

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

CAPM de Consommation :
Évidence du marché Canadien

MÉMOIRE PRÉSENTÉ COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ADMINISTRATION DES AFFAIRES

PAR

OUSSEYNOU NDIAYE

Avril 2009

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de ce mémoire se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.01-2006). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [la] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

Remerciements :

En préambule, je souhaite adresser ici tous mes chaleureux remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire. Sans leur collaboration cette recherche ne serait pas possible.

Tout d'abord, je tiens à remercier de tout cœur mon directeur de mémoire le professeur Alain Coën. J'ai trouvé en lui, le soutien et les conseils éclairés nécessaires à la progression du travail. Avec une grande conscience professionnelle, ténacité et rigueur, Monsieur Coën a suivi mon travail en ne laissant passer aucun détail.

Je remercie encore ce dernier et B. Carmichael de m'avoir fourni les données des 10 portefeuilles canadiens utilisés dans cette étude.

Je tiens aussi à témoigner toute ma reconnaissance aux professeurs Raymond Théoret et Pater Twarabimenye qui ont accepté d'être membres du comité des lecteurs.

Ensuite j'adresse mes plus sincères remerciements à mes parents et à tous les membres de ma famille, plus particulièrement mon frère aîné M. Moustapha Ndiaye.

Enfin merci à mon épouse, Maty, de son soutien inconditionnel et de ses encouragements.

Table de matières

Liste des Tableaux et Graphiques	iv
Résumé	v
Introduction.....	1
Chapitre I	
Le Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	4
1.1 La théorie du CAPM.....	4
1.2 Les limites du modèle CAPM.....	8
Chapitre II	
Le CAPM de Consommation.....	12
2.1 Exemple introductif.....	12
2.2 Les Hypothèses.....	16
2.3 Les Modèles	17
2.3.1 Le Modèle de Lucas.....	18
2.3.2 Le Modèle de Mehra et Prescott.....	24
2.3.3 Le Modèle de Ferson et Constantinide.....	29
Chapitre III	
L'énigme de la prime de risque.....	38
3.1 La description du problème.....	38
3.2 L'analyse de l'énigme.....	44
Chapitre IV	
Une application sur le marché Canadien.....	49
4.1 Le Modèle.....	49
4.2 Les données	50
4.3 Les résultats et Analyses.....	52
Conclusion.....	59
Annexe.....	62
Bibliographie.....	80

Liste des Tableaux et Graphiques

Tableau 1 : la prime de risque aux États Unis (1889-1978).

Tableau 2 : la liste des variables.

Tableau 3 : la statistique descriptive des variables.

Tableau 4 : les résultats des estimations des coefficients du modèle avec les T-Statistiques .

Graphique 1 : la représentation graphique du CML

Graphique 2 : le rendement annuel réel du S&P 500 en % (1889-1978).

Graphique 3 : le taux de croissance de la consommation par individu en % (1889-1978).

Graphique 4 : le rendement réel annuel du titre sans risque en % (1889-1978).

RÉSUMÉ

Le marché financier américain et canadien présentent beaucoup de similitudes. La question qu'on se pose est que les incohérences détectées chez le premier vont-elles se généraliser partout. En effet une évaluation des données boursières américaines a montré que les primes de risque constatées sont trop excessives par rapport aux prévisions du modèle de CAPM de consommation. Ce modèle qui fait partie des plus parfaits dont disposent les économistes et financiers, va nous permettre de faire des prévisions de primes de risque avec les données canadiennes. Pour la période retenue, les résultats obtenus ont confirmé la tendance constatée dans les précédentes études. C'est à dire des primes de risques anormalement élevées.

Mots clés : CAPM, CAPM de consommation, MEDAF, MEDAF de consommation, CCAPM, énigme de la prime de risque, prime de risque excédentaire.

Introduction

Dans le monde de la finance, la plupart des actes peuvent être considérés comme des transferts temporels de richesse. Donc ils comportent souvent des risques. Ces risques varient selon le type d'actif utilisé. Aucun agent n'est en mesure de savoir avec certitude la valeur réelle de la richesse qu'il percevra à la fin du transfert.

Dans ce contexte de déréglementation, de désintermédiation et de globalisation de l'économie mondiale; les acteurs du système financier cherchent à rentabiliser au mieux leur investissement. C'est dans cette lancée que les théoriciens de la finance moderne développent des mesures et des modèles pouvant satisfaire ces demandes. Parmi ces modèles on peut citer le Capital Asset Pricing Model (CAPM). L'un des objectifs de cette modélisation financière est d'étudier l'influence des comportements des investisseurs sur les prix des actifs.

On peut dire que le CAPM fait partie des premiers modèles à introduire le risque dans l'évaluation des actifs financiers. Le Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers (MEDAF), son nom en français, est une analyse de la relation existant entre le risque et la rentabilité des actifs. Plus précisément, il évalue la rentabilité d'un titre en fonction de la rentabilité du marché et de la sensibilité de ce titre au marché. Les choix d'investissement contribuent à la maximisation de la création de valeur des particuliers. À partir de là, il en ressort qu'à l'équilibre les investisseurs détiennent un portefeuille d'actifs risqués qu'ils combinent dans des proportions variables avec un actif sans risque. Par ailleurs les insuffisances de ce modèle standard et le souci de pousser la recherche plus loin, ont permis à certains auteurs de déboucher sur un modèle de CAPM basé sur la consommation des ménages.

Dans ce cas de figure le travail consiste à analyser les choix de portefeuille et de consommation d'un « agent type » qui maximise son utilité intertemporelle attendue sur un horizon. En d'autres termes pour maximiser son utilité l'agent devra choisir simultanément à chaque période, les quantités de chaque actif financier qu'il doit posséder et le niveau de consommation qui le satisfait. Comme la plupart des agents économiques, les consommateurs sont aussi appelés à faire des arbitrages entre leur consommation présente et les opportunités d'investissement. Si on regarde de plus près c'est un arbitrage entre la consommation immédiate et la consommation future.

En renonçant à consommer une partie de leur richesse aujourd'hui, les individus espèrent avoir un accroissement de richesse dans le futur. Ce qui est synonyme de consommation et de satisfaction plus élevée. Le CCAPM est un modèle d'évaluation par la consommation, qui est une avancée théorique capitale en finance. Il intègre toutes les implications d'évaluations d'actifs en contexte multi périodique. Dans ce modèle les prix et les rendements des actifs financiers sont étroitement liés à l'équilibre aux décisions de consommation et d'épargne des investisseurs. Les deux paramètres qui influent beaucoup dans ces genres de situation sont le temps et le risque. Sous un autre angle il permet d'expliquer les rendements excédentaires liés à une prise de risque sur la consommation. En résumé le CAPM étudie la liaison entre la prime de risque d'un actif financier à la covariance entre le rendement de cet actif et celui du portefeuille de marché. Alors que le CCAPM analyse la relation entre la prime de risque d'un actif à la covariance avec le taux marginal de substitution intertemporelle.

Pour mieux élucider cette thématique portant sur le CAPM de consommation; nous allons tout d'abord être amenés à faire un bref résumé des concepts de base du modèle standard du CAPM. Tout en s'assurant de mettre en relief ses principales limites (Chapitre 1). Ensuite une revue de littérature s'avère nécessaire. Elle consistera premièrement à donner une illustration simple. L'exemple sera basé sur les choix de consommation et d'investissement d'un individu représentatif entre 2

périodes connues. Deuxièmement il faudra passer en revue toutes les hypothèses qui sous-tendent ce modèle. Troisièmement, présenter les modèles les plus connus (Chapitre 2). La contradiction qui existe entre les prévisions des modèles et les résultats constatés sur le marché sera étudiée de plus près. Elle est concrétisée par le concept communément appelé «l'énigme de la prime de risque» (Chapitre 3). Enfin on terminera par un test empirique qui va porter sur le marché financier canadien de 1961 à 2004 (chapitre 4). Dans la conclusion, on résumera les étapes du mémoire et des principaux résultats trouvés. Il sera aussi question de faire un bref aperçu sur les critiques.

Chapitre I

Le Capital Asset Pricing Model (CAPM)

En parcourant la littérature financière, on constate que le Modèle d'évaluation des Actifs financiers est l'un des acquis majeurs de la théorie financière moderne. Dans ce chapitre il sera question dans un premier lieu d'expliquer la théorie du CAPM. En second lieu, on élaborera les principales limites de ce modèle.

1.1 La théorie du CAPM

Tout est parti des travaux de Harry Markowitz en 1952. Les conclusions de ses recherches stipulent qu'un investisseur détermine la composition de son portefeuille en se basant sur deux paramètres : le rendement des titres et la variance des rendements (le risque). La diversification est un moyen pour réduire le risque d'un portefeuille*. S'il existe un investisseur qui a de l'aversion pour le risque, pour un risque donné, il choisira ou préférera le titre qui a la plus grande espérance de rendement. À espérances égales, l'investisseur va choisir le titre qui a le risque le moins élevé. C'est-à-dire le titre avec la petite variance. C'est à partir de ce processus que l'on détermine les titres qui sont préférés à d'autres.

Pour avoir les rendements d'équilibre des titres à travers le MEDAF, il a fallu attendre les travaux de Sharpe en 1964, de Lintner en 1965 et Mossin en 1966. Ces derniers ont conclu qu'à l'équilibre tous les investisseurs vont détenir deux actifs, soit le titre sans risque et le portefeuille de marché**. Les proportions vont dépendre des préférences des uns et des autres et de leur degré d'aversion au risque.

* Pour avoir plus d'explication consulter le modèle de Markowitz 1952.

** Pour une démonstration complète, se référer au modèle de Sharpe (1964), Lintner (1965), ou de Mossin (1966).

Si on regarde le graphique 1, on voit que le titre M qu'on appelle portefeuille de marché* représente tous les titres risqués du marché. R_f est le rendement du titre sans risque. C'est-à-dire celui qui a une variance nulle et un rendement garanti à l'échéance, par exemple les bons du trésor. Le rendement du portefeuille de marché se calcule de la façon suivante :

$$R_m = \sum_{i=1}^n X_i R_i \quad (1)$$

Où X_i = Rendement du titre i

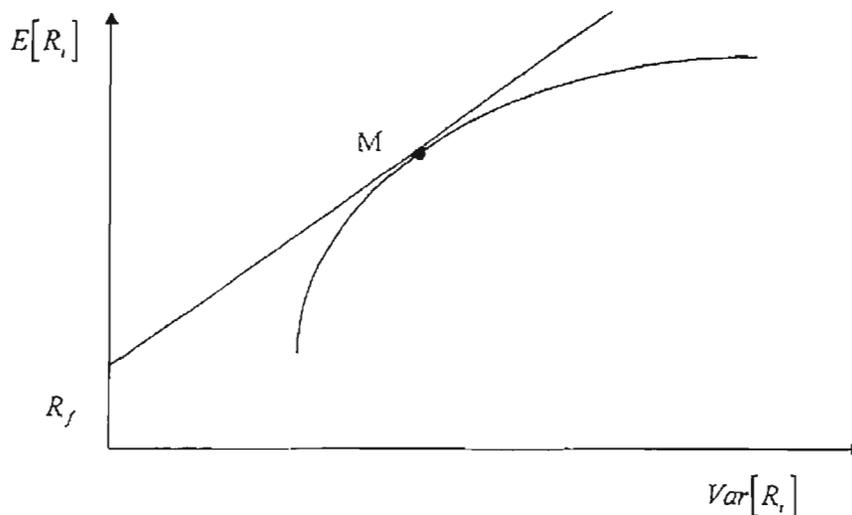
R_i = Pondération de l'actif i dans le portefeuille de marché.

Et la variance de rendement :

$$\text{Var}(R_m) = \sum_{i=1}^n X_i^2 \text{Var}(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \text{Cov}(R_i, R_j) \quad (2)$$

Graphique 1 :

La représentation graphique du CML**



* Le portefeuille de marché est constitué ici de tous les titres boursiers, des pièces de collection, les œuvres d'art...

** Aftalion, F; Poncet, P; Portait, Roland. (2004), «La théorie moderne du portefeuille », PUF, que sais je ?, Paris, p.18

$[R_f, M]$ est la droite qui représente le rendement offert par le titre sans risque. Et la courbe elle, représente la frontière efficiente de Markowitz.

Le risque d'un titre peut être décomposé en deux parties : Le risque systématique, plus connu sous le nom de bêta, et le risque non systématique. Le premier évalue la variation de l'actif en fonction des fluctuations du marché, tandis que le second est propre à chaque actif.

À partir de là, on peut facilement comprendre que dans un portefeuille composé de plusieurs titres risqués, la variance d'un seul titre n'a pas un effet sur la variance du portefeuille. Mais c'est plutôt la covariance d'un titre avec les autres titres qu'il faut prendre en considération. En d'autres termes la covariance d'un titre avec le portefeuille détenu. En effet une seule partie du risque du titre sera prise en compte dans la mesure du risque du rendement (risque systématique). L'autre partie du risque du titre (risque non systématique), sera éliminée sous l'effet de la diversification du portefeuille. Cette évolution entraîne l'utilisation de la covariance pour mesurer le risque du titre. Pour le titre i , le risque sur le rendement est : $Cov(R_i, R_m)$.

Cette covariance mesure la contribution du titre i au risque total du portefeuille.

Le risque total du portefeuille de marché est mesuré par l'écart type de sa rentabilité: $\sigma(R_m)$. Par définition le risque du portefeuille de marché ou son bêta (β_m) est toujours égal à l'unité.

$$\beta_m = Cov(R_m, R_m) / Var(R_m) = Var(R_m) / Var(R_m) = 1 \quad (3)$$

Ce qui fait que la mesure du risque du titre i devient :

$$\beta_i = Cov(R_i, R_m) / Var(R_m) \quad (4)$$

β_i est la sensibilité du rendement du titre i par rapport à celui du portefeuille de marché.

Le bêta de l'actif sans risque est nul parce que la covariance de son rendement avec celui du portefeuille de marché est égale à 0. Ainsi à l'équilibre pour chaque titre i qui compose le portefeuille nous aurons l'équation suivante qui est la finalité de la théorie du CAPM :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_m) - R_f] \quad (5)$$

$$\text{Où} \quad E(R_i) - R_f = \beta_i [E(R_m) - R_f] \quad (6)$$

L'équation 5 appelée SML* (Security Market Line), décrit la relation linéaire entre l'espérance de rendement du titre et sa quantité de risque (le bêta). Elle contient beaucoup d'informations :

- Le risque pris est récompensé par le rendement excédentaire du marché $[E(R_m) - R_f]$: la prime de risque.
- Si le rendement du titre i varie positivement avec le rendement du marché, ce titre offre une prime de risque qui est égale à $(E(R_i) - R_f)$.
- La prime de risque est fonction de la covariance du rendement de l'actif avec le rendement du marché.
- Une covariance négative entre R_i et R_m , signifie que lorsqu'on a une baisse des rendements boursiers, le rendement du titre i augmente. L'inverse aussi est valable. Cela signifie l'actif i joue un rôle de stabilisateur sur le rendement du portefeuille de marché.

Si le β d'un titre i est positif, cela implique qu'il varie dans le même sens que le rendement du marché. Ainsi il contribue à la volatilité du rendement du portefeuille.

* Graphiquement c'est la droite de marché des titres.

En résumé, le CAPM essaie d'expliquer le rendement d'un actif financier. Celui-ci est composé du taux de rentabilité sans risque, et d'une prime de risque de marché qui est fonction de la covariance du rendement de l'actif avec le rendement du marché.

2.2 Les limites du CAPM

Malgré son statut de modèle de référence, le CAPM n'est pas à l'abri des reproches. Des critiques ont été soulevées de part et d'autre par les chercheurs. Elles n'ont pas pour objectif de remettre en question la validité du modèle, mais cherchent plutôt à mettre l'accent sur ses insuffisances et limites. Parmi elles on peut citer :

- L'absence d'un actif sans risque

Le MEDAF prévoit dans ses calculs l'existence d'un actif sans risque. Or Black (1972) montre que le modèle peut être construit sans un actif sans risque. Il suffit de remplacer la rentabilité de ce dernier par la rentabilité espérée d'un portefeuille efficace qui a une covariance, donc un bêta, avec le portefeuille de marché égale à zéro. C'est la méthode du zéro bêta. Cet argument est basé sur le fait dans la réalité un actif sans risque n'existe pas. Un actif à rentabilité sûre et sans risque n'est pas envisageable, en raison des effets du taux d'inflation par exemple.

- L'instabilité du bêta

En 1972 Sharpe et Cooper ont fait une étude empirique sur les actions cotées sur le NYSE entre 1937 et 1967. Ils ont pris les rentabilités mensuelles des actifs négociés pendant ce temps là, et les ont divisées en six périodes. Ensuite dans chaque sous groupe, ils ont classé les actions selon leur risque, en fonction de leur bêta. Au bout du compte, ils trouvent que les bêtas successifs des titres n'arrêtaient pas de varier.

Donc ils ne sont pas stables dans le temps. Ce phénomène s'explique par deux importantes observations : premièrement les bêtas des portefeuilles diversifiés sont exclusivement plus stables que les bêtas individuels des titres. Deuxièmement les bêtas des titres individuels sont nettement plus stables s'ils sont élaborés à partir des rentabilités mensuelles que s'ils le sont à partir des données quotidiennes.

□ La critique de Roll : l'inexistence du portefeuille de marché

Toute la théorie du MEDAF se base sur le concept de « portefeuille de marché ». Il est essentiellement composé de l'ensemble des actions échangées sur une place boursière, par exemple la bourse de Toronto ou le NYSE. Donc dans la plupart du temps c'est un indice boursier ou un panier formé des titres qui sont sur le marché. En 1977, Roll souligne le fait que le portefeuille de marché ne doit pas être uniquement composé des titres négociés à la bourse : mais de tous les actifs financiers ou non pouvant servir de placement. Celui-ci devrait alors prendre en compte les biens immobiliers, les matières premières, les obligations, les œuvres d'art et même le capital humain. À défaut de savoir le vrai portefeuille de marché, la vraie SML ne peut être estimée. Il s'ensuit que ce manquement va biaiser les résultats du modèle. Mesurer le vrai portefeuille de marché relève de l'impossible parce qu'il n'est pas observable. Notons que cette remarque a été faite lorsqu'il est venu le temps de faire un test empirique du modèle.

□ Taille de la société

Certaines situations constatées dans le marché contredisent les résultats du MEDAF. C'est le cas des entreprises où les portefeuilles sont classés selon leur capitalisation boursière. Souvent les titres de faible capitalisation procurent sur une longue période des rentabilités plus élevées (elles ont des bêtas plus élevés) que les titres de forte capitalisation.

□ Théorème de la séparation

Dans l'ensemble on peut dire que le CAPM est d'une grande utilité pour les professionnels de la finance. En théorie de portefeuilles, il permet aux gestionnaires et leurs clients d'évaluer la qualité de la gestion à travers une batterie d'indices.

Autrement dit les gérants pourront connaître quel titre il faut intégrer dans le panier, et les investisseurs de mesurer les performances des fonds. En finance d'entreprise, il permet de juger les opportunités d'un investissement. En actualisant les rentabilités et estimant les coûts d'un projet, les décideurs seront en mesure de savoir s'il faut s'engager ou non.

