UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

INFRASTRUCTURES ET TAXATION EN LIEN AVEC LA CONCURRENCE FISCALE

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE

PAR
THANH HUONG NGUYEN

AVRIL 2010

REMERCIEMENTS

La réalisation de ce travail n'aurait pas vu le jour sans le soutien de nombreuses personnes. J'aimerais tout d'abord adresser mes sincères remerciements à mon directeur de recherche M. Nicolas Marceau pour sa grande patience, sa disponibilité, ses conseils et les encouragements qu'il m'a donnés tout au long de mes études.

Je voudrais aussi exprimer ma gratitude à tous ceux et celles qui ont contribué d'une façon ou d'une autre à la réalisation du travail, surtout Maher Khaznaji et Valérie Malka pour leur dévouement à corriger ce mémoire.

Merci à mon copain, Huy, pour son amour, son soutien et sa tendresse. J'apprécie chaque instant passé à parler avec lui de notre avenir, à partager les joies ainsi que les tristesses pendant les jours difficiles au Canada. C'est en lui que je trouve la motivation de continuer et achever mes études.

Finalement, je me dois d'exprimer une mention toute spéciale à mes parents, mon petit frère, ma petite sœur, mes amies Hanh, Trang pour leur appui et leur aide durant ma maîtrise.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

RÉSUMÉ

Ce mémoire examine l'impact du niveau d'infrastructures sur la productivité et le choix du taux d'imposition de chaque pays afin d'attirer les capitaux mobiles dans un contexte de concurrence fiscale. Par les outils microéconomiques comme la théorie des jeux et la théorie de l'information, on trouve que, selon l'ordre du jeu et de quelques restrictions concernant les niveaux d'infrastructures possibles, l'équilibre existe avec la concentration du capital mobile dans le pays possédant la combinaison de taux de taxation et de niveau d'infrastructures la plus avantageuse. Ce pays choisira le niveau d'infrastructures le plus élevé associé à un taux d'imposition le plus faible comparé à celui des autres pays. Les pays abandonnant la concurrence vont adopter un niveau d'infrastructures faible ou élevé, en fonction de la valeur des paramètres qui déterminent la productivité et le coût d'installation d'infrastructures de chaque pays. Ensuite, ils vont choisir le taux d'imposition le plus élevé possible qui correspond à leur niveau d'infrastructures.

Mots clés: Concurrence fiscale, capital mobile, infrastructures, paradis fiscal.

INTRODUCTION

Actuellement, plus la globalisation et l'intégration mondiale s'accélèrent, plus la concurrence entre les gouvernements s'intensifie afin d'attirer les capitaux mobiles. Avec un faible taux d'imposition sur le capital, des systèmes bancaires gigantesques et des infrastructures développées, des paradis fiscaux deviennent alors des destinations très attrayantes pour les investisseurs.

Selon Hines (2007), il existe environ 45 paradis fiscaux dans le monde entier, soient l'Irlande et le Luxembourg en Europe, Hong Kong et le Singapour en Asie, et plusieurs pays dans les îles des Caraïbes, qui sont de petits[1] pays riches et bien gouvernés (Slemrod et Wilson, 2006 ; Dharmapala et Hines, 2006). Pendant la période de 1982-1999, la croissance du PIB réel moyen par habitant des paradis fiscaux était de 3,3 pour cent par an tandis que celle du monde n'était que de 1,4 pour cent. Ce sont des pays qui attiraient la plupart des flux de capitaux du monde. On estime qu'en 1994, le montant brut de l'investissement américain dans les paradis fiscaux est de $359 milliards sur les $1350 milliards des activités des entreprises américaines dans le monde (Hines et Rice, 1994). En 1999, 59 pour cent des entreprises américaines avec d'importantes opérations à l'étranger avaient des succursales dans les pays paradis fiscaux ; 8,4 pour cent des équipements des firmes américaines à l'étranger y sont installés. Ces pays contribuent à 30 pour cent du revenu total réalisé à l'étranger et 15,7 pour cent des actifs totaux bruts à l'étranger des sociétés américaines. Et par contre, on trouve que ces chiffres semblent anormaux et gonflés comparés à la capacité de l'économie de petits pays comme les paradis fiscaux (Hines, 2004). D'où la question de l'efficacité de la tendance à la concurrence fiscale.

[1] On divise les paradis fiscaux en deux groupes: un groupe de 7 grands pays de plus d'un million d'habitants en 1982, "Big 7" (Hong Kong, Irlande, Panama, Singapour, Suisse, Liban, Liberia) ; et un groupe des autres paradis fiscaux, "Dots" (Antigua-et-Barbuda, Bahamas, Bermudes, Luxembourg...) (Hines 2004)

En réalité, il y avait plusieurs opinions controversées quant à l'analyse de l'efficacité de la coordination ou de la non coordination de taxation entre les pays et au choix du régime préférentiel ou non préférentiel pour le système fiscal de chaque juridiction. Les défenseurs pensent que l'existence des paradis fiscaux peut avoir une bonne influence sur l'économie mondiale, alors que les opposants considèrent la concurrence fiscale comme un obstacle qui cause une provision inefficiente des biens publics. Cependant, ces auteurs se concentrent généralement sur un seul facteur principal : le taux d'imposition, qui attire les investisseurs étrangers à apporter les capitaux mobiles à un pays. D'autres facteurs, dont l'infrastructure, qui y contribuent également en facilitant les activités économiques, apparaissent rarement dans la littérature concernant la compétition fiscale.

Dans ce travail, à l'aide d'un modèle, on va montrer que, à côté de la politique fiscale, les infrastructures jouent un rôle important dans les stratégies choisies par chaque juridiction pour attirer les capitaux mobiles. Cette étude est organisé de la manière suivante: dans le chapitre qui suit, on va présenter la revue de littérature. Dans le deuxième chapitre, on va décrire le modèle de concurrence, et on va spécifier les règles de décision des pays, trouver les conditions d'équilibre et identifier les stratégies concernant le taux d'imposition et le niveau d'infrastructures que ces pays utilisent. Puis la conclusion présente les principales implications du modèle élaboré.

CHAPITRE I
REVUE DE LITTÉRATURE

Selon l'encyclopédie libre, la concurrence fiscale est « une concurrence entre différentes juridictions ayant le privilège de lever l'impôt et qui tentent de renforcer leur attractivité en modulant leur fiscalité pour attirer les facteurs mobiles de production » (http://fr.wikipedia.org). Parlant de la concurrence fiscale, on pense souvent aux paradis fiscaux, c'est-à-dire des pays connus par leurs politiques de taxation très faible et leurs systèmes bancaires gigantesques ainsi que leurs infrastructures développées.

Du point de vue des investisseurs, les paradis fiscaux leur permettent de faire beaucoup de bénéfices. La plupart de leurs profits avant taxe sont gardés car les impôts sont inexistants ou très minimes. De plus, combinant cette fiscalité avantageuse, le secret bancaire, l'absence de la transparence législative et l'échange de renseignements en matière fiscale avec les autorités étrangères, les paradis fiscaux aident les investisseurs à reporter ou réduire l'assujettissement à l'impôt dans leur pays de résidence. Quant à l'individu dont les revenus gagnés aux paradis fiscaux sont taxés, l'évasion fiscale est faite par des fraudes dans les déclarations de revenus. Pour les firmes multinationales, la planification fiscale autorise la réallocation de revenu imposable des pays à fiscalité élevée vers des pays à faible imposition. En effet, Harris, Morck, Slemrod et Yeung (1991) ont observé les 200 plus grandes firmes américaines sur une période de 5 ans. Ils ont démontré que les firmes multinationales américaines ayant des succursales dans les paradis fiscaux comme l'Irlande ou les pays asiatiques à faible imposition, payent moins d'impôt au gouvernement américain que celles ayant des succursales dans les régions à taxation élevée. Par conséquent, ceci va réduire de façon importante la recette fiscale du gouvernement américain.

Slemrod et Wilson (2006) montrent que l'élimination totale ou partielle des paradis fiscaux permettrait d'améliorer le bien-être des pays non paradis fiscaux parce que les pays seraient amenés à augmenter leurs taux d'imposition qui ont été mis à un niveau bas et inefficace pour attirer les capitaux. L'élimination suffisante d'un petit nombre de paradis fiscaux augmenterait le bien-être de tous les pays, y compris des autres paradis fiscaux.

Néanmoins, à côté des opinions qui considèrent que les paradis fiscaux sont néfastes, il y a aussi des recherches qui montrent que ces pays à bas taux d'imposition ont une bonne influence sur les activités économiques des autres pays.

Hong et Smart (2007) trouvent que si les taux d'imposition ne sont pas trop élevés, une augmentation de l'activité de planification fiscale entraîne une hausse des taux d'imposition optimaux et une baisse des activités d'investissement à l'étranger des multinationales. L'existence des paradis fiscaux dans ce cas est efficace et peut réduire la concurrence fiscale.

