

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LA CRISE FINANCIÈRE DE 2008 : LA VOLATILITÉ DES MARCHÉS
BOURSIERS CANADIEN ET AMÉRICAIN

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

Julie Viengsavanh SENGSAY

AVRIL 2013

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de ce mémoire se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.01-2006). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [a] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur, M. Douglas Hodgson, pour son soutien, sa disponibilité et ainsi que ses conseils tout au long de la rédaction de mon mémoire.

Je voudrais également remercier MM. Alain Paquet et Dalibor Stevanovic pour leurs conseils dans le processus de finalisation de mon mémoire.

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES FIGURES	v
LISTE DES TABLEAUX	vii
RÉSUMÉ	viii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I	
REVUE DE LITTÉRATURE	4
1.1 La volatilité	4
1.2 La transmission de la volatilité	6
1.3 Les modèles de transmission de la volatilité	8
1.3.1 Modèle à volatilité stochastique	8
1.3.2 Modèle avec changement de régime	11
1.3.3 Modèle GARCH	13
CHAPITRE II	
MÉTHODOLOGIE	22
2.1 Modèle ARCH	22
2.2 Modèle GARCH	24
2.2.1 GARCH univarié	24
2.2.2 GARCH multivarié	27
2.3 Modèle CCC-GARCH	29
2.4 Modèle DCC-GARCH	31
2.4.1 Modèle DCC-GARCH(1,1)	35
2.5 Estimation	37
2.5.1 Première étape	38
2.5.2 Deuxième étape	39

2.6 Tests d'hypothèse	40
CHAPITRE III	
DONNÉES	43
3.1 Test de stabilité des paramètres	44
3.2 Test de bris structurel	45
3.3 Toute la période analysée : du 1er janvier 2005 au 31 juillet 2010 . . .	46
3.4 Période calme : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008	51
3.5 Période de crise : du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010	55
CHAPITRE IV	
RÉSULTATS EMPIRIQUES	60
4.1 Période calme : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008	60
4.2 Période de crise : du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010	65
CONCLUSION	70

TABLE DES FIGURES

Figure	Page
3.1 Prix de l'indice composé S&P/TSX durant toute la période analysée.	48
3.2 Prix de l'indice S&P500 durant toute la période analysée.	49
3.3 Rendement de l'indice composé S&P/TSX durant toute la période analysée.	50
3.4 Rendement de l'indice S&P/500 durant toute la période analysée.	50
3.5 Prix de l'indice composé S&P/TSX avant la crise.	53
3.6 Prix de l'indice S&P/ 500 avant la crise.	53
3.7 Rendement de l'indice composé S&P/TSX avant la crise.	54
3.8 Rendement de l'indice S&P 500 avant la crise.	54
3.9 Prix de l'indice composite S&P/TSX pendant la crise.	57
3.10 Prix de l'indice S&P/ 500 pendant la crise.	58
3.11 Rendement de l'indice composite S&P/TSX pendant la crise. . . .	58
3.12 Rendement de l'indice composite S&P 500 pendant la crise.	59
4.1 Variance conditionnelle de l'indice composé S&P/TSX avant la crise.	63
4.2 Variance conditionnelle de l'indice composite S&P 500 avant la crise.	63
4.3 Corrélations conditionnelles du S&P/TSX et du S&P 500 avant la crise.	64
4.4 Variance conditionnelle de l'indice composite S&P/TSX pendant la crise.	68
4.5 Variance conditionnelle de l'indice composite S&P 500 pendant la crise.	68

4.6 Corrélations conditionnelles du S&P/TSX et du S&P 500 pendant
la crise. 69

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Page
3.1 Test de stabilité des paramètres (Test de Chow)	45
3.2 Test de bris de structure (Test de Quandt-Andrews)	45
3.3 Statistiques descriptives des rendements des indices S&P/TSX et S&P 500 durant toute la période analysée : du 1er janvier 2005 au 31 juillet 2010.	47
3.4 Statistiques descriptives des rendements de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P 500 durant la période d'avant-crise : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008.	52
3.5 Statistiques descriptives des rendements des indices S&P/TSX et S&P 500 durant la période de crise : du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.	56
4.1 Coefficients estimés du DCC-GARCH (1,1) pour la période d'avant-crise : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008.	62
4.2 Coefficients estimés du DCC-GARCH (1,1) pour la période de crise : du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.	66
4.3 Autres périodes analysées.	69

RÉSUMÉ

Ce mémoire s'intéresse à la transmission de la volatilité des marchés financiers. Les marchés canadien et américain sont étudiés durant la crise financière de 2008. Afin d'analyser ces transmission, nous utilisons le modèle d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisé à corrélations conditionnelles dynamiques d'Engle (2002). La période analysée est du 1er janvier 2005 au 31 juillet 2010. Cette période se divise en deux sous-périodes, soit une période de calme et une période de crise. La période de calme est du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008 et la période de crise est du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Les résultats obtenus indiquent qu'il y a eu une transmission de volatilité des États-Unis vers le Canada durant cette crise. Nous avons aussi trouvé une augmentation des corrélations conditionnelles dynamiques entre le Canada et les États-Unis en temps de crise.

Mots-clés : GARCH multivarié, DCC-GARCH, crise financière, volatilité.

INTRODUCTION

La récente crise financière a fait des dommages au niveau mondial et nous en ressentons encore les séquelles aujourd'hui. Cette crise d'origine américaine a pourtant réussi à se propager dans plusieurs pays. Elle est maintenant une crise globale et est reconnue sous le nom de Grande Récession.

La crise financière est apparue à la suite de l'éclatement de la bulle immobilière américaine, à ses débuts elle se nommait la crise des subprimes. Plusieurs facteurs sont en cause dans cette crise. Pour ne nommer que les plus importants, il y a eu l'octroi massif de prêts hypothécaires à haut risque, la titrisation de ces hypothèques, l'éclatement de la bulle immobilière américaine, l'appât du gain des banques et des investisseurs et finalement la non-transparence et l'incompréhension partielle des produits dérivés financiers en cause, soit les prêts hypothécaires à haut risque ayant été titrisés. De nature locale, la crise parvient à se propager globalement. Elle atteint les pays développés ainsi que les pays émergents. Elle est reconnue comme étant la crise mondiale la plus grave depuis la Grande Dépression.

Avec l'étendue actuelle de la globalisation financière, les marchés des capitaux des différents pays sont maintenant interdépendants. Le découplage des marchés est une des facettes de cette globalisation. Les crises, et par conséquent la volatilité, ont maintenant plus de facilité à se propager d'une économie à l'autre, et ce, avec une vitesse fulgurante et parfois même instantanée. Cette interdépendance a transformé une crise d'origine locale en une crise mondiale. Elle est maintenant qualifiée de crise systémique (Facchini, 2010). Elle est désormais non seulement

une crise financière, elle est maintenant aussi une crise économique. La volatilité qui était présente seulement sur les marchés américains s'est propagée autour du globe.

Le Canada est reconnu comme étant plus prudent et conservateur au niveau bancaire, il possède ainsi une meilleure régulation¹ au niveau des prêts hypothécaires par rapport aux États-Unis. De ce fait, le Canada n'a pas souffert directement de la crise des subprimes mais il a tout de même été touché par ses conséquences. Il a cependant moins souffert que la majorité des autres pays développés, pourtant les États-Unis et le Canada sont de grands partenaires commerciaux. Les conséquences indirectes de cette crise globale sont entre autres la récession, la baisse des exportations vers les États-Unis, la baisse du marché boursier ainsi que la baisse de l'indice de confiance des consommateurs (Fédération des chambres immobilières du Québec, 2009).

Une des conséquences qui nous intéresse dans cette recherche est la baisse des valeurs boursières canadiennes par rapport à la baisse des valeurs boursières américaines. Comment les valeurs boursières canadiennes ont-elles réagi par rapport aux valeurs boursières américaines durant cette crise? Nous allons alors étudier la transmission de la volatilité qui a contribué à cette baisse de rendement des actifs. D'abord, nous allons tester la significativité d'un effet de transmission de volatilité et, ensuite s'il y a lieu, l'ampleur d'un tel effet. Le nombre d'études portant sur la volatilité entre le Canada et les États-Unis pendant la crise financière de 2008 est relativement faible. De ce fait, il est pertinent de contribuer sur le sujet. Il est important de mieux comprendre la volatilité entre ces deux pays, car ce sont de grands partenaires commerciaux. Or, sont nombreuses les décisions et

1. Voir notamment « *Canadian Residential Mortgage Markets : Boring But Effective ?* » (Kiff, 2009).

transactions financières reposant sur l'interaction de ces deux marchés.

Cette recherche étudie la transmission de la volatilité des valeurs boursières entre le marché américain et le marché canadien durant la crise financière de 2007. Le modèle utilisé à cette fin est le modèle à hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisé (GARCH) à corrélations conditionnelles dynamiques (DCC) d'Engle (2002), le DCC-GARCH. Afin de pouvoir déceler le changement dans les niveaux de volatilité, la période analysée est divisée en deux sous-périodes, une période de calme et une période de crise. La période de calme se situe du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008 et celle de la crise est du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Ces périodes ont été choisies en fonction des résultats obtenus par le test de bris de structure de Quandt-Andrews. Nous avons aussi analysé d'autres séries de dates pour le changement de régime, nous n'avons cependant pas trouvé de résultats significatifs en faveur d'une transmission de la volatilité. Pour les sous-périodes du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008 et du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010, nous trouvons qu'il y a bien eu une augmentation de la volatilité dans les deux pays pendant la crise. Nous avons trouvé des résultats significatifs en faveur d'une transmission de la volatilité entre les deux pays.

CHAPITRE I

REVUE DE LITTÉRATURE

1.1 La volatilité

« La volatilité est l'intensité des fluctuations de la valeur d'un actif quelconque autour d'une tendance centrale. » (Bensafta et Semedo, 2011, p. 281).

La volatilité est importante dans l'étude de l'économie et de la finance, car elle est au cœur de plusieurs décisions économiques ainsi que financières. Le fait que l'on ne peut la contrôler est une autre raison qui justifie sa présence dans les recherches et aussi dans la littérature. L'impossibilité à la maîtriser complètement conduit à une compréhension péremptoire de ses mécanismes de propagation. Avant de débiter, il est important de définir la volatilité. La volatilité sur les marchés financiers est une variable non observable, on essaie alors de la mesurer par le biais d'une variable observable. On la mesure donc par les variations de prix d'un actif financier. La volatilité est définie, dans sa version la plus simple, par l'écart-type des rendements des actifs (Ramlall, 2010). Elle est donc une échelle de risque.

La volatilité comporte quelques caractéristiques reconnues, elle varie dans le temps

et elle est autocorrélée. Donc, les prix sont hétéroscédastiques et la volatilité des périodes passées a un impact sur la volatilité d'aujourd'hui. La volatilité a tendance à être asymétrique et aussi à se regrouper. L'asymétrie de la volatilité est un phénomène que l'on peut observer dans plusieurs études empiriques, elle augmente plus après des chocs négatifs que des chocs positifs. Dans les données financières, on aussi peut observer que les petits chocs sont suivis de petits chocs et les gros chocs sont suivis de gros chocs. Ce phénomène est reconnu comme étant le regroupement de la volatilité. Engle *et al.* (1990) différencient deux effets observables de la transmission de la volatilité; l'effet de vague de chaleur et l'effet de pluies de météorites. L'hypothèse de vague de chaleur soutient que la source de la volatilité provient du pays ou du marché analysé. L'hypothèse de pluies de météorites, à l'opposé, soutient que la volatilité provient d'une transmission entre différents pays ou différents marchés.

Cette recherche a pour but d'étudier la transmission de la volatilité des rendements des actifs financiers américains et canadiens pendant la crise de 2007. Ce sujet est pertinent par le fait que la volatilité a un impact sur les décisions économiques et financières :

«La volatilité des rendements financiers est au centre de plusieurs décisions financières, tel que le *pricing*, la couverture de produits financiers, la gestion de portefeuilles et la gestion des risques.» (Bensafta et Semedo, 2009, p.2).

Globalement, une meilleure compréhension des mécanismes de transmission de la volatilité permet aussi de mener une meilleure conduite de la politique monétaire, une meilleure évaluation des actifs, une allocation optimale des ressources et une gestion de risques améliorée (Felipe et Diranzo, 2005).

Il est aussi important de noter que le nombre de recherches sur la crise financière de 2007 est encore relativement faible en conséquence de sa nature très récente (Didier, Love et Peria, 2010), il semble donc utile de contribuer sur ce sujet.

1.2 La transmission de la volatilité

La transmission de la volatilité d'un pays à l'autre se retrouve accentuée depuis la globalisation financière. La globalisation financière fait maintenant partie intégrante du paysage financier depuis le milieu des années 80, augmentant le mouvement de marché international entre les pays industrialisés (Kose, Prasad, Rogoff et Wei, 2009). Ce processus financier englobe la déréglementation, la désintermédiation et le décloisonnement. Ce dernier joue un rôle important dans la transmission de la volatilité. Le décloisonnement signifie qu'il y a abolition des cloisons ou des barrières. Les frontières que l'on retrouvait auparavant entre les différents marchés et les différents pays s'en retrouvent diminuées ou inexistantes. Les marchés financiers internationaux sont désormais interdépendants à des degrés différents. Pendant les crises financières, la volatilité augmente sur les marchés et les corrélations entre ces marchés augmentent. Les marchés financiers, maintenant interdépendants internationalement, se retrouvent davantage vulnérables aux crises financières. Cette abolition des frontières facilite donc la transmission de la volatilité entre les pays. Les crises se propagent ainsi plus rapidement d'une économie à l'autre. Bien que la globalisation financière comporte certains avantages comme l'augmentation du partage international de risque, de la compétitivité et de l'efficacité, le risque maintenant plus rapide de la transmission des chocs financiers au-delà des frontières a aussi augmenté (Claessens, Kose et Terrones, 2010). Les opinions varient sur le sujet de la globalisation financière. Pour certains que la globalisation n'est pas la seule à blâmer. Les politiques publiques qui ne sont pas assez bien régulées sont plus à reprocher que le phénomène de la globalisation

en lui-même (Brender et Pisani, 2009).