Au-delà du fait que ce modèle est un peu loin de la réalité du marché, on remarque que dans tous les cas de figure vus précédemment, les événements se produisent d'une manière séquentielle. C'est-à-dire que l'agent économique investit dans un premier temps dans un actif. Dans un second temps après avoir récupéré la rente de son investissement, il décide soit de réinvestir, soit de l'utiliser pour des fins de consommation. Cette séparation des décisions est une limite majeure du MEDAF. La combinaison de la décision d'investir et la décision de consommer dans un modèle a donné naissance au modèle appelé « CAPM de Consommation ». Cette extension a été élaborée pour permettre au modèle de prendre en compte une des réalités du marché. En raison de la présence des opportunités d'investissement, les actifs financiers sont évalués de telle sorte que les agents renoncent à consommer immédiatement l'intégralité de leur richesse. Cette perte d'utilité marginale causée par la baisse de la consommation aujourd'hui (achat d'un actif financier) est récompensée par une consommation future supérieure (vente de l'actif financier). En effet l'agent à chaque période donnée fait ses choix d'investissement et de consommation afin maximiser son utilité sur un horizon.

En résumé cette extension du MEDAF est un modèle intertemporel qui sert à estimer de façon prospective la prime de risque. C'est-à-dire il permet d'évaluer la prime de risque sur la base d'hypothèse relative à l'aversion au risque lié au report de la consommation.

Par ailleurs notons que d'autres critiques que nous ne développerons pas peuvent être formulées par rapport à ce modèle d'équilibre des actifs financiers. Parmi elles on peut distinguer : le fait que le taux sans risque est stochastique, la manière dont le bêta est estimé, les rendements des titres qui ne suivent pas une distribution normale...

Chapitre II

Le CAPM de consommation

Dans cette partie, comme il a été annoncé auparavant, nous allons voir de plus près le modèle CAPM où la décision d'épargne et la décision d'investissement sont prises simultanément par le consommateur. Un exemple descriptif nous permettra d'avoir un aperçu sur le sujet. On présentera dans une deuxième section les différentes hypothèses du modèle. On fera en dernier lieu un survol de la littérature concernant le CAPM de consommation avec les travaux des pionniers dans ce domaine : Lucas (1978), Mehra et Prescott (1985), Ferson et Constantinides (1991).

2.1 Exemple introductif

Ici il sera question d'expliquer la rentabilité des actifs à l'aide du taux de croissance de la consommation. Cette démarche se base sur le fait que l'objectif final de l'investissement est la consommation. Dans cette illustration*, on considère deux instants t et $t+1$. On considère un individu représentatif qui consomme c_t en t et c_{t+1} en $t+1$ (c_t est connu et c_{t+1} est aléatoire). On suppose que la fonction d'utilité de cet individu se décompose de façon linéaire. L'objectif est de dériver le prix des actifs financiers à partir du modèle qui maximise l'utilité du consommateur. Sa fonction d'utilité est la suivante :

$$U(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + \theta E_t[u(c_{t+1})] \quad (7)$$

Où θ est un facteur d'actualisation subjectif.

* Cet exemple est tiré de l'ouvrage d'Afatlion, F,(2004). La nouvelle finance et la gestion des Portefeuilles 2ème édition. Il est aussi présenté dans l'ouvrage de Cochrane : Asset pricing (2001)

Supposons que x_{t+1} représente la valeur du flux généré par un actif financier en $t+1$ (capital plus dividendes, par exemple) et p_t sa valeur en t . Il investit en t , et reçoit les contreparties en $t+1$. La résolution du problème de cet individu consiste à :

$$\text{Max}_{\xi} \{ u(c_t) + E_t[\theta u(c_{t+1})] \} \quad (8)$$

Sous les contraintes :

$$\begin{aligned} c_t &= e_t - p_t \xi \\ c_{t+1} &= e_{t+1} + x_{t+1} \xi \end{aligned}$$

e_t et e_{t+1} sont les consommations de l'individu connues avant qu'il entreprenne son placement.

ξ est le nombre d'actifs achetés (ou vendus en t). Elles peuvent provenir de revenus de son capital humain (le salaire par exemple).

En remplaçant les contraintes dans l'équation (8), et élaborer le lagrangien, il faut que la condition de premier ordre soit satisfaite. Pour avoir les niveaux optimaux de consommation et l'investissement optimal, on doit dériver le lagrangien par rapport à ξ . Ainsi on aura :

$$P_t u'(c_t) = E_t[\theta u'(c_{t+1}) x_{t+1}]$$

D'où

$$P_t = E_t[\theta u'(c_{t+1}) x_{t+1} / u'(c_t)] \quad (9)$$

En posant :

$$m_{t+1} = \theta \cdot u'(c_{t+1}) / u'(c_t) \quad (10)$$

On obtient la relation suivante :

$$p_t = E_t(m_{t+1} x_{t+1}) \quad (11)$$

Ici m_{t+1} est appelé taux d'actualisation stochastique. En divisant les deux membres par p_t et en posant $r_t = 1 + R_t$, on a :

$$1 = E_t(m_{t+1} r_t) \quad (12)$$

Dans le cas où on a un actif sans risque x_{t+1} , les relations (11) et (12) donnent le résultat suivant :

$$\begin{aligned} p_t &= \mathbf{1} \cdot x_{t+1} / r_f \\ r_f &= \mathbf{1} / \mathbf{E}(\mathbf{m}) \end{aligned} \quad (13)$$

En sachant que $\text{Cov}(m, x) = E(mx) - E(m)E(x)$, l'équation (10) peut être écrite autrement, c'est-à-dire :

$$p = \mathbf{E}(\mathbf{m}) \mathbf{E}(\mathbf{x}) + \text{cov}(\mathbf{m}, \mathbf{x})^* \quad (14)$$

En utilisant (12) on trouve:

$$p = [\mathbf{E}(\mathbf{x}) / r_f] + \text{cov}(\mathbf{m}, \mathbf{x}) \quad (15)$$

En divisant les deux membres par p , l'équation (15) peut être présentée sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_i) - r_f = - r_f \text{cov}(\mathbf{m}, \mathbf{r}_i) \quad (16)$$

Ou encore:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}_i) = R_f + [\text{cov}(\mathbf{R}_i, \mathbf{m}) / \text{var}(\mathbf{m})] \{-\text{var}(\mathbf{m}) / \mathbf{E}(\mathbf{m})\} \quad (17)$$

Avec quelques changements de notation on retrouve l'équation familière :

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}_i) = R_f + \beta_{i,m} \lambda_m \quad (18)$$

Avec $\beta_{i,m}$ qui est le coefficient d'une régression. R_i est la variable dépendante et m la variable indépendante. Dans ce cas de figure m est la quantité de risque et λ_m est le prix du risque .

Pour pouvoir continuer la démarche, il est important de souligner le fait que la fonction d'utilité de l'individu représentatif est de la forme puissance (Cette condition fait partie des hypothèses du modèle que nous verrons plus loin), c'est-à-dire :

* Ici on a fait abstraction des indices pour simplifier la présentation

$$U(c_t) = 1.c_t^{1-\gamma} / 1-\gamma$$

On a:
$$m = \theta [c_{t+1} / c_t]^{-\gamma} \quad (19)$$

γ est le coefficient d'aversion au risque de l'individu.

En remplaçant m par sa valeur dans l'équation (16), après avoir effectué un développement de Taylor arrêté au premier ordre* dans l'équation (17), nous aurons après arrangement :

$$\begin{aligned} E(R_i) &= R_f + \beta_{i, \Delta c} \lambda_{\Delta c} \\ &= R_f + [\text{cov}(R_i, \Delta c) \cdot \gamma \text{var}(\Delta c) / \text{var}(\Delta c)] \end{aligned} \quad (20)$$

Si on veut faire apparaître la prime de risque, l'équation (20) devient :

$$E(R_i) - R_f = \beta_{i, \Delta c} \lambda_{\Delta c} \quad (21)^{**}$$

Au terme de cet exemple, on constate que les rentabilités des actifs sont exprimés en fonction du taux de croissance de la consommation et non plus à partir de la rentabilité du marché. En effet Δc est l'accroissement de la consommation; il peut être aussi considéré comme un coefficient de régression avec la rentabilité du titre i comme variable dépendante et l'augmentation de la consommation comme variable indépendante.

D'une manière générale, en regardant l'équation (21), on voit que $\beta_{i, \Delta c}$ est un coefficient qui mesure le risque et $\lambda_{\Delta c}$ en est un qui peut être considéré comme le prix du risque (la prime de risque). Le souhait du consommateur est que la covariance entre sa consommation et les revenus de ses investissements soit plus faible que possible. En d'autres termes avec une consommation faible il s'attend à des revenus élevés, et inversement. Ce modèle intertemporel du MEDAF démontre que plus

* $m = \theta - \gamma \theta \Delta c$. Pour plus de détails consulter Danthine, J P; Donaldson J B. (2003).

** Avec $\beta_{i, \Delta c} = \text{cov}(R_i, \Delta c) / \text{var}(\Delta c)$ et $\lambda_{\Delta c} = \gamma \text{var}(\Delta c)$.

l'agent économique a de l'aversion au risque, plus la variance de la consommation est élevée, plus λ est fort ; et à β donné, plus la prime de risque est importante.

Par ailleurs il est important de souligner β , λ , $\text{var}(\Delta_c)$, et γ sont des coefficients non donnés, donc à estimer.

2.2 Les Hypothèses

Dans cette section nous allons parler des conditions dans lesquelles le CAPM de consommation peut aboutir à des conclusions plausibles et significatives. Force est de constater que quant on parle de modèle, il y a toujours des hypothèses derrière, qui font que sans elles, l'analyse sera plus ou moins pertinente. Naturellement avant d'expliquer l'agent représentatif et la nature de sa fonction d'utilité, il convient de revenir sur les hypothèses du CAPM standard .

- Les marchés sont parfaits : c'est-à-dire il n'existe pas de taxes, ni de coûts de transactions, ni aucun frais ou commission. En plus les titres sont parfaitement divisibles, et peuvent être achetés ou vendus à découvert. Par ailleurs les investisseurs sont preneurs de prix : « price-taker ». Il faut aussi noter la présence d'un actif sans risque donné par le r_f . Il représente le taux d'intérêt de l'économie aussi bien pour les emprunteurs que pour les prêteurs.
- Les investisseurs ont de l'aversion pour le risque et cherchent à maximiser leur utilité espérée. Leurs portefeuilles sont constitués selon les critères du modèle de Markowitz (espérance - variance).
- Les investisseurs ont des anticipations homogènes sur les distributions de probabilité et les caractéristiques des titres (matrice variance covariance et vecteur des rendements).
- L'information est gratuite, et est simultanément à la portée de tous les investisseurs. Ce qui va les permettre de faire des prévisions identiques.

- Tous les investisseurs sont en mesure de prêter ou d'emprunter n'importe quel montant au même taux d'intérêt.
- Une seule période d'investissement commune est considérée.

La principale hypothèse du CAPM de consommation est la nature de la fonction d'utilité de l'agent représentatif. Elle décrit l'utilité que l'individu tire de ses consommations, et elle est souvent de la forme iso élastique :

$$U(c) = c_t^{1-\gamma} / 1-\gamma$$

Avec $U' (c) > 0$ et $U'' (c) < 0$. Sous cette présentation, elle est dissociable et purement additive jusqu'à l'infini. γ est le coefficient d'aversion pour le risque. S'il est égal à zéro, l'individu est neutre par rapport au risque. S'il tend vers 1, les préférences sont logarithmiques.

Dans l'ensemble ces hypothèses paraissent irréalistes et utopiques. Cependant la qualité d'un modèle ne se juge pas de sa ressemblance à la réalité. Pour être compris aisément, tout modèle constitue une représentation simplifiée de la réalité. Leur pertinence réside dans leur capacité à faire des prévisions proches des faits observés.

2.3 Les Modèles

Dans cette section on tentera de faire une synthèse des articles traitant le CCAPM. Il ne sera pas question de les traiter tous, mais on se limitera aux premières études qui ont fait que les modèles intertemporels ont une place de plus en plus importante dans la littérature économique de l'évaluation des actifs financiers.

2.3.1 Le modèle de Lucas

En 1978 dans son article intitulé « Les prix des actifs en économie d'échange », Robert E. Lucas a examiné le prix d'équilibre des actifs financiers dans une économie d'échange avec un seul bien et des consommateurs identiques. C'est-à-dire en tenant compte du comportement des agents économiques. En d'autres termes, il a étudié la relation entre la variation des prix d'équilibre, les rendements des actifs, et les décisions de consommation et d'épargne. Notons que dans le cadre du CAPM le seul facteur de risque est le portefeuille de marché; alors que dans le CAPM de consommation le facteur de risque devient la consommation des individus. Il sera donc mesuré par la covariance à la consommation. Par ailleurs comme Lucas, et d'une manière indépendante, Breeden a aussi élaboré le même modèle en 1979.

On commencera d'abord par décrire les conditions dans lesquelles le modèle est conçu, ensuite on fera un résumé de ses principales étapes, et on terminera par les interprétations.

A - Les hypothèses et le contexte de l'économie

- On est dans une économie d'échange pure.
- Il existe un seul type de bien dans l'économie.
- La production de ce bien est exogène et stochastique. Il n'y a pas de coût de transaction, et aucun facteur de production n'est utilisé. On considère que les unités de productions ce sont des arbres (leur nombre est élevé) et les biens de consommation sont les fruits récoltés.
- On considère aussi qu'ils sont périssables et non stockables.
- La parabole utilisée par Lucas est que chaque arbre est considéré comme un titre que les agents peuvent acquérir. Il donne droit à des dividendes (la production des pommes ou des fruits).

- Tous les consommateurs sont identiques, ils ont les mêmes préférences et les mêmes dotations initiales sur les titres en circulation.
- Il existe un agent représentatif qui a une fonction d'utilité, croissante, concave, différentiable et monotone.

B - Le modèle

Considérons que compte tenu de sa richesse l'agent représentatif peut investir dans des titres boursiers qui ont un rendement incertain, et dans des obligations qui ont des rendements connus à l'avance avec des coupons détachés pour une échéance fixe (cela pouvait être des bons du trésor ou le taux sans risque).

Dans ce contexte où il y a J actifs en circulation, le choix de portefeuille en début de période t contenant b_t obligations et z_t^j parts des j des titres boursiers, passe par la maximisation de la fonction suivante :

$$\text{MAX } E_t \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(c_\tau) \right] \quad \text{avec } 0 < \beta < \infty \quad (1)$$

Sous la contrainte :

$$C_\tau + \sum_{j=1}^J q_\tau^{z_j} \cdot z_{\tau+1}^j + q_\tau^f \cdot b_{\tau+1} \leq \sum_{j=1}^J [D_\tau^j + q_\tau^{z_j}] \cdot z_\tau^j + b_\tau \quad \text{avec } \tau = t, \dots, \infty \quad (2)$$

$U(.)$ est la fonction d'utilité instantanée de l'agent.

C_τ est la consommation à la période t.

$q_\tau^{z_j}$ est le prix de l'actif boursier j à la période t après répartition des dividendes.

D_τ^j est le dividende versé à la période t.

q_τ^f est le prix à la période t de l'obligation garantissant le remboursement d'une unité de consommation à la période t+1.

$E_t[.]$ est l'opérateur mathématique d'espérance.

β est le facteur d'actualisation ou le facteur d'escompte.

Notons que la consommation ne peut dépasser la quantité de biens disponibles dans l'économie : $0 \leq C_t \leq \sum D_t^j$

Ainsi l'auteur montre que pour que le portefeuille choisi soit optimal, il faut que les conditions d'Euler soient vérifiées :

$$U'(\cdot)_t \cdot q_t^{z_j} = \beta E_t [U'(\cdot)_{t+1} \cdot (D_{t+1}^j + q_{t+1}^{z_j})] \quad j=1, \dots, J \quad (3)$$

$$U'(\cdot)_t \cdot q_t^f = \beta E_t [U'(\cdot)_{t+1}] \quad (4)$$

Pour qu'on ait un équilibre compétitif, il faut que la consommation soit à son maximum. Celui-ci est donc atteint si $C_t = \sum D_t^j$.

Pour l'équation (3) l'explication qui est sous-jacente, est qu'en acquérant à la période t une quantité additionnelle de titres boursiers j , l'agent renonce à consommer $q_t^{z_j}$ unités. Ce qui entraîne une perte d'utilité marginale égale à $U'(\cdot)_t \cdot q_t^{z_j}$ unités. Ce placement améliorera sa satisfaction ou sa consommation en $t+1$ de $U'(\cdot)_{t+1} \cdot (D_{t+1}^j + q_{t+1}^{z_j})$.

Comme on est en incertitude, il convient d'actualiser tous les rendements futurs avec β . Ce qui donne la partie droite de l'équation. En résumé cette équation nous dit que l'agent égalise les coûts et les bénéfices marginaux de sa décision d'investir dans l'actif boursier, dans le but de détenir un portefeuille optimal. Pour l'équation (4) c'est la même explication sauf que celle-ci concerne l'actif sûr. Il en ressort qu'il est de l'intérêt de l'agent d'investir dans l'actif sans risque jusqu'au point où le coût marginal est égal au bénéfice marginal.

Jusque là, il a été discuté de la situation dans laquelle les prix des actifs sont donnés. Il faudra souligner le fait qu'à l'équilibre général des ajustements se feront jusqu'à ce qu'on ait un équilibre sur tous les marchés (marchés de biens et services, et celui des titres).

Si on considère toujours le même agent, à l'équilibre on aura les équations suivantes :

$$C_t = \sum D_t^j \quad (5)$$

$$Z_t^j = 1 \text{ avec } j = 1, \dots, J \quad (6)$$

$$b_t = 0 \quad (7)$$

Ces équations signifient que l'agent consomme toute la dotation disponible dans l'économie. Il détient tous les actifs boursiers en ayant un endettement nul. Par ailleurs, comme il a été dit plus haut l'agent représentatif possède une fonction d'utilité de type iso élastique. C'est-à-dire que son coefficient d'aversion relative au risque (CRRA) est une constante :

$$U(c) = \frac{C^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (8)$$

γ est le coefficient d'aversion pour le risque.

Selon les termes de Hall (1988), « l'aversion pour le risque influence le taux auquel l'agent est disposé à échanger les unités de consommation entre les différents états de la nature possibles ». À l'équilibre général, les prix des titres et des obligations sont tirés des conditions (3) et (4) :

$$q_t^j = E_t \left[\sum_{i=1}^{\infty} \beta^i \frac{U'(C_{t+i})}{U'(C_t)} \cdot D_{t+i}^j \right] \quad (9)$$

$$q_t^b = E_t \left[\beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} \right] \quad (10)$$

L'équation (9) nous dit que pour avoir le prix de l'actif risqué à la période t, il faut actualiser les flux de dividendes futurs. Ici le facteur d'actualisation étant le taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation (TMSIC) entre t et t+1.

