	-,426	,688
Prop	1,538	2,359	,966	,652	,543
Contx	-,458	,473	-,365	-,969	,377
Id	-1,129	,768	-,876	-1,470	,201
Tr	-1,324	,687	-1,056	-1,927	,112
Re	-1,753	,976	-,781	-1,795	,133
Part	,330	,895	,163	,369	,727
AddSouF	-,192	,662	-,085	-,290	,784
RatxNat	,227	,863	,136	,263	,803
PEPin	-1,325	,663	-,706	-1,999	,102
TrProb	-1,166	,641	-,269	-1,820	,128
Temps	-,399	,681	-,129	-,587	,583
Ech	1,145	,770	,510	1,486	,197
FeqF	,694	,524	,436	1,324	,243
RatPg	,391	,597	,126	,654	,542
UnN	-,387	,334	-,309	-1,160	,298
UnDeux	,646	,630	,489	1,026	,352
Ntrois	,620	,818	,431	,758	,482
Nquatre	-,419	1,089	-,274	-,385	,716
NsupQuat	-,306	1,003	-,243	-,305	,773
DenPair	-,860	1,086	-,599	-,793	,464
DenImp	-1,040	,827	-,759	-1,258	,264
FinfDemi	,221	,416	,176	,533	,617
FsupDemiInfUn	,485	,352	,337	1,375	,227
FsupUn	,332	,913	,077	,364	,731
NbreFnaire	1,718	,987	,670	1,741	,142
Nat	-,012	,417	-,009	-,028	,979
Dec	-2,035	2,044	-,794	-,996	,365
Txt	-,164	,469	-,093	-,349	,741
Cercle	1,130	,879	,364	1,285	,255
ILL	,126	,350	,100	,359	,734
C	-1,895	1,762	-1,433	-1,076	,331
ContEntier	-,818	1,461	-,436	-,560	,599
D	-2,002	2,089	-1,393	-,958	,382
H	,328	,460	,304	,714	,507
R	,149	,457	,162	,327	,757
FPlusSens	,977	,952	,315	1,027	,352

Modèle	Coefficients non standardisés B	Ecart standard	Coefficients standardisés Bêta	*T*	*Sig.*
(Constante)	1,768	,910		1,943	,100
RapPartieT	2,194	1,664	1,718	1,319	,235
RapPartieP	1,935	1,904	,623	1,017	,349
RapTaux	1,096	1,587	,716	,690	,516
Quotient	3,044	1,703	1,356	1,787	,124
Opérateur	-,326	,675	-,196	-,484	,646
Prop	1,566	1,949	,984	,804	,452
Contx	-,462	,415	-,368	-1,114	,308
Id	-1,123	,675	-,871	-1,665	,147
Tr	-1,322	,626	-1,055	-2,112	,079
Re	-1,763	,823	-,785	-2,144	,076
Part	,344	,694	,169	,495	,638
AddSouF	-,183	,533	-,081	-,343	,743
RatxNat	,228	,787	,137	,290	,782
PEPin	-1,333	,547	-,710	-2,438	,051
TrProb	-1,165	,582	-,268	-2,000	,092
Temps	-,405	,598	-,130	-,676	,524

Tableau 4.18
Coefficients de détermination pour le modèle surdéterminé de 4e année

R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation
,983	,966	,683	,356

Tableau 4.19
Test F pour le modèle surdéterminé de 4e année

	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Sig.
Régression	17,818	41	,435	3,421	,086
Résidus	,635	5	,127		
Total	18,453	46			

Ce modèle obtient un coefficient de détermination très élevé (0,97). Pourtant aucune de ses variables n'est significative puisque la valeur de chacune d'entre elles se situe au-dessus du seuil de 0,05. C'est un modèle erroné qui exagère sa capacité à déterminer, c'est un modèle surdéterminé. Ce résultat était prévisible. En effet, nous avons un trop petit nombre d'items (47) pour nous permettre de laisser autant de variables dans un modèle. Plus le nombre de variables se rapproche du nombre d'items analysés, plus les résultats de l'analyse de régression linéaire donnent un modèle avec un coefficient de détermination élevé, mais aucunement significatif.

C'est pour cela qu'il est important de réduire le nombre de variables de notre modèle afin d'en augmenter sa significativité. Le modèle à 9 variables n'est pas surdéterminé. Cependant, bien que ce premier modèle produit soit satisfaisant, nous pensons pouvoir l'améliorer en y insérant les variables que nous a suggérées notre analyse sur les résidus détenant les plus grandes et les plus petites valeurs. Dans la prochaine section, nous vous présentons les résultats obtenus après l'insertion de ces nouvelles variables.

4.5.5 Modèle final

Le modèle final, présenté dans cette section, considère les nouvelles variables mentionnées, précédemment, comme étant susceptibles d'augmenter la qualité du modèle prédictif à 9 variables.

La première variable est celle liée à la possibilité de résoudre un problème à l'aide d'un dessin. Cette variable se nommera *SolutionDessin (SolnDessin)* et devrait faciliter les tâches dans lesquelles elle est présente. La deuxième variable indique la multiplicité des sens d'une même fraction dans une même tâche. Cette variable se nommera *FractionPlusieursSens (FPlusSens)* et devrait augmenter le niveau de difficulté. Enfin, la forme géométrique servant à représenter le tout ainsi que ses parties pourrait influencer le niveau de difficulté d'une question portant sur un tout continu. Nous ajouterons ici, sous forme de variables, les formes les plus souvent représentées pour les touts: le carré (*FormTCarre*), le rectangle (*FormTRect*) et le triangle (*FormTTri*), ainsi que les autres formes (*FormTAut*). Nous ferons de même pour les parties : formes carrées(*FormPCarre*), formes rectangulaires(*FormPRect*), formes triangulaires (*FormPTri*) et autres formes (*FormPAut*).

Les items ont été classés selon ces 10 nouvelles variables qui ont ensuite été ajoutées au modèle de régression à 9 variables. Les résultats obtenus pour le modèle final sont présentés dans les tableaux 4.20 à 4.21.

Tableau 4.20
Coefficients de régression pour le modèle final de 4^e année

Description	Modèle	Coefficients non standardisés B	Coefficients non standardisés Ecart standard	Coefficients standardisés Bêta	T	Sig.
	(Constante)	1,240	,320		3,879	,000
Sens multiples	*FPlusSens*	,789	,332	,254	2,379	,023
Quotient	*Quotient*	,624	,264	,278	2,361	,024
Identifier	*Id*	-1,059	,307	-,822	-3,448	,001
Trouver	*Tr*	-,899	,320	-,718	-2,808	,008
Représenter	*Re*	-1,099	,407	-,489	-2,699	,011
Partage égal	*PEPin*	-,674	,243	-,359	-2,779	,009
Probabilité	*TrProb*	-1,911	,472	-,440	-4,051	,000
Fractions équivalentes	*FeqF*	,630	,215	,396	2,935	,006
Quarts	*Nquatre*	-,485	,182	-,317	-2,667	,011
Cercle	*Cercle*	,809	,378	,261	2,141	,039

Nous observons qu'une nouvelle variable s'insère dans le modèle : *FPlusSens*. Elle est significative et fortement corrélée à la variable dépendante (le niveau de difficulté d'une tâche). Sa valeur *B* se rapproche de 1. C'est donc que sa présence dans un item augmente le niveau de difficulté de celui-ci. C'était ce qui était prévu.

