UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LE CHOIX DE LA DATE OPTIMALE DES INVESTISSEMENTS IRRÉVERSIBLES DANS LES PROJETS PÉTROLIERS AVEC ASYMÉTRIE D'INFORMATION ET INCERTITUDE : L'APPROCHE DES OPTIONS RÉELLES

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR

AHMEDOU OULD BIHA

AOÛT 2006

REMERCIEMENTS

Je remercie tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ce que ce travail puisse voir le jour. Je tiens à remercier tout particulièrement mon directeur de recherche, Dr. PIERRE LASSERRE, pour son soutien et ses remarques judicieuses.

Un grand remerciement à mon frère MOHAMED OULD BIHA pour son soutien financier et moral ainsi qu'à mes parents pour leurs encouragements incommensurables, sans oublier bien sûr tous les membres de ma famille.

De plus, je remercie toute l'équipe des programmes de cycles supérieurs, département des sciences économiques de l'UQÀM, et en particulier Mme. MARTINE BOISSELLE pour les informations administratives qu'elle m'a fournies durant ma scolarité.

Pour finir, je dédie ce modeste travail à ma famille et à tout(e)s mes ami(e)s à travers le monde.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX iii

RÉSUMÉ v

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I

LES OPTIONS RÉELLES ET LES PROJETS PÉTROLIERS 7

1.1 Les options réelles, incertitude et projets irréversibles 7

1.2 Les options réelles et l'asymétrie d'information 9

1.3 Les principales caractéristiques des projets pétroliers 10

1.3.1 L'incertitude et l'irréversibilité 10

1.3.2 L'asymétrie d'information 11

1.3.3 Les paramètres du projet 12

1.3.4 L'engagement 13

CHAPITRE II

LE PROBLÈME DE LA FIRME SANS INTERVENTION DU GOUVERNEMENT 15

2.1 Description du problème 15

2.2 Résolution du problème 16

2.2.1 L'équation de Bellman 19

2.2.2 Les conditions aux bornes 20

2.3 Le prix critique de l'investissement en l'absence d'intervention du gouvernement 21

CHAPITRE III

UN MODÈLE D'OPTION RÉELLE AVEC ASYMÉTRIE D'INFORMATION 24

3.1 Description du modèle 24

3.2 Le problème du principal-agent (problème d'agence) 26

3.2.1 Le principe de révélation 27

3.2.1.1 La contrainte de révélation ou d'incitation 29

3.2.1.2 La contrainte de rationalité 32

3.2.2 L'optimisation sociale sous contrainte de révélation 33

3.2.2.1 La fonction d'objectif 33

3.2.2.2 Le cas de référence (la pleine information) 34

3.2.2.3 La présence d'asymétrie d'information 38

3.3 Asymétrie d'information vs pleine information 50

CONCLUSION 54

APPENDICE A

CALCUL STOCHASTIQUE 56

APPENDICE B

FORMULATION DE L'ÉQUATION DE BELLMAN 59

APPENDICE C

VÉRIFICATION DE LA MÉTHODE DE PROGRAMMATION DYNAMIQUE 61

APPENDICE D

CALCUL DE L'OBJECTIF DU PRINCIPAL ET DE LA VALEUR DE L'OPTION OPTIMALE 62

BIBLIOGRAPHIE 64

RÉSUMÉ

Ce travail vise à contribuer à l'élargissement de l'approche des options réelles dans l'examen du choix de la date optimale des investissements irréversibles, en présence d'un côté, du problème d'agence, dû à l'information privée, et de l'autre côté, d'un remboursement préétabli de la firme au principal. Nous introduisons un jeu entre un gouvernement et un agent dans lequel, le gouvernement (le principal) délègue à un agent (la firme) la décision concernant le choix de la date optimale d'un investissement en vue d'extraire ses réserves pétrolières. En contrepartie, la firme verse un remboursement préétabli (taxe) au propriétaire (gouvernement).

L'agent détient une information privée sur une partie de coût constant de l'investissement, tandis que le principal connaît seulement sa fonction de distribution. Quant à l'autre partie du coût constant de l'investissement, elle est supposée connue par les deux agents. L'information privée dont dispose la firme est par hypothèse constante. De plus, la firme produit une quantité de pétrole fixe jusqu'à épuisement de ressources. Elle rembourse au propriétaire un pourcentage constant de cette quantité extraite sous forme de Royalty (taxe) et celui-ci dépend de l'information privée de la firme. La seule source de l'incertitude provient du prix de l'actif sous-jacent qui varie stochastiquement selon un Mouvement Brownien géométrique (MBG). Nous ignorons toute présence des coûts autre que le coût de l'investissement.

Nous supposons que la firme a l'option d'attendre avant de se lancer dans le projet. Son problème est de choisir la date optimale de l'investissement, étant donné son information privée et l'incertitude sur le prix. Tandis que le problème du principal est de concevoir le contrat optimal qui incite la firme à révéler la vraie valeur de son information privée, à fin d'optimiser la valeur de son opportunité d'investissement. En plus, nous faisons l'hypothèse que le gouvernement a le pouvoir de s'engager, d'une manière crédible à ne pas renégocier sa politique de révélation, une fois la firme révèle son coût jusqu'à la fin du projet.

Nous montrons, que le principal, sous information parfaite choisira la même date optimale d'investissement que celle choisie par la firme sans intervention du gouvernement. De plus, nous montrons, en utilisant l'approche des options réelles, que la présence d'asymétrie d'information retarde le choix de la date optimale de l'investissement ce qui cause une distorsion qui entraîne un sous-investissement. Le niveau efficace de l'investissement social ne peut pas être atteint en présence d'une asymétrie d'information.

Enfin, nous montrons que pour des valeurs élevées de coût de l'investissement, la rente de la firme est nulle. En revanche, pour un coût d'investissement minimal, la rente du principal est maximale.

Mots-clés: *Option réelle - Contrats pétroliers - Asymétrie d'information – Irréversibilité – Incertitude – Valeur d'option - Prix critique - Royalty.*

INTRODUCTION

L'objectif de ce travail est de dériver la stratégie optimale du choix de la date des investissements irréversibles, en présence, d'une part du problème d'agence, dû à l'information asymétrique et, d'autre part, d'un remboursement préétabli de la firme au gouvernement. D'un côté, nous incorporons le problème d'asymétrie d'information dans le problème de choix de la date optimale des investissements pétroliers, en présence d'un système de taxation et de l'autre côté, nous élargissons l'approche des options réelles pour inclure ces problèmes.

En réalité, toute la littérature existante sur le problème d'agence considère souvent le cas d'un remboursement sous forme de compensation du principal à la firme, tandis que dans notre cas nous faisons l'hypothèse inverse : le remboursement sera une taxe versée par la firme au principal plutôt qu'une compensation payée par le principal à la firme. En effet, peu importe le signe du versement, notre objectif est de savoir l'impact de la présence de l'asymétrie de l'information sur le choix de la date optimale de l'investissement.

Dans la plupart des pays, le gouvernement est le propriétaire des droits miniers. En général, dans le cadre d'une exploitation efficace de ses ressources, le gouvernement est obligé de se référer à une compagnie minière privée, afin de profiter de sa qualification et de son expérience en la matière.

Dans ce modèle, le gouvernement (le principal) est le propriétaire d'un gisement pétrolier et veille au bien-être social. Il délègue le droit d'extraction à un agent (la firme), en présence d'asymétrie d'information. De cette situation émane le problème d'agence dû à l'aspect d'asymétrie d'information entre les deux agents.

En général, dans la littérature, l'approche des options réelles est un outil approprié pour l'évaluation et la modélisation des projets de ressources naturelles. Et cela pour les raisons suivantes: premièrement, l'incertitude qui caractérise les paramètres de ces projets, tels que les prix, les cash-flows et les coûts[1]. Deuxièmement, l'irréversibilité qui caractérise les projets pétroliers, en général, puisque les investissements dans le secteur pétrolier sont très élevés. Troisièmement, la décision prise par la firme peut être améliorée, en tenant compte de la flexibilité. En effet, la firme adopte «rarement» la règle de l'investissement : «maintenant ou jamais». En général, dans la majorité des cas, il est préférable, pour la firme, de reporter son investissement et d'attendre l'arrivée de meilleures informations. Ces incertitudes, irréversibilités et possibilités de reporter l'investissement peuvent affecter significativement le choix de la date optimale de l'investissement (Dixit et Pindyck, 1994).

La propriété de ressources naturelles par le gouvernement peut être modélisée comme une option réelle de type Américain avec un terme infini. Lorsque le gouvernement octroie son option perpétuelle au secteur privé, il modifie sa structure en imposant certaines conditions. Nous nous limitons, dans ce travail, à une seule condition, à savoir un remboursement préétabli sous forme de «*royalty*». De plus, nous faisons l'hypothèse que le gouvernement est capable de prendre des engagements, c'est-à-dire qu'il a le pouvoir de maintenir ses politiques à long terme et par conséquent, il garantit à la firme qu'il ne procèdera pas à une révision de sa politique, tout au long de la durée de vie du projet, une fois que l'information privée lui aura été révélée par la firme.

A défaut d'un mécanisme de révélation qui incite l'agent à déclarer la vraie valeur de son type, l'agent peut avoir l'intention de mentir sur la valeur de coût. La firme peut en effet essayer d'exploiter son information privée en déclarant un coût d'investissement plus grand que le coût réel. En maximisant l'écart entre la valeur déclarée du coût de l'investissement et sa vraie valeur, la firme maximise son profit. Dans ce cas, le gouvernement risque d'avoir des pertes dues à l'information privée dont dispose la firme.
Dans telles circonstances, le problème du gouvernement, en tant que preneur de décisions politiques, est de définir le contrat optimal de façon à inciter l'agent à révéler la vraie valeur de son information privée.

---

[1] Nous faisons l'hypothèse ultérieurement, dans notre modèle, que tous les paramètres du projet sont fixes à part le prix.

Le problème principal-agent aboutit à une décomposition du problème fondamental autour de deux composantes : le problème de la firme et celui du gouvernement. Il existe à l'évidence un conflit entre le gouvernement et la firme compte tenu de leur divergence d'intérêts. En effet, l'agent tente d'augmenter sa valeur d'option à travers l'information privée qu'il détient. Parallèlement, l'augmentation espérée de la valeur d'option de l'agent diminue la valeur de l'option du gouvernement. Le contrat doit alors être conçu de telle sorte qu'il incite la firme à déclarer la vraie valeur de son information privée tout en préservant la valeur de l'objectif du gouvernement.

Lensink et Sterken (2001) étudient le problème d'asymétrie d'information dans la gestion des projets irréversibles. Ils montrent que la prise en compte de l'option d'attente peut conduire à une situation de «sur-investissement». Maeland (2001) traite le problème d'asymétrie d'information entre, d'une part, le principal et une firme, et entre le principal et plusieurs firmes d'autre part. Il émet l'hypothèse que le coût de l'investissement et l'information privée sont stochastiques. En particulier, il analyse le problème d'agence dans le cas où un gouvernement qui possède d'une option réelle doit concevoir un contrat optimal, étant donné l'information privée dont dispose l'agent sur le coût stochastique de l'exercice de cette option réelle.

Antle, Bogetoft et Stark (2001) étudient les stratégies optimales des investissements en présence du problème d'agence, causé par une information asymétrique sur le coût de l'investissement. En plus, Maeland (2002) examine les décisions des investissements dynamiques en présence du problème d'agence. En outre, Grenadier et Wang (2005) présentent un modèle de choix de la date optimale de l'investissement pour une firme en présence d'asymétrie d'information, en utilisant l'approche des options réelles. Ils trouvent que la présence du problème d'agence dans le choix de la date optimale de l'investissement entraîne un «sous-investissement».
Dans le même sillage, Maeland (2005) étudie le cas du problème d'agence entre la firme et le principal lorsque le coût de l'investissement est constant. Il conclut dans son modèle que la date optimale de l'investissement est plus tardive en asymétrie d'information que dans le cas de pleine information, et qu'il peut entraîner un «sur-investissement».

En fait, il existe une grande différence entre les perspectives du principal et les perspectives de la firme. Le principal dispose du gisement comme propriété perpétuelle puisqu'il le détient toujours, même au terme du contrat. Par contre, la firme a uniquement des droits spécifiques garantis par le contrat d'extraction.

De plus, le principal doit spécifier à la firme les droits qu'il lui a accordés. Concernant les droits conférés à la firme, le principal doit être clair sur ses objectifs et en particulier sur les décisions qui seront déléguées à la firme et celles sur lesquelles il conserve son pouvoir. Selon Davis et Schantz (2004), le propriétaire se réserve les décisions importantes telle que la date d'exploitation du gisement. La firme doit respecter les clauses du contrat à savoir, ici, le paiement d'une taxe au principal. Le principal quant à lui doit s'engager à ne pas modifier ses politiques une fois que la firme aura révélé le coût réel de son projet.

Tout au long de ce modèle, nous faisons l'hypothèse que la firme doit payer une *royalty* annuelle au principal en contrepartie de sa possession de la décision sur l'investissement. Ce remboursement est un pourcentage constant de la quantité extraite et dépend de l'information privée de la firme.

Tout d'abord, nous supposons que la firme en question dispose de tous les engins et matériaux nécessaires aux travaux d'extraction (plate-forme, etc.) ou que leur coût est capitalisé dans les coûts fixes du projet. Ses dépenses ne concernent que le coût fixe de l'investissement. Les coûts variables sont négligés. Le coût de l'investissement est séparé en deux parties : une partie observable par les deux agents; l'autre partie observable uniquement par la firme et constituant son information privée, tandis que le principal connaît seulement sa fonction de distribution.

La supposition que la valeur de coût de l'investissement est uniquement observée par un agent (la firme), et n'est pas observée par l'autre (le principal), est largement connue dans la littérature d'asymétrie d'information. Par hypothèse, dans ce modèle, l'information privée et le coût de l'investissement sont constants[2]. La firme réalise l'investissement en une seule fois, pour toute la durée de vie du projet. Le coût est déclaré une seule fois et il n'y a pas de coût d'information.

Dans ce modèle, la firme extrait une quantité de pétrole fixe jusqu'à épuisement des ressources. La seule source de l'incertitude provient de prix de l'actif sous-jacent qui varie, stochastiquement, selon un Mouvement Brownien Géométrique (MBG). Il est toutefois observable. Nous supposons également que la firme a l'option d'attendre avant de se lancer dans le projet en question et il n'y a pas de coût d'attente.

Le problème de la firme est de choisir la date optimale de l'investissement tenant compte des contraintes liées à son information privée, à l'incertitude sur le prix et à la taxe à payer, en utilisant l'approche des options réelles. Parallèlement, le problème du principal est de concevoir le contrat optimal qui incite la firme à révéler la vraie valeur de son information privée, en utilisant, l'approche des options réelles, dans le but d'optimiser la valeur de son opportunité d'investissement.

Nous allons tout d'abord montrer que le principal, sous information parfaite, choisira la même date optimale d'investissement que celle choisie par la firme lorsque le gouvernement n'intervient pas. De plus, nous allons utiliser le principe de révélation pour résoudre le problème d'optimisation sociale, en présence d'asymétrie d'information. Nous allons démontrer que la possession d'une information privée par l'agent entraîne une augmentation du coût de l'investissement. Cette augmentation entraîne la diminution de la valeur de l'option du principal par rapport à sa valeur de référence (pleine information).
Par ailleurs, nous allons montrer, en utilisant l'approche des options réelles, que la firme a l'intention d'investir tôt, en pleine information, alors qu'elle reporte son investissement en cas d'intervention du gouvernement sous asymétrie d'information.

---

[2] L'hypothèse que le coût est constant, est réaliste dans le cas où l'investissement se compose d'une technologie standard.

Enfin, nous allons de surcroît démontrer que la valeur de bien-être social, en présence d'asymétrie d'information, est strictement plus petite qu'en cas de pleine information. Le niveau social efficace de l'investissement ne peut pas alors être atteint en présence d'asymétrie d'information.

Ce travail est divisé en quatre parties : la première partie est un survol de l'approche des options réelles et des projets pétroliers en présence du problème d'asymétrie d'information. Dans la seconde partie, nous étudions le problème de la firme sans intervention[3] du gouvernement. Dans la troisième partie, nous étudierons le problème de la firme avec intervention du gouvernement en adoptant une approche basée sur la théorie des options réelles avec asymétrie d'information. Nous concluons dans la dernière partie.

---

[3] On veut dire par. «sans intervention du gouvernement», que la firme choisit la date optimale de l'investissement avant que le gouvernement met en place sa politique de prélèvement. En effet, le gouvernement est toujours présent dans les contrats d'extraction de ressources naturelles.

