UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

RÔLE D'UN LOGICIEL DE MANIPULATION SYMBOLIQUE DANS L'APPRENTISSAGE DE L'ALGÈBRE AU SECONDAIRE

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

CAROLINE DAMBOISE

JANVIER 2007

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier ma directrice de mémoire, Mme Carolyn Kieran, professeure à l'Université du Québec à Montréal. Elle a suggéré des améliorations à ma recherche avant, pendant et après l'expérimentation. Sans son aide précieuse et ses conseils avisés, mon mémoire n'aurait pas atteint cette qualité.

Merci également à Texas Instruments pour le prêt des calculatrices symboliques qui ont été utilisées dans ma recherche. Sans ce prêt, je n'aurais pas pu mener à bien mon projet de recherche.

Un merci tout spécial à M. Denis Synette, professeur de français au secondaire, qui a relu mon texte et a corrigé les petites « coquilles » qui s'y trouvaient encore.

Finalement, merci à ma famille et à mon conjoint qui m'ont soutenue tout au long de ma maîtrise. Sans votre soutien et vos encouragements, je n'aurais peut-être pas été au bout de ce cheminement. Merci à ma mère pour l'exemple de courage et de persévérance qu'elle m'a donné.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ABRÉVIATIONS

CAS	Computer Algebra System
MED	Mise en évidence double
MELS	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
MES	Mise en évidence simple
SCF	Système de calcul formel
TI	Texas Instruments
UQAM	Université du Québec à Montréal

RÉSUMÉ

Dans la littérature, plusieurs recherches parlent du potentiel de l'utilisation de la technologie dans l'apprentissage de l'algèbre au secondaire. Cependant, peu de ces recherches portent sur la factorisation. Mon travail de recherche a été motivé par ces deux faits et avait pour objectif d'explorer si la calculatrice symbolique pouvait jouer un rôle significatif dans l'apprentissage de la factorisation.

Dans ma recherche, je me suis inspirée de l'approche technique/théorique développée par Chevallard (1999), et adaptée ensuite par Artigue (2002a) et Lagrange (2000). Dans cette approche, les composantes technique et théorique sont étroitement liées et la dimension théorique ne peut progresser, dans les environnements technologiques, sans la présence de la dimension technique. Mon but a donc été d'explorer le rôle d'une approche technique/théorique, intégrée dans un environnement où l'on utilise la calculatrice symbolique, pour l'apprentissage de la notion de factorisation chez des élèves en $4^{\text{ième}}$ secondaire.

Pour atteindre ce but, j'ai fait une étude comparative entre deux groupes d'élèves de $4^{\text{ième}}$ secondaire ayant des difficultés en algèbre : un groupe dont les élèves avaient chacun accès à une calculatrice symbolique (6 élèves) et un groupe où tel n'était pas le cas (10 élèves). Des feuilles d'activités avec des questions similaires pour les deux groupes ont été réalisées. Avant d'accomplir la séquence didactique composée des activités, les élèves avaient fait un pré-test pour que je puisse voir si les deux groupes avaient des connaissances semblables dans les composantes technique et théorique. La séquence didactique a été suivie par un post-test pour explorer les acquis des élèves et les différences entre les deux groupes. Des notes ont été consignées dans un journal de bord pour chacun des cours avec les deux groupes. De plus, j'ai été l'enseignante des deux groupes lors de cette étude.

En comparant les résultats au pré-test des deux groupes, on s'est aperçu qu'ils étaient similaires pour la dimension technique, mais qu'ils étaient légèrement plus forts pour la dimension théorique dans un groupe. Cependant, les résultats pour la dimension théorique étaient très bas dans les deux groupes. Les résultats au post-test nous ont indiqué que le groupe avec la calculatrice symbolique a accompli plus d'améliorations que le groupe sans calculatrice et ce, dans les deux dimensions (technique et théorique). À la suite de l'analyse des notes gardées dans le journal de bord et des réponses contenues dans les feuilles d'activités des élèves des deux groupes, on a pu dégager trois fonctions remplies par la calculatrice symbolique, qui expliqueraient les améliorations chez les élèves du groupe avec celle-ci. Les trois fonctions jouées par la calculatrice étaient les suivantes : la fonction génératrice de formes exactes, la fonction vérificatrice et la fonction instigatrice de discussions.

Cette recherche m'a permis de réaliser que le fait d'avoir rendu accessible une calculatrice à des élèves ayant des difficultés en factorisation a eu un apport positif. En fait, ces jeunes ont plus appris avec cet outil, tant au niveau technique que théorique, que les autres élèves qui n'ont pas eu accès à cet outil.

Mots clés :

factorisation, calculatrice symbolique, système de calcul formel, technique, théorie, théorique, vérificatrice, génératrice de formes exactes, instigatrice de discussions

INTRODUCTION

Le présent mémoire traite de l'utilisation de la technologie dans l'apprentissage de l'algèbre au secondaire, plus précisément, de la notion de factorisation. Le cadre théorique de cette recherche se base sur la perspective technique/théorique développée par Chevallard (1999), et adaptée par Artigue (2002a) et Lagrange (2000). Ces chercheurs insistent sur le fait que la dimension théorique en mathématiques ne peut avancer qu'en développant la dimension technique. Ma question de recherche est :

Quel est le rôle d'une approche technique/théorique, intégrée dans un environnement où l'on utilise la calculatrice symbolique, pour l'apprentissage de la notion de factorisation chez des élèves en $4^{ième}$ secondaire ?

La méthode adoptée pour répondre à cette question sera une étude comparative entre deux groupes d'élèves ayant des difficultés dans leurs cours de mathématiques 436 : un groupe où chaque élève aura accès à une calculatrice symbolique et l'autre groupe où les élèves n'auront pas cet outil. Au préalable, les deux groupes subiront un pré-test pour savoir l'état de leurs connaissances en factorisation. Par la suite, une séquence didactique de cinq activités comparables pour les deux groupes sera réalisée avec les élèves et les traces des discussions sur ces activités seront gardées dans un journal de bord. Cette séquence sera suivie d'un post-test pour mesurer les connaissances acquises dans chacun des groupes pendant le déroulement des cinq activités.

Dans le chapitre I de ce mémoire, il sera question de la problématique de cette recherche. D'abord, la littérature existante sur l'utilisation de la technologie en algèbre sera présentée ainsi que les quelques recherches sur la factorisation. Ce chapitre se terminera par l'énoncé de mon objectif de recherche.

Pour ce qui est du chapitre 2, il présentera le cadre théorique utilisé dans ma recherche. Ce cadre théorique, développé par Chevallard (1999), et adapté ensuite par Artigue (2002a) et Lagrange (2000), sera d'abord décrit en détails. Par la suite, ma question de recherche sera précisée et je définirai les composantes technique et théorique appliquées à la notion de factorisation.

Le chapitre 3 portera sur la méthodologie. On y retrouvera des détails sur la nature de l'étude et les sources de données, ainsi qu'une description de chacune des activités construites pour la séquence didactique. Ce chapitre se terminera par une description du déroulement de l'expérimentation.

L'analyse des données et la présentation des résultats de cette expérimentation se retrouveront à l'intérieur du chapitre 4. D'abord, une première analyse sera faite sur les tests des deux groupes : le pré-test et le post-test. Ensuite, une deuxième analyse portera sur les notes du journal de bord. Finalement, une troisième analyse sera axée sur les réponses des élèves aux feuilles d'activités de la séquence didactique. Toutes ces analyses serviront à répondre à la question de recherche.

Le chapitre 5 présentera une synthèse du présent mémoire suivie par des conclusions. Dans la synthèse, il sera question des résultats obtenus dans l'expérimentation et de ce qu'ils suggèrent. Ce chapitre précisera aussi quelques pistes de recherches futures.

Finalement, les appendices serviront de complément à consulter. Dans l'appendice A, on retrouvera les activités de la séquence didactique préparées pour le groupe avec la calculatrice symbolique, alors que l'appendice B présentera la séquence pour l'autre groupe sans calculatrice. Ensuite, l'appendice C présentera le pré-test utilisé dans les deux groupes tandis que l'appendice D présentera le post-test. La version des activités et des tests présentée dans ces quatre appendices est celle de l'enseignant, qui contient les réponses aux questions ainsi que des pistes de discussions. Finalement, l'appendice E montrera les résultats de chaque élève aux questions techniques et théoriques du pré-test et du post-test, ainsi que les calculs statistiques des tests-t.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Dans ma courte carrière d'enseignante, je me suis rendue compte que les élèves ont parfois beaucoup de difficultés en algèbre. J'en suis donc venue à m'interroger sur ce phénomène et sur ce qui rendait l'algèbre si difficile à comprendre pour les élèves. D'ailleurs, j'ai pu constater, dans un des cours que j'ai suivi à l'UQAM ainsi que lors de conversations avec mes collègues de travail, que ce problème était commun : peu importe le professeur, on a tous observé ce problème.

1.1 La factorisation

Pour ma part, je m'intéresse à un domaine touchant les expressions algébriques équivalentes et à un niveau plus élevé que le secondaire 2, où l'on commence à enseigner l'algèbre. Ce qui m'intéresse est la notion de factorisation. J'ai enseigné à des élèves de 15 et 16 ans en mathématiques 436 et je me suis aperçue que ceux-ci avaient une certaine difficulté avec la notion de factorisation. En fait, ils semblent éprouver une certaine confusion devant les formes factorisées et développées des polynômes, telle que décrite par Matz (1982). En effet, cet auteur affirme que les égalités algébriques ont une nature bi-directionnelle. Par exemple, $x^2 + 5x + 6$ donne $(x+2)(x+3)$ lorsqu'on le factorise et l'inverse est valable si on multiplie les deux facteurs. Ce serait donc cette nature bidirectionnelle qui rend cette activité plus compliquée aux yeux des élèves.

Ce que je trouve très curieux dans ce fait, c'est que les élèves vont cependant bien comprendre la nuance entre les facteurs d'un nombre et ce même nombre lorsqu'on est dans un mode numérique. Pourquoi n'en est-il pas de même lorsqu'on est dans un mode algébrique ? On dirait bien qu'il y a ici un blocage empêchant l'élève de faire la transposition entre ce qu'il voit de façon numérique et ce qui est vu de façon algébrique. Ce sont donc deux modes complètement séparés pour les élèves. Cet état de choses est clairement démontré dans une étude de Sfard (1991), qui parle des difficultés cognitives des élèves dans l'apprentissage de l'algèbre.

D'autre part, j'ai moi-même remarqué que les élèves qui font de la factorisation ont une certaine difficulté au niveau des problèmes écrits liés à la factorisation, car ils ne savent pas comment s'y prendre lorsqu'on donne l'aire d'un rectangle sous la forme d'un polynôme et qu'on demande de trouver la mesure des deux côtés sous la forme d'une expression algébrique. Ils ne semblent pas maîtriser la notion des rôles possibles joués par les facteurs. Cependant, ils savent très bien comment résoudre ce problème si on donne un nombre qui représente l'aire. D'ailleurs, Matz (1982) souligne qu'en arithmétique, un résultat numérique montre la fin du problème alors qu'en algèbre, c'est plus complexe de s'apercevoir des progrès réalisés vers le résultat final.

Plus précisément, il y a aussi une difficulté très grande liée à la compréhension du concept de factorisation. En effet, certaines difficultés de manipulation sont remarquées chez les élèves telles que la mise en évidence simple et double, la factorisation de trinômes et la différence de deux carrés. Selon moi, le mot « factorisation » veut dire décomposer un polynôme en facteurs jusqu'à ce que le polynôme soit complètement factorisé sur les nombres entiers, c'est-à-dire avec des facteurs où les coefficients et les constantes sont des nombres entiers. L'expression « complètement factorisé » signifie de décomposer le polynôme jusqu'à l'obtention de facteurs irréductibles, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent plus se factoriser. J'ai ajouté « sur les nombres entiers » parce que, parfois, un polynôme tel que $x^2 + 1$ est irréductible sur les entiers, mais ne l'est pas lorsqu'on utilise les nombres complexes. De plus, puisque les élèves du secondaire ne factorisent que sur les nombres entiers, il était important d'ajouter cette précision.

Pour arriver à cette décomposition en facteurs, plusieurs techniques sont nécessaires afin de manipuler les polynômes. Une des premières techniques consiste à regarder si on a un facteur commun à tous les termes du polynôme afin de le mettre en évidence. Si ce n'est pas le cas, on doit donc mettre en œuvre d'autres techniques selon le type de polynôme. En effet, s'il s'agit d'un trinôme du second degré, il faut trouver deux facteurs permettant de décomposer le terme du milieu, pour ensuite faire une mise en évidence d'un facteur commun dans deux termes, et ainsi de suite jusqu'à la factorisation complète du polynôme. Je pense que, pour beaucoup d'élèves, le mot « factoriser » ne fait pas appel à la même signification que ce que j'ai décrit ci-dessus.

En fait, selon Matz (1982), certains élèves pensent que le mot « factoriser » veut dire décomposer une partie d'une expression : dans $x^2 + 5x + 6$, ils mettent simplement x en évidence pour obtenir $x(x + 5) + 6$. En outre, ce mot « factoriser », en algèbre, décrit essentiellement les caractéristiques du résultat désiré alors qu'en arithmétique, il décrit la méthode à exécuter. C'est ainsi que Matz tente d'expliquer certains problèmes avec le concept de factorisation. Comme mentionné ci-haut, lorsqu'on demande à des élèves de trouver les deux côtés d'un rectangle en donnant son aire sous la forme d'un polynôme algébrique, ils ne voient pas le résultat désiré. Alors qu'avec des nombres, ils pensent tout de suite à factoriser.

Mes propres élèves avaient souvent de la difficulté à factoriser les trinômes, surtout ceux avec des coefficients négatifs. De plus, lorsque je demandais de factoriser une expression un peu plus tard dans l'année, alors qu'on ne travaillait plus ce module, il était fréquent que les élèves ne sachent plus quoi faire et ce que voulait dire le mot « factoriser ». Par ailleurs, j'ai remarqué que les élèves attachaient beaucoup plus de sens si l'on cherchait les zéros par factorisation dans une équation que de factoriser un polynôme représentant l'aire. Je crois qu'il en est ainsi car le fait de trouver les zéros d'une équation est plus clair dans leur esprit. En fait, ils savent qu'ils doivent chercher les valeurs de x pour lesquelles notre équation est égale à zéro. Ils savent donc plus ce qu'ils ont à faire grâce à la question. Ce n'est pas le cas lorsqu'on demande de factoriser un polynôme, car ils ne voient pas la façon d'atteindre le résultat comme l'indique Matz. Il y a donc ici une question de sens qui est importante pour les élèves. Comment arriver à donner plus de sens pour les élèves et les amener à mieux comprendre la base du concept de la factorisation ? Il serait bon de voir ce que le MELS (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport) nous suggère à ce sujet.

1.2 Suggestions du MELS vis-à-vis la factorisation

En regardant le programme du MELS de $4^{\text{ième}}$ secondaire, on se rend compte que celui-ci donne quelques pistes de réflexions. D'abord, le MELS parle des objectifs du programme et voici ce qui a trait à la factorisation : « *l'élève doit pouvoir décomposer un polynôme en facteurs soit par mise en évidence simple ou double, soit par détermination d'une différence de carrés ou d'un trinôme du second degré à coefficients entiers, ou par complétion du carré* » (Québec, 1996, p. 18). On voit bien ce que l'élève doit apprendre sur le concept de factorisation, mais il n'est nulle part question de la façon d'y arriver.

Par contre, le MELS a quelques principes directeurs qui doivent guider notre enseignement, dont un qui suggère de « *Favoriser l'utilisation de la technologie appropriée dans l'exécution d'une tâche* ». Ce principe est assez intéressant, car la technologie est un moyen qui peut permettre à certains élèves d'aller au-delà des concepts et de mieux saisir ceux-ci. Dans une recherche de Kieran et Saldanha (sous presse), il est mentionné que les activités conçues par ces auteurs et nécessitant l'utilisation d'une calculatrice symbolique, ont permis aux élèves d'avoir des idées plus claires de certaines notions (telle la factorisation), d'une manière différente de la façon traditionnelle de faire des mathématiques. Le MELS ajoute également ceci :

> *Étant donné que la technologie influe sur la mathématique et son utilisation, il est nécessaire que l'élève maîtrise les outils électroniques modernes, tels la calculatrice scientifique, la calculatrice à affichage graphique, les logiciels de dessin, ainsi que les logiciels utilitaires comme le tableur, le traitement de texte, le gestionnaire de base de données, etc. La technologie ne garantit pas la réussite de l'élève en mathématique, car les calculatrices et l'ordinateur, comme le traitement de texte pour un écrivain, ne sont que des outils. Toutefois, elle permet à l'élève d'acquérir et de comprendre les nouveaux concepts plus rapidement.* (Québec, 1996, p. 6)

Cependant, je ne crois pas que ce soit une question de comprendre les nouveaux concepts plus *rapidement* (Lagrange, Artigue, Laborde et Trouche, 2001), mais bien de les comprendre plus profondément. À cet effet, de nombreuses recherches parlent des bienfaits retirés par les élèves dans ces environnements informatisés et nous informent sur l'importance que ceux-ci peuvent avoir dans l'apprentissage des élèves. C'est ce dont il sera question dans la section suivante.

1.3 La littérature de recherche pertinente

Cette revue de la littérature de recherche est divisée en deux sections. La première traite des avantages de l'utilisation de la technologie pour l'apprentissage des mathématiques, alors que la seconde parle de la pensée liée à la factorisation chez des élèves.

1.3.1 Avantages de l'utilisation de la technologie pour l'apprentissage des mathématiques

Selon de nombreux auteurs, la compréhension des élèves se trouve augmentée lorsqu'on utilise des environnements informatisés dans l'apprentissage de certains concepts mathématiques. En effet, Kieran et Yerushalmy (2004) mentionnent, dans une synthèse de la littérature sur le rôle des outils technologiques dans l'apprentissage de l'algèbre, que la compréhension conceptuelle des élèves se trouve enrichie et que leurs performances sont augmentées dans de tels milieux. En plus, ces auteures parlent du développement d'une meilleure attitude chez les élèves face aux mathématiques en général depuis leur utilisation de la technologie. Par exemple, ces auteures citent la recherche de Cedillo et Kieran (2003) qui remarquent que :

> *Our students' reactions and our classroom observations were evidence that the introduction of symbol-manipulating calculators in the classroom was a crucial factor in promoting not only students' learning of algebra but also their positive attitude toward mathematics.* (Cedillo et Kieran, 2003, p. 235)

Également, ces chercheurs mentionnent que les progrès chez des élèves ayant des difficultés en mathématiques sont plus importants avec l'utilisation de la calculatrice. Cedillo et Kieran (2003) soulignent aussi que cet instrument permet de passer du particulier au général, en aidant ainsi les élèves dans leur apprentissage de l'algèbre. D'ailleurs, Lagrange (2003) reprend aussi cette idée en l'appliquant à un contexte d'optimisation : « *the availability of CAS [Computer Algebra System] helped amplify the tasks of optimizing and the techniques to pass from a particular to a generalized configuration* » (p. 279).

Aussi, Drijvers (2003) affirme que le fait de travailler avec un Système de Calcul Formel [SCF] permet d'augmenter les conceptions mentales ainsi que les habiletés papier/crayon. En effet, dans sa recherche portant sur la résolution d'équations, il a observé, lors d'entrevues avec des élèves, des retombées de cette nature :

> *[...] almost all the students performed a substitution of a parametric expression for y without a computer algebra machine, even if they did not do so correctly in all instances. We interpreted this outcome as modest evidence that working ... in the computer algebra environment improved their mental conception and also their paper-pencil skills.* (p. 261)

Ball, Pierce et Stacey (2003) soulignent aussi que les élèves peuvent retirer des bienfaits de l'utilisation de la calculatrice symbolique dans plusieurs situations qui n'étaient pas prévues par les enseignants. Leur recherche portait sur la reconnaissance d'expressions algébriques équivalentes et insistait sur l'importance de reconnaître des expressions équivalentes par les élèves. En ce sens, la calculatrice s'est avérée un bon outil, car elle permet de transformer des expressions algébriques de la forme factorisée à la forme développée et inversement.

1.3.2 La pensée liée à la factorisation chez des élèves

Dans toutes les revues de la littérature sur l'apprentissage de l'algèbre telle que la revue de la littérature de Kieran (1992), on remarque que peu de recherches sans technologie sont réalisées sur l'apprentissage du concept de factorisation. Je n'ai trouvé qu'une seule étude sur ce sujet qui est celle de Matz (1982). Par contre, on retrouve un peu plus d'études sur l'utilisation de la technologie dans l'apprentissage du concept de factorisation. Parmi celles-ci, on trouve celle de Guin et Trouche (1999), Artigue (2002a) ainsi que celle de Kieran et Drijvers (2006) dont il sera question dans les paragraphes suivants.

Dans leur étude, Guin et Trouche (1999) mentionnent que les élèves avaient de la difficulté à distinguer les formes développées et factorisées d'une expression algébrique. Les chercheurs précisent qu'ils ont observé cette difficulté à la suite d'une mauvaise utilisation des commandes « expand » et « factor » de la calculatrice symbolique par les élèves. En effet, selon ces auteurs, la différenciation entre l'objet mathématique et ses différentes représentations ne peut se faire sans pouvoir reconnaître, au préalable, les deux formes d'une expression algébrique : factorisée et développée.

Artigue (2002a) appuie également ce point de vue en écrivant : « *le bon fonctionnement de la situation nécessiterait que les élèves sachent bien discriminer formes développée et factorisée. La situation va révéler ... que c'est loin d'être le cas* » (p. 295). D'autre part, Ball, Pierce et Stacey (2003) ajoutent que l'habileté à reconnaître les formes équivalentes d'une expression algébrique provient d'une habileté encore plus générale qu'elles nomment « l'anticipation algébrique » (« algebraic expectation »). Elles considèrent que cette anticipation algébrique serait l'équivalent de l'estimation numérique (« number sense ») et la définissent de la façon suivante : « *knowing conventions and basic properties of operations, and being able to identify the structure and key features of algebraic expressions; the Algebraic expectation is the general ability needed to monitor on a CAS screen, making on-going rough checks for mathematical sense.* » (p. 17). De plus, leur étude montre que cette habileté générale peut se développer chez les élèves, mais que les curriculums actuels n'y accordent pas beaucoup d'importance.

Même si des résultats de la recherche portant sur la factorisation soulignent les difficultés des élèves en manipulation symbolique, l'utilisation des environnements technologiques dans ces recherches peut nous éclairer sur les difficultés des élèves, mais d'une façon différente que dans les environnements papier/crayon. Ainsi, Drijvers (2003) dit qu'on peut voir les parties conceptuelles du schème d'instrumentation[1] qui ne sont pas complétées lorsqu'on travaille dans un environnement informatisé : « *many difficulties that students encounter while working with a computer algebra device ... are often interesting to*

---

[1] « *An instrumentation scheme consists of two components : a technical part and a mental part. The technical part concerns the sequence of actions that a person performs on a machine to obtain a certain goal. In the use of mathematical IT tools, the mental part consists of the mathematical objects involved and a mental image of both the problem-solving process and the machine actions. Such mental mathematical conceptions are part of the instrumentation scheme and can evolve further during the development of the scheme. Technical skills and algorithms and conceptual insights are inextricably bound up with each other in the instrumentation scheme* » (Drijvers, 2003, p. 244).

consider because they may reveal an incomplete conceptual part of the instrumentation scheme » (p. 264).

Aussi, Lagrange (2000) parle en détail d'un phénomène de confusion chez les élèves entre les objets mathématiques et leur représentation sur la calculatrice en le nommant la double référence (phénomène défini par Artigue, 1997). Il se base sur des recherches effectuées par Artigue (1997) sur des milieux informatisés tels que Derive. En fait, ce phénomène serait attribué à des décalages entre les résultats obtenus par l'outil informatisé et ceux qu'on obtient par papier/crayon. Lagrange écrit que : *« l'interaction avec un système de calcul symbolique fonctionne sous une 'double référence' d'une part aux significations mathématiques 'habituelles' et d'autre part à la logique algorithmique du système »* (Lagrange, 2000, p. 5). Il insiste sur le fait que lorsque l'enseignant ne peut anticiper cette interaction, cela produit un effet négatif chez les élèves puisque ceux-ci ne peuvent pas toujours comprendre la logique du système. Il faut donc réaliser une expérimentation rigoureuse qui tienne compte de la double référence afin qu'on puisse tirer avantage de ce phénomène. Kieran et Drijvers (2006) expliquent la double référence en utilisant un exemple avec la factorisation. Dans cet exemple, ils écrivent que la calculatrice symbolique (TI-92 Plus) factorise l'expression $x^{10} - 1$ de la façon suivante : $(x-1)(x+1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$. Cependant, si on fait, avec papier/crayon, une factorisation incomplète telle que : $(x-1)(x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$, et qu'on prend le dernier facteur de cette factorisation en demandant à la calculatrice symbolique de le factoriser, celle-ci ne donne que le résultat : $(x+1)(x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1)$.

Également, Lagrange parle d'une étude de Mounier et Aldon (1996) qui touche la factorisation et traite des effets négatifs de la double référence. Ces chercheurs, après avoir fait trois versions de leur problème, ont fini par trouver une façon de faire avancer celui-ci pour contrer les effets de la double référence. En fait, on demandait aux élèves de trouver la factorisation générale pour des polynômes de la forme $x^n - 1$. Les élèves devaient faire des conjectures pour différentes valeurs de n, mais à un certain moment, ils n'étaient plus capables d'avancer puisque le prochain essai allait en contradiction avec leur conjecture précédente. Mounier et Aldon ont donc décidé d'orienter leur recherche différemment.

« Ainsi, la technique de regroupement des facteurs dans Derive va être une clé pour que l'élève comprenne les rapports entre les différentes factorisations » (Lagrange, 2000, p. 19). Ce qui va donc permettre d'atténuer le phénomène de double référence et, par le fait même, les élèves pourront mieux avancer dans le travail et ainsi produire des conjectures intéressantes.

Dans un contexte un peu différent, mais toujours dans le domaine de la factorisation pour des polynômes de la forme $x^n - 1$, la recherche de Kieran et Drijvers (2006) tire avantage du fait que la calculatrice symbolique retourne la forme complètement factorisée des expressions algébriques. Le but était de faire prendre conscience aux élèves que leur méthode de factorisation papier/crayon ne produisait pas des expressions complètement factorisées pour certains types d'expressions. Les sorties de la calculatrice symbolique ont donc provoqué une remise en question vis-à-vis la pensée théorique limitée des élèves sur la factorisation. Ainsi, ces élèves ont pu développer de nouvelles idées théoriques sur ce concept.

D'autre part, Nguyen-Xuan, Nicaud, Bastide et Sander (2002) ont fait une étude sur la factorisation dans un environnement technologique de manipulation symbolique. Dans cette étude, ces chercheurs mentionnent que l'observation de techniques de factorisation est une bonne approche pour les débutants, mais que cette approche est moins efficace chez les élèves qui commencent à devenir des experts. En fait, les élèves qui deviennent experts apprennent mieux lorsqu'ils font les exercices par eux-mêmes plutôt qu'en observant.

1.4 Objectif de recherche

En résumé, la littérature nous fournit plusieurs exemples de recherches qui ont utilisé la technologie. Parmi les avantages d'une telle utilisation, on retrouve d'abord le potentiel pour une compréhension conceptuelle augmentée chez les élèves. Ensuite, l'attitude des élèves à l'égard des mathématiques peut évoluer et leur motivation peut devenir plus grande. Le niveau de confiance des élèves peut augmenter et cela, parfois même en dépassant les attentes des enseignants. De plus, la technologie permet de passer d'exemples particuliers à des cas plus généraux. Finalement, les conceptions mentales sont accrues sur les notions d'expressions algébriques ainsi que sur les habiletés papier-crayon.

Cependant, la recherche nous signale aussi la confusion qui peut être créée chez l'élève par le phénomène de double référence, c'est-à-dire la confusion que l'outil amène entre les objets mathématiques réels et leur représentation sur la calculatrice. Les environnements technologiques peuvent donc nous éclairer davantage sur les difficultés conceptuelles des élèves d'une manière qu'on ne peut pas obtenir dans un environnement papier/crayon. Quand une calculatrice symbolique affiche un résultat surprenant à un élève, ça peut instiguer une situation qui permet de mieux voir ce qui est à la base de ses difficultés. La calculatrice constitue donc un outil didactique pour un enseignant lorsque les tâches sont construites pour produire des anomalies ou des surprises. Ainsi, l'élève peut devenir conscient des limites de sa pensée et de son raisonnement et donc, être poussé à améliorer son niveau de compréhension.

Mais comme nous avons déjà remarqué, il y a très peu de recherches qui existent sur la factorisation. Je me suis demandée si les difficultés de factorisation remarquées chez mes élèves de $4^{\text{ième}}$ secondaire seraient réduites par des activités avec la calculatrice symbolique, et si oui, pourquoi et comment. La recherche existante sur le potentiel de la technologie dans l'apprentissage de l'algèbre et aussi la quasi-absence des études portant sur la factorisation suggère un objectif de recherche précis. Cet objectif est le suivant : savoir si la calculatrice symbolique peut jouer un rôle significatif dans l'apprentissage de la factorisation chez les élèves en $4^{\text{ième}}$ secondaire.

CHAPITRE II

LE CADRE THÉORIQUE

Dans le chapitre précédent, il a été question de plusieurs recherches utilisant la technologie dans l'apprentissage d'une notion mathématique en algèbre, des avantages qui pouvaient en être retirés ainsi que des recherches sur la factorisation. Toutes les recherches citées dans le chapitre précédent se basent sur des cadres théoriques afin de préparer les tâches à être utilisées dans la recherche et aussi d'analyser les données recueillies. Certaines utilisent des notions qui me seront utiles à mon tour, soit les dimensions technique et théorique. C'est ce que je développerai en détail dans le présent chapitre, ainsi que la façon d'appliquer ce cadre théorique à la notion de factorisation.

2.1 La technique et la théorie

Dans ma recherche, deux notions sont essentielles, soit la dimension technique et la dimension théorique. Comme ma recherche porte sur le concept de factorisation, il est clair que la technique est présente. En effet, pour pouvoir factoriser, il faut manipuler les expressions algébriques et cette manipulation symbolique repose sur la technique. Par le passé, on ne considérait pas la dimension théorique comme étant importante dans ce concept et dans l'algèbre en général. Cependant, la recherche des Français en algèbre nous montre que cette dimension a son importance. D'ailleurs, l'interaction entre la théorie et la technique est primordiale pour que la compréhension d'un concept puisse avancer.

De nombreux auteurs intègrent ces deux notions (technique/théorique) dans leur recherche, avec ou sans lien avec l'utilisation de la technologie. Chevallard (1999) est le premier à développer ces notions sans parler de la technologie, et dans le sens où je l'utilise. Il parle de « praxéologie », qui est un modèle organisé en niveaux tels que les types de tâches, les techniques, les technologies et les théories. D'abord, il définit les tâches comme étant des objets relativement précis. Par exemple, une tâche peut être de demander la forme factorisée d'une expression algébrique. Par la suite, il mentionne que les techniques font référence à la manière d'accomplir ou de réaliser les tâches demandées. Donc, la technique utilisée dans la tâche précédente est la façon de factoriser une expression algébrique.

Ensuite, il précise que les technologies sont formées du discours rationnel sur les techniques utilisées soit pour justifier celles-ci, soit pour expliquer pourquoi il en est ainsi ou tout simplement, pour produire d'autres techniques. Cette partie de la praxéologie est souvent incluse dans le niveau théorique de nos jours, puisque la technologie fait plutôt référence aux outils informatisés qu'on utilise dans les recherches. Finalement, le dernier niveau définit par Chevallard est le niveau théorique. Dans celui-ci, il mentionne qu'on reprend le rôle qu'a la technologie par rapport aux techniques, c'est-à-dire que la théorie permet d'éclairer le discours rationnel sur les techniques en apportant des précisions sur les parties plus ou moins explicites de ce discours.

Artigue (2002a) et Lagrange (2000) adaptent les idées du cadre théorique développé par Chevallard. D'abord, Lagrange (2000) se concentre sur trois principaux termes développés par Chevallard : tâche, technique et théorie. Lagrange définit ces termes en mentionnant que :

> *[...] les tâches sont d'abord des problèmes. Les techniques s'élaborent relativement aux tâches puis se hiérarchisent. Des techniques officielles émergent et les tâches se routinisent en devenant des moyens pour perfectionner les techniques. L'environnement théorique se constitue pour rendre compte des techniques, de leur fonctionnement et de leurs limites. Il se développe ensuite au cours d'un travail de la technique qui vise à la fois l'amélioration des techniques et leur maîtrise.* (Lagrange, 2000, p. 16)

C'est clair que, pour Lagrange, le développement de la pensée théorique est basé sur le développement des techniques. De plus, Lagrange ajoute que les techniques sont un lien entre les tâches et la réflexion théorique (conceptuelle). Il définit le terme « technique » en disant que c'est la façon de faire une tâche précise et que c'est un mélange entre une routine et une réflexion. Pour sa part, Artigue (2002b) parle aussi des techniques et de la théorie dans le même sens que Lagrange : « *A technique is a manner of solving a task and, as soon as one goes beyond the body of routine tasks for a given institution, each technique is a complex assembly of reasoning and routine work* » (Artigue, 2002b, p. 248). Le point important des réflexions et de la recherche empirique d'Artigue (2002a, 2002b) et de Lagrange (2000) est que l'aspect théorique ne se développe pas si l'aspect technique est négligé. Ce fait est devenu évident dans leurs recherches lorsque les professeurs, qui pensaient que les environnements Derive feraient tout le travail technique pour les élèves, ont trouvé que l'aspect théorique ne se développait pas chez les élèves sans faire attention en même temps à l'aspect technique.

2.2 Question de recherche

Ce cadre théorique sur la praxéologie, développé par Chevallard et ensuite adapté par Artigue (2002a) et Lagrange (2000), va me servir de base pour faire ma recherche. La perspective technique/théorique est essentielle pour construire mes activités et pour analyser les données que je recueillerai. Comme je l'ai déjà précisé dans le chapitre 1, le nombre limité de recherches sur la factorisation me pousse à investiguer davantage dans ce domaine, et je m'intéresse beaucoup à l'apport que la technologie peut avoir dans l'enseignement de la factorisation. Je sais que la factorisation constitue une notion difficile pour certains élèves, surtout en ce qui a trait à la différentiation des deux formes d'une expression (factorisée et développée). Je veux donc prendre une perspective technique/théorique, soutenue par la technologie, afin de voir si les activités construites autour de ces deux perspectives vont permettre aux élèves de mieux comprendre la factorisation et de quelle façon la technologie aide dans cette compréhension.

