UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

QUESTIONNEMENT SUR LE QUESTIONNEMENT : ÉTUDE DES RETOMBÉES DU QUESTIONNEMENT SUR L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE DES ÉLÈVES DANS LE CADRE D'UN *TEACHING EXPERIMENT*.

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

ANABEL VAN MOORHEM

OCTOBRE 2022

REMERCIEMENTS

Je remercie d'abord mon directeur, Monsieur Jérôme Proulx, de m'avoir donné le goût de plonger dans cette aventure à la maîtrise. Je suis également reconnaissante de sa grande disponibilité et de sa rigueur au cours de ce long périple.

Je remercie avec beaucoup d'affection les élèves qui ont si généreusement participé à ce projet de recherche. Je les remercie pour la richesse de leurs idées et pour leur enthousiasme à faire des mathématiques.

Je remercie également les étudiants du Laboratoire Épistémologie et Activité mathématique – en particulier Charlotte, Rox-Anne et Geneviève – pour leur rire, leur support et leur collaboration.

Enfin, je remercie ma famille pour leurs encouragements et en particulier mon conjoint, Pierre-Hugues, pour ses nombreuses relectures et son soutien constant.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

L'objectif de cette recherche est d'investiguer les retombées du questionnement déployé dans le cadre d'un *Teaching Experiment*, à la Leslie P. Steffe (1991, 2000), sur l'activité mathématique des élèves en classe. Dans un premier temps, une revue de différents travaux en didactique des mathématiques est faite sous l'angle de la nature et des effets du questionnement. Ce regard sur les travaux permet aussi de soulever des retombées possibles du questionnement en salle de classe avec les élèves. Dans un deuxième temps, la méthodologie spécifique du *Teaching Experiment* est explorée afin de cibler certaines caractéristiques et retombées mathématiques attendues à propos du type de questionnement utilisé dans ce type d'expérimentation avec les élèves. Maillées ensemble, les retombées soulevées forment des dimensions (mathématiques et méta-mathématiques) du questionnement, qui offrent une lunette d'analyse des séances de *Teaching Experiment* au sujet de l'activité mathématique des élèves en classe.

Les analyses réalisées dans ce mémoire visent des séances qui se sont déroulées dans une classe de 5^{e} année du primaire. Ces analyses ont permis de mettre en lumière qu'un questionnement simple et spontané, qui se déploie dans l'action, peut stimuler l'activité mathématique des élèves en classe de manière significative en générant différentes retombées mathématiques et méta-mathématiques. D'abord, au niveau mathématique, ce type de questionnement peut faire que (1) des raisonnements mathématiques émergent et que les élèves approfondissent des contenus et que (2) ceux-ci réfléchissent aux idées mathématiques partagées. Ce questionnement peut également faire que (3) les élèves expliquent et justifient leur solution et (4) qu'ils émettent des conjectures ou des contre-exemples en cherchant à convaincre, à comparer et autres. Enfin, au niveau méta-mathématique, ce questionnement (5) peut permettre d'installer une culture de classe où les interactions sur les raisonnements sont favorisées, (6) permet également de pousser le développement de pratiques de mathématisation et (7) promeut un certain rapport au savoir mathématique. La conclusion, avance aussi d'autres résultats relatifs au questionnement à la lumière des analyses réalisées dans le cadre de cette recherche.

Mots clés : didactique des mathématiques, questionnement, activités mathématiques, teaching experiment.

INTRODUCTION

Mon travail de recherche vise à investiguer les retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment*, à la Leslie P. Steffe (1991, 2000), sur l'activité mathématique des élèves en classe. Le questionnement et ses retombées sur l'activité mathématiques des élèves sont au cœur de mon projet de maîtrise.

Dans le Chapitre 1, j'explique l'origine de ma recherche sur le questionnement suite à la participation, comme observatrice, à un projet de recherche axé sur la résolution de problèmes. J'y expose en parallèle la nature des recommandations faites aux enseignants de mathématiques dans certains ouvrages professionnels. Je mets en lumière que les orientations suggérées pour la pratique enseignante avancent que questionner en classe est une pratique exigeante, qu'un bon enseignant doit poser de nombreuses et pertinentes questions à ses élèves et qu'il est important que les questions posées soient bien pensées et bien préparées. La confrontation de ces recommandations avec mon expérience vécue sur le site de recherche permet de faire émerger l'objectif de mon travail de maîtrise autour du questionnement en salle de classe.

Dans le Chapitre 2, je propose d'abord une clarification conceptuelle sur le sens des mots « question » et « questionnement ». J'examine ensuite les travaux de recherche en didactique des mathématiques relatifs au questionnement de l'enseignant en classe de mathématiques. Cette analyse met en avant une caractérisation du questionnement en salle de classe et souligne la nature des retombées potentielles de ce dernier sur l'activité mathématique des élèves.

Dans le Chapitre 3, j'offre une deuxième entrée théorique sur mon objectif de recherche, cette fois-ci sous l'angle du questionnement ayant cours précisément durant un *Teaching Experiment*. La nature du questionnement exploité dans cette méthodologie de recherche est utilisée comme ancrage théorique pour compléter la conceptualisation sur le questionnement développée au Chapitre 2.

Dans le Chapitre 4, j'explique les orientations méthodologiques retenues afin d'aborder mon objectif de recherche. En premier lieu, je présente le contexte du *Teaching Experiment* à partir duquel les données analysées sont tirées. Par la suite, je détaille le choix des extraits des séances constituant les unités d'observation et les unités d'analyse, la grille d'analyse utilisée, de même que le processus d'analyse qui a été suivi.

Dans le Chapitre 5, j'analyse les retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment* sur l'activité mathématique des élèves. Quatre séances de classe sont analysées en détail, à la lumière des sept dimensions des retombées d'un questionnement : quatre dimensions mathématiques et trois dimensions méta-mathématiques.

Dans le Chapitre 6, je propose une synthèse complète des résultats obtenus suite à l'analyse. Cette synthèse permet de répondre à mon objectif de recherche relatif aux retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment* sur l'activité mathématique des élèves en classe. De cette synthèse émerge aussi d'autres résultats de recherche, en particulier concernant la mise en route d'une posture investigative chez les élèves. Enfin, je propose un prolongement possible à mon projet de recherche en lien avec la mise en route d'une posture investigative en mathématiques.

Finalement, le dernier chapitre prend la forme d'un épilogue. Dans cet épilogue, j'avance certaines réflexions, à titre de conseillère pédagogique, au regard de mon processus de recherche au terme de cette aventure à la maîtrise.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

1.1 Le questionnement et l'enseignement des mathématiques

En enseignement des mathématiques, c'est courant de lire et d'entendre qu'il est important de questionner les élèves et qu'un bon enseignant doit poser de nombreuses et pertinentes questions à ses élèves lors d'un cours. À ce propos, dans une publication récente intitulée *L'art de questionner de façon efficace*, le Ministère de l'Éducation de l'Ontario (MEO, 2011) mentionne que questionner les élèves est une pratique complexe qui doit être bien pensée, voire planifiée, et réalisée au bon moment. Le MEO insiste auprès des enseignants afin qu'ils élaborent à l'avance de « bonnes questions » qui favorisent la participation des élèves, qui stimulent leurs réflexions, etc., tout en ciblant des contenus précis :

> Afin de savoir quelles questions poser pour faire évoluer les connaissances mathématiques des élèves, il est crucial que les enseignants développent leurs connaissances et leur pédagogie des mathématiques et qu'ils relient celles-ci au programme-cadre. En écoutant attentivement les idées des élèves et en gardant à l'esprit le résultat d'apprentissage et les grandes idées en mathématiques, on est en mesure de repérer et de développer les idées importantes dans le discours des élèves. En plus de prendre des décisions sur les questions à poser durant les discussions avec les élèves, les enseignants peuvent planifier des questions efficaces lorsqu'ils préparent leurs leçons. Connaître le développement des grandes idées du programme-cadre, lire les diverses ressources pédagogiques et résoudre les problèmes eux-mêmes sont des exemples d'activités qui peuvent soutenir les enseignants dans leur préparation de questions. (MEO, 2011, p. 1)

Pour le MEO, il est important que les enseignants soient en mesure de repérer les idées importantes dans les propos de leurs élèves et de les questionner au cours de ces discussions. Bref, planifier des questions efficaces, connaître les grandes idées du programme d'études et résoudre les problèmes soi-même avant de les exploiter avec les élèves sont des actes qui peuvent aider les enseignants à bien questionner leurs élèves dans le feu de l'action de la salle de classe.

D'autres publications à l'intention du milieu scolaire mentionnent aussi qu'un « bon questionnement » est une stratégie d'enseignement indispensable aux apprentissages des élèves et favorise une meilleure compréhension, surtout si les questions posées sont d'ordre « supérieur » (Bloom, 1969; par exemple, des questions d'analyse ou de synthèse). Un bon questionnement permettrait, d'une part, de mettre l'emphase sur la construction de sens chez les élèves et favoriserait, d'autre part, les apprentissages chez les élèves.

> The use of questions, especially higher-order questions, is often promulgated as a worthwhile teaching strategy: "Questioning opens up possibilities of meaning" (Gadamer, 1993, p. 375); "Questioning is a powerful strategy for building comprehension" (Mantione & Smead, 2003, p. 55); "Good questions lead to improved comprehension, learning, and memory of the materials among school children as well" (Craig et al. (2006, p. 567). The study of the frequency, classification, and training of teacher questioning behaviors is based on the notion that skilled questioning by teachers can guide students to thoughtful and reflective answers and so facilitate higher levels of academic achievement (Samson, Strykowski, Weinstein, & Walberg, 1987). (tiré de Hattie, 2009, p. 182)

De ce fait, il est affirmé qu'un bon questionnement de la part des enseignants pourrait mener les élèves vers des réponses réfléchies et même favoriser leur réussite scolaire. Or, Brualdi (1998) mentionne qu'en réalité les enseignants posent en grande majorité des questions de bas niveau cognitif (centrées sur des faits et procédures), ce qui est parfois appelé des questions techniques.

> Brualdi (1998) claimed that teachers asked 300 to 400 questions per day, and the majority of these were low-level cognitive questions – 60 percent recall facts and 20 percent are procedural in nature (Wilen, 1991). (Tiré de Hattie, 2009, p. 182)

C’est aussi le constat que tracent Sullivan et Lilburn (2010), dans leur livre *Activités ouvertes en mathématiques destiné aux enseignants*, où ils mentionnent que la majorité des questions posées par les enseignants sont de l’ordre du rappel de faits ou de nature procédurale. Ils insistent sur l’idée que dans une classe où l’enseignant désire mettre l’accent sur la résolution de problèmes, par exemple, le type de questionnement utilisé par ce dernier doit solliciter des niveaux de pensée d’ordre supérieur, tel que souligné plus haut, afin d’amener les élèves à réfléchir davantage lorsqu’ils ont à répondre aux questions qui leur sont posées.

> Les élèves sont plus susceptibles d’apprendre en mathématiques s’ils travaillent à des questions ou des tâches qui nécessitent plus qu’un simple rappel d’information, qui leur apportent des connaissances dans le cadre même de la recherche des solutions et qui permettent un certain éventail de réponses possibles. (Sullivan & Lilburn, 2010, p. 8)
>
> Pour mettre l’accent sur la résolution de problèmes, l’application et le développement de différentes habiletés de réflexion, il est primordial de prêter davantage attention à l’amélioration des questions dans les leçons de mathématiques. Ainsi, les enseignants devraient poser des questions susceptibles d’élever le niveau de pensée de leurs élèves. (Sullivan & Lilburn, 2010, p. 3)

Ainsi, les questions posées aux élèves – pour être considérées « bonnes » – devraient avoir certaines propriétés telles que permettre une investigation, faire réfléchir les élèves et admettre plusieurs solutions ou stratégies de résolution. Dans le même ordre d’idées, le programme de formation de l’école québécoise (MELS, 2006) stipule que :

> Pour susciter l’engagement de l’élève, l’enseignant doit créer un climat qui permet à l’élève de prendre sa place à l’intérieur de la classe, sa communauté d’apprentissage. […] Il importe aussi de placer l’élève dans des situations qui exigent des justifications ou des réponses à des questions telles que « Pourquoi ? », « Est-ce toujours vrai ? » ou encore « Qu’arrive-t-il lorsque... ? », et ce, dans tous les champs de la mathématique [sic.]. Ce questionnement l’incite à raisonner, à s’approprier des savoirs mathématiques, à interagir et à expliquer sa démarche. Il est ainsi encouragé à réfléchir dans et sur l’action, et à faire face à la nouveauté. (MELS, 2006, p. 237)

Ainsi, l'enseignant verra – par ses questions – à créer un climat de classe propice aux interactions et attendra de ses élèves qu'ils raisonnent, argumentent et s'approprient les concepts mathématiques. Dans cette lignée, le document *Agir autrement en mathématique* (MELS, 2012), formule, sur la base de diverses recherches, des constats sur des pratiques dites efficaces en enseignement. D'ailleurs, une description de la pratique « Échanger, discuter et questionner » met en lumière diverses dimensions du questionnement :

> Encourager les élèves à poser des questions et à confronter leur pensée à celle des autres est une pratique efficace. Les échanges en petits groupes ou avec la classe permettent aux élèves de tester leurs idées, d'expliquer leurs solutions, de confronter avec la perspective de l'autre, d'évaluer les différents points de vue, de s'engager dans un échange de pensées et de perspectives et de faire évoluer leur conception, leurs représentations et leurs stratégies. […] Ces activités de discussion et d'échange sont bénéfiques à tous ceux qui y participent, ne serait-ce qu'en raison de l'enrichissement mutuel qui résulte de la circulation de l'information. (p. 30)

Ces moments d'échanges sont dits importants, car de ceux-ci découlerait un enrichissement mutuel des idées et stratégies de chacun des élèves, le but étant de contribuer au développement de compréhensions mathématiques plus approfondies chez les élèves de la classe. Ce même document mentionne également l'importance pour l'enseignant de prévoir des questions et de réfléchir aux réponses que les élèves pourraient offrir à celles-ci. L'importance de créer un climat de classe permettant aux élèves de prendre leur place dans la classe et dans lequel l'enseignant propose des contextes demandant des justifications en utilisant des questions telles que « Pourquoi? », « Est-ce toujours vrai? » ou « Qu'arrive-t-il lorsque...? » y est aussi mis de l'avant. Au même titre que le proposait le programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2006), l'enseignant exploitera ces questions afin d'inciter les élèves à interagir, à raisonner, à réfléchir dans l'action, à s'approprier des savoirs mathématiques, etc.

1.2 Origine de mon travail de recherche

Il est possible de constater à travers tous ces ouvrages cités et les orientations suggérées pour la pratique enseignante que questionner est exigeant. L'enseignant semble devoir maîtriser cet art, et avec brio, pour faire apprendre les mathématiques à ses élèves. Quel défi ! Et quelle pression mise sur les épaules de l'enseignant…

À titre de conseillère pédagogique qui intervient auprès d'enseignants du primaire et du secondaire, je me sens souvent perplexe au regard de ces recommandations diverses et nombreuses concernant le questionnement, et tout ce que ceci représente et exige pour les enseignants avec qui je travaille. D'une certaine façon, je me questionne moi-même sur cette notion de questionnement en classe!

Cette situation, ce malaise professionnel, s'est intensifiée lors de ma participation (comme observatrice) à un projet de recherche axé sur la résolution de problèmes. Les séances du projet se sont déroulées dans diverses classes de 5e et 6e année (10-12 ans) et de 2e secondaire (13-14 ans) sur l'ensemble d'une année scolaire. Des *Teaching Experiments* (Steffe, 1991, 2000) ont été réalisés avec l'intention d'étudier dans l'action le déploiement de raisonnements mathématiques chez les élèves. Durant ces séances de *Teaching Experiments*, je me suis rapidement mise à m'intéresser au type de questionnement utilisé par le chercheur. J'ai été alors fortement surprise par la nature apparemment simple, voire spontanée, des questionnements utilisés par ce dernier pour atteindre ses objectifs de recherche, et par ce que ce questionnement semblait provoquer sur le plan du travail mathématique chez les élèves.

De façon générale, le type de questionnement utilisé par le chercheur, qui prenait la forme de questions ouvertes ou de relances (c.-à-d., ce que Watson & Mason, 1998, nomment des *prompts*), semblait exiger des élèves le développement de justifications et le déploiement de raisonnements mathématiques, dépassant les aspects techniques, en abordant des aspects conceptuels en mathématiques. Ce questionnement se déclinait par l’utilisation de questions assez simples, telles que « Pourquoi? », « Dis-m’en plus là-dessus », « Est-ce qu’il y a d’autres façons? », « Peux-tu m’en dire davantage sur …? », « Est-ce que vous êtes d’accord …? », « Qu’est-ce que vous en pensez? », « Est-ce que ça fonctionne toujours? ». Ces questions étaient aussi posées « dans l’action », c’est-à-dire en réponse directe aux propos des élèves. Elles semblaient donc peu planifiées ou prévues à l’avance.

Bien qu’utilisé dans le cadre d’un projet de recherche, ce type de questionnement déployé par le chercheur dans ces *Teaching Experiments* remettait pour moi fortement en cause les messages habituellement véhiculés autour du questionnement de l’enseignant en classe de mathématiques. En bref, le chercheur semblait arriver à faire beaucoup, mais avec assez peu! Ce type de questionnement mettait en doute l’importance généralement accordée à la planification préalable de questions à poser aux élèves ou encore à la confection de questions soigneusement élaborées et ciblées. Non pas que le chercheur ne semblait pas prêt ou faisait le tout « à la légère », mais la simplicité de ses questionnements pour pousser et faire émerger les raisonnements des élèves était frappante. Je me suis alors mise à m’intéresser au type de questionnement utilisé par ce chercheur lors de ces *Teaching Experiments* et aux retombées de ce dernier. C’est ce thème qui est au cœur de mon projet de recherche de maîtrise.

1.3 Objectif de recherche

Ma participation à ce projet de recherche m’amène à vouloir en savoir davantage sur l’impact du type de questionnement utilisé dans le cadre d’un *Teaching Experiment* sur l’activité mathématique des élèves en classe. En bref, je m’intéresse à mieux comprendre les retombées de ce type de questionnement chez les élèves.

Mon objectif de recherche dans le cadre de ce mémoire de maîtrise est d'investiguer les retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment*, à la Leslie P. Steffe (1991, 2000), sur l'activité mathématique des élèves en classe.

Dans le but de bien aborder sur le plan théorique cet objectif de recherche, j'examine dans le prochain chapitre les travaux de recherche en didactique des mathématiques relatifs au questionnement de l'enseignant en classe de mathématiques.

CHAPITRE II

DIMENSIONS DU QUESTIONNEMENT

Dans ce chapitre, différents écrits en didactique des mathématiques sont considérés sous l'angle du questionnement. Ceci permet de souligner des retombées potentielles de ce dernier sur l'activité mathématique des élèves en salle de classe.

2.1 Clarifications conceptuelles autour du questionnement

A priori, une clarification conceptuelle semble nécessaire sur le sens des mots « question » et « questionnement » qui, dans la langue courante, peuvent avoir des connotations similaires. En effet, le mot « question » peut être utilisé pour désigner une tâche ou un problème. Il peut également être utilisé comme verbe (questionner) dans le sens de poser des questions à quelqu'un, de demander des informations, de vérifier des connaissances, etc. Cette clarification est nécessaire puisque dans mon travail de recherche je m'intéresse au questionnement de l'enseignant dans l'action de la classe.

Le Multidictionnaire (De Villers, 2018) définit le mot « question » de cette façon :

> « Interrogation. Problème, sujet d'étude ».

Dans ce même dictionnaire, le mot « questionnement » est défini, comme :

> « Fait de s'interroger sur un problème ».

Pour sa part, le Dictionnaire Le Petit Robert (SEJER, 2019) propose les définitions suivantes du mot « question » :

> « 1- Interrogation. Demande qu'on adresse à quelqu'un en vue d'apprendre quelque chose de lui. 2- Sujet. Sujet, point qui peut donner lieu à discussion ou qui implique des difficultés à résoudre, d'ordre théorique ou pratique. »

Pour « questionnement », il propose cette définition :

> « Le fait de poser un ensemble de questions ; cet ensemble de questions ».

Il est possible de dégager de ces définitions – tout comme de la langue courante – que le mot « question » peut, d'une part, désigner un problème ou un sujet à étudier et, d'autre part, une interrogation ou une demande faite pour obtenir ou valider de l'information. Le « questionnement » est, quant à lui, vu comme un ensemble de questions qu'il est possible de se poser ou des questions posées sur un problème.

Dans les écrits en didactique des mathématiques, le mot « question » est généralement utilisé en termes de tâche donnée ou de problème proposé aux élèves à résoudre. Ceci représente une dimension qui s'éloigne de mon intérêt premier dans ce mémoire. Toutefois, encore en didactique des mathématiques, certains travaux abordent les deux sens à donner au mot « question » : les questions-tâches (problèmes) et le questionnement plus général, qui émerge dans le feu de l'action en salle de classe.

À titre d'exemple, dans la Partie 1 s'intitulant *The Practice of Good Questioning* du livre *Good Questions for math teaching*, Schuster et Canavan Anderson (2005) parlent de « bonnes questions » autant au sens de tâches mathématiques (problèmes donnés aux élèves), que d'un questionnement plus général à exploiter durant les discussions avec les élèves. Dans la même lignée, dans l'ouvrage intitulé *Questions and Prompts for Mathematical Thinking*, Watson et Mason (1998) proposent aussi diverses sortes de questions, allant de tâches mathématiques (problèmes) à des questions plus générales à utiliser lors des échanges avec les élèves. Ces auteurs abordent donc de front les deux sens du mot « question » exposés précédemment.

Dans ce mémoire, toutefois, je ne m'intéresse pas directement aux tâches ou aux problèmes offerts d'entrée de jeu aux élèves, mais plutôt au questionnement que l'enseignant produit dans l'action de la classe en interaction avec les élèves. D'ailleurs, Watson et Mason (1998) offrent une distinction supplémentaire au regard du questionnement en regroupant, d'une part, les questions posées par l'enseignant dans l'action et, d'autre part, les relances de ce dernier (les *prompts*) en réaction à ce que les élèves offrent. Ils les définissent ainsi :

> We use prompts [also] to refer to statements like "Tell me ..." *which are essentially questions* in that they expect a student response, even if there is no question mark, no raising of voice tones at the end. (p. 4, italiques ajoutés)

Alignée avec Watson et Mason (1998), mon étude du questionnement est centrée sur les questions posées dans le feu de l'action et les relances (les *prompts*) faites par l'enseignant; et ses retombées sur l'activité mathématique des élèves. Le schéma suivant illustre les différents sens du mot « questions », distinguant les questions-tâches et le questionnement. C'est précisément ce dernier aspect, en blanc dans la Figure 2.1, qui est retenu pour mon travail de maîtrise.

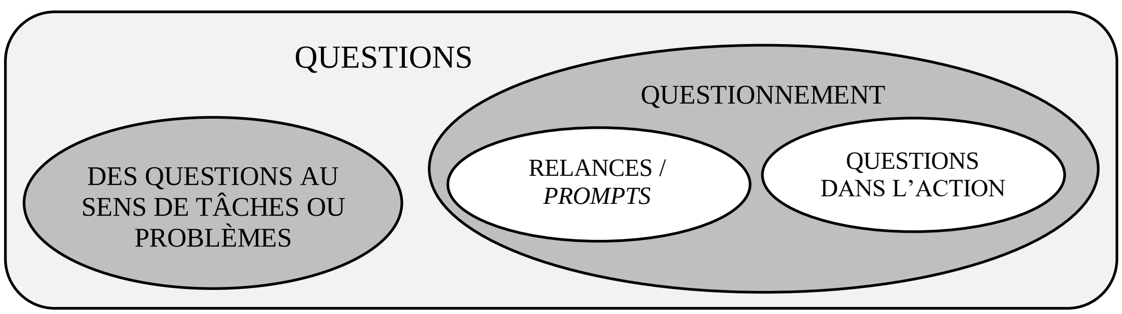


Figure 2.1 Schéma illustrant les différents sens pouvant être donnés au mot « questions » – en blanc, ce qui est retenu pour mon travail de maîtrise.

2.2 Caractérisation et retombées du questionnement en classe de mathématiques

Les travaux en didactique des mathématiques distinguent divers types de questionnements pouvant alimenter l'activité mathématique en salle de classe. Ces types de questionnements sont souvent placés à l'intérieur de continuums qui, à leurs façons, font ressortir une opposition entre deux extrêmes.

Nesbitt Vacc (1993) propose ainsi un continuum qui oppose, d'un côté, le questionnement factuel et de l'autre, un questionnement non factuel. Le questionnement factuel a pour intention de vérifier les acquis et de valider la capacité des élèves à énoncer des « faits » mathématiques, par exemple, de nommer des objets mathématiques. Le questionnement non factuel a plutôt pour but de faire réfléchir l'élève en faisant ressortir les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu. Ce type de questionnement est particulièrement mis à profit lorsque les élèves sont invités à partager leurs façons de penser et à expliquer pourquoi ils sont en accord ou en désaccord avec une affirmation. Ce type de questionnement, allant au-delà du rappel des faits (questionnement non factuel), contribuerait à développer les compréhensions et compétences mathématiques des élèves et permettrait aux enseignants d'y avoir accès.

De la même façon, Bauersfeld (1994) fait ressortir un autre type de continuum chez, lorsqu'il distingue un questionnement plus directif d'un questionnement plus ouvert. Le questionnement plus directif guiderait les élèves vers une réponse attendue en les questionnant d'une façon de plus en plus précise. À l'opposé, le questionnement plus ouvert engagerait les élèves à être curieux, à réfléchir, à se questionner, à échanger, à émettre et à justifier des idées, à dégager des régularités et à explorer des concepts mathématiques. Bref, ce dernier type de questionnement favoriserait les interactions en classe. Le Tableau 2.1 présente ces idées.

Tableau 2.1 Différents types de questionnement et leurs retombées possibles.

Auteur	Type de questionnement	Impacts et retombées attendus
Nesbitt Vacc (1993)	Questionnement factuel	▪ Vérifier les acquis.
	Questionnement non factuel	▪ Faire ressortir les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu. ▪ Développer les compréhensions et compétences mathématiques des élèves.
Bauersfeld (1994)	Questionnement plus directif	▪ Guider les élèves jusqu'à l'obtention de la réponse attendue.
	Questionnement plus ouvert	▪ Amener les élèves à être curieux, à réfléchir, à se questionner, à échanger, à émettre et à justifier des idées. ▪ Amener les élèves à dégager des régularités. ▪ Amener les élèves à explorer des concepts mathématiques.

Bien qu'exagérés, car pointant majoritairement les extrêmes, ces continuums de Nesbitt Vacc et de Bauersfeld décrivent assez bien l'entrée utilisée en didactique des mathématiques pour parler du questionnement. En effet, les différents travaux placent souvent leurs explications sur le questionnement à ces mêmes extrémités du continuum. D'un côté, ces divers travaux mettent en lumière l'intention de valider des réponses attendues par un questionnement visant des aspects plus « techniques » ou axés sur la vérification ou l'obtention d'informations. D'un autre côté, ils soulignent l'intention d'investigation mathématique en faisant référence à un questionnement axé sur le déploiement de raisonnements visant des aspects plus conceptuels.

En bref, ce continuum offre une vision globale au sujet du questionnement en classe de mathématiques. Il fait ressortir deux pôles pour le questionnement, allant du plus technique au plus conceptuel (Figure 2.2).

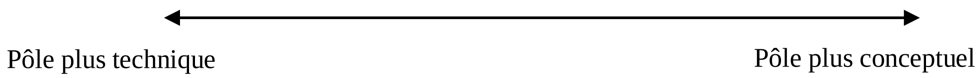


Figure 2.2 Continuum illustrant des pôles du questionnement allant du plus technique au plus conceptuel.

La prochaine sous-section parcourt de façon plus détaillée ces aspects du questionnement – aspects plus « techniques » et aspects plus « conceptuels » – présents dans les travaux en didactique des mathématiques.

2.2.1 Classe « traditionnelle » versus classe « conceptuelle »

Les auteurs suivants ont fait, dans leurs travaux respectifs, une comparaison des questionnements présents dans une classe dite traditionnelle et une où l'emphase est mise sur le développement conceptuel. Ces auteurs font notamment ressortir des aspects du questionnement illustrant les deux extrémités du continuum, allant des plus techniques aux plus conceptuels, en s'intéressant aux retombées du type de questionnement exploité en salle de classe.

Dans leur texte, Rasmussen et al. (2004) comparent une classe dite traditionnelle et une classe ayant davantage une orientation conceptuelle, où ce qui est visé est de développer un environnement qui favorise l'explication et la justification chez les élèves. Dans la classe dite conceptuelle, il est attendu des élèves qu'ils écoutent, qu'ils tentent de comprendre les explications et les justifications des autres et qu'ils posent des questions, voire même défient les autres élèves lorsqu'ils ne comprennent pas ou lorsqu'ils sont en désaccord. Un enseignant dans ce type de classe questionne ses élèves sur ce qu'ils pensent et sur le sens qu'ils donnent au problème (les données, le contexte, etc.), car il cherche à créer un environnement de classe qui favorise la construction de sens, le raisonnement mathématique et la communication. Ce dernier questionne les élèves en leur demandant ce qu'ils pensent de tel raisonnement ou de telle idée offerte par un autre élève, en donnant du sens à ce qu'ils font et non pas pour qu'ils l'abordent en termes de procédures. Par conséquent, l'enseignant exploite avec ses élèves un questionnement du type :

- *Qu'en pensez-vous ?*
- *Est-ce que tu peux nous expliquer pourquoi ?*
- *Quelqu'un veut ajouter quelque chose à cette explication ?*
- *Est-ce que quelqu'un a pensé à une manière différente de … ?*

L'enseignant de la classe dite traditionnelle peut toutefois aussi avoir des intentions similaires à celles dans la classe conceptuelle, mais il est possible que ses interventions ou son questionnement mènent les élèves à parler davantage en termes de procédures à suivre ou de techniques à appliquer. En effet, si l'enseignant n'invite pas les élèves à expliquer le raisonnement derrière leurs affirmations et s'il est le seul à valider leurs réponses, ses interventions pourraient amener les élèves vers des aspects plus « techniques » de l'activité mathématique.

Dans le même ordre d'idée, Thompson et al. (1994) tracent une différence entre un enseignement appelé « calculatoire » et un autre « conceptuel ». Ils avancent que l'orientation adoptée par l'enseignant, qu'elle soit calculatoire ou conceptuelle, influence la nature des discussions ayant cours en classe. Par conséquent, les intentions derrière le questionnement de l'enseignant seront différentes dans chacune de ces classes. L'enseignant se situant dans une orientation conceptuelle aura des discussions avec le groupe-classe utilisant un questionnement du type :

- *Est-ce que tout le monde est d'accord avec cela ?*
- *Est-ce que tout le monde comprend le raisonnement de… ?*
- *À quoi ce nombre réfère-t-il dans la situation ?*
- *Qu'est-ce que vous essayez de trouver quand vous faites ce calcul ?*

Dans cette classe dite conceptuelle, il est entre autres attendu des élèves qu'ils expliquent et justifient leurs choix (par exemple, les opérations utilisées) en faisant des liens avec la tâche à résoudre. Il est également attendu qu'ils commentent et défient ce qui est dit par les autres élèves de la classe en se questionnant, en se relançant les uns les autres et en argumentant au sujet des idées mathématiques proposées.

> […] students who have adopted a conceptual orientation will likely engage in longer, more meaningful discussions. […] Students […], through the support of their teacher, did discuss their reasoning, and, in so doing, created an environment in which they felt free to share their understandings. (Thompson et al., 1994, p. 9).

Dans leur texte, ces auteurs proposent deux vignettes illustrant leurs propos. Dans chacune d'elles, le même problème a été posé dans deux classes de 7e année. L'une de ces vignettes provient d'une classe conceptuelle et l'autre d'une classe calculatoire. Le problème est le suivant :

> At some time in the future John will be 38 years old. At that time, he will be three times as old as Sally. Sally is now 7 years old. How old is John now?

Dans la classe de 7e année où l'enseignant adopte une orientation conceptuelle, ce dernier questionne ses élèves afin de comprendre ce qu'un nombre représente dans une solution ou encore ce qui est cherché lorsqu'un calcul est fait. Bref, puisque ses intentions sont de mettre l'importance sur des aspects conceptuels, il demande aux élèves d'expliquer leurs raisonnements (sans mettre l'emphase sur le côté procédural du calcul). Voici un extrait de la vignette (le questionnement de l'enseignant a été souligné pour le mettre en valeur).

S3:	I started the same way, but I got stuck dividing. (Pause) 3 doesn't go into 38 evenly. (Pause)
T:	Don't worry about how to divide 38 by 3 now. That's not what's most important right now. <u>What are you trying to find by dividing 38 by 3?</u>
S3:	Sally's age.
T:	Sally's age when John is 38 years old. (Pause) You can use your calculator if you want to. (Pause) If you try it, you'll get 12.66... years. That's Sally's age in the future. (Pause) S4?
S4:	Couldn't you just say John is 21? (Pause) Couldn't you just multiply 3 times 7?

T: What will that give you?

S4: 21!

T: Yes, I know that. But what would the 21 represent? What is it that's 21?

S4: That's how old John is now. Isn't that what we want to find?

S5: No! (Pause) I mean, yes! That's what we want to find but that's not right!

Cet extrait montre un impact possible – amener les élèves à justifier le choix des opérations en faisant des liens avec le problème – de ce type de questionnement conceptuel sur la nature des réflexions des élèves. En effet, avec ce type de questionnement, la nature des réflexions est axée sur le sens et la compréhension du problème. De plus, ce type de questionnement met en lumière le raisonnement qui est sous-jacent aux procédures. Dans cet exemple, les élèves en viennent, par la discussion et les arguments utilisés, à voir que la différence d'âge sera toujours la même, mais que le facteur multiplicatif liant les deux âges, lui, varie.

Thompson et al. (1994) contrastent cet exemple avec un autre extrait de vignette, sur ce même problème, dans une classe ayant une orientation dite calculatoire (le questionnement de l'enseignant a ici aussi été souligné).