Selon Desai, Foley et Hines (2006b), les données indiquent que l'usage principal des filiales dans les plus grands paradis fiscaux est de redistribuer les revenus imposables alors que l'usage principal des succursales dans les petits paradis fiscaux est de faciliter le report de l'imposition sur les revenus venant de l'étranger. Ils trouvent que les activités des paradis fiscaux stimulent les pays voisins ayant un taux d'imposition élevé. Un pour cent de plus de la croissance de vente et d'investissement dans les pays non paradis fiscaux voisins est associé à 1,5 à 2 pour cent de plus de chance d'établir une opération dans un paradis fiscal.

Suite aux arguments ci-dessus, deux questions se posent : l'existence des paradis fiscaux est-elle utile ou dommageable ? Si les capitaux sont tous attirés par les paradis fiscaux, comment les autres pays réagissent-ils pour financer leurs dépenses ? En réalité, ces gouvernements utilisent un régime « préférentiel » dans lequel le capital mobile est moins taxé que le capital immobile.

Hines (2005) montre que malgré le fait que le taux statutaire moyen de taxation des entreprises a diminué de 46 pour cent en 1982 à 33 pour cent en 1999, la proportion du revenu fiscal dans le PIB des 68 pays observés n'a pas diminué durant cette période. La base d'imposition domestique étant élargie, les pays se concentrent sur la partie immobile de leur base fiscale.

Cependant, l'OCDE ne partage pas cette idée. Plusieurs critères sont fixés pour éliminer les pratiques fiscales dommageables telles que le traitement préférentiel. Le régime préférentiel est-il alors vraiment nuisible ? Dépendant des circonstances concrètes, des résultats controversés ont été obtenu dans les recherches sur les régimes préférentiel et non-préférentiel.

Deux autres économistes, Janeba et Peters (1999) considèrent le cas de deux pays à deux bases d'imposition : l'une immobile et l'autre parfaitement mobile. Le capital mobile se localise dans le pays dont le taux de taxation est le plus faible. En analysant des jeux de Nash à coups simultanés, ils montrent que l'élimination du régime préférentiel apporte une recette fiscale plus élevée.

Par contre, Keen (2001) obtient des résultats opposés en changeant quelques hypothèses. Il suppose que les deux pays sont symétriques, avec des bases d'imposition partiellement mobiles et que les gouvernements veulent maximiser leurs revenus. Ce cas prouve donc que les restrictions internationales sur le régime préférentiel peuvent réduire les recettes fiscales.

Revenons à Wilson (2005). Ce dernier observe que si une des bases d'imposition dans l'article de Keen est infiniment élastique, comme dans celui de Janeba and Peters, l'équilibre symétrique en stratégies pures n'existera pas.

Marceau, Mongrain et Wilson (2007) considèrent le même cas que Janeba et Peters avec une base d'imposition immobile et une autre parfaitement mobile au taux de taxation et proposent une autre mesure de la taille du pays : la dotation de capital immobile. Dans leur modèle, le pays dont la dotation de capital immobile est la plus faible choisi le taux d'imposition plus petit, car il a le moins à perdre. Marceau, Mongrain et Wilson suggèrent donc que les pays dont le ratio capital/travailleur est faible sont susceptibles d'imposer un taux de taxation très bas pour attirer le capital, et il n'existe pas d'équilibre en stratégies pures. Marceau, Mongrain et Wilson trouvent que si on passe d'un régime préférentiel à un régime non préférentiel, la concurrence fiscale est réduite, car les gouvernements doivent payer plus cher pour diminuer leur taux d'imposition.

La seule étude qui a abordé la relation concurrence fiscale – infrastructures est celle de Keen et Marchand (1997). Ces auteurs ont montré que dans un contexte de concurrence fiscale entre des pays, une augmentation des dépenses sur les infrastructures pourrait provoquer un afflux de capital dans un pays, tandis qu'un accroissement de la provision de biens publics n'arrive pas à attirer les capitaux mobiles. Cela pourrait amener un excès de provision d'infrastructures mais une provision insuffisante de biens publics. Alors, si on réduit la provision d'infrastructures de façon coopérative et augmente la provision des biens publics pour les citoyens de manière appropriée, le bien-être social va augmenter.

Mon mémoire s'intéresse également à la relation concurrence fiscale – infrastructures, mais par une approche différente de celle de Keen et Marchand (1997). En utilisant des outils microéconomiques comme la théorie des jeux et la théorie de l'information, on va examiner l'impact du niveau d'infrastructures sur la productivité ainsi que le choix du taux d'imposition de chaque pays. Finalement on va déterminer les stratégies optimales que les pays utilisent.

Le modèle est une extension de celui de Marceau, Mongrain et Wilson (2007). Notre contribution réside dans l'introduction du niveau d'infrastructures. Ce sont les routes, les ponts, les aqueducs, le câble... qui facilitent les activités économiques dans le pays. Ils font augmenter la productivité, ont une influence sur le rendement net et aussi sur l'attractivité des capitaux mobiles. Chaque pays, dans ce modèle, est considéré comme un joueur dans un jeu séquentiel, offre aux investisseurs une combinaison de taux d'imposition et de niveau d'infrastructures afin de maximiser son revenu fiscal net. Le capital mobile se localisera dans le pays dont le rendement net sur le capital est le plus élevé.

CHAPITRE II
LE MODÈLE

L'impact du niveau d'infrastructures sur le choix du taux de taxation imposé et les stratégies utilisées par chaque pays est analysé grâce à un modèle avec deux agents économiques : les propriétaires de capital qui investissent dans les pays et les gouvernements de ces pays.

2.1 Les éléments du modèle

2.1.1 Les propriétaires de capital

On considère un monde dans lequel il y a $J \geq 2$ pays indexés par j, $j = 1, \ldots, J$. Dans chaque pays, un citoyen représentatif est le propriétaire de la technologie à rendements d'échelle constants qui transforme le capital en output par la fonction de production suivante:

$$F(K) = \lambda K \quad (1)$$

où K est le capital et λ est la productivité qui dépend du niveau d'infrastructures B de son pays:

$$\lambda = \lambda(B) = \gamma.B \quad (2)$$

$$\text{avec } \gamma > 0$$

Les propriétaires de capital peuvent être locaux (immobiles) ou mobiles. Dans le pays j, il y a N_j propriétaires de capital locaux qui sont contraints d'investir uniquement dans leur pays. Il y a également M propriétaires de capital mobile dans le monde qui peuvent investir dans n'importe quel pays. Les propriétaires de capital choisissent la taille I de leur investissement et cette taille est la même pour tous les propriétaires. De plus, tous les capitaux sont parfaitement substituables dans la production. S'il y a N_j propriétaires de capital local et M propriétaires de capital mobile investissant dans le pays j, alors l'output produit est :

$$F(N_j I + MI) = \gamma B(N_j + M)I \quad (3)$$

Selon le type de capital, ces propriétaires répondent différemment au changement de la politique fiscale d'un pays. Quand le taux d'imposition du pays change, les propriétaires de capital immobiles ne peuvent qu'augmenter ou diminuer la taille de leur investissement de capital I pour maximiser leur consommation nette, ce qui est tout simplement le rendement total de leurs investissements moins le coût de l'investissement, donné par :

$$c(I) = \frac{I^2}{2} \quad (4)$$

avec $c'(I) = I > 0$ et $c''(I) = 1 > 0$

Quant aux propriétaires de capital mobiles, ils peuvent non seulement changer la taille de leur investissement I, mais aussi changer l'endroit à investir afin d'obtenir le rendement net le plus élevé.

L'ordre des évènements dans ce monde est le suivant : Premièrement, les pays choisissent leur niveau d'infrastructures et leur taux d'imposition pour les deux types de capital. Deuxièmement, les propriétaires de capital mobiles choisissent le pays dans lequel ils vont investir. Finalement, les propriétaires du capital mobiles et locaux choisissent la taille de leur investissement.

Supposons que dans le pays j, l'économie est équipée d'un niveau d'infrastructures B_j et le capital subi un taux d'imposition t_j par unité. Il n'y a aucune discrimination de taxation entre les deux types de capital : C'est le régime non préférentiel. Étant donné la technologie à rendements d'échelle constants installée dans ce pays, le rendement net du capital du pays j est alors $(\gamma B_j - t_j)$.

Les propriétaires de capital mobile choisiront d'investir dans le pays dont l'ensemble de politique de taux d'imposition et de niveau d'infrastructures est le plus avantageux pour obtenir le profit le plus grand possible. Autrement dit, si le rendement net du pays j est $(\gamma B_j - t_j)$, il est clair qu'ils investiront dans le pays g qui est défini par :

$\text{Max}\,\{\gamma B_j - t_j\}_{j=1}^{J} = \gamma B_g - t_g$. Une autre hypothèse importante est que tous les capitaux mobiles entreront dans un seul pays, c'est-à-dire le pays *g*, et que les autres pays n'obtiendront rien.

