UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ENSEIGNEMENT DE LA FONCTION SINUS AU DEUXIÈME CYLE DU SECONDAIRE PAR LE BIAIS DE LA MODÉLISATION ET D'OUTILS TECHNOLOGIQUES

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

SALIMA LAZLI

JANVIER 2012

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

« Le livre de la nature est écrit en caractères mathématiques. »

GALILÉE

À Wassim et Yousra

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

Dans cette recherche est abordé l'apprentissage de la fonction sinus par un processus de modélisation. La littérature nous montre, qu'à des fins de résolution, les élèves éprouvent des difficultés à traduire des situations concrètes en modèles mathématiques (Gravemeijer). De notre point de vue, la modélisation avec la manipulation combinée d'artefacts (au sens de Rabardel) physiques et technologiques peut supporter cet apprentissage.

Puisque dans la pratique, la modélisation mathématique est surtout utilisée pour l'enseignement des relations fonctionnelles (O'Callaghan), et que l'apprentissage des fonctions sinus engendre énormément de difficultés (Kendal et Stacey), notre objectif est d'observer l'apprentissage des fonctions sinus à partir de la modélisation d'une situation donnée, Pourrions-nous arriver à cet objectif en utilisant des artefacts (physiques et technologiques)?

Globalement, la recherche a suivi le modèle de l'ingénierie didactique. Lors de l'expérimentation nous avons précisément retenu la méthode d'enseignement ACODESA (Hitt), à cause du caractère social de construction des connaissances qu'elle permet.

Cette expérimentation s'est déroulée en septembre 2010 sur sept séances de 60 minutes. Huit élèves de secondaire 5 ont participé volontairement à cette recherche. En début d'expérimentation, les élèves connaissaient les relations trigonométriques dans le triangle (secondaire 4), mais non la forme fonctionnelle du sinus. Dans un environnement d'apprentissage collaboratif, le travail sur la situation avec des artefacts physiques et technologiques a permis de récolter des données. Ces dernières ont été très riches en apprentissages pour moi en tant que chercheuse.

En effet, l'analyse de ces données a permis de constater qu'en début d'apprentissage, à cause d'une rupture avec le contrat didactique habituel, les élèves éprouvent de la difficulté à commencer le processus de modélisation. Une fois le processus enclenché, les élèves construisent des modèles subséquents qui les amènent vers la représentation algébrique de la fonction sinus. Par contre, lors de la dernière étape de réflexion, allouée pour la déduction de l'expression algébrique, les élèves ne retournent pas vers la situation, ni même vers la table des valeurs, mais plutôt vers des savoirs acquis dans leur classe de mathématiques. Ils se sont trouvés en face de contradictions cognitives. Ce n'est qu'après un long moment de réflexion et de discussions, que les élèves ont dépassé ces contradictions et ont finalement proposé une expression algébrique qui fait intervenir le sinus.

Cette approche a permis à des élèves d'une même classe d'atteindre un savoir à partir de manipulations d'artefacts et de discussions. Les échanges ont permis de combler les manques engendrés à la fois par la manipulation d'artefacts physiques et par la manipulation d'artefacts technologiques, dans une ambiance d'échanges et de collaboration.

Mots clefs : Fonction sinus, modélisation, technologies, instrumentation, représentations.

INTRODUCTION

Pour notre étude nous avons choisi la modélisation avec l'aide des artefacts[1] comme moyen qui permettraient des apprentissages dans le domaine des relations fonctionnelles.

À travers nos écrits, nous tentons d'expliquer comment la modélisation peut aider à la compréhension, et comment les artefacts peuvent supporter un processus d'apprentissage par la modélisation. Finalement, nous tentons de comprendre comment la modélisation et les artefacts interviennent pour aider à la compréhension des relations fonctionnelles (Hitt).

Nous tenons à préciser que notre intérêt pour la modélisation et pour les artefacts est le fruit de notre première formation universitaire en mathématiques appliquées. Cela nous a amené à mettre en lien nos deux points d'intérêts, c'est-à-dire la modélisation et la manipulation d'artefacts, avec différents registres de représentations fonctionnelles pour l'apprentissage de la fonction sinus.

Cette recherche est à caractère qualitatif. Elle porte sur l'élaboration d'une séquence qui conduirait les élèves à construire l'expression analytique de la fonction sinus à travers un processus de modélisation, de manipulation d'artefacts, et ce dans un environnement d'apprentissage collaboratif. Dans le premier chapitre, dédié à la problématique, nous exposons l'importance de l'apprentissage par la modélisation et le rôle que cette modélisation occupe dans le nouveau programme du MELS.

Dans la dernière partie de ce chapitre nous expliquerons pourquoi les fonctions sont un terrain propice à la modélisation et à l'utilisation d'outils, et aussi pourquoi nous avons choisi l'étude de la fonction sinus.

Dans le deuxième chapitre, dédié au cadre théorique, nous commencerons par tenter de comprendre le processus cognitif des apprentissages, et ce pour mieux comprendre les subtilités du comportement et des discours des élèves lors de l'expérimentation.

---

[1] Nous expliquerons ce terme plus loin.

Par la suite nous définirons la modélisation et décrirons deux théories sur lesquelles nous allons nous appuyer pour analyser nos données, celle de Chevallard et celle de Gravemeijer.

En ce qui concerne l'utilisation d'artefacts technologiques pour l'apprentissage, nous présenterons quelques points de vue favorables à leur utilisation comme ceux de Papert et de diSessa. Nous exposerons aussi le point de vue de Clark, lequel croit que les technologies n'ont aucun effet sur les apprentissages. Nous terminerons par un point de vue plus modéré, celui de Rabardel, qui explique comment et quel effet peuvent avoir les objets sur les apprentissages, dépendamment de l'apprentissage ciblé, de la situation utilisée pour cet apprentissage, et des objets choisis. Nous avons retenu la théorie instrumentale de Rabardel pour observer l'impact de différents artefacts dans le but de retenir le plus efficace pour notre recherche. Nous utiliserons aussi cette théorie lors de notre analyse.

Le dernier point de ce chapitre va porter sur les fonctions. Il y sera présenté la définition d'une fonction et des études qui expliquent l'importance de l'apprentissage des différents registres de représentation d'une fonction.

Dans le troisième chapitre, dédié à la méthodologie, nous utiliserons les éléments du cadre théorique pour construire la grille d'analyse et nous présenterons la fonction sinus telle qu'étudiée dans les classes de secondaire 5. Nous exposerons par la suite notre démarche d'expérimentation en détaillant toutes les étapes.

Le quatrième chapitre sera consacré à l'analyse des données recueillies lors de l'expérimentation.

En conclusion, nous reviendrons sur notre questionnement de recherche, nous présenterons les éléments de réponses recueillis lors de l'expérimentation. Nous soulignerons aussi les éléments clefs issus de cette approche. Nous terminerons par exposer les perspectives de recherches que cette étude a engendrées.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

1.1 Introduction.

« Pourquoi », ce simple « adverbe interrogatif[2] » a fait beaucoup dans le développement de l'humanité. C'est en essayant de répondre à tous les « pourquoi » que l'humain a fait des découvertes extraordinaires qui ont permis de comprendre notre monde et, par la suite, d'améliorer le quotidien.

Pourquoi la nuit? Pourquoi le jour? Pourquoi les étoiles ne restent pas à leur place? Aujourd'hui, nous savons que la lune tourne autour de la terre, que cette dernière tourne autour d'elle-même en tournant autour du soleil, mais ce ne fut pas toujours le cas.

Pour arriver à cela, les hommes ont dû développer des modèles du ciel. Les Grecs de l'Antiquité ont construit un modèle géométrique du ciel, modèle basé sur le cercle et la sphère. Au fil du temps, des efforts en observation et en travail mathématique ont permis à ce modèle de gagner en précision et à l'homme de mieux connaître son univers.

Pour cerner la problématique qui a amené notre recherche, nous nous sommes posés certaines questions :

- Pourquoi la modélisation mathématique? Cette question a permis de percevoir, dans une approche par situation-problème, l'importance de l'apprentissage des mathématiques par la modélisation.

- Pourquoi les technologies? Cette question nous a permis de situer le rôle que peuvent jouer les technologies dans cet apprentissage.

---

[2] Larousse de poche 2011, p.635

- Pourquoi les fonctions? Cette question nous a permis de retrouver dans la littérature que les fonctions sont traditionnellement le lieu propice à l'apprentissage par la modélisation dans le domaine des mathématiques.

Nous conclurons ce chapitre en présentant nos questions de recherche.

1.2 Pourquoi la modélisation?

La modélisation joue un rôle important dans l'apprentissage des mathématiques ainsi que dans leurs applications à la science, à l'ingénierie, à l'économie, etc. (Bouleau, 2002). Aborder la résolution de problèmes par la modélisation, avec les élèves, s'avère une tâche pédagogique ardue. Les difficultés que rencontrent les élèves lors de cet apprentissage sont énormes; d'où la recherche de moyens pour pallier à ces difficultés.

Au cours de notre formation universitaire, nous avions nous-mêmes beaucoup de difficultés avec l'apprentissage par ce processus par exemple lors de résolution de problème dit « de trafic »[3] où il s'agit de procéder par la modélisation pour résoudre des problèmes liées à un quelconque type de trafic dans un environnement donnés selon des contraintes et paramètres données. Il nous apparait maintenant que cette difficulté résulte du fait que nous n'avions jamais appris les mathématiques par le biais de la modélisation. En effet, ce travail de recherche nous ayant amenés à lire les écrits de nombreux didacticiens, nous comprenons maintenant pourquoi nous avions du mal, au début de nos études universitaires, avec la résolution de problèmes par la modélisation.

Gauthier et Tardif (2005, p.337) rapportent que selon Piaget, il est tout à fait normal que les élèves ne parviennent pas à faire le lien entre les situations réelles et le monde mathématique. Toujours selon lui, la logique rationnelle et déductive qui caractérise la pensée scientifique et mathématique n'est pas innée, elle résulte plutôt d'un apprentissage. Dans notre cas, n'ayant jamais fait l'apprentissage des mathématiques par la modélisation avant l'université, c'était tout à fait normal d'avoir eu, à ce moment-là, cette difficulté. Dans ce sens Greer, Verschaffel et Mukhopadhyay (2007) avancent que les élèves du primaire et du secondaire ont du mal à comprendre, dans un problème, des énoncés relatant des situations réelles. Ils ont remarqué que les élèves ont tendance à lire les énoncés et à jouer avec les nombres donnés pour fournir une réponse numérique. Les élèves n'essayent pas de comprendre les données dans un problème, encore moins de les modéliser, pour voir la faisabilité de la situation, avant de se lancer dans les

[3] Il s'agit de problèmes de circulation, de trafic fluvial, de trafic aérien, ...etc

calculs. Les auteurs expliquent clairement que ce comportement d'élèves est une conséquence des pratiques d'enseignement.

Pour arriver à la conclusion précédente, Greer, Verschaffel et Mukhopadhyay (2007) ont effectué une expérience avec des élèves de différents pays, en leur présentant différentes situations-problèmes sans aucun sens ou encore irréalisables, par exemple des problèmes du type : « à bord d'un bateau, nous avons 26 moutons et 10 chèvres, quel est l'âge du capitaine? » La majorité des élèves a fournit une réponse numérique, quelques un seulement ont écrit une phrase expliquant que la question n'a pas de sens. Le résultat a été le même partout, sauf en Irlande du Nord et en Belgique. Les élèves de ces deux pays ont mieux réagi, grâce au type d'enseignement reçu, ces élèves sont habitués à la modélisation, ils ont l'habitude des « World Problem Game » (Schoenfeld, 1991, tiré de Greer, Varchaffel et Mukhopadhyay, 2007).

Ceci nous amène à vouloir situer la modélisation dans les programmes des écoles secondaires du Québec.

1.2.1 La « modélisation » à travers les programmes des écoles secondaires du Québec.

Dans le nouveau programme de formation de l'école québécoise, on vise à développer, en mathématiques, trois compétences :

> En classe de mathématiques, l'élève est amené à développer les compétences suivantes :
> - résoudre une situation-problème ;
> - déployer un raisonnement mathématique;
> - communiquer à l'aide du langage mathématique. (Ministère de l'éducation, 2004 présentation)[4].

Dans mon opinion le processus qui relie les trois compétences ciblées par le ministère est le processus de modélisation. C'est ce que nous allons essayer d'expliquer dans ce qui suit.

Par un petit voyage dans le temps, Chevallard (1989, p.58) rapporte comment Thalès a pu, avec beaucoup d'ingéniosité, procéder par modélisation mathématique pour mesurer la taille des pyramides d'Égypte[5]. C'est en se basant sur ces faits ainsi que sur d'autres, relevés dans l'histoire des mathématiques, que Chevallard (1989, p.53) décrit la modélisation comme telle :

> D'autres emplois concernent l'étude mathématique d'objets extramathématiques : systèmes physiques, biologiques, sociaux, etc. Et c'est d'ordinaire à l'étude

[4] Il n'existe pas de pagination dans cet ouvrage.

[5] Le triangle formé par la pyramide et son ombre est semblable à celui formé par le corps de l'observateur et son ombre

> mathématique de tels systèmes non mathématiques que l'on réserve le nom de modélisation mathématique.

Cette description fait ressortir le rôle de la modélisation dans la résolution des situations-problèmes. En effet, ici, la modélisation est considérée comme un processus qui permet la prise en charge de situations, dites extra-mathématiques, par le domaine des mathématiques.

On retrouve aussi l'importance du recours à la modélisation pour le développement de l'habileté à résoudre des problèmes chez Poirier Proulx (1997, p.19) :

> Pour être efficace et transférable (la résolution de problème), l'entraînement doit se faire à l'intérieur d'une discipline et inclure des problèmes de la vie réelle.
> [...] l'apprentissage des stratégies de résolution de problèmes nécessite un contexte, s'effectue à partir d'une situation qui fait appel à des connaissances qui lui sont reliées. C'est à partir de chacune des expériences contextualisées de résolution de problèmes que se développent des stratégies particulières, qui seront éventuellement rappelées et utilisées lorsqu'une situation semblable se présentera. Un entraînement, dans un contexte qui n'est pas lié à la discipline ou à la vie réelle, serait moins efficace pour développer ces stratégies et n'aurait pas beaucoup de sens pour l'élève.

Dans la première partie, l'auteur explique qu'il serait plus profitable d'habituer les élèves à faire de la résolution de problèmes dans le cadre de disciplines et il serait plus profitable que les problèmes proposés aient un lien avec le vécu des élèves. Les connaissances acquises lors d'un tel processus de résolution pourront être plus facilement réinvesties. En plus, Confrey et Maloney (2007) pensent que la modélisation mathématique doit être l'objectif central de l'instruction mathématique. Pour ces chercheurs, les connaissances mathématiques ainsi acquises vont permettre aux élèves d'acquérir un sens pratique, de développer un sens d'anticipation et une capacité à l'explication.

Reprenons la pensée de Piaget décrite plus haut. Piaget explique qu'il est tout à fait normal que les élèves n'arrivent pas à faire le lien entre les situations réelles et le monde mathématique, car la logique rationnelle et déductive qui caractérise la pensée scientifique et mathématique n'est pas innée, elle résulte plutôt d'un apprentissage. Donc, en se basant sur la pensée de Piaget, pour développer chez les élèves la compétence « Déployer un raisonnement mathématique », il faut leur apprendre à faire le lien entre des situations réelles et le monde mathématique. Ce lien pourrait être plus tangible si l'apprentissage est fait par la modélisation. Par apprentissage nous incluons les apprentissages spontanés et les apprentissages institutionnels.

Dans ses écrits, Bouleau (2002, p.309) décrit la modélisation comme étant un outil qui permet la représentation, l'analyse de situations, mais aussi la communication entre différentes disciplines :

> La modélisation comme outil de représentation, d'analyse et de perspective devient une langue interdisciplinaire de plus en plus importante. Elle utilise bien sûr la physique, les autres sciences de la nature, l'économie et des connaissances spécifiques au problème posé, mais sa nature et ses difficultés sont essentiellement mathématiques. Le principal enjeu [...] est de savoir s'exprimer dans cette langue et aussi d'être à même de critiquer grâce à elle d'autres discours techniques [...] Dés lors, vient sur le devant de la scène une conception langagière des mathématiques par la modélisation. Mais non en tant que langage entre l'homme de science et le monde, en tant que langage entre les acteurs sociaux, entre les entreprises, entre les ONG et le modélisateur...

Dans cette description, la modélisation est présentée non seulement comme un outil mathématique de résolution de problème, mais aussi comme un moyen qui permet l'interprétation et la communication (*langue interdisciplinaire*). Ici, il n'est pas question d'apprentissage à partir de modélisation ni de traitement mathématique, mais plus de moyen de communication. Ce paragraphe de Bouleau illustre bien le rôle de la modélisation dans le développement de la troisième compétence.

Après avoir vu le rôle de la modélisation dans l'acquisition, par les élèves, des trois compétences visées par le nouveau programme du MELS, nous définissons la modélisation comme étant le moyen qui permet de prendre en compte les aspects, d'une situation extramathématique (au sens de Chevallard), qui semblent pertinents à la résolution mathématique du problème que pose cette situation.

Les situations-problèmes sont, à notre sens, des situations qui mettent les élèves face à de nouvelles difficultés. Leur résolution implique, de la part des élèves, un recours à leur intelligence et à leur capacité de raisonnement. Pour Hitt (2004, p.352):

> Un problème [...] oblige à la construction d'une représentation particulière interne qui fera la liaison entre différentes représentations de ce qui est en jeu, qui va promouvoir l'articulation entre ces différentes représentations et qui va aussi nous permettre de produire des représentations sémiotiques particulières liées à l'énoncé en question.

1.3 Pourquoi les technologies?

Revenons à notre expérience personnelle : à l'université, nous avions fait l'apprentissage de la modélisation en ayant comme outils uniquement les artefacts papier et crayons. Il est difficile de visualiser avec ces artefacts toutes les représentations modélisant certaines situations traitées. Par exemple pour des problèmes de type « trafic » cités plus haut, un logiciel de simulation et de modélisation permet de meilleurs traitements et une meilleure compréhension des différentes étapes de modélisation lors des apprentissages, qu'une simple résolution avec papier/crayon. Comme suite à cette expérience, nous sommes convaincus que l'utilisation d'artefacts technologiques en plus des artefacts papier/crayon facilite la compréhension et l'apprentissage par la modélisation. D'ailleurs, Confrey et Maloney (2007) le montrent bien dans leur recherche. Dans leur expérimentation, il s'agit de travailler la modélisation au moyen d'ordinateurs et de détecteurs de mouvement sur des systèmes oscillatoires, et des problèmes de chute libre. L'expérimentation s'est déroulée en trois semaines avec une classe de licenciés[6] en éducation. Au début de l'expérimentation, chaque étudiant a été invité à émettre des hypothèses sur l'allure de deux courbes mettant en relations position/temps et vitesse/temps à partir de données préalablement recueillies.

Lors de l'analyse des résultats, deux cas retiennent l'attention des chercheurs. Le premier cas est celui d'une étudiante que les chercheurs nomment M. Dans le domaine mathématique, les connaissances de cette étudiante sont considérées faibles. M n'a pas reçu d'instruction mathématique ni physique depuis les premières années de sa licence. L'autre cas est celui d'un étudiant nommé D. Très brillant en mathématiques et en physique. D a suivi des cours de mathématiques et de physique tout au long de ses études.

À partir de l'analyse, Confrey et Maloney constatent que pour la modélisation du système oscillatoire donné, l'étudiante M fait face à trois obstacles conceptuels. En premier l'étudiante n'arrive pas à émettre des hypothèses sur l'allure des courbes position/temps et vitesse/temps. En deuxième, l'étudiante ne comprend pas la relation entre la vitesse (en tant que pente dans ce cas) et le graphique position/temps, ainsi que la vitesse comme point dans le graphique vitesse/temps. Son dernier obstacle est l'interprétation des vitesses négatives. Le dynamisme de l'expérience, dynamisme obtenu par la répétition et la manipulation à l'aide d'outils technologiques, a permis à l'étudiante M, avec la mise en jeu de la notion d'« insight »[7], de comprendre pourquoi ses hypothèses n'avaient pas de sens et petit à petit, elle a compris le fonctionnement du système oscillatoire.

---

[6] Étudiants en éducation, au niveau du premier cycle universitaire

[7] Insight : découverte soudaine d'une solution suite à des tentatives infructueuses de résolution d'un problème (Reed, 2006).

Pour l'étudiant D, c'était différent. En se référant à ses connaissances antérieures lors de ses hypothèses de départ, D a tout de suite établi un modèle adéquat. La réaction de cet étudiant face à l'expérimentation, avec les technologies, montre que ses connaissances antérieures lui ont permis d'utiliser les technologies pour :

1) Élargir sa gamme de modèles de références ;
2) Pousser son analyse de l'expérimentation par rapport à ce qui a été demandé;
3) D'utiliser les technologies pour explorer les différentes extensions que peut offrir l'expérimentation.

Cette expérimentation montre que le travail dans un environnement dynamique (fournit ici par la combinaison de plusieurs technologies) a permis de soutenir et d'aider une étudiante faible lors du processus de compréhension. D'un autre côté un tel environnement a permis à un étudiant fort d'aller plus loin et ainsi enrichir ses connaissances.

1.3.2 La technologie et les apprentissages

Dans le nouveau programme du MELS, l'utilisation des technologies dans les apprentissages est fortement recommandée:

> Le recours à la technologie (calculatrice, ordinateur, etc.) peut constituer une aide précieuse pour soutenir la démarche de l'élève dans le traitement d'une situation donnée. En permettant l'exploration, la simulation et la représentation de situations plus nombreuses et plus diversifiées, la technologie favorise aussi bien l'émergence que la compréhension de concepts et de processus mathématiques. Elle augmente l'efficacité des élèves dans les tâches qui leur sont proposées et facilite la communication (Ministère de l'éducation, 2004, p.232).

D'après le programme du MELS, les technologies doivent être utilisées pour le potentiel d'exploration et de simulation qu'elles sont susceptibles d'offrir. Ces caractéristiques doivent permettre aux élèves de mieux comprendre les concepts et les processus mathématiques, d'être plus efficaces, et de plus, communiquer.

Depover, Karsenti et Komis (2007) expliquent que bien exploiter les Technologies de l'Information et de Communication (TIC) peut s'inscrire dans deux cadres d'apprentissage différents : l'un à potentiel behavioriste et l'autre à potentiel cognitif. Nous retenons le potentiel cognitif que peut fournir l'apprentissage à l'aide des TIC. Dans ce type d'apprentissage l'élève « participe à la dynamique de l'apprentissage en sollicitant les structures cognitives dont il dispose afin de s'approprier des connaissances nouvelles » (Depover, Karsenti et Komis, 2007, p.36)

En effet, depuis l'invention de l'écriture (avant Jésus-Christ), en passant par la machine à apprendre (Skinner, 1954), on arrive à l'approche constructiviste de Papert (par ordinateur avec LOGO, 1981). On voit bien que l'homme est toujours à la recherche de moyens qui facilitent l'apprentissage. Les différentes recherches sur le processus cognitif de l'apprentissage ont permis d'élaborer des modélisation pour comprendre le fonctionnement de la mémoire et les méthodes de mémorisation (Reed, 1999). À partir de là, plusieurs chercheurs ont pu élaborer des dispositifs d'apprentissage cognitif par ordinateur. Papert est l'un de ces chercheurs. Il pense que l'enseignement au moyen d'ordinateurs permet aux enfants d'acquérir la maîtrise de l'ordinateur tout en établissant de très forts liens avec des notions parmi les plus profondes de la science, des mathématiques et de l'art de bâtir des modèles intellectuels.

Nous adhérons aux idées des chercheurs mentionnés plus haut et nous pensons que bien exploitées, les technologies de l'information et de la communication peuvent avoir un effet très positif sur les apprentissages. L'utilisation de ces technologies permet aux élèves d'être actifs dans leurs apprentissages et à l'enseignant d'y participer en tant que guide et non en tant qu'instructeur (ou encore répétiteur). Les technologies de l'information et de la communication permettent aux élèves de bâtir leurs connaissances et construire leur savoir. Cette procédure leur met au bout des doigts des apprentissages au sein de contextes. Le savoir sera ainsi acquis d'une manière expérimentale (Tardif et Presseau, 1998, p.17).

Après avoir expliqué pourquoi il est pertinent de procéder à l'enseignement des mathématiques par le biais de la modélisation et des technologies, nous allons expliquer pourquoi nous avons choisi comme terrain d'expérimentation les fonctions sinus.

1.4 Pourquoi les fonctions?

Dans l'enseignement, le recours à la modélisation se fait surtout lors de l'étude des fonctions. Et c'est là où nous la retrouvons dans le programme du MELS :

> Les situations-problèmes requièrent de l'élève qu'il dégage des informations pertinentes [...]. Elles donnent l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler dans la modélisation à l'aide des fonctions à l'étude. (Ministère de l'éducation, 2004 chap.6, p. 25)

Bouleau (2002, p.316) précise que les fonctions en tant que principal langage connu des élèves offrent de bonnes opportunités pour l'initiation à la modélisation :

Elle (la modélisation) est un tel enjeu de société qu'il est important de familiariser les élèves à l'idée de représenter grâce à des outils mathématiques et à communiquer avec ses représentations. Une voie possible est d'utiliser les fonctions de variables réelles qui sont le principal langage connu des élèves.

En même temps, O' Callaghan (1998, p.25) considère que la modélisation comme outil aidant à organiser le monde physique est l'une des utilisations les plus courantes des fonctions. Dans son article, ce chercheur explique que la majorité des réformes en algèbre mettent l'emphase sur le rôle croissant des TIC dans l'éducation mathématique (Ibid., p. 22). Selon son point de vu les TIC permettent de proposer aux élèves des situations riches à partir desquelles ils peuvent modéliser, explorer et mettre en relation des variables afin de résoudre un problème donné. O'Callaghan (1998) rapporte que Sierpinska propose d'introduire les fonctions chez les élèves comme elles sont apparues historiquement, c'est-à-dire comme modèle de relation (modèle construit à partir de situations de la vie courante) (Ibid., p.23). D'ailleurs O'Callaghan (1998) définit la modélisation comme étant le processus qui permet la transition d'une situation-problème (tirée du monde réel) vers une représentation mathématique de cette même situation (Ibid., p.24). Ce passage de la réalité vers le monde mathématique implique l'utilisation de variables et de fonctions.

Jusqu'ici, nous avons abordé séparément la modélisation, la technologie et les fonctions. Dans ce qui suit, nous discutons de la fonction sinus.

1.4.3 Pourquoi la fonction sinus?

La modélisation du ciel par la géométrie a amené Hipparque (190-120 avant notre ère) à produire un tableau de mesure de corde (ancêtre du sinus) pour les angles mesurant entre $7\frac{1}{2}^{\circ}$ et 180°

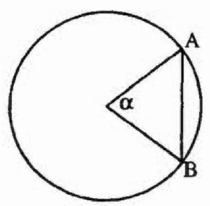


Figure 1.1 La corde d'un angle α

Tiré de Charbonneau (2002, p.49)

Si r est le rayon du cercle, et α un angle au centre de ce cercle, A et B deux points du cercle alors:

½crd(α)=r.sin(α/2) où crd(α)=AB où l'angle α est mesuré en degrés (Charbonneau, 2002). Ce tableau est la première trace du sinus dans le monde. Par la suite, dans l'histoire, le mot sinus serait un héritage laissé par des astronomes mathématiciens indiens « Jya-ardha » et qui veut dire selon Charbonneau « corde-demi ». L'astronome mathématicien indien Aryabhata (466-550) n'écrivait que *Jya* ou *Jiva*. Les arabo-musulmans, en quête de connaissances et de savoir plus spécialement sur les mouvements de la lune et du soleil, traduisent les textes indiens. C'est alors que « Jiva » devient «Jaïb ». À la fin du Moyen- Âge, les Européens en quête de découvertes traduisent les écrits arabes, alors le mot latin « sinus », traduction de « Jaïb », apparaît (Charbonneau, 2002, p.52). C'est à partir de la Renaissance que l'utilisation du sinus se détache de l'astronomie pour être utilisé dans l'arpentage et la mesure des distances terrestres (Ibid, p.52).

La fonction sinus a mis plus d'un millénaire avant de devenir une notion mathématique détachée de l'astronomie. Pour nous, ce développement est assez impressionnant. Paradoxalement, cette notion est enseignée en dernière année du secondaire en une durée de temps relativement courte. Nous avons cherché dans la littérature des recherches qui se sont penchées sur le sujet, ce qui nous a amené à découvrir que la trigonométrie est un domaine peu abordé par les recherches didactiques.

Parmi les quelques recherches retrouvées, il y a celle de De Kee, Mura et Dionne (1996). Ces chercheurs (1996, p.19) ont remarqué que les élèves de cinquième secondaire éprouvent encore des difficultés après apprentissage de la trigonométrie. La persistance de ces difficultés est due selon eux à une mauvaise compréhension ou à une compréhension incomplète de ce savoir. Incompréhension engendrée par des difficultés éprouvées avec le langage trigonométrique, par l'absence de liens entre les nouveaux apprentissages et les connaissances établies c'est-à-dire que les nouveaux apprentissages ne sont pas rattachés aux apprentissages faits auparavant dans le domaine de la trigonométrie, et aussi, possiblement engendrée par le type d'approches choisi pour l'enseignement des fonctions trigonométriques. Cette dernière possibilité a été étudiée par Kendal et Stacey (1998).

Dans leur étude, Kendal et Stacey tentent de mesurer la compréhension des fonctions trigonométriques chez les élèves selon qu'ils reçoivent un enseignement à partir des rapports trigonométriques ou à partir du cercle unitaire. Les chercheuses expliquent qu'une méthode d'enseignement peut avoir un effet important sur les apprentissages, donc pour renforcer la compréhension, elles proposent une méthode d'enseignement qui combinerait les deux approches : par les rapports trigonométriques et celle par le cercle unitaire. Les chercheuses pensent que ce n'est qu'après un apprentissage par cette nouvelle méthode que les élèves percevront le sens concret de la trigonométrie à partir de situations tirées de la réalité (Kendal et Stacey, 1998). Pour ces chercheuses, ce n'est qu'après un tel apprentissage que nous pouvons faire intervenir la modélisation.

D'un autre côté, afin de pallier à des problèmes de compréhension, Gravemeijer propose plutôt d'utiliser la modélisation, en début d'apprentissage. Si nous nous positionnons dans le domaine des fonctions trigonométriques, l'apprentissage à partir de situations concrètes peut aider à la compréhension de ces fonctions, car selon Gravemeijer (2007, p.138), les élèves peuvent être plus inventifs et peuvent mieux réussir lorsqu'ils sont face à des situations nouvelles. Ces situations sont celles qui les poussent à développer de nouvelles idées mathématiques et non lorsqu'il leur est demandé d'appliquer des connaissances mathématiques pour résoudre des situations tirées de la réalité comme le proposent Kendal et Stacey.

Cela nous amène à déduire que la modélisation mathématique serait un outil pertinent à utiliser dans la résolution de problèmes impliquant les relations fonctionnelles.

1.5 Questions de recherche.

Nous avons vu qu'aborder l'apprentissage par la modélisation est une tâche difficile. S'ils ne sont pas habitués, les élèvent vont avoir du mal à traduire des situations concrètes en des situations mathématiques avant de pouvoir y appliquer un quelconque processus de résolution mathématique. Nous avons aussi vu que la modélisation est un des processus qui peut relier les trois compétences décrites par le MELS, c'est-à-dire la résolution de problèmes, le raisonnement mathématique et la communication. Nous avons également souligné que les technologies peuvent supporter l'apprentissage par la modélisation. L'utilisation des technologies permet tout aussi bien de simuler une situation pour mieux la comprendre ou encore de simuler le comportement du modèle pour en observer le comportement. Il est plus naturel d'utiliser la modélisation pour l'enseignement des relations fonctionnelles. Les difficultés de compréhension liées à l'apprentissage des fonctions trigonométriques nous amènent à vouloir aborder l'enseignement de la fonction sinus par la modélisation et les technologies. Dans ce sens, une réflexion personnelle a engendré le questionnement suivant :

1.5.1 Question principale.

En nous aidant de la technologie, comment pourrions-nous amener l'apprentissage des fonctions sinus à partir de la modélisation d'une situation donnée, construite selon des faits tirés de la réalité?

1.5.2 Les sous-questions de recherche.

- Lors de la résolution d'une situation-problème mettant en jeu une relation sinus, comment les élèves dégageront les éléments pertinents pour la construction de leurs modèles, autrement-dit, les éléments pertinents pour la construction des représentations mathématiques de la situation?
- Lors du processus de modélisation, comment les élèves exploiteront les différents artefacts mis à leur disposition?

Pour essayer de répondre à ce questionnement, il va falloir regarder dans le domaine didactique des écrits sur la modélisation mathématique comme par exemple les écrits de Gravemeijer. Ceci afin de rassembler des éléments qui permettent d'observer le processus de construction des connaissances à partir de méthodes d'enseignement faisant intervenir la modélisation. Toujours dans le domaine didactique, il va aussi falloir rechercher des études traitant des technologies afin de trouver des éléments qui permettent d'observer leurs effets sur un enseignement impliquant la modélisation.

CHAPITRE II

CADRE THEORIQUE

2.1 Introduction

Du chapitre précédent, il ressort que, la modélisation est un élément important dans l'apprentissage des mathématiques et que l'utilisation des technologies dans cet apprentissage est fortement appuyée par le MELS. Il ressort aussi que l'apprentissage par la modélisation est un problème pour les élèves. Nous remarquons également que ces derniers éprouvent des difficultés lors de l'apprentissage de la modélisation, spécialement quand cet apprentissage est introduit tardivement dans l'enseignement des mathématiques (Greer, Varchaffel et Mukhopadhyay, 2007).

Dans les écoles, le recours à la modélisation et aux technologies se fait principalement lors de l'enseignement des fonctions. Nous retrouvons dans la littérature plusieurs recherches qui se sont penchées sur ce problème. Ces recherches abordent le processus de modélisation par différents points de vue. Il a été relevé que l'apprentissage des fonctions trigonométriques n'est pas facile. Plusieurs points peuvent être la cause de l'incompréhension de cette notion tel que le langage trigonométrique, l'absence de liens entre les apprentissages et le type d'approches choisies pour son enseignement (DeKee, Mura et Dionne, 1996).Dans ce qui suit, nous allons commencer par décrire le processus cognitif d'apprentissage dans le but de mieux comprendre comment l'humain assimile et réutilise les savoirs. Par la suite, nous présenterons deux théories sur l'utilisation du processus de modélisation comme moyen efficace pour l'apprentissage des mathématiques. En troisième lieu, nous verrons quelques théories sur l'utilisation des technologies en éducation. Finalement, nous examinerons le concept de fonction et ses représentations, tout ceci pour construire une grille qui guidera l'analyse de l'expérimentation.

2.2 Comprendre le processus cognitif de l'apprentissage.

Dans cette section, nous essayons de comprendre le fonctionnement de la mémoire afin de comprendre comment l'individu retient les nouveaux apprentissages et qu'est ce qui les favorisent. À ce stade de la recherche, il nous semble important de comprendre aussi comment des connaissances stockées antérieurement sont rappelées pour être réinvestit lors de l'élaboration de nouvelle connaissances.

Selon des chercheurs en psychologie cognitive, il faut enrichir le contenu de la mémoire à long terme pour faciliter le processus de reconnaissance et d'adaptation aux situations, processus appelé « schème d'assimilation » par Piaget (Gauthier et Tardif, 2005, p.340). En effet, les deux psychologues cognitivistes Chase et Simon (Reed, 1999, p.117) ont montré que le succès dans l'adaptation de nouvelles modélisations va dépendre du nombre de modèles déjà stockés dans la mémoire à long terme. Reed (1999, p.106) explique que la mémoire à court terme est limitée dans sa capacité et dans sa durée. Par contre, la mémoire à long terme a une plus grande capacité, mais elle demande un certain effort pour retenir l'information. Donc, pour qu'une information soit retenue, il faut qu'elle passe de la mémoire à court terme vers la mémoire à long terme. La répétition, le codage ainsi que la création d'images mentales sont trois moyens importants à ce passage. Le schéma qui suit illustre ce flux d'informations entre les différentes « mémoires » du cerveau.

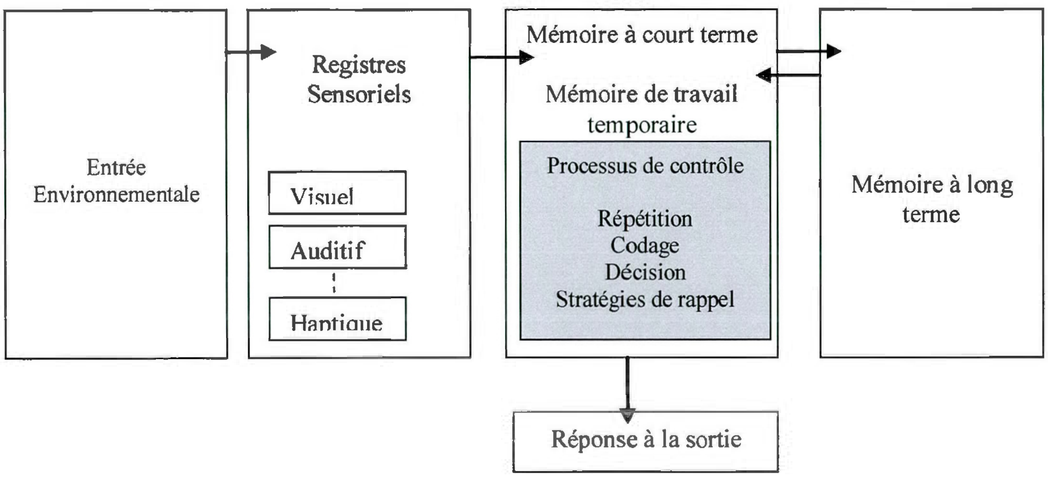


Figure 2.1 Flux de l'information au travers du système mémoire[8] (Schéma rapporté de Reed, 1999, p.107).

[8] Dans ce tableau, "Haptique" signifie tout ce qui se rapporte à l'étude scientifique du toucher (Le petit LAROUSSE illustré, 2004)

L'entrée des informations peut se faire par tous nos sens. L'information est ensuite dirigée vers la mémoire à court terme, qui est la mémoire de travail. Pour retenir une nouvelle connaissance, il faut la transférer à la mémoire à long terme. Le stockage de cette connaissance dans la mémoire à long terme nécessite un effort de la part de l'apprenant. L'apprenant doit procéder à la répétition de l'information, à son codage et à la création d'images, et ce, pour un stockage efficace dans la mémoire à long terme. Lorsqu'une connaissance antérieurement stockés est recherchée, la mémoire à long terme retransmet la réponse à la mémoire à court terme qui, à son tour, nous permet de fournir la réponse. Pour cela, il faut apprendre à rappeler la connaissance stockée, savoir l'utiliser et dans certains cas l'adapter (Reed, 1999).