Tableau 4.21
Coefficients de détermination pour le modèle final de 4^e année

R	R-deux	R-deux ajusté	Erreur standard de l'estimation
,781	,610	,502	,447

a. Prédicteurs : FPlusSens, Cercle, TrProb, Quotient , NQuatre, PE-PIn, Re, Id, FeqF, Tr
b. Variable dépendante : B2007

Tableau 4.22
Test F pour le modèle final de 4^e année

	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Sig.
Régression	11,255	10	1,126	5,629	,000
Résidus	7,198	36	,200		
Total	18,453	46			

Ce modèle prédictif à 10 variables a un coefficient de détermination de 0,61 et un coefficient de détermination ajusté de 0,50. Ces résultats sont plus élevés que ceux obtenus pour le modèle à 9 variables (R^2 = 0,55, et R^2ajusté = 0,44). Ainsi, nous opterons pour ce nouveau modèle à 10 variables, notre modèle final, puisqu'il est meilleur. En appliquant l'équation de régression provenant des valeurs de *B*, on calcule la valeur du taux de réussite pour chaque item à partir de l'équation suivante :

Taux de réussite prédit = 1,24 + 0,79**FPLusSens* + 0,62**Quotient* - 1,06**Id* - 0,90**Tr* - 1,10**Re* - 0,67**PE-Pln* - 1,9**TrProb* + 0,63**FeqF* - 0,49**NQuatre* + 0,81**Cercle*.

4.6 Prototype de tâche d'évaluation basé sur le modèle de régression

Cette dernière section est consacrée à un prototype d'application du modèle de régression obtenu et vise essentiellement à illustrer son utilisation possible pour la production d'un grand nombre de tâches différentes dont la difficulté est connue à l'avance. Ce prototype est constitué de deux parties, soit une mise en situation suivie d'une question. La mise en situation proposée est d'abord décrite de la façon la plus générale possible de façon à bien rendre compte de l'effet de chacune des variables. Un exemple plus concret suit.

Mise en situation générale

__________ (Prénom de l'enfant1) et __________ (Prénom de l'enfant2) jouent à un jeu bien amusant : ils lancent des __________ (cailloux/fléchettes/jetons) sur ______________ (1, 2, 3 ou 4) cible(s) de forme et de dimensions identiques. Quand un(e) __________ (caillou/ fléchette/ jeton) tombe sur une partie noircie __________ (de la/d'une des) cible(s), cela donne 1 point à celui qui l'a lancé.

__________ (Prénom1) a __________ (1 à 20) __________ (cailloux/ fléchettes/ jetons) dans son sac.

__________ (Prénom2) a __________ (1 à 20) __________ (cailloux/ fléchettes/ jetons) dans son sac.

(Les cibles : en fonction du nombre de cibles choisies précédemment)
Description des cibles

- *La cible A est de forme __________________ (triangulaire, carrée, rectangulaire, circulaire). Elle est divisée en __________ (2 à 20) parties égales. __________ (2 à 20) parties sont noircies.*

- *La cible B est aussi de forme __________________ (triangulaire, carrée, rectangulaire, circulaire). Elle est divisée en __________ (2 à 20) parties égales. __________ (2 à 20) parties sont noircies.*

- *La cible C est aussi de forme __________________ (triangulaire, carrée, rectangulaire, circulaire). Elle est divisée en __________ (2 à 20) parties égales. __________ (2 à 20) parties sont noircies.*

- *La cible D est aussi de forme __________________ (triangulaire, carrée, rectangulaire, circulaire). Elle est divisée en __________ (2 à 20) parties égales. __________ (2 à 20) parties sont noircies.*

Exemple de mise en situation

Julie et Marco jouent à un jeu bien amusant : ils lancent des cailloux sur 2 cibles de forme et de dimensions identiques. Quand un caillou tombe sur une partie noircie d'une des cibles, cela donne 1 point à celui qui l'a lancé.

Julie a 10 cailloux dans son sac.
Marco a 40 cailloux dans son sac.

- *La cible A est de forme rectangulaire. Elle est divisée en 10 parties égales. 5 parties sont noircies.*
- *La cible B est de forme rectangulaire. Elle est divisée en 10 parties égales. 8 parties sont noircies.*

Cette mise en situation doit évidemment être suivie d'une question à poser à l'élève. La mise en situation a été choisie afin de permettre toutes les combinaisons de variables prédictives dans la question. Les exemples qui suivent permettent d'illustrer plusieurs de ces possibilités. Pour chacune, le modèle prédictif permet d'obtenir le niveau difficulté attendu.

Exemples de questions et calcul de leur niveau de difficulté

Exemple de question	Variables introduites	Calcul du niveau de difficulté
Quelle fraction représente les parties noircies de la cible B? a) 10/5 b) 5/5 c) 5/10 d) 8/10	Id	1,24 - 1,06 = 0,18
Pour augmenter leurs chances de voir leurs cailloux tomber sur une partie noircie, Julie et Marco devraient lancer plus souvent sur quelle cible? a) Cible A b) Cible B	Id TrProb	1,24 - 1,06 - 1,90 = -1,72
La fraction des parties noires de la cible A équivaut aux 4/10 de la cible. Quelle expression est équivalente? a) 0,6 b) 0,5 c) 0,4 d) 0,1	Id FeqF Quotient	1,24 - 1,06 + 0,63 + 0,62 = 1,43
Quel nombre décimal équivaut à la fraction qui représente les parties noircies de la cible B? a) 0,1 b) 0,4 c) 0,8 d) 0,5	Tr FeqF Quotient	1,24 -0,90 + 0,63 + 0,62 = 1,59
Marco trouve deux nouvelles cibles. Elles ont la même forme circulaire et la même grosseur. Mais, sur le cercle A, le ¼ est noircie. Pour le cercle B, c'est le 1/3. 1) Colorie les cibles A et B en fonction de la fraction qui représente leur partie noircie. Cible A Cible B (cercle ici) (cercle ici)	Re Pe-Pln NQuatre Cercle	1,24 - 1,10 - 0,67 - 0,49 + 0,81 = -0,21
Julie dit que pour chaque caillou qu'elle a, Marco en a 4. Elle affirme que cela veut dire qu'elle a ¼ de tous les cailloux. Est-ce que Julie a raison? Explique.	Tr NQuatre FeqF FPlusSens	1,24 - 0,90 - 0,49 + 0,63 + 0,79 = 1,27
Marco donne 1/4 de ses cailloux à Julie. Julie lance tous ses cailloux sur chacune des cibles. La première fois, 1/5 de tous ses cailloux touchent à une des parties noircies de la cible rectangulaire A. La deuxième fois, 0,5 de tous ses cailloux touchent à une des parties noircies de la cible rectangulaire B. a) Trouve le nombre de points que Julie a en tout. b) Explique pourquoi il est normal que plus de cailloux avaient la chance d'atterrir sur les parties noires de la cible A que sur celles de la cible B. c)Identifie la fraction équivalente à 1/5 parmi les choix suivants : a) 4/10 b) 1/10 c) 4/8 d) 2/10	a) Tr NQuatre Quotient FeqF b) Id TrProb c) Id FeqF	1,24 - 0,90 - 0,49 + 0,62 + 0,63 = 1,10 1,24 - 1,06 - 1,90 = -1,72 1,24 - 1,06 + 0,63 = 0,81

Comme le modèle proposé comporte 10 variables prédictives binaires, il permet de créer 2^10 = 1024 questions différentes dont les paramètres de difficulté seront aussi possiblement différents. Les coefficients obtenus permettent d'estimer que le domaine des valeurs prédites variera de -4,88 à 3,30.