L'équation (10) qui est tirée de la condition (4), donne le prix des obligations. Elle laisse apparaître le TMSIC. Et explique la volonté de l'agent à échanger les unités de consommation entre les périodes. On y constate une liaison entre le prix et le taux de croissance de la consommation prévue si les préférences sont iso élastiques :

$$\beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} = \beta \cdot \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma}$$

Pour continuer la démarche, essayons maintenant d'exprimer les prix des titres selon les rendements. Si on définit :

$$1+r_{t+1}^{z_j} = (D_{t+1}^j + q_{t+1}^{z_j}) / q_t^{z_j}$$

étant le rendement de l'actif risqué j entre t et t+1, et :

$$1+r_{t+1}^f = \frac{1}{q_t^{z_j}}$$

le rendement des obligations durant cette même période. Alors les équations (3) et (4) peuvent être écrites de la façon suivante :

$$1 = E_t [S_{t,t+1} \cdot (1 + r_{t+1}^{z_j})] \quad j=1, \dots, J \quad (11)$$

$$1 = E_t [S_{t,t+1}] \cdot (1 + r_{t+1}^f) \quad (12)$$

D'où $S_{t,t+1}$ qui est le TMSIC est égal à :

$$\beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)}$$

Après arrangement (12) on :

$$r_{t+1}^f = \left\{ E_t [S_{t,t+1}] \right\}^{-1} - 1 \quad (13)$$

À partir de là, on peut voir que le taux d'intérêt sûr est fonction du TMSIC. Et si on tient compte du fait que les préférences sont iso-élastiques et les consommations suivent la loi log normale, alors l'équation (13) devient :

$$r_{t+1}^f = \delta + \gamma \cdot E_t [\Delta c_{t+1}] - \frac{\gamma^2}{2} \cdot \text{var}_t (\Delta c_{t+1}) \quad (14)^*$$

Ici on voit plus clairement les trois facteurs qui déterminent le rendement de l'obligation :

- δ qui est le taux de préférence pour le présent. Plus il augmente plus le taux d'intérêt est grand.
- $E_t [\Delta c_{t+1}]$ représente le taux de croissance de la consommation prévue. Plus il est grand, plus le taux d'intérêt réel est important.
- $\text{Var}_t (\Delta c_{t+1})$ qui définit la variance du taux de croissance de la consommation. Son augmentation entraîne une baisse du rendement réel. Elle est aussi influencée par l'aversion pour le risque de l'agent.

Par la suite, pour le rendement boursier, nous nous basons sur la définition de la covariance pour réécrire l'équation (11).

$$1 = E_t [S_{t,t+1}] \cdot E_t [1 + r_{t+1}^z] + \text{cov}_t (S_{t,t+1}, 1 + r_{t+1}^z) \quad (15)$$

Une combinaison de (13) et de (15) va permettre d'isoler la prime de risque.

$$E_t [r_{t+1}^z] - r_{t+1}^f = -(1 + r_{t+1}^f) \cdot \text{cov}_t (S_{t,t+1}, r_{t+1}^z - r_{t+1}^f) \quad (16)$$

Cette covariance négative entre le rendement excédentaire et le TMSIC, montre que l'actif est risqué. Ce signe renseigne que le rendement excédentaire prévu du titre augmente lorsque la consommation prévue augmente (et inversement).

Et si on tient compte de la fonction d'utilité iso-élastique, cette relation devient :

* Notons qu'une des propriétés d'une variable x qui suit la loi log normale est :
 $\text{Ln } E_t(x) = E_t(\text{Ln } x) + \frac{1}{2} \text{Var}_t(\text{Ln } x)$.

$$E_t \left[r_{t+1}^z \right] - r_{t+1}^f = \gamma \cdot \text{corr}_t \left(\Delta c, r^z \right) \cdot \sigma_t \left(\Delta c \right) \cdot \sigma_t \left(r^z \right) \quad (17)$$

Ainsi on peut remarquer que la prime de risque dépend des paramètres suivants :

- La quantité de risque prise. Elle est obtenue en combinant le risque de l'actif et le risque de la consommation $(\sigma_t(\Delta c), \sigma_t(r^z))$.

- Le degré d'aversion au risque : γ

- Le degré de corrélation (qui doit être obligatoirement positive pour que l'actif risqué rapporte plus) entre le rendement du titre et le facteur de risque Δc .

Pour finir notons que ce modèle a permis non seulement de voir de plus près les éléments qui déterminent le risque systématique des actifs financiers, mais aussi de pouvoir examiner les facteurs qui déterminent le taux d'intérêt réel.

Néanmoins, signalons que ce modèle présente quelques limites. Parmi elles, on peut citer le fait que pour avoir un niveau de prime de risque raisonnable il faut que le coefficient d'aversion au risque soit élevé. En plus pour qu'il soit valide le taux d'intérêt réel doit être faible.

Après que la prise en compte des préférences des agents dans l'évaluation des actifs financiers a été modélisée par Lucas (1978), d'autres chercheurs se sont lancés dans le travail empirique pour vérifier la validité de ce modèle. C'est ainsi que Mehra et Prescott (1985) ont effectué une étude sur ce sujet qui est devenue une référence majeure.

2.3.2 Le modèle de Mehra et Prescott

Quand on parle de Mehra et Prescott, l'idée qui nous vient à l'esprit est le problème de l'énigme de la prime de risque. Mais l'objectif de cette sous section est d'expliquer le modèle qu'ils ont utilisé dans leur célèbre travail intitulé : « The equity premium : a puzzle » paru en 1985. Pour ce qui est de l'énigme la prime de risque, elle fera l'objet d'une analyse exclusive dans le chapitre suivant.

Dans leur publication, ils ont pris comme données les rendements de l'économie américaine entre 1889 et 1978. Plus précisément les rendements de l'indice S&P 500 et des bons du trésor du gouvernement.

A - Les hypothèses

Ce modèle a pratiquement les mêmes hypothèses que celui de Lucas (1978). Par ailleurs il est important de souligner quelques spécificités :

- Le taux de croissance de la consommation suit un processus Markovien.
- Le processus commun régissant le taux de croissance de la consommation par tête et le prix des actifs est supposé stable.
- Les préférences sont représentées par une fonction d'utilité iso élastique en temps discret, et la consommation porte sur des biens non durables et les services.
- L'expérience est toujours basée sur un agent représentatif qui maximise son utilité espérée.
- Tout ce qui est produit dans cette économie est consommé (tous les titres sont échangés).

B - Le modèle

Signalons que le modèle utilisé par les auteurs est une variante du modèle de Lucas. Donc le problème consiste à maximiser la fonction d'utilité qui suit, afin de faire ressortir les rendements et les prix des titres risqués et non risqués, tout en respectant les restrictions imposées par les résultats du modèle de Lucas.

$$E_o \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) \right\}, \quad 0 < \beta < 1 \quad (1)$$

C_t est la consommation par tête ou par individu.

β représente le facteur d'escompte.

$E_0 \{.\}$ est l'opérateur d'espérance sur toute l'information disponible.

La fonction d'utilité du ménage représentatif, qui est concave et croissante est la suivante :

$$U(c, \alpha) = \frac{c^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < \infty \quad (2)$$

D'où α mesure la concavité de la fonction : donc le niveau de risque.

On considère que dans l'économie, il y a une seule unité de production. Elle produit un seul bien périssable et échangeable sur le marché. Donc on peut dire que le rendement de ce bien est le rendement du marché. La production au temps t : y_t peut être considérée comme un dividende. D'où :

$$y_{t+1} = x_{t+1} y_t \quad (3)$$

Où $x_{t+1} \in \{\lambda_1, \dots, \dots, \dots, \lambda_n\}$ est le taux de croissance de la consommation.

$$\Pr\{x_{t+1} = \lambda_j; x_t = \lambda_i\} = \Phi_{ij} \quad (4)$$

À l'équilibre le prix de chaque actif à la période t est :

$$P_t = E_t \left\langle \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} U'(y_s) d_s / U'(y_t) \right\rangle, \quad (5)$$

y_s est la consommation à l'équilibre.

Si on la considère comme le dividende versé par un seul actif et on tient compte du fait que $U'(c) = C^{-\alpha}$, on retrouve le prix de l'actif risqué :

$$\begin{aligned} P_t^c &= P^c(x_t, y_t) \\ &= E \left\langle \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} \frac{y_t^\alpha}{y_s^\alpha} y_s | x_t, y_t \right\rangle \end{aligned} \quad (6)$$

Après simplification des écritures on a :

$$P^e(c, i) = \beta \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} (\lambda_j c)^{-\alpha} [P^e(\lambda_j c, j) + c \lambda_j] c^\alpha \quad (7)$$

Cette fonction homogène de degré 1, peut être écrite autrement

$$P^e(c, i) = w_i c_i \quad (8)$$

$$\text{Où } w_i = \beta \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} \lambda_j^{(1-\alpha)} (w_j + 1) \text{ est une constante} \quad \text{Pour } i=1, \dots, n \quad (9)$$

L'équation (9) est un système avec n équations et n inconnues. Elle possède une seule solution positive.

Le rendement entre la période présente (c, i) et la prochaine période (λ_j, c, j) est :

$$\begin{aligned} r_{ij}^e &= \frac{P^e(\lambda_j c, j) + \lambda_j c - P^e(c, i)}{P^e(c, i)} \\ &= \frac{\lambda_j (w_j + 1)}{w_i} - 1 \end{aligned} \quad (10)$$

En utilisant l'équation (8) à la période i le rendement attendu de l'actif est :

$$R_i^e = \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} r_{ij}^e \quad (11)$$

Maintenant intéressons nous à l'actif non risqué ou le bon du trésor. À partir de l'équation (6) on peut dire que son prix est :

$$\begin{aligned} P_i^f &= P^f(c, i) \\ &= \beta \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} U'(\lambda_j c) / U'(c) \\ &= \beta \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} \lambda_j^{-\alpha} \end{aligned} \quad (12)$$

Et son rendement à l'état actuel (c, i) est :

$$R_i^f = \frac{1}{P_i^f} - 1 \quad (13)$$

En outre pour sortir la prime de risque, on utilise les probabilités définies plus haut.

Définissons π comme un vecteur de probabilité. Il est la solution de l'équation :

$$\pi = \Phi^T \pi$$

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \quad \text{et} \quad \Phi^T = \{\Phi_{ij}\}$$

D'où, les rendements du titre et du bon trésor peuvent être écrits ainsi :

$$R^e = \sum_{i=1}^n \pi_i R_i^e \quad \text{et} \quad R^f = \sum_{i=1}^n \pi_i R_i^f \quad (14)$$

Pour la prime de risque, il faut faire la différence entre R^e et R^f .

Selon les prédictions du modèle, on doit avoir un taux sans risque très élevé pour que la prime de risque puisse respecter les normes : c'est-à-dire une prime non élevée. Empiriquement ils constatent qu'en moyenne la prime de risque est de 6.18 % (très élevée), et le taux sans risque 0.80 % (très faible). Ce qui réfute les résultats du modèle. D'où une grande énigme à résoudre. Cette question sera traitée plus largement au chapitre 3. Signalons que par la suite la plupart des chercheurs ont accordé une importance particulière à cette histoire d'énigme de la prime de risque.

Face à cette tourmente beaucoup d'éléments concernant cette énigme ont été remis en question : les modèles, les fonctions d'utilité, les paramètres, les données, la conjoncture économique, etc... C'est dans ce contexte que Ferson & Constantinides (1991), pensent que la fonction d'utilité du ménage représentatif est mal spécifiée. En effet elle peut être affectée par d'autres variables telles que les loisirs, le niveau de consommation dans le passé... Le modèle qui suit prend en compte les consommations effectuées par l'agent dans le passé : les formations d'habitudes.

De nombreux auteurs ont tenté de solutionner le problème de l'énigme de la prime de risque : Eichenbaum et Hansen(1988), Abel(1990), Mankiw (1991), Hansen et Jagannathan (1991), Epstein et Zin(1992), Weil(1992), Heaton (1993), Kocherlakota (1996), Campbell et Cochrane(2000),....

Cependant comme l'ont bien dit Gordon et Samson (2002), et bien d'autres, malgré les modifications apportées et les adaptations, il demeure que le modèle standard reste toujours valide.

2.3.3 Le Modèle de Ferson et Constantinides

Toujours dans la recherche de solution au problème lié à l'énigme de la prime de risque, Ferson et Constantinides* ont élaboré en 1991 une fonction d'utilité qui prend en compte les habitudes de consommation des ménages et la nature des biens consommés : les biens durables.

Tout d'abord, signalons que la plupart des études effectuées auparavant sur ce sujet se basaient sur une fonction d'utilité temporelle et différentiable, et des biens de consommation non durables. C'est le cas des tests de Hansen et Singleton (1983), Ferson (1983), Grossman, Shiller (1987), Breeden, Gibbons, et Litzenberger (1989). Dans cette nouvelle considération, la dérivée de la fonction de consommation est non différentiable dans le temps.

A- Les Hypothèses

Afin de simplifier la modélisation de la problématique, les hypothèses suivantes ont été retenues :

- Les biens durables subissent une proportion fixe de dépréciation chaque période.
- Les habitudes de consommation sont représentées par le fait que le niveau de subsistance de consommation de chaque ménage est une somme pondérée de

* Ferson, E W; Constantinides G M,(1991). "Habit Persistence and Durability In Aggregate Consumption: Empirical Tests", N° 3631, National Bureau of Economic Research, Chicago. Pp.199-240.

consommations précédentes effectuées. En d'autres termes ce modèle prend en compte les consommations présentes et passées.

- On parle d'habitude ou de préférence de consommation, quand la durée d'utilisation du produit est supérieure à un an.

Avant de procéder à la présentation du modèle, notons que des tests allant dans ce sens ont été effectués par Dunn et Singleton en 1986, Eichenbaum, Hansen, et Singleton en 1988, Eichenbaum et Hansen en 1990, et tant d'autres. Tous ces auteurs sont arrivés à la même conclusion : dans l'équation d'Euler, les effets positifs de la consommation de biens durables dominent les effets négatifs des habitudes de consommation. Tandis que Ferson et Constantinides (1991), eux pensent que les effets négatifs sont plus importants que les effets positifs quelques soient les données utilisées (mensuelles, trimestrielles ou annuelles).

B - Le Modèle

Techniquement les habitudes de consommation ou les préférences des ménages ont une influence négative sur l'équation d'Euler, tandis que la consommation de biens durables a un effet positif sur cette même équation. La grande question est de savoir quel effet domine l'autre. Pour le savoir il faudrait appréhender le poids de chaque coefficient.

On considère toujours qu'on est dans une économie en temps discret avec un seul bien de consommation durable. Au temps t , l'agent représentatif dépense pour sa consommation un montant C_t . À chaque période la nouvelle dépense procure un flux de service de consommation noté $\delta\tau C_t$.

pour chaque période $t + \tau$, $\tau \geq 0$, où $\delta_\tau \geq 0$ et $\sum_{\tau=0}^{\infty} \delta_\tau = 1$

À la période t le flux total des services de consommation est donné par l'équation suivante :

$$C_t^F = \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta_{\tau} C_{t-\tau}, \quad (1)$$

Et la fonction d'utilité du consommateur type est définie à partir de ces flux de service. À partir de là pour faire apparaître les habitudes de consommation on se sert des fonctions d'utilité de type Von Neumann Morgenstern.

$$(1-A)^{-1} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(c_t^F - h \sum_{s=1}^{\infty} a_s c_{t-s}^F \right)^{1-A}, \quad (2)$$

Avec $A > 0$, $a_s \geq 0$, $\sum_{s=1}^{\infty} a_s = 1$ et $h \geq 0$

β est le facteur de préférence sur le temps.

δ est le paramètre de bien durable.

h est le paramètre d'habitude de consommation, il représente une fraction de la somme pondérée des flux de consommation passée.

A est le paramètre de concavité, ce qui représente le coefficient d'aversion au risque au cas où $h=0$. La combinaison des équations (1) et (2) donne la fonction d'utilité sous la forme suivante :

$$(1-A)^{-1} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t C_t^{1-A}, \quad (3)$$

Où

$$\begin{aligned} C_t &\equiv \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta_{\tau} C_{t-\tau} - h \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{\tau=0}^{\infty} a_s \delta_{\tau} C_{t-\tau-s} \\ &= \delta_0 \sum_{\tau=0}^{\infty} b_{\tau} C_{t-\tau} \end{aligned} \quad (4)$$

Et $b_0 = 1$

$$b_{\tau} = \left(\delta_{\tau} - h \sum_{i=1}^{\tau} a_i \delta_{\tau-i} \right) / \delta_0, \quad \tau \geq 1$$

Pour mieux saisir la signification de b_τ , considérons le cas où $\delta_\tau = (1 - \delta) \delta^\tau$, $0 \leq \delta < 1$,

et

$a_s = (1 - \alpha) \alpha s^{-1}$, $0 \leq \alpha < 1$. D'où le coefficient des dépenses passées devient :

$$b_\tau = \left[1 - \frac{(1 - \alpha)h}{\delta - \alpha} \right] \delta^\tau + \frac{(1 - \alpha)h\alpha^\tau}{\delta - \alpha}, \quad \tau \geq 1 \quad (5)$$

À ce niveau, trois conclusions peuvent être tirées :

Si les consommations ne concernent pas des biens durables, $\delta = 0$, alors on a

$b_\tau = -(1 - \alpha)h\alpha^{\tau-1}$ et le coefficient b_τ est négatif pour $\tau \geq 1$.

En l'absence d'habitude de consommation, $h = 0$, et à la présence des biens durables, $b_\tau = \delta^\tau$ et les coefficients sont positifs. Quand les biens durables et les habitudes de consommation sont présents en même temps, b_τ est soit positif soit négatif. Cela dépend des grandeurs des paramètres de durabilité et d'habitude de consommation (α , h), et de la valeur α .

b_τ est positif pour tout τ , si $\delta \geq \alpha + h(1 - \alpha)$.

b_τ est négatif pour tout $\tau \geq 1$, si $\delta \leq h(1 - \alpha)$.

Finalement si $h(1 - \alpha) < \delta < \alpha + h(1 - \alpha)$, b_τ est positif pour les plus récentes dépenses, et négatif pour les dépenses les plus lointaines. Ce cas illustre parfaitement l'opposition entre les effets « habitude de consommation » et la « consommation de bien durable ». En effet le signe de b_τ est très déterminant dans le processus. Maintenant en ce qui concerne l'équation d'Euler pour pouvoir la dériver, il faut supposer une baisse des dépenses de consommation d'un montant epsilon à la période t . Ce dernier est investi dans un actif, et il rapporte à la période $t+1$, R_{t+1} . Ce qui fait que dans cette même période, la consommation finale au lieu d'être C_{t+1} , va être $C_{t+1} + \text{epsilon} * R_{t+1}$. Tout consommateur rationnel analysera ce changement de flux de consommation d'une période à une autre. Donc tout en tenant compte de son niveau de subsistance, il doit évaluer les changements opérés en $C_{t-\tau}$, C_t et $C_{t+\tau}$ quelque soit $\tau > 1$.

D'où la démarche suivante :

$$\begin{aligned} \partial C_{t-\tau} / \partial \varepsilon &= 0, & \tau \geq 1 \\ \partial C_t / \partial \varepsilon &= -\delta_0, & (6) \\ \partial C_{t+\tau} / \partial \varepsilon &= (b_{t-1} R_{t+1} - b_t) \delta_0, & \tau \geq 1 \end{aligned}$$

La fonction d'utilité des flux de consommation est à son maximum au point où $\varepsilon = 0$, ce qui se traduit par :

$$\left. \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \left[(1-A)^{-1} \sum_{\tau=-1}^0 \beta^{t+\tau} C_{t+\tau}^{1-A} + E_t \left[(1-A)^{-1} \sum_{\tau=1}^{\infty} \beta^{t+\tau} C_{t-\tau}^{1-A} \right] \right] = 0, \quad (7)$$

En combinant les équations (6) et (7) et en procédant à des simplifications, on obtient l'équation d'Euler.

$$E \left[\sum_{\tau=1}^{\infty} \beta^{\tau} (C_{t+\tau} / C_t)^{-A} (b_{t-1} R_{t+1} - b_t) - 1 \right] = 0, \quad (8)$$

Où C_t est défini par l'équation (4)

Ainsi on peut bien remarquer qu'à l'absence de l'habitude de consommation ($h = 0$) et de consommation de bien durable ($\delta_t = 0, \tau \geq 1$), $b_t = 0$, et l'équation d'Euler retrouve sa forme initiale.

$$E_t \left[\beta (C_{t+1} / C_t)^{-A} R_{t+1} - 1 \right] = 0 \quad (9)$$

Par ailleurs pour leur étude empirique, les auteurs ont testé l'équation (8), et estimé les paramètres du modèle en utilisant la méthode des moments généralisés (GMM). Elle a porté sur les rendements du bon du trésor, des obligations, et de cinq portefeuilles cotés sur le NYSE de 1929 à 1949. Ce travail les a permis d'isoler les effets de chaque variable instrumentale sur les rendements excédentaires des actifs tout en tenant compte des habitudes de consommation et de la consommation de bien durable.