En déduction, pour que l'élève puisse enrichir ses connaissances d'un nouveau savoir et pour qu'il sache par la suite l'utiliser, il faut d'abord qu'il ait envie de le faire, car c'est lui qui doit fournir l'effort pour pouvoir stocker de nouvelles données.

> C'est dans son effort pour apprendre, pour assimiler de nouvelles connaissances que l'apprenant sera amené à prendre conscience de ses démarches de pensée, à en évaluer la portée et les limites, et à se créer de nouveaux outils. (Gauthier et Tardif, 2005,p.324)

Ce que l'enseignant peut faire, c'est d'une part rendre cet apprentissage attrayant et d'autre part, accompagner ses élèves dans leur apprentissage. Pour rendre l'apprentissage attrayant, l'enseignant peut, en élaborant des séquences, utiliser des contextes qui touchent à la réalité des élèves et favoriser l'utilisation des technologies.

2.3 Le processus de modélisation et les mathématiques.

Pour Chevallard (1989, p.60), modéliser c'est « construire un modèle de la réalité qui ne prend en compte que les aspects de cette réalité qui apparaissent pertinents par rapport à la question que l'on se pose à son propos. ». Toujours selon le point de vue de Chevallard, le processus de modélisation doit se faire en trois étapes (Chevallard, 1989, p.53):

1- Définir le système à étudier ainsi que ses variables;

2- Construire le modèle en établissant des relations entre les variables retenues;

3- Utiliser le modèle pour produire des connaissances relatives au système initial.

Ce processus de modélisation suppose que l'apprenant s'appuie sur des connaissances préalables des situations à modéliser (Chevallard, 1989, p.58). Cette façon de procéder néglige les représentations spontanées qui peuvent surgir lors du processus de modélisation. Les représentations institutionnelles sont les représentations que l'on trouve dans les manuels, celles que l'enseignant utilise au tableau, celles que l'on trouve dans les écrans des ordinateurs. Par représentations spontanées, nous entendons les productions non institutionnelles qui émergent des représentations fonctionnelles (Gonzàles-Martin, Hitt et Morasse, 2008 ; Hitt et Morasse, 2009).

Justement Gravemeijer reproche aux constructivistes d'exclure les représentations spontanées :

> From a constructivist perspective, it may be argued that the meaning of external representations is dependent on the knowledge and understanding of the interpreter. This implies that in order to interpret these models correctly, students should already have at their disposal, the knowledge and understanding that is to be conveyed by concrete models. (Gravemeijer, 2007,p.3)

Le chercheur précise que pour les constructivistes le sens des représentations externes dépend du savoir et de la compréhension de l'interprète. Ceci implique que pour interpréter correctement un modèle, l'élève doit avoir à sa disposition, un savoir et une compréhension qui seront transmis par des modèles concrets (Traduction libre).

Gravemeijer ne pense pas qu'il est nécessaire de se baser sur des savoirs antérieurement acquis pour modéliser à des fins d'apprentissage mathématique. Il pense ainsi permettre aux élèves de réinventer les mathématiques (Gravemeijer, 2007).

Dans la troisième leçon du cours de philosophie d'Auguste Comte, nous retrouvons cette pensée :

> Nous devons regarder comme suffisamment constaté l'impossibilité de déterminer, en les mesurant directement, la plupart des grandeurs que nous désirons connaître. C'est ce fait général qui nécessite la formation de la science mathématique (...) Car, renonçant, dans presque tous les cas, à la mesure immédiate des grandeurs, l'esprit humain a dû chercher à les déterminer indirectement, et c'est ainsi qu'il a été conduit à la création des mathématiques. (Tiré de Chevallard, 1989, p.58)

Dans cette pensée philosophique, le principe de modélisation est sous-entendu. Comte explique comment la recherche de moyens pour mesurer des grandeurs a amené l'humain à la création des mathématiques. Le point qui nous intéresse le plus ici est la naissance des mathématiques à partir de la modélisation. Cela laisse percevoir qu'il est possible d'acquérir, ou encore mieux, de réinventer des notions mathématiques à partir d'une modélisation de situations issues du monde réel. Cette perception renforce la théorie de Gravemeijer (2004).

En effet, ce dernier propose d'utiliser la modélisation pour permettre un enseignement des mathématiques plus efficace pour lui la modélisation est un concept de l'activité humaine, il explique le principe de réinventer les mathématiques à partir de ce qu'il nomme « la modélisation émergente ». Par modélisation émergente, il entend une manipulation de la situation par les élèves. Cette manipulation va permettre de faire surgir un modèle spontané que l'auteur nomme le « modèle de ». Ce modèle n'a pas besoin d'être relié à un savoir institutionnel quelconque. À force de manipuler ce modèle, dans leur procédure de résolution du problème, les élèves vont le transformer en d'autres modèles subséquents jusqu'à parvenir au modèle qui va permettre l'aboutissement au savoir institutionnel ciblé par l'enseignant. Ce dernier modèle est appelé par Gravemeijer le « modèle pour » (Gravemeijer, 2007).

C'est dans le passage du « modèle de » vers le « modèle pour » que le savoir se construit chez les élèves. Le « modèle de » est la représentation spontanée que font les élèves de la situation de départ. Au fur et à mesure qu'ils avancent dans le processus de résolution, le modèle prend vie et son caractère spontané se développe pour laisser place à un « modèle pour », l'apprentissage d'un savoir mathématique institutionnel. Le savoir aura donc été acquis expérimentalement (Gravemeijer, 2007, p.139).

L'idée de modélisation émergente de Gravemeijer est intéressante, mais de penser que les élèves peuvent réinventer les mathématiques uniquement à partir de représentations spontanées « modèle de » semble irréelle. Si nous nous basons sur les écrits de Piaget et sur tout ce qui a été exposé dans la section 2.2 du présent chapitre, les représentations spontanés sont elles mêmes le produit de connaissances préalablement stockés dans la mémoire, rappelées et adaptées par l'apprenant. Nous pensons que les élèves ne réinventent pas les mathématiques, mais plutôt à partir de modèles spontanés « modèle de » les élèves vont explorer et essayer des adaptations jusqu'à arriver au « modèle pour » au sens de Gravemeijer. Si en plus nous nous basons sur ce qui a été dit au chapitre précédent, l'utilisation d'artefacts pourrait peut être aider lors d'un tel processus d'apprentissage. Donc nous pensons que les élèves ne réinventent pas les mathématiques, mais à partir de modèles spontanés, les élèves vont explorer et essayer des adaptations jusqu'à arriver au « modèle pour » au sens de Gravemeijer. L'utilisation d'artefacts pourrait aider dans un tel processus.

2.4 Utilisation des technologies dans les apprentissages.

Pour avoir beaucoup travaillé avec Papert (Concepteur du micromonde LOGO), diSessa (1988) explique que l'apprentissage par ordinateur est attrayant pour les générations de 1988, mais ce constat s'applique encore. Il est d'avis que l'ordinateur est aussi un excellent moyen qui permet de créer des activités qui facilitent la construction et l'intégration des parties de savoir. En effet, diSessa explique que le développement des capacités de compréhension et d'analyse sont difficiles à obtenir à partir d'un formalisme traditionnel, car en général ce formalisme abstrait et statique est loin de la réalité actuelle des élèves. Ces derniers vivent au rythme des nouveaux médias tels que la télévision et internet. L'ordinateur, en tant qu'outil technologique moderne, permet de changer le design du formalisme traditionnel pour le rendre plus dynamique et interactif. Cet auteur considère l'ordinateur comme un équipement moderne qui pourrait prendre un rôle signifiant dans l'enseignement. Cet outil pourrait aider les élèves, avec des expériences, à trouver des idées intuitivement ainsi qu'à développer d'autres points de vue.

Clark (1994, p.22), quant à lui, affirme que les technologies ne sont qu'un moyen pour véhiculer les savoirs, et qu'ils n'ont aucune influence sur les apprentissages, ni sur la motivation de l'apprenant.

> ...that media are "mere vehicles that deliver instruction but do not influence student achievement any more than the truck that delivers our groceries causes changes in our nutrition" Clark (1994, p.22)

Clark affirme que les TIC ont une influence sur le coût et le rythme de l'enseignement, mais aucunement sur les apprentissages. Selon Clark (1994, p.27), les apprentissages sont directement influencés par les méthodes d'enseignement.

À notre avis, les études de Rabardel permettent de modérer ces discours. Ceci en expliquant quand et comment les objets physiques ou technologiques peuvent influencer, ne pas influencer ou encore défavoriser les apprentissages.

Dans ce sens, Rabardel (1999, p.2) rapporte que Léontiev et Vygotsky pensent :

> Les artefacts, les outils, les signes contribuent à la formation des fonctions psychiques et des connaissances. Les instruments constituent des formes qui structurent et médiatisent nos rapports aux situations et aux savoirs, et ont ainsi une influence qui peut être considérable.

Donc, les artefacts que Rabardel (Ibid) définit comme étant des objets soit physiques (les règles, les calculatrices, les ordinateurs,...), soit symboliques (les graphiques, les tables de multiplication,...) vont contribuer, avec les outils et les signes, aux processus cognitifs d'apprentissage. Les artefacts, lorsqu'ils deviennent instruments, vont aider à organiser l'apprentissage et servir comme médiateurs pour l'élaboration du savoir.

Dans leur rôle de médiateur, les instruments, si utilisés, sont un facteur déterminant dans la réussite de l'activité éducative. L'instrument, que Rabardel (1995, p.64) nous décrit comme étant composé d'artefacts et de schèmes d'utilisation, « peut aussi bien permettre d'explorer des types de tâches mathématiques autrement inaccessibles, que supprimer des activités en elles-mêmes formatives » (Ibid., p.62). Les schèmes d'utilisation représentent chez Rabardel (Ibid.) le processus par lequel l'apprenant s'approprie l'artefact et élabore ses moyens d'action.

Pour pouvoir anticiper l'impact qu'aura l'utilisation des instruments sur les apprentissages, Rabardel (1995, p.64) propose d'utiliser le modèle des situations d'activités avec instruments (SAI):

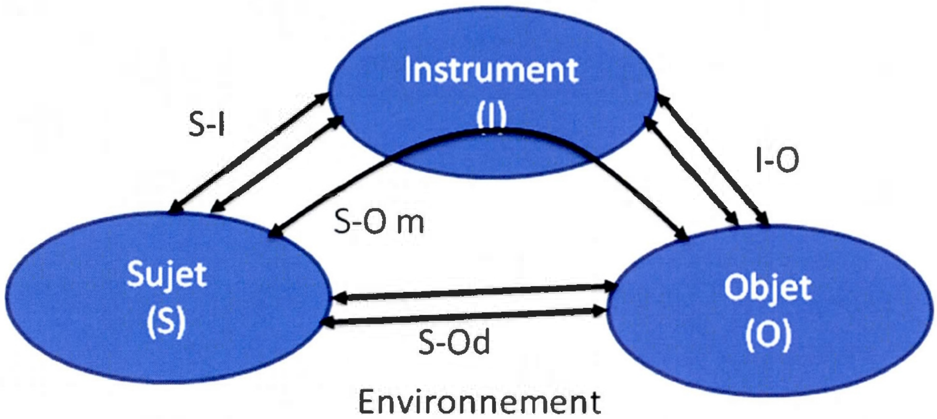


Figure 2.2 Modèle des Situations d'Activités avec Instruments (SAI)
(Tiré de Rabardel 1995, p.65)

Ce modèle est complet, car il décrit en plus des trois interactions directes sujet-instrument, sujet-objet et objet-instrument, l'interaction sujet-objet médiatisée par l'instrument.

Pour illustrer l'utilisation de ce modèle, le chercheur présente un exemple sur la symétrie orthogonale. Les élèves ont à leur disposition deux conditions pour tracer la figure demandée. Dans la première condition, les élèves travaillent avec une figure (segment de droite AB) et un axe tracés sur une feuille quadrillée, dans l'autre avec la même figure et l'axe, mais présentés sur une feuille non quadrillée. Dans les deux conditions, les élèves disposent de crayons, d'équerre de règles.

Le tableau suivant récapitule l'analyse faite par le modèle SAI :

Tableau 2.1 Analyse d'un exemple avec le modèle SAI
(Tiré de Rabardel, 1995, p.65)

Analyse d'exemple avec le modèle SAI					
Condition quadrillage			**Condition équerre**		
Activité	Instrument	Objet	Activité	Instrument	Objet
L'élève compte	crayon	Nombre de carreaux	L'élève aligne	équerre	Obtention directe perpendiculaire à l'axe
Il compte	crayon	Même nombre de carreaux	Il fait glisser	équerre	Perpendiculaire passant par A
Il dessine	crayon	Point A	Il trace et prolonge	crayon, équerre	Trait sur feuille
			Il mesure		
			Il reporte		
			Il dessine	crayon	
Idem pour le point B			Idem pour le point B		
Il trace	crayon	Le segment	Il trace	crayon et règle	Le segment

Dans cet exemple, l'analyse que le modèle SAI permet de voir est que la condition équerre est plus riche que la condition quadrillage. Dans la condition quadrillage, l'action principale de l'élève est de compter les carreaux alors que dans la condition équerre, l'élève doit manipuler l'équerre et la règle en plusieurs étapes de manière à obtenir la figure symétrique demandée au cours d'une telle manipulation des schèmes d'utilisation sont élaborés, l'élève manipule son équerre de manière à obtenir l'orthogonalité. Le niveau de détail obtenu par une telle analyse permet d'observer les caractéristiques prises en compte par l'élève dans la résolution de la situation-problème impliquant des d'instruments[9].

Avec son modèle, Rabardel montre que l'instrument peut, ou ne peut pas, jouer un certain rôle dans les apprentissages, et ce dépendamment du degré d'utilité et de l'instrumentation. Un objet qui reste artefact va difficilement influencer positivement les apprentissages (voir 2.4 paragraphe se rapportant à Rabardel).

2.5 La notion de fonction et les représentations

Nous avons vu dans le précédant chapitre à la section 1.4 que Sierpinska (O'Callaghan, 1998) propose d'introduire les fonctions selon leur apparition dans l'histoire. Dans ce qui suit nous allons voir comment les fonctions sont apparues dans le monde mathématique.

---

[9] Dans son article, Rabardel ne présente pas les schémas issus de l'expérimentation.

« Fonction » est un terme qui a été utilisé pour la première fois par Leibnitz en 1673 (Charbonneau, 1987a, p.10) en décrivant le rôle qu'occupent différentes droites par rapport à une courbe donnée. Dans ce même article, Charbonneau rapporte qu'en 1718, Bernoulli a été le premier à définir le terme de « fonction ». Cette définition étant :

> On appelle fonction d'une grandeur variable une quantité composée de quelque manière que ce soit de cette valeur variable et de constantes.

C'est sur cette définition, qui a priori semble ne considérer que la représentation analytique de la fonction, qu'Euler va s'appuyer. En effet, dans son récit *Introduction in Analysin Infinitorum (1748)*, Euler va reprendre cette définition en la modifiant légèrement:

> *Une fonction d'une quantité variable est une expression analytique composée d'une manière quelconque de cette quantité variable et de nombres ou de quantités constantes.* (Charbonneau, 1987b, p.6).

À partir de cette définition, Euler fera remarquer que dans un tel point de vue, « *Une fonction de variable est donc aussi une quantité variable* » Euler définira une quantité variable comme étant « *une quantité indéterminée, une quantité universelle, qui comprend toutes les valeurs déterminées* ». Il définira une quantité constante comme étant « *une quantité déterminée, qui conserve toujours la même valeur.* » Finalement, il explique pour qu'*« une quantité variable devienne déterminée, il faut lui attribuer une valeur déterminée quelconque.* » (Hitt-Espinosa, 1998, p.9).

Mais par ses travaux sur l'analyse infinitésimale, Euler est amené à faire la différence entre fonction et son expression analytique. Le lien entre ces deux entités est confus. C'est alors qu'il éprouve le besoin de définir deux types de fonctions, les fonctions continues et les fonctions discontinues (Charbonneau, 1987b, p.6). Les travaux d'Euler ont permis de faire avancer le concept de fonction. D'autres chercheurs ont contribué à son développement et son perfectionnement jusqu'à l'amener à ce que nous en connaissons aujourd'hui.

Dans son article de 1998 « Computer-intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions », O'Callaghan propose de présenter aux élèves les fonctions comme étant des modèles de relations entre variables. Cette définition se veut « traditionnelle ». Nous supposons que par « traditionnelle », l'auteur fait peut être référence à la définition de Bernoulli (voir page précédente) vu qu'il est question de relation entre variables. Dans cet article, l'emphase est mise sur l'importance d'amener les élèves à savoir interpréter les informations sur des fonctions quelle que soit la forme choisie pour leur représentation.

> *Transfer skills are prerequisite to the integration of information about functions into a single, unified conceptual image.* (O'Callaghan, 1998, p.23)

On comprend que pour acquérir une image conceptuelle unifiée d'une fonction à partir de ses différentes représentations, il est nécessaire d'avoir des habiletés de transfert. Nous retrouvons chez Hitt une explication plus généralisée sur l'importance des différents registres de représentations pour l'acquisition de concepts mathématiques :

> Les concepts mathématiques se construisent à partir de l'articulation des différents registres et des images mentales associées à leurs représentations. (Hitt-Espinosa, 1998)

Dans ce même article, Hitt explique que la stabilité d'une connaissance engendre chez l'élève une habilité à l'articulation entre les différentes représentations de ce concept. Dans notre recherche nous nous sommes intéressées uniquement aux représentations au sens de Hitt, et ce pour deux raisons. La première est que par différentes représentations Hitt inclut les représentations institutionnelles et non institutionnelles. Dans ses représentations institutionnelles l'approche de Duval est incluse. Dans ses représentations non institutionnelles le modèle de Janvier et diSessa sont inclus. La deuxième raison est que Hitt nous propose une approche à caractère collaboratif : nous nous éloignons ainsi de Duval qui lui, s'est centré sur l'individu dans une approche constructiviste.

Après cette section nous pensons qu'un élève aura acquis une connaissance stable sur une quelconque « fonction » si et seulement s'il est capable d'interpréter ou de se représenter mentalement cette fonction à partir de quelques unes de ses représentations. Nous pensons que cela peut être atteint, si lors de l'apprentissage, les différentes représentations sont mises à contribution.

2.6 Ajustement des questions de recherches.

À la lumière de ce qui a été vu dans ce chapitre, nous ajustons nos questions. Dans ce qui suit, les ajustements sont en gras.

2.6.1 Question principale.

En nous aidant **d'artefacts au sens de Rabardel,** comment pourrions-nous amener l'apprentissage des fonctions sinus à partir de la modélisation d'une situation donnée, cette situation étant construite selon des faits tirés de la réalité?

L'expression en gras remplace le mot « technologies », à la lumière de ce qui a été vu dans ce chapitre. Nous voulons ainsi éviter la controverse entre TIC, instruments et artefacts. À ce niveau, nous ne savons pas quels objets nous allons utiliser, et si les élèves vont les connaître, c'est-à-dire s'ils auront les schèmes qui en permettent une utilisation efficace.

2.6.2 Sous questions de recherche.

- Lors de la résolution d'une situation-problème mettant en jeu une relation sinus, comment les élèves vont savoir dégager les éléments pertinents pour la construction du modèle **mathématique de la situation**, autrement dit, les éléments pertinents pour l'élaboration **des différentes représentations mathématiques de la situation**?

Suite à notre étude de O'Callaghan et Hitt, décrite à la section précédente, nous avons cru important de préciser, dans cette sous question, ce qui est sous-entendu par modèles mathématiques. Il nous a aussi semblé important de considérer les différents registres de représentations des fonctions. Sachant que pour nous, quelque soit son registre, une représentation mathématique est un modèle mathématique de la situation. Chacune des représentations modélise différemment la situation (p.e. la représentation graphique donne certaines informations que probablement la représentation analytique ne permettrait pas d'avoir).

- Lors du processus de modélisation, comment les élèves exploiteront les différents artefacts mis à leur disposition?

Aucune modification n'a été apportée à cette dernière sous question.

Nous n'avons exploré dans ce cadre conceptuel que les aspects théoriques qui semblent à priori encadrer notre étude. Notre expérimentation et l'analyse qui en a suivi nous ont obligés à compléter ce cadre en faisant appel au point de vue de Hitt sur la contradiction cognitive et, nous y reviendrons lors de l'analyse.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

3.1 Introduction.

Cette étude a pour objet l'enseignement de la fonction sinus par l'entremise de la modélisation et d'objets physiques et technologiques. Le premier chapitre de cette étude a permis de faire ressortir la problématique qui entoure la notion ci-dessus et de poser le questionnement. Le deuxième chapitre a permis de dégager le cadre théorique qui servira de base à l'élaboration et à l'analyse de l'expérimentation. Dans le présent chapitre, nous exposons la méthodologie qui a guidé cette recherche, nous expliquons la méthode suivie au cours de l'expérimentation, et décrivons en détail toutes les phases de préparation qui ont précédé l'expérimentation. Nous terminons le chapitre en exposant notre analyse a priori.

3.2 Méthodologie retenue.

À cause des caractéristiques générales de la méthodologie de l'ingénierie didactique et du caractère social de la méthode d'enseignement ACODESA nous avons opté pour une approche mixte. Les caractéristiques de l'ingénierie didactique comme méthodologie de recherche sont :

> L'ingénierie didactique, vue comme méthodologie de recherche, se caractérise en premier lieu par un schéma expérimental basé sur des « réalisations didactiques » en classe, c'est-à-dire sur la conception, la réalisation, l'observation et l'analyse de séquences d'enseignement.
> La méthodologie de l'ingénierie didactique se caractérise aussi, [...] par le registre dans lequel elle se situe et les modes de validation qui lui sont associés. [...]Elle se situe, [...], dans le registre des études de cas et dont la validation est essentiellement interne, fondée sur la confrontation entre analyse a priori et analyse a posteriori. (Artigue, 1996, p.247)

Le processus de l'ingénierie didactique est composé de quatre phases :

1- Phase 1, analyse préalable : dans notre cas cette analyse est diffuse elle commence avec le début de la recherche, c'est-à-dire avec le début de la problématique et elle continue avec le cadre théorique

2- Phase 2, conception et analyse a priori : dans cette partie nous allons exposer le processus qui nous a permis de concevoir notre séquence et expliquer nos choix par rapport aux variables didactiques. Pour effectuer l'analyse a priori nous nous baserons essentiellement sur la grille que nous détaillerons au point 3.3 du présent chapitre. L'analyse a priori va nous permettre de cerner l'enjeu de la situation-problème pour l'élève « en fonction en particulier des possibilités d'action, de choix, de décision, de contrôle et de validation dont il dispose, une fois opérée la dévolution... » (Artigue, 1996, p.258)

3- Phase 3, l'expérimentation : l'ingénierie didactique ne donne pas de directives précises pour l'élaboration de cette phase c'est la raison pour laquelle nous avons décidé d'utiliser ACODESA, la méthode d'Apprentissage Collaboratif, Débat Scientifique et Auto-réflexion (Hitt, 2007). Cette méthode comme son nom l'indique est basée sur un processus social d'apprentissage. Elle est construite de cinq étapes : le travail individuel pour la compréhension de la tâche, le travail en équipe sur une même tâche, le débat en groupe. Après le travail de groupe, l'autoréflexion, pour la reconstruction individuelle et enfin le processus d'institutionnalisation. Nous avons adapté cette méthode afin de permettre l'observation du processus de modélisation:

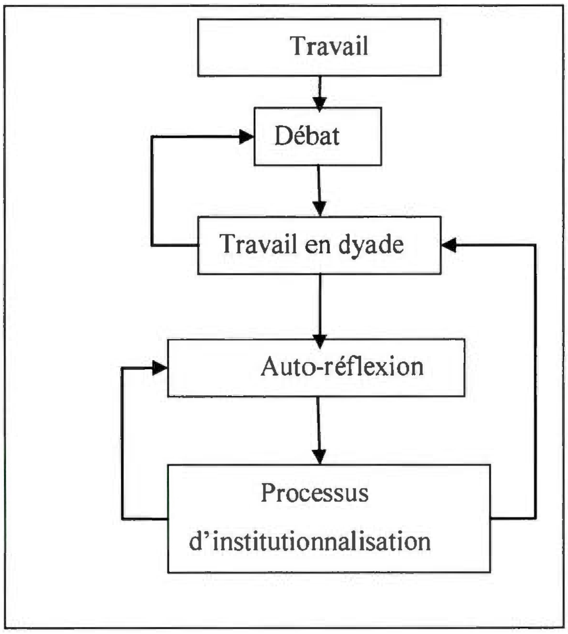


Figure 3.1 Méthode d'enseignement adaptée à partir d'ACODESA

Il s'agit exactement des mêmes composantes de la méthode, nous avons simplement ajouté des boucles. Par exemple, la boucle entre Travail en dyade et Débat permet de faire des retours en grand groupe à différents moments de l'expérimentation. La deuxième boucle permet de demander un travail d'auto-réflexion, lié à la reconstruction autant de fois que cela paraît nécessaire lors du processus d'institutionnalisation. Il est supposé que le travail d'auto-réflexion peut se faire à la maison ou encore en classe. L'ajout majeur par rapport à la méthode ACODESA est la boucle entre les étapes Processus d'institutionnalisation et Travail en dyade. Il s'agit là d'un travail de réflexion et de reconstruction que les élèves doivent faire par rapport à leurs résultats de groupe en vu d'institutionnalisation. Au terme de toutes ces étapes, il est supposé que les élèves vont atteindre le savoir ciblé.

4- Phase 4, analyse a posteriori et évaluation : l'analyse a posteriori est basée sur les données récoltées dans la phase3 c'est-à-dire sur les vidéos, enregistrements vocaux, cahiers d'élèves, fichiers électroniques, et devoirs. Dans la partie « évaluation » nous aurons à confronter l'analyse a priori avec l'analyse a posteriori afin de réunir les éléments de réponses à nos questions.

Avant de commencer la conception de l'expérimentation et de produire l'analyse a priori, nous avons besoin d'établir notre grille d'analyse et de voir le savoir institutionnel ciblé par le MELS dans le domaine des fonctions sinus.

3.3 La grille d'analyse :

À partir des théories décrites dans le chapitre précédent, nous avons établi une grille. Cette grille permettra de procéder aux choix des artefacts pour l'expérimentation, de faire l'analyse a priori et d'analyser les données issues de l'expérimentation.

La grille se composera de deux grandes parties, la première concernera la modélisation et la deuxième les artefacts. La première partie de la grille sera subdivisée en sept points, les trois premiers points sont basés sur la définition de Chevallard concernant les éléments d'un processus de modélisation. Les quatrième et cinquième points sont basés sur le principe de la modélisation émergente de Gravemeijer. Ils permettent d'observer l'existence ou non des « modèle de » et « modèle pour », ainsi que de tous les modèles subséquents que les élèves peuvent construire entre les deux. Les deux derniers points sont surtout basés sur les processus cognitifs d'apprentissage. Ils permettent d'observer si les élèves ont fait appel à leurs connaissances, s'ils arrivent à réinvestir les notions acquises au cours du processus pour atteindre le savoir ciblé, et ils permettent de relever toute difficulté rencontrée lors de l'apprentissage. La deuxième partie sera subdivisée en trois points, dont l'objectif des deux premiers est de permettre l'observation de l'exploitation des artefacts par les élèves et du troisième d'observer le rôle de l'artefact en tant qu'instrument dans l'acquisition du savoir. Nous présentons notre grille comme suit :

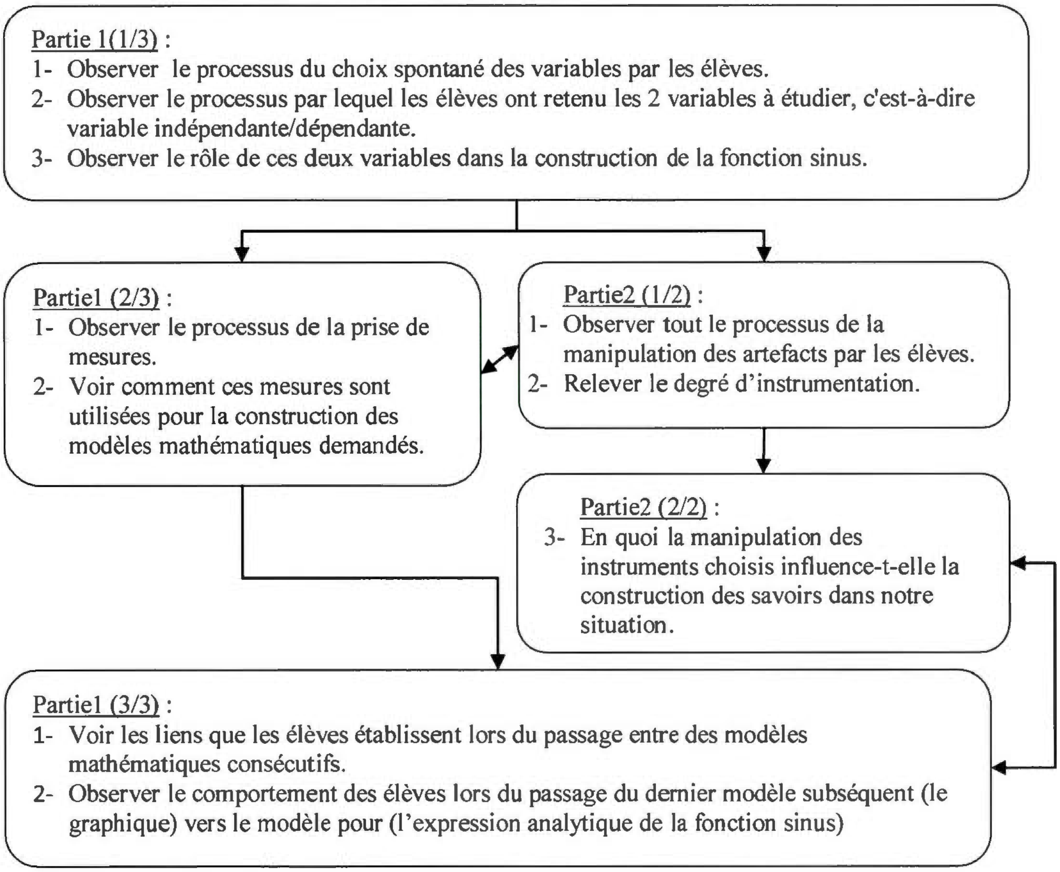


Figure 3.2 Grille d'analyse

De cette grille nous pouvons observer que la Partie1 (1/3) est en début de séquence. Elle est importante car elle permet de délimiter la partie où la dévolution doit se faire et où les variables du système doivent être choisies en vue de procéder à la résolution. La Partie1 (2/3) et Partie2 (1/2) ne peuvent pas être dissociées car les artefacts vont être utilisés principalement lors de la prise des mesures, donc à cette étape il va falloir observer les deux points de la partie 1 et en même temps observer les deux premiers points de la partie 2. La Partie1 (3/3) découle de la Partie1 (2/3) nous ne pourrons observer les éléments de cette partie que si les élèves ont commencé à produire le « modèle de » de la situation. En même temps, les élèves vont utiliser les instruments donc comme pour les deux parties précédentes les partie1 (3/3) et partie2 (2/2) sont indissociables. À ce stade nous ne parlons plus d'artefact car nous supposons qu'à ce niveau les schèmes d'utilisation décrits dans la section 2.4 du chapitre précédent, auront été développés par les élèves.

3.4 La fonction sinus.

Dans le programme du MELS au niveau secondaire, l'enseignement de la fonction sinus se situe en dernière année pour les séquences Technico-science et Science naturelle. À ce niveau, il est demandé d'enseigner la règle de la fonction sinus, telle que :

$$f(x) = a\sin(b(x-h)) + k$$

Où :

$$a = amplitudede;$$

$$b = \frac{2\pi}{p};\ (p\ \acute{e}tant\ la\ p\acute{e}riode);$$

$$h = d\acute{e}phasage;$$

$$k = translation\ verticale.$$

Dans le programme du MELS, les fonctions trigonométriques sont présentées en radian, dans ce sens nous avons décidé de suivre cette direction.

Afin d'amener les élèves à cette expression analytique nous nous baserons sur une situation-problème. Cette situation permet une approche qui fait intervenir à la fois les rapport trigonométriques et le cercle tel que proposé par Kendal et Stacey (1998), il s'agit d'une adaptation de la situation « C'est en roulant que l'on devient cycliste » de Bissonnette et al.(2006-2007) (voir Appendice A).

Pour les besoins de l'expérimentation, cette situation sera adaptée comme suit :

Il est presque connu de tous que l'utilisation fréquente du vélo a des répercussions positives sur la santé. À la condition, bien sûr, que des normes de sécurité soient rigoureusement respectées : sinon gare à vous!

Des scientifiques, afin d'étudier ces répercussions positives sur le corps humain, ont besoin de concevoir un simulateur. C'est là qu'ils ont décidé d'impliquer les jeunes dans leurs recherches, et ce, en leur confiant une partie de la tâche.

Votre tâche va donc consister à étudier la hauteur de la valve et le mouvement d'une roue de bicyclette, par rapport au centre de fixation de la fourche, en :

1- *Trouvant toutes les variables mises en jeu lorsque la roue tourne.*
2- *Selon vous, sous une relation fonctionnelle, quelles seraient les deux variables les plus pertinentes à observer (susceptibles d'intéresser les chercheurs)? Pourquoi?*
3- *Maintenant que les variables à étudier ont été choisies, en manipulant les outils mis à votre disposition, donnez n*[10] *valeurs que peuvent prendre ces variables (ces valeurs doivent être prises à intervalle régulier). Expliquez votre procédure.*
4- *Toujours en utilisant les outils en votre possession, représentez sur un système d'axe vos mesures.*
5- *Quelles sont les composantes qui peuvent influencer l'allure de la courbe ?*
6- *Pouvez-vous donner la règle de la fonction que vous avez tracée ?*

Cette situation sera revue en détails lors de la conception de la séquence.

3.5 Conception et analyse a priori.

3.5.1 Conception : option technologique.

Pour amener les élèves à l'expression analytique de la fonction sinus telle que décrite par le MELS, nous voulions partir d'une situation-problème et d'artefacts, mais une question se posait : quel artefact? Au début nous ne pensions utiliser qu'un seul artefact et en plus il devait être technologique. Étant donné le nombre élevé d'artefacts technologiques disponibles, nous n'avions que l'embarras du choix. Une première sélection avait été faite en éliminant tous les artefacts onéreux. Par la suite la toile du net a été explorée afin de voir ce qui a été produit à travers le monde dans le domaine de la modélisation, une étude doctorale a été trouvée. Cette étude qui exposait une comparaison entre différents logiciels de modélisation conçus pour les élèves de 11 à 17 ans et ou la chercheuse concluait que le logiciel de type micromonde « Models creators » ancêtre du logiciel « ModellingSpace » serait un des meilleurs logiciel de modélisation (Smyrnaiou, 2003). Elle expliquait que ce logiciel gratuit est facile à l'instrumentation. Ce micromonde est téléchargeable à partir de l'adresse :
http://modellingspace.atosorigin.es/about.htm#Deliverables[11]

---

[10] Le nombre de mesures sera déterminé selon les outils utilisés
[11] Consultée le 11 mai 2011

Selon la recherche de Smyrnaiou et Weil-Barais (2005), le micromonde ModellingSpace est fort apprécié par les élèves et les enseignants. Néanmoins, à travers nos manipulations nous avions constaté, que la préparation d'une activité utilisant ce micromonde est une chose difficile. L'enseignant doit prévoir toutes les figures ou images dont l'élève aura besoin lors de sa résolution. Le site offrant le logiciel ne présente pas un mode d'emploi pour cette étape. Du point de vue de l'élève, ModellingSpace permet de visualiser un espace blanc avec des séries de boutons tout autour. L'élève peut alors disposer ses entrées et sorties là où il veut et choisir la relation qui lui semble la plus pertinente pour son modèle (les relations possibles sont essentiellement celles qu'offrirait une calculatrice scientifique).

La représentation principale que ce micromonde permet est la représentation par image. Chaque image (qui est définie comme entité dans le programme) a un nom. C'est ce nom qui est utilisé dans les relations. En changeant le nom des entités utilisées dans l'activité nous pourrions moduler le niveau de langage. Par langage il est sous-entendu : langage usuel et/ou langage mathématique. Deux autres relations quantitatives sont permises par ModellingSpace; la représentation graphique (il s'agit de tracer, avec la souris, une courbe sur un graphique, l'environnement reporte par la suite les valeurs sur les entités) et la représentation par table de valeur (l'environnement reporte, sur les entités, les valeurs numériques introduites dans le tableau par l'intermédiaire du clavier). Aussi ModellingSpace permet de visualiser les résultats de calculs sur un graphique ou sur un tableau (différents de ceux décris plus haut), mais il ne permet pas de changer les valeurs stockées dans le tableau ni d'introduire de nouvelles, il faut à tout prix passer par les entités puis par le graphique avant de voir la table des valeurs. Pour pallier à ce manque, ModellingSpace permet de travailler sur les entités tout en gardant la fenêtre du tableau ouverte. Ce qui permet de faire des essais numériques en ayant sous les yeux le graphique. Pour visualiser le tableau l'élève n'aura qu'à choisir l'onglet « tableau ». L'avantage de ModellingSpace et le fait qu'il permet de superposer les graphiques et donc d'avoir toutes les valeurs sur un même tableau. Par contre ModellingSpace n'enregistre pas les valeurs qui sont en dehors du domaine de définition, des entités représentées dépendamment de l'activité, ce point peut être vu comme un avantage ou au contraire comme un inconvénient. Aussi ModellingSpace ne permet pas de procéder à des zooms sur les graphiques, les seules manipulations possibles sont les déplacements verticaux et horizontaux des axes, ce qui est parfois frustrant. Il ne permet pas non plus le transfert des valeurs vers d'autres objets technologiques, vers Ms Excel par exemple. Ajouter à cela toute les fonctionnalités décrites plus haut, sous entend un temps d'instrumentation assez long, autant pour l'enseignent que pour l'élève. C'est pour toutes ces raisons que nous n'avons pas essayé de résoudre la situation-problème choisie avec ce logiciel pour voir s'il influencerait les apprentissages, selon le modèle SAI de Rabardel.