La taille d'investissement optimal pour chaque propriétaire de capital (local ou mobile) est déterminée par:

$$I(B_j, t_j) = \arg\max(\gamma B_j - t_j)I - \frac{1}{2}I^2 \quad (5)$$

$$\Rightarrow I(B_j, t_j) = \gamma B_j - t_j \quad (6)$$

(voir à l'appendice, preuve 1)

2.1.2 Les gouvernements des pays

Les gouvernements maximisent le revenu fiscal net des coûts d'infrastructures. Ils vont donc décider de participer à la concurrence avec les autres pays pour attirer les capitaux mobiles ou non. Soit m_j une fonction d'indicateur qui prend la valeur de 1 si tous les propriétaires de capital mobiles investissent dans le pays *j*, et la valeur de 0 s'ils choisissent un autre pays. Le revenu fiscal du pays *j* dans ce cas devient : $t_j(N_j + Mm_j)I(B_j, t_j)$. Néanmoins, pour atteindre ce niveau d'infrastructures, le pays doit payer également un coût $K(B_j) = kB_j^{\,2}$. On désigne par $W^j(B_j, t_j, m_j)$ le revenu fiscal net collecté dans le pays *j* si le gouvernement choisit un taux de taxation t_j et un niveau d'infrastructures B_j, et que la variable d'indicateur prend la valeur de m_j . Alors on obtient :

$$W^j(B_j, t_j, 1) = t_j\left[N_j + M\right] I(B_j, t_j) - kB_j^2 \quad (7)$$

$$W^j(B_j, t_j, 0) = t_j N_j\, I(B_j, t_j) - kB_j^2 \quad (8)$$

Soit B_{0j} le niveau d'infrastructures installé dans le pays j au cas où il ne participe à la concurrence et B_{1j} le niveau d'infrastructures choisi s'il fait la concurrence pour attirer les capitaux mobiles. Les revenus fiscaux nets dans les deux cas sont les suivants :

$$W^{j}(B_{1j},t_j,1)=t_j\left[N_j+M\right]I(B_{1j},t_j)-kB_{1j}^{2} \quad (9)$$

$$W^{j}(B_{0j},t_j,0)=t_jN_j\,I(B_{0j},t_j)-kB_{0j}^{2} \quad (10)$$

On peut voir W^j en fonction de t_j sous forme d'une courbe de Laffer telle qu'illustré à la figure 1. On note qu'il y a trois valeurs particulières de taux d'imposition : $\hat{t}(B_{0j})$, $\hat{t}(B_{1j})$ et $\tilde{t}_j(B_{1j})$.

Soit $\hat{t}(B_{0j})$, $\hat{t}(B_{1j})$ les taux d'imposition qui maximisent respectivement $W^{j}(B_{0j},t_j,0)$ et $W^{j}(B_{1j},t_j,1)$.

$$\hat{t}(B_{0j})=\operatorname{argmax} W^{j}(B_{0j},t_j,0)=\operatorname{argmax}\; t_jN_jI(B_{0j},t_j)-kB_{0j}^{2} \quad (11)$$

On obtient :

$$\hat{t}(B_{0j})=\frac{1}{2}\gamma B_{0j} \quad (12)$$

Par analogie, on a :

$$\hat{t}(B_{1j})=\frac{1}{2}\gamma B_{1j} \quad (13)$$

(voir à l'appendice, preuves 2 et 3)

On peut voir que $\hat{t}(B_{0j})$ et $\hat{t}(B_{1j})$ ne dépendent que du niveau d'infrastructures installé dans le pays et ne changent pas quand la taille N_j du pays change. Si le pays choisit le même niveau d'infrastructures pour les deux cas ($B_{0j}=B_{1j}$), on retrouve le modèle de Marceau, Mongrain et Wilson (2007).

On définit $\widetilde{t}_j(B_{1j})$ comme le taux de taxation qui procure au pays le même revenu fiscal qu'il pratique la concurrence ou pas, c'est-à-dire :

$$W^j(B_{1j},\widetilde{t}(B_{1j}),1) = W^j(B_{0j},\hat{t}(B_{0j}),0) \quad (14)$$

$$\text{et } 0<\widetilde{t}_j(B_{1j})<\hat{t}(B_j)$$

On observe que le pays j ne choisit jamais une stratégie $\left[B_j,t_j>\hat{t}(B_j)\right]$, car avec le même niveau d'infrastructures B_j, un taux de taxation plus grand que $\hat{t}(B_j)$ fait diminuer le revenu fiscal. Le pays ne choisit pas une stratégie $\left[B_j,t_j<\widetilde{t}_j(B_{1j})\right]$, car il est mieux dans ce cas de ne pas attirer les capitaux mobiles, le pays peut ainsi obtenir au moins un revenu fiscal $W^j(B_{0j},\hat{t}(B_{0j}),0)$ plus élevé que celui obtenu en taxant en même temps les capitaux mobiles et locaux mais avec un taux d'imposition vraiment trop faible.

Donc, pour chaque niveau d'infrastructures installé B_j, le pays va choisir un taux de taxation t tel que :

$$\widetilde{t}_j(B_{1j})\le t_j\le\hat{t}(B_j) \quad (15)$$

2.2 Equilibre du jeu séquentiel

On va examiner le cas où les pays jouent séquentiellement, l'un après l'autre. Le monde se compose de l'ensemble Ω de $J\ge 2$ pays indexés par j, $j = 1, \ldots, J$. Supposons que $N_1\ge N_2\ge\ldots\ge N_{J-1}\ge N_J$ et l'ordre du jeu ne dépend pas de l'indice du pays j. Il y a $J!$ ordres possibles et la nature choisit un ordre quelconque du jeu avec une possibilité de $1/J!$. Pour simplifier, nous supposons qu'il n'y a que deux choix possibles de niveau d'infrastructures pour les pays:

$$B\in\{\underline{B},\overline{B}\} \quad (16)$$

où $\underline{B}$ est le niveau minimal d'infrastructures que le gouvernement doit assurer pour que l'économie fonctionne correctement et $\overline{B} \geq \underline{B}$.

Dans la section qui suit, on va déterminer les règles de décision des pays. Ce ne sont pas les règles de décision de participer à la concurrence ou non, mais de choisir les stratégies optimales afin de maximiser leurs revenus fiscaux nets. Ensuite, on va examiner la monotonie de $\tilde{t}(B)$ par rapport à *N*. À partir de cela, on va chercher le pays ayant l'avantage d'attirer les investisseurs étrangers ainsi que l'équilibre du jeu.

2.2.1 Les règles de décision des pays

Tel qu'abordé auparavant, les investisseurs étrangers comparent les rendements nets sur le capital des juridictions $\gamma B_{1j} - t_j(B_{1j})$ et choisissent le pays dont le rendement net est le plus élevé. Cela dépend de la meilleure offre concernant B_j et t_j que chaque pays puisse faire. Étant donné le taux d'imposition appartenant entre les deux extrêmes qui correspondent au niveau d'infrastructures du pays $[\tilde{t}_j(B_{1j}), \hat{t}(B_j)]$, la meilleure offre du pays *j* est: $\gamma B_{1j} - \tilde{t}_j(B_{1j})$. Il est évident que les pays dont la meilleure offre est moins avantageuse doivent abandonner la concurrence car ils ne sont pas capables d'attirer les capitaux mobiles.

❖ Pour les pays qui abandonnent la concurrence

Ayant une offre moins avantageuse, les pays abandonnent la concurrence et choisissent le taux d'imposition le plus élevé possible $\hat{t}(B_{0j})$ pour maximiser leurs revenus fiscaux. Considérons le cas du pays *j*, il obtient:

$$W^j(B_{0j}, \hat{t}(B_{0j}), 0) = \hat{t}(B_{0j}) N_j I(B_{0j}, \hat{t}(B_{0j})) - kB_{0j}^2 \quad (17)$$

Pour simplifier, dans ce qui suit, nous négligeons les indices *j* en parlant d'un pays quelconque *j*.

$$W^j(B_{0j},\hat{t}(B_{0j}),0) = W(B_0,\hat{t}(B_0),0) = (\frac{\gamma B_0}{2})N(\gamma B_0 - \frac{\gamma B_0}{2}) - kB_0^2 = (\frac{N\gamma^2}{4} - k)B_0^2 \quad (18)$$

Le choix du niveau d'infrastructures dépend alors du signe du terme $(\frac{N\gamma^2}{4} - k)$.

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) > 0$, la fonction $W(B_0,\hat{t}(B_0),0)$ est croissante en B_0. Par conséquent, $W(\overline{B},\hat{t}(\overline{B}),0) > W(\underline{B},\hat{t}(\underline{B}),0)$. Dans ce cas, le gain de productivité est supérieur au coût d'installation d'infrastructures, alors, le gouvernement du pays j choisit le niveau d'infrastructures le plus élevé $\overline{B}$.

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) < 0$, la fonction $W(B_0,\hat{t}(B_0),0)$ est décroissante en B_0. Par conséquent, $W(\overline{B},\hat{t}(\overline{B}),0) < W(\underline{B},\hat{t}(\underline{B}),0)$. Dans ce cas, le coût d'installation d'infrastructures est plus élevé que le gain de productivité, alors le gouvernement du pays j choisit le niveau $\underline{B}$.

Donc, dans le cas où le pays abandonne la concurrence, il y a deux possibilités :

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) > 0$, le gouvernement du pays j choisit la stratégie $(\overline{B},\hat{t}(\overline{B}))$.

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) < 0$, le gouvernement du pays j choisit la stratégie $(\underline{B},\hat{t}(\underline{B}))$.