Le but de ma recherche sera donc de tenter de répondre à cette question :

Quel est le rôle d'une approche technique/théorique, intégrée dans un environnement où l'on utilise la calculatrice symbolique, pour l'apprentissage de la notion de factorisation chez des élèves de 4ème secondaire ?

2.3 Application de l'approche technique/théorique à la notion de factorisation

Pour répondre à cette question, il est essentiel de préciser le cadre théorique sur la technique et la théorie par rapport à la factorisation et son opération inverse, le développement. Ces précisions serviront pour l'élaboration des tâches et des autres éléments de la méthodologie qui seront décrits dans le chapitre 3. Elles seront aussi la base pour l'analyse des données présentée dans le chapitre 4.

2.3.1 Technique

Le tableau 2.1 présente des techniques pour faire de la factorisation et du développement d'expressions algébriques dans des environnements technologiques (avec la TI-92 Plus) et dans des environnements papier/crayon, pour la sous-classe d'expressions algébriques qui se trouve dans le programme de 4ème secondaire.

Tableau 2.1 Techniques pour faire de la factorisation et du développement d'expressions pour une sous-classe d'expressions

Technique	**Méthode utilisant la calculatrice symbolique (TI-92 Plus)**	**Méthode avec papier/crayon**
1. Factoriser complètement une expression	Commande « factor »	Factoriser à la main une expression en utilisant une des méthodes suivantes : mise en évidence simple, mise en évidence double, factorisation du trinôme de second degré et différence de deux carrés.
2. Développer complètement une expression	Commande « expand »	Développer à la main les expressions en les multipliant, en combinant les termes semblables et en ordonnant les termes à la fin.

Même s'il y a des similitudes entre la méthode avec calculatrice et celle du papier/crayon en ce qui concerne le résultat, il faut tout de même préciser certains points où l'on note des différences. D'abord, les méthodes papier/crayon de factorisation exigent des décisions de la part de l'étudiant en ce qui concerne la sous méthode à être utilisée : par exemple, la mise en évidence, la différence de carrés, ou ... Il faut reconnaître des caractéristiques structurales. Ici, on remarque un certain rôle théorique joué dans le choix d'une technique. D'autre part, la calculatrice donne des réponses selon un symbolisme qui lui est propre. En effet, la calculatrice ordonne les termes d'une expression en respectant le degré de chacun. Ce n'est pas toujours le cas lorsqu'on fait le calcul avec papier/crayon. Par exemple, lorsqu'on entre l'expression « $y^2 + 3xy + x^2$ » dans la calculatrice, on obtient l'expression suivante : « $x^2 + 3xy + y^2$ », alors que dans une manipulation papier/crayon, l'élève ne fera pas nécessairement un tel changement dans l'ordre des termes donnés.

En outre, la calculatrice peut donner une forme factorisée où l'on devra appliquer la commutativité pour que la réponse soit la même que celle obtenue par la technique papier/crayon. Par exemple, la calculatrice peut donner la forme factorisée « $(x + 2)(x + 3)$ » pour l'expression « $x^2 + 5x + 6$ », alors que, par une factorisation à la main, on peut obtenir la forme factorisée « $(x + 3)(x + 2)$ ». Dans les deux cas, il s'agit de la même réponse puisque la propriété de commutativité du produit conserve l'équivalence des expressions.

2.3.2 Théorie

La littérature où il est question du cadre théorique que j'ai adopté pour cette recherche ne donne pas beaucoup d'indications sur la signification de « la pensée théorique en algèbre élémentaire » non plus que sur la signification de « la pensée théorique vis-à-vis la factorisation ». Également, peu d'informations existent sur la manière dont cette pensée théorique pourrait être révélée à l'élève. Dans leur recherche, Kieran et Drijvers (2006) suggèrent que, pour la factorisation de $x^n - 1$, la pensée théorique inclut : la perception d'une forme générale et la conscience du rôle joué par l'exposant dans la factorisation complète de ce polynôme. Ces chercheurs remarquent aussi que le discours des élèves peut porter des indices importants de leur pensée théorique.

Mais de quelle façon est-ce qu'un discours ou une explication mathématique peut être un indicatif d'une pensée théorique ? Une explication mathématique peut prendre différentes formes : expliquer pourquoi une technique marche; faire des connections avec d'autres techniques ou théories; être basée sur des règles et des structures numériques. Plus précisément, pour les techniques décrites dans le tableau 2.1, une explication mathématique qui est théorique et qui est liée à la factorisation peut comprendre trois éléments théoriques principaux. Ces éléments sont la relation entre les formes factorisée et développée, la relation entre les paramètres a, b et c (où a, b et c sont des nombres entiers quelconques) dans un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$ ainsi que le fait de reconnaître si un trinôme de second degré est factorisable.

D'abord, une bonne compréhension du concept de factorisation exige de savoir reconnaître la forme factorisée et la forme développée, mais également, de comprendre le lien existant entre ces deux formes. En fait, la forme factorisée d'une expression algébrique est équivalente à la forme développée, mais ces deux formes ne sont pas les mêmes. Dans la forme factorisée, on retrouve une multiplication de facteurs. Ces facteurs peuvent être des monômes, des binômes ou des polynômes. Pour sa part, la forme développée est un polynôme obtenu en distribuant systématiquement tous les produits sur les sommes. La forme développée est donc composée d'additions et/ou de soustractions de termes qui ne sont pas sembables.

Les deux derniers éléments théoriques ont des parties communes, car le fait de savoir reconnaître si un trinôme de second degré est factorisable repose directement sur la relation entre les paramètres a, b et c dans un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$. Lorsqu'un élève factorise un trinôme, il doit remplacer le terme du milieu par deux termes qui lui permettront de faire une mise en évidence double. Pour ce faire, il doit trouver deux nombres entiers dont la somme est la valeur de b et dont le produit est la valeur de $a \times c$. Cela demande une analyse de la part de l'élève, afin de trouver les deux nombres qui respectent ces caractéristiques. Lorsque ces deux nombres sont trouvés, l'élève pourra effectuer la factorisation complète du trinôme. Cependant, si l'élève ne peut trouver ces deux nombres (car ils n'existent pas dans cette relation), alors il doit être en mesure de conclure que le trinôme n'est pas factorisable sur les entiers.

En gardant à l'esprit ces éléments techniques et théoriques, des tâches les combinant ont été construites. Ces tâches, qui seront décrites dans le chapitre suivant, avaient pour but d'instiguer une compréhension améliorée de la factorisation chez des élèves de 4^{ième} secondaire. Cette instigation était basée sur l'entrelacement des aspects technique et théorique et sur l'utilisation de la calculatrice symbolique dans cet apprentissage.

CHAPITRE III

LA MÉTHODOLOGIE

Dans le présent chapitre, je préciserai la nature de l'étude, les sources de données, la construction des diverses tâches données aux élèves ainsi que le déroulement de l'expérimentation. Je commencerai ces discussions en abordant la façon par laquelle j'ai essayé d'explorer le rôle joué par la calculatrice symbolique dans une perspective technique/théorique appliquée à l'apprentissage de la factorisation.

3.1 Nature de l'étude et sources des données

Afin d'explorer le rôle joué par la calculatrice symbolique dans l'apprentissage de la factorisation, une étude comparative (*voir* Riordin et Noyce, 2001; McGraw et al., 2006) a été mise en place. Deux groupes ont participé à cette étude : un ayant accès à une calculatrice symbolique (A) et l'autre n'ayant pas cet outil (B). Ces deux groupes ont passé les mêmes pré-test et post-test. Ces deux tests étaient administrés sans accès à l'outil technologique. Deux séquences didactiques (*voir* Steffe et Thompson, 2000) ont été crées avec des questions semblables, sauf que, pour le groupe sans calculatrice symbolique, toutes les tâches impliquaient l'utilisation du papier/crayon seulement. Les feuilles d'activités des élèves de chaque groupe ainsi que les feuilles des deux tests de ces groupes ont servi comme sources de données. J'étais l'enseignante de ces deux groupes tout au long de l'étude. En plus, un journal de bord (*voir* Moschkovich et Brenner, 2000) a été tenu, où j'ai transcrit mes observations après chaque rencontre avec chacun des deux groupes. Le journal de bord a servi à garder les traces du contenu des discussions tenues dans chacun des groupes ainsi que des problèmes et d'autres détails de l'expérience (par exemple, la durée de chaque activité ainsi que la durée des discussions).

Cette étude avait des aspects quantitatifs et qualitatifs. L'aspect quantitatif de la recherche réside dans le fait qu'il y avait une comparaison entre deux groupes. Les données du pré-test et celles du post-test ont été soumises aux analyses statistiques (*voir* Alalouf et al., 1990) pour déterminer les différences entre les deux groupes avant et après l'expérience didactique. L'aspect qualitatif de la recherche vient de l'approche qualitative apportée aux analyses suivantes : les réponses des élèves (*voir* Confrey et Lachance, 2000) au pré-test, au post-test et aux feuilles d'activités de la séquence didactique ; la nature des discussions tenues en groupe (*voir* Lesh et al., 2000) ainsi que les notes gardées dans mon journal de bord (*voir* Moschkovich et Brenner, 2000). Le cadre théorique développé par Chevallard (1999), et adapté par Artigue (2002a) et Lagrange (2000), par rapport aux composantes technique/théorique, a été le fil conducteur de ces analyses quantitatives et qualitatives.

3.2 Construction des tâches

La troisième composante du cadre théorique développé par Artigue (2002a), Lagrange (2000) et leurs collègues – dont les deux autres composantes sont la technique et la théorie – concerne les tâches, plus particulièrement, celles utilisant la technologie comme élément de base. Dans cette section, je présenterai d'abord un résumé des quelques principes avancés par ces chercheurs concernant la construction de telles tâches. Par la suite, chacune des tâches construites pour cette étude sera décrite.

3.2.1 Principes généraux sur la construction des tâches

Parmi les quelques conseils concernant la construction de tâches permettant l'intégration de la technologie dans l'enseignement, il y a ceux d'Artigue (2002a) qui souligne que les activités doivent piquer la curiosité des élèves et que le travail mathématique demandé doit leur être accessible. Pour leur part, Guin et Trouche (1999) précisent davantage leurs conseils afin d'organiser l'enseignement en fonction de l'utilisation de la technologie. En effet, ces chercheurs mentionnent qu'on doit porter une attention spéciale à l'organisation de la classe, qu'on doit limiter le nombre de commandes utilisées par activité et qu'on doit varier les questions et faire des liens avec les mathématiques courantes. Finalement, Drijvers (2003) insiste sur le fait que l'enseignant doit demander aux élèves travaillant avec la calculatrice symbolique d'expliquer de quelle façon ils auraient fait le problème dans un environnement papier/crayon. Ce dernier conseil est important pour plusieurs raisons. D'abord, il permet de voir si l'élève comprend bien les concepts contenus dans les activités et s'il fait la transposition de cet environnement technologique vers un environnement papier/crayon, qui est beaucoup plus habituel en mathématiques. De plus, il permet aux chercheurs de voir la nature de l'impact des sorties calculatrices sur la pensée théorique et l'activité technique de l'élève, ainsi que l'interaction entre ces deux aspects de l'activité mathématique.

En tenant compte de ces conseils, j'ai tenté de créer des questions qui permettraient aux élèves de développer des techniques de factorisation et qui leur permettraient également de mieux comprendre le concept de factorisation. Pour ce faire, j'ai parfois demandé aux élèves d'expliquer le processus par lequel elles[2] effectuaient une mise en évidence simple, une factorisation avec un trinôme ou autres. Chacune de ces questions avaient pour but de montrer ce que l'élève avait compris dans les tâches pour développer des techniques, et ainsi de voir où en était rendue sa compréhension théorique. D'ailleurs, en demandant aussi d'inventer des situations, on a pu discerner la qualité de la compréhension technique et théorique chez les élèves.

3.2.2 Description des tâches

Pour cette recherche, j'ai élaboré une séquence de cinq activités principales portant sur la factorisation. Chaque activité comprenait plusieurs tâches. Quelques-unes de ces tâches étaient de nature technique et d'autres étaient de nature théorique. J'ai aussi élaboré un pré-test et un post-test : je reparlerai de ces tests après avoir décrit chacune des activités. Les cinq activités pour les deux groupes se trouvent, dans leur totalité, en annexe (*voir*

---

[2] Le féminin est utilisé pour parler des élèves de l'expérience, car les deux groupes n'étaient constitués que de filles.

appendices A et B). Il faut noter que c'est la version de l'activité créée pour le professeur qui est donnée en annexe. Cette version contient des idées pour mener des discussions en classe, des réponses possibles des élèves aux questions de discussion et un corrigé pour les questions des feuilles d'activités. Les appendices C et D contiennent des copies du pré-test et du post-test qui sont les versions du professeur.

Le tableau 3.1 présente une synthèse du contenu mathématique de chacune des activités élaborées. Ces activités portaient sur les même notions dans chacun des deux groupes. Par contre, pour le groupe qui n'avait pas accès à la calculatrice, les activités ont été adaptées afin que les élèves puissent faire toutes les tâches avec papier/crayon. Par exemple, les questions où l'on exigeait de faire la vérification avec la calculatrice ont été remplacées par des questions où les élèves avaient à vérifier par elles-mêmes en multipliant de nouveau les facteurs trouvés à la suite d'une factorisation. Ainsi, les élèves pouvaient se rendre compte si elles avaient fait des erreurs dans leur factorisation.

Tableau 3.1 Synthèse du contenu de chaque activité de la séquence didactique

Activité	**Contenu de l'activité**
Activité 1	- Mise en évidence simple (MES) - Mise en évidence double (MED)
Activité 2	- Forme factorisée - Forme développée - Lien entre les formes factorisée et développée - Aire d'un rectangle comme forme développée
Activité 3	- Factorisation de trinômes avec $a = 1$ et avec des coefficients positifs - Trinôme factorisable
Activité 4	- Factorisation de trinômes avec $a = 1$ et avec des coefficients négatifs

Activité 5	- Factorisation de trinômes avec $a \neq 1$

La première activité porte sur la mise en évidence simple et double. Cette activité est composée de trois sections dont chacune a un objectif bien précis. Dans la première section, il y a quelques tâches techniques de mise en évidence simple (MES), suivies par des tâches qui demandent une explication des techniques utilisées. Le but pour les élèves est de se rendre compte que la mise en évidence peut produire un monôme, un binôme ou un polynôme. Par la suite, pour vérifier si les élèves ont bien compris le concept de la MES, une tâche demande d'inventer une expression algébrique avec un certain facteur commun donné. Pour ce qui est de la deuxième section, les tâches portent sur la mise en évidence double (MED) et l'idée d'une factorisation qui est impossible. La troisième section fait un retour sur la mise en évidence simple et double afin d'explorer les techniques acquises par les élèves dans les deux premières sections.

Le but de la seconde activité est d'amener les élèves à comprendre le lien existant entre la forme factorisée et la forme développée. L'activité commence par des tâches de mise en évidence suivies par le développement de ces expressions factorisées. Ces tâches sont suivies par des questions théoriques portant sur le lien entre les formes factorisée et développée. En demandant si l'on peut avoir deux formes factorisées différentes pour une même expression algébrique, on veut creuser un peu la notion de forme factorisée. Finalement, le problème sur l'aire du rectangle a pour but d'instiguer la création d'un lien entre les deux formes dans un contexte « réel ». Ce problème est présent dans cette activité puisque plusieurs manuels approuvés par le MEQ ainsi que les examens finaux insistent sur ce dernier.

En ce qui concerne les trois dernières activités, elles sont toutes centrées sur la factorisation avec les trinômes du second degré, car comme je l'ai mentionné dans mon expérience personnelle, les élèves ont souvent de la difficulté à factoriser ces trinômes. J'ai donc séparé la factorisation des trinômes en trois parties, respectivement les activités 3, 4 et 5 : les trinômes à coefficients positifs avec $a = 1$, les trinômes à coefficients positifs et négatifs avec $a = 1$ et les trinômes avec $a \neq 1$. Le but de la troisième activité est de présenter une technique un peu différente pour la factorisation des trinômes en décortiquant les coefficients. Par exemple, la première étape de la factorisation d'un trinôme comme $x^2 + 9x + 20$ est de décortiquer le $9x$ en deux parties $(4x + 5x)$ pour construire le polynôme $x^2 + 4x + 5x + 20$. Cette étape est suivie par une MED. Nous avons considéré que cette technique facilite l'acquisition d'une meilleure compréhension de ce qui fait qu'un trinôme du second degré n'est pas factorisable. Dans la première section, l'activité commence par des tâches demandant les formes factorisée et développée d'un trinôme. Ces tâches se poursuivent avec des questions permettant aux élèves de voir les conditions rendant un trinôme factorisable ou non. Ensuite, des tâches demandent si certains trinômes sont factorisables ou non. Enfin, dans les sections 2 et 3, des tâches, permettant la pratique des techniques vues précédemment dans la factorisation de divers trinômes, sont présentées.

La quatrième activité a pour objectif de permettre aux élèves de factoriser des trinômes avec des coefficients négatifs. La première section débute par quelques questions sur les nombres négatifs permettant de savoir si les élèves ont une certaine aisance avec ces nombres. Ensuite, les tâches exigent la factorisation de deux trinômes selon l'exemple donné. Une tâche subséquente demande une explication de cette technique. Finalement, la section 2 est centrée sur la factorisation des trinômes, suivi par la vérification de ces factorisations.

Pour ce qui est de la cinquième activité, elle a pour but de développer les habiletés de l'élève dans la factorisation de trinômes, de la forme $ax^2 + bx + c$, dont le coefficient dominant (a) est différent de 1. La section 1 de cette activité sert à faire le lien entre la forme factorisée et la forme développée. La première tâche demande de transformer une forme factorisée en une forme développée. Ensuite, les autres tâches s'attardent un peu plus sur les mécanismes de la technique réalisée par l'élève en l'amenant graduellement à la factorisation de ces trinômes. La section 2 commence par une tâche sur la recherche des valeurs de a, b et c dans la forme développée d'un trinôme et se termine par des tâches de factorisation afin de solidifier le développement de cette technique.

3.2.3 Feuilles d'activités et moments de discussion

Pour cette recherche, chaque élève avait des feuilles d'activité où elle écrivait ses démarches et ses réflexions. Ce travail se faisait de façon individuelle, mais il était suivi d'une discussion en groupe (*voir* Kieran et Saldanha, sous presse) après chacune des cinq activités. Dans cette discussion, les élèves avaient accès à un corrigé qu'elles recevaient après m'avoir remis la feuille d'activité terminée. De plus, elles pouvaient intervenir et mentionner ce qu'elles avaient appris lors de l'activité.

3.2.4 Le pré-test et le post-test

Finalement, le pré-test et le post-test ont été construits (*voir* appendice C et D pour les questions de ces deux tests, version du professeur). Ces deux tests sont très similaires. En fait, une seule différence, située dans le pré-test, subsiste : le pré-test débute par quelques questions sur les opérations avec les nombres négatifs. En ce qui concerne les deux tests, les questions demandent aux élèves de factoriser des expressions algébriques, de trouver la forme développée d'une expression, d'expliquer leur raisonnement et de décrire le lien entre les formes développée et factorisée.

Avec le pré-test, je pouvais voir si les deux groupes avaient des connaissances techniques et théoriques comparables au début de l'expérience didactique. Le post-test permettait de voir si l'expérience avait des retombées différentes chez les élèves des deux groupes.

3.3 Déroulement de l'expérimentation

Ma recherche s'est déroulée de février à mai 2005 avec deux groupes d'une école de jeunes filles de Saint-Hyacinthe. Le premier groupe était constitué de 6 élèves en 4$^{\text{ième}}$ secondaire qui me rencontraient à l'heure du dîner pendant des périodes de 45 minutes environ. Chaque élève avait une calculatrice symbolique en sa possession [une TI-92 Plus, grâce à un prêt de Texas Instruments] et effectuait les cinq activités décrites ci-dessus. Par contre, avant le début de ce projet de recherche, elles n'avaient jamais eu d'expérience avec la calculatrice symbolique. J'ai rencontré ce groupe une fois par semaine de la fin du mois de février jusqu'au mois d'avril 2005. Les élèves ne pouvaient pas apporter la calculatrice à la maison et ne l'utilisait que lors des rencontres. L'arrangement physique de la classe était classique : un tableau à l'avant avec une toile pour un rétroprojecteur, le bureau de l'enseignant et ensuite, les pupitres des élèves. La seule différence était le modèle TI-démonstrateur installé près de la toile pour pouvoir projeter le travail des élèves lors de la discussion. Il y avait aussi un tableau qui était accessible aux élèves si elles voulaient expliquer des techniques ou leur raisonnement lors de la discussion.

J'ai rencontré le deuxième groupe le soir, à partir de 16 heures, pendant des périodes de 60 minutes, une fois par semaine, aux mois d'avril et de mai 2005. Ce groupe n'avait pas accès à la technologie et il était constitué de 10 élèves de $4^{ième}$ secondaire. Cependant, comme déjà mentionné, ce groupe faisait les même activités que les autres, mais celles-là étaient adaptées pour une utilisation avec papier/crayon seulement. Dans ce groupe, il n'y avait pas de modèle TI-démonstrateur, mais le tableau était tout de même présent pour que les élèves puissent expliquer leur travail.

Dans les deux groupes, j'étais l'enseignante qui dirigeait les activités et je connaissais la majorité des élèves puisque je leur enseignais le cours de mathématiques 436. Les filles qui faisaient partie de chacun des groupes étaient des élèves éprouvant des difficultés d'apprentissage en mathématiques dans divers domaines dont la factorisation. Des cours supplémentaires ont été offerts à ces élèves. C'était dans le cadre de ces cours supplémentaires que s'inscrivait mon projet de recherche. Ce programme, s'appelant *l'aide à la réussite*, visait les élèves ayant des difficultés et celles-là pouvaient s'inscrire librement ou bien de façon imposée. Les élèves du premier groupe se sont portées volontaires, tandis que la majorité de celles du deuxième groupe ont été obligées de venir à ces séances, car elles avaient des difficultés marquées. Les élèves de ces deux groupes n'ont pas su d'avance si elles faisaient partie du groupe utilisant la calculatrice symbolique ou non.

Avant le début de la séquence didactique, les filles avaient déjà vu le concept de factorisation en début d'année scolaire, au mois d'octobre 2004. Dans leurs cours de 436, les élèves avaient vu la factorisation des expressions algébriques par la mise en évidence simple, la mise en évidence double, la factorisation de trinômes de second degré et la différence de deux carrés. L'approche pédagogique, à l'intérieur du cours de mathématiques 436 de cette école, avait favorisé les techniques ; il n'avait jamais été question pour les élèves de décrire leurs techniques ou d'expliquer ce qu'elles avaient fait en factorisant. De plus, en classe, les élèves n'avaient jamais eu de questions théoriques sur le lien existant entre la forme factorisée et la forme développée.

CHAPITRE IV

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans le présent chapitre, il sera question des résultats obtenus lors de l'expérimentation. L'objet de l'étude était d'explorer le rôle de la calculatrice symbolique dans une approche technique-théorique de la notion de factorisation. Pour ce faire, des activités ont été conçues et soumises à deux groupes d'élèves : un avec la calculatrice symbolique et l'autre sans cet outil. Ces activités ont été précédées d'un pré-test pour mesurer les connaissances techniques et théoriques des élèves au départ de l'étude. À la fin des activités, les élèves ont subi un post-test pour mesurer les nouvelles connaissances techniques et théoriques acquises. Voici donc les observations qui ont été réalisées suite à cette expérience.

4.1 Comparaison des résultats du pré-test et du post-test

4.1.1 Résultats techniques et théoriques en général

Avant de commencer à faire la comparaison entre les résultats des deux tests, il s'est avéré nécessaire de déterminer la façon de traiter les données. Puisqu'il y avait deux types de questions dans ces tests, il ne fallait pas les mettre sur un pied d'égalité, car certaines questions avaient trait aux manipulations techniques de la factorisation alors que les autres étaient rattachées aux explications théoriques des concepts et des techniques. Il a fallu séparer les questions selon ces types pour bien analyser les résultats. Après avoir fait cette distinction (technique et théorie), les réponses des élèves dans les deux groupes ont été analysées en donnant trois points maximum par sous-question. Une réponse partiellement correcte se voyait attribuer soit un point ou deux points selon les éléments présents.

Pour chaque question du pré-test et du post-test, le tableau 4.1 présente le type (technique ou théorique) ainsi que le pointage maximum de cette question. Pour plus de détails sur les questions des tests ainsi que sur les réponses donnant trois points, les appendices C et D sont des compléments à consulter. Il est important de préciser que la question (0) dans le pré-test avait pour but d'explorer les connaissances préalables des élèves en ce qui a trait aux opérations avec les nombres négatifs. Cette question ne s'est d'ailleurs pas retrouvée dans le post-test parce que les résultats du pré-test avaient montré qu'il n'y avait pas de difficultés majeures chez les élèves pour les opérations avec les nombres négatifs. En effet, cette question avait été très bien réussie par les élèves des deux groupes. Donc, leurs connaissances des nombres négatifs ne sera pas un facteur à tenir en compte dans les analyses subséquentes. Il faut noter que le pré-test et le post-test se sont déroulés sans l'utilisation de la calculatrice symbolique.

Tableau 4.1 Informations relatives aux questions des tests (*voir* appendices C et D)

Pré-test et Post-test		
Numéro de la question	**Pointage maximum**	**Type de question**
(0)	10	Sur les nombres négatifs (pré-test seulement)
(1)	30	Technique
(2)	18	Technique
(3)	9	Technique
(4)	3	Théorique
(5)	3	Théorique

(6a) et (6c)	6	Technique
(6b) et (6d)	6	Théorique
(6e) et (6f)	6	Théorique
(7a)	12	Technique
(7b)	3	Théorique

Maintenant que la classification a été faite pour chacune des questions des tests, le pourcentage moyen obtenu par les élèves de chaque groupe a été calculé dans chacune des catégories, soit technique et théorique (*voir* appendice E pour les notes de chaque élève pour les deux tests). Étant donné qu'une élève du groupe A (Megan)[3] a eu de très forts résultats dans les deux tests, son pointage a été enlevé dans le calcul des pourcentages afin de ne pas influencer la moyenne de ce groupe par ce cas extrême. Néanmoins, certaines de ses réponses pourront être incluses lors de la discussion, car elles sont tout de même intéressantes et très riches de renseignements. De plus, à la fin de l'appendice E, il y a quelques indications sur le calcul du niveau de signification statistique de ces résultats. Le tableau 4.2 montre la moyenne, en pourcentage, qui a été obtenue dans les deux groupes pour le pré-test et le post-test, sans les réponses de Megan.

[3] Pour des raisons de confidentialité, les noms des élèves sont des noms fictifs.

Tableau 4.2 Moyenne des groupes en pourcentage pour le pré-test et le post-test

	Pré-test Technique	Post-Test Technique	Pré-test Théorique	Post-test Théorique
Moyenne du groupe A Avec calculatrice n = 5	74,9 %	91,2 %*	19 %	39 %
Moyenne du groupe B Sans calculatrice n = 10	75,9 %	85,6 %*	15,2 %	23,8 %

* Indique une différence marginalement significative entre le pré-test et le post-test selon la statistique test-t bilatéral ($0,05 < p < 0,1$).

À la lumière des pourcentages du tableau, on note qu'il y a eu une certaine amélioration pour les élèves dans le post-test qui a été donné après le déroulement des cinq activités. Dans l'appendice E, les résultats des tests-t bilatéraux montrent que les différences ne sont pas significatives entre les moyennes des deux groupes pour les deux catégories et qu'elles sont marginalement significatives pour chaque groupe dans la catégorie technique des tests (test-t bilatéral du groupe A : $t = 2,25$; $\nu = 8$; $0,05 < p < 0,1$ et test-t bilatéral du groupe B : $t = 2,0726$; $\nu = 18$; $0,05 < p < 0,1$). Néanmoins, comme les moyennes du tableau 4.2 montrent une amélioration des résultats des élèves, il est important d'analyser les facteurs ayant conduit à cette amélioration et ce, dans chacun des groupes.

Avant de commencer à regarder les résultats et ces améliorations, il faut d'abord mentionner que les élèves des deux groupes n'ont pas été habituées à verbaliser leurs démarches et à expliquer leur raisonnement. Déjà, dans le tableau 4.2, on se rend compte que les résultats au pré-test dans la catégorie théorique sont faibles, soit 19% pour le groupe A et 15,2% pour le groupe B. Cependant, on note une amélioration dans cette catégorie après que les élèves aient fait les activités, car les résultats du post-test ont été plus hauts : 39 % pour le groupe A et 23,8 % pour le groupe B. En regardant les résultats du pré-test, on se rend compte qu'au départ les deux groupes ont eu des résultats assez semblables, mais que lors du post-test, il y a eu plus d'améliorations pour le groupe A que pour le B au niveau de la catégorie théorique.

De plus, quand on regarde les résultats au post-test pour la catégorie technique, on voit que l'amélioration est aussi plus forte dans le groupe A. Cette amélioration est d'autant plus intéressante à analyser puisque les résultats de cette catégorie au pré-test sont sensiblement les mêmes dans les deux groupes. Dans les sections suivantes, je tâcherai de vous présenter ce qui peut expliquer ces résultats en analysant ce qui s'est passé entre les tests. Cela permettra de suggérer pourquoi il y a eu de l'amélioration, surtout chez le groupe A, pour la catégorie technique ainsi que théorique. Mais pour l'instant, je vais analyser de plus près les résultats du pré-test et du post-test. Il sera question, dans un premier temps, des résultats de la catégorie technique et, dans un second temps, des résultats de la catégorie théorique pour ces mêmes tests.

4.1.2 Phénomènes extrapolés de la comparaison des deux tests pour la catégorie technique

D'abord, j'ai analysé les résultats des deux tests selon la catégorie technique. Cette catégorie regroupait six questions dans les tests pour un total de 75 points. Dans ces questions touchant les techniques, on note que les résultats au pré-test étaient assez bons pour la majorité des élèves. Certains facteurs ont pu expliquer cela. Le premier facteur important était que les élèves des deux groupes avaient déjà étudié la factorisation de façon traditionnelle au mois d'octobre 2004. Elles avaient donc une bonne base sur la manipulation d'expressions dans le but de trouver leurs facteurs (factorisation). En effet, le cours qu'elles avaient eu en novembre mettait beaucoup l'accent sur les techniques de factorisation telles que la mise en évidence simple, la mise en évidence double, la factorisation du trinôme et autres. Les élèves avaient fait beaucoup d'exercices, de « drill » afin d'apprendre ces techniques. Elles avaient développé une certaine facilité avec ce genre de questions.

Également, les élèves du groupe B, lorsqu'elles ont commencé les activités du projet de recherche, étaient déjà en période de révision pour l'examen de fin d'année. En effet, elles avaient reçu des documents de révision de leur professeur au début d'avril et avaient dû faire quelques pages d'exercices par semaine. Cela a donc pu influencer leurs résultats pour les questions portant sur les techniques dans le pré-test. En plus, l'analyse statistique a suggéré qu'il n'y avait pas vraiment de différence significative entre les résultats des deux groupes dans le pré-test pour les questions techniques.

En ce qui concerne le post-test, j'ai déjà observé (*voir* le tableau 4.2) que les élèves du groupe A pour les questions sur les techniques ont eu une plus grande amélioration que les élèves du groupe B. Il est intéressant de regarder pour quelles questions cette augmentation a été plus importante. Pour ce faire, j'ai construit le tableau 4.3, qui présente les notes moyennes des élèves pour les questions des tests touchant les techniques ainsi que les améliorations moyennes de chaque groupe pour chacune de ces questions.

Tableau 4.3 Comparaison du pré-test et du post-test pour les questions techniques

	Pré-test (Technique) Moyenne du groupe A Avec calculatrice n = 5	**Post-test (Technique) Moyenne du groupe A Avec calculatrice n = 5**		**Pré-Test (Technique) Moyenne du groupe B Sans calculatrice n = 10**	**Post-test (Technique) Moyenne du groupe B Sans calculatrice n = 10**		**Différence des augmentations (A – B)**
Question (1) sur 30 points	20,2	27,4	*+7,2*	21,4	25,3	*+3,9*	7,2 –3 ,9 = 3,3
Question (2) sur 18 points	14,7	17,4	*+2,7*	13,45	16,3	*+2,85*	2,7 – 2,85 = -0,15
Question (3) sur 9 points	5,3	5,9	*+0,6*	5,7	5,8	*+0,1*	0,6 – 0,1 = 0,5
Question (6a) sur 3 points	2	2,7	*+0,7*	2,3	2,5	*+0,2*	0,7 – 0,2 = 0,5
Question (6c) sur 3 points	1,9	2,8	*+0,9*	2	2,3	*+0,3*	0,9 – 0,3 = 0,6
Question (7a) sur 12 points	12	12	*+0*	12	12	*+0*	0

En regardant ce tableau, on remarque que la plus grande amélioration se situait à la question (1) et que c'était en faveur du groupe A. Des améliorations importantes ont aussi été remarquées dans les questions (3), (6a) et (6c) dans ce même groupe comparativement à l'autre groupe. J'ai donc analysé les réponses des élèves à ces questions en essayant de déterminer ce qui s'est passé pour que l'amélioration soit plus évidente dans le groupe A.

Pour ce qui est de la question (2), l'augmentation a été semblable dans les deux groupes. Il en a été de même pour la question (7a), puisque l'amélioration a été nulle dans les deux groupes. D'ailleurs, cette question demandait de trouver les valeurs des paramètres *a*, *b* et *c* dans un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$ et il a semblé, à la lueur des réponses, que les élèves n'ont pas eu de difficultés à trouver ces paramètres.

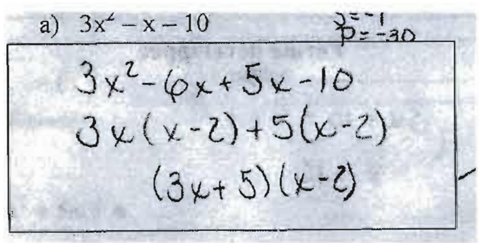
Pour discuter plus en profondeur de la question (1) qui a connu la plus forte amélioration, le tableau 4.4 a été élaboré afin de voir dans quelle sous-question s'est située cette amélioration et d'analyser les différences entre les deux groupes.

