

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

IMPACTS DU VIEILLISSEMENT DE LA POPULATION SUR LE NIVEAU  
D'ÉDUCATION DES TRAVAILLEURS

MÉMOIRE  
PRÉSENTÉ COMME  
EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR  
GENEVIÈVE MORIN

JANVIER 2008

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL  
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de ce mémoire se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.01-2006). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [la] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

## **REMERCIEMENTS**

Je voudrais remercier mes deux directeurs de mémoire, Alain Guay et Nicolas Marceau, pour leur disponibilité et leurs conseils. Un grand merci à mes parents pour m'avoir permis de réussir mes études en me supportant moralement et financièrement. Et finalement, un merci tout spécial à mon conjoint pour sa grande compréhension et son amour.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>v</b>
<b>INTRODUCTION ET MISE EN CONTEXTE.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I – SYNTHÈSE DES ARTICLES JUGÉS PERTINENTS.....</b>	<b>4</b>
<b>1.1 Le vieillissement de la population traité à travers deux régions.....</b>	<b>4</b>
<b>1.2 Études sur l'évolution de l'offre de main-d'œuvre dans une société     vieillissante.....</b>	<b>8</b>
<b>CHAPITRE II – MODÉLISATION.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1 Présentation du modèle sur l'arbitrage génération/éducation.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1.1 Le comportement des individus.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1.2 Le comportement de la firme.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1.3 Les conditions d'équilibre.....</b>	<b>19</b>
<b>2.1.4 Résolution à l'état stationnaire.....</b>	<b>21</b>
<b>2.1.5 Introduction du vieillissement asymétrique entre les régions.....</b>	<b>25</b>
<b>CHAPITRE III – ANALYSE DES RÉSULTATS.....</b>	<b>29</b>
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>35</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>38</b>

## RÉSUMÉ

Il est bien connu que d'ici les prochaines années, il y aura des changements majeurs dans la structure des âges de la plupart des populations des pays occidentaux. Dans les dernières prévisions réalisées par l'Institut de la statistique du Québec, la proportion des 65 ans et plus doublera en moins de 50 ans au Québec. Ces changements démographiques pourraient entraîner des changements significatifs sur les décisions d'éducation des jeunes. En effet, un bassin de main-d'œuvre plus petit aura un impact sur les salaires ce qui pourrait influencer les jeunes dans leur décision de poursuivre leurs études. Dans ce mémoire, nous utilisons deux intrants différents pour la firme soit : la main-d'œuvre scolarisée et la main-d'œuvre non scolarisée. Également, nous intégrons une offre de travail endogène au modèle. Nous avons utilisé un modèle à générations imbriquées pour deux régions qui ont une composition différente de leur population. Le modèle est composé de trois générations imbriquées qui ont des comportements rationnels afin de choisir un niveau optimal de consommation. La simulation est réalisée en économie fermée et ne permet pas la migration des travailleurs. Nos résultats démontrent que le vieillissement de la population aura un impact négatif sur le niveau d'éducation des travailleurs. Le vieillissement de la population causera une diminution des salaires relatifs des travailleurs éduqués, ce qui décourage les jeunes à obtenir un niveau d'éducation plus élevé.

**Mots clefs** : vieillissement; éducation; générations imbriquées.

## INTRODUCTION ET MISE EN CONTEXTE

Plusieurs pays industrialisés s'engagent vers un défi de taille au cours des prochaines années avec le vieillissement de leur population et le Québec n'y échappe pas. La naissance des premiers baby-boomers il y a plus de 65 ans est l'élément déclencheur du phénomène occidental du vieillissement. En effet, les gens de cette génération, nés entre les années 1943 et 1965, sont aujourd'hui âgés en moyenne d'un peu plus de 50 ans et arrivent à grands pas vers l'âge de la retraite. Combinés à un indice synthétique de fertilité plus faible (1,486 enfant par femme en 2004<sup>1</sup>) que le seuil de renouvellement de la population<sup>2</sup> et à une espérance de vie à la naissance et à 65 ans qui augmentent tant chez les hommes que chez les femmes<sup>3</sup>, la population de 65 ans et plus du Québec gonflera à 1 974 000 en 2026 ce qui représentera une augmentation de près de 105 % comparativement à 2001. Les 65 ans et plus représenteront donc 24,4 % de la population du Québec en 2026 une hausse de 11,4 points de pourcentage en comparaison à leur représentation en 2001.<sup>4</sup>

Le phénomène du vieillissement est de plus en plus abordé par les chercheurs, les médias et la classe politique. La question est souvent abordée sous l'angle des finances publiques :

---

<sup>1</sup> Québec, Institut de la statistique du Québec. *Taux de fécondité, selon le groupe d'âge et indices globaux, Québec, 1951-2004*, [http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn\\_decès/naissance/402.htm](http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn_decès/naissance/402.htm)

<sup>2</sup> Le seuil de renouvellement de la population est estimé à 2,1 enfants par femme selon : Québec, Institut de la statistique du Québec. *Perspectives démographiques du Québec et de ses régions 1991-2041*, p.25, [http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/demograp/pdf/pers\\_demo-2.pdf](http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/demograp/pdf/pers_demo-2.pdf)

<sup>3</sup> Selon Québec, Institut de la statistique du Québec. *Espérance de vie à la naissance et à 65 ans selon le sexe, Québec, 1980-1982 à 2002-2004*, [http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn\\_decès/4p1.htm](http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn_decès/4p1.htm) l'espérance de vie à la naissance est passée de 74,97 ans en 1980-1982 à 79,89 ans en 2002-2004. L'espérance de vie à 65 ans est passée de 16,53 ans en 1980-1982 à 19,05 ans en 2002-2004

<sup>4</sup> Québec, Institut de la statistique du Québec. *Données sociodémographiques en bref*, février 2004, p. 4, <http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/conditions/pdf/BrefFev04.pdf>

Pourrons-nous continuer à financer les services de l'État avec moins de travailleurs ? Les retraités retirant massivement leur épargne de leur RÉER, qu'arrivera-t-il au niveau de l'investissement?

Nous trouvons que l'ampleur des phénomènes annoncés dépendra, en partie, de l'offre de travail disponible. Or, cette offre de travail peut être influencée par la vitesse à laquelle les jeunes sortiront des bancs d'école. Certes, un travailleur avec une bonne éducation est généralement plus productif qu'un autre avec un niveau d'éducation plus faible, mais les employeurs pourront-ils attendre que les jeunes aient terminés leur éducation?

Une difficulté de recrutement des travailleurs pourrait causer une variation des salaires et pourrait avoir un impact sur le niveau d'éducation des jeunes. Cette dimension est importante puisque plus les gens tardent à faire leur entrée sur le marché du travail, plus la pénurie de travailleurs se fera sentir.

Nous avons donc trouvé intéressant de s'attarder aux impacts qu'aura le phénomène du vieillissement de la population sur le niveau d'éducation des jeunes et ce en utilisant deux régions, soit une moins vieille que l'autre. Pour ce faire nous utiliserons un modèle à générations imbriquées pour deux régions qui ont une composition différente de leur population. Le modèle est composé de 3 générations imbriquées qui ont des comportements rationnels afin de choisir un niveau optimal de consommation. L'individu aura à optimiser sa consommation en choisissant le niveau d'éducation et d'épargne optimum. La simulation sera réalisée en économie fermée et ne permettra pas la migration des travailleurs.

Ce mémoire se divisera en trois chapitres. Le chapitre I traitera des quelques textes pertinents qui ont traité des aspects du vieillissement de la population sous l'angle qui nous intéresse. Ce chapitre sera lui-même divisé en deux. Une section traitera d'un texte ayant abordé le

vieillissement de la population à l'aide de deux régions et une autre section élaborera sur deux études ayant pris en considération l'évolution de l'offre de travail dans les sociétés vieillissantes. Le chapitre II constituera la modélisation utilisée afin de résoudre notre question de recherche. Finalement, le chapitre III présentera et analysera les résultats qui ont été obtenus à l'aide de la modélisation au chapitre II.

## CHAPITRE I

### SYNTHÈSE DES ARTICLES JUGÉS PERTINENTS

Le chapitre qui suit ne se veut pas une revue de littérature exhaustive, mais recense les textes qui nous ont semblé pertinent et qui nous ont inspiré pour la modélisation que nous avons réalisée au chapitre II.

La première section traite d'un texte qui a évalué les impacts du vieillissement de la population en utilisant deux régions qui vieillissent à des rythmes différents. La deuxième section élabore sur deux études où l'offre de travail peut évoluer dans une société vieillissante.