Dans l'étude de la transmission de la volatilité, il se doit de mentionner la contagion car, ces deux phénomènes se retrouvent entrelacés dans la littérature. La contagion est le sujet de plusieurs études empiriques sans pourtant avoir de définition officielle (Dornbusch, Park et Claessens, 2000) ni d'identification du phénomène. Il existe dans la littérature, plusieurs définitions et différents facteurs de la contagion. Masson (1998) identifie trois facteurs de contagion : l'effet de mousson, les interdépendances normales et la contagion pure. La définition la plus employée dans la littérature caractérise la contagion comme étant une augmentation significative des liens entre les marchés suivant un choc dans un pays ou un groupe de pays (Forbes et Rigobon, 2002). Il y a contagion que si les comouvements des marchés augmentent substantiellement après le choc. La contagion s'applique dans le cas de crises et se définit par la modification significative des liens d'interdépendance des marchés durant ces crises (Bensafta et Semedo, 2009). Il n'y a pas de consensus sur une définition empirique de la contagion financière, à supposer qu'il en existe une (Hwang, In et Kim, 2010). Il y a une ligne mince et indéfinie entre la transmission internationale et la contagion, les deux sont trop souvent confondues (Bensafta et Semedo, 2009). La contagion et l'interdépendance des marchés sont souvent associées au même phénomène, ce qui est faux. L'interdépendance des marchés est un terme plus vaste comprenant tous les liens d'interaction entre ces marchés tandis que la contagion serait plutôt une augmentation de ces liens après un choc. Toutefois, cette recherche se limitera à la transmission de la volatilité, donc la contagion ne sera pas étudiée car il n'y a pas de consensus sur la définition empirique de la contagion.

1.3 Les modèles de transmission de la volatilité

Dans la littérature, les principaux modèles de transmission de la volatilité sont les modèles de volatilité stochastique, les modèles avec changement de régime et les modèles GARCH (Felipe et Diranzo, 2005).

1.3.1 Modèle à volatilité stochastique

Moins présent dans la littérature empirique, le modèle de volatilité stochastique est moins populaire que le modèle GARCH (Felipe et Diranzo, 2005). La version univariée dans sa forme la plus simple de ce modèle se veut comme suit :

$$\begin{aligned}y_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \log \sigma_t &= h_t, \\ h_t &= \alpha + \beta h_{t-1} + \eta_t,\end{aligned}\tag{1.1}$$

où les deux erreurs sont mutuellement indépendantes, $\varepsilon_t \sim i.i.d.(0, 1)$ et $\eta_t \sim n.i.d.(0, \sigma_\eta^2)$.

Lopes et Polson (2009) utilisent trois modèles différents afin d'extraire la volatilité du S&P 500 et du NASDAQ durant la crise financière de 2007, soit un modèle de volatilité stochastique, un modèle de volatilité stochastique à saut et un modèle GARCH (1,1).

Le modèle de volatilité stochastique est représenté par :

$$\begin{aligned}
\frac{dS_t}{S_t} &= \mu + \sqrt{V_t} dB_t^P, \\
d \log V_t &= k_v(\theta_v - \log V_t) + \sigma_v dB_t^V, \\
Y_{t+1} &= e^{\frac{X_{t+1}}{2}} \varepsilon_{t+1}, \\
X_{t+1} &= \alpha_v + \beta_v X_t + \sigma_v \eta_{t+1},
\end{aligned}
\tag{1.2}$$

où S_t représente un indice boursier et V_t sa volatilité stochastique. Le terme μ représente le rendement espéré et les paramètres $\Theta = (k_v, \theta_v, \sigma_v)$ représentent l'évolution de la volatilité. Les termes B_t^P et B_t^V sont des mouvements browniens. Les chocs ε_{t+1} et η_{t+1} sont normalement distribués et indépendants. Les logarithmes des rendements sont représentés par $Y_{t+1} = \log(S_{t+1}/S_t)$ et le logarithme de la volatilité est noté par $X_{t+1} = \ln V_{t+1}$. Les termes qui gouvernent l'évolution de la volatilité sont transformés ainsi : $\alpha_v = k_v \theta_v$ et $\beta_v = 1 - k_v$.

Le modèle de volatilité stochastique à saut est représenté par :

$$\begin{aligned}
\frac{dS_t}{S_t} &= \mu + \sqrt{V_t} dB_t^P + d \left(\sum_{s=N_t}^{N+1} Z_s \right), \\
d \log V_t &= k_v(\theta_v - \log V_t) + \sigma_v dB_t^V, \\
Y_{t+1} &= e^{\frac{X_{t+1}}{2}} \varepsilon_{t+1} + J_{t+1} Z_{t+1}, \\
X_{t+1} &= \alpha_v + \beta_v X_t + \sigma_v \eta_{t+1}, \\
J_{t+1} &\sim \text{Ber}(\lambda), \\
Z_{t+1} &\sim \mathcal{N}(\mu_z, \sigma_z^2),
\end{aligned}
\tag{1.3}$$

où le vecteur des paramètres est $\Theta = (\lambda, \mu_z, \sigma_z, \alpha_v, \beta_v, \sigma_v)$.

Le modèle GARCH (1,1) est représenté en par :

$$\begin{aligned} Y_{t+1} &= \sqrt{V_t} \varepsilon_{t+1}, \\ V_{t+1} &= \alpha_v + \beta_v V_t + \gamma_v \varepsilon_t^2, \end{aligned} \tag{1.4}$$

où α_v , β_v et γ_v sont des paramètres à estimer. Lopes et Polson utilisent des données journalières des deux indices. Ils trouvent que le modèle GARCH (1,1) et le modèle à volatilité stochastique performant moins bien que le modèle à saut avec volatilité stochastique dans les périodes de stress de marché.

La transition d'un modèle univarié vers un modèle multivarié est plus simple pour un modèle à saut avec volatilité stochastique qu'un modèle GARCH. De plus, les propriétés des séries analysées du modèle à saut avec volatilité stochastique peuvent être plus facilement obtenues contrairement au modèle GARCH. Ces deux caractéristiques sont les avantages du modèle de volatilité stochastique par rapport au modèle GARCH. Aussi, comparativement au modèle GARCH, les erreurs sont différenciées pour les erreurs en niveau (ε_t) et pour les erreurs en variance (η_t) (Felipe et Diranzo, 2005). La plus grande faiblesse du modèle de volatilité stochastique est la difficulté de l'estimation due au fait que, bien que ε_t est sous l'hypothèse de la normalité, y_t n'est pas conditionnellement normal. Donc contrairement au modèle GARCH, l'estimation est plus ardue (Felipe et Diranzo, 2005).

1.3.2 Modèle avec changement de régime

Un autre modèle utilisé pour analyser la transmission de la volatilité est le modèle à changement de régime. Ce modèle utilise les changements structuraux pour expliquer le comportement de la volatilité. Il existe deux méthodologies générales pour estimer le modèle à changement de régime. La première méthode consiste à utiliser un modèle GARCH et les chocs introduits dans le modèle le sont en tant que variable dichotomique. La deuxième méthode utilise un modèle *Switching ARCH* ou *SWARCH* où les transitions des probabilités d'un état à un autre sont déterminées par une chaîne de Markov.

La volatilité et les corrélations croisées sont étudiées par Ramchand et Susmel (1998) en utilisant un modèle avec changement de régime. Ils ont étudié le Canada, douze pays européens (Autriche, Belgique, Danemark, France, Allemagne, Italie, Pays-Bas, Norvège, Espagne, Suède, Suisse et Royaume-Uni), le Japon, Hong Kong, Singapour et l'Australie, et ce, par rapport aux États-Unis. Ils analysent les indices boursiers à partir des rendements hebdomadaires et étudient les pays sur une période de 10 ans, soit de janvier 1980 à janvier 1990. Ils utilisent un modèle *SWARCH*. Leur méthodologie consiste en premier lieu à estimer chacune des séries avec un GARCH univarié et ensuite à estimer des *SWARCH* bivariés avec les États-Unis et chacun des pays étrangers. La méthode d'estimation utilisée est la méthode de vraisemblance. L'équation de la variance pour leur modèle *Switching ARCH* (*SWARCH*) est représenté par :

$$\begin{aligned}
 h_t &= \alpha_{0,s_t} \sum_{i=1}^{i=q} \alpha_{i,s_t,s_{t-i}} e_{t-i}^2, \\
 \frac{h_t}{\gamma_{s_t}} &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{i=q} \alpha_i \frac{e_{t-i}^2}{\gamma_{s_{t-i}}},
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

où l'état de l'économie au temps t est noté par s_t , α_{0,s_t} représente le paramètre du changement structurel et $\alpha_{i,s_t,s_{t-i}}$ est le coefficient autorégressif de l'état de l'économie et γ_{s_t} est le paramètre qui capture les changements de régime.

Ils ont trouvé que la variance dépend du temps et aussi du régime ou de l'état du pays. Ils concluent donc que la structure de la covariance change dans le temps. Leurs résultats démontrent que les pays étrangers deviennent hautement corrélés avec les États-Unis pendant les périodes de haute variance de ce dernier. Ils comparent le modèle à changement de régime avec le modèle GARCH et trouvent qu'avec le modèle SWARCH, ils obtiennent des ratios de Sharpe ¹ plus élevés pour leurs portefeuilles.

La crise financière de 2008 a été étudiée par le biais d'un modèle à changement de régime par Guo, Chen et Huang (2010). Leur méthodologie se base sur un modèle à vecteur autoregressif avec une chaîne de Markov (MS-VAR). Ils étudient le marché boursier, le marché de l'immobilier, le marché des couvertures de défaillance et le marché de l'énergie. Ils trouvent que le choc du marché immobilier est un facteur important dans les fluctuations du marché boursier de régime stable, par contre, ce

1. Le ratio de Sharpe détermine l'écart de rentabilité entre un portefeuille et un actif sans risque. Plus le ratio est élevé, plus le rendement du portefeuille est élevé par rapport au rendement de l'actif sans risque, et ce, sans risque d'un prix trop élevé.

choc diminue après les chocs du marché des couvertures de défaillance et du marché l'énergie dans le régime de risque. Ils ont aussi trouvé que le marché des couvertures de défaillance a fortement réagi aux fluctuations du marché boursier. Le choc du marché boursier a fortement influencé les fluctuations du marché des couvertures de défaillance et le choc du marché de l'énergie a influencé les variations du marché boursier.

1.3.3 Modèle GARCH

Le modèle GARCH a été introduit par Bollerslev (1986) et Taylor (1986) et ce, de façon indépendante. Le modèle GARCH est en fait une généralisation du modèle ARCH introduit par Engle (1982). Ce sont des modèles d'hétéroscédasticité conditionnelle autoregressive. Le modèle GARCH comprend quatre grandes spécifications : les modèles de matrice de covariances conditionnelles, les modèles à facteurs, les modèles à variances et corrélations conditionnelles ainsi que les modèles avec approche non paramétrique et semi-paramétrique (Silvennoinen et Teräsvirta, 2008).

Dans les modèles de matrice de covariances conditionnelles, la matrice de covariances est modélisée de façon directe. Le premier modèle GARCH multivarié de cette catégorie est le modèle VEC proposé par Bollerslev, Engle et Woolridge (1988) :

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad (1.6)$$

$$\text{vech}(H_t) = C + \sum_{i=1}^q A_i \text{vech}(\varepsilon_{t-i} - \varepsilon'_{t-i}) + \sum_{j=1}^p B_j \text{vech}(H_{t-j}), \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t), \quad (1.8)$$

où r_t est un vecteur de rendements de dimension $n \times 1$ et μ_t est un vecteur de rendements espérés. Les résidus ε_t sont des vecteurs d'erreurs au temps t de dimension $n \times 1$ et Ω_{t-1} est l'ensemble d'informations au temps $t-1$. Les résidus sont distribués selon une loi normale de moyenne 0 et de variance H_t . L'opérateur $\text{vech}(\cdot)$ appliqué à une matrice dispose les éléments du triangle inférieur de cette matrice en un vecteur. H_t est la matrice des variances-covariances conditionnelles de dimension $n \times n$, C est un vecteur de dimension $\frac{n(n+1)}{2} \times 1$, A_i et B_i sont des matrices de paramètres de dimension $\frac{n(n+1)}{2} \times \frac{n(n+1)}{2}$.

Pour le cas bivarié, nous avons 21 paramètres à estimer :

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}.$$

Comme nous pouvons le voir ci-dessus, chaque variance et covariance conditionnelle est une fonction de toutes les variances et covariances conditionnelles de la période précédente. Dans cet exemple il y a deux variables et il y a déjà beaucoup de paramètres à estimer. L'inconvénient de cette spécification est le nombre élevé de paramètres à estimer, surtout quand le nombre de variables est élevé. Les conditions pour obtenir la matrice des variances-covariances H_t définie positive sont restrictives, cette deuxième faiblesse pourrait être la raison que le modèle VEC est très peu populaire dans les études empiriques de la transmission de la vo-

latilité (Felipe et Diranzo, 2005). Afin de remédier au problème du nombre élevé de paramètres à estimer, Bollerslev, Engle et Woolridge (1988) ont simplifié le VEC et introduisent le VEC diagonal. Pour le cas bivarié, nous avons 9 paramètres à estimer :

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}.$$

Comme nous pouvons le voir, cette version du VEC réduit largement le nombre de paramètres à estimer, cependant les conditions afin d'assurer que H_t soit positive définie restent restrictives.

