

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LES EFFETS DE L'ASSOUPPLISSEMENT QUANTITATIF SUR LES
RENDEMENTS BOURSIERS AUX ÉTATS-UNIS:
UN CONTRASTE MÉTHODOLOGIQUE

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN SCIENCES ÉCONOMIQUES

PAR
PHILIPPE TOUSIGNANT

MAI 2025

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de ce mémoire se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.12-2023). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [la] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers les personnes qui m'ont soutenu tout au long de la rédaction de ce mémoire. Tout d'abord, je voudrais remercier mon ami Alek Racicot pour sa contribution. Ses commentaires critiques et ses suggestions ont grandement contribué à l'amélioration de ce travail. Je suis également reconnaissant envers ma conjointe Bianka et mes parents pour leur soutien inconditionnel. Leurs encouragements ont été une source d'inspiration pour moi. Je tiens également à remercier Isaac Tham. Son module VARNN a été indispensable pour la partie empirique de ce mémoire. Enfin, je voudrais exprimer ma profonde gratitude envers mes deux co-directeurs, Alain Paquet et Philippe Goulet-Coulombe. Leurs conseils, leur expertise et leur soutien ont été inestimables tout au long de la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	ii
LISTE DES TABLEAUX	iv
LISTE DES FIGURES	v
RÉSUMÉ	vi
INTRODUCTION	1
REVUE DE LA LITTÉRATURE	6
MODÉLISATION	11
DONNÉES	20
RÉSULTATS	24
ROBUSTESSE	36
CONCLUSION	45
APPENDICE	48
BIBLIOGRAPHIE	55

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Page
1 P-value du test Dickey-Fuller augmenté	21
2 Sélection du nombre de retards : BIC & RMSE hors échantillon .	25
3 Performance en échantillon (VAR) : RMSEs par variable normalisée par l'écart-type (2003-2022)	29
4 Performances hors échantillon - RMSE relative au modèle AR (Juillet 2021 - Décembre 2022)	30
5 Corrélations croisées du S&P500, DJI et NASDAQ (2003-2022) . .	37
6 Performances hors échantillon - RMSE relative au modèle AR - Comparaison S&P500, DJI, et NASDAQ (Juillet 2021 - Décembre 2022)	38
7 Performances hors échantillon - RMSE relative au modèle AR - Comparaison FFR et SR (Juillet 2021 - Décembre 2022)	40
8 Statistiques descriptives du jeu de données WALCL-S&P500 (2003- 2022)	48
9 P-value du test Ljung-Box du modèle VAR en échantillon	50
10 P-value du test Ljung-Box du modèle VARNN hors échantillon . .	50

LISTE DES FIGURES

Figure		Page
1	Architecture du VARNN	15
2	Effet cumulatif du choc d'AQ sur le rendement S&P500	32
3	Effet cumulatif du choc d'AQ & de FFR sur le taux de croissance du CPI	34
4	Comparaison du S&P500, DJI & NASDAQ normalisé	37
5	Comparaison de l'effet cumulatif de l'AQ sur le rendement du S&P500, DJI et NASDAQ	39
6	Effet cumulatif du choc d'AQ sur le rendement du S&P500 (avec SR)	41
7	Effet cumulatif du choc de FFR et de SR sur le rendement du S&P500	42
8	Comparaison de l'effet cumulatif du FFR, SR et l'AQ sur le taux de croissance du CPI	43
9	Séries temporelles du jeu de données WALCL-S&P500	49
10	Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données WALCL- S&P500	51
11	Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données WALCL-DJI	52
12	Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données WALCL- NASDAQ	53
13	Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données WALCL- S&P500 (avec SR)	54