D'une manière générale quelles que soient les données utilisées (annuelles, trimestrielles ou mensuelles), il en ressort que les résultats statistiques (les

coefficients, les χ^2 , les P-Value) confirment une acceptation du modèle avec une fonction d'utilité non différentiable, et en même temps une domination de l'habitude de consommation sur la consommation de bien durable. Afin de mesurer l'importance de leur travail, essayons d'appréhender leur explication de l'énigme de la prime de risque. Et aussi de voir comment l'impact de l'introduction des habitudes de consommation, et la consommation des biens durables dans cette problématique.

Dans les sections précédentes, on a vu le contexte dans lequel Mehra et Prescott (1985) ont effectué leur étude. Rappelons qu'elle révèle une incompatibilité entre le coefficient d'aversion pour le risque d'une part, le taux d'intérêt réel et les rendements des actifs d'autre part. Pour procéder à la comparaison partons de l'équation d'Euler :

$$E_t [R_{i(t+1)} MRS_{t+1}] = 1 \quad (10)$$

Où $R_{i(t+1)}$ est égal à un plus le rendement de l'actif i entre t et $t+1$

MRS_{t+1} est le taux marginal de substitution entre t et $t+1$

Avec les restrictions testées, l'équation inconditionnelle devient :

$$E [R_{i(t+1)} MRS_{t+1}] = 1 \quad (11)$$

Et puis si on tient compte de l'ensemble des variables instrumentales : z_{jt} , l'équation peut être écrite de la façon suivante :

$$E [R_{i(t+1)} MRS_{t+1} | z_{jt}] = 1 \quad (12)$$

De cette étude empirique on constate qu'en incluant les variables prédéterminées, la valeur du coefficient d'aversion pour le risque devient raisonnable à la fois pour le modèle différentiable et le modèle non différentiable. Donc pour eux la source du problème se trouve au niveau des préférences et des consommations, non pas au niveau de la prime de risque comme l'ont défendu Mehra et Prescott(1985).

Pour conclure disons qu'à la suite de ce travail pertinent, d'autres auteurs ont poursuivi leurs travaux. Ils sont arrivés à la même conclusion. Parmi eux on peut citer : Hansen et Jagannathan (1991), Winder et Palm (1991), Gallant, Hansen, et Tauchen (1990), Heaton (1990), Backus, Gregory et Telmer (1990).

Pour finir notons qu'Abel (1990), Constantinides et Duffie (1991) ont fait des études très remarquables concernant la prise en compte de la consommation dans les décisions d'investissement.

Le premier, dans son article, a fait un travail empirique en se basant sur une fonction d'utilité aux caractéristiques spécifiques. Celle-ci présente les 3 propriétés suivantes :

- Elle est différentiable.
- Le niveau de consommation des ménages dépend de leur consommation antérieure. C'est ce qu'il appelle « Catching up with the Joneses ».
- Elle prend en compte les habitudes de consommation.

En résumé, elle se présente sous la forme suivante :

$$U_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(c_{t+j}, v_{t+j}) \quad (1)$$

À chaque période t , l'individu choisit son niveau de consommation c_t , et maximise son espérance d'utilité $E_t(U_t)$. Avec $\gamma \geq 0$ et $D \geq 0$.

Notons que v_{t+j} est un paramètre de préférence, il est spécifié de la sorte :

$$v_t = \left[c_{t-1}^D C_{t-1}^{1-D} \right]^\gamma \quad (2)$$

c_{t-1} est la consommation propre de chaque individu en $t-1$.

C_{t-1} est la consommation agrégée par individu en $t-1$.

Le calcul des prix d'équilibre des trois actifs retenus est fait sous l'hypothèse que la croissance de la consommation est i.i.d*. Cette démarche lui a permis par la suite

* i.i.d signifie Independent and Identically Distribution (même distribution de probabilité et mutuellement indépendants)

d'examiner l'énigme de la prime de risque. Cependant, contrairement à Ferson et Constantinides (1991), Abel (1990), lui il a travaillé avec des biens périssables.

Par ailleurs, comparativement à Mehra et Prescott (1985), il a analysé ses résultats sous trois angles :

$\gamma = 0$: c'est-à-dire que la fonction d'utilité qui représente les préférences des consommateurs est différentiable. En effet plus le coefficient d'aversion relatif au risque (α) augmente, plus le taux de rendement des titres augmente. Ce qui fait que même sous l'effet de cette spécificité, la prime de risque reste élevée.

$\gamma = 1$ et $D = 0$: dans ce cas de figure v_t dépend uniquement des niveaux de consommation agrégés par individu dans le passé. Ce qui fait que les rendements absolus espérés de certains actifs sont plus proches de leur moyenne historique que leur taux de rendement espéré.

$\gamma > 0$ et $D = 1$: dans ce dernier cas de figure v_t dépend seulement de la consommation passée propre à chaque ménage. On aura alors une situation pareille à celle d'un modèle avec la formation des habitudes. Ainsi on découvre l'extrême sensibilité des taux de rendements des actifs à durée de vie longue par rapport à la valeur de α . Toutefois on peut dire que si D est compris entre 0 et 1, la fonction d'utilité de Andrew Abel (1990) représente parfaitement la formation des habitudes.

Constantinides et Duffie (1996) quant à eux proposent un modèle avec une série d'équations d'Euler qui vont dépendre du taux de croissance de la consommation de l'individu et de la variance des taux de croissance croisés. Ils ont fait une étude théorique qui considère que les consommateurs sont hétérogènes. En effet ils défendent l'idée que les difficultés rencontrées dans les travaux empiriques du modèle de consommation se justifient par l'utilisation d'un agent représentatif. Ils entendent par « consommateurs hétérogènes » des agents qui sont différents dans leur revenu de travail. L'autre hypothèse défendue est « l'assurance de la consommation incomplète ». Ce qui est l'opposé de « l'assurance de pleine consommation ». Pour ce dernier concept il faut comprendre que les agents

hétérogènes sont en mesure d'égaliser leur taux marginal de substitution à chaque état de la nature. Ce qui implique qu'en information complète les agents hétérogènes ont la même forme de prix d'équilibre que l'agent représentatif. Au-delà de toutes les démarches techniques, la combinaison de ces deux hypothèses améliore nettement les résultats empiriques concernant le modèle de consommation avec un agent représentatif. Elles impliquent des consommations optimales différentes à chaque période pour chaque consommateur. Et aussi des taux marginaux de substitution différents entre deux périodes à travers les consommateurs.

Weil (1990), Epstein et Zin (1991), quant à eux, ils ont élaboré un modèle de CCAPM se basant sur des fonctions d'utilité non espérées. Heaton (1995), lui a formulé un modèle comme celui de Constantinides (1990), c'est-à-dire en prenant en compte les habitudes de consommation dans une fonction d'utilité en temps non discret.

Dans ce chapitre on a fait un bref survol des principaux modèles traitant le CAPM de consommation, pour celui qui suit il sera question de s'intéresser de plus près à l'énigme de la prime de risque.

Chapitre III

L'énigme de la prime de risque

Au-delà de toutes les discussions, la plupart des auteurs s'accordent sur le fait que cette énigme existe. Bien que certains pensent que malgré l'abondance de la littérature qui tourne autour du sujet, elle ne constitue pas un problème empirique pertinent. Intuitivement on peut penser qu'il ne s'agit d'une situation anormale qui a duré longtemps. En effet durant la période étudiée par Mehra et Prescott (1985), il s'est trouvé qu'on a assisté à une hausse vertigineuse du prix des actifs financiers. Ce qui explique un niveau très élevé des primes de risques. L'augmentation fulgurante de la valeur des actions américaines peut être justifiée par le fait que le nombre de détenteurs d'actifs a augmenté de manière considérable pendant cette période. Avant, une minorité de gens détenaient des actions ou investissaient en bourse, et que par la suite on peut dire qu'il est devenu un bien qui est « consommé en grande quantité ». Dans la section qui suit on essaiera de souligner tous les éléments qui caractérisent cette énigme. En dernier lieu on tentera de présenter comment les chercheurs qui ont travaillé sur le sujet, ont analysé le phénomène.

3.1 La description du problème

Rappelons que ce phénomène a été souligné pour la première fois par Mehra et Prescott en 1985^{*}. En 1996, Kocherlakota^{**} confirme l'existence de cette énigme. Mehra dans un article publié en 2003^{***}, a donné plus d'explications sur l'existence de cette situation anormale.

^{*} Mehra, R; Prescott, E.C. (1985), « The equity premium: a puzzle», JME, vol. XV, n°2, p.145-161.

^{**} Kocherlakota, N. (1996), « The equity premium: it's still a puzzle », JEL 34, p.42-71.

^{***} Mehra R. (2003) , «The equity premium : why it's a puzzle ?», NBER Working Papers, n°9512.

Il faut savoir que le principe fondamental du modèle de CCAPM repose sur le fait que le prix d'équilibre des actifs risqués est déterminé par la liaison entre ses rendements futurs et le taux marginal de substitution intertemporel de l'investisseur ou du consommateur. Si tout se passe bien une volatilité faible de la croissance de la consommation ne peut donner des rendements élevés des actions, que si la valeur du coefficient d'aversion au risque est très important. Alors qu'il existe des restrictions imposées par le modèle standard sur le premier et le dernier paramètre.

Quand on parle d'énigme de la prime de risque, il faut comprendre qu'il y a eu une incohérence entre les données observées aux États-Unis et les prédictions des modèles calibrés sur les fonctions de préférences (fonctions d'utilité).

Autrement dit, à partir de leur travail empirique, Mehra et Prescott (1985) trouvent avec les données américaines de 1889 à 1978 que le rendement boursier moyen est égal à 6,98 % et le rendement du taux sans risque est de 0,80 %. Soit un rendement excédentaire de 6,18 % en moyenne (Voit tableau 1, page 38). Tout le monde est d'accord sur le fait que les actions doivent rapporter plus que les bons du trésor, mais il se trouve que l'écart est trop excessif. Ce dernier viole les règles de la théorie des modèles d'équilibre. Elle fixe un seuil planché de 2 % pour les primes de risque. En d'autres termes avec les modèles utilisés habituellement (fonction d'utilité iso-élastique, coefficient d'aversion au risque α supérieur à 10 %), la prime de risque doit être très basse, environ 1%. Ce constat est cité en ces termes : « les restrictions que les modèles d'équilibre général conduisent à placer sur les rendements moyens des actions et des bons du trésor sont fortement violées par les données américaines pour la période de 1889-1978. (Mehra et Prescott.1985 . p145) ».

En d'autres termes, avec un écart type du taux de croissance de la consommation de 3,6 % et un rendement excédentaire de 16,7 %, une prime de risque moyenne de 6,18 % n'est possible que si le coefficient d'aversion pour le risque est égale à 25.

Cette valeur est jugée déraisonnable. Pour avoir une valeur respectant la littérature économique, les primes prédites seront quantitativement insuffisantes. Ainsi on tombe dans un cercle vicieux où la résolution d'un problème déclenche un autre.

Soulignons qu'une deuxième limite est soulevée par Mehra et Prescott (1985). Elle peut être même considérée comme l'origine de l'énigme. En effet durant la période observée le taux de croissance de la consommation est de 1,8 % en moyenne par année et sa variance est de 0,13 %. À moins d'avoir un α faible et un facteur d'escompte (β) élevé, le taux d'intérêt moyen du bon du trésor doit être élevé (supérieur à 0,80 %).

Sous un autre angle, les coauteurs, pendant la période étudiée concluent que les rendements réels paraissent très élevés par rapport au prix des obligations. Ce n'est pas l'existence des primes qui intriguent mais leur importance. Il est normal que les rendements des actifs risqués soient plus élevés que ceux des actifs non risqués. C'est ce qui justifie l'existence d'une prime de risque. À partir de là, l'énigme peut être analysée sous deux angles : est-ce que c'est le coefficient d'aversion au risque qui est très élevé ? Ou bien est ce que c'est le taux sans risque qui est très faible ?

Tableau 1 : la prime de risque aux États Unis (1889-1978)*

Périodes	Rendements Réels Moyens de l'indice S&P 500 en %	Rendements Réels Moyens du bon du trésor en %	La prime de risque en %
1889-1978	6.98	0.80	6.18
1889-1898	7.58	5.80	1.78
1899-1908	7.71	2.62	5.08
1909-1918	-0.14	-1.63	1.49
1919-1928	18.94	4.30	14.64
1929-1938	2.56	2.39	0.18
1939-1948	3.07	-5.82	8.89
1949-1958	17.49	-0.81	18.30
1959-1968	5.58	1.07	4.50
1969-1978	0.03	-0.72	0.75

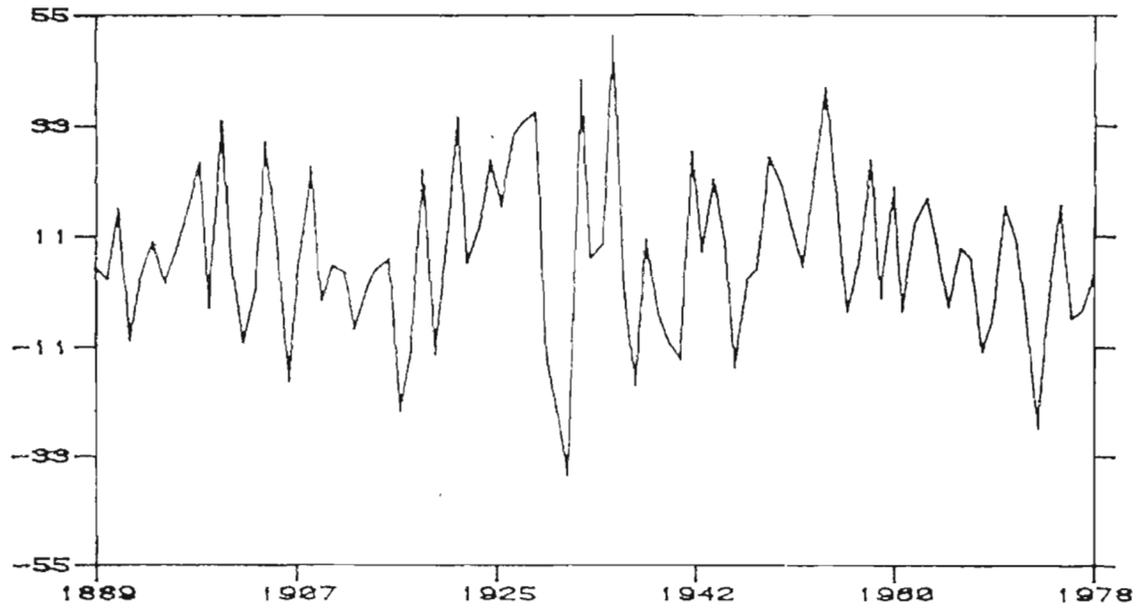
Dans un plus récent travail, Mehra et Prescott (2003) confirment cette incohérence en ces termes: « confronté à des données empiriques, le modèle a connu un succès remarquable, particulièrement dans le courant de recherche connu sous le nom de théorie de cycles réels.... Malheureusement, la confrontation de ces modèles avec des données financières sur les rendements des actions a conduit, sans exception, à une réfutation » .

* Mehra et Prescott (1985).

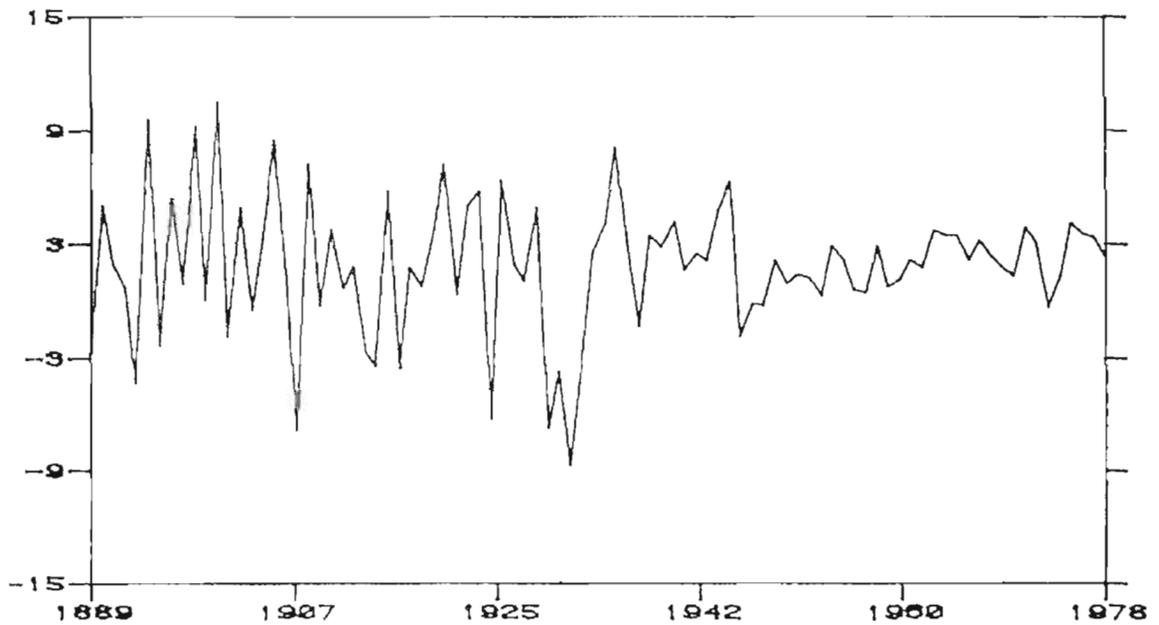
Une autre façon d'expliquer cette énigme, c'est de dire comme les consommations futures des individus sont corrélées avec les rendements des actifs : les risques de ces derniers peuvent être mesurés par la covariance entre leur rendement et la consommation individuelle de chaque investisseur. Avec leur modèle d'agent représentatif, ils démontrent qu'avec un investisseur non averse au risque, la différence entre les covariances des actifs ne suffit pas pour expliquer cette différence entre les rendements moyens. Concrètement les actifs ne sont pas suffisamment risqués par rapport aux bons du trésor pour expliquer ce grand écart de rendement (voir figure 2 et 3). Malgré des tentatives d'explications et de manipulations des paramètres concernant les taux de rendement et la prime de risque, il demeure que les résultats ne correspondent toujours pas aux prévisions. À la suite de la publication de leur éminent article, d'autres théories ont été soulevées pour tenter de répondre à leur équation qu'ils n'arrivaient pas à résoudre. Toutes ces théories ont eu pour objectif de savoir pourquoi les données réelles ne correspondent pas avec les résultats du modèle théorique.

Comme il a été annoncé plus haut, pour confirmer l'existence de cette énigme, essayons de voir comment d'autres éminents chercheurs ont analysé le phénomène : Constantinides (1990), Kocherlakota (1996), Cochrane (2001).