#### **1.1 Le vieillissement de la population traité à travers deux régions**

Une étude traitant des effets du vieillissement de la population à travers deux régions ne vieillissant pas au même rythme a retenu notre attention puisqu'elle agit comme précurseur sur le sujet et qu'il semble pouvoir constituer une base intéressante pour amorcer nos travaux.

L'étude sur laquelle nous nous sommes attardés est celle de Sayan et Uyar (2001). Ceux-ci ont voulu démontrer que les différents rythmes de croissance entre différents pays peuvent influencer le salaire et le coût du capital et ainsi mener à des distinctions dans les coûts de production et à des prix relatifs différents. Les auteurs étudient la situation en économie fermée avant de permettre la mobilité de la main-d'œuvre à travers les deux pays. En effet, les écarts de salaires qu'ils ont obtenus fournissaient des incitations aux ouvriers à émigrer du pays qui connaît la plus forte croissance de population vers l'autre.

L'étude utilise deux générations qui vivent seulement deux périodes. Les « jeunes » travaillent et retirent un salaire qu'ils doivent consommer ou épargner pour la période suivante. Les « vieux » consomment entièrement l'argent épargné qui a fructifié puisqu'ils ne seront plus là à la période suivante. Sayan et Uyar supposent la production de deux produits : une à forte intensité en capital et une à forte intensité de main-d'œuvre. Par contre, ils ne font aucune mention sur le choix d'éducation des jeunes ni sur des demandes distinctes pour des travailleurs qualifiés et non qualifiés. Toutefois, il nous est apparu utile de faire la description des éléments et formules qui pourront être recyclés pour la formulation de notre modèle spécifique.

Les deux auteurs tentent de connaître les répercussions d'un accroissement de la population différent pour deux pays sur les échanges des biens et sur la migration des travailleurs et ce sous différentes simulations qui sont encadrées par un modèle OLG (overlapping generations). Les auteurs posent comme hypothèse que les deux pays (A et B) sont identiques sous tous les aspects à l'exception de leur taux de croissance de la population respectif,  $n$ . Chacun des pays est constitué d'une population qui vit deux périodes et qui est homogène tant sur le plan intergénérationnel que intragénérationnel.

À n'importe quelle période  $t$ , deux types d'individus se côtoient dans chacun des pays : « les jeunes » qui sont nés à la période  $t$  et qui vivent la première période de leur vie et les « vieux » qui sont nés à la période précédente,  $t-1$ , et qui vivent la dernière période de leur vie. Les individus travaillent uniquement lorsqu'ils sont jeunes et offrent chacun, de façon inélastique, un montant fixe de travail. À la seconde période de leur vie, les gens sont des retraités.

Les jeunes qui travaillent reçoivent un salaire  $w_t$  et décideront à la fin de la période combien ils consommeront et combien ils épargneront pour la période suivante. À la période  $t+1$ , les individus rendent leur épargne  $A_{t+1}$  disponible pour les firmes et reçoivent un revenu de

$A_{t+1} \cdot r_{t+1}$  puisque  $r_{t+1}$  est le taux d'intérêt sur le capital en  $t+1$ . Les individus consommeront entièrement  $(1 + r_{t+1}) \cdot A_{t+1}$  à la fin de  $t+1$  puisqu'ils ne seront plus là à la période suivante et parce qu'ils ne peuvent faire aucun transfert intergénérationnel comme des cadeaux ou un héritage.

Les auteurs déterminent la croissance de la population de chacun des deux pays par l'équation suivante :

$$\eta_{t+1} = (1 + n) \cdot \eta_t$$

Ici, les variables  $\eta_t$  et  $n$  signifient respectivement la population née à la période  $t$  et le taux de croissance de la population.

Ils supposent donc que seuls les jeunes peuvent mettre des enfants au monde. De plus, ils émettent l'hypothèse que le pays A a un taux de croissance de sa population plus faible que celui du pays B ( $n_A < n_B$ ). Ainsi, le pays A a une population qui vieillit plus rapidement que celle du pays B. C'est pour cette raison qu'il suppose qu'initialement le pays A a des salaires plus élevés que le pays B, ce dernier étant un pays où la main-d'œuvre est abondante.

Le tableau 1.1 montre les résultats obtenus lors de cette simulation.

**Tableau 1.1**  
Valeurs des états stationnaires en situation d'autarcie

Variables	Autarcie	
	<i>Pays A</i>	<i>Pays B</i>
<i>Stock de capital par travailleur (k)</i>	0,1549	0,1244
<i>Taux de salaire (w)</i>	0,2710	0,2488
<i>Taux de location du capital (r)</i>	1,3175	1,4983
<i>Niveau de bien-être (u)</i>	0,1178	0,1124
<i>Taux de croissance de la population (n)</i>	0,05	0,2

Source: Serdar et Uyar. *Directions of trade flows and labour movements between high and low population growth countries : an overlapping generations general equilibrium analysis*, p. 15.

Selon les résultats obtenus, le niveau de salaire ainsi que le niveau de bien être seraient plus élevés dans le pays A, soit le pays où la population est la plus âgée.

Les résultats sont différents lorsque les auteurs permettent aux travailleurs de migrer vers l'autre pays. La différence dans le niveau de bien-être en situation d'autarcie est suffisante pour encourager les travailleurs du pays B à se diriger vers le pays A afin de gagner un meilleur salaire. Plus le système se rapproche de l'état stationnaire, plus la différence entre les salaires de A et B diminue graduellement, réduisant ainsi les incitatifs à migrer. Ceci a pour résultats finaux que les citoyens du pays A ont subi une très grande perte de bien-être dû à la migration alors que les citoyens de B reste, à l'état stationnaire, a un niveau d'utilité équivalent au cas de l'autarcie. Cependant, cela ne veut pas dire que la décision de migrer des travailleurs était injustifiée. Les sentiers temporels du bien-être des migrants et des non-migrants montrent que dans cette simulation, les migrants reçoivent un bénéfice positif de la migration, surtout dans les premières périodes suivant la migration.

Par ailleurs l'immigration aurait, selon Storesletten (2000), des impacts sur la situation fiscal d'un pays. Selon Storesletten, une façon de résoudre les problèmes fiscaux associés au vieillissement de la génération des baby-boomers aux États-Unis serait de mettre en place une

politique d'immigration sélective. En effet, si les États-Unis mettaient en place une politique réaliste d'immigration qui permettrait l'admission annuelle de 1,6 million d'immigrants avec de très hautes compétences et qui seraient âgées entre 40 et 44 ans, ceci leur permettrait d'éviter une réforme fiscale. Ces résultats ont été obtenus avec un modèle calibré d'équilibre général à générations imbriquées qui tient compte des différences entre les immigrants et les natifs. Les gains escomptés du gouvernement lors de l'admission d'un immigrant additionnel ont été comptabilisés en tenant compte de l'âge et des compétences du nouvel arrivant.

### **1.2 Études sur l'évolution de l'offre de main-d'œuvre dans une société vieillissante**

L'étude de Sayan et Uyar présentée précédemment ne tient pas compte de l'évolution que peut connaître l'offre de travail au cours du temps. En effet, en raison du temps consacré à la formation, l'offre de travail peut varier. Dans l'étude de Sayan et Uyar, l'offre de travail était considérée comme exogène et n'évoluait pas. L'article de Fougère et Mérette (1999) est donc particulièrement intéressant puisqu'il traite, à l'intérieur de leur modèle, de la possibilité des travailleurs d'investir dans le capital humain dans une population vieillissante. Ainsi, ils utilisent une offre de travail qui est endogène au modèle.

Dans cet article, ils utilisent un modèle à générations imbriquées pour sept pays de l'OCDE. Ils emploient quinze générations dont douze sont dans la population active et trois sont des retraités. Les douze premières générations ont le choix d'investir dans leur capital humain en poursuivant des études postsecondaires qui leur permettront d'acquérir un meilleur salaire.

Typiquement, les générations plus jeunes investiront plus en capital humain et les générations en milieu de vie investiront davantage en capital physique. Ceci s'explique par le fait que le coût d'opportunité d'investir dans le capital humain est le salaire actuel qui aurait pu être gagné par les travailleurs et que les retours sur l'investissement sur l'éducation prennent la forme d'un flux plus élevé de revenu net lors de l'offre de travail future. Ainsi, comme le retour sur l'investissement est la somme escomptée des revenus futures, il est optimal pour

les plus jeunes d'investir dans les études postsecondaires. Par contre, comme les investissements dans le capital physique peuvent être revendus, ils seront préférés par les travailleurs lors de la préparation à la retraite.