S1: I divided 38 by 3 and I got 12 2/3. Then I subtracted 7 from 12 2/3 and got 5 2/3. (Pause) Then I subtracted that from 38 and got 32 1/3. (Pause) John is 32 1/3.

T: That's good! (Pause) Can you explain what you did in more detail? Why did you divide 38 by 3?

S1: (Appearing puzzled by the question, looks back at her work. She looks again at the original problem) Because I knew that John is older. . . three times older.

T: O.K. And then what did you do?

S1: Then I subtracted 7 and got 5 2/3. (Pause) I took that away from 38 and that gave me 32 1/3.

T: Why did you take 5 2/3 away from 38?

S1: (Pause) To find out how old John is.

T: O.K. And you got 32 1/3 for John's age. That's good! (Pause) Yes, S2?

S2: Isn't the answer 21? (Pause) I multiplied 7 times 3 and I got 21.

T: Hum? Not quite. (Pause) How come you multiplied 7 times 3?

S2: It says that he is 3 times as old as Sally. . . (Pause) and Sally is 7.

T: Oh, I see! (Pause) You're right, the problem says that John is 3 times as old as Sally, but that is when John is 38. That's at the time he is 38 which is at some time in the future. (Pause) Do you understand?

S2: Sort of.

T: O.K. How about you, S3? How did you think about it?

S3: I divided 38 by 3 and I subtracted that from 38. That's 25 and something. Then I added that to 7. I got the same thing as S1, 32 something.

T: But you did it differently. Super! See? There are different ways to solve the same problem. (Pause) How about you S4?

[…]

T: S5?

S5: Dividing 38 by 3 can't be right! It doesn't come out even.

T: That doesn't matter, does it? We still get a number, don't we? (Pause) We get that Sally is 12 2/3. (Pause) Let's take a look at how to divide 38 by 3. Divide 3 into 38. (Motioning with his hands in the air as if he were doing the long division on an imaginary chalkboard.)

Cet extrait montre une discussion somme toute assez différente, où les élèves expliquent comment ils calculent l'âge de John, mais ne discutent pas spécifiquement de leur compréhension du problème. La discussion est davantage axée sur le côté technique et procédural du travail mathématique des élèves. L'enseignant accepte non seulement les verbalisations calculatoires des élèves, mais semble aussi accorder une importance à l'algorithme de division (plutôt, par exemple, que d'amener les élèves à se concentrer sur les relations entre les nombres). Dans cet exemple, les réflexions et les raisonnements des élèves sont centrées sur le côté procédural des calculs effectués pour résoudre le problème.

Adoptant une perspective similaire, Cobb et al. (1994) comparent les interactions sociales et le questionnement utilisé dans une classe dite « traditionnelle » avec ce qu'il est possible de retrouver dans une classe préconisant une approche investigative (où les élèves et l'enseignant forment ce qu'il nomme une communauté de validation). La classe investigative se centre sur un questionnement qui pourrait être qualifié d'« ouvert », où l'enseignant utilise un questionnement du type :

- *Pourquoi es-tu d'accord avec cela ?*
- *Comment cela peut-il nous aider ?*
- *Qui a procédé autrement ?*

Ce questionnement mène les élèves à s'engager dans une argumentation au sujet des idées mathématiques et à fournir des explications et des justifications sur celles-ci. Dans ce type de classe, il est attendu des élèves qu'ils expriment publiquement leur raisonnement, émettent des conjectures, argumentent et justifient leurs affirmations. Ceci ferait en sorte qu'une classe ayant une approche investigative s'éloigne, d'une part, du pattern répétitif « demande d'explication – réponse – évaluation » qui caractérise généralement, selon eux, la classe traditionnelle. D'autre part, cette classe investigative s'éloigne aussi d'un type de discours où l'accent est mis sur des instructions procédurales (par exemple, uniquement sur des aspects techniques de calculs). Dans une classe investigative, l'enseignant veut interroger les solutions et les explications mathématiques des élèves et travailler avec les réponses des élèves en les questionnant et en les explorant avec eux. Ceci encouragerait l'émergence d'idées mathématiques signifiantes par les élèves et favoriserait que ces derniers comprennent qu'en mathématiques, ce n'est pas uniquement la réponse obtenue qui est importante, mais aussi la façon dont ils arrivent à cette réponse.

Bref, dans ces classes où le développement conceptuel est mis en avant, la construction de sens est mise tout autant en avant et les élèves sont encouragés à émettre des conjectures, à argumenter et à justifier leurs affirmations. L'intention est alors ici d'amener les élèves à écouter et à tenter de comprendre les explications et les justifications des autres élèves, à poser des questions, voire à défier les autres élèves en les relançant et en argumentant. Par leurs travaux, ces trois groupes d'auteurs font ressortir des aspects du questionnement illustrant les deux extrémités du continuum, allant du pôle plus technique au plus conceptuel. Ces idées sont reprises dans le Tableau 2.2.

Tableau 2.2 Différents types de questionnement et retombées possibles

Auteur	Type de questionnement	Impacts et retombées attendus
Rasmussen et al. (2004)	Questionnement plus technique	▪ Faire ressortir les aspects procéduraux ou les techniques à appliquer.
	Questionnement plus conceptuel	▪ Amener les élèves à écouter et tenter de comprendre les explications et les justifications des autres. ▪ Inviter à poser des questions et à défier les autres lorsque l'élève ne comprend pas ou n'est pas d'accord. ▪ Favoriser la construction de sens, le raisonnement mathématique et la communication.
Thompson et al. (1994)	Questionnement à orientation calculatoire	▪ Faire ressortir le côté procédural du calcul.
	Questionnement à orientation conceptuelle	▪ Amener à expliquer et à justifier le choix des opérations en faisant des liens avec le problème. ▪ Inviter à commenter et à défier ce qui est dit par les autres en questionnant, en relançant et en argumentant.
Cobb et al. (1994)	Questionnement spécifique (typique de la classe dite traditionnelle)	▪ Encourager le *pattern* « demande d'explication – réponse – évaluation ». ▪ Mettre l'accent sur des instructions procédurales.

	Questionnement « ouvert »	▪ Conduire les élèves à s'engager dans une argumentation mathématique, à fournir des explications et des justifications aux idées mathématiques émises. ▪ Encourager les élèves à exprimer publiquement un raisonnement. ▪ Inviter les élèves à émettre des conjectures, à argumenter et à justifier des affirmations. ▪ Travailler avec les dimensions conflictuelles présentes dans les réponses des élèves. ▪ Amener les élèves à comprendre que ce qui est important en mathématiques n'est pas uniquement la réponse, mais aussi la façon d'arriver à cette réponse.

2.2.2 Le « bon » questionnement et son impact

En explorant des aspects se situant du côté conceptuel du continuum, d'autres chercheurs en didactique des mathématiques se sont intéressés aux caractéristiques de ce qu'ils nomment être un « bon » questionnement et à l'impact de celui-ci sur les compréhensions mathématiques développées par les élèves. À ce sujet, Schuster et Canavan Anderson (2005, p. 3) allèguent qu'un bon questionnement de l'enseignant doit :

- être ouvert ;
- être accessible ;
- exiger plus que l'application de faits et de procédures en encourageant les élèves à établir des liens et à généraliser ;
- aider les élèves à comprendre les mathématiques ;
- permettre aux élèves de démêler leurs fausses conceptions ;
- faire en sorte que les réponses à ces questionnements amènent les élèves à se questionner, à réfléchir sur un sujet et peut-être même à élaborer eux-mêmes de nouvelles questions en explorant et investiguant ce nouvel intérêt.

Schuster et Canavan Anderson (2005) mentionnent aussi que ce questionnement ouvert et accessible inviterait les élèves à réfléchir aux mathématiques qui sont explorées dans la classe et à les comprendre. De plus, ce type de questionnement amènerait les élèves à partager leurs raisonnements avec les autres élèves de la classe et avec leur enseignant. Conséquemment, ils proposent que l'enseignant pourrait exploiter des questionnements favorisant les échanges et l'argumentation tels que :

- *Est-ce que cela fonctionnerait dans toutes les situations similaires ?*
- *Est-ce que vous pouvez trouver un contre-exemple ?*
- *De quelle façon ta réponse (ou stratégie) est différente de celle de … ?*
- *Est-ce que vous êtes d'accord avec l'idée de … ?*
- *Pourquoi ?* (p. 11, traduction libre)

Ces questionnements inciteraient, selon eux, les élèves à écouter les idées des autres et à discuter des raisonnements et des idées mathématiques émises. De plus, ces questionnements pousseraient les élèves à faire des liens entre ces idées.

Dans cette même lignée, Watson et Mason (1998, p. 5) soulèvent des dimensions qui décrivent ce qu'ils appellent, eux aussi, un bon questionnement. Ce questionnement :

- ne dépend pas de ce dont les élèves se souviennent par cœur (donc, non factuel);
- favorise la volonté des élèves à s'engager dans l'investigation;
- favorise des réflexions sur la structure des concepts.

Un type de questionnement favorisant l'engagement dans l'investigation et visant le développement d'une pensée mathématique mettrait en place un climat suscitant la réflexion chez les élèves afin qu'ils apprennent, pensent, raisonnent et communiquent leurs compréhensions mathématiques. Afin de favoriser la mise en place de ce type de climat de classe, Watson et Mason (1998) proposent que l'enseignant exploite un questionnement du type :

- *Explique pourquoi…*

- *Comment pouvons-nous être sûrs que ... ?*
- *Dis-moi ce qui ne fonctionne pas avec …*
- *Est-ce toujours vrai que ... ?*
- *Convaincs-moi que ...* (p. 8, traduction libre)

De plus, ces auteurs avancent que lorsque les réponses offertes par les élèves proviennent d'un réel travail d'investigation au sein de la classe, l'enseignant pourrait questionner en retour les compréhensions mathématiques des élèves. Enfin, dans ce type de classe, l'enseignant ne chercherait pas nécessairement à catégoriser les réponses comme bonnes ou mauvaises, ou encore il ne questionne pas les élèves en les guidant jusqu'à l'obtention de la réponse désirée.

> You may have thought you were genuinely enquiring or directing attention but an unexpected response highlights the expectation. In such moments it may be possible to catch yourself before you alter the question in order to "get the answer you want", a process described beautifully by John Holt (1964), and by Heinrich Bauersfeld (1994) who uses the term funneling, and in the folklore as playing the game "guess what is in my mind". (Watson & Mason, 1998, p. 35)

Ainsi, selon eux, un bon questionnement inviterait notamment les élèves à réfléchir, favoriserait leur engagement dans l'investigation et les amènerait à comprendre et à partager leurs raisonnements avec les autres élèves de la classe et leur enseignant. Ces retombées illustrent des aspects d'un questionnement se situant davantage du côté conceptuel du continuum. Le Tableau 2.3 suivant reprend ces idées au sujet de ces types de questionnement.

Tableau 2.3 Différents types de questionnement et retombées possibles

Auteur	Type de questionnement	Impacts et retombées attendus
Schuster et Canavan Anderson (2005)	Questionnement ouvert et accessible	▪ Inviter les élèves à réfléchir, à comprendre et à partager ses raisonnements avec les autres. ▪ Aider les élèves à comprendre les mathématiques. ▪ Permettre aux élèves de démêler des fausses conceptions. ▪ Amener les élèves à se questionner, à réfléchir sur un sujet et à élaborer de nouvelles questions en explorant et en investiguant ce nouvel intérêt. ▪ Inciter les élèves à écouter les idées des autres, à discuter des raisonnements et des idées mathématiques émises et à faire des liens entre elles.
Watson et Mason (1998)	Questionnement qui favorise l'engagement dans l'investigation	▪ Viser l'engagement dans l'investigation et le développement d'une pensée mathématique. ▪ Favoriser la réflexion sur la structure des concepts ▪ Amener les élèves à apprendre, à penser, à raisonner ou à communiquer des compréhensions des mathématiques.

2.2.3 Le questionnement dans les travaux sur la résolution de problèmes

Les chercheurs s'intéressant à la résolution de problèmes ont aussi insisté sur des dimensions allant au-delà des dimensions mathématiques concernant des retombées possibles chez les élèves d'un questionnement se situant davantage du côté conceptuel du continuum. Ces chercheurs se sont intéressés à des perspectives telles que l'établissement d'une culture de classe et la notion de rapport au savoir. En d'autres mots, ces dimensions touchent à des aspects méta-mathématiques, soient des dimensions autant de la pratique elle-même, soit la façon de faire les mathématiques et de s'y engager, que de la relation entretenue avec la discipline mathématique.

Lampert (1990) soutient que le rôle de l'enseignant est de faire en sorte que les élèves s'engagent dans la discussion de classe afin de créer une communauté au sein de celle-ci, communauté qu'elle nomme « de validation ». Elle parle d'un questionnement axé sur le raisonnement conceptuel où l'enseignant demande, par exemple, à ses élèves :

- *Est-ce que quelqu'un peut expliquer ce que tel autre élève pensait ?*
- *Pourquoi est-ce que ça a du sens de penser ceci ?*
- *Pourquoi penses-tu que … ?*

Ce type de questionnement, selon elle, permettrait aux élèves d'émettre des conjectures, de trouver des contre-exemples et de comparer leur réponse ou leur raisonnement avec celui des autres. Il permettrait aussi de justifier les idées mathématiques qu'ils proposent ou encore celles des autres élèves. Donc, en questionnant les élèves sur des aspects conceptuels, en les relançant et en poussant les idées mathématiques qui surgissent dans l'action de la classe, l'enseignant ferait en sorte que les élèves raisonnent, partagent leurs stratégies, argumentent, se questionnent, se défient, comparent leurs solutions, etc. Le développement de ce type de culture de classe se ferait par les interactions entre les élèves et l'enseignant et entre les élèves. Cette culture de classe, promue par ce type de questionnement, ferait également en sorte que ce n'est pas seulement l'enseignant (ou le manuel) qui possède « l'autorité intellectuelle » pour valider une solution ou un raisonnement. Les élèves participeraient alors à l'évaluation de la justesse des affirmations émises et discuteraient par le fait même de ce qui est mathématiquement acceptable. C'est ainsi que se crée la communauté qu'elle nomme de validation. Et, tel que Cobb (1994) le souligne, dans ce type de culture de classe, les élèves en viennent à savoir que ce qui est important est d'avoir des arguments pour défendre ou pour rejeter des stratégies ou des solutions, plutôt que de simplement trouver des réponses. Et, plus important encore, cette culture permettrait aux élèves de voir que les mathématiques représentent une discipline à explorer, à discuter, à interroger, etc.

Pour sa part, Borasi (1987, 1994) aborde le questionnement dans un contexte d'exploration de l'erreur, qu'elle voit comme un tremplin pour stimuler des investigations mathématiques supplémentaires. Elle avance qu'un des rôles de l'enseignant est de tirer profit des erreurs commises en classe, en les voyant comme des occasions pour inciter des questionnements (sur les) mathématiques. Par exemple, Borasi invite à voir que les erreurs, plutôt que d'être corrigées sur le champ et associées à une mauvaise compréhension de l'élève, peuvent devenir des occasions de s'interroger sur les mathématiques en jeu et même de définir des contextes où elles sont valides. Bref, explorer les erreurs représenterait de belles occasions de questionnement pour l'enseignant.

> There, instead of looking for reasons why the students might have erroneously added fractions, we questioned whether there were particular cases or contexts in which their operation might indeed be considered correct. (Borasi, 1987, p. 4)

Selon elle, cette pratique du questionnement permettrait de plonger les élèves dans une investigation des idées mathématiques sous-jacentes aux erreurs et de développer des compréhensions plus profondes du contenu mathématique exploré. De plus, ce questionnement encouragerait les élèves à émettre des doutes constructifs face à certaines affirmations et leur permettrait d'adopter une attitude saine face aux erreurs. Dans ce type d'investigation, l'enseignant utiliserait un type de questionnement tel que :

- *Est-ce possible qu'une affirmation soit vraie et fausse en même temps en mathématiques ?*
- *Comment pouvons décider si une règle est bonne ou mauvaise en mathématiques ?*
- *Dans quelles circonstances ce résultat serait-il considéré correct ?*
- *Qu'arriverait-il si on décide d'accepter ce résultat ou cette règle ?*

Ce type de questionnement pourrait mener les élèves à voir que les mathématiques ne sont pas fixes ou externes et qu'il existe des ambiguïtés et des incertitudes au sein des mathématiques qui rendent ces dernières riches et explorables. Par ce type d'investigation, de nouveaux questionnements émergeraient en cours de route (de la part de l'enseignant, mais aussi des élèves eux-mêmes). Ces questionnements supplémentaires permettraient d'ouvrir sur de nouvelles explorations mathématiques, poussant les élèves à verbaliser leurs idées et à les communiquer, de même qu'à justifier leurs solutions, à y revenir pour les retravailler et les valider.

> Here neither the answers nor the questions directing the student's mathematical activity are perceived as necessarily predetermined, and detours as well as redefinitions of the original are encouraged; questions raised by errors may thus initiate exploration and reflection in totally new directions and even invite students to challenge the status quo. (Borasi, 1994, p. 192)

Ainsi, selon Lampert (1990) et Borasi (1987, 1994), certaines perspectives méta-mathématiques liées à l'établissement d'une culture de classe et au développement d'un rapport au savoir mathématique seraient mises en lumière *par* le questionnement de l'enseignant. Les élèves en viendraient, à travers ce questionnement se situant davantage du côté conceptuel du continuum, à émettre des conjectures et à trouver des contre-exemples, à comparer leur raisonnement avec celui des autres, à justifier et à valider leurs idées mathématiques. À travers cette culture de classe où des pratiques mathématiques sont mobilisées et les mathématiques sont explorées, les élèves seraient encouragés à se questionner eux-mêmes et à défier les idées mathématiques des autres élèves. Cette culture leur permettrait de voir que les mathématiques ne sont pas fixes ou externes, mais que ces dernières représentent plutôt une discipline à discuter et qu'il existe des ambiguïtés et des incertitudes à explorer. Ces retombées sont reprises dans le Tableau 2.4.

Tableau 2.4 Différents types de questionnement et retombées possibles

Auteur	Type de questionnement	Impacts / retombées attendus
Lampert (1990)	Questionnement axé sur le raisonnement conceptuel	▪ Conduire les élèves à émettre des conjectures et trouver des contre-exemples. ▪ Encourager les élèves à comparer leurs réponses ou leurs raisonnements avec ceux des autres. ▪ Inviter les élèves à justifier et à valider les idées mathématiques proposées ou celles des autres. ▪ Encourager à questionner, à défier et à comparer les solutions. ▪ Amener les élèves à ne pas se centrer uniquement sur la réponse. ▪ Permettre aux élèves de voir que les mathématiques représentent une discipline à explorer, à discuter.
Borasi (1987, 1994)	Questionnent sur l'analyse d'erreur	▪ Mener les élèves à investiguer sur le développement d'idées mathématiques. ▪ Permettre aux élèves de développer une compréhension plus profonde du contenu mathématique. ▪ Encourager les élèves à émettre des doutes constructifs face à certaines affirmations. ▪ Aider les élèves à adopter une attitude saine face aux erreurs. ▪ Permettre aux élèves de faire de nouvelles explorations mathématiques. ▪ Amener les élèves à voir qu'il existe des ambiguïtés et des incertitudes inhérentes à la discipline mathématique. ▪ Pousser les élèves à verbaliser et à communiquer les idées mathématiques. ▪ Conduire les élèves à justifier une solution, à y revenir pour la retravailler et la valider.

2.2.4 Synthèse des écrits autour du questionnement

Les travaux en didactique des mathématiques abordent différents types de questionnement et illustrent les impacts et retombées possibles de ceux-ci. Comme l'intérêt de ce mémoire est d'étudier les retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves, c'est surtout le pôle conceptuel du continuum qui est ici pris en compte. Il est possible en ce sens de regrouper les impacts et les retombées de ce type de questionnement dit conceptuel sous cinq dimensions.

Une première dimension est la création d'une *culture de classe*, qui s'installerait par la curiosité, par l'ouverture et l'intérêt pour les idées des autres, par la réflexion, par la communication et par l'argumentation. Cette culture de classe encouragerait les élèves à exprimer publiquement un raisonnement, à être curieux, à se questionner, à échanger et à émettre et justifier des idées. De plus, ce type de questionnement amènerait les élèves à écouter et à tenter de comprendre les raisonnements et les justifications des autres élèves, voire même à les commenter et à les défier.

Une seconde dimension concerne l'établissement d'un certain *rapport au savoir*. Les élèves développeraient une vision des mathématiques comme étant quelque chose en construction et à explorer. Cette vision mènerait, d'une part, à faire réaliser que les doutes, les incertitudes et les ambiguïtés sont normaux et importants pour avancer, et d'autre part, que la prise de risques et les initiatives sont valorisées. En conséquence, une importance serait accordée à la construction de sens, au raisonnement mathématique et à la communication. Cette vision des mathématiques amènerait les élèves à ne pas se concentrer uniquement sur la réponse et à participer à des investigations pour développer et explorer des idées mathématiques. Enfin, par ce questionnement les élèves seraient encouragés à émettre des doutes constructifs au sujet de certaines affirmations, à se questionner eux-mêmes, à défier, à comparer les solutions et à adopter une attitude saine face aux erreurs en mathématiques.

Une troisième dimension pointe vers *l'approfondissement des contenus mathématiques,* permettant de développer les compréhensions et compétences mathématiques des élèves. Ce type de questionnement favoriserait la construction de sens et ferait ressortir les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu. De plus, celui-ci pousserait les élèves à une réflexion sur la structure des concepts permettant une compréhension plus profonde du contenu mathématique exploré, ce qui pourrait permettre de démêler de fausses conceptions.

Une quatrième dimension est le *développement de pratiques de mathématisation*, soit d'émettre des conjectures, d'argumenter, de justifier, etc. L'engagement des élèves dans l'investigation et le développement de pensées mathématiques seraient ici visés. Par ce questionnement, les élèves seraient amenés à expliquer et à justifier, par exemple, le choix des opérations en faisant des liens avec le problème. Ils seraient également encouragés à écouter les idées des autres, à discuter des raisonnements mathématiques émis et à créer des liens entre les idées. Enfin, les élèves seraient invités à émettre des conjectures, à trouver des exemples et contre-exemples, à argumenter et à justifier des affirmations leur permettant de valider les idées mathématiques.

Finalement, une cinquième dimension souligne *l'investigation de nouvelles idées mathématiques.* Ce type de questionnement permettrait d'explorer et de creuser les concepts mathématiques en jeu. Les élèves seraient amenés à se questionner et à réfléchir sur un sujet, de même que sur la structure des concepts sous-jacents. Ils seraient également encouragés à élaborer de nouvelles questions en explorant et en investiguant ces idées. Ainsi, par ce type de questionnement, les élèves seraient encouragés à dégager des régularités, à établir des liens et à généraliser. Le Tableau 2.5 reprend ces idées de façon synthétique.

Tableau 2.5 Retombées possibles du questionnement ouvert, axé sur des aspects conceptuels

Retombées possibles du questionnement	
Installer une culture de classe Curiosité, ouverture, réflexion, argumentation, communication aux autres, s'intéresser et vouloir comprendre le raisonnement des autres.	▪ Encourager les élèves à exprimer publiquement un raisonnement. ▪ Pousser les élèves à être curieux, à réfléchir, à se questionner, à échanger, à émettre et à justifier des idées. ▪ Amener les élèves à écouter et tenter de comprendre les raisonnements, les explications et les justifications des autres. ▪ Inviter les élèves à commenter et à défier ce qui est dit par les autres en se questionnant, en se relançant et en argumentant.
Rapport au savoir Discipline à explorer, doutes, incertitudes, ambiguïtés, prendre des risques, des initiatives, ne pas s'intéresser uniquement à la réponse, erreurs, aspects sociaux et humains.	▪ Favoriser la construction de sens, le raisonnement mathématique, la verbalisation et la communication d'idées mathématiques. ▪ Encourager les élèves à se questionner, à défier, à comparer les solutions. ▪ Amener les élèves à justifier une solution, à y revenir pour la retravailler et la valider. ▪ Permettre aux élèves de voir qu'il existe des ambiguïtés et des incertitudes inhérentes à la discipline mathématique. ▪ Mener les élèves à investiguer sur le développement d'idées mathématiques. ▪ Conduire les élèves à ne pas se concentrer uniquement sur la réponse. ▪ Encourager les élèves à émettre des doutes constructifs face à certaines affirmations. ▪ Aider les élèves à adopter une attitude saine face aux erreurs mathématiques.
Approfondir des contenus mathématiques Compréhension, construction de sens, raisonnements, structure des concepts.	▪ Développer les compréhensions et les compétences mathématiques des élèves. ▪ Faire ressortir les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu. ▪ Favoriser la construction de sens. ▪ Permettre une compréhension plus profonde du contenu mathématique exploré. ▪ Favoriser la réflexion sur la structure des concepts sous-jacents, de raisonner ou de communiquer des compréhensions des mathématiques. ▪ Permettre de démêler de fausses conceptions.

Développer des pratiques de mathématisation Argumenter, justifier, émettre des conjectures et des contre-exemples.	▪ Amener les élèves à expliquer et à justifier le choix des opérations en faisant des liens avec le problème. ▪ Viser l'engagement des élèves dans l'investigation et le développement d'une pensée mathématique ▪ Pousser les élèves à s'engager dans une argumentation mathématique, à fournir des explications et des justifications aux idées mathématiques émises (celles proposées ou celles des autres). ▪ Inviter les élèves à émettre des conjectures, à trouver des contre-exemples, à argumenter et à justifier des affirmations. ▪ Inciter les élèves à écouter les idées des autres, à discuter des raisonnements et des idées mathématiques émises et à faire des liens entre elles.
Investiguer de nouvelles idées mathématiques Explorer de nouvelles idées mathématiques, creuser des raisonnements et des compréhensions, réfléchir, se questionner.	▪ Mener les élèves à investiguer sur le développement d'idées mathématiques. ▪ Permettre aux élèves de faire de nouvelles explorations mathématiques. ▪ Conduire les élèves à explorer les concepts mathématiques. ▪ Amener les élèves à se questionner, à réfléchir sur un sujet et à élaborer de nouvelles questions en explorant et en investiguant ce nouvel intérêt. ▪ Encourager les élèves à dégager des régularités, à établir des liens et à généraliser. ▪ Favoriser la réflexion des élèves sur la structure des concepts sous-jacents, de raisonner ou de communiquer des compréhensions des mathématiques.

Ce mémoire de maîtrise est conduit dans le cadre d'un *Teaching Experiment*, à la manière de Leslie P. Steffe (1991, 2000), sur l'activité mathématique des élèves en classe. Ainsi, la nature du questionnement exploité dans cette méthode de recherche est utilisée comme ancrage théorique pour compléter la conceptualisation sur le questionnement. J'examine plus en détail dans le prochain chapitre cette méthode de recherche sur le plan du questionnement.

CHAPITRE III

QUESTIONNEMENT ET TEACHING EXPERIMENT

Dans ce chapitre, j'offre une deuxième entrée théorique sur mon objectif de recherche, cette fois-ci sous l'angle du questionnement ayant cours durant un *Teaching Experiment*. Je présente d'abord un extrait d'une des séances de *Teaching Experiment* du projet de recherche dans lequel j'ai participé comme observatrice. Cet extrait permet de rendre plus concret et d'illustrer le contexte duquel est issue ma recherche de maîtrise. De plus, cet extrait permet d'avoir un premier coup d'œil sur le type de questionnement utilisé dans le cadre de ce *Teaching Experiment*.

Je décris ensuite les principes au cœur d'un *Teaching Experiment*. Je clarifie la nature du questionnement utilisé dans ce type de méthodologie, qui sert d'ancrage théorique pour compléter la conceptualisation sur le questionnement du Chapitre 2. Finalement, je reviens sur mon objectif de recherche au regard de l'impact, sur l'activité mathématique des élèves, du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment*.

3.1 Extrait d'une séance

L'extrait qui suit présente un aperçu d'une des séances qui provient du projet de recherche prenant la forme d'un *Teaching Experiment* (Steffe, 1991, 2000)[1]. Dans cette

[1] Voir Proulx & Mégrourèche (2021) et Proulx et al. (2019) pour une description détaillée du projet.

séance, les élèves doivent résoudre une tâche relative aux critères de divisibilité. Le chercheur-enseignant note au tableau les nombres suivants 46, 81, 70 et 106, puis demande aux élèves de trouver mentalement quels nombres parmi ceux-ci sont divisibles par 2. Après un court moment de réflexion, un premier élève offre sa solution, en séparant le nombre en dizaines et unités.

Justin	46
C-E	Comment tu sais ça ?[2]
Justin	Parce que le 4 on peut le séparer et le 6 aussi.
C-E	Qu'est-ce que vous en pensez ?
Thomas	Ben moi, je le divise par 2, ça donne 23. (Figure 3.1)
C-E	Donc, il est divisible par 2 parce que ça donne un nombre complet. Mais, je voudrais qu'on revienne sur ce que Justin a fait. Qu'est-ce que vous en pensez « regarder le 4 » et « regarder le 6 »?
William	Dans le fond tu regardes le 4 et le 6 pour voir si c'est un nombre pair ou impair. Les deux sont des nombres pairs, 0-2-4-6-8 c'est des nombres pairs et les nombres pairs ils se divisent tous par 2.

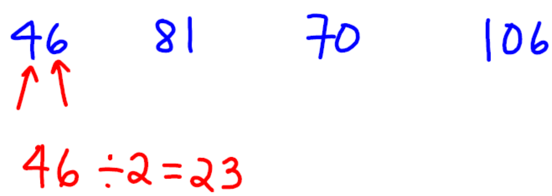


Figure 3.1 Divisé en deux

La séance se continue avec l'évaluation des autres nombres et les élèves expliquent leurs façons de faire. Pour le nombre 106, un élève, Logan, propose de le couper en deux.

Logan	106, car 53 et 53
C-E	Est-ce qu'on est capable d'utiliser la stratégie de Justin pour le 106 ?

---

[2] Les relances et les questions posées dans l'action par le chercheur-enseignant ont été soulignées pour les mettre en valeur. L'abréviation C-E désigne le chercheur-enseignant.

[Certains élèves disent oui, d'autres non]

Logan — Moi, j'ai fait le 100. Ça me fait penser à deux 50, puis le 6 c'est deux 3.

Le chercheur-enseignant ramène alors la stratégie des nombres pairs partagée plus tôt par Justin. Un élève, William, affirme qu'on aurait pu avec 106 faire la même chose et que ça fonctionnerait.

C-E — Donc toi, William, tu dis que la stratégie de Justin fonctionne, qui était de regarder le 4 et le 6 parce que tu pourrais regarder le 10 et le 6 en sachant bien que c'est 10 dizaines et 6 unités. Dans le cas de Justin, comment on pourrait le dire aussi, si on le regarde en fonction des dizaines et des unités ?

William — 46 unités, 4 dizaines.

C-E — Dans le fond Justin ce que tu as fait, c'est dire, c'est un peu comme Logan tu as fait 100 et 6. Tu as regardé 40 et 6. Le 4 qui représente le 40, il se sépare en 2, puis le 6 il se sépare en 2.

Par la suite, un élève, Léo, propose de regarder le nombre 70. À ce moment, les différentes stratégies se confrontent, soit celle de couper le nombre en deux et celle de séparer les dizaines et les unités.

Léo — Il y en a un autre qui se divise aussi, c'est 70.

C-E — Qui est d'accord que ça se divise en 2 ? Qui n'est pas d'accord… Qui n'est pas sûr… ? [Une élève lève la main pour dire qu'elle n'est pas certaine.] Pourquoi tu dis que tu n'es pas certaine ?

Anaïs — Je ne suis pas certaine parce que le 7 est un nombre impair.

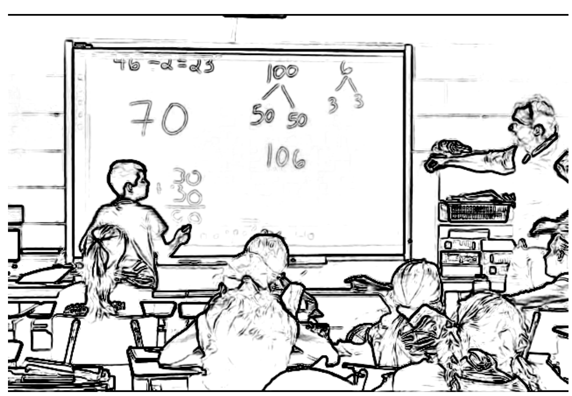
C-E — Ouin… le 7 ici, c'est un nombre impair. Et le zéro? [Certains élèves disent : c'est pair.] On pourrait dire que c'est pair, ok.

Raphael — Je peux venir le faire au tableau ?

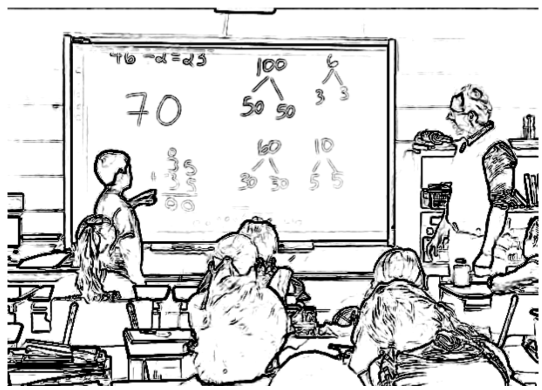
C-E — Oui

Raphael — Je sais que $\begin{array}{r} 30 \\ +\,30 \\ \hline 60 \end{array}$

C-E — Donc, 60 est un nombre pair, car il est divisible par 2. Il a deux groupes pareils.



Raphael	Déjà là, 60 est divisible par 2. Et je me rends compte que 70 c'est 10 de plus.
C-E	70 c'est 10 de plus que 60 qui est déjà divisible par 2.
Raphael	Alors, je vais effacer les zéros et les remplacer par des 5.
C-E	Comme 10 c'est 5 plus 5.
Raphael	Oui, c'est ça. Donc, ça me donne 10, comme ça [il fait l'addition en colonne]. Puis là, ça me donne 6 plus 1 égal 7. Ça donne 70.
C-E	Ha oui, donc là dans 70, j'ai 60 et j'ai 10. Tantôt dans 106 j'avais 100 et 6 et là tu nous dis que 70 c'est 60 et 10. Et 60 tu l'as découpé en 30 et 30 et lui, en 5 et 5. Tout ça fait 70.