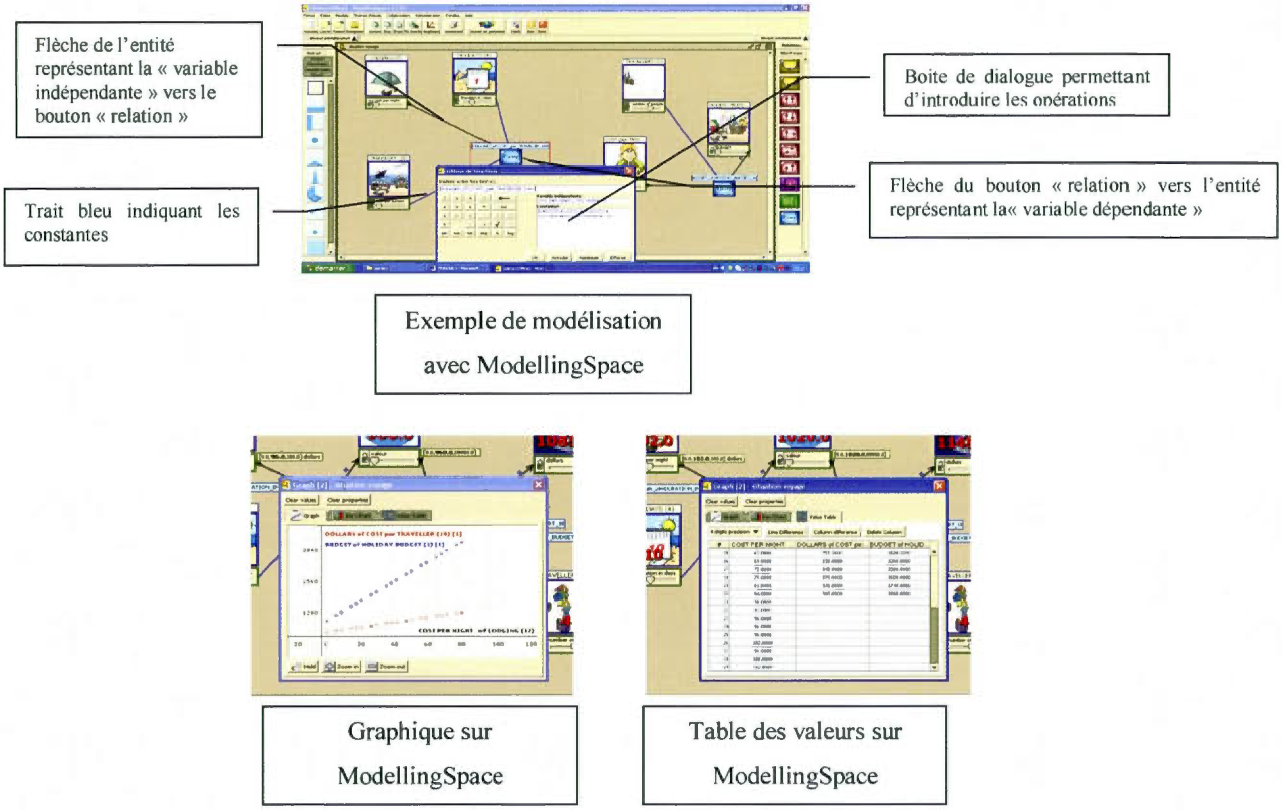


Figure 3.3 Interface ModellingSpace

La prospection dans le monde des technologies a continué. Une rencontre avec des participants au groupe de recherche partenariat Secondaire-Cégep-ÉTS de Montréal (groupe qui a pour mission la conception de situations-problème dont la résolution impliquerait la modélisation et les technologies) a permis de découvrir un autre logiciel gratuit appelé « g-force analyzer ». C'est un logiciel qui permet d'avoir les représentations graphiques des trois forces exercées sur une manette WII lors de son déplacement. Ces graphiques sont tracés à partir de mesures des forces exercées à un moment donné. Ces mesures peuvent-être transférées vers Ms Excel, à partir de là, tous les calculs permis par ce tableur peuvent être appliqués. De prime abord l'idée nous avait semblée intéressante, une manette WII attirerait l'attention des jeunes et éveillerait leur curiosité. Mais nous n'arrivions pas à voir comment utiliser cette technologie avec notre situation. À ce moment là l'idée de prendre une autre situation était venue, situation qui respecterait les propositions de Kendal et Stacey. Dans cette situation la manette serait placée dans un panier de la grande roue, un manège. Pour cela a été construit un modèle réduit de la situation et lors de la résolution, il a été constaté que ce n'était pas possible de modifier les variables, il s'agit des forces exercées sur la manette lors de son déplacement (selon un système d'axes x,y,z dans l'espace). Là aussi l'option a été délaissée, car nous ne voulions pas d'un outil qui imposait les variables.

Retour au point de départ, prospection et lecture des articles, mémoires et thèses où il y avait eu recours aux technologies lors des expérimentations. C'est à ce moment là que l'idée d'utiliser plusieurs artefacts, pas forcéement tous technologiques est apparue. Le point de vue n'était pas de comparer l'utilité de chacun mais plutôt de faire interagir les élèves. Donc nous avions pensé utiliser deux types d'artefacts l'un d'ordre technologique et l'autre plus manuel (ruban à mesurer, rapporteur d'angle, papier, crayon,...etc).

Pour l'artefact technologique, la réflexion se tournait vers un outil déjà utilisé par certains enseignants et facilement disponible soit par l'intermédiaire de l'école soit par la commission scolaire ou encore après une demande de prêt à la société Texas Instrument. Il s'agit du « CBR » outil de prise de mesure de *Texas Instrument*. Le CBR au moyen d'une calculatrice TI permet la prise de mesures des distances entre une surface plane et l'appareil en question, à des instants choisis par le manipulateur. Les mesures recueillies peuvent être traitées soit par une calculatrice TI soit transférées sur ordinateur via la calculatrice et par la suite, travailler avec un logiciel de type Ms Excel. La situation de la bicyclette a été reprise, un support a été construit. Ce support permet de fixer le CBR à une roue de vélo. La contrainte principale était que ce support devait être fixé à la roue de manière à tourner avec elle, en même temps il devait permettre une rotation de 360 degrés sur lui même afin de permettre au CBR de rester toujours perpendiculaire à la surface choisie comme surface de référence. Le test de cet agencement d'artefacts, a permis de faire deux observations, la première concerne le degré de sensibilité du CBR, pour réduire le degré d'erreurs découlant d'une telle prise de mesures il fallait être très délicat et méthodique, chose difficile à obtenir avec cet agencement. La deuxième observation, concerne le bon fonctionnement du CBR lui-même. Pour que la prise de mesure fonctionne, il faut garder en tout temps une distance minimale de 30 centimètres entre le CBR et la surface de référence, comme l'appareil était fixé à une roue de vélo et que la surface de référence était le sol, il arrivait un moment, lors de la rotation de la roue, que le CBR soit à moins de 30 centimètres du sol ce qui rendait la prise de mesure difficile. Encore une fois cette idée fut abandonnée.

Retour au point de départ, de nouveau: recherche sur internet, nous avions trouvé un logiciel qui permet la prise de mesures directement sur des vidéos. Ce logiciel est nommé « AviMéca ». AviMéca est un logiciel de pointages de clips vidéo gratuit. C'est un logiciel qui a été conçu par l'académie de Rennes. Les mesures prises par ce logiciel doivent être traitées par un autre logiciel : nous avons choisi Ms Excel. AviMéca est téléchargeable à partir de l'adresse suivante : http://www.ac-rennes.fr/pedagogie/scphys/outinfo/log/AviMéca/am_h.htm. Pour utiliser AviMéca il faut avoir un enregistrement vidéo avec l'extension « *.avi* », il existe sur internet plusieurs enregistrements qui permettent le travail avec AviMéca. Il est aussi possible d'en produire, il suffit d'avoir un caméscope numérique et un logiciel de traitement d'image (téléchargeable gratuitement sur internet). N'ayant pas trouvé de vidéos qui correspondent à la situation de la bicyclette. Nous avons décidé d'en produire

Pour réussir la vidéo, il fallait respecter certains critères : a) l'objet en mouvement devait avoir une vitesse uniforme, afin de générer des mesures à intervalles réguliers. En fait le logiciel subdivise la vidéo en une série d'images selon un processus relié à la durée de la vidéo, il permet de prendre une mesure par image. b) il fallait clairement identifier le point à sélectionner pour la prise de mesure. c) il ne fallait oublier aucun élément nécessaire à la préparation en vue de la prise de mesure. Principalement, il ne fallait pas oublier d'indiquer l'échelle de la scène (pour toutes les étapes d'utilisation d'AviMéca voir feuillet en Appendice B).

Pour le point a) il y avait deux possibilités, la première était de générer le mouvement à l'aide d'un moteur qui tourne à vitesse uniforme. L'autre possibilité, était de générer le mouvement manuellement, de lancer l'enregistrement, puis de sélectionner une séquence au milieu, où le mouvement semblait le plus régulier, la deuxième solution a été retenue. Le point c) était le plus facile, il suffisait de mettre un objet en indiquant sa grandeur. Cet objet servirait comme indice pour l'échelle. C'est le point b) qui a causé le plus de soucis. Il ne s'agissait pas de mettre uniquement en évidence un point dont le mouvement servirait comme point de référence pour la prise des mesures, mais c'était de savoir ce qui serait en mouvement et quel point choisir. Retour vers la situation de la bicyclette, nous l'avions étudiée puis avions effectué une recherche sur le bienfait de la pratique du vélo, et les dommages que cette pratique pouvait causer sur le corps humain si l'outil en question, en l'occurrence le vélo, était mal dimensionné par rapport au corps du cycliste. Nous avions appris que plusieurs paramètres entraient en jeu dans le choix d'un vélo. Parmi ces paramètres la grandeur des roues. Pour mesurer la grandeur d'une roue il faut prendre la distance entre le centre de la roue et sa circonférence. La valve, étant située sur la circonférence de la roue, elle pouvait servir comme point de référence pour la prise de mesures.

Pour ne pas encombrer l'esprit des élèves avec un film où un vélo entier serait en mouvement, et où il y aurait eu deux roues avec deux valves dont le mouvement n'aurait pas était forcement synchronisé, ce qui pourrait être quelque peu mélangeant, il a était décidé d'isoler la roue. Nous avions donc pris une roue, mis une boule rouge de pâte à modeler autour de sa valve pour qu'elle soit bien visible, l'objet fut accroché de manière à pouvoir tourner librement, l'enregistrement pouvait commencer. Par la suite le film a été travaillé de manière à n'en garder qu'une séquence ou la roue tournait aussi uniformément que possible. Le produit final est un film de 86 images dans lequel il était possible d'observer le mouvement de rotation d'une roue de vélo.

En parallèle en utilisant une vidéo sélectionnée sur le net, il a été demandé à un élève de 15 ans de prendre les mesures avec AviMéca et de faire le transfert sur Ms Excel. Le but était d'observer s'il était facile pour cet élève de s'approprier ce logiciel. Le mode de fonctionnement du logiciel avait été fourni à l'élève. Ce fut un jeu d'enfant (l'avenir nous montrera que c'était des habiletés exceptionnelles), il a tout de suite été à l'aise. Cet élève a contribué à améliorer le mode d'emploi en nous faisant remarquer d'autres options du logiciel. À ce stade l'analyse par le modèle SAI de Rabardel pouvait commencer.

3.5.2 Analyse a priori : option technologique

Avant de commencer l'analyse de l'effet de l'utilisation d'AviMéca sur le processus de résolution de notre situation, il faut commencer par la première partie de la situation c'est-à-dire les questions 1 et 2 afin de savoir ce qui est recherché et quelles variables utiliser.

La première question : *Trouvez toutes les variables mises en jeu lorsque la roue tourne* a pour objet de permettre le processus de dévolution, il va être observé si les élèves ont bien compris la situation et s'ils parviennent à dégager les éléments pertinents de la situation. Il est attendu de voir ressortir les variables suivantes : le diamètre de la roue, le rayon de la roue, la hauteur d'un point de référence. Il faudra peut-être avoir une discussion sur la hauteur : quelle est la hauteur de référence, est-ce le diamètre ou est-ce plutôt la distance verticale entre le sol et un point fixe sur la circonférence de la roue. C'est cette hauteur qu'il faudra retenir pour la suite de l'étude. La vitesse de la roue risque d'apparaître aussi. Dans ce cas, il faudra discuter des composantes de cette vitesse : qu'est-ce qui constitue cette vitesse? Comment est le mouvement de la roue? Circulaire, c'est-à-dire ? La roue tourne, donc elle fait un tour plusieurs fois ? Un tour complet représente quoi ? 360°? Ici, il faudra introduire le fait qu'un tour c'est 360° et 2π, un demi-tour c'est 180 et π, ...etc, car ces élèves ne sont pas habitués au radian, ils sont plutôt habitués à travailler avec des degrés[12].

Quant à la deuxième question : *Selon vous, quelles seraient les deux variables les plus pertinentes à observer (susceptibles d'intéresser les chercheurs)? Pourquoi?* Elle va permettre de faire un premier retour en groupe. Il faudra parler du mouvement de la roue et discuter de la hauteur d'un point fixe sur la circonférence et sa position par rapport à l'horizontal. À partir de cette discussion, les deux variables hauteur et angle devraient être choisies.

Le travail avec les artefacts commence à la question 3 : *Maintenant que les variables à étudier ont été choisies, en manipulant les outils mis à votre disposition, donnez 86 valeurs que peuvent prendre ces variables. Expliquez votre procédure.* Le nombre de mesures à prendre a été fixé à partir du nombre d'images de la vidéo, c'est-à-dire 86 mesures[13]. Nous enchaînerons avec la question 4 : *Toujours en utilisant les outils en votre possession, tracez une courbe qui mettra en relation ces deux variables*, afin d'observer l'apport du travail sur Ms Excel. Cette analyse est présentée dans un tableau.

---

[12] Voir point 3,4.

[13] Le texte de la situation donné aux élèves travaillant avec les technologie se trouve en Appendice E.

Tableau 3.1 Analyse a priori : apport d'AviMéca selon le modèle « situation d'activités avec instruments »

Activité	Instrument	Objet	analyse
	AviMéca dans Étalonnage :		Pour pouvoir réaliser cette étape il faut avoir commencé à élaborer des schèmes d'utilisations du logiciel.
Clique. Translater. Taper.	Souris Souris Clavier	-Placer les axes pour la prise de mesure. -Écrire l'échelle	L'utilisateur doit réaliser cognitivement que ces axes sont les axes de référence du logiciel et pas forcément ceux de la situation.
	AviMéca dans Mesures		Début du travail
1^{er} clique $2^{ième}$ clique ... $86^{ième}$ clique	Souris Souris ... Souris	-Apparition des coordonnées en mètres du point à la $1^{ère}$ image. -Apparition des coordonnées en mètres du point à la $2^{ième}$ image. -Apparition des coordonnées en mètres du point à la $86^{ère}$ image.	Le fait qu'un simple clique permet d'avoir les coordonnées d'un point sur la vidéo n'enrichit en rien les connaissances. En plus cette étape est très mécanique.
	Réflexion		Nécessaire pour la suite de la résolution, sans cette étape de réflexion les élèves se retrouveront en difficulté.
Remue méninges Clique	Observation de la vidéo Souris + bouton d'avancement	-Ajouter la valeur de l'angle dans la table de valeurs obtenue. -trouver comment obtenir ces valeurs -Le nombre d'images nécessaire pour observer un tour complet de la roue.	Les coordonnées relevées par AviMéca sont le sinus et cosinus de l'angle au centre à un moment donné. Les élèves devraient pouvoir remarquer que la variable « hauteur » correspondant au sinus qui correspond aussi à l'ordonnée, pour avoir la variable indépendante c'est-à-dire l'angle, il va falloir observer le nombre d'images nécessaire pour que la roue complète un tour (76images), puis de diviser le cercle (360°ou 2π) en 76 intervalles égaux, à l'image 1 l'angle est nul à l'image 2 l'angle est 360/76; à l'image 3 l'angle est 2*360/76 ...etc.
	Ms Excel		Nécessaire pour la production du graphique.
clique	Souris + clavier	-supprimer la colonne des x (abscisses)	Reflète le choix des variables retenues.
Clique Clique + écrire Écrire	Souris Souris + clavier+ barre des formules Clavier+barre de formules	-Ajouter une colonne entre celle du temps et celle des y (ordonnées). -entrer la formule 360/nombre d'images. -insérer le résultat dans la première cellule et incrémenter pour les	Renforcement des notions de variables indépendante et dépendante, et la production du modèle subséquent.

Cliques + icône nuage de points	Souris+ barre des taches Ms Excel	cellules suivantes. - tracer le graphique.	

En résumé, l'utilisation adéquate d'AviMéca nécessite son instrumentation préalable. Le premier apport ici est que les élèves sont amenés à réfléchir sur le rôle des axes, les axes indiqués sur l'interface du logiciel ne sont pas ceux de la situation. Selon cette situation, les axes permettent d'obtenir les coordonnées de la valve à un moment donné, en observant les élèves pourront déduire que ces coordonnées sont le cosinus pour l'abscisse et le sinus (la hauteur) pour l'ordonnée. Le fait de permettre une telle observation indique que ce logiciel n'enlève rien aux apprentissages, au contraire il peut, dans cette situation, aider à les enrichir. Une caractéristique du logiciel découle du fait que les valeurs que peut prendre la variable indépendante ne peuvent pas être directement lues, les élèves devront réfléchir à un procédé mathématique qui leur permettrait de les obtenir, le logiciel pousse donc à un remue méninges qui oblige à aller chercher des connaissances dans le but de surpasser des obstacles. À l'issue de cette analyse AviMéca et Ms Excel ont été retenus comme instruments technologiques.

3.5.3 Conception : option manuelle.

Dans le point 3.5.1 nous avions indiqué le choix de travailler avec deux types d'objets l'un à caractère technologique puis l'autre à caractère physique. L'analyse a priori faite pour l'outil technologique a renforcé cette idée. Pour l'outil manuel nous avions utilisé la même roue que la vidéo, un grand système d'axe mobile, un rapporteur d'angle de 360° (en forme de cercle), un ruban à mesurer, du papier dont une feuille avec un système d'axe et des crayons. Le matériel fourni devait être identique à celui utilisé dans la vidéo. L'analyse a priori de l'utilisation de ce matériel pour la résolution de la situation permettra de voir s'il permet la résolution et s'il permet de faire ressortir d'autres points que ceux relevés avec l'outil technologique.

3.5.4 Analyse a priori : option manuelle.

Comme le travail avec les artefacts commence à la question 3 c'est de la que l'analyse commence. *Maintenant que les variables à étudier ont été choisies, en manipulant les outils mis à votre disposition, donnez 13 valeurs que peuvent prendre ces variables. Expliquez votre* *procédure*. Ici il ne faudra prendre que 13 mesures[14] qui correspondent à subdiviser le cercle en 12 intervalles réguliers, ce choix a été arbitraire.

Tableau 3.2 Analyse a priori : apport du matériel physique selon le modèle « situation d'activités avec instruments »

	Activité	Instrument	Objet	analyse
			Organisation	
	Fixer le système d'axes	Le système d'axe et la roue	-Placer les axes pour la prise de mesure. (naturellement au centre de la roue)	Nous ne prévoyons pas de difficultés pour cette étape.
	Fixer les intervalles pour la prise des mesures	Papier, crayon, calculatrice	-établir la valeur des angles pour lesquels la hauteur va être recherchée.	Ici l'élève doit commencer par trouver les valeurs de la variable indépendante avant d'aller chercher par la mesure les valeurs de la variable dépendante.
			Début de la prise des mesures	
Étapes répétées 13 fois	Mesurer	Rapporteur, roue	-Positionner la valve à l'angle de rotation désiré.	- il s'agit de positionner la valve par une rotation de la roue selon l'angle considéré comme valeur de la variable indépendante de l'étape.
Étapes répétées 13 fois	Mesurer	Ruban; roue; axes	-mesurer la distance entre la valve et l'axe horizontale.	Les gestes effectués pour réaliser la mesure devraient permettre, au bout d'un certain moment, à l'élève de voir que le triangle formé par les objets est un triangle rectangle et que la hauteur n'est nulle autre que le sinus de l'angle.
Étapes répétées 13 fois	écrire	Papier; crayon	-écrire sur la table des valeurs l'angle et la hauteur.	Une fois finie la table des valeurs laisserait observer une symétrie.
			Tracé du graphique	
	Mesurer	Feuille avec le système d'axe, crayon, règle	-reporter les valeurs de la table des valeurs vers les axes. - positionner les points; - relier les points pour obtenir la courbe.	- Réaliser que les valeurs dans la table sont les coordonnées de la valve selon l'angle et la hauteur. - L'utilisateur doit réaliser que ces axes sont les axes de référence pour la prise de mesure et non ceux à utiliser pour tracer la courbe.

[14] Le texte de la situation donné aux élèves se trouve en Appendice D

Donc avec l'utilisation des objets physiques l'élève doit réaliser que le système d'axe qu'il a ne sert que pour aider à la mesure. Avec ces objets l'élève doit commencer par fixer les valeurs de la variable indépendante avant de commencer la prise de mesure, ce qui est plus naturel. Le processus de prise de mesure devrait permettre en même temps à un remue méninge. Les élèves feront peut être appel à leurs connaissances dans le domaine de la trigonométrie du triangle pour les adapter à la situation. Lors du tracé du graphique les élèves devront réinvestir leur connaissance dans le domaine nous pouvons considérer à ce moment cette étape comme étape de renforcement.

Suite à cette analyse il a été considéré que l'utilisation des objets physiques pourrait effectivement être complémentaire à l'utilisation des objets technologiques. Dans les deux cas les élèves doivent être conscients que les axes utilisés pour la prise de mesures sont différents de ceux utilisés pour tracer le graphique. Avec les technologies, l'obtention des valeurs de la variable dépendante est directe ce qui n'est pas le cas pour celles de la variable indépendante, le travail de réflexion qui en résulte peut être enrichissant pour les apprentissages. Au contraire avec les objets physiques, les valeurs de la variable indépendante sont fixées avant celles de la variable dépendante ce qui est plus naturel, cela n'influe pas sur le déroulement de la situation. Dans les deux options nous devrions observer un rappel de connaissances concernant des relations trigonométriques dans le triangle rectangle, ce rappel se fera, peut être, de différentes façons. Avec les technologies nous espérons que les élèves voient que le x est le rayon fois le cosinus de l'angle au centre, et que le y est à la fois la hauteur recherchée et le rayon fois le sinus du même angle. Cet angle se trouve à la fois au centre de la roue et est dans le triangle rectangle inscrit au centre dans cette même roue, l'hypoténuse de ce triangle n'est nul autre que le rayon de la roue:

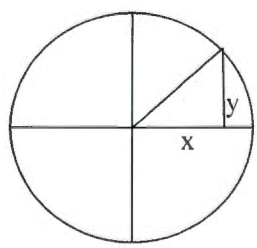


Figure 3.4 Schéma de la roue

Avec les objets physiques les élèves devraient remarquer que le ruban à mesurer avec la ligne qui forme l'angle permet de construire un triangle rectangle inscrit dans le cercle (la roue), où la hauteur recherchée est le coté opposé à l'angle au centre donc la hauteur peut être obtenue par le rapport sinus appliqué au triangle rectangle formé.

Ayant vu la complémentarité du travail avec les deux objets, il nous faut trouver comment les utiliser lors de l'expérimentation.

3.5.5 Conception de l'expérimentation d'un point de vue global.

Dans le chapitre précédent, le point de vue de Gravemeijer (2004) a été présenté. Ce chercheur pense qu'il n'est pas nécessaire de se baser sur des savoirs mathématiques antérieurs pour en bâtir de nouveaux. Considérant ce qui a été dit au chapitre I, c'est-à-dire la proposition de Kendal et Stacey (1998) de favoriser une approche d'enseignement qui combine les rapports trigonométriques, vus en deuxième année du cycle, avec le cercle unitaire pour pallier aux problèmes de compréhension susceptibles d'apparaître et considérant ce qui a été vu au chapitre II, au niveau de la manière dont le processus d'apprentissage et de mémorisation fonctionne chez l'humain, nous pensons que non seulement il sera difficile d'empêcher les élèves de faire appel à des connaissances et savoirs précédemment stockés dans leur mémoire, mais il leur sera nécessaire de faire cet appel pour la résolution de situations-problèmes. Les élèves vont aller chercher leurs connaissances antérieures pour essayer d'apporter une réponse aux problèmes qui leur sont posés. Ceci a permis de prendre deux décisions. La première est de commencer l'expérimentation par une activité pré-test qui permettra de situer les connaissances des élèves en début d'expérimentation. La deuxième est d'avoir deux groupes de travail, un groupe nommé M qui travaillera avec les objets physiques et l'autre nommé A qui travaillera avec les objets technologiques. Nous ne voulions pas qu'il y ait une première manipulation avec un type d'objets puis une deuxième avec un autre type d'objets, les élèves feront automatiquement appel à ce qui aurait été acquis lors de la première manipulation.

D'un autre côté comme la méthode ACODESA avait été retenue comme méthode d'enseignement lors de l'expérimentation, la résolution de la situation devait se faire dans un processus d'échange social, l'activité pré-test va servir à la composition des dyades nécessaires à ce processus d'échange social. Les groupes de travail seront formés de façon à avoir des compétences plus ou moins équivalentes. La préoccupation étant de susciter plus de discussions entre les membres. Ces discussions permettront de mieux observer le comportement et la réflexion des élèves lors du processus de modélisation.

L'activité pré-test est composée de deux volets l'un technologique et l'autre théorique. Le volet technologique a deux objectifs. Le premier est de permettre aux élèves de se familiariser avec les artefacts qu'ils vont utiliser lors de l'expérimentation. Par « familiariser », il est sous-entendu le passage des objets du statut d'artefact vers le statut d'instrument en développant les schèmes d'utilisation (Rabardel, 1995). Le deuxième objectif consiste à repérer les élèves les plus à l'aise avec les objets technologiques. Ce dernier objectif permettra de former des dyades avec des compétences équilibrées et où les participants ont de l'intérêt envers l'utilisation des technologies. Pour atteindre ces deux objectifs, nous laisserons tous les élèves manipuler un ordinateur muni des logiciels « AviMéca » et « Ms Excel », et ce, par l'intermédiaire d'une activité. Il s'agira d'étudier, en fonction du temps, le mouvement d'une balançoire par rapport au sol. les élèves auront à manipuler une vidéo. Ils devront par la suite traiter les coordonnées sélectionnées dans Ms Excel. Les élèves auront à leur disposition un petit feuillet pour les aider (voir Appendice B).

Le deuxième volet a pour but de situer les savoirs des élèves en début d'expérimentation et d'organiser les dyades. Il s'agit de faire résoudre par les élèves une série de trois exercices. Le premier autour du théorème de Pythagore. Par cet exercice nous voudrions cerner un peu le processus de rappel de chacun au sens de Reed (1999). Le deuxième exercice porte sur les relations trigonométriques dans le triangle, il permet de voir le type des savoirs acquis autour de cette notion. Le troisième exercice porte sur une relation fonctionnelle, l'objectif à travers cet exercice est aussi en lien avec le type de savoirs acquis autour de cette notion (voir Appendice C)

3.5.6 Analyse a priori d'un point de vue global.

À la première rencontre de l'expérimentation il faut présenter l'activité aux élèves. Des copies seront distribuées aux élèves. Ils auront 5 minutes pour la lire, puis nous ferons, à nouveau, la lecture avec eux. Nous prévoyons 10 minutes pour répondre aux questions, s'il y en a, puis nous amorcerons la discussion sur les variables qui sont susceptibles d'intéresser les chercheurs. L'objectif ici est qu'au bout de la séance le processus de dévolution ait eu lieu, que les variables angle et hauteur soient choisies pour le reste de l'expérimentation. Il va aussi falloir fixer avec les élèves la variable indépendante et la variable dépendante.

Les élèves ne devraient pas avoir de la difficulté avec la situation. La bicyclette est un équipement utilisé par la majorité des gens. En plus dans les magasins les vélos sont classés selon la relation âge/diamètre le contexte de la situation va dans le même sens.

Dans l'école où l'expérimentation est prévue, les enseignants ont l'habitude d'écrire les savoirs au tableau et de les expliquer. Ce n'est qu'après ce processus de « cours magistral » que les élèves s'exercent sur des situations proposées par des enseignants. Ce qu'il a été planifié est en rupture avec ce contrat didactique. Ce qui risque d'engendrer des difficultés lors du processus social de constructions des connaissances, les élèves vont devoir construire leur savoir par eux mêmes, et ce dans une ambiance d'échange et de collaboration. Pour y arriver ils doivent avoir recours au processus de modélisation.

À la deuxième rencontre les élèves auront 5 minutes pour réfléchir individuellement à la manière de prendre les mesures et ils devront rédiger leur réflexion à l'endos de la page 2 du cahier de l'élève. 10 minutes seront consacrées à une discussion collective sur les propositions de chacun, chaque proposition sera nommée et consignée au tableau. Toutefois, aucune directive ne sera donnée quant à la bonne manière de procéder. Une fois les dyades formées, les partenaires devront se mettre d'accord sur une méthode de prise de mesure. Les élèves travailleront de façon à répondre à la question 3 : *Maintenant que les variables à étudier ont été choisies, en manipulant les outils mis à votre disposition, donnez 13(86) valeurs que peuvent prendre ces variables. Expliquez votre procédure* .Les partenaires devront décrire sur papier la méthode choisie pour la prise de mesures, soit en la nommant (si cette méthode était ressortie lors de la discussion), soit en la décrivant. Et à la question 4 : *Toujours en utilisant les objets en votre possession, représenter sur un système d'axe vos mesures.* L'analyse a priori détaillée a été présentée aux sous-sections 3.5.2 et 3.5.4 du présent chapitre.

La troisième rencontre sera composée de deux sous-rencontres de 30 minutes chacune. Lors de la première, ne seront présentes que les deux dyades d'élèves qui ont procédé à la prise de mesures avec les objets physiques. Ils auront à comparer leurs graphes et à discuter des différences et des raisons de ces différences. Lors de la deuxième sous-rencontre, il s'agira de faire la même chose avec les dyades qui ont travaillé avec « AviMéca ».

> ***Remarque*** *: Pour faciliter la comparaison des graphiques, il sera demandé aux élèves du groupe « M » de tracer leurs graphes sur les transparents fournis. Nous allons préparer ces transparents à partir d'Ms Excel. Pour la comparaison des graphes produits par les dyades du groupe « A », nous imprimerons leurs productions, sur des transparents et à la même échelle que ceux utilisés par le groupe « M ».*

Au terme de cette rencontre, les élèves devront avoir ressorti quelques éléments de réponses pour la question 5, c'est-à-dire :

Quelles sont les composantes qui peuvent influencer l'allure de la courbe?

Les réponses attendues sont :

- Le diamètre de la roue (amplitude);
- L'angle au point de départ (déphasage).

À ce niveau, on observera si les points ont été reliés ou pas, et comment. On posera alors la question sur la raison du choix (continus, discrets, droits ou courbes). Pour faire remarquer que plus on prend de mesures plus on a de précision, on posera la question suivante : Comment aurions-nous pu avoir plus de précision? Il va falloir aussi poser la question : quelle aurait été la courbe si on avait pris les mesures pour plusieurs tours de roues? (la périodicité)

La quatrième rencontre sera elle aussi composée de deux sous-rencontres de 30 minutes chacune. Lors de la première, ne seront présentes en même temps que les deux dyades d'élèves qui ont procédé à la prise de mesures sur des roues identiques avec des outils différents. Ils auront aussi à comparer leurs graphes et à discuter des différences et des raisons de ces différences. Lors de la deuxième sous-rencontre, il s'agira de faire la même chose avec les deux autres dyades. Une discussion sur la précision de la prise des mesures sera amorcée. Et il faudra observer si d'autres éléments de réponses pour la question 5 ont été ajoutés.

Le but de la cinquième rencontre est d'aboutir à la question 6 : *Pouvez-vous donner la règle de la fonction que vous avez tracée ?* Pour cela, il va falloir faire un rappel sur les éléments qui ont composé les réponses à la cinquième question et observer s'ils arrivent à dégager une règle impliquant le sinus. Si les élèves ont perçu le rapport entre le sinus et la hauteur, ils seront aptes à trouver la règle de la fonction. Il faudra expliquer que les positions de cette hauteur selon l'angle de rotation ont tout simplement été déroulées sur un système d'axe. À l'issue de cette rencontre, selon l'avancement dans l'institutionnalisation, il sera demandé aux élèves de reprendre, chez eux, les éléments qui ont constitué la réponse à la question 5 et d'essayer de répondre à la question 6.

Dans la sixième rencontre l'institutionnalisation continuera en entamant une discussion sur les règles auxquelles les élèves ont abouti. Le but sera d'arriver au savoir institutionnel fixé par le programme pour l'apprentissage de la fonction sinus.

3.5.7 Évaluation des acquis.

L'évaluation des acquis concerne des observations faites dans le cadre d'une séance que nous avions appelé séance pré-test. C'est lors de cette séance que les élèves ont pu manipuler les objets technologiques et où ils ont répondu à la série d'exercices décrite à la fin de la section 3.5.5. En plus, les observations relevées lors de cette séance vont permettre d'évaluer les acquis et, sous un angle socioconstructiviste, de former des dyades pour l'expérimentation (Hitt, 2007). À l'issue de l'analyse du pré-test, deux groupes seront formés :

- groupe M (pour **M**anipulations physiques) : composé des deux dyades M_1 et M_2 et qui travailleront avec des roues de bicyclette (roues de diamètres différents), des rubans à mesurer, des calculatrices scientifiques, du papier et des crayons.

- groupe A (pour **A**viMéca) : composé des deux dyades A_1 et A_2; les deux dyades travailleront avec un enregistrement vidéo d'une roue en mouvement (roue de diamètre différent pour chaque équipe) et un ordinateur muni du logiciel Ms Excel et du logiciel gratuit « AviMéca ».

Avant de présenter l'analyse a priori il est nécessaire de savoir que pour une question pratique, l'expérimentation se déroulera avec un petit groupe de huit élèves d'une école secondaire privée dans la grande région de Montréal. Dans cette école, l'enseignement des mathématiques se fait par cours magistraux. Aussi, mis à part la calculatrice scientifique, aucune autre technologie n'est utilisée, ni même autorisée lors de cet enseignement[15].

Huit élèves volontaires ont accepté de participer à l'expérimentation. Tous font partie du club mathématique de l'école. Parmi ces élèves, trois sont considérés par leurs enseignants comme très forts (François, Mathieu et James), trois comme moyens (Marie, Matisse, et Florence) et deux faibles (Yasmine et André). Afin de préserver l'anonymat des élèves, des noms fictifs sont utilisés. L'expérimentation s'est étalée sur sept séances de 60 minutes chacune et qu'elle a eu lieu à l'heure d'étude, c'est-à-dire entre 12h17 et 13h17. À la première séance, nous avions remarqué que les élèves avaient très faim et qu'ils étaient pressés de finir pour aller manger. Pour éviter cela, nous avions offert lors des 6 séances restantes des collations.

Lors de l'expérimentation, nous avions remarqué que James avait beaucoup d'influence sur le reste du groupe. Il est sûr de lui quand il parle, il est rarement contredit, et si cela arrive, l'élève le fait très discrètement.

---

[15] Informations fournies par une enseignante de l'école

Par le ton de sa voix et de son comportement, nous avions remarqué que François est très observateur et très timide. Il n'en demeure pas moins que les élèves étaient très attentifs à ce qu'il disait, ils contestaient rarement ses dires.

Parmi les élèves moyens, c'est Marie qui a attiré le plus notre attention. Cette élève était très expressive, elle cherchait à comprendre et n'hésitait pas à demander des explications quand elle ne comprenait pas. Pour les autres élèves, le seul trait qui semble pertinent à évoquer est le souci de vérifier si les autres avaient la même chose qu'eux.

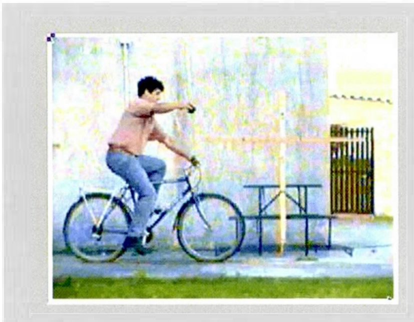
Parmi les élèves faibles, nous avions remarqué que Yasmine posait beaucoup de questions pour essayer de comprendre, elle était aussi très impressionnée par les discours de James et François.

3.5.8 Analyse pré-test et organisation des dyades

a) volet technologique : AviMéca

Malheureusement, nous ne pouvons faire cette analyse pour deux raisons : la première est due à un problème technique qui est survenu lors de la séance, le réseau de l'école ne possède pas les fichiers qui permettent la lecture de la vidéo « balance 2 ». Nous avons dû fournir une autre vidéo « véloboul ». Les cahiers préparés pour la vidéo « balance2 » ne permettent pas d'uniformiser la position du système d'axe ni du point de référence pour la prise de mesure dans la vidéo « véloboul ».

Véloboul



Balance2

Figure 3.5 Véloboul vs Balance 2

La deuxième raison est due aux fonctionnalités dans AviMéca. Pour vérifier le travail des élèves sur AviMéca, nous ne disposons que des tableaux de mesures produits. Ce logiciel ne permet pas l'enregistrement des paramètres d'étalonnages choisis pour la prise de mesure. Pour palier à cet inconvénient, nous aurions dû prévoir des captures d'écrans à la fin du processus d'étalonnage. Cet état de fait rend l'analyse du travail sur AviMéca impossible. Nous ne pouvons que constater que les élèves ont réussi à obtenir des mesures qu'ils ont transférées sur Ms Excel.

b) volet technologique : Ms Excel.

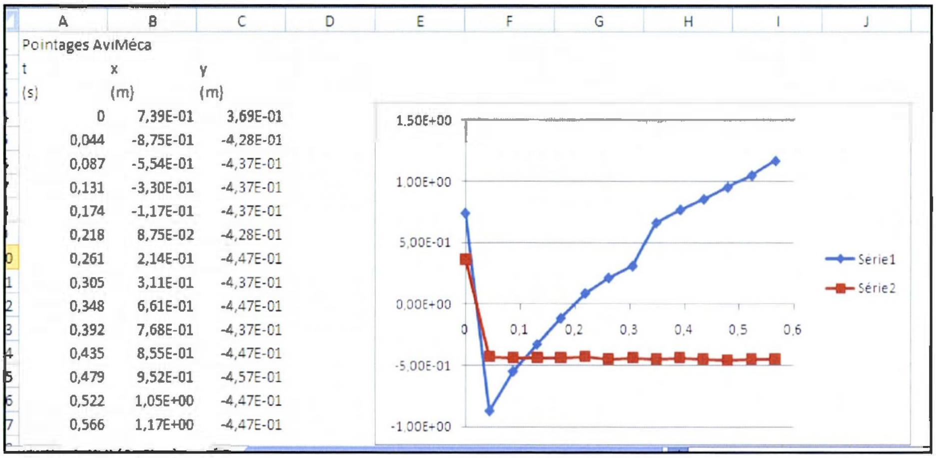
Les productions d'élèves sont classées dans trois groupes. Le premier groupe englobe les erreurs d'enregistrement, le deuxième les erreurs dans le processus d'insertion de graphique et le troisième les procédures qualifiées de réussite.

- Erreur dans l'enregistrement sur Ms Excel.

Matisse et Mathieu enregistrent leur fichier d'Ms Excel en format texte. Ce format ne prend pas en charge les graphiques. L'objet final de leur construction n'est donc pas pris en charge.

- Procédure « tracer un graphique » erronée.