RÉSUMÉ

Dans le cadre de ce mémoire, j'examine les effets de l'assouplissement quantitatif sur les rendements boursiers aux États-Unis de 2003 à 2022. J'effectue également un contraste méthodologique en utilisant deux modèles distincts, soit un modèle VAR, un modèle macroéconométrique classique, et le VARNN, un modèle d'apprentissage profond. Les différentes fonctions de réponses des deux modèles offrent des résultats divergents quant aux effets de l'assouplissement quantitatif sur le rendement boursier. Le VARNN ne montre aucun effet tandis que le VAR montre un effet négatif permanent, ce constat se maintient en changeant la variable d'intérêt ou l'instrument monétaire employé. Ces résultats suggèrent que l'impact de l'assouplissement quantitatif pourrait être moins important que prévu ou déjà pris en compte dans les prix du marché, indiquant une complexité accrue dans l'évaluation de l'effet de l'assouplissement quantitatif sur les rendements boursiers. Néanmoins, le contraste entre ces résultats et la discordance avec la théorie existante sur l'effet positif d'un choc monétaire sur les rendements boursiers soulèvent l'importance de poursuivre la recherche sur les effets de l'assouplissement quantitatif ainsi que le rôle que les méthode d'apprentissage automatique peuvent jouer à cet égard.

INTRODUCTION

La crise financière de 2008 et la récession qui s’y rattache ont poussé les autorités monétaires à travers le monde à adopter une politique monétaire expansionniste afin d’assurer la stabilité du système financier et à contribuer à stabiliser l’économie. Cependant, les faibles taux d’intérêt durant cette période ont vraisemblablement limité l’impact des instruments monétaires traditionnels à la disposition des banques centrales (Fawley et Neely, 2013). Conséquemment, un grand nombre d’entre elles ont eu recours à l’assouplissement quantitatif¹ (AQ). Aux États-Unis, dans la foulée de la Crise financière de 2008, on note trois épisodes distincts d’assouplissement quantitatif entre 2008 et 2014 (Fawley et Neely, 2013). La pandémie associée à la COVID-19 a causé une situation similaire. L’incertitude et les mesures sanitaires ont engendré des conditions économiques et financières difficiles (Baker *et al.*, 2020). Les taux d’intérêt nominaux étant encore près de zéro, la Réserve fédérale a eu recours à nouveau à un assouplissement quantitatif. Ces deux événements ont eu un effet considérable sur la taille du bilan de la Réserve fédérale américaine. En date de décembre 2023, ce dernier était approximativement 11 fois plus élevé qu’avant le premier épisode d’AQ en 2008². Il est intuitif de se questionner sur les effets d’une telle hausse. Dans le cadre de ce mémoire, je m’intéresse à leur potentiel effet sur les rendements boursiers. Plus précisément, est-ce que l’assouplissement quantitatif de la Réserve fédérale lors de la crise fi-

1. L’assouplissement quantitatif peut être défini comme toutes actions d’une banque centrale qui augmentent drastiquement et irrégulièrement son bilan dans un contexte de très faibles taux d’intérêt (Fawley et Neely, 2013).

2. Données tirées à partir de la série WALCL provenant de la Réserve fédérale de St-Louis.

nancière de 2008 et la récession associée à la pandémie a eu un effet tangible sur les rendements boursiers américains ?

Une littérature assez abondante couvre les effets de l’assouplissement quantitatif sur le marché boursier. Toutefois, elle se concentre sur les événements précédant le dernier épisode associé à la pandémie. Par exemple, Al-Jassar et Moosa (2019) et Junior *et al.* (2016) explorent la question et concluent tous les deux que l’assouplissement quantitatif a eu un effet positif sur les rendements boursiers. Naturellement, la question mérite d’être revisitée vu les actions de la Réserve fédérale durant la pandémie. Ce nouvel épisode d’AQ offre de nouvelles observations avec un épisode distinct qui pourrait améliorer l’état des connaissances et contribuer à mieux évaluer les implications de l’assouplissement quantitatif sur le marché boursier.

Durant les dix dernières années, l’apprentissage automatique et l’apprentissage profond sont devenus des champs de recherches importants à part entière. Ils ont également trouvé leur place dans d’autres disciplines, telles que la médecine pour le diagnostic et la climatologie pour les prévisions, en raison de leur performance et de leur flexibilité. Par contre, leur utilisation en macroéconomie est majoritairement liée à la prévision. Généralement, la grande faiblesse de ces modèles est qu’ils sont difficilement interprétables, ce qui les rend peu utile pour la question dont traite ce mémoire. L’un des rares exemples d’utilisation de ce type de modèle dans ce contexte est Bhar *et al.* (2015) qui se concentrent sur les effets de l’assouplissement quantitatif sur le marché boursier américain à l’aide d’arbres de décisions. Par contre, de nouveaux modèles plus interprétables, dont celui contenant des paramètres généralisés variables dans le temps *Generalized Time Varying Parameters* (GTVPs), ont été développés. L’approche de forêt aléatoire d’arbres