CHAPITRE I

LES OPTIONS RÉELLES ET LE PÉTROLE

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la place qu'occupe l'approche des options réelles dans la gestion et l'évaluation des projets pétroliers caractérisés par l'incertitude et l'irréversibilité. De plus, nous montrons l'importance de l'utilisation de l'approche des options réelles dans les projets avec information asymétrique. Enfin, nous énumérons les principales caractéristiques des modèles pétroliers (les faits stylisés).

1.1 Les options réelles, incertitude et projets irréversibles

La valeur d'un gisement inexploité est directement liée à la valeur future d'extraction et comme le futur est incertain, la valeur est sujette à plusieurs sources de risques causés par des facteurs aussi bien géologiques qu'économiques.

Les ressources naturelles fournissent une contribution cruciale à la littérature de la théorie des options réelles. Tourinho (1979), et plus tard Paddock, Siegel et Smith (1988), modélisent la valeur des ressources naturelles, sous incertitude, comme étant une option d'extraction des ressources dans le futur. Par ailleurs, Brennan et Schwartz (1985) montrent comment évaluer une option d'investissement dans l'extraction de mine et comment établir la règle de l'investissement.

L'approche des options réelles a été élargie dans la dernière décennie pour inclure l'évaluation de toutes sortes d'investissements dans les domaines variés de l'économie (Dixit et Pindyck, 1994). Les progrès énormes dans ces domaines portent l'approche des options réelles à son état de maturité. Elle devient l'outil commun d'analyse des projets irréversibles pour plusieurs compagnies et commence à s'introduire progressivement dans la littérature professionnelle et les programmes académiques (Copeland et Antikorov, 2001).

Les investissements irréversibles impliquent souvent une grande incertitude quant aux perspectives futures. L'approche des options réelles fournit à la firme l'opportunité mais non l'obligation de se lancer dans un investissement irréversible et incertain. Elle prendra en compte la flexibilité. Selon Brealey et Myers (1991), Kester (1984) est le premier à reconnaître la valeur de cette flexibilité, dans son article publié dans «*The Harvard Business Review*»[4]. Dans le même sillage, Brennan et Schwartz (1985) ont appliqué les techniques d'évaluation des options pour l'évaluation des investissements irréversibles, en l'occurrence les ressources naturelles, en utilisant un exemple de mine de cuivre en Chili. Dans le même cadre, McDonald et Siegel (1985, 1986) ont étudié l'importance de la valeur d'attente dans les projets irréversible. Leur étude diffère toutefois de la nôtre dans la mesure où ils considèrent que le coût de l'investissement et la valeur de l'option sont tous les deux stochastiques.

L'analyse des décisions d'investissement, en présence de l'incertitude, se concentre de fait sur les dépenses des investissements qui se caractérisent par deux critères importants. Premièrement, les dépenses sont irréversibles. Autrement dit, ce sont des coûts irrécupérables et non recouvrables. Deuxièmement, ces investissements peuvent être reportés. En effet, contrairement aux autres méthodes d'évaluation des projets, l'approche des options réelles souligne la possibilité à la firme de reporter la décision portant sur les investissements irréversibles (Dixit et Pindyck, 1994). En présence des coûts irrécupérables (*sunk costs*), cette flexibilité est importante dans le choix de la date optimale des investissements, dans la mesure où elle offre à la firme la possibilité d'attendre de nouvelles informations. En résumé, en exerçant un investissement irréversible, la firme renonce à la possibilité d'utiliser les nouvelles informations qui peuvent arriver ultérieurement. La perte de cette valeur d'option d'attente constitue un coût d'investissement additionnel.

[4] Tourinho a parlé de la valeur de cette flexibilité dans sa thèse non publiée, *University of California, Berkeley* (1979).

Dans ce contexte, la prise en compte de l'irréversibilité et de l'incertitude peut conduire à retarder l'investissement ou au contraire à l'avancer. La possibilité de reporter un investissement irréversible peut alors affecter profondément la décision de l'investissement.

En revanche, étant donné que l'investissement est indivisible et irréversible, la règle optimale de l'investissement stipule qu'il s'agit d'attendre le moment opportun et d'exécuter son investissement lorsque celui-ci est venu : c'est un problème dit «d'arrêt optimal». En effet, selon Davis et Schantz (2004, fig.1), l'une des implications importantes de la technique des options réelles est que l'option d'investir va être exercée d'une manière optimale, uniquement lorsque le niveau de prix de l'actif sous-jacent excède un certain niveau critique.

1.2 Les options réelles et l'asymétrie d'information

L'évaluation des projets des investissements, sous incertitude, implique souvent une information asymétrique entre les différents agents impliqués dans les projets. En effet, le propriétaire du gisement octroie le droit d'extraction et donc la décision de l'investissement à une firme, eu égard à son expérience et à sa capacité financière et technique. Une telle situation place le propriétaire du gisement à un problème d'asymétrie d'information lorsque la firme est mieux informée que lui.

La dernière décennie a été marquée par une littérature enrichissante sur les options réelles et le problème d'asymétrie d'information. Hendricks et Kovenock (1989), Maeland (2002, 2005) et Grenadier et Wang (2005) ont, tous, formulé un modèle du problème principal-agent, où un agent a une information privée, sur un et/ou plusieurs paramètres, qui affectent la valeur et la stratégie optimale de l'investissement. Le principal ne peut à l'inverse détenir cette information, mais connaît en revanche sa fonction de distribution.

En outre, Maeland (2002), traite le problème de l'investissement dans les projets irréversibles, sous incertitude et asymétrie d'information. Il trouve que le coût total de l'investissement est plus grand en présence d'information privée qu'en cas de pleine information. Ceci entraîne une augmentation de prix critique de l'investissement, menant à son tour à une situation de «sous-investissment». Il ajoute qu'avec le problème d'agence, la volatilité accrue sur la valeur de l'actif engendre deux effets opposés sur la valeur de l'option du principal: d'un côté, la valeur de l'option a tendance à diminuer avec la volatilité en raison de la stratégie inefficace de l'investissement et, d'un autre côté, on connaît l'effet d'augmentation de la valeur de l'option suite à une augmentation de la volatilité.

1.3 Les principales caractéristiques d'exploitation pétrolière

Cette sous-section sera consacrée aux caractéristiques (les faits stylisés) des projets pétroliers, mais nous nous limitons aux faits qui caractérisent le projet dont il est ici question. Nous pouvons regrouper ces faits selon les facteurs d'incertitude et d'irréversibilité et selon le problème d'asymétrie d'information. Par la suite, nous abordons les différents paramètres du projet et enfin le pouvoir d'engagement du propriétaire (le gouvernement) vis-à-vis de ses politiques.

1.3.1 L'incertitude et l'irréversibilité (Option réelle)

L'évaluation des projets d'extraction du pétrole irréversibles et incertains requiert la prise en considération des fluctuations imprévisibles qui pourraient être causées par les travaux d'extraction. Dans la littérature, l'approche des options réelles a été largement appliquée pour évaluer les projets de ressources naturelles dans lesquels l'incertitude due à la fluctuation de variables de projets (prix de l'output, les cash-flows, les coûts, etc.) est grande et l'investissement large.

Dans ce modèle, nous nous limitons à la présence de l'incertitude autour d'un seul paramètre du projet, à savoir le prix du pétrole, mais celui-ci est nécessairement lié aux cash-flows.

En général, dans le cadre de production de ressources naturelles, le prix de l'output est largement caractérisé par sa volatilité. La flambée qu'a subi le prix de baril récemment en est l'exemple concret. On note que dans le cadre d'extraction des ressources naturelles le prix de l'output est, en général, observable par tous les agents, tandis que le coût de l'investissement et la quantité de production peuvent constituer l'information privée détenue par l'agent en question.

1.3.2 L'asymétrie d'information

D'une manière générale, le propriétaire des ressources naturelles délègue la décision de l'investissement à un agent, compte tenu de sa capacité financière, de son expérience et de sa spécialité dans le domaine. Cependant, il existe dans la plupart des situations une asymétrie d'information notamment dans le cas où la firme est plus informée que le propriétaire. Les deux agents ont donc des intérêts divergents. Une telle situation est connue sous le nom de *problème d'agence*.

Dans le cadre d'extraction de ses ressources naturelles, le gouvernement fait face à plusieurs contraintes informationnelles[5]. A travers ses activités opérationnelles, les compagnies d'extraction obtiendront des informations privées. Le problème d'asymétrie d'information est plus marqué dans le secteur de l'industrie pétrolière que dans les autres secteurs industriels. Une des raisons est qu'étant donné les rentes colossales engendrées par la production pétrolière, l'incitation à exagérer le coût de l'investissement est forte. Les compagnies pétrolières multinationales auront avantage à dissimuler les vraies valeurs des coûts d'investissement.

En réalité, la firme et le principal ont tous deux pour objectif de maximiser la valeur de leur option. Si le principal a la même information que la firme, le problème de l'investissement serait optimisé selon les préférences du principal, en tant que propriétaire de ressources et l'agent sera seulement compensé pour le coût de l'investissement. Cependant, en présence d'une information privée, l'agent peut tenter d'augmenter sa valeur du projet irréversible, en

[5] Dans notre modèle, nous nous limitons à une seule contrainte, à savoir la possession de la part de l'agent (la firme) d'une information privée sur une partie du coût de l'investissement du projet.

déclarant un coût d'investissement différent du vrai coût. Ceci aura des répercussions sur la valeur de bien-être social, comme nous le démontrons ultérieurement.

Il est à mentionner que l'information privée peut avoir pour objet des variables constantes mais également des variables stochastiques. Par exemple, dans le modèle ci-dessous, nous considérons le cas où l'asymétrie d'information porte sur un coût d'investissement constant. En fait, le coût de l'investissement évolue stochastiquement dans le temps suite au progrès technologique et les changements de conditions du marché. Pour simplifier le modèle, nous avons toutefois postulé que la technologie est constante.

1.3.3 Les paramètres du projet

Par paramètres des projets, nous entendons les éléments indispensables du projet d'extraction pétrolière tels que le stock des réserves, le coût de l'investissement, le taux d'extraction etc. Le projet n'aurait évidemment pas vu le jour sans stock éventuel de pétrole en sous-sol. Ce stock varie négativement avec le taux d'extraction. En effet, plus le taux d'extraction est élevé, plus le stock des réserves est faible. Nous supposons ce taux d'extraction constant, dans l'hypothèse où la technologie est standard et le stock des réserves à la date d'investissement est connu.

En fait, entre le stock existant en sous-sol et le taux d'extraction, il y a le coût d'investissement, qui est déboursé une seule fois dans notre modèle. Le montant du coût de l'investissement est le même quelque soit la date à laquelle est effectuée l'investissement.

Par ailleurs, étant donné que les ressources naturelles sont épuisables, il existe une date limite d'extraction des réserves, à savoir la date d'épuisement : elle sera connue dans notre modèle puisque le stock des réserves et le taux d'extraction sont connus. Parmi les variables importantes du projet, on trouve ensuite le prix, qui dépend des fluctuations du marché. Enfin, nous incorporons un paramètre dans notre projet : un remboursement préétabli sous forme de *royalty* payée au propriétaire par la firme.

1.3.4 L'engagement (*The commitment*)

Parmi les faits stylisés des projets pétroliers nous pouvons inclure l'engagement, que nous trouvons inhérent à tout projet irréversible. Il est largement reconnu que le pouvoir d'engagement est souvent demandé à un gouvernement s'il veut réussir la mise en place de ses politiques, dans la mesure où il implique sa crédibilité. Cependant, la plupart des gouvernements ne peuvent pas s'engager sur le long terme. On entend par engagement la capacité de la firme à respecter les clauses du contrat d'extraction à court ou à long terme. En effet, le gouvernement doit être capable de donner à la firme une garantie qu'il ne procédera pas à un changement de politique tout au long de la durée de vie du projet. L'absence d'une telle caractéristique ne rassure pas la firme quant à un éventuel changement de régime qui va souvent de paire avec un changement de politique.

La supposition que le gouvernement peut manquer de pouvoir pour maintenir un engagement à long terme nécessite des justifications. En effet, les raisons les plus évidentes à un pouvoir limité d'engagement du gouvernement sont l'instabilité politique et la faiblesse du gouvernement face aux pressions politiques exercées par les groupes et syndicats puissants. De plus, les gouvernements démocratiquement élus ont un mandat limité et leurs budgets sont régulièrement révisés. Cette révision des budgets mène souvent à la modification de certains accords voire l'abandon complet de certaines politiques précédemment adoptées.

Baron et Besanko (1984b) étudient le cas où la firme a une information privée sur son coût et où le mécanisme de révélation est conçu selon une politique d'évaluation donnée. Le gouvernement est supposé avoir la capacité à s'engager par rapport à ce mécanisme de révélation, et ce pour la durée de vie du projet. Le principal doit assurer à la firme qu'à la fin de la première période (i.e., période d'attente) il ne révisera pas sa politique. En outre, Baron (1989) suppose que le gouvernement a un pouvoir d'engagement à long terme (relativement au secteur privé) et qu'il va agir en premier, en amenant la firme à adopter le comportement qu'il désire. Cependant, si le gouvernement manque de pouvoir d'engagement à long terme, il est supposé réagir en second et sera subordonné à l'agent privé qui essayera d'orienter les politiques en sa faveur.

Dewit et Leahy (2004) démontrent que le report de l'investissement a l'avantage de maintenir la flexibilité. En effet, quand la firme reporte son investissement les résultats du jeu nécessitent que le gouvernement joue en première instance, en agissant en tant qu'état «autonome». Ils ajoutent que la firme doit faire l'arbitrage entre investir tôt et rester flexible. Cet arbitrage va être affecté par le régime de la politique adoptée par le gouvernement en question.

Il démontrent aussi que même si la politique du gouvernement est forte, c'est-à-dire que le gouvernement est bienveillant dans la mesure où il maximise son bien-être social, il ne peut pas rester à l'abri de manipulation de l'agent privé s'il manque de capacité de s'engager à long terme au sujet de ses politiques.

Nous allons faire l'hypothèse, dans notre modèle, que le gouvernement a un pouvoir suffisant pour maintenir ses politiques à long terme et par conséquent, pour assurer à la firme qu'il ne procèdera pas à une révision de ses politiques tout au long de la durée de vie du projet.

Avant de montrer comment la politique d'intervention du gouvernement, sous asymétrie d'information, pourrait affecter le choix de la date de l'investissement de la firme, nous commençons par le cas où le gouvernement n'intervient pas.

CHAPITRE II

LE PROBLEME DE LA FIRME SANS INTERVENTION DU GOUVERNEMENT

Dans ce chapitre nous étudions le problème du choix de la date optimale de l'investissement de la firme en l'absence du gouvernement. Nous commençons par la formulation du problème, puis nous dérivons le prix critique auquel il est optimal d'effectuer l'investissement.

2.1 Description du problème

La firme possède une option d'investir dans un projet d'extraction du pétrole. Son objectif est de trouver la date optimale de l'investissement. Tout d'abord, pour simplifier le modèle, nous adoptons l'hypothèse que le coût de l'investissement I est constant. La firme débourse le coût de l'investissement I en t_1, la date de l'investissement, ce qui lui permet d'extraire des flux constants de pétrole, qu'on note R. Le prix du pétrole P est stochastique et fluctue selon un Mouvement Brownien Géométrique (MBG).

D'ailleurs, c'est cette incertitude sur le prix qui pousse la firme à attendre jusqu'à l'arrivée des meilleures informations. On peut décrire une variable stochastique qui suit un MBG par l'équation: $dP = \alpha P dt + \sigma P dz$ (1)

Où: α - Le pourcentage espéré du changement instantané dans le prix par unité du temps.

σ - La déviation standard instantanée par unité du temps.

dz - L'incrément du processus standard de Wiener.

Notons par P_s le prix du pétrole lorsque le gouvernement n'intervient pas, P_s^* le prix critique qui correspond à la date optimale de l'investissement de la firme sans intervention du gouvernement et par $F^s(P_0, S_0; \theta)$ la valeur du projet de la firme sans intervention du gouvernement.

Le problème que nous allons étudier peut être considéré comme un problème standard d'options réelles où une firme possède le droit d'investir dans un projet irréversible d'extraction du pétrole. Une fois l'investissement effectué, il génère des cash-flows nets positifs. La valeur du projet de l'investissement peut être formulée comme une option d'achat Américaine à terme infini : le détenteur de l'option a le droit et non l'obligation de l'exercer sur un terme infini.

2.2 Résolution du problème

Pour maximiser la valeur du projet, la firme doit choisir la date optimale pour exercer son option d'investissement. La règle optimale de l'investissement, adoptée par la firme, consiste à trouver le prix critique au-delà duquel il est optimal d'investir et en dessous duquel il faut s'abstenir.