❖ Pour les pays qui participent à la concurrence

Quant aux pays qui participent à la concurrence avec les autres pays, il faut trouver la meilleure offre qu'ils puissent faire, ce qui revient à déterminer les valeurs des $\tilde{t}_j(B)$. Il y a deux cas possibles :

Cas 1 : Supposons que $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) < 0$. Le pays j investit pour un niveau $\underline{B}$ au cas où il abandonne la concurrence.

- $\tilde{t}(\overline{B})$ doit satisfaire cette égalité : $W(\overline{B}, \tilde{t}(\overline{B}), 1) = W(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B}), 0)$

Avec $(N+M)\gamma^2 - 4k > 0$, on obtient :

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2}\right] \quad (19)$$

Il est clair que la condition $0 < \tilde{t}(\overline{B}) < \hat{t}(\overline{B})$ correspond à l'hypothèse de la variation des t_j pour un niveau d'infrastructures donné (figure 1).

- $\tilde{t}(\underline{B})$ doit satisfaire cette égalité : $W(\underline{B}, \tilde{t}(\underline{B}), 1) = W(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B}), 0)$

On peut trouver :

$$\tilde{t}(\underline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B} - \sqrt{\gamma^2\underline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2}\right], \quad 0 < \tilde{t}(\underline{B}) < \hat{t}(\underline{B}) \quad (20)$$

(voir à l'appendice, preuve 4)

Il faut noter que $\tilde{t}(\overline{B})$ et $\tilde{t}(\underline{B})$ dépendent non seulement du niveau d'infrastructures, mais encore du nombre de propriétaires de capital locaux N de chaque pays.

Les meilleures offres des pays participant à la compétition deviennent alors :

$$\gamma\overline{B} - \tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\gamma\overline{B} + \frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2} \quad (21a)$$

$$\gamma\underline{B} - \tilde{t}(\underline{B}) = \frac{1}{2}\gamma\underline{B} + \frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2\underline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2} \quad (21b)$$

On peut montrer que $\gamma\overline{B} - \tilde{t}(\overline{B}) > \gamma\underline{B} - \tilde{t}(\underline{B})$.

(voir à l'appendice, preuve 5)

C'est pour cette raison que ces pays choisissent le niveau d'infrastructures le plus élevé $\overline{B}$ pour avoir plus d'avantages comparés aux autres.

Cas 2 : Supposons que $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) > 0$. Le pays j investit pour un niveau $\overline{B}$ au cas où il abandonne la concurrence.

- $\tilde{t}(\underline{B})$ doit satisfaire cette égalité : $W(\underline{B}, \tilde{t}(\underline{B}), 1) = W(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 0)$

Avec $\frac{N\gamma^2}{4} - k > 0$ et $\underline{B} > \sqrt{\frac{N\gamma^2 - 4k}{(N+M)\gamma^2 - 4k}}\overline{B}$, on obtient :

$$\tilde{t}(\underline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B} - \sqrt{\gamma^2\underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2}\right] \qquad (22)$$

Il est clair que la condition $0 < \tilde{t}(\underline{B}) < \hat{t}(\underline{B})$ correspond à l'hypothèse de la variation des t_j pour un niveau d'infrastructures donné (figure 1).

- $\tilde{t}(\overline{B})$ doit satisfaire cette égalité : $W(\overline{B}, \tilde{t}(\overline{B}), 1) = W(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 0)$

On peut trouver :

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2}\right] > 0,\ 0 < \tilde{t}(\underline{B}) < \hat{t}(\underline{B}) \qquad (23)$$

(voir à l'appendice, preuve 6)

Les meilleures offres des pays participant à la compétition deviennent alors :

$$\gamma\underline{B}-\tilde{t}(\underline{B})=\frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B}+\sqrt{\gamma^2\underline{B}^2-\frac{4k}{N+M}\underline{B}^2-\frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2+\frac{4k}{N+M}\overline{B}^2}\right] \quad (24a)$$

$$\gamma\overline{B}-\tilde{t}(\overline{B})=\frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B}+\sqrt{\gamma^2\overline{B}^2-\frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2}\right] \quad (24b)$$

On peut montrer que $\gamma\overline{B}-\tilde{t}(\overline{B})>\gamma\underline{B}-\tilde{t}(\underline{B})$.

(voir à l'appendice, preuve 7)

Alors, dans les deux cas, pour n'importe quel niveau d'infrastructures installé s'ils ne participent pas à la concurrence, ces pays choisissent le niveau d'infrastructures le plus élevé $\overline{B}$ pour avoir plus d'avantages comparés aux autres pays dans la compétition.

2.2.2 La monotonie de $\tilde{t}(\overline{B})$ et $\tilde{t}(\underline{B})$ par rapport à N

On va considérer comment $\tilde{t}(\overline{B})$ et $\tilde{t}(\underline{B})$ varient quand N change.

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4}-k)<0$

- Pour $\tilde{t}(\underline{B})$:

$$\tilde{t}(\underline{B})=\frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B}-\sqrt{\gamma^2\underline{B}^2-\frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2}\right]$$

Il est clair que lorsque

$$N\uparrow\Rightarrow\left(1+\frac{M}{N}\right)\downarrow\Rightarrow\frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2\uparrow\Rightarrow\sqrt{\gamma^2\underline{B}^2-\frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2}\downarrow\Rightarrow\tilde{t}(\underline{B})\uparrow.$$

- Pour $\tilde{t}(\overline{B})$, le problème devient un peu plus compliqué. On a :

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2}\right]$$

Pour étudier la monotonie de $\tilde{t}(\overline{B})$, d'abord on considère :

$$f(N) = \gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 \quad (25)$$

On peut calculer la première dérivée de ce terme comme suit :

$$f'(N) = \frac{4k}{(N+M)^2}\overline{B}^2 - \frac{(M\gamma^2+4k)}{(N+M)^2}\underline{B}^2 \quad (26)$$

Alors, pour que $f'(N)$ soit négative, il faut que $4k\overline{B}^2 < (M\gamma^2+4k)\underline{B}^2$.

Et par conséquent, $\overline{B} < \sqrt{\frac{(M\gamma^2+4k)}{4k}}\underline{B}$.

(voir à l'appendice, preuve 8)

Donc :

- Si $\begin{cases} \overline{B} < \sqrt{\frac{(M\gamma^2+4k)}{4k}}\underline{B} \\ N\gamma^2 - 4k < 0 \\ (N+M)\gamma^2 - 4k > 0 \end{cases}$, alors $f'(N) < 0$

Lorsque $N \uparrow \Rightarrow f(N) \downarrow \Rightarrow \tilde{t}(\overline{B}) \uparrow$ avec $\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left(\gamma\overline{B} - \sqrt{f(N)}\right)$

- Si $\begin{cases} \overline{B} > \sqrt{\frac{(M\gamma^2+4k)}{4k}}\underline{B} \\ N\gamma^2 - 4k < 0 \\ (N+M)\gamma^2 - 4k > 0 \end{cases}$, alors $f'(N) > 0$

Lorsque $N \uparrow \Rightarrow f(N) \uparrow \Rightarrow \tilde{t}(\overline{B}) \downarrow$ avec $\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left(\gamma\overline{B} - \sqrt{f(N)}\right)$.

L'explication de ce résultat est la suivante: Lorsque d'une part, le coût d'installation des infrastructures est élevé à cause de la faible productivité du pays, et d'autre part, le pays participant à la concurrence doit choisir un niveau d'infrastructure élevé, l'avantage appartient au pays dont la dotation de capital immobile est la plus élevée si la différence entre les deux niveaux $\overline{B}$ et $\underline{B}$ est assez grande. Ce pays pourrait financer sa demande d'installation des infrastructures en taxant plus faiblement sur une base d'imposition domestique plus large. Si la distance entre $\overline{B}$ et $\underline{B}$ est assez proche, tout pays pourrait atteindre ce niveau. L'avantage de diminuer le taux de taxation appartient au pays possédant moins de capital immobile, car il a le moins à perdre.

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) > 0$, on a :

$$\tilde{t}(\underline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B} - \sqrt{\gamma^2\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}(\overline{B}^2 - \underline{B}^2)}\right]$$

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2}\right]$$

On peut voir que

lorsque $N \uparrow \Rightarrow \left(1+\frac{M}{N}\right)\downarrow \Rightarrow \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2 \uparrow \Rightarrow \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2}\downarrow \Rightarrow \tilde{t}(\overline{B})\uparrow$

$$N \uparrow \Rightarrow \left(\frac{4k}{M+N}\right)\downarrow \;\; et \; \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2}\downarrow \Rightarrow \tilde{t}(\underline{B})\uparrow.$$

Dans ce cas, l'investissement dans les infrastructures est profitable grâce à la productivité élevée reçue. Tout pays participant à la concurrence choisit le niveau d'infrastructure le plus élevé $\overline{B}$ et l'avantage d'abaisser le taux d'imposition appartient au pays dont la dotation de capital mobile est la plus faible.