Graphique 2: le rendement annuel réel du S&P 500, 1889-19789 (en %)*

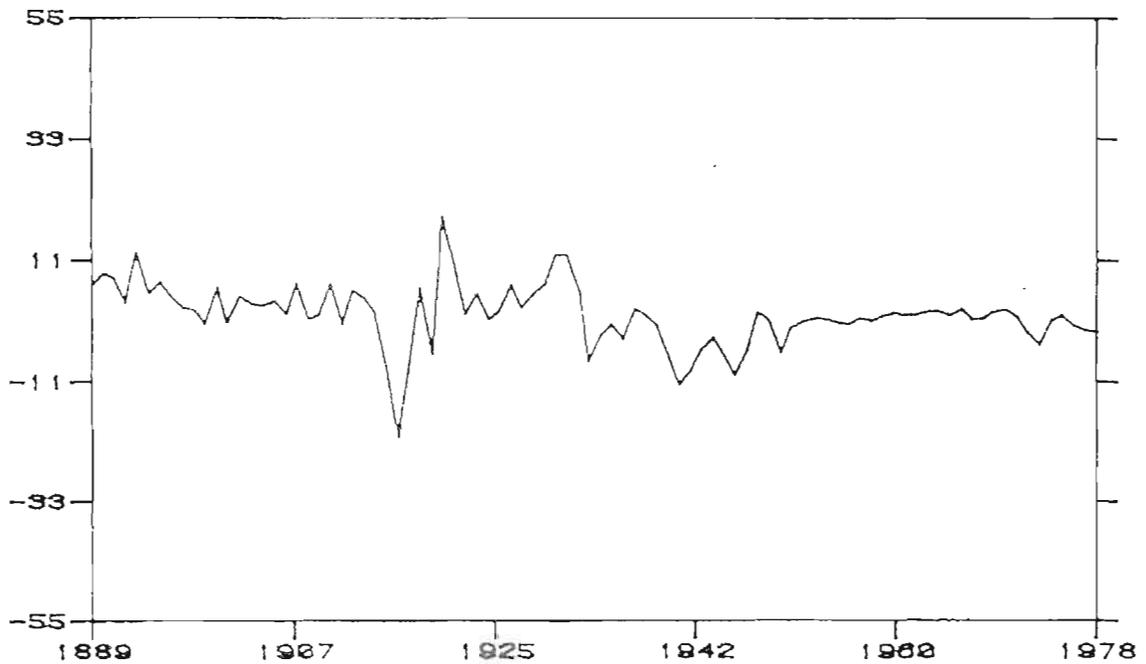


Graphique 3: le taux de croissance de la consommation, 1889-1978 (en %)*



* Mehra et Prescott (1985)

Graphique 4: le rendement réel annuel du titre sans risque, 1889-1978,(en %)*



3.2 L'analyse de l'énigme

Si on fait une analyse plus profonde de l'énigme, on voit que le problème est plus complexe. Kocherlakota (1996) a poussé la recherche plus loin pour essayer de donner plus d'explications à ce phénomène. Dans son article**, il confirme la théorie de Mehra et Prescott (1985). Voyons pourquoi il a dit l'énigme existe toujours. Déjà il pense que le problème a deux origines, c'est ce qu'il appelle les deux énigmes : la première est celle de la prime de risque elle-même (anormalement élevée), et la seconde, elle fait allusion au niveau faible du taux sans risque (anormalement basse).

* Mehra et Prescott (1985).

** Kocherlakota, R. Narayana (1996), «The Equity Premium: It's Still a Puzzle», JEL, Vol XXXIV, P.42-71.

Pour le premier cas, en effet le décalage important qui existe entre les rendements des actifs risqués et ceux du bon du trésor s'explique par deux phénomènes :

- La grande différence entre les montants des coûts de transactions entre les deux types d'actifs. Avec des coûts plus faibles, les investisseurs préfèrent plus les bons du trésor malgré leur faible taux de rendement.
- Les investisseurs ont des aversions au risque plus élevées que ce que prévoit le modèle de Mehra et Prescott(1985).

Pour la première énigme qui est un problème empirique, les économistes et les financiers n'arrivent toujours pas à expliquer explicitement son origine. Mais ce qui est sûr, c'est que sa résolution passe par l'identification d'actifs qui ont pour caractéristique d'ajuster cet écart de prime. Pour la seconde, son explication est plus simple. Il faut d'abord comprendre qu'elle découle de l'énigme de la prime de risque. En général il y a une tendance à anticiper les consommations, ce qui fait que l'investisseur réalise un gain supplémentaire en utilité. Ceci passe par la baisse de son taux d'épargne. Cette tendance pousse le coefficient d'aversion au risque à dépasser sa limite raisonnable 1.

En effet c'est cette impossible équilibre entre le facteur d'escompte (bêta) et le coefficient d'aversion pour le risque (alpha) qui pousse Kocherlakota (1996) à dire que les deux énigmes sont les conséquences des restrictions imposées par Mehra et Prescott (1985) sur ces paramètres.

En résumé expliquer les deux énigmes revient à répondre à ces deux questions :

- 1°) Pourquoi les investisseurs mettent leur argent dans des actifs à rendement faible ?
- 2°) Pourquoi les individus ont des aversions au risque liées au rendement des actifs ?

Notons que bien avant Kocherlakota (1996), Philippe Weill en 1989 avait déjà scindé l'énigme de la même sorte. Il conclut que cette préférence des investisseurs aux bons du trésor (ce qui explique son énigme) se justifie par le fait que: généralement les individus ne veulent pas prendre de risque sur leur consommation, et préfèrent

qu' elle soit stable. Les rendements faibles offerts par les bons du trésor permettent de maîtriser et d'ajuster toutes futures fluctuations de la consommation. Par ailleurs on peut dire que le modèle de base du CAPM de consommation a trois hypothèses fondamentales.

La résolution de l'énigme du taux sans risque passe obligatoirement par l'abandon d'au moins une de ces hypothèses suivantes :

- La nature de la fonction d'utilité qui permet aux individus de maximiser les flux espérés d'utilités en tenant compte du facteur d'escompte.
- Le fait que les marchés des actifs soient complets.
- L'inexistence presque des coûts de transactions.

À partir de là Kocherlakota (1996) a essayé de résoudre l'énigme du taux sans risque tout en respectant au mieux les exigences du modèle de Mehra et Prescott (1985).

Ainsi il a apporté 3 nouveaux concepts* :

- La fonction d'utilité espérée généralisée (GEU), elle permet d'avoir un alpha réciproque au taux marginal de substitution intertemporel.
- La prise en compte des habitudes de consommation (Habit Formation).
- La consommation relative: l'utilité de l'individu dépend de sa propre consommation et celle de son niveau social.

Ses ajustements ont donné des résultats satisfaisants. Dans le même contexte on peut dire que ce problème n'a lieu d'être tant que les agents ont une grande aversion pour le risque de consommation, et que le taux de croissance de la consommation est faible et ne varie pas avec le taux de rendement des actifs risqués.

Toujours dans cette recherche de solution à l'énigme, le travail de Constantinides (1990)** est remarquable. Il estime que la résolution de l'énigme de la prime de risque

* Pour plus d'informations voir Kocherlakota (1996).

** Constantinides, G (1990), « Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle», JPE, Vol 98, n°3.

passé obligatoirement par l'assouplissement de la fonction d'utilité qui prend en compte les préférences* des consommateurs. Il rejette l'hypothèse qui impose une fonction d'utilité en temps discret. En d'autres termes il faudrait prendre en compte les habitudes de consommation des agents (Voir chapitre 2, Section 3). Cet apport permet de faire une différenciation entre l'inverse de l'élasticité de substitution intertemporelle de la consommation et le coefficient d'aversion au risque de l'agent représentatif. Avec le concept de « Habit Persistence », il arrive à trouver un taux marginal de substitution intertemporel élevé, un taux de croissance de la consommation faible et une aversion pour le risque faible aussi.

John Cochrane (2001)** quant à lui a analysé le phénomène d'une autre manière. Il a voulu estimer les risques que comportaient les prix des actifs et les rendements attendus. Il a aussi bien souligné l'importance du facteur d'escompte dans ce type de modèle. En effet dans sa démarche, il a utilisé le ratio de Sharpe pour confirmer l'incohérence que présentait les données américaines. Cette mesure repose sur une relation rendement-risque que le MEDAF définit pour des portefeuilles correctement diversifiés. Il permet de faire une comparaison et une appréciation des portefeuilles détenus. Avec un ratio de 0.5, le taux sans risque devrait être très élevé, l'aversion pour le risque des agents aussi, la croissance de la consommation volatile, et le facteur d'escompte négatif. Pour la période d'étude concernée tel n'était pas le cas pour ces paramètres. Comme les autres chercheurs, il a rajouté de nouveaux concepts, ajusté certaines hypothèses, afin d'avoir des valeurs raisonnables.

Pour terminer chapitre notons que de nombreux chercheurs ont spécifié le phénomène en d'autres termes, entre autres :

* Fonction d'utilité de type Von Neumann Morgenstern.

** Cochrane, J.« Asset Pricing», Université de Princeton,2001, chap1, 2, 21.

- Grossman. S et Shiller. R (1981) pensent que la variation excessive des prix ne peut être expliquée que par la variation des dividendes ou la fluctuation des consommations individuelles.
- En 1983, Hansen et Singleton démontrent que les investisseurs en composant leur portefeuille ne disposent pas de toutes les informations utiles concernant les actifs et les consommations.
- Hall. R (1988) dans son article remet en question la liaison entre la consommation et les prix des actifs.
- En 1998, Campbell et Shiller concluent que les prix des actions sont trop volatiles si les dividendes promis sont escomptés d'un taux fixe.

D'autres auteurs en revanche remettent en question l'existence de l'énigme de la prime de risque. Ils pensent que les individus ont des aversions au risque très élevées, en tout cas plus que ce que prévoient Mehra et Prescott (1985). Ce niveau élevé de risque se répercute sur les prix des actifs pour justifier cet écart de rendement. Parmi eux on peut citer : Kocherlakota (1990), Burnside (1990), Cecchetti, Mark (1990), Kandel et Stambaugh (1991), Cecchetti, Lam, Mark (1993), Hansen, Sargent, Tallarani (1994).

Au-delà de cette réflexion on pense que pas mal de facteurs peuvent être à l'origine de cette énigme qui continue à être un mystère pour les chercheurs. Ils peuvent venir soit du modèle théorique, soit des données américaines :

- La nature de la fonction d'utilité avec les structures de préférences.
- La façon dont les probabilités sont distribuées sur les événements futurs.
- La nature incomplète des marchés.
- Les restrictions du marché : les contraintes à l'emprunt, coûts des transactions, les impositions et la prime de liquidité.
- L'accès limité du marché aux consommateurs.
- La possible surévaluation des rendements avec le biais de survie.
- L'aléa moral et la sélection adverse.

Chapitre IV

Une application sur le marché Canadien

4.1 Le modèle

L'objectif essentiel du travail est de définir un modèle permettant d'effectuer une estimation des primes de risques. Par la suite on essayera de voir l'influence de la croissance de la consommation et le rendement des actifs, sur les excédents de rendement. Toutes les variables ont été tirées de la littérature financière. Elles ont servies pour des études empiriques soit isolément ou en diverses combinaisons. Notre équation est une adaptation du modèle de Mehra et Prescott (1985). Sur les variables retenues par ces auteurs, on a rajouté le taux d'inflation. On utilisera la méthode des moindres carrés ordinaires pour effectuer les estimations nécessaires:

$$E_{t-1}(R_{i,t}) = a_{i,t} + b_{im,t}R_{m,t-1} + b_{ic,t}TCC_{t-1} + b_{irf}RF_{t-1} + b_{iti}TI_{t-1} + b_{itir}TIR + \varepsilon_{i,t}$$

Où $E_{t-1}(\cdot)$ est l'opérateur d'espérance, il dépend de l'ensemble d'informations disponibles en t-1. $a_{i,t}$ est une constante propre à chaque actif i à la période t. $b_{ik,t}$ mesure la sensibilité du facteur explicatif k à l'actif i pour la période t. Elle est obtenue à partir informations disponibles au temps t-1. Le terme d'erreur est représenté par $\varepsilon_{i,t}$. R_m , est le rendement trimestriel des actions du marché canadien classées en 10 portefeuilles de taille différente. Ils sont calculés à partir de tous les titres transigés sur le marché canadien pour la période ciblée. TCC, est le taux de croissance de la consommation (les biens non durables et les services). RF est le taux sans risque, il est représenté par le taux du bon de trésor de 3 mois. TI représente le taux d'inflation. Il est égal à la dépréciation de la consommation.

TIR représente quant à lui le taux d'intérêt réel. Il est obtenu en faisant la différence le rendement nominal du bon du trésor de 3 mois et le taux d'inflation.

4.2 Les données

Tableau 2 : la Liste des variables

Variab les	Définitions	Sources
MKTRF	C'est la prime de risque. Elle égale à la différence entre le rendement trimestriel des 10 portefeuilles* d'actions canadien et le taux sans risque. Ce dernier est représenté par le bon du trésor canadien de 3 mois	Base Toronto Stock Exchange Canadian Financial Market Research Center
TI	Le taux d'inflation, il est égal à la variation de l'indice de prix à la consommation entre une période donnée et la même période de l'année précédente. Dans la base de données, le taux est calculé mensuellement. Pour l'avoir sous forme de trimestre, il faut faire $(Pt/Pt-3)^4 - 1$.	CANSIM II Matrice 3260001 Tableau V735605
TCC	Le taux de croissance de la consommation du Canada sur une base trimestrielle. Le montant total de la consommation est obtenu en faisant la somme des dépenses personnelles en bien non durables et les services. Ces derniers sont données sur une base trimestrielle. Ensuite il faut faire : (Ct / Ct_{-1}) pour l'avoir sous forme taux de croissance.	CANSIM II Matrice 3800002 Tableau V1992047 Et Tableau V1992048
TIR	Pour ce qui est du taux d'intérêt réel en base trimestriel. Il faut faire la différence entre le rendement du bon du trésor de 3 mois et le taux d'inflation (Notez bien que les deux sont déjà sur une base trimestrielle)	Base Toronto Stock Exchange Canadian Financial Market Research Center

* Les données pour les 10 portefeuilles sont tirées de l'article :
Carmichael, B; Coën, A; L'Her, J F. (2008). « Erreurs sur les Variables et Modèles d'Évaluation des Actifs Financiers Canadiens ». Finance, Revue de l'Association Française de Finance, France, Vol : 29, N°1, pp.1-22.

Notons que dans le cadre de cette étude on se focalisera plus sur les deux premiers facteurs de risque que sont : les rendements des actifs et la consommation .Pour la période étudiée (1961:1-2004:12), les dix portefeuilles de titres boursiers canadiens sont regroupés selon l'importance de la capitalisation boursière des entreprises, du plus petit au plus grand décile. R1 a la plus faible capitalisation boursière et R10 la plus grande. Les pondérations utilisées pour construire les portefeuilles sont basées sur les capitalisations boursières au dernier jour ouvrable du mois de juin de chaque année. Notons que les rendements boursiers et le taux sans risque (le bon du Trésor canadien à trois mois) proviennent de la base de données Toronto Stock Exchange-Canadian Financial Market Research Center (TSX-CFMRC).

Le taux de rendement du marché est le taux de rendement pondéré par la valeur de marché qui est aussi disponible dans la base de données TSX-CFMRC. Les rendements associés au taux sans risque correspondent aux rendements totaux des bons du Trésor canadien à 3 mois (91-days Canadian Treasury Bills series).

Le taux d'inflation peut être défini comme la variation de l'IPC. La croissance de l'Indice des Prix à la Consommation (IPC) mesure la variation annuelle en pourcentage de ce dernier afin de déterminer le taux d'inflation. Ce taux reflète le changement subi par le consommateur moyen pendant une période donnée lors de ses achats de biens et services. Évidemment, le panier des biens et services sur lequel on base les calculs change avec le temps. Ce changement est dû aux variations des habitudes de consommation. Le taux de croissance de l'IPC est d'une utilité incontournable dans la mesure du coût de la vie dans un pays. Il permet aussi de faire une comparaison de données dans le temps.

Concernant la consommation individuelle, elle regroupe tous les biens et services dits «individuels» acquis par les ménages, par opposition aux acquisitions gouvernementales dans le but de satisfaire les besoins des membres du ménage. La définition de la consommation des ménages vise spécifiquement les dépenses que les ménages supportent directement. On y additionne d'abord les différentes dépenses

des ménages: les aliments, les boissons, les vêtements ; les dépenses en eau, en électricité et en chauffage, l'ameublement, l'équipement ménager et l'entretien courant de la maison. Ensuite les services de communication : internet, téléphone, télévision par câble; les dépenses en matière de santé comme les médicaments. On y retrouve enfin les dépenses en matière de loisir et de culture des ménages: les livres, les abonnements, les voyages, etc..... On y exclut: les dépenses en santé qui sont assumées par l'État, les investissements fait par les ménages, les biens ou services qui ne sont pas assumés par les ménages mêmes si ceux-ci peuvent en profiter: le transport en commun, les infrastructures routières, la sécurité, etc. On y exclut aussi les investissements durables des ménages dont les dépenses appartient à la catégorie formation brute de capital fixe: exemple achat d'une maison. En résumé ce sont les dépenses en biens non durables et les services. Pour la dernière variable retenue, elle permet de prendre en compte dans l'étude la vraie valeur du taux d'intérêt. Comme l'inflation affecte négativement la consommation, il semble logique d'en tenir compte dans de pareilles études.

4.3 Les résultats et Analyses

Pour faire l'évaluation des primes de risque, il s'est avéré nécessaire de faire une régression avec les rendements des 10 portefeuilles retenus en utilisant l'équation spécifiée ci-dessus (page 46). Cette régression est faite avec la méthode des moindres carrés ordinaires, LS (Least Squares) en langage Eviews. Ce procédé nous a permis d'avoir les valeurs estimées des différents bêtas. Avec ces estimations, on pourra voir si les bêtas sont stables ou fluctuent selon les groupes des titres. Une estimation des coefficients pour chaque portefeuille et chaque variable donnera un total de 40 bêtas plus les 10 constantes. Les paramètres trouvés nous diront si les variables choisies ont des effets significatifs ou non sur les excédents de rendements.

Tableau 3 : la statistique descriptive des variables

	MKTRF	TI	TCC	TIR
Mean	0.011378	0.045208	0.008928	0.029321
Median	0.014607	0.036567	0.007403	0.030531
Maximum	0.223070	0.168070	0.724610	0.498370
Minimum	-0.245530	-0.049580	-0.407760	-0.094877
Std. Dev.	0.082091	0.038788	0.063107	0.054004
Skewness	-0.539581	0.826894	6.746477	3.957696
Kurtosis	4.060432	3.658577	106.5990	35.26023
Jarque-Bera	16.69142	23.10539	79587.13	8045.449
Probability	0.000237	0.000010	0.000000	0.000000
Sum	1.991083	7.911443	1.562420	5.131255
Sum Sq. Dev.	1.172581	0.261789	0.692953	0.507452
Observations	175	175	175	175

D'abord on doit commencer l'analyse par vérifier la validité du modèle utilisé. À partir du tableau « Régression LS » en annexe (page 59), on peut constater que le R carré est faible: 0.07 comparé à 1. Mais ce résultat combiné à un DW faible, prédit une régression stationnaire. Par ailleurs, en comparant le R^2 ajusté de cette dernière (0.05) avec celui de la régression LS dans le cas du CAPM standard, on peut en déduire que les prévisions du modèle CCAPM sont meilleures. Car le R carré ajusté du modèle standard est plus faible : 0,029. Après une vérification détaillée avec les tests de stationnarité : le graphique, le corrélogramme et le test de Dickey-Fuller (voir annexe); on peut dire que toutes les séries ou variables utilisées dans ce modèle sont stationnaires : MKTRF, TCC, TI, TIR. C'est-à-dire de façon générale toutes les variables ont évolué normalement pendant la période d'étude.