3.2 Un *Teaching Experiment*

Le projet de recherche étudié dans ce mémoire suit la forme d'un *Teaching Experiment,* à la Leslie P. Steffe (1991, 2000). En ce sens, il respecte un certain protocole scientifique. Le but d'un *Teaching Experiment* n'est pas d'enseigner les mathématiques aux élèves, mais d'utiliser l'enseignement comme méthode scientifique pour recueillir des données.

Bien que le but ne soit pas d'enseigner aux élèves, assister aux séances de ce *Teaching Experiment* m'a donné une occasion de réfléchir à l'enseignement des mathématiques à proprement parler. C'est à partir des actions réalisées par le chercheur-enseignant dans le cadre de ce projet de recherche que s'est imposée cette réflexion. La présente section expose les idées au cœur de la méthodologie du *Teaching Experiment,* afin de faire ressortir la nature du type de questionnement utilisé par le chercheur-enseignant.

3.2.1 Ce que signifie un *Teaching Experiment*

Le but de cette méthodologie de recherche est d’explorer les compréhensions mathématiques des élèves et, pour y accéder, le chercheur agit en tant qu'enseignant, c’est-à-dire qu’il se place en interaction avec les élèves. Cette posture – agir en tant qu’enseignant – est un aspect fondamental d’un *Teaching Experiment* pour Steffe, car elle donne au chercheur une proximité avec les élèves et lui permet de faire émerger les raisonnements mathématiques de ceux-ci, en particulier par son questionnement. Ainsi, ce qui est visé par le chercheur-enseignant est de mettre en lumière les raisonnements des élèves, les pousser le plus loin possible et étudier leurs limites. Enfin, le chercheur-enseignant adopte cette posture afin de recueillir des données qui lui permettent d’élaborer des modèles sur les compréhensions mathématiques des élèves.

> A primary purpose for using teaching experiment methodology is for researchers to experience, firsthand, students’ mathematical learning and reasoning. Without the experiences afforded by teaching, there would be no basis for coming to understand the powerful mathematical concepts and operations students construct or even for suspecting that these concepts and operations may be distinctly different from those of researchers. (Steffe and Thompson, 2000, p. 267)

Un autre aspect non négligeable à l’atteinte des objectifs de recherche du *Teaching Experiment* est l’établissement du lien de confiance à travers la relation qui s’établit au cours des séances entre les élèves et le chercheur-enseignant (se déroulant sur une période variable allant de quelques semaines à plus d’un an). Cette relation s’installe notamment à travers l’intérêt (scientifique) que démontre le chercheur-enseignant envers les productions mathématiques des élèves, c’est-à-dire ce qu’ils font mathématiquement et leurs idées. Ce lien de confiance permet de créer un climat d’authenticité et d’ouverture envers les mathématiques des élèves, d’une part, et envers l’activité et l’investigation mathématique en général, d’autre part. Enfin, ce climat d’authenticité et d’ouverture permet de favoriser l’émergence, de façon naturelle, de raisonnements et de façons de faire les mathématiques chez les élèves. En effet, ceux-ci sentent que le chercheur-enseignant n'est pas là pour vérifier s'ils maîtrisent tel ou tel concept. Plutôt, ce dernier accueille avec curiosité et avec intérêt leurs raisonnements mathématiques. Dans le cadre des *Teaching Experiments* qu'il mène, Nemirovsky parle du comportement authentique du chercheur-enseignant, où ce dernier ne joue pas un rôle ou encore ne feint pas de ne pas savoir.

> The relationship that is established between the teacher and the students is crucial. The teacher strives to express to the students through the ongoing interaction that he is trying to genuinely learn from them how things look to them, that this is not about withholding information to test whether they know something he knows, and that he is receptive to their contributions. (Nemirovsky, 2005, pp. 62-63)

Cette relation authentique s'établit également par un autre élément au cœur d'un *Teaching Experiment* : le fait de considérer les mathématiques des élèves comme légitimes. L'intention du chercheur-enseignant est de donner un sens à ce que les élèves font mathématiquement. En effet, le chercheur-enseignant qui s'engage dans ces *Teaching Experiments* éprouve un profond respect pour ce que font les élèves. Il juge que leurs idées et productions mathématiques sont pertinentes, puisque supportées par un rationnel mathématique qui leur est propre. C'est ce rationnel qui intéresse le chercheur :

> We regard the mathematics of students as a legitimate mathematics to the extent we can find rational grounds for what students say and do. Looking behind what students say and do in an attempt to understand their mathematical realities is an essential part of a teaching experiment. (Steffe & Thompson, 2000, p. 269)

D'ailleurs, Steffe exprime bien cette idée de considérer les mathématiques des élèves comme légitimes en mentionnant que le but fondamental d'un *Teaching Experiment* est que le chercheur-enseignant approfondisse sa compréhension des productions et des compréhensions mathématiques des élèves.

> The basic and unrelenting goal of a teaching experiment is for the researcher to learn the mathematical knowledge of the involved children and how they construct it. (Steffe 1991, p. 178)

Pour arriver à élaborer des modèles sur les compréhensions mathématiques des élèves, le chercheur-enseignant leur donne des problèmes à résoudre. Puis, le chercheur-enseignant s'assure, par son questionnement, ses relances, ses reformulations, par des tâches supplémentaires, etc., de faire émerger les raisonnements mathématiques des élèves. Le chercheur-enseignant questionne beaucoup les élèves pour accéder à leurs compréhensions et il le fait tant qu'il sent que ceux-ci ont des idées et des raisonnements mathématiques à offrir. Ces interventions, questionnements, relances, etc., permettront en retour au chercheur-enseignant de mieux comprendre les mathématiques des élèves (leurs productions, leurs compréhensions, le sens qu'ils donnent, etc.). La prochaine sous-section aborde spécifiquement le questionnement utilisé par le chercheur-enseignant dans un *Teaching Experiment*.

3.2.2 Le questionnement dans un *Teaching Experiment*

Le questionnement utilisé par le chercheur-enseignant lors d'un *Teaching Experiment* est d'ordre méthodologique, c'est-à-dire qu'il est réalisé aux fins de la recherche. Le questionnement est, pour le chercheur-enseignant, un outil et une porte d'entrée vers les raisonnements mathématiques des élèves. En interagissant avec ces derniers, tel que mentionné, le chercheur-enseignant a d'abord pour but d'explorer leurs compréhensions, ainsi que de pousser leurs raisonnements le plus loin possible pour explorer leurs limites. Interagissant dans l'action avec les élèves, le questionnement du chercheur-enseignant n'est pas prédéfini et est relatif aux élèves et leurs raisonnements : il se déploie dans l'action du *Teaching Experiment*. En ce sens, son questionnement porte un caractère intuitif, authentique et contingent aux interactions qu'il engage avec les élèves.

Hunting (1997) mentionne que la nature et le choix du moment (le *timing*) du questionnement dans un *Teaching Experiment*, sont des éléments essentiels pour permettre l'émergence des raisonnements mathématiques des élèves. Bien qu'il parle d'entrevues individuelles ayant lieu dans un contexte de *Teaching Experiment*[3], il souligne qu'en général le questionnement utilisé par le chercheur-enseignant doit :

- être ouvert pour permettre aux élèves de choisir leurs propres façons de répondre;
- maximiser les opportunités de discussion ou de dialogue afin que les processus de réflexion des élèves puissent être révélés;
- permettre à l'élève et à l'intervieweur [chercheur-enseignant] de réfléchir à leurs processus de pensée respectifs. (p. 153, *traduction libre*)

Hunting (1997) avance également qu'afin d'explorer, de creuser et de pousser les raisonnements mathématiques des élèves, le chercheur-enseignant utilise un questionnement pouvant être qualifié de « simple », en posant des questions telles que « Comment le sais-tu ? », « Dis-moi pourquoi ? », « Connais-tu une façon de vérifier si ça fonctionne ? ». Steffe et Thompson (2000) mentionnent, pour leur part, que le chercheur-enseignant peut tenter de semer le doute chez les élèves en questionnant leurs raisonnements mathématiques, afin que ceux-ci soient mis en l'avant et creusés davantage. Le chercheur-enseignant peut également questionner les élèves pour que ceux-ci lui expliquent quel problème ils ont résolu, comment ils l'ont abordé, ce qu'ils en ont compris, etc. Étant questionnés de la sorte, les élèves pourraient en venir à offrir une réflexion mathématique plus approfondie au sujet d'une solution à une tâche.

> […] the teacher-researcher might ask a question or make a comment that is intended to induce an element of doubt in the students: for example, the teacher-researcher might make counter suggestions such as "Another child we saw

[3] En effet, plusieurs *Teaching Experiment* font usage d'entrevues individuelles avec un élève pour élaborer et compléter les modèles sur les compréhensions mathématiques de ceux-ci.

> yesterday thought that. . . do you think this makes sense" (Ackermann, 1995, p. 347). The teacher-researcher also might ask the students to explain what situation they solved. Then, the teacher-researcher can repose the situation in an attempt to make a contrast between it and the students' situations. In making the contrast, it is the teacher's goal that the students reorganize their thinking in a way that will lead to a solution of the situation. (Steffe & Thompson, 2000, pp. 291-292)

De façon générale, lors des séances de *Teaching Experiment*, le chercheur-enseignant questionne les élèves sans qu'il ait une attente prédéfinie de ce que ceux-ci vont répondre. Et, c'est ce qui l'intéresse, car c'est ce qu'il veut comprendre. Le chercheur-enseignant a bien sûr une idée des avenues possibles, car une analyse conceptuelle mathématique sous-tend son travail et il ne part pas de zéro vis-à-vis du contenu, mais le but de son questionnement n'est pas de convoquer ou de viser des raisonnements prédéterminés, encore moins d'en faire une comparaison. Conséquemment, le chercheur-enseignant s'engage souvent de façon intuitive dans ses interactions avec les élèves : il est préparé, mais ne suit pas un script. D'ailleurs, si celui-ci savait déjà exactement comment interagir avec les élèves (quel problème proposer, comment le résoudre, quelles réponses donner, etc.) et s'il n'y avait pas quelque chose à explorer et à creuser dans les raisonnements des élèves, alors faire un *Teaching Experiment* n'aurait pas sa raison d'être aux fins de la recherche. Ainsi, le chercheur-enseignant intervient de façon spontanée, dans l'action, en réaction aux idées mathématiques émises par les élèves.

> If the researchers knew ahead of time how to interact with the teaching experiments' students and what the outcomes of those interactions might be, there would be little reason for conducting a teaching experiment. So, frequently, the researchers are obliged to engage in responsive and intuitive interactions with the students when they are, in fact, puzzled about where the interactions are headed. (Steffe & Thompson, 2000, p. 278)

De plus, un enjeu majeur dans la réalisation d'un *Teaching Experiment* est la façon dont le chercheur-enseignant agit et questionne les élèves, en fonction de l'activité mathématique qui émerge chez ces derniers.

> The nuances of how to act and how to ask questions after being surprised are among, in our experience, the most central issues in conducting a teaching experiment. (Steffe & Thompson, 2000, p. 277)

Ainsi, c’est par son questionnement ancré dans une exploration des mathématiques en jeu que le chercheur-enseignant tente d’avoir accès au rationnel derrière les raisonnements mathématiques des élèves. Tel que l’explique Nemirovky (2005), un aspect très important lié à cette volonté d’avoir accès à ce rationnel est d’éviter de poser des diagnostics, car cette attitude empêche le chercheur-enseignant d'apprendre quelque chose de nouveau en lien avec sa question de recherche, ici relativement aux mathématiques des élèves.

> The most important and difficult aspect of our approach to interpretation is to see and talk about the films without "diagnostic" attitudes (this is good/bad, this child has such and such misconception, the teacher should have asked something else, this boy has x learning style, these students confuse z with y, and so forth). Avoiding diagnostics demands a great deal of self awareness. We sense a need to avoid these attitudes because they prevent us from learning anything new; they lead us to repeat ourselves. (Nemirovsky, 2005, p. 63)

Enfin, le type de questionnement utilisé par le chercheur-enseignant lors de *Teaching Experiment* lui permet d’explorer les productions et compréhensions mathématiques des élèves afin d’atteindre ses objectifs de recherche. La prochaine sous-section propose une synthèse au regard du questionnement dans le cadre d’un *Teaching Experiment*.

3.2.3 Synthèse au sujet du questionnement lors de *Teaching Experiment*

Voici une synthèse de certaines caractéristiques au regard du questionnement en contexte de *Teaching Experiment*. Le questionnement :

- est de nature émergente, soit non scripté, réalisé sur-le-champ et dans l’action;
- est composé de questions et relances simples et faciles à comprendre (accessibles);

- est ouvert pour permettre aux élèves de s'engager et choisir leurs propres façons de répondre;
- vise à pousser les raisonnements et faire ressortir les compréhensions mathématiques des élèves;
- émerge de l'engagement et de l'intérêt du chercheur envers les compréhensions mathématiques des élèves.

Au-delà de sa nature et de sa source, ce type de questionnement vise les retombées suivantes :

- faire émerger les raisonnements mathématiques des élèves;
- favoriser les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées;
- amener les élèves à réfléchir;
- forcer les élèves à expliquer et justifier leur solution;
- initier les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre.

Au Chapitre 4, les retombées visées par ce questionnement en contexte de *Teaching Experiment* sont maillées avec les cinq dimensions regroupant les impacts attendus par un questionnement ouvert et axé sur des aspects conceptuels (présentés dans le Tableau 2.4 du Chapitre 2). Ces visées et dimensions sont reprises afin d'élaborer une grille d'analyse pour investiguer les retombées sur l'activité mathématique des élèves du type de questionnement utilisé dans le cadre des *Teaching Experiments* auxquels j'ai participé comme observatrice. Le prochain chapitre présente ce cadre d'analyse, en plus de donner des détails de la méthodologie utilisée pour aborder mon objectif de recherche.

CHAPITRE IV

MÉTHODOLOGIE

Mon objectif de recherche est d'investiguer les retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment* sur l'activité mathématique des élèves. Dans ce quatrième chapitre, j'explique d'abord le contexte du *Teaching Experiment* à partir duquel les données analysées dans ce mémoire de maîtrise sont tirées. Ensuite, j'aborde la méthodologie retenue pour mon mémoire. Enfin, je présente mon cadre d'analyse aux fins de l'investigation.

4.1 Objectif de recherche

Mon objectif de recherche dans le cadre de ce mémoire de maîtrise est d'investiguer les retombées du questionnement utilisé par le chercheur-enseignant dans le cadre d'un *Teaching Experiment*. Cette recherche vise à explorer les façons avec lesquelles ce questionnement permet de favoriser, stimuler, voire influencer l'activité mathématique des élèves en classe. Ce questionnement est celui se déroulant dans le feu de l'action, visant une exploration des mathématiques en jeu et du sens développé par les élèves. Celui-ci correspond davantage à un questionnement de type ouvert et axé sur le développement d'aspects conceptuels, tendant vers l'extrémité droite du continuum présenté dans la Figure 2.2 du Chapitre 2.

4.2 Contexte du *Teaching Experiment* à partir duquel les données sont tirées

Les données analysées dans ce mémoire de maîtrise sont tirées de bandes-vidéo issues d'un projet de recherche auquel j'ai participé comme observatrice. Ce projet de recherche, ayant son propre objectif scientifique, est axé sur l'activité mathématique des élèves en contexte de résolution de problèmes. Il suit la forme d'un *Teaching Experiment* tel que proposé par Steffe (1991, 2000).

Ce projet de recherche s'est déroulé au cours de l'année scolaire 2017-2018, auprès d'élèves du 3e cycle d'une école primaire et du 1er cycle d'une école secondaire, toutes deux situées en banlieue de Montréal. Pour la partie du projet se déroulant au primaire, des séances ont eu lieu dans trois groupes de 5e année comptant chacun 27 élèves de 10-11 ans et dans un groupe de 6e année comptant 52 élèves de 11-12 ans (une classe double réalisée en *team-teaching*). Pour la partie du projet se déroulant au secondaire, des séances ont eu lieu dans trois groupes d'une vingtaine d'élèves de 2e secondaire ayant un profil différent : un groupe d'élèves en prolongation de cycle (14-15 ans), un groupe de garçons (13-14 ans) et un groupe de filles (13-14 ans). Au total, 56 séances ont eu lieu : elles étaient d'une durée de 50 minutes au primaire et de 75 minutes au secondaire et se déroulaient minimalement une fois aux deux semaines, pour chaque groupe.

Comme dans tout *Teaching Experiment* à la Steffe, c'est le chercheur-enseignant qui mène le travail de classe avec les élèves en proposant des tâches et en animant les séances de discussions de groupe et individuelles (dans un environnement tel que décrit au Chapitre 3). L'enseignant régulier (ou les deux enseignants dans le cas de la classe de 6e année) de chacun des groupes était également présent en classe comme observateur et il intervenait à l'occasion dans les discussions collectives et individuelles.

D'autres observateurs comme des conseillers pédagogiques et des assistants de recherche étaient présents lors de ces séances, selon une fréquence variable d'une séance à l'autre. L'intention principale du travail mené avec les élèves dans ce projet était de leur faire résoudre des tâches mathématiques et, par la suite, de discuter et d'investiguer les stratégies et compréhensions déployées par ceux-ci pour résoudre ces tâches. Parce que le projet ne se voulait pas intrusif, il suivait la planification des enseignants. Autrement dit, les tâches données aux élèves étaient choisies avec les enseignants (tâches accessibles, souvent tirées de cahiers d'exercices) selon leur alignement avec leur planification annuelle. Par exemple, des tâches comme celles-ci ont été proposées aux élèves du primaire :

1) Déterminer, parmi les nombres suivants, lequel ou lesquels sont divisibles par 2 : 46, 81, 70, 106.
2) Estimez 152 498 + 608 947
3) Calculez 12×18
4) Quelle fraction représentent les « notes de musique » dans le dessin ci-contre ?

Le déroulement général des séances de classe s'apparente à celui proposé par Douady (1994), qui accorde une attention particulière à installer un climat respectueux qui favorise l'échange et l'écoute des stratégies et solutions entre et par les élèves. En particulier, et en fonction de la tâche donnée, la séance suivait le déroulement suivant :

1) le chercheur-enseignant offre oralement ou par écrit une tâche à résoudre au groupe ;
2) les élèves écoutent et réfléchissent à la tâche et ensuite, individuellement ou en petits groupes, résolvent la tâche mentalement ou à l'écrit, avec un temps relatif à la nature de la tâche (de 15-20 secondes à 5 minutes) ;

3) les élèves notent leurs réponses sur un tableau ou lèvent la main pour proposer au groupe leurs stratégies et réponses ;
4) ensuite, les élèves sont invités à expliquer leurs réponses et stratégies, et ce, qu'elles soient bonnes ou mauvaises (ils doivent souvent venir à l'avant au tableau pour expliquer comment ils y sont parvenus) ;
5) les explications des élèves sont notées au tableau (par eux ou par le chercheur-enseignant) et discutées au sein de la classe ;
6) les élèves sont incités à intervenir s'ils ne sont pas convaincus de la proposition ou s'ils se questionnent au sujet de celle-ci;
7) le chercheur-enseignant invite les élèves qui ont résolu la tâche différemment (ou qui pensent pouvoir la résoudre différemment) à se manifester pour offrir des solutions supplémentaires ;
8) les différentes solutions sont investiguées et comparées lors de discussions entre les élèves et le chercheur-enseignant ;
9) les discussions qui s'en suivent font souvent émerger de nouveaux problèmes ou d'autres questions à aborder par le groupe, recréant une nouvelle boucle 1 à 8. Si les discussions prennent fin, une nouvelle tâche est offerte au groupe et la boucle recommence aussi.

Ces étapes illustrent le déroulement typique des séances. Toutefois, ces différentes étapes ne se déroulent pas nécessairement de façon linéaire et ces dernières peuvent s'entrecroiser au cours d'une séance.

Chacune des séances de *Teaching Experiment* en salle de classe a été enregistrée sur bande audio-vidéo. La caméra située à l'arrière de la classe captait la majorité des élèves, le chercheur-enseignant ainsi que le tableau blanc interactif (TBI) utilisé pour inscrire – et conserver sur fichier électronique – les raisonnements et stratégies des élèves.

4.3 Orientation méthodologique

4.3.1 L'étude de cas

Puisque l'objectif de recherche de mon mémoire de maîtrise est d'investiguer les retombées du questionnement dans le cadre d'un *Teaching Experiment* en particulier (auquel j'ai participé comme observatrice), ceci me conduit à opter pour une méthodologie d'*étude de cas.* Cette orientation méthodologique me permet d'observer et de faire une description détaillée des événements spécifiques s'étant produits en salle de classe durant les séances de ce projet. Donc, cette méthodologie me permet d'étudier le phénomène qui m'intéresse, soit les retombées du questionnement dans le cadre de ce *Teaching Experiment* précis. L'étude de cas est toute désignée pour ce type d'investigation, centrée sur des interactions en salle de classe, comme l'avancent Karsenti et Demers (2000) :

> Il semble que l'étude de cas soit une approche en recherche tout à fait indiquée pour l'éducation puisque plusieurs études, en particulier celles qui traitent des interactions en salle de classe ou à l'intérieur d'une école, impliquent un nombre important de variables qu'il est souvent difficile d'isoler. (Karsenti et Demers, 2000, p. 245)

La méthodologie retenue est non seulement l'*étude de cas*, mais l'étude d'un « cas spécifique ». Mon but n'est pas de développer une généralisation à un ensemble de cas, mais d'explorer ce cas en particulier. En assistant comme observatrice à ce *Teaching Experiment*, j'ai été à même de voir et vivre que le questionnement utilisé par le chercheur-enseignant dans ce projet provoquait une activité mathématique d'intérêt chez les élèves. C'est d'ailleurs ce qui a déclenché mon projet de recherche : j'ai eu envie de m'intéresser au questionnement ayant cours dans ce *Teaching Experiment* précis, afin d'investiguer en détail ce que celui-ci a produit au niveau de l'activité mathématique des élèves. Enfin, Karsenti et Demers (2000, citant Stake, 1994) avancent au sujet de l'étude de cas intrinsèque, qui se relie bien à l'étude d'un

« cas spécifique », que l'intention du chercheur n'est pas de généraliser le phénomène à l'étude à partir du cas précis choisi, mais plutôt d'exposer que, dans sa particularité, ce cas intrinsèque offre un intérêt au niveau scientifique :

> Le chercheur ne tente pas de comprendre le cas parce que ce dernier est représentatif d'un ensemble de cas ou parce qu'il illustre bien un problème ou un phénomène, mais plutôt parce que, dans sa particularité, ce cas comporte pour lui un intérêt. Le but n'est pas de produire des généralisations, mais de comprendre cet enfant, cette clinique, cette école en particulier (Karsenti et Demers, 2000, p. 245).

Dans le même ordre d'idées, Tremblay (1968) parle de l'étude d'un cas suggestif, qui permet d'éclairer ou de rendre explicite un phénomène qui peut possiblement exister d'une façon peut-être moins marquée dans d'autres situations :

> Le cas est suggestif soit parce que, dans ses parties constituantes, il illustre et amplifie ce qui existe à l'état embryonnaire ou diffus dans d'autres situations, soit encore parce qu'il permet de comprendre la dynamique même de l'évolution en cours, des divers éléments à l'œuvre. (Tremblay 1968, p. 223)

Le *Teaching Experiment* à partir duquel les données analysées sont tirées représente en ce sens un exemple de « cas suggestif », directement aligné avec mon objectif de recherche puisqu'il est possible d'y analyser une multitude de « moments de questionnement » du chercheur-enseignant. Comme le but initial de ce *Teaching Experiment* est de pousser et de creuser les raisonnements mathématiques des élèves, des questionnements du chercheur-enseignant sont par conséquent fréquents et ouvrent la porte à l'émergence d'une variété d'activités mathématiques chez les élèves. Par ailleurs, puisque le questionnement utilisé par le chercheur-enseignant est son outil méthodologique (le questionnement est en effet une technique de collecte de données, voir le Chapitre 3, Section 3.2.2), celui-ci occupe une place importante dans le déroulement des séances. C'est parce que le questionnement est à ce point présent dans ce *Teaching Experiment* et saillant dans les séances que ce contexte est, de ce fait, propice pour mener l'investigation de mon projet de maîtrise. Ce contexte permet particulièrement de cibler et mettre en lumière l'activité mathématique des élèves lorsque le questionnement du chercheur-enseignant survient en salle de classe.

4.3.2 Unité d'observation et unité d'analyse

Tel que mentionné, j'ai participé (comme observatrice) à ce projet de recherche duquel sont tirées les données. Ainsi, pour chacune des 56 séances, j'ai pris des notes de terrain. Ces notes relatent divers éléments au sujet des séances, comme les divers raisonnements d'élèves, le climat de classe ou encore le questionnement exploité par le chercheur-enseignant. Bien que toutes les séances aient un déroulement et un style similaires, ces notes de terrain ont ici été réinvesties pour me permettre de faire une première sélection de quelques séances « types » à analyser plus en détails. Pour répondre à mon objectif de recherche, mon analyse porte sur quatre séances choisies et pour lesquelles il m'a semblé, comme observatrice, y voir des « moments de questionnement » illustratifs, donnant lieu à une variété d'activités mathématiques chez les élèves pouvant être observées et analysées en détail.

Pour conduire cette analyse, l'unité d'observation des données pour ma recherche se définit comme étant un moment où un questionnement du chercheur-enseignant mène au déploiement d'une activité mathématique chez les élèves. Je m'inspire ici de la notion d'unité d'observation de Garneau (2015), afin de pouvoir extraire des séances les objets d'analyse pour mon mémoire de maîtrise.

> Garneau (2015) a recours à la notion d'unité d'observation pour dégager de ses entretiens avec les participants des comportements, objets subséquents d'analyse. Elle nomme cette unité d'observation « acte décisionnel ». Elle en donne la définition suivante : « moment où un étudiant dit avoir été confronté à un obstacle ou à une possibilité, et avoir dû agir ». (Savoie-Zajc et Karsenti, 2018, p. 202)

Dans mon cas, cette unité d'observation survient lors d'un questionnement du chercheur-enseignant, qui délimite un « moment de questionnement ». Le contexte menant à ce questionnement est ce qui marque le début de l'extrait à sélectionner et la fin est déterminée lorsque le sujet d'exploration ou de discussion suscité par ce questionnement est terminé. Chacun de ces « moments de questionnement » prend la forme d'extraits dans la séance pour lesquels l'analyse des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves est réalisée, ce qui représente alors mon unité d'analyse.

4.4 Analyse des séances

L'analyse porte sur des extraits de bandes-vidéo de ces séances et des verbatims de ceux-ci. Les quatre séances choisies pour mon analyse proviennent toutes du même groupe-classe de 5e année, ce dernier étant composé de 27 élèves. Le suivi du même groupe-classe me permet de saisir plus facilement les retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves, car ces retombées peuvent avoir un impact de nature « implicite », c'est-à-dire que cet impact peut être mieux compris en fonction d'autres événements s'étant déjà produits lors de séances précédentes.

L'analyse des séances s'est d'abord réalisée à l'aide d'une grille opérationnalisant les idées maitresses des deux chapitres précédents au sujet du questionnement et des retombées de celui-ci. Cette grille d'analyse présentée aux Tableaux 4.1 et 4.2 contient sept dimensions : quatre mathématiques et trois méta-mathématiques. Ces sept dimensions sont obtenues d'un maillage regroupant les impacts et retombées favorisés par un questionnement ouvert et axé sur des aspects conceptuels (Chapitre 2, Section 2.2.4) et des retombées poursuivies par le type questionnement caractérisant un *Teaching Experiment* (Chapitre 3, Section 3.2.3). Dans cette grille d'analyse se trouvent également des manifestations observables possibles au sujet des retombées du questionnement. À titre d'exemple, un questionnement peut mener les élèves à être curieux, à réfléchir, à se questionner ou encore permettre une compréhension plus profonde du contenu mathématique à l'étude. Ces manifestations observables « anticipées » sont tirées des écrits scientifiques synthétisés au Chapitre 2.

Cette grille a permis de faire une analyse des séances choisies et de faire ressortir des manifestations observables au regard de ces sept dimensions des retombées d'un questionnement. L'intention poursuivie par cette analyse est de dégager les retombées d'un questionnement du chercheur-enseignant sur l'activité mathématique des élèves.

Le Tableau 4.1 présentant les dimensions mathématiques et le Tableau 4.2 présentant les dimensions méta-mathématiques constituent la grille d'analyse. Ces tableaux exposent aussi les manifestations observables pour chacune des sept dimensions.

Tableau 4.1 Dimensions mathématiques des retombées d'un questionnement

	Impacts et retombées d'un questionnement	Manifestations observables
Dimensions mathématiques	**Émergence et approfondissement** Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus.	▪ L'élève est invité à **investiguer** des idées mathématiques. ▪ L'élève est encouragé à **explorer** les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu. ▪ L'élève est incité à **faire des liens** entre les idées mathématiques émises. ▪ L'élève est amené à **construire du sens** sur les contenus. ▪ L'élève est amené à développer des **compréhensions et des compétences** mathématiques.
	Réfléchir sur idées mathématiques Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur des idées mathématiques.	▪ L'élève est encouragé **à réfléchir** et à **se questionner** sur les idées mathématiques**.** ▪ L'élève est amené à **interroger** des (fausses) conceptions. ▪ L'élève est invité à **réfléchir** sur la structure des concepts. ▪ L'élève est incité à **ne pas se concentrer** uniquement sur la **réponse**.
	Expliquer et justifier Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution.	▪ L'élève est incité à **argumenter** et à fournir des **explications et justifications** relatives aux idées mathématiques émises. ▪ L'élève est amené à **émettre** des idées et à **échanger** sur celles-ci. ▪ L'élève est encouragé à **justifie**r une solution et y revenir pour la **retravailler et la valider**.

	Conjecturer Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre, etc.	▪ L'élève est invité à **émettre des conjectures** et à trouver des **contre-exemples**. ▪ L'élève est encouragé à **comparer** des affirmations et à **argumenter** au sujet de celles-ci. ▪ L'élève est amené à **justifier** des affirmations et à **convaincre** les autres de leur justesse.

Tableau 4.2 Dimensions méta-mathématiques des retombées d'un questionnement

	Impacts et retombées d'un questionnement	Manifestations observables
Dimensions méta-mathématiques	**Culture de classe** Le questionnement établit une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées.	▪ L'élève est invité à **communiquer** des idées mathématiques. ▪ L'élève est encouragé à **exprimer publiquement** un raisonnement. ▪ L'élève est encouragé à **être curieux, à échanger, à émettre et à justifier des idées**. ▪ L'élève est amené à **écouter et à tenter de comprendre** les raisonnements, les explications et les justifications des autres. ▪ L'élève est invité **à commenter et à défier** ce qui est dit par les autres en se questionnant, en relançant et en argumentant.
	Pratiques de mathématisation Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation.	▪ L'élève est invité à **s'engager dans une investigation** et dans le développement d'une pensée mathématique. ▪ L'élève est incité à **écouter les idées** des autres, à **discuter des raisonnements et des idées** mathématiques émises. ▪ L'élève est encouragé à **comparer** sa réponse ou son raisonnement avec celui des autres. ▪ L'élève est amené à **expliquer et à justifier** le choix des stratégies en faisant des liens avec la tâche. ▪ L'élève est amené à **s'engager dans une argumentation** mathématique, à **fournir des explications et des justifications** aux idées mathématiques émises (celles proposées ou celles des autres). ▪ L'élève est conduit à émettre des **conjectures,** à trouver des **contre-exemples**, à **argumenter** et à **justifier** des affirmations.

	Rapport au savoir Le questionnement promeut un certain rapport aux (savoirs) mathématiques.	▪ L'élève est amené à voir que les mathématiques représentent une **discipline d'exploration** et de création ; elles ne sont **pas fixes** ou externes, il existe des **ambiguïtés et des incertitudes** inhérentes à la discipline. ▪ L'élève est poussé à **mener une investigation** sur le développement d'idées mathématiques. ▪ L'élève est encouragé **à émettre des doutes** relativement à certaines affirmations. ▪ L'élève est incité à ne pas se concentrer uniquement sur la réponse lors de la résolution du problème. ▪ L'élève est amené à adopter une **attitude respectueuse relativement aux erreurs** commises par les autres ou lui-même.

De façon globale, le processus d'analyse avec cette grille s'inspire du modèle de Powell et al. (2003), qui offre une séquence d'étapes interagissant les unes avec les autres. Ce processus a permis d'orienter l'analyse du développement des idées et du raisonnement mathématiques chez les élèves à l'aide de données sur bandes-vidéo. Ce modèle a été modifié afin de correspondre à mon processus personnel dans le cadre de cette maîtrise et me permettre d'investiguer les retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves dans le cadre de ce *Teaching Experiment*. Voici le processus en sept étapes, adapté du modèle de Powell et al. (2003), qui a été suivi dans le cadre de ce travail de recherche.

1. Notes de terrain

J'ai procédé à la sélection, à partir de mes notes de terrain prises comme observatrice, de quelques séances « types » du projet de recherche qui me permettaient de répondre à mon objectif de recherche.

2. Choix de quatre séances

J'ai effectué une sélection de quatre séances, se déroulant auprès d'un même groupe d'élèves, pour lesquelles il m'a semblé, comme observatrice, y avoir des « moments de questionnement » donnant lieu à une activité mathématique chez les élèves pouvant être observée et analysée.

3. Visionnement des séances choisies

Je me suis familiarisée avec le contenu des quatre séances choisies pour l'analyse. Pour ce faire, chacune de ces séances a été visionnée plus d'une fois et des notes additionnelles ont été prises sur les retombées du questionnement du chercheur-enseignant sur l'activité mathématique des élèves.