Le modèle BEKK-GARCH (Baba, Engle, Kraft, et Kroner) défini par Engle et Kroner (1995) est un modèle de matrice de covariances conditionnelles. Il est une amélioration du modèle VEC, car il assure d'obtenir H_t , la matrice des variances-covariances, positive définie et il ne requiert pas autant de paramètres à estimer. Le modèle BEKK est représenté par :

$$H_t = C_0' C_0 + \sum_{i=1}^q A_i^* \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' A_i^* + \sum_{j=1}^p B_j^* H_{t-j} B_j^* \quad (1.9)$$

où A_i^* , B_j^* et C_0 sont des matrices de paramètres de dimension $n \times n$ et ε_{t-i} est un vecteur d'erreurs de dimension $n \times 1$. La matrice C_0 est restreinte à être triangulaire supérieure. Le BEKK requiert moins de paramètres à estimer que le VEC mais sa computation reste lourde, dû aux inversions de matrices (Silvennoinen et Teräsvirta, 2008).

Pour la version bivariée, nous avons 11 paramètres à estimer :

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}.$$

Un modèle GARCH bivarié à spécification BEKK a été utilisé par Karolyi (1995) afin de calculer les transferts de rendements de marché et de la volatilité entre le Canada et les États-Unis ainsi que de la rapidité de ces interactions. Il étudie la dépendance à court terme des mouvements des prix des valeurs boursières en utilisant les données journalières du S&P500 et du TSE 300, ce dernier maintenant remplacé par l'indice composite S&P/TSX. L'étude porte sur la période de 1981 à 1989. Une des raisons qui motive son choix d'étudier ces deux pays est qu'ils représentent les deux plus gros marchés boursiers nationaux ayant des heures d'ouverture parfaitement synchronisées. Il soutient que le GARCH bivarié est raisonnablement représentatif des relations entre les États-Unis et le Canada. Le modèle qu'il a proposé pour analyser la transmission de la volatilité est :

$$\begin{aligned}
r_t &= a + \sum_{p=1}^p \Phi_p r_{t-p} + D_1 HOL_t + D_2 WKND_t + e_t, \\
H_t &= \Gamma' \Gamma + \sum_{k=1}^K F'_k \tilde{H}_{t-k} F_k + \sum_{l=1}^L G'_l e_{t-1} e'_{t-1} G_l + V'_1 V_1 HOL_t + V'_2 V_2 WKND_t, \\
e_t | \Omega_{t-1} &\sim \mathcal{N}(0, H_t).
\end{aligned}
\tag{1.10}$$

La matrice des rendements est représentée par r_t , a est une matrice de constantes, e_t représente la matrice des résidus, H_t est la matrice des covariances, Γ et Φ sont des matrices de coefficients, V_1 et V_2 correspondent respectivement aux variables dichotomiques pour les vacances (holidays HOL_t) et les fins de semaine (weekend $WKND_t$).

Le modèle BEKK est utilisé par Bensafta et Semedo (2009) afin d'étudier la contagion en temps de crises financières. Ils étudient les corrélations croisées des rendements des marchés boursiers d'Europe, d'Amérique du Nord et de l'Asie entre 1984 et 2005. Ils étudient la transmission qui se fait en moyenne et en variance ainsi que les comouvements de ces marchés. La version bivariée du modèle est utilisée. Afin de contourner le problème d'hétéroscédasticité, ils obtiennent, à partir de l'algorithme ICSS d'Iclan et Tiao (1994), des points de rupture de la variance. De cette façon, ils réduisent l'estimation de la persistance des chocs de volatilité. Dans l'estimation de la corrélation dynamique, liée à la persistance, se trouve un biais d'hétéroscédasticité. Les auteurs réussissent à éliminer ce dernier avec leur version du modèle. Shamiri et Isa (2009) ont eux aussi utilisé le modèle GARCH multivarié avec une représentation BEKK afin de tester le transfert de volatilité de la crise financière de 2007 vers les marchés boursiers de l'Asie du Sud-est. Ils ont trouvé un effet de débordement de la volatilité des États-Unis vers les pays asiatiques.

Les modèles à facteurs sont nés de la théorie économique, les facteurs viennent de la théorie du prix d'arbitrage de Ross (1976) qui veut que les rendements soient générés par un nombre de facteurs non observables (Silvennoinen et Teräsvirta, 2008). Dans ces modèles, on assume que les erreurs sont générées par des facteurs hétéroscédastiques non observables. L'avantage de cette spécification est qu'il réduit le nombre de paramètres à estimer tout en gardant la matrice de variances-covariances positive (Felipe et Diranzo, 2005). Le premier modèle à facteurs est introduit par Engle, Ng et Rothschild (1990) :

$$\begin{aligned}
 H_t &= \Omega + \sum_{k=1}^K \omega_k \omega_k' f_{k,t}, \\
 f_{k,t} &= \omega_k + \alpha_k (\gamma_k' r_{t-1})^2 + \beta_k f_{k,t-1},
 \end{aligned}
 \tag{1.11}$$

où Ω est une matrice positive semi-définie $n \times n$, ω_k sont des vecteurs $n \times 1$ linéairement indépendants des poids des facteurs, $f_{k,t}$ sont les facteurs. Dans la deuxième équation, ω_k , α_k et β_k sont des scalaires, γ_k est un vecteur $n \times 1$ de poids.

Les spécifications par approche non paramétrique et semi-paramétrique sont l'alternative à l'approche paramétrique. Les modèles à spécification non paramétrique ont l'avantage de ne pas imposer une structure particulière aux données, ce qui élimine le risque d'une mauvaise spécification de celles-ci. La spécification semi-paramétrique est intéressante, car elle a les avantages des spécifications paramétriques et non paramétriques. L'avantage des modèles paramétriques est la facilité d'interprétation et l'avantage des modèles non paramétrique est sa robustesse contre la mauvaise spécification des données, cependant ces derniers souffrent du problème du fléau de la dimension, c'est-à-dire que le manque de données multidimensionnelles

rectionnelles dans un espace multidimensionnel rend l'estimateur inefficace quand le nombre de variables à optimiser augmente (Silvennoinen et Teräsvirta, 2008).

Dans les modèles de spécification à variances et corrélations conditionnelles, la matrice des covariances H_t est décomposée en deux matrices, soit la matrice des écarts-types conditionnels et une matrice des corrélations. Les corrélations conditionnelles demeurent constantes, donc le nombre de covariances conditionnelles est proportionnel au produit des écarts-types conditionnels correspondants, ce qui simplifie grandement l'estimation par le nombre réduit de paramètres inconnus (Bauwens, Laurent et Rombouts, 2006). Bollerslev (1990) introduit le premier modèle GARCH à variances et corrélations conditionnelles. Il définit D_t comme une matrice des écarts-types conditionnels et R comme une matrice de corrélations conditionnelles constantes dans le temps.

Cette spécification était populaire dans les recherches empiriques, car elle réduit la matrice des corrélations conditionnelles à une matrice de coefficients de corrélations entre les variables. Toutefois, l'hypothèse des corrélations conditionnelles étant constantes est irréaliste dans plusieurs applications empiriques (Bauwens, Laurent et Rombouts, 2006). Cette spécification doit être utilisée seulement s'il y a une preuve empirique de la nature constante des corrélations (Felipe et Diranzo, 2005).

Engle (2002) ainsi que Tse et Tsui (2002) généralisent le modèle CCC-GARCH en permettant aux corrélations de varier dans le temps. Le modèle DCC est particulièrement intéressant pour les systèmes larges (Felipe et Diranzo, 2005). Bien que le modèle DCC-GARCH est plus réaliste, car il permet aux corrélations conditionnelles de varier dans le temps, il n'a pas l'avantage de l'estimation numériquement simple du CCC-GARCH, car la matrice de corrélations doit être inversée pour toutes les périodes t , et ce, à chaque itération (Peters, 2008).

Afin de détecter s'il y a de la contagion suite à la crise des subprimes, Hwang *et al.* (2010) ont utilisé un modèle GARCH à spécification DCC avec des données portant sur 38 pays différents. L'étude s'étend sur deux périodes ; la période tranquille et la période de tumulte. La période tranquille s'étend du 1er janvier 2005 au 31 juillet 2007. La période de tumulte s'étend du 1er août 2007 au 31 août 2009. Les auteurs trouvent de la contagion durant la crise des subprimes dans les pays développés, ainsi que les pays émergents.

La spécification DCC a également été utilisée par Mink et Mierau (2009) dans leur analyse sur la mesure de la contagion sur les marchés boursiers avec une application à la crise des subprimes. Le type de contagion qu'ils analysent est le *shift-contagion*². Ils proposent une nouvelle approche pour mesurer la synchronicité entre les rendements d'actifs qui est insensible à l'hétéroscédasticité des rendements de marché. Le modèle est appliqué pour l'analyse de la contagion durant la crise asiatique de 1997 et durant la crise des subprimes. Ils ne trouvent pas de *shift-contagion* dans les deux crises.

Naoui, Khemiri et Liouane (2010) ont étudié la crise des subprimes sur onze pays en utilisant le modèle DCC d'Engle (2002). L'étude porte sur les États-Unis et dix pays émergents, dont l'Argentine, le Brésil, la Corée, Hong-Kong, l'Indonésie, la Malaisie, le Mexique, Shanghai et Taiwan. Ils ont trouvé une augmentation significative dans les corrélations dynamiques des pays émergents avec les États-Unis, sauf pour Shanghai. Ils ont noté un effet de contagion par le fait que les indices boursiers des pays émergents étaient étroitement liés à ceux des marchés américains.

2. Rigobon (2000) définit le *shift-contagion* comme un déplacement de la force de transmission des chocs d'un pays à un autre.

La volatilité des marchés boursiers et la diversification internationale ont été étudiées par Gallali et Kilani (2010) en utilisant le DCC - GARCH d'Engle (2002) avec une application pour l'asymétrie. Leur recherche porte sur les pays du G7 (États-Unis, Canada, France, Royaume-Uni, Allemagne, Japon et Italie) sur la période s'étalant du 1er janvier 2000 au 31 décembre 2008. Les transferts de volatilité sont étudiés par rapport aux États-Unis. Ils concluent leur recherche en trouvant une volatilité élevée entre les États-Unis et la France, ainsi qu'avec le Royaume-Uni et l'Allemagne. Le Canada, le Japon et l'Italie ont un faible transfert de volatilité avec les États-Unis. Ils étudient aussi les corrélations entre les États-Unis et les 6 autres pays. Ils trouvent une relation inverse entre la corrélation entre les pays et les volatilités individuelles des pays. Quand la volatilité individuelle diminue, les corrélations entre les pays augmentent, sauf pour le Canada.

Ils trouvent donc qu'il y a un impact significatif des volatilités individuelles et des corrélations entre les États-Unis et les autres pays du G7, mis à part le Canada.

Dans la littérature, le nombre d'études concernant les transferts de volatilité durant la dernière crise financière entre le Canada et les États-Unis est relativement inexistant. Le fait que cette crise est encore très récente explique sans doute le nombre peu élevé de recherches dans la littérature. Cette étude contribue à la littérature en étudiant la transmission de la volatilité entre le Canada et les États-Unis durant la dernière crise financière.

Nous voulons examiner les marchés boursiers canadiens et américains avant la crise et pendant la crise. Ces deux marchés sont-ils plus volatiles après la crise? Étaient-ils déjà volatiles avant la crise? Y a-t-il eu des transferts de volatilité entre les deux marchés? Si oui, ces transferts étaient-ils de niveau faible ou fort? Nous allons examiner ces transmissions de la volatilité entre ces deux pays avec le modèle DCC-GARCH d'Engle (2002).

CHAPITRE II

MÉTHODOLOGIE

2.1 Modèle ARCH

Afin de mieux comprendre le modèle GARCH, un survol du modèle d'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive (ARCH) est présenté. Le premier modèle d'hétéroscédasticité conditionnelle, le ARCH, fut introduit par Engle (1982) afin d'estimer les moyennes et les variances de l'inflation au Royaume-Uni. Bien qu'à l'origine le ARCH n'était pas un modèle financier, son potentiel pour prédire la volatilité fut vite découvert. Selon Engle (1982) :

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

$$\mu_t = E(r_t \mid \psi_{t-1}), \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t, \quad (2.3)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2, \quad (2.4)$$

$$\epsilon_t \sim i.i.d. \mathcal{N}(0, 1), \quad (2.5)$$

où :

r_t : rendements d'un actif au temps t ,

μ_t : l'espérance conditionnelle de r_t ,

ε_t : erreurs conditionnelles l'actif au temps t ,

ψ_t : ensemble d'informations au temps t ,

h_t : la variance conditionnelle au temps t (la volatilité au carré),

ε_t : bruit blanc suivant une loi normale avec $E(\varepsilon_t) = 0$ et $Var(\varepsilon_t) = 1$,

α_0 : paramètre qui représente la variance moyenne de long terme,

α_i : paramètre qui mesure la sensibilité à la volatilité conditionnelle,

q : l'ordre du processus ARCH.

Afin de s'assurer d'obtenir une variance conditionnelle positive, il faut respecter les conditions suivantes :

$$\alpha_0 > 0,$$

$$\alpha_i \geq 0 \text{ pour tout } i = 1, 2, 3, \dots, q,$$

$$q > 0.$$

À partir de l'équation (2.4), nous avons le modèle ARCH(q) :

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2. \quad (2.6)$$

À partir des équations (2.3) et (2.4), nous pouvons bien voir que l'écart-type conditionnel varie dans le temps et aussi qu'il dépend du carré de ses valeurs réalisées aux périodes précédentes. Le modèle ARCH permet l'hétéroscédasticité. Les prix des actifs sont reconnus pour être hétéroscédastiques et donc le modèle ARCH permet de modéliser leurs volatilités.

Les séries financières sont reconnues pour avoir des distributions leptokurtiques, c'est-à-dire des distributions dont le quatrième moment est égal ou supérieur à 3. Le modèle ARCH est capable de générer du kurtosis excessif, ce qui est une caractéristique dans la modélisation de telles données. Cependant, ce modèle est très restrictif, le paramètre α doit être contenu dans un petit intervalle afin de permettre un kurtosis égal ou supérieur à 3.