Lors de la manipulation des deux artefacts, James ne pose aucune question, sa production finale est :



Pointages AviMéca		
t	x	y
(s)	(m)	(m)
0	7,39E-01	3,69E-01
0,044	-8,75E-01	-4,28E-01
0,087	-5,54E-01	-4,37E-01
0,131	-3,30E-01	-4,37E-01
0,174	-1,17E-01	-4,37E-01
0,218	8,75E-02	-4,28E-01
0,261	2,14E-01	-4,47E-01
0,305	3,11E-01	-4,37E-01
0,348	6,61E-01	-4,47E-01
0,392	7,68E-01	-4,37E-01
0,435	8,55E-01	-4,47E-01
0,479	9,52E-01	-4,57E-01
0,522	1,05E+00	-4,47E-01
0,566	1,17E+00	-4,47E-01

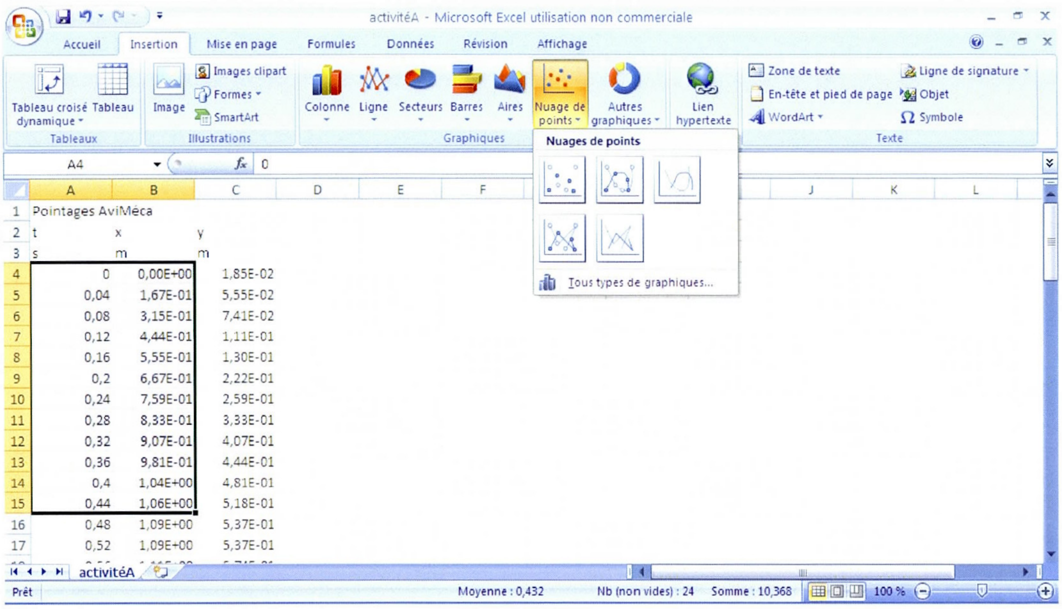
Figure 3.6 Production pré-test de James

James a sélectionné toute la plage de données pour tracer son graphique.

Il y a au moins deux explications possibles. Soit qu'il n'a pas bien lu les consignes, car dans la partie « tracer un graphique » du document « Activité 1 » (voir Annexe B), les étapes pour tracer un graphique mettant en relation deux variables sont bien illustrées. Cette procédure permet l'obtention d'une seule courbe. Soit qu'il s'est basé uniquement sur ses connaissances de Ms Excel. Dans les deux cas, les schèmes d'utilisation qu'il a développés pour la procédure de construction de graphique sur Ms Excel présentent des défaillances.

- Activité réussie.

Les autres élèves parviennent à prendre les mesures, importer les valeurs dans Ms Excel et tracer un graphique mettant en relation deux variables. Néanmoins, nous remarquons que lors du travail sur cette tâche, André se réfère beaucoup à son voisin. A-t-il vraiment réfléchi sur ce qu'il devait faire ou a-t-il uniquement reproduit les étapes en suivant la manipulation de son voisin? Question qui reste sans réponse. Marie choisit de tracer une courbe continue sans marques pour les couples de variables. Or, ce choix ne correspond pas aux suggestions fournies :

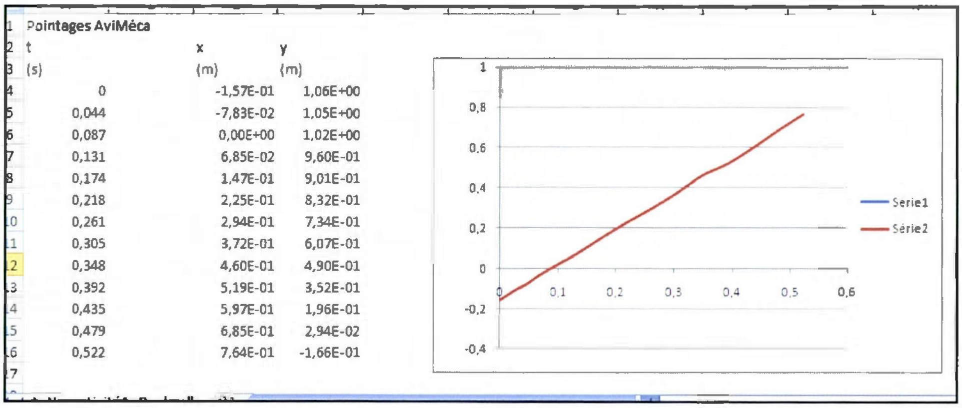


Parmi les trois types de graphiques avec marqueurs, choisissez celui qui convient le mieux à la situation. Le graphique apparaîtra alors à côté de vos données.

Figure 3.7 Extrait des instructions

Ce choix peut avoir été fait par inattention, elle n'a pas interprété tout ce qu'elle a lu, ou peut-être que c'est un choix conscient, elle veut explorer d'autres types de graphiques que ceux suggérés (Confrey et Maloney, 2007).

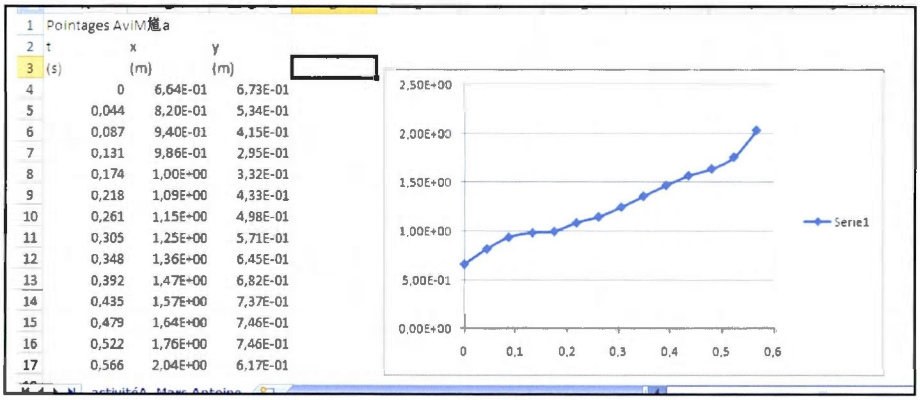
Florence, André, François et Yasmine choisissent de tracer des graphiques continus avec marqueurs pour les couples de variables.



1	Pointages AviMéca		
2	t	x	y
3	(s)	(m)	(m)
4	0	-1,57E-01	1,06E+00
5	0,044	-7,83E-02	1,05E+00
6	0,087	0,00E+00	1,02E+00
7	0,131	6,85E-02	9,60E-01
8	0,174	1,47E-01	9,01E-01
9	0,218	2,25E-01	8,32E-01
10	0,261	2,94E-01	7,34E-01
11	0,305	3,72E-01	6,07E-01
12	0,348	4,60E-01	4,90E-01
13	0,392	5,19E-01	3,52E-01
14	0,435	5,97E-01	1,96E-01
15	0,479	6,85E-01	2,94E-02
16	0,522	7,64E-01	-1,66E-01
17			

Figure 3.8 Production de Marie

Production type pour Florence, André, François et Yasmine :



1	Pointages AviM[illegible]a		
2	t	x	y
3	(s)	(m)	(m)
4	0	6,64E-01	6,73E-01
5	0,044	8,20E-01	5,34E-01
6	0,087	9,40E-01	4,15E-01
7	0,131	9,86E-01	2,95E-01
8	0,174	1,00E+00	3,32E-01
9	0,218	1,09E+00	4,33E-01
10	0,261	1,15E+00	4,98E-01
11	0,305	1,25E+00	5,71E-01
12	0,348	1,36E+00	6,45E-01
13	0,392	1,47E+00	6,82E-01
14	0,435	1,57E+00	7,37E-01
15	0,479	1,64E+00	7,46E-01
16	0,522	1,76E+00	7,46E-01
17	0,566	2,04E+00	6,17E-01

Figure 3.9 Production Type pré-test

c) Discussion.

Avant de conclure, nous devons préciser que Yasmine et Florence, lors d'une discussion qui a eu lieu après la séance (après l'arrêt des enregistrements), ont clairement formulé qu'elles ne veulent pas travailler avec les ordinateurs, elles ne sont pas confortables avec cet outil. C'est la raison pour laquelle nous décidons de les exclure de la liste des élèves susceptibles de travailler avec les technologies. Dans le chapitre II, nous avions exposé le processus cognitif de l'apprentissage. L'intérêt à l'apprentissage est un maillon important dans ce processus, c'est pour ne pas perdre cet intérêt chez Yasmine et Florence que nous avions choisi de ne pas les faire travailler avec les technologies[16].

Les observations faites après cette séance ne permettent pas de dire si les objets technologiques sont passés de statut d'artefacts vers le statut d'instruments chez les élèves. Mais nous pouvons dire que les schèmes nécessaires à la procédure d'enregistrement présentent des défaillances chez Matisse et Mathieu et que chez James, c'est au niveau de la construction de graphiques qu'il y a problème.

L'analyse permet de classer, selon cette activité, les élèves du plus habile vers le moins habile:

Première position : François et Marie;
Deuxième position : André;
Troisième position : James, Matisse et Mathieu.

d) Volet théorique

Les élèves devaient résoudre trois exercices individuellement. Nous avons précisé qu'il ne serait répondu à aucune question, que les échanges étaient défendus et qu'il était interdit d'effacer les écrits, mais que les ratures étaient permises.

Exercice 1.

Énoncé :

Dans le triangle ABC, on connaît les mesures suivantes : $m\overline{AB} = 3{,}5\ cm, m\overline{BC} = 4{,}2\ cm\ et\ m < ABC = 90°$. Déterminez la mesure du côté $\overline{AC}$.

Mis à part James qui procède à la résolution par la loi des cosinus, les autres élèves choisissent le théorème de Pythagore.

Résolution par le théorème de Pythagore :

---

16 Le rapport affectif des deux élèves envers les technologies peut-être amélioré à condition d'y mettre le temps nécessaire, temps que nous n'avions pas

- Florence, Mathieu et François ont choisi cette méthode. Ils sont très explicites dans le sens où ils annoncent la méthode choisie et ils utilisent la même notation:

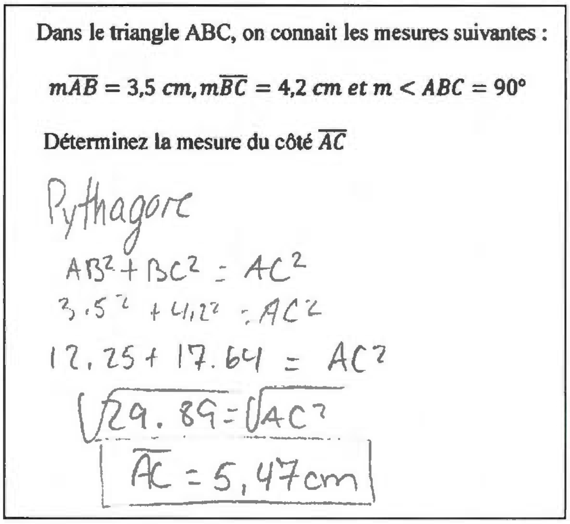


Figure 3.10 Résolution 1 exercice 1 pré-test

Les élèves ont fait un rappel de leurs connaissances et l'adaptent parfaitement à l'exercice.

- Marie et Yasmine ont résolu l'exercice par le théorème de Pythagore. Voici leur procédure :

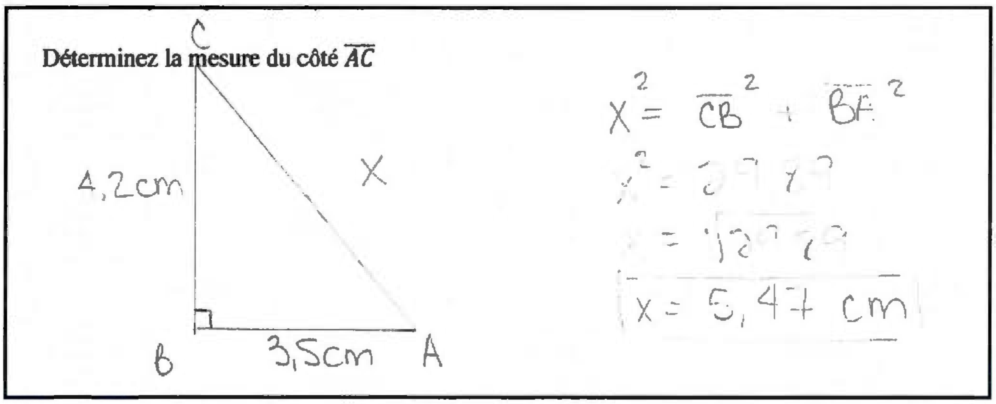


Figure 3.11 Résolution 2 exercice1 pré-test.

Dans leurs écrits, le théorème de Pythagore est reconnaissable par la formule. Les élèves le connaissent, mais nous remarquons surtout que le changement de symbole inconnu qui dans les énoncés est nommé $\overline{AC}$, devient ici x.

Il y a rappel de connaissances mais le changement de symbolisme indique qu'il n'y a pas forcement eu une adaptation, une autre conception est plus forte ici celle de l'inconnu qui doit être nommé x.

- Matisse et André ont résolu l'exercice par le théorème de Pythagore de la manière suivante :

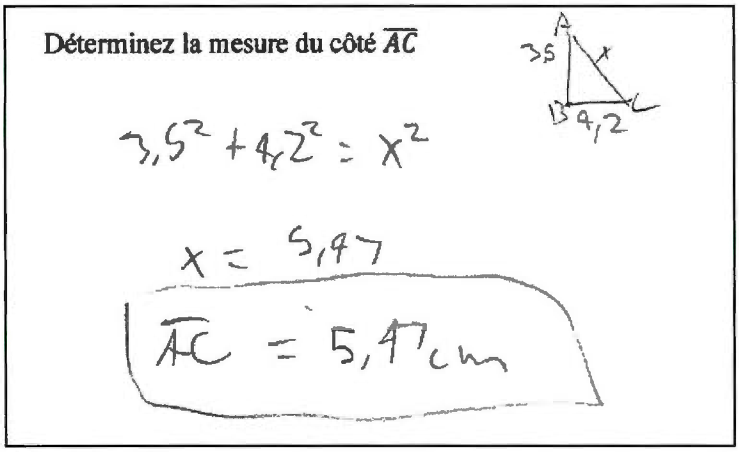


Figure 3.12 Résolution 3 exercice 1 pré-test.

Tout comme le groupe précédent, nous pouvons déduire que la notion utilisée ici est le théorème de Pythagore. Nous retrouvons le même changement de symbolisme. Par contre, nous observons à la fin un retour au symbolisme suggéré dans les données. Même remarque que précédemment, mais le retour vers la notation de l'exercice dénote une aisance dans l'adaptation

Résolution par la loi des cosinus.

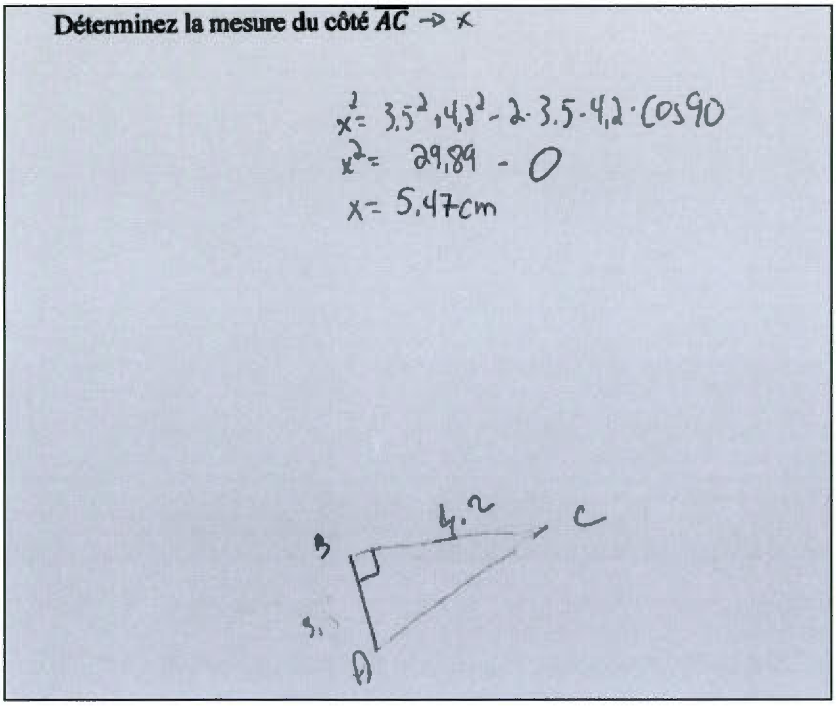


Figure 3.13 Résolution 4 exercice 1 pré-test.

James utilise ici la loi des cosinus. Il fait appel à d'autres connaissances, il les adapte en remplaçant l'inconnue AC par x.

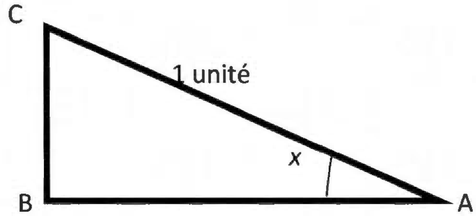
Cet exercice a fait ressortir, des façons différentes de rappel et d'adaptation des connaissances. Sans aucun doute les huit élèves ont su rappeler des connaissances, le processus d'adaptation reste propre à chacun.

Exercice 2.

L'exercice 2 traite des rapports trigonométriques dans un triangle rectangle. Étant donné que cette notion a été vue l'année précédente, nous voulons vérifier si les élèves s'en rappellent et s'ils n'ont pas de mauvaises conceptions à ce sujet.

Énoncé :

Selon le triangle rectangle ABC ci-dessous, exprimez la mesure de chacune des cathètes $(\overline{AB} \, et \, \overline{BC})$ à l'aide d'une expression utilisant les rapports trigonométriques sinus ou cosinus et la mesure x.



James et François présentent une solution de ce type :

$$\sin x = \overline{BC}$$
$$\cos x = \overline{BA}$$

Figure 3.14 Résolution 1 exercice 2 pré-test

Ils donnent la solution directement. Certes, cette solution est juste, mais cela nous empêche de vérifier la viabilité des étapes qui ont amené cette solution.

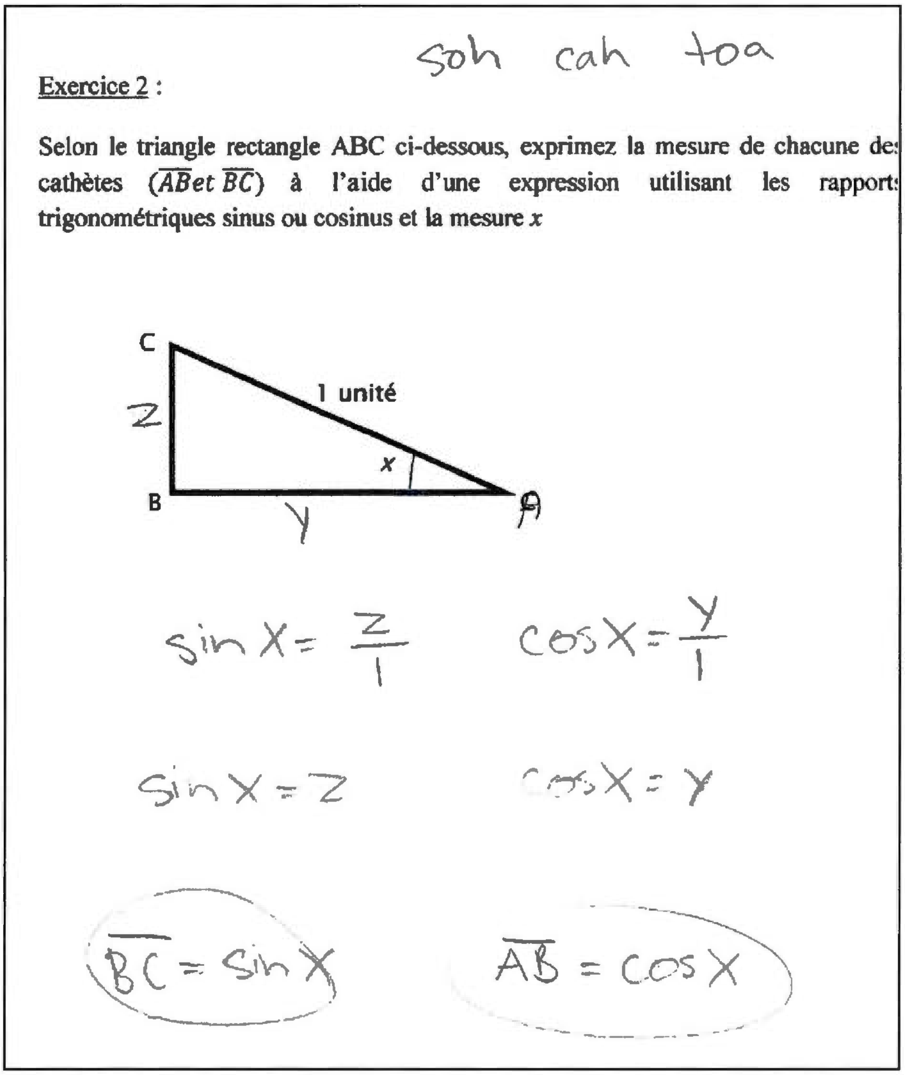
La solution suivante est celle de Florence :

$$\overline{Ab} = \cos x = \frac{\overline{AB}}{1} = \cos x = \overline{AB}$$
$$\overline{BC} = \sin x = \frac{\overline{BC}}{1} = \sin x = \overline{BC}$$

Figure 3.15 Résolution 2 exercice 2 pré-test

Florence présente de la même manière une ligne pour chaque solution. Prenons le cas du sinus. Elle commence par écrire le côté mentionné dans l'énoncé ; avec l'égalité, elle annonce que c'est le sinus de l'angle ; à la troisième expression, elle écrit le rapport. Le quatrième terme explique que ce rapport donne le sinus de l'angle qui est égal au côté demandé. Même si sa solution ressemble à une boucle, elle permet de voir le rapport qui a été utilisé pour l'obtention de la solution.

Marie remet la solution:


soh cah toa

Exercice 2 :

Selon le triangle rectangle ABC ci-dessous, exprimez la mesure de chacune des cathètes ($\overline{AB}$et $\overline{BC}$) à l'aide d'une expression utilisant les rapports trigonométriques sinus ou cosinus et la mesure x

$\sin X = \frac{Z}{1}$ $\cos X = \frac{Y}{1}$

$\sin X = Z$ $\cos X = Y$

$\overline{BC} = \sin X$ $\overline{AB} = \cos X$

Figure 3.16 Résolution 3 exercice 2 pré-test

Par les petites notes en haut de la page, nous déduisons que cette élève a fait un travail de rappel de connaissances (Reed, 2006). Le changement de notation exprime un besoin de retourner à des notations qui lui sont plus familières (conception sur le symbolisme, déjà observée dans l'exercice 1).

Ce changement de notation a causé un conflit. Sur la copie présentée plus haut, il y a des traces. Marie choisit en premier le x pour symboliser le côté opposé, puis elle réalise que x est utilisé dans l'exercice pour l'angle, elle efface (malgré la consigne de barré et non effacer), puis remplace son x par z. Dans l'étape finale, nous remarquons un retour vers le symbolisme utilisé dans l'énoncé $\overline{AB}$et $\overline{BC}$.

Même s'il n'y a pas de trace du processus de rappel, Mathieu procède de la même manière que Marie. En fait, il utilise x pour l'angle et pour la mesure du côté AB, il ajoute seulement le petit rond qui symbolise les degrés au x de l'angle, petit rond qui disparaît dans l'écriture finale. Nous ne pouvons pas distinguer s'il a alors écrit les deux x différemment afin de les différentier ou s'il a juste accepté la situation sans se soucier du conflit que son changement de symbole engendre.

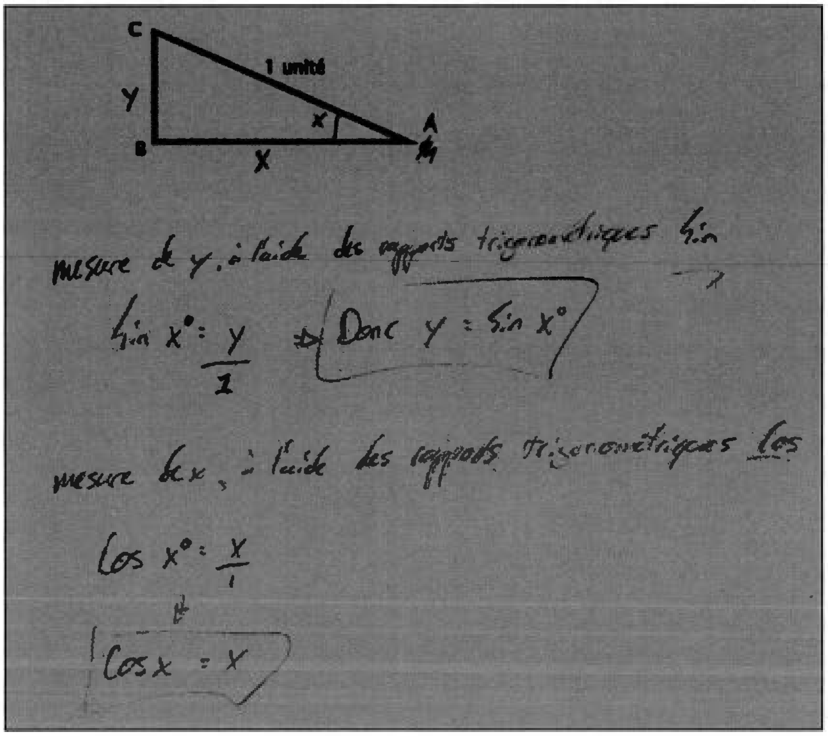


Figure 3.17 Résolution 4 exercice 2 pré-test

Yasmine et André présentent les solutions suivantes :

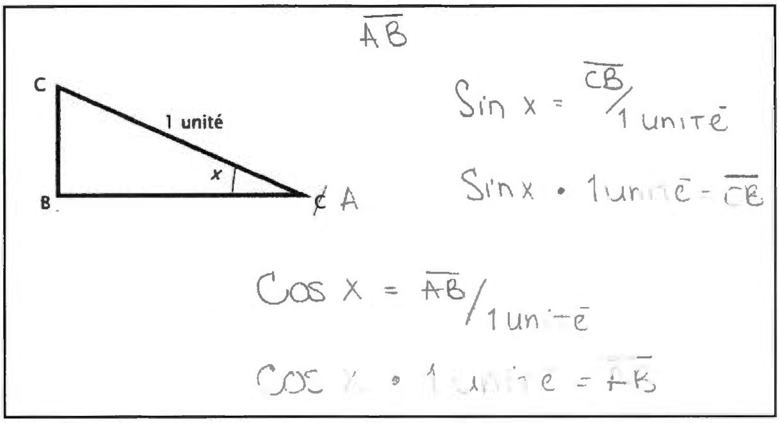


Figure 3.18 Résolution 5 exercice 2 pré-test.

Tout au long de leurs procédures, les élèves utilisent « 1 unité » tel que sur le schéma fourni, ce qui a peut-être créé un obstacle que les élèves n'ont pas su surmonter.

Matisse a remis une solution hors contexte dans le sens ou il donne les côtés en fonction de la tangente et non des sinus et cosinus:

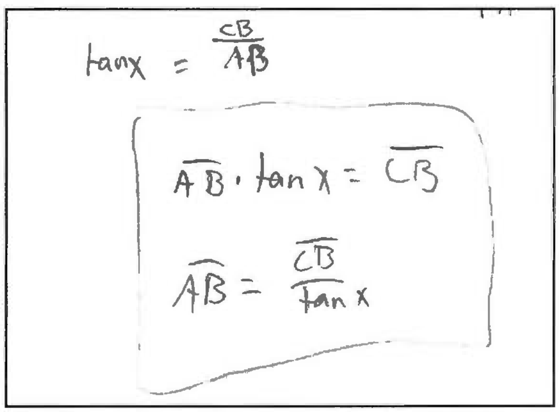


Figure 3.19 Résolution 6 exercice 2 pré-test.

Dans sa réponse, nous détectons des connaissances trigonométriques, un souci de préciser les étapes de résolution, mais un certain détachement des énoncés de l'exercice. Peut-être veut-il détourner une difficulté par rapport aux sinus et cosinus tout en fournissant une réponse du domaine de la trigonométrie.

Exercice 3.

Cet exercice va permettre de mesurer les connaissances des élèves sur les relations fonctionnelles et d'observer leur processus de modélisation.

Énoncé :

> Chaque fois que Diane se rend à la station-service, elle achète 60$ d'essence. Analysez la relation existante entre la quantité d'essence, en litre, que Diane achète selon les variations du prix de l'essence en utilisant une table de valeurs (donnez au moins cinq couples) :
>
> a) Quelles sont les variables indépendante et dépendante dans cette situation ?
>
> b) Quelle est l'équation modélisant cette situation ? Représentez graphiquement cette situation et indiquez les coordonnées des cinq points ciblés sur votre représentation.
>
> c) Cette situation correspond-elle à une fonction ? Si oui, celle-ci est-elle croissante ou décroissante ?

Pour l'analyse, nous commençons par la copie de Mathieu qui traite le plus de questions et nous continuons en ordre décroissant jusqu'à arriver à la copie de Yasmine qui ne répond à aucune question.

Solution de Mathieu :

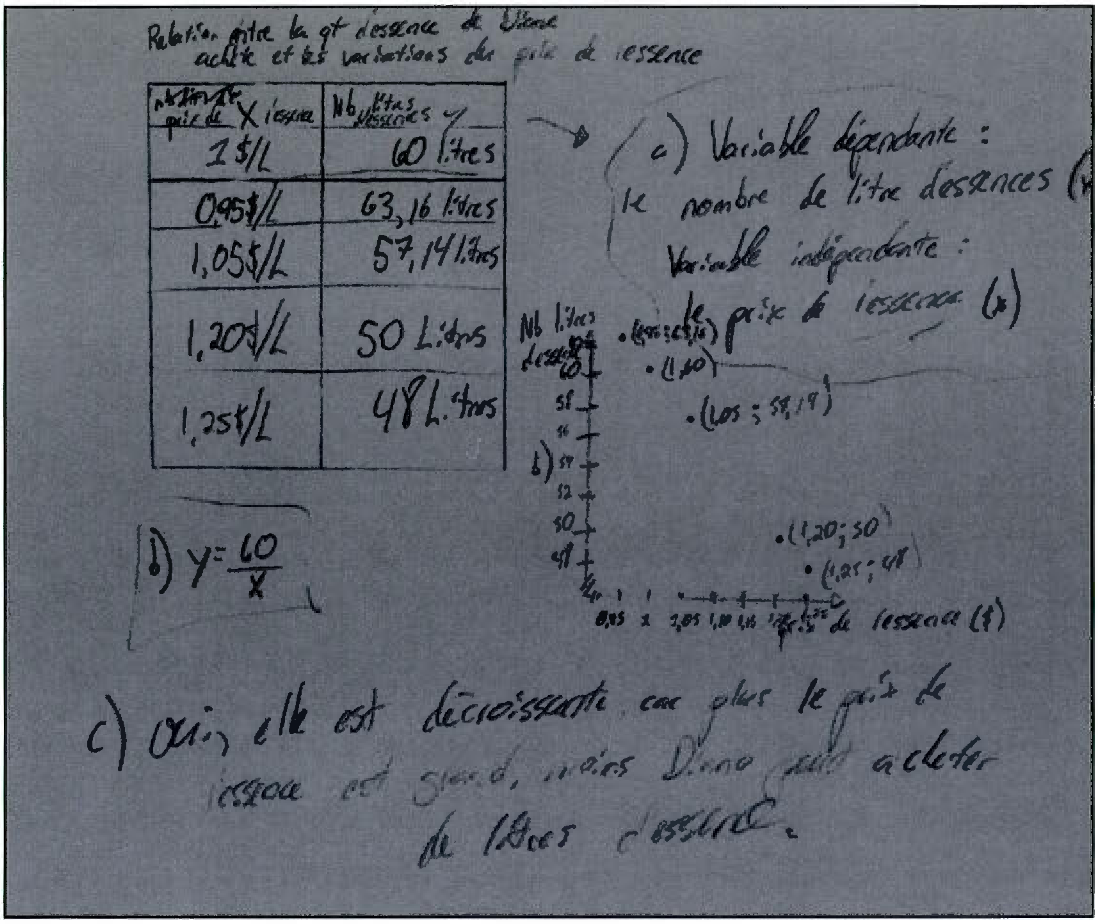


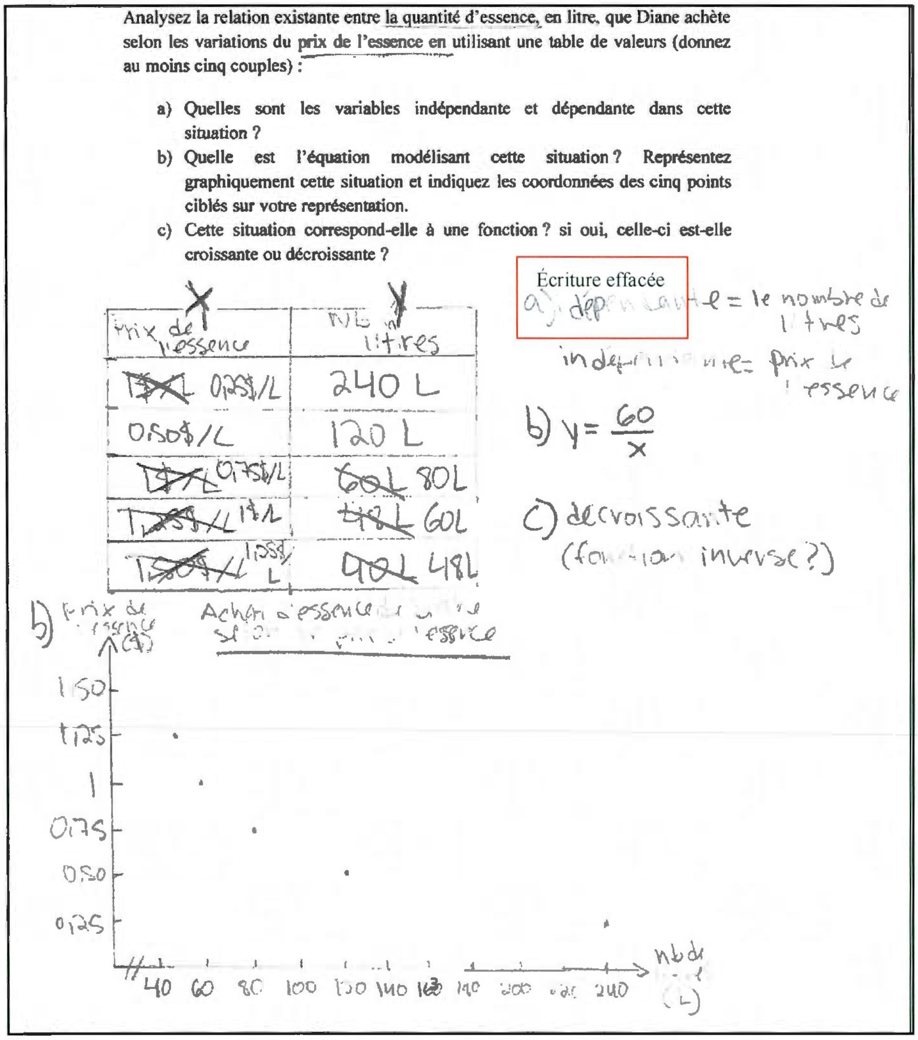
Figure 3.20 Résolution 1 exercice 3 pré-test.

Toutes les étapes de la modélisation sont là : la réponse à la question (a) est présente, le tableau des valeurs avec un titre. Le graphique avec les coordonnées des 5 valeurs demandées. La relation algébrique est là. Dans la réponse à la question 5, c'est-à-dire l'interprétation, l'élève agrémente sa réponse par une petite explication.

Nous observons que l'élève ne fait pas de coordination entre les représentations, dans le sens où il ne remarque pas que sa représentation graphique (points alignés) ne correspond pas à la formule algébrique présentée (*cte/x*).

Dans les copies de James et François, il manque soit la table des valeurs, soit les coordonnées sur le graphique. Pour les deux élèves, les graphiques représentent bien une fonction *cte/x*.

Dans celles de Marie et Matisse, nous remarquons une hésitation dans le choix des variables indépendante et dépendante. Voici la copie de Marie :



Analysez la relation existante entre la quantité d'essence, en litre, que Diane achète selon les variations du prix de l'essence en utilisant une table de valeurs (donnez au moins cinq couples) :

a) Quelles sont les variables indépendante et dépendante dans cette situation ?
b) Quelle est l'équation modélisant cette situation ? Représentez graphiquement cette situation et indiquez les coordonnées des cinq points ciblés sur votre représentation.
c) Cette situation correspond-elle à une fonction ? si oui, celle-ci est-elle croissante ou décroissante ?

X Prix de l'essence	Y Nb de litres
0,25$/L	240 L
0,50$/L	120 L
0,75$/L	~~60L~~ 80L
1$/L	~~48L~~ 60L
1,25$/L	~~40L~~ 48L

Figure 3.21 Résolution 2 exercice 3 pré-test.

Les traces d'écriture effacée en a), puis les ratures dans le tableau montrent qu'il y a hésitation dans le choix des variables dépendante et indépendante. Dans son processus de modélisation, l'élève a du mal à faire ressortir ces variables. Par contre, dans le graphique, les variables sont inversées. Cela peut avoir plusieurs explications, soit que l'élève préfère inverser ses variables, mais elle oublie de corriger son graphique, soit qu'elle a un problème de coordination entre représentations (sa représentation graphique avec ce choix d'axes ne représente pas la relation).