4. Transcription des séances choisies

J'ai transcrit chacune des quatre séances choisies. Ces transcriptions sont constituées d'une description de la tâche proposée aux élèves, d'extraits verbatim des interactions entre les élèves et avec le chercheur-enseignant et de certains comportements des élèves (par exemple, si un élève se lève pour aller au tableau). De plus, les transcriptions ont été codées dans le temps, ce qui m'a permis de cibler des moments particuliers à analyser dans ces séances.

5. Identification des unités d'observation

J'ai identifié des moments particuliers, soit les unités d'observation de la séance, qui permettent de répondre à l'objectif de recherche au sujet des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves. Une unité d'observation survient lors d'un questionnement du chercheur-enseignant, délimitant alors un « moment de questionnement ». Chaque moment est composé du contexte menant au questionnement, ce qui marque le début de l'extrait, et sa fin est déterminée lorsque le sujet d'exploration ou de discussion suscité par ce questionnement se termine.

6. Codage des « moments de questionnement »

J'ai procédé à la codification des « moments de questionnement » au regard des sept dimensions des retombées du questionnement présentes dans la grille d'analyse.

7. Élaboration des extraits des séances illustrant les retombées du questionnement

J'ai élaboré des extraits pour chacune des séances choisies. Chaque « moment de questionnement » présent dans les extraits est interprété à la lumière du codage réalisé.

Cette interprétation permet de mettre en lumière les retombées du questionnement du chercheur-enseignant sur l'activité mathématique des élèves.

Dans le prochain chapitre, je présente mon analyse de ces quatre séances de résolution de problèmes. Ceci permet d'aborder mon objectif de recherche au sujet des retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment* sur l'activité mathématique des élèves en classe.

CHAPITRE V

ANALYSE

Dans ce chapitre, quatre séances de *Teaching Experiment* sont analysées. Ces analyses permettent de dégager les retombées du questionnement utilisé sur l'activité mathématique des élèves en classe, à travers les sept dimensions présentées au Chapitre 4. Ces dimensions sont regroupées en deux sous-catégories : quatre dimensions mathématiques et trois dimensions méta-mathématiques.

Les dimensions mathématiques sont :

(1) Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus ;
(2) Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur les idées mathématiques ;
(3) Le questionnement force les élèves à expliquer et à justifier leur solution ;
(4) Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre.

Les dimensions méta-mathématiques se déclinent comme suit :

(5) Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées ;
(6) Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation ;
(7) Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique.

Tel que souligné au Chapitre 3, de façon générale, le type de questionnement utilisé par le chercheur-enseignant est assez simple et est posé dans l'action en réponse aux propos des élèves. Ainsi, le chercheur-enseignant utilise un questionnement tel que : « Pourquoi ? », « Peux-tu m'en dire davantage sur … ? », « Est-ce que vous êtes d'accord … ? », « Qu'est-ce que vous en pensez ? », « Est-ce qu'il y a d'autres façons ? », « Est-ce que ça fonctionne toujours ? ».

Chacune des quatre séances retenues est présentée dans une section distincte. À travers ces quatre sections, les six premières dimensions des retombées d'un questionnement sont mises en lumière[4]. À la fin de chacune des sections portant sur une séance en particulier, des passages sont ciblés à certains moments afin d'illustrer la septième et dernière dimension, soit **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**. Ce choix a été fait étant donné que cette 7^{e} dimension se retrouve en trame de fond pour l'ensemble des séances.

Il est possible de percevoir une structure de type fractale dans l'analyse des séances relativement aux différentes dimensions mathématiques et méta-mathématiques. En effet, *l'analyse globale* d'une séance fait ressortir, au premier plan, certaines des dimensions et permet de concevoir les retombées du questionnement dans cette séance sous ces dimensions précises. Au deuxième plan, *l'analyse détaillée* de certains moments précis d'une séance, quant à elle, permet de mettre en avant à une plus petite échelle la présence d'autres dimensions des retombées du questionnement. Bien que celles-ci ne se retrouvent pas sur la totalité de la séance, la présence de ces dimensions à un niveau plus pointu soulève justement leur structure fractale. Simmt (1998) utilise justement cette métaphore fractale pour l'analyse et l'interprétation de ses données sur

[4] Afin de faciliter la lecture, les dimensions des retombées du questionnement sont écrites en gras dans le texte (par exemple, **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir les contenus**) et les manifestations observables de ces dimensions sont écrites en italique (par exemple, *les élèves investiguent des idées mathématiques*).

l'activité cognitive des élèves, expliquant qu'analyser une portion des données peut être évocateur de l'ensemble de celles-ci.

> By understanding mathematical cognition as complex and as having a fractal structure, then one path and its local terrain will be highly suggestive of the global terrain. (p. 12)

Ainsi, qu'elle soit considérée au niveau global ou détaillé, l'analyse des séances fait ressortir les diverses dimensions d'une à l'autre. Cette analyse fractale suit le format présenté au Tableau 5.1. Ce tableau pointe sur les deux niveaux d'analyse, soit les retombées du questionnement sur l'ensemble de la séance et celles à un moment précis. En introduction à chacune des sections, un extrait du Tableau 5.1 est utilisé afin de préciser, à un premier niveau, la ou les dimensions[5] illustrées dans la séance. La dimension touchée est soulignée alors en gris. Ensuite, à un deuxième niveau, une indication de la ou des dimensions retrouvées à l'intérieur de moments précis de la séance est offerte (soulignée(s) aussi en gris), témoignant de la structure fractale.

[5] L'appellation courte de chacune des dimensions des retombées du questionnement est utilisée dans ce tableau.

Tableau 5.1 Dimensions des retombées du questionnement sur l'activité mathématique

	1^er^ niveau – ensemble de la séance	2^e^ niveau – moments précis de la séance
DIMENSIONS DES RETOMBÉES DU QUESTIONNEMENT	Émergence et approfondissement	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation
	Réfléchir sur idées maths	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation
	Expliquer et justifier	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation
	Conjecturer	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation
	Culture de classe	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation
	Pratiques de mathématisation	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation

En ce sens, il y a deux choses à retenir relativement à cette structure fractale dans l'analyse. À un niveau global sur l'ensemble du projet, chacune des séances est représentative des autres. Ces dernières se sont déroulées dans des conditions similaires : ce qui se produit dans une séance se retrouve dans une autre. En ce sens, chacune des quatre séances analysées informe sur l'ensemble des autres séances au regard du questionnement.

À un deuxième niveau, plus local, une même séance revêt aussi cette structure fractale. Une même séance met en lumière une ou deux dimensions et l'analyse de certains moments précis met en avant d'autres dimensions. Ainsi, les dimensions mathématiques et méta-mathématiques relatives aux retombées du questionnement se retrouvent autant sur l'ensemble des séances, dans une séance elle-même, qu'au travers des moments précis à l'intérieur d'une séance (Figure 5.1).

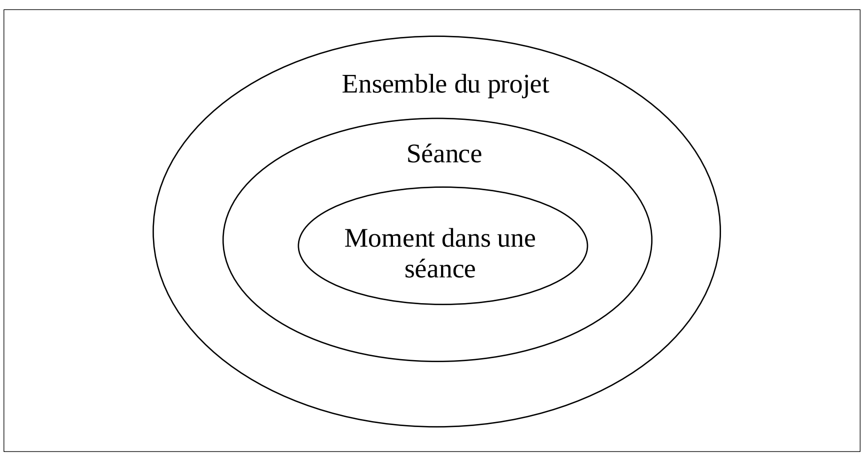


Figure 5.1 Illustration de la structure d'analyse fractale

L'intérêt d'une conception fractale pour l'analyse permet de regarder les retombées du questionnement à différentes échelles et d'en comprendre de façon plus exhaustive leur dynamique. En d'autres mots, les retombées du questionnement ne sont pas sporadiques et fortuites pour différents moments avec différents élèves dans une situation particulière, mais témoignent plutôt d'un contexte holistique et omniprésent sur l'ensemble du travail réalisé avec les élèves dans ce *Teaching Experiment.*

La présentation des analyses suit la forme suivante :

(1) des explications sur la présence des dimensions mathématiques et méta-mathématiques dans l'analyse de la séance (dans son ensemble et à des moments précis) sont données;
(2) des extraits de la séance retenue sont présentés, découpés en Moments;
(3) une analyse des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves entrecoupe la présentation des extraits;
(4) l'analyse se termine en abordant la septième dimension, soit **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**;
(5) les analyses sont complétées par une synthèse des retombées du questionnement dans le cadre de cette séance de *Teaching Experiment*.

5.1 Séance 1 : L'estimation

La Séance 1 a été divisée en quatre moments. Les deux premiers moments sont relatifs à la dimension **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus**. À plus petite échelle, le Moment 2 permet de faire ressortir la dimension **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. Les Moments 3 et 4 mettent en lumière la dimension **Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur les idées mathématiques**. Ici aussi, à un deuxième niveau, le Moment 4 illustre la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. Le Tableau 5.2 présente les dimensions retrouvées dans cette séance.

Tableau 5.2 Dimensions présentes dans la Séance 1 : L'estimation

	1er niveau – ensemble de la séance	**2e niveau – moments précis de la séance**
DIMENSIONS DES RETOMBÉES DU QUESTIONNEMENT	Émergence et approfondissement	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation
	Réfléchir sur idées maths	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation

5.1.1 Analyse de la séance 1

Voici un extrait[6] d'une séance où l'estimation d'une somme de deux nombres est explorée avec les élèves. Le chercheur-enseignant note au tableau 152 498 + 608 947, puis demande aux élèves d'estimer la somme mentalement.

Un premier élève, Logan, offre comme solution 800 000. Il explique que 152 est plus près de 200 que de 100 (il utilise donc 200 000 pour déterminer l'estimation de la somme) et que le 2e nombre est plus près de 600 000, car il y a seulement 8 unités de mille. Un deuxième élève, William, prend la parole et dit qu'il a plutôt commencé par arrondir les deux nombres à la position des centaines, obtenant 152 500 + 608 900 et que, pour faire son estimation, il a utilisé les nombres 150 000 et 600 000, donnant 750 000. Deux autres élèves, Emma et Thomas, prennent la parole pour dire que leur estimation est aussi de 800 000. Le chercheur-enseignant invite les élèves à mener une investigation sur la plausibilité que les deux réponses soient bonnes, soit le 800 000 et le 750 000.

---

[6] Ici aussi, le questionnement (questions et relances) du chercheur-enseignant est souligné afin de le mettre en évidence, et ce, pour l'ensemble des extraits utilisés.

Moment 1 : Deux résultats en estimation, cela est possible ?

C-E	Mais, là William n'était pas d'accord avec Logan. Il faut essayer de comprendre. Est-ce possible que les deux réponses soient bonnes?
Élèves	Oui.
C-E	En estimation, est-ce que c'est possible?
William	Les deux réponses sont quand même assez proches.
Alice	Si tu les additionnes, ça va donner proche ...
C-E	Si tu additionnes ces deux nombres-là au complet tu veux dire?
Alice	Oui
Emma	Ça va donner entre … ça va donner dans le milieu… environ 800 000… 750 000…
C-E	OK… La réponse, est-ce qu'elle est plus proche de lui ou de lui? [pointant 800 000 puis 750 000]
Emma	Elle est dans le milieu.
C-E	Elle est dans le milieu. Donc, environ 775 000. C'est ça à peu près la réponse ? [le nombre 775 000 est inscrit au tableau entre 800 000 et 750 000]
Élèves	Environ
C-E	Est-ce que vous êtes d'accord avec Emma que la réponse est entre les deux?
Élèves	Oui
C-E	Est-ce que la réponse est plus proche de 750 000 ou de 800 000?
Élèves	Plus proche de 800 000.
C-E	Plus proche de 800 000. OK
William	Mais, comment tu veux déterminer…?
C-E	La réponse n'est pas 775 000, William.
William	Non
C-E	Ça peut être 774 999, ce n'est pas ben ben loin. Ou ça peut être 776 003…
Emma	Ça peut être n'importe quoi…
C-E	Ben… ça ne peut pas être n'importe quoi, mais on se dit que…? [Un élève coupe la parole].
Logan	N'importe quoi entre 750 000 et 800 000.
C-E	OK

Il est possible d'observer dans ce Moment 1 la dimension **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir les contenus**. Des questions telles que « est-ce possible que …? », « êtes-vous d'accord avec …? » « est-ce plus proche de … ? » font que les élèves approfondissent les contenus relatifs à l'estimation d'une somme et à l'ordre de grandeur « possible » du résultat. Ainsi, *les élèves investiguent des idées mathématiques* émises et réfléchissent sur l'acceptabilité d'obtenir deux résultats différents pour une même estimation. À cet effet, William mentionne que « Les deux réponses sont quand même assez proches » suggérant que, pour des nombres de cet ordre de grandeur, un écart de 50 000 reste acceptable lorsque l'intention est d'avoir une idée de la somme. Puis, Alice lance l'idée que la somme des deux nombres serait proche des estimations, ce qui mène Emma à avancer que, selon elle, la réponse « Elle est dans le milieu. ». Cette intervention d'Emma permet de voir que les élèves *font des liens entre les idées mathématiques émises*. Enfin, le chercheur-enseignant relance les élèves à savoir si la réponse est plus proche de l'une ou l'autre des estimations ce qui mène ceux-ci à poursuivre leur réflexion et à *explorer les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu*.

<u>Moment 2 : La structure des grands nombres</u>

La discussion de groupe se poursuit lorsque William rebondit sur l'affirmation de Logan qui avance que la réponse peut être n'importe quel nombre entre 750 000 et 800 000.

William	Mais, ça me surprendrait que ça dépasse le 800…
C-E	<u>Ho! Est-ce que ça peut dépasser 800 000?</u>
Élèves	Ouiii [*en chœur*]
C-E	<u>Est-ce que ça peut être plus haut que 800 000?</u> Je trouve que c'est une excellente question.
Jacob	Déjà là, j'ai calculé que 152 + 608, je n'ai pas tout calculé… mais j'ai additionné et ça va aller dans les 700 000.
C-E	<u>Tu as additionné 152 ou 152 000?</u>
Jacob	Le 152 et le 608
C-E	Ah… [C-E note au tableau 152 + 608] <u>Donc, toi tu n'as pas regardé le nombre au complet, tu en as regardé un bout?</u>
Jacob	Pour avoir une idée.

C-E Mais, en même temps ce n’est pas du tout le même nombre. Qu’est-ce qui te dit que ça va marcher?

Puisque Jacob n’a pas utilisé le nombre « au complet », le chercheur-enseignant affirme que l’ordre de grandeur des nombres n’est pas du tout le même. Il utilise donc un exemple affirmant « On s’entend que si je reçois 152 498 chats et si j’en reçois 152… je n’ai pas tout à fait besoin du même hangar ». Puis, il se retourne vers Jacob et lui demande pourquoi il pensait que d’additionner 152 + 608 allait l’aider. Il termine en disant : « Ça t’a donné environ 750, c’est ce que tu disais? ». Voyant que certains élèves ont des doutes face à cette estimation et que l’élève n’est pas en mesure d’expliciter davantage son raisonnement, le chercheur-enseignant reprend le raisonnement avec eux.

C-E On a des cents [pointant le chiffre 1 du 152 et le 6 du 608], on a une centaine plus 6 centaines, ça fait 700. On a cinquante, donc 750 [pointant le 5 du 152 et le 0 du 608] et là 2 et 8 [pointant les unités]. Oh! Ça nous donne 10, donc ça nous donne 760 comme réponse. (Figure 5.2)

Mais, là moi la question que j’ai… 152 et 152 498 ce n’est pas du tout les mêmes nombres. Mais, peut-être ça l’est un peu…Si tu les as pris… Aidez-moi donc, expliquez-moi donc…

Thomas Il manque les unités, dizaines et centaines.

C-E Donc, ça c’est quoi? C’est 152… ?

Thomas C’est unité de mille, dizaine de mille et centaine de mille.

C-E Dans le fond, c’est écrit 152, mais c’est comme si tu prenais 152 000 ?

Thomas Oui

Figure 5.2 Somme de 750 ou 760

Le chercheur-enseignant termine en résumant que, dans le fond, c’est la même chose. Dans un nombre à 3 chiffres, nous avons des unités, des dizaines et des centaines. Et dans un nombre à 6 chiffres, cette structure se répète avec des unités de mille, dizaines de mille et centaines de mille. Il conclut en affirmant à Jacob que sa stratégie est intéressante puisque ça fonctionne de la même façon. Il est donc possible de faire comme si le reste du nombre – la partie du 498 et la partie du 947 – n'était pas là pour faire l'estimation, soit de conserver seulement le 152 et le 608 qui nous donne 760 (Figure 5.2). Le chercheur-enseignant rappelle aux élèves que la question initiale consistait à se demander si ce serait un peu plus proche de 750 000 que de 800 000.

Ce Moment 2 offre une autre illustration de la dimension **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir les contenus**. Il est possible de dégager que les élèves *font des liens entre les idées mathématiques émises* et *développent des compréhensions mathématiques* sur la structure du système de numération de position décimale. Du même souffle, les élèves *construisent du sens* sur ce système de numération. Un type de questionnement tel que : « Donc, toi tu n'as pas regardé le nombre au complet, tu en as regardé un bout? » et « Qu'est-ce qui te dit que ça va marcher? », fait que les élèves *explorent les raisonnements mathématiques sous-jacents* à l'idée de ne pas travailler avec le nombre au complet. C'est ce qui mène Thomas à préciser que lorsque Jacob dit qu'il a additionné le 152 et le 608, il faut comprendre qu'il parle d'unité de mille, de dizaine de mille et de centaine de mille.

À plus petite échelle, il est aussi possible de cibler un court passage illustrant cette fois-ci une des dimensions méta-mathématiques, soit **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. Lorsque le chercheur-enseignant demande aux élèves « Aidez-moi donc, expliquez-moi donc… », cela mène Thomas à prendre la parole afin de partager une justification à la stratégie exposée par Jacob. Thomas témoigne ainsi qu'il est *curieux* et qu'il *émet et justifie des idées* au regard de la discussion qui se déroule en classe. Par la même occasion, cet élève montre qu'il *tente de comprendre les raisonnements, les explications et les justifications des autres* élèves. Cette prise de parole illustre que les élèves *communiquent des idées mathématiques* et *expriment publiquement un raisonnement* mettant en lumière que ces derniers considèrent qu'offrir une stratégie et une réponse n'est pas suffisante : les élèves et le chercheur-enseignant cherchent à comprendre le sens des stratégies et réponses données.

<u>Moment 3 : Estimation à 1500 VS 41, 410 et 4100 !</u>

Suite à l'intervention du chercheur-enseignant sur la structure du système de numération de position décimale au Moment 2, Léo prend la parole affirmant qu'il connait « la » réponse finale.

Léo	Je sais c'est quoi la réponse finale.
C-E	<u>Attends. Est-ce qu'on a fait le tour?</u> Avant que tu nous donnes la réponse finale.
William	Il manque peut-être un truc. On pourrait additionner le 498 et le 947.

Avant de poursuivre vers cette nouvelle avenue, le chercheur-enseignant revient sur les deux estimations possibles. L'estimation de 800 000 est obtenue en transformant 152 498 en 200 000 en arrondissant à la centaine de mille et 608 947 arrondi à 600 000. Et, la seconde estimation est obtenue en arrondissant les nombres à 150 000 et 600 000 pour obtenir 750 000. En terminant, il rappelle aux élèves qu'ils en sont venus à la conclusion que la réponse pouvait être entre ces deux nombres, quoique plus proche du 750 000.

Léo reprend la parole et dit qu'il a tout calculé et que la réponse est 760 445. Quelques élèves réagissent en cœur avançant que Léo a fait une erreur et que c'est plutôt 761 445. Le chercheur-enseignant lance à ce moment une « nouvelle estimation » sur la somme de 498 et 947.

Après quelques instants, Tristan propose 1500 comme estimation à cette somme, puis la révise à 4100... le chercheur-enseignant note textuellement au tableau ce qu'il lui dit (Figure 5.3).

C-E	<u>OK, comment tu arrives à 1500?</u>
Tristan	7 plus 8, ça donne 15.
C-E	OK [C-E écrit au tableau 7 + 8 = 15] <u>Comment tu arrives à 1500?</u>
Tristan	9 plus 4, ça égale 13

C-E	OK, tu continues là-dessus…
Emma	Il te fait la réponse… [Le ton utilisé par l'élève semble indiquer qu'elle veut dire au C-E que Tristan ne répond pas à la question.]
C-E	OK, donc 9 et 4 ça te donne 13.
Tristan	Et l'autre 9 et 4 donne 13 aussi.
C-E	Donc, là ça fait 41. (Figure 5.3)
Tristan	Oui, 4100.
C-E	4100? Mais, là, on est loin de ton 1500 de tantôt...?

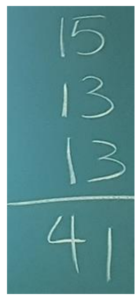


Figure 5.3 Somme de 41

À ce moment, le chercheur-enseignant demande aux élèves de prendre un papier et un crayon, de calculer la somme de 498 et 947 et d'essayer de voir si c'est possible que le résultat soit 4100. Après quelques minutes de travail, la discussion de groupe reprend et un élève, Raphaël, s'avance au tableau pour reprendre l'addition.

C-E	Explique-nous ce que tu fais.
Raphaël	Tu fais 3 plus 3, 6. Plus 5, ça donne 11. Puis, là ça donne 41 [15 + 13 + 13 est inscrit au tableau]. Et, il ne faut pas ajouter deux zéros.
C-E	Pourquoi?
Raphaël	Ici, c'est les unités et ici, c'est les dizaines.
C-E	Donc là, la réponse finale de 498 plus 947, tu me dis ce n'est pas 4100, c'est 41.
Raphaël	Ben oui…
C-E	Qu'est-ce que vous en pensez?
Raphaël	Ah non! Tu ajoutes un zéro.
C-E	410

Raphaël	Parce qu'on est dans les centaines.
C-E	Donc là, 4100, on se dit que ce n'est peut-être pas la bonne réponse. On nous a proposé de les réadditionner et comme ce sont des centaines… on va ajouter un zéro pour que ça donne 410.
Raphaël	Mais, ça n'a même pas rapport le 15, le 13 puis le 13.

[Emma va au tableau et écrit

$$\begin{array}{r} 947 \\ \underline{+\ 498} \end{array}$$

C-E	Tu as additionné 947 et 498. Explique-nous ce que tu fais.
Emma	J'ai fait 947 parce que c'est le plus gros plus 498. 8 plus 7, ça donne 15. [Elle continue en silence en écrivant au tableau.]
C-E	Donc, toi, tu nous as fait l'algorithme d'addition. Tu as fait : 7 + 8 = 15 et tu as retenu 1. Ensuite, tu as fait 9 + 4 = 13 et j'ajoute 1, donc 14. Je retiens mon 1 ici, 9 + 4.
Emma	Ben, j'ai fait le 9 avec le 1, ça fait 10 plus 4.
C-E	Ah OK. Bon, on aurait aussi pu faire 9 plus 4, 13 plus 1, 14. Et là, tu as écrit 14. Alors, on arrive à 1445
Emma	C'est proche du 1500.

Il est possible d'observer dans ce Moment 3 la dimension **Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur les idées mathématiques**. Grâce à cette opportunité de plonger dans une nouvelle estimation, les élèves explorent et creusent les concepts mathématiques en jeu. À travers l'utilisation de relances et de questions simples, axées sur l'investigation comme « Explique-nous ce que tu fais », « Pourquoi? » ou « Qu'est-ce que vous en pensez? », les élèves *réfléchissent et se questionnent* sur les différentes réponses obtenues à la somme de 947 et 498 et *ne se concentrent pas uniquement* sur le fait d'obtenir *la réponse*. Par exemple, Raphaël tente de donner un sens à la solution obtenue précédemment par Tristan (le 41 qui devient 4100) en s'appuyant sur l'ordre de grandeur des nombres additionnés. Toutefois, il demeure sceptique face à cette solution (4100), ce qui le mène à avancer que ça pourrait plutôt être 410 et finalement, à affirmer « Mais, ça n'a même pas rapport le 15, le 13 puis le 13. ». Puis, Emma a recours à l'algorithme qu'elle connaît pour remettre en avant que l'estimation de 1500 offerte par Tristan a du sens puisqu'elle obtient 1445.

Moment 4 : Les retenues

Après avoir exploré cette « nouvelle » estimation, le chercheur-enseignant propose aux élèves de revenir sur une « bonne » erreur et de tenter de comprendre ce qui s'est passé.

C-E	OK, moi je veux revenir à ça par contre. On a l'air d'avoir fait une erreur, mais je pense que c'est une bonne erreur… il y a quelque chose d'intéressant là-dedans. Alors, vous avez dit : ça pas rapport les 15, 13, 13… <u>On va essayer de les trouver.</u>
Olivia	Il manque les retenues.
C-E	Donc, lorsque je t'ai questionné [s'adressant à Tristan], tu as dit « J'additionne 7 et 8 ça donne 15 ». J'ai écrit 15. Après j'additionne 9 et 4, ça donne 13. J'ai écrit 13. Emma aussi a fait cela.
Tristan	Mais, elle a pris la retenue.
C-E	Ce qui lui a donné 14. Mais son 13, il est ici [pointant le 4 et le 9 à la position des dizaines] OK, alors on va la mettre la retenue. Donc, 15, ensuite, ça va être 14 et l'autre aussi 14. Donc, 43.
William	Mais, on a oublié les centaines pis toute!
C-E	<u>Ça veut dire quoi ça, William?</u>
Thomas	Dans le fond, c'est 498. Ce n'est pas des unités pis des dizaines. C'est des centaines, des unités et des dizaines.
C-E	<u>Mais là, mon 15 est-ce que c'est bon?</u>
Thomas	Oui c'est bon. Le 14 n'est pas bon. Parce que c'est des dizaines, c'est 40 plus 90.
C-E	Ah! Donc, ce n'est pas 4 plus 9.
Thomas	Non, c'est 40 plus 90.
C-E	Ou c'est 4 dizaines plus 9 dizaines.
Thomas	Oui
C-E	<u>OK, donc mon 13 il est bon si j'écris dizaines à côté?</u>
Thomas	Oui
C-E	OK, ça, ça marche. Ici (pointant le 15), je vais écrire unités. <u>Donc, ça a un peu plus rapport.</u>
Thomas	Oui, le 13, vu que c'est des dizaines, tu ajoutes un zéro.
C-E	Ah, le 13 dizaines, tu aimerais voir que c'est écrit 130. <u>Et le 15, je le laisse comme ça ?</u>
Thomas	Oui, c'est des unités.
C-E	<u>L'autre 13, lui?</u>
Thomas	L'autre 13, c'est des centaines, donc tu ajoutes deux zéros.
C-E	Donc, c'est 9 plus 4, 13. Mais, c'est 9 centaines et 4 centaines. Ça donne 13 centaines. <u>J'additionne tout cela ensemble…</u>
Thomas	Oui

C-E	Mais, là tu as dit qu'il faut que je l'écrive avec deux zéros. [Au tableau on a maintenant 15 + 130 + 1300 en colonne] (Figure 5.4).
Thomas	Là, ça va donner bon.
C-E	Est-ce qu'on arrive à la même réponse que toi Emma?
Élèves	Oui [C-E fait l'addition au tableau et obtient 1445, comme Emma]

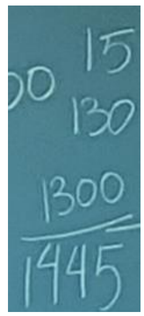


Figure 5.4 Somme de 1445

Dans ce Moment 4, il est possible d'observer à nouveau la dimension **Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur les idées mathématiques**. Dans cet extrait, tout le travail fait sur l'addition du 15 + 13 + 13 fait en sorte que les élèves *s'interrogent sur de fausses conceptions* au sujet de leur application « mécanique » de l'algorithme d'addition. En effet, lorsque le chercheur-enseignant demande « Ça veut dire quoi ça, William? » ou « Mais là, mon 15 est-ce que c'est bon? » ou « OK, donc mon 13 il est bon si j'écris dizaines à côté? », ce type de questionnement mène les élèves *à réfléchir sur la structure des concepts* sollicités. Cela permet, ici encore, d'approfondir le concept de la numération de position décimale, sous-jacente à l'application de l'algorithme de l'addition. Enfin, les élèves témoignent, par leurs prises de parole, qu'ils *réfléchissent et se questionnent* sur les idées mathématiques émises, et ce, indépendamment que ce qui est offert soit adéquat ou erroné.

À l'intérieur de ce même Moment 4, il est aussi possible de cibler, à plus petite échelle, une intervention d'un élève représentant une autre des dimensions mathématiques des retombées d'un questionnement, soit **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. Par exemple, Thomas avance « Dans le fond, c'est 498. Ce n'est pas des unités pis des dizaines. C'est des centaines, des unités et des dizaines. », offrant une illustration d'un élève qui *revient sur une solution* offerte par un autre élève afin de *la retravailler et de la valider*. Ainsi, Thomas ne se contente pas d'écouter et de garder pour lui-même sa compréhension, il *argumente et fournit des explications et des justifications relatives aux idées mathématiques émises* par un pair. Par son intervention, Thomas permet de donner un sens à l'addition du 15 + 13 + 13. Enfin, en *émettant des idées et en échangeant sur celles-ci,* Thomas précise au chercheur-enseignant de même qu'aux autres élèves que « le 13, vu que c'est des dizaines, tu ajoutes un zéro. » et « L'autre 13, c'est des centaines, donc tu ajoutes deux zéros » obtenant ainsi l'addition 15 + 130 +1300 qui donne un résultat proche de l'estimation initiale de Tristan, soit 1500.

5.1.2 Passages illustrant la dimension *Rapport au savoir*

Dans cette Séance 1 sur l'estimation, il est possible de cibler quelques passages illustrant une des dimensions méta-mathématiques des retombées d'un questionnement, soit **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**. À ce sujet, Borasi (1987, 1994) souligne qu'un type de questionnement menant les élèves dans une investigation des idées mathématiques encouragerait ceux-ci à émettre des doutes constructifs face à certaines affirmations et leur permettrait d'adopter une attitude saine face aux erreurs. Celui-ci amènerait les élèves à voir que les mathématiques ne sont pas fixes ou externes, qu'il existe des ambiguïtés et des incertitudes au sein des mathématiques qui rendent ces dernières plus riches et explorables.

D'abord, au Moment 2, lorsque William avance « Mais, ça me surprendrait que ça dépasse le 800… », il partage aux autres élèves une intuition ou un doute et, par le fait même, il invite ces derniers à explorer cette idée. Les questionnements du chercheur-enseignant : « Oh! Est-ce que ça peut dépasser 800 000? » et « Est-ce que ça peut être plus haut que 800 000? Je trouve que c'est une excellente question. » conduisent les élèves à *émettre des doutes relativement à certaines affirmations* et *à mener une investigation sur le développement d'idées mathématiques émises,* comme Jacob le fait en investiguant l'idée avancée par William. En effet, Jacob partage sa solution qui consiste à ne tenir compte que d'une « portion » des nombres à additionner et affirme que, selon lui, la réponse se situera dans les 700 000.

Ensuite, au Moment 3, lorsque Léo dit qu'il connait la réponse finale, le chercheur-enseignant lui demande d'attendre et demande aux élèves « Est-ce qu'on a fait le tour ? Avant que tu nous donnes la réponse finale » menant les élèves à *voir que les mathématiques sont une discipline d'exploration*, et de ce fait, les élèves *ne se concentrent pas uniquement sur la réponse*. Cette « insistance » sur l'exploration conduit William à proposer qu'« Il manque peut-être un truc. On pourrait additionner le 498 et le 947 » et ceci ouvre la porte à ce que les élèves *mènent une nouvelle investigation sur le développement d'idées mathématiques* au sujet de cette « nouvelle » tâche qui vient d'émerger.

Enfin, au Moment 4, lorsque le chercheur-enseignant dit « OK, moi je veux revenir à ça par contre. On a l'air d'avoir fait une erreur, mais je pense que c'est une bonne erreur… il y a quelque chose d'intéressant là-dedans. Alors, vous avez dit : ça pas rapport les 15, 13, 13… On va essayer de les trouver », il mène les élèves à *adopter une attitude respectueuse relativement aux erreurs* et à s'y intéresser. En creusant cette « bonne » erreur, les élèves dépassent le simple fait de constater l'erreur et de la rejeter. Ainsi, lorsque William mentionne qu'ils ont « oublié les centaines pis toute! », Thomas prend le relais et recommence le raisonnement du début. Thomas verbalise chacune des étapes de l'addition en s'appuyant sur la valeur de position de chaque nombre. Le temps accordé à la réflexion et aux raisonnements sur cette erreur témoigne, chez les élèves, d'une attitude d'ouverture et de respect face à celle-ci.

5.1.3 Synthèse des retombées – Séance 1

Au Chapitre 3, il a été mentionné au sujet de la méthodologie du *Teaching Experiment* que le but du chercheur-enseignant est d'explorer les compréhensions mathématiques des élèves et de faire émerger, par son questionnement, les raisonnements mathématiques de ceux-ci. Cette séance offre une illustration des retombées de ce type de questionnement au niveau des réflexions sur les idées mathématiques émises en classe. Les explications données par les élèves mettent en avant plan que ce type de questionnement non factuel, axé sur la justification, participe à l'émergence de raisonnements mathématiques importants chez les élèves et conduit ces derniers à approfondir les contenus sollicités par les échanges.