décisionnels adaptée et appliquée par Coulombe (2021) à la macroéconomie ou *Macroeconomy as a Random Forest* (MRF), en est un bon exemple. Il y a donc place à contribution dans cette littérature en utilisant ces algorithmes d'apprentissage automatique et profond, notamment en comparant leurs performances avec celles des méthodes traditionnelles en ce qui a trait à l'estimation de l'effet de l'assouplissement quantitatif sur les rendements boursiers.

Empiriquement, j'analyse l'effet de l'assouplissement quantitatif à l'aide de fonctions de réponses orthogonales en utilisant le taux de croissance du bilan de la Réserve fédérale et les rendements boursiers du S&P500. Afin d'isoler le choc structurel monétaire, j'utilise une identification comportant des restrictions de court terme, inspirée de Gali et Gambetti (2014). Ces fonctions de réponses sont générées à partir de deux modèles différents. Le premier est un modèle vectoriel autorégressif (VAR). Le second modèle est un réseau neuronal profond de régression autorégressive vectorielle ou *Vector Autoregressive Regression Neural Network* (VARNN), un réseau de neurones profond où la dernière couche est une équation linéaire autorégressive.

Ce mémoire vise principalement à évaluer si les modèles traditionnels, comme le VAR, et les modèles issus de l'apprentissage automatique, comme le VARNN, arrivent à des conclusions similaires quant à l'effet de l'assouplissement quantitatif sur les rendements boursiers, et à déterminer si le VARNN constitue une option méthodologiquement viable pour ce type d'analyse. L'objectif n'est pas d'établir la supériorité d'un modèle, mais d'examiner si ces deux approches distinctes conduisent à des résultats cohérents ou divergents. Cette comparaison est d'autant plus pertinente puisqu'elle confronte un outil classique de l'analyse des chocs monétaires à un modèle d'apprentissage automatique plus flexible, potentiellement

mieux adapté aux dynamiques complexes associées aux politiques monétaires non conventionnelles.

Le VARNN se distingue des méthodes traditionnelles, ainsi que du premier modèle utilisé dans ce mémoire, par sa capacité à modéliser des dynamiques potentiellement non linéaires et instables dans le temps, une caractéristique particulièrement pertinente dans le contexte des politiques monétaires non conventionnelles. Sa structure autorégressive permet également de préserver une interprétabilité, ce qui le rend adapté à une analyse structurelle, contrairement aux méthodes d'apprentissage profond classiques. De plus, cette classe de modèles se distingue généralement par une performance prédictive élevée et une flexibilité accrue. La régularisation intégrée à son processus d'estimation constitue également un avantage majeur dans un contexte où le nombre d'observations est limité. Les méthodes traditionnelles, comme le VAR estimé par les moindres carrés ordinaires, peuvent souffrir de surajustement dans ce contexte. Ainsi, confronter ces deux approches permet non seulement de comparer leurs résultats concernant l'effet de l'assouplissement quantitatif, mais aussi d'évaluer la capacité des méthodes d'apprentissage automatique et le VARNN, à capturer la complexité des interactions entre la politique monétaire et le marché boursier, et potentiellement offrir une autre avenue pour l'inférence de chocs structurels.

Dans le chapitre suivant, je procède à une revue de la littérature quant aux effets attendus et empiriquement documentés jusqu'à maintenant, de la politique monétaire et de l'assouplissement quantitatif sur le marché boursier. Ensuite, je discute des différents modèles employés, et décris la méthode d'identification appliquée. Puis, je présente le jeu de données utilisé dans l'analyse. Suite à un examen détaillé des résultats obtenus, j'explore leur robustesse à l'aide de nouveaux jeux de don-

nées. Finalement, j'explore les limites de l'analyse ainsi que les pistes d'extensions ou de travaux futurs.