Tableau 4.4 Moyennes des groupes pour la question (1)

	Pré-test (Technique) Moyenne du groupe A Avec calculatrice n = 5	**Post-test (Technique) Moyenne du groupe A Avec calculatrice n = 5**		**Pré-Test (Technique) Moyenne du groupe B Sans calculatrice n = 10**	**Post-test (Technique) Moyenne du groupe B Sans calculatrice n = 10**		**Différence des augmentations (A – B)**
Question (1a) sur 3 points	1,6	2,4	*+ 0,8*	1,8	2	*+ 0,2*	0,8 – 0,2 = 0,6
Question (1b) sur 3 points	1,8	3	*+ 1,2*	2,1	2,9	*+ 0,8*	1,2 – 0,8 = 0,4
Question (1c) sur 3 points	1,4	2,6	*+ 1,2*	1,6	2,5	*+ 0,9*	1,2 – 0,9 = 0,3
Question (1d) sur 3 points	2,4	3	*+ 0,6*	2,5	2,7	*+ 0,2*	0,6 – 0,2 = 0,4
Question (1e) sur 3 points	2,8	2,8	*+ 0*	2,7	2,9	*+ 0,2*	0 – 0,2 = -0,2
Question (1f) sur 3 points	2,6	2,8	*+ 0,2*	2,5	2,8	*+ 0,3*	0,2 – 0,3 = -0,1
Question (1g) sur 3 points	1,8	2,6	*+ 0,8*	2,2	2,5	*+ 0,3*	0,8 – 0,3 = 0,5
Question (1h) sur 3 points	2,4	2,8	*+ 0,4*	2,3	2,5	*+ 0,2*	0,4 – 0,2 = 0,2
Question (1i) sur 3 points	1,6	2,6	*+ 1*	1,4	1,9	*+ 0,5*	1 – 0,5 = 0,5
Question (1j) sur 3 points	1,8	2,8	*+ 1*	2,3	2,6	*+ 0,3*	1 – 0,3 = 0,7

Dans le tableau 4.4, on remarque que les améliorations du groupe A par rapport au groupe B (maximum total de 3 points par question) ont été faites principalement dans les questions (a) et (j). En ce qui concerne le contenu de ces deux questions, on note que la factorisation de trinômes était présente dans la question (a) et que la question (j) portait sur la factorisation de binômes.

Dans les résultats des élèves de chaque groupe, l'analyse a révélé certains phénomènes pour la question (a). Au départ, les résultats ont été très semblables dans le pré-test. Dans les données du post-test, la principale différence entre les deux groupes était qu'il y a eu beaucoup moins d'erreurs de substitution du terme du milieu dans le groupe A comparativement au groupe B. La figure 4.1 présente une démarche typique d'une élève du groupe A, Marie, qui a proposé une factorisation sans erreur du trinôme alors que dans la figure 4.2, il y a une démarche typique d'une élève du groupe B, Patricia, avec des erreurs de substitution dans le terme du milieu. Bref, l'amélioration qu'on a notée dans le groupe A pour cette question s'explique par le plus grand nombre de personnes qui ont tenté une factorisation dans cette question et qui ont même réussi cette factorisation sans erreur.



a) $3x^2 - x - 10$

$S = -1$

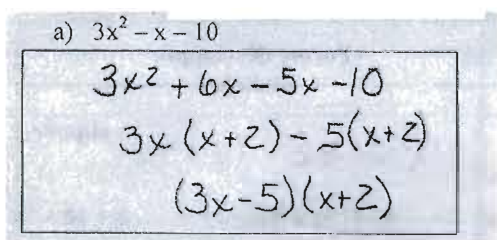
$P = -30$

$3x^2 - 6x + 5x - 10$

$3x(x-2) + 5(x-2)$

$(3x+5)(x-2)$

Figure 4.1 Factorisation de Marie (groupe A) pour la question (1a) – post-test



a) $3x^2 - x - 10$

$3x^2 + 6x - 5x - 10$

$3x(x+2) - 5(x+2)$

$(3x-5)(x+2)$

Figure 4.2 Factorisation de Patricia (groupe B) pour la question (1a) – post-test

La question (1j) a posé une difficulté au niveau de la mise en évidence simple et les résultats au pré-test dans chaque groupe a montré ce fait. Deux élèves du groupe A n'ont rien inscrit dans la case, alors que les autres ont très bien réussi cette factorisation. Pour ce qui est du groupe B, les réponses ont été plus variées. D'abord, toutes les élèves ont écrit quelque chose, mais certaines d'entre elles n'ont pas bien factorisé. Une de ces élèves, Patricia, a tout simplement écrit de nouveau l'expression à factoriser. Finalement, deux élèves, dont Fanny, ont obtenu la factorisation suivante. Dans cette factorisation, les élèves n'ont pas remarqué que le second terme ne contenait pas de x. La figure 4.3 présente cette démarche typique du groupe B qu'on a retrouvée tant dans le pré-test que dans le post-test.

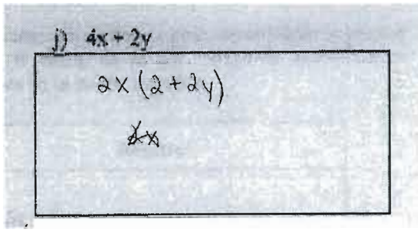


Figure 4.3 Factorisation de Fanny (groupe B) pour la question (1j) – pré-test

Ces résultats se sont améliorés beaucoup dans le post-test, car on note moins souvent ce genre d'erreurs, surtout pour les élèves du groupe A. D'ailleurs, il n'y a qu'une élève du groupe A qui n'a pas bien factorisé ce binôme, car elle avait oublié de diviser le premier terme par 3. Il en va de même dans le groupe B où trois élèves ont fait le même genre d'erreur en omettant de diviser un des deux termes par le facteur mis en évidence. Dans la figure 4.4, on trouve la factorisation de Nadine, groupe A, présentant ce genre d'erreurs qui est plus typique du groupe B.

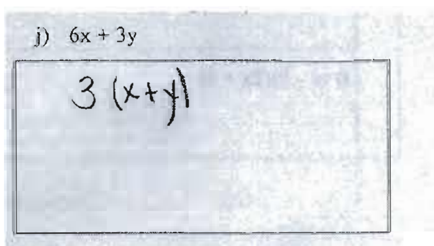
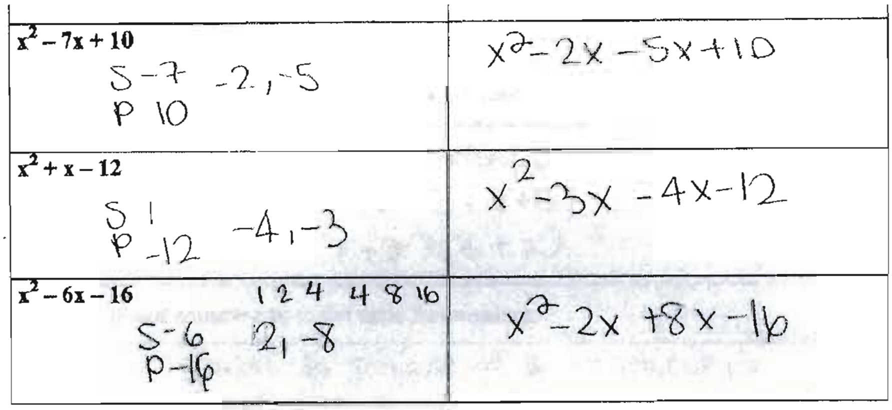


Figure 4.4 Factorisation de Nadine (groupe A) pour la question (1j) – post-test

En résumé, pour la question (1), l'amélioration du groupe A a été attribuée d'abord à une diminution des erreurs de calculs ou de substitution du terme du milieu. Les élèves du groupe A ont également passé d'une case vide dans le pré-test à une bonne factorisation dans le post-test, ce qui n'a pas été frappant dans le groupe B où les élèves ont toutes tenté une factorisation dans le pré-test.

En ce qui concerne la question (3), les améliorations ont été plus fortes dans le groupe A que dans le B, car l'augmentation du groupe A a été de 0,6 comparativement à 0,1 pour le groupe B (sur un maximum total de 3 points). La question (3) était la suivante : *« Dans le tableau ci-dessous, tu dois changer le terme du milieu en deux termes dont le produit des coefficients de ces deux termes donne le terme de la fin. Regarde attentivement l'exemple donné et complète les autres exercices de la même manière ».*

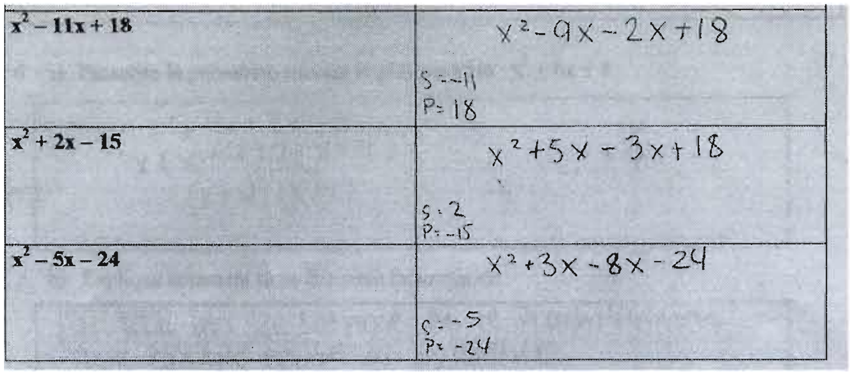
La principale différence entre les résultats du pré-test et du post-test se situait dans les démarches des élèves. En effet, les élèves ont fait un peu moins d'erreurs de substitution du terme du milieu dans le post-test, mais il en est resté tout de même dans les deux groupes. Dans la figure 4.5, vous verrez la réponse de Jessica, groupe B, dans le pré-test où elle a fait une mauvaise substitution pour les deux derniers trinômes.



$x^2 - 7x + 10$ S -7 -2, -5 P 10	$x^2 - 2x - 5x + 10$
$x^2 + x - 12$ S 1 P -12 -4, -3	$x^2 - 3x - 4x - 12$
$x^2 - 6x - 16$ 1 2 4 4 8 16 S -6 2, -8 P -16	$x^2 - 2x + 8x - 16$

Figure 4.5 Réponse de Jessica (groupe B) pour la question (3) – pré-test

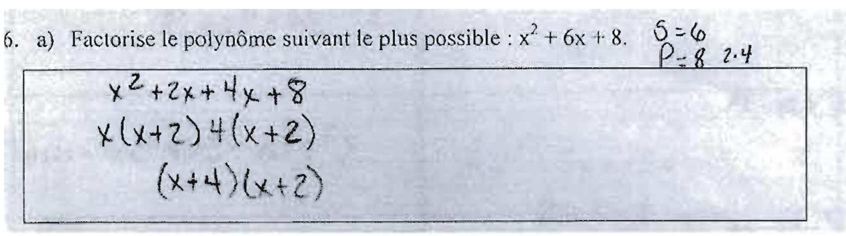
Dans le post-test, on note le même genre d'erreurs, mais pour un peu moins d'élèves. Il n'y a pas eu d'autres éléments qui ont fait perdre des points aux élèves pour cette question. Il est important de noter que ces trinômes avaient des coefficients qui ont parfois été négatifs. De plus, dans le groupe A, Vanessa a laissé une case vide dans le pré-test alors qu'elle a essayé de bien répondre à la question dans le post-test malgré une petite erreur. Sa réponse se trouve dans la figure 4.6.



$x^2 - 11x + 18$	$x^2 - 9x - 2x + 18$ S = -11 P = 18
$x^2 + 2x - 15$	$x^2 + 5x - 3x + 18$ S = 2 P = -15
$x^2 - 5x - 24$	$x^2 + 3x - 8x - 24$ S = -5 P = -24

Figure 4.6 Réponse de Vanessa (groupe A) pour la question (3) – post-test

Les résultats aux questions (6a) et (6c) touchant à la factorisation de trinômes ont connu une meilleure amélioration chez les élèves du groupe A. Lorsque j'ai analysé ces résultats dans les deux groupes, quelques éléments communs sont ressortis. En premier lieu, pour la question (6a), « *Factorise le polynôme suivant le plus possible :* $x^2 + 6x + 8$ », il n'y a eu qu'une élève du groupe B dans le pré-test qui a effectué une mauvaise substitution pour le terme du milieu. Dans le même groupe, il y a aussi eu deux élèves qui n'ont laissé aucune réponse pour cette factorisation. Lors du post-test pour ce groupe, deux élèves ont fait une erreur dans la substitution du terme du milieu et aucune élève n'a laissé une case vide. La figure 4.7 illustre la factorisation de Patricia qui est typique du groupe B. Patricia a substitué correctement le terme du milieu, mais dans la deuxième ligne, elle n'a pas montré le signe d'opération avant la deuxième mise en évidence. Cette erreur a été plus fréquente dans le groupe B que le groupe A pour le post-test.



6. a) Factorise le polynôme suivant le plus possible : $x^2 + 6x + 8$. S = 6 P = 8 2·4

$x^2 + 2x + 4x + 8$

$x(x+2)4(x+2)$

$(x+4)(x+2)$

Figure 4.7 Factorisation de Patricia (groupe B) pour la question (6a) – post-test

Dans le groupe A, l'amélioration entre les deux tests s'est manifestée principalement chez certaines élèves. Ces élèves, Vanessa et Amélie, ont eu des démarches un peu spéciales.

D'abord, Amélie a tenté de factoriser le trinôme avec la formule permettant de trouver les zéros d'une équation quadratique (*voir* la figure 4.8) dans le pré-test, alors qu'elle a bien factorisé le trinôme dans le post-test. Pour sa part, Vanessa n'a rien inscrit dans le pré-test, mais a bien réussi sa factorisation dans le post-test comme le montre la figure 4.9, mais comme Patricia (*voir* la figure 4.7), le signe d'opérations est manquant à la deuxième ligne.

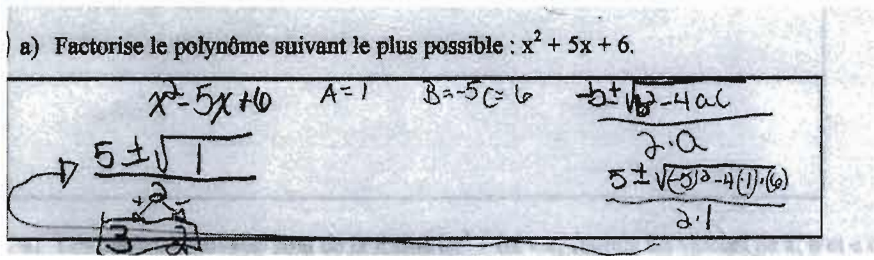


Figure 4.8 Démarche présentée par Amélie (groupe A) à la question (6a) – pré-test

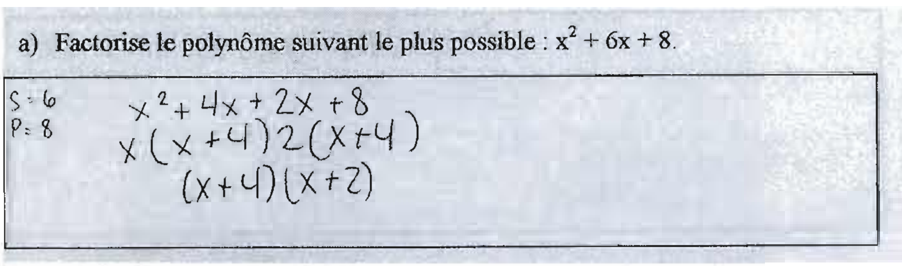


Figure 4.9 Factorisation de Vanessa (groupe A) pour la question (6a) – post-test

Finalement, pour la question (6c), « *Factorise le polynôme suivant le plus possible : $3x^2 + 16x + 20$.* », un phénomène semblable à la question (6a) a été remarqué pour les deux groupes. L'amélioration du groupe A s'est expliquée encore une fois par quelques élèves qui ont amélioré leur performance comparativement au pré-test. Ces élèves, dont Vanessa, ont bien réussi à factoriser le trinôme sans faire d'erreurs. De plus, il n'y a eu qu'une élève du groupe A qui n'a pas réussi complètement la factorisation. Pour ce qui est du groupe B, les élèves ont réussi des factorisations partielles, car il y a encore eu des erreurs qui ont été attribuables soit à une mauvaise substitution du terme du milieu, soit à des erreurs de calculs.

En conclusion, l'amélioration marquée du groupe A comparativement au groupe B pour les questions techniques est décrite selon quelques caractéristiques. D'abord, on note une diminution, voire une disparition dans certaines questions, des erreurs de calculs dans le post-test pour le groupe A. Ces erreurs de calculs ont pu être causées par une mauvaise substitution du terme du milieu ou par une erreur de manipulation des chiffres. Pour le groupe B, il n'y a eu qu'une petite diminution de ces erreurs qui ont même persisté chez certaines élèves après les activités. En second lieu, il y a eu une augmentation des élèves du groupe A qui ont tenté des réponses dans le post-test et qui sont arrivées à des démarches complètes. Cela a influencé la moyenne de ce groupe.

Mais on peut se demander pourquoi les élèves du groupe A ont eu plus d'améliorations que les élèves du groupe B, c'est-à-dire pourquoi il y a eu moins d'erreurs de calculs dans le post-test que dans le pré-test pour le groupe A. Est-ce que la calculatrice, présente dans le groupe A seulement, y a contribué ? Avant d'essayer de répondre à cette question, je présenterai l'analyse des réponses des deux groupes aux questions théoriques des deux tests.

4.1.3 Phénomènes émergeant de la comparaison des deux tests pour la catégorie théorique

La catégorie théorique regroupait sept questions dans les tests pour un total de 21 points. Dans le tableau 4.2, on a noté que les résultats au pré-test dans cette catégorie ont été faibles, soit 19% pour le groupe A et 15,2% pour le groupe B alors que dans le post-test, ils ont été de 39% pour le groupe A et de 23,8% pour le B, donc une meilleure amélioration pour le groupe A. Le tableau 4.5 présente les moyennes des deux groupes ainsi que l'importance de l'amélioration pour chaque question théorique. Il est important de mentionner ici que les réponses à ces questions ont été écrites et que l'amélioration notée a été dans la qualité des explications des élèves. Cette qualité a été jugée selon les trois catégories présentées en section 2.3.2 (*voir* la page 17), où l'on a noté qu'une explication mathématique peut prendre trois formes : expliquer pourquoi une technique marche, faire des connections avec d'autres techniques ou théories et être basée sur des règles et des structures numériques.

Tableau 4.5 Comparaison du pré-test et du post-test pour les questions théoriques

Numéro de question	**Pré-test (Théorique) Moyenne du groupe A Avec calculatrice n = 5**	**Post-test (Théorique) Moyenne du groupe A Avec calculatrice n = 5**		**Pré-Test (Théorique) Moyenne du groupe B Sans calculatrice n = 10**	**Post-test (Théorique) Moyenne du groupe B Sans calculatrice n = 10**		**Différence des augmentations (A – B)**
Question (4) sur 3 points	0,9	1,5	*+0,6*	0,7	0,9	*+0,2*	*0,6 – 0,2 = 0,4*
Question (5) sur 3 points	0,2	0,8	*+0,6*	0,1	0,4	*+0,3*	*0,6 – 0,3 = 0,3*
Question (6b) sur 3 points	0,8	1,3	*+0,5*	0,7	1,0	*+0,3*	*0,5 – 0,3 = 0,2*
Question (6d) sur 3 points	0,6	1,2	*+0,6*	0,6	0,8	*+0,2*	*0,6 – 0,2 = 0,4*
Question (6e) sur 3 points	0,8	1,4	*+0,6*	0,5	0,8	*+0,3*	*0,6 – 0,3 = 0,3*
Question (6f) sur 3 points	0,7	1,3	*+0,6*	0,6	0,7	*+0,1*	*0,6 – 0,1 = 0,5*
Question (7b) sur 3 points	0	0,8	*+0,8*	0	0,4	*+0,4*	*0,8 – 0,4 = 0,4*

D'abord, en regardant les résultats moyens de ce tableau, on se rend compte qu'ils ont été très faibles dans la catégorie théorique. De plus, ils ont même été en bas de 33% de réussite par question, car la moyenne a été inférieure à 1 (maximum total par question de 3 points). Il faut d'abord remarquer que les élèves de l'étude n'ont pas été habituées à verbaliser ce qu'elles faisaient. D'ailleurs, lorsque j'ai analysé leurs réponses un peu plus en détail, j'ai remarqué que plusieurs élèves n'ont absolument rien écrit dans les cases pour le pré-test. Malgré cette absence d'expérience avec la verbalisation, telle qu'indiquée dans les résultats au pré-test, les données de ce tableau indiquent une plus forte amélioration chez les élèves du groupe A surtout pour les questions (4), (6d), (6f) et (7b).

Au départ, pour la question (4), *« L'aire d'un rectangle est de $6x^2 - 5x - 6$. Quelles sont les dimensions de la longueur et de la largeur ? Laisse les traces de ta démarche. »*, les réponses dans le pré-test suggèrent que les élèves n'ont pas su ce qu'elles devaient faire et ce, dans un groupe comme dans l'autre. Il n'y a seulement eu que trois élèves dans le groupe A et cinq élèves dans le B qui ont tenté une réponse pour cette question. Parmi ces élèves, une seule du groupe A a réussi le problème de façon complète.

En comparant leurs réponses avec celles du post-test, je me suis aperçue qu'un plus grand nombre d'élèves avaient tenté une réponse en factorisant le trinôme dans le post-test. Néanmoins, quelques erreurs de substitution ont subsisté pour certaines élèves. Dans le groupe A, une élève est ressortie particulièrement, car dans le pré-test, elle n'avait rien écrit pour cette question, alors qu'elle a eu une démarche complète pour le post-test. Il s'agit de Vanessa et cette élève a eu une démarche similaire à celle illustrée à la figure 4.10, à l'exception de la partie encerclée. La figure 4.10 présente le résultat de Marie dans le groupe A où on retrouve un élément différent des autres élèves du groupe A (partie encerclée).

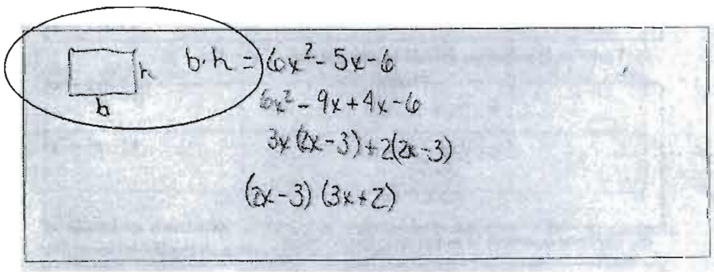


Figure 4.10 Résultat de Marie (groupe A) pour la question (4) – post-test

Dans le groupe B, pour la question (4), on note une certaine amélioration dans le post-test, mais beaucoup d'erreurs dans la factorisation. Dans la figure 4.11, une démarche typique pour un élève du groupe B, Annick, est présentée et il est à noter qu'aucune élève du groupe B n'a fait le dessin de Marie (*voir* la partie encerclée de la figure 4.10). En fait, leur compréhension théorique a été reflétée par une réponse qui montrait que la factorisation donnait les dimensions demandées.

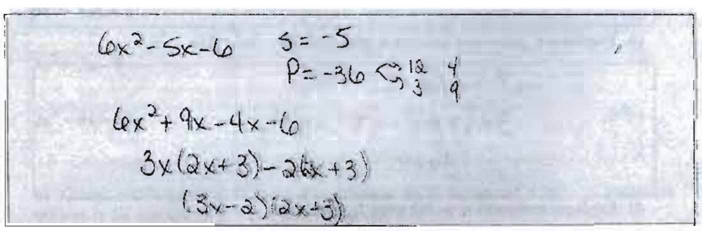


Figure 4.11 Résultat d'Annick (groupe B) pour la question (4) – post-test

Bref, l'amélioration des élèves du groupe A pour cette question a reposé sur une factorisation dans le post-test mieux réussie et n'ayant pas d'erreurs de calculs. Ce qui est également à noter est la façon dont les élèves ont répondu à cette question. En effet, aucune élève des deux groupes n'a mentionné que la largeur est tel binôme et que la longueur est l'autre binôme. Elles n'ont fait que la factorisation et se sont arrêtées là. La factorisation complète sur les entiers a pourtant fourni deux facteurs et chacun de ces deux facteurs pourrait être une dimension pour la largeur ou pour la longueur.

Les résultats à la question (6d), où les élèves ont dû expliquer leur démarche pour factoriser le trinôme $3x^2 + 16x + 20$, ont connu une amélioration de 0,4 point de plus pour le groupe A que pour le groupe B (sur un maximum total de 3 points). Malgré quelques cases vides dans les deux tests pour les deux groupes, certaines élèves ont tenté des réponses intéressantes. Ces réponses ont montré que ces élèves ont compris la technique de factorisation du trinôme et ont été en mesure de l'expliquer, mais leurs réponses n'ont pas toujours été complètes. Leurs explications se centraient sur la forme du trinôme et le fait que le produit des deux paramètres, a et c, figurent dans la relation avec la somme qui est le paramètre b. Dans le pré-test, les élèves qui ont tenté une réponse ont parlé de la technique « somme/produit » sans ajouter de détails.

Dans le post-test, les réponses se sont améliorées davantage dans le groupe A puisque les élèves ont utilisé les valeurs de a, b et c dans leur explication. La figure 4.12 présente une réponse typique d'une élève (Nadine) du groupe A alors que la figure 4.13 propose une réponse typique d'une élève (Judith) du groupe B.

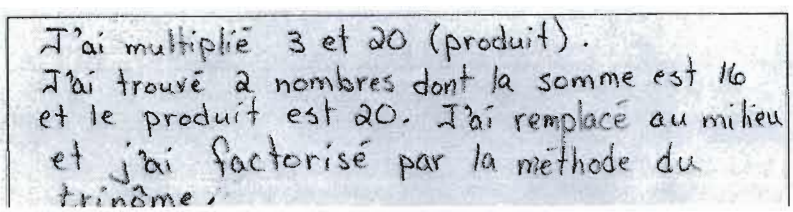


Figure 4.12 Explication de Nadine (groupe A) pour la question (6d) – post-test

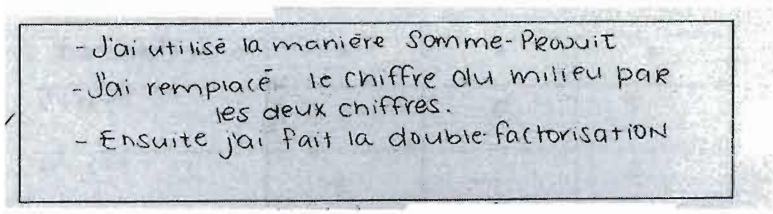

- J'ai utilisé la manière Somme-Produit
- J'ai remplacé le chiffre du milieu par les deux chiffres.
- Ensuite j'ai fait la double factorisation

Figure 4.13 Explication de Judith (groupe B) pour la question (6d) – post-test

Dans cette question (6d), l'amélioration du groupe A comparativement au groupe B s'explique par deux phénomènes. Le premier est la qualité supérieure des explications dans le groupe A. Le second est le fait que plusieurs élèves du groupe A sont parties d'une absence d'explication dans le pré-test vers un début d'explication dans le post-test. Ce phénomène a été moins présent dans le groupe B, car beaucoup d'élèves ont laissé une case vide dans le post-test.

Dans la question (6f), on a demandé aux élèves : *« Qu'est-ce que tu as fait de différent lorsque tu as factorisé $3x^2 + 16x + 20$ par rapport à ta factorisation du trinôme $x^2 + 6x + 8$? ».* Ici, l'amélioration du groupe A s'est expliquée par une augmentation du pourcentage de réponse pour cette question. En effet, deux élèves sont passées d'une case vide à une explication sommaire pour cette question. Dans la figure 4.14, l'explication qui a été fournie par Vanessa, élève typique du groupe A, montre une élève qui est passée d'une case vide au pré-test vers une explication sommaire au post-test.

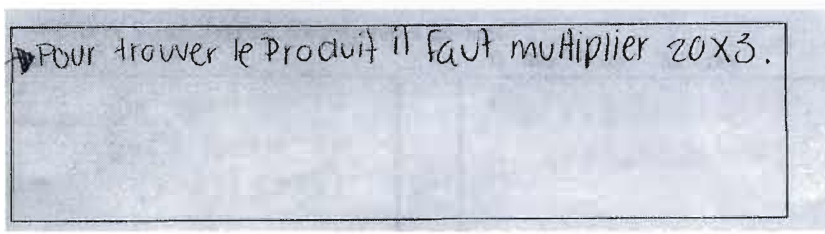

Pour trouver le Produit il faut multiplier 20x3.

Figure 4.14 Explication de Vanessa (groupe A) pour la question (6f) – post-test

Pour ce qui est du groupe B, il n'y avait pas de réponse comme celle de Vanessa, mais dans la figure 4.15, une explication qui a été proposée par Kym est montrée, mais elle n'est pas aussi complète que celle de Vanessa. Vanessa parle du produit en indiquant les nombres qu'elle a multiplié alors que Kym n'explique pas avec des nombres concrets.

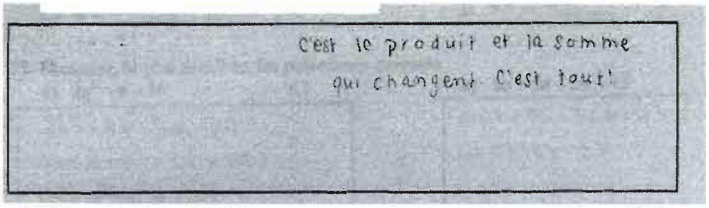


Figure 4.15 Explication de Kym (groupe B) pour la question (6f) – post-test

L'amélioration du groupe A est donc située dans la quantité de réponses qui a été donnée dans le post-test comparativement au pré-test ainsi qu'à la meilleure qualité de ces réponses.

Finalement, pour les questions théoriques, il y a les résultats de la question (7b) qui ont connu une amélioration plus grande dans le groupe A. Dans cette question, on demandait : *« Quand on cherche les facteurs d'un trinôme de la forme* $ax^2 + bx + c$*, comment utilises-tu les valeurs de a, b et c pour factoriser ? »*. Encore une fois, cette amélioration s'est située dans l'augmentation des réponses des élèves dans le post-test comparativement au pré-test. Dans chacun des groupes, beaucoup d'élèves dans le pré-test ont écrit qu'elles avaient utilisé la grande formule (celle pour résoudre une équation quadratique). Cette réponse a persisté dans le post-test seulement pour les élèves du groupe B. En effet, deux réponses ont été typiques dans ce groupe. La première se retrouve dans la figure 4.16, qui présente l'explication d'Anne. La figure 4.17 présente la deuxième explication typique, provenant de Jessica, du groupe B.

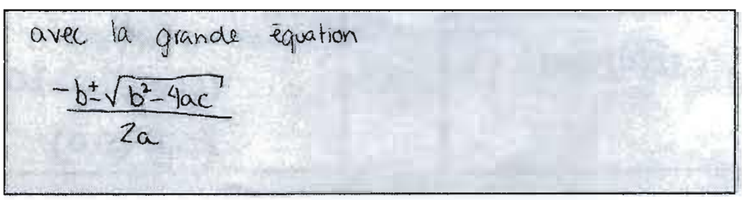


Figure 4.16 Explication d'Anne (groupe B) pour la question (7b) – post-test

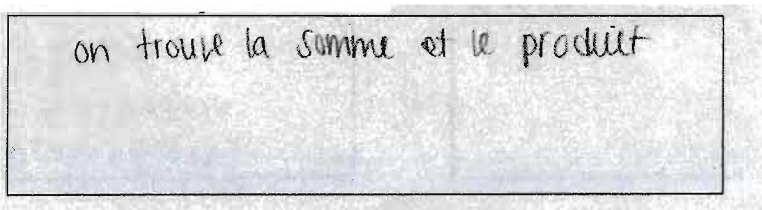


Figure 4.17 Explication de Jessica (groupe B) pour la question (7b) – post-test

Dans cette réponse, Jessica a parlé de la technique de factorisation qu'elle avait utilisée, mais elle ne l'a pas appliquée à l'utilisation des paramètres a, b et c dans la forme générale $ax^2 + bx + c$. Pour ce qui est du groupe A, la réponse de Nadine a été plus précise (*voir* la figure 4.18). Sa réponse n'était pas complète, mais on y voit un début d'explication qui utilise les paramètres a, b et c. Il n'y a d'ailleurs eu que deux élèves du groupe A parlant des paramètres a, b et c.

Figure 4.18 Explication de Nadine (groupe A) pour la question (7b) – post-test

En conclusion, pour les questions théoriques, l'amélioration des élèves du groupe A a reposé sur trois points. Le premier point vient d'une augmentation des élèves donnant une réponse dans le groupe A comparativement aux élèves du groupe B, même si la réponse donnée n'était que partiellement correcte. Ensuite, le deuxième point repose sur la qualité supérieure des éléments de réponses des élèves du groupe A. Finalement, le dernier point vient d'améliorations personnelles de quelques élèves qui ont eu une influence favorable sur la moyenne du groupe A.

4.1.4 Synthèse des éléments observés dans les deux tests

L'analyse des résultats et des réponses du pré-test et du post-test a permis de faire ressortir certaines différences entre les deux groupes. D'abord, on a noté une légère amélioration chez les élèves du groupe A dans les questions d'ordre technique. Cette amélioration était attribuable à une diminution des erreurs de calculs d'un test à l'autre et à une augmentation du taux de réponses chez les élèves du groupe A. Ces erreurs de calculs notées, surtout dans le pré-test pour ce groupe, sont dues à une mauvaise substitution du terme du milieu de la part des élèves ou tout simplement à des erreurs dans la manipulation des chiffres.

Également, on a noté une amélioration au niveau théorique dans ce même groupe. L'augmentation du taux de réponses chez les élèves du groupe A ainsi que leurs réponses plus détaillées que celles des élèves du groupe B ont produit des notes améliorées. Il a semblé que les élèves du groupe A ont tenté davantage de répondre aux questions d'explications que les élèves du groupe B, mais qu'est-ce qui sous-tend cet effort amélioré ?

Voyant une différence entre les groupes A et B sur les tests, je me questionne sur ce qui s'est passé entre le pré-test et le post-test. Afin de mieux comprendre les phénomènes qui ont été observés dans le post-test comparativement au pré-test, je me tournerai d'abord vers les notes que j'ai inscrites dans le journal de bord après le déroulement de chaque activité avec chacun des deux groupes.