Dans cette Séance 1, il est possible de dégager la dimension mathématique **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus**. Il a été exposé, notamment par Nesbitt Vacc (1993), que les questions non factuelles ont pour but de faire ressortir les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu. Ce type de questionnement contribuerait à développer les compréhensions et compétences mathématiques des élèves. C'est ce qui a été mis en avant dans l'analyse des Moments 1 et 2 de cette Séance 1 sur l'estimation.

Ainsi, les élèves plongent dans une *investigation sur les idées mathématiques* offertes en classe en s'y intéressant et en les creusant, notamment lorsqu'ils discutent de la notion d'acceptabilité d'obtenir deux résultats différents pour une même estimation. De plus, les élèves *font des liens entre les idées mathématiques émises* en tentant de savoir si la réponse est plus proche de l'une ou l'autre des estimations. Grâce à ces investigations impulsées par le questionnement du chercheur-enseignant, les élèves *explorent les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu* lors d'une estimation portant, dans ce cas, sur la somme de deux nombres. Ensuite, lors du partage d'une stratégie d'un camarade qui n'utilise pas le nombre au complet pour faire son estimation, les élèves ont eu l'occasion de *construire du sens* au sujet du système de numération de position décimale et de la notion d'estimation. Enfin, en abordant la structure du système de numération de cette façon, cela a pour effet que les élèves *développent des compréhensions et des compétences mathématiques* sur le sujet.

Dans une plus petite mesure, le Moment 2 illustre une des dimensions méta-mathématiques des retombées d'un questionnement, soit **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les**

compréhensions mathématiques déployées. À ce sujet, Bauersfeld (1994) avance qu'un questionnement ouvert, favorisant les interactions en classe, permettrait d'amener les élèves à être curieux, à réfléchir, à se questionner, à échanger, à émettre et à justifier des idées, à dégager des patterns et à explorer les concepts mathématiques en jeu.

Cette dimension est mise en lumière lorsque les élèves *communiquent des idées mathématiques* et *expriment publiquement un raisonnement.* D'abord, les élèves prennent parole afin de partager une justification à une stratégie exposée par un pair, ce dernier considère seulement une partie des deux nombres à additionner pour faire son estimation. Par ces prises de parole, provoquées par le questionnement du chercheur-enseignant, les élèves témoignent d'une *curiosité* et d'un désir *d'échanger et de justifier des idées* au regard de la discussion qui se déroule en classe. De plus, ceux-ci exposent par la même occasion une volonté d'*écouter et de tenter de comprendre les raisonnements, les explications et les justifications des autres* élèves, mettant ainsi en avant plan un désir de faire des mathématiques pour les comprendre et leur donner du sens.

D'autres extraits de cette Séance 1 illustrent, quant à eux, la dimension mathématique **Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur les idées mathématiques**. À ce sujet, Schuster et Canavan Anderson (2005) mentionnent qu'un questionnement ouvert et accessible inviterait les élèves à réfléchir, à comprendre et à partager leurs raisonnements avec les autres élèves de la classe et leur enseignant. Ces questionnements inciteraient, selon eux, les élèves à écouter les idées des autres, à discuter des raisonnements et idées mathématiques émises. C'est ce qui a été mis en lumière dans l'analyse des Moments 3 et 4 de cette séance.

Cette dimension est présente dans la séance notamment lorsque les élèves *réfléchissent et se questionnent* sur les différentes réponses obtenues et lorsqu'ils *ne se concentrent pas uniquement sur* le fait d'obtenir *la réponse*. Par exemple, en s'attardant à l'addition du 15 + 13 + 13, des idées mathématiques signifiantes émergent faisant en sorte que les élèves se questionnent sur ce qui pourrait se nommer une « application aveugle » de l'algorithme d'addition et réfléchissent à comment celui-ci fonctionne. Ce travail fait que les élèves *réfléchissent sur la structure des concepts* et approfondissent leur compréhension du système de numération de position décimale sous-jacent à l'algorithme d'addition. De plus, par cet échange, les élèves ont l'occasion d'*interroger de fausses conceptions* qu'ils ont au sujet de celui-ci. Bref, il est possible de constater que le questionnement et les relances du chercheur-enseignant font réfléchir les élèves sur les idées mathématiques émises.

Enfin, la dimension mathématique **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution** est observée à plus petite échelle à l'intérieur du Moment 4. À ce sujet, Borasi (1987, 1994) soulève que, par le travail d'investigation sur les erreurs, de nouveaux questionnements émergent en cours de route (de la part de l'enseignant, mais aussi des élèves eux-mêmes). Ces questionnements permettraient d'ouvrir sur de nouvelles explorations mathématiques amenant les élèves à verbaliser leurs idées mathématiques et à les communiquer de même qu'à justifier leurs solutions, à y revenir pour les retravailler et les valider.

Une intervention d'un élève au Moment 4 illustre que les élèves *émettent des idées et échangent sur celles-ci*, par exemple lorsque celui-ci arrive à donner un sens à l'addition du 15 + 13 + 13 en *argumentant et en fournissant des explications et des justifications relatives à une idée mathématique* proposée par un collègue de classe. En effet, cet élève *revient* sur l'idée proposée *pour la retravailler et la valider* en expliquant que les nombres ont été additionnés comme s'ils étaient tous à la position des unités et des dizaines alors que certains sont à la position des centaines et des unités de mille, obtenant plutôt cette addition 15 + 130 +1300.

En terminant, comme l'illustre le Tableau 5.3 ci-dessous, cette Séance 1 a mis en avant de façon spécifique quatre des dimensions des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves. De plus, la septième dimension **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**, qui se retrouve en trame de fond dans l'ensemble des séances, a été mise en lumière dans trois moments.

Tableau 5.3 Dimensions présentes dans la Séance 1 : L'estimation

	Moment 1	Moment 2	Moment 3	Moment 4
Dimensions présentes au 1er niveau	Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus.		Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur les idées mathématiques.	
Dimensions présentes au 2e niveau		Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées.		Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution.
Dimension en trame de fond		Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique.		

5.2 Séance 2 : Les stylos

La Séance 2 a été divisée en deux moments. Le Moment 1 est relatif à la dimension **Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation**. Le Moment 2 porte sur la dimension **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. À plus petite échelle, le Moment 2 permet également de mettre en lumière la dimension **Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation**. Le Tableau 5.4 illustre les dimensions de cette séance.

Tableau 5.4 Dimensions présentes dans la Séance 2 : Les stylos

	1er niveau – ensemble de la séance	2e niveau – moments précis de la séance
DIMENSIONS DES RETOMBÉES DU QUESTIONNEMENT	Culture de classe	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation
	Pratiques de mathématisation	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation

5.2.1 Analyse de la Séance 2

Voici un extrait d'une séance où les élèves doivent résoudre le problème suivant.

> Dans une fabrique de stylos, on en rejette 2 sur 50 parce qu'ils ne respectent pas les normes de qualité de la compagnie. Sur 1000 stylos que l'on fabrique, combien en conserve-t-on?

Le chercheur-enseignant affiche le problème au tableau, puis demande aux élèves de le résoudre par écrit. Après quelques minutes de travail, la discussion s'amorce.

Un premier élève, Tristan, offre comme solution 975. Il explique que 2 sur 50 correspond à 25 stylos, car c'est « comme la moitié de 50 ». Il obtient 975 en enlevant ces 25 stylos des 1000 stylos fabriqués. Le chercheur-enseignant demande si d'autres élèves ont aussi obtenus 975. Un élève dit qu'il a fait sensiblement la même chose que Tristan et qu'il a obtenu la même réponse. Le chercheur-enseignant demande alors si d'autres élèves ont fait « la moitié de 50 ». Philippe prend la parole pour dire que lui n'a pas fait cela.

<u>Moment 1 : 20 fois des 50 dans 1000</u>

Philippe	Ben moi pas vraiment… Ben moi dans mon 1000… ben moi j'ai fait 50… ben… j'ai fait 20 fois 50.
C-E	OK, toi tu as fait 20 fois 50. <u>Explique-moi pourquoi tu as fait 20 fois 50?</u>
Philippe	Dans mon 1000, j'ai essayé d'aller jusqu'à 1000 en bonds de 50.
C-E	Donc, 20 fois 50 c'est 1000. OK. <u>Et qu'est-ce que tu fais ensuite avec ça?</u> [C-E écrit au tableau 20 x 50 = 1000]
Philippe	À tous les cinquante, j'ai ôté un 2 dedans.
C-E	OK, puis <u>tu en as combien de 50?</u>
Philippe	J'en ai 20.
C-E	Ah, OK. Donc là, tu nous dis que dans le fond, dans 1000 tu as 20 fois des 50. Et à chaque fois que tu en as 1 cinquante, tu en enlèves 2 (des crayons). <u>Combien tu en as des 50?</u> <u>Tu nous as dit que tu en as 20 fois des 50, donc tu vas en enlever…?</u>
Philippe	20 fois 2. Mais, je n'ai pas terminé.
C-E	<u>Est-ce que quelqu'un a fait quelque chose qui se ressemble?</u>
Nicolas	20 x 2, ça m'a donné 40.

Nicolas prend la parole, reconnaissant qu'il a fait quelque chose de similaire à Philippe. Il explique qu'il a multiplié 20 par 2 ce qui lui donne 40 stylos. Ensuite, il a enlevé ces 40 stylos du 1000 et obtient 960. Le chercheur-enseignant mentionne aux élèves qu'il y a maintenant deux réponses et fait un lien avec la séance précédente sur l'estimation où plusieurs possibilités de réponses ont été explorées. Puis, William lève la main et affirme qu'il obtient aussi 960, mais avec une stratégie différente de Nicolas.

William	Dans le fond, moi ce que j'ai fait, j'ai compris un peu comme Philippe. J'ai un 50, j'en enlève 2 ça fait 48.
C-E	Donc, à chaque fois que j'ai un 50, dans le fond il m'en reste 48. [C-E écrit 50 → 48 au tableau] (Figure 5.5)
William	Parce qu'il y a 2 stylos qui ne marchent pas sur les 50.
C-E	OK
William	À la place d'écrire 20 fois la même affaire, j'ai écrit « 20 fois ». Parce que c'est comme si tu le faisais 20 fois. Parce que ça donne tout le temps la même réponse.

C-E	Ça veut dire quoi ça, ça donne tout le temps la même réponse. Pourquoi tu dis ça?
William	Parce que tu as vingt 50, comme Philippe disait. À chaque fois que tu enlèves 2 à un 50, ça donne 48.
C-E	Donc, tu as 20 cinquante dans 1000, donc tu vas avoir 20 fois 50 stylos dans 1000. Et là, à chaque fois que tu as 1 cinquante, finalement on en a 48. J'en ai moins.
William	Quand tu as trouvé cette réponse-là, tu fais 48 x 20 et ça donne 960.

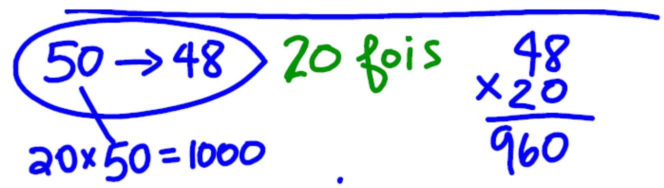


Figure 5.5 20 fois 48

C-E	Ah, c'est pour cela ton 960…
	OK. Dans ton cas tu soustrais 2 stylos à chaque fois que tu as 1 cinquante. Donc, tu soustrais 40 du 1000. Puis, toi, William, tu obtiens 48 à chaque fois que tu as 50 et tu fais ça 20 fois.
William	Et je me suis assuré comme Philippe, j'ai fait aussi 20 fois 50 pour m'assurer que ça donne vraiment 1000.

Dans ce Moment 1, il est possible d'observer la dimension **Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation**. En effet, les élèves *s'engagent dans une investigation et le développement d'une pensée mathématique et fournissent des explications et des justifications aux idées mathématiques émises* (*celles proposées ou celles des autres*). Par exemple, lorsque le chercheur-enseignant demande à Philippe « Explique-moi pourquoi tu as fait 20 fois 50? », cette question le mène à expliquer la stratégie (compter par bonds) qui se cache derrière le calcul fait : « Dans mon 1000, j'ai essayé d'aller jusqu'à 1000 en bonds de 50. ». De plus, les élèves *écoutent les idées des autres, discutent des raisonnements et des idées mathématiques émises* et *comparent leur raisonnement avec celui des autres*. Par exemple, lorsque le chercheur-enseignant demande « Est-ce que quelqu'un a fait quelque chose qui se ressemble? », Nicolas saisit l'occasion d'exprimer qu'il a utilisé une stratégie similaire à celle de Philippe et il complète même la solution amorcée par celui-ci. Il en est de même pour William qui affirme : « Dans le fond, moi ce que j'ai fait, j'ai compris un peu comme Philippe. J'ai un 50, j'en enlève 2 ça fait 48. ».

Moment 2 : 975 ou 960 ?

La séance se poursuit où d'autres élèves partagent leurs stratégies et solutions. Après un certain temps, le chercheur-enseignant ramène les élèves à la première stratégie partagée par Tristan.

C-E	La question que j'ai pour vous est sur la première stratégie. Elle a été bien expliquée, personne n'a dit que ça ne marchait pas… Ce n'est quand même pas loin de 960 qui est l'autre réponse. Donc, là, prenez un peu de temps pour savoir en quoi ça fonctionne ou ça ne fonctionne pas cette stratégie-là… La compagnie, elle n'a pas de temps en temps mis de côté 975 bons stylos et d'autres fois 960. Ils ont une procédure, on devrait avoir le même nombre de stylos. Alors, là essayez de regarder la stratégie ici et de la comprendre. Est-ce que la stratégie fonctionne ou ne fonctionne pas ? Si ça fonctionne, pourquoi? Si ça ne fonctionne pas, pourquoi?
Aurélie	Ce n'est pas la moitié, c'est sur cinquante.
C-E	Donc, toi tu dis que cette stratégie ne fonctionne pas par rapport au problème, car ce n'est pas la moitié, c'est sur 50. Qu'est-ce que ça veut dire « sur 50 »?
Aurélie	Chaque 50, tu en enlèves 2 stylos qui ne fonctionnent pas.
C-E	OK. À chaque fois que tu en as 50, tu en enlèves 2 qui ne fonctionnent pas. Et non pas 50 divisé par 2.
Thomas	Moi, je dis que 975 ça marche pas parce que c'est 50 moins 2, pas divisé par 2.
C-E	Mais pourquoi c'est 50 moins 2? Donc, là on se dit en fait : est-ce que c'est 50 moins 2 ? Est-ce que c'est 50 divisé par 2? et on se dit, ce n'est pas 50 divisé par 2...
Thomas	Oui
C-E	Toi, tu dis c'est 50 – 2.
Thomas	Parce que 2 sur 50 que tu enlèves, donc c'est 50 – 2.
C-E	OK, donc on obtient notre 48 de tantôt. William, tu avais obtenu 48 aussi.
Thomas	Oui, mais moi ce que j'ai fait 50 fois 20, ça fait 1000 et j'ai fait 20 fois 2, ça fait 40 et 1000 moins 40.
C-E	Oui, comme on avait ici… [stratégie de Philippe, complétée par Nicolas]
Thomas	Ça m'a donné 960. Mais moi, je ne suis pas d'accord avec ça ici [il se lève et pointe au tableau]. Ici, c'est comme s'il avait fait 50 divisé par 2 égal 25. (Figure 5.6).

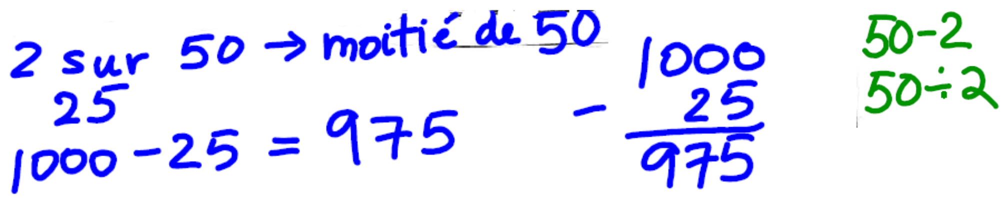


Figure 5.6 La moitié ou divisé par deux

C-E	Donc toi, tu n'es pas d'accord avec ça… Parce que…?
Thomas	Non, ce n'est pas une division. Ici c'est écrit 2 sur 50 et sinon, ils auraient écrit : ils ont enlevé la moitié.
C-E	Ah! On aurait pu écrire : chaque 50, on en enlève la moitié.
Samuel	C'est écrit, on en rejette 2 sur 50. Rejette, ça veut dire qu'on en jette 2 sur 50. Je suis d'accord avec Thomas.
Émilie	Aussi, on en enlève 2 par 50.
C-E	Oui, chaque 50 on en enlève 2. Alors qu'ici on enlève 25 uniquement 1 fois et au lieu d'en enlever 2 elle en a enlevé 25.
William	Je ne suis pas d'accord avec Tristan, car il faut faire une soustraction et non une division…
C-E	Dans le fond, on se dit qu'on en enlève 2 à chaque fois qu'on en a 50 et non pas la moitié ou 25 qui serait la moitié de 50…
William	Et je dis aussi comme Émilie qu'avec sa méthode il faudrait en enlever plus.
C-E	Si c'était la moitié qu'on rejetait et qu'on avait 1000 stylos, combien on en rejetterait au total?
Élodie	500, parce que c'est la moitié de 1000.

Dans ce Moment 2, il est possible d'observer la dimension **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. En effet, les élèves *écoutent et tentent de comprendre les raisonnements, les explications et les justifications des autres*. De plus, ils *commentent et défient ce qui est dit par les autres en se questionnant, en relançant et en argumentant*. Plusieurs élèves (Aurélie, Thomas, Samuel, Émilie et William) *communiquent des idées mathématiques* en prenant parole pour dire qu'ils sont d'accord ou pas avec telle affirmation ou telle stratégie.

Par exemple, lorsque le chercheur-enseignant demande aux élèves « Est-ce que la stratégie fonctionne ou ne fonctionne pas? Si ça fonctionne, pourquoi? Si ça ne fonctionne pas, pourquoi? », plusieurs élèves prennent position témoignant ainsi d'une *curiosité*, d'un désir d'*échanger, d'émettre et de justifier des idées*. Aurélie amorce une justification en avançant « Ce n'est pas la moitié, c'est sur cinquante », puis Thomas prend le relais « Moi, je dis que 975 ça marche pas parce que c'est 50 moins 2, pas divisé par 2. ». Ensuite, par un questionnement du chercheur-enseignant comme : « Mais pourquoi c'est 50 moins 2? Donc, là on se dit en fait : est-ce que c'est 50 moins 2 ? est-ce que c'est 50 divisé par 2? », les élèves disent non seulement qu'ils sont d'accord ou pas, mais ils *expriment publiquement un raisonnement*. Par exemple, Thomas se lève, va au tableau et explique à tous que l'opération faite par Tristan ne correspond pas à ce qui est écrit dans l'énoncé du problème. Samuel abonde dans le même sens affirmant « C'est écrit, on en rejette 2 sur 50. Rejette, ça veut dire qu'on en jette 2 sur 50. Je suis d'accord avec Thomas. ». Émilie, quant à elle, émet son opinion sous un angle différent en avançant que même si la stratégie utilisée par Tristan était valide, il n'a pas complété la solution au problème. En effet, si la stratégie de retirer la moitié des stylos à chaque tranche de 50 stylos produits était adéquate, il aurait tout de même fallu répéter cette opération plusieurs fois (20 fois comme illustré dans d'autres raisonnements). Enfin, tout ce travail permet aux élèves d'en venir à expliquer la différence entre « rejeter 2 stylos sur 50 » et « rejeter la moitié des 50 stylos ».

À plus petite échelle, à l'intérieur du Moment 2, il est possible de cibler un passage illustrant la dimension méta-mathématique **Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation**. En effet, provoqué par le chercheur-enseignant lui demandant « Donc toi, tu n'es pas d'accord avec ça… Parce que… ? », Thomas *s'engage dans une argumentation*. Il affirme qu'il n'est pas d'accord avec la stratégie de Tristan et que le raisonnement de ce dernier est erroné. Il *explique et justifie le choix de la stratégie en faisant un lien avec la tâche* « Non, ce n'est pas une division. Ici, c'est écrit 2 sur 50 et sinon, ils auraient écrit : ils ont enlevé la moitié. ».

5.2.2 Passages illustrant la dimension *Rapport au savoir*

Dans cette Séance 2, il est possible de cibler quelques passages illustrant la dimension méta-mathématique **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**. Au Chapitre 3, il a été évoqué par Steffe et Thompson (2000), au sujet d'un *Teaching Experiment*, que le chercheur-enseignant peut semer un doute chez les élèves en remettant en question leurs raisonnements mathématiques afin que ceux-ci soient mis de l'avant et creusés davantage. Ainsi, les élèves développent une vision des mathématiques comme étant quelque chose en construction, une vision où les doutes et les incertitudes sont normaux et importants pour avancer en mathématiques. Cette vision des mathématiques mène les élèves à participer à des investigations sur le développement d'idées mathématiques, à ne pas se concentrer uniquement sur l'attente de la réponse et à adopter une attitude « saine » face aux erreurs en s'y intéressant et en émettant des doutes constructifs au sujet de certaines idées mathématiques sous-jacentes à ces erreurs.

Au tout début du Moment 2, le chercheur-enseignant ramène le groupe vers la première stratégie partagée par Tristan. Le chercheur-enseignant mentionne « Alors, là essayez de regarder la stratégie ici et de la comprendre pour voir si elle fonctionne ou si elle ne fonctionne pas. Est-ce que la stratégie fonctionne ou ne fonctionne pas? Si ça fonctionne, pourquoi? Si ça ne fonctionne pas, pourquoi? », ce questionnement conduit une élève à *mener une investigation* sur cette stratégie. En effet, cette élève exprime que, selon elle, le nombre de stylos à retirer n'est pas le bon puisque l'énoncé du problème dit qu'à chaque 50 stylos, 2 stylos sont retirés puisqu'ils ne fonctionnent pas. Elle témoigne ainsi qu'elle a essayé de comprendre et d'expliquer pourquoi la stratégie n'est pas adéquate. Puis, un autre élève renchérit sur cette idée en affirmant que ce n'est pas la bonne opération qui traduit la situation exposée dans ce problème. Ces prises de parole illustrent que les élèves ont une *attitude respectueuse relativement à une erreur* et qu'ils considèrent qu'il est pertinent d'en discuter.

Toujours au Moment 2, lorsqu'une autre élève affirme « Je ne suis pas d'accord, parce qu'on en enlève seulement 25. On dit qu'on en enlève 2 à chaque 50 et là on en a enlevé 25 une fois », elle *émet un doute relativement à une affirmation* d'un autre élève. Lorsque le chercheur-enseignant lui répond « Ah oui, OK. Donc, là le 25 qu'on enlève c'est juste pour 1 des 50. Tu nous dis même si elle était bonne cette stratégie, il faudrait l'enlever pour plein de fois. C'est ça que tu veux dire? », les élèves sont à même de voir qu'il est important d'avoir une attitude respectueuse relativement aux erreurs et que cela vaut la peine de s'y attarder un peu.

5.2.3 Synthèse des retombées – Séance 2

Au Chapitre 3, il a été mentionné qu'un aspect important d'un *Teaching Experiment* est l'établissement du lien de confiance entre les élèves et le chercheur-enseignant qui s'installe notamment à travers l'intérêt que démontre ce dernier envers les compréhensions mathématiques des élèves. En effet, il est possible de voir que ce lien de confiance crée un climat d'authenticité et d'ouverture envers les mathématiques des élèves qui permet de favoriser l'émergence de raisonnements et de façons de faire mathématiques chez ceux-ci (voir Proulx, J., Mégrourèche, C., 2021).

Il est possible de voir dans cette Séance 2 que ce climat et ce type d'accueil mettent en lumière la dimension méta-mathématique **Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation**. À ce sujet, il a été exposé par Watson et Mason (1998) qu'un type de questionnement favorisant l'engagement dans l'investigation et visant le développement d'une pensée mathématique mettrait en place un climat suscitant la réflexion chez les élèves afin qu'ils apprennent, pensent, raisonnent et communiquent leurs compréhensions des mathématiques. De plus, ce type de questionnement favoriserait la mise en place d'un climat de classe encourageant les élèves à justifier, vérifier, convaincre et réfuter des idées mathématiques. Abondant dans le même sens, Thompson et al. (1994) soulignent que, dans une classe ayant une orientation conceptuelle, il est attendu des élèves qu'ils expliquent et justifient leurs choix (p. ex., les opérations utilisées) en faisant des liens avec la tâche à résoudre, qu'ils commentent et défient ce qui est dit par les autres élèves de la classe en se questionnant, en se relançant, en argumentant. Ces aspects sont mis en lumière dans l'analyse de cette Séance 2.

D’ailleurs, le Moment 1 de cette Séance 2 permet d’observer que le questionnement du chercheur-enseignant conduit à ce que les élèves *s’engagent dans une investigation et le développement d’une pensée mathématique* et que ceux-ci *fournissent des explications et des justifications aux idées mathématiques émises (celles proposées ou celles des autres)*. Ceci se retrouve lorsqu’un élève se met à expliquer la stratégie (compter par bonds) sur laquelle repose le calcul qu’il a fait. En effet, l’élève explique qu’il a fait 20 fois 50 en essayant d’aller jusqu’à 1000 en bonds de 50. De plus, les élèves *écoutent les idées des autres, discutent des raisonnements et des idées mathématiques émises* et *comparent leurs raisonnements.* Ceci se produit, par exemple, lorsqu’un élève partage qu’il a utilisé une stratégie similaire à un camarade et complète la solution amorcée par celui-ci afin d’obtenir le résultat de 960 crayons.

Au Moment 2, il est possible d’observer la dimension méta-mathématique **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. À ce sujet, Rasmussen et al. (2004) avancent que dans une classe ayant une orientation conceptuelle, il est attendu des élèves qu’ils écoutent et qu’ils tentent de comprendre les explications et les justifications des autres. Il est également attendu d’eux qu’ils posent des questions, voire même défient les autres élèves lorsqu’ils ne comprennent pas ou qu’ils ne sont pas d'accord. Pour leur part, Cobb et al. (1994) avancent que, dans une classe investigative, il est attendu des élèves qu’ils expriment publiquement leur raisonnement, qu’ils émettent des conjectures, s’engagent dans une argumentation et justifient leurs affirmations.

Ce type de culture de classe est rendu possible par les interactions entre les élèves et l’enseignant et entre les élèves suite au questionnement mis en avant. Cette culture permet un climat qui, d’une part, favorise l’ouverture et l’intérêt pour les idées des autres et, d’autre part, met l’accent sur des dimensions conceptuelles en stimulant la réflexion, la communication et l’argumentation. Comme il est possible de l’observer dans ce Moment 2, cette culture de classe fait que les élèves *écoutent et tentent de comprendre les raisonnements, les explications et les justifications des autres* et qu'ils *communiquent des idées mathématiques* en prenant parole pour dire qu'ils sont d'accord ou pas avec telle affirmation ou telle stratégie. Ceci se produit, par exemple, lorsqu'une élève amorce une justification en avançant que ce n'est pas la moitié des crayons qu'il faut retirer. De plus, les élèves *commentent et défient ce qui est dit par les autres en se questionnant, en relançant et en argumentant*. Plusieurs élèves prennent position témoignant ainsi d'une *curiosité,* d'un désir d'*échanger, d'émettre et de justifier des idées*. Certains vont même au tableau pour expliquer en quoi la stratégie d'un camarade de classe n'est pas adéquate *défiant ainsi ce qui est dit par les autres en argumentant*. En effet, un premier élève avance que l'opération faite par un autre ne correspond pas à ce qui est écrit dans l'énoncé du problème. Puis, un second élève abonde dans le même sens en expliquant ce que le mot « rejette » veut dire dans ce contexte. Enfin, une troisième élève émet une opinion légèrement différente en avançant que même si la stratégie utilisée était valide (en retirer la moitié), la solution n'est pas complète en faisant qu'une seule fois cette opération. Bref, les élèves disent non seulement qu'ils sont d'accord ou pas, mais ils *expriment publiquement un raisonnement*. Ce climat fait en sorte que ce n'est pas uniquement l'enseignant qui a « l'autorité intellectuelle » de valider une solution ou un raisonnement : les élèves participent à l'évaluation de la justesse des affirmations émises et discutent par le fait même de ce qui est mathématiquement vrai, créant ainsi ce que nomme Cobb et al. (1994) une communauté de validation. Comme ces derniers exemples l'illustrent, le questionnement du chercheur-enseignant sur des dimensions conceptuelles, les relances et la mise en évidence des idées mathématiques qui surgissent dans l'action de la classe, font en sorte que les élèves raisonnent, partagent leurs stratégies, argumentent, se questionnent, se défient, comparent leurs solutions, etc.

Ce Moment 2 illustre à nouveau, cette fois à plus petite échelle, la dimension méta-mathématique **Le questionnement favorise le développement de pratiques de**

mathématisation. En effet, les élèves *s'engagent dans une argumentation*, par exemple lorsqu'un de ceux-ci *explique* que le raisonnement d'un autre est erroné en invalidant *le choix de la stratégie* (ici l'opération) qu'il a fait *en faisant un lien avec la tâche*. Cet élève affirme qu'il ne faut pas faire une division, puisque dans un tel cas le problème aurait précisé qu'ils en rejettent la moitié plutôt que 2 sur 50.

En terminant, comme l'illustre le Tableau 5.5 ci-dessous, cette Séance 2 a mis en avant de façon spécifique deux des dimensions des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves. De plus, la septième dimension **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**, qui se retrouve en trame de fond dans l'ensemble des séances, a été mise en avant.

Tableau 5.5 Dimensions présentes dans la Séance 2 : Les stylos

	Moment 1	Moment 2
Dimensions présentes au 1er niveau	Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation.	Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées.
Dimension présente au 2e niveau		Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation.
Dimension en trame de fond		Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique.

5.3 Séance 3 : Les critères de divisibilité

La Séance 3 a été divisée en trois moments. Ces trois moments sont relatifs à la dimension **Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre**. À plus petite échelle, le Moment 1 permet de faire ressortir la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. Le Tableau 5.6 illustre les dimensions de cette séance.

Tableau 5.6 Dimensions présentes dans la Séance 3 : Les critères de divisibilité

	1^er niveau – ensemble de la séance	2^e niveau – moments précis de la séance
DIMENSIONS DES RETOMBÉES DU QUESTIONNEMENT	Conjecturer	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation

5.3.1 Analyse de la Séance 3

Voici un extrait où la notion de critère de divisibilité est explorée. Le chercheur-enseignant note au tableau les nombres 46, 81, 70 et 106, puis demande aux élèves de déterminer lequel ou lesquels de ces nombres sont divisibles par 2.

Moment 1 : Comparer, argumenter

Un premier élève, Justin, nomme le nombre 46 et, à la demande du chercheur-enseignant, explique sa stratégie.

C-E	Comment tu sais ça?
Justin	Parce que le 4 on peut le séparer et le 6 aussi.
C-E	Qu'est-ce que vous en pensez?
Thomas	Ben moi, je le divise par 2, ça donne 23. (Figure 5.7)
C-E	Ah! Ça, c'est une autre façon. Donc, là toi tu dis on pourrait regarder le 4 et le 6 et toi tu dis on pourrait faire 46, c'est 23 plus 23.
Thomas	Oui… tu le divises…
C-E	Oh, divisé par 2. OK, donc 46 divisé par 2, ça donne 23. Donc, il est divisible par 2 parce que ça donne un nombre complet. Mais, je voudrais qu'on revienne sur ce que Justin a fait. Qu'est-ce que vous en pensez « regarder le 4 » et « regarder le 6 »?
William	Dans le fond tu regardes le 4 et le 6 pour voir si c'est un nombre pair ou impair. Les deux sont des nombres pairs, 0-2-4-6-8 c'est des nombres pairs et les nombres pairs ils se divisent tous par 2.
C-E	OK, c'est un peu ce que tu disais [s'adressant à Thomas]. Alors que 47…

Thomas	On ne peut pas le diviser en 2.
C-E	Est-ce qu'il y en a qui ont quelque chose à dire là-dessus… regarder le 4 et le 6?
Thomas	C'est comme si Justin avait dit 4 tu peux le diviser en 2, ça fait 2 et le 6 tu peux le diviser en 2, c'est 3.
C-E	Comme tu faisais ici… 4 divisé en 2 et 6 divisé en 2.
Raphael	J'aurais fait la même chose.

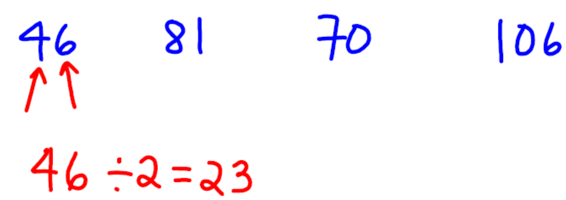


Figure 5.7 Divisé en deux

Un autre élève, Logan, nomme 106 puisque ce nombre divisé en deux donne 53. Le chercheur-enseignant demande alors s'il est possible d'utiliser la stratégie de Justin avec le nombre 106. Certains élèves disent oui, d'autres non. Ensuite, Logan reprend la parole et dit qu'il a fait d'abord le 100 qui est deux 50 et le 6 qui est deux 3 (Figure 5.8). Le chercheur-enseignant résume sa stratégie aux autres élèves en leur disant qu'il est possible, selon Logan, de regarder des bouts de 106 et que si chacun de ces bouts est divisible, alors le nombre 106 est divisible aussi. Puis, il demande aux élèves s'il est possible de découper ce nombre autrement. William prend la parole et avance que lui regarde le « 10 » du 106, qui est 100, puis le 6.

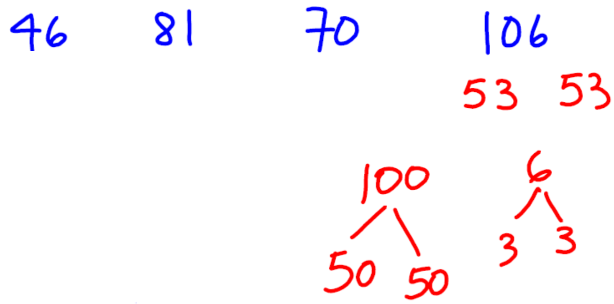


Figure 5.8 Découper le nombre 106

C-E Donc toi, William, tu dis que la stratégie de Justin fonctionne, qui était de regarder le 4 et le 6 parce que tu pourrais regarder le 10 et le 6 en sachant bien que c'est 10 dizaines et 6 unités. Dans le cas de Justin, comment on pourrait le dire aussi, si on le regarde en fonction des dizaines et des unités?