2.2.3 L'équilibre du jeu

On a montré à la section 2.2.1 que si le pays participe à la concurrence, il choisit $\overline{B}$. S'il abandonne la concurrence, il pourrait choisir $\overline{B}$ ou $\underline{B}$ selon la valeur prise par le terme $(\frac{N\gamma^2}{4}-k)$. On considère d'abord le cas de deux pays. Ensuite, on examine le cas général.

2.2.3.1 Cas de deux pays

On examine le cas de deux pays *1* et *2* avec $N_1 > N_2$. Tel que mentionné précédemment, le résultat venant de la comparaison entre $\tilde{t}_1(\overline{B})$ et $\tilde{t}_2(\overline{B})$ dépend de la relation entre $\overline{B}$ et $\underline{B}$. On note également que l'ordre du jeu peut changer l'équilibre.

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4}-k) < 0$, il y a 4 cas possibles :

  i) S'il existe N_1, N_2, M, $\overline{B}$, $\underline{B}$, γ, k tel que $N_1 > N_2$, $\overline{B} < \sqrt{\frac{(M\gamma^2+4k)}{4k}}\underline{B}$, $N\gamma^2-4k < 0$ et $(N+M)\gamma^2-4k > 0$ et que *2* joue en premier et *1* joue en deuxième, à l'équilibre, 2 jouera $\left(\overline{B}, t_2 = \tilde{t}_1(\overline{B})-\varepsilon\right)$ et 1 jouera $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$.

  En effet, avec les conditions ci-dessus, on obtient $\tilde{t}_1(\overline{B}) > \tilde{t}_2(\overline{B})$, et par conséquent, $\gamma\overline{B}-\tilde{t}_1(\overline{B}) < \gamma\overline{B}-\tilde{t}_2(\overline{B})$. Comme le pays *2* peut offrir le meilleur rendement net, le capital mobile se localisera au pays *2*. Sachant posséder une stratégie plus avantageuse que son adversaire, *2* choisira un niveau d'infrastructures et un taux d'imposition qui donnent un rendement net plus grand que la meilleure offre de *1*, $\left(\overline{B}, t_2 = \tilde{t}_1(\overline{B}) - \varepsilon\right)$. Le pays *1* ne pouvant pas concurrencer avec *2*, abandonnera la compétition et choisira la meilleure stratégie possible $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$ pour maximiser son revenu fiscal net.

ii) S'il existe N_1, N_2, M, $\overline{B}$, $\underline{B}$, γ, k tel que $N_1 > N_2$, $\overline{B} < \sqrt{\dfrac{(M\gamma^2 + 4k)}{4k}}\underline{B}$, $N\gamma^2 - 4k < 0$ et $(N+M)\gamma^2 - 4k > 0$ et que *1* joue en premier et *2* joue en deuxième, à l'équilibre, *1* jouera $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$ et *2* jouera $\left(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B})\right)$.

Comme *2* peut offrir le meilleur rendement net, le capital mobile se localisera en *2*. Sachant posséder une stratégie moins avantageuse que son adversaire, le pays *1* abandonnera la compétition et choisira la meilleure stratégie possible $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$ pour maximiser son revenu fiscal net. Quant au pays *2*, jouant après le pays *1*, il choisira $\left(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B})\right)$ pour obtenir le revenu fiscal net le plus élevé en assurant l'attraction du capital mobile.

iii) S'il existe N_1, N_2, M, $\overline{B}$, $\underline{B}$, γ, k tel que $N_1 > N_2$, $\overline{B} > \sqrt{\dfrac{(M\gamma^2 + 4k)}{4k}}\underline{B}$, $N\gamma^2 - 4k < 0$ et $(N+M)\gamma^2 - 4k > 0$ et que *2* joue en premier et *1* joue en deuxième, à l'équilibre, *2* jouera $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$ et *1* jouera $\left(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B})\right)$.

Dans ce cas, le résultat de l'équilibre est inversé comparé à celui en ii). La raison est que l'on obtient $\tilde{t}_1(\overline{B}) < \tilde{t}_2(\overline{B})$, et par conséquent, $\gamma\overline{B} - \tilde{t}_1(\overline{B}) > \gamma\overline{B} - \tilde{t}_2(\overline{B})$. Le capital mobile se localisera en *1* qui peut offrir le meilleur rendement net. Sachant ne pas pouvoir gagner *1* dans cette compétition, le pays *2* qui joue en premier abandonnera la concurrence et choisira la meilleure stratégie $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$.

Le pays *1* choisira $\left(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B})\right)$ pour obtenir le revenu fiscal net le plus élevé en assurant l'attraction du captal mobile.

iv) S'il existe N_1, N_2, M, $\overline{B}$, $\underline{B}$, γ, k tel que $N_1 > N_2$, $\overline{B} > \sqrt{\frac{(M\gamma^2 + 4k)}{4k}}\underline{B}$, $N\gamma^2 - 4k < 0$ et $(N+M)\gamma^2 - 4k > 0$ et que 1 joue en premier et 2 joue en deuxième, à l'équilibre, 1 jouera $\left(\overline{B}, t_1 = \tilde{t}_2(\overline{B}) - \varepsilon\right)$ et 1 jouera $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$.

Par analogie au cas i), ayant la meilleure offre plus avantageuse que celle de 2, le pays choisira la stratégie $\left(\overline{B}, t_1 = \tilde{t}_2(\overline{B}) - \varepsilon\right)$ pour prévenir la participation du pays 2 à la concurrence. Quant à 2, il devra sortir de la concurrence et prendra la stratégie $\left(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B})\right)$.

- Si $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) > 0$ et $\underline{B} > \sqrt{\frac{N\gamma^2 - 4k}{(N+M)\gamma^2 - 4k}}\overline{B}$, les deux pays choisissent le même niveau d'infrastructures $\overline{B}$, on retrouve le cas de concurrence fiscale pour le même niveau d'infrastructures présenté dans l'étude de Marceau, Mongrain et Wilson (2007).

2.2.3.2 Cas général

Pour le cas général de J pays dont $N_1 \geq N_2 \geq \ldots \geq N_{J-1} \geq N_J$, soit a_j (b_j), $j = 1, \ldots, J-1$, une fonction d'indicateur qui prend la valeur de 1 si le pays j choisit sa stratégie (B_j, t_j) après le pays J (1), et la valeur de 0 si avant. On désigne $\mathrm{A} \subset \Omega$ l'ensemble des pays qui choisissent leurs stratégies après J : $\mathrm{A} = \{j \in \Omega \mid a_j = 1\}$ et $\mathrm{B} \subset \Omega$ l'ensemble des pays qui choisissent leurs stratégies après 1 : $\mathrm{B} = \{j \in \Omega \mid b_j = 1\}$. On peut montrer que :

- Pour N_1, N_2, …, N_J, M, $\overline{B}$, $\underline{B}$, γ , k tel que $N_1 \geq N_2 \geq \ldots \geq N_{J-1} \geq N_J$, $\overline{B} < \sqrt{\frac{(M\gamma^2 + 4k)}{4k}}\underline{B}$, $N_j\gamma^2 - 4k < 0$ et $(N_j + M)\gamma^2 - 4k > 0$ $\forall j$, il existe l'équilibre auquel tous les pays jouent les stratégies qui maximisent les revenus fiscaux nets venant des bases d'impositions immobiles $\left(B_j = \underline{B}, t_j = \hat{t}(\underline{B})\right)$ $\forall j \neq J$. Quant au pays J, il choisira $\left(B_J = \overline{B}, t_J = \min\{\widetilde{t_k}(\overline{B}) - \varepsilon \mid k \in A\}\right)$ et devient un paradis fiscal (taxe faible, infrastructures élevées, beaucoup de capital mobile). Si J joue en dernier, $A = \phi$, $\widetilde{t_k}(\overline{B})$ est non défini, J obtiendra le revenu fiscal net le plus élevé : $W^J = W^J(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 1)$.

- Pour N_1, N_2, …, N_J, M, $\overline{B}$, $\underline{B}$, γ , k tel que $N_1 \geq N_2 \geq \ldots \geq N_{J-1} \geq N_J$, $(\frac{N\gamma^2}{4} - k) > 0$ et $\underline{B} > \sqrt{\frac{N\gamma^2 - 4k}{(N + M)\gamma^2 - 4k}}\overline{B}$, il existe l'équilibre auquel tous les pays jouent les stratégies qui maximisent les revenus fiscaux nets venant des bases d'impositions immobiles $\left(B_j = \overline{B}, t_j = \hat{t}(\overline{B})\right)$ $\forall j \neq J$. Quant au pays J, il choisira $\left(B_J = \overline{B}, t_J = \min\{\widetilde{t_k}(\overline{B}) - \varepsilon \mid k \in A\}\right)$ et devient un paradis fiscal. Si J joue en dernier, $A = \phi$, $\widetilde{t_k}(\overline{B})$ est non défini, J obtiendra le revenu fiscal net le plus élevé : $W^J = W^J(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 1)$. Il s'agit de l'un des résultats établis par Marceau, Mongrain et Wilson (2007).