4.2 Déroulement de chaque activité : notes du journal de bord

Dans les paragraphes qui suivront et qui sont basés sur les remarques rédigées dans mon journal de bord, les principales différences dans le déroulement des activités pour les deux groupes seront présentées. Cela servira comme premier indice pour éclaircir les résultats qui ont été obtenus par les groupes dans les deux tests.

4.2.1 Déroulement de l'activité 1 dans chaque groupe

D'abord, j'ai regardé ce qui s'était produit pendant la première activité avec chaque groupe en commençant par le groupe A. Avant de débuter, il faut mentionner que l'activité 1 portait sur la mise en évidence simple et la mise en évidence double. Dans le groupe A, le temps de la rencontre a été plus court que dans le groupe B, soit 45 minutes comparativement à 60 minutes. Étant donné ce facteur, il a fallu séparer l'activité 1 en sections pour le groupe A. La première section s'est déroulée en 20 minutes dans le premier cours. Cette section a été précédée d'une initiation à la calculatrice symbolique de 20 minutes. À la lecture du journal de bord, j'ai noté que les questions (1), « *Utilise la calculatrice afin de compléter le tableau suivant en inscrivant ce que t'affiche la calculatrice lorsque tu utilises la commande « factor »*, et (3), « *Invente une expression qui n'est pas déjà factorisée où le facteur en commun est* $5x^2$ *et teste ensuite cette expression avec la commande « factor » sur la calculatrice »*, ont été plus difficiles à comprendre, car les élèves ont dû être guidées en parlant de « facteur commun ». De plus, quelques erreurs de manipulation de l'outil ont été remarquées au cours de cette section, surtout pour les questions (1d) : « $5x(3x + 8) + 4(3x+8)$ » et (1e) : « $6c(b + 1) - 4(b + 1)$ ». Ces erreurs incluaient la façon d'entrer les expressions avec des parenthèses ainsi que les multiplications implicites.

Lors du deuxième cours, les élèves ont fait les sections 2 et 3. Malheureusement, elles ont eu la section 3 à terminer en travail à la maison, car cette rencontre n'avait duré que 30 minutes. Ça n'a été qu'à la troisième rencontre que les élèves ont eu le corrigé de l'activité 1 et qu'une discussion a eu lieu. Cette discussion a porté sur la commutativité de la multiplication, du fait qu'on peut avoir une expression entre parenthèses comme facteur en commun et même, plusieurs facteurs. La question (6), qui présentait un polynôme non factorisable, « $3ab + 6a - 5b - 4$ », a aussi été mentionnée dans la discussion, surtout le fait qu'il n'y ait pas eu de « parenthèse en commun ». Cette discussion s'est déroulée en 15 minutes.

Pour ce qui est du groupe B, la situation a été un peu différente. En effet, le temps n'a pas été aussi limité que dans le groupe A. L'activité 1 s'est déroulée en 45 minutes. Lorsque les élèves ont terminé cette activité, le corrigé a été remis et une plénière de 15 minutes a eu lieu. Les élèves n'ont pas eu de questions, donc j'ai dirigé la discussion. Dans celle-ci, j'ai commencé à parler de la question (6), où le polynôme n'est pas factorisable. Ce polynôme a été écrit au tableau et les élèves ont expliqué comment le factoriser en partie. Par la suite, les élèves ont mentionné que « ce n'était pas la même parenthèse » qui était obtenue lorsqu'on factorisait. Ensuite, les questions (8b), « $21xy + 28y + 9x + 12$ », et (8f), « $3x + x(2 + 5x)$ », ont été mises de l'avant par moi. Les élèves ont dû expliquer leur raisonnement pour factoriser ces polynômes. Dans la question (8f), beaucoup d'élèves ont mentionné qu'elles avaient multiplié le x en premier et qu'elles avaient factorisé après. La discussion s'est arrêtée là.

Bref, dans le déroulement de cette activité, j'ai noté quelques similarités dans les deux groupes, mais aussi des différences. D'abord, la discussion dans les deux groupes s'est attardée sur la question (6), pour laquelle les élèves de chacun des deux groupes ont eu des éléments de réponse en commun, tels que la parenthèse qui n'est pas la même lorsqu'on a factorisé le polynôme. Néanmoins, j'ai aussi noté une différence importante dans les groupes en ce qui a trait à la terminologie. En fait, dans le groupe A, la notion de facteur commun a posé quelques problèmes de compréhension, ce qui n'a pas été mentionné dans le groupe B.

4.2.2 Déroulement de l'activité 2 dans chaque groupe

Cette activité a porté sur la différence existant entre la forme factorisée et la forme développée. Dans le groupe A, cette activité s'est déroulée en 30 minutes et on a demandé aux élèves qui ne l'avaient pas terminée de la compléter à la maison. Une difficulté s'est présentée pour la question (1) par rapport à la commande « expand ». Les élèves ont eu de la difficulté à voir clairement ce que faisait cette commande dans les questions (1a), « $8x^3 + 6x^2y^6 + 12x$ », (1b), « $45x^2 - 9x$ » et (1c), « $18x^3y + 12x^2y^2 - 3x$ », parce que la calculatrice a retourné la même expression que celle entrée ou a simplement changé l'ordre des termes. J'ai écrit à ce moment, dans mon journal de bord, que le fait qu'« expand » a retourné l'expression donnée pour chacune de ces trois expressions semble avoir sensibilisé les élèves de ce groupe à des particularités de la forme développée et même contribué à une meilleure compréhension de l'opération consistant à développer une expression (« expand »). Les élèves ont été surprises par les réponses fournies par la calculatrice. Ces surprises ont provoqué des discussions dans le cours.

Au début de la période suivante, la discussion a continué pendant 15 minutes. Cette fois, la discussion a tourné autour de la forme factorisée et Megan y a grandement contribué. D'abord, cette élève a expliqué sa réponse à la question (5a), *« Invente une expression qui est factorisable. »*. De plus, elle a aussi parlé de la question (7b), *« Un rectangle a une longueur de 4x cm et une largeur de (2x – 5) cm, quelle est l'aire de ce rectangle ? »*, en faisant référence à l'aire comme étant la forme développée et aux dimensions du rectangle comme étant la forme factorisée.

Pour ce qui est du groupe B, cette activité s'est déroulée plus rapidement. Il faut se rappeler que le groupe B n'a pas eu de calculatrice symbolique. D'abord, lorsqu'elles ont reçu les feuilles d'activités, les élèves n'ont pas eu de questions sauf pour la partie portant sur des tâches d'explications. Les élèves n'ont pas su comment répondre à ces tâches. Il leur a donc été demandé d'écrire ce qu'elles croyaient être correct pour répondre à la question. Cette activité a pris 20 minutes seulement. Par la suite, le corrigé a été distribué et une discussion de 10 à 15 minutes s'est déroulée. Il n'y a pas eu d'élèves qui ont voulu émettre une idée au début, donc ce fut une discussion dirigée par moi-même. Ce n'est que lorsqu'on a parlé de la question (5a), « *Invente une expression qui est factorisable* », que Judith a tenté d'expliquer ce qu'elle avait fait en disant que son expression, « $3x + 2x^2$ » pouvait se simplifier par une mise en évidence simple de x. Aucune autre élève n'est intervenue. À ce moment, je me suis posée deux questions, à savoir : d'abord, est-ce que les réponses « surprises » données par la calculatrice dans le groupe A ont servi à instiguer une discussion qui a été plus difficile à motiver dans le groupe B; ensuite, est-ce que le fait d'être capable de vérifier les réponses papier/crayon avec la calculatrice a servi comme source de confiance pour les élèves du groupe A.

Bref, dans cette activité 2, j'ai remarqué que les deux groupes commençaient progressivement à se différencier sur certains points. D'abord, un premier point à noter est la discussion qui s'est déroulée dans le groupe A. Elle a comporté une composante technique ainsi qu'une composante théorique, contrairement au groupe B où seulement la composante technique est ressortie dans les discussions. D'autre part, le rôle de Megan dans le groupe A est ressorti de ces notes du journal de bord. En fait, Megan a joué un rôle spécial dans le déroulement des composantes technique et théorique, un peu comme l'élève « sherpa » décrit dans Guin et Trouche (1999). C'est en effet Megan qui a aidé dans le développement de la discussion vers la direction souhaitée et qui a permis de faire des liens chez les élèves. Les fonctions remplies par la calculatrice symbolique commençaient à émerger, en particulier, celles d'un outil permettant des observations théoriques, des vérifications techniques et la production d'affichages surprenants menant à des discussions.

4.2.3 Déroulement de l'activité 3 dans chaque groupe

Dans l'activité 3, les élèves ont dû factoriser des trinômes du second degré avec des coefficients positifs et avec $a = 1$. Dans le groupe A, les élèves ont eu 30 minutes en classe pour faire cette activité. Quelques difficultés ont été observées lorsque les élèves ont dû écrire la forme décortiquée à la calculatrice : cela a provoqué des erreurs de parenthèses. De plus, dans la question (2d), « *Dans la forme décortiquée d'une expression, quelle est la relation entre les deux chiffres du terme du milieu et les deux chiffres du dernier terme du polynôme ? Illustre ta réponse avec un exemple.* », qui fait référence au polynôme décortiqué de la question (1) (par exemple, « $x^2 + (3 + 4)x + 3{\cdot}4$ »), j'ai dû faire un lien avec le modèle de la page précédente de l'activité pour bien faire comprendre la question aux élèves. En fait, j'ai fait référence aux deux chiffres du terme du milieu dans un polynôme de la question (1) et aux deux chiffres du dernier terme de ce même polynôme. Quelques élèves ont apporté l'activité pour la finir à la maison.

Le cours suivant a débuté par 15 minutes de discussion sur l'activité 3 dans le groupe A. Dans cette discussion, Marie a parlé de la forme décortiquée et elle a dit que cette forme lui a permis de comprendre la technique qu'elle avait employée : celle de la somme et du produit. Par la suite, la discussion a été orientée sur la façon de savoir si un trinôme du second degré est factorisable ou non. Encore une fois, j'ai vu la trace d'une discussion théorique. Vanessa est allée faire, avec le modèle TI-démonstrateur, quelques tâches de la question (3) : « *Voici une série de trinômes, indique, en cochant la case appropriée, s'ils sont factorisables ou non et explique pourquoi dans la dernière colonne* ». Elle a montré que son expression était factorisable en la testant avec la calculatrice. Ici, j'ai vu un exemple où la calculatrice a été utilisée explicitement dans sa fonction de vérificatrice. Mais, je me demandais, à ce moment-là, si cette fonction vérificatrice était liée au développement de la pensée théorique.

Dans le groupe B, cela a pris environ 5 à 10 minutes avant que les élèves commencent à répondre aux questions de l'activité 3. Elles n'étaient pas disposées à travailler à ce moment. Les questions qu'elles ont posées sur cette activité étaient de savoir quoi marquer pour les tâches demandant explications de leur part. L'activité a duré 45 minutes. Par la suite, il y a eu un 15 minutes de discussion.

Dans cette discussion, deux élèves du groupe B ont mentionné ne pas avoir su quoi écrire à la question (2) parce qu'elles n'étaient pas certaines de leurs réponses en (1). La question (1) demandait de remplir un tableau avec la forme factorisée dans une première colonne et la forme développée des expressions données dans une deuxième colonne. De plus, la majorité des sous-tâches de la question (2) exigeaient une réflexion sur le travail fait au numéro (1). Il semble que, sans les outils technologiques pour générer les formes factorisées et développées, les élèves n'ont eu ni la confiance ni la motivation d'analyser ces formes pour répondre aux questions qui étaient plutôt théoriques. Ce phénomène souligne l'importance de la fonction génératrice de la calculatrice pour produire des formes exactes qui, ensuite, permettent aux élèves de faire une analyse de nature théorique sur celles-ci.

Bref, dans cette activité, j'ai noté de plus en plus de discussions théoriques dans le groupe A, qui n'ont pas été provoquées dans le groupe B. Par exemple, dans le groupe A, il y a eu une discussion théorique sur la façon de savoir si un polynôme est factorisable ou non. Il faut aussi noter que la composante technique a toujours été présente avec la calculatrice qui était utilisée par les élèves pour vérifier ce qu'elles avaient dit. Cette discussion, qui alliait les aspects technique et théorique, ne s'est pas déroulée dans le groupe B. En fait, ce qui est ressorti de ce groupe, c'est que les élèves n'ont pas su quoi répondre à la question (2), portant sur leur interprétation de la forme factorisée et de la forme développée. Ce phénomène semble être directement lié au fait que les élèves n'ont pas eu accès à la calculatrice. Elles n'ont pas été capables de vérifier leurs réponses en (1) et ainsi, sans cette assurance, elles n'ont pas pu théoriser sur la forme de leurs réponses alors que les élèves du groupe A ont eu accès à des formes générées par la calculatrice.

4.2.4 Déroulement de l'activité 4 dans chaque groupe

Dans l'activité 4, les élèves ont dû factoriser des trinômes de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a = 1$, mais les coefficients prenaient des valeurs négatives et positives pour les autres termes du trinôme. Dans cette activité, les numéros (6d) et (6f) ont été enlevés pour le groupe A, car cela permettait de réduire le temps de l'activité. Elle s'est déroulée pendant 40 minutes, mais quelques élèves ont apporté leurs feuilles à la maison pour compléter les questions.

À la rencontre suivante, les élèves ont reçu le corrigé de l'activité et la discussion a commencé avec deux exemples de trinômes à factoriser : les questions (6b), « $x^2 - 15x + 26$ », et (6e), « $x^2 + 43x - 90$ ». C'est Megan qui a expliqué sa réponse au tableau, tout en utilisant le modèle TI-démonstrateur pour vérifier ses calculs. Encore une fois, j'ai vu l'utilisation de la calculatrice comme un outil de vérification. Megan a expliqué sa technique de factorisation qui utilisait la méthode « somme/produit ». Elle a donné un truc aux autres élèves : elle a cherché d'abord tous les facteurs ayant le produit donné sans s'occuper du signe de ces facteurs et ensuite, elle a ajusté (elle a décidé de leur signe) les deux nombres trouvés en regardant la somme donnée. Vanessa a mentionné qu'elle avait eu un peu de difficulté avec les nombres négatifs quand il y avait des trinômes à factoriser.

En ce qui concerne le groupe B, l'activité a pris 40 minutes et il a fallu encore 5 minutes à certaines élèves pour se placer et débuter. La discussion a duré 15 minutes et c'est encore moi qui l'ai dirigée vers certaines questions. Les questions (6e), « $x^2 + 43x - 90$ », et (6f), « $x^2 - 15x + 56$ » ont été abordées en exemples. Certaines élèves ont mentionné qu'elles avaient eu de la difficulté à trouver les deux nombres du terme du milieu dans le numéro (6e). Cette difficulté a été abordée et j'ai suggéré le truc de Megan du groupe A. Mais les élèves de ce groupe n'ont pas voulu faire la vérification des réponses dans les activités. Selon elles, cela n'était pas nécessaire et en plus, elles n'ont pas eu l'outil pour rendre la vérification plus efficace dans toute cette séquence didactique.

En résumé, j'ai remarqué que cette activité a encore augmenté la différence entre les deux groupes. En fait, dans le groupe A, l'élève « sherpa », Megan, a donné une explication de sa technique et a utilisé la calculatrice pour convaincre la classe, et peut-être pour se convaincre elle-même, que ce qu'elle disait était correct. Cette séquence a suggéré que, pour les élèves, ça peut être utile ou même nécessaire de savoir que la réponse est bonne avant de donner une explication un peu théorique aux autres élèves, sur les techniques utilisées. C'est la calculatrice qui semble avoir fourni cette confiance par sa fonction de vérificatrice.

4.2.5 Déroulement de l'activité 5 dans chaque groupe

Dans la dernière activité, il a été question de la factorisation des trinômes du second degré avec une valeur de a différente de 1. Dans le groupe A, cette activité s'est déroulée en deux temps. D'abord, il y a eu un 30 minutes à la fin d'une rencontre où les élèves ont commencé l'activité. Certaines ont apporté cette activité à la maison, mais d'autres ne l'ont pas fait, car elles ont eu du temps à la rencontre suivante pour la finaliser. Elles ont donc eu 15 minutes à la rencontre suivante, ce qui leur a permis de compléter l'activité.

Cette partie a été poursuivie par une discussion et une synthèse des activités d'une durée de 30 minutes. D'abord, Marie a parlé de ce qu'elle avait compris dans la question (2b), « *Explique dans tes mots le lien qui unit la forme développée et la forme factorisée* », en disant que la factorisation, c'était un peu le fait de trouver des expressions qui se multipliaient ensemble pour donner un polynôme. Elle a ajouté que c'était le processus inverse de ce que la question (1) demandait (multiplier les expressions entre parenthèses ensemble pour trouver le polynôme). Elle a expliqué cela à l'aide d'un exemple au tableau : « $(2x - 3)(x - 1)$ » qui a donné « $2x^2 - 2x - 3x + 3$ ».

Ensuite, il y a eu Megan, qui a expliqué sa réponse au numéro (3c) : « *En général, quelle règle faut-il suivre pour factoriser des trinômes lorsque* $a \neq 1$ *?* ». Avec quelques questions de ma part sur la factorisation de $2x^2 - 11x - 21$, Megan a expliqué la règle à suivre en parlant de la somme et du produit. Par la suite, je lui ai demandé de généraliser avec un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$ et elle a expliqué sa méthode, selon laquelle on doit trouver deux nombres dont la somme est le coefficient du terme du milieu (« b ») et le produit est la multiplication des coefficients des termes des extrémités (« $a \times c$ »). Cette discussion s'est terminée par la question (6d) : « $6x^2 - 6x - 12$ ». Les élèves ont eu à expliquer leur démarche pour factoriser ce trinôme, mais ce fut surtout Megan qui s'est imposée. Finalement, la discussion s'est terminée avec l'importance de regarder si l'on ne pouvait pas faire une mise en évidence simple avant de factoriser un trinôme (*voir* la question (6d)).

Dans le groupe B, cette activité s'est déroulée pendant 40 minutes et a commencé par quelques élèves qui s'étaient plaintes du nombre d'activités. Après, il y a eu une période de discussion de 15 minutes. Dans cette période de discussion, j'ai souligné la différence entre les trinômes où $a = 1$ et ceux où cela n'est pas le cas, avec deux exemples à factoriser : « $2x^2 - 11x - 21$ » et « $x^2 + 5x + 6$ ». Les élèves ont essayé d'expliquer leur démarche, mais peu étaient intéressées, car certaines ont parlé d'autres choses à l'arrière de la classe. La discussion s'est terminée par la question (6d), « $6x^2 - 6x - 12$ », qui a été factorisé au tableau par Judith et moi-même.

Bref, cette activité a montré une différence importante entre les deux groupes pendant la discussion. En fait, les élèves du groupe A ont consacré plus de temps que celles du groupe B à la discussion. Dans le groupe A, on a parlé d'opérations inverses et on a vu apparaître certaines distinctions théoriques entre les formes factorisée et développée. Cela n'a pas été le cas dans le groupe B, où la discussion était basée seulement sur des éléments techniques.

4.2.6 Discussion des différences entre les deux groupes basées sur les notes du journal de bord

En conclusion, lorsque j'ai regardé ce qui s'est produit dans les activités pour les deux groupes, j'ai noté quelques différences qui ont semblé être dues à l'utilisation de la calculatrice symbolique par le groupe A. Ces différences s'expliquent par trois fonctions remplies par la calculatrice dans le groupe A : la calculatrice comme instigatrice de discussions, la calculatrice comme vérificatrice des essais papier/crayon et des conjectures ainsi que la calculatrice comme génératrice de formes exactes.

En ce qui concerne la première fonction, la calculatrice comme instigatrice de discussions, on peut penser à la discussion engendrée dans le groupe A, lors de la deuxième activité avec la commande « expand ». Les résultats surprenants produits par la calculatrice en réponse à cette commande ont ouvert la voie à une discussion sur les formes factorisées et développées. Les contributions de l'élève Megan à ces discussions n'ont pas été négligeables.

Deuxièmement, il y a eu plusieurs exemples où la calculatrice a joué une fonction de vérificatrice pour les élèves du groupe A. Je n'ai qu'à penser à la discussion où Vanessa a utilisé le modèle TI-démonstrateur, lors de l'activité 3, pour montrer que son polynôme était bel et bien factorisable ou lorsque Megan a expliqué sa technique de somme/produit pour factoriser un trinôme lors de l'activité 4. Bref, la fonction vérificatrice de la calculatrice a permis d'augmenter la confiance des élèves en leurs réponses. En même temps, un effet parallèle a été celui d'augmenter la motivation et l'intérêt des élèves du groupe A.

Finalement, la dernière fonction de la calculatrice a eu une importance cruciale : la calculatrice comme génératrice de formes exactes. Les élèves pouvaient avoir confiance aux formes factorisées et développées par la calculatrice, car ces formes étaient correctes. Cela leur a permis d'analyser de plus près ces formes pour répondre aux questions théoriques. Par contre, les élèves du groupe B n'ont jamais été certaines que leurs formes factorisées et développées étaient correctes. Donc, elles n'ont pas été motivées à regarder de très près leurs réponses. Ainsi, les élèves du groupe A ont été en mesure d'analyser ces formes exactes et de théoriser sur celles-ci. C'est pourquoi elles ont été en mesure de remarquer quelques différences entre la forme factorisée et la forme développée, ce qui n'a pas été le cas chez les élèves du groupe B.

Cette analyse du contenu du journal de bord sera suivie d'une dernière analyse des feuilles d'activités remplies par les élèves des deux groupes pendant le déroulement des activités. Cette analyse permettra de faire une triangulation avec les deux analyses précédentes, qui ont été basées sur les données du pré-test et du post-test ainsi que sur les notes du journal de bord.

4.3 Phénomènes observés dans les feuilles d'activités

Afin de mieux comprendre tous les phénomènes que j'ai observés dans les tests ainsi que dans les notes du journal de bord, il est nécessaire d'explorer ce qui s'est passé dans les activités pour les deux groupes. Pour ce faire, une analyse plus approfondie de certaines parties des feuilles d'activités sera effectuée pour chacun des deux groupes. Dans les paragraphes qui suivront, les résultats de cette analyse seront présentés.

4.3.1 Phénomènes observés dans l'activité 2

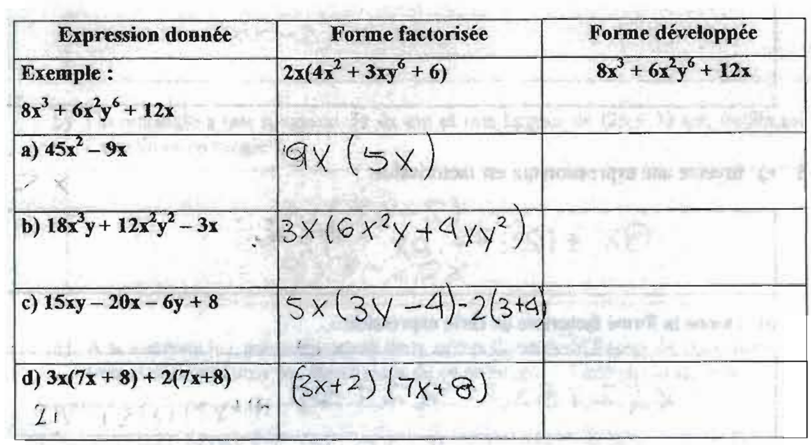
Puisque les notes du journal de bord n'ont pas indiqué de différences majeures entre les deux groupes dans l'activité 1 et qu'une analyse subséquente des feuilles d'activités des élèves a confirmé ce fait, il a été décidé de ne pas discuter les feuilles de l'activité 1 dans cette section.

Dans l'activité 2, la question (1), qui demandait de compléter un tableau, prenait deux formes différentes pour les deux groupes. Pour le groupe A, la question était : « *Utilise la calculatrice afin de compléter le tableau suivant en inscrivant ce que t'affiche la calculatrice lorsque tu utilises la commande « factor » et la commande « expand »* », alors que pour le groupe B, cette question est devenue : « *Complète le tableau suivant en t'inspirant de l'exemple suivant* ».

En regardant d'un peu plus près les copies des élèves pour cette question, j'ai remarqué que presque toutes les réponses données par les élèves du groupe A (*voir* l'exemple de Marie à la figure 4.19) étaient exactes, alors que ce n'était pas le cas pour les élèves du groupe B (*voir* l'exemple d'Annick à la figure 4.20).

Expression donnée	Forme factorisée avec « factor »	Forme développée avec « expand »
a) $8x^3 + 6x^2y^6 + 12x$	$2x(4x^2+3xy^6+6)$	$8x^3+6x^2y^6+12x$
b) $45x^2 - 9x$	$9x(5x-1)$	$45x^2-9x$
~~c)~~ $18x^3y + 12x^2y^2 - 3x$		
d) $15xy - 20x - 6y + 8$	$(5x-2)(3y-4)$	$15xy-20x-6y+8$
e) $3x(7x + 8) + 2(7x+8)$	$(3x+2)(7x+8)$	$21x^2+38x+16$

Figure 4.19 Réponses de Marie (groupe A) pour la question (1) - activité 2 (noter que la question (c) a été enlevée, faute de temps)



Expression donnée	Forme factorisée	Forme développée
Exemple : $8x^3 + 6x^2y^6 + 12x$	$2x(4x^2 + 3xy^6 + 6)$	$8x^3 + 6x^2y^6 + 12x$
a) $45x^2 - 9x$	$9x(5x)$	
b) $18x^3y + 12x^2y^2 - 3x$	$3x(6x^2y+4xy^2)$	
c) $15xy - 20x - 6y + 8$	$5x(3y-4)-2(3+4)$	
d) $3x(7x + 8) + 2(7x+8)$	$(3x+2)(7x+8)$	

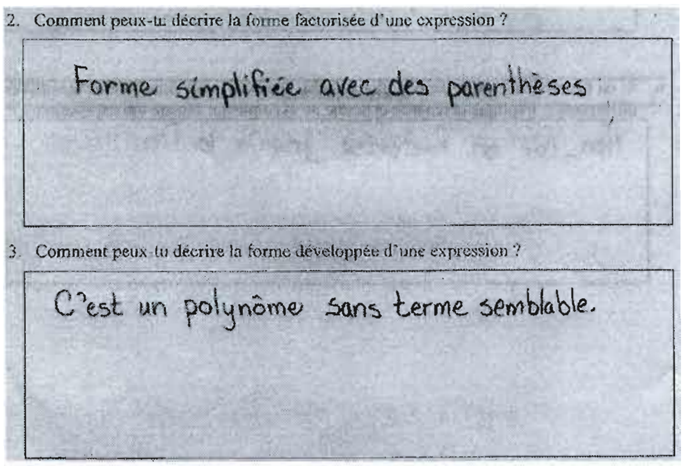
Figure 4.20 Réponses d'Annick (groupe B) pour la question (1) - activité 2

En analysant les réponses aux autres questions de cette activité, j'ai noté aussi un fait important : les réponses pour les questions à explications de la part des élèves ont été proportionnellement plus fréquentes dans le groupe A que dans le groupe B. Le tableau 4.6 présente ces données pour les questions (2), (3), (4) et (5) – questions qui étaient axées sur le développement de la théorie concernant les distinctions entre la forme factorisée et la forme développée.

Tableau 4.6 Nombre d'élèves qui ont répondu aux questions de l'activité 2

Numéro de la question		Nombre d'élèves du groupe A (n = 5) qui ont répondu à la question	Nombre d'élèves du groupe B (n = 10) qui ont répondu à la question
(2)		5	7
(3)		5	7
(4)		5	4
(5)	(a)	5	6
	(b)	5	6
	(c)	5	3

En regardant plus en détail les réponses des élèves, on a noté que la qualité de celles-là était différente dans chaque groupe. En fait, les élèves du groupe A ont donné, en général, des réponses qui étaient un peu plus élaborées que celles du groupe B. D'abord, j'ai regardé la question (2) : « *Comment peux-tu décrire la forme factorisée d'une expression ?* », et la question (3) : « *Comment peux-tu décrire la forme développée d'une expression ?* ». Dans la figure 4.21, les réponses de Maude, groupe A, pour ces questions, contiennent des idées qui sont axées sur la forme de l'expression et qui sont plus riches que les réponses d'Annick, groupe B, qui sont présentées dans la figure 4.22.

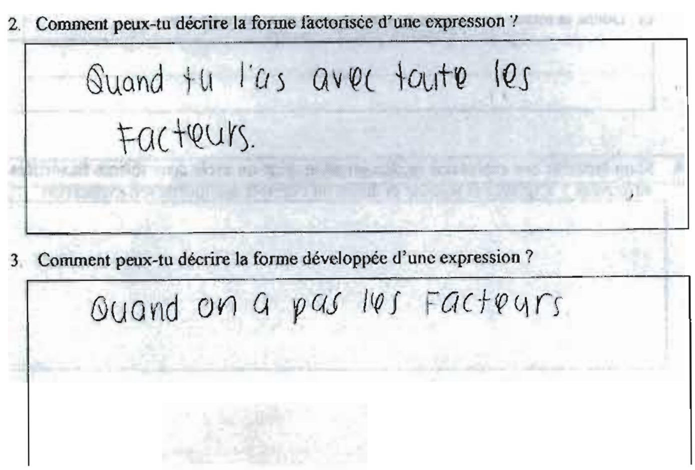

2. Comment peux-tu décrire la forme factorisée d'une expression ?

Forme simplifiée avec des parenthèses

3. Comment peux-tu décrire la forme développée d'une expression ?

C'est un polynôme sans terme semblable.

Figure 4.21 Réponses de Maude (groupe A) pour les questions (2) et (3) - activité 2


2. Comment peux-tu décrire la forme factorisée d'une expression ?

Quand tu l'as avec toute les facteurs.

3. Comment peux-tu décrire la forme développée d'une expression ?

Quand on a pas les facteurs

Figure 4.22 Réponses d'Annick (groupe B) pour les questions (2) et (3) - activité 2.

D'ailleurs, cette différence dans la qualité des explications des élèves s'est poursuivie dans la question (4) : « *Quelle est la relation qui existe entre la forme factorisée et la forme développée ?* ». Les élèves du groupe B qui ont tenté une réponse à cette question ont davantage fait référence au calcul effectué, alors que celles du groupe A ont plus établi des liens entre les formes. La figure 4.23 présente la réponse qui a été donnée par Marie, élève typique du groupe A, alors que la figure 4.24 montre la réponse de Jessica, qui est représentative du groupe B.

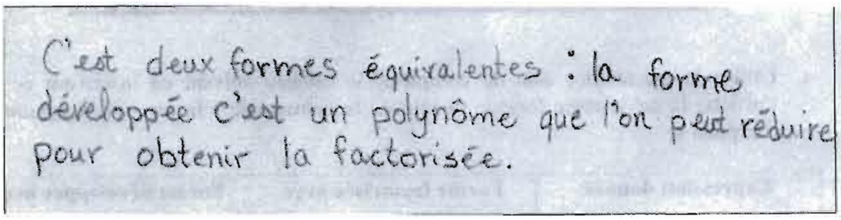

C'est deux formes équivalentes : la forme développée c'est un polynôme que l'on peut réduire pour obtenir la factorisée.

Figure 4.23 Explication de Marie (groupe A) pour la question (4) - activité 2

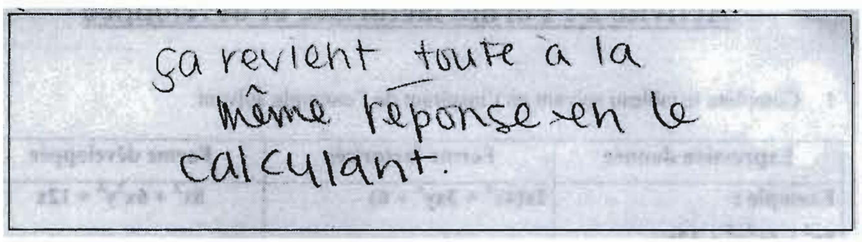

ça revient toute à la même réponse en le calculant.

Figure 4.24 Explication de Jessica (groupe B) pour la question (4) - activité 2

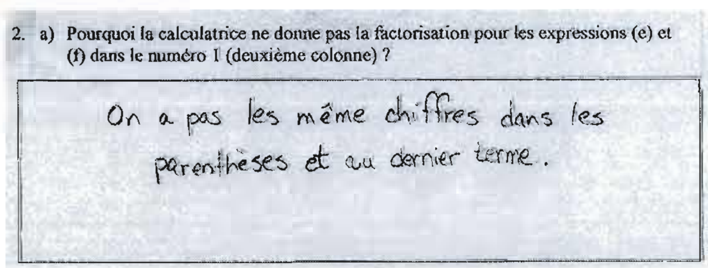
Finalement, en ce qui a trait à la question (5) de cette activité, j'ai remarqué à l'aide du tableau 4.6 que le nombre d'élèves du groupe B qui avait répondu en (a), « *Invente une expression qui est factorisable* », et en (b), « *Donne la forme factorisée de cette expression* », a diminué de moitié à la partie (c) : « *Donne la forme développée de l'expression factorisée en (5b)* ». J'ai vu ici un indice que la forme développée n'était pas clairement définie pour ces élèves. De plus, lorsque j'ai regardé les expressions inventées dans les deux groupes, j'ai remarqué que ces expressions étaient un peu plus compliquées dans le groupe A. En effet, l'expression de Marie du groupe A était : « $6x^2 + 4x^4y$ » et celle de Megan de ce même groupe était : « $18x^2 + 6xy - 2x$ ». Pour ce qui est des expressions de certaines élèves typiques du groupe B, il y avait l'expression de France : « $x^2 - 2x$ » ou celle de Suzie : « $5x + 10$ ».

En résumé, dans l'activité 2, j'ai noté d'abord une plus grande quantité d'explications dans le groupe A que dans le B. De plus, la qualité de ces explications était supérieure dans le groupe A. Il faut se rappeler que ces élèves avaient eu accès à la calculatrice pour générer leurs réponses de la question (1) et ainsi parvenir à formuler des théorisations pour les questions (2), (3) et (4) plus poussées que chez les élèves du groupe B, qui n'avaient pas eu accès à cet outil. Par ailleurs, j'ai vu des expressions pouvant se factoriser à la question (5a) qui étaient plus complexes dans le groupe A que dans le B.