CONCLUSION

La problématique du décrochage scolaire était à la base de ce projet de recherche. Nous désirions contribuer aux efforts déployés pour contrer ce problème bien présent au Québec. Nous nous intéressions particulièrement à l'idée, amenée par plusieurs auteurs, que les enseignants doivent donner des tâches adaptées au niveau d'habileté individuel de leurs élèves afin que ceux-ci vivent des réussites. Fiers de leurs réussites et se sentant plus compétents, les élèves, et en particulier les plus vulnérables, seraient plus enclins à fournir les efforts exigés, à mieux performer et à persévérer plus longtemps. Pour arriver à donner des tâches adaptées au niveau d'habileté individuel de leurs élèves, les enseignants doivent connaître le niveau de difficulté de celles-ci.

Pour contribuer à répondre à ce besoin, nous nous sommes tournés vers le courant de recherche sur la production automatisée de tâches d'évaluation. Nous nous intéressions plus particulièrement aux tâches sur les fractions au niveau de la quatrième année du primaire et nous visions la production d'un modèle formel permettant la création d'un grand nombre de tâches variées pour lesquelles le niveau de difficulté serait connu d'avance. Ainsi, nous espérions guider les enseignants dans le choix éventuel des tâches qu'ils soumettent à leurs élèves puisque le modèle veut leur permettre de choisir des niveaux de difficulté adéquats en fonction du niveau d'habileté individuel des élèves.

Dans le contexte théorique, nous nous sommes appuyés sur des recherches pour trouver et rendre opérationnelles des variables prédictives du niveau de difficulté des tâches sur les fractions. Ensuite, nous avons procédé aux analyses descriptives et de régression linéaire du paramètre de difficulté en fonction des 46 variables prédictives ainsi obtenues.

Le modèle obtenu comporte 10 variables prédictives dont les coefficients de régression sont significatifs. Ces variables permettent de prédire le paramètre de difficulté avec un coefficient de détermination (R^2) de 0,61 et un coefficient de détermination ajusté de

0,50. Le résultat obtenu au test ANOVA est $F(10) = 5,63$ pour une significativité $p < ,001$. L'équation obtenue est :

> Taux de réussite prédit = 1,24 + 0,79**FPLusSens* + 0,62**Quotient* - 1,06**Id* - 0,90**Tr* - 1,10**Re* - 0,67**PE-Pln* - 1,9**TrProb* + 0,63**FeqF* - 0,49**NQuatre* + 0,81**Cercle*.

Parmi les variables retenues, plusieurs confirmaient des recherches précédentes quant à leur impact possible sur le niveau de difficulté. Par exemple, la présence d'un cercle (variable *Cercle*), le sens *fraction quotient* (variable *Quotient*) et l'équivalence des fractions (variable *FeqF*) auraient un impact significatif sur le niveau de difficulté en l'augmentant. À l'opposé, la présence des fractions de type *n/4* (variable *NQuatre*) tendrait à diminuer le niveau de difficulté.

Nous avons ensuite créé un prototype de question constitué d'une mise en situation générale et d'exemples de questions pour lesquelles on peut prédire le niveau de difficulté à l'aide du modèle. Comme le modèle proposé comporte 10 variables prédictives binaires, il permet de créer 2^10 = 1024 questions différentes dont le paramètre de difficulté sera aussi possiblement différent. Les coefficients obtenus permettent d'estimer que le domaine des valeurs prédites pour l'indice de difficulté variera de -4,88 (très facile) à 3,30 (très difficile). À titre de comparaison, l'indice de difficulté pour les tâches sur les fractions du TEIMS varie de -1,73 (facile) à 1,37 (difficile). Les taux de réussite correspondants pour le TEIMS étaient respectivement de 72% (item M011060) et 30% (item M031008).

Le modèle obtenu présente évidemment quelques limites. Une première concerne le nombre relativement limité de tâches analysées. En effet, en incluant toutes les tâches de l'enquête internationale retenue, nous n'avons recensé qu'une cinquantaine portant spécifiquement sur les fractions en quatrième année. Notre tentative d'augmenter ce nombre en considérant les tâches de la huitième année s'étant avérée infructueuse, il faut reconnaître qu'une analyse portant sur un plus grand nombre de tâches aurait été souhaitable. Une seconde limite concerne la formulation des tâches considérées qui provenaient toutes de l'enquête TEIMS. Bien que cela puisse présenter un avantage quant à la qualité des tâches produites dans le contexte d'une équipe internationale, il n'en demeure pas moins qu'elles présentent des caractéristiques limitées au contexte de cette enquête. D'autres tâches convenant à d'autres contextes auraient pu aussi être considérées. Une troisième limite concerne le modèle prédictif produit qui, bien qu'il repose sur des données internationales comportant près d'un million de sujets, n'a pas été éprouvé auprès d'une nouvelle population d'élèves. Cette étape aurait permis de renforcer la validité externe du modèle. Enfin, une dernière limite découle du choix de ne modéliser dans un premier temps que le paramètre de difficulté des tâches. Il aurait été évidemment souhaitable dans un cas idéal de considérer aussi les paramètres de discrimination et de pseudo-chance afin de mieux comprendre les propriétés liées à la réussite des tâches portant sur les fractions.

Nous croyons que malgré ses limites, le modèle formel produit dans cette recherche et permettant de prédire le niveau de difficulté de tâches portant sur les fractions peut être un outil intéressant pour guider les enseignants du primaire dans le choix de tâches appropriées à donner à leurs élèves. En plus, il augmente considérablement le nombre de tâches auxquelles les enseignants ont accès.

Des recherches futures pourraient améliorer notre modèle prédictif du niveau de difficulté de tâches sur les fractions au primaire. Par exemple, il serait fort intéressant de reprendre l'analyse des 46 variables, qui couvrent bien le concept de la fraction vu au primaire, avec cette fois, un plus grand nombre de tâches convenant à une plus grande diversité de contextes, par exemple, provenant de plusieurs enquêtes différentes (TEIMS, PISA, PASEC, etc.), de contextes extrascolaires plus authentiques, ou même une série de tâches construites à partir du modèle général développé dans ce projet.

Nous pensons que les résultats de notre projet contribuent à démontrer que les modèles formels permettant la création d'un grand nombre de tâches variées pour lesquelles le niveau de difficulté serait connu d'avance peuvent jouer un certain rôle dans le développement de l'estime de soi et du sentiment de compétence chez un élève, et, par le fait même, l'aider à persévérer dans son cheminement scolaire.

RÉFÉRENCES

Angoff, W. H. (1971). Scales, norms, and equivalent scores. In R. L. Thorndike (Ed.), Educational measurement (2nd ed., pp. 508-600). Washington, DC: American Council on Education.

Ashcraft, M. H., & Faust, M. W. (1994). Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. Cognition & Emotion, 8, 97–125, http://dx.doi.org/10.1080/02699939408408931.

Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. Psychonomic Bulletin and Review, 14, 243–248, http://dx.doi.org/10.3758/BF03194059.

Bailey, D.H., Siegler, R.S. et Geary, D.C. (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. Repéré à http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4146696

Baker, L., and A. Wigfield. (1999). Dimensions of children's motivation for reading and their relations to reading activity and reading achievement. Reading Research Quarterly 34 (4): 452-57.

Bandalos, D. L., Yates, K., & Thorndike-Christ, T. (1995). Effects ofmath self-concept, perceived self-efficacy, and attributions for failure and success on test anxiety. *Journal of Educational Psychology, 87*, 611–623, http://dx.doi.org/10.1037//0022-0663.87.4.611.

Bandura, A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. Educational Psychologist 28 (2): 117-48.

Behr, M., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 91-126). New York: Academic Press.

Bergeron, J. and Herscovics, N. (1987). Unit fractions of a continuous whole, in J. Bergeron, N. Herscovics and C. Chilean (Eds.), Proceedings of the Eleventh International Conference of Psychology of Mathematics Education 1, Montreal, 357-365.