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Les chocs de politique monétaire, leur identification et leurs effets ont fait l'objet de nombreux articles scientifiques. Christiano *et al.* (1999) présentent une synthèse des travaux se concentrant sur ces aspects au cours des années 1970 et 1980. Sellin (2001) recense la littérature de l'époque portant sur les implications de la politique monétaire sur les rendements boursiers, l'inflation et l'augmentation de la base monétaire. Notamment, il conclut que la politique monétaire des années 1980-1990 aurait eu un effet cyclique sur les rendements boursiers réels et les attentes des investisseurs par rapport au marché boursier. Par exemple, Thorbecke (1997) trouve que les chocs monétaires expansionnistes, extraits à partir soit des réserves non empruntées, soit du *Federal Funds rate* (FFR) en employant des modèles structurels vectoriels autorégressifs (SVAR), ont un effet positif sur les rendements du marché boursier ex-post. Par ailleurs, il trouve qu'une étude événementielle produit des conclusions similaires.

Bjørnland et Leitemo (2009) examinent la relation entre la politique monétaire américaine et l'indice du S&P500 en niveau à partir d'un SVAR imposant des restrictions d'identification de court et long terme. Leurs résultats suggèrent que la relation entre un choc de FFR et le S&P500 est simultanée et interdépendante. Plus précisément, il trouve qu'un choc de politique monétaire augmentant le taux des fonds fédéraux de 100 points de base fait immédiatement chuter les prix réels des actions de 7 à 9 %. À l'inverse, un choc sur les prix des actions, les augmentant de 1%, entraîne une hausse du taux d'intérêt d'environ 4 points de base. Laopodis (2013) se penche sur la relation entre la politique monétaire et le marché boursier

depuis 1970, en se concentrant sur les différents régimes de la Réserve fédérale³. Il utilise un modèle VAR comportant des restrictions de court terme en appliquant une décomposition de Cholesky. Avec une spécification différente pour chacun des régimes de la Réserve fédérale américaine, il établit que l'impact de la politique monétaire sur le marché boursier n'a pas été constante au fil du temps.

La prévalence de taux d'intérêts historiquement bas et le recours à des politiques monétaires non conventionnelles ont suscité d'autres travaux. Gali et Gambetti (2014) modélisent l'effet de la politique monétaire sur les rendements boursiers à l'aide d'un modèle vectoriel autorégressif à paramètres variables ou *Time-Varying Parameter Vector Autoregression* (TVP-VAR). Ils trouvent que les prix des actions augmentent lorsque la politique monétaire se resserre. Cependant, Caraiani et Călin (2018) estiment le même modèle que Gali et Gambetti (2014) en remplaçant le taux des fonds fédéraux (FFR) par le *Shadow rate* (SR)⁴. Ils trouvent plutôt que les prix des actifs boursiers n'augmentent pas à la suite d'une hausse de taux d'intérêt.

De nombreuses recherches se sont penchées sur les répercussions globales de l'assouplissement quantitatif sur l'économie, incluant des effets notables sur la production agrégée, l'inflation, et les taux d'intérêt⁵. Concernant spécifiquement le

3. Les différents régimes de la Réserve fédérale (FED) sont associés à des périodes distinctes caractérisées par des approches variées en matière de politique monétaire. Depuis 1970, ces régimes sont généralement classifiés selon leur réponse aux conditions économiques. Dans les années 1970, la FED, sous la direction d'Arthur Burns, a adopté une politique monétaire expansionniste en réponse aux chocs pétroliers et à la stagflation. Dans les années 1980, sous Paul Volcker, la FED a radicalement changé de cap en mettant en place une politique monétaire restrictive pour lutter contre l'inflation. Plus récemment, sous Alan Greenspan et Ben Bernanke, la FED a adopté des politiques plus flexibles, intervenant activement en réponse aux crises financières et ajustant les taux d'intérêt pour stimuler la croissance économique tout en surveillant les risques inflationnistes.

4. Une variable de taux implicites des fonds fédéraux pour les observations où le FFR était pratiquement nul a été proposée par Wu et Zhang (2019).