Comme le prix de l'actif sous-jacent P_{s_t} évolue de façon stochastique, on ne peut pas choisir la date exactement (directement). En fait, l'investissement va être déclenché quand la variable aléatoire. ici P_{s_t}, aura atteint une certaine valeur critique P_s^* à laquelle il est optimal d'investir une fois $P_s \geq P_s^*$. Ce prix critique P_s^* correspond à t_1 la date à laquelle, il est optimal d'investir. La date où ceci arrivera t_1 est stochastique, mais la valeur choisie P_s^* en t_1 ne l'est pas. En effet, nous faisons l'hypothèse que la production de l'entreprise que nous étudions est petite de telle sorte qu'elle n'affectera pas l'offre et la demande sur le marché. Il en résulte que le processus stochastique que suit le prix n'est pas affecté par les décisions de l'entreprise. Nous le traitons comme exogène et invariant dans le temps, si bien que le seuil P_s^* l'est également.

L'objectif de la firme est de maximiser la valeur espérée de son projet actualisée à la date $t=0$, sous les contraintes citées ci-dessous. Nous utilisons la méthode de programmation dynamique pour résoudre cet objectif. La règle optimale de l'investissement est simple, investir quand $P \geq P_s^*$ et s'abstenir dans le cas contraire. Nous pouvons écrire le problème de maximisation de la firme comme :

$$F^s\left(P_0, S_0; \theta\right) = \max_{P_s} E_0\left\{\left[V\left(P_s, S_0\right) - \left(\theta + K\right)\right] e^{-rt_1\left(P_s^*\right)}\right\}$$

$$SC.: \begin{cases} T = \dfrac{S_0}{R} \\ dP_s = \alpha P_s dt + \sigma P_s dz \\ \dot{S}_t = -R \\ S_{t_1} = S_0 \\ I = \left(\theta + K\right) \\ t_1 < t < T \end{cases}$$

Où: $\quad V\left(P_s, S_0\right) = \int_0^T e^{-rt} P_{s_t} R dt$

Et avec :

t_0 - La date de signature du contrat.

t_1 - La date de l'investissement (début de l'exploitation).

S_0 - Le stock initial des réserves ($S_{t_1} = S_0$).

$\dot{S}_t$ - La variation du stock des réserves.

r - Le taux d'intérêt.

$F^s\left(P_0, S_0; \theta\right)$ - La valeur espérée et actualisée du projet.

$V\left(P_s, S_0\right)$ - La valeur espérée, des cash-flows actualisés, de la firme.

R - La quantité produite du pétrole (constante).

$I\left(\theta, K\right) = \left(\theta + K\right)$ - Le coût total de l'investissement.

θ - La partie de coût observable uniquement par la firme (information privée).

K - La partie de coût observable.

T - La date d'épuisement des réserves.

On appellera P_s^* la valeur choisie pour P_s. Cette valeur représente le prix critique auquel il est optimal d'effectuer l'investissement.

Le problème ci-dessus peut être réécrit comme suit :

$$F^s(P_0,S_0;\theta)=\max_{P_s} E_0\left\{\left[V(P_s,S_0)-(\theta+K)\right]e^{-rt_1(P_s^*)}\right\}$$

$$\Rightarrow F^s(P_0,S_0;\theta)=\max_{P_s}\left\{E_0\left(V(P_s,S_0)-(\theta+K)\right)E_0\left(e^{-rt_1(P_s^*)}\right)+\mathrm{cov}\left(V(P_s,S_0),e^{-rt_1(P_s^*)}\right)\right\}$$

Étant donné que le coût de l'investissement est constant et que la valeur de cash-flows de projet est indépendante de la date de l'investissement t_1, $Cov\left(V(P_s,S_0),e^{-rt_1(P_s^*)}\right)=0$.

Alors, le problème de la firme devient donc :

$$F^s(P_0,S_0;\theta)=\max_{P_s}\left\{E_0\left(V(P_s,S_0)-(\theta+K)\right)E_0\left(e^{-rt_1(P_s^*)}\right)\right\}$$

En plus, sachant que le coût de l'investissement est constant, le problème devient :

$$F^s(P_0,S_0;\theta)=\max_{P_s}\left\{\left[E_0\left(V(P_s,S_0)\right)-(\theta+K)\right]E_0\left(e^{-rt_1(P_s^*)}\right)\right\}$$

Pour trouver la valeur maximisée du projet, afin de dériver le prix critique correspondant à la date optimale, il faut calculer, séparément, la valeur espérée de cash-flows futurs actualisés, soit $E_0\left[V(P_s,S_0)e^{-rt_1(P_s^*)}\right]$ puis la valeur de coût actualisé de l'investissement, soit $(\theta+K)E_0\left(e^{-rt_1(P_s^*)}\right)$. Il s'agit donc de calculer $E_0\left[V(P_s,S_0)\right]$ et $E_0\left[e^{-rt_1(P_s^*)}\right]$.

Tout d'abord, pour calculer la valeur espérée de cash-flows, réécrivons la comme suit : $V(P_s,S_0)=\int_0^T e^{-rt}P_{s_t}R\,dt=R\int_0^T e^{-rt}P_{s_t}\,dt=Rg(P_s)$

Il s'ensuit que : $E_0\left(V(P_s,S_0)\right)=E_0\left(Rg(P_s)\right)=RE_0\left(g(P_s)\right)$

Il s'agit donc de calculer $E_0\left(g(P_s)\right)$ car la quantité produite R est constante.

Nous pouvons développer cette valeur comme la somme des intégrales suivantes :

$$E_0\left(g(P_s)\right)=E_0\left(\int_0^T e^{-rt}P_{s_t}dt\right)=E_0\left(\int_0^\infty e^{-rt}P_{s_t}dt\right)-E_0\left(\int_{t_1(P_s^*)}^\infty e^{-rt}P_{s_t}dt-\int_{t_1(P_s^*)}^T e^{-rt}P_{s_t}dt\right)$$

Avec :

$$E_0\left(\int_0^\infty e^{-rt}P_{s_t}dt\right)=\frac{P_0}{r-\alpha} \qquad \text{(Voir app.A.1)}$$

Et,

$$E_0\left(\int_{t_1(P_s^*)}^\infty e^{-rt}P_{s_t}dt\right)=\left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^b\frac{P_s^*}{(r-\alpha)} \qquad \text{(Voir app.A.2 et app.A.3)}$$

Donc cette valeur devient :

$$E_0\left(g(P_s)\right)=\frac{P_0}{r-\alpha}-\left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^b\frac{P_s^*}{(r-\alpha)}\left(1-(1-e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}})\right)$$

$$=\frac{P_0}{r-\alpha}-\left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^b\frac{P_s^*}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_o}{R}}$$

Alors, la valeur espérée de cash-flow devient :

$$E_0\left(V(P_s,S_0)\right)=\left(\frac{P_0}{r-\alpha}-\left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^b\frac{P_s^*}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}\right)R \quad (2)$$

De plus, nous avons que : $E_0\left(e^{-rt_1(P_s^*)}\right)=\left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^b$ (3) (Voir app.A.4)

2.2.1 Equation de Bellman

Dérivons l'équation de Bellman : $rF^s(P_0,S_0;\theta)dt=E\left(dF^s(P_0,S_0;\theta)\right)$ (4)

Cette équation montre que sur un intervalle de temps dt, le revenu total espéré de l'opportunité de l'investissement $rF^s(P_0,S_o;\theta)dt$ est égal à son taux espéré de dépréciation du capital.

Nous développons $dF^s(P_0,S_0;\theta)$ en utilisant le lemme d'Ito :

$$dF^s(P_0,S_0;\theta)=F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)dP_s+\frac{1}{2}F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)dP_s^2 \quad (4a)$$

Avec : $F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)=\dfrac{dF^s(P_0,S_0;\theta)}{dP_s}$, $F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)=\dfrac{d^2F^s(P_0,S_0;\theta)}{dP_s^2}$

(Voir Dixit et Pindyck, 1994, P.115-143)

Substituons (3) dans (4a), avec $E(dz)=0$, nous aurons :

$$E(dF^s(P_0,S_0;\theta))=\alpha P_s F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)dt+\frac{1}{2}\sigma^2P_s^2F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)dt \quad (4b)$$ (Voir app.B.1)

Ainsi, l'équation de Bellman devient (après division par dt) :

$$rF^s(P_0,S_0;\theta)=\frac{1}{2}\sigma^2P_s^2F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)+\alpha P_s F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta) \quad (5)$$ (Voir app.B.1)

2.2.2 Les conditions aux bornes

L'équation de Bellman ne permettra d'établir la valeur de projet, que complétée par les conditions aux bornes appropriées. Il existe trois conditions aux bornes :

$$\begin{cases} F^s(0)=0 \quad (6) \\ F^s\left(P_s^*,S_0;\theta\right)=E_0\left(V\left(P_s^*,S_0\right)\right)-(\theta+K) \quad (7) \\ F_P^s\left(P_s^*,S_0;\theta\right)=E_0\left(V_P\left(P_s^*,S_0\right)\right) \quad (8) \end{cases}$$

Nous avons donc trois conditions aux bornes pour résoudre une équation de deuxième ordre. Nous interprétons chaque condition à part :

- Dans la condition (6), si le prix s'approche de 0, les chances que l'investissement ne soit jamais entrepris deviennent presque nulles, si bien que l'option est sans valeur quand $P_s=0$. $F^s(0)=0$ (c'est une implication du processus stochastique que suit P_s).

- Dans la condition (7), si P_s est tel que l'investissement doit avoir lieu immédiatement quand ($P_s = P_s^*$), alors: $F^s\left(P_s^*, S_0;\theta\right) = E_0\left(V\left(P_s^*.S_0\right)\right) - (\theta + K)$ la valeur de l'option d'investir coïncide avec la valeur du projet lorsque l'investissement a lieu. C'est la condition d'égalité des valeurs (*Value matching condition*).

- La condition (8), représente la condition du contact (*Smooth pasting condition*). C'est la dérivée de la valeur du projet par rapport au prix critique (le coût de l'investissement est constant).

2.3 Le prix critique d'investissement en l'absence d'intervention du gouvernement

L'équation différentielle du deuxième ordre homogène (5) est linéaire en F^s et ses dérivées. Toute solution peut donc être exprimée comme la combinaison linéaire de deux solutions particulières. Nous pouvons vérifier que AP_s^b constitue une solution particulière si b est solution de :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 b^2 + \left[\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right]b - r = 0 \quad (9) \qquad \text{(Voir app.B.2)}$$

Il y a deux racines à l'équation (5), soit : $b_i = \dfrac{-\left[\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right] \pm \sqrt{\left[\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right]^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2}$

Ces racines sont de signes opposés: notons b_1 la racine négative et b la racine positive. Alors:

$$b = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + 2\frac{r}{\sigma^2}} \quad (10)$$

Toute solution peut s'écrire sous forme : $F^s(P_0, S_0;\theta) = A_1 P_s^{b_1} + AP_s^b$. La condition (6). requiert que $A_1 = 0$ (autrement dit $\lim_{P \to 0} F^s = \infty$).

Donc la seule solution est : $F^s(P_0,S_0;\theta) = AP_s^b$

Où $b>1$ pour $(r-\alpha)>0$ et A est une constante positive à déterminer. Pour déterminer la caractérisation de la solution, utilisons les conditions (7) et (8) :

$$\begin{cases} AP_s^{*b} = E_0\left(V\left(P_s^*,S_0\right)\right) - (\theta+K) \quad (11) \\ AbP_s^{*b-1} = E_0\left(V_{P_s}\left(P_s^*,S_0\right)\right) \quad (12) \end{cases}$$

Ce système de deux équations définit A et P_s^* en fonction de b. Divisons (11) par (12) nous trouvons :

$$P_s^* = b\left[\frac{E_0\left(V\left(P_s^*,S_0\right)\right) - (\theta+K)}{E_0\left(V_{P_s}\left(P_s^*,S_0\right)\right)}\right] \quad (12a)$$

En vertu de (2) calculons la dérivée de la valeur espérée des cash-flows par rapport au prix, ce qui donne :

$$\frac{\partial E_0\left(V\left(P_s,S_0\right)\right)}{\partial P_s} = -(1-b)\frac{P_0^b R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_s^{*-b} \quad (12b)$$

Remplaçons (12b) et (2) dans (12a), le prix critique devient :

$$P_s^* = b\left[\frac{\left(\frac{P_0}{(r-\alpha)} - \left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^b \frac{P_s^*}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}\right) R - (\theta+K)}{-(1-b)\frac{P_0^b R}{(r-\alpha)} P_s^{*-b} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]$$

Simplifions et réarrangeons :

$$\Rightarrow \left(b-(1-b)\right)\frac{P_0^b R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_s^{*1-b} = b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta+K)\right)$$

Alors,

$$P_s^{*1-b} = \frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right)}{(2b-1)\frac{P_0^b R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}$$

Finalement, le prix optimal de l'investissement de la firme sans intervention du gouvernement devient :

$$P_s^* = \left[\frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right)}{(2b-1)\frac{P_0^b R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{1}{1-b}} \quad (13)\,(\text{Voir app.C})$$

D'autre part, nous avons que la constante est donnée par : $A = F^s(P_s^*, S_0; \theta) P_s^{*-b}$

Alors,

$$A = F^s(P_s^*, S_0; \theta) \left[\frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right)}{(2b-1)\frac{P_0^b R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{-b}{1-b}} \quad (14)$$

Enfin, la valeur de l'option de la firme devient :

$$F^s(P_s^*, S_0; \theta) = A. \left[\frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right)}{(2b-1)\frac{P_0^b R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{b}{1-b}} \quad (15)$$

Nous avons calculé d'abord le prix optimal de la firme sans intervention du gouvernement et puis la valeur du projet de la firme. En vertu de (15), la valeur de l'option de la firme diminue avec le coût de l'investissement. En effet, plus le coût de l'investissement est élevé plus la valeur de firme est petite. Nous comparons, ultérieurement, ce prix optimal avec le prix optimal lorsque le gouvernement intervient pour imposer un remboursement à la firme en présence d'asymétrie d'information.

CHAPITRE III

UN MODÈLE D'OPTION RÉELLE AVEC ASYMÉTRIE D'INFORMATION

Dans ce chapitre nous commencerons par une description générale du modèle; nous étudierons par la suite le problème d'agence et, enfin, nous achèverons avec une analogie entre, d'une part, le problème du choix de la date de l'investissement en présence d'asymétrie d'information et de l'autre part, le problème du choix de la date de l'investissement en cas de pleine information.

3.1 Description du modèle

Le gouvernement (le principal) possède une option d'investir dans un projet d'extraction du pétrole. Il délègue le droit d'extraction à un agent (la firme). L'agent s'engage à payer un pourcentage préétabli de la quantité extraite, en contrepartie de sa possession de droit d'extraction. Le gouvernement veille au bien-être social.

Dans ce modèle, nous incorporons l'aspect d'asymétrie d'information dans le problème de choix de la date optimale des investissements irréversibles[6], en présence d'un outil de taxation. Nous optons pour l'approche des options réelles pour résoudre ce problème.

[6] Ce modèle est similaire avec celui développé par Grenadier et Wang (2005), avec certaines différences, notamment, l'incorporation d'une taxe et l'hypothèse que l'asymétrie de l'information porte sur le coût constanf de l'investissement.

D'abord, pour simplifier le modèle, nous adoptons l'hypothèse que la technologie est standard, alors le coût de l'investissement I est constant. Nous supposons que le coût de l'investissement est composé de deux parties ($I = \theta + K$) : une partie observable par les deux agents, notée K, tandis que l'autre partie n'est observable que par la firme, elle représente son information privée et est notée θ. En revanche, le principal connaît seulement la fonction de densité de θ soit $f(\theta)$. La distribution cumulative de θ est notée par $\Psi(\theta)$ [7] et supposée continue sur $\left[\theta^-, \theta^+\right]$, avec $\theta^- < \theta^+$.

De plus, nous supposons que l'information privée θ dont dispose la firme est constante. En effet, l'agent déclare une seule fois son coût d'investissement, et la stratégie de l'investissement sera basée sur cette déclaration. Le coût d'information est nul.

Nous considérons le cas où l'agent (la firme) préfère attendre[8] avant d'entreprendre son investissement irréversible. Le coût d'attente est négligé. Notons par t_0 [9] la date de signature de contrat et par t_1 la date optimale de l'investissement à la quelle le prix atteint son niveau critique. En fait, à la date courante t_0 le principal et l'agent signent le contrat, selon lequel, le principal octroie à l'agent le droit d'extraction de ses réserves pétrolières. En t_1 commencent les travaux d'extraction des réserves jusqu'à épuisement en date T.

Ce contrat renferme une clause qui impose à la firme un remboursement préétabli d'une *royalty* constante, notée $D(\theta)$. Ce remboursement (*royalty*) est un pourcentage de la quantité extraite constante de gisement notée R et il dépend de l'information privée de la firme θ.

---

[7] $\Psi(\theta) = \int_{\theta}^{\theta^+} f(z)dz$ et $\Psi(\theta^-) = 0, \Psi(\theta^+) = 1$

[8] Il est largement connu dans la littérature des options réelles que la firme garde son option de flexibilité en vie.