William 46 unités, 4 dizaines

C-E Dans le fond Justin ce que tu as fait, c'est dire, c'est un peu comme Logan tu as fait 100 et 6. Tu as regardé 40 et 6. Le 4 qui représente le 40, il se sépare en 2, puis le 6 il se sépare en 2.

Léo Il y en a un autre qui se divise aussi, c'est 70.

C-E Qui est d'accord que ça se divise en 2? Qui n'est pas d'accord… Qui n'est pas sûr…? [Une élève lève la main pour dire qu'elle n'est pas certaine.] Pourquoi tu dis que tu n'es pas certaine?

Anaïs Je ne suis pas certaine parce que le 7 est un nombre impair.

C-E Ouin… le 7 ici, c'est un nombre impair. Et le zéro? [Certains élèves disent : c'est pair] On pourrait dire que c'est pair, OK.

Raphael prend la parole et explique qu'il sait que 60 est divisible par 2 (en deux groupes de 30).

Raphael Déjà là, 60 est divisible par 2. Et je me rends compte que 70 c'est 10 de plus. (Figure 5.9)

C-E 70, c'est 10 de plus que 60 qui est déjà divisible par 2.

Raphael Alors, je vais effacer les zéros et les remplacer par des 5

C-E Comme 10 c'est 5 plus 5.

Raphael Oui, c'est ça. Donc, ça me donne 10, comme ça [il fait l'addition en colonne]. Puis là, ça me donne 6 plus 1 égal 7. Ça donne 70.

C-E Ah oui! Donc là dans 70, j'ai 60 et j'ai 10. Tantôt dans 106 j'avais 100 et 6 et là tu nous dis que 70 c'est 60 et 10. Et 60 tu l'as découpé en 30 et 30 et lui [pointant le 10], en 5 et 5. Tout ça fait 70.

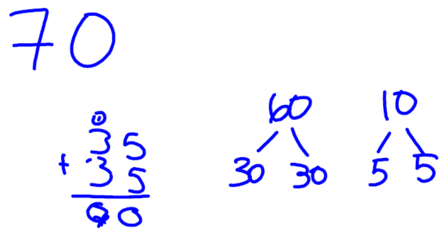


Figure 5.9 Soixante-dix

Dans ce Moment 1, il est possible d'observer la dimension **Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre**. En effet, des questions et des relances telles que « Qu'est-ce que vous en pensez? », « Ah! Ça c'est une autre façon. », « Qu'est-ce que vous en pensez "regarder le 4" et "regarder le 6"? » et « Est-ce qu'il y en a qui ont quelque chose à dire là-dessus… regarder le 4 et le 6? » mènent les élèves à *comparer des affirmations et à argumenter au sujet de celles-ci*. De plus, les élèves ont à se questionner sur la nature du chiffre à chacune des positions (unité et dizaine) et *à justifier des affirmations et à convaincre les autres de leur justesse*. Par exemple, William explique la stratégie de Justin selon laquelle il suffit de voir si ce sont des nombres pairs : « Dans le fond tu regardes le 4 et le 6 pour voir si c'est un nombre pair ou impair. Les deux sont des nombres pairs, 0-2-4-6-8 c'est des nombres pairs et les nombres pairs ils se divisent tous par 2. » Thomas, quant à lui, précise la stratégie de Justin en s'appuyant sur l'explication de William « C'est comme si Justin avait dit 4 tu peux le diviser en 2, ça fait 2 et le 6 tu peux le diviser en 2, c'est 3. ». Ces interventions de William et Thomas témoignent qu'ils écoutent les affirmations des autres, ce qui leur permet d'argumenter au sujet de celles-ci.

Il est possible d'observer un passage, à plus petite échelle à l'intérieur du Moment 1, où la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution** est mise en lumière. En effet, des questions telles que « Qui est d'accord que ça se divise en 2? Qui n'est pas d'accord… Qui n'est pas sûr… ? » ou « Pourquoi tu dis que tu n'es pas certaine? » font que les élèves *argumentent et fournissent des explications et justifications relatives aux idées mathématiques émises*. Par exemple, Anaïs mentionne, au sujet du nombre 70, « Je ne suis pas certaine parce que le 7 est un nombre impair ». Ensuite, Raphael explique pourquoi il est d'accord avec l'affirmation de Léo voulant que 70 soit divisible par 2 en avançant « Déjà là, 60 est divisible par 2. Et je me rends compte que 70 c'est 10 de plus », il termine en expliquant que le 10 peut être décomposé en deux 5.

Moment 2 : Conjecturer et trouver des contre-exemples

Suite à l'échange précédent, le chercheur-enseignant revient à la charge et demande à nouveau aux élèves s'il est possible de découper 106 autrement qu'en 100 et 6. Les élèves lui offrent différentes solutions comme : 50 et 56, 53 et 53, 86 et 20, 46 et 60, 36 et 70. Le chercheur-enseignant propose aux élèves de regarder si la stratégie de regarder le nombre « par bouts », fonctionne avec les différents découpages offerts.

C-E Alors là, si je ne le casse pas en 100 et 6 mon nombre, je le défais en 50 et 56.

William Ça marche aussi. Au début 53 et 53, c'est comme si au 53 tu ôtais un 3 et tu le transfères l'autre bord [à l'autre 53], ça fait 50 et 56.

C-E OK, est-ce que 50 c'est divisible par 2?

Des élèves répondent en chœur : oui, 25

C-E 56 est-ce que c'est divisible par 2?

Des élèves répondent que ça donne 27 puis d'autres, 28.

C-E 28? Oui, 28. On essaie un autre. 86 est-ce divisible par 2?

Élèves : oui

C-E 20 divisible par 2?

Élèves : oui

C-E OK, donc 106 divisible par 2.

Alice On voit qu'il n'y en a pas toujours, mais il y a beaucoup de 6 et de 3 dans les nombres.

C-E Quand on les a découpés, chacun des nombres est encore un nombre pair. 106 c'est pair, je le divise en deux nombres pairs.

William Sauf 53.

Alice [Elle continue sans tenir compte de l'intervention de William] C'est 2, 4, 6, 8 c'est toujours des nombres pairs.

C-E 0, 2, 4, 6, 8

Alice À part le 3.

C-E	<u>Oui, il faudrait régler ce cas-là</u> [pointant 53 et 53].
Thomas	J'ai remarqué quelque chose, à chaque fois que tu divises par 2, ça donne deux nombres impairs. Donc, si tu divises un nombre pair en 2, ça fait toujours un nombre impair.
William	Ah oui! Mais, si tu fais 100 divisé par 2 ça donne 50!

Réaction de la classe : Oh!

C-E	Il faut comprendre qu'est-ce que c'est ça. Merci William d'être si rapide.
Thomas	OK, donc autre que le zéro. Mettons que tu as 2, mettons que tu as 102, ça va faire 51.
C-E	OK, là on a une affirmation qui est : quand j'ai un nombre pair, je le divise en 2, ça donne toujours un nombre impair. C'est ta première affirmation.
Thomas	Sauf le zéro.
C-E	Là, William nous dit : wô, wô et donne l'exemple 100, ça ne marche pas tant…
Thomas	Tous les nombres pairs, sauf le zéro.
Jacob	Il y a aussi 48 divisé en 2 qui donne 24.
C-E	Bon, là il faudrait savoir comment ça marche. <u>Est-ce que c'est vrai? Quand est-ce que ça marche? Quand est-ce que ça ne marche pas?</u> Dans votre cahier, donnez-vous des exemples…

Dans ce Moment 2, plusieurs exemples mettent en lumière la dimension **Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre**. En effet, le chercheur-enseignant amène les élèves à explorer un par un les différentes décompositions proposées pour le nombre 106 et à se demander si chaque « bout » est divisible par 2. Ceci crée des conditions où les élèves font des observations et tentent de dégager des régularités sur les nombres divisibles par 2. Ce Moment 2 permet de constater que les élèves *émettent des conjectures et trouvent des contre-exemples*. Par exemple, Alice observe qu'il y a beaucoup de 6 et de 3, puis elle avance que ce sont toujours des nombres pairs, sauf dans le cas du 53 qui se termine par 3. Ensuite, Thomas *émet une conjecture* qui va à contre-courant de l'échange en cours en affirmant « J'ai remarqué quelque chose, à chaque fois que tu divises par 2, ça donne deux nombres impairs. Donc, si tu divises un nombre pair en 2, ça fait toujours un nombre impair. » Un *contre-exemple* trouvé rapidement par William l'amène toutefois à nuancer son affirmation lorsque le nombre se termine par zéro. Toutefois, en insistant qu'« Il faut comprendre qu'est-ce que c'est ça » et en revenant sur la conjecture émise par Thomas, le chercheur-enseignant conduit Jacob à soulever un autre *contre-exemple* avec 48. Cette prise de parole de Jacob illustre une fois de plus que les élèves sont bien engagés dans la discussion. Par la suite, en demandant aux élèves « Est-ce que c'est vrai ? Quand est-ce que ça marche?

Quand est-ce que ça ne marche pas? », le questionnement du chercheur-enseignant mène les élèves à explorer la conjecture émise en cherchant des cas où ça fonctionne et d'autres où ça ne fonctionne pas.

Moment 3 : Une autre conjecture

Après quelques minutes, le chercheur-enseignant demande aux élèves de lui partager les cas où ça semble fonctionner et ceux où ça ne semble pas fonctionner. Il note leurs exemples au tableau : du côté gauche du tableau, les exemples qui valident la conjecture émise par Thomas et donnent un résultat impair et du côté droit ceux qui donnent un résultat pair, représentant des contre-exemples.

82 divisé par 2 = 41	et	208 divisé par 2 = 104
		56 divisé par 2 = 28
62 divisé par 2 = 31	et	32 divisé par 2 = 16
10 divisé par 2 = 5	et	120 divisé par 2 = 60
106 divisé par 2 = 53		
18 divisé par 2 = 9	et	36 divisé par 2 = 18
		104 divisé par 2 = 52
66 divisé par 2 = 33		
30 divisé par 2 = 15	et	500 divisé par 2 = 250

À ce moment, Ophélie prend la parole et énonce une nouvelle conjecture qu'elle vient de noter dans son cahier.

Ophélie	Quand l'unité est le nombre 2 ou 6, je pense alors que ça devient un nombre impair, mais quand le nombre 0, 4, 8 est à la position des unités, ça va donner un nombre pair.
C-E	Oh boy! OK. C'est intéressant. Tu pourrais aussi vérifier si ça fonctionne tout le temps. <u>Bon, regardons ça</u>.
Adèle	Il y a plus de pairs que d'impairs…
C-E	<u>Est-ce qu'on voit quelque chose dans le tableau?</u>
William	Les deux réponses sont possibles.
C-E	Si c'est vrai ce que tu dis là, ça veut dire qu'il y a plein de nombres pairs que je divise en 2 qui vont me donner des résultats impairs, donc je pourrais continuer la liste. Et il y en a plein aussi des nombres pairs que je divise en 2 qui donnent un résultat pair. Donc, ça, c'est déjà quelque chose de pas mal important.

	Thomas, tu n'as pas tort et pas raison. William et Jacob n'ont pas tort et pas raison, car on peut aussi trouver plein d'exemples qui fonctionnent et qui ne fonctionnent pas.
	Est-ce que tu veux nous répéter ce que tu as dit tantôt? [S'adressant à élève Ophélie]
Ophélie	Quand l'unité est 2 ou 6, ça devient un nombre impair.
C-E	Donne-moi un exemple.
Ophélie	82, 62, 106, 66
C-E	82, ton unité c'est 2. Ou 6. OK, on va les souligner dans le tableau.
	82, ça donne un nombre impair. 62, ça donne un nombre impair. Si vous n'êtes pas d'accord, vous levez la main.
	106, ça fini par 6 et ça me donne un nombre impair. 66, même chose, ça me donne un nombre impair.
	Et l'autre chose que tu avais ajoutée après, c'était quoi?
Ophélie	Quand le nombre 0, 4, 8 est à la position unité, ça devient un nombre pair.
C-E	Même chose dans nos exemples, 208, 104, 500, 120, mais attends un peu, j'en ai des zéros de ce côté ici : 30, 10.
William	Et il y a des 2 de l'autre bord : 52, 32
C-E	Ah non…
Alice	Ah oui, 52
Thomas	Même affaire pour le 6 : 56, 36
C-E	C'est quand même intéressant ce que tu as dit là par contre. Qu'est-ce que tu essayais de faire? Tu cherchais à savoir comment ça fonctionne en tout ?
Ophélie	J'ai pris les 100, 200, 300 et je les ai mis en 102, 104, 106, 108 ainsi de suite avec les 200 et les 300. Puis, le 100 me donnait pair, 102, impair, le 104, pair, le 106, impair et le 108, pair. Et ça donnait ça pour les autres aussi. Donc, c'est ce que je me suis dit.

Le chercheur-enseignant note au tableau les nombres suivants : 100, 102, 104, 106, 108 et récapitule les dernières observations des élèves. Il revient sur un premier constat à l'effet qu'un nombre pair est divisible par 2. De ce constat découle que tous les nombres impairs ne sont pas divisibles par 2. Un autre constat est qu'il est possible de prendre un nombre, par exemple 106, de le séparer en deux morceaux, 100 et 6 ou 50 et 56 et si chacune des parties est divisible par 2, alors le total est divisible en 2. Le chercheur-enseignant fait remarquer aux élèves que ces constats ont mené Thomas à avancer :

« Peut-être que tous les nombres pairs, quand on les casse en 2, ça donne un nombre impair ». Toutefois, les élèves trouvent plusieurs contre-exemples à cette conjecture. Enfin, le chercheur-enseignant mentionne aux élèves que dans la liste qu'ils viennent d'élaborer, il y a plusieurs exemples qui fonctionnent et d'autres qui ne fonctionnent pas. Il termine en s'adressant à Ophélie : « Mais, là tu as essayé de nous trouver un peu comment ça fonctionne. Je pense que ta série de nombres 100, 102, 104, 106, 108 est une bonne piste pour continuer la discussion. »

Dans ce Moment 3, de nombreux exemples mettent en lumière encore une fois la dimension **Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre**. Notamment, le chercheur-enseignant note plusieurs exemples et contre-exemples au tableau, ce qui crée des conditions pour que les élèves fassent des observations et tentent de comprendre ce qui se passe au sujet des nombres divisibles par 2. Ce contexte pousse Ophélie à formuler une version « améliorée » de la *conjecture émise* précédemment: « Quand l'unité est le nombre 2 ou 6, je pense alors que ça devient un nombre impair, mais quand le nombre 0, 4, 8 est à la position des unités, ça va donner un nombre pair. ». Elle ajoute ainsi un aspect plus précis à la conjecture émise en faisant deux groupes basés sur le chiffre occupant la position des unités. Encore une fois, certains élèves souligneront des *contre-exemples* au sujet de cette conjecture.

Le chercheur-enseignant revient néanmoins vers cette nouvelle conjecture d'Ophélie et, par des relances comme « Donne-moi un exemple » ou « Si vous n'êtes pas d'accord, vous levez la main », les élèves *comparent des affirmations et argumentent au sujet de celles-ci*. Par exemple, William réfute la conjecture par des *contre-exemples* mettant en lumière qu'il y a des nombres qui se terminent par 2 des deux côtés et Thomas soulève que c'est la même chose pour ceux qui se terminent par 6. Enfin, lorsque le chercheur-enseignant dit à Ophélie « C'est quand même intéressant ce que tu as dit là par contre. Qu'est-ce que tu essayais de faire? Tu cherchais à savoir comment ça fonctionne en tout? » il offre l'occasion à Ophélie d'expliquer comment elle en est venue à observer les régularités en classant les nombres par centaine, ce qui lui a permis de dégager « Puis, le 100 me donnait pair, 102, impair, le 104, pair, le 106, impair et le 108, pair. Et ça donnait ça pour les autres aussi. Donc, c'est ce que je me suis dit. » et ainsi à *émettre sa conjecture*.

5.3.2 Passages illustrant la dimension *Rapport au savoir*

Dans cette Séance 3 sur les critères de divisibilité, il est possible d'observer à diverses occasions la dimension **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**. À ce sujet, Cobb (1994) souligne que, dans une approche investigative, les élèves en viennent à savoir que ce qui est important est d'avoir des arguments pour défendre ou rejeter des stratégies ou des solutions, plutôt que de trouver uniquement des réponses. Plus important encore, cela permettrait aux élèves de voir que les mathématiques sont une discipline à explorer et à discuter. Ce qui devient important n'est plus tant « la bonne réponse », mais le raisonnement explicité par les élèves, la discussion qui en découle et les arguments utilisés pour justifier l'accord ou le désaccord avec une affirmation. Cette Séance 3 offre une illustration des retombées du questionnement du chercheur-enseignant à cet égard, et témoigne de l'avancée des réflexions mathématiques en classe.

Dans le Moment 2, par son questionnement, le chercheur-enseignant mène les élèves à voir que *les mathématiques représentent une discipline d'exploration, qu'il y a des ambiguïtés et des incertitudes inhérentes à la discipline*. Suite au questionnement, les élèves *émettent des doutes relativement à certaines affirmations* de leurs collègues de classe, car ils savent que c'est ce qui est attendu d'eux. Par exemple, ceci se produit lorsqu'un élève prend parole pour donner un contre-exemple à la conjecture portant sur le résultat d'un nombre pair divisé en 2, cette dernière venant tout juste d'être émise par un camarade. Lorsque le chercheur-enseignant rebondit sur ce contre-exemple, à l'aide d'une relance comme « Il faut comprendre qu'est-ce que c'est ça. », les élèves *mènent* alors *une investigation* sur cette conjecture.

Au Moment 3, le questionnement et les relances du chercheur-enseignant tels que « Bon regardons cela », « Est-ce qu'on voit quelque chose dans le tableau? » ou « Si vous n'êtes pas d'accord, vous levez la main » font que les élèves lancent des idées et partagent des observations. Par exemple, certains remarquent qu'il y aurait autant de nombres pairs que de nombres impairs dans les exemples notés au tableau. Ces observations font en sorte que les élèves émettent des conjectures et explorent les mathématiques qui se font dans la classe. Ces attitudes témoignent d'une vision des *mathématiques représentant une discipline d'exploration et non d'une discipline fixe ou externe*. En effet, de ces observations, un élève fait le constat que les deux réponses – soient un résultat pair et un résultat impair – semblent possibles lorsqu'un nombre pair est divisé par 2. Suite à ce constat, le chercheur-enseignant souligne « Donc, ça c'est déjà quelque chose de pas mal important. ». Enfin, le chercheur-enseignant fait voir aux élèves que la conjecture émise par leur camarade sur le résultat d'un nombre pair divisé en 2 n'est pas totalement vraie puisque plusieurs contre-exemples ont été trouvés, mais aussi qu'elle n'est pas totalement fausse puisque plusieurs exemples peuvent la valider. Lors de cet échange, il est possible d'observer que les élèves *adoptent une attitude respectueuse relativement aux erreurs*, car ils accomplissent une somme de travail considérable à partir de la conjecture de cet élève, bien que celle-ci se soit avérée erronée dès l'instant où elle a été émise. Ces interventions du chercheur-enseignant promeuvent un certain rapport au savoir mathématique auprès des élèves.

5.3.3 Synthèse des retombées – Séance 3

Comme mentionné au Chapitre 3, un autre des éléments au cœur d'un *Teaching Experiment* est le fait de considérer les mathématiques des élèves comme légitimes et que celles-ci méritent attention. Conséquemment, le chercheur-enseignant explore ce que les élèves font mathématiquement et les questionne au sujet de leurs raisonnements.

Cette Séance 3 met en avant plusieurs moments où il est possible de dégager la dimension **Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre**. À ce sujet, Lampert (1990) soutient qu'un questionnement axé sur le raisonnement conceptuel permettrait aux élèves d'émettre des conjectures, de trouver des contre-exemples, de comparer leur réponse ou leur raisonnement avec celui des autres et de justifier les idées mathématiques qu'ils proposent ou encore celles des autres élèves.

Au Moment 1 les élèves témoignent, par un échange au sujet de deux stratégies différentes qui permettraient de savoir si un nombre se divise en deux, qu'ils *comparent des affirmations émises et argumentent au sujet de celles-ci*. En effet, les élèves discutent de leurs stratégies respectives : l'une étant de vérifier si chaque chiffre du nombre (le 4 et le 6 du nombre 46) est un nombre pair – donc divisible par 2 – pour savoir si le nombre « complet » est divisible par 2 et l'autre qui consiste à se demander si le nombre « complet » se divise en 2, ici 46 divisé en 2 donne 23. Ce faisant, les élèves *justifient des affirmations et tentent de convaincre les autres de leur justesse*.

Il a également été possible de dégager des Moments 2 et 3 de cette Séance 3 que les élèves *émettent des conjectures et trouvent des contre-exemples* au sujet de ces conjectures. Par exemple, au Moment 2, les solutions proposées par les élèves à la tâche de découper 106 autrement qu'en 100 et 6 mènent une élève à observer qu'il y a beaucoup de 6 et de 3 dans les nombres. Cette observation la pousse à faire la conjecture que le résultat est toujours un nombre pair. Puis, elle nuance sa conjecture en ajoutant sauf le 3 (du nombre 53). Toujours au Moment 2, un élève *émet une conjecture* – qui va à contre-courant de la discussion en cours – sur le résultat d'un nombre pair divisé en 2 qui donnerait un nombre impair. Encore une fois, un autre élève lance un *contre-exemple* à cette dernière conjecture affirmant que 100 divisé par 2 donne 50.

Enfin, au Moment 3, une élève formule une autre version d'une *conjecture* qu'elle avait *émise* précédemment où elle avance cette fois-ci que si le chiffre à la position des unités est 2 ou 6, alors le résultat est impair, alors que si le chiffre à la position des unités est 0, 4, 8, le résultat est pair. Par cette nouvelle conjecture, elle ajoute un aspect plus précis à la conjecture déjà émise en faisant deux groupes basés sur le chiffre occupant la position des unités. Toutefois, ici encore, des élèves trouvent rapidement des contre-exemples mettant en lumière qu'il y a des « 2 » dans les deux colonnes et idem pour le 6.

Tous ces exemples illustrent l'impact sur l'activité mathématique des élèves du questionnement du chercheur-enseignant, celui-ci survenant en réaction aux idées mathématiques partagées par les élèves. De plus, ces exemples rendent palpable l'intérêt que portent les élèves à ces échanges, notamment par l'effervescence de la production de conjectures et de contre-exemples qui en résultent. Ceci se produit, par exemple, lorsqu'un élève pointe rapidement que 53 ne fonctionne pas ou lorsque cet autre élève qui avance que le 48 aussi ne fonctionne pas puisque divisé en 2, le résultat est 24. D'ailleurs, en notant plusieurs exemples au tableau, du côté gauche, les exemples qui valident la conjecture émise et, du côté droit, ceux qui représentent des contre-exemples, le chercheur-enseignant crée des conditions pour que les élèves puissent faire des observations menant à toutes ces conjectures et contre-exemples mentionnés plus haut.

Finalement, à plus petite échelle à l'intérieur du Moment 1 de cette Séance 3, la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution** est mise en évidence. En effet, il est possible d'observer que les élèves *argumentent et fournissent des explications et justifications relatives aux idées mathématiques émises*. Ceci s'observe lorsqu'ils prennent la parole pour dire qu'ils sont d'accord ou pas avec certaines affirmations de leurs collègues au sujet de la divisibilité par 2 de certains nombres. Par exemple, lorsqu'une élève mentionne qu'elle a un doute au sujet du nombre 70 puisque le 7 à la position des dizaines est un nombre impair. Et ensuite, lorsqu'un élève explique pourquoi, lui, est en accord avec l'affirmation d'un camarade voulant que 70 soit divisible par 2. En effet, cet élève explique que puisqu'il est en mesure de décomposer 70 en 60 et 10 et que chacune de ces parties est divisible par 2, donc 70 est divisible par 2.

En terminant, comme l'illustre le Tableau 5.7 ci-dessous, cette Séance 3 a mis en lumière de façon spécifique deux des dimensions des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves. De plus, la septième dimension **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**, qui se retrouve en trame de fond dans l'ensemble des séances, a été mise en avant dans deux moments.

Tableau 5.7 Dimensions présentes dans la Séance 3 : Les critères de divisibilité

	Moment 1	Moment 2	Moment 3
Dimension présente au 1^{er} niveau	Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre.		
Dimension présente au 2^{e} niveau	Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution.		
Dimension en trame de fond		Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique.	

5.4 Séance 4 : Représenter la fraction un quart dans une croix

La Séance 4 a été divisée en trois moments. Ces moments sont relatifs à la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. À plus petite échelle, le Moment 2 permet lui-même de faire ressortir la dimension **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus**. Le Moment 3, aussi à plus petite échelle, illustre la dimension **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. Le Tableau 5.8 présente les dimensions de cette séance.

Tableau 5.8 Dimensions présentes dans la Séance 4 : Représenter la fraction un quart dans une croix

	1er niveau – ensemble de la séance	**2e niveau – moments précis de la séance**
DIMENSIONS DES RETOMBÉES DU QUESTIONNEMENT	Expliquer et justifier	Émergence et approfondissement Réfléchir sur idées maths Expliquer et justifier Conjecturer Culture de classe Pratiques de mathématisation

5.4.1 Analyse de la Séance 4

Voici un extrait où les élèves représentent la fraction un quart dans une figure ayant la forme d'une croix. Le chercheur-enseignant remet aux élèves un document papier sur lequel se trouvent des croix (Figure 5.10, en illustre une) et demande aux élèves de prendre quelques minutes pour représenter de différentes façons la fraction un quart.

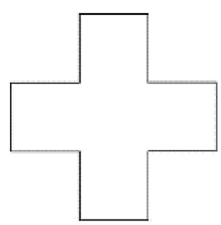


Figure 5.10 La croix

Une première élève, Emma, offre une représentation de la fraction un quart en traçant une ligne sur une branche de la croix formant ainsi un carré. ». (Figure 5.11)

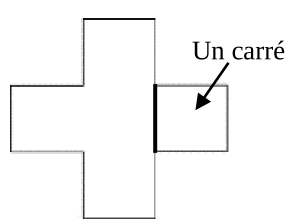


Figure 5.11 Un carré

Moment 1 : Un quart VS un cinquième

C-E	Qu'est-ce que tu as fait ensuite? Qu'est-ce que tu veux hachurer pour montrer un quart? Tu nous expliques en quoi tu trouves que ça représente un quart? Comment tu fais pour savoir que ça représente un quart?
Emma	Ben… 2 ça fait une demie [pointant 2 « carrés »].
C-E	Tu veux dire quand tu en prends deux ici, ça fait une demie?
Emma	Oui [elle regarde la croix]
[Après quelques secondes]	
C-E	Qu'est-ce que vous en pensez? Emma nous dit que dans le fond si je prends lui ici et lui ici, ce serait comme la moitié, avec lui et lui pour faire le complet (pointant les 4 « carrés » formant les branches de la croix). C'est ça? Et là t'es pas sûr. Pourquoi tu dis que tu n'es pas certaine? [elle ne répond pas]
	OK, on va partir de celui-là. Qu'est-ce que vous en pensez de celui-là?

Léo s'avance au tableau et affirme que la représentation d'Emma est bonne puisqu'il y a 4 carrés et il inscrit la fraction $\frac{1}{4}$ au tableau (Figure 5.12). Léo encercle le numérateur déclarant que ce dernier est le nombre de carrés coloriés et que le dénominateur représente combien il y a de carrés.

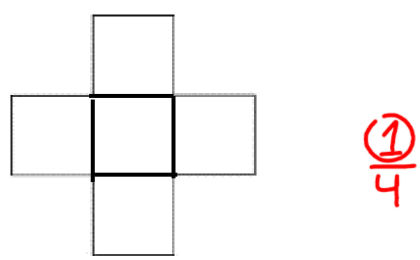


Figure 5.12 Un quart

C-E	Quand tu dis les carrés, tu parles de ça ici. On peut même les tracer, tiens. C'est ça que tu voulais dire Emma ? 1 carré, 2 carrés, 3 carrés, 4 carrés.
Emma	Mais… il n'y en a pas un dans le milieu ?
C-E	Ah, il y a celui-là dans le milieu… il y en a comme un cinquième…
Élodie	Mais, ça, ça pourrait être un cinquième.
C-E	Ça, ça ferait un cinquième, parce que?

Élodie	Parce qu'il y a un carré au milieu, donc il y en a plus.
C-E	Ah oui, donc j'en aurais 1 ici, 2, 3, 4, 5. Alors, ça ne représenterait pas un quart, mais un cinquième…

La séance se poursuit, d'autres élèves partagent et discutent de leurs différentes représentations de la fraction un quart dans la croix. Élodie demande à partager sa représentation et trace un « L » sur la croix de façon à la partitionner en 4 morceaux équivalents (Figure 5.13).

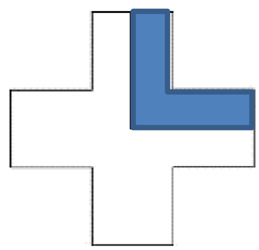


Figure 5.13 Le L

Puis, le chercheur-enseignant s'adresse à nouveau à Emma.

C-E	On va retourner à ta façon de faire. Donc, là on a dit que finalement ce que tu nous avais donné, c'est un cinquième.
Emma	J'avais pris ce quart-là. Mais là, vu qu'il y en avait un dans le milieu, je me suis dit que j'allais le faire comme ça [elle partage en quatre le carré du centre, formant un X, et hachure un quart de ce carré central]. (Figure 5.14)

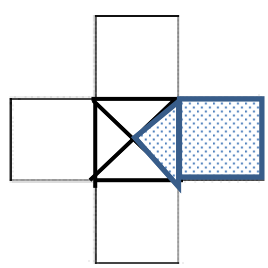


Figure 5.14 Le X

C-E	<u>Pourquoi tu as fait ça?</u>
Emma	Parce qu'il manquait un carré dans le milieu et je l'ai comme séparé avec les autres.

C-E Si on ne compte pas le carré du milieu, tu avais pris le quart. Tu avais pris un des carrés sur les 4. Ton tout, c'était les 4 petits carrés et tu en as pris un de ces quatre-là. Il te restait ça ici (parlant du carré au centre) et on s'était dit tantôt que c'était un cinquième et donc que ça ne marchait pas. Et là, celui-là, tu l'as repartagé en quatre. Donc, ça avec ça (pointant un carré formant la croix et un petit triangle formé à l'intérieur du carré se trouvant au centre de la croix), ça va représenter un quart de la croix.

Dans ce Moment 1, la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution** est mise en lumière. En effet, il est possible d'observer que les élèves *émettent des idées et échangent sur celles-ci*. Des questions telles que « Ça, ça ferait un cinquième, parce que? » ou « Pourquoi tu as fait ça? » mènent, par exemple, Emma à *argumenter et à fournir des explications et des justifications relatives aux idées mathématiques émises*. De plus, bien que sa première représentation de la fraction un quart ne semble pas tout à fait juste, Emma y *revient pour la retravailler, la valider* et propose une deuxième solution.

Moment 2 : Est-ce qu'un quart est équivalent à deux huitièmes?

Le chercheur-enseignant relance les élèves au sujet de leurs différentes représentations de la fraction un quart dans la croix.

C-E OK. Est-ce que vous êtes d'accord avec ça maintenant? [au sujet de la dernière intervention d'Emma]

Plusieurs élèves disent oui.

C-E Qui avait fait cela cette idée de …?

Plusieurs élèves lèvent la main et Thomas veut prendre la parole.

Thomas Moi, j'ai fait deux huitièmes.

C-E Tu as fait deux huitièmes. Mais là deux huitièmes et un quart, ce n'est pas la même chose…?

Certains élèves disent que oui.

[Thomas va au tableau et dessine sa façon de couper la croix de façon à obtenir 8 morceaux (voir la Figure 5.15)].

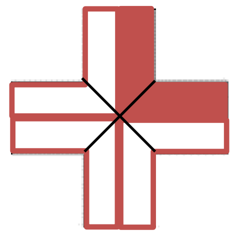


Figure 5.15 Deux huitièmes

Thomas	J'ai fait ça comme ça. Ça se sépare tout également pis, j'ai pris cette moitié-là (montrant la moitié d'une des branches de la croix).
C-E	Cette moitié-là?
Thomas	Ben, il y en a huit… 1-2-3-4-5-6-7-8. Si tu en prends 2 sur 8... fois 4, égal 8. Si tu enlèves la barre qui est ici, ça fait comme le truc d'Emma, mais moi, j'ai ajouté la barre. Dans le fond, moi, j'ai fait le truc d'Élodie et le truc d'Emma. [Pendant qu'il explique, Emma dit que c'est la même chose qu'elle.]
C-E	OK, on va regarder cela ensemble Thomas. Emma, tu as dit « c'est la même chose que moi ». Pourtant, tu as représenté le quart et Thomas le deux huitièmes.
Thomas	Parce que moi j'ai doublé.

Dans ce Moment 2, il est possible d'observer à nouveau la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. En effet, lors du partage sur les différentes façons de représenter un quart dans la croix, les élèves *émettent des idées et échangent sur celles-ci*. Lorsque le chercheur-enseignant demande aux élèves « Est-ce que vous êtes d'accord avec ça maintenant? » et « Qui avait fait cela cette idée de … » afin de savoir s'ils ont fait quelque chose de similaire à la solution d'Emma, les élèves *argumentent et fournissent des explications et justifications relatives aux idées mathématiques émises*. Par exemple, Thomas affirme que, pour sa part, il a fait deux huitièmes et va au tableau afin de *justifier sa solution* par une illustration. Thomas tente ainsi de justifier en quoi la fraction deux huitièmes et la fraction un quart sont équivalentes. Pour y arriver, il explique « J'ai fait ça comme ça. Ça se sépare tout également pis, j'ai pris cette moitié-là (montrant la moitié d'une des branches de la croix) » et il poursuit « Ben, il y en a huit… 1-2-3-4-5-6-7-8. Si tu en prends 2 sur 8... fois 4, égal 8. » Enfin, suite à une relance du chercheur-enseignant, il en vient à dire que sa solution est équivalente à celle d'Emma puisqu'il a doublé le nombre de morceaux.