Les auteurs résument les choix d'investissement des différentes générations de la façon suivante :

Les 15 générations peuvent alors être divisées en trois importants groupes : les jeunes, les gens en milieu de vie, et les vieux. Les jeunes investissent principalement dans leur capital humain et travaillent un peu, les gens en milieu de vie investissent principalement dans le capital physique et travaillent beaucoup, les vieux, eux, ne travaillent pas et n'épargnent pas.<sup>5</sup>

Ils décrivent la production d'éducation postsecondaire par une technologie qui se comporte « normalement » (weel-behaved), qui est linéaire en ce qui concerne le capital humain, mais strictement concave en ce qui concerne le temps passé à s'instruire. Selon les auteurs, cette technologie implique que la productivité marginale du temps passé à s'instruire est la même pour chacun des individus. De plus, ils posent comme hypothèse que toutes les cohortes ont la même possibilité d'augmenter leur stock de capital humain. Ainsi, si un individu décide à la période  $t$  d'investir une fraction  $z$  de son temps pour de la formation, son stock de capital humain en  $t+1$  sera de :

$$h_{t+1} = \frac{h_t}{1 + x(g)} + Bh_t z_t^\gamma.$$

Les variables sont définies par les auteurs de la façon suivante :  $B$  est un facteur d'habileté de l'individu et est supérieur à 0,  $\gamma$  est un coefficient de production du capital humain et qui prend une valeur entre 0 et 1,  $x(g)$  est un taux exogène de dépréciation du capital humain

---

<sup>5</sup> Fougère, Maxime et Marcel Mérette, *Population Ageing and Economic Growth in Seven OECD Countries*, p.415-416.

qui est calibré pour chacune des générations et est supérieur à 0 et finalement,  $h$  est le stock de capital humain.

La production de nouveau capital humain repose dans ce cas sur une hypothèse voulant qu'elle soit déterminée par le capital humain déjà existant et par le temps alloué à l'éducation. Selon cette hypothèse, le capital physique ne jouerait donc aucun rôle.

Fougère et Mérette précisent que comme la fraction du temps allouée à la formation est  $z$ ,  $(1-z)$  est le temps passé à travailler. Alors, le stock d'offre de travail effectif égale le stock de capital humain alloué au marché du travail :

$$L_{e,t} = \sum_g h_t^g (1 - z_t^g) pop_t^g .$$

Les auteurs ont défini  $pop_t^g$  comme étant le nombre de personnes de la génération  $g$  à la période  $t$  et  $L$  comme le stock d'offre de travail effectif.

Ainsi, selon cette équation, la force de travail effective est déterminée par les tendances démographiques, mais aussi par les décisions d'allocation du capital humain.

Dans l'article de Fougère et Mérette, l'avancement majeur se situe au niveau du capital humain qui est intégré de façon endogène, plutôt qu'exogène. Ceci est important puisque selon les résultats obtenus par cette étude, ils montrent que le vieillissement de la population réduira le retour réel sur le capital physique (baisse des taux d'intérêt) et augmentera la valeur présente des revenus futurs. Par conséquent, ces deux événements entraîneront une augmentation de l'investissement en capital humain chez les jeunes, alors que les gens en milieu de vie augmenteront leur offre de travail. Ceci s'explique intuitivement par le fait que

le vieillissement de la population réduit la force de travail ce qui nécessite une demande moindre en capital physique et donc entraîne une réduction de la demande d'épargne privée qui est déjà très élevée en raison du nombre de retraités qui ont épargné dans leurs périodes actives. Pour diversifier leurs investissements, les individus décident alors d'investir dans leur capital humain pour obtenir un salaire plus élevé qui leur permettra d'épargner un montant plus important pour le futur afin de compenser le faible rendement sur le capital physique.

Le vieillissement de la population réduit donc à court terme l'offre de travail effective. Toutefois, l'augmentation de l'investissement en capital humain viendra par la suite stimuler cette offre de travail effective qui permettra une croissance économique. Au global, dans une vision de long terme, le vieillissement de la population a un impact positif sur l'output réel par individu.

Toutefois, comme l'article a pour but premier de vérifier si le vieillissement de la population entraînera une croissance ou une décroissance dans l'économie de chacun des sept pays sélectionnés, les principaux résultats de cette étude nous sont donc moins pertinents que celui mentionné précédemment. C'est donc qu'une fraction de l'article qui a été présentée ici et qui pourra être réutilisée lors de notre modélisation.

L'étude de Jaag (2006) est tout aussi intéressante puisqu'elle s'attarde aux effets du vieillissement de la population sur les décisions d'éducation avec la présence d'un système de pension en fonction des revenus (le système PAYG – pay-as-you-go). En effet, cette étude a, entre autre, analysé les effets d'une population vieillissante sur les décisions d'éducation et d'acquisition de compétences individuels ainsi que sur la structure de production.

Pour ce faire, Jaag a utilisé un modèle dynamique d'équilibre général à générations imbriquées en y intégrant le concept du vieillissement statistique (« probabilistic aging »).

Les résultats sont intéressants. Dans une petite économie ouverte avec un taux d'intérêt fixé par le marché international, le PIB décroît en raison d'un effet d'aversion sur les choix d'éducation et d'une diminution de l'offre de travail qui est causé par la baisse du salaire net.

## CHAPITRE II

### MODÉLISATION

Comme précédemment mentionné, notre sujet de recherche consiste à voir et à comprendre un arbitrage génération/éducation. Le chapitre II présentera donc la modélisation qui nous permettra de répondre à notre question de recherche.

#### **2.1 Présentation du modèle sur l'arbitrage génération/éducation**

Les modèles à générations imbriquées reposent sur un cadre théorique qui allie accumulation de richesses productives, démographie et comportements de cycle de vie.

La plus simple des économies à générations imbriquées peut se résumer à une sphère de consommation et d'épargne composée d'un emboîtement de générations successives vivant trois périodes (la jeunesse, l'activité, la retraite) et d'un module de production employant les facteurs travail et capital qui produit un bien unique en tant que bien de consommation ou d'investissement. Les marchés sont au nombre de trois : le marché du travail, le marché du bien et le marché du capital.

Le modèle que nous utiliserons est une adaptation simplifiée du modèle élaboré par Fougère et Mérette (1999) puisque nous ne regarderons pas la croissance économique des pays, mais seulement une offre de travail endogène. Dans le modèle, il y aura trois générations vivant côte à côte à chacune des périodes. Elles sont homogènes tant sur le plan intergénérationnel que intragénérationnel. Chacune des nouvelles générations a trois périodes à vivre. La composition de la population sera considérée comme exogène.

Les trois générations seront nommées comme suit : les jeunes ( $J$ ), les adultes ( $A$ ) et les vieux ( $V$ ). Les jeunes sont ceux qui vivent leur première période de vie. Ils ont déjà accumulé une éducation obligatoire et gratuite qui leur a permis d'obtenir un diplôme de niveau secondaire. Un choix s'offre alors à eux : poursuivre une éducation postsecondaire ou encore travailler. S'ils décident de s'éduquer, ils perdent un revenu équivalent au temps passé à s'éduquer, mais pourront gagner un salaire plus élevé à la période suivante. S'ils ne s'éduquent pas et consacrent tout leur temps au travail, ils gagneront un « revenu de base »<sup>6</sup> et continueront à percevoir le salaire de base à la période suivante.

Pour leur part, les adultes font partie de la génération qui en est à sa deuxième période de vie. Ils travaillent à un salaire qui dépend de leur niveau d'éducation atteint à la période où ils étaient jeunes. De plus, ils épargnent un montant d'argent qui sera utilisé au moment où ils ne travailleront plus. Ils préparent donc leur retraite. Le montant épargné dépendra évidemment du salaire reçu à la période adulte qui lui-même dépend des décisions d'éducation à la génération jeune.

Finalement, les vieux sont ceux qui en sont à leur troisième et dernière période de vie. Ils sont retraités et vivent des épargnes réalisées à la période adulte. Les épargnes ont cru au taux d'intérêt du marché qui est exogène à notre modèle. Les vieux consommeront entièrement leurs épargnes, car nous supposons qu'aucun legs n'est permis.

Chacune des trois générations est représentée dans la population dans une certaine proportion  $\phi$ , qui comme nous l'avons précisé, est exogène dans notre modèle. Ainsi, la population de la région sera composée comme suit :

---

<sup>6</sup> Nous entendons par revenu de base, le salaire du marché qui est attribué aux gens n'ayant que l'éducation minimale, c'est-à-dire un diplôme de niveau secondaire.

$$\phi_J + \phi_A + \phi_V = 1.$$

Il s'agit donc de trois états de la nature dans lesquels chacun des individus se retrouvera éventuellement.