Bertrand, R. et Blais, J-G. (2004). *Modèle de mesure : l'apport de la théorie des réponses à l'item*. Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec, 57 et 133.

Blouin, P. (2002). *Dessine-moi un bateau : la multiplication par un et demi.* Montréal : Éditions Bande Didactique.

Bormuth, J. R. (1970), *On the theory of achievement test items,* Chicago, University of Chicago press.

Brassard, C. (1997). Élaboration d'un premier sens de la fraction chez les élèves en difficulté d'apprentissage du deuxième cycle du primaire, la relation partie-tout. (Mémoire de maîtrise). Université du Québec à Montréal.

Cairns, B. et Cairns, D. (1994). *Lifelines and risks.* New York, NY: Harvester Wheatsheaf.

Carroll, J. B., Meade, A. et Johnson, E.S. (1991), «Test analysis with the person characteristic function: implications for defining abilities», dans R. E. Snow et D. E. Wiley (dir.), *Improving inquiry in education, psychology and social science: a book in honour of Lee J. Cronbach, Hillsdale,* NJ, Lawrence Erlbaum Associates, p.109-143.

Casteel, C. P., B. A. Isom, and K. F. Jordan. (2000). Creating confident and competent readers: Transactional strategies instruction. Intervention in School and Clinic 36 (2): 67-74.

Chapman, J. W., and W. E. Tunmer. (2003). Reading difficulties, read- ing-related self-perceptions, and strategies for overcoming negative self-beliefs. Reading and Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties 19 (1): 5-24.

Chenu, F. (2004). Motivation et démotivation: les élèves ont la parole. *Actes du 3^e^ congrès des chercheurs en éducation, Espace Flagey, Bruxelles, Mai 2004,* http://hdl.handle.net/2268/62872

Chinn, S. (2009). Mathematics anxiety in secondary students in England. *Dyslexia, 15,* 61–68, http://dx.doi.org/10.1002/dys.381

Crisp, V. et Grayson, R. (2013). Modelling question difficulty in an A level physics examination. *Research papers in education,* 28 (3), 346-372.

Desjardins, M. et Hétu, J.-C.(1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions.* Montréal : Presses de l'Université du Québec.

Dornbush, S. M., Mounts, N., Lamborn, S. D. et Steinberg, L. (1991). Patterns of competence and adjustment among adolescents from authoritative, authoritatian, indulgent, and neglectful families. *Child Development, 62,* 1049-1065.

Ekstrom, R. B., Goertz, M. E., Pollack, J. M. et Rock, D. A (1986). Who drops out of high schooland why? Finding from a National Study. *Teachers College Record, 87,* 356-373.

El-Assadi, M. (2008). *Étude de la notion de proportionnalité chez des élèves du secondaire de la première nation crie.* (Mémoire de maîtrise). Université du Québec à Montréal. Récupéré d'*Archipel,* l'archive de publications électroniques de l'UQAM, http://www.archipel.uqam.ca/1890/1/M10687.pdf

Enright, M. K. et Sheehan, K. M. (2002). Modeling the difficulty of quantitative reasoning items: Implications for item generation. In Irvine, S. H. and Kyllonen, P. C. *Item Generation for Test Developmentr-Mahwah,* N.J.

Fortin, L. (1992). Comparaison des comportements des élèves avec troubles d'apprentissage, troublesde comportement avec ceux dits ordinaires. *Apprentissage et socialisation,* 75(1), 18-28.

Fortin, L. et Picard, Y. (1999). Les élèves à risque de décrochage scolaire : facteurs discriminants entre décrocheurs et persévérants. *Revue des sciences de l'éducation, 25*(2), 359-374, http://id.erudit.org/iderudit/032005ar

Gilmore, J. (2010). Tendances du taux de décrochage et des résultats sur le marché du travail des jeunes décrocheurs. *Questions d'éducation :le point sur l'éducation, l'apprentissage et la formation au Canada, 9*(1), http://www.statcan.gc.ca/pub/81-004-x/2010004/article/11339-fra.htm#a

Guay, F., Marsh, H. W., & Boivin, M. (2003). Academic self-concept and academic achievement: Developmental perspectives on their causal ordering. *Journal of Educational Psychology, 95,* 124–136, http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.95.1.124.

Harter, S. (1982). The perceived competence scale for children. *Child Development, 53,* 87–97, http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-8624.1982.tb01295.x.

Hecht, S. A., &Vagi, K. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of Educational Psychology,* **102**(4), 843–859. doi:10.1037/a0019824

Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education, 21,* 33–46, http://dx.doi.org/10.2307/749455.

Henk, W. A., and S. A. Melnick. (1995). The reader self-perception scale (RSPS): A new tool for measuring how children feel about themselves as readers. Reading Teacher 48:470-82.

Hess, A. (1986). Educational triage in an urban school. *Metropolitan Education, 1(2)* 370-380.

Hively, W., Patterson, H. L. et Page, S. (1968), « A « universe-defined »system of arithmetic achievement test », *Journal of educational measurement,* no 5, p.275-290.

Impara, J. et Plake, B. (1998). Teachers' Ability to Estimate Item Difficulty : A Test of the Assumptions in the Angoff Standard Setting Method. *Journal of Education Measurement, 35*(1), 69-81, http://www.jstor.org/stable/1435414

Irvine, S. H., Dann, P. L. et Evans, J. St. B. T. (1987), *Item generative approaches for computer-based testing : a prospectus for research.* Report for the army personnel research establishment, Plymouth, UK, Human assessment laboratory, University of Plymouth.

Jansen, B., Louwerse, J., Straatemeier, M., H.G. Van der Ven, S., Klinkenberg, S et L.J. Van der Mass, H. (2012). The influence of experiencing success in math on math anxiety, perceived math competence, and math performance. Repéré à http://hvandermaas.socsci.uva.nl/Homepage_Han_van_der_Maas/Publications_files/papers/jansen%20LID.pdf

Jinks, J., and V. Morgan. (1999). Children's perceived academic self- efficacy: An inventory scale. The Clearing House 72 (4): 224-30.

Kelly, B., Gersten, R., & Carnine, D. (1990). Student error patterns as a function of curriculum design: Teaching fractions to remedial high school students and high school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, **23**(1), 23–29.

Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: papers from a research workshop* (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.

Kieren, T. E. (1980). The rational number construct: Its element and mechanisms. In T. E. Kieren (Ed.). *Recent research on number learning.* Colombus, Ohio: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education.

Kieren, T. E. (1988) Personal Knowledge of Rational Numbers : Its Intuitive and Formal Development. In Hiebert, J., Behr, M. (eds). *Number Concepts and Oprations in the Middle Grades.* Reston, Virginia: Lawrence Erlbaum Ass. pp. 162-181.

Kortering, L., Haring, N. et Klockars, A. (1992). The identification of high-school dropout identifiedas learning disabled: Evaluating the utility of a discriminant analysis function. *Exceptional Children, 58(5),* 442-455.

Krinzinger, H., Kaufmann, L., & Willmes, K. (2009). Math anxiety and math ability in early primary school years. *Journal of Psychoeducational Assessment, 27*, 206–225, http://dx.doi.org/10.1177/0734282908330583.

Lane, S. (1991a). Use of Restricted Item Response Models for Examining Item Difficulty Ordering and Siope Uniformity. *Educational measurement,* vol. 28, No. 4, p.295 309.

La Presse canadienne. (2012, 20 février). Le décrochage scolaire s'est amplifié dans plusieurs régions. *Le Devoir.* Récupéré de http://www.ledevoir.com/societe/education/343137/le-decrochage-scolaire-s-est-amplifie-dans-plusieurs-regions

Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences, 19*, 355–365, http://dx.doi.org/10.1016/j.lindif.2008.10.009.