4.3.2 Phénomènes observés dans l'activité 3

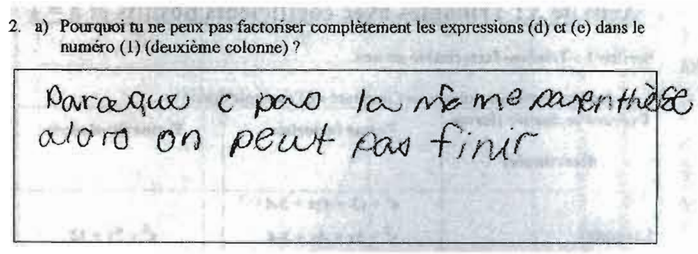
Dans cette activité, les réponses aux questions (2a) et (3) ont été regardées un peu plus en détail. D'abord, la question (2a) était un peu différente dans chacun des groupes, mais l'idée de base était la même et consistait à expliquer pourquoi la factorisation des expressions des questions (1e), « $x^2 + (3 + 5)x + 3 \bullet 3$ », et (1f), « $x^2 + (3 + 4)x + 3 \bullet 6$ », n'était pas possible. Il est important de préciser ici que toutes les élèves du groupe A (n = 5) ont tenté une réponse alors que seulement 8 élèves sur 10 dans le groupe B ont laissé une réponse.

De plus, ces réponses étaient différentes dans les deux groupes. En effet, dans le groupe A, j'ai retrouvé des réponses faisant référence à la forme de l'expression donnée, comme le souligne l'explication de Nadine à la figure 4.25. Dans le groupe B, l'explication faisait référence à la forme partiellement factorisée dans la deuxième colonne, comme celle qui a été proposée par France à la figure 4.26.


2. a) Pourquoi la calculatrice ne donne pas la factorisation pour les expressions (e) et (f) dans le numéro 1 (deuxième colonne) ?

On a pas les même chiffres dans les parenthèses et au dernier terme.

Figure 4.25 Explication de Nadine (groupe A) pour la question (2a) - activité 3


2. a) Pourquoi tu ne peux pas factoriser complètement les expressions (d) et (e) dans le numéro (1) (deuxième colonne) ?

Parceque c pas la même parenthèse
alors on peut pas finir

Figure 4.26 Explication de France (groupe B) pour la question (2a) - activité 3

Pour ce qui est de la question (3), il est important de préciser que cette question était la même pour les deux groupes et qu'une courte phrase disant que la calculatrice n'était pas permise a été ajoutée dans l'activité du groupe A. Cette question demandait : « *Voici une série de trinômes, indique, en cochant la case appropriée, s'ils sont factorisables ou non et explique pourquoi dans la dernière colonne.* ».

Dans le tableau 4.7, les moyennes des deux groupes pour cette question sont présentées. Ces résultats indiquent si les élèves ont été en mesure de bien identifier les trinômes factorisables. J'ai accordé un point pour avoir bien coché la case appropriée et je ne me suis pas attardée, dans cette première analyse, à l'explication donnée. J'ai vu que les élèves du groupe A avaient bien identifié les trinômes factorisables contrairement aux élèves du groupe B.

Tableau 4.7 Les moyennes des deux groupes à la question (3) de l'activité 3 (partie identification des trinômes factorisables)

Numéro de la question	**Moyenne du groupe A (n = 5) sur 4 points**	**Moyenne du groupe B (n = 10) sur 4 points**
(3)	4	2,9

Par ailleurs, lorsque j'ai regardé les explications données par les élèves pour expliquer leur choix entre factorisable et non factorisable, j'ai remarqué que celles-là étaient plus détaillées dans le groupe A. La figure 4.27 présente le travail de Vanessa (groupe A), qui contenait des éléments similaires aux réponses des autres élèves de ce groupe. La figure 4.28 montre le travail de Fanny, typique de ce qu'ont fait les élèves du groupe B.

Trinôme	Factorisable	Non factorisable	Explication
a) $x^2 + 3x + 5$		X	Parce qu'il n'y a pas de nombre qui factorise 3 et 5
b) $x^2 + 4x + 4$	X		Parce qu'ont peut le factoriser avec 2 et 2
c) $x^2 + 7x + 12$	X		" " 4 et 3
d) $x^2 + 9x + 12$		X	Parce qu'il n'y a pas de nombre qui factorise 9 et 12

Figure 4.27 Travail de Vanessa (groupe A) pour la question (3) - activité 3

Trinôme	Factorisable	Non factorisable	Explication
a) $x^2 + 3x + 5$ S: 3 P: 5		X	somme produit fonctionne pas 3
b) $x^2 + 4x + 4$	X		somme produit fonctionne
c) $x^2 + 7x + 12$		X	somme produit fonctionne pas 3
d) $x^2 + 9x + 12$ S: 9 P: 12	X		somme produit fonctionne

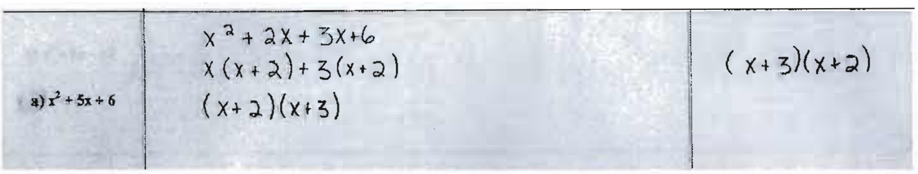
Figure 4.28 Travail de Fanny (groupe B) pour la question (3) - activité 3

Dans cette activité, un autre fait a été noté lorsque j'ai regardé les réponses aux dernières questions : l'absence de vérification chez la majorité des élèves du groupe B. Seulement cinq élèves de ce groupe avaient vérifié certaines de leurs factorisations en multipliant les facteurs obtenus tel qu'il avait été demandé dans les questions (4), (5) et (6). Ces vérifications avaient été faites à la main dans ce groupe, alors que dans le groupe A, la calculatrice avait aidé à faire les vérifications. Ce point sera d'ailleurs discuté un peu plus en détail pour les prochaines activités, mais il est important de souligner ici que j'ai vu apparaître cette différence entre les deux groupes.

En résumé, dans l'activité 3, les élèves du groupe A ont donné des explications plus détaillées que celles du groupe B, mais aussi plus théoriques. Par ailleurs, elles ont semblé avoir mieux identifié les trinômes du second degré qui étaient factorisables que les élèves du groupe B. Finalement, j'ai noté une vérification plus importante des réponses dans le groupe A, ce qui a été surtout dû à l'utilisation de la calculatrice comme outil de vérification.

4.3.3 Phénomènes observés dans l'activité 4

Dans l'activité 4, l'analyse a été centrée sur la dernière colonne des questions (5) et (6). Dans cette colonne, les élèves devaient vérifier leurs factorisations des trinômes. Dans le groupe A, cette vérification a été faite en utilisant la calculatrice, alors que dans le groupe B, cette vérification a été faite par les élèves qui ont multiplié les facteurs obtenus lors de leur factorisation pour voir si elles obtenaient le trinôme de départ. En regardant, par exemple, la question (6) de cette activité pour chacun des groupes, un fait est évident : la vérification a été présente chez toutes les élèves du groupe A, comme le témoigne la figure 4.29 du travail de Megan. Pour ce qui est du groupe B, j'ai remarqué que seule une élève avait fait quelques vérifications, comme dans la figure 4.30 du travail de Jaëlle, et que les autres avaient laissé tout simplement cette colonne vide.



a) x^2+5x+6	$x^2+2x+3x+6$ $x(x+2)+3(x+2)$ $(x+2)(x+3)$	$(x+3)(x+2)$

Figure 4.29 Travail de Megan (groupe A) pour la question (6a) - activité 4

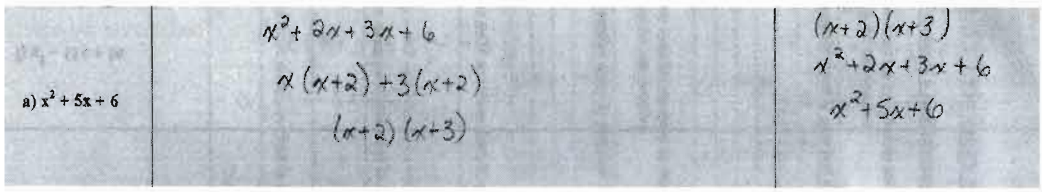


Figure 4.30 Travail de Jaëlle (groupe B) pour la question (6a) - activité 4

Bref, cette activité a permis de voir que les élèves du groupe B n'ont pas fait la vérification et que Jaëlle a été une exception dans ce groupe. D'autre part, la vérification a toujours été faite chez les élèves du groupe A, probablement parce que cette vérification a été réalisée à l'aide d'une calculatrice. Cette vérification leur a demandé moins d'efforts, mais en même temps, la calculatrice a produit une motivation pour la faire.

4.3.4 Phénomènes observés dans l'activité 5

Dans l'activité 5, les questions (2b) et (3c) m'ont renseignée sur l'évolution du concept de factorisation dans les deux groupes. D'abord, dans la question (2b), *« Explique dans tes mots le lien qui unit la forme développée et la forme factorisée. »*, il y avait une différence dans le nombre de réponses pour chacun des groupes. En effet, 100% des élèves du groupe A ont tenté une réponse comparativement à 30% dans le groupe B. De plus, la principale différence entre les réponses données était d'ordre qualitative. Les réponses étaient plus détaillées et d'une qualité supérieure dans le groupe A. Dans la figure 4.31, on note cette différence chez Maude du groupe A, qui a proposé une explication typiquement plus détaillée que celle de Jaëlle, groupe B, présentée dans la figure 4.32. Encore une fois, les explications des élèves du groupe A portent principalement sur des caractéristiques de la forme décrite, mais aussi sur les opérations qui sont faites pour obtenir la forme donnée.

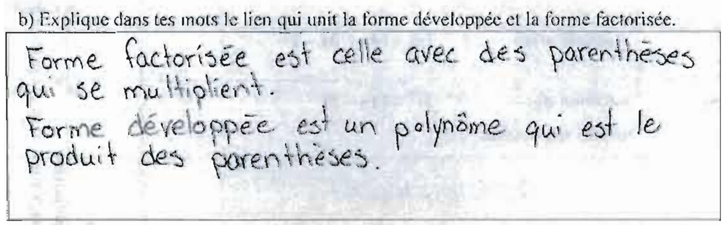
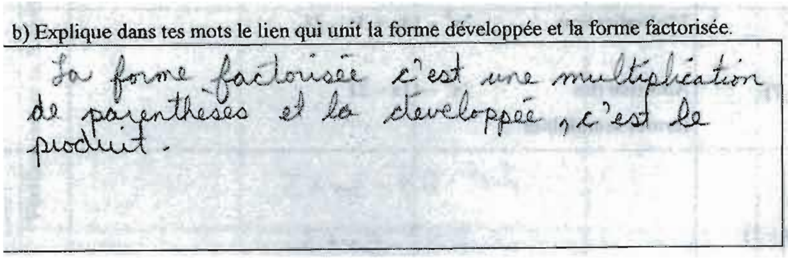


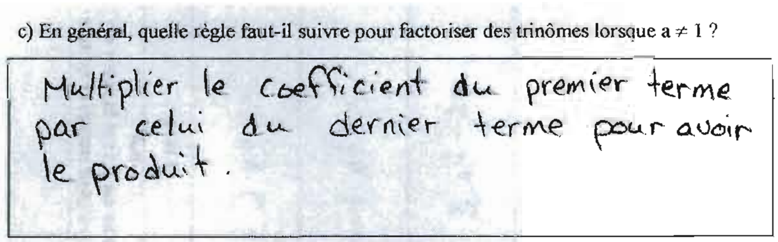
Figure 4.31 Travail de Maude (groupe A) pour la question (2b) - activité 5


b) Explique dans tes mots le lien qui unit la forme développée et la forme factorisée.

La forme factorisée c'est une multiplication de parenthèses et la développée, c'est le produit.

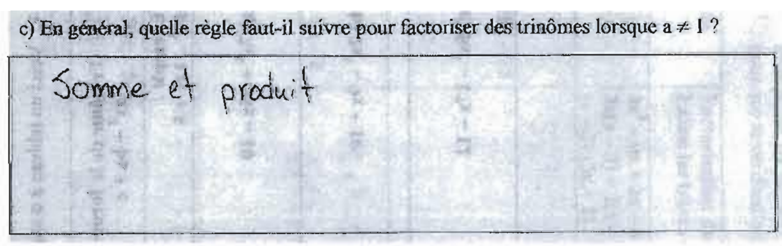
Figure 4.32 Travail de Jaëlle (groupe B) pour la question (2b) - activité 5

En ce qui a trait à la question (3c), « *En général, quelle règle faut-il suivre pour factoriser des trinômes lorsque a ≠ 1 ?* », le même phénomène s'est produit. En effet, le taux de réponses était encore faible dans le groupe B, soit de 30%, alors que dans le groupe A, il était de 80%, une seule élève n'ayant rien répondu. De plus, les explications fournies dans le groupe B étaient assez sommaires, alors qu'elles étaient plus détaillées dans le groupe A. La figure 4.33 présente une explication détaillée qui a été fournie par Nadine du groupe A, alors que la figure 4.34 montre celle de Judith du groupe B. Ces deux exemples sont ceux d'élèves typiques de ces groupes.


c) En général, quelle règle faut-il suivre pour factoriser des trinômes lorsque a ≠ 1 ?

Multiplier le coefficient du premier terme par celui du dernier terme pour avoir le produit.

Figure 4.33 Travail de Nadine (groupe A) pour la question (3c) - activité 5


c) En général, quelle règle faut-il suivre pour factoriser des trinômes lorsque a ≠ 1 ?

Somme et produit

Figure 4.34 Travail de Judith (groupe B) pour la question (3c) - activité 5

Bref, deux phénomènes sont ressortis de l'analyse des feuilles de l'activité 5 : le faible taux de réponses dans le groupe B et la qualité plus élevée des explications dans le groupe A.

4.3.5 Résumé des phénomènes observés dans les feuilles d'activités

En conclusion, l'analyse des feuilles d'activités des deux groupes a servi à compléter les analyses précédentes et, d'une façon importante, à appuyer les conjectures émanant de l'analyse des observations gardées dans le journal de bord, qui ont suggéré la présence de fonctions spécifiques remplies par la calculatrice symbolique. D'abord, un phénomène pour supporter ces conjectures a été l'absence de réponses ou le faible taux de réponses dans le groupe B pour les questions nécessitant une explication théorique de la part des élèves. De plus, les explications données par le groupe A étaient plus détaillées que celles du groupe B. En fait, leurs explications étaient centrées très souvent sur la forme des expressions. Également, j'ai noté que les élèves du groupe A avaient été capables d'interpréter et d'identifier les trinômes du second degré factorisables ainsi que les formes factorisées et développées après ces activités.

Finalement, un autre phénomène qui est ressorti de cette analyse est la nature différente de la vérification dans les deux groupes. Cette vérification a été faite par la calculatrice dans le groupe A et a toujours été recopiée sur les feuilles d'activités des élèves. Pour ce qui est du groupe B, elle a été faite en multipliant les facteurs obtenus après la factorisation. Cette vérification a donc été faite avec papier/crayon seulement. Cependant, la grande majorité de ces élèves ne l'ont pas faite. Donc, l'accès à la calculatrice comme outil semble avoir été une source de motivation pour faire le travail de vérification dans le groupe A, travail qui a presque toujours été absent dans le groupe B.

4.4 Synthèse des résultats de la recherche

Dans les sections précédentes, plusieurs phénomènes ont été observés et discutés. D'abord, j'ai analysé les résultats et les réponses du pré-test et du post-test pour les deux groupes. Je me suis aperçue que les élèves avaient été au même niveau dans le pré-test, tant pour la catégorie technique que pour la catégorie théorique. Par la suite, j'ai noté certaines différences dans les résultats au niveau du post-test, dont une augmentation de 20% dans la catégorie théorique pour le groupe A comparativement à 8,6% pour le groupe B. J'ai vu que cette augmentation s'expliquait par une augmentation du taux de réponses dans le groupe A plus importante que dans le groupe B, ainsi que par la qualité supérieure des réponses données par les élèves du groupe A. Par ailleurs, la légère supériorité dans la catégorie technique pour les élèves du groupe A est attribuée à une diminution des erreurs de calculs, à une augmentation du taux de réponses ainsi qu'à une amélioration de leurs techniques de factorisation.

Ces observations sur les tests ont permis de m'interroger sur ce qui s'est passé lors de l'expérimentation en classe. Pour ce faire, je me suis tournée vers les remarques que j'ai écrites dans mon journal de bord après chaque rencontre avec les deux groupes. Dans ces remarques, il y avait suffisamment d'indices pour déceler que l'utilisation de la calculatrice symbolique a été un facteur qui a permis l'amélioration du groupe A dans le post-test, surtout pour les questions théoriques. En fait, j'ai même pu constater trois fonctions majeures remplies par la calculatrice symbolique chez les élèves du groupe A : une fonction d'instigatrice de discussions, une fonction génératrice de formes exactes et une fonction de vérificatrice.

En effet, la calculatrice semble avoir été instigatrice de discussions. Par exemple, quand les élèves ont commencé à utiliser la commande « expand » pour les expressions données, elles ont remarqué que, pour quelques-unes, la calculatrice a retourné la même expression que celle donnée au départ. Ce phénomène les a menées à discuter des caractéristiques de la forme développée des expressions algébriques.

De plus, la calculatrice a joué une fonction de génératrice d'expressions exactes. Cette fonction a été importante dans le développement théorique des élèves du groupe A. Par exemple, les élèves de ce groupe ont utilisé les commandes « factor » et « expand » pour générer des formes factorisées et développées. Le fait que les expressions générées par la calculatrice étaient correctes a été un facteur important dans leurs travaux, car cela a donné une confiance pour aller vers les questions subséquentes portant sur la différence entre ces deux formes. Les élèves ont été motivées à les analyser et à théoriser sur ces expressions qu'elles savaient exactes. Ainsi, elles ont pu établir des caractéristiques des deux formes et des liens entre la forme factorisée et la forme développée.

La fonction vérificatrice de la calculatrice a quant à elle semblé essentielle, selon les notes du journal de bord. En fait, plusieurs exemples tirés des périodes de discussions ont montré les élèves en train de vérifier leurs réponses à l'aide du modèle TI-démonstrateur avant d'expliquer aux autres ce qu'elles avaient fait. Ainsi, la calculatrice leur avait donné la confiance et la motivation pour expliquer leurs démarches et partager certaines réflexions. Par exemple, Megan l'a utilisée lorsqu'elle a voulu expliquer sa démarche pour factoriser un trinôme et Vanessa, pour vérifier si des trinômes étaient factorisables. Cette fonction a donc été d'une grande importance pour les élèves, car elle leur a permis de discuter sur les techniques de factorisation et de partager leurs explications théoriques.

Pour étayer mes hypothèses relatives aux fonctions de la calculatrice suggérées par les notes du journal de bord, j'ai ensuite analysé les feuilles d'activités des élèves. Il est certain que ces feuilles m'ont donné davantage d'informations sur les fonctions génératrice et vérificatrice de la calculatrice et beaucoup moins sur la fonction instigatrice de discussions, même si c'est difficile de bien les dissocier en faisant simplement une analyse des feuilles écrites. Par exemple, les hypothèses concernant la fonction génératrice de la calculatrice symbolique peuvent être le sujet d'une vérification pendant une certaine période d'émergence. On peut remarquer que les analyses des feuilles d'activités ont souligné l'absence de réponses dans les questions d'explications pour la majorité des élèves du groupe B. Sans la calculatrice qui permettait aux élèves de réfléchir sur les formes exactes obtenues, les élèves du groupe B n'ont pas pu faire cette partie de réflexion, ne sachant pas si leurs réponses techniques papier/crayon étaient exactes. Les quelques réponses aux questions théoriques des élèves de ce groupe étaient donc moins détaillées et moins axées sur la forme que celles des élèves du groupe A.

Dans les feuilles du groupe A, j'ai aussi remarqué que les questions techniques portant sur les expressions factorisées et développées étaient toujours complétées et toutes correctes, suggérant le fait que ces réponses avaient été vérifiées avec la calculatrice symbolique. Par contre, dans le groupe B, les élèves ont pu vérifier leurs formes factorisées seulement avec papier/crayon en multipliant les facteurs pour obtenir l'expression de départ. Finalement, ces élèves du groupe B n'ont pas souvent essayé de vérifier leurs réponses factorisées, même si les tâches leur demandaient de le faire. Bref, l'outil qu'a été la calculatrice s'est trouvé à être un élément de motivation très intéressant pour les élèves du groupe A, en plus de permettre le cheminement du concept de factorisation et son développement chez ces élèves.

En résumé, les analyses du journal de bord et des feuilles d'activités des élèves ont permis de mieux comprendre et d'expliquer la performance supérieure au post-test des élèves du groupe A. Ces analyses ont également mis en évidence la triple fonction remplie par la calculatrice symbolique dans les apprentissages techniques et théoriques de ces élèves : instigatrice de discussions, génératrice de formes exactes qui permet des analyses théoriques et finalement, vérificatrice de réponses papier/crayon et de conjectures théoriques.

CHAPITRE V

CONCLUSION

Au début de ce mémoire, il a été question du fait que peu de recherches se font sur les outils de manipulation symbolique dans l'apprentissage de l'algèbre au secondaire. Étant donné ce fait, j'ai voulu apporter ma contribution en faisant une recherche portant sur ce thème et plus précisément, sur le rôle d'une calculatrice symbolique, dans une approche technique/théorique, dans l'apprentissage de la notion de factorisation au secondaire.

L'approche technique/théorique développée par Chevallard (1999), et adaptée ensuite par Artigue (2002a) et Lagrange (2000), a été essentielle dans ma recherche. En effet, la dimension technique va de soi dans la notion de factorisation, puisque la factorisation et le développement d'expressions algébriques demandent des habiletés de manipulations de la part des élèves. Cependant, Artigue (2002a) et Lagrange (2000) insistent, dans leur approche, sur le fait que la théorie est aussi une dimension importante et que cette dimension ne peut avancer dans des environnements technologiques que si la dimension technique est élaborée et travaillée. L'inverse est aussi valable. Dans ma recherche, la dimension théorique a eu son importance puisque, par exemple, pour bien maîtriser la notion de factorisation, il fallait connaître le lien existant entre les formes factorisée et développée. C'est donc ce type d'approche qui a été à la base de toute mon expérimentation.

Pour mener à bien cette recherche, une étude comparative entre deux groupes a été réalisée : un groupe où la calculatrice symbolique était permise pour chaque élève (A) et un groupe qui n'avait pas accès à cet outil (B). Chacun des deux groupes a dû passer un pré-test avant de débuter la séquence didactique. Dans celle-ci, cinq activités comparables ont été conçues, avec des tâches techniques et théoriques. J'étais l'enseignante des deux groupes et j'ai consigné dans un journal de bord les notes écrites de ce qui s'est passé durant la séquence didactique. Après cette séquence, les deux groupes ont subi un post-test ayant servi à mesurer les changements apportés à leurs conceptualisations techniques et théoriques vis-à-vis la factorisation.

Au début de l'expérience, les données recueillies dans le pré-test ont montré des résultats semblables dans les deux groupes pour les questions techniques et des résultats très proches, et plutôt faibles, pour les questions théoriques. À la suite de la séquence didactique, on a pu constater, dans le post-test, qu'il y avait eu de l'amélioration pour les deux groupes dans les dimensions technique et théorique. Cependant, cette amélioration était plus marquée dans le groupe où l'on avait utilisé la calculatrice symbolique (A). Cette analyse des tests a donc montré qu'il s'était produit certains phénomènes dans ce groupe où la calculatrice était présente. Avec l'analyse des feuilles d'activités de la séquence didactique et l'analyse des notes du journal de bord, on a eu plus d'informations sur les phénomènes qui s'étaient produits.

En effet, j'ai pu constater trois fonctions qui ont été remplies par la calculatrice symbolique : une fonction instigatrice de discussions, une fonction vérificatrice et une fonction génératrice. Ces fonctions ont eu un effet de motivation chez les élèves du groupe avec la calculatrice, car elles ont donné aux élèves une sécurité et une certitude dans leurs réponses. Cette sécurité a permis une analyse théorique chez ces élèves puisqu'elles savaient que leurs réponses étaient correctes grâce à l'utilisation de la calculatrice.

Pour la fonction vérificatrice ainsi que la fonction instigatrice de discussions, les notes du journal de bord sur les discussions des élèves ayant la calculatrice ont révélées que ces élèves se sont servies de cet outil avant de présenter un résultat ou d'expliquer leur raisonnement. Cet outil, en collaboration avec le modèle TI-démonstrateur, leur a permis d'avoir confiance en leurs réponses, surtout quand elles ont dû les expliquer devant leurs pairs. De plus, cet outil de vérification a permis d'améliorer les techniques de factorisation des élèves. Également, les réponses surprenantes données par cet outil ont permis à certaines discussions de voir le jour. Rien de cela ne s'est réalisé dans le groupe sans calculatrice et les notes du journal de bord ont précisé que les discussions de ce groupe ont été plus difficiles et moins riches.

Lorsqu'on a comparé les résultats des tests entre les deux groupes, on a aussi remarqué que la dimension théorique a connu une meilleure amélioration dans le groupe avec calculatrice. Artigue (2002a) et Lagrange (2000) mentionnent que la dimension théorique, lorsqu'on utilise un outil de manipulation symbolique, se développe bien si on ne néglige pas la dimension technique dans les tâches. Par contre, ces chercheurs ne mentionnent pas comment on peut en arriver à augmenter l'apprentissage au sein de la dimension théorique. Avec les analyses des données de ma recherche, je propose quelques mécanismes pour décrire comment ce développement théorique peut se faire.

En effet, la calculatrice permet de générer des formes exactes. Ces formes exactes ont pu faire l'objet d'une analyse théorique de la part des élèves et, ainsi, ces dernières ont pu établir des liens entre les formes factorisée et développée d'une expression algébrique. Ces liens n'ont pas été aussi bien compris chez les élèves n'ayant pas eu de calculatrice symbolique. En fait, une élève du groupe sans calculatrice a remarqué qu'elle ne savait pas si ses factorisations et ses développements étaient corrects et elle ne pouvait donc pas chercher des relations entre les deux formes.

Ce qui est intéressant, dans la littérature en didactique des mathématiques, c'est le fait qu'il y ait une réticence à fournir la calculatrice à des élèves qui ont des difficultés en mathématiques puisqu'on croit que ceux-ci vont moins bien apprendre avec cet outil. De plus, cette réticence repose sur le fait qu'on ne souhaite laisser la calculatrice aux élèves qu'au moment où ils seront capables de tout faire à la main.

La présente recherche vient donner des arguments afin que cette réticence soit réévaluée. En effet, on voit bien, selon les résultats obtenus, que les élèves qui ont eu accès à la calculatrice apprennent plus, en termes techniques et théoriques, que les autres élèves n'ayant pas cet outil. Mais il ne faut pas oublier que les élèves ayant eu accès à cet outil étaient volontaires et que celles de l'autre groupe n'avaient pas le même choix. La motivation des élèves du groupe A a pu jouer un rôle qui aurait peut-être été différent si elles n'avaient pas eu l'outil.

Également, l'utilisation de cet outil chez des élèves éprouvant certaines difficultés d'apprentissage en factorisation leur a permis de plus apprendre. En fait, la calculatrice symbolique a joué un rôle significatif, car le groupe avec calculatrice a dépassé les apprentissages techniques et théoriques du groupe sans cet outil. Ce fait est lié aux fonctions instigatrice de discussions, vérificatrice et génératrice de la calculatrice symbolique. En particulier, les deux dernières fonctions de la calculatrice permettent de donner confiance aux élèves en leur travail et ainsi, d'être plus en mesure d'analyser ce qu'elles font sur un point de vue théorique.

Bref, l'analyse des productions des élèves et mes observations colligées dans le journal de bord laissent présager que la calculatrice, en agissant comme instigatrice de discussions, vérificatrice de conjectures et génératrice de formes exactes, a pu motiver une pensée théorique plus poussée chez les élèves et favoriser les apprentissages, tant techniques que théoriques. Mais compte tenu de l'asymétrie des deux groupes témoins, ces conclusions mériteraient une investigation plus poussée et ne doivent pour l'instant être considérées que comme des hypothèses pour des recherches ultérieures.

Ce que je suggère, à la suite de l'analyse des résultats de mon expérimentation, est de ne pas attendre que les élèves aient toutes les notions et sachent faire tous les calculs à la main avant de leur permettre d'utiliser une calculatrice symbolique. En fait, si on attend trop, on risque de diminuer la motivation des élèves ainsi que leur intérêt. C'est d'ailleurs ce qui s'est produit dans le groupe B qui n'avait pas accès à la calculatrice. Leur intérêt a diminué, car le fait de vérifier leurs calculs à la main était trop long et l'incertitude de leurs réponses a ralenti leur processus de théorisation sur le concept de factorisation.

Une question que je n'ai pas posée et qui reste pour la recherche future concerne le rôle joué par les connaissances préalables, en factorisation, des élèves du groupe avec calculatrice. Plus précisément, de quelle façon ces connaissances préalables ont-elles permis de contrôler et de questionner les sorties de la calculatrice symbolique ? Pour que les élèves puissent avancer dans le développement de leur pensée théorique, doivent-ils avoir au moins une connaissance minimale du domaine ? De plus, que représente au juste une telle « connaissance minimale » ?

Une deuxième question, qui est aussi hors de la portée de cette recherche, concerne la nature des explications théoriques en algèbre et la façon dont ces explications évoluent en présence des tâches portant sur la théorie. Dans ma recherche, j'ai remarqué que les élèves ont commencé à regarder les aspects structuraux des formes factorisées et développées et à être disposées à percevoir des relations et des connexions entre les différentes expressions et opérations. Cependant, l'envergure de cette étude n'a pas permis une analyse très fine des explications théoriques des élèves et de l'évolution de ces explications. Ce serait un terrain très riche à explorer dans une future étude doctorale.

APPENDICE A

SÉQUENCE DIDACTIQUE DU GROUPE AVEC LA CALCULATRICE SYMBOLIQUE (GROUPE A)

A.1

ACTIVITÉ 1 : MISE EN ÉVIDENCE SIMPLE ET DOUBLE

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Mise en évidence simple (Utilisation de la calculatrice avec la commande « factor »)

1. Utilise la calculatrice afin de compléter le tableau suivant en inscrivant ce que t'affiche la calculatrice lorsque tu utilises la commande « factor » :

Expression donnée	Forme factorisée avec la commande « factor » (calculatrice)	Quel est le facteur en commun pour les deux termes de l'expression donnée ?
a) $3x^3 + 6x^2y^6$	$\mathbf{3x^2 (x + 2y^6)}$	$\mathbf{3x^2}$
b) $36b^2 - 16b$	$\mathbf{4b (9b - 4)}$	$\mathbf{4b}$
c) $30y^3 + 25ay^2$	$\mathbf{5y^2 (6y + 5a)}$	$\mathbf{5y^2}$
d) $5x(3x + 8) + 4(3x+8)$	$\mathbf{(3x + 8)(5x + 4)}$	$\mathbf{(3x + 8)}$
e) $6c(b + 1) - 4(b + 1)$	$\mathbf{2(b + 1)(3c - 2)}$	$\mathbf{2(b + 1)}$

2. a) Décris, dans tes propres mots, ce que tu as remarqué dans (1a), (1b) et (1c).

Il y a un facteur en commun dans chaque terme. Ce facteur est un monôme.

b) Décris, dans tes propres mots, ce que tu as remarqué dans (1d).

Il y a un facteur en commun dans chaque terme. Ce facteur est un binôme ou une expression entre parenthèses.

c) Décris, dans tes propres mots, ce que tu as remarqué dans (1e).

Il y a deux facteurs en commun dans chaque terme: le monôme 2 et le binôme ou l'expression entre parenthèses (b + 1).

3. a) Invente une expression qui n'est pas déjà factorisée où le facteur en commun est $5x^2$ et teste ensuite cette expression avec la commande « factor » sur la calculatrice :

Expression inventée	Ce que t'affiche la calculatrice
$5x^3 + 10x^2$ **Plusieurs réponses possibles**	**$5x^2 (x + 2)$** **Plusieurs réponses possibles**

b) Invente une expression qui n'est pas déjà factorisée où le facteur en commun est $(x + 2a)$ et teste ensuite cette expression avec la commande « factor » sur la calculatrice :

Expression inventée	Ce que t'affiche la calculatrice
$3x(x + 2a) + 4(x + 2a)$ **Plusieurs réponses possibles**	**$(x + 2a) (3x + 4)$** **Plusieurs réponses possibles**

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Une expression comme $(x + 2)$ peut-elle être un facteur commun d'une autre expression ?
2. Peut-on avoir plus d'un facteur commun lorsqu'on factorise complètement une expression ?
3. Comment fait-on pour faire une mise en évidence simple?

Section 2 : Mise en évidence double (Utilisation de la calculatrice avec la commande « factor »)

4. Complète le tableau suivant en t'aidant de l'exemple donné dans la première ligne.

Expression donnée	Mise en évidence simple deux par deux (sans calculatrice)	Mise en évidence du facteur commun (sans calculatrice)	Vérification par la calculatrice en donnant la forme factorisée affichée par la calculatrice
Exemple : $2ab + 4b + 5a + 10$	$2ab + 4b + 5a + 10$ $2b(a + 2) + 5(a + 2)$	$(a + 2)(2b + 5)$	$(a + 2)\ (2b + 5)$
a) $3ax + 3bx + 4ay + 4by$	$3ax + 3bx + 4ay + 4by$ $3x(a + b) + 4y\ (a + b)$	$(a + b)(3x + 4y)$	$(a + b)(3x + 4y)$
b) $3ab + 6b + 2a + 4$	$3ab + 6b + 2a + 4$ $3b(a + 2) + 2(a + 2)$	$(a + 2)(3b + 2)$	$(a + 2)(3b + 2)$
c) $5bx + 6x - 10b - 12$	$5bx + 6x - 10b - 12$ $x(5b + 6) - 2(5b + 6)$	$(5b + 6)(x - 2)$	$(5b + 6)(x - 2)$
d) $2ab - 10b + 7a - 35$	$2ab - 10b + 7a - 35$ $2b(a - 5) + 7(a - 5)$	$(a - 5)(2b + 7)$	$(a - 5)(2b + 7)$

5. Dans le numéro suivant, factorise chacun des polynômes sans la calculatrice, puis vérifie ta réponse avec cette dernière. Si la réponse que tu as trouvée avec papier/crayon n'est pas la même que celle donnée par la calculatrice, refais ton travail afin d'obtenir le même résultat que la calculatrice.