5. Ugai (2006) recense la littérature sur les effets de l'AQ par la banque centrale du Japon au

marché boursier, Al-Jassar et Moosa (2019) quantifient l'effet de l'AQ en utilisant le bilan de la Réserve fédérale sur les rendements boursiers. Ils utilisent des modèles structurels (VARs et TVP-VARs) estimés par maximum de vraisemblance. Ils trouvent que l'AQ a eu un effet non négligeable sur le S&P500, spécifiquement de novembre 2008 à mars 2010, en identifiant le bilan de la Réserve fédérale comme un déterminant significatif au niveau de 1 %, mais ils notent que plusieurs autres facteurs, tels que les bénéfices des entreprises et les attentes en matière de taux d'intérêt, non inclus dans leur modèle, auraient également pu avoir un effet. De plus, des résultats similaires ont été observés avec d'autres indices boursiers, tels que le *FTSE100* et le *Nasdaq Composite*, suggérant que l'impact de l'AQ sur les marchés financiers dépasse le S&P500. Balatti *et al.* (2016) se concentrent sur les effets de l'AQ sur les prix des actions aux États-Unis et au Royaume-Uni. Les résultats de leur VAR bayésien contenant des restrictions de signe et de court terme montrent que l'effet de l'AQ évolue dans le temps. Plus précisément, l'effet initial d'un choc monétaire est négatif au cours des premiers mois, mais il devient positif après cette période initiale, et ce, pour les deux pays.

Huston et Spencer (2016) démontrent que l'assouplissement quantitatif mis en œuvre par la Réserve fédérale de 2008 à 2014 a entraîné une augmentation de la richesse par le biais de la hausse des valeurs d'actifs boursiers. Avec un modèle VAR, ils exposent comment la politique monétaire de cette période, caractérisée par l'évolution de divers agrégats monétaires tels que la base monétaire, $M2$ ⁶ et

début des années 2000. Il remarque des effets significatifs sur l'économie japonaise, notamment sur la production agrégée et l'inflation. Hausken et Ncube (2014), Kabundi et Nadal De Simone (2021) et Kapetanios *et al.* (2012) observent des phénomènes similaires aux États-Unis, au Royaume-Uni et en Europe pour la période suivant la crise financière de 2008. L'effet de l'AQ sur les taux d'intérêt a également été étudié notamment par Joyce *et al.* (2020) au Royaume-Uni et Gagnon *et al.* (2010) aux États-Unis. Ces deux articles montrent une réduction significative de la prime de terme des sur les rendements bons gouvernementaux de dix ans (Joyce *et al.*, 2020).

6. $M2$ est un agrégat monétaire incluant la monnaie en circulation, les dépôts à vue, et des

les réserves non empruntées, a significativement contribué à cette augmentation. Ruman (2021) examine les implications du bilan de la Réserve fédérale sur les rendements boursiers américains entre 1926 et 2015. Méthodologiquement, il tente de quantifier cette relation par la méthode des moindres carrés ordinaires et par la méthode des moments généralisés. Il remarque que le bilan est un bon prédicteur des rendements boursiers sur l'ensemble de l'échantillon. Junior *et al.* (2016) utilisent la méthode des retards distribués autorégressifs (ARDL) pour mesurer individuellement l'effet de l'AQ sur le marché boursier au Japon, aux États-Unis et au Royaume-Uni. Ils trouvent une relation positive pour chacun de ces pays.

Villanueva (2015) soutient que l'impact de l'AQ aux États-Unis, en lien avec la crise financière de 2008, a eu un effet moins important sur les prix des actions boursières que ce qui est souvent rapporté dans la littérature. À l'aide d'un VAR structurel, il trouve que la politique monétaire traditionnelle et d'autres variables financières tel que performance des marchés boursiers mondiaux et la performance du dollar américain, représenté par le Dollar index (DXY), expliquent davantage l'évolution des prix du marché boursier que l'AQ. Bhar *et al.* (2015) utilisent une méthodologie par arbre de décisions pour voir l'effet des actifs de la Réserve fédérale sur le marché boursier. Leurs résultats indiquent un changement structurel important. Les actifs de la Réserve fédérale deviennent un prédicteur important du mouvement du marché boursier après 2008, contrairement à la période de 1990 à 2008. Dans une perspective internationale, Miyakoshi *et al.* (2017) et Bhattarai *et al.* (2021) montrent également que l'AQ américain a eu un effet positif sur les marchés boursiers étrangers.

Les articles cités de la littérature traitent de la question principalement à l'aide de modèles économétriques standards de séries temporelles, SVARs et TP-SVARs.

formes d'épargne moins liquides telles que les dépôts à terme et les comptes d'épargne.