Dans la littérature empirique, les chocs positifs et négatifs n'ont pas le même impact sur la volatilité. Les chocs négatifs sont reconnus pour engendrer une volatilité de plus grande amplitude, et ce, avec plus de persistance. Ce modèle permet de modéliser le regroupement de la volatilité. Toutefois, le modèle ARCH suppose que les chocs positifs ou négatifs ont la même amplitude, ce qui est faux dans la pratique. Une autre faiblesse de ce modèle est qu'il devient lourd et difficile à estimer lorsque le nombre de paramètres augmente. Aussi, le modèle ARCH peut prédire la volatilité, mais ne peut pas dire d'où cette volatilité vient.

2.2 Modèle GARCH

2.2.1 GARCH univarié

Afin de corriger la faiblesse du modèle ARCH, soit sa complication lors de l'estimation de paramètres quand ceux-ci sont élevés, le modèle GARCH est introduit

indépendamment par Bollerslev (1986) et Taylor (1986) :

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad (2.8)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_p h_{t-p}, \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_t \sim i.i.d. \mathcal{N}(0, 1), \quad (2.10)$$

où :

r_t : rendements d'un actif au temps t ,

μ_t : l'espérance conditionnelle de r_t ,

ε_t : erreurs conditionnelles l'actif au temps t ,

ψ_t : ensemble d'informations au temps t ,

h_t : la variance conditionnelle au temps t (la volatilité au carré),

ε_t : bruit blanc suivant une loi normale avec $E(\varepsilon_t) = 0$ et $Var(\varepsilon_t) = 1$,

α_0 : paramètre représentant la variance moyenne de long terme,

α_i : paramètre qui mesure la sensibilité à la volatilité conditionnelle,

β_i : paramètre qui mesure la persistance de la volatilité conditionnelle,

q : l'ordre du processus ARCH,

p : l'ordre du processus GARCH.

Les conditions suivantes doivent être respectées afin de s'assurer d'obtenir une variance conditionnelle positive ¹ :

$$\begin{aligned}\alpha_0 &> 0, \\ \alpha_i &\geq 0 \text{ pour tout } i = 1, 2, 3, \dots, q, \\ \beta_i &\geq 0 \text{ pour tout } i = 1, 2, 3, \dots, p, \\ q &> 0, \\ p &\geq 0.\end{aligned}$$

De l'équation (2.9) nous avons le modèle généralisé GARCH(q, p) :

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}. \quad (2.11)$$

En comparant les équations (2.6) et (2.11), nous voyons bien que le terme $\sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$ a été ajouté au ARCH. Ce terme représente la généralisation du modèle ARCH.

Comme le modèle ARCH, il permet l'hétéroscédasticité et le kurtosis excessif. Il permet aussi de modéliser le regroupement de la volatilité. Le modèle GARCH permet une paramétrisation plus parcimonieuse que le modèle ARCH. Le modèle GARCH a les mêmes faiblesses que le modèle ARCH, c'est-à-dire qu'il suppose que les chocs positifs et négatifs ont la même amplitude et aussi qu'il peut prédire la volatilité.

Les modèles univariés ne permettent que d'analyser une série financière à la fois. Mais dans la pratique, le fait d'analyser qu'une série à la fois n'est pas très utile.

1. Dans les conditions, l'ordre du processus GARCH (p) peut être égal à zéro, ce qui donnerait tout simplement un modèle ARCH.

L'intérêt pour un tel modèle est de pouvoir examiner et analyser les diverses relations qu'ont les différentes séries entre elles. Afin de pouvoir estimer plusieurs séries financières pour analyser leurs corrélations et les transferts de volatilité, il faut utiliser les modèles GARCH multivariés (MVGARCH). Ce modèle multivarié est souvent utilisé afin de tester les transferts de volatilité ainsi que les effets de débordement dans les études portant sur la contagion (Silvennoinen et Teräsvirta, 2008). Ce modèle multivarié permet non seulement d'analyser les volatilités, mais aussi les corrélations de différents marchés. Il existe plusieurs spécifications au modèle GARCH multivarié; les modèles linéaires, non linéaires, asymétriques, modèles à sauts, modèles à corrélations conditionnelles et plusieurs autres. Dans cette recherche, le modèle à corrélations conditionnelles sera présenté et utilisé.

2.2.2 GARCH multivarié

Supposons maintenant qu'au lieu d'un seul actif, il y en a un nombre n ,

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_t = H_t^{1/2} \epsilon_t, \quad (2.13)$$

où :

r_t : vecteur $n \times 1$ de rendements de n actifs au temps t ,

μ_t : vecteur $n \times 1$ d'espérances conditionnelles de r_t au temps t ,

ε_t : vecteur $n \times 1$ d'erreurs conditionnelles de n actifs au temps t

avec $E[\varepsilon_t] = 0$ et $Cov[\varepsilon_t] = H_t$,

H_t : matrice $n \times n$ des variances conditionnelles de ε_t temps t ,

ε_t : vecteur $n \times 1$ erreurs i.i.d. avec $E[\varepsilon_t] = 0$ et $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = I_n$.

Pour un GARCH (1, 1) bivarié, nous avons :

$$h_t = \begin{bmatrix} \alpha_{0,1} \\ \alpha_{0,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,t-1} \\ h_{2,t-1} \end{bmatrix}$$

où $\alpha_{0,1}$ et $\alpha_{0,2}$ sont les coefficients de la variance moyenne de long terme pour l'actif 1 et l'actif 2 respectivement. Les termes $h_{1,t-1}$ et $h_{2,t-1}$ représentent la variance conditionnelle au temps $t-1$ pour l'actif 1 et l'actif 2 respectivement. Les erreurs au temps $t-1$ de l'actif 1 et de l'actif 2 sont représentées respectivement par $\varepsilon_{1,t-1}^2$ et $\varepsilon_{2,t-1}^2$.

Les paramètres α_{11} , α_{12} , α_{21} et α_{22} sont les coefficients des erreurs autorégressives $\varepsilon_{1,t-1}^2$ et $\varepsilon_{2,t-1}^2$. La matrice α représente la sensibilité aux chocs de court terme de volatilité conditionnelle. Ce sont donc ces paramètres qui indiquent la sensibilité aux crises. Le paramètre α_{11} indique la sensibilité aux chocs de volatilité de l'actif

1 et α_{12} indique la sensibilité de l'actif 1 aux chocs de volatilité de l'actif 2. Similairement, α_{22} définit la sensibilité aux chocs de volatilité de l'actif 2 et α_{21} exprime celle de l'actif 2 aux chocs de l'actif 1.

Les paramètres β_{11} , β_{12} , β_{21} et β_{22} sont les coefficients de la variance conditionnelle $h_{1,t-1}$ et $h_{2,t-1}$. La matrice β représente la persistance de la volatilité conditionnelle. Ce sont donc nous ces paramètres qui nous indique si l'actif reste longtemps affecté par les chocs. Alors, β_{11} et β_{22} représentent la persistance de la volatilité conditionnelle de l'actif 1 et 2 respectivement tandis que β_{12} représentent la persistance de la volatilité de l'actif 1 sur l'actif 2 et β_{21} celle de l'actif 2 sur l'actif 1.

Ce sont donc les paramètres α_{12} , α_{21} , β_{12} et β_{21} qui nous intéressent particulièrement, car ils représentent l'interaction entre les deux actifs. La transmission de la volatilité pourra ainsi être étudiée par l'entremise de ces paramètres.

2.3 Modèle CCC-GARCH

Les modèles GARCH multivariés à corrélations conditionnelles décomposent la matrice de corrélations en deux composantes, soit celle des écarts-types et celle des corrélations conditionnelles. Bollerslev (1990) introduit le premier modèle de corrélations, le modèle à corrélations conditionnelles constantes (CCC-GARCH). Il propose un modèle où les variances et covariances conditionnelles varient dans le temps et les corrélations conditionnelles restent constantes :

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_t = H_t^{1/2} \epsilon_t, \quad (2.15)$$

$$H_t = D_t R D_t, \quad (2.16)$$

où :

r_t : vecteur $n \times 1$ de rendements de n actifs au temps t ,

μ_t : vecteur $n \times 1$ d'espérances conditionnelles de r_t ,

ε_t : vecteur $n \times 1$ d'erreurs conditionnelles de n actifs au temps t

avec $E[\varepsilon_t] = 0$ et $Cov[\varepsilon_t] = H_t$,

H_t : matrice $n \times n$ des variances conditionnelles de ε_t temps t ,

D_t : matrice diagonale $n \times n$ des écart-types conditionnels de ε_t temps t ,

R : matrice $n \times n$ des corrélations constantes,

ε_t : vecteur $n \times 1$ erreurs i.i.d. avec $E[\varepsilon_t] = 0$ et $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = I_n$.

La matrice H_t est décomposée en deux matrices :

$$D_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{h_{33,t}} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sqrt{h_{NN,t}} \end{bmatrix}$$

et

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \cdots & \rho_{2n} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \rho_{n-1 n} \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{n n-1} & 1 \end{bmatrix}.$$

Les éléments de la matrice d'écart-types D_t sont obtenus à partir des résidus des GARCH univariés de chacune des variables à estimer et les éléments de la matrice de corrélations R ne varient pas dans le temps.

Les études empiriques ont démontré que le modèle CCC est trop restrictif et irréaliste en supposant des corrélations conditionnelles constantes, car dans la pratique elles varient dans le temps (Bauwens, Laurent et Rombouts, 2006).

2.4 Modèle DCC-GARCH

Engle (2002) introduit le modèle à corrélations conditionnelles dynamiques, le DCC-GARCH, en permettant à la matrice de corrélations conditionnelles de varier dans le temps. Ce modèle est une généralisation du modèle CCC-GARCH de Bollerslev (1990) :

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t, \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{H_t} \epsilon_t, \quad (2.18)$$

$$H_t = D_t R_t D_t, \quad (2.19)$$

où :

r_t : vecteur $n \times 1$ de rendements de n actifs au temps t ,

μ_t : vecteur $n \times 1$ de rendements espérés de n actifs au temps t ,

ε_t : vecteur $n \times 1$ d'erreurs i.i.d. avec $E[\varepsilon_t] = 0$ et la $cov[\varepsilon_t] = H_t$,

H_t : matrice $n \times n$ des variances conditionnelles de ε_t temps t ,

D_t : matrice diagonale $n \times n$ des écart-types conditionnels de ε_t temps t ,

R_t : matrice $n \times n$ des corrélations conditionnels de ε_t temps t ,

ε_t : vecteur $n \times 1$ erreurs i.i.d. avec $E[\varepsilon_t] = 0$ et $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = I_n$.

C'est un modèle d'estimation en deux étapes. La première étape consiste à estimer la variance conditionnelle avec un GARCH univarié pour chacune des séries. Dans la deuxième étape, on utilise ensuite les résidus standardisés obtenus dans la première étape pour estimer les paramètres de la matrice des corrélations dynamiques. Ce modèle comporte des conditions permettant à la matrice de covariances d'être positive définie en tout temps ainsi qu'à la covariance d'être stationnaire.

Analogiquement au modèle CCC-GARCH, la matrice H_t est divisée en deux matrices, D_t et R_t . Les éléments de la matrice D_t proviennent des GARCH univarié estimés pour chacune des séries :

$$D_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{1,t}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{2,t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{h_{3,t}} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \sqrt{h_{N,t}} \end{bmatrix}$$

où

$$h_{it} = \alpha_{0,i} + \sum_{q=1}^{Q_i} \alpha_{iq} \varepsilon_{i,t-q}^2 + \sum_{p=1}^{P_i} \beta_{ip} h_{i,t-p}. \quad (2.20)$$

Dans (2.20), les GARCH univariés peuvent être d'ordre différents, ce qui permet d'analyser des séries avec différents nombres de retards. Les conditions habituelles pour la positivité et la stationnarité du GARCH s'appliquent également ici. Cependant le GARCH utilisé dans cette recherche est celui présenté dans la section sur le modèle GARCH multivarié.

La matrice R_t est celle des corrélations conditionnelles des résidus standardisés ε_t , elle est maintenant dynamique :

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12,t} & \rho_{13,t} & \cdots & \rho_{1n,t} \\ \rho_{21,t} & 1 & \rho_{23,t} & \cdots & \rho_{2n,t} \\ \rho_{31,t} & \rho_{32,t} & 1 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \rho_{n-1,n,t} \\ \rho_{n1,t} & \rho_{n2,t} & \cdots & \rho_{n,n-1,t} & 1 \end{bmatrix}.$$

La matrice H_t doit être positive définie, car c'est une matrice de variances-covariances.

Afin d'assurer que H_t soit positive définie, il faut que aussi que R_t soit positive définie, car $H_t = D_t R_t D_t$. La matrice D_t est toujours positive, car $D_t = \text{diag}(\sqrt{h_{1,t}}, \dots, \sqrt{h_{N,t}})$, donc ses éléments sont toujours positifs. Il faut aussi s'assurer que les éléments de R_t soient plus petits ou égaux à 1, car ce sont des corrélations. Afin de s'assurer de la positivité de R_t , ce dernier est décomposé en deux matrices :

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \quad (2.21)$$

et

$$Q_t = (1 - \alpha_{DCC} - \beta_{DCC})\bar{Q} + \alpha_{DCC}\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1} + \beta_{DCC}Q_{t-1} \quad (2.22)$$

où

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11,t}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22,t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{q_{33,t}} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sqrt{q_{NN,t}} \end{bmatrix}$$

et où

$$Q_t = \begin{bmatrix} q_{11,t} & \sqrt{q_{11,t} q_{22,t}} & \dots & \sqrt{q_{11,t} q_{NN,t}} \\ \sqrt{q_{11,t} q_{22,t}} & q_{22,t} & \dots & \sqrt{q_{22,t} q_{NN,t}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{q_{11,t} q_{NN,t}} & \sqrt{q_{22,t} q_{NN,t}} & \dots & q_{NN,t} \end{bmatrix}$$

La matrice Q_t doit être positive définie afin que R_t le soit aussi. Dans (2.22), $\bar{Q} = Cov[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = E[\varepsilon_t \varepsilon_t']$, soit la covariance non conditionnelle des résidus standardisés obtenue par les GARCH univariés. Notons que dans l'équation (2.22), α_{DCC} et β_{DCC} sont des scalaires.