Dans ces deux premiers cas, à l'équilibre, le capital mobile se localisera dans le pays J qui possède une stratégie plus avantageuse que celles des autres pays grâce à sa taille qui est la plus petite. Néanmoins, le choix du taux de taxation optimal du pays J dépend de l'ordre du jeu, autrement dit, dépend des pays qui jouent après J. J choisira le taux d'imposition à proximité de celui qui est le plus petit parmi les $\widetilde{t_k}(\overline{B})$ de ces pays pour les empêcher de se joindre à la compétition fiscale et de les forcer à maximiser leurs revenus fiscaux venant du capital local. Si le pays *J-1* joue après J ($J-1 \in \mathrm{A}$), J obtiendra le moins avec $\mathrm{W}^{J} = \mathrm{W}^{J}(\overline{B}, \tilde{t}_{J-1}(\overline{B}) - \varepsilon, 1)$.

- Pour N_1, N_2, ..., N_J, M, $\overline{B}$, $\underline{B}$, γ , k tel que $N_1 \geq N_2 \geq \ldots \geq N_{J-1} \geq N_J$, $\overline{B} > \sqrt{\frac{(M\gamma^2 + 4k)}{4k}} \underline{B}$, $N_j\gamma^2 - 4k < 0$ et $(N_j + M)\gamma^2 - 4k > 0$ $\forall j$, il existe l'équilibre auquel tous les pays jouent les stratégies qui maximisent les revenus fiscaux nets venant des bases d'impositions immobiles $\left(B_j = \underline{B}, t_j = \hat{t}(\underline{B})\right)$ $\forall j \neq 1$. Quant au pays *1*, il choisira $\left(B_1 = \overline{B}, t_1 = \min\{\tilde{t}_k(\overline{B}) - \varepsilon \mid k \in \mathrm{B}\}\right)$

Dans ce cas, le pays possédant la taille N la plus grande peut avoir le gain maximal du jeu. Alors, à l'équilibre, le capital mobile se mobilisera dans le pays 1. Si le pays *2* joue après le pays *1*, le pays *1* obtiendra le moins avec $\mathrm{W}^1 = \mathrm{W}^1(\overline{B}, \tilde{t}_2(\overline{B}) - \varepsilon, 1)$. Si *1* joue en dernier, il obtiendra le plus avec $\mathrm{W}^1 = \mathrm{W}^1(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 1)$.

CONCLUSION

L'objectif de ce travail visait à examiner l'impact du niveau d'infrastructures sur la productivité et le choix du taux d'imposition de chaque pays afin d'attirer les capitaux mobiles dans un contexte de concurrence fiscale. Pour y parvenir, on a développé le modèle de Marceau, Mongrain et Wilson (2007) en y introduisant le niveau d'infrastructures. On a spécifié les règles de décision des pays participant à la concurrence ainsi que ceux qui l'abandonnent, cherché les nouvelles conditions d'équilibre concernant les paramètres déterminant la productivité et le coût d'installation d'infrastructures des pays. Les résultats trouvés sont tout à fait compatibles à ceux présentés dans l'étude de Marceau, Mongrain et Wilson (2007) avec le cas de concurrence fiscale pour le même niveau d'infrastructures.

Dans le cas où le niveau d'infrastructures est différent pour chaque pays, les stratégies que les pays choisissent dépendent de l'ordre du jeu séquentiel et de quelques restrictions concernant les paramètres abordés ci-dessus ainsi que la distance entre les deux niveaux d'infrastructures établis dans le modèle. L'équilibre existe avec la concentration du capital mobile dans le pays possédant la combinaison de taux de taxation et de niveau d'infrastructures la plus avantageuse. Plus spécifiquement, ce pays choisira le niveau d'infrastructures le plus élevé associé à un taux d'imposition le plus faible comparé à celui des autres pays. Les pays abandonnant la concurrence pourraient adopter un niveau d'infrastructures faible ou élevé, en fonction de la valeur des paramètres qui déterminent la productivité et le coût d'installation d'infrastructures de chaque pays pour maximiser leur revenus fiscaux nets venant des bases d'impositions immobiles. Ensuite, ils vont choisir le taux d'imposition le plus élevé possible qui correspond à leur niveau d'infrastructures installé.

RÉFÉRENCES

Desai, Mihir A., C. Fritz Foley & James R. Hines Jr. 2006b. *The demand for tax haven Operations*. Journal of Public Economics **90**, 513-531.

Desai, Mihir A. & Foley, C. Fritz et Hines, James Jr., 2006. *Do tax havens divert economic activity?*, Economics Letters, Elsevier, vol. 90(2), 219-224.

Dharmapala, Dhammika & James R. Hines Jr., 2006. *Which countries become tax havens?*. NBER Working Paper No. 12802.

Harris, D., Morck, R., Slemrod, J. and Yeung, B., 1991. *Income Shifting in U.S. Multinational Corporations*. NBER Working Paper No. W3924.

Hines, 2007. *Tax Havens*. Document préparé pour parution dans le *New Palgrave Dictionary of Economics*, 2nd ed., edited by Lawrence E. Blume and Steven N. Durlauf.

Hines, 2005. *Corporate Taxation and international Competition*. Ross School of Business Paper No.1026.

Hines, 2004. *Do Tax Havens flourish?*. NBER Working Paper No.10936.

Hines, James R. & Eric Rice, 1994. *Fiscal paradise : Foreign Tax Havens and American Business*. Quarterly Journal of Economics 109: 149-82

Hong, Qing et Michael Smart. 2005. *In Praise of Tax Havens: International Tax Planning and Foreign Direct Investment*. Mimeo, University of Toronto.

Janeba, E., et W. Peters, 1999. *Tax Evasion, Tax Competition and the Gains from Nondiscrimination: The Case of Interest Taxation in Europe*, Economic Journal **109**, 93–101.

Keen, 2001. *Preferential Regimes Can make Tax Competition Less Harmful*, National Tax Journal **54**, 757–762.

Keen, Marchand, 1997. *Fiscal competition and the pattern of public spending*, Journal of public economics **66**, 33–53.

Nicolas Marceau, Steeve Mongrain et John D. Wilson, 2007. *Why Do Most Countries Set High Tax Rates on Capital?*, Cahiers de recherche 07-11, CIRPÉE, à paraître, Journal of International Economics.

OECD, 1998. *Harmful Tax Competition: An emerging Global Issues*, Paris: OECD.

Slemrod, Joel et John D. Wilson, 2006. *Tax competition with parasitic tax havens*. NBER Working Paper No. 12225.

Wikipedia, 2009. *Paradis fiscal*.

Wilson, 2005. *Tax Competition with and without Preferential Treatment of a Highly-Mobile Tax Base*, In J. Alm, J. Martinez-Vasquez, and M. Rider, Editors, The Challenge of Tax Reform in a Global Economy, Springer.

APPENDICE A : PREUVES MATHÉMATIQUES

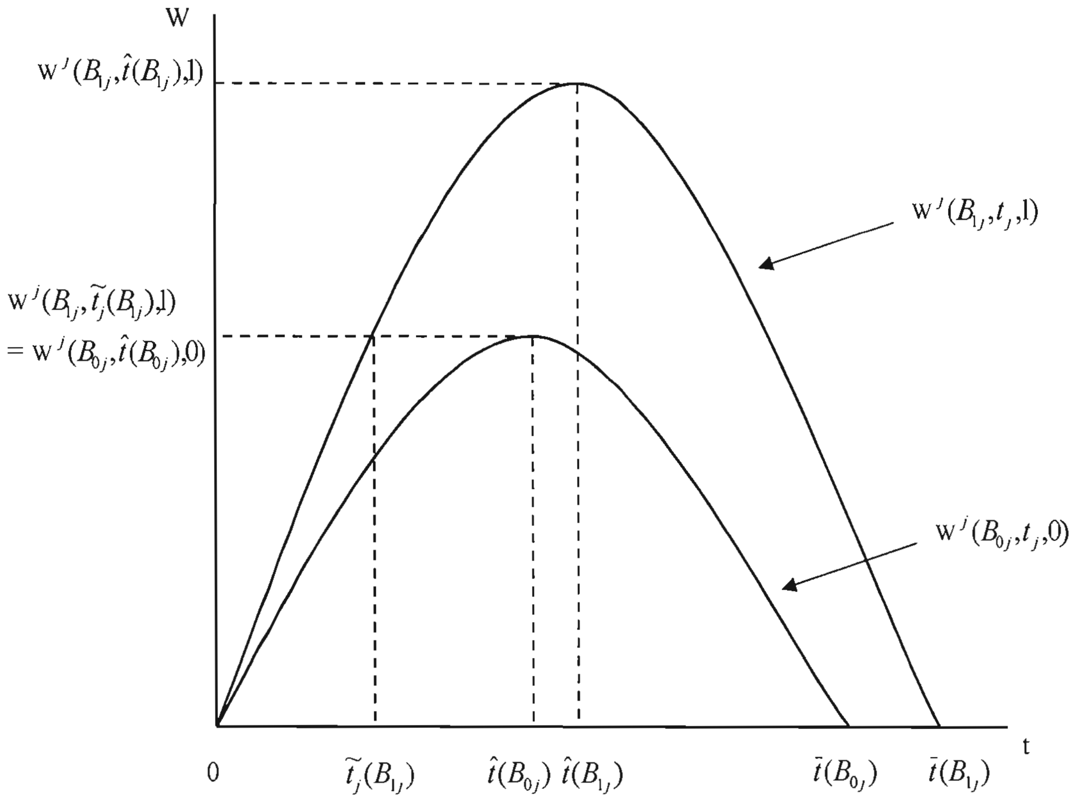

Figure 1 : W^j en fonction de t_j

Preuve 1:

$$\text{I(B,t)} = \underset{I}{\text{argmax}}\ (\gamma B - t)\ I(B,t) - \frac{I(B,t)^2}{2}$$