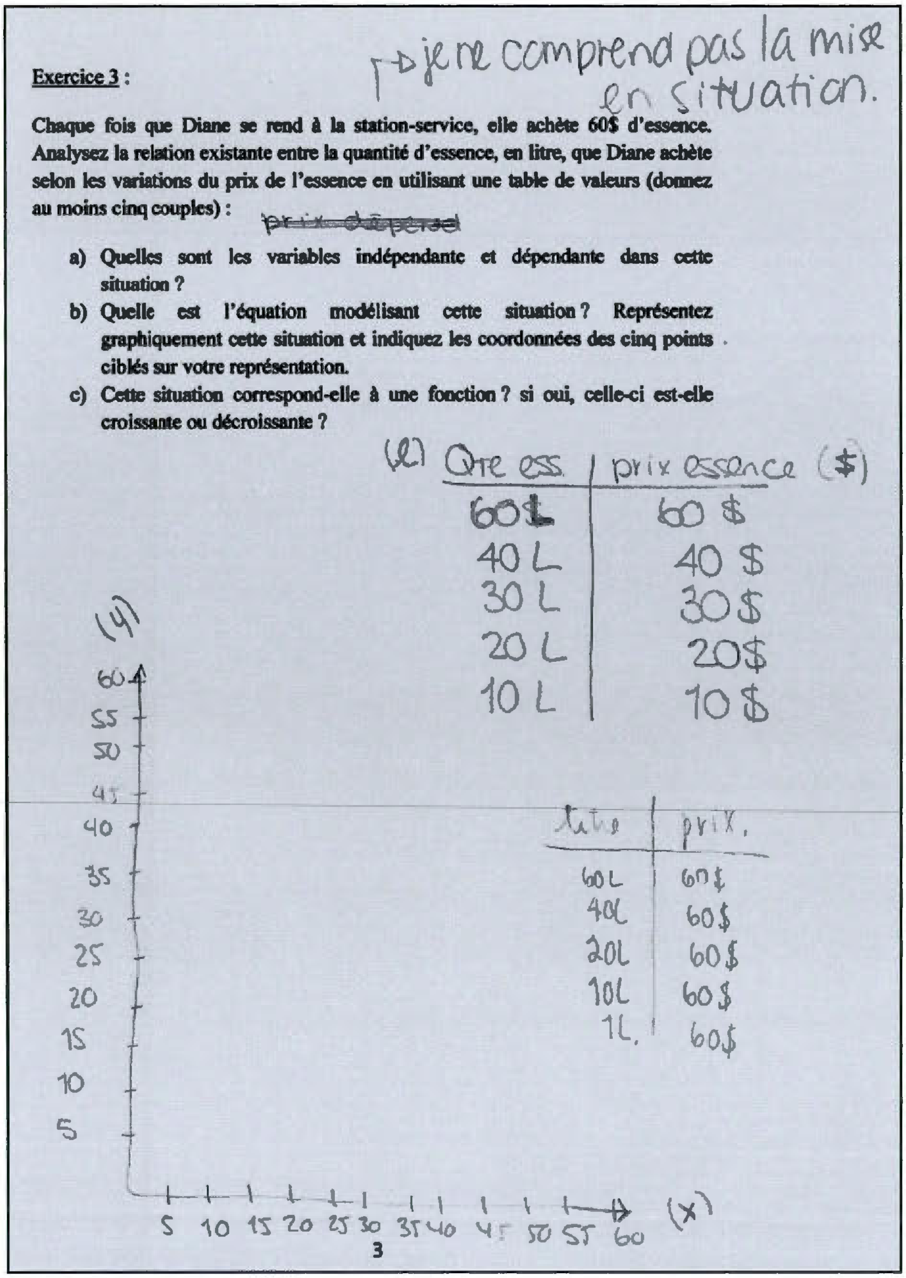
Ce qui a retenu notre attention dans les copies de Florence et d'André réfère à la « linéarité ».

Le graphique linéaire et la phrase de Florence : « c) Oui, une fonction linéaire ».

Chez André, ce qui nous a interpellé est sa réponse à la question (c): « y= 60$.x », qui est l'équation d'une fonction linéaire. Alors qu'à partir de leurs tables de valeurs, nous pouvons déduire que pour les calculs, les deux élèves utilisent la formule 60/x. Il n'y a pas de problème lors du choix des variables qui seront utilisées dans le processus de modélisation ni dans la première étape de modélisation ; c'est plutôt dans le développement du modèle que les erreurs apparaissent. Ce qui a amené des représentations algébriques erronées.

Dans toutes les copies décrites jusqu'ici, nous remarquons que les élèves choisissent des valeurs indépendantes situées à intervalles réguliers.

Yasmine, après un moment de réflexion, rend sa copie :



Exercice 3 : → je ne comprend pas la mise en situation.

Chaque fois que Diane se rend à la station-service, elle achète 60$ d'essence. Analysez la relation existante entre la quantité d'essence, en litre, que Diane achète selon les variations du prix de l'essence en utilisant une table de valeurs (donnez au moins cinq couples) : ~~prix dépensé~~

a) Quelles sont les variables indépendante et dépendante dans cette situation ?

b) Quelle est l'équation modélisant cette situation ? Représentez graphiquement cette situation et indiquez les coordonnées des cinq points ciblés sur votre représentation.

c) Cette situation correspond-elle à une fonction ? si oui, celle-ci est-elle croissante ou décroissante ?

(L) Qté ess.	prix essence ($)
60 L	60 $
40 L	40 $
30 L	30 $
20 L	20$
10 L	10 $

litre	prix.
60 L	60 $
40L	60$
20L	60$
10L	60$
1L.	60$

3

Figure 3.22 Résolution 3 exercice 3 pré-test

Même si elle a mis une note en haut de la page expliquant qu'elle n'a pas compris la mise en situation, il y a des traces montrant que l'élève a quand même essayé de donner une réponse. La première table montre qu'elle fixe le prix de l'essence à un dollar. Si elle avait continué, elle aurait trouvé l'expression algébrique $y=x$, mais elle a choisi d'élaborer une autre table de valeurs. Dans celle-ci, elle a, pour un même montant, différentes quantités d'essence. L'élève ressent une contradiction qui la dérange et qui l'empêche de continuer. Son dire, obtenu via enregistrement, le confirme :

Yasmine : *Est-ce qu'on est obligé de tout le compléter ? Si tu comprends pas tu peux ...*

Il faut préciser que lors de cette séance, Yasmine était extrêmement anxieuse, elle avait peur d'échouer. Il a fallu lui expliquer plusieurs fois que le travail effectué dans le cadre de l'expérimentation n'allait pas être noté. Elle avait besoin de plus d'explications sur la recherche pour pouvoir continuer. Malheureusement, cette discussion a eu lieu après la séance lorsque nous rangions le matériel, donc il n'y a aucun enregistrement le confirmant.

À l'issue de l'analyse du volet théorique, il est possible de classer les élèves de la manière suivante :

Dyade M_1 : Florence et André, ces deux élèves sont les seuls à avoir parlé de linéarité dans l'exercice 3 et les seuls à avoir tracé des courbes continues. Les mettre ensemble nous permettra, peut-être, à travers leurs discussions et leurs réactions lors des retours en grand groupe.

Dyade M_2: Yasmine et Mathieu. Mathieu est celui qui a montré le plus de facilité avec la modélisation des relations fonctionnelles et Yasmine est celle qui a éprouvé le plus de difficultés. Les mettre ensemble permet d'équilibrer des compétences dans la dyade.

Dyade A_1 : François et Matisse. François n'a montré aucune difficulté. Par contre, Matisse a un problème avec le symbolisme avec le sinus et le cosinus et avec le processus de modélisation. Nous pensons que mettre ces deux élèves ensemble équilibre les compétences.

Dyade A_2: Marie et James. Ce sont les deux derniers, nous n'avons pas vraiment eu le choix de les mettre ensemble, mais la dyade va être équilibrée. James n'a montré aucune difficulté dans le processus de modélisation alors que Marie en a montré, ce qui équilibre la dyade.

e) Discussion.

Le classement issu du volet technologique croisé avec celui issu du volet théorique permet de sélectionner les dyades qui vont travailler avec les technologies et de confirmer l'équilibre des compétences dans ces dyades.

Comme nous l'avons expliqué précédemment, Florence et Yasmine ne travaillerons pas avec les technologies. Les dyades M_1 et M_2 seront donc celles que nous qualifions de manuelles. Ces deux dyades travailleront avec les objets physiques.

La dyade M_1 est composée de Florence et André. André est dans le deuxième groupe en ce qui concerne le choix pour le travail avec les technologies. La dyade M_2 est composée de Yasmine et Mathieu. Mathieu est dans le troisième groupe en ce qui concerne le choix pour le travail avec les activités, donc c'est préférable pour lui de ne pas travailler avec les technologies.

Les dyades A_1 et A_2 travailleront avec les technologies. Les dyades restent équilibrées dans le sens de compétences, car Marie et François, classés dans le premier groupe pour leurs habilités à l'utilisation des technologies, se retrouvent chacun dans une dyade. Leurs partenaires respectifs sont dans le troisième groupe, ce qui conserve l'équilibre des dyades du point de vue des compétences.

Le tableau suivant récapitule tout ce qui vient de se dire. De plus, nous ajouterons le type de roue utilisée par chaque dyade. Ce choix s'est fait de manière arbitraire.

Tableau 3.3 Récapitulatif Dyade/Tâche

	Sans technologies	Avec technologies	Roue
Dyade M_1	X		Grande
Dyade M_2	X		Petite
Dyade A_1		X	Grande
Dyade A_2		X	Petite

Globalement l'expérimentation se déroulera comme suit : les élèves devront prendre connaissance de l'activité individuellement, une discussion permettra d'échanger sur les différents aspects de la situation et de fixer les variables à étudier. À l'issue de cette étape le processus de dévolution devrait avoir eu lieu. Par la suite les élèves devront mettre sur papier leurs visions sur « comment prendre les mesures » selon les objets qui leur ont été assignés. En dyade, ils devront passer à l'acte en mettant en commun leurs points de vue. Par la suite, des groupes de quatre élèves seront formés. Une première rencontre entre les dyades ayant utilisé le même objet, mais des roues différentes va être organisée et ce, afin qu'il y ait discussion sur la différence et l'origine des différences dans l'allure des courbes. Les rencontres vont ainsi permettre les discussions entre les groupes : $(A_1) \leftrightarrow (A_2)$ et $(M_1) \leftrightarrow (M_2)$

Afin de discuter de leurs résultats et des moyens avec lesquels ils y sont arrivés, une deuxième vague de rencontre sera organisée, cette fois-ci en faisant coopérer les dyades qui ont utilisé des objets différents, mais qui ont eu à manipuler les mêmes roues :(A_1) ↔ (M_1) puis (M_2) ↔ (A_2). Une discussion de groupe suivra afin que les élèves mettent en commun leurs expériences et discutent de leurs résultats. Un retour vers le travail en dyade aura pour objectif l'aboutissement vers l'expression analytique de la fonction sinus, un autre retour en groupe permettra l'institutionnalisation des savoirs.

CHAPITRE IV

EXPÉRIMENTATION ET ANALYSE

4.1 Introduction.

Dans le chapitre précédent, nous avons construit, explicité et justifié toutes les étapes de l'expérimentation. Nous avons présenté la méthode d'enseignement choisie et avons aussi établi une grille qui a servi de support à cette analyse. Cette grille résulte de l'étude théorique faite au chapitre II.

Dans le présent chapitre, nous présentons l'analyse a postériori de trois séquences. La sélection des séquences à analyser s'est faite selon le degré de pertinence par rapport aux étapes de modélisation. Nous pensons que c'est à travers les séquences choisies que la construction des connaissances à partir de la modélisation est la plus perceptible.

La séance 1 a été analysée en entier. Étant la séance où les élèves ont pris connaissance de la situation-problème, c'est la séance qui permet l'observation des représentations spontanées dans un registre verbal. Elle permet aussi d'observer le processus de sélection des variables, première étape de modélisation.

Dans la séance 2, nous n'avons analysé que la période de prise de mesures. Cette analyse a permis de comprendre le processus déployé pour la construction de la table des valeurs et par la suite celle du graphique. Ces deux productions représentent deux modèles subséquents consécutifs du processus global de modélisation.

Par la suite, nous analyserons une séquence de la séance 5. Lors de cette séquence, les élèves ont dû regrouper toutes leurs productions pour essayer de trouver l'expression analytique qui modélise la situation. C'est cette séquence qui permettra de mesurer la contribution de chaque élément dans la construction du savoir ciblé, que ce soit du domaine de la modélisation mathématique ou du domaine technologique.

Finalement nous présenterons l'analyse d'une résolution effectuée lors de l'autoréflexion.

4.2 Analyse a posteriori : Séance 1.

Dans cette section l'objectif de l'analyse et d'observer les représentations spontanées dans un registre verbal des élèves, et d'observer le processus de sélection des variables.

Conformément à la méthode choisie, les élèves lisent la situation individuellement puis discutent en grand groupe. Avant cela, nous avons demandé si tous faisaient du vélo.

Par la réaction de Marie (elle fait la moue), nous comprenons qu'elle n'est pas une adepte du vélo. Nous avons l'impression qu'elle est gênée par cet état de fait. Nous aurions dû prévoir qu'elle risque plus que les autres d'avoir des difficultés avec le processus de dévolution, son rapport avec le vélo peut être un obstacle à cette dévolution. Néanmoins, nous continuons la séance en laissant les élèves lire la situation.

Pour rattacher le contexte de la situation à la réalité, afin que les apprentissages au terme de la résolution de cette situation soient transférables, tel que proposé par Poirier Proulx (1997), nous avions prévu d'expliquer l'utilité de la conception du simulateur pour la préparation des athlètes cyclistes aux compétitions, dans le sens où le vélo devait être parfaitement adapté au corps de l'athlète. Avec ces explications, nous pensions montrer aux élèves que la situation pouvait réellement exister.

Chercheuse : *Si on reprend la situation, qu'est ce qu'ils veulent avoir ?*

James lit le passage : *Votre tâche va donc consister à étudier la **hauteur** de la valve et le **mouvement d'une roue** de bicyclette, par rapport au centre de fixation de la fourche.*

L'élève lit dans l'énoncé la partie où la tâche qui incombe aux élèves est décrite. James a su reconnaitre dans les énoncés les éléments à rechercher.

À ce moment-là, une discussion s'amorce, pour le choix des variables.

Chercheuse : *La hauteur ! Ça serait quoi ?*

L'objectif est d'amorcer la discussion pour commencer à observer le degré de compréhension des élèves.

Yasmine : *Du centre de la roue jusqu'à la valve, mais c'est sûr qu'il n'y aura pas de variations quand la roue va tourner.*

La hauteur que Yasmine définit n'est nul autre que le rayon. C'est donc une distance constante, elle s'en est tout de suite rendu compte (*mais c'est sûr qu'il n'y aura pas de variations quand la roue va tourner).*

James : *On a deux possibilités, celle qu'il a dite, axe des X par rapport au centre ou par rapport à la terre.*

Juste après l'explication de Yasmine, François a murmuré une définition de la hauteur par rapport au centre de la roue que James reprend, en y ajoutant une deuxième possibilité. Comme les élèves avaient fait référence à leur cours de physique au début de la séquence, nous pensons que pour construire leurs définitions, François et James font appel à leurs connaissances institutionnelles construites dans le cours de physique.

À partir de la définition de James, les élèves ont ressenti le besoin de positionner l'axe de référence pour la hauteur. Une discussion entre élèves s'amorce sur le possible emplacement des axes. Dans le brouhaha, quelqu'un avait dit au point de **fixation**. Peut-être voulait-il faire référence aux énoncés, mais il n'y a pas eu de suite. La tendance était de fixer la mesure de la hauteur à partir de la droite horizontale passant par le centre de la roue.

Pour amener les élèves à comprendre l'importance du choix de la position de l'axe, pour la mesure de la hauteur par rapport aux besoins des chercheurs, nous leur avons demandé de laisser de côté la hauteur, provisoirement, et d'essayer de comprendre le deuxième point d'intérêt des chercheurs :

Chercheuse : *Le deuxième point qu'ils veulent qu'on voit, ça serait quoi ?*
Yasmine : *Le mouvement d'une roue de vélo.*

Pour donner cette réponse, l'élève est retournée aux énoncés de l'exercice.

Chercheuse : *Qu'est-ce qui rentre en jeu dans le mouvement ?*

Nous voulions avoir plus d'explications.

Yasmine : *La vitesse du vélo.*

Spontanément, l'élève parle de la vitesse du vélo comme élément du mouvement. Mais nous ne savons pas ce qu'elle entend par mouvement : est-ce qu'elle le perçoit comme rotation de la roue ou plutôt comme déplacement linéaire du vélo ? N'ayant pas remarqué cela sur le coup, nous ne lui posons aucune question.

Toujours en ayant comme objectif de faire décomposer le mouvement :

Chercheuse : *La vitesse est déjà composée, c'est-à-dire qu'il y a dedans plusieurs variables.*

François : *Distance, temps.*

Pour décomposer la vitesse, François parle de la distance et du temps. Il semble qu'en essayant de deviner ce que la chercheuse demande, il a fait le lien avec des connaissances institutionnelles en physique.

James : *Accélération.*

Chercheuse : *On veut décomposer plus.*

Dans notre idée, c'était de la roue qu'il s'agissait, alors qu'après l'écoute des enregistrements, nous nous sommes rendues compte que les élèves parlent du déplacement du vélo.

James : *Il y a un mouvement de rotation.*

James a été le premier à parler de mouvement de rotation.

Chercheuse : *Qui dit rotation dit quoi ?*

François : *Circonférence.*

Yasmine : *Oui, circonférence.*

Ce n'est qu'en second lieu que les élèves perçoivent le mouvement de rotation. À ce moment-là, la circonférence est apparue spontanément.

Nous reproduisons le mouvement avec la roue et puis nous demandons comment mesurer la circonférence.

Matisse : *Avec l'angle.*

Matisse avait répondu spontanément et sans aucune hésitation. Selon notre point de vue, cette réponse indique qu'il avait les connaissances nécessaires pour relier la circonférence à l'angle.

Chercheuse : *Est-ce que l'angle serait une variable ?*
James, François, Matisse : *Oui.*

Mais le reste du groupe semblait perplexe !

Chercheuse : *Ça n'a pas l'air !*

À partir de là, une discussion entre les élèves s'amorce :

Marie : *Oui, mais si on change l'angle ça change rien.*
François : *Oui, plus l'angle va être grand, plus la distance va être grande.*

François explique le lien entre l'angle de rotation et la distance linéaire qu'il peut engendrer, mais ces deux amies n'arrivent pas à le voir :

Marie : *Le mouvement ne changera pas.*
Yasmine : *Le mouvement de rotation va être le même quel que soit l'angle qu'on lui donne. Que ça soit un angle de 180° ou un angle de 36°, ça reste toujours un mouvement de rotation.*

Il semble que ces deux élèves ont le même point de vue sur la notion de mouvement de rotation. Nous avons l'impression que pour elles, le mouvement de rotation n'est pas lié à l'angle. On dirait que le mouvement de rotation est le fait que la roue tourne. Peut-être que pour elles, le mouvement veut dire translation et que le mot rotation est lié à un mouvement circulaire et qu'elles n'arrivent pas à saisir le sens de mouvement de rotation. Peut-être aussi qu'elles confondent le déplacement du vélo avec celui de la valve. Nous verrons que ces possibilités vont se confirmer.

Pourtant, en amont de la discussion, Yasmine a exprimé clairement son accord avec François, lorsque ce dernier avait parlé de circonférence. Elle n'a peut-être pas pris « conscience *de ses démarches de pensée* » (Gauthier et Tardif, 2005) ou encore elle n'accepte peut-être pas l'angle en tant que variable.

James : *Si tu es là, tu veux te rendre là. C'est quoi la manière la plus facile pour trouver ta distance ici ? C'est avec l'angle, la fraction de l'angle que représente la partie de 360°. Ça va être égal selon la circonférence.*
Yasmine : *C'est bon, mais je ne vois pas comment ça peut être une variable du mouvement. Peu importe, ça va rester une rotation.*

Ce qui confirme que Marie et Yasmine n'acceptent pas l'angle comme variable du mouvement. L'une des possibilités est qu'elles considèrent le mouvement comme un déplacement linéaire, alors que dans cette situation il s'agit d'un mouvement rotationnel. L'autre cas est qu'elles réfléchissent en termes de mouvement de vélo et non en termes de mouvement de la roue. Ou encore qu'elles n'ont pas assimilé le rôle de la valve comme point fixe sur la roue qui permet d'observer son changement de position selon la rotation. Ajouté à cela, les deux filles ont de la difficulté à faire le lien entre le mouvement de rotation et l'angle, même si elles ont compris que l'angle a un lien avec la circonférence et que la circonférence a un lien avec la vitesse. Par un processus social, les autres élèves essayent de leur fournir des explications.

James : *Si tu l'as prends comme ça* (il parle de la roue) *puis qu'elle tourne, dans le fond comme si qu'elle avançait, sauf que t'es stationnaire, c'est une autre façon de le représenter.*
Florence : *Comme du vélo stationnaire.*
Yasmine : *Ok je comprends, c'est bon. Merci James, je suis très visuelle.*
Marie : *Moi je trouve que le mouvement va rester le même peu importe. La distance parcourue là.*

Voyant que les deux filles n'arrivaient toujours pas à faire le lien entre l'angle et le mouvement, nous avons décidé d'intervenir. Une minute plus tard et après une tentative d'explication :

Marie : *Dans la question, ça dit toutes les variables dans le mouvement. L'angle, il va rien changer au mouvement.*
Chercheuse : Marie *dit que le mouvement est pareil. Mais pour la personne qui fait tourner la roue ce n'est pas pareil du tout entre rouler un kilomètre ou rouler 500 kilomètres. Il y a une différence.*

Nous nous sommes mal exprimés, nous aurions dû dire que pour parcourir par exemple 2m, il faut que la roue fasse un tour. Pour avancer de 2m et demi, il faut que la roue fasse un tour et un quart. L'explication telle que donnée au cours de la séance prête à confusion.

En écrivant sur le tableau

Chercheuse : *En premier vous avez parlé de la hauteur, puis elle a dit la vitesse, si on décompose cette vitesse.*
André : *Mètre par seconde.*

La réponse d'André exprime la vitesse en mètre par seconde, qui peut faire référence à un déplacement linéaire.

Chercheuse : *Si on fait la vitesse de rotation, les variables seraient quoi ?*
André : *Tour par minute.*
Chercheuse : *Et nombre de tour, un tour c'est quoi ?*
Yasmine : *360°.*
Chercheuse : *Un tour égal 360°.*
Chercheuse : *Si on fait moins qu'un tour ?*
Yasmine : *Une partie de 360°.*
Chercheuse : *C'est une partie de 360°, c'est un angle. Est-ce que c'est plus clair ?*
Marie : *Oui.*

En utilisant un processus d'explication qui s'apparente au contrat didactique usuel de la classe, Marie comprend mieux.

4.2.1 Discussion.

Pour pouvoir conclure, nous présentons un tableau récapitulatif de l'analyse a posteriori. Cette analyse a été effectuée selon les deux premiers points de la grille (figure 3.2) c'est-à-dire points 1 et 2 de la partie 1(1/3).

Tableau 4.1 Analyse a posteriori de la séance 1

	Observations	Notre interprétation
Marie Yasmine	- Difficultés à dégager les éléments pertinents à la modélisation ; -Problèmes de coordination entre représentations.	- Elle n'arrive pas à voir l'angle comme variable, ce qui rend difficile le choix des variables pour la première étape c'est-à-dire pour la construction du « modèle de ». -difficulté à percevoir la différence entre mouvement de déplacement résultant d'une rotation et la rotation en tant que mouvement circulaire.
James François Matisse	- Faciliter à comprendre ce qui est recherché dans la situation. - Rappel de connaissances et adaptation.	- aucune difficulté avec la différence entre mouvement comme résultat d'une rotation et une rotation. -l'aisance de François est telle qu'il se lance spontanément dans l'explication de la situation aux autres.
Mathieu, André et Florence		Ces deux élèves ne se sont pas exprimés suffisamment, nous n'avons pas pu faire d'observations.

Lors de cette séance, trois types de comportements face au processus de modélisation sont apparus. En premier les élèves spectateurs : Florence, Mathieu et André observent, écoutent mais n'interviennent pas (ou juste une fois pour Florence), ils n'écrivent rien et ne schématisent rien, aucun moyen de mesurer leur compréhension ou leur processus de réflexion pour l'obtention des variables mises en jeu dans le système fonctionnel étudié. Peut-être que c'est un effet engendré par la rupture avec le contrat didactique habituel.

En deuxième les élèves qui ne comprennent pas la situation ou encore qui ont du mal à retirer de la situation les variables qui vont en permettre la modélisation. Dans cette catégorie, nous allons retrouver Marie et Yasmine. Ces deux élèves avaient déjà montré lors du pré-test des difficultés à tirer d'une situation fonctionnelle les variables qui en permettent la modélisation mathématique. Cette tendance s'est confirmée à la deuxième séance. Nous ne savons pas à quoi est due cette difficulté ; 1) peut-être que les énoncés proposés sont trop compliqués pour elles ou 2) peut-être est-ce à cause du contrat didactique usuel, elles n'ont pas l'habitude de réfléchir sur ce que sont les variables et laquelle est la dépendante ou encore l'indépendante, 3) peut-être aussi est-ce à cause des explications données en début de la séance, ces explications les ont peut-être brouillées au lieu de les aider à comprendre. À la fin de la séance, Marie et Yasmine disent qu'elles ont compris. L'observation de leur comportement dans la séance qui va suivre nous permettra de confirmer si elles ont effectivement compris.

En troisième les élèves qui ont compris la situation et qui ont su dégager les variables permettant la modélisation mathématique. Dans cette catégorie, nous allons retrouver James, François et Matisse. Même si Matisse n'est pas beaucoup intervenu, ses interventions, sa réaction et ses expressions physiques nous laissent croire qu'il s'est approprié la situation. Pour James et François, nous n'avons pas de doute à ce stade de l'analyse, ils se sont appropriés la situation.

4.3 Analyse a posteriori : séance2.

Dans cette section l'objectif de l'analyse est de comprendre le processus déployé pour la construction de la table des valeurs et par la suite celle du graphique.

Lors de cette séance, les élèves ont quelques minutes pour répondre aux questions notées dans leur document. Une discussion est lancée autour des procédures prévues pour la prise des mesures. Dans ce qui suit, nous allons analyser les discussions dyades M_1 et M_2, puis dyade A_1 et A_2. Le but est de voir le processus de la prise de mesure chez les élèves et comment ils aboutissent aux « modèle de » table de valeurs et au « modèle subséquent » le graphique. Pour cela nous rappelons que :

Tableau 4.2 Dyades et Objets

	Sans technologies	Avec technologies	Roue
Dyade M_1 Florence et André	X		Grande
Dyade M_2 Yasmine et Mathieu	X		Petite
Dyade A_1 François et Matisse		X	Grande Au départ, la valve est sur l'axe horizontal.
Dyade A_2 Marie et James		X	Petite Au départ, la valve est à 60° de l'axe horizontal.

4.3.1 Analyse du travail des dyades M_1 et M_2.

a) Analyse de la réflexion pré-discussion de la dyade M_1 :

Les deux élèves commencent la manipulation. Ils discutent sur la manière de procéder.

Florence : *C'est qu'il faut 13 mesures.*
André : *Je me suis dis qu'il fallait faire juste sur l'axe des 180° parce que après ça revient de même tu sais.*

André remarque avant même qu'il ne commence la prise de mesure dès le début la symétrie. Sa gestuelle a montré qu'il voulait prendre les 13 mesures dans la première moitié du cercle, c'est ce qu'il veut dire par «*l'axe des 180°* ». Pour cela, il propose à sa partenaire de diviser 180 par 13.

Florence : *Ça se peut pas.*
André : *Non, non.*
Florence : *Ça va donner un nombre à virgule.*

Pour Florence, les valeurs à trouver doivent être des valeurs entières. D'après son discours, si ce n'est pas un nombre entier, ce n'est pas précis.

Florence : *Non, on a besoin d'être plus précis.*

Les deux partenaires continuent à discuter tout en prenant des mesures, puis André propose de trouver la hauteur jusqu'à arriver à l'angle 90° puis de s'arrêter.

André : *Est-ce qu'on peut faire les 90°, parce que rendu ici ça va faire les mêmes mesures.*

Cet élève a encore remarqué la symétrie des valeurs de la hauteur par rapport à l'axe vertical de la roue. Nous avons l'impression qu'il cherche un moyen de prendre le moins de mesures, peut-être que pour lui 13 mesures, c'était trop ? Florence le ramène à l'ordre et le pousse à continuer de prendre les mesures. C'est l'observation du processus de prise de mesure des élèves (point 1 de la partie (2/3) de la grille (figure 3.2)), qui a permis ces constatations.

b) Analyse de la réflexion pré-discussion de la dyade M_2 :

En parallèle, les partenaires de la dyade 2 discutent sur la manière d'obtenir les 13 valeurs pour la variable indépendante.

Yasmine : *Regarde, on va prendre 1 ... de calculatrice on va faire 360 que divise par 13.*
Mathieu : *27,69.*
Yasmine : *Ça fait combien de π, ça fait combien de radian ?*

Suite à la dernière explication donnée à la séance d'avant sur le lien entre les unités de mesures d'angles radians et degrés, les deux partenaires passent un long moment à essayer d'avoir les valeurs en radians. Ils font toutes sortes de manipulation avec la calculatrice, avec le matériel fourni, puis ils demandent un rapporteur. Ils concluent alors :

Mathieu : *Un radian c'est 360.*
Yasmine : *Oui, un radian c'est 2π.*

Il est clair que la notion de radian les a complètement brouillés. Ils continuent d'essayer de comprendre tout en écoutant les autres.

Ils reviennent sur 27,7° puis :

Yasmine (à la chercheuse) : *Si tu divises par 13, tu as 27,7.*

Chercheuse : *Si tu divises par 13, tu vas avoir 14 valeurs à intervalle régulier.*

Yasmine : *C'est vrai, si on divise par 12, on va avoir 13 valeurs à intervalle régulier.*

Après avoir remarqué que les élèves cherchent 13 intervalles égaux au lieu de 13 valeurs, nous décidons de le leur faire remarquer. La longueur des intervalles est de 30° (π/6). Étant devenues entières, ces valeurs sont mieux acceptées. Les élèves ne cherchent même plus à les convertir en radian.

Après un court échange avec l'autre dyade sur la tâche à faire,

Yasmine déclare : *Qu'est-ce qu'on cherche là ? La hauteur de ta valve c'est ça qu'on cherche !*

Mathieu : *Hum hum, oui.*

Il semble que Yasmine, après l'épisode du radian, avait perdu de vue l'objectif de la manipulation. Par son questionnement, elle se remet dans le contexte, et par la même occasion, elle ramène son partenaire et les membres de l'autre dyade. C'est en observant les liens que les élèves ont établi lors du passage entre les modèles que cette observation a pu être faite (point 1 de la partie 1(3/3)de la grille d'analyse (figure 3.2)).

Suite à l'observation du processus de prise de mesure et comment ces dernières sont utilisées pour la suite de la modélisation (partie 1(2/3) de la grille d'analyse (figure 3.2)), il a été remarqué que Yasmine et Mathieu commencent d'abord à travailler avec les outils fournis, puis ils voient la possibilité d'avoir la hauteur à partir de la formule du sinus. C'est alors qu'ils élaborent une table de valeurs à partir de calculs mathématiques et non à partir de mesures:

			r = 20 cm
0°	→	0 cm	Sin [illegible] · r
30°	→	10cm	
60°	→	17,32 cm	
90°	→	20 cm	
120°	→	17,32 cm	
150°	→	10 cm	
180°	→	0 cm	
210°	→	-10 cm	

Figure 4.1 Table de valeurs de Yasmine et Mathieu

Ce n'est qu'en élaborant cette table, que ces deux élèves remarquent la symétrie des valeurs.

Yasmine : *Il va y avoir une relation un moment donné, c'est clair.*

Cette remarque indique que Yasmine est en plein processus de modélisation (point 1 partie1(3/3) de la grille d'analyse (figure 3.2)).

Yasmine : *Après ça, on va faire le graphique, ça va peut être nous donner quelque chose.*
Mathieu : *Le cercle c'est une roue, ça va revenir.*

Toujours selon le premier point de la partie 1(3/3) de la grille d'analyse (figure 3.2), il a été possible de voir qu'avec cette réflexion, Mathieu poursuit la construction du modèle subséquent. Une fois l'intervalle trouvé et la table de valeurs calculée, les deux élèves commencent, à observer les valeurs que prend la hauteur et à faire des déductions et des prévisions sur l'allure de la courbe. Ils font des liens entre la table des valeurs et le graphique. Pour ces deux élèves, le processus de modélisation est bien enclenché.

c) Analyse de la discussion entre les dyades M_1 et M_2.

Lors de cette discussion, il est surtout question des valeurs qui reviennent (symétrie).

Florence : *Ça va faire une fonction qui va faire ça, ça va faire des vagues.*
Yasmine : *Comment ça, ça va faire des vagues ?*
Mathieu : *Ça va tout le temps faire ça, ça va tout le temps revenir à 0.*

Dans ce dialogue, nous constatons que ces 3 élèves arrivent à prévoir l'allure de la courbe avant de la tracer. Ces élèves élaborent les modèles subséquents nécessaires au principe de la modélisation émergente (point 1 partie 1(3/3) de la grille d'analyse (figure 3.2)).

Tous recommencent à travailler pour voir l'allure de la courbe.

d) Analyse de la réflexion post-discussion de la dyade M_1.

Florence et André calculent l'intervalle. La valeur trouvée leur convient parfaitement. Florence insiste sur l'allure de la courbe et André cherche à voir le comportement possible des valeurs pour faire le moins de prises de mesures possible.

Après avoir commencé à prendre les mesures, ils entendent les membres de l'autre dyade discuter sur les valeurs calculées à partir du rapport sinus.

Florence : *Mais je pense qu'on devrait le calculer mathématiquement, comme eux. Parce que la règle...*

Florence perd confiance en entendant les autres parlers de calculs mathématiques.

André : *Au pire on en fait trois, puis on change de signe.*

André cherche toujours le moyen de faire le moins de mesures possible, il n'écoute pas sa partenaire parler de règles. Florence le ramène à l'ordre. Elle veut maintenant calculer toutes les valeurs « mathématiquement », les objets physiques fournis ne sont alors utilisés que pour la vérification.

Nous ne nous attendions pas à cette réaction. Nous pensions que les élèves allaient prendre les mesures puis se vérifier avec les calculs, ils se sont écartés du standard des manipulations. Le fait qu'ils ne soient pas habitués à construire leurs tables de valeurs à partir de mesures ou de manipulations d'objets peut être une cause. Peut-être aussi que pour ces élèves, être dans une classe de mathématique implique faire des calculs précis et exacts, sans laisser de place à l'imprécision ou aux marges d'erreurs que peut engendrer une manipulation.

Voici les traces de la réflexion de Florence et André :

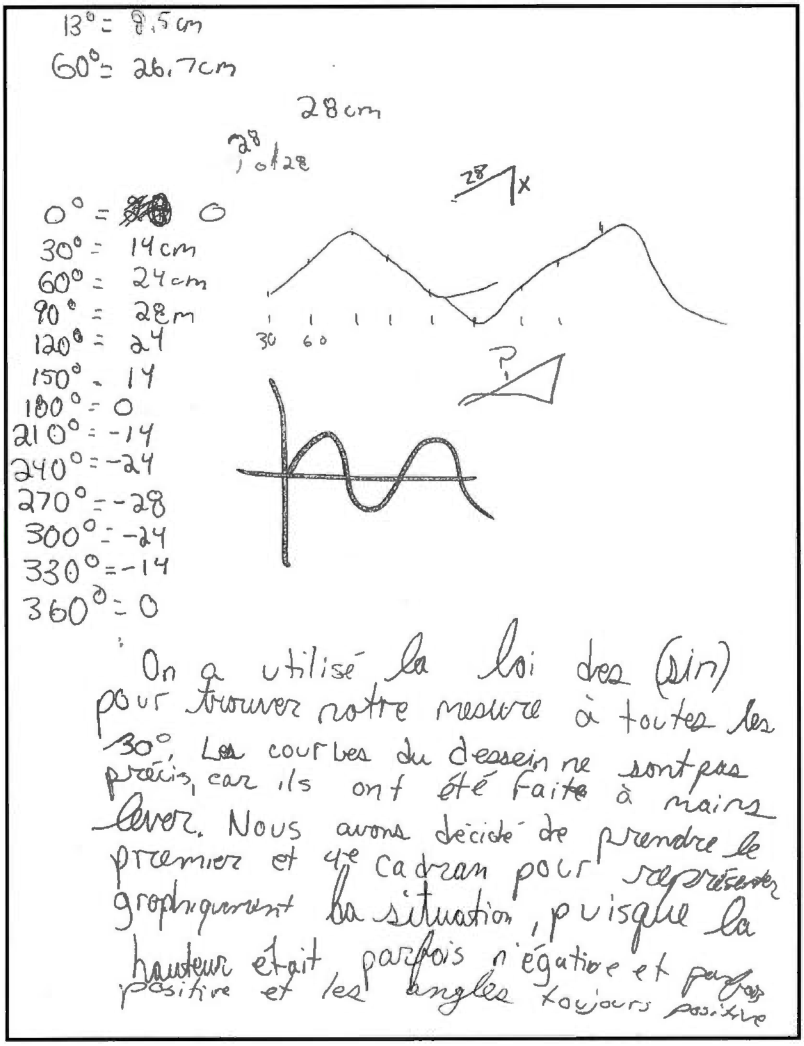


Figure 4.2 Réflexion de Florence et André

À travers ces écrits nous pouvons voir que les deux premières lignes sont des valeurs résultantes d'une mesure : ici il faut lire l'égalité comme « à 13 degrés la hauteur est de 8,5 cm ». Puis le 28 cm indique la mesure du rayon, l'information émerge et le modèle se construit. Le triangle incomplet avec x et 28 permet une visualisation de l'adaptation du rapport sinus par les élèves pour cette situation. La colonne de gauche est le « modèle de » obtenu non pas par mesure mais par calcul. Le graphique à main levée illustre les prévisions des élèves sur la possible allure de la courbe qui modéliserait la situation, il s'agit d'une première apparition du modèle subséquent « le graphique ». Le paragraphe explique et justifie le processus de modélisation choisi par les élèves. À travers cette copie il est aisé de relever les éléments d'observation des points 1 et 2 de la partie 1(2/3) et du point 1 partie 1(3/3) de la grille d'analyse (figure 3.2).

e) Analyse de la réflexion post-discussion de la dyade M_2.

Yasmine et Mathieu reprennent le travail avec une discussion sur le nombre de fois qu'une valeur pouvait revenir.

Puis, Yasmine pose une question :

Yasmine : *Si on faisait un graphique et qu'on le dessine de même.*

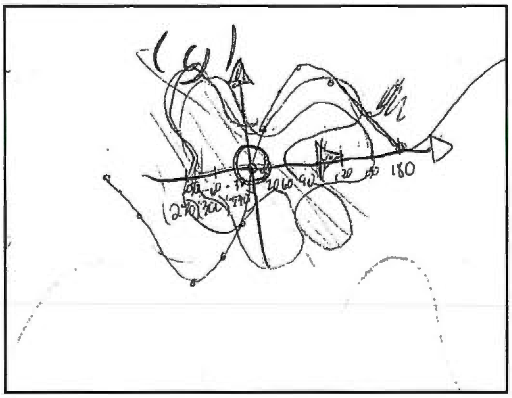


Figure 4.3 Représentation graphique spontanée de Yasmine

Dans cette image, il faut voir la courbe sur laquelle nous pouvons apercevoir des points.