Les conditions suivantes doivent être respectées afin d'assurer que H_t soit positive définie :

$$\begin{aligned}\alpha_{DCC} &\geq 0, \\ \beta_{DCC} &\geq 0, \\ (\alpha_{DCC} + \beta_{DCC}) &< 1.\end{aligned}$$

La structure générale de corrélation dynamique $DCC(p, q)$ est la suivante :

$$Q_t = \left(1 - \sum_{i=1}^P \alpha_{DCC,i} - \sum_{j=1}^Q \beta_{DCC,j}\right) \bar{Q} + \sum_{i=1}^P \alpha_{DCC,i} (\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}') + \sum_{j=1}^Q \beta_{DCC,j} Q_{t-j}. \quad (2.23)$$

Cependant, dans cette recherche nous utiliserons un DCC-GARCH(1,1).

2.4.1 Modèle DCC-GARCH(1,1)

Dans cette recherche, nous utilisons la forme la plus simple du modèle DCC-GARCH pour analyser les relations de transfert de volatilité entre le Canada et les États-Unis, soit le DCC-GARCH(1,1) bivarié. La construction du modèle DCC-GARCH(1,1) est :

$$h_{11,t} = \alpha_{0,1} + \alpha_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + \beta_{11}h_{11,t-1}, \quad (2.24)$$

$$h_{22,t} = \alpha_{0,2} + \alpha_{21}\varepsilon_{2,t-1}^2 + \beta_{21}h_{22,t-1}, \quad (2.25)$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}, \quad (2.26)$$

$$Q_t = (1 - \alpha_{DCC} - \beta_{DCC})\bar{Q} + \alpha_{DCC}\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}' + \beta_{DCC}Q_{t-1}, \quad (2.27)$$

où les équations (2.24) et (2.25) sont les équations de la variance conditionnelle obtenues à partir de l'équation (2.20), $H_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix}$ et $h_{12,t} = h_{12,t}$.

Les avantages du modèle DCC-GARCH sont la modélisation directe de la variance et de la covariance et ainsi que sa flexibilité. Cependant il a aussi des faiblesses, la fonction de vraisemblance devient compliquée quand le nombre de variables est plus grand ou égal à 3 et la matrice de corrélations conditionnelles doit être positive définie pour tout t . Dans notre recherche, le nombre de variables se limite à 2 et le logiciel² utilisé s'assure d'obtenir une matrice H_t définie positive.

Ce modèle permettra d'examiner les transferts de volatilité entre le Canada et les États-Unis. Nous allons nous intéresser particulièrement aux paramètres α_{12} , α_{21} , β_{12} et β_{21} obtenus par (2.20). Ces derniers mesurent les transferts de volatilité d'un marché à l'autre. Nous pourrons aussi examiner si les corrélations entre les deux pays ont augmenté durant la crise financière.

2. Le programme utilisé est *CC-Garch* version 0.2.0 de Tomoaki Natakani (2010) dans le logiciel *R*.

2.5 Estimation

Nous supposons que les résidus standardisés ε_t ont une distribution gaussienne, la méthode d'estimation sera donc le maximum de vraisemblance.

La fonction de vraisemblance pour $r_t = \sqrt{H_t}\varepsilon_t$ est :

$$\mathcal{L}(\theta) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{(\sqrt{(2\pi)^n |H_t|})} \exp\left(-\frac{1}{2} r_t^T H_t^{-1} r_t\right). \quad (2.28)$$

Les paramètres de H_t , soit θ , se divisent en deux groupes : $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k, \delta) = (\phi, \psi)$. Les éléments ϕ_i correspondent aux paramètres du GARCH univarié de la i ème série, soit $\phi_i = (\alpha_0, \alpha_{1i}, \dots, \alpha_{P_i i}, \beta_{1i}, \dots, \beta_{Q_i i})$ et les éléments ψ à ceux des paramètres de la structure de corrélation dynamique $(\alpha_{DCC}, \beta_{DCC})$. La matrice R_t dans le log de vraisemblance est remplacée par une matrice identité I_k ce qui donne le log de quasi-vraisemblance de la première étape.

Le log de vraisemblance se dérive comme suit :

$$\begin{aligned} L &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + \log|H_t| + r_t' H_t^{-1} r_t \right), \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + \log|D_t R_t D_t| + r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t \right), \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + 2 \log|D_t| + \log|R_t| + r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t \right). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Selon Engle (2002), le log-vraisemblance est la somme d'un terme de volatilité et un terme de corrélation, les paramètres dans D_t sont alors notés par θ et les paramètres dans R_t sont notés par ϕ :

$$L(\theta, \phi) = L_V(\theta) + L_C(\theta, \phi) \quad (2.30)$$

où la partie de la volatilité est :

$$L_V(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + 2 \log|D_t| + r_t' D_t^{-1} D_t^{-1} r_t \right) \quad (2.31)$$

et la partie de corrélation est :

$$L_C(\theta, \phi) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\log|R_t| + \varepsilon_t' R_t' \varepsilon_t - \varepsilon_t' \varepsilon_t \right). \quad (2.32)$$

Dans la première étape, on estime θ en maximisant :

$$\theta^* = \arg \max_{\theta} L_V(\theta) \quad (2.33)$$

et dans la seconde étape, on estime ϕ en maximisant :

$$\phi^* = \arg \max_{\phi} L_C(\theta, \phi). \quad (2.34)$$

2.5.1 Première étape

Dans la première étape de l'estimation, nous maximisons le résultat trouvé en (2.29). R_t est remplacé par une matrice identité I_n , ce qui donne :

$$\begin{aligned}
L_V(\theta) &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + \log|I_n| + 2 \log|D_t| + r_t' D_t^{-1} I_n D_t^{-1} r_t \right), \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + 2 \log|D_t| + r_t' D_t^{-1} D_t^{-1} r_t \right), \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + \sum_{i=1}^n \left(\log(h_{it}) + \frac{r_{it}^2}{h_{it}} \right) \right), \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \left(\log(2\pi) + \log(h_{it}) + \frac{r_{it}^2}{h_{it}} \right). \tag{2.35}
\end{aligned}$$

Le premier terme de (2.35) étant constant, nous maximiserons seulement :

$$L_V(\theta^*) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \left(\log(h_{it}) + \frac{r_{it}^2}{h_{it}} \right). \tag{2.36}$$

Ce qui nous donne comme estimateur :

$$\theta^* = \arg \max_{\theta} L_V(\theta). \tag{2.37}$$

2.5.2 Deuxième étape

Une fois l'estimation de la première étape complétée, l'estimation de la deuxième étape se fait en utilisant la fonction de vraisemblance qui est maintenant bien spécifiée :

$$\begin{aligned}
L_C(\theta, \phi) &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + 2 \log|L_t| + \log|R_t| + r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t \right), \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \log(2\pi) + 2 \log|D_t| + \log|R_t| + \epsilon_t' R_t^{-1} \epsilon_t \right).
\end{aligned}$$

Puisque nous maximisons seulement les paramètres de corrélations, ce sont seulement les termes $\log|R_t|$ et $\epsilon_t'R_t^{-1}\epsilon_t$ qui seront utilisés, nous pouvons donc simplifier la fonction de vraisemblance :

$$L_C(\theta, \phi^*) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\log|R_t| + \epsilon_t'R_t^{-1}\epsilon_t \right) \quad (2.38)$$

et nous obtenons l'estimateur :

$$\phi^* = \arg \max_{\phi} L_C(\theta, \phi). \quad (2.39)$$

Sous des conditions générales, l'estimateur de vraisemblance sera convergent et asymptotiquement normal :

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_o) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, V(\theta_o)). \quad (2.40)$$

2.6 Tests d'hypothèse

Rappelons que les constantes $\alpha_{0,1}$ et $\alpha_{0,2}$ représentent la volatilité moyenne à long terme du S&P/TSX et du S&P 500 respectivement.

Les paramètres α , aussi appelés les termes ARCH, mesurent la persistance des chocs à court terme (Hammoudeh, Yuan, McAleer et Thompson, 2010). Donc ce paramètre est celui qui représente la sensibilité de l'indice boursier aux chocs de volatilité ou de crise. Le paramètre α_{11} mesure la persistance à court terme des chocs du S&P/TSX et α_{12} mesure la persistance à court terme des chocs du S&P/TSX sur le S&P 500. Similairement, α_{21} mesure la persistance à court terme des chocs du S&P 500 sur le S&P/TSX et α_{22} mesure la celle du S&P/TSX.

Les paramètres β , aussi appelés les termes GARCH, mesurent la persistance de la volatilité des périodes précédentes (Hammoudeh, Yuan, McAleer et Thompson,

2010). Ils permettent donc de déterminer si les indices restent longtemps affectés par les crises. Le paramètre β_{11} mesure la persistance de la volatilité du S&P/TSX et le paramètre β_{12} mesure la persistance de la volatilité du S&P/TSX sur le S&P 500. Similairement, le paramètre β_{21} mesure la persistance de la volatilité du S&P 500 sur le S&P/TSX et β_{22} mesure la persistance de la volatilité du S&P 500.

Les paramètres qui nous intéressent sont α_{12} , α_{21} , β_{12} et β_{21} , car ils mesurent la transmission de la volatilité d'un marché à l'autre.

Nous allons tester les hypothèses nulles H_0 suivante :

$$H_{01} : \alpha_{21} = 0,$$

ce qui signifie qu'il n'y a pas de transfert de choc de volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX. L'hypothèse nulle assume que la volatilité de l'indice composé S&P/TSX n'est pas influencée par la volatilité de l'indice S&P 500 durant la période de calme, soit du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008.

$$H_{02} : \beta_{21} = 0,$$

ce qui signifie qu'il n'y a pas de transfert de persistance de volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX. L'hypothèse nulle assume que la volatilité de l'indice composé S&P/TSX n'est pas influencée par la volatilité de l'indice S&P 500 durant la période de calme, soit du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008.

$$H_{03} : \alpha_{21} = \beta_{21} = 0,$$

ce qui signifie qu'il n'y a pas de transfert de volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX. L'hypothèse nulle assume que la volatilité de l'indice composé S&P/TSX n'est pas influencée par la volatilité de l'indice S&P 500 durant la période de calme, soit du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008.

$$H_{04} : \alpha_{21} = 0,$$

ce qui signifie qu'il n'y a pas de transfert de choc de volatilité de l'indice S&P

500 à l'indice composé S&P/TSX. L'hypothèse nulle assume que la volatilité de l'indice composé S&P/TSX n'est pas influencée par la volatilité de l'indice S&P 500 durant la période de crise, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.

$$H_{05} : \beta_{21} = 0,$$

ce qui signifie qu'il n'y a pas de transfert de persistance de volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX. L'hypothèse nulle assume que la volatilité de l'indice composé S&P/TSX n'est pas influencée par la volatilité de l'indice S&P 500 durant la période de crise, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.

$$H_{06} : \alpha_{21} = \beta_{21} = 0,$$

ce qui signifie qu'il n'y a pas de transfert de volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX. L'hypothèse nulle assume que la volatilité de l'indice composé S&P/TSX n'est pas influencée par la volatilité de l'indice S&P 500 durant la période de calme, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.

Les hypothèses nulles H_{01} , H_{02} et H_{03} seront testées sur la première sous-période, soit la période de calme se situant du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008. Les hypothèses nulles H_{04} , H_{05} et H_{06} seront testées sur la deuxième sous-période, soit la période de crise se situant du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.

CHAPITRE III

DONNÉES

Les données analysées pour le Canada seront celles de l'indice composé S&P/TSX échangé sur le *Toronto Stock Exchange* (TSX). Pour les États-Unis, l'indice de Standard and Poor, le S&P 500, échangé sur le *New York Stock Exchange* (NYSE Euronext) sera analysé. Les données sont journalières et à capitalisation boursière ajustée. Elles s'étendent du 1er janvier 2005 au 1er juillet 2010. Les données sont divisées en deux périodes, une période calme, soit d'avant-crise et une période de crise. La période d'avant-crise est du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008. La période de crise est du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Ces données proviennent du site internet *Yahoo! Finance*.

L'indice composé S&P/TSX regroupent plusieurs sous-indices. Les trois plus importants sont le S&P/TSX.60, le S&P/TSX moyenne capitalisation et le S&P/TSX petite capitalisation. Le S&P/TSX 60 regroupe soixante compagnies inscrites à la bourse de Toronto ayant une grande capitalisation. Le S&P/TSX moyenne capitalisation comprend soixante compagnies ayant une capitalisation moyenne. Le S&P/TSX petite capitalisation comprend des compagnies à petite capitalisation, des actions ordinaires ainsi que des fiducies de revenus¹.

1. Ontario, Bourse de Toronto (2011). *S&P/TSX Canadian Indices Methodology*.

L'indice de Standard & Poor regroupe 500 des plus grandes compagnies à grande capitalisation cotées en bourse sur le marché américain. Bien que cet indice ne soit fondé que sur les plus grosses compagnies, elles représentent 75% de la capitalisation boursière américaine².

3.1 Test de stabilité des paramètres

Afin de déterminer si les paramètres sont stables, nous avons effectué le test de stabilité de Chow. L'hypothèse nulle H_0 est que les paramètres sont stables et l'hypothèse alternative H_1 est que les paramètres sont instables. Si la probabilité est inférieure à 5%, pouvons rejeter l'hypothèse nulle. Ce cas signifiera que les paramètres sont instables et que nous pourrions évaluer la crise en deux sous-périodes. Dans le cas contraire, si les coefficients sont stables nous devons analyser la crise en une seule période. Le tableau (3.1) présente les résultats du test de Chow avec la date de cassure fixée au 9 septembre 2008. Cette date de cassure a été identifiée par le test de Quandt-Andrews, les résultats sont présentés dans le tableau (3.2). Les trois statistiques sont très significatives avec chacune une probabilité de 0%. Nous pouvons donc rejeter l'hypothèse nulle de stabilité des paramètres. Nous pouvons donc évaluer la crise en deux sous-périodes.