### 2.1.1 Le comportement des individus

L'hypothèse de cycle de vie implique que l'individu rationnel cherche à lisser le profil de sa consommation au cours de sa vie. Lorsque les individus ont des motifs d'héritage, les comportements de cycle de vie sont modifiés et même disparaissent si les parents adoptent un comportement purement dynastique. C'est pourquoi les legs ne seront pas permis dans le modèle que nous élaborons.

Ainsi, l'individu représentatif né à la période  $t$  cherchera à maximiser sa fonction d'utilité intertemporelle de consommation pour obtenir des choix optimaux quant à son niveau d'éducation et son épargne. C'est ce qui est nommé le problème du consommateur. Sa fonction d'utilité à maximiser est la suivante :

$$\max_{A_{t+1}, e_t} \sum_{i=0}^2 \beta^i u(C_{t+i})$$

Où :

$$C_t = (1 - e_t)w_t^0$$

$$C_{t+1} + A_{t+1} = (1 - e_t)w_{t+1}^0 + e_t w_{t+1}^E$$

$$C_{t+2} = (1 + r_{t+2})A_{t+1}$$

Sujet à :  $0 \leq e \leq 1$  ,  $A \geq 0$  ,  $r \geq 0$ .

Les variables utilisées se définissent comme suit :  $e$  est la proportion du temps consacrée à augmenter sa formation,  $w^0$  est le salaire de base,  $w^E$  est le salaire d'un travailleur éduqué<sup>7</sup>,  $A$  est le montant d'argent épargné pour la retraite,  $r$  est le taux d'intérêt du marché exogène et finalement  $\beta$  représente le facteur d'escompte.

$(1-e)$  peut donc être interprété comme étant le temps consacré à travailler ou l'offre de travail au temps  $t$ , soit lorsque l'individu est jeune. En  $t+1$ , l'offre de travail d'un individu est inélastique et égale à 1. Toutefois, une fraction  $e$  de cette offre de travail sera éduquée, tandis que  $(1-e)$  sera la fraction de l'offre de travail non éduquée de l'individu.

Le salaire total de l'individu ( $w$ ) dépendra de la composition de son offre de travail. Ainsi, son salaire sera proportionnel à son offre de travail éduqué, pour lequel il recevra une fraction  $e$  du salaire  $w^E$  et à son offre de travail non éduqué pour lequel la fraction  $(1-e)$  du salaire de base  $w^0$  lui sera versé.

La fonction représentant la consommation au temps  $t$  indique qu'elle ne doit pas excéder les revenus gagnés à cette période en tant que jeune. L'individu doit donc arbitrer entre le temps passé à sa formation et le temps de travail où il est rémunéré à un salaire  $w_t^0$ . La fonction de consommation à l'âge adulte, soit au temps  $t+2$ , indique que la consommation et l'épargne (ou encore l'achat d'actif d'épargne) ne doit pas excéder le revenu gagné en tant qu'adulte. Ce revenu dépend du temps investi à la période précédente pour acquérir un niveau de scolarité plus élevé. Finalement, la fonction de consommation lorsque l'individu est vieux correspond à ce que les vieux peuvent continuer à consommer étant donné l'épargne accumulée à la période adulte qui se cumule au taux d'intérêt du marché  $r$  exogène et positif dans notre modèle.

---

<sup>7</sup> Nous définirons ici les travailleurs éduqués comme étant ceux ayant pris la décision de poursuivre des études post-secondaires et les travailleurs non éduqués comme étant ceux ayant préférés arrêter leurs études avec l'obtention d'un diplôme secondaire

Pour faciliter les choses, nous supposons que la forme fonctionnelle de la fonction d'utilité a la forme logarithmique suivante :

$$U(C_t) = \ln C_t.$$

Ainsi, nous obtenons le problème suivant à maximiser à partir duquel nous avons trouvé les conditions de premier ordre qui y sont rattachées :

$$\max_{A_{t+1}, e_t} \ln C_{J,t} + \beta \ln C_{A,t+1} + \beta^2 \ln C_{V,t+2}$$

$$\text{Sujet à : } 0 \leq e_t \leq 1, A_t \geq 0, r_t \geq 0.$$

$$\max_{A_{t+1}, e_t} \ln((1 - e_t)w_t^0) + \beta \ln((1 - e_t)w_{t+1}^0 + e_t w_{t+1}^E - A_{t+1}) + \beta^2 \ln((1 + r_{t+2})A_{t+1})$$

$$c.p.o. \quad A_{t+1} : e_t = \frac{-A_{t+1}(1 + \beta) + w_{t+1}^0 \beta}{\beta(w_{t+1}^0 - w_{t+1}^E)} \quad (1)$$

$$e_t : A_{t+1} = w_{t+1}^0 - \beta(e_t - 1)(w_{t+1}^0 - w_{t+1}^E) - e_t(w_{t+1}^0 - w_{t+1}^E) \quad (2)$$

Ces deux conditions de premier ordre confirment que  $e_t$  et  $A_{t+1}$  sont fonctions de  $w_{t+1}^0$  et de  $w_{t+1}^E$ .

### 2.1.2 Le comportement de la firme

Pour leur part, les salaires des travailleurs éduqués et non éduqués sont déterminés par la productivité marginale de chacun des individus. Les firmes seront intéressées à payer des salaires pour chacun des types de travailleurs jusqu'à ce que la productivité marginale du travail égale le coût marginal. Telle est la règle de maximisation des profits des firmes. La

firme représentative voudra maximiser ses profits au temps  $t$  en choisissant la bonne quantité de main-d'œuvre ayant acquis plusieurs niveaux de formation différents.

Nous supposerons une fonction de production de forme Cobb-Douglas à rendement d'échelle décroissant à laquelle se greffe deux facteurs de production la main-d'œuvre non éduquée ( $l^0$ ) et celle éduquée ( $l^E$ )<sup>8</sup> :

$$Y_t = (l_t^0)^\alpha (Gl_t^E)^\gamma .$$

$$\text{soit } l_t^E > 0, l_t^0 > 0, G > 1 \text{ et } \alpha + \gamma < 1$$

Nous supposons ici, que le prix du bien produit par la firme est égal à un. Tant qu'à la variable  $G$  elle représente une constante qui agit à titre de « facteur de scolarisation » et qui permet de représenter le fait que l'utilisation d'une unité de main-d'œuvre éduquée permettra une production plus élevée qu'une unité de main d'œuvre non éduquée. Le paramètre  $\alpha$  mesure l'impact sur la quantité du bien produit d'une variation dans la quantité de main-d'œuvre non éduquée et  $\gamma$  mesure l'impact sur l'output d'une variation de la quantité de main-d'œuvre éduquée. Nous présumons avec cette fonction que les rendements d'échelle sont décroissants.  $\alpha + \gamma < 1$  signifie que la production augmente dans une proportion moindre que celle des facteurs.

La maximisation des profits se fera en prenant la production au temps  $t$  et en y soustrayant les dépenses encourues à cette période, c'est-à-dire les salaires versés.

$$\max_{l_t^0, l_t^E} \pi_t = (l_t^0)^\alpha (Gl_t^E)^\gamma - w_t^0 l_t^0 - w_t^E l_t^E .$$

---

<sup>8</sup> Pour simplifier la modélisation, nous supposerons que la production s'effectue sans capital.

La résolution de ce problème pour la firme représentative donnera les conditions de premier ordre suivantes :

$$w_t^0 = \alpha(l_t^{0D})^{\alpha-1} (Gl_t^{ED})^\gamma \quad (3)$$

$$w_t^E = \gamma(l_t^{0D})^\alpha (Gl_t^{ED})^{\gamma-1} G \quad (4).$$

Où  $l_t^{0D}$  et  $l_t^{ED}$  représentent respectivement la quantité de main-d'œuvre non éduquée demandée par la firme au temps  $t$  et la quantité de main-d'œuvre éduquée demandée par la firme au temps  $t$ .

La concurrence sur les marchés des facteurs aboutit à une rémunération de ces derniers à leur productivité marginale.

Ainsi, nous avons que la firme engagera de la main-d'œuvre des deux types jusqu'à ce que son coût marginal égal sa production marginale. Il est important de remarquer que contrairement au consommateur, la firme n'a pas à faire de choix intertemporel. À chacune des périodes, elle peut effectuer le choix qui maximise ses profits et prendre les décisions qui s'imposent (engager ou congédier). Les équations (3) et (4) permettent de déterminer respectivement les demandes de travailleurs non éduqués et de travailleurs éduqués.

### 2.1.3 Les conditions d'équilibre

Pour déterminer la solution d'équilibre à l'état stationnaire, il ne faut pas oublier que lors de la résolution du problème du consommateur, nous avons résolu pour un agent représentatif alors que nous avons  $N$  individus qui sont représentés par différents états de la nature. Il faut donc inclure ces différents états, car ils détermineront le nombre de travailleurs disponibles et indirectement les salaires.