Leslie, L., and J. Caldwell. (2001). Qualitative Reading Inventory-3. NY: Longman.

Lipson, M. Y., and K. K. Wixson. (1997). Assessment and instruction of reading disability: An interactive approach. 2nd ed. NY: Longman.

Lynch, J. (2002). Parents' self-efficacy beliefs, parents' gender, children's reader self-perceptions, reading achievement and gender. Journal of Research in Reading 25 (1): 54-67.

Margolis, H. et McCabe, P. (2004). Self-Efficacy : A key to Improving the Motivation of Stuggling Learners. *The Clearing House, 77*(6), 241-249, http://www.jstor.org/stable/30190019

Marsh, H. W., & Martin, A. J. (2011). Academic self-concept and academic achievement: Relations and causal ordering. *British Journal of Educational Psychology, 81*, 59–77, http://dx.doi.org/10.1348/000709910X503501.

McCormick, S. (2003). Instructing students who have literacy problems. 4th ed. Englewood Cliffs, NJ: Merrill.

Ministère de l'Éducation du Québec et MSRI. (2015). *Les décrocheurs annuels des écoles secondaires du Québec: Qui sont les décrocheurs en fin de parcours? Que leur manque-t-*

il pour obtenir un diplôme? [PDF] Bulletin Statistiques de l'Éducaiton. N°43. Récupéré de http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/PSG/statistiques_info_decisionnelle/BulletinStatistique43_f.pdf)

National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel.* Washington, DC: U.S. Department of Education.

Newcomer, P. L. (1986). Standardized Reading Inventory (manual). Austin, TX: Pro-Ed.

Newton, Kristie J., Williard, C. et Teufel, C. (2014). *An examination of the ways that students with learning disabilities solve fraction computation problems.* Repéré à http://www.journals.uchicago.edu/doi/pdfplus10.1086/676949

Ni, Y., & Zhou, Y. (2005). Teaching and learning fractions and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, **40**(1), 27–52.

Ormrod, J. E. (2000). Educational psychology: Developing learners. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs in academic settings. Review of Educational Research 66 (4): 543-78.

Pajares, F. (2003). Self-efficacy beliefs, motivation, and achievement in writing: A review of the literature. Reading and Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties 19 (2): 139-58.

Pajares, F., and D. H. Schunk. (2001). Self-beliefs and school success: Self-efficacy, self-concept, and school achievement. In Perception, 239-66., ed. R. Riding and S. Rayner London: Ablex Publishing.

Parker, J. G. et Asher, S. R. (1987). Peer relations and later personal adjustment: Are low-accepted children at risk? *Psychological Bulletin, 102(3)* 357-389.

Parrat-Dayan, S., Voneche, J. (1991). Conservation, notions et pratiques cognitives: étude de leurs interrelations. In Bideaud, J., Meljac, C., Fischer, J.-P. (Eds.). Les chemins du nombre. Presses Universitaires de Lille. pp. 91-112.

Paulin, J. (2004). *L'enseignement et l'apprentissage de la fraction dans le cadre du nouveau programme de formation de l'école québécoise relative au domaine* *d'apprentissage de la mathématique* (Rapport d'activité). Université du Québec à Montréal.

Piaget, J., Inhelder, B., Szeminska, A. (1948). La géométrie spontanée de l'enfant. Paris: PUF, 514p.

Pintrich, P. R., and D. H. Schunk. (2002). Motivation in education: Theory, research, and applications. 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Pothier, Y. and Sawada, D. (1983). Partitioning: The emergence of rational number ideas in young children, *Journal for Research in Mathematics Education* 14(5), 307–317.

Riopel, M., Raîche, G., Potvin, P. et Pilote, M. (2008), *La production automatisée de tâches d'évaluation*. Université du Québec à Montréal.

Robert, P., de Bellefonds, C., Chantreau, S., Drivaud, M.-H., Laporte, L. (2013). *Le Petit Robert 2014*. Paris: Dictionnaires Le Robert.

Rosar, D., Van Nieuwenhoven, C. et Jonnaert, P. (2007). Les fractions, comment mieux comprendre les difficultés rencontrées par les élèves?, *Instantanés mathématiques*, Hiver, 4-15, http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip/imprimersans.php3?id_article=61&nom_site=MathVIP&url_site=http://spip.cslaval.qc.ca/mathvip

Rumberger, R. W. (1995). Dropping out of middle school: A multilevel analysis of students and school. *American Educational Research journal, 32(3)*, 583-625.

Rumberger, R. W., Ghatak, R, Poulos, G., Ritter, P. L. et Dornbush, S. M. (1990). Family influences on dropout behavior in one California high school. *Sociology of Education, 63*, 283-299.

Sakr, F.(2009). *Identification et mise à l'épreuve des variables permettant la prédiction du niveau de difficulté de tâches d'évaluation pour des équations du premier degré en mathématiques au secondaire*.(Mémoire de maîtrise). Université du Québec à Montréal.

Salim, M. (1978). Étude des premières connaissances sur les fractions chez l'enfant de 6 11 à 12 ans. *Thèse de 3eme cycle*, Paris: École Pratique des Hautes Études.

Schulz, E. M., Lee, W.c. et Mullen K. (2005). A domain-level approach to describing growth in achievement. *Journal ofeducational measurement*, 42 (1), 1-26.

Schunk, D. H. (1999). Social-self interaction and achievement behav- ior. Educational Psychologist 34 (4): 219-27.

Schunk, D. H., and B. J. Zimmerman. (1997). Developing self-efficacious readers and writers: The role of social and self-regulatory processes. In Reading engagement: Motivating readers through integrated instruction, 34-50., ed. J. T. Guthrie and A. Wigfield. Newark, DE: International Reading Association.

Sebrechts, M. M., Enright, M., Bennett, R. E. et Martin, K. (1996). Using algebra wordproblems to assess quantitative ability: Attributes, strategies, and errors. *Cognition and Instruction,* 14(3),285-343.

Sheehan, K. et Mislevy, 1. (1994). *A tree-Based analysis of items from an assessment of basic mathematics skills.* Educational Testing Service, Princeton, N. 1. Reports Evaluative/ feasibility (142). 42p.Shepard, L. A. (1994, October). Implications for standard setting of the NAE evaluation of NAEP achievement levels. Paper presented at the Joint Conference on Standard Setting for Large Scale Assessments, National Assessment Governing Board, National Center for Educational Statistics, Washington, DC.

Strickland, D. S., K. Ganske, and J. K. Monroe. (2002). Supporting strug- gling readers and writers: Strategies for classroom intervention 3-6. Newark, DE: International Reading Association.

Swanson, H. L. (1999). Instructional components that predict treat- ment outcomes for students with learning disabilities: Support for a combined strategy and direct instruction model. Learning Disabilities Research and Practice 14 (3): 129-40.

Uttal, W. R., Rogers, M., Hieronymous, R., et Pasich, T. (1969), *Generative CAI in analytic geometry,* Ann Arbor, Michigan, University of Michigan.

Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2004). Understanding thestructure of the set of rational numbers: a conceptual change approach. *Learning and Instruction, 14,* 453–467.