2. <http://www.standardandpoors.com/servlet/BlobServer?blobheadername3=MDT-Type&blobcol=urldata&blobtable=MungoBlobs&blobheadervalue2=inline\3B+filename\3Dfs-sp-500-ltr.pdf&blobheadername2=Content-Disposition&blobheadervalue1=application\2Fpdf\&\blobkey=id&blobheadername1=content-type&blobwhere=1244142397091&blobheadervalue3=UTF-8>

Tableau 3.1 Test de stabilité des paramètres (Test de Chow)

Statistique		Probabilité	
Statistique F	26.80823	Prob. F(2,1421)	0.0000
Ratio du log de vraisemblance	52.77783	Prob. Chi-Carré(2)	0.0000
Statistique Wald	53.61646	Prob. Chi-Carré(2)	0.0000

3.2 Test de bris structurel

Pour identifier la date de bris de structure, nous avons effectué le test de Quandt-Andrews. Le tableau (3.2) présente les résultats de test. La date de cassure identifiée par les test est le 9 septembre 2008.

Tableau 3.2 Test de bris de structure (Test de Quandt-Andrews)

Statistique	Valeur	Probabilité
Maximum LR F-statistic (9/09/2008)	25.71529	0.0001
Maximum Wald F-statistic (9/09/2008)	25.71529	0.0001
Exp LR F-statistic	9.078702	0.0003
Exp Wald F-statistic	9.078702	0.0003
Ave LR F-statistic	12.86708	0.0003
Ave Wald F-statistic	12.86708	0.0003

3.3 Toute la période analysée : du 1er janvier 2005 au 31 juillet 2010

Les statistiques descriptives des rendements de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P 500 pour toute la période analysée, du 1er janvier 2005 au 31 juillet 2010 sont représentées dans le tableau (3.3). Nous pouvons voir que le rendement moyen est négatif pour l'indice canadien ainsi que pour l'indice américain, cela pourrait représenter les baisses des valeurs boursières sur les deux marchés durant la crise. Le rendement médian canadien est plus faible que celui du marché américain. Le rendement minimum et le rendement maximum de l'indice américain sont plus élevés que ceux du marché canadien. Donc, même en temps de crise, le marché américain a offert un meilleur rendement que le marché canadien, quoique la différence de rendement est minime. La volatilité est représentée par l'écart-type du rendement, la volatilité semble être similaire dans les deux marchés, celle du marché américain est sensiblement plus élevée que dans le marché canadien. L'asymétrie des données est plus prononcée dans le marché canadien que le marché américain. Dans une distribution normale, le kurtosis est de 3. Une distribution avec un kurtosis plus grand ou égal à 3 est dite leptokurtique. Nous pouvons bien voir que les données canadiennes et américaines montrent un excès de kurtosis, ce qui concorde bien avec la littérature empirique qui dit que les données financières sont leptokurtiques. Le test de Jarque-Bera nous permet de rejeter l'hypothèse de normalité avec un niveau de significativité de 0% et ce, pour les rendements de l'indice canadien et de l'indice américain.

Tableau 3.3 Statistiques descriptives des rendements des indices S&P/TSX et S&P 500 durant toute la période analysée : du 1er janvier 2005 au 31 juillet 2010.

	S&P/TSX	S&P 500
Moyenne	0.000173	-0.000062
Médiane	0.001053	0.000821
Maximum	0.093702	0.109572
Minimum	-0.097879	-0.094695
Écart-Type	0.014388	0.014948
Skewness	-0.657585	-0.238523
Kurtosis	11.31774	12.71038
Jarque-Bera	4030.309	5525.431
Probabilité	0.000000	0.000000

La figure (3.1) montre le prix de l'indice composé S&P/TSX, la crise est bien illustrée par la chute drastique des prix. Les prix montent entre 2005 et 2007, on remarque que vers la moitié de 2007, les prix ne montent plus. On y voit une légère baisse des prix. Ces données concordent avec les dates de la crise des subprimes qui a débuté vers la fin de juillet 2007. La tendance se maintient jusqu'à la moitié de 2008, ensuite nous pouvons voir que les prix ont largement chuté. Au début de 2009, les prix commencent à remonter. Les prix de l'indice S&P500 pour toute la période analysée sont représentés par la figure (3.2). Les deux figures

sont sensiblement similaires, cependant nous remarquons que la chute des prix du S&P500 durant 2008 a été un peu moins abrupte que dans le marché canadien. Cependant, nous pouvons voir que l'indice américain a largement descendu en deçà de son niveau des prix de 2005.



Figure 3.1 Prix de l'indice composé S&P/TSX durant toute la période analysée.



Figure 3.2 Prix de l'indice S&P500 durant toute la période analysée.

Le rendement pour toute la période analysée de l'indice composé S&P/TSX est représenté en (3.3) et celui du S&P/500 en (3.4). Les deux figures sont sensiblement identiques. En 2008, nous pouvons remarquer que le rendement devient un peu plus volatile pour les deux indices. Vers la fin de 2008 et le début de 2009, le rendement des deux indices y est le plus volatile pour diminuer en intensité par la suite. La crise a débuté vers la fin de juillet 2007, mais elle n'apparaît pas sur les deux figures du rendement. Nous pouvons cependant avancer que les rendements pour les deux indices étaient très volatiles vers la fin de 2008 et au début de 2009.

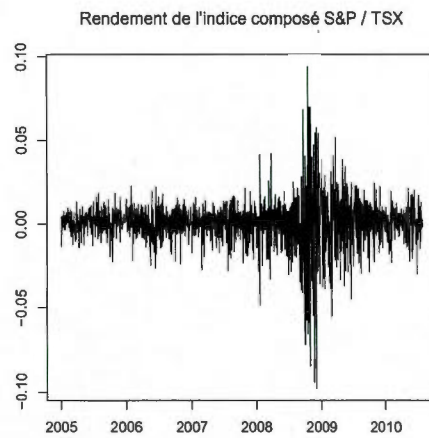


Figure 3.3 Rendement de l'indice composé S&P/TSX durant toute la période analysée.

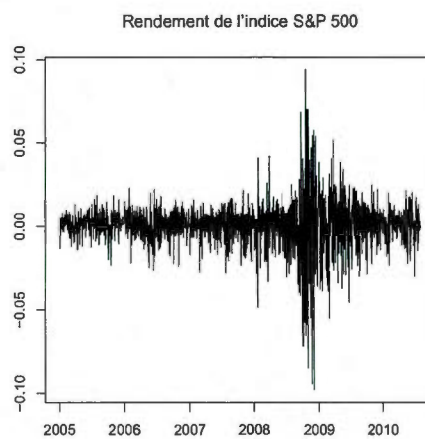


Figure 3.4 Rendement de l'indice S&P/500 durant toute la période analysée.

3.4 Période calme : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008

Le tableau (3.4) contient les statistiques descriptives des rendements de l'indice composé S&P/TSX durant la période précédant la crise, soit du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008. Le rendement moyen est plus élevé dans le marché canadien. Le rendement médian est sensiblement plus élevé dans le marché canadien. Bien que les rendements maximum approchent la même valeur, celui du marché américain est plus élevé. Le marché canadien a un rendement minimum moins élevé que le marché américain. Nous pouvons remarquer que le marché américain est un peu plus volatile que le marché canadien avec un écart-type légèrement plus élevé. Le marché canadien semble avoir une distribution plus asymétrique que celle du marché américain. Cependant, les données américaines semblent exhiber plus de kurtosis que les données canadiennes. Le test de Jarque-Bera nous permet de rejeter l'hypothèse de normalité avec un niveau de significativité de 0% et ce, pour les rendements de l'indice canadien et de l'indice américain.

Les figures (3.5) et (3.6) représentent les prix de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P/ 500 respectivement pour la période précédant la crise. Nous pouvons remarquer que les prix de l'indice composé S&P/TSX ont une tendance à la hausse. Cependant, pour le prix de l'indice S&P/ 500, les prix commencent à baisser à partir de 2008.

Les figures (3.7) et (3.8) représentent les rendements de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P/ 500 respectivement pour la période précédant la crise. Le rendement de l'indice canadien semble être plus stable comparativement à l'indice américain. En effet, le rendement de ce dernier semble être plus volatile en 2008. Cependant, les statistiques descriptives nous indiquent que l'écart-type des deux indices sont quasi égaux, avec 0.009064 pour l'indice canadien et 0.009099 pour l'indice américain.

Tableau 3.4 Statistiques descriptives des rendements de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P 500 durant la période d'avant-crise : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008.

	S&P/TSX	S&P 500
Moyenne	0.000444	0.000083
Médiane	0.001184	0.000787
Maximum	0.041082	0.041534
Minimum	-0.048664	-0.035342
Écart-Type	0.009064	0.009099
Skewness	-0.588014	-0.169294
Kurtosis	4.716978	5.136739
Jarque-Bera	166.2044	179.4113
Probabilité	0.000000	0.000000



Figure 3.5 Prix de l'indice composé S&P/TSX avant la crise.

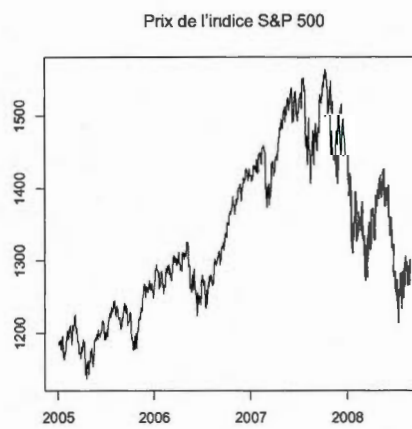


Figure 3.6 Prix de l'indice S&P/ 500 avant la crise.

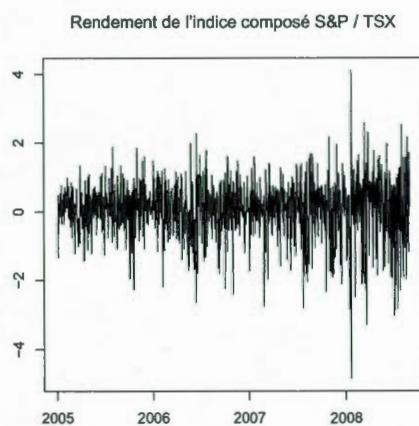


Figure 3.7 Rendement de l'indice composé S&P/TSX avant la crise.

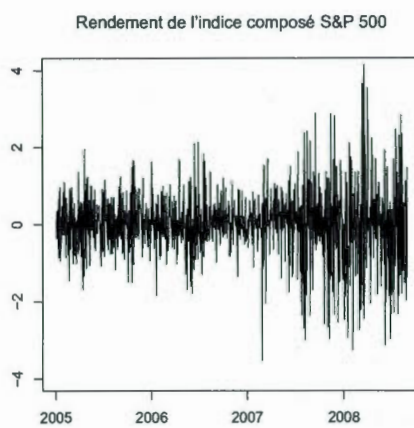


Figure 3.8 Rendement de l'indice S&P 500 avant la crise.

3.5 Période de crise : du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010

Le tableau (3.5) représente les statistiques des rendements des indices S&P/TSX et S&P 500 pour la période de crise, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Le rendement moyen pour chacun des deux indices est négatif, ce qui est attendu en temps de crise. Le rendement moyen de l'indice américain est plus bas que celui de l'indice canadien, ce résultat concorde avec les faits que la crise a été plus importante aux États-Unis. Rappelons que les statistiques descriptives pour la période d'avant-crise, le rendement moyen canadien était plus bas que le rendement moyen américain. Bien que la crise a été plus sévère chez nos voisins américains, ils ont eu un plus haut taux de rendement et sensiblement un rendement minimum moindre, contrairement aux résultats d'avant-crise. L'écart-type, qui représente la volatilité des rendements, a été plus élevé chez l'indice américain que canadien. Ce dernier fait concorde aussi avec le fait que les États-Unis ont plus été touchés par la crise que le Canada. La volatilité a augmenté pour les deux indices depuis la période d'avant-crise. L'asymétrie des rendements est plus prononcée dans les rendements canadiens que dans les rendements américains. Comparativement à la période d'avant-crise, l'asymétrie des données est restée sensiblement la même pour le Canada tandis qu'elle a baissé pour les États-Unis. Le kurtosis des données est plus élevé dans les rendements américains que canadiens, bien qu'ils approchent la même valeur. Le kurtosis a augmenté pour les deux pays pendant la période de crise par rapport à la période d'avant-crise. Le test de Jarque-Bera nous permet de rejeter l'hypothèse de normalité avec un niveau de significativité de 0% et ce, pour les rendements de l'indice canadien et de l'indice américain.

Les figures (3.9) et (3.10) représentent les prix de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P/ 500 respectivement pour la période de crise, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Nous pouvons remarquer qu'il y a une baisse des valeurs

Tableau 3.5 Statistiques descriptives des rendements des indices S&P/TSX et S&P 500 durant la période de crise : du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.

	S&P/TSX	S&P 500
Moyenne	-0.000264	-0.000308
Médiane	0.001091	0.001215
Maximum	0.093702	0.109572
Minimum	-0.097878	-0.094695
Écart-Type	0.020755	0.022219
Skewness	-0.495664	-0.162765
Kurtosis	7.04621	7.330247
Jarque-Bera	347.091	377.9258
Probabilité	0.000000	0.000000

pour les deux indices en 2009. La chute des valeurs boursières a débuté vers le début de 2008 pour les États-Unis et vers la moitié de 2008 pour le Canada. La chute drastique des prix a commencée vers la fin de 2008 pour les deux indices.