Au temps  $t$ , nous avons donc trois états de la nature :  $\phi_J N$ ,  $\phi_A N$ ,  $\phi_V N$ . L'offre de travail pour chacun des types de travailleurs s'évaluent donc de la façon suivante :

$$l_t^{OS} = (1 - e_t)\phi_J N + (1 - e_{t-1})\phi_A N \quad (5)$$

$$l_t^{ES} = e_{t-1}\phi_A N . \quad (6)$$

L'offre de travail non éduqué total au temps  $t$  sera égale à l'offre de travail de tous les jeunes de notre économie qui consacrent  $(1 - e_t)$  de leur temps à travailler en plus de l'ensemble des adultes qui ont une fraction  $(1 - e_{t-1})$  de leur offre de travail qu'ils destinent au travail non éduqué. La fraction  $(1 - e_{t-1})$  est déterminée par la fraction  $e_{t-1}$  du temps consacrée par les adultes à s'éduquer alors qu'ils étaient jeunes.

L'offre de travail éduqué à la période  $t$  est égale à l'ensemble des adultes qui destinent une fraction  $e_{t-1}$  de leur offre au travail au travail scolarisé. Cette fraction est déterminée par le temps que les adultes ont consacré à leurs études lorsqu'ils étaient jeunes à la période  $t-1$ .

Pour s'assurer d'un équilibre sur le marché du travail, nous introduisons que l'offre de chacun des types de travailleurs égale la demande, soit que  $l_t^{ES} = l_t^{ED}$  et  $l_t^{OS} = l_t^{OD}$ .

Ainsi, nous introduisons nos deux fonctions d'offre de travail dans les équations (3) et (4) et nous obtenons :

$$w_t^0 = \alpha((1 - e_t)\phi_J + (1 - e_{t-1})\phi_A)^{\alpha-1} (Ge_{t-1}\phi_A)^\gamma \quad (7)$$

$$w_t^E = G\gamma((1 - e_t)\phi_J + (1 - e_{t-1})\phi_A)^\alpha (Ge_{t-1}\phi_A)^{\gamma-1} . \quad (8)$$

Notons qu'affin de représenter un équilibre sur la totalité de la consommation à la période  $t$ , nous introduisons que la consommation totale de chacun des groupes de la population à la période  $t$  sera de :

$$\text{Consommation totale}_t = \phi_J NC_{J,t} + \phi_A NC_{A,t} + \phi_V NC_{V,t}. \quad (9)$$

Dans les modèles d'équilibre général statique, la solution à un équilibre général est réalisée lorsque la solution permet à tous les comportements des agents économiques d'être cohérents avec les prix établis. Le concept d'équilibre n'est pas différent dans ce modèle, à l'exception que le comportement des consommateurs et des firmes doit être cohérent non seulement avec les prix actuel, mais également avec les comportements qui prévaudront dans le futur. Le consommateur doit choisir les niveaux optimaux d'épargne et d'éducation qu'ils veulent atteindre étant donné l'évolution des salaires dans le futur.

Puisque nous supposons que les agents sont parfaitement certains des salaires qui prévaudront dans le futur, les comportements dans l'économie d'aujourd'hui dépendent des conditions du futur. Nous ne pouvons donc pas trouver un équilibre pour chacune des périodes de façon indépendante. Notre travail consistera donc à trouver des états stationnaires selon la méthode développée par Auerbach et Kotlikoff (1987).

#### 2.1.4 Résolution à l'état stationnaire

Nous cherchons à caractériser l'état stationnaire de notre région en solutionnant pour  $w_t^0 = w_{t+1}^0$ ,  $w_t^E = w_{t+1}^E$  et  $e_{t-1} = e_t$ . Il n'est pas rare d'observer la résolution d'un modèle à générations imbriquées en comparant des ratios. En effet, il arrive dans bien des cas que des équations redondantes empêchent d'isoler chacune des variables exogènes du modèle. Voilà pourquoi nous avons choisi de trouver une solution en termes relatifs.

Par (5) et (6) , nous pouvons caractériser le ratio de l'offre de travail qualifié-non qualifié:

$$\frac{l^{ES}}{l^{OS}} = \frac{e\phi_A}{(1-e)(\phi_j + \phi_A)} \quad (10)$$

Du côté de la firme, les équations (3) et (4) peuvent être réécrites de la façon suivante :

$$w^0 = \alpha \frac{Y}{l^{OD}} \quad (11)$$

$$w^E = \gamma G \frac{Y}{l^{ED}} \quad (12)$$

Par l'égalité de l'offre et de la demande nous obtenons :

$$\frac{w^0}{w^E} = \frac{\alpha l^E}{\gamma G l^0} = \frac{\alpha e\phi_A}{\gamma G (1-e)(\phi_j + \phi_A)} \quad (13)$$

Par la suite, nous pouvons donner aux équations (1) et (2) la forme suivante :

$$e = \frac{-A(1+\beta)/w^0 + \beta}{\beta(1 - \frac{w^E}{w^0})} \quad (14)$$

$$\frac{A}{w^0} = 1 - \beta(e-1)(1 - \frac{w^E}{w^0}) - e(1 - \frac{w^E}{w^0}) \quad (15)$$

Nous avons donc 3 équations, (13) à (15), pour lesquelles nous avons 3 inconnues :  $w^E/w^0$ ,  $e$  et  $A/w^0$ . La résolution de ce système d'équations nous permet de trouver :

$$\frac{A}{w^0} = \frac{\beta(\alpha(1+\beta+\beta^2)\phi_A + G\gamma(\phi_A + \phi_J))}{\alpha(1+2\beta+2\beta^2+\beta^3)\phi_A} \quad (16)$$

$$\frac{w^E}{w^0} = \frac{(\alpha(1+\beta+\beta^2)\phi_A + G\gamma(\phi_A + \phi_J))}{\alpha\beta(1+\beta)\phi_A} \quad (17)$$

$$e = \frac{\beta(1+\beta)G\gamma(\phi_A + \phi_J)}{(1+\beta+\beta^2)(\alpha\phi_A + G\gamma(\phi_A + \phi_J))} \quad (18)$$

Nos trois variables endogènes sont écrites en fonction de nos paramètres structurels soit :  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $G$ ,  $\phi_J$  et  $\phi_A$ .

À l'aide de l'équation (16), nous pouvons trouver les dérivées partielles par rapport à  $\phi_J$  et  $\phi_A$  :

$$\frac{\partial A/w^0}{\partial \phi_J} : \frac{\beta G \gamma}{\alpha(1+2\beta+2\beta^2+\beta^3)\phi_A} > 0$$

$$\frac{\partial A/w^0}{\partial \phi_A} : \frac{-\beta G \gamma \phi_J}{\alpha(1+2\beta+2\beta^2+\beta^3)\phi_A^2} < 0$$

Le niveau relatif d'épargne varie donc dans le même sens que la proportion de  $\phi_J$ , alors qu'il varie en sens inverse lorsque la proportion  $\phi_A$  est modifiée. Ainsi, un vieillissement de la population causé par la diminution de  $\phi_J$  affecte négativement le niveau d'épargne des individus alors qu'un vieillissement de la population causé par une diminution de  $\phi_A$  augmente le niveau d'épargne relatif.

La diminution de  $\phi_j$  entraîne une diminution du salaire relatif des éduqués. En effet, si nous prenons l'équation (17) et sa dérivée partielle par rapport à  $\phi_j$ , nous obtenons :

$$\frac{\partial w^E / w^0}{\partial \phi_j} : \frac{\beta G \gamma}{\alpha \beta (1 + \beta) \phi_A} > 0.$$

Ainsi,  $w^E / w^0$  et  $\phi_j$  varient dans la même direction. Ce qui nous permet d'affirmer que si nous diminuons la proportion  $\phi_j$  pour faire vieillir notre population, alors le salaire relatif des travailleurs éduqués va diminuer.

Si nous voulons regarder l'impact de  $\phi_A$  sur  $w^E / w^0$ , nous répétons la dérivée partielle, mais cette fois ci par rapport à  $\phi_A$ . Nous obtenons :

$$\frac{\partial w^E / w^0}{\partial \phi_A} : \frac{-G \gamma \phi_j}{\alpha \beta (1 + \beta) \phi_A^2} < 0.$$

Ainsi, une diminution de  $\phi_A$  entraîne une augmentation du salaire relatif des travailleurs éduqués. Nous ne pouvons pas conclure sur la direction que prendra  $w^E / w^0$  lorsqu'il y a un vieillissement de la population puisque d'un côté la diminution de  $\phi_j$  aura une influence décroissante sur  $w^E / w^0$ , alors qu'une diminution de  $\phi_A$  aura une influence ascendante sur  $w^E / w^0$ .