Tableau 4: Les résultats des estimations des coefficients du modèle avec les T-Statistiques*

Portefeuilles 1 à 10

	Rbar2	F	DW	SC	AIC	ALPHA	MKTRF	TCC	TIR	TI
R1	0,22076989	13,1118433	2,1876145	-0,40690391	-0,49840084	0,09160565 <i>4,76819759</i>	1,1870522 <i>4,93889206</i>	-0,1188852 <i>-1,9063207</i>	-0,31359415 <i>-2,1724846</i>	-0,13654653 <i>-0,4748008</i>
R2	0,2212957	13,2199339	2,1913151	-0,41334614	-0,50448173	0,09137188 <i>4,82100146</i>	1,1863637 <i>4,95570591</i>	-0,11870341 <i>-1,9055886</i>	-0,31255317 <i>-2,175756</i>	-0,1341834 <i>-0,4673846</i>
R3	0,50076643	44,1320283	1,82689588	-2,04854291	-2,13967851	0,03710492 <i>2,88950653</i>	0,95536271 <i>10,2228889</i>	0,09734617 <i>1,16886134</i>	-0,26050377 <i>-2,0323016</i>	-0,05660608 <i>-0,3137355</i>
R4	0,59519521	64,2240407	1,8109129	-2,44889911	-2,54003471	0,02333992 <i>2,31338155</i>	0,95156493 <i>13,2940666</i>	-0,00821631 <i>-0,4832211</i>	-0,24770607 <i>-3,1426431</i>	0,12189782 <i>0,86471535</i>
R5	0,64520896	79,1981009	1,93645422	-2,72601917	-2,81715477	0,01429093 <i>1,53043438</i>	0,94331393 <i>13,047614</i>	0,0354033 <i>1,89669136</i>	-0,1263313 <i>-1,8386777</i>	0,09744788 <i>0,68762248</i>
R6	0,72173448	112,528669	2,0017171	-3,12249754	-3,21363313	0,01030303 <i>1,36725178</i>	0,93401105 <i>15,2223763</i>	0,02245418 <i>2,36009205</i>	-0,06212772 <i>-1,1020048</i>	0,15814557 <i>1,44002752</i>
R7	0,783427	156,547373	1,59596304	-3,36758246	-3,45871806	0,00557023 <i>0,81769308</i>	0,97986225 <i>19,5532181</i>	0,03441965 <i>3,68222395</i>	-0,02864185 <i>-0,6209392</i>	0,15410689 <i>1,652566</i>
R8	0,78068279	154,063043	1,80770855	-3,44444091	-3,53557651	0,01274653 <i>1,86124172</i>	0,92966174 <i>17,2162738</i>	0,00294681 <i>0,34322401</i>	-0,06431521 <i>-1,4146446</i>	0,10745274 <i>1,0676774</i>
R9	0,76126239	138,114061	2,18031356	-3,42210464	-3,51324023	0,01297745 <i>2,02430447</i>	0,89883056 <i>15,9490758</i>	-0,02578437 <i>-1,4176151</i>	0,00445341 <i>0,11638023</i>	0,06924543 <i>0,80124298</i>
R10	0,80683508	180,607709	1,42417523	-3,84817995	-3,93931555	0,01119874 <i>2,32582229</i>	0,83541818 <i>20,8998822</i>	-0,08701461 <i>-2,9488577</i>	0,0569494 <i>0,81631738</i>	0,07236524 <i>0,94925037</i>

* Ce tableau présente les résultats de la régression multiple des 10 portefeuilles sur les variables choisies dans cette étude. Afin d'avoir des résultats plus robustes, on a utilisé la procédure de White (1980) pour corriger les probables problèmes d'hétéroscédasticité. Car la présence de cette dernière biaise les résultats d'estimation. Signalons aussi que pour chaque portefeuille la première ligne représente les coefficients estimés, la seconde en italique correspond aux t-statistiques.

Sous un autre angle le tableau 4 nous renseigne beaucoup plus sur les portefeuilles utilisés dans cette étude et sur la qualité du modèle. On sait que plus le R^2 est proche de 1, plus le modèle est performant. Dans cette étude tous les R^2 ont un niveau raisonnable, ils varient de 0,22 à 0,80. Ce qui laisse présager que notre modèle est parfait, et que la régression va donner de bons résultats. On remarque aussi que plus la capitalisation boursière est importante, plus le R^2 est élevé. Ce qui peut signifier une faible volatilité.

Concrètement, on peut dire que les rendements excédentaires des données canadiennes peuvent être expliqués par le modèle CCAPM. Si on regarde au niveau des statistiques de DW des 10 portefeuilles sélectionnés, on voit que sauf pour le portefeuille 10, toutes les estimations sont supérieures à 1,6. Elles indiquent un fort niveau d'autocorrélation entre les variables. En effet, vu aussi les valeurs importantes des Fischers, la faiblesse des Sommes des Carrées et des Critères Akaike (proches ou inférieurs à 0), on ne peut que confirmer la performance du modèle utilisé dans ce travail.

À première vue, en analysant les résultats, on remarque une faible fluctuation des coefficients estimés des variables selon l'importance de la capitalisation boursière. La première question à se poser est que cette méthode d'estimation reflète-t-elle la réalité du marché ? Ou bien avec le temps les marchés sont-ils devenus de plus en plus efficients ? On peut aussi penser que certains facteurs de risque ont tendance à disparaître. Une analyse détaillée des résultats apportera des éclaircissements.

Le principe de base du modèle de CCAPM est que le rendement, ou le prix d'un titre, ou un groupe de titres de marché est déterminé par le risque qu'il comporte et par le risque de la croissance de la consommation. L'effet simultané de ces deux facteurs varie selon les conjonctures économiques et de certaines restrictions sur le modèle. Si on analyse nos résultats de plus près, on peut dire qu'ils vont dans le même sens que toutes les études réalisées jusqu'ici. Notamment celui de Carmichael, B et Samson, L (2004)*. En effet, on constate toujours des rendements excédentaires qui ne sont pas totalement expliqués, et dont on ne sait pas l'origine.

* Carmichael, B; Samson, L. (2005), «Consumption growth as a risk factor? Evidence from Canadian Financial Markets», Université de Laval Canada, JIMF, p.81-101

Comme pour le modèle standard du CAPM, la vérification empirique du CCAPM reste toujours plus ou moins convaincant. Avec les données Canadiennes de 1961:1 à 2004 :12, on a trouvé que la mise en relation des rendements des actifs du TSE avec les principaux facteurs de risque (croissance de la consommation, rendement du portefeuille de marché,...) a permis de faire une estimation des coefficients et donc des primes de risques. Donc nos estimations sont faites à partir du modèle de facteur linéaire basé sur le CAPM de consommation.

Avant de faire une analyse profonde du tableau 4, rappelons que ces résultats sont ceux obtenus après correction de l'hétéroscédasticité. Sa présence dans les données signifie qu'il y a des périodes de forte volatilité et des périodes de faible volatilité. À partir de ce tableau, on peut remarquer une variation plus ou moins importante des alphas appelés aussi «rentabilités anormales*». Ils représentent la partie de la rentabilité excédentaire qui n'est pas expliquée par les variables du modèle. Compte tenu des coefficients positifs et significativement différents de 0, les alphas de tous les portefeuilles ont une influence sur les variables expliquées qui sont les rendements excédentaires. À l'exception des portefeuilles 6 et 7 qui ont des t-statistiques très faibles. En d'autres termes, les variables retenues dans notre modèle n'expliquent pas entièrement les écarts de rendements pour chacun des 10 portefeuilles. Cependant notons que pour chaque groupe de titre, les données retenues représentent une moyenne pour tout le trimestre, et non les valeurs réelles. Toujours dans le tableau 4, force est de constater que seuls les coefficients positifs et significativement différents de 0 des rentabilités excédentaires du marché, MKTRF, peuvent être à l'origine des primes de risque élevées des portefeuilles. Ils sont tous proches ou supérieurs à 1. Cette variable qui est la plus significative de toutes, influe fortement sur l'équation du modèle. Concrètement cela veut dire que celle-ci contribue énormément aux excédents de rendements, donc des primes de risque. Par exemple pour le portefeuille R1 son bêta est 1,18. Tous les t-statistiques largement supérieurs à 1.96 confirment la significativité de leur participation à ces importants écarts de rendement. Par la même occasion, on remarque aussi que plus la

* Carmichael, Coën, L'Her (2008)

capitalisation boursière est importante plus le coefficient du MKTRF est faible. Ce qui signifie que plus la taille du portefeuille est faible, plus la contribution aux rendements excédentaires est élevée. Ce phénomène est une des limites de ce modèle.

Quand au taux de croissance de la consommation, certains coefficients n'ont pas donné les signes attendus. Mais compte du fait que les t-statistiques sont considérés en valeur absolue, et que les portefeuilles 1, 2, 5, 6, 7 et 10 ont des coefficients significativement différents de 0, on peut dire que ces derniers ont une influence sur les surplus de rendement. Pour les autres portefeuilles, la faiblesse des t- statistiques signifie que les coefficients ont peu ou pas d'effet sur les rendements excédentaires. Ainsi on constate un résultat mitigé dans la mise en relation des mouvements de croissance de la consommation aux surplus de rendement. La plupart des études réalisées jusqu'ici sur ce sujet, dont celle de Carmichael (1998), ont abouti aux mêmes conclusions. Ce phénomène peut se justifier par la nature des données utilisées pour prendre en compte la consommation des ménages. Dans notre étude, on s'est limité aux biens durables et aux services. Est-ce qu'il ne faut pas y inclure d'autres catégories de consommation ? Normalement, tous les bêtas de la variable TCC devaient pouvoir expliquer une partie des rentabilités excédentaires. Compte tenu de la relation qui existe entre ces deux paramètres. C'est seulement avec six portefeuilles qu' on a eu les résultats escomptés.

Par ailleurs, signalons que l'objectif de notre recherche est de donner des explications aux excédents de rendements constatés au niveau marché canadien entre 1961 et 2004. On constate que les portefeuilles choisis ont des primes de risques supérieures à la norme. C'est pour tenter de répondre à cette question qu'on a jugé nécessaire d'introduire d'autres variables (TCC, TIR, TI). Mais il s'est trouvé que ces variables supplémentaires n'ont pas entièrement résolu le problème. Ceci s'explique par le fait que la plupart de leurs coefficients sont soit non significatifs, soit non influents sur la variable expliquée du modèle.

Pour le taux d'intérêt réel, malgré les signes négatifs de la plupart des coefficients qui sont significativement différents de 0, on peut souligner le fait que pour les 5

premiers portefeuilles (R1 à R5), la variable a de l'influence sur les excédents de rendements. Pour les autres groupes de titres, ce n'est pas le cas compte tenu la faiblesse de leur t-statistique. Pour notre étude, ceci se traduit par une absence d'influence du taux d'intérêt réel sur les surplus de rendements. Concrètement le taux d'intérêt réel n'a pas participé, du moins pour les portefeuilles R6 à R10, à l'explosion de la prime de risque au niveau du marché canadien durant la période retenue. Précisons que plus le taux d'intérêt réel est élevé plus l'investissement risqué exige une prime importante. En ce qui concerne le taux d'inflation, les t-statistiques des coefficients des 10 portefeuilles sont très faibles, et très en dessous de la valeur minimum: 1,96. Donc à partir de là on peut conclure que cette variable ne détermine en aucune manière les rendements excédentaires dans cette présente étude.

En fin de compte on peut dire qu'avec ces estimations sur la période retenue, il est clair que c'est le taux de rentabilité excédentaire du marché qui contribue plus à l'explosion de la prime de risque. Pour certains portefeuilles, les variables taux de croissance de la consommation et taux d'intérêt réel expliquent aussi une partie de cet écart de rendement.

Précisons que l'étude simultanée de l'influence du taux de croissance de la consommation et des rendements des indices boursiers à travers le modèle de CAPM, montre la façon dont le premier type de risque détermine le TMSI. Des recherches empiriques ont utilisé d'autres variables : la variation du taux d'intérêt de longue ou de courte période, le rapport entre dividende et prix, la différence entre un taux d'intérêt de long terme et un taux de court terme. Celles-ci ont expliqué une partie des rendements excédentaires : Campbell (1987), Campbell et Shiller (1988) et Fama et French (1988), avec des données américaines ; Carmichael et Samson (1996) avec des données canadiennes.

En résumé, sans négliger l'importance des valeurs de la rentabilité anormale, on constate que les variables les plus significatives dans cette étude sont : MKTRF, TCC, TIR. En revanche le TI peut être considéré comme une variable non pertinente.

Conclusion

À partir de l'équation du MEDAF, on peut voir que la prime de marché dépend uniquement de la volatilité des rentabilités du marché. Ceci est possible depuis les remarquables publications de Sharpe (1964) et Lintner (1965). Plus l'investisseur a de l'aversion au risque, plus la prime de risque exigée est grande. Bien que les tests empiriques notamment ceux de Black et Al (1972), Fama et MacBeth (1973) et tant d'autres ont confirmé l'efficacité du modèle standard; il se trouve ce dernier est de plus en plus remis en question. Plusieurs raisons font qu'il a besoin d'être amélioré :

- Il ne permet pas d'expliquer parfaitement les niveaux de rendements constatés sur les marchés boursiers.
- Le portefeuille de marché et les hypothèses de base utilisés ne représentent pas la réalité.
- Les imperfections du marché : la non prise en compte des restrictions des ventes à découvert, les contraintes d'emprunt, les coûts d'emprunt, le capital humain.
- Le fait que les petites firmes avec des bêtas élevés, ont des rendements anormalement élevés.

C'est dans ce contexte que Lucas (1978) et Breeden (1979), ont proposé un CAPM basé sur la consommation des ménages. Pour que ce modèle soit valide et puisse expliquer le niveau observé des primes de risque, il faut que les ménages aient un coefficient d'aversion au risque très élevé et un faible taux d'intérêt. Alors que ce n'est pas toujours le cas dans la réalité.

Toujours en se basant sur le travail de ces auteurs, d'autres chercheurs ont mis sur pied des modèles avec des spécificités particulières. Pour le CCAPM, les rendements excédentaires sont reliés à deux facteurs de risque : la croissance de la consommation et le rendement des actifs. Notons que c'est le premier facteur qui détermine le taux d'intérêt réel. En procédant aux tests empiriques, Mehra et Prescott (1985) ont souligné une incohérence entre les données du marché américain et les

résultats théoriques : l'énigme de la prime de risque. Jusqu' à présent cette question reste un mystère que les chercheurs n'arrivent toujours pas à résoudre.

Bien que des auteurs nient l'existence de cette énigme, et formulent des critiques à l'égard du modèle intertemporel; beaucoup d'entre eux reconnaissent ses performances et sa portée largement plus générale.

Dans notre analyse, malgré la présence d'autres variables, on a essayé de faire une estimation des primes de risques totales en se basant sur les deux principaux facteurs de risque. Avec les données canadiennes pour la période 1961 :1-2004 :12, on a procédé à des tests statistiques, à des régressions et à une estimations des coefficients. Rappelons que c'est la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO) qui est utilisée dans cette étude. Il en ressort que les coefficients positifs des primes de risque de marché suffisaient seuls à justifier l'existence des excédents de rendement du marché canadien. Les valeurs assez élevées de R carré confirme la solidité du modèle utilisé. Notons que les bêtas des primes de marché semblent plus stables dans le temps , et décroissent selon l'importance de la capitalisation boursière des portefeuilles. En d'autres termes, les résultats obtenus montrent que les primes de risques sont parfaitement estimées pendant la période d'étude. La contribution combinée des bêtas des variables ne justifie pas parfaitement le fait que les primes de risques totales du marché canadien dépassent de loin les prévisions du modèle théorique. Cette situation similaire avec les données américaines peut se justifier par le fait que les deux pays appartiennent au même espace économique, bien que les deux économies ne sont pas totalement semblables.

Rappelons qu'en plus des économistes et financiers qui critiquent les fondements de base du modèle MEDAF de consommation, d'autres chercheurs après réflexion expliquent autrement cette situation anormale (prime de risque trop élevé). Ils pensent que ce débat autour des données du marché n'aurait dû pas avoir lieu. En effet le niveau élevé de rendements des titres boursiers est un des traits distinctifs du capitalisme contemporain. Cependant, notre travail nous a permis de confirmer la pertinence de la rentabilité excédentaire du marché dans ce genre d'étude. Les variables TCC et TIR ont donné des résultats plus ou moins convaincants.

Quant au taux d'inflation, il n'a pas été vraiment déterminant. Afin de trouver des explications plausibles aux rendements boursiers canadiens, les futures recherches devraient intégrer de nouvelles variables pertinentes. Il serait aussi intéressant tenir compte des effets de cette récente crise financière et de la variation du prix du pétrole sur les prix des actifs. Car il a été constaté que plus on avançait dans le temps, plus la prime de risque devenait de plus en plus raisonnable.

Annexe :

1-Les tests statistiques du modèle CCAPM:

La forme de l'équation utilisée pour tous les tests est la suivante :

$$PMKT = C + TI + TCC + TIR$$

1-R carré et les Test statistiques :

En consultant l'onglet « *Régression LS* », on constate que les P-values sont toutes inférieures à 0,05 sauf pour le TCC. Donc tous les coefficients sont significatifs à 95 %. Ceci peut être confirmé par le fait que leurs t-Statistiques est sont supérieurs à 1,96. En regardant le R carré, on remarque qu'il est trop faible (0,07) comparé à 1 , ce qui peut pousser à une remise en question du modèle. Cette dernière conclusion combinée au fait que le DW est aussi faible , prédit une régression stationnaire. On peut aussi constater que les critères Akaike et Schwarz sont aussi faibles. Plus la somme des carrés des résidus est faible, plus le modèle est meilleur, ce qui est le cas ici. Par ailleurs en regardant Le graphique « *Histogramme des résidus* », on voit que la moyenne est approximativement égale à 0, ce qui est normale pour une régression avec une constante. On voit par la même occasion aussi que le Bera Jarque est élevé.

2- Corrélation des variables :

On peut dire qu'il y a une bonne corrélation entre les variables. En consultant la figure « *corrélation des variables* », on voit qu'elles suivent toutes la même tendance (page 63) .

5- Statistique de Durbin Watson et Aurotocorrélation des erreurs :

Toujours dans le fichier « *Régression LS* », on remarque que la statistique de DW est faible (1,74) ce qui laisse présager un fort niveau d'autocorrélation. À partir du graphique « *autocorrélation des erreurs* », on voit qu'il y a beaucoup de période où

la tendance est explosive. Mais elles ont la même la forme cyclique. D'où on peut conclure que l'autocorrélation est évidente.

6-Test de Wald :

A partir du tableau « *Régression LS* » on peut faire une analyse sur les coefficients et leur signe , on voit que le taux d'inflation et le taux d'intérêt réel ont une influence négative sur la prime de risque du marché .Tandis que le taux de croissance de la consommation a un effet positif sur cette dernière. Toujours comme pour les autres tests antérieurs seul le TCC à une probabilité supérieure à 0,05.