Dans ce Moment 2, il est aussi possible de cibler un passage représentant une autre des dimensions mathématiques, soit **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus**. En effet, des relances du chercheur-enseignant comme « Mais là deux huitièmes et un quart, ce n'est pas la même chose… » et « Emma, tu as dit "c'est la même chose que moi". Pourtant, tu as représenté le quart et Thomas le deux huitièmes » font que les élèves *explorent les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu* et *construisent du sens* au sujet de l'équivalence des fractions. De plus, Thomas témoigne qu'il *fait des liens entre les idées mathématiques émises* lorsqu'il affirme « Dans le fond, moi, j'ai fait le truc d'Élodie et le truc d'Emma. ».

Moment 3 : Une justification à l'équivalence entre un quart et deux huitièmes

La discussion reprend et l'attention se porte maintenant sur la compréhension de l'équivalence de deux fractions.

C-E — Tu nous as dit que tu as les quatre parties d'Emma et tu as recoupé, comme Élodie a fait, et tu as maintenant huit parties. Mais là, il faudrait essayer de comprendre. En quoi deux parties sur huit, c'est la même chose qu'une partie sur quatre ?

Plusieurs élèves lèvent la main. Le chercheur-enseignant donne la parole à William et ce dernier va au tableau.

William — Si on part de ce qu'Emma a fait, Thomas il a tout séparé en 2.

C-E — Attends. Chaque partie qu'Emma a faite, il les a coupés en 2?

William — Il les a toutes coupées en 2. Ça donne des parties de huitièmes. Donc, si tu fais 4 plus le même chiffre, donc 4 + 4 ça donne 8 et 1 plus le même chiffre, donc 1 + 1, ça donne deux huitièmes. (voir la Figure 5.16)

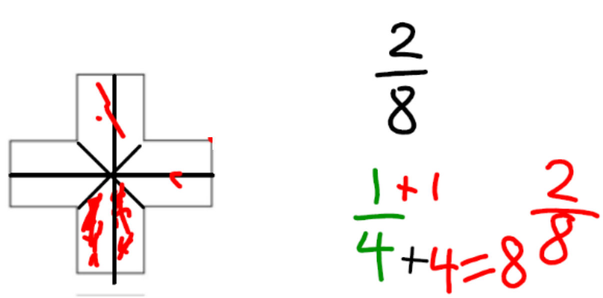


Figure 5.16 Doubler un quart

C-E Emma nous dit, je prends la croix, c'est mon tout. Je la coupe en 4 et comme je veux un quart, je prends une partie. Si je voulais deux quarts, je prendrais 2 parties et ainsi de suite. Toi, Thomas, chacune de ces parties-là tu les as coupées en 2. Donc, là, je n'ai plus juste une partie, j'en ai deux. Mais en même temps, mon tout, toute ma croix, elle n'est plus séparée en 4, elle est séparée en 8. Si je veux en prendre autant, j'ai des morceaux qui sont deux fois plus petits, il va falloir que j'en prenne deux fois plus.

Emma Je ne sais pas si ça va marcher. Comme il y en a 2, j'ai fait…

C-E Ça fait 8 parties.

Emma Oui, puis là j'en prends un.

2	2
2	2

2	2
2	2

C-E Wow! Ce que tu nous dis, c'est que tantôt tu avais séparé en …

1	1
1	1

Et tu en as pris une partie.

1	1
1	1

Emma Mais Thomas, lui, a fait…

C-E Lui, Thomas, il a coupé tout en 2 encore, donc tu as pris 2, 2, 2, 2 puis tu en as pris une. Donc, on a 8 parties en tout et tu as pris 2 de ces 8 parties-là. OK, super!

Ça fait quand même un quart parce que si j'en prends 2 fois plus, mais c'est des parties 2 fois plus petites. Est-ce que ça marche cette idée-là?

Mais là, les additions (4 plus 4 donne 8 et 1 plus 1 donne 2), je ne suis pas sûr de comprendre comment ça marche…

Tristan Pour faire des huitièmes, il faut décomposer… genre en addition…

C-E OK, décomposer en addition. Mais tantôt vous avez parlé de faire fois deux, là il y a plus 1, plus 4.

William Fois 2, ça équivaut à plus 1. Ben, fois deux, ça équivaut à l'addition par soi-même.

C-E OK, mais si à la place… c'est très intéressant. Si au lieu de prendre un quart de la croix, j'aurais pris deux quarts de la croix [il écrit 2/4 au tableau]. Tu me dis, fois 2, c'est la même chose que plus un?

William Non, plus la même chose que lui-même.

C-E Ah! OK. Ce que William vient de nous dire est pas mal important. Quand on double 1, c'est la même chose que si on lui ajoute lui-même. 1 plus 1, ça donne 2. Deux fois le 1, ça donne 2 aussi.

Donc, ce que tu voulais, c'est de doubler le nombre de morceaux, comme Élodie a fait. Le nombre de morceaux est doublé parce que mes morceaux sont deux fois plus petits. Si je me fie à ce que tu dis William, ajouter 4, c'est comme doubler 4. Lorsque j'ajoute 4 à 4, c'est comme si je le doublais.

Ce Moment 3 témoigne une fois de plus de la dimension **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. La relance du chercheur-enseignant « Mais là, il faudrait essayer de comprendre. En quoi deux parties sur huit, c'est la même chose qu'une partie sur quatre ? » conduit les élèves à *argumenter et à fournir des explications et justifications relatives aux idées mathématiques émises.* Par exemple, William avance une explication au sujet de la solution de Thomas en affirmant « Il les a toutes coupées en 2. Ça donne des parties de huitièmes. Donc, si tu fais 4 plus le même chiffre, donc 4 + 4 ça donne 8 et 1 plus le même chiffre, donc 1 + 1, ça donne deux-huitièmes. ». Ensuite, Emma tente une autre explication en s'appuyant sur une représentation différente afin de justifier qu'un quart et deux huitièmes sont deux fractions équivalentes. Elle explique que les morceaux nommés huitièmes sont deux fois plus petits que les morceaux identifiés comme étant un quart. Ces explications sont une illustration que les élèves *justifient une solution, y reviennent pour la retravailler et la valider.*

Enfin, la relance du chercheur-enseignant « Mais là, les additions de tantôt (4 plus 4 donne 8 et 1 plus 1 donne 2), je ne suis pas sûr de comprendre comment ça marche… », mène les élèves à *argumenter et à fournir des explications et justifications relatives à une idée mathématique* alors que celle-ci pourrait être vu comme l'application d'un truc pour doubler des fractions. Ainsi, les élèves mettent des mots plus précis sur des justifications préliminaires telles que celles émises par Tristan et William avançant que « Pour faire des huitièmes, il faut décomposer… genre en addition… » et « fois deux, ça équivaut à l'addition par soi-même » et ainsi à mieux comprendre le sens derrière l'opération « d'addition de lui-même ».

Il est aussi possible de dégager du Moment 3 la dimension méta-mathématique **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. En effet, ce n'est pas seulement l'élève qui propose l'idée qui participe à l'échange et *communique des idées mathématiques*, mais d'autres élèves *écoutent et tentent de comprendre les raisonnements et explications des autres.* De plus, plusieurs élèves contribuent à la discussion en *exprimant publiquement un raisonnement* relativement aux mathématiques en jeux.

5.4.2 Passages illustrant la dimension *Rapport au savoir*

Tel que mentionné au sujet des séances précédentes, les élèves sont amenés à développer une vision des mathématiques comme étant quelque chose en construction, une vision où les doutes et les incertitudes sont des moments normaux et importants pour avancer en mathématiques. De ce fait, à quelques moments dans cette Séance 4, il est possible d'observer la dimension méta-mathématique **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique** en action.

Au tout début de la séance, au Moment 1, lorsque Emma prend un instant de silence et hésite après avoir partagé sa solution, le chercheur-enseignant explique aux élèves qu'il est normal d'avoir des doutes et qu'il est intéressant de se questionner sur ceux-ci. En effet, ce dernier relance le groupe en mentionnant « Qu'est-ce que vous en pensez, Emma nous dit que, dans le fond, si je prends lui ici et lui ici, ce serait comme la moitié, avec lui et lui pour faire le complet (pointant les 4 carrés formant les branches de la croix). C'est ça? Et là t'es pas sûr, pourquoi tu dis que tu n'es pas certaine? […] ». Cette relance montre qu'il est pertinent de creuser les idées mathématiques émises, même lors d'incertitudes. Cela a comme effet que les élèves prennent parole et *mènent une investigation sur le développement d'une idée mathématique*, ici celle partagée par Emma. Dans un premier temps, Léo va au tableau et explique pourquoi il croit que la solution d'Emma est juste. Emma poursuit ensuite son questionnement au sujet du carré au centre, ce qui ouvre la porte à Élodie qui avance que la représentation pourrait correspondre à un cinquième. Ici, Élodie bonifie la solution d'Emma en proposant une réponse différente qui est en cohérence avec les dernières idées émises. Tous ces exemples et ces discussions témoignent que les élèves naviguent avec l'idée que *les mathématiques représentent une discipline d'exploration, qu'il y a des ambiguïtés et des incertitudes inhérentes à la discipline* qui s'avèrent enrichissantes à parcourir.

Finalement, au début du Moment 3, le chercheur-enseignant mentionne aux élèves « Mais là, il faudrait essayer de comprendre en quoi deux parties sur huit, c'est la même chose qu'une partie sur quatre. » Cette relance fait que plusieurs élèves, dont William, lèvent la main. Par ses interventions, William témoigne qu'il *ne se concentre pas uniquement sur la réponse* et qu'il est enclin à *mener une investigation sur le développement d'une idée mathématique*. Les autres élèves et lui-même en viennent donc à mieux comprendre en quoi deux parties sur huit est la même chose qu'une partie sur quatre. Enfin, toujours au Moment 3, lorsqu'Emma se lève, va au tableau et offre une nouvelle illustration de la situation pour soutenir le raisonnement qu'elle a émis plus tôt, elle tente cette explication tout en mentionnant qu'elle ne sait pas si celle-ci va marcher. Le chercheur-enseignant réagit à cette initiative en mentionnant « Wow! Ce que tu nous dis, c'est que tantôt tu avais séparé en […] ». Cette intervention d'Emma met en avant que les élèves *considèrent que les mathématiques représentent une discipline d'exploration*, qu'ils savent que la prise de risques est encouragée et que des initiatives au regard d'idées mathématiques émergentes sont à investiguer.

5.4.3 Synthèse des retombées – Séance 4

Dans cette Séance 4, plusieurs moments témoignent de la dimension mathématique **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. À ce sujet, Rasmussen et al. (2004) avancent que, dans une classe ayant davantage une orientation conceptuelle, développer un environnement qui favorise l'explication et la justification chez les élèves est ce qui est visé. Dans le même ordre d'idée, Cobb et al. (1994) avancent, au sujet du questionnement dans une classe préconisant une approche investigative, que ce dernier mènerait les élèves à s'engager dans une argumentation et à fournir des explications et des justifications à leurs idées mathématiques.

Dans la Séance 4, il est possible d'observer que les élèves prennent la parole pour *émettre des idées et pour échanger sur celles-ci* et qu'ils *argumentent, fournissent des explications et des justifications relatives à des idées mathématiques émises* (que ces idées soient les leurs ou celles des autres). Une élève, Emma, offre un bel exemple de ceci au Moment 1 lorsqu'elle *revient* sur sa représentation de la fraction un quart *pour la retravailler, la valider* et ainsi offrir une deuxième solution bonifiée et exacte.

Ensuite, au Moment 2, porté par le questionnement du chercheur-enseignant, un élève tente de *fournir une explication sur la solution* d'une camarade, ce qui le mène à affirmer que sa solution est équivalente à celle de sa camarade puisqu'il a doublé le nombre de morceaux en les partageant en deux. Cette explication portant sur l'équivalence de la fraction deux huitièmes et de la fraction un quart ouvre alors la porte à un échange sur le sujet au sein de la classe. En effet, au Moment 3, les élèves *argumentent et fournissent des explications et justifications relatives aux idées mathématiques émises.* Un élève avance une explication au sujet de la solution d'un collègue en affirmant que, dans cette représentation de la fraction un quart, il a coupé en 2 tous les morceaux qui étaient dans la représentation de l'autre élève et, qu'en conséquence, cette façon de faire donne des parties nommées des huitièmes. Ensuite, une autre élève tente une explication différente en s'appuyant sur une représentation plutôt originale afin de justifier, elle aussi, l'équivalence des fractions un quart et deux huitièmes. Ces exemples illustrent que les élèves *justifient une solution, y reviennent pour la retravailler et la valider.*

Enfin, encore au Moment 3, les élèves *argumentent et fournissent des explications et justifications relatives à une idée mathématique émise,* soit celle permettant de doubler des fractions. Ainsi, les élèves en viennent à mettre des mots plus précis sur des justifications initiales et à mieux comprendre le sens derrière l'opération « d'addition de lui-même ». Tous ces échanges mènent à *une justification* d'une procédure permettant aux élèves de doubler des fractions.

À plus petite échelle, le Moment 2 illustre la dimension mathématique **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus**. À ce sujet, Thompson et al. (1994) avancent que le type de questionnement exploité dans une classe dite conceptuelle est axé sur la construction de sens, sur la compréhension du problème, et qu'il permet de mettre en lumière le raisonnement sous-jacent aux procédures. Il est possible d'observer que les élèves sont enclins à *investiguer les idées mathématiques émises* sur les différentes façons de représenter la fraction un quart dans la croix. De plus, ceux-ci *explorent les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu* qui se cachent dans leurs explications et *ils construisent du sens* au sujet de l'équivalence des fractions un quart et deux huitièmes. Enfin, par les échanges et le questionnement du chercheur-enseignant, les élèves *font des liens entre les idées mathématiques émises* en comparant leur représentation de la fraction un quart à celles des autres élèves de la classe.

Finalement, le Moment 3 offre aussi, à plus petite échelle, un éclairage sur la dimension méta-mathématique **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées**. D'ailleurs, Lampert (1990) souligne qu'en questionnant les élèves sur des dimensions conceptuelles, en les relançant et en poussant les idées mathématiques qui surgissent dans l'action de la classe, l'enseignant ferait en sorte que les élèves raisonnent, partagent leurs stratégies, argumentent, se questionnent, se défient, etc. créant ainsi une communauté de validation. Cette culture de classe génèrerait les conditions afin que ce ne soit pas seulement l'enseignant qui a « l'autorité intellectuelle » de valider une solution ou un raisonnement, mais que les élèves participeraient aussi à cette validation.

À ce sujet, dans ce Moment 3, il est intéressant de noter que ce n'est pas seulement l'élève qui propose le raisonnement sur une représentation de la fraction qui participe à l'échange. En effet, plusieurs élèves *communiquent des idées mathématiques* portant sur les différentes représentations de la fraction un quart dans la croix. De plus, ces élèves *tentent de comprendre les raisonnements et explications des autres*, notamment sur l'équivalence de la fraction un quart et deux huitièmes. Enfin, le questionnement du chercheur-enseignant incite les élèves à contribuer à la discussion en s'*exprimant publiquement* au sujet des mathématiques en jeu, car ces prises de paroles « publiques » donnent l'occasion aux élèves de rebondir et de construire sur les idées mathématiques émises et contribuent à l'avancée des mathématiques de la classe.

En terminant, comme l'illustre le Tableau 5.9 ci-dessous, cette Séance 4 a mis en avant de façon spécifique trois des dimensions des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves. De plus, la septième dimension **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**, qui se retrouve en trame de fond dans l'ensemble des séances, a été mise en lumière dans deux moments.

Tableau 5.9 Dimensions présentes dans la Séance 4 : Représenter la fraction un quart dans une croix

	Moment 1	Moment 2	Moment 3
Dimension présente au 1er niveau	Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution.		
Dimension présente au 2e niveau		Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus.	Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployées.
Dimension en trame de fond	Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique.		Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique.

Dans le prochain chapitre, en guide de conclusion, une synthèse complète est proposée au sujet des retombées du questionnement. Cette synthèse permet d'aborder mon objectif de recherche au sujet des retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment* sur l'activité mathématique des élèves en classe.

CHAPITRE VI

CONCLUSION

Dans ce chapitre, j'offre des pistes de réponse à l'objectif de recherche de mon mémoire de maîtrise. Rappelons que cet objectif de recherche est d'investiguer les retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment*, à la Leslie P. Steffe (1991, 2000), sur l'activité mathématique des élèves en classe. La Section 6.1 aborde mon objectif de recherche en mettant en lumière certains éléments de réponse concernant les retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves. Ces éléments de réponse sont tirés des analyses réalisées en lien avec les sept dimensions des retombées d'un questionnement. La Section 6.2 expose d'autres résultats de recherche relativement aux retombées du questionnement et la Section 6.3 propose un éventuel prolongement à mon projet de recherche.

6.1 Questionnement et confirmation

Ce travail de recherche permet d'en savoir davantage et d'obtenir une compréhension plus fine au sujet des retombées du type de questionnement déployé dans le cadre de *Teaching Experiments* sur l'activité mathématique des élèves en classe. Les analyses des séances permettent non seulement de mettre en lumière qu'un questionnement simple et spontané, qui se déploie dans l'action, peut stimuler l'activité mathématique des élèves en classe, mais elles offrent aussi des exemples concrets de cette dernière. Ainsi, un questionnement, qui prend vie au moment même de l'interaction avec les élèves, comme « Pourquoi? », « Dis-m'en plus là-dessus », « Est-ce qu'il y a d'autres façons? », « Peux-tu m'en dire davantage sur …? », « Est-ce que vous êtes d'accord…? », « Qu'est-ce que vous en pensez? », « Est-ce que ça fonctionne toujours? », peut avoir un impact significatif sur l'activité mathématique des élèves en classe, et ce, autant sur le plan mathématique que méta-mathématique. Ce type de questionnement revêt un caractère transversal par son *côté générique* et *non spécifique* aux contenus mathématiques sollicités par la tâche. Axé sur les raisonnements déployés et les stratégies émises par les élèves, ce questionnement crée un contexte de classe favorable à une activité mathématique vive de la part des élèves. En effet, ce type de questionnement permet que des raisonnements mathématiques émergent, que les élèves approfondissent des contenus et que ceux-ci réfléchissent aux idées mathématiques partagées. Ce questionnement permet également que les élèves expliquent et justifient leur solution et qu'ils émettent des conjectures ou des contre-exemples en cherchant à convaincre, à comparer, etc. Enfin, ce questionnement peut contribuer à instaurer une culture de classe où les interactions sur les raisonnements sont favorisées, à faire émerger le développement de pratiques de mathématisation et à promouvoir un certain rapport au savoir mathématique. Bref, bien que le questionnement du chercheur-enseignant ne soit pas spécifique aux contenus mathématiques explorés dans une séance, ni scripté à l'avance en fonction des raisonnements « attendus » des élèves, ce questionnement mène ces derniers à investiguer les idées mathématiques, à explorer les concepts sous-jacents et à pousser plus loin les raisonnements mathématiques.

Au fil des analyses réalisées dans le cadre de cette recherche, les sept dimensions des retombées d'un questionnement – regroupées en deux sous-catégories (quatre dimensions mathématiques et trois dimensions méta-mathématiques) – offrent un éclairage pour discuter de l'activité mathématique des élèves en classe. Ces dimensions sont obtenues d'un maillage des dimensions tirées des écrits scientifiques regroupant les retombées favorisées par un questionnement ouvert et axé sur des dimensions conceptuelles (Chapitre 2, Section 2.2.4) et les retombées poursuivies par le type questionnement caractérisant un *Teaching Experiment* (Chapitre 3, Section 3.2.3). Chacune des sept dimensions est mise en lumière et exemplifiée dans les Sections 6.1.1 et 6.1.2 qui suivent, afin d'exposer les retombées observées du questionnement du chercheur-enseignant sur l'activité mathématique des élèves. Ces retombées observées dans les analyses **apportent une confirmation** de ce qui est avancé dans les écrits scientifiques au sujet des retombées d'un questionnement ouvert et axé sur des aspects conceptuels. De plus, les exemples exposés dans les analyses permettent de mieux reconnaître dans la classe ces retombées et ils permettent de raffiner la compréhension que nous avons de ces dernières. *A fortiori*, les analyses permettent non seulement d'apporter une confirmation de ce qui est avancé dans les écrits scientifiques, mais elles mettent en lumière que **ces retombées observées peuvent s'actualiser en classe par un questionnement comme celui exploité par le chercheur-enseignant** dans ce *Teaching Experiment*.

6.1.1 Les quatre dimensions mathématiques

Les écrits scientifiques soulèvent quatre dimensions mathématiques des retombées du questionnement. Cette section met en lumière certains éléments de réponse à mon objectif de recherche tirés des analyses réalisées au sujet des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves.

Les écrits scientifiques avancent une première dimension, soit que **Le questionnement fait émerger les raisonnements mathématiques des élèves et les conduit à approfondir des contenus**. Les analyses réalisées témoignent de l'activité mathématique des élèves – impulsée par le questionnement du chercheur-enseignant – au regard de cette dimension. Par un questionnement tel que « est-ce possible que …? », « êtes-vous d'accord avec …? », « est-ce plus proche de … ? », « est-ce la même chose que… ? », les élèves se sont plongés dans une *investigation sur les idées mathématiques* émises en classe en s'y intéressant et en les creusant. Les élèves interviennent pour offrir des raisonnements et ils cherchent à comprendre les idées mathématiques émises. Grâce à ces investigations, les élèves lancent des idées mathématiques et ils *explorent les raisonnements sous-jacents aux mathématiques en jeu.* De plus, les élèves *font des liens entre les idées mathématiques émises* et poussent un peu plus loin leur réflexion. Il est possible d'observer ces manifestations, par exemple dans la Séance 1 (Section 5.1.1), lorsque les élèves réfléchissent à l'acceptabilité d'obtenir deux résultats différents pour une même estimation. En effet, un élève offre comme solution 800 000, alors qu'un autre propose 750 000. En tentant de savoir si la réponse est plus proche de l'une ou l'autre des estimations, les élèves creusent les raisonnements mathématiques en jeu, notamment la numération de position décimale et font des liens entre ceux-ci. Un autre exemple où il est possible d'observer ces manifestations se produit lorsque les élèves réfléchissent à l'équivalence de deux fractions lors de la représentation de la fraction un quart dans la Séance 4 (Section 5.4.1). En comparant leur représentation de la fraction un quart à celles des autres élèves de la classe, les élèves explorent plus en profondeur la notion de fractions équivalentes en tentant de faire des liens entre l'idée que deux parties sur huit représente la même chose qu'une partie sur quatre. Enfin, les exemples mentionnés ci-haut illustrent également que les élèves *construisent du sens* et *développent des compréhensions et des compétences mathématiques*, ici au sujet de la notion d'estimation et du système de numération de position décimale, puis sur l'équivalence des fractions un quart et deux huitièmes.

Une deuxième dimension exposée dans les écrits scientifiques est que **Le questionnement amène les élèves à réfléchir sur les idées mathématiques**. Les analyses réalisées illustrent l'activité mathématique des élèves au sujet de cette dimension. Par l'exploitation d'un questionnement simple comme « Explique-nous ce que tu fais », « Pourquoi? » ou « Qu'est-ce que vous en pensez ? », les élèves *réfléchissent et se questionnent* et ils *ne se concentrent pas uniquement sur* le fait d'obtenir *la réponse*. Par exemple, dans la Séance 1 (Section 5.1.1), les élèves discutent des différentes réponses obtenues pour l'estimation de la somme 498 + 947, soit le

1500 qui est suivi de la solution 4100. En se questionnant sur ces solutions, les élèves avancent des idées et cette dernière solution devient 41, obtenue par la somme du 15 + 13 + 13. Le travail fait sur cette addition (15 + 13 + 13) et l'échange qui a lieu au sujet de celle-ci est une façon d'illustrer que le questionnement fait en sorte que les élèves *s'interrogent sur de fausses conceptions*. En effet, grâce à cet échange au sujet de leur application « mécanique » de l'algorithme d'addition, qui pousse certains élèves à perdre de vue l'ordre de grandeur de la solution attendue, les élèves explorent ce qui se cache derrière cet algorithme. Bref, il est possible de constater que le questionnement et les relances du chercheur-enseignant font réfléchir les élèves sur les idées mathématiques émises.

Les écrits scientifiques mettent en lumière une troisième dimension voulant que **Le questionnement force les élèves à expliquer et justifier leur solution**. Les analyses réalisées mettent en évidence l'activité mathématique des élèves concernant cette dimension. Par un questionnement tel que « Pourquoi tu as fait ça? », « Est-ce que vous êtes d'accord avec ça maintenant? », « Mais là, il faudrait essayer de comprendre… » ou « Mais là, […], je ne suis pas sûr de comprendre comment ça marche… », les élèves *émettent des idées* et *échangent sur celles-ci*, par exemple sur les différentes façons de représenter un quart dans la croix dans la Séance 4 (Section 5.4.1). De plus, les élèves *argumentent et fournissent des explications et des justifications relatives aux idées mathématiques émises*. Ces manifestations s'observent, par exemple, lorsque les élèves prennent parole pour dire qu'ils sont d'accord ou pas avec certaines affirmations de leurs collègues au sujet de la divisibilité par 2 de certains nombres dans la Séance 3 (Section 5.3.1). Ces manifestations s'observent également, par exemple, dans la Séance 4 (Section 5.4.1), lorsqu'un élève tente de *fournir une explication sur la solution* d'une autre élève, ce qui le mène à affirmer que sa solution est équivalente à celle de sa camarade puisqu'il a doublé le nombre de morceaux dans la croix en les partageant en deux. Enfin, le questionnement mène les élèves à *justifier une solution, à y revenir pour la retravailler et la valider* notamment en offrant une deuxième solution bonifiée et exacte ou encore en tentant des explications différentes. Il est possible d'observer ces manifestations, par exemple, dans la Séance 1 sur l'estimation de la somme de deux nombres (Section 5.1.1) : un élève *revient* sur l'idée proposée par un autre élève *pour la retravailler et la valider* en expliquant que les nombres ont été additionnés comme s'ils étaient tous à la position des unités et des dizaines, alors que certains sont à la position des centaines et des unités de mille (obtenant plutôt cette addition 15 + 130 + 300).

Les écrits scientifiques avancent une quatrième dimension qui est **Le questionnement initie les élèves à conjecturer, à réfuter, à comparer, à convaincre**. Les analyses faites dans ce mémoire permettent d'exposer certains passages qui témoignent de l'activité mathématique des élèves, cette dernière impulsée par le questionnement du chercheur-enseignant, au sujet de cette dimension. Par un questionnement simple comme « Est-ce que c'est vrai ? Quand est-ce que ça marche? Quand est-ce que ça ne marche pas? », « Comment tu sais ça? », « Est-ce qu'il y en a qui ont quelque chose à dire là-dessus… », les élèves *comparent des affirmations et argumentent au sujet de celles-ci*. Par exemple, dans la Séance 3 (Section 5.3.1) portant sur les critères de divisibilité, il est possible d'observer ces manifestations lorsque les élèves discutent au sujet de deux stratégies différentes qui permettraient de savoir si un nombre se divise en deux. En effet, les élèves parlent de leurs stratégies respectives, ce faisant, ils *justifient des affirmations et tentent de convaincre les autres de leur justesse*. De plus, les élèves *émettent des conjectures et trouvent des contre-exemples* au sujet de ces conjectures. Un exemple de ceci se produit lorsqu'un élève émet une conjecture sur le résultat d'un nombre pair divisé en 2 – qui donnerait un nombre impair – et qu'un autre élève lance un contre-exemple à cette conjecture affirmant que 100 divisé par 2 donne 50. Un autre exemple de cette manifestation se produit lorsqu'une élève formule une version « améliorée » d'une conjecture qu'elle avait émise précédemment et, qu'ici encore, des élèves trouvent rapidement des contre-exemples.

6.1.2 Les trois dimensions méta-mathématiques

Les écrits scientifiques exposent trois dimensions méta-mathématiques des retombées du questionnement. Cette section met en lumière certains éléments de réponse à mon objectif de recherche, ces derniers tirés des analyses réalisées au sujet de ces retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves.

Les écrits scientifiques avancent une cinquième dimension, soit que **Le questionnement installe une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques déployés**. Ici encore, les analyses confirment l'activité mathématique des élèves au regard de cette dimension. Par un questionnement tel que « Aidez-moi donc, expliquez-moi donc… », « Est-ce que la stratégie fonctionne ou ne fonctionne pas? Si ça fonctionne, pourquoi ? Si ça ne fonctionne pas, pourquoi ? », les élèves *communiquent des idées mathématiques* et *expriment publiquement un raisonnement* en prenant parole pour dire qu'ils sont d'accord ou pas avec telle affirmation ou telle stratégie. De plus, les élèves prennent position témoignant ainsi d'une *curiosité,* d'un désir d'*échanger, d'émettre et de justifier des idées* au regard de la discussion qui se déroule en classe. Il est possible d'observer ces manifestations, par exemple, dans la Séance 1 (Section 5.1.1) sur l'estimation d'une somme, lorsque les élèves prennent parole pour offrir une justification à une stratégie exposée par un pair qui, lui, considère seulement qu'une partie des deux nombres à additionner pour faire son estimation. Par la même occasion, cet exemple illustre aussi que les élèves expriment une volonté d'*écouter et de tenter de comprendre les raisonnements, les explications et les justifications des autres* élèves. Ou encore, dans la Séance 4 (Section 5.4.1) sur la représentation de la fraction un quart dans la croix, il est possible d'observer que ce n'est pas seulement l'élève qui propose le raisonnement sur une représentation de la fraction qui participe à la discussion. En effet, des élèves prennent parole pour exprimer une idée au sujet de la solution d'un autre élève qui cherche à faire valoir que chaque morceau représentant un quart coupé en deux donne des huitièmes. Ainsi, les élèves *tentent de comprendre* *les raisonnements et explications des autres*, ici sur l'équivalence de la fraction un quart et deux huitièmes. Enfin, les élèves *commentent et défient ce qui est dit par les autres en se questionnant, en relançant et en argumentant,* par exemple à la Séance 2 (Section 5.2.1) portant sur le problème de stylos, lorsqu'un élève va au tableau pour expliquer en quoi la stratégie d'un camarade de classe n'est pas adéquate. Cet élève argumente que son camarade n'a pas fait la bonne opération en divisant en 2 le nombre de crayons, car l'énoncé du problème stipule que 2 crayons sur 50 sont rejetés. Il précise même que, si la bonne solution avait été de diviser en 2, l'énoncé du problème dirait qu'il faut rejeter la moitié des crayons. Ce type de culture de classe est rendu possible par les interactions entre les élèves et l'enseignant et entre les élèves suite au type de questionnement déployé dans l'action. Ces interactions observées mettent en lumière qu'offrir une stratégie et une réponse n'est pas suffisant : les élèves et le chercheur-enseignant cherchent à comprendre lesdites stratégies et réponses. Ceci témoigne d'une volonté de faire des mathématiques pour les comprendre et leur donner du sens.

Une sixième dimension mise en évidence dans les écrits scientifiques est que **Le questionnement favorise le développement de pratiques de mathématisation**. Les analyses permettent d'exposer certains passages qui témoignent de l'activité mathématique des élèves, à travers le questionnement du chercheur-enseignant, concernant cette dimension. Par l'exploitation d'un questionnement tel que « Explique-moi pourquoi tu as fait …? », « Est-ce que quelqu'un a fait quelque chose qui se ressemble? », « Donc toi, tu n'es pas d'accord avec ça… Parce que ? », les élèves *s'engagent dans une investigation et le développement d'une pensée mathématique* et *fournissent des explications et des justifications aux idées mathématiques émises*. Il est possible d'observer ces manifestations, par exemple, dans la Séance 2 (Section 5.2.1) lorsqu'un élève en vient à expliquer la stratégie (compter par bonds) sur laquelle repose le calcul qu'il a fait pour déterminer le nombre de stylos. Cet élève justifie qu'il a cherché à déterminer combien de 50 il y a dans le 1000 crayons produits, ce qui l'a mené à dire qu'il y a 20 fois des 50 dans 1000. De plus, les élèves *écoutent les idées* *des autres, discutent des raisonnements et des idées mathématiques émises* et *comparent leurs raisonnements.* Ceci se produit, par exemple, lorsqu'un élève exprime qu'il a utilisé une stratégie similaire à un camarade pour déterminer qu'il y a 20 fois des 50 dans 1000 et qu'il complète la solution amorcée par celui-ci afin de résoudre le problème. Enfin, les élèves *s'engagent dans une argumentation*, par exemple lorsqu'un de ceux-ci *explique* que le raisonnement d'un autre est erroné en invalidant *le choix de la stratégie* (ici l'opération de division) qu'il a fait *en faisant un lien avec la tâche*. Cet élève argumente que l'énoncé du problème dit que 2 crayons sur 50 sont rejetés et non que la moitié des crayons sont rejetés.