Pour sa part, l'équation (18) et ses dérivées partielles par rapport à  $\phi_j$  et  $\phi_A$ , nous permettent d'analyser quels seront les impacts d'un vieillissement de la population sur le niveau d'éducation  $e$ . Ainsi, nous obtenons :

$$\frac{\partial e}{\partial \phi_J} : \frac{\beta(1+\beta)G\gamma\alpha\phi_A}{(1+\beta+\beta^2)(\alpha\phi_A+G\gamma(\phi_A+\phi_J))} > 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial \phi_A} : \frac{-\beta(1+\beta)G\gamma\alpha\phi_J}{(1+\beta+\beta^2)[(\alpha\phi_A+G\gamma(\phi_A+\phi_J))]^2} < 0$$

Ainsi, comme dans le cas de nos deux autres variables endogènes,  $e$  variera dans le même sens que  $\phi_J$  alors qu'il variera dans le sens inverse de  $\phi_A$ . Nous ne pouvons donc pas affirmer quel sera l'impact d'un vieillissement de la population sur le niveau d'éducation puisque d'un côté la diminution de  $\phi_A$  entraînerait  $e$  à la hausse alors que de l'autre côté la diminution de  $\phi_J$  a une influence à la baisse sur le niveau d'éducation.

Le raisonnement analytique ne peut donc déterminer les impacts clairs qu'aura le vieillissement de la population sur le niveau d'épargne relatif, le salaire relatif des éduqués et sur le niveau d'éducation atteint par les travailleurs. L'analyse numérique devient donc une alternative intéressante afin de poursuivre et de trouver des réponses à nos interrogations.

### 2.1.5 Introduction du vieillissement asymétrique entre les régions

Pour évaluer l'impact du vieillissement de la population sur les décisions d'éducation, nous avons décidé de prendre deux régions. Dans chacune des régions, les trois générations sont représentées dans la population dans une certaine proportion  $\phi$  qui différera entre les deux territoires étudiés. La région 2 sera constituée de plus de vieux au détriment des jeunes, mais également au niveau des vieux qui ont une représentation moindre que dans la région 1. Ainsi, la population de la région 1 et de la région 2 sera composée comme suit :

$$\begin{aligned}\phi_{J,1} + \phi_{A,1} + \phi_{V,1} &= 1 \\ \phi_{J,2} + \phi_{A,2} + \phi_{V,2} &= 1 \\ \phi_{J,1} > \phi_{J,2}, \phi_{A,1} > \phi_{A,2}, \phi_{V,1} < \phi_{V,2}.\end{aligned}$$

Nous obtenons donc deux niveaux distincts d'éducation à l'état stationnaire pour chacune des régions où, rappelons le, la migration n'est pas permise, soient :

$$\begin{aligned}e_1 &= \frac{\beta(1+\beta)G\gamma(\phi_{A,1} + \phi_{J,1})}{(1+\beta+\beta^2)(\alpha\phi_{A,1} + G\gamma(\phi_{A,1} + \phi_{J,1}))} \\ e_2 &= \frac{\beta(1+\beta)G\gamma(\phi_{A,2} + \phi_{J,2})}{(1+\beta+\beta^2)(\alpha\phi_{A,2} + G\gamma(\phi_{A,2} + \phi_{J,2}))}.\end{aligned}$$

Comme nous l'avons vu précédemment, nous n'avons pas été en mesure de déterminer dans quel sens évoluera le niveau d'éducation lorsque  $\phi_J$  et  $\phi_A$  varient. Nous avons décidé de procéder à l'aide d'une approximation numérique. Nous avons donné à nos variables structurelles les valeurs suivantes :

$$\beta=0,98$$

$$\alpha=0,25$$

$$\gamma=0,5$$

$$G=4$$

$$r=0,02044.$$

Ces paramètres ont été définis ainsi afin de respecter les rendements d'échelle décroissant soit  $\alpha + \gamma < 1$ . Nous avons aussi établis qu'une variation de la main-d'œuvre éduquée offre un rendement supérieur sur l'output qu'une variation de la main-d'œuvre non éduquée. C'est dans cette optique que nous avons attribué des valeurs afin que  $\alpha < \gamma$ . Toujours dans la même

veine, nous avons attribué à  $G$  une valeur supérieure à 1. Rappelons que  $G$  agit à titre de facteur de scolarisation, un peu comme le ferait un facteur technologique dans une fonction de production, afin de représenter que l'utilisation d'une unité de main-d'œuvre éduquée permettra une production plus élevée qu'une unité de main d'œuvre non éduquée.

Pour leur part, les variables  $r$  et  $\beta$  ont été définies selon l'équation d'Euler à l'état stationnaire et donc  $\beta=1/(1+r)$ . Nous avons considéré que les valeurs  $\beta=0,98$  et  $r=2,04\%$  étaient raisonnables et plausibles, car elles sont dans l'intervalle de ce qui est employé généralement.

Dans le but de poursuivre notre approximation numérique, nous avons attribué des valeurs fictives aux paramètres de composition de la population. Toutefois, les valeurs que nous avons attribuées pour la région sont réalistes et représentent la situation qui prévaut au Québec en 2007. Nous avons utilisé la population totale ayant entre 16 et 24 ans, 25 et 64 ans ainsi que les 65 ans et plus. Nous avons considéré que ces 3 groupes représentaient la population  $N$  de notre modèle, à partir de laquelle nous avons calculé  $\phi_J$ ,  $\phi_A$  et  $\phi_V$ <sup>9</sup>. Dans notre modèle, les proportions des différents groupes de la population ont donc été fixées à :

$$\phi_{A,1} = 0,69$$

$$\phi_{J,1} = 0,14.$$

La fonction de production étant la même pour les deux régions,  $\alpha$ ,  $\gamma$  et  $G$  sont identiques d'une région à l'autre ainsi que  $\beta$  puisque le taux d'intérêt  $r$  est exogène dans le modèle. Nous déterminerons les valeurs des variables de la région 2, soit la région plus vieille en modifiant les valeurs des paramètres  $\phi_J$  et  $\phi_A$ . Ainsi,

$$\phi_{A,2} = 0,56$$

---

<sup>9</sup> Les données proviennent de l'Institut de la statistique du Québec, *Perspectives démographiques, Québec et régions, 2001-2051*, édition 2003, Scénario A.

$$\phi_{J,2} = 0,1^{10}.$$

En remplaçant tous nos paramètres dans les équations (16), (17) et (18), nous obtenons les résultats suivants :

$$\frac{A}{w^0} = \frac{\beta(\alpha(1 + \beta + \beta^2)\phi_A + G\gamma(\phi_A + \phi_J))}{\alpha(1 + 2\beta + 2\beta^2 + \beta^3)\phi_A}$$

$$\frac{A_1}{w_1^0} = 2,11479$$

$$\frac{A_2}{w_2^0} = 2,08204$$

$$\frac{w^E}{w^0} = \frac{(\alpha(1 + \beta + \beta^2)\phi_A + G\gamma(\phi_A + \phi_J))}{\alpha\beta(1 + \beta)\phi_A}$$

$$\frac{w_1^E}{w_1^0} = 6,47474$$

$$\frac{w_2^E}{w_2^0} = 6,37444$$

$$e = \frac{\beta(1 + \beta)G\gamma(\phi_A + \phi_J)}{(1 + \beta + \beta^2)(\alpha\phi_A + G\gamma(\phi_A + \phi_J))}$$

$$e_1 = 0,59779$$

$$e_2 = 0,59663.$$

---

<sup>10</sup> Selon l'Institut de la statistique du Québec, *Perspectives démographiques, Québec et régions, 2001-2051*, édition 2003, Scénario A, il s'agit des proportions de jeunes et d'adultes qui prévaudront en 2051 au Québec.

## CHAPITRE III

### ANALYSE DES RÉSULTATS

La modélisation étant complétée, le chapitre qui suit a pour but d'analyser les résultats que nous avons obtenus de la modélisation du chapitre II.