CPO: $\gamma B - t - I(B,t) = 0 \qquad \Rightarrow I(B,t) = \gamma B - t$

Preuve 2 :

$$W(B_0, t, 0) = Nt(\gamma B_0 - t) - kB_0^{\,2} = -Nt^2 + N\gamma B_0 t - kB_0^2$$

$$\hat{t}(B_0) = \underset{t}{\text{argmax}}\ W(B_0, t, 0) = \text{argmax}\ -Nt^2 + N\gamma B_0 t - kB_0^2$$

$$\text{CPO} : -2Nt \ + N\gamma B_0 = 0$$

$$\Rightarrow \hat{t}(B_0) = \frac{1}{2}\gamma B_0$$

Preuve 3 :

$$W(B_1, t, 1) = (N+M)t(\gamma B_1 - t) - kB_1^{\,2} = -(N+M)t^2 + (N+M)\gamma B_1 t - kB_1^2$$

$$\hat{t}(B_1) = \underset{t}{\text{argmax}}\ W(B_1, t, 1) = \text{argmax}\ -(N+M)t^2 + (N+M)\gamma B_1\, t - kB_1^2$$

$$\text{CPO} : -2(N+M)t \ + (N+M)\gamma B_1 = 0$$

$$\Rightarrow \hat{t}(B_1) = \frac{1}{2}\gamma B_1$$

Preuve 4 : Identification des $\tilde{t}$, cas de $\frac{N\gamma^2}{4} - k < 0$

+ $\tilde{t}(\overline{B})$

$$W(\overline{B}, \tilde{t}(\overline{B}), 1) = W(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B}), 0)$$

$$(N+M)\tilde{t}(\overline{B})\left[\gamma\overline{B} - \tilde{t}(\overline{B})\right] - k\overline{B}^2 = \left(\frac{N\gamma^2}{4} - k\right)\underline{B}^2$$

$$(N+M)\tilde{t}(\overline{B})^2 - (N+M)\gamma\overline{B}\ \tilde{t}(\overline{B}) + k\overline{B}^2 + \left(\frac{N\gamma^2}{4} - k\right)\underline{B}^2 = 0$$

$$\Delta = (N+M)^2\gamma^2\overline{B}^2 - 4(N+M)\left[k\overline{B}^2 + \left(\frac{N\gamma^2}{4} - k\right)\underline{B}^2\right]$$

$$\Delta = (N+M)^2\gamma^2\overline{B}^2 - 4(N+M)k\overline{B}^2 - 4(N+M)\left(\frac{N\gamma^2}{4} - k\right)\underline{B}^2$$

$$\Delta = (N+M)\left[(N+M)\gamma^2\overline{B}^2 - 4k\overline{B}^2 - N\gamma^2\underline{B}^2 + 4k\underline{B}^2\right]$$

$$\Delta = (N+M)\left[(N+M)\gamma^2 - 4k\right]\overline{B}^2 - (N+M)\left(N\gamma^2 - 4k\right)\underline{B}^2$$

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow \left[(N+M)\gamma^2 - 4k\right]\overline{B}^2 > \left(N\gamma^2 - 4k\right)\underline{B}^2$$

Comme $\quad (N+M)\gamma^2 - 4k > N\gamma^2 - 4k$

Alors $\quad \Delta > 0 \Leftrightarrow (N+M)\gamma^2 - 4k > 0 \qquad$ (*)

Donc, avec $\frac{N\gamma^2}{4} - k < 0$ et $(N+M)\gamma^2 - 4k > 0$, il existe $\tilde{t}(\overline{B})$ tel que $0 < \tilde{t}(\overline{B}) < \hat{t}(\overline{B})$

et :

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{(N+M)\gamma\overline{B} - \sqrt{(N+M)\left[(N+M)\gamma^2\overline{B}^2 - 4k\overline{B}^2 - N\gamma^2\underline{B}^2 + 4k\underline{B}^2\right]}}{2(N+M)}$$

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{N}{N+M}\gamma^2\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2}\right]$$

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2}\right]$$

+ $\tilde{t}(\underline{B})$

$W(\underline{B}, \tilde{t}(\underline{B}), 1) = W(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B}), 0)$

$$(N+M)\tilde{t}(\underline{B})\left[\gamma\underline{B} - \tilde{t}(\underline{B})\right] - k\underline{B}^2 = \left(\frac{N\gamma^2}{4} - k\right)\underline{B}^2$$

$$(N+M)\tilde{t}(\underline{B})^2-(N+M)\gamma\underline{B}\,\tilde{t}(\underline{B})+\frac{N\gamma^2}{4}\underline{B}^2=0$$

$$\Delta=(N+M)^2\gamma^2\underline{B}^2-4(N+M)\frac{N\gamma^2}{4}\underline{B}^2$$

$$\Delta=(N+M)^2\gamma^2\underline{B}^2-(N+M)^2\frac{N\gamma^2}{N+M}\underline{B}^2$$

$$\Delta=(N+M)^2\left[\gamma^2\underline{B}^2-\frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2\right]>0 \qquad \forall\underline{B}$$

Donc, avec $\frac{N\gamma^2}{4}-k<0$, il existe $\tilde{t}(\overline{B})$ tel que $0<\tilde{t}(\underline{B})<\hat{t}(\underline{B})$ et :

$$\tilde{t}(\underline{B})=\frac{(N+M)\gamma\underline{B}-\sqrt{(N+M)^2\left[\gamma^2\underline{B}^2-\frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2\right]}}{2(N+M)}$$

$$\tilde{t}(\underline{B})=\frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B}-\sqrt{\gamma^2\underline{B}^2-\frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\underline{B}^2}\right]>0$$

Preuve 5: Meilleure offre si le pays fait la concurrence - Comparaison de $\left[\gamma\overline{B}-\tilde{t}(\overline{B})\right]$ et $\left[\gamma\underline{B}-\tilde{t}(\underline{B})\right]$, cas de $\frac{N\gamma^2}{4}-k<0$.

$$\gamma\overline{B}-\tilde{t}(\overline{B})=\frac{1}{2}\gamma\overline{B}+\frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2\overline{B}^2-\frac{4k}{N+M}\overline{B}^2-\frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2+\frac{4k}{N+M}\underline{B}^2}$$

$$\gamma \underline{B} - \tilde{t}(\underline{B}) = \frac{1}{2}\gamma \underline{B} + \frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2 \underline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2 \underline{B}^2}$$

On voit que:

$$\gamma^2 \overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2$$

$$= \left(\gamma^2 - \frac{4k}{N+M}\right)\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 > \left(\gamma^2 - \frac{4k}{N+M}\right)\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2$$

car selon (*) $\gamma^2 - \frac{4k}{N+M} > 0$ et $\overline{B} > \underline{B}$

Alors,

$$\gamma^2 \overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 > \gamma^2 \underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 \qquad (**)$$

De (**)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\gamma \overline{B} + \frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2 \overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2} > \frac{1}{2}\gamma \underline{B} + \frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2 \underline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2 \underline{B}^2}$$

ou $\gamma \overline{B} - \tilde{t}(\overline{B}) > \gamma \underline{B} - \tilde{t}(\underline{B})$

Preuve 6 : Identification des $\tilde{t}$, cas de $\frac{N\gamma^2}{4} - k > 0$.

Si $\frac{N\gamma^2}{4} - k > 0$ => 1 choisit $\overline{B}$

+ $\tilde{t}(\underline{B})$

W($\underline{B}, \tilde{t}(\underline{B})$,1) = W($\overline{B}, \hat{t}(\overline{B})$,0)

$$(N+M)\tilde{t}(\underline{B})\left[\gamma \underline{B} - \tilde{t}(\underline{B})\right] - k\underline{B}^2 = \left(\frac{N\gamma^2}{4} - k\right)\overline{B}^2$$

$$(N+M)\tilde{t}(\underline{B})^2-(N+M)\gamma\underline{B}\ \tilde{t}(\underline{B})+k\underline{B}^2+\left(\frac{N\gamma^2}{4}-k\right)\overline{B}^2=0$$

$$\Delta=(N+M)^2\gamma^2\underline{B}^2-4(N+M)\left[k\underline{B}^2+\left(\frac{N\gamma^2}{4}-k\right)\overline{B}^2\right]$$

$$\Delta=(N+M)^2\gamma^2\underline{B}^2-4(N+M)k\underline{B}^2-4(N+M)\left(\frac{N\gamma^2}{4}-k\right)\overline{B}^2$$

$$\Delta=(N+M)\left[(N+M)\gamma^2\underline{B}^2-4k\underline{B}^2-N\gamma^2\overline{B}^2+4k\overline{B}^2\right]$$

$$\Delta=(N+M)\left[(N+M)\gamma^2-4k\right]\underline{B}^2-(N+M)\left(N\gamma^2-4k\right)\overline{B}^2$$

$$\Delta>0\Leftrightarrow\left[(N+M)\gamma^2-4k\right]\underline{B}^2>\left(N\gamma^2-4k\right)\overline{B}^2$$