7-Vérification de la stationnarité :

Pour vérifier la stationnarité de chaque série on regarde d'abord le graphique, ensuite le test de Dickey Fuller, et éventuellement le corrélogramme .

- **Pour la série PMKT**

Avec le graphique on peut d'une manière générale dire que la série est stationnaire bien qu' il y ait beaucoup de périodes d'explosion. Pour le corrélogramme toutes les barres sont à l'intérieur des intervalles, d'où on peut conclure que la série est stationnaire. Pour le test de DF , le t-calculé (11,4) est supérieur au t-critique à 5% (3,43)

⇒ la série est stationnaire.

- **Pour la série TCC**

Pour le graphique on voit que la série est généralement stationnaire bien qu' il y ait une explosion vers les années 1990. Avec le corrélogramme toutes les barres sont à l'intérieur des intervalles sauf au début , d'où on peut conclure que la série est stationnaire. Pour le test de DF, le t-calculé (13,95) est supérieur au t-critique à 5% (3,43)

⇒ la série est stationnaire.

- **Pour la série TI**

Pour le graphique on peut dire que la série n'est pas stationnaire. Elle est explosive. Avec le corrélogramme toutes les barres ne sont pas à l'intérieur des intervalles. Elles y sont presque à la fin de la période, d'où on peut conclure que la série n'est pas stationnaire. Pour le test de DF, le t-calculé (2,46) est inférieur au t-critique à 5% (3,43)

⇒ la série n'est pas stationnaire.

- **Pour la série TIR**

Avec le graphique on peut d'une manière générale dire que la série est stationnaire bien qu'il y ait quelques périodes d'explosion. Pour le corrélogramme toutes les barres ne sont pas à l'intérieur des intervalles, mais la majeure partie d'entre elles y sont, d'où on peut conclure que la série est stationnaire. Pour le test de DF, le t-calculé (10,41) est supérieur au t-critique à 5% (3,43)

⇒ la série est stationnaire.

La régression LS :

Dependent Variable: PMKT

Method: Least Squares

Date: 05/14/08 Time: 15:31

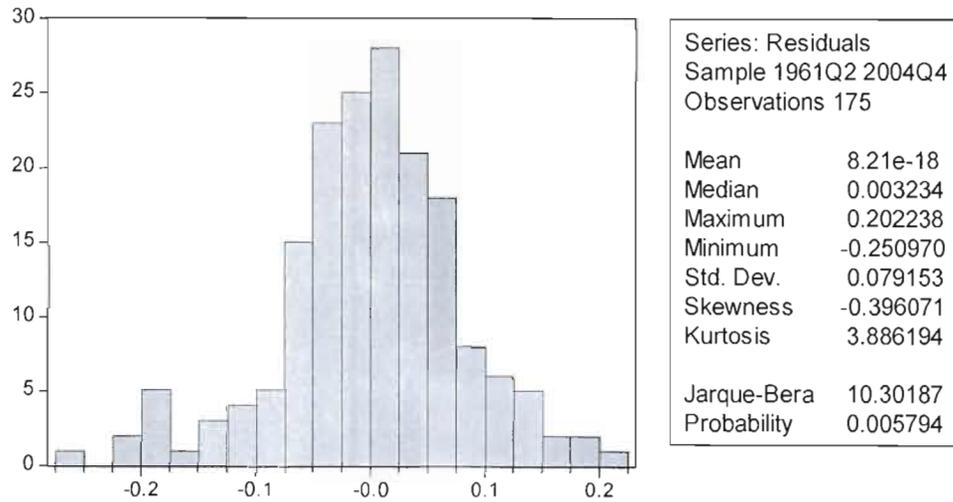
Sample (adjusted): 1961Q2 2004Q4

Included observations: 175 after adjustments

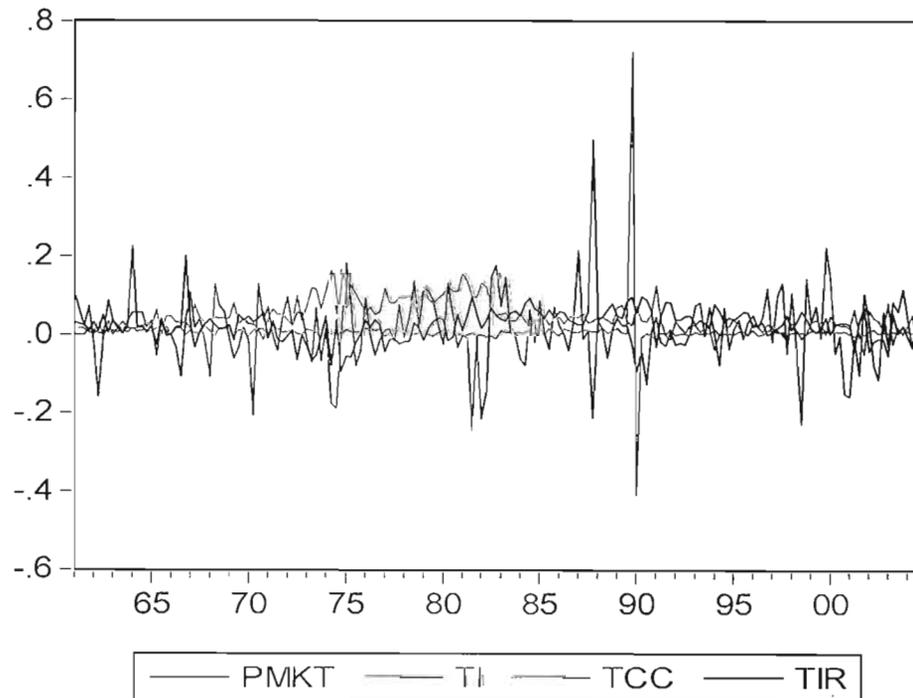
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.042384	0.011286	3.755619	0.0002
TI	-0.438162	0.167994	-2.608202	0.0099
TCC	0.026877	0.096318	0.279047	0.7805
TIR	-0.390089	0.120511	-3.236953	0.0015

R-squared	0.070303	Mean dependent var		0.011378
Adjusted R-squared	0.053992	S.D. dependent var		0.082091
S.E. of regression	0.079844	Akaike info criterion		-2.194883
Sum squared resid	1.090145	Schwarz criterion		-2.122546
Log likelihood	196.0523	F-statistic		4.310287
Durbin-Watson stat	1.744535	Prob(F-statistic)		0.005849

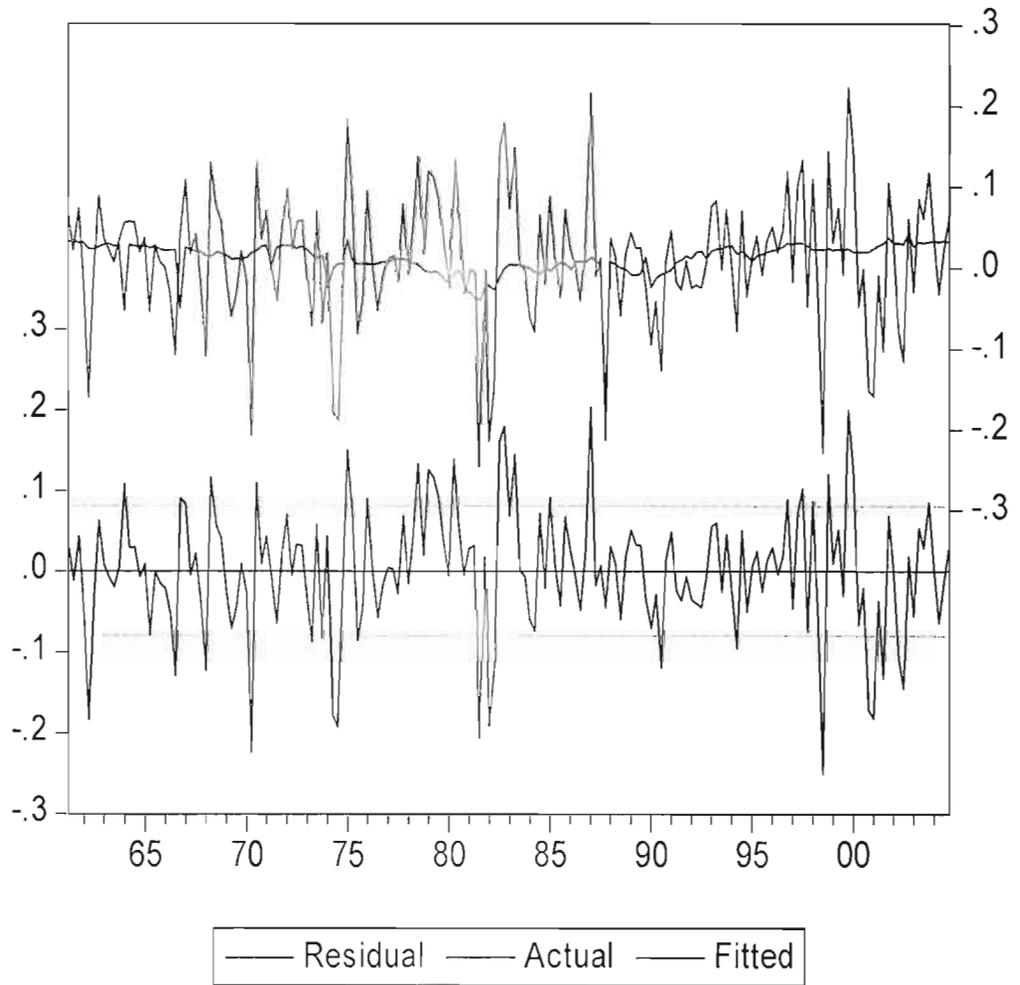
Histogramme des résidus :



Graphique de l'autocorrélation des variables :

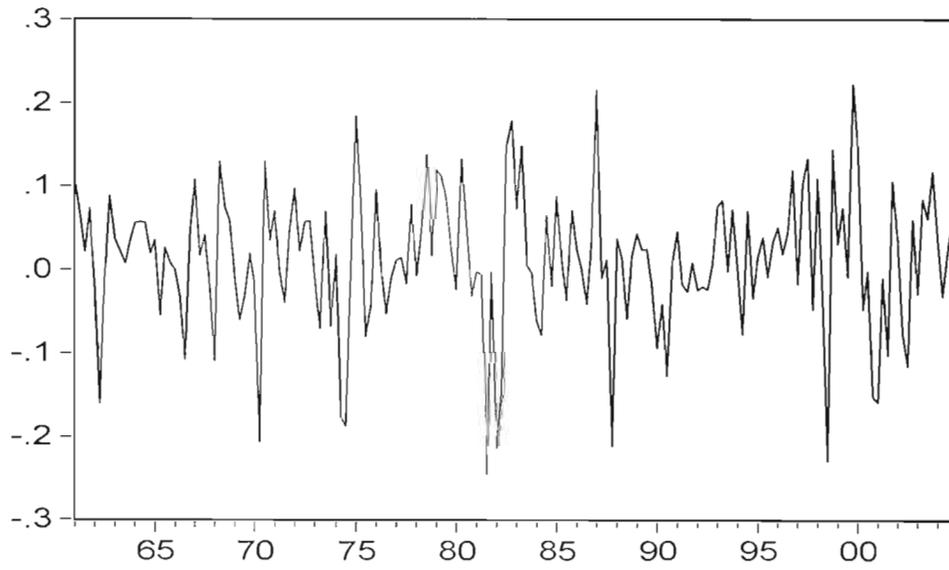


Graphique de l'autocréation des erreurs :

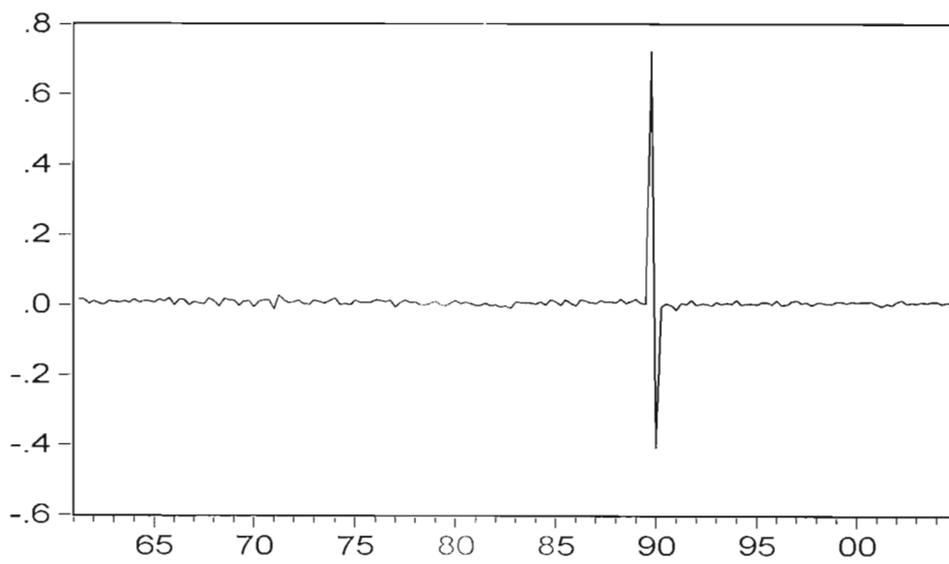


Stationnarité des variables :

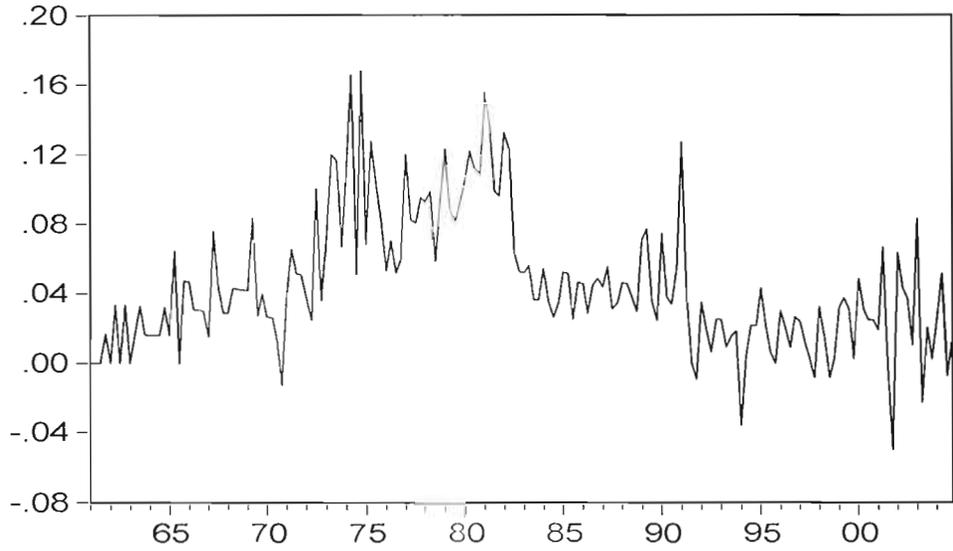
PMKTGRAPH



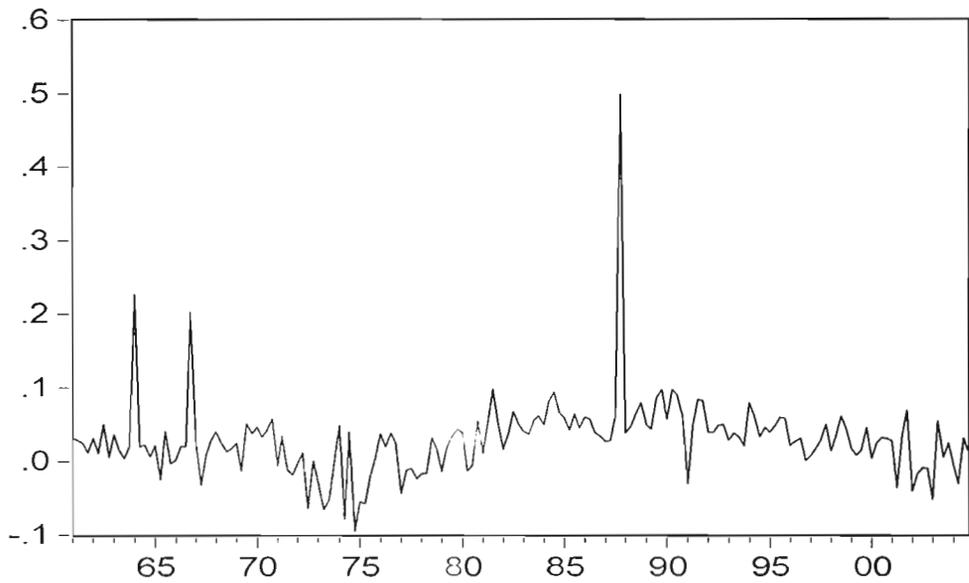
TCCGRAPH



TIGRAPH



TIRGRAPH



Null Hypothesis: PMKTDFULLER has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.40709	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.011352	
5% level	-3.435708	
10% level	-3.141907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(PMKTDFULLER)

Method: Least Squares

Date: 09/04/08 Time: 17:08

Sample (adjusted): 1961Q2 2004Q4

Included observations: 175 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PMKTDFULLER(-1)	-0.858258	0.075239	-11.40709	0.0000
C	0.008473	0.012449	0.680579	0.4971
@TREND(1961Q1)	1.42E-05	0.000122	0.116422	0.9075
R-squared	0.430807	Mean dependent var		-0.000277
Adjusted R-squared	0.424188	S.D. dependent var		0.107701
S.E. of regression	0.081726	Akaike info criterion		-2.153891
Sum squared resid	1.148816	Schwarz criterion		-2.099638
Log likelihood	191.4655	Hannan-Quinn criter.		-2.131885
F-statistic	65.09103	Durbin-Watson stat		1.990517
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: TCCDFULLER has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-13.95721	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.011977	
5% level	-3.436009	
10% level	-3.142085	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(TCCDFULLER)

Method: Least Squares

Date: 09/04/08 Time: 17:13

Sample (adjusted): 1961Q4 2004Q4

Included observations: 173 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TCCDFULLER(-1)	-1.761225	0.126187	-13.95721	0.0000
D(TCCDFULLER(-1))	0.235823	0.074744	3.155088	0.0019
C	0.016056	0.008828	1.818824	0.0707
@TREND(1961Q1)	-4.95E-06	8.57E-05	-0.057720	0.9540

R-squared	0.728580	Mean dependent var	-3.58E-05
Adjusted R-squared	0.723762	S.D. dependent var	0.107153
S.E. of regression	0.056318	Akaike info criterion	-2.892751
Sum squared resid	0.536022	Schwarz criterion	-2.819843
Log likelihood	254.2230	Hannan-Quinn criter.	-2.863173
F-statistic	151.2170	Durbin-Watson stat	2.056039
Prob(F-statistic)	0.000000		

Null Hypothesis: TIDFULLER has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.464894	0.3452
Test critical values:		
1% level	-4.012296	
5% level	-3.436163	
10% level	-3.142175	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(TIDFULLER)

Method: Least Squares

Date: 09/04/08 Time: 17:19

Sample (adjusted): 1962Q1 2004Q4

Included observations: 172 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TIDFULLER(-1)	-0.160873	0.065266	-2.464894	0.0147
D(TIDFULLER(-1))	-0.658668	0.086756	-7.592152	0.0000
D(TIDFULLER(-2))	-0.495039	0.088801	-5.574671	0.0000
D(TIDFULLER(-3))	-0.270525	0.074583	-3.627153	0.0004
C	0.013254	0.005802	2.284415	0.0236
@TREND(1961Q1)	-6.39E-05	4.27E-05	-1.496366	0.1365