Commençons tout d'abord par un bref rappel des résultats du chapitre précédent :

**Tableau 3.1**

Résultats selon les paramètres fixés

Région 1 – population plus jeune	Région 2 – population plus vieille
$\frac{w_1^E}{w_1^0} = 6,47474$	$\frac{w_2^E}{w_2^0} = 6,37444$
$e_1 = 0,59779$	$e_2 = 0,59663$
$\frac{A_1}{w_1^0} = 2,11479$	$\frac{A_2}{w_2^0} = 2,08204$

Les simulations que nous avons réalisées nous permettent d'établir que plus la population est âgée, plus le salaire des travailleurs non éduqués rattrapera le salaire des éduqués. En effet, le salaire relatif  $\frac{w^E}{w^0}$  tend à diminuer lorsque la proportion de jeune et celle des adultes diminuent dans la population. Ainsi, si  $\phi_V$  augmente,  $w^{E*}$  augmente moins rapidement que  $w^{0*}$  modifiant par le fait même le niveau d'éducation  $e^*$ . En effet, si le salaire relatif des travailleurs éduqués est plus faible que celui des travailleurs non éduqués, les travailleurs

auront un coût d'opportunité plus grand à s'éduquer et décideront de diminuer leur temps passé à atteindre un niveau d'éducation plus élevé.

La demande relative de travailleurs éduqués ( $l^{E*} / l^{0*}$ ) est plus élevée dans une région avec une population plus âgée. Les firmes réorganisent les inputs qu'ils veulent utiliser en fonction du salaire relatif. Comme le prix relatif de la main-d'œuvre éduquée a diminué, l'entreprise augmente sa demande pour ce type de travailleurs lorsque la population vieillit.

$$\frac{l_1^{E*}}{l_1^{0*}} = \frac{e_1^* \phi_{A,1} N}{(1-e_1^*)(\phi_{J,1} + \phi_{A,1})N}$$

$$= 1,23557$$

$$\frac{l_2^{E*}}{l_2^{0*}} = \frac{e_2^* \phi_{A,2} N}{(1-e_2^*)(\phi_{J,2} + \phi_{A,2})N}$$

$$= 1,25501$$

Puisque l'offre de travail égale la demande, il est approprié d'expliquer l'évolution du ratio du côté de l'offre de travail. Le niveau d'éducation diminue dans une société vieillissante, suffisamment pour faire varier le nombre de travailleurs éduqués. Le nombre de travailleurs non éduqués sera affecté légèrement par le niveau d'éducation qui diminue, mais surtout par le fait que les proportions des jeunes et des adultes diminuent et amenuisent le bassin de main-d'œuvre non éduqué disponible. Le ratio fait donc en sorte que l'offre de travail relative des travailleurs éduqués augmente dans une société vieillissante puisque le bassin de main-d'œuvre éduquée (le numérateur) diminue moins que bassin de main-d'œuvre non éduqué (le dénominateur).

Le travailleur désire maximiser sa consommation au cours de sa vie en vertu du fait que le salaire des travailleurs éduqués augmente relativement moins rapidement que celui des

travailleurs non éduqués. Il choisira donc un niveau d'éducation plus bas afin de profiter du salaire relatif des non éduqués qui est plus élevé. Ainsi, le niveau d'éducation sera plus bas dans une région où la population est plus vieille.

Les équations qui suivent énoncent les niveaux de consommation relative qui seront atteints dans les deux régions lorsqu'un individu maximise son utilité intertemporelle:

$$\frac{C_J^*}{w^{0*}} = (1 - e^*)$$

$$\text{Puisque } e_1^* > e_2^* \Rightarrow C_{J,1}^* / w_1^{0*} < C_{J,2}^* / w_2^{0*}$$

$$\frac{C_A^*}{w^{0*}} + \frac{A^*}{w^{0*}} = (1 - e^*) + e^* \frac{w^{E*}}{w^{0*}}$$

$$\text{Puisque } e_1^* > e_2^*, A_1^* / w_1^{0*} > A_2^* / w_2^{0*}, w_1^{E*} / w_1^{0*} > w_2^{E*} / w_2^{0*} \Rightarrow C_{A,1}^* / w_1^{0*} > C_{A,2}^* / w_2^{0*}$$

$$\frac{C_V^*}{w^{0*}} = (1 + r^*) \frac{A^*}{w^{0*}}$$

$$\text{Puisque } r_1^* = r_2^* \text{ et } A_1^* / w_1^{0*} > A_2^* / w_2^{0*} \Rightarrow C_{V,1}^* / w_1^{0*} > C_{V,2}^* / w_2^{0*}$$

C'est seulement lorsqu'un individu est jeune qu'il consommera plus dans une région avec une population plus âgée versus une avec une population jeune. Au cours des autres périodes de sa vie, sa consommation devrait être plus élevée dans une région où la population est composée de plus de jeunes.

À l'état stationnaire, un individu aura cumulé, à la fin de sa vie, une consommation relative totale plus élevée dans une région où la population est plus jeune. Ainsi, un individu qui vit dans la région 1, la région composée de moins de plus de jeunes et d'adultes, consommera plus au cours de sa vie que celui dans la région 2 :

$$C_{J,1}^* + C_{A,1}^* + C_{V,1}^* < C_{J,2}^* + C_{A,2}^* + C_{V,2}^*.$$

**Tableau 3.2**

Consommation relative d'un individu au cours des différentes périodes de sa vie selon la région

	<b>Région 1</b>	<b>Région 2</b>
$C_J^*/w^0$	0,40221	0,40337
$C_A^*/w^0$	2,15795	2,12453
$C_V^*/w^0$	2,15795	2,12453
<b>Consommation relative de l'individu au cours de sa vie</b>	<b>4,71811</b>	<b>4,65240</b>

Nous pouvons remarquer que l'individu réussi à lisser parfaitement sa consommation relative lorsqu'il est adulte et vieux et ce que se soit dans une région où la concentration de vieux est plus petite ou plus grande.

De plus, nous pouvons observer que la consommation totale de la région sera plus élevée dans une région avec une population plus âgée. En effet, bien que la consommation des adultes et des vieux soit plus grande de façon individuelle dans la région 2, le fait que la proportion de vieux augmente considérablement dans la région 2 compense pour la diminution de consommation individuelle. L'équation (9) permet de trouver ces résultats :

$$\begin{aligned} \frac{\text{Consommation totale}_1}{w^0} &= \phi_{J,1} N \frac{C_{J,1}^*}{w^0} + \phi_{A,1} N \frac{C_{A,1}^*}{w^0} + \phi_{V,1} N \frac{C_{V,1}^*}{w^0} \\ &= (0,14 \times 0,40221 + 0,69 \times 2,15795 + 0,17 \times 2,15795) \times N \\ &= 1,91215N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{Consommation totale}_2}{w^0} &= \phi_{J,2} N \frac{C_{J,2}^*}{w^0} + \phi_{A,2} N \frac{C_{A,2}^*}{w^0} + \phi_{V,2} N \frac{C_{V,2}^*}{w^0} \\ &= (0,1 \times 0,40337 + 0,56 \times 2,12453 + 0,34 \times 2,12453) \times N \\ &= 1,95241N \end{aligned}$$

Le tableau qui suit résume tous les résultats que nous avons obtenus de notre modélisation.

**Tableau 3.3**

Résultats obtenus avec notre modélisation

Région 1 – population plus jeune	Région 2 – population plus vieille
$\frac{w_1^E}{w_1^0} = 6,47474$	$\frac{w_2^E}{w_2^0} = 6,37444$
$e_1 = 0,59779$	$e_2 = 0,59663$
$\frac{A_1}{w_1^0} = 2,11479$	$\frac{A_2}{w_2^0} = 2,08204$
$\frac{l_1^{E*}}{l_1^{0*}} = 1,23557$	$\frac{l_2^{E*}}{l_2^{0*}} = 1,25501$
$\frac{C_{J,1}^*}{w^0} = 0,40221$	$\frac{C_{J,2}^*}{w^0} = 0,40337$
$\frac{C_{A,1}^*}{w^0} = 2,15795$	$\frac{C_{A,2}^*}{w^0} = 2,12453$
$\frac{C_{V,1}^*}{w^0} = 2,15795$	$\frac{C_{V,2}^*}{w^0} = 2,12453$
$C_{individu,1}^* = 4,71811$	$C_{individu,2}^* = 4,65240$
$\frac{\text{Consommation totale}_1}{w^0} = 1,91215$	$\frac{\text{Consommation totale}_2}{w^0} = 1,95241$

Deux régions ayant une composition différente de sa population aura des niveaux de salaire, d'épargne, d'éducation et de consommation différents. En effet, la région avec la population la plus vieille aura un salaire relatif plus petit, un niveau d'épargne relatif plus faible et un niveau d'éducation plus bas. De plus, l'individu représentatif aura, au cours de sa vie, consommé moins dans une région où la population est plus vieille. Toutefois, collectivement, la région atteindra un niveau de consommation relatif plus élevé lorsque sa population est plus âgée.

## CONCLUSION

À la manière de Fougère et Mérette (1999), nous avons introduit, dans un modèle à générations imbriquées, une offre de travail endogène. À la différence de ceux-ci nous avons modifié la fonction de production de la firme afin que cette dernière demande deux intrants particuliers : la main-d'œuvre qualifiée et la main-d'œuvre non qualifiée.