Yasmine : *Est-ce que je peux faire le premier puis le troisième quadrant ? C'est juste qu'on voit jamais, on voit jamais là.*
Mathieu : *Je ne vois pas ce que tu veux dire ?*
Chercheuse : *Essaye de le convaincre lui.*

Yasmine veut tracer la courbe entre le troisième et le premier quadrant. Parce qu'elle veut faire différemment, elle veut que ça soit beau. L'élève s'est bien appropriée la situation, elle arrive même à conjecturer sur l'allure de la courbe de part et d'autre des bornes de sa table des valeurs, mais elle a du mal à justifier ses pensées. Son partenaire n'a pas eu cette intuition au départ, mais en faisant le lien avec ce qu'il a vu dans ses cours, il parvient à justifier les valeurs que prend la variable indépendante dans l'intervalle choisi.

La manipulation des objets physiques a permis à ces élèves de comprendre le fonctionnement du système et de découvrir la relation mathématique qui relie les variables. Cette découverte a fait en sorte que les élèves ont construit des tables de valeurs, à partir de la formule mathématique découverte et non à partir de la prise de mesures, Les objets ne sont alors utilisés que pour la vérification. C'est en observant le processus de manipulation des instruments (le point 1 de la partie 2(1/2) de la grille (figure 3.2)) que ces constatations ont pu être faites.

4.3.2 Analyse du travail des dyades A_1 et A_2.

a) Analyse de la réflexion pré-discussion de la dyade A_1.

François et Matisse commencent par répondre aux questions qui leur ont été posées dans les cahiers d'élèves, en échangeant leurs points de vue, c'est-à-dire qu'ils se concertent sur les réponses à donner. La question : Comment tu vas avoir tes variables indépendantes ? Les a amenés à réfléchir sur une formule mathématique qui permettrait d'obtenir ces valeurs, alors que nous voulions plutôt qu'ils décrivent comment ils pensaient procéder, avec les outils fournis, pour trouver les variables indépendantes, ces valeurs n'étant pas directement observables sur l'écran.

François : *Inversion de tangente. Non mieux, inversion de sinus, genre par rapport à la hauteur.*

François a remarqué qu'appliquer les rapports trigonométriques allait lui permettre de trouver la hauteur. À partir de là, François et Matisse se lancent dans des calculs avec le sinus (point 1 partie 2(1/2) de la grille d'analyse (figure 3.2)).

Ils regardent la vidéo de la roue pour essayer de découvrir laquelle des tangentes ou sinus allait permettre de trouver les angles. Aucune mesure n'est prise.

b) Analyse de la réflexion pré-discussion de la dyade A_2.

Marie : *Est-ce qu'on échange pour voir ce que t'as écris ?*
James : *Oui.*
Marie : *On a la même méthode, on n'a pas à se mettre d'accord sur quoi que se soit.*

Les deux élèves n'éprouvent pas le besoin de discuter des procédures de prises de mesure. Ils commencent directement avec la manipulation du logiciel.

La première remarque de James concerne l'élément qui indiqué l'échelle sur la vidéo.

James : *Qu'est-ce qui est 65 cm. ?*
James : *Ça sert à quoi de savoir qu'à partir de là c'est 65cm. ?*
Marie : *On voit la roue tourner.*
James : *Le bouton play, il est où ? Oh, il est là.*
James : *Étalonnage !*

Figure 4.4 Image affichée sur l'écran de James

En observant le comportement de James du point de vue de l'instrumentation (point2 partie 2(1/2) de la grille (figure 3.2)) il a été possible de constater que les remarques de James et les questions sur l'emplacement des boutons indiquent des failles dans son processus d'instrumentation d'AviMéca, ce qui a eu comme conséquences une configuration non adéquatement du logiciel pour la prise de mesures.

Tout de suite après la réflexion de James, Marie, qui était en train de faire l'étalonnage, demande :

Marie : *On met au centre de la roue ? La distance ...échelle, on met 1 comme échelle, c'est ça ? Est-ce que tu as fini tes points ?*

Elle utilise la valeur de l'échelle utilisée dans le pré-test, elle ne remarque pas l'objet qui permet d'avoir l'échelle sur la vidéo. Elle aussi n'a pas l'air de s'être approprié AviMéca. Peut-être que le temps alloué pour l'appropriation des artefacts n'était pas suffisant ou encore peut-être est-ce une conséquence du problème rencontré lors de la séance d'instrumentation. Possiblement aussi, qu'il aurait été mieux de choisir une autre valeur que 1 pour définir l'échelle dans la situation d'instrumentation « La balançoire » (toujours selon le point2 partie2 (1/2) de la grille (figure 3.2)).

c) Analyse de la discussion entre chercheuse et les dyades A_1 et A_2.

La discussion a tourné autour du nombre d'images qui va permettre d'observer un tour complet de la roue. Puis, nous avons expliqué comment faire pour connaître la longueur de l'intervalle. Mauvais jugement. Il aurait fallu les laisser travailler sans aucune intervention. Nous sommes convaincus maintenant qu'ils auraient procédé autrement.

d) Analyse du travail post-discussion de la dyade A_1.

Tout en travaillant sur le nombre d'images nécessaires pour voir un tour de roue complet, François et Matisse écoutent la discussion tenue par les membres de la dyade M_1.

François : *La fonction qu'on va avoir va ressembler à des vagues.*
Matisse : *Je suis pas sûr.*

François explique à Matisse pourquoi ils vont avoir des « vagues ». Matisse semble alors convaincu.

Ils continuent à travailler jusqu'à obtenir la colonne des angles. Les éléments de la partie 2 de la grille d'analyse (figure 3.2)permettent de voir que François et Matisse n'ont eu aucune difficulté au niveau de l'étalonnage, leur système d'axe est bien placé et l'échelle correctement configurée.

François relance :

François : *Je ne vois pas comment on peut faire une fonction avec des vagues* (il sous-entend : quelle serait l'expression d'une telle fonction).

Après avoir entendu les autres, François arrive à discuter sur la représentation de l'autre dyade c'est-à-dire la représentation en forme de « vague », mais il n'a pas encore construit les éléments qui lui permettent de conjecturer sur l'expression analytique, c'est l'analyse du processus de construction des liens entre « modèle subséquent » et « modèle pour » qui a permis de faire ses observations (point 2 partie 1(3/3) de la grille d'analyse (figure 3.2)).

Matisse : *Ça va être un cercle.*
François : *Tu as la hauteur, pas en fonction de cette longueur mais en fonction des angles, donc ça va faire des vagues.*

François a mieux compris le fonctionnement du système que Matisse. Il fait la différence entre le système d'axe d'AviMéca et celui qu'il devra construire pour tracer la courbe demandée, mais nous ne savons pas si cette compréhension est le résultat de la manipulation sur AviMéca ou suite à l'observation des équipes qui travaillent avec objets physiques (point 2et 3 de la partie 2 de la grille (figure 3.2)).

Lors de leur discussion, nous avons perçu que François et Matisse calculent les valeurs des angles à partir des formules mathématiques. François explique à son partenaire qu'il faut changer de procédure :

François : *On n' a même pas besoin d'utiliser cette technique là. Si on utilise le sinus, on a juste besoin si on n'a pas toutes nos données et tous les intervalles entre les données. Mais là comme on a déjà toutes les données, et on a l'intervalle, ça sert à rien.*

François vient de remarquer qu'il peut obtenir toute les valeurs à partir d'AviMéca. François a réagi d'une manière opposée à celle des dyades M_1 et M_2. Il a commencé par remarquer les relations mathématiques, puis il a préféré procéder par la mesure. Alors que dans les dyades M_1 et M_2, les élèves ont commencé par la mesure pour se rendre compte des relations mathématiques et donc, opter pour le calcul (partie2, points 1 et 2 de la partie1 (2/3) et point de la partie 1 (3/3) de la grille (figure 3.2)).

François et Matisse optent donc pour le calcul des valeurs d'angles à partir du nombre d'images qui permet de visualiser un tour complet de la roue. Puis ils tracent leur graphique. Lors de la sauvegarde, ils se rendent compte trop tard d'une erreur d'enregistrement. Il n'y a pas de copie Ms Excel de leur fichier.

En résumé, après un long processus de réflexion et d'observation, François et Matisse réussissent à produire une table de valeurs à partir des mesures prises sur AviMéca. François, plus que Matisse, a réussi à construire les éléments cognitifs qui lui permettent d'établir les modèles subséquents.

e) Analyse du travail post-discussion de la dyade A_2.

Marie et James reprennent le travail en relevant le nombre d'images nécessaires pour observer un tour de roue complet. Puis, ils passent sur Ms Excel :

James : *Les x ceux qui disent c'est que c'est en mètre, nous, on veut les angles. quoi ?*

Début du travail pour trouver l'angle de déplacement par images.

Marie : *Jusqu'à 69 ou jusqu'à 86 ?*

Marie demande combien de mesures vont-ils considérer dans leur table de valeurs, 69 étant le nombre d'images pour que la roue fasse un tour complet et 86 le nombre total de mesures prises.

James : *Oui, any way, le radian continue à avancer.*

James explique que cela n'a pas d'importance que la roue tourne, les angles de plus en plus grands vont s'étaler sur l'axe. Une longue discussion autour des valeurs de l'angle s'en est suivie. A un moment donné James réalise que selon leur vidéo l'angle de départ ne peut pas être nul :

James : *Ce que je ne comprends pas, tu ne peux pas partir de là et dire que l'axe est (0,0) parce qu'on n'a pas placé notre axe en conséquence.*

Après 13 minutes et 42 secondes, James et Marie ne trouvent toujours pas comment calculer les angles. Par contre, au bout de ce temps, James réalise qu'au point de départ de la vidéo, la valve n'est pas placée sur l'axe horizontal.

Marie : *Oui.*
James : *D'ici, notre angle c'est pas 0 radian.*
Marie : *Parce que la roue elle bouge.*
James : *C'est pas qu'elle bouge. Mais elle n'est pas partie à « 0 », elle est partie comme à 55°, 60°. Il va falloir trouver notre angle. Je n'ai pas trouvé comment faire* tan^{-1} *sur Ms Excel.*
Marie : *Excel a pris cela en mètre.*

Les deux élèves ne comprennent pas que les mesures prises avec AviMéca et transférées sur Ms Excel sont en mètre. Ils n'arrivent pas à voir qu'il y a des calculs à faire pour trouver les angles.

James : *Oui, puis, en plus, vu qu'il a pris en mètre, il va falloir transformer avec 65cm. Le 65cm, ça n'a pas était calculé jusque là.*

Dû à « la non instrumentation » James n'a pas compris au départ l'utilité du 65cm qui apparaît à l'écran. Il pense que cette valeur n'est pas là pour rien et qu'il faut l'utiliser pour transformer les longueurs en angles (point 2 partie 2 de la grille (figure 3.2)).

Marie : *Ça va transformer les mètres en degrés ? Impossible.*
James : *Ben ça va pas être les mètres, ça va être ça divisé par ça, ça va être ton TAN. Donc ça va être TAN^{-1} donc si tu fais.*
Marie : *Attends.*
James : *Si la valve est là, le logiciel a pris ces deux mesures là.*
James : *Oui.*
Marie : *Attends. Est-ce que c'est ça qu'on cherche ? On cherche ça, c'est la hauteur, puis l'angle. Est-ce qu'on parle de cet angle là ?*

À partir de la vidéo, Marie re-visualise la situation et essaie de mettre de l'ordre.

James : *Oui.*
Marie : *Cet angle là, est-ce qu'on prend...*
James : *C'est un peu comme les vecteurs, c'est par rapport à l'axe des x.*
Marie : *Ok ! On n'a pas cet angle là, on a juste cette mesure là. On n'a ni l'hypoténuse ni l'autre y ni l'angle. Comment on va trouver ?*

En observant cette séquence sous l'optique de la partie 1 (2/3) et de la partie 2 de la grille (figure 3.2), il a été observé que la réponse de James avec les vecteurs a possiblement embrouillé Marie alors qu'elle était sur la bonne voie. Elle ne voit plus que l'hypoténuse est le rayon de la roue et que c'est une constante, que le *y* de la vidéo est la hauteur de la valve recherchée et qu'il est possible de l'obtenir par des clics sur la vidéo.

Après quelques essais, les deux élèves réalisent qu'ils sont face à une contradiction cognitive. Un élève qui se trouve face à une contradiction cognitive est un élève qui réalise à un moment donné dans sa résolution, que le résultat obtenu est faux. À ce moment là, si l'élève est incapable de corriger la situation, un malaise risque de se faire sentir (Hitt, 2004).

Marie : *Pourquoi ?*
James : *Parce que notre angle commence là et ce n'est pas vraiment un angle de 24°.*

La contradiction a engendré un climat de malaise au sein de la dyade. Ce malaise s'est exprimé par un silence de 13 secondes. À la suite de ce silence, Marie réagit.

Marie : *Confusion, on lui demande tu de l'aide ?*

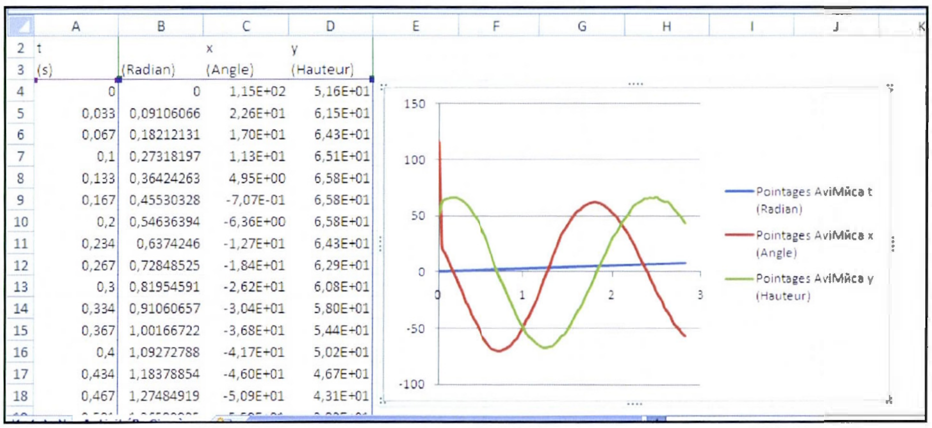
En même temps, la chercheuse rappelle à tout le groupe qu'il ne faut pas oublier d'enregistrer les fichiers Ms Excel avec le graphique. Les deux amis oublient leur question et se mettent à tracer la courbe puis enregistrent.

James : *Ça fait notre affaire.*

Nous ne savons pas ce que veut dire James par là. Il parle peut être de la courbe verte ou encore rouge qui font des vagues, lui aussi a peut-être entendu les autres élèves lors de leurs échanges.

Marie : *C'est quoi cela, les radians, hauteur, c'est pas supposé varier.*

Voici leur production :



	A	B	C	D
2	t		x	y
3	(s)	(Radian)	(Angle)	(Hauteur)
4	0	0	1,15E+02	5,16E+01
5	0,033	0,09106066	2,26E+01	6,15E+01
6	0,067	0,18212131	1,70E+01	6,43E+01
7	0,1	0,27318197	1,13E+01	6,51E+01
8	0,133	0,36424263	4,95E+00	6,58E+01
9	0,167	0,45530328	-7,07E-01	6,58E+01
10	0,2	0,54636394	-6,36E+00	6,58E+01
11	0,234	0,6374246	-1,27E+01	6,43E+01
12	0,267	0,72848525	-1,84E+01	6,29E+01
13	0,3	0,81954591	-2,62E+01	6,08E+01
14	0,334	0,91060657	-3,04E+01	5,80E+01
15	0,367	1,00166722	-3,68E+01	5,44E+01
16	0,4	1,09272788	-4,17E+01	5,02E+01
17	0,434	1,18378854	-4,60E+01	4,67E+01
18	0,467	1,27484919	-5,09E+01	4,31E+01

Figure 4.5 Production de Marie et James

Dans leur graphique, le tracé bleu représente la colonne radian en fonction de la colonne t. Le tracé vert représente la colonne y en fonction de la colonne t et le tracé rouge représente la colonne x en fonction de la colonne t

Marie remarque que le graphique est bizarre

James : *C'est parce que tu additionnes tout le temps. Ben bon, on va enregistrer ça.*

Il ne donne aucune autre explication. La mauvaise connaissance du logiciel Ms Excel a fortement contribué à embrouiller les deux élèves (point 2 de la partie 2 (1/2) de la grille (figure 3.2)).

Marie : *J'aurais une question.*
Chercheuse : *Oui.*
Marie : *Est-ce que tu peux revenir à la roue ?*

Marie demande à son ami d'afficher la vidéo sur AviMéca pour expliquer son interrogation.

James : *On a calculé ça avant la première mesure qu'on a obtenue pour la position initiale de la valve, c'était ça. Fait que ça se peut pas que ça soit 24°, c'est 40°, 50°.*

En regardant l'écran, les élèves semblent confus. L'angle calculé est différent de celui qui apparaît sur l'écran (il s'agit de l'angle formé par la droite horizontale et celui qui passe par le point rouge).

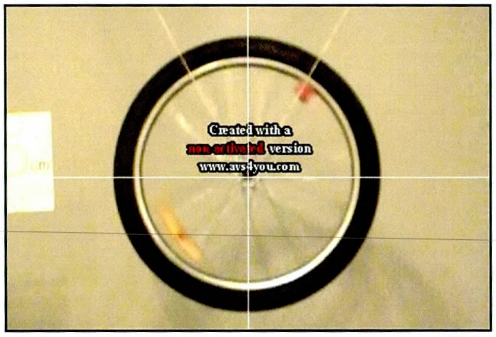


Figure 4.6 Image affichée sur l'écran de la dyade A_2

Chercheuse : *Pourquoi vous n'avez pas mesuré directement sur l'écran ?*

Cette intervention aurait dû aboutir en premier à l'échelle de la vidéo, puis pour la compréhension de ce que les élèves ont fait. Nous verrons cinq lignes plus loin qu'aucune explication n'a été donnée à cause de la fin de la séance.

Marie : *Je ne sais pas.*

Les élèves mesurent sur l'écran.

James et Marie : *60°.*
Marie : *Pourquoi ça donne 24° ?*

Marie fait référence au résultat de leur calcul

À ce moment là, la cloche retentit.

Chercheuse : *Note ça, on y répondra demain.*

Ce dialogue montre que les deux élèves déploient des efforts pour comprendre et faire les liens entre les représentations vidéo, table de valeurs et graphique sans y arriver. Plusieurs facteurs ont contribué à empêcher Marie et James à construire une table de valeurs qui représente la relation fonctionnelle entre l'angle de rotation et la hauteur de la valve. Le facteur le plus remarquable est la non instrumentation des artefacts, c'est-à-dire que les deux élèves n'ont pas développé les schèmes d'utilisation qui leur permettent de tirer profit des artefacts mis à leur disposition (partie 2 de la grille (figure 3.2)).

4.3.2 Discussion.

Toutes les équipes ont réussi à obtenir une table de valeurs et un graphique, mais tous n'ont pas eu la même réflexion ni obtenu les mêmes choses.

Dyade M_1 : Florence et André ont tout de suite perçu la symétrie dans le système système. La discussion avec leurs partenaires de la dyade A_2 leur a permis de s'exprimer sur la périodicité et sur l'allure de la courbe. Ces deux élèves se sont approprié la situation et ils sont parvenus à se la représenter aisément à l'aide de deux modèles différents, la table de valeurs et le graphique.

Par contre, en entendant leurs partenaires discuter, Florence comprend que les valeurs de la table peuvent être obtenues autrement que par la mesure, c'est-à-dire à partir de calculs mathématiques. Faisant plus confiance aux calculs mathématiques qu'à la prise de mesure, elle incite son partenaire à abandonner la mesure pour procéder aux calculs.

Dyade M_2 : les deux partenaires ont eu du mal à définir les 13 valeurs d'angles demandées, car ils avaient obtenu des valeurs non entières. Cette difficulté leur a fait perdre de vu ce qui leur est demandé. Yasmine réfléchit tout haut, elle ramène ainsi son partenaire vers la situation. La manipulation de la roue et des axes a permis aux deux élèves de remarquer la relation entre la hauteur et l'angle par l'intermédiaire du rapport sinus, mais sans remarquer la symétrie. C'est en élaborant leur table de valeurs par des calculs mathématiques qu'ils perçoivent la symétrie. Ce n'est qu'en discutant avec leur partenaires de la dyade M_1 qu'ils parviennent à émettre des prévisions quant à l'allure de la courbe.

Leur table de valeurs permet d'obtenir un graphique sur le premier et quatrième quadrant, mais Yasmine et Mathieu décident de représenter leur courbe dans le premier et le troisième quadrant sans adapter les valeurs de leur table, mais en fournissant une explication qui justifie les nouvelles valeurs de la variable indépendante. Ceci montre qu'ils se sont approprié le mouvement de rotation de la roue et la périodicité qui en découle.

Dyade A_1 : François et Matisse ont acquis les schèmes d'utilisation nécessaires à la manipulation de la vidéo sur AviMéca ainsi que ceux nécessaires à la production du graphique sur Ms Excel, malheureusement pas ceux nécessaires à l'enregistrement dans Ms Excel. Donc, ces deux élèves n'ont pas eu à réfléchir sur comment faire l'étalonnage et comment prendre les mesures. Toute leur attention est focalisée sur la production des représentations demandées.

François comprend mieux la situation que Matisse et perçoit mieux la nécessité des calculs pour trouver les angles. Notre réflexion sur le processus d'apprentissage et de mémorisation entrepris dans le cadre théorique nous a permis de constater que ces échanges ont amené François à faire un rappel et un traitement de l'information afin de pouvoir donner des explications à Matisse, ce qui a permis à ce dernier d'aboutir à la compréhension,

Nous remarquons aussi que la manipulation de la vidéo sur AviMéca avec l'observation du travail manuel effectué par la dyade M_1 a permis à François d'émettre une conjecture sur l'allure de la courbe.

Dyade A_2 : N'ayant pas développé les schèmes d'utilisation nécessaires à la manipulation de la vidéo sur AviMéca et ayant des schèmes instables quant à Ms Excel, Marie et James ont tenté de comprendre l'utilité de chaque bouton d'AviMéca ainsi que le type de mesures prises plutôt que d'essayer de comprendre le rôle des mesures dans les représentations demandées.

Le fait d'avoir trouvé une courbe parmi trois en forme de vague satisfait James même si Marie semble perplexe. En effet, James semble avoir entendu les membres des dyades M_1 et M_2 conjecturer sur l'allure de la courbe. Trouver une courbe de cette allure paraît le satisfaire, il ne vérifie pas que les variables représentées sont le temps et les hauteurs et non les angles et les hauteurs. Les deux représentations obtenues ressemblent aux représentations qui modélisent partiellement la situation mais il ne s'agit pas d'un modèle subséquent qui fait intervenir l'angle et la hauteur.

Il semble que les deux élèves n'ont construit ni le « modèle de » ni aucun autre modèle subséquent. De plus, ils se retrouvent face à deux contradictions : a) Les valeurs calculées ne correspondent pas aux valeurs obtenues par la mesure. Contradiction qu'ils n'acceptent pas et qu'ils n'arrivent pas à dépasser. b) L'allure de leur graphique, que James finit par accepter, mais le malaise de Marie montre qu'elle fait face à une contradiction qu'elle n'accepte pas.

4.4 Analyse a posteriori : Séance 5.

L'analyse de cette séance implique des observations selon la partie 1(3/3) de la grille (figure 3.2). Il va falloir relever tous les liens que les élèves font lors des passages entre les différents modèles vers le « modèle pour ». Avant de commencer cette analyse nous indiquons que lors des séances 3 et 4[17], dont l'analyse n'est pas présentée dans ce document, les différentes dyades ont échangé leurs impressions et ont comparé leurs productions. Ces discussions et comparaisons amenèrent les élèves à faire des déductions et à échanger des informations.

La séquence analysée ici comporte trois parties. Dans la première, les élèves bénéficient des échanges résultant des séances 3 et 4 en plus de leurs notes, de leurs graphiques et de leurs tables de valeurs, et à partir de ce qu'ils viennent de faire dans leur cours de mathématique, c'est-à-dire l'équation de la parabole, en dyade et aussi avec de petites interactions entre dyades, les élèves tentent de trouver l'expression analytique. La deuxième partie est enclenchée par une remarque faite par l'élève qui filme. Dans cette partie, les élèves essayent de voir pourquoi l'expression devrait contenir un sinus et comment on peut mettre en relation les deux variables en ayant comme intermédiaire le sinus. Dans la troisième partie, les élèves discutent, en grand groupe, de la validité de l'expression trouvée.

4.4.1 Analyse de la première partie de la séquence.

---

[17] Malheureusement, James était absent. Nous n'avons donc pas pu faire le retour sur le questionnement laissé en suspens à la troisième séance.

Entre la $17^{ième}$ minute et la $22^{ième}$ minute de la séance, les élèves, en dyade, réfléchissent sur l'expression algébrique qui modéliserait la situation.

Yasmine est la première qui parle à son partenaire de la parabole, modèle induit par ses connaissances. Pour cette élève, le graphique représente une parabole, donc l'expression recherchée serait l'expression d'une parabole. En même temps, François et Matisse recherchent le moyen d'avoir une expression qui modélise une courbe qui monte et qui descend, puis remonte et redescend encore. À la $19^{ième}$ minute, Matisse intervient :

Matisse : *Je ne pense pas que ça soit une parabole.*

À aucun moment, il n'a été question de parabole dans cette dyade, donc Matisse émet une opinion sur la discussion de ses voisins. Le modèle de Yasmine se trouve confronté ici. Par la manipulation répétitive de la simulation, Matisse arrive à douter du modèle de Yasmine. François continue dans le même contexte en expliquant :

François : *Non c'est ça, c'est comme deux paraboles de « jamé » ensemble. Ça c'est une parabole, mais ça c'est une parabole avec un a inverse. C'est une même fonction qui à chaque fois qu'on arrive à zéro, le a s'inverse. Comment on peut le faire, quand on arrive à 0 d'inverser le a ?*

François discute du modèle de Yasmine. Il tente de comprendre et de construire un nouveau modèle à partir de ce qu'il a acquis au cours de l'expérimentation.

François et Matisse continuent à faire des calculs à partir de leurs tables des valeurs et d'essayer de trouver une expression algébrique tout en faisant le lien avec les notions acquises et les connaissances sur la parabole. À ce moment, Yasmine parle de la nécessité d'avoir une constante qui serait possiblement 360°.

Soudain, à la $21^{ième}$ minute, Sonia, élève chargée de la caméra, intervient :

Sonia : *Il va falloir mettre un sin là dedans.*

Les élèves réagissent immédiatement à l'ouverture qui vient d'être proposée.

4.4.2 Analyse de la deuxième partie de la séquence.

La remarque de Sonia suscite une réaction instantanée chez Yasmine :

Yasmine : *Il y a un sin mais il n'y a pas de triangle là dedans ?*

Yasmine regarde la courbe. Sur le coup, elle ne fait pas de lien avec la procédure qui lui a permis de la tracer. Par contre, Mathieu fait ce lien. Cet élève se remémore à haute voix les étapes qui ont permis de calculer la hauteur. Voici sa réflexion.

Mathieu : *Attends, la roue on faisait sin, on le faisait avec quoi, pas la hauteur avec l'angle puis l'hypoténuse. Sin ça donne tout le temps ton y, donc f(x) si tu fais sin de l'angle θ, sin de θ, il faut l'hypoténuse, ben ton rayon.*

Yasmine et Mathieu ont travaillé avec la roue. Pour comprendre le rôle du sinus dans la relation, il leur a suffi de retourner à leur « modèle de » et à leur différents modèles subséquents pour produire le « modèle pour ».

Pour la dyade A_1 qui a travaillé avec le logiciel AviMéca et Ms Excel, l'approche est différente. En fait, les élèves n'ont pas calculé les valeurs de la table, ils ont plutôt pris des mesures par des clics et les mesures ont été affichées. En entendant Sonia parler de sinus ils ont dû revoir le système pour se remémorer qu'avant de prendre des mesures, il était question de calcul à l'aide des rapports trigonométriques. Suite à cela, ils ont fait le lien entre le sinus et la relation fonctionnelle à l'étude.

François : *Si on a le droit de mettre le sin, fait que le sin c'est quoi qui varie tout le temps, au fait quand le y égal l'angle, y égal à quoi, à sin de x ?*

À ce moment là, Mathieu discute avec Yasmine du rôle du rayon. En les écoutants, Matisse fait remarquer à François la nécessité d'intégrer le rayon.

François : *Notre y c'est notre hauteur. Non on met pas le rayon unitaire, fait attends, attends j'avais dit ça divise par ça fait que c'est ça, ça serait le rayon.*

En parlant de rayon unitaire, François fait référence à ses connaissances sur les relations trigonométriques dans un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesurerait une unité.

En parallèle, Marie et James discutent de la variation de la hauteur selon l'angle tout en regardant l'image fixe. C'est alors que Marie, qui venait aussi d'entendre Mathieu, fait remarquer à son partenaire que la variable *y* n'est rien d'autre que la hauteur. Selon son explication, cela lui permet d'appliquer les rapports trigonométriques.

Marie : *Fait qu'attends. Si sin de l'angle égal y sur le rayon, dans le fond si on veut isoler le y donc y égal sinθ fois r le rayon.*

Malgré toutes les contradictions et les obstacles de manipulation, Marie abouti au « modèle pour ». N'arrivant pas à se figurer le tracé d'une telle fonction, James revient sur l'idée de parabole.

James : *Normalement oui, sauf que nous on veut une parabole, fait que ça va donner des points.*

En même temps James fait des points en forme de cercle avec son doigt sur la table.

Jusque là, toutes les dyades ont abouti à une fonction $f(\theta) = sin\theta * r$ qui est le modèle analytique de la situation et donc le « modèle pour » au sens de Gravemeijer.

Nous avons Mathieu et Yasmine qui acceptent cette expression, François et Matisse qui acceptent l'expression mais qui la vérifient en faisant les calculs à partir de leur table de valeurs et Marie et James qui discutent de la viabilité de l'expression trouvée.

4.4.3 Analyse de la troisième partie de la séquence.

À la 27^{ième} minute, Yasmine nous demande si l'expression trouvée avec Mathieu est bonne. Nous n'avons pas le temps de répondre que James réagit :

James : *Non, là tu vas faire juste un cercle. Ton rayon il va être pareil.*

Mis à part François et Florence, tous semblent d'accord avec James. Les élèves voient le rayon comme la variable indépendante et non l'angle.

Voici la discussion qui découle :

Yasmine : *Ben là il faut que tu augmentes ton rayon.*
Florence : *C'est pas ton rayon que tu veux faire, ton rayon il variera pas c'est une roue, c'est ta hauteur.*
Yasmine : *Je dis qu'il faut ajouter une constante.*
François : *Le rayon c'est une constante.*

François n'a pas perdu de vue son système. Pour lui, le modèle construit est bien ancré.

François : *Tu montes, ça descend* (il parle de la hauteur en gesticulant), *notre angle en radian il augmente toujours, donc ça peut pas faire un cercle. La donnée ne peut pas revenir.*

Yasmine : *On va toujours revenir, le cercle revient tout le temps.*
François : *Non, parce que ton angle augmente tout le temps. Quand tu arrives à 360°, puis ça augmente, parce que si c'était un cercle ça serait plus une fonction.*
Marie : *Donc cette formule là est correcte.*

Le modèle analytique vient d'être accepté par la majorité. James reste perplexe, il donne l'impression de se trouver en face d'une contradiction. La suite de la séance va nous permettre en tant que chercheuse enseignante de faire l'institutionnalisation. Au cours de ce processus, les élèves se référeront aussi à la forme canonique de l'expression de la parabole pour ajouter et comprendre le rôle des paramètres h et k dans l'expression algébrique de la fonction sinus.

4.4.4 Discussion.

Il apparaît clairement que c'est en faisant appel à leurs connaissances sur la parabole, sur les relations trigonométriques dans le triangle et aussi en faisant appel à ce qui a été construit durant l'expérimentation que les élèves ont réussi à trouver l'expression analytique qui représentait le graphique en vague. Les élèves ont tout d'abord comparé leur graphique avec celui de la parabole. Ils essayent alors de trouver une expression qui modéliserait la situation à partir de l'expression canonique de la parabole.

Avant l'intervention de Sonia, par un processus de discussion, les élèves émettent des doutes par rapport à la forme parabolique du graphique. Ils commencent à voir une sorte d'addition de deux paraboles qui ont un coefficient « *a* » inversé. Le caractère périodique et infini du graphique vient renforcer leurs doutes. À ce moment de la séance, les élèves se trouvent dans une sorte d'impasse, une contradiction cognitive. L'intervention de Sonia ramène une nouvelle piste de réflexion pour trouver l'expression recherchée. C'est alors que les élèves font le lien entre le sinus, leur situation et les relations trigonométriques du triangle.

Les élèves qui ont manipulé les objets physiques se rappellent du lien qui relie la hauteur de la valve, l'angle et le sinus. Ces liens leur permettent de construire le « modèle pour ». Pour les élèves qui ont utilisé les objets technologiques, ce fut différent. Ils sont retournés vers la simulation pour revoir le système et réaliser cette relation. James, qui a confondu le système d'axe d'AviMéca et celui utilisé pour tracer le graphique, a du mal à voir le déroulement de l'angle sur l'axe, ce qui l'empêche de valider l'expression trouvée. François s'est mieux figuré la situation. Rappelons que lors de la séquence de prise de mesures, il travaillait sur AviMéca tout en observant la dyade M_1 manipuler sa roue, ce qui lui a permis de bien comprendre le rôle de chaque système d'axes et de bien se figurer le mouvement ainsi que le rôle de chaque variable et constante. François a ainsi acquis les connaissances nécessaires à la construction de l'expression, à sa validation et aussi à la communication. C'est François qui discute des doutes de James et qui arrive, par ses explications, à convaincre tout le groupe de la validité de l'expression.

4.5 Analyse du travail d'autoréflexion.

Pour l'étape d'autoréflexion, il a été proposé aux élèves de résoudre chez eux le devoir remis à la séance 5 (Appendice G). Malgré toutes les difficultés et les contradictions auxquelles Marie a fait face, elle est la seule à être arrivée, avec des objets physiques à reproduire chez elle ce qui a été fait en classe. Il faut se rappeler que Marie a été classifiée par l'enseignante comme une étudiante moyenne (voir section 3.5.7). Elle a produit une table de valeur à partir de la mesure puis tracé le graphique (question 1 Appendice G). Par contre elle réécrit l'expression de la fonction sous une forme générale (question 3 Appendice G). Elle ne remplace pas les paramètres par leurs valeurs. Ce qui suppose que les apprentissages acquis dans cette expérimentation ont laissé des traces et qu'ils méritent d'être approfondis pour être mieux exploités dans l'avenir. C'est-à-dire que l'activité a bien fonctionné avec une étudiante moyenne.

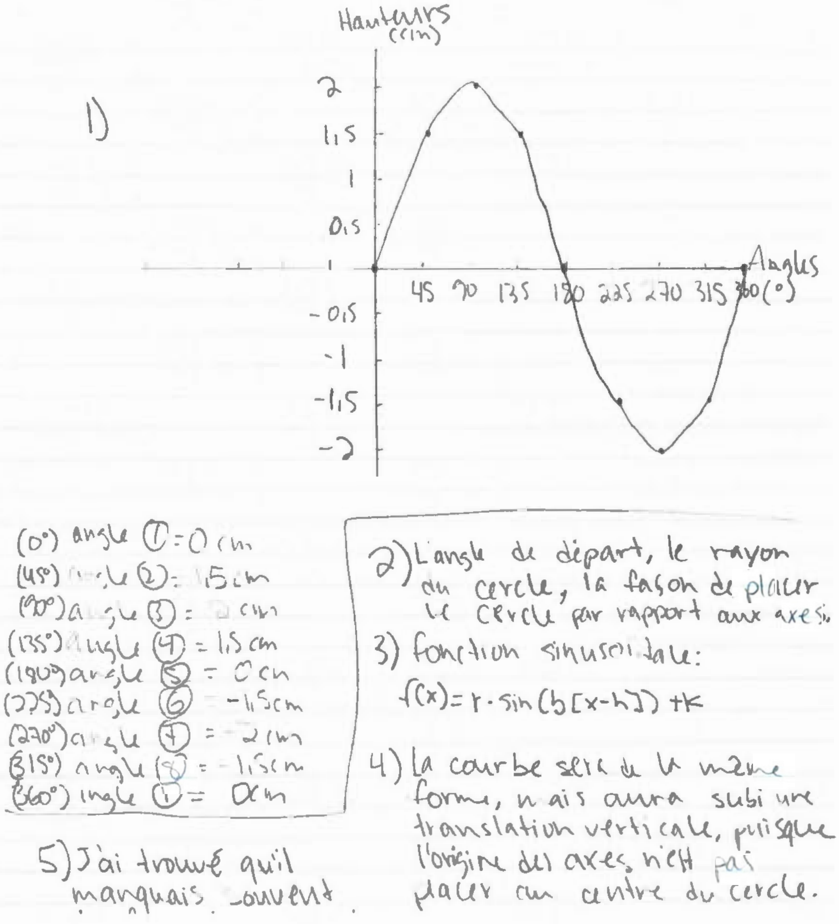


Figure 4.7 Devoir de Marie.

La manipulation physique et l'utilisation de la technologie ont probablement permis à cette étudiante de mieux saisir les différentes représentations pour arriver à la construction correcte du concept de fonction sinus tel qu'il avait été prévu dans notre analyse à priori.

CHAPITRE V

CONCLUSION

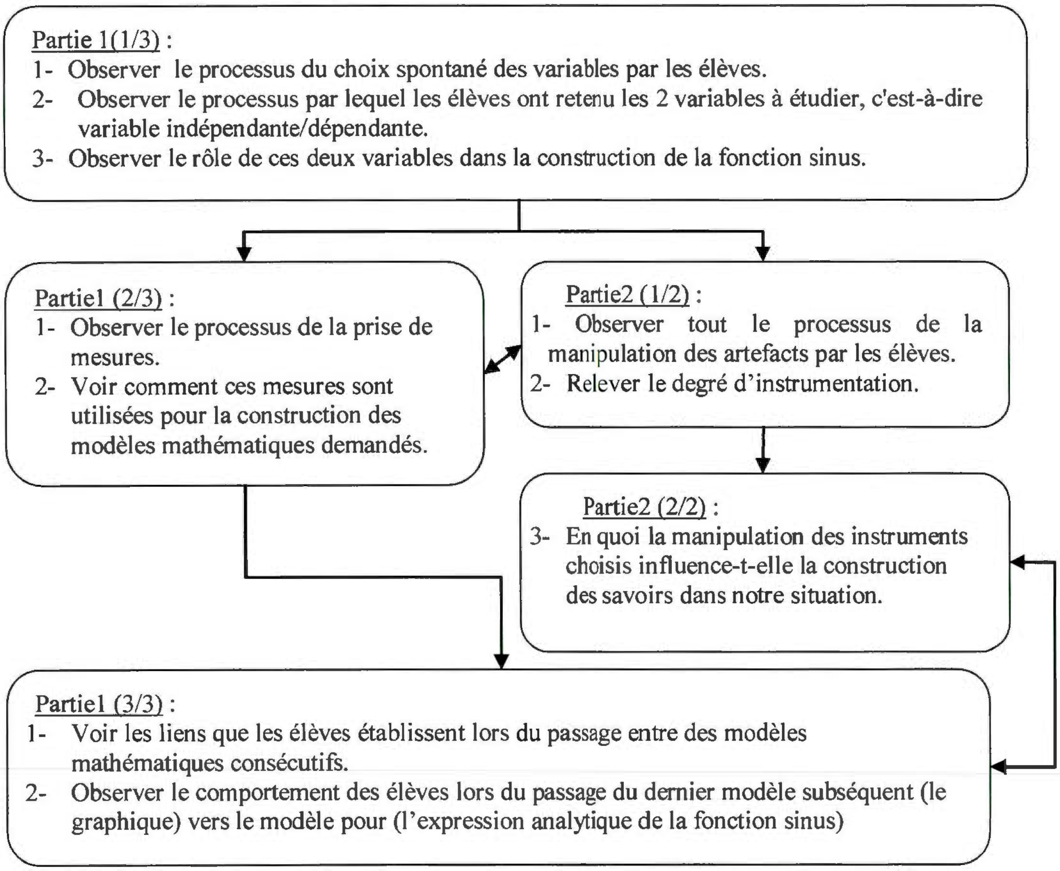
5.1 Validation.