Vergnaud , G. (1983). Multiplicatives structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and* processes (pp. 127-174). New-York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1989*). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple: les strucutures additives.* Repéré à http://www.google.ca/search?client=safari&rls=en&q=vergnaud+psychologie+du+dével oppement+cognitif+et+didactive+des+mathématiques+structure+additive&ie=UTF-8&oe=UTF-8&gfe_rd=cr&ei=Oy0ZV-DjKeqh8wf7qoHoBg

Violette, M. (1991). L'école... facile d'en sortir mais difficile d'y revenir. *Enquête auprès de décrocheurs et décrocheuses. Québec: Direction de la recherche, Ministère de l'Education du Québec.*

Walker, B. (2003). The cultivation of student self-efficiency in reading and writing. Reading and Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties 19 (2): 173-87.

Wehlage, G. G. et Rutter, R (1986). Dropping out: How much do schools contribute to the problem? *Teachers College Record, 87,* 374-392.

Wesman, A.G. (1971), « Writing the test item », dans R. L. Thorndike (dir.), *Educational measurement*, Washington, DC, American Concil on Education, p.81-129.

Wu, S., Barth, M., Amin, H., Malcarne, V., & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation tomathematics achievement. *Frontiers in Psychology, 3*(162), http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2012.00162.

Zimmerman, B. J. (2000a). Self-efficacy: An essential motive to learn. Contemporary Educational Psychology 25:82-91.

ANNEXE A

DESCRIPTION DES 44 VARIABLES PRÉDICTIVES

Noms des variables (Symboles)	Définitions	Exemples
RapPartie-t	Rapport partie-tout exprimant un nombre de parties prélevées de son tout.	¾ d'un gâteau
RapPartie-p	Rapport partie-à-partie exprimant la comparaison entre deux parties différentes d'un même tout.	Dans une classe, il y a trois filles pour 5 garçons.
RapTaux	Rapport taux comparant deux parties de touts différents.	Une voiture qui roule à 20km/h. (km vs heure)
Quotient	Fraction représentant le résultat d'une division.	Partager 3 pommes entre 5 personnes. Alors, chaque personne mange 3/5 de pomme.
Mesure	Fraction exprimant le résultat de l'itération de la fraction unité.	2/3 obtenus en faisant : 1/3 +1/3 Problèmes avec des échelles de mesure (ex : échelle sur une carte géographique).
Opérateur	Fraction transformant, en augmentant ou en diminuant une quantité.	1/5 de 25 pommes 1/3 d'un rectangle homothéties (formes géométriques)
Prop	Proportion mettant en place des structures multiplicatives faisant appel à des théorèmes-en-acte.	Si 20 tomates permettent de produire 1L de sauce tomates, combien de litres de sauce 40 tomates produiront-elles?
Contx	Problème présenté à l'intérieur d'un contexte, d'une mise en situation avec des personnages ou non et, souvent, avec des éléments faisant appel à la réalité.	*Sans contexte* : Parmi les choix suivants, quelle fraction équivaut à 5/10? a) 2/6 b) 1/3 c) ½ *Avec contexte* : Lucie et Paul mangent ensemble les 5/10 d'une pizza. À quelle fraction cela équivaut-il? a) 2/6 b) 1/3 c) ½

Noms des variables (Symboles)	Définitions	Exemples
Id	Identifier, c'est-à-dire reconnaitre le lien entre «ce qui est présenté dans la question» et «la bonne réponse» parmi un choix de réponses donné. Aucun traitement (calcul, transformation, dessin...) n'est nécessaire. Aucune donnée n'est manquante. Il suffit d'identifier la bonne réponse.	Quelle fraction correspond à la partie hachurée du rectangle suivant? 1/10 équivaut à : a) 0,1 b) 0,01 c) 0,001
Re	Représenter une fraction demandée sur un tout continu.	Noircir le tiers d'un cercle. Noircir 4/5 d'un rectangle divisé en 5 parties égales.
Tr	Trouver la réponse en calculant, en transformant, en trouvant une donnée manquante...	Que vaut 1/3 de 30?
Part	Partager un tout continu ou discret selon une fraction donnée.	Noircir le tiers d'un cercle (*Il faut d'abord le diviser en trois parts égales)*. Il y a 6 ballons à partager entre trois enfants. Combien de ballons chaque enfant recevra-t-il?
Pourc	Pourcentage présentant une fraction exprimée avec un dénominateur égal à 100 ou le symbole %.	5 hommes sur 100 sont... 10% des fleurs étaient des tulipes...
AddSouF	Additionner des fractions ayant toutes le même dénominateur ou ayant des dénominateurs différents, communs ou non. Soustraire des fractions ayant toutes le même dénominateur ou ayant des dénominateurs différents, communs ou non.	1/3 + 4/5 2/3 – 1/6

Noms des variables (Symboles)	Définitions	Exemples
RatxNat	Multiplier un nombre rationnel par un nombre naturel.	1/5 x 3
MultDivF	Multiplier des fractions entre elles. Diviser des fractions entre elles.	1/3 x ¾ 5/10 ÷ ½
PE-Pin	Reconnaitre parmi plusieurs touts continus divisés en un certain nombre de parties, ceux dont leurs parties sont égales.	Lequel de ces rectangles n'est pas partagé en 3 parties égales?
TrProb	Trouver une probabilité.	Béatrice lance une roche sur chacune des cibles suivantes. Laquelle de ces cibles permettrait le plus facilement à la roche de tomber sur une partie noircie? *(Les cibles sont ici des formes géométriques identiques, divisées de la même façon en parties égales, mais présentant un nombre de parties noircies différent d'une cible à l'autre).*
Temps	Trouver une faction d'un temps donné (heures, minutes, secondes...).	La moitié d'une heure équivaut à combien de minutes?
Ech	Utiliser une échelle de mesure. Utiliser une mesure de référence.	Un cm sur la carte équivaut à 8km. Sur cette carte, combien de km sépare la ville A de la ville B? La femme sur l'image mesure 1m de haut. Estime la hauteur de l'arbre à ses côtés?

Noms des variables (Symboles)	Définitions	Exemples
FeqF	Trouver des fractions équivalentes ou utiliser l'équivalence des fractions pour comparer, ordonner, faire des calculs…	Quelle fraction est égale à 1/3? a) 2/4 b) 2/6 c) ½ Effectue : ¼ + 5/8 =
RatPp	Trouver le plus petit nombre rationnel parmi un choix donné.	Quel nombre est le plus petit? a)0,5 b) 0,2 c) 0,8 Quelle fraction est la plus petite? a)1/2 b) 1/3 c) ¼
RatPg	Trouver le plus grand nombre rationnel parmi un choix donné.	Quel nombre est le plus grand? a)0,5 b) 0,2 c) 0,8 Quelle fraction est la plus grande? a)1/2 b)1/3 c) ¼
UnN	Présence d'une fraction simple (1/n).	½, 1/3, ¼
UnDemi	Présence de la fraction un demi.	½
NTrois	Présence d'une fraction de type m/3.	1/3, 2/3, 3/3
NQuatre	Présence d'une fraction de type m/4.	¼, 2/4, ¾
NsupQuat	Présence d'une fraction de type m/n, quand n>4.	2/5, 7/8, 3/9
DenPair	Présence d'un dénominateur pair.	2/4, 5/8, 4/10, 40%
DenImp	Présence d'un dénominateur impair.	1/3, 1/5, 9/11
InfDemi	Présence d'une fraction inférieure à ½.	1/3, 3/7, 5/15, 20%, 0,2
supDemi-infUn	Présence d'une fraction dont la valeur se situe entre un demi et un entier.	6/7, ¾, 7/9