[9] Pour simplifier, nous remplaçons t_0 par 0, dans le problème de maximisation.

Notons, $D(\theta)$ la *royalty* donnée par : $D(\theta) = \int_0^T e^{-rt}\eta(\theta)Rdt$ avec $0 < D(\theta) < 1$.

$\eta(\theta)$ - Le pourcentage de la quantité extraite, payé par la firme au principal comme *royalty*.

$D(\theta)$ - La valeur totale actualisée de *royalty*.

Nous faisons l'hypothèse que le propriétaire de ressources a le pouvoir de s'engager à long terme vis-à-vis de ses politiques, c'est-à-dire, dans notre cas, qu'il s'engage à ne pas modifier les conditions du contrat, signées en t_0, durant la période d'attente ni après l'investissement.

Alors, en t_0 la firme connaît le coût total $I = \theta + K$, grâce à son information privée θ, tandis que, le principal en connaît seulement une partie soit K. Le déboursement du coût de l'investissement I en t_1 permet à la firme d'obtenir des flux constants de pétrole, notés R. Le prix du pétrole P_t est stochastique et varie selon un Mouvement Brownien Géométrique (MBG). La formule d'une variable qui suit un MBG est donnait par l'équation (1), ci-dessus. Tout au long de ce travail, nous supposons que les agents sont neutres au risque avec le taux d'intérêt sans risque r et que $r > \alpha$ pour empêcher la firme d'attendre définitivement[10].

3.2 Le problème du principal-agent (problème d'agence)

Baron (1989) a abordé le problème du principal-agent, en cas statique, lorsque la firme maximise son profit par le choix de la quantité de production optimale. Il considère que la taxe est un pourcentage de prix de l'actif, et le coût est une fonction de l'information privée et de l'output. Dans notre cas, nous introduisons le facteur temps dans le problème de choix de la date de l'investissement, d'où l'introduction de l'approche des options réelles, et nous supposons que la taxe est un pourcentage constant de la quantité produite.

---

[10] Les firmes ont une incitation naturelle à attendre toujours l'arrivée de nouvelles informations et donc à retarder leurs investissements. Pour que les firmes n'attendent pas pour toujours, il faut que le taux d'intérêt à placer son argent soit supérieur au taux de croissance.

Le problème du principal consiste donc à choisir la date optimale de l'investissement *(timing)* pour maximiser son profit sous contrainte de menu proposé, étant donné le problème d'asymétrie d'information.

Dans cette section nous clarifions tout d'abord le principe de révélation et son importance dans la conception d'un contrat optimal. Puis, nous résolvons le problème du choix de la date optimale de l'investissement sans asymétrie d'information et avec asymétrie d'information. Enfin, nous comparons les deux cas pour en tirer les résultats. Nous supposons que le prix et la taxe sont dépendants de l'information privée, tout au long de notre analyse.

3.2.1 Le principe de révélation

Comme mentionné ci-dessus, la firme est supposée connaître θ à la différence du gouvernement qui ne dispose que d'une information imparfaite sur θ qui est représentée par la fonction de densité $f(\theta)$, et définit sur le domaine Θ des types possibles, avec $\Theta = [\theta^{-}, \theta^{+}]$ alors, $\theta \in [\theta^{-}, \theta^{+}]$. Toute autre information est supposée être connue par les deux parties du contrat.

Le principal fait face à un problème d'optimisation en présence d'asymétrie d'information. En effet, à défaut d'aucun mécanisme d'incitation explicite, la firme aura toujours l'intention de revendiquer des fausses données sur le projet, et d'exagérer le coût de l'investissement.

Le principal a donc besoin de concevoir le contrat optimal qui répond aux incitations de chaque partie et qui va induire la firme, d'un côté, à révéler, volontairement, la vraie valeur de son information privée, et de l'autre côté, à exercer son investissement à la date optimale qui correspond au prix critique. Pour définir le contrat optimal, le principal propose à la firme un menu «mécanisme» composé des fonctions de stratégies possibles, des prix et taxes, parmi lesquelles la firme choisit la stratégie optimale.

Ce contrat optimal doit être défini en concordance avec le principe de révélation. En effet, le principe de révélation stipule que le principal peut restreindre le choix des stratégies possibles du menu à celles dites profitables où la firme trouve optimal pour révéler la vraie valeur de son type (les stratégies dans lesquelles la firme n'a pas intérêt à mentir).

Selon Baron (1989, sect.4), en équilibre, le principal trouve optimal de choisir un mécanisme ou menu parmi la classe des mécanismes qui induit la firme à choisir le vrai type $\hat{\theta}(\theta) = \theta$. Le mécanisme d'équilibre caractérisé dans notre modèle est l'analogue de celui de Baron (1989) qui stipule que le gouvernement peut s'engager d'une façon crédible à ne pas renégocier sa politique de révélation, une fois que la firme révèle son coût. En réalité, la firme a une incitation naturelle, qui se manifeste par le choix des prix les plus élevés ou par l'exagération de son coût $\left(\hat{\theta} = \hat{\theta}(\theta) > \theta\right)$, afin d'obtenir un prix très élevé, et par conséquent, un profit plus élevé. Cette incitation ne doit pas être considérée en tant que fraude. Mais elle peut correspondre à la présentation sélective des données et de choix des méthodologies prévues, pour réaliser une politique plus profitable.

Pour atténuer cette incitation, et étant donné qu'il ne connaît pas θ, le principal préfère offrir à la firme un menu de fonctions de prix et de taxes, soit $\left(P(\theta), D(\theta)\right)$ qui amortit son incitation d'exagérer son coût de l'investissement. En effet, étant donné que, le remboursement (*royalty*) et le niveau du prix varient avec l'information privée θ ; c'est donc le remboursement et le prix qui induisent la firme à révéler son type θ. Trouver le mécanisme approprié est donc équivalent à trouver deux fonctions de θ, $P(\theta)$ et $D(\theta)$, qui soient telles que, si on lui donne l'option d'annoncer un certain $\theta(=\hat{\theta})$ et de se contraindre alors d'investir à la date correspondante à $P^{*}(\hat{\theta})$ et à payer $D(\hat{\theta})$, la firme choisira $\hat{\theta} = \theta$, révélant ainsi la vraie valeur de θ. Avec $\hat{\theta}$ la valeur, de coût de l'investissement, déclarée par la firme.

Nous résumons ci-après la séquence du jeu :

1. Le principal (gouvernement) propose un menu : prix, remboursement (*royalty*) soit $\left(P(\theta), D(\theta)\right)$.
2. La firme accepte.
3. La firme apprend θ et choisit le prix optimal P^*, auquel elle commence l'investissement.
4. Les dispositions prévues dans le menu sont appliquées.

En vertu, du principe de révélation trouver le remboursement (*royalty*) qui permette le mieux d'approcher l'objectif selon les valeurs de θ, équivaut à trouver des fonctions $P(\hat{\theta})$ et $D(\hat{\theta})$ qui incitent la firme à choisir $\hat{\theta} = \theta$, et à trouver parmi ces fonctions celles (s'il en existe), qui optimisent l'objectif du principal sous condition que soit satisfaite la contrainte de révélation, qui exige que l'agent révèle la vraie valeur de θ, et la contrainte participation, qui exige que l'agent trouve son intérêt à participer au contrat que lui propose le principal. Nous commençons par établir ces deux contraintes qu'implique le principe de révélation.

3.2.1.1 La contrainte de révélation ou d'incitation

Cette contrainte assure que l'agent (la firme) adoptera les politiques en question selon les perspectives du principal, autrement dit, en concordance avec le menu proposé. Nous allons formuler le problème et établir les propriétés du mécanisme de révélation, puis nous construisons une fonction de profit (rente) qui dépend uniquement de la vraie valeur de l'information privée θ.

Notons par $F^a\left(\hat{\theta}, \theta; P_0, S_0\right)$ et P_a^*, respectivement, la valeur du projet et le prix critique de l'investissement de la firme, en présence d'asymétrie d'information et sous *principe de révélation*.

Tout d'abord, nous commençons par le calcul du profit espéré et actualisé de la firme après déduction de la taxe soit :

$$F^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)=E_{0}\left\{\left[V\left(P,S_{0}\right)-\left(\theta+K\right)-D(\hat{\theta})\right]e^{-rt_{1}\left(P_{a}^{*}(\hat{\theta})\right)}\right\}$$

En vertu de (2) et (3), cette valeur devient :

$$F^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)=\left[\left(\frac{P_{0}R}{(r-\alpha)}-\left(\left(\theta+K\right)+D(\hat{\theta})\right)\right)P_{0}^{b}P_{a}^{*\,b}(\hat{\theta})-P_{0}^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_{0}}{R}}P_{a}^{*\,2b+1}(\hat{\theta})\right]$$

La valeur totale actualisée de *royalty*, calculée selon le type déclaré par la firme, est :

$$D(\hat{\theta})=\int_{0}^{t}e^{-rt}\eta(\hat{\theta})Rdt\ (16)$$

La firme choisit $\hat{\theta}$ de façon à maximiser son profit; comme conditions nécessaires et suffisantes nous avons pour tout θ :

- Les C.P.O (Conditions du Premier Ordre) :

$$F_{\hat{\theta}}^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)=0\quad(17)$$

$$\Rightarrow\left[\left(\left(\left(\theta+K\right)+D(\hat{\theta})\right)-\frac{P_{0}R}{(r-\alpha)}\right)bP_{0}^{b}P_{a}^{*\,b-1}(\hat{\theta})+(2b-1)P_{0}^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_{0}}{R}}P_{a}^{*\,2b}(\hat{\theta})\right]\frac{dP_{a}^{*}(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}}-P_{0}^{b}P_{a}^{*\,b}(\hat{\theta})\frac{dD(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}}=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\left(\frac{P_{0}R}{(r-\alpha)}-\left(\left(\theta+K\right)+D(\hat{\theta})\right)\right)bP_{0}^{b}P_{a}^{*\,b-1}(\hat{\theta})-(2b-1)P_{0}^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_{0}}{R}}P_{a}^{*\,2b}(\hat{\theta})\right]\frac{dP_{a}^{*}(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}}+P_{0}^{b}P_{a}^{*\,b}(\hat{\theta})\frac{dD(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}}=0$$

- Les C.S.O (Conditions du Second Ordre) :

$$F_{\hat{\theta}\hat{\theta}}^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)\leq 0\ (18)$$

La firme sera incitée à dire la vérité (choisir $\hat{\theta}=\theta$) si et seulement si (17) et (18) sont satisfaites pour $\hat{\theta}=\theta$, et ceci pour tout θ. L'utilisation de cette remarque sous-tend l'approche du premier ordre au problème de l'agence : pour un changement $d\theta$ dans θ, la firme effectuera un changement identique $d\hat{\theta}=d\theta$ dans sa déclaration et la condition (17) restera satisfaite. Si nous différencions (17) totalement, nous trouvons :

$F_{\hat{\theta}\hat{\theta}}^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)d\hat{\theta}+F_{\hat{\theta}\theta}^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)d\theta=0$ Lorsque $d\hat{\theta}=d\theta$ et $\hat{\theta}=\theta$

Donc : $$F_{\hat{\theta}\hat{\theta}}^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)+F_{\hat{\theta}\theta}^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_{0},S_{0}\right)=0$$

Étant donné (18) il s'ensuit que : $F^{a}_{\hat{\theta}\theta}\left(\hat{\theta},\theta;P_0,S_0\right)\geq 0$.

Si nous explicitons cette dérivée partielle, ça donne :

$$F^{a}_{\hat{\theta}\theta}\left(\hat{\theta},\theta;P_0,S_0\right)=F^{a}_{\theta\hat{\theta}}\left(\hat{\theta},\theta;P_0,S_0\right)=bP_0P_a^{*-b-1}(\theta)\frac{dP_a^{*}(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}}>0$$

$$\Rightarrow\quad \frac{dP_a^{*}(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}}>0 \quad (19)$$

Donc, plus le coût déclaré par la firme est élevé plus le prix critique est élevé et par conséquent. plus la date de l'investissement est retardé.

Si ces conditions sont satisfaites nous avons toujours $\hat{\theta}=\theta$ et le profit espéré de la firme après déduction de *royalty* est égal à la valeur maximisée de projet sous contrainte de principe de révélation et les autres contraintes citées ci-après :

$$\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)=\max_{\hat{\theta}}F^{a}\left(\hat{\theta},\theta;P_0,S_0\right)$$

$$S.C.\quad\begin{cases}\mathrm{T}=\dfrac{\mathrm{S}_0}{\mathrm{R}}\\ R\ \text{donnée}\\ \mathrm{S}_0\ \text{donné}\\ (\mathrm{P}(\theta),D(\theta))\\ dP=\alpha Pdt+\sigma Pdz\end{cases}$$

Alors, pour $\hat{\theta}=\theta$ nous pouvons réécrire le profit de la firme comme :

$$\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)\equiv F^{a}\left(\theta,\theta;P_0,S_0\right)=\left[\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-\left((\theta+K)+D(\theta)\right)\right)P_0^{b}P_a^{*-b}(\theta)-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*-2b-1}(\theta)\right]$$

A partir de cette équation, nous pouvons obtenir la valeur de la *royalty* en fonction de prix et la valeur de l'option. Tout d'abord, réécrivons Φ comme :

$$\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)\equiv F^{a}\left(\theta,\theta;P_0,S_0\right)=\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^{b}P_a^{*-b}(\theta)-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*-2b-1}(\theta)-D(\theta)P_0^{b}P_a^{*-b}(\theta)$$

Donc la valeur de remboursement devient :

$$\Rightarrow D(\theta)=\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*\,b+1}(\theta)-P_0^{-b}P_a^{*b}(\theta)\Phi(\theta;P_0,S_0) \quad (20)$$

Etant donné que, $\frac{d\Phi(\theta;P_0,S_0)}{d\theta}=F_{\theta}^{a}(\theta,\theta;P_0,S_0)+F_{\theta}^{a}(\theta,\theta;P_0,S_0)$ et en vertu de (17); alors :

$$\dot{\Phi}(\theta;P_0,S_0)=\frac{d\Phi(\theta;P_0,S_0)}{d\theta}=F_{\theta}^{a}(\theta,\theta;P_0,S_0)=-\left(\frac{P_0}{P_a^{*}(\theta)}\right)^{b}<0$$

$$\Rightarrow \quad \dot{\Phi}(\theta;P_0,S_0)<0 \quad (21)$$

Plus le coût de l'investissement est élevé plus la valeur de la firme est petite. Nous allons nous en servir dans la solution du problème d'optimisation sociale.

3.2.1.2 La contrainte de rationalité

Nous avons élaboré, ci-dessus, les contraintes nécessaires et suffisantes pour que la firme révèle le vrai θ après avoir fait un choix du menu proposé par le gouvernement. Il se peut que la firme ne fasse pas de choix si elle juge qu'il implique des profits négatifs. Pour qu'elle accepte donc de participer à ce jeu, il faut en outre que la contrainte de participation (rationalité) soit satisfaite.

$\Phi(\theta;P_0,S_0)\geq 0$ Pour tout θ tel que la firme participe

Ou, puisque $\dot{\Phi}(\theta;P_0,S_0)<0$

$$\Phi(\bar{\theta};P_0,S_0)\geq 0 \quad (22)$$

Avec, $\bar{\theta}$ la plus grande valeur de θ (plafonnement), pour laquelle la firme choisit d'investir.

3.2.2 L'optimisation sociale sous contrainte de révélation

L'objectif du gouvernement est de maximiser le bien-être social par choix des fonctions $P_a^*(\theta)$ et $D(\theta)$ sous les contraintes de révélation et de rationalité, ainsi que les contraintes établies ci-dessus : (19), (20), (21), (22). Le gouvernement octroie des rentes à la firme à condition qu'elle investisse à la date optimale qui correspond au prix critique calculé ci-dessous, soit $P_a^*(\theta)$.

Le planificateur social définit le bien-être social. Il accorde une pondération à la rente de la firme. Notons par μ la pondération que le planificateur social accorde à la rente (profit) de la firme, avec $\mu \in [0,1[$. En effet, un \$ sous forme de profits pour la firme, vaut seulement μ\$ pour le principal. L'une des justifications de cette hypothèse est que l'état poursuit ses objectifs sociaux à l'aide d'instruments fiscaux[11]. Le planificateur social (le principal) intègre les intérêts de la firme dans l'objectif du bien-être social.

3.2.2.1 La fonction d'objectif

La fonction d'objectif du planificateur social, qui est aussi le principal, combine les intérêts espérés de l'agent et du reste de la société actualisés à la date 0. L'objectif s'exprime comme l'espérance du bien-être social calculée sur l'intervalle des valeurs de θ, de la plus faible θ^- au plafond $\bar{\theta}$.