La présente recherche a porté sur l'acquisition de nouvelles connaissances qui ont permis d'aboutir à des savoirs relatifs à la fonction sinus. Pour éviter des problèmes d'incompréhension, nous utilisons une situation-problème qui implique une approche à la fois par le cercle et par les rapports trigonométriques (Kendal et Stacey, 1998), et le principe de modélisation émergente (Gravemeijer, 2007) lors de la résolution. La recherche a été organisée selon la méthodologie de l'ingénierie didactique, c'est à travers le processus de validation que cette méthodologie permet de recueillir les éléments de réponses aux questions de recherche.

Rappelons que la question principale est : En nous aidant de la technologie, comment pourrions-nous amener l'apprentissage des fonctions sinus à partir de la modélisation d'une situation donnée, construite selon des faits tirés de la réalité? Pour répondre à cette question il faut répondre aux deux sous questions suivantes : 1) Lors de la résolution d'une situation-problème mettant en jeu une relation sinus, comment les élèves dégageront les éléments pertinents pour la construction de leurs modèles, autrement-dit, les éléments pertinents pour la construction des représentations mathématiques de la situation? 2) Lors du processus de modélisation, comment les élèves exploiteront les différents artefacts mis à leur disposition?

Dans ce qui suit, nous allons essayer de répondre à nos questions. Par contre, parce que les éléments de modélisation sont étroitement imbriqués avec la manipulation des outils, il n'est pas possible de répondre aux questions séparément.

Pour analyser toutes les séquences, nous nous sommes basés sur la grille (figure 3.2) établie à partir de notre cadre théorique:



Cette grille a permis de procéder à l'analyse a priori, puis à l'analyse a posteriori. Nous résumons ces deux analyses dans le tableau suivant :

Tableau 5.1 Analyse a posteriori vs analyse a priori

Page	Analyse a priori	Correspondance dans la grille d'analyse	Analyse a posteriori
81	Lors de cette analyse nous pensions qu'il n'y aurait pas de difficultés à cette étape. C'est-à-dire qu'il n'y aurait pas de problèmes à dégager les variables nécessaires à la modélisation.	Points 1 et 2 de la partie 1 (1/3)	- difficultés à voir l'angle comme variable dues à une difficulté dans le processus de dévolution. - difficulté à percevoir la différence entre le mouvement de translation engendré par la rotation et la rotation elle-même.
98	Ici nous pensions que les élèves construiraient la table des valeurs à partir des mesures. Nous pensions aussi que ce n'est qu'après avoir répété le processus de mesure plusieurs fois que le rapport entre l'angle et la hauteur était un rapport sinus. Nous n'avions pas prévu le processus de vérification, mais nous étions persuadés, avec raison, qu'avec les objets physiques il n'y aurait pas de problème d'instrumentation.	Partie 1 (2/3) et partie 2 (1/2)	Groupe M : - Les manipulations ont fait réalisé que le rapport entre la hauteur et l'angle était un rapport sinus. - Pour la construction du « modèle de », c'est-à-dire la table de valeur, les calculs sont retenus au détriment de la prise de mesure. - les objets sont utilisés une 1^{er} fois pour comprendre le fonctionnement puis une $2^{ième}$ fois pour vérifier les calculs, mais ils ne sont pas utilisés pour la construction du modèle.
99	Tout ce qui a été observé avait été prévu lors de l'analyse a priori sauf le recours à la tangente dans la discussion sur comment obtenir les valeurs de la variable indépendante.	Partie 2, partie 1 (2/3) et partie 1(3/3)	Groupe A : A_1 : l'instrumentation des objets technologiques a permis aux élèves de se concentrer sur la résolution et non sur comment utiliser les technologies. ce qui a contribué positivement à l'acquisition des apprentissages.
	La possible non instrumentation avait été prévue, mais nous n'avions pas réalisé à quel point elle pouvait entraver le processus de résolution.		A_2 : la non instrumentation des objets technologiques a été ici un obstacle à la construction de nouvelles connaissances. Comprendre comment ça fonctionne a pris le dessus sur la réflexion, cela a causé aussi des situations de contradiction cognitive.
104	Il était prévu que les élèves investissent leurs connaissances pour construire l'expression de la fonction, mais l'utilisation de la parabole n'était pas prévue ainsi que l'intervention de l'élève qui filmait.	Point 3 partie 1(1/3), point 3 partie 2(2/2) et point 2 partie 1(3/3)	L'appel des connaissances construites lors de la résolution, et aussi plus en amont dans les cours de mathématiques ont permis l'aboutissement au « modèle pour » tout ceci dans un climat d'échange entre les dyades, c'est-à-dire entre élèves ayant manipulé différents types d'objets.
105	Même si lors de la méthodologie aucune analyse a priori n'a été exposé par rapport au travail d'autoréflexion. Dans notre esprit et conformément à l'étude de Kendal et Stacey, tous les élèves allaient arriver à résoudre un problème du même type en adaptant les connaissances nouvellement acquises.	Sans objet	L'analyse du processus d'autoréflexion a permis de voir que même si Marie avait eu beaucoup de difficultés tout au long du processus de modélisation et qu'elle s'était retrouvée face à des contradictions, les discussions et les retours en groupe lui ont permis d'acquérir de nouveaux apprentissages.

En regardant la première ligne du tableau, il est possible de constater que pour certains élèves, le processus de modélisation a commencé par une contradiction. Ces élèves n'arrivaient pas à dégager les éléments nécessaires à la résolution de la situation. En effet il a été possible de constater, lors de la prise en charge de la situation par les élèves, certains ont eu du mal à aborder le processus de modélisation, peut-être à cause d'une rupture avec le contrat didactique habituel. Nous soulignons que dans un tel contexte il n'a pas été facile d'entamer la discussion encore moins d'entamer le processus de modélisation. Les élèves n'ont utilisé aucun autre moyen que la parole pour se figurer la situation, ou pour exprimer leurs compréhensions ou leurs incompréhensions. Peut être justement parce que la méthode choisie pour l'enseignement au cours de l'expérimentation est en rupture avec le contrat didactique habituel de ces élèves. Ce n'est qu'après avoir reçu des explications dans un mode qui s'apparentait au contrat didactique auquel ils sont habitués que ces élèves comprennent la situation et acceptent les variables retenues suite à la discussion.

Les deux lignes suivantes permettent de déduire le rôle des différents instruments (insuffisamment développés dans le cas de la dyade A_2) dans la résolution de la situation. Il a été remarqué que la manipulation des instruments physiques a fortement supporté les apprentissages. Même si la production de la table de valeurs, « modèle de » dans le sens de Gravemeijer (2007) n'a pas été le fruit d'une prise de mesures, il n'en demeure pas moins que la manipulation a permis une meilleure compréhension de la situation surtout pour ceux qui avaient eu des difficultés lors de la première séance. Aussi, elle a permis de pousser les élèves vers l'exploration (diSessa, 1988). Finalement, elle a aussi permis d'acquérir les éléments pour la construction des modèles subséquents au sens de Gravemeijer (2007). Plus précisément la manipulation des objets physiques a permis aux élèves de remarquer que la variable dépendante peut être obtenue en appliquant un rapport sinus impliquant la variable indépendante. À ce moment là, les élèves se sont mis à compléter la table des valeurs à partir d'un calcul impliquant un rapport sinus au détriment de la prise de mesures. Cette réaction est peut être due à la rupture avec le contrat didactique habituel (Perrin-Glorian et Hersant, 2003). Pour ces élèves, en classe de mathématiques il faut faire des calculs et non prendre des mesures. En choisissant de faire les calculs ces élèves se ramènent au contrat habituel.

L'apport résultant de la manipulation des instruments versus artefacts technologiques est mitigé. Pour ceux chez qui AviMéca est devenu un instrument utile, le remue méninge prévu lors de l'analyse a priori a bien eu lieu et il a effectivement aidé dans la construction des connaissances. Par contre, pour ceux qui ne sont pas arrivés à construire un instrument adéquat, ce fut le contraire: l'utilisation des technologies a entravé la construction des connaissances et donc la construction des éléments de modélisation. C'est grâce aux échanges entre élèves (toutes manipulations confondues) que les deux élèves de la dyade A_2 ont pu construire leurs nouvelles connaissances. Les difficultés rencontrées lors de la séance de mise à disposition des artefacts et le temps insuffisant à l'instrumentation ont engendré des difficultés lors de la prise de mesures, lors de l'élaboration de la table des valeurs ainsi que lors du traçage du graphique. Ajoutons à cela le fait que les élèves ne sont pas habitués à utiliser des technologies dans une classe de mathématiques (rupture avec le contrat didactique habituel). L'exploitation des objets technologiques par la dyade A_2 n'a donc pas été optimale.

Dans la quatrième ligne du tableau, il est possible de voir comment les connaissances ont été mises à contribution pour faire émerger le « modèle pour » de la situation. Même si lors de l'analyse a priori, il a été prévu que les élèves réinvestiraient leurs connaissances spécialement pour cette dernière étape, mais il n'a pas été prévu qu'ils réinvestissent des connaissances en lien avec la parabole. En effet si nous considérons ce qui s'est passé avec les élèves du groupe M lors de la prise de mesures, nous pensions qu'ils allaient donner sans trop de difficulté une expression analytique qui impliquerait le sinus. Nous étions étonnées d'entendre les élèves parler en premier de deux portions de paraboles collées ensemble, et où l'une était l'inverse de l'autre, au lieu de retourner vers leurs manipulations et leurs modèles subséquents pour se remémorer la relation qui existe entre l'angle et la hauteur. La majorité des élèves qui ont manipulé les technologies étaient perplexes envers cette idée, ils n'arrivaient pas à concevoir comment l'expression analytique pouvait changer de signe à des intervalles précis et surtout indéfiniment. C'est l'intervention de l'élève qui filmait, en proposant l'utilisation du sinus qui enclenche le processus de rappel des connaissances reliée à l'expérimentation. Cette élève est intervenue alors que la discussion autour de la parabole devenait redondante. Les élèves se trouvaient alors face à une contradiction cognitive. Cette intervention a apporté l'élément qui a permis au reste du groupe de dépasser cette contradiction. Cette élève a entrouvert une porte sur une possible solution, porte que les autres élèves étaient prêts à exploiter.

À travers toutes les étapes de modélisation, nous avons pu observer comment les élèves avaient utilisé toutes les ressources, qu'elles soient cognitives ou physiques (Chevallard, 1989 ;

Gauthier et Tardif, 2005) pour dépasser les obstacles et construire les différents éléments de modélisation pour aboutir finalement à la résolution.

La résolution avec la méthode ACODESA (Hitt, 2007) d'une situation qui prend en considération les recommandations de Kendal et Stacey (1998) sur une approche des fonctions trigonométriques impliquant à la fois le cercle et le triangle, et qui lors de la résolution fait intervenir le principe de la modélisation émergente de Gravemeijer (2007) a permis aux élèves de combler le manque engendré par l'une ou l'autre des manipulations à travers des échanges entre les dyades et en grand groupe.

5.2 Perspectives de recherche.

Il est important de constater que nous avons mis en cohabitation différents types d'outils qui, au début, pouvaient être impensables. Les objets physiques, comme une aide pour se donner une idée précise de la réalité et les gestes en faisant bouger la roue pour nous donner une idée des variables en jeu. La technologie, dans ce cas, demande de prendre ces variables pour pouvoir « observer » le phénomène. La découverte d'un modèle mathématique n'est pas facile à dégager, et c'est précisément, dans une approche sociale, où même l'élève observatrice est intervenue, que la construction des connaissances, dans ce cas d'un modèle mathématique approprié, a pu émerger. Il serait pertinent de pousser la recherche de manière à mieux comprendre l'intervention et le rôle de l'observateur.

Notre étude nous a aussi permis de voir que la classification des élèves selon un enseignement traditionnel n'a plus de sens lors de l'apprentissage par modélisation dans une approche sociale telle que permise par ACODESA. Dans ce sens, il serait pertinent mieux comprendre comment organiser le travail en collaboration pour aider les élèves faibles et moyens.

Finalement, une approche par la modélisation nous rapproche d'un enseignement des sciences et pas seulement des mathématiques. Sachant que la didactique des mathématiques a donné lieu à la création de différentes didactiques, actuellement il est souhaitable d'avoir une approche d'enseignement des sciences à l'école secondaire de façon intégrée. C'est-à-dire que l'enseignement de la physique, de la biologie et de la chimie ne devrait pas se faire de façon isolée. Dans ce sens, la modélisation peut prendre un rôle intégrateur dans l'enseignement des sciences.

APPENDICE A

SITUATION SOURCE

C'est en roulant que l'on devient cycliste!

3^e année du 2^e cycle

Sciences naturelles

1. Intentions d'apprentissage

- Découvrir la fonction sinusoïdale
- Être capable de faire varier certains paramètres à partir de l'expérimentation
- Être rigoureux dans la collecte de données
- Être rigoureux dans le langage utilisé
- Développer la coopération

Fonction de l'évaluation : Aide à l'apprentissage **X** Reconnaissance de compétence

2. Éléments du Programme de formation ciblés

<table>
<tr><td colspan="2">Compétence mathématique

Déployer un raisonnement mathématique

Construire et exploiter des réseaux de concepts et de processus mathématiques, Émettre des conjectures, Réaliser des preuves ou des démonstrations</td></tr>
<tr><td colspan="2">Concepts et processus</td></tr>
<tr><td>Concepts

Relation, fonction et réciproque

• Fonction réelle : sinusoïdale</td><td>Processus

Analyse de situations

– Observation, interprétation et description de différentes situations
o Modélisation d'une situation et représentation graphique à l'aide d'un nuage de points
▪ recherche du type de lien de dépendance
– Représentation d'une situation à l'aide d'une</td></tr>
</table>

	fonction réelle : verbalement, graphiquement et algébriquement o Recherche de la règle d'une fonction selon le contexte o Description des propriétés d'une fonction
Domaines généraux de formation **Santé et bien-être :** Intention : Amener l'élève à se responsabiliser dans l'adoption de saines habitudes de vie sur le plan de la santé et de la sécurité Axe de développement: Mode de vie actif et comportement sécuritaire	**Compétences transversales** **Se donner des méthodes de travail efficaces** • Visualiser la tâche dans son ensemble • Analyser sa démarche • Réguler sa démarche **Coopérer (facultatif)** **Communiquer de façon appropriée (facultatif)**
Liens avec les autres disciplines Éducation physique et à la santé	**Ressources** Manuels scolaires Internet

3. Description de la situation d'apprentissage (Situation d'application : copie de l'élève)

C'est en roulant que l'on devient cycliste!

Il est presque connu de tous que l'utilisation fréquente du vélo a des répercussions positives sur la santé. À la condition, bien sûr, que des normes de sécurité soient rigoureusement respectées : sinon gare à vous!

Des scientifiques s'intéressent, entre autres, aux impacts du mouvement et de la force exercés par les jambes sur le rythme cardiaque du vélociste. La hauteur des pédales et celle des roues influent sur l'activité des jambes. En tenant compte de la taille de l'usager, le choix de ces composantes déterminera un niveau de confort pour ce dernier. À vous maintenant de faire une petite analyse afin d'illustrer un des nombreux mouvements à l'étude. Dans l'étude du mouvement des jambes, on s'intéresse au mouvement du pédalier. Ce dernier correspond au même type de mouvement que celui engendré par les roues. C'est pourquoi on te demande de représenter la hauteur de la valve d'une roue par rapport au sol lorsque celle-ci est en mouvement afin de dégager des propriétés mathématiques adaptables au pédalier et au mouvement des jambes.

Vous devez donc apporter une roue de vélo pour chaque équipe de trois ou quatre, prendre un minimum de 15 mesures de la hauteur de la valve par rapport au sol à intervalles réguliers et ce, pour un tour complet de roue. Vous devez construire le graphique correspondant à ces mesures expérimentales et extrapoler votre courbe pour plusieurs tours de roue.

Vous devez également répondre aux questions suivantes en justifiant chacune des conjectures (réponses) que vous émettez :

- Que devrais-je modifier sur ma roue pour influencer la hauteur de la courbe?
- Que devrais-je modifier sur ma roue pour changer la valeur du paramètre de déplacement vertical?
- Que devrais-je modifier sur ma roue pour changer la valeur du paramètre de déplacement horizontal?
- Que devrais-je modifier sur ma roue pour influencer la période (la fréquence)?
- Quelle est la règle de la fonction obtenue?

Production : Vous pouvez vous servir du cahier de traces proposé pour présenter votre travail *(voir annexe 1)*

4. Déroulement de la situation d'apprentissage

Durée : de 1 à 2 périodes	
Matériel : une roue de vélo, un mètre, un rapporteur d'angle, ruban à masquer, crayon-feutre	
Actions de l'élève Démarche d'apprentissage et d'évaluation	**Actions de l'enseignant** Démarche d'apprentissage et d'évaluation
Préparation	
Les élèves lisent la situation et s'assurent	L'enseignant active les connaissances sur le plan de l'activité physique, et amène la discussion sur

qu'ils en comprennent les consignes. Ils pensent à utiliser une technique de mesurage efficace. Ils discutent entre eux afin d'élaborer une stratégie pour recueillir les données. Ils répartissent les différentes tâches dans l'équipe.	le vélo. Il fait parler les élèves de leurs moyens de transport, de la fréquence à laquelle ils utilisent le vélo, de l'impact que cela a sur l'environnement et sur leur santé physique. Il présente la situation aux élèves et s'assure qu'ils ont bien compris la tâche. Il mentionne aux élèves qu'ils seront observés tout au long de l'activité sur leurs méthodes de travail, (de sa coopération et de la qualité de sa communication). L'enseignant portera plus particulièrement son regard sur les méthodes de travail en utilisant la grille d'observation ci-jointe Il pourrait, par souci de transparence, donner aux élèves la grille qui lui servira à noter ses observations.
Réalisation	
Les élèves collectent les mesures dans une table de valeurs puis les transcrivent dans un plan cartésien, recourant ainsi à divers registres de représentation sémiotique. Ils forment un nuage de points, puis ils tracent la courbe la mieux ajustée à leur nuage	L'enseignant s'assure que les équipes ont des roues de grandeurs différentes. Il vérifie les techniques de prises de mesures en se référant, au besoin, à la grille d'observation ci-jointe.

de points en établissant des liens structurés et fonctionnels avec les concepts prescrits. Les questions énumérées dans la situation d'apprentissage les amènent à analyser les conditions d'une situation et à jauger la pertinence des conjectures émises. Ils exploitent leur réseau de concepts en trouvant l'équation du graphique représenté.	Il tient compte des échanges verbaux dans les équipes pour parfaire son jugement sur la composante *Émettre des conjectures*, au besoin. Les réponses écrites guideront la majeure partie de son jugement à cet effet. Il donne des pistes de solution, au besoin, en prenant soin de noter l'aide apportée. Il observe plus particulièrement la méthode de travail à l'aide de la grille d'observation.
Intégration	
Les élèves se questionnent sur les difficultés rencontrées. Ils dégagent les principaux concepts et processus qui ont été mobilisés. Ils associent les paramètres de la fonction aux éléments correspondant dans la situation. Ils consignent leurs nouveaux apprentissages. Ils comparent leurs résultats avec ceux des autres équipes ayant des roues d'une autre grandeur, confirmant ou infirmant les conjectures qu'ils ont émises. *(*Étape cruciale pour la*	L'enseignant effectue un retour sur les apprentissages réalisés et les difficultés rencontrées. Il compare les méthodes utilisées pour la prise de données et émet quelques observations à partir des notes prises lors de l'observation des méthodes de travail. Il mentionne les équipes où la coopération s'est avérée remarquable. Il discute avec les élèves de leurs observations. Il fait ressortir les conjectures appropriées à chacune des situations. Il profite de la richesse des données multiples liées aux roues de grandeurs différentes pour prouver ou réfuter certaines conjectures émises, pour expliciter le rôle des paramètres dans une fonction et les lier au contexte, et pour dégager les principaux concepts et processus qui ont été

validation des conjectures émises.)	mobilisés, tout en insistant sur le langage utilisé. Un exposé sur l'utilité des mathématiques dans l'analyse des bienfaits du sport peut être demandé si on veut davantage exploiter la compétence transversale à communiquer.

5. Prolongements, variantes, commentaires/suggestions ou toute autre forme de différenciation

- Cette activité peut servir d'introduction à la fonction sinusoïdale, mais aussi comme une synthèse à l'apprentissage.

- Pour que les élèves n'oublient pas les roues, prévoir cette activité à l'intérieur d'une même semaine en évitant les lundis.

- On pourrait aussi employer d'autres objets circulaires tels un CD, un couvercle de margarine, un sous-verre, etc., pour simuler la situation.

- Faire prendre les mesures pour étudier la fonction tangente.

- Une recherche sur l'historique des termes *sinus* et *cosinus* peut être demandée.

- Pistes pour adapter la situation à la séquence Technico-sciences :
  - Favoriser une approche dans laquelle les concepts de lieu géométrique, de cercle trigonométrique et de relations métriques dans le cercle sont mobilisés
  - Mettre davantage l'accent sur le vélo (son fonctionnement) en tant qu'instrument

6. Grille d'observation (ou d'évaluation) des apprentissages

Grille d'observation

C'est en roulant que l'on devient cycliste!		
Manifestations observables relatives à la compétence *Se donner des méthodes de travail efficaces*	Oui	Non
L'élève utilise une méthode efficace pour diviser sa roue. (p. ex. : utiliser les rayons, diviser la roue en angles		
L'élève est capable de prendre des mesures précises de façon efficace.		
L'élève est capable de prendre des mesures à intervalles réguliers.		
Manifestations observables relatives à la compétence *Déployer un raisonnement mathématique*		
Le graphique tracé représente une conjecture appropriée pour traduire la situation : il correspond à la courbe la mieux ajustée au nuage de points.		
Les réponses aux questions contiennent des justifications appropriées; les liens entre les modifications suggérées, la		
L'expression algébrique désignant la courbe produite est appropriée.		

Annexe 1

Fiche de l'élève

Activité d'apprentissage

C'est en roulant que l'on devient cycliste !

Cahier de traces

Décrire la méthode utilisée pour réussir à prendre un minimum de 15 mesures exactement symétriques sur la roue.

Quelles sont vos conjectures au regard des questions suivantes?

Que devrais-je modifier sur ma roue pour influencer la hauteur de la courbe?

Que devrais-je modifier sur ma roue pour changer la valeur du paramètre de déplacement vertical?

Que devrais-je modifier sur ma roue pour changer la valeur du paramètre de déplacement horizontal?

Que devrais-je modifier sur ma roue pour influencer la période?

Quelle est la règle de la fonction obtenue?

Autres commentaires, appréciations, etc.

APPENDICE B

ACTIVITÉ D'INSTRUMENTATION

ACTIVITÉ 1

La balançoire

avec AVIMÉCA

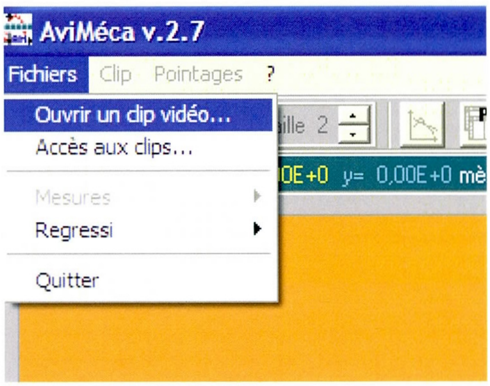
En utilisant AVIMÉCA et MS EXCEL, explore, en fonction du temps, le mouvement de la balançoire par rapport au sol.

1. Ouvrir le logiciel AVIMÉCA :

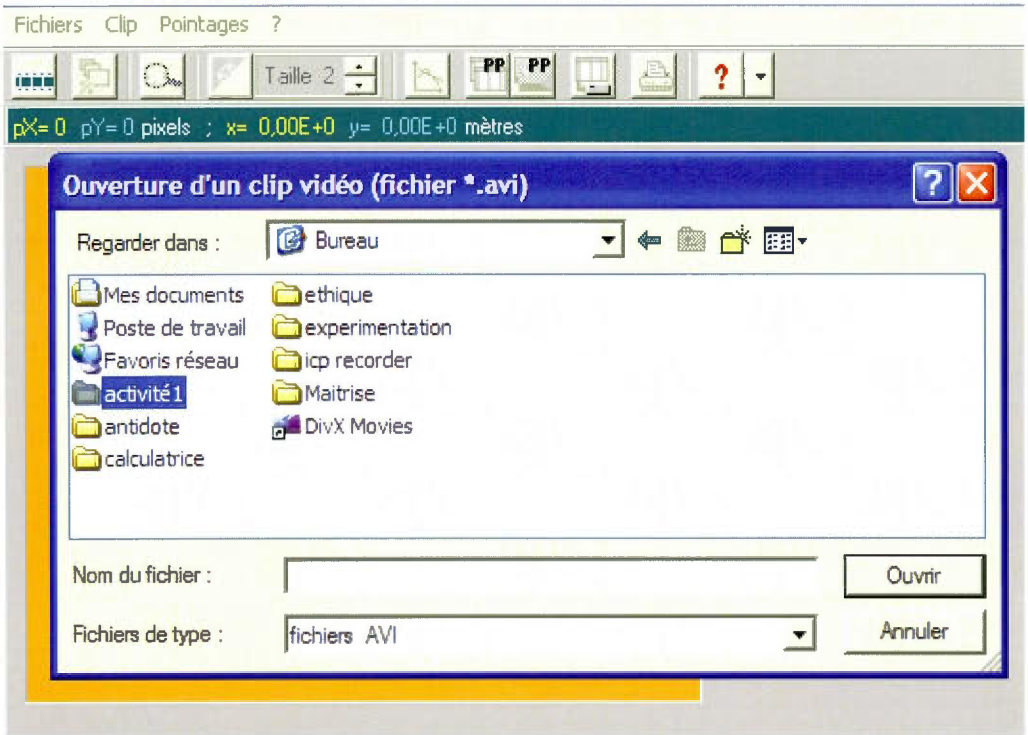
   Sur le bureau, cliquer sur l'icône :

2. Ouvrir la vidéo de la balançoire

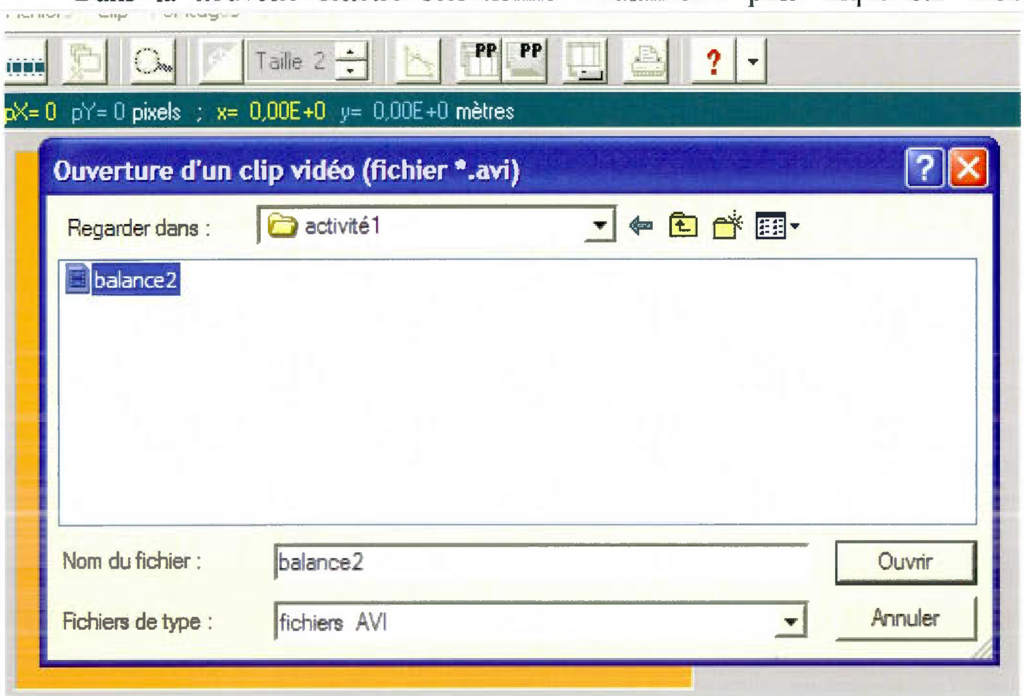
   Dans le menu « Fichiers » cliquer sur « ouvrir un clip vidéo »



Dans la nouvelle fenêtre, dans « bureau » ouvrir le dossier « activité1 »



Dans la nouvelle fenêtre sélectionne « balance2 » puis clique sur « Ouvrir »



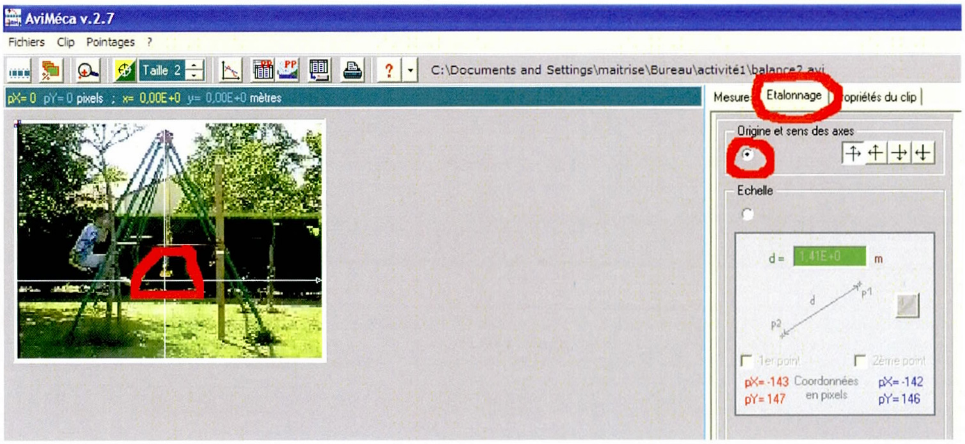
3. Étalonnage de la vidéo :

Cette étape permet de fixer notre repère, de donner l'échelle de mesure, et de fixer le point de départ de la prise des mesures :

Il est important ici de bien suivre les explications

Choisir un repère d'espace : pointer l'origine des axes sur l'une des images. Tel qu'illustré si dessous.

Les coordonnées des marques seront calculées à partir de l'origine choisie



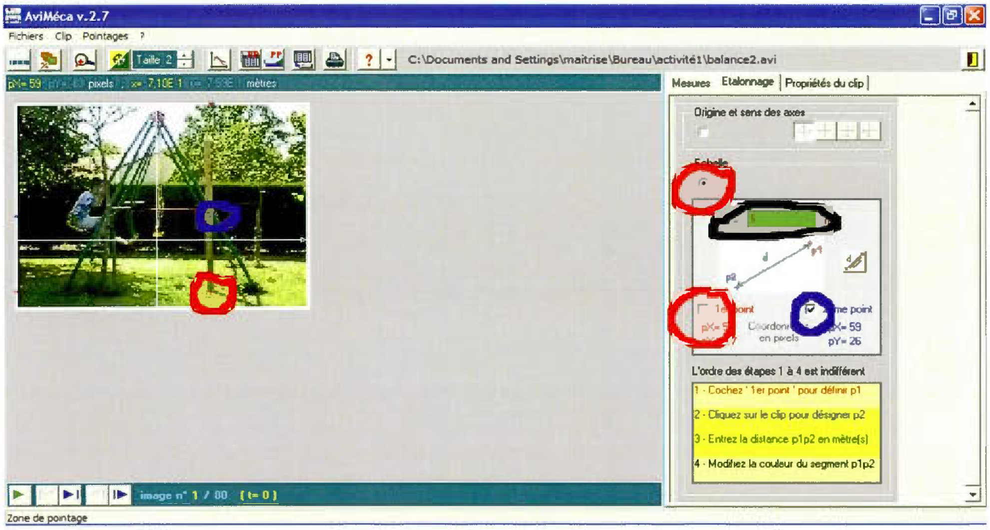
Étalonner les dimensions de l'image en y sélectionnant deux points à l'aide la souris. Entrer, à l'aide du clavier, la distance en mètre séparant ces deux points

Point 1 entouré de rouge

Point 2 entouré de bleu

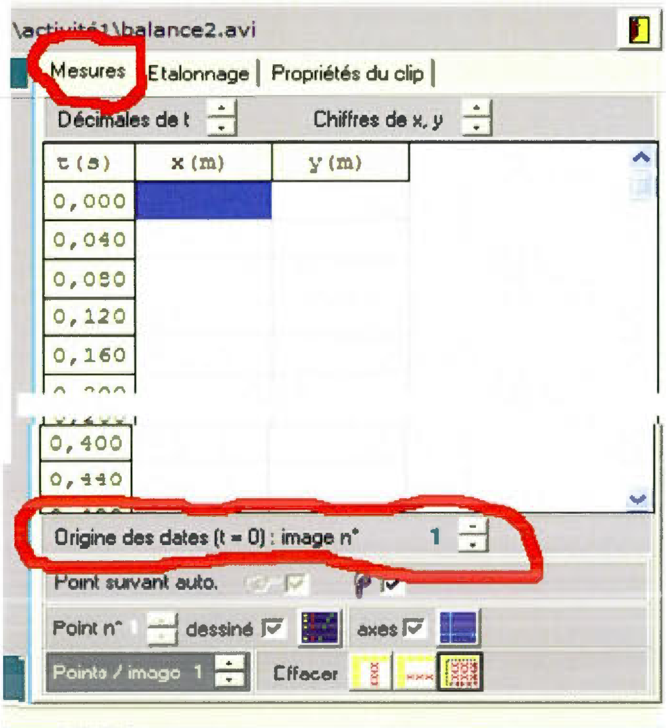
Insérer la distance réelle entre les points 1 et 2, pour cette activité d=1m.

(En général les deux points à prendre en considération pour cette étape, ainsi que la distance qui les sépare sont indiqués dans la vidéo.)



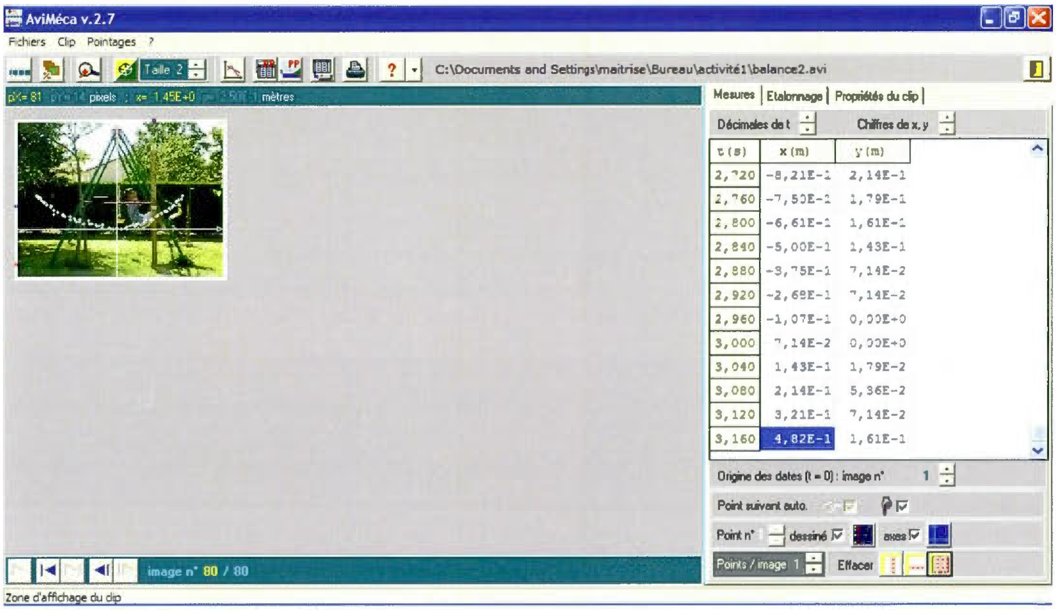
4. Aller à l'onglet « Mesures » pour choisir une image « origine des dates » :

   Cette étape permet de fixer à t=0 la première image de la prise de mesure. Dans notre cas laisser image n°1



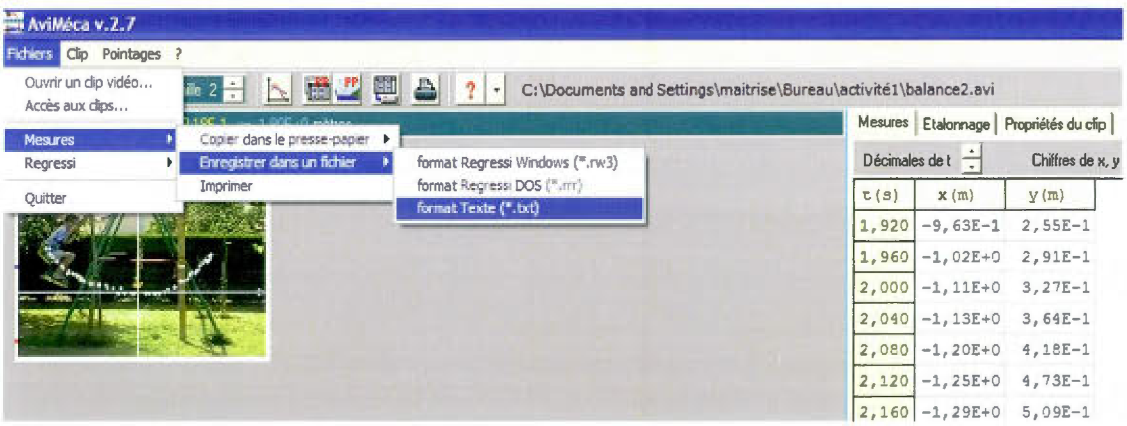
5. La prise des coordonnées.
   Pointer les positions successives d'un point précis, par exemple le siège de la balançoire. À l'aide de la souris. Chaque click pose une marque et fait avancer

l'animation d'une image. Les coordonnées des marques sont présentées sous forme de tableau.