Noms des variables (Symboles)	Définitions	Exemples
FsupUn	Présence d'une fraction supérieure à un entier.	5/4, 1 ½, 11/8
NbreFnaire	Présence d'un nombre fractionnaire.	1 ¼, 5 ¼, 6 ½
Nat	Présence d'un nombre naturel.	0, 1, 2, 3, 4
Dec	Présence d'une fraction exprimée à l'aide d'un nombre décimal.	0,1, 0,2, 0,3
Txt	Présence d'une fraction écrite en toutes lettres.	un quart, un tiers, un demi
Cercle	Présence d'un tout continu circulaire.	
ILL	Présence d'illustrations dans l'énoncé du problème ou dans le choix de réponses, ou dans les deux.	
C	Continu : les éléments en jeu présentent des réalités qui peuvent se fractionner tout en conservant leurs propriétés. Les unités de mesure du temps (sec, min, h...), de quantité (ml, cl, L...), de distance (mm, cm, dm, m, km...) en sont de bons exemples.	Louis a préparé une sauce tomates. Avec 16 tomates, il a préparé 1 litre de sauce. Avec seulement 4 tomates, combien de litres de sauce aurait-il pu faire? (Rép : 1/4 de L ou 250 ml) Un panier contient 5 pommes. Lucie mange la moitié de toutes les pommes qui se trouvent dans le panier. Combien de pommes mangent-elles? (Rép : 2 ½ pommes)
ContEntier	Problèmes qui présentent des éléments continus sans faire intervenir leurs parties fractionnaires.	Avec 10 tomates, Louis a préparé 1 litre de sauce tomates. Avec 20 tomates, quelle quantité de sauce pourrait-il produire? (Rép : 2 L (2 entiers)) Un panier contient 8 pommes. Lucie mange ¼ des 8 pommes. Combien de pommes mange-t-elle? (Rép : 2 pommes)
D	Discret : les éléments en jeu présentent des réalités qu'on ne peut fractionner sans qu'ils en perdent leurs propriétés (un élève, une bille, un chat...).	Trois amis se partagent 12 billes. Combien de billes chaque ami reçoit-il?

Noms des variables (Symboles)	Définitions	Exemples
G4	Niveau scolaire : grade 4, 4^e année	
G8	Niveau scolaire : grade 8, 8^e année	
	Habiletés	
	Conceptualisation : identifier, reconnaitre des concepts simples.	Lequel de ces rectangles n'est pas partagé en 3 parties égales?
H	Application : appliquer une règle, un algorithme, une formule…	Que vaut 1/3 de 30? Effectue 1/3 + 1/4
	Résolution : discerner les informations importantes des informations en trop, choisir la ou les stratégies, trouver les données manquantes…	Si 20 tomates permettent de produire 1L de sauce tomates, combien de litres de sauce 30 tomates produiront-elles?
	Types de réponses	
	Choix multiple	Choisir parmi plusieurs réponses, la bonne réponse.
R	Courtes	Écrire la réponse obtenue.
	Élaborées	Écrire la réponse obtenue et l'expliquer.

ANNEXE B

CLASSEMENT COMPLET DES ITEMS DU TEIMS SUR LES FRACTIONS POUR LES 46 VARIABLES

NL	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9A	Q9B	Q10A	Q10B	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21C	Q22A	Q22B	Q23
NoItems	M011030	M011033	M011036	M011043	M011052	M011060	M011064	M011072	M011077A	M011077B	M011080A	M011080B	M011083	M012044	M011020	M012065	M011016	M012119	M011001	M011002	M031065	M031216	M031347C	M031348A	M031348B	M031108
B2007	0,88	0,23	0,66	0,11	-0,70	-1,73	1,08	-0,02	1,07	1,19	-0,49	0,10	0,18	-0,22	0,80	-0,03	0,22	-0,02	-0,80	0,40	0,10	-0,48	0,60	0,67	1,29	0,36
RapPartie-t	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
RapPartie-p	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
RapTaux	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Quotient	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mesure	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Opérateur	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
Prop	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Contx	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
Id	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
Tr	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
Re	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Part	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pourc	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AddSouF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
RatxNat	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
MultDivF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PE-Pin	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TrProb	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Temps	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ech	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F=F	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
RatPp	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RatPg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
UnN	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1
UnDeux	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
Ntrois	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Nquatre	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
NsupQuat	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
DenPair	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0
DenImp	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
FinfDemi	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
FsupDemi-infUn	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
FsupUn	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
NbreFnaire	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Nat	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
Dec	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Txt	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
Cercle	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ILL	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
C	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
ContEntier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
G4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
G8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	0	0	1	2	2	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	2	1
R	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0

NL	NoItems	B2007	RapPartie-t	RapPartie-p	RapTaux	Quotient	Mesure	Opérateur	Prop	Contx	Id	Tr	Re	Part	Pourc	AddSouF	RatxNat	MultDivF	PE-Pin	TrProb	Temps	Ech	F=F	RatPp	RatPg	UnN	UnDeux	Ntrois	Nquatre	NsupQuat	DenPair	DenImp	FinfDemi	FsupDemi-infUn	FsupUn	NbreFnaire	Nat	Dec	Txt	Cercle	ILL	C	ContEntier	D	G4	G8	H	R
Q24	M031008	1,37	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
Q25	M041006	0,35	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
Q26	M031285	0,76	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
Q27	M031041	0,12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
Q28	M041056	0,15	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
Q29	M041069	0,97	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
Q30	M041076	0,17	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
Q31	M041131	1,55	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
Q32	M041186	-0,03	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
Q33	M041064	-0,52	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
Q34	M041299	0,82	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
Q35	M031029	-0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
Q36A	M041065A	0,60	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0
Q36B	M041065B	0,93	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
Q37	M041320	0,34	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Q38	M031210	0,59	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Q39	M031009	0,50	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	2	1
Q40	M041298	-0,63	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
Q41	M041059	-0,06	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
Q42	M041046	0,15	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Q43	M031185	0,24	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
Q44	M012054	-1,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Q45	M012057	-0,06	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
Q46	M012060	0,28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Q47	M012061	-1,15	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
Q48	M012067	-0,44	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	2	0

NL	NoItems	B2007	RapPartie-t	RapPartie-p	RapTaux	Quotient	Mesure	Opérateur	Prop	Contx	Id	Tr	Re	Part	Pourc	AddSouF	RatxNat	MultDivF	PE-Pin	TrProb	Temps	Ech	F=F	RatPp	RatPg	UnN	UnDeux	Ntrois	Nquatre	NsupQuat	DenPair	DenImp	FinfDemi	FsupDemi-infUn	FsupUn	NbreFnaire	Nat	Dec	Txt	Cercle	ILL	C	ContEntier	D	G4	G8	H	R
Q49	M012070	1,07	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0
Q50	M012073	0,58	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q51	M012075	0,34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q52	M012076	0,27	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
Q53	M012079	1,68	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0
Q54	M012082	1,55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0
Q55	M012085	0,42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q56	M012088	-0,43	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
Q57	M012089	0,81	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q58	M012091	0,68	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1
Q59	M012098	0,22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Q60	M012100	1,37	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	2	0
Q61	M012101	1,33	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0
Q62	M012102	0,62	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
Q63	M012103	0,24	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
Q64	M012108	0,58	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	2	0
Q65	M012109	-0,17	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
Q66	M012112	0,36	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	1
Q67	M012113	0,35	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
Q68	M012114	1,16	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
Q69	M012121	0,60	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Q70	M012124	0,56	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q71	M012127	0,25	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
Q72	M012130	0,72	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q73	M012131	0,39	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q74	M012137	0,38	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0