Expression donnée	Forme factorisée (sans calculatrice)	Forme factorisée (avec calculatrice)
a) $12ax - 3x + 20a - 5$	**$12ax - 3x + 20a - 5$** **$3x(4a - 1) + 5(4a - 1)$** **$(4a - 1)(3x + 5)$**	**$(4a - 1)(3x + 5)$**
Espace pour refaire tes calculs :		
b) $10x^2y - 14xy + 15x - 21$	**$10x^2y - 14xy + 15x - 21$** **$2xy(5x - 7) + 3(5x - 7)$** **$(5x - 7)(2xy + 3)$**	**$(5x - 7)(2xy + 3)$**
Espace pour refaire tes calculs :		
c) $6x^3 + 2x + 3x^2 + 1$	**$6x^3 + 2x + 3x^2 + 1$** **$2x(3x^2 + 1) + 1(3x^2 + 1)$** **$(3x^2 + 1)(2x + 1)$**	**$(2x + 1)(3x^2 + 1)$**
Espace pour refaire tes calculs : **Comme la multiplication est commutative, je n'ai pas à refaire mes calculs.**		

6. Factorise le polynôme $3ab + 6a - 5b - 4$ avec papier/crayon. Vérifie ensuite ta réponse avec la calculatrice. Si tu as fait une erreur, refais tes calculs pour que tu arrives à la même forme factorisée que celle de la calculatrice.

Factorisation sans calculatrice	Factorisation avec calculatrice
$3ab + 6a - 5b - 4$ $\mathbf{3a(b + 2) - 1(5b + 4)}$	$\mathbf{3a(b + 2) - 5b - 4}$
Espace pour refaire tes calculs :	

7. Pour le polynôme précédent, explique pourquoi une factorisation complète n'est pas possible.

Parce qu'on ne peut pas faire une MED, car en regroupant deux par deux les termes de notre polynôme initial et en faisant une MES de chaque groupe ainsi formé, on n'obtient pas la même expression entre parenthèses.

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 2)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Commutativité de la multiplication voir le numéro (5c).
2. Y a-t-il un lien entre la mise en évidence simple et la mise en évidence double ?
3. Comment peut-on savoir si un polynôme à quatre termes peut se factoriser ou non ?

Section 3 : Mise en évidence simple et double

8. Pour la série de polynômes suivants, factorise-les complètement sans utiliser la calculatrice.

Expression donnée	Forme factorisée (sans calculatrice) Laisse les traces de ta démarche.
a) $25a^4 - 35a + 10a^3 - 14$	$25a^4 - 35a + 10a^3 - 14$ $5a(5a^3 - 7) + 2(5a^3 - 7)$ $(5a^3 - 7)(5a + 2)$
b) $21xy + 28y + 9x + 12$	$21xy + 28y + 9x + 12$ $7y(3x + 4) + 3(3x + 4)$ $(3x + 4)(7y + 3)$
c) $7xy^2 - 35x^3y$	$7xy^2 - 35x^3y$ $7xy(y - 5x^2)$
d) $8a^2b^2 - 12a + 16a^3$	$8a^2b^2 - 12a + 16a^3$ $4a(2ab^2 - 3 + 4a^2)$
e) $12a^2 + 2a + 16a^3$	$12a^2 + 2a + 16a^3$ $2a(6a + 1 + 8a^2)$ $2a(4a + 1)(2a + 1)$
f) $3x + x(2 + 5x)$	$3x + x(2 + 5x)$ $x(3 + (2 + 5x))$ $x(5 + 5x)$ $5x(1 + x)$

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 3)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)

1. Qu'est-il préférable de faire en premier lorsqu'on factorise par mise en évidence ?

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)
1. Une expression comme $(x + 2)$ peut-elle être un facteur commun d'une autre expression ?

Oui, c'est possible. Par exemple, l'expression $(x + 2)$ peut être le facteur commun pour l'expression $3(x + 2) + 5x(x + 2)$.

2. Peut-on avoir plus d'un facteur commun lorsqu'on factorise complètement une expression ?

Oui, cela est possible. Lorsqu'on factorise complètement une expression, on peut obtenir plus d'un facteur commun. Par exemple, l'expression $6(x + 2) + 8x(x + 2)$ a deux facteurs en communs : $(x + 2)$ et 2.

3. Comment fait-on pour faire une mise en évidence simple?

On doit trouver le plus grand commun diviseur pour chacun des termes de l'expression donnée. Par « le plus grand commun diviseur », on veut dire le plus grand facteur entier pour les coefficients ainsi que le plus grand degré possible pour chaque variable qu'on peut mettre en évidence.

Section 2 : (si le temps le permet)
1. Commutativité de la multiplication voir le numéro (5c).

Lorsqu'on a le produit de deux nombres ou de deux expressions, l'ordre des facteurs n'a aucune importance sur le résultat final.

2. Y a-t-il un lien entre la mise en évidence simple et la mise en évidence double ?

Oui, lorsqu'on fait une mise en évidence double, on regroupe les termes deux par deux et on fait ensuite une mise en évidence simple avec chacun des groupes de 2 termes.

3. Comment peut-on savoir si un polynôme à quatre termes peut se factoriser ou non ?

On doit regarder si on est capable d'obtenir une expression entre parenthèses commune après avoir regroupé les termes deux par deux et avoir effectué une mise en évidence simple.

Section 3 : (si le temps le permet)
1. Qu'est-il préférable de faire en premier lorsqu'on factorise par mise en évidence ?

Il faut d'abord regarder si on peut faire une mise en évidence simple, c'est-à-dire trouver un facteur commun à chacun des termes de l'expression donnée.

A.2

ACTIVITÉ 2 : FORME FACTORISÉE ET DÉVELOPPÉE

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

1. Utilise la calculatrice afin de compléter le tableau suivant en inscrivant ce que t'affiche la calculatrice lorsque tu utilises la commande « factor » et la commande « expand »:

Expression donnée	Forme factorisée avec la commande « factor »	Forme développée avec la commande « expand »
a) $8x^3 + 6x^2y^6 + 12x$	$\mathbf{2x(4x^2 + 3xy^6 + 6)}$	$\mathbf{8x^3 + 6x^2y^6 + 12x}$
b) $45x^2 - 9x$	$\mathbf{9x(5x - 1)}$	$\mathbf{45x^2 - 9x}$
c) $18x^3y + 12x^2y^2 - 3x$	$\mathbf{3x(6x^2y + 4xy^2 - 1)}$	$\mathbf{18x^3y + 12x^2y^2 - 3x}$
d) $15xy - 20x - 6y + 8$	$\mathbf{(5x - 2)(3y - 4)}$	$\mathbf{15xy - 20x - 6y + 8}$
e) $3x(7x + 8) + 2(7x+8)$	$\mathbf{(3x + 2)(7x + 8)}$	$\mathbf{21x^2 + 38x + 16}$

2. Comment peux-tu décrire la forme factorisée d'une expression ?

La forme factorisée d'une expression représente une multiplication des facteurs irréductibles de cette expression.

C'est un peu comme lorsqu'on fait un arbre de facteurs en arithmétique, sauf qu'ici, on est en algèbre.

3. Comment peux-tu décrire la forme développée d'une expression ?

La forme développée est celle où tous les produits ont été distribués sur les sommes et donc, où il n'y a plus que des sommes de monômes.

Dans la forme développée, on a le polynôme qui peut être exprimé souvent, mais pas toujours, sous une forme factorisée.

4. Quelle est la relation qui existe entre la forme factorisée et la forme développée ?

La forme développée est celle où tous les produits ont été distribués sur les sommes et donc, où il n'y a plus que des sommes de monômes.

La forme factorisée présente les facteurs du polynôme.

5. a) Invente une expression qui est factorisable.

$8x - 2$	**Autres réponses possibles**

b) Donne la forme factorisée de cette expression.

$2(4x - 1)$	**Autres réponses possibles en lien avec a)**

c) Donne la forme développée de l'expression factorisée en (5b).

$8x - 2$	**Autres réponses possibles en lien avec a)**

6. Si on factorise une expression le plus possible, peut-on avoir deux formes factorisées différentes ? Explique ta réponse et donne un exemple qui illustre ton explication.

Non, car lorsqu'on factorise un polynôme, on recherche les facteurs irréductibles de celui-ci.

Si on obtient deux formes factorisées différentes, c'est qu'on n'a pas factorisé le plus possible. Par exemple, le polynôme $8x^2 + 6x$ peut se factoriser en $x(8x + 6)$, mais il n'est pas factorisé le plus possible.

7. a) L'aire d'un rectangle est de $(3x^2 - 6x)$ cm^2, quelle est la longueur et la largeur de ce rectangle ?

$3x(x - 2)$ La largeur et la longueur de ce rectangle sont de $(x - 2)$ cm et de $3x$ cm.

Note : On pourrait aussi obtenir des expressions comme $3(x^2 - 2x)$ où la largeur peut être 3 et la longueur peut être $x^2 - 2x$.

b) Un rectangle a une longueur de $4x$ cm et une largeur de $(2x - 5)$ cm, quelle est l'aire de ce rectangle ?

L'aire de ce rectangle est de $(8x^2 - 20x)$ cm^2.

c) A la question (a), peut-on trouver deux autres facteurs différents de ceux que tu as trouvés pour exprimer les dimensions de ce rectangle ? Explique ta réponse.

Non, si on cherche des facteurs irréductibles ou si on factorise le plus possible sur les entiers.

Oui, si on met en évidence le x seulement, ou le 3 seulement.

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Dans un problème écrit comme l'aire d'un rectangle, que peut représenter la forme factorisée ? la forme développée ?

Dans ce type de problème, la forme développée peut représenter l'aire du rectangle tandis que la forme factorisée de cette expression peut représenter les dimensions du rectangle, soient la largeur et la longueur. Si la factorisation complète a seulement deux facteurs, alors c'est toujours le cas. S'il y a plus de deux facteurs après la factorisation complète, il y a plus de choix pour exprimer la mesure de la largeur et celle de la longueur.

A.3

ACTIVITÉ 3 : TRINÔMES AVEC COEFFICIENTS POSITIFS ET $A = 1$

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Trinôme factorisable ou non avec la calculatrice

1. Utilise la calculatrice afin de compléter le tableau suivant en inscrivant ce que t'affiche la calculatrice dans les colonnes appropriées :

Expression donnée (forme décortiquée)	Forme factorisée avec la commande « factor »	Forme développée avec la commande « expand »
a) $x^2 + (3 + 4)x + 3\cdot4$	**$(x + 3)(x + 4)$**	**$x^2 + 7x + 12$**
b) $x^2 + (3 + 5)x + 3\cdot5$	**$(x + 3)(x + 5)$**	**$x^2 + 8x + 15$**
c) $x^2 + (4 + 6)x + 4\cdot6$	**$(x + 4)(x + 6)$**	**$x^2 + 10x + 24$**
d) $x^2 + (5 + 6)x + 5\cdot6$	**$(x + 5)(x + 6)$**	**$x^2 + 11x + 30$**
e) $x^2 + (3 + 5)x + 3\cdot3$	**$x^2 + 8x + 9$**	**$x^2 + 8x + 9$**
f) $x^2 + (3 + 4)x + 3\cdot6$	**$x^2 + 7x + 18$**	**$x^2 + 7x + 18$**

2. a) Pourquoi la calculatrice ne donne pas la factorisation pour les expressions (e) et (f) dans le numéro 1 (deuxième colonne) ?

Parce que les nombres du terme du milieu qui sont additionnés sont différents des nombres multipliés qui représentent le dernier terme du polynôme.

b) Comment peut-on dire, en regardant la forme donnée qui est décortiquée (première colonne du numéro (1)), qu'un polynôme est factorisable ?

Lorsque les nombres du terme du milieu sont les mêmes que ceux du dernier terme.

c) Si la forme donnée n'est pas décortiquée, peut-on dire que le polynôme est factorisable ou non ? Explique ta réponse dans tes propres mots en donnant un exemple illustrant celle-ci.

Si je suis capable de trouver deux nombres dont la somme est celle du coefficient du terme du milieu de mon polynôme et que le produit de ces deux nombres est égal au dernier terme, alors je peux dire que mon polynôme est factorisable. Par exemple, dans $x^2 + 7x + 12$, les deux nombres sont 3 et 4, car $3 + 4 = 7$ et $3 \times 4 = 12$.

d) Dans la forme décortiquée d'une expression, quelle est la relation entre les deux chiffres du terme du milieu et les deux chiffres du dernier terme du polynôme ? Illustre ta réponse avec un exemple.

Les deux chiffres du terme du milieu représentent la somme et les deux chiffres du dernier terme représentent le produit. Par exemple, dans le trinôme $x^2 + (2 + 3)x + (2 \cdot 3)$, les chiffres 2 et 3 ont une somme de 5 et un produit de 6.

e) Si tu avais le droit de changer un chiffre dans l'expression (e) pour que l'expression soit factorisable, ce serait lequel et pourquoi ? Indique aussi pour quel autre chiffre tu le changerais.

Je changerais le dernier 3 pour un 5, parce qu'on aurait ainsi deux chiffres égaux pour le coefficient du terme du milieu et celui du dernier terme. La factorisation de ce polynôme serait donc $(x + 3)(x + 5)$.

3. Voici une série de trinômes. Indique, en cochant la case appropriée, s'ils sont factorisables ou non et explique pourquoi dans la dernière colonne. Ce travail se fait sans la calculatrice.

Trinôme	Factorisable	Non factorisable	Explication
a) $x^2 + 3x + 5$		**X**	**Car 5 = 1 x 5 et que 1 + 5 ≠ 3**
b) $x^2 + 4x + 4$	**X**		**Car 4 = 2 x 2 et 4 = 2 + 2**
c) $x^2 + 7x + 12$	**X**		**Car 12 = 3 x 4 et 7 = 3 + 4**
d) $x^2 + 9x + 12$		**X**	**Car on ne peut trouver deux chiffres dont la somme est 9 et le produit est 12.**

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Comment peut-on savoir si un trinôme à coefficients positifs et avec $a = 1$ est factorisable ou non ?
2. Qu'as-tu appris sur les trinômes avec des coefficients positifs lorsqu'on les factorise ?
3. Quel lien existe-t-il, dans un trinôme, entre le coefficient du terme du milieu et le coefficient du terme de la fin ?
4. Dans les questions (1e) et (1f), pourquoi la calculatrice donne-t-elle la même réponse pour la forme factorisée et développée ?

Section 2 : Trinôme factorisé avec la forme décortiquée

4. a) Voici quelques trinômes. Complète le tableau suivant en donnant les réponses demandées :

Forme développée donnée	Forme décortiquée (sans calculatrice)	Forme factorisée (sans calculatrice)	Forme factorisée (avec calculatrice)
a) $x^2 + 8x + 12$	$\mathbf{x^2 + (2 + 6)x + 2\cdot 6}$	$\mathbf{(x + 2)(x + 6)}$	$\mathbf{(x + 2)(x + 6)}$
b) $x^2 + 15x + 54$	$\mathbf{x^2 + (6 + 9)x + 6\cdot 9}$	$\mathbf{(x + 6)(x + 9)}$	$\mathbf{(x + 6)(x + 9)}$
c) $x^2 + 10x + 16$	$\mathbf{x^2 + (2 + 8)x + 2\cdot 8}$	$\mathbf{(x + 6)(x + 9)}$	$\mathbf{(x + 6)(x + 9)}$

b) Dans le numéro précédent, si la forme factorisée que tu as trouvée avec papier/crayon n'est pas la même que celle donnée par la calculatrice, refais la factorisation afin d'obtenir la même réponse que celle de la calculatrice.

a) $x^2 + 8x + 12$	b) $x^2 + 15x + 54$	c) $x^2 + 10x + 16$

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 2)

Partie 1 :

Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)

1. Comment passes-tu de la forme développée donnée à la forme décortiquée ?
2. Quel truc as-tu développé pour factoriser ces trinômes ?

Section 3 : Trinôme factorisé avec la mise en évidence double

5. Voici quelques trinômes. Regarde attentivement l'exemple qui t'a été donné et complète le tableau suivant en remplissant les colonnes comme l'exemple :

Forme développée donnée	Forme développée décortiquée (sans calculatrice)	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Forme factorisée (avec calculatrice)
Exemple : $x^2 + 10x + 24$	$x^2 + (6 + 4)x + 6 \cdot 4$	$x^2 + 6x + 4x + 24$	$x^2 + 6x + 4x + 24$ $x(x + 6) + 4(x + 6)$ $(x + 6)(x + 4)$	$(x + 4)(x + 6)$
a) $x^2 + 13x + 42$	**$x^2 + (6 + 7)\, x + 6 \cdot 7$**	**$x^2 + 6x + 7x + 42$**	**$x^2 + 6x + 7x + 42$** **$x(x + 6) + 7(x + 6)$** **$(x + 6)(x + 7)$**	**$(x + 6)(x + 7)$**
b) $x^2 + 19x + 90$	**$x^2 + (9 + 10)\, x + 9 \cdot 10$**	**$x^2 + 9x + 10x + 90$**	**$x^2 + 9x + 10x + 90$** **$x(x + 9) + 10(x + 9)$** **$(x + 9)(x + 10)$**	**$(x + 9)(x + 10)$**

6. a) Dans le tableau suivant, factorise les trinômes en utilisant la mise en évidence double.

Forme développée donnée	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Forme factorisée (avec calculatrice)
a) $x^2 + 9x + 20$	$x^2 + 4x + 5x + 20$	$x^2 + 4x + 5x + 20$ $x(x + 4) + 5(x + 4)$ $(x + 4)(x + 5)$	$(x + 4)(x + 5)$
b) $x^2 + 15x + 26$	$x^2 + 2x + 13x + 26$	$x^2 + 2x + 13x + 26$ $x(x + 2) + 13(x + 2)$ $(x + 2)(x + 13)$	$(x + 2)(x + 13)$
c) $x^2 + 17x + 72$	$x^2 + 8x + 9x + 72$	$x^2 + 8x + 9x + 72$ $x(x + 8) + 9(x + 8)$ $(x + 8)(x + 9)$	$(x + 8)(x + 9)$

b) Dans le tableau précédent, si ta factorisation n'est pas la même que celle de la calculatrice, refais tes calculs jusqu'à ce que tu obtiennes la même factorisation.

a) $x^2 + 9x + 20$	b) $x^2 + 15x + 26$	c) $x^2 + 17x + 72$

Discussion avec les élèves

Piste de discussion avec les élèves (section 3)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Quels trucs te sont utiles dans la factorisation de ces trinômes où $a = 1$ et avec des coefficients positifs ?

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)

1. Comment peut-on savoir si un trinôme à coefficients positifs et avec $a = 1$ est factorisable ou non ?

Il faut vérifier si l'on peut trouver deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au coefficient du terme de la fin. Si l'on est capable de trouver ces deux nombres, c'est que le trinôme est factorisable.

2. Qu'as-tu appris sur les trinômes avec des coefficients positifs lorsqu'on les factorise ?

On doit d'abord vérifier si le trinôme se factorise. Plusieurs autres réponses possibles dont celle du (1) ci-dessus.

3. Quel lien existe-t-il, dans un trinôme, entre le coefficient du terme du milieu et le coefficient du terme de la fin ?

Le coefficient du terme du milieu représente la somme de deux nombres et celui du terme de la fin représente le produit de ces deux nombres.

4. Dans les questions (1e) et (1f), pourquoi la calculatrice donne-t-elle la même réponse pour la forme factorisée et développée ?

Parce que les trinômes de ces questions ne sont pas factorisables. La calculatrice va donc donner le trinôme en effectuant l'addition pour le coefficient du terme du milieu et la multiplication pour le coefficient du terme de la fin. Cela nous indique qu'il est impossible de factoriser le trinôme.

Section 2 : (si le temps le permet)

1. Comment passes-tu de la forme développée donnée à la forme décortiquée ?

En cherchant deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au coefficient du terme de la fin.

2. Quel truc as-tu développé pour factoriser ces trinômes ?

Réponses semblables au numéro (1) de la section 1.

Section 3 : (si le temps le permet)

1. Quels trucs te sont utiles dans la factorisation de ces trinômes où $a = 1$ et avec des coefficients positifs ?

Réponses semblables au numéro (1) de la section 1.

A.4

ACTIVITÉ 4 : TRINÔMES AVEC COEFFICIENTS NÉGATIFS ET $A = 1$

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Trinômes à coefficients négatifs et $a = 1$

1. a) Trouve tous les couples de nombres dont le produit est -12 et calcule la somme de chacun de ces couples.

Couples dont le produit est -12	Somme des couples
-1 et 12	**11**
1 et -12	**-11**
-2 et 6	**4**
2 et -6	**-4**
-3 et 4	**1**
3 et -4	**-1**

b) Trouve tous les couples de nombres dont le produit est 10 et calcule la somme de chacun de ces couples.

Couples dont le produit est 10	Somme des couples
-1 et -10	**-11**
1 et 10	**11**
2 et 5	**7**
-2 et -5	**-7**

2. a) Trouve deux nombres dont la somme est 5 et le produit est -24.

-3 et 8

b) Trouve deux nombres dont la somme est -8 et le produit est 15.

-3 et -5

c) Trouve deux nombres dont la somme est -15 et le produit est -100.

-20 et 5

3. Voici quelques trinômes. Regarde attentivement l'exemple qui t'a été donné et complète le tableau suivant en remplissant les colonnes comme dans l'exemple :

Forme développée donnée	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Forme factorisée (avec calculatrice)
Exemple : $x^2 + 8x - 20$	$x^2 + 10x - 2x - 20$	$x^2 + 10x - 2x - 20$ $x(x + 10) - 2(x + 10)$ $(x + 10)(x - 2)$	$(x - 2)\,(x + 10)$
a) $x^2 - 7x + 10$	$\mathbf{x^2 - 2x - 5x + 10}$	$\mathbf{x^2 - 2x - 5x + 10}$ $\mathbf{x(x - 2) - 5(x - 2)}$ $\mathbf{(x - 2)(x - 5)}$	$\mathbf{(x - 5)(x - 2)}$
b) $x^2 + x - 12$	$\mathbf{x^2 + 4x - 3x -12}$	$\mathbf{x^2 + 4x - 3x -12}$ $\mathbf{x(x + 4) - 3(x + 4)}$ $\mathbf{(x + 4)(x - 3)}$	$\mathbf{(x - 3)(x + 4)}$

4. a) Dans l'exemple du numéro précédent, la factorisation obtenue dans la troisième colonne semble différente de celle de la calculatrice. Explique pourquoi ces factorisations ne sont pas différentes.

Parce que la multiplication est une opération commutative.

b) Dans le tableau précédent, explique ta façon de procéder dans la deuxième colonne pour l'expression (a).

Il faut trouver deux nombres dont la somme est -7 et dont le produit est 10. Ces deux nombres sont -2 et -5.

c) Dans le tableau précédent, explique ta façon de procéder dans la deuxième colonne pour l'expression (b).

Il faut trouver deux nombres dont la somme est 1 et le produit est -12. Ces deux nombres sont -4 et 3.

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Quelles sont les différences entre les trinômes avec des coefficients positifs et les trinômes avec des coefficients négatifs ?

Section 2 : Pratique sur la factorisation de trinômes

5. Voici quelques trinômes. Complète le tableau suivant en remplissant les colonnes :

Forme développée donnée	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Forme factorisée (avec calculatrice)
a) $x^2 - 9x + 20$	$x^2 - 4x - 5x + 20$	$x^2 - 4x - 5x + 20$ $x(x - 4) - 5(x - 4)$ $(x - 4)(x - 5)$	$(x - 5)(x - 4)$
b) $x^2 + 3x - 54$	$x^2 + 9x - 6x - 54$	$x^2 + 9x - 6x - 54$ $x(x + 9) - 6(x + 9)$ $(x - 6)(x + 9)$	$(x - 6)(x + 9)$
c) $x^2 - 6x - 16$	$x^2 + 2x - 8x -16$	$x^2 + 2x - 8x -16$ $x(x + 2) - 8(x + 2)$ $(x + 2)(x - 8)$	$(x - 8)(x + 2)$

6. Voici quelques trinômes. Complète le tableau suivant en remplissant les colonnes :

Forme développée donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Forme factorisée (avec calculatrice)
a) $x^2 + 5x + 6$	$x^2 + 2x + 3x + 6$ $x(x + 2) + 3(x + 2)$ $(x + 2)(x + 3)$	$(x + 2)(x + 3)$
b) $x^2 - 15x + 26$	$x^2 - 2x - 13x + 26$ $x(x - 2) - 13(x - 2)$ $(x - 2)(x - 13)$	$(x - 13)(x - 2)$
c) $x^2 + 1x - 72$	$x^2 - 8x + 9x - 72$ $x(x - 8) + 9(x - 8)$ $(x - 8)(x + 9)$	$(x - 8)(x + 9)$

Suite du numéro (6)

Forme développée donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Forme factorisée (avec calculatrice)
d) $x^2 - 1x - 42$	$\mathbf{x^2 - 7x + 6x - 42}$ $\mathbf{x(x - 7) + 6(x - 7)}$ $\mathbf{(x - 7)(x + 6)}$	$\mathbf{(x - 7)(x + 6)}$
e) $x^2 + 43x - 90$	$\mathbf{x^2 - 2x + 45x - 90}$ $\mathbf{x(x - 2) + 45(x - 2)}$ $\mathbf{(x - 2)(x + 45)}$	$\mathbf{(x - 2)(x + 45)}$
f) $x^2 - 15x + 56$	$\mathbf{x^2 - 7x - 8x + 56}$ $\mathbf{x(x - 7) - 8(x - 7)}$ $\mathbf{(x - 7)(x - 8)}$	$\mathbf{(x - 8)(x - 7)}$

Discussion avec les élèves

<u>Pistes de discussion avec les élèves (section 2)</u>

<u>Partie 1 :</u>
Retour sur les questions de cette section.

<u>Partie 2 : (si le temps le permet)</u>
1. Quels trucs as-tu développés avec les trinômes à coefficients négatifs lorsque tu les factorises ?
2. Comment pourrais-tu expliquer une façon générale de factoriser les trinômes lorsque $a = 1$?

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)
1. Quelles sont les différences entre les trinômes avec des coefficients positifs et les trinômes avec des coefficients négatifs ?

Il est plus difficile de trouver deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au coefficient du terme de la fin lorsqu'on a des nombres négatifs en jeu. Pour le reste, c'est exactement le même principe qui s'applique.

Section 2 : (si le temps le permet)
1. Quels trucs as-tu développés avec les trinômes à coefficients négatifs lorsque tu les factorises ?

Trucs à découvrir chez les élèves.

2. Comment pourrais-tu expliquer une façon générale de factoriser les trinômes lorsque $a = 1$?

Si on prend le trinôme $ax^2 + bx + c$ où $a = 1$, pour factoriser ce dernier, il faut trouver deux nombres dont la somme est b et dont le produit est c.

A.5

ACTIVITÉ 5 : TRINÔMES AVEC $A \neq 1$

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Trinômes avec $a \neq 1$

1. Dans le tableau suivant, regarde attentivement l'exemple qui t'est donné et complète le tableau par la suite en utilisant la calculatrice seulement dans la dernière colonne.

Forme factorisée donnée	Étapes vers la forme développée (multiplication des parenthèses et addition de termes semblables)	Forme développée donnée par la calculatrice (avec la commande « expand »)
Exemple : $(2x + 3)(x - 7)$	Multiplication $2x^2 - 14x + 3x - 21$ Addition des termes semblables $2x^2 - 11x - 21$	$2x^2 - 11x - 21$
a) $(2x - 3)(x - 1)$	$\mathbf{2x^2 - 2x - 3x + 3}$ $\mathbf{2x^2 - 5x + 3}$	$\mathbf{2x^2 - 5x + 3}$
b) $(5x - 3)(3x + 2)$	$\mathbf{15x^2 + 10x - 9x - 6}$ $\mathbf{15x^2 + x - 6}$	$\mathbf{15x^2 + x - 6}$
c) $(4x - 5)(2x + 1)$	$\mathbf{8x^2 + 4x - 10x - 5}$ $\mathbf{8x^2 - 6x - 5}$	$\mathbf{8x^2 - 6x - 5}$

2. a) En t'inspirant du numéro (1a), décris, dans tes mots, comment tu multiplies les expressions entre parenthèses.

Lorsque je multiplie les parenthèses ensemble, je multiplie chaque terme d'une parenthèse par chacun des termes de l'autre parenthèse et j'obtiens quatre termes.

b) Explique dans tes mots le lien qui unit la forme développée et la forme factorisée.

La forme développée ou la forme semi-développée (ex : $3(2x + 7) + 5x(x + 2)$) est celle obtenue par le produit des polynômes de la forme factorisée.

3. a) Dans l'exemple du numéro (1), une des étapes vers la forme développée nous donne $2x^2 - 14x + 3x - 21$. Quelle est la relation entre (-14) et (+3) (les deux coefficients des termes du milieu) ainsi qu'entre (+2) et (-21) (les deux coefficients des termes des extrémités)?

Le produit de (-14) et de (+3) est de (-42) et ce produit est le même que celui de (+2) et (-21).

b) La forme développée dans l'exemple du numéro (1) est $2x^2 - 11x - 21$. Quel calcul mental dois-tu faire afin d'arriver à la forme factorisée $(2x + 3)(x - 7)$ de ce trinôme ?

Je dois trouver deux nombres dont la somme est (-11) et dont le produit est (-42) (puisque (+2) x (-21) = (-42)). Ensuite, je remplace (-11) par ces deux nombres et j'effectue une mise en évidence double.

c) En général, quelle règle faut-il suivre pour factoriser des trinômes lorsque $a \neq 1$?

Il faut trouver deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au produit des coefficients des termes des extrémités.

d) Est-ce que la règle que tu viens de décrire en (c) est applicable pour $a = 1$. Explique ta réponse tout en l'illustrant par un exemple.

C'est la même méthode qui s'applique, sauf qu'on multiplie par 1. Par exemple, lorsque je veux factoriser le trinôme $x^2 - 5x + 6$ (qui est un trinôme équivalent au trinôme $1x^2 - 5x + 6$), je dois trouver deux nombres dont la somme est (-5) et dont le produit est 6 (car on fait 1 x 6 = 6).

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Comment fait-on pour factoriser un trinôme lorsque le a est différent de 1 ?
2. Est-ce que la factorisation d'un trinôme avec $a = 1$ se fait de la même manière que lorsque le a est différent de 1 ?

Section 2 : Forme développée vers factorisée

4. Voici un tableau à compléter en t'inspirant de l'exemple qui a été fait pour toi.

Trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$	Donne la valeur de b	Donne la valeur de $a \bullet c$	Trouve deux nombres dont la somme est b et le produit est $a \bullet c$
Exemple : $3x^2 - 11x + 8$	-11	24	-3 et -8
a) $7x^2 + 33x - 10$	**33**	**-70**	**-2 et 35**
b) $2x^2 - 9x + 10$	**-9**	**20**	**-4 et -5**
c) $5x^2 - 17x - 12$	**-17**	**-60**	**3 et -20**

5. Voici quelques trinômes. Factorise ceux-ci en te servant des relations précédentes et de l'exemple. Vérifie ensuite ta réponse avec la calculatrice. Si celle-ci n'est pas la même que celle que tu as trouvée, refais tes calculs pour obtenir la même réponse.

Expression donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Vérification avec la calculatrice	Espace pour refaire les calculs
Exemple : $3x^2 - 7x - 6$	$3x^2 - 9x + 2x - 6$ $3x(x-3) + 2(x-3)$ $(x-3)(3x+2)$	$(x-3)(3x+2)$	
a) $5x^2 - 28x - 12$	$\mathbf{5x^2 - 30x + 2x - 12}$ $\mathbf{5x(x-6) + 2(x-6)}$ $\mathbf{(x-6)(5x+2)}$	$\mathbf{(x-6)(5x+2)}$	
b) $12x^2 - 5x - 2$	$\mathbf{12x^2 - 8x + 3x - 2}$ $\mathbf{4x(3x-2) + 1(3x-2)}$ $\mathbf{(3x-2)(4x+1)}$	$\mathbf{(3x-2)(4x+1)}$	
c) $10x^2 + 23x - 5$	$\mathbf{10x^2 + 25x - 2x - 5}$ $\mathbf{5x(2x+5) - 1(2x+5)}$ $\mathbf{(2x+5)(5x-1)}$	$\mathbf{(2x+5)(5x-1)}$	

6. Dans le tableau suivant, il y a plusieurs trinômes, factorise-les le plus possible.

Expression donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Vérification avec la calculatrice	Espace pour refaire les calculs
a) $9x^2 + 11x + 2$	**$9x^2 + 9x + 2x + 2$ $9x(x + 1) + 2(x + 1)$ $(x + 1)(9x + 2)$**	**$(x + 1)(9x + 2)$**	
b) $6x^2 - 7x - 5$	**$6x^2 + 3x - 10x - 5$ $3x(2x + 1) - 5(2x + 1)$ $(2x + 1)(3x - 5)$**	**$(2x + 1)(3x - 5)$**	
c) $35x^2 - 31x + 6$	**$35x^2 - 10x - 21x + 6$ $5x(7x - 2) - 3(7x - 2)$ $(7x - 2)(5x - 3)$**	**$(5x - 3)\ (7x - 2)$**	**La multiplication est commutative.**
d) $6x^2 - 6x - 12$	**$6(x^2 - x - 2)$ $6(x^2 + 1x - 2x - 2)$ $6(x(x + 1) - 2(x + 1))$ $6(x + 1)(x - 2)$**	**$6(x - 2)(x + 1)$**	**On a une mise en évidence simple de 6. La multiplication est commutative.**

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves (section 2)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Lorsque les trinômes ont des coefficients négatifs, est-ce qu'il y a des trucs que tu peux développer pour t'aider à factoriser ces trinômes ?
2. Comment pourrais-tu vérifier, sans ta calculatrice, que ta factorisation est bonne pour un trinôme donné ?
3. As-tu l'impression que ces activités t'ont aidées à mieux comprendre la factorisation ?

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)

1. Comment fait-on pour factoriser un trinôme lorsque le a est différent de 1 ?

Soit un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a différent de 1. On doit trouver deux nombres dont la somme est b et dont le produit est égal à a x c. Ensuite, il faut remplacer ces deux nombres par b et faire une mise en évidence double.

2. Est-ce que la factorisation d'un trinôme avec $a = 1$ se fait de la même manière que lorsque le a est différent de 1 ?

Oui, c'est de la même façon que celle décrite en (1), mais comme $a = 1$, le produit des deux nombres sera égal à c.