Lorsque le gouvernement délègue le droit d'extraction de ses ressources naturelles à un agent (firme), la valeur de l'option du bien-être social est divisée en deux composantes : l'option de la firme et l'option du reste de la société. Ainsi, la somme de ces valeurs d'options donne la valeur de l'option du bien-être social.

[11] Cf. ECO8530: Investissement et Risque (UQAM. 2004). Lasserre. P.

Alors, l'objectif du planificateur social (principal) sera :

$$\int_{\theta}^{\bar{\theta}} E_0\left\{\left(\mu\left[V\left(P,S_0\right)-\left(\theta+K\right)-D(\theta)\right]+D(\theta)\right)e^{-rt_1\left(P_a^*(\theta)\right)}\right\}f(\theta)d\theta$$

Ou bien : $$\int_{\theta^-}^{\bar{\theta}}\left\{\mu F^a(\theta,\theta;P_0,S_0)+E_0\left(D(\theta)e^{-rt_1\left(P_a^*(\theta)\right)}\right)\right\}f(\theta)d\theta$$

Nous avons déjà calculé la valeur de la firme $F^a\left(\theta.\theta;P_0,S_0\right)$ soit :

$$F^a\left(\theta,\theta;P_0,S_0\right)=\left[\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-\left(\left(\theta+K\right)+D(\theta)\right)\right)P_0^bP_a^{*-b}(\theta)-P_0^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*-2b+1}(\theta)\right]$$

Remplaçons cette valeur dans la fonction d'objectif du principal. L'objectif du principal devient :

$$\int_{\theta}^{\bar{\theta}}\left[\mu\left\{\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-\left(\theta+K\right)\right)P_0^bP^{*-b}(\theta)-D(\theta)P_0^bP^{*-b}(\theta)-P_0^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P^{*-2b+1}(\theta)\right\}+D(\theta)P_0^bP^{*-b}(\theta)\right]f(\theta)d\theta \quad (23)$$

Notre objectif consiste à maximiser l'objectif du principal, donné par l'équation (23), sous les contraintes : (19), (20), (21), (22), en utilisant l'information $f(\theta)$ dont dispose le gouvernement sur le type de la firme θ.

Avant d'analyser le problème du principal sous asymétrie d'information, nous établissons, brièvement, le problème du principal dans le cas de référence.

3.2.2.2 Le cas de référence (la pleine information)

Il est utile de commencer notre analyse par la recherche du problème du contrat optimal lorsque le coût de l'investissement est totalement observé par les deux agents. Autrement dit, le gouvernement peut observer θ. c'est le cas de pleine information. Dans ce cas, la valeur de contrat de la firme est nulle. Ainsi, le principal peut concevoir le contrat de façon à punir l'agent s'il n'agit pas de la manière qu'il juge préférable. En effet, la firme et le principal pour objectif de maximiser la valeur de leur option. Si le principal a la même information que la firme, le problème de l'investissement serait optimisé selon les préférences du principal, en tant que propriétaire de ressources, et l'agent sera compensé, seulement, par le coût de l'investissement.

L'optimum de pleine information est donné par la solution du problème consistant à maximiser l'utilité espérée d'un agent (le gouvernement), sous contrainte que l'autre agent (la firme) obtienne un niveau d'utilité espérée arbitraire donné, qui peut correspondre à la condition du profit nul.

Notons par, $P_p^*(\theta)$ et F^P, respectivement, le prix critique et la valeur de la firme en pleine information. L'optimisation se fait par le choix de $P_p^*(\theta)$ et d'un remboursement $D(\theta)$ de la firme vers le principal. Le remboursement de la firme rapporte 1\$ pour le principal et coûte μ\$. Le problème est donc :

$$\max_{P_p, D}\left\{E_0\left[D(\theta)e^{-rt_1\left(P_p^*\right)}\right] \text{ S.C. } \mu E_0\left[\left(V\left(P,S_0\right)-\left(\theta+K\right)-D(\theta)\right)e^{-rt_1\left(P_p^*\right)}\right]\geq 0\right\}$$

En vertu de (2) et (3), le problème de maximisation devient :

$$\max_{P_p, D}\left\{\left[P_0 P_p^{*-b} D(\theta)\right] \text{ S.C } \mu\left[\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\left(\theta+K\right)+D(\theta)\right)\right)P_0^b P_p^{*-b} - P_0^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_p^{*-2b+1}\right]\geq 0\right\}$$

Pour trouver le prix critique, nous dérivons le Lagrangien :

$$\ell = P_0 P_p^{*-b} D(\theta) + \lambda\mu\left[\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\left(\theta+K\right)+D(\theta)\right)\right)P_0^b P_p^{*-b} - P_0^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_p^{*-2b+1}\right]$$

Les C.P.O sur le lagrangien sont : $\ell_{P_p^*} = 0$, Alors ;

$$-bP_0 P_p^{*-b-1} D(\theta) - \lambda\mu\left[b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\left(\theta+K\right)+D(\theta)\right)\right)P_0^b P_p^{*-b-1} - (2b-1)P_0^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_p^{*-2b}\right] = 0$$

Avec P_p^* la valeur choisit de P_p auquel il est optimal d'investir. Nous avons que $1-\lambda\mu=0$

Pour un remboursement fini alors, $\lambda = \dfrac{1}{\mu}$ et donc :

$$-bP_0 P_p^{*-b-1} D(\theta) - \left[b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\left(\theta+K\right)+D(\theta)\right)\right)P_0^b P_p^{*-b-1} - (2b-1)P_0^{2b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_p^{*-2b}\right] = 0$$

Alors,

$$-b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^bP_p^{*b-1}+(2b-1)P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_p^{*2b}=0$$

$$\Leftrightarrow b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^bP_p^{*b-1}=(2b-1)P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_p^{*2b}$$

Simplifions et réarrangeons,

$$\Rightarrow P_p^{*1-b}=\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)}{(2b-1)P_0^b\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}$$

Donc, le prix critique qui correspond à la date optimale de l'investissement en pleine information devient :

$$P_p^*=\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)}{(2b-1)P_0^b\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{1}{b-1}} \qquad (24)$$

Il est à remarquer que cette valeur est égale à la valeur du prix optimal de l'investissement de la firme sans intervention du gouvernement donnée par la formule (13), c'est-à-dire $P_s^*=P_p^*$. Il en résulte que l'imposition d'un remboursement de la firme au principal, en pleine information, n'affecte pas le choix de la date optimale de l'investissement. Ce résultat est logique car le principal en pleine information observe tous les paramètres du projet. La firme sera obligée de choisir la même date d'investissement qu'elle choisit lorsque le gouvernement n'intervient pas, puisque c'est cette date qui maximise ses profits : le gouvernement pourra alors prélever la plus grande rente possible sur l'entreprise.

Si nous supposons que le principal impose «naïvement» cette formule sous information asymétrique, dans ce cas, les variables $P(\theta)$ et $D(\theta)$ seraient choisies selon l'information privée déclarée par la firme.

En vertu de (24), le prix optimal devient :

$$P_a^*(\hat{\theta}) = \left[\frac{b\left(\dfrac{P_0 R}{(r-\alpha)} - \left(\hat{\theta} + K\right) \right)}{(2b-1)P_0^b \dfrac{R}{\left(r-\alpha\right)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} \right]^{\frac{1}{b-1}}$$

D'autre part, en substituant cette valeur par la valeur de $P_a^*(\hat{\theta})$ dans la contrainte satisfaite avec égalité :

$$E_0\left(\left(V\left(P, S_0\right) - \left(\hat{\theta} + K\right) \right) e^{-rt_1\left(P_a^*(\hat{\theta})\right)} \right) = E_0\left(D(\hat{\theta}) e^{-rt_1\left(P_a^*(\hat{\theta})\right)} \right)$$

$$\Leftrightarrow P_0^b P_a^{*\,b}(\hat{\theta}) D(\hat{\theta}) = \left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - \left(\hat{\theta} + K\right) \right) P_0^b P_a^{*\,b}(\hat{\theta}) - P_0^{2b} \frac{R}{\left(r-\alpha\right)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*\,2b-1}(\hat{\theta})$$

La valeur de remboursement calculée, selon la valeur de l'information privée déclarée par la firme devient :

$$D(\hat{\theta}) = \left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - \left(\hat{\theta} + K\right) \right) - P_0^b \frac{R}{\left(r-\alpha\right)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*\,b-1}(\hat{\theta}) \quad (25)$$

Le profit de la firme est :

$$F^a\left(\hat{\theta}, \theta; P_0, S_0\right) = \left[\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - \left(\left(\theta + K\right) + D(\hat{\theta}) \right) \right) P_0^b P_a^{*\,b}(\hat{\theta}) - P_0^{2b} \frac{R}{\left(r-\alpha\right)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*\,2b-1}(\hat{\theta}) \right] \quad (26)$$

Substituons la valeur de $D(\hat{\theta})$ donnée par (25), dans (26), pour trouver le profit de la firme pour une réalisation effective θ, nous aurons :

$$F^a\left(\hat{\theta}, \theta, P_0, S_0\right) = \left[\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K) \right) P_0^b P_a^{*\,b}(\hat{\theta}) - P_0^{2b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*\,2b-1}(\hat{\theta}) - \left(\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - \left(\hat{\theta} + K\right) \right) - P_0^b \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*\,b-1}(\hat{\theta}) \right) P_0^b P_a^{*\,b}(\hat{\theta}) \right]$$

En simplifiant, le profit de la firme devient :

$$F^a\left(\hat{\theta}, \theta; P_0 . S_0\right) = \left[\hat{\theta} - \theta\right] \quad (27)$$

Nous constatons que le profit de la firme dépend de l'écart entre la valeur déclarée de coût de l'investissement et sa valeur réelle. Ce profit est à maximiser par le choix de $\hat{\theta}$. L'objectif de la firme est d'essayer d'exploiter son information privée, en déclarant un coût d'investissement plus élevé que le coût réel, afin de maximiser son profit. En effet, la firme a intérêt à déclarer $\hat{\theta}=\theta^{+}$; ou dans le pire des cas elle pourrait déclarer $\hat{\theta}=\theta^{-}$. En réalité, si la firme déclare $\hat{\theta}$ elle est incitée à retarder la date de l'investissement pour profiter au maximum de la volatilité de prix, et pour garder en vie l'option de flexibilité. En résumé, la firme a pour but de se faire offrir une compensation maximale. Ceci illustre l'importance, pour le principal, de prendre en considération les contraintes de révélation et de participation dérivées ci-dessus.

3.2.2.3 La présence d'asymétrie d'information

Dans cette sous section, nous allons résoudre le problème d'optimisation sociale sous information asymétrique où un propriétaire (le principal) dispose d'un gisement pétrolier, et qu'il a besoin d'un agent (la firme) pour investir dans l'extraction des réserves. Nous rappelons que la source de l'incertitude dans le projet provient de la fluctuation stochastique de prix. L'agent a une information privée sur une partie de coût de l'investissement.

En présence d'asymétrie d'information, le gouvernement essaie de concevoir un menu des stratégies des prix et taxes, pour induire la firme à déclarer la vraie valeur de son information privée. En effet, le gouvernement risque d'avoir des pertes dues à la possession par la firme d'une information privée. Ainsi, le principal doit essayer de concevoir le contrat qui permet à la firme de révéler sincèrement son information privée. Dans le but d'atteindre ses objectifs, le principal doit essayer de concevoir les deux types de contraintes expliquées ci-dessus, soit : la contrainte d'incitation et la contrainte de participation.

Pour maximiser l'objectif du principal (23), par le choix de la variable de contrôle $P_u^*(\theta)$, éliminons d'abord $D(\theta)$. En vertu de (20), la fonction d'objectif du principal devient :

$$\int_0^{\bar{\theta}}\left[\mu\left\{\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^bP_u^{*-b}(\theta)-D(\theta)P_0^bP_u^{*-b}(\theta)-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_u^{*-2b-1}(\theta)\right\}+D(\theta)P_0^bP_u^{*-b}(\theta)\right]f(\theta)d\theta$$

En simplifiant l'objectif du principal nous obtenons :

$$\int_{\theta^-}^{\bar{\theta}}\left[-(1-\mu)\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)+\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^{b}P_a^{*-b}(\theta)-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*-2b-1}(\theta)\right]f(\theta)d\theta \quad (28)$$

(Voir app.D.1)

Barron (1989) représente la valeur $(1-\mu)\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)$ comme une perte dans les bénéfices du principal qui doit abandonner ce montant à la firme. En vertu de cette formule, l'augmentation de la valeur du projet $\Phi(\theta;P_0,S_0)$ réduit l'objectif du planificateur social (le principal).

Cet objectif est à maximiser sous les contraintes : (19), (21), (22). La structure de ce problème est celle d'un problème de contrôle optimal où les variables sont définies dans l'espace des θ et la contrainte dynamique affecte les variations de la variable d'état $\Phi(\theta;P_0,S_0)$, donnée par (21), à travers l'espace des θ. La variable de contrôle, ici, est le prix critique auquel s'effectue l'investissement, soit $P_a^*(\theta)$. Nous rappelons que $\theta\in\left[\theta^-,\theta^+\right]$ et $\bar{\theta}$ est le maximum auquel la firme sera prête à investir ($\bar{\theta}$ peut être en peu plus petit que θ^+), $\bar{\theta}$ endogène (libre). Cette endogéniété de $\bar{\theta}$ va nous permettre de dériver les conditions de transversalité ci-dessous.

Pour résoudre ce problème du contrôle optimal, nous utilisons le Hamiltonien. Nous ignorons pour l'instant la contrainte (19)[12].

- Le Hamiltonien

$$H(\Phi,P_a^*(\theta),\eta)=\left[-(1-\mu)\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)+\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^{b}P_a^{*-b}(\theta)-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*-2b-1}(\theta)\right]f(\theta)+\eta\dot{\Phi}(\theta;P_0,S_0)$$

Avec η la variable associée. En vertu de (21), le Hamiltonien devient :

[12] Pour simplifier le problème de contrôle optimal, on ignore souvent les contraintes statiques dans la formulation et on vérifie par la suite qu'elles sont satisfaites

$$H(\Phi, P_a^*(\theta), \eta) = \left[-(1-\mu)\Phi(\theta; P_0, S_0) + \left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right) P_0^b P_a^{*-b}(\theta) - P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*-2b-1}(\theta)\right] f(\theta) - \eta P_0^b P_a^{*-b}(\theta) \quad (29)$$

Le Hamiltonien vise à corriger l'objectif statique pour tenir compte des effets futurs de la décision courante. Le terme $\eta\dot{\Phi}(\theta; P_0, S_0)$ effectue cette correction.

- Le principe du maximum

Le principe du maximum donne trois conditions nécessaires que doit satisfaire la solution d'un problème d'optimisation dynamique :

- ➢ La trajectoire de la variable d'état doit satisfaire $\dot{\Phi}(\theta; P_0, S_0) = \frac{\partial H(\Phi, P_a^*(\theta), \eta)}{\partial \eta} \ \forall \theta$, c'est la condition (21) ci-dessus.
- ➢ Le Hamiltonien doit être maximisé par rapport à la variable de contrôle, ce qui va nous permettre d'obtenir le niveau de prix critique :

$$\frac{\partial H(\Phi, P_a^*(\theta), \eta)}{\partial P_a^*(\theta)} = 0 \ \ \forall \theta$$

La dérivée donne,

$$\left[-b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right) P_0^b P_a^{*-b-1}(\theta) + (2b-1) P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*-2b}(\theta)\right] f(\theta) + b\eta P_0^b P_a^{*-b-1}(\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right) f(\theta) - \eta\right) b P_0^b P_a^{*-b-1}(\theta) = (2b-1) P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*-2b}(\theta) f(\theta)$$

Simplifions et réarrangeons,

$$\Rightarrow P_a^{*1-b}(\theta) = \frac{\left(\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right) f(\theta) - \eta\right) b P_0^b}{(2b-1) P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} f(\theta)}$$

Développons cette valeur;

$$P_a^{*1-b}(\theta)=\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)}{(2b-1)P_0^{\,b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}-\frac{b\eta}{(2b-1)P_0^{\,b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}f(\theta)}$$

Alors, le prix critique du problème du principal, qui correspond à la date optimale de l'investissement, devient :

$$P_a^{*}(\theta)=\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)}{(2b-1)P_0^{\,b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}-\frac{b\eta}{(2b-1)P_0^{\,b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}f(\theta)}\right]^{\frac{1}{1-b}} \qquad (30)$$

Il est à mentionner que nous ne connaissons pas la valeur de la variable associée pour savoir le niveau de prix critique et par conséquent, la date optimale de l'investissement.