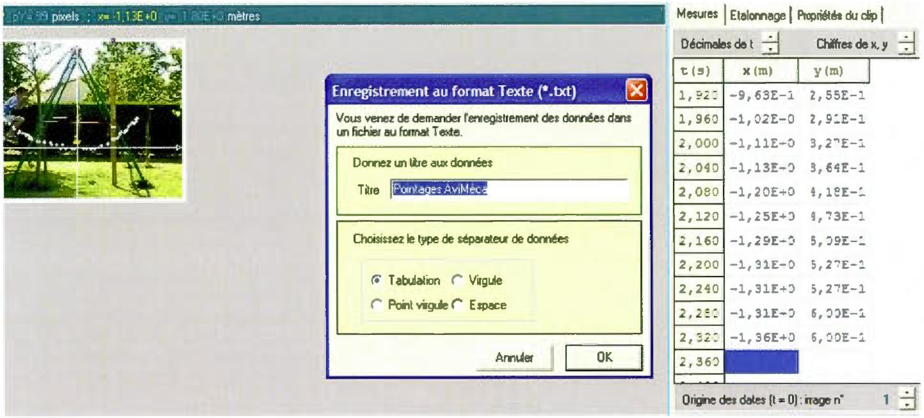


6. Exportation des données vers MS EXCEL.
   Afin de pouvoir travailler avec les coordonnées des points sélectionnés, il faut transférer le tableau vers MS EXCEL.

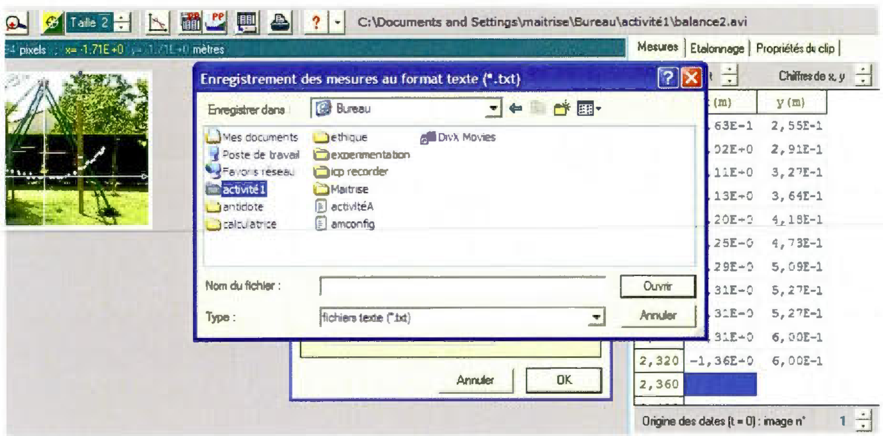
   Dans « fichiers » sélectionner « Mesures » puis « Enregistrer dans fichier » cliquer sur « format Texte (*.txt)



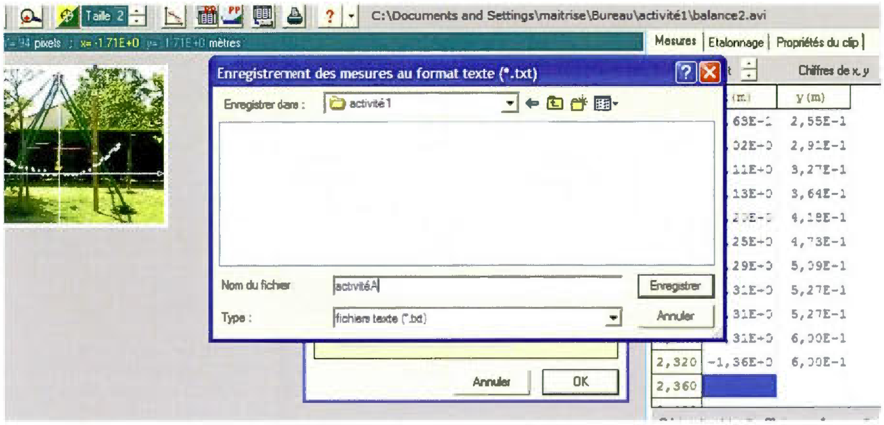
L'apparition de la nouvelle fenêtre cliquer « OK »



Une nouvelle fenêtre va apparaître. Dans « Bureau » double cliquer sur « activité1 »

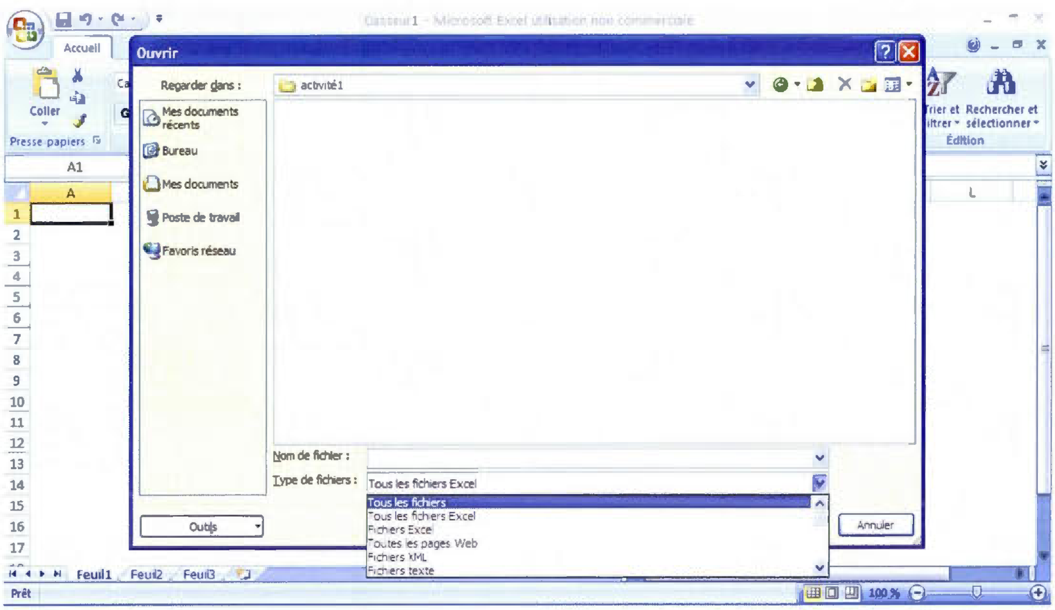


Nommer le fichier « activitéA_votrenom » ou « votrenom » doit être remplacé par votre propre nom exemple « activité A_salima » puis cliquer sur « Enregistrer »

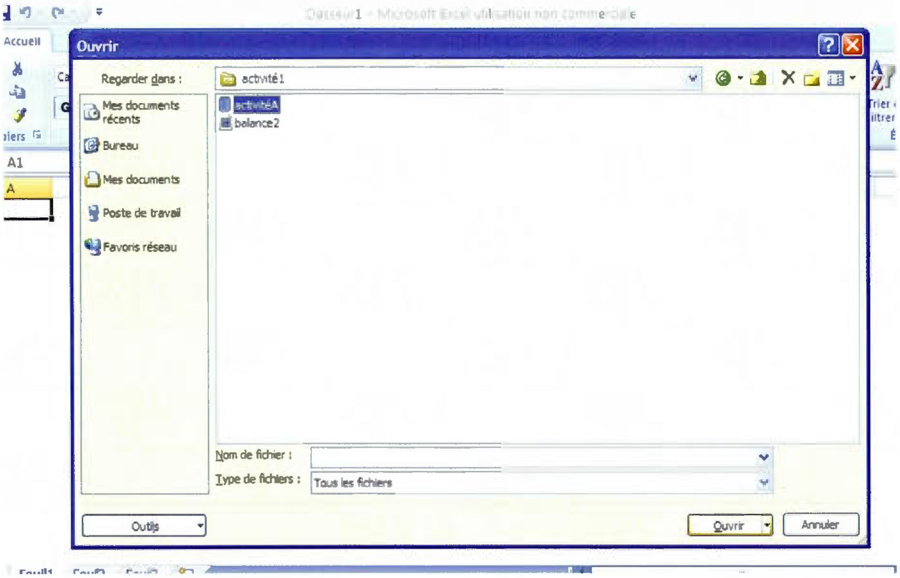


Ouvrer Ms Excel, dans « Ouvrir » puis dans « Bureau » sélectionner « activité1 »

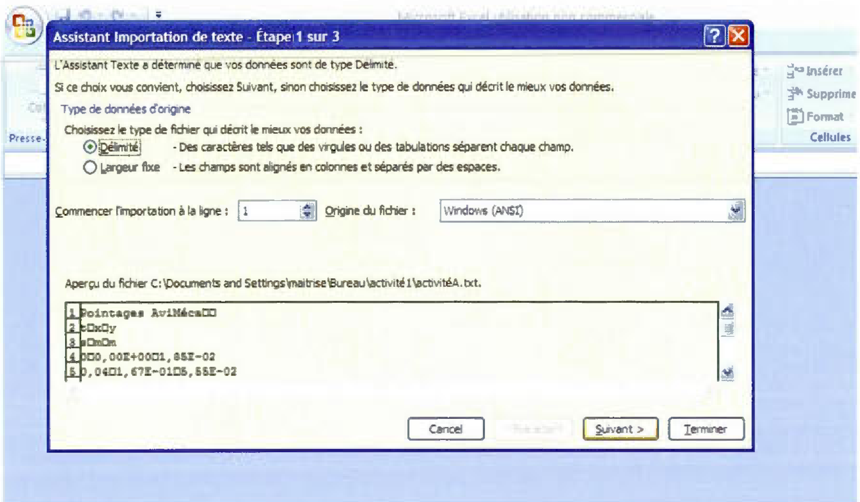
Dans la case « Type de fichiers » sélectionner « Tous les fichiers »



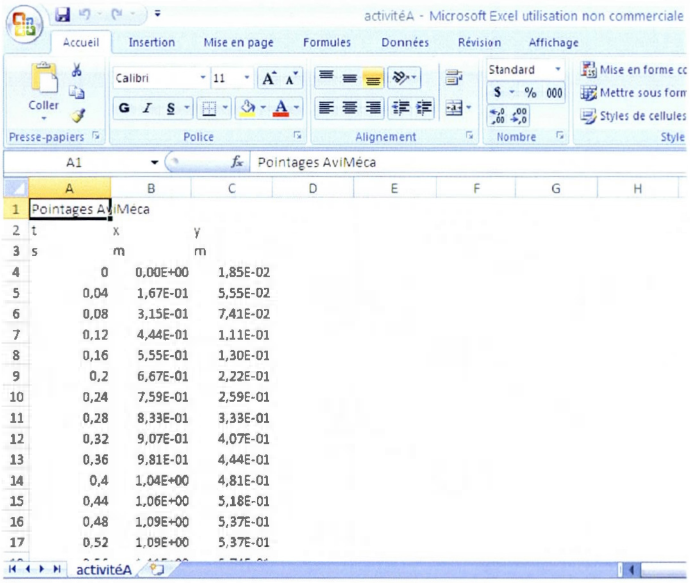
Dans la liste des fichiers qui apparaît sélectionner « activitéA » puis cliquer sur « Ouvrir »



Une nouvelle boîte grise va apparaître cliquer sur « Suivant » une autre fenêtre va suivre cliquer encore sur « Suivant », à la dernière cliquer sur « Terminer »



Le tableau des coordonnées va s'afficher :

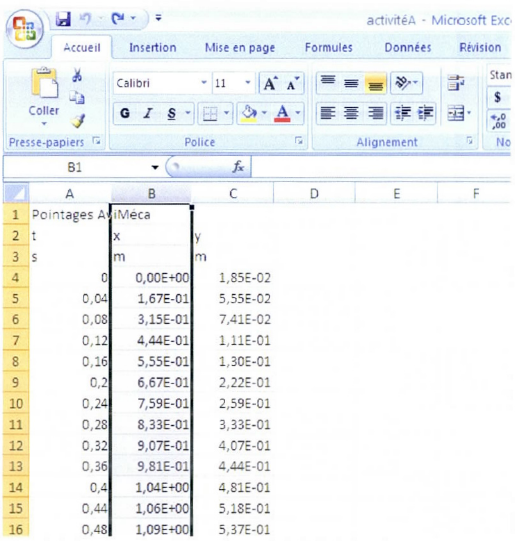


À partir de là, il est possible de faire plusieurs opérations sur les données recueillies. Tel que : insérer une nouvelle colonne de données entre deux colonnes déjà existantes, tracer des graphiques, et faire des manipulations algébriques, ...etc.

7. Travailler avec MS Excel.

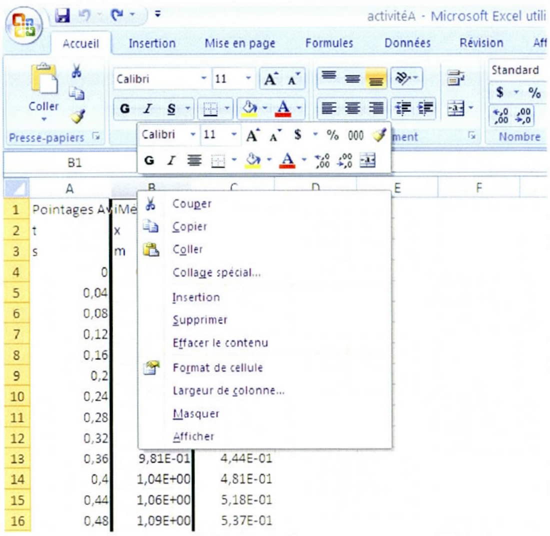
   Insérer une nouvelle colonne de données :

   Il faut commencer par créer les cellules nécessaires. Sélectionner la colonne qui va se retrouver après la future colonne en cliquant sur son étiquette :

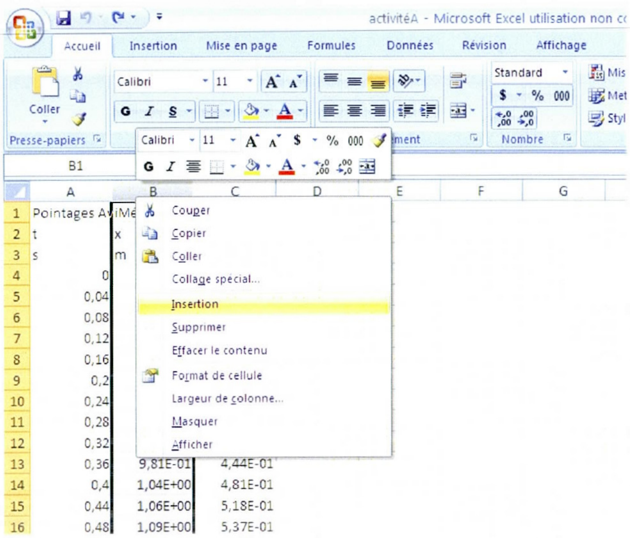


La zone sélectionnée sera alors encadrée et en surbrillance.

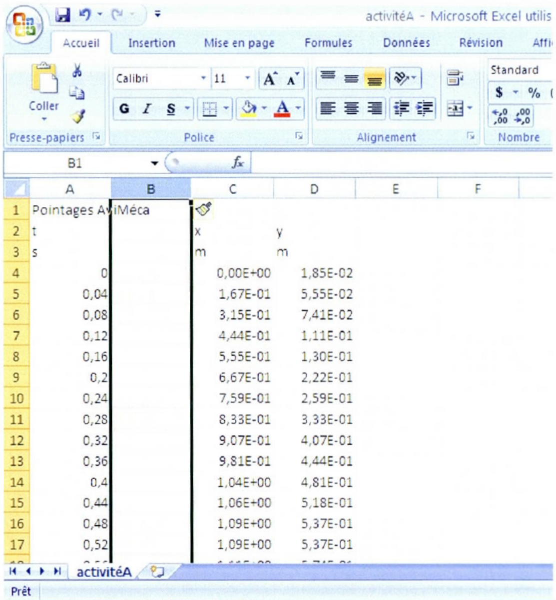
En restant positionné sur l'étiquette de la colonne cliquer sur le bouton droit de la souris, une fenêtre apparaîtra :



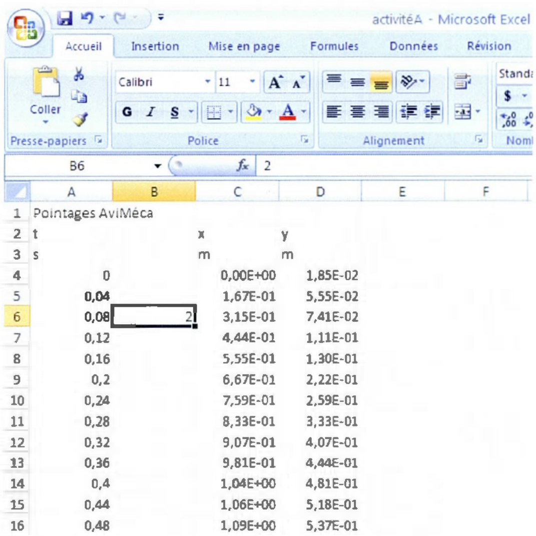
Cliquer alors sur insertion :



La nouvelle colonne vide apparaîtra :



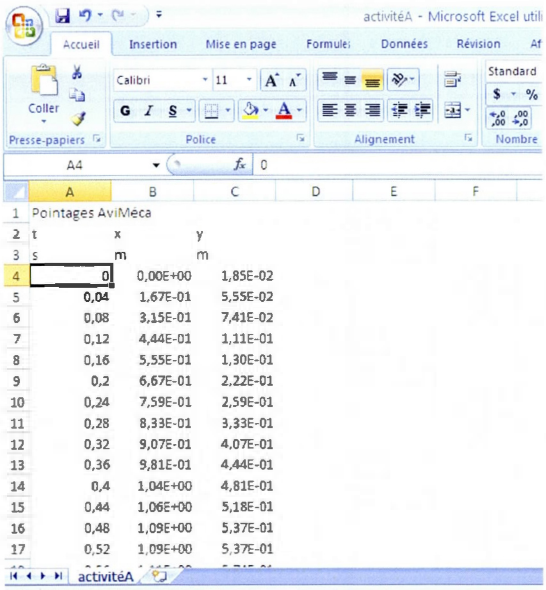
En sélectionnant la cellule désirée vous pouvez alors y inscrire du texte ou un nombre :



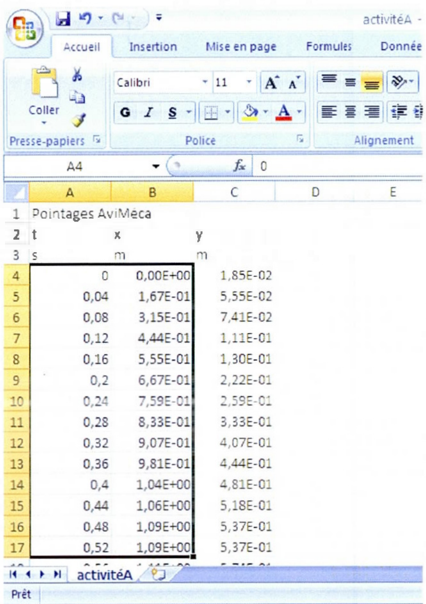
Pour passer d'une cellule à l'autre vous pouvez procéder par sélection et clique de la souris ou encore en déplaçant le petit cadre noir en utilisant les flèches sur le clavier.

Tracer un graphique :

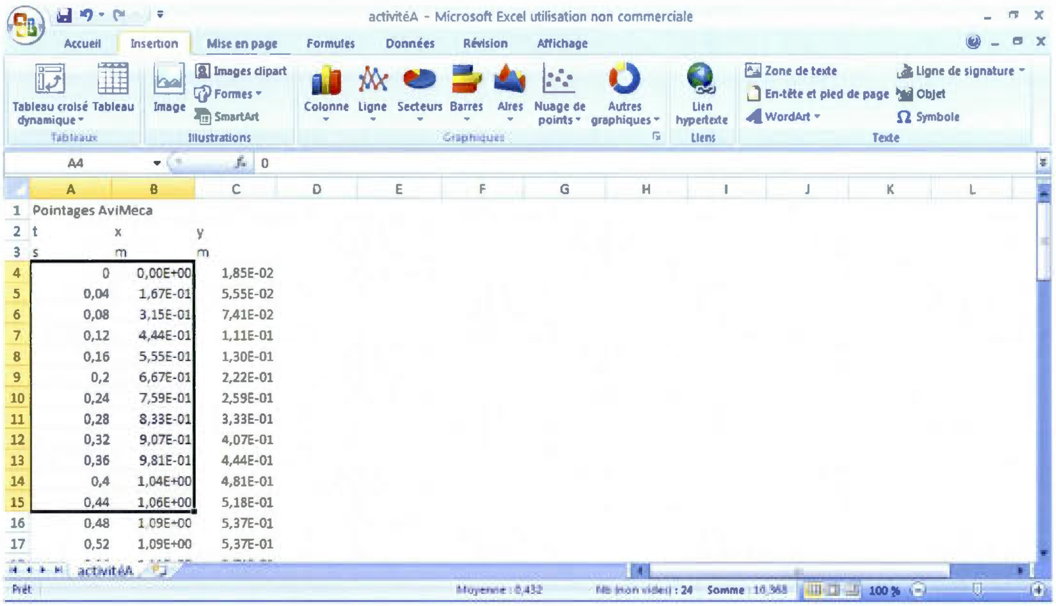
Il faut commencer par sélectionner les colonnes qui contiennent les abscisses (X) les ordonnées (Y) du graphique. Il faut commencer par la colonne des abscisses (X) en cliquant sur la première valeur :



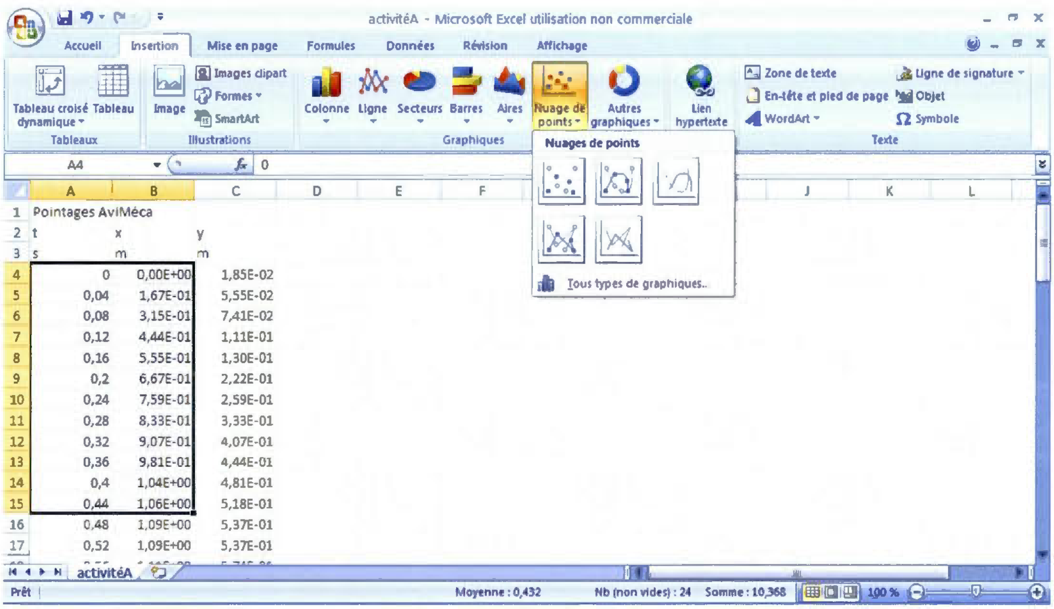
Puis en cliquant dessous et en restant appuyer sur le bouton de la sourit glisser le curseur sur le reste des cellules :



Lacher le bouton de la souris puis dans l'onglet insertion :

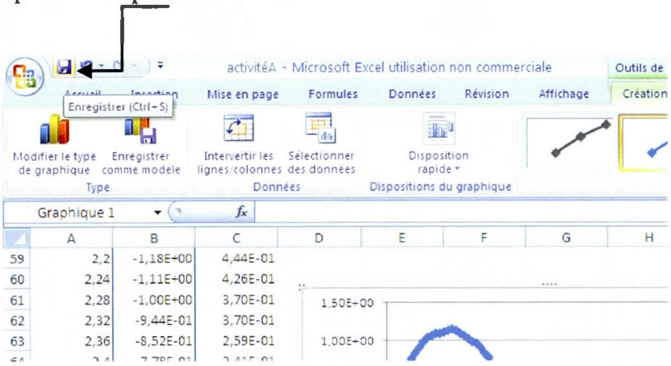


Choisissez nuages de points:



Parmi les trois types de graphiques avec marqueurs, choisissez celui qui convient le mieux à la situation. Le graphique apparaîtra alors à côté de vos données.

N'oubliez pas : une fois le travail fini, il faut enregistrer votre travail en cliquant sur la petite disquette:



APPENDICE C

ACTIVITÉ PRÉ-TEST

ACTIVITÉ 2

Mes savoirs

<u>Exercice 1</u> :

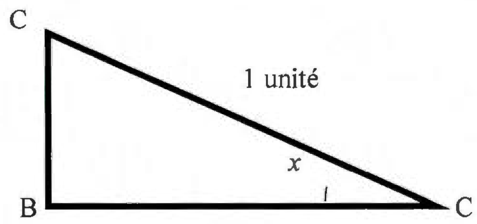
Dans le triangle ABC, on connait les mesures suivantes :

$m\overline{AB} = 3{,}5\ cm, m\overline{BC} = 4{,}2\ cm\ et\ m < ABC = 90°$

Déterminez la mesure du côté $\overline{AC}$

Exercice 2 :

Selon le triangle rectangle ABC ci-dessous, exprimez la mesure de chacune des cathètes ($\overline{AB}$ et $\overline{BC}$) à l'aide d'une expression utilisant les rapports trigonométriques sinus ou cosinus et la mesure x



Exercice 3 :

Chaque fois que Diane se rend à la station-service, elle achète 60$ d'essence. Analysez la relation existante entre la quantité d'essence, en litre, que Diane achète selon les variations du prix de l'essence en utilisant une table de valeurs (donnez au moins cinq couples) :

a) Quelles sont les variables indépendante et dépendante dans cette situation ?
b) Quelle est l'équation modélisant cette situation ? Représentez graphiquement cette situation et indiquez les coordonnées des cinq points ciblés sur votre représentation.
c) Cette situation correspond-elle à une fonction ? si oui, celle-ci est-elle croissante ou décroissante ?

APPENDICE D

CAHIER DE L'ÉLÈVE (GROUPE M)

CAHIER DE L'ÉLÈVE

ACTIVITÉ :

C'est en roulant que l'on devient cycliste

<u>LA SITUATION :</u> C'est en roulant que l'on devient cycliste

Il est presque connu de tous que l'utilisation fréquente du vélo a des répercussions positives sur la santé. À la condition, bien sûr, que des normes de sécurité soient rigoureusement respectées : sinon gare à vous!

Des scientifiques, afin d'étudier ces répercussions positives sur le corps humain, ont besoin de concevoir un simulateur. C'est là qu'ils ont décidé d'impliquer les jeunes dans leurs recherches, et ce, en leur confiant une partie de la tâche.

Votre tâche va donc consister à étudier la hauteur de la valve et le mouvement d'une roue de bicyclette, par rapport au centre de fixation de la fourche, en :

1- *Trouvant toutes les variables mises en jeu lorsque la roue tourne.*
2- *Selon vous, sous une relation fonctionnelle, quelles seraient les deux variables les plus pertinentes à observer (susceptible d'intéresser les chercheurs)? Pourquoi?*
3- *Maintenant que les variables à étudier ont été choisies, en manipulant les outils mis à votre disposition, donnez 13 valeurs que peuvent prendre ces variables (ces valeurs doivent être prises à intervalle régulier). Expliquez votre procédure.*
4- *Toujours en utilisant les outils en votre possession, représentez sur un système d'axe vos mesures.*
5- *Quelles sont les composantes qui peuvent influencer l'allure de la courbe ?*
6- *Pouvez-vous donner la règle de la fonction que vous avez tracée ?*

ESPACE DE RÉSOLUTION

Trouvez toutes les variables mises en jeu lorsque la roue tourne.

Selon vous, quelles seraient les deux variables les plus pertinentes à observer (susceptible d'intéresser les chercheurs)? Pourquoi?

Maintenant que les variables à étudier ont été choisies.

En manipulant les outils mis à votre disposition, donnez 13 valeurs que peuvent prendre ces variables, n'oubliez pas, ces valeurs doivent être prises à intervalle régulier. Expliquez votre procédure.

Toujours en utilisant les outils en votre possession, représenter sur un système d'axe vos mesures.

Quelles sont les composantes qui peuvent influencer l'allure de la courbe?

Pouvez-vous donner la règle de cette fonction?

APPENDICE E

CAHIER DE L'ÉLÈVE (GROUPE A)

CAHIER DE L'ÉLÈVE

ACTIVITÉ :

C'est en roulant que l'on devient cycliste

<u>LA SITUATION :</u> C'est en roulant que l'on devient cycliste

Il est presque connu de tous que l'utilisation fréquente du vélo a des répercussions positives sur la santé. À la condition, bien sûr, que des normes de sécurité soient rigoureusement respectées : sinon gare à vous!

Des scientifiques, afin d'étudier ces répercussions positives sur le corps humain, ont besoin de concevoir un simulateur. C'est là qu'ils ont décidé d'impliquer les jeunes dans leurs recherches, et ce, en leur confiant une partie de la tâche.

Votre tâche va donc consister à étudier la hauteur de la valve et le mouvement d'une roue de bicyclette, par rapport au centre de fixation de la fourche, en :

1. *Trouvant toutes les variables mises en jeu lorsque la roue tourne.*
2. *Selon vous, sous une relation fonctionnelle, quelles seraient les deux variables les plus pertinentes à observer (susceptible d'intéresser les chercheurs)? Pourquoi?*
3. *Maintenant que les variables à étudier ont été choisies, en manipulant les outils mis à votre disposition, donnez 86 valeurs que peuvent prendre ces variables (ces valeurs doivent être prises à intervalle régulier). Expliquez votre procédure*
4. *Toujours en utilisant les outils en votre possession, représentez sur un système d'axe vos mesures.*
5. *Quelles sont les composantes qui peuvent influencer l'allure de la courbe ?*
6. *Pouvez-vous donner la règle de la fonction que vous avez tracée ?*

ESPACE DE RÉSOLUTION

Trouvez toutes les variables mises en jeu lorsque la roue tourne.

Selon vous, quelles seraient les deux variables les plus pertinentes à observer (susceptible d'intéresser les chercheurs)? Pourquoi?

Maintenant que les variables à étudier ont été choisies. En manipulant les outils mis à votre disposition, donnez 86 valeurs que peuvent prendre ces variables, n'oubliez pas, ces valeurs doivent être prises à intervalle régulier. Expliquez votre procédure.

Toujours en utilisant les outils en votre possession, représenter sur un système d'axe vos mesures.

Quelles sont les composantes qui peuvent influencer l'allure de la courbe?

Pouvez-vous donner la règle de cette fonction?

APPENDICE F

DOCUMENT SUPPORT POUR LES ÉLÈVES DU GROUPE A

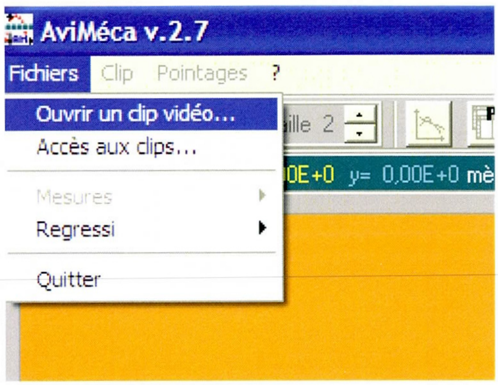
DOCUMENT SUPPORT

1. Ouvrir le logiciel AVIMÉCA :

   Sur le bureau, cliquer sur l'icône :

2. Ouvrir la vidéo de la roue

   Dans le menu « Fichiers » cliquer sur « ouvrir un clip vidéo »



Dans la nouvelle fenêtre, dans « bureau » ouvrir le dossier « activité principale »

Dans la nouvelle fenêtre sélectionne « grande roue » ou « petite roue »puis clique sur « Ouvrir ».

-Pour la suite suivre les mêmes étapes que l'activité 1.

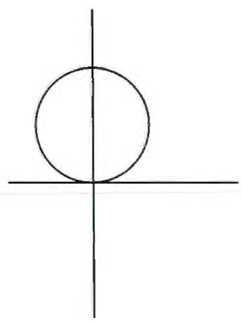
-Pour l'enregistrement nommez votre fichier « activitéB_votrenom » et enregistrez dans le dossier activité principale.

APPENDICE G

LE DEVOIR

DEVOIR

1. En utilisant le disque, et le système d'axe donnés; tracez le graphique qui met en relation l'angle de rotation et la hauteur (tels que définis en classe).
2. Quels sont les éléments qui pourraient modifier l'allure de cette courbe ?
3. Cette courbe représente-t-elle une fonction ? Si oui, donnez sa règle.
4. Dans le système suivant, pourriez-vous prédire l'allure de la courbe qui met en relation l'angle et la hauteur :



5. Donnez vos impressions sur l'expérimentation vécue ces derniers jours.

BIBLIOGRAPHIE

Artigue, Michelle. 1996. «Ingénierie didactique». In *Didactique des mathématiques,* J. Brun: delachaux et niestlé.

Bouleau, Nicolas. 2002. «Sur le rôle des mathématiques dans la société d'aujourd'hui». *Bulletin de l'APMEP,* vol. 440, p. 309-322.

Charbonneau, Louis. 1987a. «L'histoire des mathématiques». *Bulletin AMQ,* vol. Mai, p. 5-10.

Charbonneau, Louis. 1987b. «L'histoire des mathématiques». *Bulletin AMQ,* vol. Octobre, p. 5-8.

Charbonneau, Louis. 2002. «La trigonométrie: une histoire à l'envers tournée d'abord vers le ciel'». *Actes du 44ième congrès annuel de l'Association Mathématique du Québec*, p. 47–56.

Chevallard, Yves. 1989. «Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège, deuxième partie: "Perspective curriculaire: la notion de modélisation"». *Petit x,* vol. 19, p. 43-72.

Clark, Richard E. 1994. «Media will never influence learning». *Educational technology research and development,* vol. 42, no 2, p. 21-29.

Confrey, Jere, et Alan Maloney. 2007. «A theory of mathematical modelling in technological settings». In *modelling and applications in mathematics education,* p. 57-68: the 14th ICMI study.

DeKee, Sonja, Roberta Mura et Jean Dionne. 1996. «La compréhension des notions de sinus et de cosinus chez des élèves du secondaire». *For the Learning of Mathematics*, vol. 16, no 2, p. 19-27.

Depover, Christian, Thierry Karsenti et Vassilis Komis. 2007. *Enseigner avec les technologies, favoriser les apprentissages, développer des compétences*: presses de l'Université du Québec, 263 p.

diSessa, Andrea A. 1988. «Knowledge in pieces». *Constructivism in the computer age*, p. 49-70.

Gauthier, Clermont, et Maurice Tardif. 2005. *La pédagogie. théorie et pratiques de l'antiquité à nos jours*, 2e: Gaëtan morin, 397 p.

Gonzàles-Martin, Alejandro S., Fernando Hitt et Christian Morasse. 2008. «The introduction of the graphic representation of functions through the concept of covariation and spontaneous representations. A case study». In *proceedings of the joint meeting of the 32nd conference of the international group for the psychology of mathematics education,* O. Figueras, A. Sepùlveda, PME, p. 89-97. Morelia, Michoacàn, Mexico: PME.

Gravemeijer, Koeno. 2004. *Creating opportunities for students to reinvent mathematics*. The 10th ICME study, 17 p.

Gravemeijer, Koeno. 2007. «Emergent modelling as a precursor to mathematical modelling». In *Modelling and Applications in Mathematics Education,* the 14th ICME study, p. 137-144.

Greer, Brian, Lieven Varchaffel et Swapna Mukhopadhyay. 2007. «Modelling for life: mathematics and children's experience». In *modelling and applications in mathematics education,* the 14th ICMI study, p. 89-97.

Hitt-Espinosa, Fernando. 1998. «Sytèmes sémiotiques de représentation liés au concepte de fonction». *Annales de didactique et de sciences cognitives,* vol. 6, no IREM de Strasbourg, p. 7-26.

Hitt, Fernando. 2004. «Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique». *Revue des sciences de l'éducation,* vol. 30, no 2, p. 329-354.

Hitt, Fernando. 2004a. «Une comparaison entre deux approches, enseignement des mathématiques sans ou avec logiciels et calculatrices symboliques». *Actes CIEAEM-54, Villanova, Spain,* p. 351-359.

Hitt, Fernando. 2007. «Utilisation des calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion». In *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. conception et usages, regards croisés.*, Hermes, M. Baron, D. Guin et L. Trouche, p. 65-88.

Hitt, Fernando, et Christian Morasse. 2009. *Développement du concept de covariation et de fonction en 3ème secondairedans un contexte de modélisation mathématique et de résolution de situations problèmes*: (Montréal, july 26-31). CIEAEM 61.

Kendal, Margaret, et Kaye Stacey. 1998. «Teaching trigonometry». *Australian Mathematics Teacher*, vol. 54, p. 34-39.

Ministère de l'éducation, des loisirs et du sport (2004). Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, premier cycle.

O'Callaghan, Brian R. 1998. «Computer intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions». *Journal for research in mathematics education*, vol. 29, no 1, p. 21-40.

Papert, Seymour. 1981. *Jaillissement de l'esprit - ordinateur et apprentissage*. Paris: Flammarion, 298 p.

Perrin-Glorian, Marie-Jeanne, et Magali Hersant. 2003. «Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 23, n°2, p. 217-276.

Poirier-Proulx, Louise. 1997. «Enseigner et apprendre la résolution de problèmes». *Pédagogie collégial*, vol. 11, no 1, p. 18-23.

Rabardel, Pierre. 1995. «Qu'est ce qu'un instrument». *Les dossiers de l'ingénierie éducative: des outils pour le traçage de courbes*, vol. 19, p. 61-65.

Rabardel, Pierre. 1999. «Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques', Marc Bailleul». *Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques*, p. 203-213.

Reed, Stephen K. 1999. *Cognition, théorie et applications*. Teresa Blicharski et Pascal Casenave-Tapie: De Boeck, 600 p.

Smyrnaiou, Zacharoula. 2003. «Modelisation, l'apport des logiciels éducatifs». Paris, Science de l'éducation, Paris V-René Descartes.

Smyrnaiou, Zacharoula, et Annick Weil-Barais. 2005. «Évaluation cognitive d'un logiciel de modélisation auprès d'élèves de collège».

Tardif, Jacques, et Annie Presseau. 1998. *Intégrer les nouvelles technologies de l'information. quel cadre pédagogique?* , ESF, 127 p.