Les écrits scientifiques soulèvent la septième dimension que **Le questionnement promeut un certain rapport au savoir mathématique**. Cette retombée se retrouve dans les analyses témoignant de l'activité mathématique des élèves à ce sujet. Par un questionnement comme « Est-ce qu'on a fait le tour ? Avant que tu nous donnes la réponse finale. », « OK, moi je veux revenir à ça par contre. On a l'air d'avoir fait une erreur, mais je pense que c'est une bonne erreur… il y a quelque chose d'intéressant là-dedans… On va essayer de les trouver », « Alors, là essayez de regarder la stratégie ici et de la comprendre pour voir si elle fonctionne ou si elle ne fonctionne pas », les élèves voient que *les mathématiques représentent une discipline d'exploration, qu'il y a des ambiguïtés et des incertitudes inhérentes à la discipline* et ils *mènent une investigation sur le développement d'idées mathématiques*. Il est possible d'observer ces manifestations, par exemple, dans la Séance 1 (Section 5.1.1) sur l'estimation d'une somme, lorsqu'un élève investigue l'idée avancée par un pair qui consiste à ne tenir compte que d'une « portion » des nombres à additionner (le 152 + 608, plutôt que 152 000 + 608 000) et qu'il affirme que, selon lui, la réponse se situera dans les 700 0000. Ou encore, dans la Séance 4 (Section 5.4.1) sur la représentation de la fraction un quart dans la croix, il est possible d'observer que les élèves en viennent à mieux comprendre en quoi deux parties sur huit est la même chose qu'une partie sur quatre. De plus, le questionnement fait que les élèves *émettent des doutes relativement* *à certaines affirmations* et qu'ils *ne se concentrent pas uniquement sur la réponse*. Il est possible d'observer ces manifestations, par exemple, dans la Séance 2 (Section 5.2.1) portant sur le problème des stylos, lorsqu'une élève exprime que, selon elle, le nombre de stylos à retirer n'est pas le bon puisque l'énoncé du problème dit qu'à chaque 50 stylos 2 stylos sont retirés puisqu'ils ne fonctionnent pas. L'élève témoigne, par cette prise de parole, qu'elle essaie de comprendre et d'expliquer pourquoi la stratégie de son collègue n'est pas adéquate. Dans la Séance 3 (Section 5.3.1) portant sur les critères de divisibilité, il est aussi possible d'observer que les élèves accomplissent une somme de travail considérable à partir de la conjecture d'un élève portant sur la divisibilité d'un nombre pair par 2 qui donnerait deux nombres impairs. Bien que celle-ci se soit avérée erronée dès l'instant où elle a été émise, grâce à un contre-exemple trouvé par un élève, les élèves explorent les ambiguïtés sous-jacentes à cette conjecture. Ces prises de parole permettent également d'illustrer que les élèves *adoptent une attitude respectueuse relativement aux erreurs* et qu'ils considèrent qu'il est pertinent d'en discuter.

Les différents exemples proposés illustrent ce qui a été observé dans les analyses réalisées dans le cadre de ce mémoire. Comme mentionné précédemment, les analyses offrent une confirmation de ce qui est avancé dans les écrits scientifiques au sujet des retombées d'un questionnement ouvert et axé sur des aspects conceptuels. Enfin, ces analyses mettent en avant que ces retombées observées peuvent s'actualiser en classe par un questionnement simple et spontané, qui se déploie dans l'action, comme celui utilisé dans le cadre de ce *Teaching Experiment*.

6.2 La mise en route d'une posture investigative en mathématiques.

Ces constats au regard des sept dimensions des retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves contribuent à offrir des pistes de réponse à mon objectif de recherche. En complément à cette confirmation de ce qui est avancé dans les écrits scientifiques, certains autres résultats relatifs aux retombées du questionnement peuvent être mis en lumière dans les analyses réalisées. Ceux-ci sont relatifs à la mise en route d'une posture investigative en mathématiques chez les élèves.

Un premier résultat : Le questionnement offre des fenêtres d'opportunités mathématiques aux élèves pour proposer des stratégies intuitives ou des raisonnements embryonnaires. Ce questionnement simple et spontané, qui se déploie dans l'action en interaction avec les élèves, **offre** ce qui est possible de nommer **des fenêtres d'opportunités mathématiques** et contribue à la mise en route d'une posture investigative chez les élèves. En effet, le fait d'être relancé par un « est-ce possible que…? », « est-ce que ça marche ? », « est-ce que c'est la même chose ? » offre une occasion aux élèves – au cœur de l'activité mathématique de la classe – de proposer des stratégies et raisonnements qui ne sont pas nécessairement « à terme » ou « complets ». En d'autres mots, ce questionnement fait en sorte que les élèves n'attendent pas nécessairement d'être certains ou d'avoir un raisonnement achevé avant de l'offrir à toute la classe : ils proposent leurs compréhensions du moment, eux aussi dans l'action. Un exemple de ceci se retrouve lors de la Séance 1 (Section 5.1.1) sur l'estimation de la somme de deux nombres. Lorsqu'un élève propose sa stratégie, où il n'utilise pas le nombre au complet pour faire son estimation (le 152 + 608 plutôt que 152 000 et 608 000), celle-ci semble intuitive et il n'arrive pas à expliciter son raisonnement sur le coup. Par contre, le questionnement du chercheur-enseignant laisse la place à ce type de proposition intuitive et il permet, grâce à la discussion qui en découle et aux prises de paroles d'autres élèves, de rendre de plus en plus explicite le raisonnement sous-jacent à cette stratégie et d'approfondir le contenu sur la numération de position décimale. Ces propositions de stratégies intuitives ou de raisonnements embryonnaires contribuent à l'émergence d'idées mathématiques et à la vivacité de l'activité mathématique des élèves en classe.

Un deuxième résultat : Le questionnement crée une certaine « indifférence » face à la validité initiale de la stratégie ou du raisonnement mathématique proposé. Les stratégies ou raisonnements mathématiques sont tout autant explorés par les élèves, que ceux-ci semblent, à première vue, erronés ou non. Puisque le chercheur-enseignant n'est pas en quête d'une « bonne réponse » dans son travail de recherche, cela fait en sorte qu'il questionne les élèves sans égard à la justesse de la stratégie offerte ou du raisonnement proposé. Ainsi, le questionnement utilisé crée une ouverture face aux idées mathématiques émises. En effet, le fait d'être relancé par un « Explique-nous ce que tu fais. », « Qu'est-ce que vous en pensez? », « Ça veut dire quoi ça ? » offre, ici encore, des occasions aux élèves d'explorer ces stratégies et raisonnements. À titre d'exemple, dans la Séance 1 (Section 5.1.1) sur l'estimation de la somme de deux nombres, un élève propose 1500 comme estimation à la somme de 498 et 947 et se révise avec 4100, bien que la somme qu'il propose donne textuellement 41 (le 15 + 13 + 13). Par la suite, plusieurs élèves prennent part à l'échange et offrent plusieurs raisonnements afin de tenter de donner du sens à ce qui a été fait par l'élève, tant pour le 41 que le 4100. Malgré le fait que certains semblent penser que l'estimation initiale de 1500 est la bonne, les élèves sont engagés dans la discussion et cherchent à comprendre ces différentes solutions (bien que certaines soient erronées du point de vue de quelques élèves, et de nous, comme observateurs !). Ainsi, que le raisonnement soit bon ou pas mathématiquement, que la réponse soit bonne ou pas, les élèves sont questionnés tout autant afin d'atteindre les objectifs de recherche du *Teaching Experiment*. Ce questionnement du chercheur-enseignant fait en sorte que les élèves emboîtent le pas, se questionnent et réfléchissent eux-aussi aux idées mathématiques émises (bonnes ou pas), s'engageant alors dans une posture investigative.

Un troisième résultat : Le questionnement mène les élèves à considérer les idées mathématiques proposées comme « appartenant » à la classe et à se décentrer de leurs solutions. Que les idées mathématiques et solutions soient les leurs ou celles des autres élèves de la classe ne semble pas faire une différence dans le désir des élèves de les expliquer et de leur donner un sens. Être relancé, par un questionnement tel que « Mais là, il faudrait essayer de comprendre » ou « Est-ce que ça marche cette idée-là? », fait en sorte que les élèves sont curieux, s'intéressent aux solutions proposées et expriment un désir de communiquer des idées mathématiques. En effet, ce type de questionnement a comme effet que les élèves justifient les solutions proposées et cherchent à convaincre les autres. Ainsi, les élèves ne se contentent pas de garder pour eux-mêmes leurs compréhensions : ils les communiquent aux autres et ils s'intéressent aux solutions et aux compréhensions des autres. Par exemple, dans la Séance 4 (Section 5.4.1) sur la représentation de la fraction un quart dans la croix, lorsqu'un élève avance une explication au sujet de la solution d'un autre élève, il témoigne d'un intérêt envers la solution d'un pair et d'un désir de communiquer sa compréhension aux autres élèves de la classe au sujet de cette solution (qui n'est pas la sienne). De plus, dans le même échange, lorsqu'une élève tente une explication en s'appuyant sur une représentation différente afin de justifier qu'un quart et deux huitièmes sont deux fractions équivalentes, elle manifeste un désir de vouloir soutenir la compréhension des autres et de communiquer sa compréhension. Il est donc possible de voir dans ces exemples une **décentration** de la part des élèves envers leurs idées ou leurs raisonnements initiaux pour « plonger » avec intérêt dans les idées mathématiques des autres. Il est même possible d'y voir un désir de communiquer leurs compréhensions, afin d'expliquer leurs solutions ou celles des autres. Ces attitudes illustrent cette posture investigative qui se développe chez les élèves. Bref, les élèves semblent **considérer que les idées mathématiques proposées « appartiennent » à la classe** et que celles-ci valent la peine de s'y intéresser sans égard au « premier auteur » de ces idées.

Un quatrième résultat : Le questionnement encourage à voir les stratégies et raisonnements proposés comme des points de départ pour des investigations mathématiques plutôt que des points d'arrivée. D'une façon plus « globale », les exemples mentionnés ci-haut illustrent également que le questionnement **encourage à voir les stratégies et raisonnements proposés comme des points de départ pour des**

investigations mathématiques plutôt que des points d'arrivée. En d'autres termes, le questionnement utilisé dans ce *Teaching Experiment* fait que les élèves voient les stratégies et raisonnements proposés comme des déclencheurs pour amorcer la discussion en classe et non comme des réponses finales au problème proposé. C'est à partir de ces idées mathématiques que les élèves rebondissent sur les stratégies et raisonnements des autres, qu'ils émettent de nouvelles conjectures, qu'ils réfutent certaines idées à l'aide de contre-exemples, etc. Par exemple, dans la Séance 1 (Section 5.1.1) sur l'estimation de la somme de deux nombres, un élève propose sa stratégie où il n'utilise pas le nombre au complet pour faire son estimation (le 152 + 608 plutôt que 152 000 et 608 000). La discussion qui en découle au sein de la classe illustre que les élèves considèrent maintenant cette stratégie comme un nouveau problème à explorer, comme point de départ pour une nouvelle investigation. Toujours dans la Séance 1, tel que souligné avant, lorsqu'un élève propose 1500 comme estimation à la somme de 498 et 947, puis se révise et avance 4100 bien que la somme qu'il propose donne textuellement 41 (le 15 + 13 + 13), plusieurs élèves prennent part à l'échange qui s'en suit pour tenter de donner un sens à cette solution. Ces exemples d'explorations illustrent que les élèves considèrent maintenant ces solutions comme de nouveaux problèmes à explorer. C'est cette effervescence d'idées mathématiques émergentes, dans l'action de résoudre et vues comme des points de départ pour de nouvelles investigations, qui teintent et stimulent l'activité mathématique des élèves en classe.

Les analyses réalisées ont mis en lumière ces quatre autres résultats de recherche relatifs aux retombées du questionnement qu'il est possible de regrouper sous l'angle de la mise en route d'une posture investigative en mathématiques chez les élèves. D'abord, le questionnement offre des fenêtres d'opportunités mathématiques aux élèves pour proposer des stratégies intuitives ou des raisonnements embryonnaires. Ensuite, il crée une certaine « indifférence » face à la validité initiale de la stratégie ou du raisonnement mathématique proposé. Puis, le questionnement mène les élèves à considérer les idées mathématiques proposées comme « appartenant » à la classe et à se décentrer de leurs solutions. Enfin, il encourage les élèves à voir les stratégies et raisonnements proposés comme des points de départ pour des investigations mathématiques, plutôt que des points d'arrivée.

6.3 Ouverture vers un nouveau sujet de recherche

Mon objectif de recherche porte sur les retombées du questionnement sur l'activité mathématique des élèves en classe. Néanmoins, ces retombées ne semblent pas s'être produites de façon linéaire ou de façon causale. Les analyses réalisées dans le cadre de ce mémoire mettent en lumière que le type de questionnement exploité par le chercheur-enseignant génère des retombées regroupées en deux sous-catégories : quatre dimensions mathématiques et trois dimensions méta-mathématiques. De plus, quatre autres résultats de recherche ont été dégagés de ces analyses autour du développement d'une posture investigative. Toutefois, les trois dimensions méta-mathématiques semblent jouer un rôle particulièrement important dans la *portée* du questionnement et dans la présence des retombées sur la posture des élèves. Une certaine boucle d'influence mutuelle entre retombées et questionnements semble se mettre en route durant ces séances de *Teaching Experiment.* En d'autres mots, le questionnement génère des retombées sur le plan des trois dimensions méta-mathématiques, mais ces dernières semblent **contribuer à leur tour** à ce que le questionnement puisse générer d'autres retombées, favorables à la mise en route d'une posture investigative en mathématiques. Une analogie d'engrenages parait utile pour illustrer ce phénomène d'entraînement mutuel ou d'enchevêtrement, qui semble exister entre le questionnement, les dimensions méta-mathématiques et la mise en route d'une posture investigative (Figure 6.1).

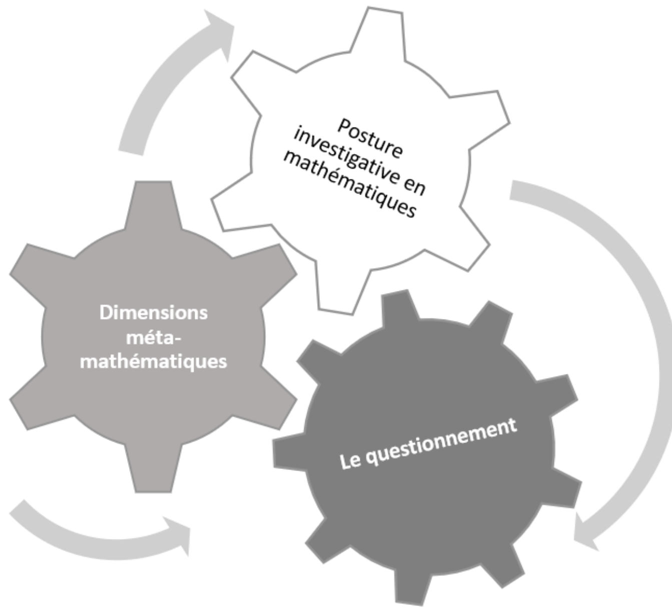


Figure 6.1 Phénomène d'engrenage entre le questionnement, les dimensions méta-mathématiques et la mise en route d'une posture investigative.

D'abord, la dimension méta-mathématique **culture de classe**, favorisée par le questionnement du chercheur-enseignant, encourage certains comportements chez les élèves, par exemple, à exprimer publiquement un raisonnement, à être curieux, à commenter, à défier les autres. En retour, cette culture de classe semble créer des contextes favorables pour que le questionnement permette l'actualisation des retombées de ce dernier. Par exemple, la culture de classe impulsée par le questionnement semble jouer un rôle dans le fait que celui-ci **offre des fenêtres d'opportunités mathématiques** aux élèves pour proposer des stratégies intuitives ou des raisonnements embryonnaires. La culture de classe contribue au fait que ces fenêtres d'opportunités soient saisies par les élèves. De plus, c'est aussi la culture de classe qui semble participer au fait que le questionnement mène les élèves à considérer les idées mathématiques proposées comme **« appartenant » à la classe et à se décentrer de leurs solutions**. Ainsi, le questionnement a comme retombée d'installer une culture de classe favorisant les interactions sur les raisonnements et les compréhensions mathématiques, et cette culture de classe semble offrir un terreau nécessaire pour que ce questionnement ait la portée soulevée dans les analyses tant au regard des dimensions méta-mathématiques que de la mise en route d'une posture investigative en mathématiques chez les élèves.

Ensuite, le type de questionnement du chercheur-enseignant fait que les élèves **développent certaines pratiques de mathématisation** (dimension méta-mathématique), telles qu'écouter les idées et les raisonnements mathématiques des autres, comparer leurs solutions, chercher à convaincre et s'engager dans une argumentation mathématique. En retour, ces pratiques de mathématisation semblent créer un contexte favorable pour que le questionnement permette l'actualisation des retombées de celui-ci et la mise en route d'une posture investigative en mathématiques. Par exemple, les pratiques de mathématisation favorisées par le questionnement semblent participer au fait que celui-ci mène les élèves à considérer les idées mathématiques proposées comme **« appartenant » à la classe et à se décentrer de leurs solutions**. De plus, ces pratiques de mathématisation jouent aussi un rôle dans le fait que le questionnement pousse les élèves à **voir les stratégies et raisonnements proposés comme des points de départ** pour des investigations mathématiques, plutôt que comme des points d'arrivée. Ainsi, le questionnement a comme retombée de développer ces pratiques de mathématisation, mais celles-ci semblent être nécessaires pour qu'en retour ce questionnement ait un impact sur les dimensions méta-mathématiques et la mise en route d'une posture investigative en mathématiques.

Enfin, le questionnement du chercheur-enseignant promeut un certain **rapport au savoir mathématique** (dimension méta-mathématique) et fait notamment en sorte que les élèves mènent une investigation sur des idées mathématiques, émettent des doutes et adoptent une attitude respectueuse relativement aux erreurs. En retour, ce rapport au savoir crée des conditions favorables pour que le questionnement ait ces retombées. Par exemple, ce rapport au savoir impulsé par le questionnement semble contribuer au fait que celui-ci **crée une certaine « indifférence » face à la validité initiale de la stratégie ou du raisonnement mathématique proposé**. De plus, ce rapport au savoir participe au fait que le questionnement mène les élèves à **voir les stratégies et raisonnements proposés comme des points de départ** pour des investigations mathématiques, plutôt que comme une finalité. Le rapport au savoir semble aussi être essentiel pour que le questionnement participe aux dimensions méta-mathématiques et à la posture investigative.

D'éventuelles recherches pourraient en ce sens avoir pour objectif d'explorer ce phénomène d'engrenage et d'étudier comment ces influences mutuelles s'installent *initialement* en classe de mathématiques ou encore comment elles s'auto-influencent. Comme illustré dans ce mémoire, le questionnement du chercheur-enseignant rend concrètes les retombées exposées précédemment sur l'activité mathématique des élèves en classe. Toutefois, cette recherche soulève tout autant un phénomène d'influence mutuelle qui semble prendre forme et même force au fil des séances entre le questionnement du chercheur-enseignant, et ce que celui-ci génère, tant au niveau des dimensions méta-mathématiques que de la mise en route de la posture investigative chez les élèves. Bref, le questionnement, les dimensions méta-mathématiques et la mise en route d'une posture investigative semblent se nourrir mutuellement et contribuer à la présence et à la portée de l'autre au fil des séances et même au sein même d'une séance. C'est en ce sens qu'une étude sur l'évolution de ces retombées en classe de mathématiques – et leurs influences mutuelles – apparaît pertinente.

6.4 Conclusion

En terminant, les analyses réalisées dans le cadre de ce mémoire permettent d'en savoir davantage au sujet des retombées du questionnement utilisé dans le cadre d'un *Teaching Experiment*, à la Leslie P. Steffe (1991, 2000), sur l'activité mathématique des élèves en classe. Dans un premier temps, les résultats dégagés de ces analyses confirment ce qui est avancé dans les écrits scientifiques au sujet des retombées d'un questionnement ouvert et axé sur des aspects conceptuels. Dans un deuxième temps, les analyses mettent en lumière que ces retombées observées peuvent s'actualiser en classe par un questionnement comme celui exploité par le chercheur-enseignant. De plus, d'autres résultats relatifs aux retombées du questionnement sur la posture investigative des élèves sont mis en avant. Enfin, ces analysent pointent vers la pertinence, dans une éventuelle recherche, d'explorer le phénomène d'engrenage ou d'influence mutuelle qui semble se mettre en route entre le questionnement du chercheur-enseignant et ce que celui-ci génère, tant au niveau des dimensions méta-mathématiques que de la mise en route de la posture investigative chez les élèves.

Pour conclure ce mémoire, le prochain chapitre prend la forme d'un épilogue. Dans cet épilogue, j'avance certaines réflexions, à titre de conseillère pédagogique, au regard de mon objectif de recherche au terme de cette aventure à la maîtrise.

ÉPILOGUE

Ce projet de recherche de maîtrise a commencé avec un questionnement issu de ma pratique comme conseillère pédagogique et il se termine tout naturellement par une réflexion comme conseillère pédagogique. Dans ma problématique, j'expose mon malaise professionnel au regard d'un contraste pouvant être dégagé au sujet du questionnement en classe. En effet, un contraste peut être perçu entre les diverses et nombreuses recommandations faites aux enseignants, concernant un questionnement qui doit être « bien planifié » et qui utilise de « bonnes questions », et ce que j'ai observé durant les séances de *Teaching Experiments,* où un questionnement *simple et spontané* était exploité. Ce travail de recherche m'amène à penser que mon malaise initial, issu de mon expérience comme conseillère pédagogique, était justifié…

Comme mentionné au Chapitre 3, bien que le but d'un *Teaching Experiment* ne soit pas d'enseigner aux élèves, en assistant aux séances j'ai été poussée à réfléchir à l'enseignement des mathématiques à partir des actions réalisées par le chercheur-enseignant. Ce travail de recherche sur les retombées de ce questionnement simple et spontané m'a mené à mieux comprendre le processus même du questionnement dans l'action de la classe et ses retombées sur l'activité mathématique des élèves. Par ses interventions, par son questionnement, le chercheur-enseignant a fortement influencé l'activité mathématique de la classe.

Si vous me permettez l'expression, ce travail de recherche confirme qu'il est possible de faire beaucoup avec peu. Avec un questionnement simple et spontané, en réaction aux propos des élèves et à leurs idées mathématiques, beaucoup s'est produit dans ces classes. Ceci laisse entrevoir des nuances importantes face à certaines recommandations faites aux enseignants au sujet du questionnement. Et, d'avancer l'idée que questionner les élèves peut être une pratique somme toute pas si complexe. En effet, un questionnement comme « Pourquoi? », « Est-ce qu'il y a d'autres façons? », « Est-ce que vous êtes d'accord …? », déployé dans le feu de l'action, peut mener les élèves à réfléchir aux idées mathématiques émises, à expliquer et justifier leurs solutions et à émettre des conjectures, etc. Ceci mène à se demander si ce « bon questionnement » ne pourrait pas simplement être un questionnement qui nait d'un désir d'approfondir notre compréhension des idées mathématiques que l'élève est en train d'offrir … Comme conseillère pédagogique, sans verser dans le « j'improvise et on verra bien ! », j'ai le souhait d'atténuer la « pression » mise sur les enseignants relativement à leur questionnement et de favoriser ces interventions et questionnements « sur-le-champ ».

Ce que je retiens comme conseillère pédagogique est que le type de questionnement exploité par le chercheur-enseignant peut être une source d'inspiration pour le personnel enseignant. Dans les *Teaching Experiments,* le chercheur-enseignant s'intéresse à ce que les élèves pensent mathématiquement et il semble laisser libre cours à sa curiosité (scientifique) envers ces idées mathématiques. Plusieurs aspects de la posture adoptée et du questionnement exploité m'apparaissent intéressants à explorer afin de s'en inspirer pour la classe de mathématiques. Ces aspects sont : l'accueil des idées et des raisonnements mathématiques des élèves (qu'ils soient justes ou pas, erronés ou non), le fait de rebondir sur leurs idées mathématiques et de les creuser, le fait de ne pas automatiquement valider ou invalider une stratégie ou une solution pour l'explorer en profondeur avant tout, etc. En d'autres termes, le chercheur-enseignant réagit aux idées mathématiques émises par les élèves lors des séances de *Teaching Experiment :* ses actions ne sont pas « toutes planifiées », elles sont plutôt contingentes à ce qui se déroule mathématiquement en classe et elles impliquent des interventions spontanées. Bref, le chercheur-enseignant réagit à ce que les élèves font et à ce qu'ils offrent mathématiquement. Force est d'admettre que tout ça est bien loin des recommandations habituelles, logées dans une logique d'anticipation et de planification. Il y a une place importante laissée à l'action de la classe et à son déroulement.

Les retombées observées du questionnement dans les analyses de ce travail de recherche et le rôle qu'il serait possible d'y voir pour les enseignants font écho à ce que Lampert (1990) avance dans ses travaux. Elle cite notamment Lakatos qui affirme que les mathématiques se développent en émettant des conjectures, en cherchant à les valider ou à les invalider en faisant des essais, en trouvant des exemples et des contre-exemples, etc. S'appuyant sur l'affirmation de Lakatos, Lampert mentionne que le **rôle de l'enseignant est de faire avancer les mathématiques** à partir de l'activité des élèves **en questionnant** les idées émises par ceux-ci, **en discutant** avec eux et **en poussant** les idées mathématiques qui surgissent dans l'action de la classe. Pour y arriver, l'enseignant s'affaire à **créer un climat de classe respectueux,** où les élèves savent qu'il est attendu d'eux qu'ils émettent des conjectures, qu'ils argumentent et qu'ils justifient les idées mathématiques qu'ils proposent ou que les autres proposent.

> The students are courageous and modest in making and evaluating their own assertions and those of others, and in arguing about what is mathematically true; they move around in their thinking from observations to generalizations and back to observations to refute their own ideas and those of their classmates. While they are learning mathematics, these students are also learning, tacitly if not explicitly, to place mathematics appropriately in the lexicon of ways of knowing. (Lampert, 1990, p. 33)

Lampert (1990) avance également que c'est le **rôle de l'enseignant de faire en sorte que les élèves s'engagent dans la discussion,** afin de créer une communauté de validation au sein de la classe. Le développement de la culture de classe souhaitée se crée par les interactions entre les élèves et entre l'enseignant et les élèves. L'enseignant fait en sorte que les élèves partagent leurs stratégies, argumentent, se questionnent, se défient, comparent leurs solutions, etc. Le questionnement de l'enseignant veut initier chez les élèves une habitude à expliquer leur raisonnement, leurs idées, à formuler des hypothèses, à comparer leur réponse ou leur raisonnement avec celui des autres. Dans ce contexte, l'enseignant en vient à avoir un **rôle de médiateur** en faisant des liens entre les idées mathématiques des élèves qui surviennent dans l'action et les conventions mathématiques.

> The role I took in classroom discourse, therefore, was and engage in mathematical arguments with students; this meant that I needed to know more than the answer or the rule for how to find it, and I needed to do something other than explain to them why the rules worked. I needed to know how to *prove* it to them, in the mathematical sense, and I needed to be able to evaluate their proofs of their own mathematical assertions. In the course of classroom discussions, I also initiated my students into the use of mathematical tools and conventions. Information about tools and conventions was integrated with teaching the class about the process of doing mathematics. (Lampert, 1990, p. 41)

En adoptant ces rôles avancés par Lampert, l'enseignant crée des moments propices à l'émergence d'idées mathématiques et à des investigations spontanées au cours des discussions en classe. Le questionnement de l'enseignant favorise une participation active dans les échanges.

Comme conseillère pédagogique, je dégage de tout ce travail de recherche quelques pistes pour ma pratique. En particulier :

(1) Comme enseignant, il faut être prêt, préparé à accueillir les idées mathématiques, tout en gardant en tête que c'est dans l'action que se déroule l'activité mathématique des élèves. Bref, tout n'a pas à être planifié, ni scripté à l'avance.

(2) L'enseignant questionne, relance et s'assure que les mathématiques de la classe avancent par les investigations menées par les élèves et rendues possibles par son questionnement.

(3) Ce n'est pas l'enseignant qui « fait » le travail mathématique à la place des élèves. L'enseignant écoute les élèves lorsqu'ils partagent leurs raisonnements, il rebondit « sur-le-champ » sur ces raisonnements afin de les explorer et les

creuser, mais il ne fait tout simplement pas le travail mathématique à la place des élèves.

Finalement, il faut avouer que ces réflexions sont aussi révélatrices de la nature de l'engagement des élèves. J'ai eu l'occasion d'observer le réel plaisir de plusieurs élèves à faire des mathématiques et à explorer des idées mathématiques de cette façon dans ce projet. Ce plaisir observé en classe fait contraste avec un certain discours populaire voulant que plusieurs personnes n'aiment pas (ou n'aient pas aimé) les mathématiques à l'école. Il semble possible de raviver ou maintenir la curiosité et l'engagement des élèves à travers une activité mathématique signifiante. Ainsi, avoir un impact sur la culture de classe, sur les pratiques de mathématisation, sur la mise en route d'une posture investigative et même sur le rapport au savoir des élèves, tout cela par le type de questionnement exploité, représentent des retombées fort intéressantes à considérer pour la pratique enseignante. Il y a donc ici quelques pistes de réflexions à creuser sur la façon dont les mathématiques peuvent se faire dans une classe.

En terminant, faire ce travail de recherche m'a beaucoup apporté comme personne et comme conseillère pédagogique. Être plongée dans cet environnement, dans cette culture de recherche, m'a poussé à explorer certaines idées sur l'enseignement des mathématiques sous un nouvel angle. Assurément que ma vision de ce qu'est « faire des mathématiques » s'est transformée au cours de mes années de maîtrise et elle teinte maintenant ma façon d'accompagner les enseignants et de vivre des activités mathématiques en classe avec les élèves. Je m'efforce à chaque occasion d'être à l'écoute des idées mathématiques offertes par les élèves, d'explorer ces idées par un questionnement simple et spontané, en réaction à ce qui se déroule dans le moment présent, afin moi aussi de participer à faire avancer les mathématiques de la classe avec eux.

BIBLIOGRAPHIE

Ackermann, E. (1995). Construction and transference of meaning through form. Dans L. P. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in education* (341-354). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Bauersfeld, H. (1994). Réflexions sur la formation des maîtres et sur l'enseignement des mathématiques au primaire. *Revue des sciences de l'éducation,* 20(1), 175-198.

Bloom, B.S., et al. (1969) *Taxonomy of Educational Objectives*, Volume 1, Cognitive Domain. Education Nouvelle, Montréal.

Borasi, R. (1987). Exploring Mathematics through the Analysis of Errors. *For the learning of Mathematics*, Vol. 7, No. 3 (November, 1987), 2-8.

Borasi, R. (1994). Capitalizing on Errors as "Springboards for Inquiry": A Teaching Experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 25, No. 2 (March, 1994), 166-208.

Cobb, P., Perlwitz, M., & Underwood, D. (1994). Construction individuelle, acculturation mathématique et communauté scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, *20*(1), 41-61.

Douady, R. (1994). *Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir*. Repères IREM no 15. Topiques Editions, Pont à Mousson.

Hattie, J. (2009). *Visible learning*. Routledge.

Hunting, R. (1997), Clinical interview methods in mathematics education research and practice, *Journal of Mathematical Behavior*, *16*(2), 145-165.

Karsenti, Thierry, et Stéphanie Demers. 2000. « L'étude de cas ». Dans *Introduction à la recherche en éducation*, sous la dir. de Thierry Karsenti, et Lorraine Savoie-Zajc, (225-247). Sherbrooke, Canada : Éditions du CRP.

De Villers, M.-E. (2018). Dans *Multidictionnaire de la langue française Éd. du 30e anniversaire.* Montréal.

Lampert, M. (1990). When the problem Is not the question and the solution Is not the answer: mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, *27*(1), 29-63.

Ministère de l'Éducation de l'Ontario [MEO]. (2011). *L'art de questionner de façon efficace*. Secrétariat de la littératie et de la numératie : Ontario, Canada.

Ministère de l'Éducation du Québec [MELS]. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise*. Gouvernement du Québec : Québec, Canada.

Ministère de l'Éducation du Québec [MELS]. (2012). *Agir autrement en mathématique*. Gouvernement du Québec : Québec, Canada.

Nemirovsky, R. (2005). Mathematical spaces. Dans R. Nemirovsky, A.S. Rosebery, J. Solomon, & B. Warren (Eds.), *Everyday matters in science and mathematics* (45-94). Mahwah, NJ: LEA.

Nesbitt Vacc, N. (1993). Questioning in the Mathematics Classroom. *The arithmetic Teacher*, Vol. 41, No. 2 (October 1993), 88-91.

Powell, A. B., Francisco, J. M. et Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The journal of mathematical behavior*, *22*(4), 405-435.

Proulx, J., Champagne, K., Dufault, A., Mégrourèche, C., L'Italien-Bruneau, R.-A. et Van Moorhem, A. (2019). *Enseignement des mathématiques par résolution de problèmes : Approche, fondements et illustrations*. Université du Québec à Montréal. http://profmath.uqam.ca/~jproulx/MAT3227.html

Proulx, J., Mégrourèche, C. (2021). Retombées collatérales d'un *Teaching Experiment*: vers une bienveillance didactique. *Can. J. Sci. Math. Techn. Educ.* 21, 639–665.

Rasmussen, C., Yackel, E., King, K. (2003). Social and Sociomathematical Norms in the Mathematics Classroom. Dans H. Schoen & R. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving: Grades 6-12* (143-154). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Robert, P. (Ed.). (2019). Dans *Le Petit Robert 2019*. Paris

Savoie-Zajc, L. (2018). La recherche qualitative/interprétative en éducation. Dans T. Karsenti et L. Savoie-Zajc (dir.), *Introduction à la recherche en éducation* (191-217). Montréal : Presses de l'Université de Montréal.

Schuster, L. & Canavan Anderson N. (2005). *Good Questions for MATH TEACHING.* Math Solution Publications, Sausalito.

Simmt, E. (1998). The Fractal Nature of a Mother and Son's Mathematics Knowing. *Journal of Curriculum Theorizing*, (Fall 1998), 12-20.

Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. Dans *Radical constructivism in mathematics education* (177-194). Springer.

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. Dans R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sullivan, P. & Lilburn, P. (2010). *Activités ouvertes en mathématiques.* Chenelière.

Thompson, A. G., Philipp, R. A., Thompson, P. W., & Boyd, B. A. (1994). Calculational and conceptual orientations in teaching mathematics. In A. Coxford (Ed.), *1994 Yearbook of the NCTM* (79-92). Reston, VA: NCTM.

Tremblay, M.- A. (1968). *Initiation à la recherche dans les sciences humaines*. Montréal: McGraw-Hill.

Watson, A. & Mason, J. (1998). *Questions and Prompts for Mathematical Thinking.* ATM, Derby.