Section 2 : (si le temps le permet)

1. Lorsque les trinômes ont des coefficients négatifs, est-ce qu'il y a des trucs que tu peux développer pour t'aider à factoriser ces trinômes ?

Trucs à découvrir chez les élèves.

2. Comment pourrais-tu vérifier, sans ta calculatrice, que ta factorisation est bonne pour un trinôme donné ?

Pour vérifier si ma factorisation est bonne, je peux multiplier les facteurs obtenus et si j'obtiens le polynôme de départ sous la forme développée, c'est que ma factorisation est bonne.

3. As-tu l'impression que ces activités t'ont aidées à mieux comprendre la factorisation ?

À voir chez les élèves.

APPENDICE B

SÉQUENCE DIDACTIQUE DU GROUPE SANS LA CALCULATRICE SYMBOLIQUE (GROUPE B)

B.1

ACTIVITÉ 1 : MISE EN ÉVIDENCE SIMPLE ET DOUBLE

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Mise en évidence simple

1. Complète le tableau suivant en t'inspirant de l'exemple donné :

Expression donnée	Forme factorisée	Quel est le facteur en commun pour les deux termes de l'expression donnée (ou quels sont)?
Exemple : $3x^3 + 6x^2y^6$	$3x^2(x + 6y^6)$	$3x^2$
a) $36b^2 - 16b$	**$4b\ (9b - 4)$**	**$4b$**
b) $30y^3 + 25ay^2$	**$5y^2\ (6y + 5a)$**	**$5y^2$**
c) $5x(3x + 8) + 4(3x+8)$	**$(3x + 8)(5x + 4)$**	**$(3x + 8)$**
d) $6c(b + 1) - 4(b + 1)$	**$2(b + 1)(3c - 2)$**	**$2(b + 1)$**

2. a) Décris, dans tes propres mots, ce que tu as remarqué dans le numéro 1 (a) et (b).

Il y a un facteur en commun dans chaque terme. Ce facteur est un monôme.

b) Décris, dans tes propres mots, ce que tu as remarqué dans le numéro 1 (c).

Il y a un facteur en commun dans chaque terme. Ce facteur est un binôme ou une expression entre parenthèses.

c) Décris, dans tes propres mots, ce que tu as remarqué dans le numéro 1 (d).

Il y a deux facteurs en commun dans chaque terme: le monôme 2 et le binôme ou l'expression entre parenthèses (b + 1).

3. a) Invente une expression qui n'est pas déjà factorisée où le facteur en commun est $5x^2$:

Expression inventée
$\mathbf{5x^3 + 10x^2}$ **Plusieurs réponses possibles**

b) Invente une expression qui n'est pas déjà factorisée où le facteur en commun est (x + 2a) :

Expression inventée
$\mathbf{3x(x + 2a) + 4(x + 2a)}$ **Plusieurs réponses possibles**

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Une expression comme (x + 2) peut-elle être un facteur commun d'une autre expression ?
2. Peut-on avoir plus d'un facteur commun lorsqu'on factorise complètement une expression ?
3. Comment fait-on pour faire une mise en évidence simple?

Section 2 : Mise en évidence double

4. Complète le tableau suivant en t'aidant de l'exemple donné dans la première ligne.

Expression donnée	Mise en évidence simple deux par deux	Mise en évidence du facteur commun
Exemple : $2ab + 4b + 5a + 10$	$2ab + 4b + 5a + 10$ $2b(a + 2) + 5(a + 2)$	$(a + 2)(2b + 5)$
a) $3ax + 3bx + 4ay + 4by$	$\mathbf{3ax + 3bx + 4ay + 4by}$ $\mathbf{3x(a + b) + 4y\ (a + b)}$	$\mathbf{(a + b)(3x + 4y)}$
b) $3ab + 6b + 2a + 4$	$\mathbf{3ab + 6b + 2a + 4}$ $\mathbf{3b(a + 2) + 2(a + 2)}$	$\mathbf{(a + 2)(3b + 2)}$
c)$5bx + 6x - 10b - 12$	$\mathbf{5bx + 6x\ - 10b - 12}$ $\mathbf{x(5b + 6) - 2(5b + 6)}$	$\mathbf{(5b + 6)(x - 2)}$
d) $2ab - 10b + 7a - 35$	$\mathbf{2ab -10b + 7a - 35}$ $\mathbf{2b(a - 5) +7(a - 5)}$	$\mathbf{(a - 5)(2b + 7)}$

5. Dans le numéro suivant, factorise chacun des polynômes.

Expression donnée	Forme factorisée Laisse les traces de ta démarche.	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
a) $12ax - 3x + 20a - 5$	$\mathbf{12ax - 3x + 20a - 5}$ $\mathbf{3x(4a - 1) + 5(4a - 1)}$ $\mathbf{(4a - 1)(3x + 5)}$	$\mathbf{(4a - 1)(3x + 5)}$ $\mathbf{12ax - 3x + 20a - 5}$
b) $10x^2y - 14xy + 15x - 21$	$\mathbf{10x^2y - 14xy + 15x - 21}$ $\mathbf{2xy(5x - 7) + 3(5x - 7)}$ $\mathbf{(5x - 7)\ (2xy + 3)}$	$\mathbf{(5x - 7)(2xy + 3)}$ $\mathbf{10x^2y - 14xy + 15x - 21}$
c) $6x^3 + 2x + 3x^2 + 1$	$\mathbf{6x^3 + 2x + 3x^2 + 1}$ $\mathbf{2x(3x^2 + 1) + 1(3x^2 + 1)}$ $\mathbf{(3x^2 + 1)(2x + 1)}$	$\mathbf{(2x + 1)(3x^2 + 1)}$ $\mathbf{6x^3 + 2x + 3x^2 + 1}$

6. Factorise le polynôme $3ab + 6a - 5b - 4$ avec papier/crayon.

Factorisation du polynôme
$\mathbf{3ab + 6a - 5b - 4}$ $\mathbf{3a(b + 2) - 1(5b + 4)}$

7. Pour le polynôme précédent, explique pourquoi une factorisation complète n'est pas possible.

Parce qu'on ne peut pas faire une MED, car en regroupant deux par deux les termes de notre polynôme initial et en faisant une MES de chaque groupe ainsi formé, on n'obtient pas la même expression entre parenthèses.

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 2)

Partie 1 :

Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)

1. Commutativité de la multiplication voir le numéro (5c).
2. Y a-t-il un lien entre la mise en évidence simple et la mise en évidence double ?
3. Comment peut-on savoir si un polynôme à quatre termes peut se factoriser ou non ?

Section 3 : Mise en évidence simple et double

8. Pour la série de polynômes suivants, factorise-les complètement.

Expression donnée	Forme factorisée Laisse les traces de ta démarche	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
a) $25a^4 - 35a + 10a^3 - 14$	$25a^4 - 35a + 10a^3 - 14$ $5a(5a^3 - 7) + 2(5a^3 - 7)$ $(5a^3 - 7)(5a + 2)$	$(5a^3 - 7)(5a + 2)$ $25a^4 - 35a + 10a^3 - 14$
b) $21xy + 28y + 9x + 12$	$21xy + 28y + 9x + 12$ $7y(3x + 4) + 3(3x + 4)$ $(3x + 4)(7y + 3)$	$(3x + 4)(7y + 3)$ $21xy + 28y + 9x + 12$
c) $7xy^2 - 35x^3y$	$7xy^2 - 35x^3y$ $7xy(y - 5x^2)$	$7xy(y - 5x^2)$ $7xy^2 - 35x^3y$
d) $8a^2b^2 - 12a + 16a^3$	$8a^2b^2 - 12a + 16a^3$ $4a(2ab^2 - 3 + 4a^2)$	$4a(2ab^2 - 3 + 4a^2)$ $8a^2b^2 - 12a + 16a^3$
e) $12a^2 + 2a + 16a^3$	$12a^2 + 2a + 16a^3$ $2a(6a + 1 + 8a^2)$ $2a(4a + 1)(2a + 1)$	$2a(4a + 1)(2a + 1)$ $2a(6a + 1 + 8a^2)$ $12a^2 + 2a + 16a^3$
f) $3x + x(2 + 5x)$	$3x + x(2 + 5x)$ $x(3 + (2 + 5x))$ $x(5 + 5x)$ $5x(1 + x)$	$5x(1 + x)$ $5x + 5x^2$

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 3)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Qu'est-il préférable de faire en premier lorsqu'on factorise par mise en évidence ?
2. Est-ce que ta vérification dans la question (8f) donne la même chose que l'expression donnée ? Si non, explique pourquoi.

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)
1. Une expression comme $(x + 2)$ peut-elle être un facteur commun d'une autre expression ?

Oui, c'est possible. Par exemple, l'expression $(x + 2)$ peut être le facteur commun pour l'expression $3(x + 2) + 5x(x + 2)$.

2. Peut-on avoir plus d'un facteur commun lorsqu'on factorise complètement une expression ?

Oui, cela est possible. Lorsqu'on factorise complètement une expression, on peut obtenir plus d'un facteur commun. Par exemple, l'expression $6(x + 2) + 8x(x + 2)$ a deux facteurs en communs : $(x + 2)$ et 2.

3. Comment fait-on pour faire une mise en évidence simple?

On doit trouver le plus grand commun diviseur pour chacun des termes de l'expression donnée. Par « le plus grand commun diviseur », on veut dire le plus grand facteur entier pour les coefficients ainsi que le plus grand degré possible pour chaque variable qu'on peut mettre en évidence.

Section 2 : (si le temps le permet)
1. Commutativité de la multiplication voir le numéro (5c).

Lorsqu'on a le produit de deux nombres ou de deux expressions, l'ordre des facteurs n'a aucune importance sur le résultat final.

2. Y a-t-il un lien entre la mise en évidence simple et la mise en évidence double ?

Oui, lorsqu'on fait une mise en évidence double, on regroupe les termes deux par deux et on fait ensuite une mise en évidence simple avec chacun des groupes de 2 termes.

3. Comment peut-on savoir si un polynôme à quatre termes peut se factoriser ou non ?

On doit regarder si on est capable d'obtenir une expression entre parenthèses commune après avoir regroupé les termes deux par deux et avoir effectué une mise en évidence simple.

Section 3 : (si le temps le permet)
1. Qu'est-il préférable de faire en premier lorsqu'on factorise par mise en évidence ?

Il faut d'abord vérifier si on peut faire une mise en évidence simple, c'est-à-dire trouver un facteur commun à chacun des termes de l'expression donnée.

2. Est-ce que ta vérification dans la question (8f) donne la même chose que l'expression donnée ? Si non, explique pourquoi.

Non, parce que l'expression donnée n'est pas simplifiée au maximum et que ma vérification simplifie l'expression au maximum.

B.2

ACTIVITÉ 2 : FORME FACTORISÉE ET DÉVELOPPÉE

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

1. Complète le tableau suivant en t'inspirant de l'exemple donné :

Expression donnée	Forme factorisée	Forme développée
Exemple : $8x^3 + 6x^2y^6 + 12x$	$2x(4x^2 + 3xy^6 + 6)$	$8x^3 + 6x^2y^6 + 12x$
a) $45x^2 - 9x$	$\mathbf{9x(5x - 1)}$	$\mathbf{45x^2 - 9x}$
b) $18x^3y + 12x^2y^2 - 3x$	$\mathbf{3x(6x^2y + 4xy^2 - 1)}$	$\mathbf{18x^3y + 12x^2y^2 - 3x}$
c) $15xy - 20x - 6y + 8$	$\mathbf{(5x - 2)\ (3y - 4)}$	$\mathbf{15xy - 20x - 6y + 8}$
d) $3x(7x + 8) + 2(7x+8)$	$\mathbf{(3x + 2)\ (7x + 8)}$	$\mathbf{21x^2 + 38x + 16}$

2. Comment peux-tu décrire la forme factorisée d'une expression ?

La forme factorisée d'une expression représente une multiplication des facteurs irréductibles de cette expression.

C'est un peu comme lorsqu'on fait un arbre de facteurs en arithmétique, sauf qu'ici, on est en algèbre.

3. Comment peux-tu décrire la forme développée d'une expression ?

La forme développée est celle où tous les produits ont été distribués sur les sommes et donc, où il n'y a plus que des sommes de monômes.

Dans la forme développée, on a le polynôme qui peut être exprimé souvent, mais pas toujours, sous une forme factorisée.

4. Quelle est la relation qui existe entre la forme factorisée et la forme développée ?

La forme développée est celle où tous les produits ont été distribués sur les sommes et donc, où il n'y a plus que des sommes de monômes.

La forme factorisée présente les facteurs du polynôme.

5. a) Invente une expression qui est factorisable.

$\mathbf{8x - 2}$ **Autres réponses possibles**

b) Donne la forme factorisée de cette expression.

$\mathbf{2(4x - 1)}$ **Autres réponses possibles en lien avec a)**

c) Donne la forme développée de l'expression factorisée en (5b).

$8x - 2$ **Autres réponses possibles en lien avec a)**

6. Si on factorise une expression le plus possible, peut-on avoir deux formes factorisées différentes ? Explique ta réponse et donne un exemple qui illustre ton explication.

Non, car lorsqu'on factorise un polynôme, on recherche les facteurs irréductibles de celui-ci.
Si on obtient deux formes factorisées différentes, c'est qu'on n'a pas factorisé le plus possible. Par exemple, le polynôme $8x^2 + 6x$ peut se factoriser en $x(8x + 6)$, mais il n'est pas factorisé le plus possible.

7. a) L'aire d'un rectangle est de $(3x^2 - 6x)$ cm², quelle est la longueur et la largeur de ce rectangle ?

$3x(x - 2)$ La largeur et la longueur de ce rectangle sont de $(x - 2)$ cm et de $3x$ cm.

Note : On pourrait aussi obtenir des expressions comme $3(x^2 - 2x)$ où la largeur peut être 3 et la longueur peut être $x^2 - 2x$.

b) Un rectangle a une longueur de $4x$ cm et une largeur de $(2x - 5)$ cm, quelle est l'aire de ce rectangle ?

L'aire de ce rectangle est de $(8x^2 - 20x)$ cm².

c) A la question (a), peut-on trouver deux autres facteurs différents de ceux que tu as trouvés pour exprimer les dimensions de ce rectangle ? Explique ta réponse.

Non, si on cherche des facteurs irréductibles ou si on factorise le plus possible sur les entiers.

Oui, si on met en évidence le x seulement, ou le 3 seulement.

Discussion avec les élèves

Pistes de discussion avec les élèves

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Dans un problème écrit comme l'aire d'un rectangle, que peut représenter la forme factorisée ? la forme développée ?

Dans ce type de problème, la forme développée peut représenter l'aire du rectangle tandis que la forme factorisée de cette expression peut représenter les dimensions du rectangle, soient la largeur et la longueur. Si la factorisation complète a seulement deux facteurs, alors c'est toujours le cas. S'il y a plus de deux facteurs après la factorisation complète, il y a plus de choix pour exprimer la mesure de la largeur et celle de la longueur.

B. 3

ACTIVITÉ 3 : TRINÔMES AVEC COEFFICIENTS POSITIFS ET A = 1

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Trinôme factorisable ou non

1. Complète le tableau suivant en t'inspirant de l'exemple donné :

Expression donnée (forme décortiquée)	Forme factorisée	Forme développée
Exemple : $x^2 + (3 + 4)x + 3 \cdot 4$	$x^2 + (3 + 4)x + 3 \cdot 4$ $x^2 + 3x + 4x + 3 \cdot 4$ $x(x + 3) + 4(x + 3)$ $(x + 3)(x + 4)$	$x^2 + 7x + 12$
a) $x^2 + (3 + 5)x + 3 \cdot 5$	**$(x + 3)(x + 5)$**	**$x^2 + 8x + 15$**
b) $x^2 + (4 + 6)x + 4 \cdot 6$	**$(x + 4)(x + 6)$**	**$x^2 + 10x + 24$**
c) $x^2 + (5 + 6)x + 5 \cdot 6$	**$(x + 5)(x + 6)$**	**$x^2 + 11x + 30$**
d) $x^2 + (3 + 5)x + 3 \cdot 3$	**Impossible à factoriser**	**$x^2 + 8x + 9$**
e) $x^2 + (3 + 4)x + 3 \cdot 6$	**Impossible à factoriser**	**$x^2 + 7x + 18$**

2. a) Pourquoi tu ne peux pas factoriser complètement les expressions (d) et (e) dans le numéro (1) (deuxième colonne) ?

Parce que les nombres du terme du milieu qui sont additionnés sont différents des nombres multipliés qui représentent le dernier terme du polynôme.

b) Comment peut-on dire, en regardant la forme donnée qui est décortiquée (première colonne du numéro (1)), qu'un polynôme est factorisable ?

Lorsque les nombres du terme du milieu sont les mêmes que ceux du dernier terme.

c) Si la forme donnée n'est pas décortiquée, peut-on dire que le polynôme est factorisable ou non ? Explique ta réponse dans tes propres mots en donnant un exemple illustrant celle-ci.

Si je suis capable de trouver deux nombres dont la somme est celle du coefficient du terme du milieu de mon polynôme et que le produit de ces deux nombres est égal au dernier terme, alors je peux dire que mon polynôme est factorisable. Par exemple, dans $x^2 + 7x + 12$, les deux nombres sont 3 et 4, car $3 + 4 = 7$ et $3 \times 4 = 12$.

d) Dans la forme décortiquée d'une expression, quelle est la relation entre les deux chiffres du terme du milieu et les deux chiffres du dernier terme du polynôme ? Illustre ta réponse avec un exemple.

Les deux chiffres du terme du milieu représentent la somme et les deux chiffres du dernier terme représentent le produit. Par exemple, dans le trinôme $x^2 + (2 + 3)x + (2 \cdot 3)$, les chiffres 2 et 3 ont une somme de 5 et un produit de 6.

e) Si tu avais le droit de changer un chiffre dans l'expression (e) pour que l'expression soit factorisable, ce serait lequel et pourquoi ? Indique aussi pour quel autre chiffre tu le changerais.

Je changerais le dernier 3 pour un 5, parce qu'on aurait ainsi deux chiffres égaux pour le coefficient du terme du milieu et celui du dernier terme. La factorisation de ce polynôme serait donc $(x + 3)(x + 5)$.

3. Voici une série de trinômes. Indique, en cochant la case appropriée, s'ils sont factorisables ou non et explique pourquoi dans la dernière colonne.

Trinôme	Factorisable	Non factorisable	Explication
a) $x^2 + 3x + 5$		**X**	**Car 5 = 1 x 5 et que 1 + 5 ≠ 3**
b) $x^2 + 4x + 4$	**X**		**Car 4 = 2 x 2 et 4 = 2 + 2**
c) $x^2 + 7x + 12$	**X**		**Car 12 = 3 x 4 et 7 = 3 + 4**
d) x^2 + 9x + 12		**X**	**Car on ne peut trouver deux chiffres dont la somme est 9 et le produit est 12.**

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Comment peut-on savoir si un trinôme à coefficients positifs et avec $a = 1$ est factorisable ou non ?
2. Qu'as-tu appris sur les trinômes avec des coefficients positifs lorsqu'on les factorise ?
3. Quel lien existe-t-il, dans un trinôme, entre le coefficient du terme du milieu et le coefficient du terme de la fin ?

Section 2 : Trinôme factorisé avec la forme décortiquée

4. Voici quelques trinômes. Complète le tableau suivant en donnant les réponses demandées :

Forme développée donnée	Forme décortiquée	Forme factorisée	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
a) $x^2 + 8x + 12$	$x^2 + (2 + 6)x + 2 \cdot 6$	$(x + 2)(x + 6)$	$(x + 2)(x + 6)$ $x^2 + 6x + 2x + 12$ $x^2 + 8x + 12$
b) $x^2 + 15x + 54$	$x^2 + (6 + 9)x + 6 \cdot 9$	$(x + 6)(x + 9)$	$(x + 6)(x + 9)$ $x^2 + 9x + 6x + 54$ $x^2 + 15x + 54$
c) $x^2 + 10x + 16$	$x^2 + (2 + 8)x + 2 \cdot 8$	$(x + 2)(x + 8)$	$(x + 2)(x + 8)$ $x^2 + 8x + 2x + 16$ $x^2 + 10x + 16$

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 2)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Comment passes-tu de la forme développée donnée à la forme décortiquée ?
2. Quel truc as-tu développé pour factoriser ces trinômes ?

Section 3 : Trinôme factorisé avec la mise en évidence double

5. Voici quelques trinômes. Regarde attentivement l'exemple qui t'a été donné et complète le tableau suivant en remplissant les colonnes comme l'exemple :

Forme développée donnée	Forme développée décortiquée	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
Exemple : $x^2 + 10x + 24$	$x^2 + (6 + 4)x + 6 \cdot 4$	$x^2 + 6x + 4x + 24$	$x^2 + 6x + 4x + 24$ $x(x + 6) + 4(x + 6)$ $(x + 6)(x + 4)$	$(x + 6)(x + 4)$ $x^2 + 4x + 6x + 24$ $x^2 + 10x + 24$
a) $x^2 + 13x + 42$	$x^2 + (6 + 7)\,x + 6 \cdot 7$	$x^2 + 6x + 7x + 42$	$x^2 + 6x + 7x + 42$ $x(x + 6) + 7(x + 6)$ $(x + 6)(x + 7)$	$(x + 6)(x + 7)$ $x^2 + 6x + 7x + 42$ $x^2 + 13x + 42$
b) $x^2 + 19x + 90$	$x^2 + (9 + 10)\,x + 9 \cdot 10$	$x^2 + 9x + 10x + 90$	$x^2 + 9x + 10x + 90$ $x(x + 9) + 10(x + 9)$ $(x + 9)(x + 10)$	$(x + 9)(x + 10)$ $x^2 + 9x + 10x + 90$ $x^2 + 19x + 90$

6. Dans le tableau suivant, factorise les trinômes en utilisant la mise en évidence double.

Forme développée donnée	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
a) $x^2 + 9x + 20$	$\mathbf{x^2 + 4x + 5x + 20}$	$\mathbf{x^2 + 4x + 5x + 20}$ $\mathbf{x(x + 4) + 5(x + 4)}$ $\mathbf{(x + 4)(x + 5)}$	$\mathbf{(x + 4)(x + 5)}$ $\mathbf{x^2 + 4x + 5x + 20}$ $\mathbf{x^2 + 9x + 20}$
b) $x^2 + 15x + 26$	$\mathbf{x^2 + 2x + 13x + 26}$	$\mathbf{x^2 + 2x + 13x + 26}$ $\mathbf{x(x + 2) + 13(x + 2)}$ $\mathbf{(x + 2)(x + 13)}$	$\mathbf{(x + 2)(x + 13)}$ $\mathbf{x^2 + 2x + 13x + 26}$ $\mathbf{x^2 + 15x + 26}$
c) $x^2 + 17x + 72$	$\mathbf{x^2 + 8x + 9x + 72}$	$\mathbf{x^2 + 8x + 9x + 72}$ $\mathbf{x(x + 8) + 9(x + 8)}$ $\mathbf{(x + 8)(x + 9)}$	$\mathbf{(x + 8)(x + 9)}$ $\mathbf{x^2 + 8x + 9x + 72}$ $\mathbf{x^2 + 17x + 72}$

Discussion en classe

Piste de discussion avec les élèves (section 3)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)

1. Quels trucs te sont utiles dans la factorisation de ces trinômes où $a = 1$ et avec des coefficients positifs ?

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)
1. Comment peut-on savoir si un trinôme à coefficients positifs et avec $a = 1$ est factorisable ou non ?

Il faut vérifier si l'on peut trouver deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au coefficient du terme de la fin. Si l'on est capable de trouver ces deux nombres, c'est que le trinôme est factorisable.

2. Qu'as-tu appris sur les trinômes avec des coefficients positifs lorsqu'on les factorise ?

On doit d'abord vérifier si le trinôme se factorise. Plusieurs autres réponses possibles dont celle du (1) ci-dessus.

3. Quel lien existe-t-il, dans un trinôme, entre le coefficient du terme du milieu et le coefficient du terme de la fin ?

Le coefficient du terme du milieu représente la somme de deux nombres et celui du terme de la fin représente le produit de ces deux nombres.

Section 2 : (si le temps le permet)
1. Comment passes-tu de la forme développée donnée à la forme décortiquée ?

En cherchant deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au coefficient du terme de la fin.

2. Quel truc as-tu développé pour factoriser ces trinômes ?

Réponses semblables au numéro (1) de la section 1.

Section 3 : (si le temps le permet)
1. Quels trucs te sont utiles dans la factorisation de ces trinômes où $a = 1$ et avec des coefficients positifs ?

Réponses semblables au numéro (1) de la section 1.

B. 4

ACTIVITÉ 4 : TRINÔMES AVEC COEFFICIENTS NÉGATIFS ET $A = 1$

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Trinômes à coefficients négatifs et $a = 1$

1. a) Trouve tous les couples de nombres dont le produit est -12 et calcule la somme de chacun de ces couples.

Couples dont le produit est -12	Somme des couples
-1 et 12	**11**
1 et –12	**-11**
-2 et 6	**4**
2 et –6	**-4**
-3 et 4	**1**
3 et –4	**-1**

b) Trouve tous les couples de nombres dont le produit est 10 et calcule la somme de chacun de ces couples.

Couples dont le produit est 10	Somme des couples
-1 et –10	**-11**
1 et 10	**11**
2 et 5	**7**
-2 et –5	**-7**

2. a) Trouve deux nombres dont la somme est 5 et le produit est -24.

-3 et 8

b) Trouve deux nombres dont la somme est -8 et le produit est 15.

-3 et -5

c) Trouve deux nombres dont la somme est -15 et le produit est -100.

-20 et 5

3. Voici quelques trinômes. Regarde attentivement l'exemple qui t'a été donné et complète le tableau suivant en remplissant les colonnes comme dans l'exemple :

Forme développée donnée	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
Exemple : $x^2 + 8x - 20$	$x^2 + 10x - 2x - 20$	$x^2 + 10x - 2x - 20$ $x(x + 10) - 2(x + 10)$ $(x + 10)(x - 2)$	$(x - 2)(x + 10)$ $x^2 + 10x - 2x - 20$ $x^2 + 8x - 20$
a) $x^2 - 7x + 10$	$\mathbf{x^2 - 2x - 5x + 10}$	$\mathbf{x^2 - 2x - 5x + 10}$ $\mathbf{x(x - 2) - 5(x - 2)}$ $\mathbf{(x - 2)(x - 5)}$	$\mathbf{(x - 5)(x - 2)}$ $\mathbf{x^2 - 2x - 5x + 10}$ $\mathbf{x^2 - 7x + 10}$
b) $x^2 + x - 12$	$\mathbf{x^2 + 4x - 3x - 12}$	$\mathbf{x^2 + 4x - 3x - 12}$ $\mathbf{x(x + 4) - 3(x + 4)}$ $\mathbf{(x + 4)(x - 3)}$	$\mathbf{(x - 3)(x + 4)}$ $\mathbf{x^2 + 4x - 3x - 12}$ $\mathbf{x^2 + x - 12}$

4. a) Dans le tableau précédent, explique ta façon de procéder dans la deuxième colonne pour l'expression (a).

Il faut trouver deux nombres dont la somme est -7 et dont le produit est 10. Ces deux nombres sont -2 et -5.

b) Dans le tableau précédent, explique ta façon de procéder dans la deuxième colonne pour l'expression (b).

Il faut trouver deux nombres dont la somme est 1 et le produit est -12. Ces deux nombres sont -4 et 3.

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Quelles sont les différences entre les trinômes avec des coefficients positifs et les trinômes avec des coefficients négatifs ?

Section 2 : Pratique sur la factorisation de trinômes

5. Voici quelques trinômes. Complète le tableau suivant en remplissant les colonnes :

Forme développée donnée	Forme développée distribuée avec dernier terme multiplié	Mise en évidence double pour trouver les facteurs	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
a) $x^2 - 9x + 20$	$x^2 - 4x - 5x + 20$	$x^2 - 4x - 5x + 20$ $x(x - 4) - 5(x - 4)$ $(x - 4)(x - 5)$	$(x - 5)(x - 4)$ $x^2 - 4x - 5x + 20$ $x^2 - 9x + 20$
b) $x^2 + 3x - 54$	$x^2 + 9x - 6x - 54$	$x^2 + 9x - 6x - 54$ $x(x + 9) - 6(x + 9)$ $(x - 6)(x + 9)$	$(x - 6)(x + 9)$ $x^2 + 9x - 6x - 54$ $x^2 + 3x - 54$
c) $x^2 - 6x - 16$	$x^2 + 2x - 8x - 16$	$x^2 + 2x - 8x - 16$ $x(x + 2) - 8(x + 2)$ $(x + 2)(x - 8)$	$(x - 8)(x + 2)$ $x^2 + 2x - 8x - 16$ $x^2 - 6x - 16$

6. Voici quelques trinômes. Complète le tableau suivant en remplissant les colonnes :

Forme développée donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
a) $x^2 + 5x + 6$	$x^2 + 2x + 3x + 6$ $x(x + 2) + 3(x + 2)$ $(x + 2)(x + 3)$	$(x + 2)(x + 3)$ $x^2 + 2x + 3x + 6$ $x^2 + 5x + 6$
b) $x^2 - 15x + 26$	$x^2 - 2x - 13x + 26$ $x(x - 2) - 13(x - 2)$ $(x - 2)(x - 13)$	$(x - 13)(x - 2)$ $x^2 - 2x - 13x + 26$ $x^2 - 15x + 26$
c) $x^2 + 1x - 72$	$x^2 - 8x + 9x - 72$ $x(x - 8) + 9(x - 8)$ $(x - 8)(x + 9)$	$(x - 8)(x + 9)$ $x^2 - 8x + 9x - 72$ $x^2 + 1x - 72$

Suite du numéro (6)

Forme développée donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
d) $x^2 - 1x - 42$	$x^2 - 7x + 6x - 42$ $x(x - 7) + 6(x - 7)$ $(x - 7)(x + 6)$	$(x - 7)(x + 6)$ $x^2 - 7x + 6x - 42$ $x^2 - 1x - 42$
e) $x^2 + 43x - 90$	$x^2 - 2x + 45x - 90$ $x(x - 2) + 45(x - 2)$ $(x - 2)(x + 45)$	$(x - 2)(x + 45)$ $x^2 - 2x + 45x - 90$ $x^2 + 43x - 90$
f) $x^2 - 15x + 56$	$x^2 - 7x - 8x + 56$ $x(x - 7) - 8(x - 7)$ $(x - 7)(x - 8)$	$(x - 8)(x - 7)$ $x^2 - 7x - 8x + 56$ $x^2 - 15x + 56$

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 2)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Quels trucs as-tu développés avec les trinômes à coefficients négatifs lorsque tu les factorises ?
2. Comment pourrais-tu expliquer une façon générale de factoriser les trinômes lorsque $a = 1$?

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)
1. Quelles sont les différences entre les trinômes avec des coefficients positifs et les trinômes avec des coefficients négatifs ?

Il est plus difficile de trouver deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au coefficient du terme de la fin lorsqu'on a des nombres négatifs en jeu. Pour le reste, c'est exactement le même principe qui s'applique.

Section 2 : (si le temps le permet)
1. Quels trucs as-tu développés avec les trinômes à coefficients négatifs lorsque tu les factorises ?

Trucs à découvrir chez les élèves.

2. Comment pourrais-tu expliquer une façon générale de factoriser les trinômes lorsque $a = 1$?

Si on prend le trinôme $ax^2 + bx + c$ où $a = 1$, pour factoriser ce dernier, il faut trouver deux nombres dont la somme est b et dont le produit est c.

B. 5

ACTIVITÉ 5 : TRINÔMES AVEC $A \neq 1$

[Version du professeur; réponses fournies en gras]

Section 1 : Trinômes avec $a \neq 1$

1. Dans le tableau suivant, regarde attentivement l'exemple qui t'est donné et complète le tableau en t'inspirant de cet exemple.

Forme factorisée donnée	Étapes vers la forme développée (multiplication des parenthèses et addition de termes semblables)
Exemple : $(2x + 3)(x - 7)$	Multiplication $2x^2 - 14x + 3x - 21$ Addition des Termes semblables $2x^2 - 11x - 21$
a) $(2x - 3)(x - 1)$	$\mathbf{2x^2 - 2x - 3x + 3}$ $\mathbf{2x^2 - 5x + 3}$
b) $(5x - 3)(3x + 2)$	$\mathbf{15x^2 + 10x - 9x - 6}$ $\mathbf{15x^2 + x - 6}$
c) $(4x - 5)(2x + 1)$	$\mathbf{8x^2 + 4x - 10x - 5}$ $\mathbf{8x^2 - 6x - 5}$

2. a) En t'inspirant du numéro (1a), décris, dans tes mots, comment tu multiplies les expressions entre parenthèses.

Lorsque je multiplie les parenthèses ensemble, je multiplie chaque terme d'une parenthèse par chacun des termes de l'autre parenthèse et j'obtiens quatre termes.

b) Explique dans tes mots le lien qui unit la forme développée et la forme factorisée.

La forme développée ou la forme semi-développée (ex : $3(2x+7) + 5x(x+2)$) est celle obtenue par le produit des polynômes de la forme factorisée.

3. a) Dans l'exemple du numéro (1), une des étapes vers la forme développée nous donne $2x^2 - 14x + 3x - 21$. Quelle est la relation entre (-14) et (+3) (les deux coefficients des termes du milieu) ainsi qu'entre (+2) et (-21) (les deux coefficients des termes des extrémités)?

Le produit de (-14) et de (+3) est de (-42) et ce produit est le même que celui de (+2) et (-21).

b) La forme développée dans l'exemple du numéro (1) est $2x^2 - 11x - 21$. Quel calcul mental dois-tu faire afin d'arriver à la forme factorisée $(2x + 3)(x - 7)$ de ce trinôme ?

Je dois trouver deux nombres dont la somme est (-11) et dont le produit est (-42) (puisque (+2) x (-21) = (-42)). Ensuite, je remplace (-11) par ces deux nombres et j'effectue une mise en évidence double.

c) En général, quelle règle faut-il suivre pour factoriser des trinômes lorsque $a \neq 1$?

Il faut trouver deux nombres dont la somme est égale au coefficient du terme du milieu et dont le produit est égal au produit des coefficients des termes des extrémités.

d) Est-ce que la règle que tu viens de décrire en (c) est applicable pour $a = 1$. Explique ta réponse tout en l'illustrant par un exemple.