R-squared	0.421627	Mean dependent var	-1.02E-05
Adjusted R-squared	0.404206	S.D. dependent var	0.034711
S.E. of regression	0.026792	Akaike info criterion	-4.367129
Sum squared resid	0.119161	Schwarz criterion	-4.257333
Log likelihood	381.5731	Hannan-Quinn criter.	-4.322582
F-statistic	24.20243	Durbin-Watson stat	2.013152
Prob(F-statistic)	0.000000		

Null Hypothesis: TIRDFULLER has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.41146	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.011352	
5% level	-3.435708	
10% level	-3.141907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(TIRDFULLER)

Method: Least Squares

Date: 09/04/08 Time: 17:23

Sample (adjusted): 1961Q2 2004Q4

Included observations: 175 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TIRDFULLER(-1)	-0.773851	0.074327	-10.41146	0.0000
C	0.016239	0.008149	1.992745	0.0479
@TREND(1961Q1)	7.30E-05	7.92E-05	0.921423	0.3581

R-squared	0.386591	Mean dependent var	-0.000129
Adjusted R-squared	0.379458	S.D. dependent var	0.066899
S.E. of regression	0.052700	Akaike info criterion	-3.031424
Sum squared resid	0.477687	Schwarz criterion	-2.977170
Log likelihood	268.2496	Hannan-Quinn criter.	-3.009417
F-statistic	54.20012	Durbin-Watson stat	2.050119
Prob(F-statistic)	0.000000		

2-Les tests pour le CAPM standard :

La forme de l'équation utilisée pour tous les tests est la suivante :

$$PMKT = C + RF$$

La régression LS :

Dependent Variable: PMKT

Method: Least Squares

Date: 09/22/08 Time: 12:55

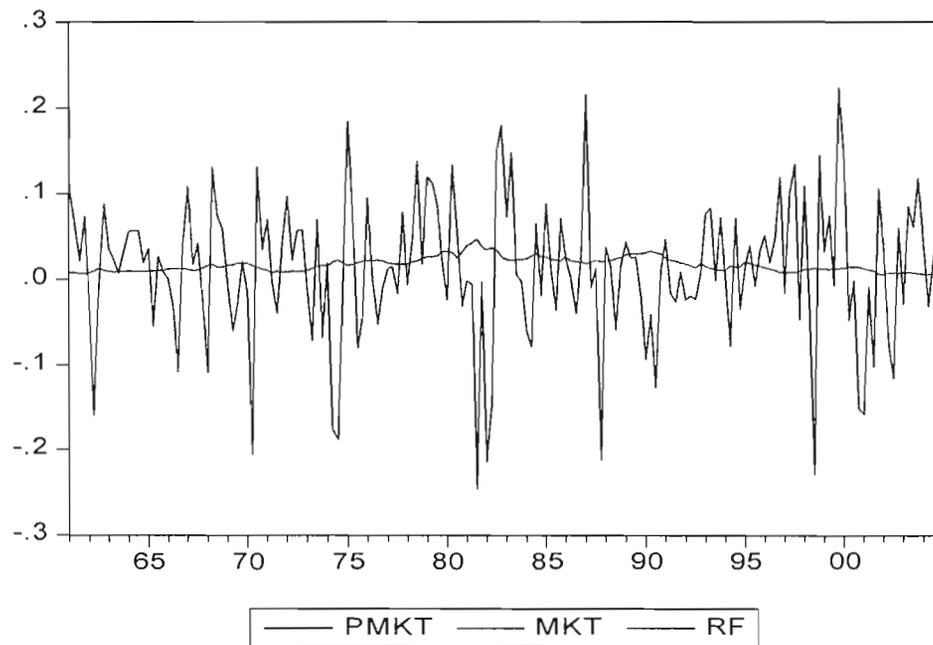
Sample: 1961Q1 2004Q4

Included observations: 176

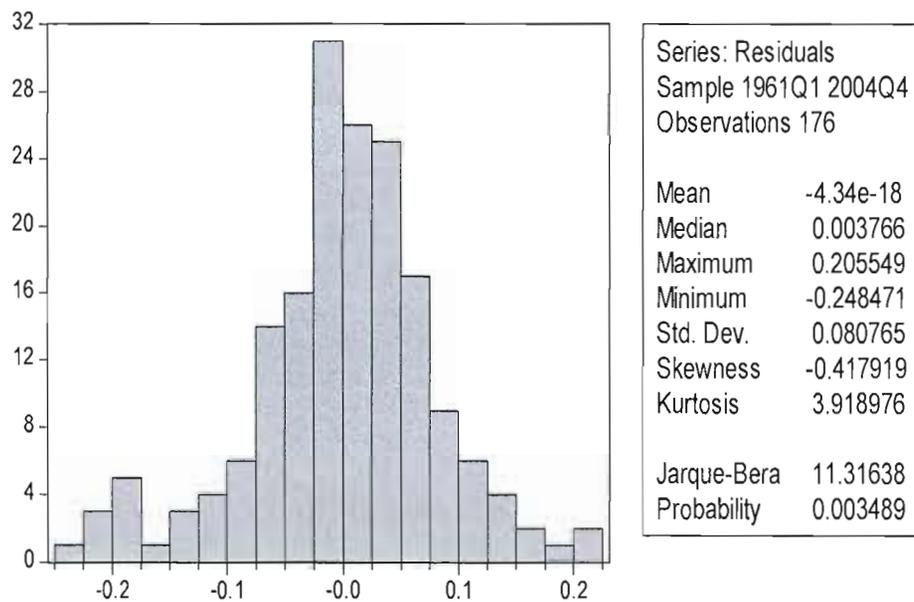
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.042632	0.013677	3.117127	0.0021
RF	-1.836001	0.732387	-2.506871	0.0131

R-squared	0.034858	Mean dependent var		0.011952
Adjusted R-squared	0.029311	S.D. dependent var		0.082210
S.E. of regression	0.080997	Akaike info criterion		-2.177523
Sum squared resid	1.141516	Schwarz criterion		-2.141494
Log likelihood	193.6220	Hannan-Quinn criter.		-2.162910
F-statistic	6.284403	Durbin-Watson stat		1.745811
Prob(F-statistic)	0.013097			

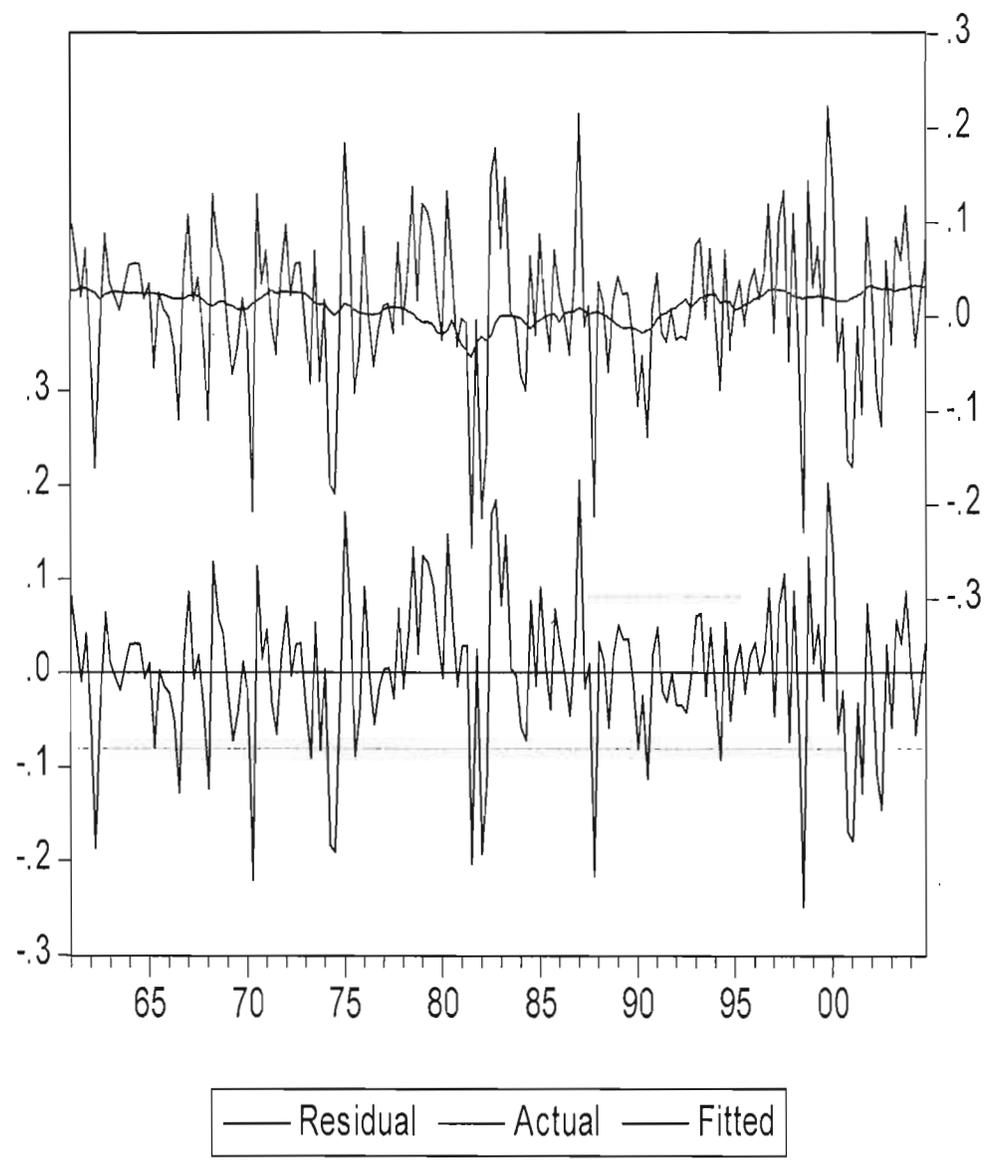
Corrélation des variables :



L'histogramme des résidus :

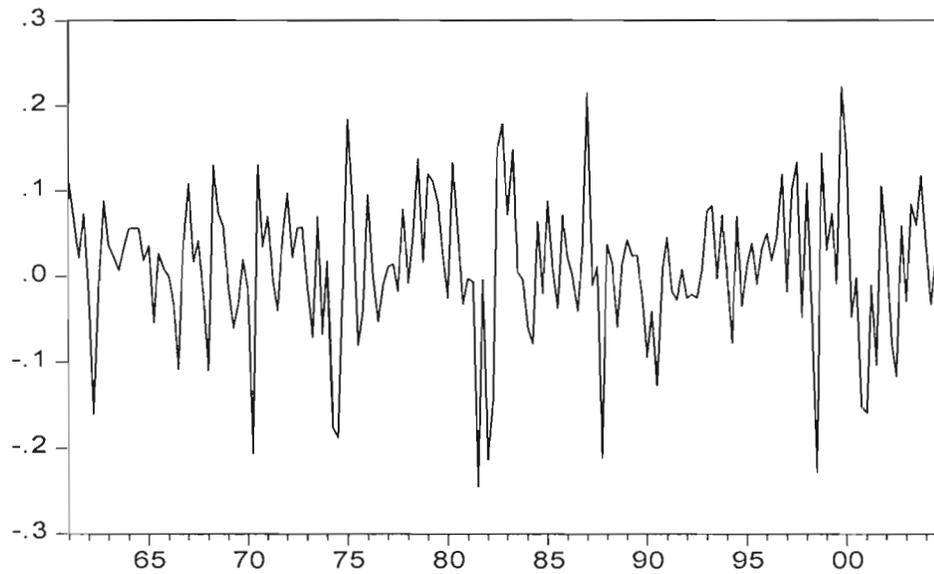


Graphique Autocorrélation des erreurs :

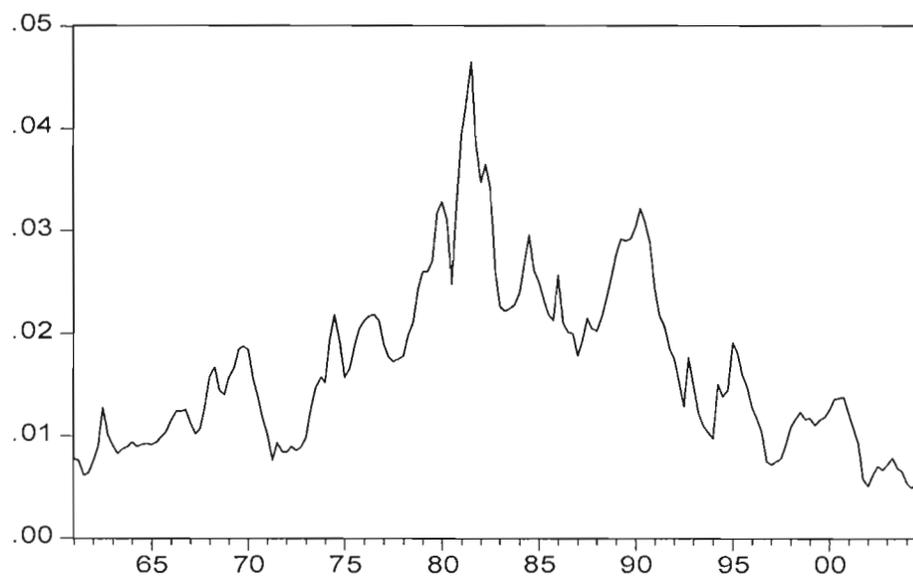


Test de stationnarité des variables :

GRAPHMKT



GRAPHRF



Null Hypothesis: DICKFULLERPMKT has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.40709	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.011352	
5% level	-3.435708	
10% level	-3.141907	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(DICKFULLERPMKT)
 Method: Least Squares
 Date: 09/22/08 Time: 13:44
 Sample (adjusted): 1961Q2 2004Q4
 Included observations: 175 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DICKFULLERPMKT(-1)	-0.858258	0.075239	-11.40709	0.0000
C	0.008473	0.012449	0.680579	0.4971
@TREND(1961Q1)	1.42E-05	0.000122	0.116422	0.9075

R-squared	0.430807	Mean dependent var	-0.000277
Adjusted R-squared	0.424188	S.D. dependent var	0.107701
S.E. of regression	0.081726	Akaike info criterion	-2.153891
Sum squared resid	1.148816	Schwarz criterion	-2.099638
Log likelihood	191.4655	Hannan-Quinn criter.	-2.131885
F-statistic	65.09103	Durbin-Watson stat	1.990517
Prob(F-statistic)	0.000000		

Null Hypothesis: DICKFULLERRF has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.258369	0.4540
Test critical values:		
1% level	-4.011663	
5% level	-3.435858	
10% level	-3.141996	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(DICKFULLERRF)
 Method: Least Squares
 Date: 09/22/08 Time: 13:46
 Sample (adjusted): 1961Q3 2004Q4
 Included observations: 174 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DICKFULLERRF(-1)	-0.044559	0.019731	-2.258369	0.0252
D(DICKFULLERRF(-1))	0.262971	0.074185	3.544826	0.0005
C	0.000998	0.000466	2.141882	0.0336
@TREND(1961Q1)	-2.86E-06	3.25E-06	-0.879398	0.3804

R-squared	0.091746	Mean dependent var	-7.74E-06
Adjusted R-squared	0.075718	S.D. dependent var	0.002229
S.E. of regression	0.002143	Akaike info criterion	-9.430292
Sum squared resid	0.000781	Schwarz criterion	-9.357670
Log likelihood	824.4354	Hannan-Quinn criter.	-9.400832
F-statistic	5.724130	Durbin-Watson stat	1.937828
Prob(F-statistic)	0.000936		

Bibliographie :

- [1] Abel, A B. (1990). «Asset Prices under Habit Formation and Catching up with Jones», The American Economic Review, USA, Vol.80, N°2, pp.38-42

- [2] Aftalion, F.(2004). « La nouvelle finance et la gestion des portefeuilles », Economica , 2^{ème} édition, chap. 4 et 9,246 p.

- [3] Amenc, N ; Le Sourd, V.(2003). « Théorie du portefeuille et Analyse de sa performance », Economica , 2^{ème} édition, Chap. 4, pp 132-184.

- [4] Campbell J Y, Cochrane J H. (2000). «Explaining the poor performance of Consumption - based asset pricing models», Journal of Finance, University Harvard, pp.2863-2878.

- [5] Carmichael, B .(1998).« L'évaluation des actifs financiers dans les modèles de consommation : un survol de la littérature», Journal of International Money and finance, Laval, 35 p.

- [6] Carmichael, B; Samson, L. (2004). «Consumption growth as a risk factor? Evidence From Canadian financial markets », Journal of International Money and Finance, Laval, Pp.83-101.

- [7] Carmichael, B; Coën, A; L'Her, J F. (2008). « Erreurs sur les Variables et Modèles d'Évaluation des Actifs Financiers Canadiens». Finance, Revue de l'Association Française de Finance, France, Vol : 29, N°1, pp.1-22.

- [8] Cochrane, John H. (2001). «Asset Pricing», Princeton University Press, chapitre1, 2, 21.

Bibliographie :

- [1] Abel, A B. (1990). «Asset Prices under Habit Formation and Catching up with Jones», The American Economic Review, USA, Vol.80, N°2, pp.38-42

- [2] Aftalion, F.(2004). « La nouvelle finance et la gestion des portefeuilles », Economica , 2^{ème} édition, chap. 4 et 9,246 p.

- [3] Amenc, N ; Le Sourd, V.(2003). « Théorie du portefeuille et Analyse de sa performance », Economica , 2^{ème} édition, Chap. 4, pp 132-184.

- [4] Campbell J Y, Cochrane J H. (2000). «Explaining the poor performance of Consumption - based asset pricing models», Journal of Finance, University Harvard, pp.2863-2878.

- [5] Carmichael, B .(1998).« L'évaluation des actifs financiers dans les modèles de consommation : un survol de la littérature», Journal of International Money and finance, Laval, 35 p.

- [6] Carmichael, B; Samson, L. (2004). «Consumption growth as a risk factor? Evidence From Canadian financial markets », Journal of International Money and Finance, Laval, Pp.83-101.

- [7] Carmichael, B; Coën, A; L'Her, J F. (2008). « Erreurs sur les Variables et Modèles d'Évaluation des Actifs Financiers Canadiens». Finance, Revue de l'Association Française de Finance, France, Vol : 29, N°1, pp.1-22.

- [8] Cochrane, John H. (2001). «Asset Pricing», Princeton University Press, chapitre1, 2, 21.

- [18] Lucas, E. (1978). «Asset Prices in an Exchange Economy», *Econometrica*, Vol.46, N° 6, pp.1429-1445.
- [19] Mehra, R; Prescott, E C.(1985). «The Equity Premium: A Puzzle», *Journal of Monetary Economics* 15, USA, pp.145-161.
- [20] Mehra, R. (2003). «The Equity Premium: Why is it a Puzzle? », National Bureau of Economic Research, California, pp.54-69.
- [21] Mehra, R; Prescott, E.C. (2003). «The Equity Premium in Retrospect» In *Handbook of the Economics of Finance*, NBER Working Paper, USA, No. W9525, p.587
- [22] Rochon, M; Desrosiers, S; L'Her, J F. (2004). «Révision à la baisse de la prime sur les Actions au Canada», *Revue d'Analyse Économique*, Vol.80, N°1,pp.138170.
- [23] Racicot, F E; Théoret, R.(2001). «Traité d'Économétrie financière», Presse de l'université Du Québec, Québec, p.373.