NL	NoItems	B2007	RapPartie-t	RapPartie-p	RapTaux	Quotient	Mesure	Opérateur	Prop	Contx	Id	Tr	Re	Part	Pourc	AddSouF	RatxNat	MultDivF	PE-Pin	TrProb	Temps	Ech	F=F	RatPp	RatPg	UnN	UnDeux	Ntrois	Nquatre	NsupQuat	DenPair	DenImp	FinfDemi	FsupDemi-infUn	FsupUn	NbreFnaire	Nat	Dec	Txt	Cercle	ILL	C	ContEntier	D	G4	G8	H	R
Q75	M012140	0,81	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
Q76B	M012145B	2,46	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	2	1
Q77A	M012147A	0,75	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	2	2
Q77B	M012147B	1,24	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
Q78	M012050	0,43	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q79	M012008	-0,76	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
Q80	M012009	0,51	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
Q81	M012020	0,13	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q82	M012021	-0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Q83	M012034	0,60	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
Q84	M012035	0,57	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q85	M012036	0,89	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
Q86	M012044	-0,22	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
Q87	M012047	0,26	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q88	M022026	0,24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Q89	M022038	0,15	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
Q90	M022070	-0,90	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
Q91	M022083	1,15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0
Q92	M022093	0,67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q93	M022121	0,31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Q94	M022126	1,34	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	2	0
Q95	M022249	0,75	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
Q96	M022132	0,18	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
Q97	M022159	1,43	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
Q98	M022160	1,12	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	2	0
Q99	M022173	0,74	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0

NL	NoItems	B2007	RapPartie-t	RapPartie-p	RapTaux	Quotient	Mesure	Opérateur	Prop	Contx	Id	Tr	Re	Part	Pourc	AddSouF	RatxNat	MultDivF	PE-Pin	TrProb	Temps	Ech	F=F	RatPp	RatPg	UnN	UnDeux	Ntrois	Nquatre	NsupQuat	DenPair	DenImp	FinfDemi	FsupDemi-infUn	FsupUn	NbreFnaire	Nat	Dec	Txt	Cercle	ILL	C	ContEntier	D	G4	G8	H	R
Q100	M022178	0,49	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Q101	M022213	0,52	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
Q102	M022219	0,80	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
Q103B	M022231B	1,51	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	2
Q104	M022241	0,56	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
Q105	M012001	0,23	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	2	0
Q106	M012004	0,77	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q107	M012040	-0,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q108	M012041	0,12	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q109	M032570	0,32	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q110	M012016	0,93	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q111	M022185	0,29	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q112	M022191	0,07	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
Q113	M022196	0,05	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Q114	M022199	0,78	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q115	M012027	0,29	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
Q116	M022139	1,07	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0
Q117	M022146	0,30	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q118	M022156	0,41	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
Q119	M022004	0,65	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	0
Q120	M022012	-0,21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Q121	M022252	0,19	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
Q122	M022127	1,39	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0
Q123	M032228	0,41	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
Q124	M032044	0,65	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
Q125	M032261	0,63	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	2	0

NL	NoItems	B2007	RapPartie-t	RapPartie-p	RapTaux	Quotient	Mesure	Opérateur	Prop	Contx	Id	Tr	Re	Part	Pourc	AddSouF	RatxNat	MultDivF	PE-Pin	TrProb	Temps	Ech	F=F	RatPp	RatPg	UnN	UnDeux	Ntrois	Nquatre	NsupQuat	DenPair	DenImp	FinfDemi	FsupDemi-infUn	FsupUn	NbreFnaire	Nat	Dec	Txt	Cercle	ILL	C	ContEntier	D	G4	G8	H	R
Q126	M032271	0,70	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q127	M032208	0,43	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q128	M032210	0,80	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q129	M032727	0,55	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	2	0
Q130	M032233	1,23	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	1
Q131	M022043	-0,45	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
Q132	M022050	0,98	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q133	M022057	-0,29	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
Q134	M022066	0,20	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q135	M042055	0,80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q136	M022104	-0,39	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q137	M032307	0,95	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Q138	M032523	1,12	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
Q139	M042039	0,36	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0
Q140	M032142	1,05	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q141	M032755	1,28	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	2	2
Q142	M042032	-0,56	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Q143	M042031	0,58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q144	M042179	0,40	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q145	M042177	0,21	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Q146	M032416	0,86	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q147	M042060	0,19	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
Q148	M042023	0,45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Q149	M042255	-0,18	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0
Q150	M032094	0,19	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q160	M032662	1,36	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	2	0

NL	NoItems	B2007	RapPartie-t	RapPartie-p	RapTaux	Quotient	Mesure	Opérateur	Prop	Contx	Id	Tr	Re	Part	Pourc	AddSouF	RatxNat	MultDivF	PE-Pin	TrProb	Temps	Ech	F=F	RatPp	RatPg	UnN	UnDeux	Ntrois	Nquatre	NsupQuat	DenPair	DenImp	FinfDemi	FsupDemi-infUn	FsupUn	NbreFnaire	Nat	Dec	Txt	Cercle	ILL	C	ContEntier	D	G4	G8	H	R
Q151	M032064	0,63	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
Q152	M042041	-0,34	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
Q153	M042260	0,05	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
Q154	M032725	0,84	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Q155	M042194	-0,45	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
Q156	M042261	0,09	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
Q157	M032595	0,33	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
Q158	M042081	0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Q159	M042052	-0,05	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

ANNEXE C

CLASSEMENT COMPLET DES ITEMS DU TEIMS SUR LES FRACTIONS POUR LES VARIABLES SUSCEPTIBLES D'AMÉLIORER NOTRE MODÈLE À 9 VARIABLES

NL	NoItems	B2007	FPlusSens	FormTCarre	FormTRect	FormTTri	FormTAut	FormPCarre	FPRec	FormPTri	FormPAut
Q1	M011030	0,88	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q2	M011033	0,23	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q3	M011036	0,66	0	0	1	0	0	0	1	0	0
Q4	M011043	0,11	0	1	0	0	0	1	0	0	0
Q5	M011052	-0,70	0	0	1	0	0	0	1	1	1
Q6	M011060	-1,73	0	0	0	0	1	0	0	1	0
Q7	M011064	1,08	0	0	1	0	0	0	1	0	0
Q8	M011072	-0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q9A	M011077A	1,07	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Q9B	M011077B	1,19	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Q10A	M011080A	-0,49	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q10B	M011080B	0,10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q11	M011083	0,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q12	M012044	-0,22	0	1	0	0	0	0	1	1	0
Q13	M011020	0,80	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q14	M012065	-0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q15	M011016	0,22	0	1	1	0	0	1	0	0	0
Q16	M012119	-0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q17	M011001	-0,80	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q18	M011002	0,40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q19	M031065	0,10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q20	M031216	-0,48	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q21C	M031347C	0,60	0	1	0	0	0	1	0	1	0
Q22A	M031348A	0,67	0	1	0	0	0	1	0	1	0
Q22B	M031348B	1,29	0	0	1	0	0	1	0	1	0
Q23	M031108	0,36	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q24	M031008	1,37	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q25	M041006	0,35	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Q26	M031285	0,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q27	M031041	0,12	0	0	0	0	1	0	0	1	0
Q28	M041056	0,15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q29	M041069	0,97	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q30	M041076	0,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0

NL	NoItems	B2007	FPlusSens	FormTCarre	FormTRect	FormTTri	FormTAut	FormPCarre	FPRec	FormPTri	FormPAut
Q31	M041131	1,55	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q32	M041186	-0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q33	M041064	-0,52	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Q34	M041299	0,82	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q35	M031029	-0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q36A	M041065A	0,60	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q36B	M041065B	0,93	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q37	M041320	0,34	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q38	M031210	0,59	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q39	M031009	0,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q40	M041298	-0,63	0	0	1	0	0	0	1	0	0
Q41	M041059	-0,06	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q42	M041046	0,15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q43	M031185	0,24	0	0	0	0	0	0	0	0	0