- La troisième condition de principe du maximum nous permet de déterminer la variable associée η. La trajectoire de la variable associée doit satisfaire :

$$-\frac{\partial H(\Phi,P_a^{*}(\theta),\eta)}{\partial\Phi}=\frac{d\eta}{d\theta}=(1-\mu)f(\theta)$$

L'intégration de cette formule nous permet de déterminer la valeur de la variable associée η : $\eta=\Xi+(1-\mu)\Psi(\theta)$, avec Ξ la constante d'intégration et $\Psi(\theta)$ la distribution cumulative de θ avec : $\Psi(\theta)=\int_{\theta}^{\theta'} f(z)dz$ et $\Psi(\theta\ )=0,\Psi(\theta')=1$

Pour trouver la valeur de Ξ il faut faire appel à une condition de transversalité. Nous remarquons que la valeur maximisée du projet $\Phi(\theta;P_0,S_0)$ rentre négativement dans la fonction intermédiaire (28) et le Hamiltonien (29), il est donc préférable qu'elle soit la plus petite possible; il est donc préférable que la contrainte de participation (22), soit serrée : $\Phi(\bar{\theta};P_0,S_0)=0$. Étant donné que $\dot{\Phi}(\theta;P_0,S_0)<0$ (en vertu de (21)), il en résulte que $\Phi(\theta;P_0,S_0)>0\ \forall\theta<\bar{\theta}$. Donc. en particulier, $\Phi(\theta^{-};P_0,S_0)$ est libre et la condition de transversalité correspondante est $\eta(\theta^{-})=0$. Comme $\Psi(\theta^{-})=0$, il s'ensuit que $\Xi=0$. Il en résulte que : $\eta(\theta)=(1-\mu)\Psi(\theta)$ (31)

Après avoir calculé la valeur de la variable associée, nous pouvons donc déterminer la valeur de prix critique du problème d'optimisation sociale.

- Détermination et interprétation du prix optimal

Pour trouver le prix critique auquel il sera optimal d'investir, nous substituons (31) dans (30), ce qui donne :

$$P_u^*(\theta)=\left[\frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)}{(2b-1)P_0^b\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}-\frac{b(1-\mu)}{(2b-1)P_0^b\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\frac{\Psi(\theta)}{f(\theta)}\right]^{\frac{1}{1-b}} \quad (32)$$

Tout d'abord, nous remarquons que lorsque $\mu=1$ nous obtenons la valeur de prix critique en cas de pleine information. Dans la plupart de la littérature concernant l'asymétrie d'information, on étudie le cas où le principal n'accorde pas de poids au profit de la firme, c'est-à-dire, qu'il prend la rente la plus élevée possible à la firme ($\mu=0$).

Dans l'article de Maeland (2002), le terme $\Psi(\theta)/f(\theta)$ est appelé *le taux de hasard inverse*. Ce ratio représente la probabilité que le coût privé de l'investissement soit plus faible ou égale à θ, divisée par la fonction de densité de θ. Il interprète $\Psi(\theta)/f(\theta)$ comme un coût «d'inefficacité» causé par l'existence de l'information privée dont dispose la firme (avec $\mu=0$) et suppose que ce ratio est croissant en θ. En effet, ce ratio est omniprésent dans le problème de sélection adverse. Baron et Myerson (1982) et Laffont et Tirole (1986) montrent que la présence de ce ratio avec une information privée contribue à exagérer le coût de l'investissement.

En revanche, Maeland (2001) étudie le problème du principal dans le cas où l'information privée évolue stochastiquement et le compare avec le cas où l'information privée est constante (comme notre cas). Il trouve un résultat surprenant : la valeur espérée du revenu du principal est identique dans les deux cas, avec la seule différence que le ratio $\Psi(\theta)/f(\theta)$ est constant dans le cas où θ est constant, tandis qu'il fluctue dans le cas où θ est stochastique. En fait, si l'information privée ne change pas, l'agent déclare un seul type tout au long de la durée de vie du projet, tandis que dans le cas où l'information privée est stochastique, l'agent déclare ses informations à chaque période, et ces informations peuvent être non liées. Il est alors logique de croire que le cas où θ est stochastique peut donner plus de valeur à l'information privée de la firme que le cas où elle est constante, alors que ce n'est pas le cas. Il ajoute, de plus, que la raison pour laquelle la valeur constante de l'information privée de la firme est identique à sa valeur stochastique est que, dans les deux cas, on cherche à concevoir le contrat optimal lorsque la décision de l'investissement est déléguée à une firme.

Nous acceptons l'hypothèse de Mealand (2002), selon laquelle le ratio $h(\theta)=\Psi(\theta)/f(\theta)$ est croissant en θ tout au long de la démonstration. Tout d'abord, il faut noter que la formule (32) ne s'applique pas si l'investissement initial est nul ($I=(\theta+K)=0$) car, dans ce cas, la valeur du projet donnée par la formule (17) ne dépend pas de θ et par conséquent, il est impossible, d'un côté, de construire une fonction de la valeur maximisée de la firme $\Phi(\theta;P_0,S_0)$, qui est indépendante de θ, et de l'autre côté, d'obtenir la révélation de θ.

Pour savoir la nouvelle valeur de coût de l'investissement. Réécrivons (32) comme suit :

$$P_a^*(\theta)=\left[\frac{b\left(\dfrac{P_0R}{(r-\alpha)}-\left[(\theta+K)+(1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)\right]\right)}{(2b-1)P_0^b\dfrac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{1}{1-b}} \qquad (33)$$

Ou bien;

$$P_a^*(\theta)=\left[\frac{(2b-1)P_0^b\dfrac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}{b\left(\dfrac{P_0R}{(r-\alpha)}-\left[(\theta+K)+(1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)\right]\right)}\right]^{\frac{1}{b-1}} \qquad (34)$$

Nous constatons que le coût de l'investissement (le prix de l'exercice de l'option) s'élève de $\theta+K$ à $(\theta+K)+(1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)$ par rapport au cas de pleine information. Étant donné que $\Psi(\theta)/f(\theta)$ est croissant en θ, plus la valeur de coût de l'investissement en présence d'asymétrie d'information $(\theta+K)+(1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)$ est grande, plus le choix de la date optimale de l'investissement est retardé. En effet, la firme voit son coût d'investissement croit de $(\theta+K)$ à $(\theta+K)+(1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)$ en présence d'asymétrie d'information, ce qui entraîne l'augmentation de la valeur de prix critique et par conséquent, le report de la date optimale de l'investissement. Ce retardement peut être expliqué par la présence d'une valeur positive qui s'ajoute sur le coût de l'investissement initial, soit $((1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)>0,\ 0\leq\mu<1)$.

En réalité, l'agent fait face au problème de l'incertitude qui règne sur le prix de l'output et donc sur la valeur espérée des cash-flows futurs en plus du problème de l'asymétrie d'information. Ce qui affecte son choix de la date optimale de l'investissement irréversible.

L'une des conséquences de présence d'asymétrie d'information, est l'apparition de coût constant de l'investissement augmenté par la valeur $(1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)$ que Baron (1989) présente comme étant *le ratio de la rente marginale de l'information*. En effet, la rente de l'information résulte du fait que la firme avec son coût $I=\theta+K$ aura une incitation «naturelle» à rapporter son coût comme $I+\Delta\theta=(\theta+\Delta\theta)+K$, $\Delta\theta>0$ afin de maximiser son profit. Le gain généré par une telle exagération est approximativement :

$$\Phi(\theta+\Delta\theta;P_0,S_0)\cong\left[\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-\left((\theta+\Delta\theta+K)+D(\theta+\Delta\theta)\right)\right)P_0^{h}P_a^{*\,h}-P_0^{2h}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*\,2h-1}\right]$$

Pour éliminer cette incitation, le principal doit offrir à la firme une rente (profit) suffisante pour qu'elle renonce à cette exagération. Évidemment, à partir de l'objectif de bien-être social du gouvernement (23), la rente de l'information de la firme $(1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta)$ entraîne une réduction du bien-être lorsque $\mu<1$. Le principal préfère donc que cette rente soit la plus faible possible. Cependant, le principal ne peut pas éliminer complètement la rente informationnelle puisqu'elle résulte de la nécessité d'induire la firme à choisir la politique des prix qui lui convient. Par contre, nous remarquons à partir de (34), que la rente de l'information dépend négativement du prix optimal $P_a^*(\theta)$, le gouvernement peut alors réduire cette rente en augmentant le prix.

En plus, notons qu'en vertu de (34), le prix optimal excède le coût de l'investissement si $\mu < 1$. Autrement dit le prix est fixé au-dessus du coût de l'investissement $\theta + K$. Pour en connaître la raison, nous devons interpréter le bénéfice de la firme. En effet, le profit de la firme résulte uniquement de l'information privée dont elle dispose. Même si l'information est symétrique ($\mu = 1$), le principal aura toujours l'intention de fixer un prix égal au coût pour restreindre les rentes de la firme. Ainsi, le profit de la firme est une rente espérée de l'information privée, cette rente est donnée par la fonction de la valeur maximisée de projet soit $\Phi(\theta; P_0, S_0)$. D'une part, la rente de la firme est plus grande lorsque θ est plus petit (voir la contrainte (21)) et d'autre part, elle est plus grande quand la quantité extraite, avec un prix $P_a^*(\theta)$, est large.

Nous remarquons aussi en vertu de (34), d'une part, que lorsque, $\mu = 0$ le prix optimal excède le coût de l'investissement parce que le ratio $\Psi(\theta)/f(\theta)$ est croissant en θ. D'autre part, le prix est une fonction décroissante de μ; c'est-à-dire que plus le poids μ est grand, plus on donne du poids au bénéfice de la firme dans l'objectif du principal, et par conséquent, plus la perte de la firme $(1-\mu)\Phi(\theta; P_0, S_0)$ est petite, et donc plus le niveau du prix optimal est petit. Il en résulte que la date optimale de l'investissement va être avancée. En effet, plus le principal accorde à la firme un bénéfice, plus la firme aura intérêt à ne pas exagérer son coût θ, donc θ est petit, alors le prix critique diminue et la date optimale de l'investissement est avancée.

Enfin, en vertu de (34), le prix est une fonction croissante de θ. En effet, plus l'information privée est grande plus le coût est grand et donc, plus le prix critique est grand, et par conséquent, plus la date de l'investissement est reculée, ce qui ne contredît pas la contrainte (19). Notons que lorsque $\mu = 1$ dans (34), l'optimum de pleine information peut être atteint.

- Vérification de la contrainte d'incitation: $\dfrac{dP_a^*(\theta)}{d\theta} > 0$

Nous avons ignoré la contrainte d'incitation (19) dans la résolution explicite du problème d'optimisation, il reste donc à vérifier qu'elle est bien satisfaite. Notons par $h(\theta)$ *le taux du hasard inverse* soit : $h(\theta) \equiv \dfrac{\Psi(\theta)}{f(\theta)}$

Réécrivons (34) de la sorte :

$$P_a^*(\theta) = \left[\frac{(2b-1)P_0^b \dfrac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}{b\left(\left(\dfrac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right) - (1-\mu)h(\theta)\right)} \right]^{\frac{1}{b-1}}$$

$$= \left[(2b-1)P_0^b \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} \right]^{\frac{1}{b-1}} \left[b\left(\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right) - (1-\mu)h(\theta)\right) \right]^{-\frac{1}{b-1}}$$

Dérivons cette valeur par rapport à θ, nous obtenons :

$$\frac{dP_a^*(\theta)}{d\theta} = -\frac{1}{b-1}\left((2b-1)P_0^b \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} \right)^{\frac{1}{b-1}} \left(-b - (1-\mu)\frac{dh(\theta)}{d\theta} \right)^{-\frac{b}{b-1}}$$

$$= \frac{1}{b-1}\left((2b-1)P_0^b \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} \right)^{\frac{1}{b-1}} \bullet 1 \Big/ \left(b + (1-\mu)\frac{dh(\theta)}{d\theta} \right)^{\frac{b}{b-1}}$$

Étant donné que $b > 1$ et $(1-\mu) > 0$, la condition nécessaire pour que la contrainte $\dfrac{dP_a^*(\theta)}{d\theta} > 0$ soit satisfaite, est que $h(\theta) \equiv \dfrac{\Psi(\theta)}{f(\theta)}$ soit non décroissante en θ.

Etant donné que $\Psi(\theta)$ est une fonction croissante, cette condition sera vérifiée si la fonction de densité $f(\theta)$ ne croit pas trop vite. Nous avons supposé, ci-dessus, que le ratio h est croissant en θ, alors la contrainte est bien satisfaite.

- Détermination de $\bar{\theta}$

Le principal peut choisir le mécanisme incitatif de façon telle que la firme qui observait un niveau de θ supérieur à une certaine limite $\bar{\theta}$ trouve préférable de ne pas produire. Il est possible qu'il soit dans l'intérêt du principal de choisir $\bar{\theta} < \theta^{+}$ si cela lui permet d'extraire des taxes plus élevées et/ou de réduire les distorsions dans les autres réalisations de θ. Pour déterminer $\bar{\theta}$, notons qu'il y a deux possibilités : $\bar{\theta} < \theta^{+}$ ou $\bar{\theta} = \theta^{+}$.

Si $\bar{\theta} < \theta^{+}$ la condition de transversalité s'appliquant ($\bar{\theta}$ endogène) est $H(\bar{\theta}) = 0$. Comme $\Phi(\bar{\theta}; P_0, S_0) = 0$ ceci implique, en remplaçant η par sa valeur donnée par (31), dans le Hamiltonien (29), que :

$$H(\Phi, P_a^{*}(\theta), \eta) = \left[-(1-\mu)\Phi(\theta; P_0; S_0) + \left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K)\right) P_0^{b} P_a^{*1/b}(\theta) - P_0^{2b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*2/b}(\theta)\right] f(\theta) - \eta P_0^{b} P_a^{*1/b}(\theta)$$

Alors, $$\left[\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\bar{\theta} + K)\right) - P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*1/b}(\bar{\theta})\right] f(\bar{\theta}) - (1-\mu)\Psi(\bar{\theta}) = 0 \quad (35)$$

Cette condition doit tenir compte en même temps que le principe du maximum, appliqué en $\bar{\theta}$. Remplaçons θ, par $\bar{\theta}$ dans la formule (32), ce qui nous donne :

$$P_a^{*1/b}(\bar{\theta}) = \frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\bar{\theta} + K)\right)}{(2b-1) P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} - \frac{b(1-\mu)}{(2b-1) P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} \frac{\Psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}$$

$$\Rightarrow P_a^{*1/b}(\bar{\theta})(2b-1) P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} f(\bar{\theta}) = b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\bar{\theta} + K)\right) f(\bar{\theta}) - b(1-\mu)\Psi(\bar{\theta})$$

Il en découle que :

$$\left[-b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\bar{\theta}+K\right)\right)+(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*1-b}(\bar{\theta})\right]f(\bar{\theta})+b(1-\mu)\Psi(\bar{\theta})=0 \quad (36)$$

(35) et (36), constituent un système de deux équations à deux inconnues $\bar{\theta}$ et P_a^*, on vérifie s'il existe une solution telle que, $\bar{\theta}<\theta^+$ le cas échéant, c'est bien cette condition $\bar{\theta}\in\left[\bar{\theta},\theta^+\right]$ qui s'applique. Sinon, nous avons l'autre cas $\bar{\theta}=\theta^+$.

Multiplions (35) par $(-b)$, nous trouvons le système des équations :

$$\begin{cases}\left[-b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\bar{\theta}+K\right)\right)+(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*1-b}(\bar{\theta})\right]f(\bar{\theta})+b(1-\mu)\Psi(\bar{\theta})=0 & (36a)\\ \left[-b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\bar{\theta}+K\right)\right)+bP_0^{b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*1-b}(\bar{\theta})\right]f(\bar{\theta})+b(1-\mu)\Psi(\bar{\theta})=0 & (36b)\end{cases}$$

Soustrayons (36a) de (36b), nous obtenons que : $2b-1-b=b-1=0$, donc :

$b=1$, tandis que $b>1$. La solution n'est pas vérifiée, donc nous avons le cas où $\bar{\theta}=\theta^+$.

- Variation de la taxe par rapport à l'information privée θ

En considérant (20), dérivons la taxe par rapport à l'information privée, nous obtenons :

$$\frac{dD(\theta)}{d\theta}=-1-\left((1-b)P_0^{b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*b}(\theta)+bP_0^{-b}P_a^{*b-1}(\theta)\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)\right)\frac{dP_a^*(\theta)}{d\theta}$$

$$\Rightarrow\frac{dD(\theta)}{d\theta}=-1-\left(bP_0^{-b}P_a^{*b-1}(\theta)\Phi\left(\theta;P_0,S_0\right)-(b-1)P_0^{b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*b}(\theta)\right)\frac{dP_a^*(\theta)}{d\theta}$$

Nous avons déjà montré que la contrainte d'incitation est satisfaite, pour tout h non décroissante, donc $\frac{dP_a^*(\theta)}{d\theta}>0$ en plus $b>1$, nous en déduisons donc que: $\frac{dD(\theta)}{d\theta}<0$.