Fougère et Mérette concluent que le niveau d'éducation augmente lorsque la population vieillit. En effet, les résultats de leur simulation démontrent que les rendements sur le capital se feront plus petit et pour compenser cette diminution, les individus décideront d'augmenter leur niveau d'éducation pour obtenir un rendement sur le capital humain acquis. Se faisant, le niveau d'éducation plus élevé permet une meilleure productivité et donc une croissance de l'économie.

Nos résultats vont dans une direction opposée à ceux de Fougère et Mérette. Le modèle que nous avons réalisé, nous a permis de confirmer nos appréhensions du départ. Ainsi, dans une économie fermée une région avec une population plus âgée verra le salaire des travailleurs non éduqués augmenter plus rapidement que le salaire des travailleurs éduqués. Ceci aura pour conséquence de modifier le choix du niveau d'éducation atteint par l'individu qui cherchera à maximiser son utilité via sa consommation. Le niveau d'éducation d'une région plus âgée sera donc moins élevé que dans une région plus jeune.

Plusieurs hypothèses peuvent avoir généré des différences entre nos résultats et ceux de Fougère et Mérette. Tout d'abord, nous n'avons pas permis aux jeunes d'épargner et nous avons offerts seulement aux jeunes la possibilité de s'éduquer. De plus, dans notre modèle nous avons exclu le capital physique et nous avons utilisé un taux d'intérêt exogène.

Toutefois, les conséquences réelles qui pourraient résulter d'une diminution du niveau d'éducation d'une région pourraient être importantes. En effet, une diminution de la productivité pourrait en résulter, ce qui rendrait cette région moins compétitive par rapport à une autre région plus jeune. La mondialisation des marchés pourrait faire en sorte que les entreprises déplaceraient leur production vers des régions où le rythme du vieillissement de la population serait moins marqué. Une région où la main-d'œuvre aurait atteint un niveau de scolarité plus élevé.

Bien entendu, les résultats de cette étude ont été obtenus dans une économie fermée. Nous avons donc enlevé la possibilité aux travailleurs de migrer d'une région à l'autre si les salaires sont plus alléchants.

Or, la démographie du Québec nous démontre que la population peut vieillir à des rythmes différents entre les territoires. De ce fait, il y aura des régions aux prises avec une population plus vieille et avec un ratio de dépendance beaucoup plus élevé qu'ailleurs. Les prévisions de l'ISQ, montre les différences dans les rythmes de vieillissement de la population du Québec à travers ses régions administratives. La proportion des personnes âgées de 65 ans et plus variera en 2026 entre 20,7 % et 36,3 % selon la région et le ratio de dépendance pourrait se situer au Québec entre 53,8 et 86,2.<sup>11</sup>

La dynamique entre les régions ne vieillissant pas au même rythme pourrait se traduire de plusieurs façons. Par exemple, les entreprises installées dans des régions où la population active est petite et avec des difficultés de recrutement de personnel devraient y pallier par diverses solutions telles une hausse des salaires afin d'attirer plus de main-d'œuvre pour combler les postes disponibles et d'encourager les travailleurs actuels à retarder leur départ à

---

<sup>11</sup> Institut de la statistique du Québec, *Perspectives démographiques de 2001-2026, Québec et régions, édition 2003.*

la retraite, ou encore un déménagement de la région pour un endroit où il y aurait un bassin de main-d'œuvre plus important.

Un déménagement d'une entreprise vers une région plus jeune pourrait accentuer le phénomène de vieillissement de la région en raison de l'exode du bassin de main-d'œuvre vers une région dynamique en termes d'emplois.

La modélisation que nous avons réalisée pourrait être approfondie afin de placer les deux régions en économie ouverte. Ainsi, les travailleurs de la région plus jeune qui ont des salaires plus petits pourraient décider de migrer vers la région offrant des meilleurs salaires. Les salaires seraient donc rééquilibrés et le choc au niveau du niveau d'éducation serait peut-être réduit. Quoiqu'il en soit, il serait intéressant de voir deux régions limitrophes, connaissant un rythme différent du vieillissement de leur population, interagir entre eux.

## BIBLIOGRAPHIE

- Auerbach, A.J., Kotlikoff, L.J., « Dynamic Fiscal Policy », Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- Auerbach, A.J., Kotlikoff, L.J., Hagemann, R.P. and Nicoletti, G., « The economic dynamics of an ageing population: the case of four OECD countries », *OECD Economic Studies*, vol. 0, n° 12, printemps 1989, p. 97-130.
- Fischer, Stanley et Olivier J. Blanchard. « The overlapping generations model », chap. in : *Lectures on macroeconomics*, Cambridge, The MIT press, 1989, p. 91-153.
- Fougère, Maxime et Marcel Mérette. « Population Ageing and Economic Growth in Seven OECD Countries », *Economic Modelling*, vol. 16, 1999, p.411-427.
- Fougère, Maxime et Marcel Mérette. « Croissance endogène et vieillissement démographique : le cas d'une petite économie ouverte », Ministère des Finances du Canada, Document de travail 2000-03, 2000, 33 p.
- Jagg, Christian. « Education, demographics, and the economy », non publié, 27 juin 2006, 47 p. [en ligne], [http://mpra.ub.uni-muenchen.de/337/1/MPRA\\_paper\\_337.pdf](http://mpra.ub.uni-muenchen.de/337/1/MPRA_paper_337.pdf)
- Mérette, Marcel. « The Bright Side : A positive View on the Economics of Aging », *Choices*, vol. 8, n° 1, Institute for Research on Public Policy (IRPP), March 2002, 28 p.
- Mercenier, Jean et Marcel Mérette. « The inter-regional consequences of population ageing in Canada », in Reinhard Neck : *Modelling and Control of Economic Systems 2001*, Elsevier Pergamon Press, 2003, p. 175-181.
- Moore, Eric G. *et al. Geographic Dimensions of Aging : The Canadian Experience 1991-1996*, SEDAP Research Paper, n° 23, juin 2000, 46 p.

- Québec, Institut de la statistique du Québec. *Données sociodémographiques en bref*, vol. 8, n° 2, février 2004, 8 p. [en ligne],  
<http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/conditions/pdf/BrefFev04.pdf>
- Québec, Institut de la statistique du Québec. *Espérance de vie à la naissance et à 65 ans selon le sexe, Québec, 1980-1982 à 2002-2004*, [en ligne],  
[http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn\\_decés/4p1.htm](http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn_decés/4p1.htm)
- Québec, Institut de la statistique du Québec. *Taux de fécondité, selon le groupe d'âge et indices globaux, Québec, 1951-2004*, [en ligne],  
[http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn\\_decés/naissance/402.htm](http://www.stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/naisn_decés/naissance/402.htm)
- Québec, Institut de la statistique du Québec. *Perspectives démographiques du Québec et de ses régions 1991-2041*, partie I, 261 p. [en ligne],  
[http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/demograp/pdf/pers\\_demo-2.pdf](http://www.stat.gouv.qc.ca/publications/demograp/pdf/pers_demo-2.pdf)
- Québec, Institut de la statistique du Québec, *Perspectives démographiques, Québec et régions, 2001-2051*, édition 2003, Scénario A, [en ligne],  
[http://stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/persp\\_poplt/pers2001-2051/fichier\\_excel/PopAS\\_Qc\\_ed03.xls](http://stat.gouv.qc.ca/donstat/societe/demographie/persp_poplt/pers2001-2051/fichier_excel/PopAS_Qc_ed03.xls)
- Sayan, Serdar. *Dynamic Heckscher-Ohlin Result from a 2x2x2x2 overlapping generations models with unequal population growth rates*, Department of Economics Discussion, paper n° 02-01, Bilkent University, Ankara, 2002, 36 p. (à paraître dans le Journal of Economic Dynamics and Control).
- Sayan, Serdar. « Trade and labour flows between countries with young and aging populations », in Reinhard Neck : *Modelling and Control of Economic Systems 2001*, Elsevier Pergamon Press, 2003, p. 163-168.
- Sayan, Serdar et Ali E. Uyar. *Directions of trade flows and labour movements between high and low population growth countries : an overlapping generations general equilibrium analysis*, Department of Economics Discussion, paper n° 01-08, Bilkent University, Ankara, 2001, 34 p.
- Storesletten, Kjetil. « Sustaining fiscal policy through immigration », *Journal of Political Economy*, vol. 108, n° 2, avril 2000, p. 300-323.

Tosun, Mehmet S. « Population aging and economic growth : political economy and open economy effects », *Economics letters*, vol. 81, n° 3, 2003, p.291-296.