Les figures (3.11) et (3.12) représentent le rendement de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P/ 500 respectivement durant la période de crise, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Les deux rendements semblent similaires, ils ont des hausses de volatilité dans les mêmes périodes. Les deux indices ont des rendements plus volatiles vers la fin de l'année 2008 et le début de 2009. Les rendements les plus volatiles se retrouvent vers la fin de l'année 2008, et ce, pour

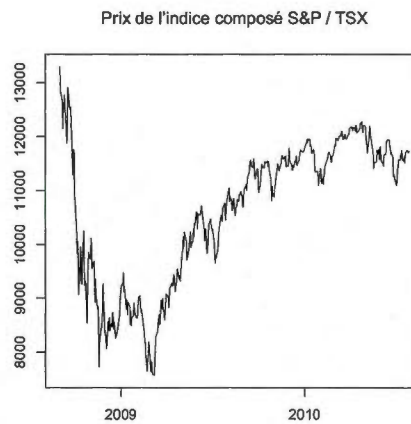


Figure 3.9 Prix de l'indice composé S&P/TSX pendant la crise.

les deux marchés. Même si leurs rendements semblent évoluer de la même façon, les rendements du marché américain sur la figure (3.10) semblent sensiblement plus volatiles que les rendements canadiens. Cela est confirmé par les statistiques descriptives, l'écart-type pour le Canada est de 0.020755 et il est de 0.022219 pour les États-Unis.



Figure 3.10 Prix de l'indice S&P/ 500 pendant la crise.

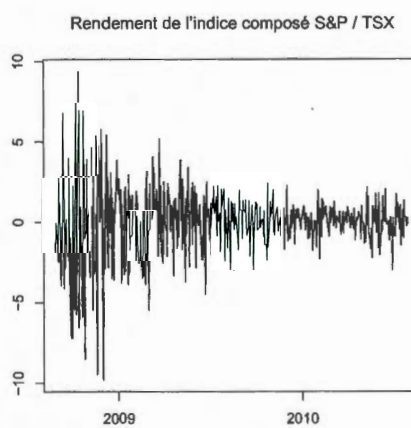


Figure 3.11 Rendement de l'indice composite S&P/TSX pendant la crise.

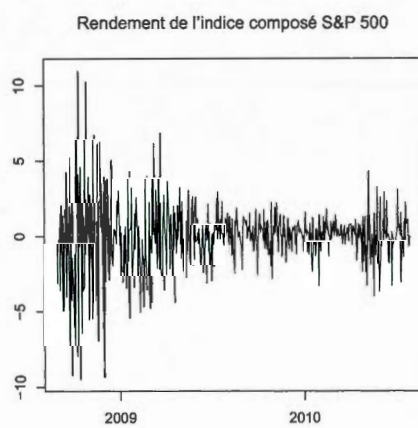


Figure 3.12 Rendement de l'indice composite S&P 500 pendant la crise.

CHAPITRE IV

RÉSULTATS EMPIRIQUES

Cette étude a pour objectif de considérer et de documenter, s'il y a lieu, les transferts de volatilité entre le Canada et les États-Unis (ou vice-versa) durant la crise financière de 2007. Cette transmission de la volatilité a été étudiée à l'aide du modèle DCC-GARCH. La période examinée se divise en deux sous-périodes, la période calme et la période de crise.

4.1 Période calme : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008

Le tableau (4.1) représente les résultats du DCC-GARCH pour la période du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008. L'indice composé S&P/TSX est défini comme étant l'actif 1 et l'indice S&P 500 comme l'actif 2.

Les coefficients significatifs sont $\alpha_{0,1}$, α_{11} , α_{22} , β_{11} , β_{22} , α_{DCC} et β_{DCC} . Le coefficient $\alpha_{0,1}$ étant significatif, nous pouvons déduire que la variance moyenne à long terme de l'indice canadien est quelque peu volatile avec une valeur de 0.0444587. Les deux indices ont un niveau élevé de persistance de la volatilité avec un β_{11} de 0.8477787 pour le Canada et un β_{22} de 0.9352878 pour les États-Unis. Les coefficients α_{DCC} et β_{DCC} sont de 0.0285584 et 0.9513568 respectivement. Les résultats concordent avec la littérature empirique qui soutient que le coefficient

α_{DCC} approche la valeur de 0 et β_{DCC} approche la valeur de 1 (Hammoudeh, Yuan, McAleer et Thompson, 2010). Les paramètres α_{11} et α_{22} sont significatifs durant cette période de calme. Donc, même durant la période d'avant-crise, les deux indices boursiers montrent de la persistance aux chocs à court terme. Les deux indices boursiers sont donc sensibles à leurs propres chocs avant la crise financière. Les paramètres α_{21} et β_{21} ne sont pas significatifs, nous ne pouvons donc pas rejeter les hypothèses nulles H_{01} et H_{02} de non-transfert de chocs de la volatilité et de non-transfert de persistance de la volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX.

Les figures (4.1) et (4.2) représentent la variance conditionnelle pour l'indice composé S&P/TSX et pour l'indice S&P 500 pour la période de calme, soit du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008. La variance conditionnelle est en général plus élevée pour le marché canadien que le marché américain durant la période calme. La variance conditionnelle augmente considérablement pour les deux indices vers la moitié de 2007. Cette hausse de la variance conditionnelle semble être plus prononcée dans le marché canadien.

La figure (4.3) représente les corrélations conditionnelles entre l'indice canadien et l'indice américain. La corrélation entre les deux marchés reste en général stable, elle se situe aux environs de 0.6 en temps de corrélation faible et se situe aux alentours de 0.75 en temps de corrélation élevée. On remarque aussi que vers la corrélation augmente vers le mois de mai 2007. Les corrélations augmentent jusqu'à atteindre un niveau de 0.75 pour ensuite baisser en 2008. Cette hausse de la corrélation coïncide avec l'augmentation de la variance conditionnelle du marché canadien et américain. Cela concorde avec la littérature empirique qui avance que les corrélations augmentent quand la variance augmente.

Tableau 4.1 Coefficients estimés du DCC-GARCH (1, 1) pour la période d'avant-crise : du 1er janvier 2005 au 8 septembre 2008.

	Coefficients	Statistique - t
$\alpha_{0,1}$	0.0444587*	(1.7231728)
$\alpha_{0,2}$	0.0071940	(0.0320952)
α_{11}	0.0530842**	(2.2806027)
α_{12}	0.0371733	(0.6455673)
α_{21}	0.0092911	(0.0899977)
α_{22}	0.0435895**	(2.5041095)
β_{11}	0.8477787***	(22.7748117)
β_{12}	0.0072571	(0.0740467)
β_{21}	0.0018957	(0.1312427)
β_{22}	0.9352878***	(17.1444221)
α_{DCC}	0.0285584**	(2.5764453)
β_{DCC}	0.9513568***	(35.5980367)
Test <i>Wald</i>	Statistique	Valeur - p
	8.328518*	0.080258

Test *Wald* pour l'hypothèse $H_{03} : \alpha_{21} = \beta_{21} = 0$.

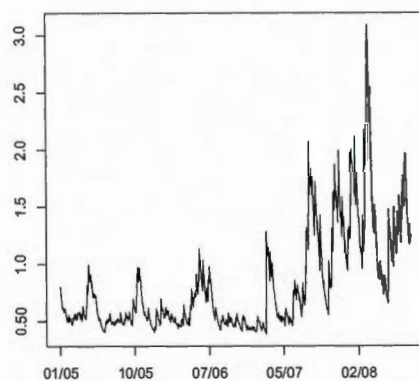
Test *Wald* suivant une loi Chi-Carré avec 2 degrés de liberté.

***Significatif à 1%.

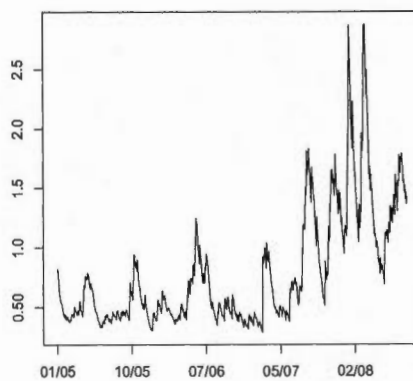
**Significatif à 5%.

*Significatif à 10%.

Variance conditionnelle de l'indice composé S&P / TSX

**Figure 4.1** Variance conditionnelle de l'indice composé S&P/TSX avant la crise.

Variance conditionnelle de l'indice S&P 500

**Figure 4.2** Variance conditionnelle de l'indice composite S&P 500 avant la crise.

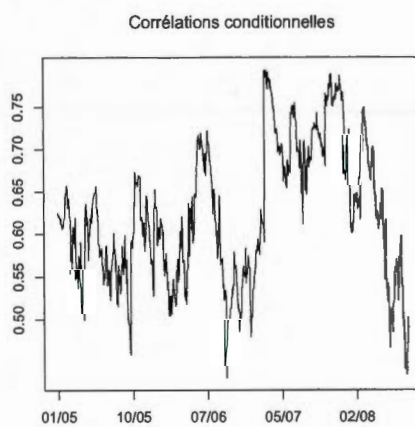


Figure 4.3 Corrélations conditionnelles du S&P/TSX et du S&P 500 avant la crise.

4.2 Période de crise : du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010

Dans le tableau (4.2), ce sont les résultats du DCC-GARCH pour la période du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Similairement au tableau précédent, l'indice composé S&P/TSX est défini comme étant l'actif 1 et l'indice S&P 500 comme l'actif 2.

Les coefficients significatifs sont α_{22} , β_{21} , β_{22} et β_{DCC} . Le paramètre α_{22} est significatif, cela indique que l'indice américain est sensible à ses propres chocs de court terme durant la crise financière. Pendant la période d'avant-crise, l'indice américain était sensible à ses propres chocs avec un α_{22} de 0.0435895. Pendant la période de crise, la valeur de α_{22} est de 0.0648315. L'indice américain est donc sensible à ses propres chocs pendant la période de calme et est encore plus sensible à ses propres chocs durant la crise financière.

Le paramètre β_{21} est significatif et sa valeur est de 0.8783563. Nous pouvons donc rejeter l'hypothèse nulle de non-transfert de persistance de la volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX. Cela nous indique qu'il y a eu un transfert de la persistance de la volatilité de l'indice américain à l'indice canadien. Les chocs transférés au marché canadien ont donc tendance à être persistents. Le paramètre β_{22} a une valeur de 0.8673855 et est significatif, ceci indique que l'indice américain a un niveau élevé de persistance de la volatilité. Cependant, ce niveau est un peu moins élevé que celui de la période d'avant-crise. Le coefficient β_{DCC} est de 0.8857799, ce résultat concorde avec la littérature empirique qui dit que β_{DCC} approche la valeur de 1 (Hammoudeh, Yuan, McAleer et Thompson, 2010). Le paramètre α_{21} n'est pas significatif, nous ne pouvons donc pas rejeter l'hypothèse nulle H_{04} de non-transfert de chocs de la volatilité de l'indice S&P 500 à l'indice composé S&P/TSX.

Les figures (4.4) et (4.5) représentent la variance conditionnelle de l'indice composé

Tableau 4.2 Coefficients estimés du DCC-GARCH (1, 1) pour la période de crise :
du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010.

	Coefficients	Statistique - <i>t</i>
$\alpha_{0,1}$	0.0037683	(0.0375989)
$\alpha_{0,2}$	0.0136694	(0.2495870)
α_{11}	0.0004127	(0.0104411)
α_{12}	0.0000302	(0.0000558)
α_{21}	0.0568955	(0.0955752)
α_{22}	0.0648315***	(3.2271594)
β_{11}	0.0078902	(0.2054925)
β_{12}	0.0131043	(0.3829339)
β_{21}	0.8783563*	(1.6732085)
β_{22}	0.8673855*	(1.6877073)
α_{DCC}	0.0420811	(1.4796325)
β_{DCC}	0.8857799***	(11.9361438)
Test <i>Wald</i>	Statistique	Valeur - <i>p</i>
	9.527941**	0.04917629

Test *Wald* pour l'hypothèse $H_{06} : \alpha_{21} = \beta_{21} = 0$.

Test *Wald* suivant une loi Chi-Carré avec 2 degrés de liberté.

***Significatif à 1%.

**Significatif à 5%.

*Significatif à 10%.

S&P/TSX et de l'indice S&P/ 500 respectivement durant la période de crise, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Nous remarquons que la variance conditionnelle du marché américain est plus élevée que celle du marché canadien. Pour les deux indices, la volatilité conditionnelle augmente de façon accrue à partir d'octobre 2008. Donc, les rendements sur les deux marchés étaient extrêmement volatiles aux alentours du mois de septembre 2008, les rendements américains ont été plus volatiles que les rendements canadiens durant cette période. Vers le mois de janvier 2009, la variance conditionnelle diminue pour chacun des deux indices et semble rester stable. Cependant, elle reste plus élevée dans le marché américain.

La figure (4.6) représente les corrélations conditionnelles de l'indice composé S&P/TSX et de l'indice S&P/ 500 respectivement durant la période de crise, soit du 9 septembre 2008 au 31 juillet 2010. Nous pouvons remarquer que la corrélation entre le marché canadien a augmenté durant la crise. Elle reste élevée durant toute la période de crise. Les corrélations les plus élevées dépassent la valeur de 0.84 alors que la valeur des corrélations les plus basses se trouvent à moins de 0.75. Rappelons que dans la période de calme, les corrélations les plus élevées atteignent 0.75.

Nous avons analysé d'autres sous-périodes à la recherche de transmission de la sensibilité de volatilité aux chocs de court terme. Le tableau (4.3) présente les dates ayant été analysées. Nous n'avons cependant pas trouvé de résultats significatifs en faveur d'une transmission de la sensibilité de la volatilité entre l'indice boursier américain et canadiens. Les deux indices ont cependant démontré une hausse de la volatilité, tant au niveau de la sensibilité de la volatilité aux chocs de court terme et ainsi qu'au niveau de la persistance de la volatilité.

Variance conditionnelle de l'indice composé S&P / TSX

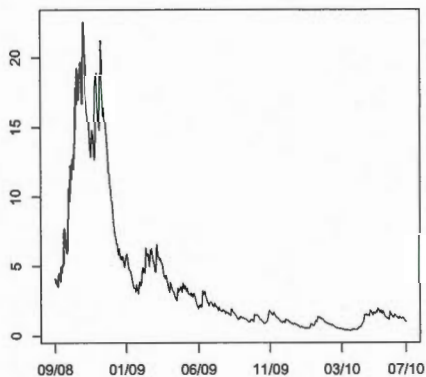


Figure 4.4 Variance conditionnelle de l'indice composite S&P/TSX pendant la crise.