Donc, la taxe (*royalty*) est une fonction décroissante du coût. En effet, plus le coût de l'investissement est élevé plus la valeur de projet est petite et par conséquent les rentes diminuent et la quantité extraite baisse. Étant donné que le remboursement (taxe) est un pourcentage de la quantité extraite, la taxe va alors diminuer.

En présence d'asymétrie d'information, l'agent a intérêt à mentir en exagérant sa déclaration de coût θ afin d'augmenter son prix critique et par conséquent à reporter son investissement. Le principal peut demander aux θ élevés un remboursement plus important, pour réduire l'incitation de la firme à mentir et obtenir la vérité à un moindre coût. Mais comme la firme n'a jamais intérêt à prétendre observer un coût d'investissement faible $\theta = \theta^-$, il n'est pas nécessaire, donc, de demander des taxes (*royalties*) élevées dans ce cas.

- Remboursement optimal

Le mécanisme d'équilibre, explicité ci-dessus, sera donc composé de la valeur du prix optimal donnée par (32) et la valeur du remboursement préétabli (*royalty*) optimal, que nous calculons ainsi. Nous avons dérivé la formule de *royalty* en fonction de prix et de la valeur de projet soit :

$$D(\theta) = \left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K) \right) - P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*\,b+1}(\theta) - P_0^{-b} P_a^{*b}(\theta) \Phi(\theta; P_0, S_0)$$

Pour calculer le remboursement optimal, substituons le prix dans cette équation par sa valeur optimale donnée par :

$$P_a^*(\theta) = \left[\frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K) \right)}{(2b-1) P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} - \frac{b(1-\mu)}{(2b-1) P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} \frac{\Psi(\theta)}{f(\theta)} \right]^{\frac{1}{1-b}}$$

Donc, la *royalty* (taxe) optimale, notée $D^*(\theta)$ sera :

$$D^*(\theta) = \left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K) \right) \left(\frac{b-1}{2b-1} \right) - \frac{b(1-\mu)}{(2b-1)} h - P_0^{-b} \left[\frac{b\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - (\theta + K) \right) - b(1-\mu)h}{(2b-1) P_0^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} \right]^{\frac{b}{1-b}} \Phi(\theta; P_0, S_0) \quad (37)$$

- La valeur optimale de l'option de la firme

Nous pouvons obtenir la valeur optimale de l'option de la firme, notée Φ^*, correspondante au mécanisme optimal de révélation $\left(P^*(\theta), D^*(\theta)\right)$. Elle est donnée par la formule suivante :

$$\Phi^{*}\left(\theta ; P_{0}, S_{0}\right)=\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right) P_{0}^{b} P_{a}^{*-b}(\theta)-P_{0}^{2 b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}} P_{a}^{*-2b+1}(\theta)-D^{*}(\theta) P_{0}^{b} P_{a}^{*-b}(\theta) \quad (38)$$

Nous substituons le prix optimal (32) et la taxe optimale (37) dans (38) pour trouver la valeur optimale de la firme correspondante au principe de révélation, soit :

$$\Phi^{*}\left(\theta ; P_{0}, S_{0}\right)=P_{0}^{b}\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)\left[\frac{b\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu) h}{(2 b-1) P_{0}^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}}}\right]^{\frac{b}{b-1}}-P_{0}^{2 b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}}\left[\frac{b\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu) h}{(2 b-1) P_{0}^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}}}\right]^{\frac{2 b-1}{b-1}}$$

$$-\left[\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)(b-1)-b(1-\mu) h\right]\left[\frac{b\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu) h}{(2 b-1) P_{0}^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}}}\right]^{\frac{b}{b-1}}\left(\frac{P_{0}^{b}}{(2 b-1)}\right)-\Phi\left(\theta ; P_{0}, S_{0}\right)$$

Simplifions et réarrangeons, la valeur optimale de l'option de la firme devient :

$$\Phi^{*}\left(\theta ; P_{0}, S_{0}\right)=\frac{1}{2} \frac{b P_{0}^{b}}{(2 b-1)}\left[\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)+(1-\mu) h\right]\left[\frac{b\left(\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-(1-\mu) h\right)}{(2 b-1) P_{0}^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}}}\right]^{\frac{b}{b-1}}$$

$$-\frac{1}{2} \frac{P_{0}^{2 b} R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}}\left[\frac{b\left(\left(\frac{P_{0} R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-(1-\mu) h\right)}{(2 b-1) P_{0}^{b} \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha) \frac{S_{0}}{R}}}\right]^{\frac{2 b-1}{b-1}}$$

(Voir app.D.2)

3.3 Asymétrie d'information vs Pleine information

En comparant la solution du choix de la date optimale de l'investissement, du problème d'optimisation sociale en pleine information, avec la solution sous information asymétrique, nous allons identifier l'impact de l'asymétrie d'information sur la décision de l'investissement d'un problème principal-agent.

En vertu de (32) et (24), nous pouvons écrire le prix optimal en présence d'une information privée en fonction du prix optimal en cas de référence, soit :

$$P_a^{*1-b}(\theta) = P_p^{*1-b}(\theta) - \frac{b(1-\mu)}{(2b-1)P_0^b \dfrac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} \frac{\Psi(\theta)}{f(\theta)} \quad (39)$$

$$\Leftrightarrow P_a^{*1-b}(\theta) = P_p^{*1-b}(\theta) - \beta$$

Nous vérifions le signe du terme β :

$$\beta = \frac{b(1-\mu)}{(2b-1)P_0^b \dfrac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}} \frac{\Psi(\theta)}{f(\theta)} > 0 \text{ Car } b>1,\ 0 \leq \mu < 1 \text{ et } (r-\alpha)>0\ .$$

Donc si $\eta = (1-\mu)\Psi(\theta) \neq 0$ et $\theta \neq \theta^-$, le terme β est strictement positif, ça implique que :

$$P_a^{*1-b}(\theta) < P_p^{*1-b}(\theta)$$

$$\Leftrightarrow P_a^{*b-1}(\theta) > P_p^{*b-1}(\theta)$$

Étant donné que $b > 1$ donc $b-1>0$, Nous en déduisons que :

$$P_a^*(\theta) > P_p^*(\theta) \quad (40)$$

Alors, le niveau du prix optimal de l'investissement, en présence d'une information privée, est supérieur à celui du prix optimal de l'investissement en pleine information. Nous constatons donc qu'il y a distorsion par rapport à l'optimum de pleine information si $\eta \neq 0$. Cette distorsion résulte du désire du principal d'obtenir l'information pour obtenir de la firme des rentes maximales. Cette distorsion, causée par la présence d'une information asymétrique, entraîne un sous-investissement : le principal trouve optimal de choisir un prix critique très élevé, et par conséquent de retarder la date de son investissement par rapport à la date de l'investissement en cas de pleine information.

Afin d'identifier l'impact du retard de la date optimale de l'investissement sur la valeur du bien-être social, en vertu de (23), nous remarquons que cette valeur est faible lorsque le prix est grand. En effet, étant donné que le prix optimal sous asymétrie d'information est plus grand que celui de pleine information, il en résulte que la valeur du bien-être social est plus faible en présence du problème d'asymétrie d'information. Par ailleurs, comme nous avons montré ci-dessus, la valeur de l'option du principal diminue suite à la présence d'un coût d'investissement supplémentaire, en l'occurrence, $((1-\mu)\Psi(\theta)/f(\theta))$. Il en résulte que la valeur de l'option du principal devient plus faible que sa valeur en pleine information, d'où l'inefficacité due à l'asymétrie d'information par rapport à la pleine information.

De plus, en vertu de (39), nous remarquons que pour les firmes avec θ les plus faibles ($\theta = \theta^-$) le prix optimal en asymétrie d'information $P_a^*(\theta)$ est égal au prix optimal en pleine information $P_p^*(\theta)$ car $\Psi(\theta^-) = 0$. Pour des valeurs faibles du coût de l'investissement ($\theta = \theta^-$) le principal gagne plus de rente. En effet lorsque $\theta = \theta^-$, nous nous retrouvons dans le cas de pleine information. La rente de la firme est maximale et le principal prendra toute la rente de la firme.

En revanche, pour des valeurs élevées du θ, le principal amplifie la distorsion pour avoir une plus grande rente. Plus précisément pour $\theta = \theta^+$ la rente de la firme s'annule ($\Phi\left(\theta^+\right) = 0$) mais la distorsion est forte. Il y a donc un arbitrage entre rentes et distorsions. Nous avons montré que pour que la valeur de la firme soit la plus petite, il est préférable que la contrainte de participation soit serrée c'est-à-dire $\Phi(\bar{\theta}; P_0, S_0) = 0$. D'une part. $\Phi(\theta; P_0, S_0) > 0 \ \forall \theta < \bar{\theta}$ car $\dot{\Phi}(\theta; P_0, S_0) < 0$. D'autre part, nous avons montré que $\bar{\theta} = \theta^+$. Il en découle que $\Phi(\theta^+; P_0, S_0) = 0$.: la rente de la firme devient nulle pour un coût d'investissement élevé soit $\theta = \theta^+$. En résumé, l'équation (40) est satisfaite avec égalité en $\theta = \theta^-$ et avec inégalité stricte $\forall \theta \in \left]\theta^-, \theta^+\right]$.

Enfin, pour calculer la rente du principal lorsque $\theta = \theta^+$ et $\Phi\left(\theta^-\right) = 0$, remplaçons θ par θ^+ dans (20) nous trouvons :

$$D(\theta^+) = \left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)} - \left(\theta^+ + K\right)\right) - P_0^h \frac{R}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}} P_a^{*\,h+1}(\theta^+) - P_0^{\ h} P_a^{*h}(\theta^+)\Phi\left(\theta^+; P_0, S_0\right)$$

Comme $\Phi\left(\theta^{+}\right)=0$ la rente du principal devient :

$$D(\theta^{+})=\left(\frac{P_0 R}{(r-\alpha)}-\left(\theta^{+}+K\right)\right)-P_0^{\,b}\frac{R}{\left(r-\alpha\right)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_a^{*\;b+1}(\theta^{+})$$

Cela veut dire que la *royalty* payée au principal est égale à la totalité de la rente de la firme. Le gouvernement prend tout le profit de la firme.

CONCLUSION

Ce travail utilise l'approche des options réelles pour étudier les modèles de choix de la date optimale des investissements irréversibles en présence, d'un côté, du problème d'asymétrie d'information entre le principal et la firme, et d'un autre côté, d'un remboursement préétabli de la firme au principal. La présence d'une information asymétrique mène à ce qu'on appelle le problème d'agence ou du principal-agent.

Lorsqu'il délègue la décision d'extraction de son gisement pétrolier à un agent, sous information asymétrique, le principal doit concevoir un menu des stratégies à adopter pour inciter l'agent à révéler la vraie valeur de son information privée. Ce travail présente un modèle de contrat optimal pour le problème du principal-agent en présence d'asymétrie d'information, de l'incertitude sur le prix de l'output observable, et de l'imposition d'un remboursement (*royalty*) de l'agent vers le principal. Cette *royalty* est la contrepartie de la possession du droit d'extraction des réserves pétrolières.

La présence d'asymétrie d'information provoque l'apparition de rentes au profit de l'agent informé et de distorsions dans l'allocation des réserves par rapport à l'optimum de pleine information. Ces distorsions n'existent pas dans le cas extrême, quand le principal ne voit pas d'inconvénient à abandonner suffisamment de rentes exigibles à la partie informée. Dans les cas intermédiaires le principal abandonne le moins possible de rentes à la firme. Il y a un arbitrage entre rentes et distorsions : le gouvernement accepte des distorsions pour abandonner moins de rentes.

Nous avons montré que le gouvernement choisira, en pleine information, la même date optimale de l'investissement que celle choisie par la firme sans l'intervention du gouvernement. En revanche, nous avons montré, en utilisant le principe de révélation dans le problème d'optimisation du principal, que la valeur de l'option du principal diminue suite à un coût supplémentaire d'investissement, ce qui entraîne la baisse de la valeur de l'option du principal par rapport au cas de référence.

De plus, nous avons montré, en utilisant l'approche des options réelles, que la présence d'une information asymétrique cause une distorsion qui entraîne un sous-investissement : le principal trouve optimal de choisir un prix critique très élevé, et par conséquent de retarder la date de son investissement par rapport à la date de l'investissement en cas de pleine information. Nous en avons déduit que le niveau efficace de l'investissement social ne peut pas être atteint en présence d'asymétrie d'information.

Enfin, nous avons montré, d'une part, que plus le coût de l'investissement de la firme est élevé, plus le remboursement (taxe) est faible et que, d'autre part, pour des valeurs élevées du coût de l'investissement, la rente de la firme est nulle alors que pour la firme avec la valeur du coût d'investissement la plus faible, la rente du principal est maximale.

APPENDICE A

CALCUL STOCHASTIQUE

• A.1 Espérance de la valeur présente d'un flux perpétuel qui suit un MBG

Le processus Brownien géométrique est une version stochastique de la fonction exponentielle. Comme dans le cas non stochastique, il s'ensuit que l'espérance de la valeur présente d'un flux perpétuel de P_t\$ ou P_t suit un Mouvement Brownien Géométrique (MBG), (s'accroît en moyenne au taux α); avec P_0 la valeur actuelle de flux, est :

$$E(\int_0^{\infty} e^{-rt} P_t dt) = \int_0^{\infty} e^{-rt} E(P_t) dt = \int_0^{\infty} e^{-rt} P_0 e^{\alpha t} dt = \frac{P_0}{(r-\alpha)}$$

Cette expression n'a pas de sens que si $(r-\alpha) > 0$.

• A.2 Calcul de l'espérance de prix qui suit un MBG

Si P_t suit un MBG, on peut l'écrire : $dP = \alpha P dt + \sigma P dz$

$\Rightarrow E(dP) = \alpha P dt + \sigma P E(dz)$, avec $E(dz) = 0$

Le taux de croissance espéré : $\dfrac{E(dP)}{P} = \alpha dt$, soit, P_0 la valeur courante de prix,

$$\begin{aligned} \Rightarrow P_1 &= P_0 + \Delta P \\ &= P_0 + \alpha P_0 \Delta t + \sigma P_0 \Delta z \end{aligned}$$

Prenons l'espérance ;

$$\Rightarrow E(P_1) = (1+\alpha\Delta t)P_0 \,/\, E(\Delta z) = 0$$
$$E(P_2) = (1+\alpha\Delta t)^2 P_0$$
$$\vdots$$
$$\mathrm{E}(\mathrm{P}_\tau) = (1+\alpha\Delta t)^\tau P_0 \xrightarrow[\Delta t \to 0]{} P_0 e^{\alpha\tau}$$

- **A.3 La valeur présente d'un flux stochastique qui suit un MBG, commencent en $t_1(P^*)$**

Supposons que les flux de versement commenceront à la date critique $t_1(P^*)$ où P_t atteindra pour la première fois la valeur critique $P^* > P_0$. L'espérance de la valeur présente de ce flux futur en $t = 0$, c'est à dire quand $P = P_0$, est calculée comme suit :

$$E_0\left(\int_{t_1(P^*)}^{\infty} e^{-rt} P_t dt\right) = E_{t=0}\left(e^{-rt_1(P^*)} \int_{t_1(P^*)}^{\infty} e^{-r(t-t_1(P^*))} P_t dt\right)$$
$$= E_{t=0}\left(e^{-rt_1(P^*)} \int_0^{\infty} e^{-rs} P_s ds \,/\, P_0 = P^*\right)$$
$$= E_{t=0}\left(e^{-rt_1(P^*)}\right) E_{t=0}\left(\int_0^{\infty} e^{-rs} P_s ds \,/\, P_0 = P^*\right) + \mathrm{cov}_{t=0}\left(e^{-rt_1(P^*)}, \int_0^{\infty} e^{-rs} P_s ds \,/\, P_0 = P^*\right)$$

P^* n'est pas aléatoire, de plus le processus brownien a la propriété que l'évolution future de la variable ne dépend que du niveau courant et non de la trajectoire passée qui a mené au niveau courant. Donc, $\left(\int_0^{\infty} e^{-rs} P_s ds \,/\, P_0 = P^*\right)$ ne dépend pas de la date à la quelle P atteint le niveau P^*. Alors, $\mathrm{cov}_{t=0}\left(e^{-rt_1(P^*)}, \int_0^{t} e^{-rs} P_s ds \,/\, P_0 = P^*\right) = 0$.

On conclut donc que :

$$E_0\left(\int_{t_1(P^*)}^{\infty} e^{-rt} P_t dt\right) = E_{P=P_0}\left(e^{-rt_1(P^*)}\right) \frac{P^*}{(r-\alpha)}$$
$$= \left(\frac{P_0}{P^*}\right)^{b} \frac{P^*}{(r-\alpha)}$$

- **A.4 Actualisation sur un intervalle de temps stochastique**

La valeur actuelle d'un dollar en P_t est e^{-rt}. Si t est stochastique, ce coefficient d'actualisation est stochastique.