C'est la même méthode qui s'applique, sauf qu'on multiplie par 1. Par exemple, lorsque je veux factoriser le trinôme $x^2 - 5x + 6$ (qui est un trinôme équivalent au trinôme $1x^2 - 5x + 6$), je dois trouver deux nombres dont la somme est (-5) et dont le produit est 6 (car on fait 1 x 6 = 6).

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 1)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)

1. Comment fait-on pour factoriser un trinôme lorsque le a est différent de 1 ?
2. Est-ce que la factorisation d'un trinôme avec $a = 1$ se fait de la même manière que lorsque le a est différent de 1 ?

Section 2 : Forme développée vers factorisée

4. Voici un tableau à compléter en t'inspirant de l'exemple qui a été fait pour toi.

Trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$	Donne la valeur de b	Donne la valeur de $a \bullet c$	Trouve deux nombres dont la somme est b et le produit est $a \bullet c$
Exemple : $3x^2 - 11x + 8$	-11	24	-3 et -8
a) $7x^2 + 33x - 10$	**33**	**-70**	**-2 et 35**
b) $2x^2 - 9x + 10$	**-9**	**20**	**-4 et -5**
c) $5x^2 - 17x - 12$	**-17**	**-60**	**3 et -20**

5. Voici quelques trinômes. Factorise ceux-ci en te servant des relations précédentes et de l'exemple. Vérifie ensuite ta réponse en multipliant les facteurs. Si celle-ci n'est pas la même que celle de l'expression donnée, refais la factorisation ou la multiplication pour que ta vérification te donne une expression qui est la même que l'expression donnée.

Expression donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs	Espace pour refaire tes calculs
Exemple : $3x^2 - 7x - 6$	$3x^2 - 9x + 2x - 6$ $3x(x - 3) + 2(x - 3)$ $(x - 3)\ (3x + 2)$	$(x - 3)\ (3x + 2)$ $3x^2 + 2x - 9x - 6$ $3x^2 - 7x - 6$	
a) $5x^2 - 28x - 12$	$\mathbf{5x^2 - 30x + 2x - 12}$ $\mathbf{5x(x - 6) + 2(x - 6)}$ $\mathbf{(x - 6)(5x + 2)}$	$\mathbf{(x - 6)(5x + 2)}$ $\mathbf{5x^2 - 30x + 2x - 12}$ $\mathbf{5x^2 - 28x - 12}$	
b) $12x^2 - 5x - 2$	$\mathbf{12x^2 - 8x + 3x - 2}$ $\mathbf{4x(3x - 2) + 1(3x - 2)}$ $\mathbf{(3x - 2)(4x + 1)}$	$\mathbf{(3x - 2)(4x + 1)}$ $\mathbf{12x^2 - 8x + 3x - 2}$ $\mathbf{12x^2 - 5x - 2}$	
c) $10x^2 + 23x - 5$	$\mathbf{10x^2 + 25x - 2x - 5}$ $\mathbf{5x(2x + 5) - 1(2x + 5)}$ $\mathbf{(2x + 5)(5x - 1)}$	$\mathbf{(2x + 5)(5x - 1)}$ $\mathbf{10x^2 + 25x - 2x - 5}$ $\mathbf{10x^2 + 23x - 5}$	

6. Dans le tableau suivant, il y a plusieurs trinômes, factorise-les le plus possible.

Expression donnée	Factorisation du trinôme Laisse les traces de ta démarche	Vérification de ta factorisation en multipliant les facteurs
a) $9x^2 + 11x + 2$	$\mathbf{9x^2 + 9x + 2x + 2}$ $\mathbf{9x(x + 1) + 2(x + 1)}$ $\mathbf{(x + 1)(9x + 2)}$	$\mathbf{(x + 1)(9x + 2)}$ $\mathbf{9x^2 + 9x + 2x + 2}$ $\mathbf{9x^2 + 11x + 2}$
b) $6x^2 - 7x - 5$	$\mathbf{6x^2 + 3x - 10x - 5}$ $\mathbf{3x(2x + 1) - 5(2x + 1)}$ $\mathbf{(2x + 1)(3x - 5)}$	$\mathbf{(2x + 1)(3x - 5)}$ $\mathbf{6x^2 + 3x - 10x - 5}$ $\mathbf{6x^2 - 7x - 5}$
c) $35x^2 - 31x + 6$	$\mathbf{35x^2 - 10x - 21x + 6}$ $\mathbf{5x(7x - 2) - 3(7x - 2)}$ $\mathbf{(7x - 2)(5x - 3)}$	$\mathbf{(5x - 3)(7x - 2)}$ $\mathbf{35x^2 - 10x - 21x + 6}$ $\mathbf{35x^2 - 31x + 6}$
d) $6x^2 - 6x - 12$	$\mathbf{6(x^2 - x - 2)}$ $\mathbf{6(x^2 + 1x - 2x - 2)}$ $\mathbf{6(x(x + 1) - 2(x + 1))}$ $\mathbf{6(x + 1)(x - 2)}$	$\mathbf{6(x - 2)(x + 1)}$ $\mathbf{6(x^2 + 1x - 2x - 2)}$ $\mathbf{6(x^2 - x - 2)}$ $\mathbf{6x^2 - 6x - 12}$

Discussion en classe

Pistes de discussion avec les élèves (section 2)

Partie 1 :
Retour sur les questions de cette section.

Partie 2 : (si le temps le permet)
1. Lorsque les trinômes ont des coefficients négatifs, est-ce qu'il y a des trucs que tu peux développer pour t'aider à factoriser ces trinômes ?
2. Comment pourrais-tu vérifier que ta factorisation est bonne pour un trinôme donné ?
3. As-tu l'impression que ces activités t'ont aidées à mieux comprendre la factorisation ?

Réponses possibles aux pistes de discussion par section (parties 2)

Section 1 : (si le temps le permet)

1. Comment fait-on pour factoriser un trinôme lorsque le a est différent de 1 ?

Soit un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a différent de 1. On doit trouver deux nombres dont la somme est b et dont le produit est égal à a x c. Ensuite, il faut remplacer ces deux nombres par b et faire une mise en évidence double.

2. Est-ce que la factorisation d'un trinôme avec $a = 1$ se fait de la même manière que lorsque le a est différent de 1 ?

Oui, c'est de la même façon que celle décrite en (1), mais comme $a = 1$, le produit des deux nombres sera égal à c.

Section 2 : (si le temps le permet)

1. Lorsque les trinômes ont des coefficients négatifs, est-ce qu'il y a des trucs que tu peux développer pour t'aider à factoriser ces trinômes ?

Trucs à découvrir chez les élèves.

2. Comment pourrais-tu vérifier que ta factorisation est bonne pour un trinôme donné ?

Pour vérifier si ma factorisation est bonne, je peux multiplier les facteurs obtenus et si j'obtiens le polynôme de départ sous la forme développée, c'est que ma factorisation est bonne.

3. As-tu l'impression que ces activités t'ont aidées à mieux comprendre la factorisation ?

À voir chez les élèves.

APPENDICE C

PRÉ-TEST DONNÉ DANS LES DEUX GROUPES

0. Effectue les opérations suivantes :

a)	-4 x 3 = ***-12***	f)	-12 x 6 = ***-72***
b)	-8 + -6 = ***-14***	g)	13 – -27 = ***40***
c)	6 – 13 = ***-7***	h)	-34 + 12= ***-22***
d)	-45 – -12 = ***-33***	i)	7 x -8= ***-56***
e)	-8 x -4 = ***32***	j)	9 + -7 = ***2***

1. Factorise, le plus possible, les polynômes suivants :

a) $2x^2 - x - 10$

$\mathbf{2x^2 + 4x - 5x - 10}$
$\mathbf{2x(x + 2) - 5(x + 2)}$
$\mathbf{(x + 2)(2x - 5)}$

b) $3x(x + 6) + 2(x + 6)$

$\mathbf{(x + 6)(3x + 2)}$

c) $x^2 - 6x + 8$

$\mathbf{x^2 - 2x - 4x + 8}$
$\mathbf{x(x - 2) - 4(x - 2)}$
$\mathbf{(x - 2)(x - 4)}$

d) $a^2 + 5a + 6$

$\mathbf{a^2 + 2a + 3a + 6}$
$\mathbf{a(a + 2) + 3(a + 2)}$
$\mathbf{(a + 2)(a + 3)}$

e) $ab + 5a - 3b - 15$

$\mathbf{a(b + 5) - 3(b + 5)}$
$\mathbf{(b + 5)(a - 3)}$

f) $8ax + 12ay - 2bx - 3by$

$\mathbf{4a(2x + 3y) - b(2x + 3y)}$
$\mathbf{(2x + 3y)(4a - b)}$

g) $3xy^2 + 6y$

$3y(xy + 2)$

h) $4x^2 + 5x + 7$

Ne se factorise pas

i) $x^3 - 8x^2 + 15x$

$x(x^2 - 8x + 15)$
$x(x^2 - 3x - 5x + 15)$
$x(x(x - 3) - 5(x - 3))$
$x(x - 3)(x - 5)$

j) $4x + 2y$

$2(2x + y)$

2. Donne la forme développée des expressions contenues dans le tableau ci-dessous. Laisse les traces de ta démarche.

Expression donnée	Forme développée
a) $2(x + 1) - 3(x - 2)$	**$2x + 2 - 3x + 6$** **$-x + 8$**
b) $5(2x - 3) + 4(x + 1)$	**$10x - 15 + 4x + 4$** **$14x - 11$**
c) $(3x - 2)(x + 2)$	**$3x^2 - 2x + 6x - 4$** **$3x^2 + 4x - 4$**
d) $(4x + 1)(2x - 3)$	**$8x^2 - 12x + 2x - 3$** **$8x^2 - 10x - 3$**
e) $(5x - 1)(6x - 2)$	**$30x^2 - 10x - 6x + 2$** **$30x^2 - 16x + 2$**
f) $(x - 7)(3x + 5)$	**$3x^2 + 5x - 21x - 35$** **$3x^2 - 16x - 35$**

3. Dans le tableau ci-dessous, tu dois changer le terme du milieu en deux termes dont le produit des coefficients de ces deux termes donne le terme de la fin. Regarde attentivement l'exemple donné et complète les autres exercices de la même manière.

Trinôme	Résultat
Exemple : $x^2 + 5x + 6$	$x^2 + 5x + 6$ $x^2 + 2x + 3x + 6$
a) $x^2 - 7x + 10$	**$x^2 - 7x + 10$** **$x^2 - 2x - 5x + 10$**
b) $x^2 + x - 12$	**$x^2 + x - 12$** **$x^2 + 4x - 3x - 12$**
c) $x^2 - 6x - 16$	**$x^2 - 6x - 16$** **$x^2 - 8x + 2x - 16$**

4. L'aire d'un rectangle est de $6x^2 - 7x - 5$. Quelles sont les dimensions de la longueur et de la largeur ? Laisse les traces de ta démarche.

$6x^2 + 3x - 10x - 5$
$3x(2x + 1) - 5(2x + 1)$
$(2x + 1)(3x - 5)$

Réponse : **$(2x + 1)$ et $(3x - 5)$**

5. Lorsque tu as un polynôme, quel est le lien entre ce polynôme (forme développée) et la forme que tu obtiens après avoir fait une factorisation complète (forme factorisée) ? Donne une réponse complète avec un exemple.

Exemple : $2x^2 - x - 10 = (x + 2)(2x - 5)$

Le trinôme $2x^2 - x - 10$ représente la forme développée et cette forme est celle où tous les produits ont été distribués sur les sommes et donc, où il n'y a plus que des sommes de monômes.

Les facteurs de ce trinôme sont $(x + 2)$ et $(2x - 5)$ et l'expression $(x + 2)(2x - 5)$ représente la forme factorisée.

6. a) Factorise le polynôme suivant le plus possible : $x^2 + 5x + 6$.

$x^2 + 2x + 3x + 6$
$x(x + 2) + 3(x + 2)$
$(x + 2)(x + 3)$

b) Explique comment tu as fait cette factorisation.

Je dois d'abord trouver deux nombres dont la somme est 5 et le produit est 6 afin de faire une substitution du coefficient du terme $5x$ par une addition de ces deux nombres. J'aurai ainsi que $5x$ équivaut à $(2 + 3)x$, donc à $2x + 3x$.

Ensuite, je remplace le coefficient du terme du milieu par ces deux nombres. Je regroupe les monômes obtenus deux par deux et je fais une mise en évidence simple de ces groupes de deux monômes. Je pourrai compléter ma factorisation en faisant une deuxième mise en évidence de l'expression commune entre parenthèses.

Si je prends -1 et 6, j'obtiens aussi une somme de 5, mais je ne pourrai faire une factorisation complète, car je n'aurai pas la même expression entre parenthèses :

$$x^2 - 1x + 6x + 6$$
$$x(x - 1) + 6(x + 1)$$

c) Factorise le polynôme suivant le plus possible : $2x^2 + 13x + 21$.

$2x^2 + 6x + 7x + 21$
$2x(x + 3) + 7(x + 3)$
$(x + 3)(2x + 7)$

d) Explique comment tu as fait cette factorisation.

Je dois d'abord trouver deux nombres dont la somme est 13 et le produit est 21. Ces deux nombres peuvent être 1 et 21 ou 3 et 7. Lorsque j'additionne 3 et 7, je me rends compte que j'obtiens 10. Je suis loin de 13, mais il me manque 3. Je remarque que le coefficient du terme en x^2 est 2. Si je multiplie un des deux nombres par 2, je peux peut-être obtenir une somme de 13. C'est bien le cas lorsque je multiplie 3 par 2 et que j'ajoute 7.

Je peux ainsi faire une substitution du coefficient du terme $13x$ par une addition de ces deux nombres. J'aurai ainsi que $13x$ équivaut à $(2 \bullet 3 + 7)x$, donc à $6x + 7x$. Ensuite, je remplace le coefficient du terme du milieu par ces deux nombres. Je regroupe les monômes obtenus deux par deux et je fais une mise en évidence simple de ces groupes de deux monômes. Je pourrai compléter ma factorisation en faisant une deuxième mise en évidence de l'expression commune entre parenthèses.

e) Quelle est la différence principale entre les trinômes (a) et (c) ?

Le coefficient du terme en x^2 du trinôme en (a) est 1 alors que ce n'est pas le cas pour le trinôme en (c). Dans ce dernier, le coefficient est 2.

f) Qu'est-ce que tu as fait de différent lorsque tu as factorisé le trinôme de (c) par rapport à ta factorisation du trinôme de (a) ?

Ce qu'il y a de différent en (c) est que je devais multiplier les coefficients des termes des extrémités.

8. a) Les trinômes suivants sont de la forme $ax^2 + bx + c$. Donne les valeurs de a, b et c dans le tableau suivant :

Trinôme $ax^2 + bx + c$	a	b	c
$x^2 + 8x + 7$	**1**	**8**	**7**
$3x^2 - x + 4$	**3**	**-1**	**4**
$5x^2 + 3x - 8$	**5**	**3**	**-8**
$2x^2 - 5x - 18$	**2**	**-5**	**-18**

b) Quand on cherche les facteurs d'un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$, comment utilises-tu les valeurs de a, b et c pour factoriser ?

Il faut trouver deux nombres dont la somme est b et dont le produit est $a \bullet c$ et on remplace le coefficient du terme du milieu par ces deux nombres.

APPENDICE D

POST-TEST DONNÉ DANS LES DEUX GROUPES

1. Factorise, le plus possible, les polynômes suivants :

a) $3x^2 - x - 10$

$$\mathbf{3x^2 + 5x - 6x - 10}$$
$$\mathbf{x(3x + 5) - 2(3x + 5)}$$
$$\mathbf{(x - 2)(3x + 5)}$$

b) $2x(x + 4) + 3(x + 4)$

$$\mathbf{(x + 4)(2x + 3)}$$

c) $x^2 - 9x + 14$

$$\mathbf{x^2 - 2x - 7x + 14}$$
$$\mathbf{x(x - 2) - 7(x - 2)}$$
$$\mathbf{(x - 2)(x - 7)}$$

d) $a^2 + 6a + 8$

$$\mathbf{a^2 + 2a + 4a + 8}$$
$$\mathbf{a(a + 2) + 4(a + 2)}$$
$$\mathbf{(a + 2)(a + 4)}$$

e) $ab + 4a - 3b - 12$

$$\mathbf{a(b + 4) - 3(b + 4)}$$
$$\mathbf{(b + 4)(a - 3)}$$

f) $4ax + 12ay - 2bx - 6by$

$$\mathbf{4a(x + 3y) - 2b(x + 3y)}$$
$$\mathbf{(x + 3y)(4a - 2b)}$$

g) $5xy^2 + 10y$

$$\mathbf{5y(xy + 2)}$$

h) $3x^2 + 6x + 7$

Ne se factorise pas

i) $x^3 - 9x^2 + 18x$

$$\mathbf{x(x^2 - 9x + 18)}$$
$$\mathbf{x(x^2 - 3x - 6x + 18)}$$
$$\mathbf{x(x(x - 3) - 6(x - 3))}$$
$$\mathbf{x(x - 3)(x - 6)}$$

j) $6x + 3y$

$$\mathbf{3(2x + y)}$$

2. Donne la forme développée des expressions contenues dans le tableau ci-dessous. Laisse les traces de ta démarche.

Expression donnée	Forme développée
a) $3(x + 2) - 4(x - 1)$	**$3x + 6 - 4x + 4$** **$-x + 10$**
b) $2(3x - 3) + 5(x + 1)$	**$6x - 6 + 5x + 5$** **$12x - 1$**
c) $(2x - 3)(x + 5)$	**$2x^2 - 3x + 10x - 15$** **$2x^2 + 7x - 15$**
d) $(3x + 1)(2x - 2)$	**$6x^2 - 6x + 2x - 2$** **$6x^2 - 4x - 2$**
e) $(5x - 3)(7x - 1)$	**$35x^2 - 5x - 21x + 3$** **$35x^2 - 26x + 3$**
f) $(x - 8)(2x + 4)$	**$2x^2 + 4x - 16x - 32$** **$2x^2 - 12x - 32$**

3. Dans le tableau ci-dessous, tu dois changer le terme du milieu en deux termes dont le produit des coefficients de ces deux termes donne le terme de la fin. Regarde attentivement l'exemple donné et complète les autres exercices de la même manière.

Trinôme	Résultat
Exemple : $x^2 + 5x + 6$	$x^2 + 5x + 6$ $x^2 + 2x + 3x + 6$
a) $x^2 - 11x + 18$	**$x^2 - 11x + 18$** **$x^2 - 2x - 9x + 18$**
b) $x^2 + 2x - 15$	**$x^2 + 2x - 15$** **$x^2 + 5x - 3x - 15$**
c) $x^2 - 5x - 24$	**$x^2 - 5x - 24$** **$x^2 - 8x + 3x - 24$**

4. L'aire d'un rectangle est de $6x^2 -5x - 6$. Quelles sont les dimensions de la longueur et de la largeur ? Laisse les traces de ta démarche.

$6x^2 + 4x - 9x - 6$
$2x(3x + 2) - 3(3x + 2)$
$(2x - 3)(3x + 2)$

Réponse : **$(2x - 3)$ et $(3x + 2)$**

5. Lorsque tu as un polynôme, quel est le lien entre ce polynôme (forme développée) et la forme que tu obtiens après avoir fait une factorisation complète (forme factorisée) ? Donne une réponse complète avec un exemple.

Exemple : $2x^2 - x - 10 = (x + 2)(2x - 5)$

Le trinôme $2x^2 - x - 10$ représente la forme développée et cette forme est celle où tous les produits ont été distribués sur les sommes et donc, où il n'y a plus que des sommes de monômes.
Les facteurs de ce trinôme sont $(x + 2)$ et $(2x - 5)$ et l'expression $(x + 2)(2x - 5)$ représente la forme factorisée.

6. a) Factorise le polynôme suivant le plus possible : $x^2 + 6x + 8$.

$x^2 + 2x + 4x + 8$
$x(x + 2) + 4(x + 2)$
$(x + 2)(x + 4)$

b) Explique comment tu as fait cette factorisation.

Je dois d'abord trouver deux nombres dont la somme est 6 et le produit est 8 afin de faire une substitution du coefficient du terme $6x$ par une addition de ces deux nombres. J'aurai ainsi que $6x$ équivaut à $(2 + 4)x$, donc à $2x + 4x$. (Je ne peux utiliser 1 et 8, car c'est impossible d'avoir une somme de 6 avec ces chiffres.)

Ensuite, je remplace le coefficient du terme du milieu par ces deux nombres. Je regroupe les monômes obtenus deux par deux et je fais une mise en évidence simple de ces groupes de deux monômes. Je pourrai compléter ma factorisation en faisant une deuxième mise en évidence de l'expression commune entre parenthèses.

c) Factorise le polynôme suivant le plus possible : $3x^2 + 16x + 20$.

$3x^2 + 6x + 10x + 20$
$3x(x + 2) + 10(x + 2)$
$(x + 2)(3x + 10)$

d) Explique comment tu as fait cette factorisation.

Je dois d'abord trouver deux nombres dont la somme est 16 et le produit est 20. Ces deux nombres peuvent être 1 et 20 ou 4 et 5 ou 2 et 10. Lorsque ces deux nombres deux par deux, je me rends compte que 2 et 10 donnent la somme la plus près de 16, mais il manque 4 pour obtenir celle-ci. Je remarque que le coefficient du terme en x^2 est 3. Si je multiplie un des deux nombres par 3, je peux peut-être obtenir une somme de 16. C'est bien le cas lorsque je multiplie 2 par 3 et que j'ajoute 10.
Je peux ainsi faire une substitution du coefficient du terme $16x$ par une addition de ces deux nombres. J'aurai ainsi que $16x$ équivaut à $(3\bullet 2 + 10)x$, donc à $6x + 10x$. Ensuite, je remplace le coefficient du terme du milieu par ces deux nombres. Je regroupe les monômes obtenus deux par deux et je fais une mise en évidence simple de ces groupes de deux monômes. Je pourrai compléter ma factorisation en faisant une deuxième mise en évidence de l'expression commune entre parenthèses.

e) Quelle est la différence principale entre les trinômes (a) et (c) ?

Le coefficient du terme en x^2 du trinôme en (a) est 1 alors que ce n'est pas le cas pour le trinôme en (c). Dans ce dernier, le coefficient est 2.

f) Qu'est-ce que tu as fait de différent lorsque tu as factorisé le trinôme de (c) par rapport à ta factorisation du trinôme de (a) ?

Ce qu'il y a de différent en (c) est que je devais multiplier les coefficients des termes des extrémités.

7. a) Les trinômes suivants sont de la forme $ax^2 + bx + c$. Donne les valeurs de a, b et c dans le tableau suivant :

Trinôme $ax^2 + bx + c$	a	b	c
$x^2 + 10x + 9$	**1**	**10**	**9**
$5x^2 - 13x + 6$	**5**	**-13**	**6**
$3x^2 + 2x - 8$	**3**	**2**	**-8**
$2x^2 - 3x - 14$	**2**	**-3**	**-14**

b) Quand on cherche les facteurs d'un trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$, comment utilises-tu les valeurs de a, b et c pour factoriser ?

Il faut trouver deux nombres dont la somme est b et dont le produit est $a \bullet c$ et on remplace le coefficient du terme du milieu par ces deux nombres.

APPENDICE E

RÉSULTATS DES ÉLÈVES ET TEST-T

E.1 Résultats des élèves des deux groupes au pré-test

Tableau E.1 Résultats des élèves du groupe A au pré-test

Élèves du groupe A n = 5	**Catégorie technique (Maximum possible de 75 points)**	**Catégorie théorique (Maximum possible de 21 points)**
Marie	70	8
Vanessa	63	4
Maude	47	5
Nadine	51	3
Amélie	50	0
	Moyenne : 56,2	Moyenne : 4

Dans le groupe A, l'élève enlevée, Megan, a obtenu, dans le pré-test, une note de 75 pour la catégorie technique et une note de 12 pour la catégorie théorique.

Tableau E.2 Résultats des élèves du groupe B au pré-test

Élèves du groupe B n = 10	**Catégorie technique (Maximum possible de 75 points)**	**Catégorie théorique (Maximum possible de 21 points)**
Patricia	49	3
Fanny	62	4
Jessica	56	2
Annick	67	3
Judith	58	0
Kym	39	4
Anne	64	1
France	52	5
Jaëlle	65	7
Nathalie	57	3
	Moyenne : 56,9	Moyenne : 3,2

E.2 Résultats des élèves des deux groupes au post-test

Tableau E.3 Résultats des élèves du groupe A au post-test

Élèves du groupe A n = 5	**Catégorie technique (Maximum possible de 75 points)**	**Catégorie théorique (Maximum possible de 21 points)**
Marie	75	16
Vanessa	75	13
Maude	70	3
Nadine	60	5
Amélie	62	4
	Moyenne : 68,4	Moyenne : 8,2

Dans le groupe A, l'élève forte, Megan, a obtenu, dans le post-test, une note de 75 pour la catégorie technique et une note de 18 pour la catégorie théorique.

Tableau E.4 Résultats des élèves du groupe B au post-test

Élèves du groupe B n = 10	**Catégorie technique (Maximum possible de 75 points)**	**Catégorie théorique (Maximum possible de 21 points)**
Patricia	70	10
Fanny	65	5
Jessica	63	5
Annick	70	4
Judith	64	1
Kym	46	2
Anne	69	5
France	60	2
Jaëlle	68	6
Nathalie	67	10
	Moyenne : 64,2	Moyenne : 5

E.3 Exemple de calcul du test-t bilatéral et résultats

Pour cet exemple de calcul de la valeur de t, j'ai utilisé les résultats des groupes A et B pour la catégorie technique du pré-test.

D'abord, on calcule la variance pour chacun des groupes :

Groupe A : $$\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{16179 - 5(56{,}2)^2}{5-1}$$

$$S_A^2 = 96{,}7$$

Groupe B : $$\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{33029 - 10(56{,}9)^2}{10-1}$$

$$S_B^2 = 72{,}5444$$

Ensuite, on trouve la variance combinée entre les deux groupes de la façon suivante :

$$S_P^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{(n_A + n_B - 2)}$$

$$S_P^2 = \frac{(5-1)96{,}7 + (10-1)72{,}5444}{(5+10-2)}$$

$$S_P^2 = 79{,}9769$$

Après avoir calculé la variance combinée, on doit trouver l'erreur standard :

$$SE = \sqrt{\frac{S_P^2}{n_A} + \frac{S_P^2}{n_B}}$$

$$SE = \sqrt{\frac{79{,}9769}{5} + \frac{79{,}9769}{10}}$$

$$SE = 4{,}8983$$

On peut maintenant trouver la valeur de t de cette façon :

$$t = \frac{(MoyenneA - MoyenneB)}{SE}$$

$$t = \frac{(56{,}2 - 56{,}9)}{4{,}8983}$$

$$t = -0{,}1429$$

On peut maintenant consulter une table test-t bilatéral pour cette valeur de t en sachant que le nombre de degrés de libertés est $\nu = 5 + 10 - 2 = 13$ et on voit que cette valeur de t n'est pas significative ($p > 0{,}05$). Donc la différence entre les moyennes des deux groupes pour le pré-test n'est pas significative.

En faisant des calculs similaires, nous sommes en mesure de trouver d'autres valeurs de t pour les comparaisons des données des tests dans les deux groupes. Ces valeurs se trouvent dans le tableau E.5.

Tableau E.5 Résultats obtenus par le test-t bilatéral et interprétation

	Valeur de t	**Valeur de ν**	**Interprétation**
Pré-test technique de A selon pré-test technique de B	-0,1429	$\nu = 13$	$p > 0{,}1$ Non significatif
Pré-test théorique de A selon pré-test théorique de B	0,6313	$\nu = 13$	$p > 0{,}1$ Non significatif
Post-test technique de A selon post-test technique de B	1,0723	$\nu = 13$	$p > 0{,}1$ Non significatif
Post-test théorique de A selon post-test théorique de B	1,40496	$\nu = 13$	$p > 0{,}1$ Non significatif
Pré-test technique de A selon post-test technique de A	2,25	$\nu = 8$	$0{,}05 < p < 0{,}1$ Marginalement significatif
Pré-test théorique de A selon post-test théorique de A	1,42886	$\nu = 8$	$p > 0{,}1$ Non significatif
Pré-test technique de B selon post-test technique de B	2,0726	$\nu = 18$	$0{,}05 < p < 0{,}1$ Marginalement significatif
Pré-test théorique de B selon post-test théorique de B	1,5485	$\nu = 18$	$p > 0{,}1$ Non significatif

BIBLIOGRAPHIE

Alalouf, S., Labelle, D. et Ménard, J. 1990. *Introduction à la statistique appliquée*, 2e édition. Montréal : Éditions Addison-Wesley, 412 p.

Artigue, M. 1997. « Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage ». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 33, no 2, p. 133-169.

Artigue, M. 2002a. « L'intégration de calculatrices symboliques à l'enseignement secondaire : les leçons de quelques ingénieries didactiques ». In *Calculatrices symboliques – transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*, sous la dir. de D. Guin et L. Trouche, p. 277-349. Grenoble : La Pensée sauvage.

Artigue, M. 2002b. « Learning mathematics in a CAS environment : the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work ». *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 7, p. 245-274.

Ball, L., Pierce, R. et K. Stacey. 2003. « Recognising equivalent algebraic expressions : an important component of algebraic expectation for working with CAS ». In *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Honolulu, 13-18 juillet 2003), sous la dir. de N. A. Pateman, B. J. Dougherty et J. Zilliox, vol. 4, p. 15-22. Honolulu : PME.

Cedillo, T. et Kieran, C. 2003. « Initiating students into algebra with symbol-manipulating calculators ». In *Computer Algebra Systems in Secondary School Mathematics Education*, sous la dir. de J. T. Fey, p. 219-240. Reston, Virginie : National Council of Teachers of Mathematics.

Chevallard, Y. 1999. « L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique ». *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, p. 221-266.

Confrey, J. et Lachance, A. 2000. « Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design ». In *Handbook of research design in mathematics and science education*, sous la dir. de A. E. Kelly et R. A. Lesh, p. 231-266. Mahwah, New Jersey : Lawrence Erlbaum.

Drijvers, P. 2003. « Algebra on screen, on paper, and in the mind ». In *Computer Algebra Systems in Secondary School Mathematics Education,* sous la dir. de J. T. Fey, p. 241-267. Reston, Virginie : National Council of Teachers of Mathematics.

Guin, D. et Trouche, L. 1999. « The complex process of converting tools into mathematical instruments : the case of calculators ». *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 3, p. 195-227.

Kieran, C. 1992. « The learning and teaching of school algebra ». In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, sous la dir. de D. A. Grouws, p. 390-419. New York : Éditions MacMillan.

Kieran, C. et Drijvers, P. avec la collaboration de Boileau, A., Hitt, F., Tanguay, D., Saldanha, L. et Guzman, J. 2006. « The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection : a study of CAS use in secondary school algebra ». *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 11, p. 205-263.

Kieran, C. et Saldanha, L. Sous presse. « Designing tasks for the co-development of conceptual and technical knowledge in CAS activity : an example from factoring ». In *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics : Syntheses, Cases, and Perspectives*, sous la dir. de K. Heid et G. Blume. Greenwich, CT : Information Age Publishing.

Kieran, C. et Yerushalmy, M. 2004. « Research on the role of technological environments in algebra learning and teaching ». In *The future of the teaching and learning of algebra : The 12th ICMI Study*, sous la dir. de K. Stacey, H. Chick et M. Kendal, p. 99-152. Dordrecht, Pays-Bas : Kluwer Academic Publishers.

Lagrange, J.-B. 2000. « L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques ». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 43, no 1, p. 1-30.

Lagrange, J.-B. 2003. « Learning techniques and concepts using CAS : a practical and theoretical reflection ». In *Computer Algebra Systems in Secondary School Mathematics Education*, sous la dir. de J. T. Fey, p. 269-284. Reston, Virginie : National Council of Teachers of Mathematics.

Lagrange, J.-B., Artigue, M., Laborde, C. et Trouche, L. 2001. « A meta study on IC technologies in education. Towards a multidimensional framework to tackle their integration ». In *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Utrecht, 12-17 juillet 2001), sous la dir. de M. van den Heuvel-Panhuizen, p. 111-122. Utrecht, Pays-Bas : PME.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. et Post, T. 2000. « Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers ». In *Handbook of research design in mathematics and science education*, sous la dir. de A. E. Kelly et R. A. Lesh, p. 591-646. Mahwah, New Jersey : Lawrence Erlbaum.

Matz, M. 1982. « Toward a process model for high school algebra errors ». In *Intelligent Tutoring Systems*, sous la dir. de D. Sleeman et J. S. Brown, p. 25-50. New York : Academic Press.

McGraw, R., Theule Lubienski, S. et Strutchens, M. E. 2006. « A closer look at gender in NAEP mathematics achievement and affect data : intersections with achievement, race / ethnicity, and socioeconomic status ». *Journal for Research in Mathematics Education,* vol. 37, no 2, p. 129-150.

Moschkovich, J. N. et Brenner, M. E. 2000. « Integrating a naturalistic paradigm into research on mathematics and science cognition and learning ». In *Handbook of research design in mathematics and science education*, sous la dir. de A. E. Kelly et R. A. Lesh, p. 457-486. Mahwah, New Jersey : Lawrence Erlbaum.

Mounier, G. et Aldon, G. 1996. « A problem story : factorisations of $x^n - 1$ ». *International DERIVE Journal*, vol. 3, p. 51-61.

Nguyen-Xuan, A., Nicaud, J.-F., Bastide, A. et Sander, E. 2002. « Les expérimentations du projet Aplusix ». *Sciences et Techniques Éducatives*, vol. 9, p. 63-90.

Québec, ministère de l'Éducation, Direction de la formation générale des jeunes. 1996. *Programmes d'études mathématiques 436 : enseignement secondaire.* Québec : Les Publications du Québec, 55 p.

Riordin, J. E. et Noyce, P. E. 2001. « The impact of two standards-based mathematics curricula on student achievement in Massachusetts ». *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 32, no 4, p. 368-398.

Sfard, A. 1991. « On the dual nature of mathematical conceptions : reflections on processes and objects as different sides of the same coin ». *Educational Studies in Mathematics*, vol. 22, p. 1-36.

Steffe, L. P. et Thompson, P. W. 2000. « Teaching experiment methodology : underlying principles and essential elements ». In *Handbook of research design in mathematics and science education*, sous la dir. de A. E. Kelly et R. A. Lesh, p. 267-308. Mahwah, New Jersey : Lawrence Erlbaum.