Comme $\qquad (N+M)\gamma^2-4k>N\gamma^2-4k>0$

Alors $\qquad \Delta>0\Leftrightarrow\underline{B}^2>\dfrac{N\gamma^2-4k}{(N+M)\gamma^2-4k}\overline{B}^2$

Donc, avec $\dfrac{N\gamma^2}{4}-k>0$ et $\underline{B}>\sqrt{\dfrac{N\gamma^2-4k}{(N+M)\gamma^2-4k}}\overline{B}$, il existe $\tilde{t}(\underline{B})$ tel que $0<\tilde{t}(\underline{B})<\hat{t}(\underline{B})$ et :

$$\tilde{t}(\underline{B})=\frac{(N+M)\gamma\underline{B}-\sqrt{(N+M)\left[(N+M)\gamma^2\underline{B}^2-4k\underline{B}^2-N\gamma^2\overline{B}^2+4k\overline{B}^2\right]}}{2(N+M)}$$

$$\tilde{t}(\underline{B})=\frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B}-\sqrt{\gamma^2\underline{B}^2-\frac{4k}{N+M}\underline{B}^2-\frac{N}{N+M}\gamma^2\overline{B}^2+\frac{4k}{N+M}\overline{B}^2}\right]$$

$$\tilde{t}(\underline{B})=\frac{1}{2}\left[\gamma\underline{B}-\sqrt{\gamma^2\underline{B}^2-\frac{4k}{N+M}\underline{B}^2-\frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2+\frac{4k}{N+M}\overline{B}^2}\right]$$

$+ \tilde{t}(\overline{B})$

$$W(\overline{B}, \tilde{t}(\overline{B}), 1) = W(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 0)$$

$$(N+M)\tilde{t}(\overline{B})\left[\gamma\overline{B} - \tilde{t}(\overline{B})\right] - k\overline{B}^2 = \left(\frac{N\gamma^2}{4} - k\right)\overline{B}^2$$

$$(N+M)\tilde{t}(\overline{B})^2 - (N+M)\gamma\overline{B}\ \tilde{t}(\overline{B}) + \frac{N\gamma^2}{4}\overline{B}^2 = 0$$

$$\Delta = (N+M)^2\gamma^2\overline{B}^2 - 4(N+M)\frac{N\gamma^2}{4}\overline{B}^2$$

$$\Delta = (N+M)^2\gamma^2\overline{B}^2 - (N+M)^2\frac{N\gamma^2}{N+M}\overline{B}^2$$

$$\Delta = (N+M)^2\left[\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\dfrac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2\right] > 0 \qquad \forall\overline{B}$$

Donc, avec $\frac{N\gamma^2}{4} - k > 0$, il existe $\tilde{t}(\overline{B})$ tel que $0 < \tilde{t}(\overline{B}) < \hat{t}(\overline{B})$ et :

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{(N+M)\gamma\overline{B} - \sqrt{(N+M)^2\left[\gamma^2\overline{B}^2 - \dfrac{1}{1+\dfrac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2\right]}}{2(N+M)}$$

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\dfrac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2}\right] > 0$$

Preuve 7 : Meilleure offre si le pays fait la concurrence - Comparaison de $\left[\gamma \overline{B} - \widetilde{t}(\overline{B})\right]$ et $\left[\gamma \underline{B} - \widetilde{t}(\underline{B})\right]$, cas de $\frac{N\gamma^2}{4} - k > 0$.

$$\gamma \underline{B} - \widetilde{t}(\underline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma \underline{B} + \sqrt{\gamma^2 \underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2}\right]$$

$$\gamma \overline{B} - \widetilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma \overline{B} + \sqrt{\gamma^2 \overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2 \overline{B}^2}\right]$$

On voit que:

$$\left[\gamma^2 \overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2 \overline{B}^2\right] - \left[\gamma^2 \underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2\right]$$

$$= \gamma^2\left[\overline{B}^2 - \underline{B}^2\right] - \frac{4k}{N+M}\left[\overline{B}^2 - \underline{B}^2\right]$$

$$= \left[\gamma^2 - \frac{4k}{N+M}\right]\left[\overline{B}^2 - \underline{B}^2\right]$$

$$= \left[\frac{(N+M)\gamma^2 - 4k}{N+M}\right]\left[\overline{B}^2 - \underline{B}^2\right]$$

Comme $(N+M)\gamma^2 - 4k > N\gamma^2 - 4k > 0$ et $\overline{B} > \underline{B}$

Alors $\left[\gamma^2 \overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2 \overline{B}^2\right] - \left[\gamma^2 \underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2\right] > 0$

Autrement dit :

$$\left[\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2\right] > \left[\gamma^2\underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2\right]$$

$$\Rightarrow \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2} > \sqrt{\gamma^2\underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2}$$

Or $\overline{B} > \underline{B}$

Alors

$$\left[\gamma\overline{B} + \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{1}{1+\frac{M}{N}}\gamma^2\overline{B}^2}\right] > \left[\gamma\underline{B} + \sqrt{\gamma^2\underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2}\right]$$

ou $\gamma\overline{B} - \tilde{t}(\overline{B}) > \gamma\underline{B} - \tilde{t}(\underline{B})$

=> si le pays fait la concurrence, il va choisir $\overline{B}$

Preuve 8: Monotonie de $\tilde{t}(\overline{B})$ et $\tilde{t}(\underline{B})$ selon N, cas de $\frac{N\gamma^2}{4} - k < 0$.

+ Pour $\tilde{t}(\overline{B})$:

$$\tilde{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\left[\gamma\overline{B} - \sqrt{\gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2}\right]$$

On considère :

$$f(N) = \gamma^2\overline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 - \frac{\gamma^2}{1+\frac{M}{N}}\underline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2$$

$$f(N) = \gamma^2\overline{B}^2 - \frac{N\gamma^2}{N+M}\underline{B}^2 - \frac{4k}{N+M}\overline{B}^2 + \frac{4k}{N+M}\underline{B}^2$$

On a:

$$f'(N) = -\frac{N+M-N}{(N+M)^2}\gamma^2\underline{B}^2 + \frac{4k}{(N+M)^2}\overline{B}^2 - \frac{4k}{(N+M)^2}\underline{B}^2$$

$$f'(N) = \frac{4k}{(N+M)^2}\overline{B}^2 - \frac{(M\gamma^2+4k)}{(N+M)^2}\underline{B}^2$$

$f'(N) < 0$ si et seulement si $4k\overline{B}^2 < (M\gamma^2 + 4k)\underline{B}^2$

$$\Rightarrow \overline{B}^2 < \frac{(M\gamma^2+4k)}{4k}\underline{B}^2$$

$$\Rightarrow \overline{B} < \sqrt{\frac{(M\gamma^2+4k)}{4k}}\underline{B}$$ (car $\overline{B} > 0$ et $\underline{B} > 0$)

Preuve 9 : Stratégie du pays 2

Le pays 2 jouera (B_2, t_2) tel que:

$$\text{Max W}(B_2, t_2, 1) = (N+M)t_2(\gamma B_2 - t_2) - kB_2^2$$

$$\text{s.à} \quad \gamma B_2 - t_2 > \gamma\underline{B} - \tilde{t}(\underline{B})$$

On a:

$$+\text{ Max W}(\underline{B}, t_2, 1) = \text{W}(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B}), 1) = (N+M)\frac{\gamma\underline{B}}{2}(\gamma\underline{B} - \frac{\gamma\underline{B}}{2}) - k\underline{B}^2$$

$$= (N+M)\frac{\gamma\underline{B}}{2}\frac{\gamma\underline{B}}{2} - k\underline{B}^2$$

$$= \left[(N+M)\frac{\gamma^2}{4} - k\right]\underline{B}^2$$

$$+\text{ Max W}(\overline{B}, t_2, 1) = \text{W}(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 1) = (N+M)\frac{\gamma\overline{B}}{2}(\gamma\overline{B} - \frac{\gamma\overline{B}}{2}) - k\overline{B}^2$$

$$= \left[(N+M)\frac{\gamma^2}{4} - k\right]\overline{B}^2$$

Comme $(N+M)\frac{\gamma^2}{4} - k > 0$, alors $\text{W}(\overline{B}, \hat{t}(\overline{B}), 1) > \text{W}(\underline{B}, \hat{t}(\underline{B}), 1)$

Autrement dit: $W(\overline{B},\hat{t}(\overline{B}),1) = \text{Max } W(B_2,t_2,1)$

D'autre part, $\gamma\overline{B} - \hat{t}(\overline{B}) = \frac{1}{2}\gamma\overline{B} > \frac{1}{2}\gamma\underline{B} = \gamma\underline{B} - \tilde{t}(\underline{B})$ (satisfait à la contrainte)

Donc, le pays 2 jouera $(\overline{B},\hat{t}(\overline{B}))$.