Supposons que $t_1(P^*)$ est la première date ou une variable aléatoire P qui suit un MBG atteint la valeur critique $P^* > P_0$, avec $P(0) = P_0$.

$$E_{P=P_0}(e^{-rt_1(P^*)}) = \left(\frac{P_0}{P^*}\right)^b$$

Où b est la racine positive d'une équation quadratique.

(Voir Dixit et Pindyck, 1994, Ch.5, 2.A, P.142), sauf dans Dixit et Pindyck (1994), α est remplacé par $\rho - \mu$ et r par ρ. (Cf. ECO8530 : UQAM (2004), Lasserre, P)

APPENDICE B

FORMULATION DE L'ÉQUATION DE BELLMAN

- **B.1 L'équation de Bellman**

D'après Dixit et Pindyck (1994) le lemme d'Ito est :

$$dF^s(P_0,S_0;\theta)=F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)dP_s+\frac{1}{2}F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)dP_s^2$$

Remplaçons l'expression de prix stochastique (3) : ($dP_s=\alpha P_s dt+\sigma P_s dz$), dans cette expression on aura :

$$dF^s(P_0,S_0;\theta)=F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)\left(\alpha P_s dt+\sigma P_s dz\right)+\frac{1}{2}F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)\left(\alpha P_s dt+\sigma P_s dz\right)^2$$

Appliquons l'espérance avec $E(dz)=0$ nous trouvons la formule (4b) :

$$E(dF^s(P_0,S_0;\theta))=\alpha P_s F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)dt+\frac{1}{2}\sigma^2 P_s^2 F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)dt$$

Pour obtenir l'équation de Bellman, nous avons de (4) que :

$$rF^s(P_0,S_0;\theta)dt=E(dF^s(P_0,S_0;\theta))$$

Remplaçons le deuxième terme par sa valeur ci-dessus nous aurons :

$$rF^s(P_0,S_0;\theta)dt=\alpha P_s F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)dt+\frac{1}{2}\sigma^2 P_s^2 F^{s\prime\prime}(P_0,S_0;\theta)dt$$

Divisons les deux côtés par dt, donne l'équation de Bellman, soit la formule (5) :

$$rF^s(P_0,S_0:\theta)=\alpha P_s F^{s\prime}(P_0,S_0;\theta)+\frac{1}{2}\sigma^2 P_s^2 F^{s\prime\prime}(P_0,S_0:\theta)$$

- **B.2 Solution particulière de l'équation de Bellman**

Supposons, en général, que $F(P)=AP^b$; alors $F_P=bAP^{b-1}$ et $F_{PP}=b[b-1]AP^{b-2}$

En substituant dans : $rF(P_0,S_0;\theta)=\frac{1}{2}\sigma^2P^2F''(P_0,S_0;\theta)+\alpha PF'(P_0,S_0;\theta)$

Nous obtenons :

$$rAP^b=\alpha bAP^b+\frac{1}{2}\sigma^2b[b-1]AP^b$$
$$\Rightarrow rAP^b=\alpha bAP^b+\frac{1}{2}\sigma^2b[b-1]AP^b$$
$$\Rightarrow\left(r-\alpha b-\frac{1}{2}\sigma^2b[b-1]\right)AP^b=0$$

Ce qui est vérifiée si : $r-\alpha b-\frac{1}{2}\sigma^2b[b-1]=0$

Ou bien :

$$r-\alpha b-\frac{1}{2}\sigma^2b^2+\frac{1}{2}\sigma^2b=0$$
$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sigma^2b^2+\left[\alpha-\frac{1}{2}\sigma^2\right]b-r=0$$

.

APPENDICE C

VÉRIFICATION DE LA MÉTHODE DE PROGRAMMATION DYNAMIQUE

$$F^{s}\left(P_0,S_0;\theta\right)=\max_{P_s^*}\left\{E_0\left(V\left(P_s,S_0\right)-\left(\theta+K\right)\right)E_0\left(e^{-rt_s\left(P_s^*\right)}\right)\right\}$$

Nous remplaçons (2) et (3), la valeur de l'option devient :

$$F^{s}\left(P_0,S_0;\theta\right)=\max_{P_s^*}\left\{\left[\left(\frac{P_0}{(r-\alpha)}-\left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^{b}\frac{P_s^*}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}\right)R-\left(\theta+K\right)\right]\left(\frac{P_0}{P_s^*}\right)^{b}\right\}$$

$$\Leftrightarrow F^{s}\left(P_0,S_0,\theta\right)=\max_{P_s^*}\left\{\left(P_0^{b}\frac{P_0R}{(r-\alpha)}P_s^{*-b}-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_s^{*-2b+1}-\left(\theta+K\right)P_0^{b}P_s^{*-b}\right)\right\}$$

Dérivons les C.P.O, ce qui donne :

$$\frac{\delta F^{s}\left(P_0,S_0;\theta\right)}{\delta P_s^*}=0$$

$$\Rightarrow -bP_0^{b}\frac{P_0R}{(r-\alpha)}P_s^{*-b-1}-(1-2b)P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}P_s^{*-2b}+b\left(\theta+K\right)P_0^{b}P_s^{*-b-1}=0$$

Après simplifications le prix critique devient :

$$\Rightarrow P_s^*=\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-\left(\theta+K\right)\right)}{(2b-1)\frac{P_0^{b}R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{1}{1-b}}$$

Nous trouvons la même valeur de prix optimal obtenue par l'application de la méthode de programmation dynamique, soit la formule (13).

APPENDICE D

CALCUL DE L'OBJECTIF DU PRINCIPAL ET DE LA VALEUR DE L'OPTION OPTIMALE

- ## D.1 L'objectif du principal

Nous démontrons ci-dessous la formule de l'objectif du principal donnée par (23a) :

$$\int\left[\mu\left(\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)-D(\theta)P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)-\frac{R}{(r-\alpha)}P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)e^{\cdots}\right)+D(\theta)P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)\right]f(\theta)d\theta$$

$$\int\left[\mu\left(\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^{\gamma}P_n^{*}(\theta)-\left(\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-P_0^{\gamma}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{\cdots}P_n^{*}(\theta)-P_0^{\gamma}P_n^{*}\Phi(\theta,P_0,S_0)\right)P_0^{\gamma}P_n^{*}(\theta)-P_0^{\gamma}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{\cdots}P_n^{*}(\theta)\right]\right]f(\theta)d\theta$$

$$+\int\left[\left(\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-P_0^{\gamma}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{\cdots}P_n^{*}(\theta)-P_0^{\gamma}P_n^{*}\Phi(\theta,P_0,S_0)\right)P_0^{\gamma}P_n^{*}(\theta)\right]f(\theta)d\theta$$

$$\int\left[\mu(\Phi(\theta,P_0,S_0))+\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)-\frac{R}{(r-\alpha)}P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)e^{\cdots}-\Phi(\theta,P_0,S_0)\right]f(\theta)d\theta$$

$$\Rightarrow\int\left[-(1-\mu)\Phi(\theta,P_0,S_0)+\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)-\frac{R}{(r-\alpha)}P_0^{\gamma}P^{*}(\theta)e^{\cdots}\right]f(\theta)d\theta$$

- ## D.2 La valeur de l'option optimale Φ^{*}

Nous substituons le prix optimal (28) et la taxe optimale (32) dans (33) pour trouver la valeur de l'option optimale correspondante au principe de révélation; nous obtenons :

$$\Phi^{*}(\theta;P_0,S_0)=P_0^{b}\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu)h}{(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{b}{b-1}}$$

$$-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu)h}{(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{2b-1}{b-1}}$$

$$-\left[\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)(b-1)-b(1-\mu)h\right]\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu)h}{(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{b}{b-1}}\left(\frac{P_0^{b}}{(2b-1)}\right)-\Phi^{*}(\theta;P_0,S_0)$$

Simplifions et réarrangeons :

$$2\Phi^{*}(\theta;P_0,S_0)=P_0^{b}\left[\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)\left(1-\frac{(b-1)}{(2b-1)}\right)+\frac{b(1-\mu)h}{(2b-1)}\right]\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu)h}{(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{b}{b-1}}$$

$$-P_0^{2b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}\left[\frac{b\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-b(1-\mu)h}{(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{2b-1}{b-1}}$$

Finalement nous trouvons :

$$\Phi^{*}(\theta;P_0,S_0)=\frac{1}{2}\frac{bP_0^{b}}{(2b-1)}\left[\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)+(1-\mu)h\right]\left[\frac{b\left(\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-(1-\mu)h\right)}{(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{b}{b-1}}$$

$$-\frac{1}{2}\frac{P_0^{2b}R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}\left[\frac{b\left(\left(\frac{P_0R}{(r-\alpha)}-(\theta+K)\right)-(1-\mu)h\right)}{(2b-1)P_0^{b}\frac{R}{(r-\alpha)}e^{-(r-\alpha)\frac{S_0}{R}}}\right]^{\frac{2b-1}{b-1}}$$

BIBLIOGRAPHIE

Antle, R., P. Bogetoft and A. W. Stark. 2001. «Managerial Flexibility, Incentive Problems and the Timing of Investment». Forthcoming in a Book in Honor of Joel Demski.

Armstrong, M., A. Galli., W. Bailey and B. Couet. 2004. «Incorporating Technical Uncertainty in Real Option Valuation of Oil Projects». Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 44, p.67-82.

Baron, D. and D. Besanko. 1984b. «Regulation, Asymmetric Information and Auditing». Rand Journal of Economics, vol. 15 (Winter), p.447-470.

Bertrand, M. and S. Mullainathan. 2000. «Agents with and without Principals». The American Economic Review, vol. 90, no 2 (May), p.203-208.

Brennan, M. J. and E. S. Schwartz. 1985. «Evaluating Natural Resource Investments». Journal of Business, vol. 58, p.135-157.

Davis, G. A. and R. Schantz. 2004. «Selling and Managing Offshore Oil Leases: A Real Options Analysis». Working Paper at Colorado School of Mines. Presented at Montreal Natural Resources and Environmental Economics Workshop in March (2004).

De Wet, W. A.. 2004. «The Role of Asymmetric Information on Investments in Emerging Markets». Economic Modeling, vol. 21, p.621-630.

Dewit, G. and D. Leahy. 2004. «Short-run Policy Commitment when Investment Timing is Endogenous: "More Harm than Good?"». Economics Department Working Paper

Series 1400904, Department of Economics. National University of Ireland, Maynooth (September).

Décamps, J. P., T. Mariotti and S. Villeneuve. 2003. «Investment Timing under Incomplete Information». Economic Theory, vol. 28, no 2, p.425-448.

Dias, A. G.. 2004. «Valuation of Exploration and Production Assets: An Overview of Real Options Models». Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 44, p.93-114.

Gaudet, G., P. Lasserre and N. V. Long. 1995. «Optimal Resource Royalties with Unknown and Temporally Independent Extraction Cost Structures». International Economic Review, vol. 36, no 3 (August), p.715-749.

Grenadier, S. R.. 1995. «Valuing Lease Contracts: A Real-Option Approach». Journal of Financial Economics, vol. 38, p.297-331.

--------. 1999. «Information Revelation through Option Exercise». The Review of Financial Studies, vol. 12, no 1, p.95-129.

Grenadier, S. R. and N. Wang. 2005. «Investment Timing, Agency, and Information». Journal of Financial Economics, vol. 75, no 3, p.493-533.

Harchaoui, T. and P. Lasserre. 2001. «Testing the Option Value Theory of Irreversible Investment». International Economic Review, vol. 42, no 1 (February), p.144-166.

Hendricks, K., R. H. Porter and G. Tan. 1993. «Optimal Selling Strategies for Oil and Gaz Leases with an Informed Buyer». The American Economic Review, vol. 83, no 2 (May), p.234-239

Hendricks, K. and D. Kovenock. 1989. «Asymmetric Information, Information Externalities, and Efficiency: The Case of Oil Exploration». The RAND Journal of Economics, vol. 20, no 2 (summer), p.164-182.

Hoel, M.. 1978. «Resource Extraction, Uncertainty, and Learning». The Bell Journal of Economics, vol.9, no 2 (Autumn), p.642-645.

Holden, C. W. and L. L. Lundstrum. 2005. «Costly Trading, Managerial Myopia, and Long-terme Investment». Indiana University Bloomington of Finance and North Carolina State University- Departement of Business Management. Working papers (September)

Kester, W. C.. 1984. «Today's Options for Tommorow's Growth». Harvard Business Review, vol. 62, no 2 (March/April), p.153-160.

Lensink, R. and E. Sterken. 2001. «Asymmetric Information Option to Wait to Invest and the Optimal Level of Investment». Journal of Public Economics, vol. 79, p.365-374.

Maeland, J.. 2001. «Valuation of an Irreversible Investment involving agents with Private Information about a Stochastic Investment Cost». Working Papers. Department of Finance and Management Science, Norwegian School of Economics and Business Administration. (June).

--------. 2002. «Valuation of Irreversible Investment and Agency Problems». Forthcoming in Trigeorgis, L.(ed.), Innovation, Organization and Strategy, Cambridge University Press.

--------. 2005. «Asymmetric Information and Irreversible Investments: an Auction Model». Working Papers. Norwegian School of Economics and Business Administration (January).

McDonald, R. L. and D. Siegel. 1985. «Investment and The Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down». International Economic Review, vol. 26 (June), p.331-349.

---------. 1986. «The Value of Waiting to Invest». The Quarterly Journal of Economics, vol. 101 (November), p.707-727.

Merton, R.C.. 1998. «Applications of Option-pricing Theory: Twenty-five Years Later». The American Economic Review, vol. 88, no 3 (Jun), p.323-349.

Osmandsen, P.. 1998. «Dynamic Taxation of Non-Renewable Natural Resources under Asymmetric Information about Reserves». The Canadian Journal of Economics, vol. 31, no 4 (October), p.933-951.

Porter, R. H.. 1995. «The Role of Information in U.S Offshore Oil and Gaz Lease Auction». Econometrica, vol. 63, no 1 (Jan), p.1-27.

Paddock, J. L., D. R. Siegel and J. L. Smith. 1988. «Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases». The Quarterly Journal of Economics, vol. 103, no 3 (August), p.479-508.

Pindyck, R. S.. 1991. «Irreversibility, Uncertainty, and Investment». Journal of Economic Literature, vol. 29, no 3 (September), p.1110-1148.

Rey, P. and B. Salanie. 1996. «On The Value of Commitment with Asymmetric Information». Econometrica, vol. 64, no 6 (November), p.1395-1414.

Saito, S., G. N. De Castro., C. Mezzomo and D. J. Schiozer 2001. «Value Assessment for Reservoir Recovery Optimization». Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 32, p.151-158.

Shibata, T.. 2005. «Optimal Timing of Environmental Policy under Asymmetric Information». Graduate School of Economics, Kyoto University (August).

Smith, J. E. and K. F. McCardle. 1998. «Valuing Oil Properties : Integrating Option Pricing and Decision Analysis Approaches». Operations Research, vol. 46, no 2 (March-April), p.198-217.

--------. 1999. «Options in the Real World: Lessons Learned in Evaluating Oil and Gas Investments». Operations Research, vol. 47, no 1 (January-February), p.1-15.

Sunnevag, K.. 1998. «An Option Approach to Exploration Licensing Strategy». Resources Policy, vol. 24, no 1, p.25-38.

Sunnevag, K. J.. 2000. «Designing Auctions for Offshore Petroleum Lease Allocation». Resources Policy, vol. 26, p.3-16.

Wiggins, S. N. and G. D. Libecap. 1985. «Oil Field Utilisation : Contractual Failure in the Presence of Imperfect». The American Economic Review, vol. 75, no 3 (Jun), p.368-385.

AUTRES SOURCES

- LIVRES

Baron, D. P.. 1989. Design of Regulatory Mechanisms and Institutions. Ch.24 of Handbook of Industrial Organization, volume 11, Stanford University.

Brealey, R. A. and S. C. Myers. 1991. Principles of Corporate Finance. 4th Ed. McGraw-Hill, New York.

Copeland, T. and V. Antikorov. 2001. Real Options : A Practinioner's Guide. TEXERE, New York.

Dixit, A. K. and R. S. Pindyck. 1994. Investment under Uncertainty. Princeton University Press. Princeton. New Jersey.

- THESES ET MEMOIRES

Lundquist. L.. 2003. «Evaluating Offshore Petroleum Leases Using Real Option Theory: An Application to the Central Mexican Gulf». Bachelor's Thesis in Economics, Department of Economics. Stockholm University. Sweden (Spring).

Tourinho. O.A.. 1979. «The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach». Unpublished PhD diss.. University of California. Berkeley.

- NOTES DE COURS

ECO8530 : Investissement et Risque (UQAM, 2004), Lasserre, P.

ECO8071 : Économie des Ressources Naturelles et de l'Environnement. (UQAM. 2004). Lasserre. P.