Variance conditionnelle de l'indice S&P 500

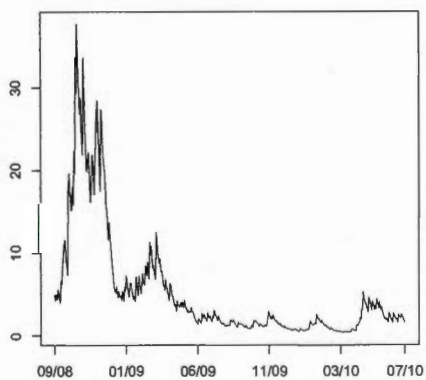


Figure 4.5 Variance conditionnelle de l'indice composite S&P 500 pendant la crise.

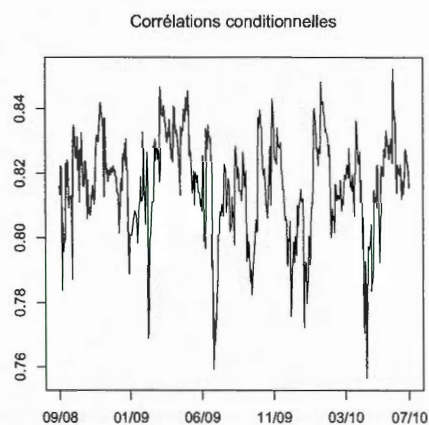


Figure 4.6 Corrélations conditionnelles du S&P/TSX et du S&P 500 pendant la crise.

Tableau 4.3 Autres périodes analysées.

Période de calme	Période de crise
1er janvier 2005 au 31 juillet 2007	1er août 2007 au 31 juillet 2010
1er janvier 2005 au 31 décembre 2007	1er janvier 2008 au 31 juillet 2010
1er janvier 2005 au 31 mai 2008	1er juin 2008 au 31 juillet 2010
1er janvier 2005 au 31 juillet 2008	1er août 2008 au 31 juillet 2010

CONCLUSION

La crise financière américaine causée par les hypothèques à haut risque s'est transformée en une crise économique globale. Elle est maintenant connue sous le nom de la "Grande récession". L'interdépendance des marchés, conséquence de la globalisation financière, a transformé une crise locale en une dépression globale. La plupart des grands pays industrialisés ont largement souffert de cette crise. Le Canada est le pays industrialisé qui a le moins souffert de cette crise, pourtant les États-Unis sont un de ses plus grands partenaires commerciaux.

Le but de cette recherche est d'examiner le transfert de la volatilité durant la crise financière de 2008 entre le marché boursier canadien et américain. Pour ce faire, les indices boursiers du Canada (Indice composé S&P/TSX) et des États-Unis (S&P 500) ont été utilisés. Ces données boursières sont journalières et à capitalisation boursière ajustée. La période examinée est du 1er janvier 2005 jusqu'au 31 juillet 2010. La période a été divisée en deux sous-périodes. La première période est celle d'avant-crise, elle commence le 1er janvier 2005 et se termine le 8 septembre 2008. La deuxième sous-période est la période de crise, elle commence le 9 septembre 2008 et se termine le 31 juillet 2010.

Le modèle utilisé est le DCC-GARCH d'Engle (2002). Ce modèle nous a permis de vérifier qu'il y a bien eu une augmentation de la volatilité durant la crise financière sur le marché boursier canadien et le marché boursier américain. Nous avons trouvé un résultat significatif en faveur de transfert de volatilité entre les deux indices boursiers. Ce résultat nous permet de conclure que la volatilité du marché américain a influencé la volatilité du marché canadien. Cette influence se

trouve au niveau de la persistance de la volatilité. Le marché canadien se trouve à exhiber une volatilité qui persiste plus longtemps durant la crise. Nous n'avons cependant pas trouvé de résultats significatifs en faveur d'une augmentation de la sensibilité de la volatilité aux chocs à court terme pour le marché canadien durant la crise. Les variances conditionnelles des deux indices ont augmentées durant la crise financière. Les corrélations conditionnelles entre les deux indices ont augmentés durant la période de crise.

Le nombre de recherches sur la crise financière de 2007 est peu élevé dû à la nature encore récente de la crise. Le nombre d'études sur la transmission de la volatilité entre le Canada et les États-Unis durant cette crise est encore moins élevé, alors il semble utile de contribuer sur ce sujet. Gallali et Kilani (2010) ont étudié les États-Unis et les autres pays du G7 durant cette crise financière avec le modèle DCC-GARCH. Ils ont aussi trouvé que les corrélations entre les deux pays ont augmentées durant la crise. Ils ont trouvé qu'il y avait un transfert de volatilité entre les États-Unis et les autres pays. Cependant ces transferts ont été de faible intensité avec le Canada.

Notre recherche se différencie par le fait que la volatilité a été étudiée sous un autre aspect. Les aspects de la sensibilité de la volatilité aux chocs et de la persistance de la volatilité ont été analysés. Les résultats sont favorables pour une volatilité plus persistante durant la crise financière sur le marché canadien. Cette recherche a aussi pour but d'analyser les conséquences de la crise sur le Canada, contrairement à Gallali et Kilani (2010) qui prennent les États-Unis comme point central de leur recherche.

BIBLIOGRAPHIE

- Bauwens L., S. Laurent et J. V. K. Rombouts (2006). « Multivariate GARCH Models : A Survey », *Journal of Applied Econometrics*, vol. 21, n°1, p. 79-109.
- Bensafta M. K. et G. Semedo (2009). « Analyse de la contagion en période de crises financières : Application d'un modèle ICSS-MGARCH », *L'actualité Économique*, vol. 85, n°1, p. 13-76.
- Bensafta K. M. et G. Semedo (2011). « Chocs, chocs de volatilité et contagion entre les marchés boursiers », *Revue économique*, vol. 62, n°2, p. 277-311.
- Bollerslev T. (1986). « Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity », *Journal of Econometrics*, vol. 31, n°3, p. 307-327.
- Bollerslev T. (1990). « Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates : a multivariate generalized ARCH model. », *The Review of Economics and Statistics*, p. 498-505.
- Bollerslev, T., R. F. Engle et J. M. Wooldridge (1988). « A capital asset pricing model with time-varying covariances. », *The Journal of Political Economy*, p. 116-131.
- Brender A. et F. Pisani (2009). « Repères : La globalisation financière en question », *Revue de l'OFCE* 2009/3, vol. 110, p. 409-412.
- Caporale G. M., N. Pittis et N. Spagnolo (2006). « Volatility Transmission and Financial Crises », *Journal of Economics and Finance*, vol. 30, n°3, p. 376-390.

Chou R. Y. (1988). « Volatility Persistence and Stock Valuations : Some Empirical Evidence Using Garch », *Journal of Applied Econometrics*, vol. 3, n°4, p. 279-294.

Claessens S., A. Kose et M. E. Terrones (2010) « The global financial crisis : How similar ? How different ? How costly ? », *Journal of Asian Economics*, vol. 21, n°3, p. 247-264.

Davidson R. et J. G. MacKinnon (2004). *Econometric Theory and Methods*, New York, Oxford University Press, 693 pages.

Didier T., I. Love et M. S. M. Peria (2010). « What explains stock markets' vulnerability to the 2007-2008 crisis ? » , *World Bank Policy Research Working Paper Series n°5524*.

Dornbusch R., Y. C. Park et S. Claessens (2000). « Contagion : Understanding How It Spreads », *World Bank Research Observer*, vol. 15, n°2, p. 177-97.

Engle R. F. (1982). « Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation », *Econometrica*, vol. 50, n°4, p. 987-1007.

Engle R. (2001). « GARCH 101 : The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics », *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 15, n°4, p. 157-168.

Engle R. (2002). « Dynamic Conditional Correlation », *The Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 20, n°3, p. 339-350.

Engle, R. F., V. K. Ng et M. Rothschild (1990). « Asset pricing with a FACTOR-ARCH covariance structure : empirical estimates for treasury bills. », *Journal of Econometrics*, 45(1), p. 213-237.

Engle R. F., T. Ito et W.-L. Lin (1990). « Meteor Showers or Heat Waves ? Heteros-

kedastic Intra-Daily Volatility in the Foreign Exchange Market », *Econometrica*, vol. 58, n°3, p. 525-542.

Engle R. F., T. Ito et W.-L. Lin (1994). « Do Bulls and Bears Move across Borders? International Transmission of Stock Returns and Volatility », *Review of Financial Studies*, vol. 7, n°3, p. 507-38.

Engle R. F. et K. F. Kroner (1995). « Multivariate simultaneous generalized ARCH. », *Econometric theory*, 11(01), p.122-150.

Engle R. F. et K. Sheppard (2001). « Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH », (No. w8554). National Bureau of Economic Research.

Engle, R. F. et A. J. Patton (2001). « What good is a volatility model? » , *Quantitative Finance*, vol. 1, n°2, p. 237-245.

Facchini, F. (2010). « 2007 : une crise systémique ? », *Revue d'économie financière*, 97, p.155-183.

Fédération des chambres immobilières du Québec (2009). *La crise financière : Ses origines américaines et ses répercussions canadiennes*, Québec, 17 pages.

Felipe P. S. et F. C. Diranzo (2005). « Volatility Transmission Models : A Survey », *Revista de Economía Financiera*, *Forthcoming*.

Forbes K. et R. Rigobon (2002). « No Contagion, only Interdependence : Measuring Stock Market Co-Movement », *The Journal of Finance*, vol. 57, n°5, p. 2223-2261.

Gallali M. I. et B. Kilani (2010). « Stock Markets Volatility and International Diversification », *Journal of Business Studies Quarterly*, vol. 1, n°4, p. 21-34.

Guo, F., C. R. Chen et Y. S. Huang (2011). « Markets contagion during financial crisis : A regime-switching approach. », *International Review of Economics & Finance*, 20(1), p. 95-109.

Han Altay-Salih A., M. C. Pinar, et S. Leyffer (2003). « Constrained Nonlinear Programming for Volatility Estimation with GARCH Models », *SIAM Review*, vol. 45, n°3, p. 485-503.

Hammoudeh S.M., Y. Yuan, M. McAleer et M. A. Thompson (2010). « Precious metals–exchange rate volatility transmissions and hedging strategies », *International Review of Economics & Finance*, vol. 19, n°4, p. 633-647.

Hwang I., F. In et T. Kim (2010). « Contagion Effects of the U.S. Subprime Crisis on International Stock Markets », *Finance and Corporate Governance Conference 2010 Paper*.

Horng W.-J., T.-C. Hu et J.-L. Tsai (2009). « Dynamic Relatedness Analysis of Two Stock Market Returns Volatility : An Empirical Study on the South Korean and Japanese Stock Markets », *Asian Journal of Management and Humanity Sciences*, vol. 4, n°1, p. 1-15.

Horta P, C. Mendes et I. Vieira (2008). « Contagion effects of the US Subprime Crisis on Developed Countries », *CEFAGE-UE Working Papers 2008/08*, University of Evora, (Portugal).

Karolyi G. A. (1995). « A Multivariate GARCH Model of International Transmissions of Stock Returns and Volatility : The Case of the United States and Canada », *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 13, n°1, p. 11-25.

Kiff J. (2009). « Canadian Residential Mortgage Markets : Boring But Effective ? », *IMF Working Paper*.

Kose M. A. , E. Prasad, K. Rogoff et S.-J. Wei (2009). « Financial Globalization : A Reappraisal », *Palgrave Macmillan Journals*, vol. 56, n°1, p. 8-62.

Lopes H. F. et and N. G. Polson (2010). « Extracting SP500 and NASDAQ volatility : The credit crisis of 2007-2008.», *Handbook of Applied Bayesian Analysis*, p. 319-342.

Masson P. R. (1998). « Contagion-Monsoonal Effects, Spillovers, and Jumps Between Multiple Equilibria », *Working Paper of International Monetary Fund 98/142*.

Mink M. et J. Mierau (2009). « Measuring Stock Market Contagion with an Application to the Sub-prime Crisis », *Netherlands Central Bank Working Papers*, n°17.

Naoui K., S. Khemiri et N. Liouane (2010). « Crises and Financial Contagion : The Subprime Crisis », *Journal of Business Studies Quarterly*, Volume 2, n°1, p. 15-28.

O'Hagan T. et M. West (2010). *The Oxford Handbook of Applied Bayesian Analysis*, USA, Oxford University Press, « Oxford Handbooks », 896 pages.

Orskaug E. (2009). « Multivariate DCC-GARCH Model - With Various Error Distributions », *Norsk Regnesentral*, Project 220363, SAMBA/19/09, 88 pages.

Peters T. (2008). « Forecasting the Covariance Matrix with the DCC GARCH Model », *Examensarbeten i matematisk statistik*, Université de Stockholm, 40 pages.

Ramchand L. et R. Susmel (1998). « Volatility and cross correlations across major stock markets », *Journal of Empirical Finance*, Volume 5, n°4, p. 397-416.

Ramlall I. (2010). « Has the US Subprime Crisis Accentuated Volatility Clustering and Leverage Effects in Major International Stock Markets? », *International*

Research Journal of Finance and Economics, Forthcoming.

Shamiri A. et Z. Isa (2009). « The US Crisis and the Volatility Spillover Across South East Asia Stock Markets », *International Research Journal of Finance and Economics*, n°34, p. 7-17.

Silvennoinen A. et T. Teräsvirta (2008). « Multivariate GARCH models », *Stockholm School of Economics/The Economic Research Institute (SSE/EFI) Working Paper Series in Economics and Finance*, No. 669.

Teräsvirta T. (2006). « An introduction to univariate GARCH models », *Stockholm School of Economics/The Economic Research Institute SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance*, No. 646.