Une approche alternative est celle de l'apprentissage automatique et profond. (Salinas *et al.*, 2019) ont proposé une adaptation du modèle VAR avec le modèle *DeepVAR*. Cependant, ce modèle a été conçu dans une optique prédictive. À ma connaissance, aucun article n'a tenté d'identifier des chocs structurels à partir de ce modèle.

Un modèle très similaire au VARNN qui est utilisé dans ce mémoire est le MRF (Coulombe, 2021). Dans les deux modèles, chaque variable est modélisée à l'aide d'une équation autorégressive avec des paramètres variant dans le temps estimés à partir d'un modèle d'apprentissage automatique. La principale différence est que les paramètres proviennent d'un réseau de neurones et d'un modèle de forêt aléatoire d'arbres décisionnels respectivement.

Malgré une vaste littérature quant à l'impact de la politique monétaire sur le marché boursier, au plan méthodologique, l'utilisation des algorithmes d'apprentissage automatique et profond pourrait apporter une contribution intéressante pour analyser la réponse du marché boursier à un choc d'AQ.

MODÉLISATION

Deux approches empiriques distinctes, un modèle VAR et un modèle VARNN, ont été utilisées afin d'examiner les impacts de l'AQ sur les rendements boursiers, et évaluer le possible apport des méthodes d'apprentissage automatique et d'apprentissage profond. Les deux modèles adoptent la même méthode d'identification, utilisant des restrictions de court terme, inspirées de Gali et Gambetti (2014).

1. Modèle Vectoriel Autorégressif (VAR)

Introduits par Sims (1980), les modèles vectoriels autorégressifs (VAR) constituent un outil fondamental en macroéconométrie, largement utilisés pour l'analyse multivariée des séries temporelles. Ils permettent d'examiner les interactions dynamiques entre multiples variables économiques, en supposant que chaque variable d'intérêt peut être expliquée par ses propres retards et par les retards des autres variables du système.

Formellement, le modèle VAR à p retards s'exprime comme suit :

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\beta}_1 \mathbf{X}_{t-1} + \cdots + \boldsymbol{\beta}_p \mathbf{X}_{t-p} + \boldsymbol{\epsilon}_t \quad (1)$$

où $\mathbf{X}_t$ est un vecteur de variables endogènes au temps t , $\boldsymbol{\mu}$ est un vecteur de constantes (terme d'ordonnée), $\boldsymbol{\beta}_i$ représente les matrices de coefficients pour les retards p , et $\boldsymbol{\epsilon}_t$ est le vecteur des termes d'erreur.

Dans notre contexte, l'estimation du modèle VAR se fait avec la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). Cette méthode vise à minimiser la somme des carrés des différences entre les valeurs réelles et les valeurs prédites par le modèle. Formellement la minimisation est comme suit dans le contexte d'un modèle VAR :

$$\min_{\beta} \sum_{t=1}^T \left(\mathbf{X}_t - \boldsymbol{\mu} - \sum_{i=1}^p \beta_i \mathbf{X}_{t-i} \right)^2 \quad (2)$$

où $\mathbf{X}_t$ est la matrice des variables endogènes à l'instant t , $\boldsymbol{\mu}$ est un vecteur des constantes, β_i sont les matrices des coefficients pour chaque retard i , et chaque $\mathbf{X}_{t-i}$ représente les valeurs retardées des variables endogènes utilisées comme prédictors.

Assumant un modèle de régression linéaire correctement spécifié, où le modèle intègre toutes les variables nécessaires sans en omettre et où, parmi d'autres hypothèses, les erreurs se comportent comme un bruit blanc, non corrélées et identiquement distribuées, l'estimation obtenue par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO) est non seulement efficace mais aussi la meilleure en termes de linéarité et de non-biais. Sous ces conditions spécifiées, l'approche MCO offre la plus petite variance parmi toutes les méthodes d'estimation linéaires sans biais. Ces propriétés font de la méthode des moindres carrés ordinaires un choix évident et fréquemment utilisé dans la littérature.

Cependant, lorsqu'il s'agit d'estimer un modèle SVAR, des considérations supplémentaires doivent être prises en compte. Bien qu'en tant que forme réduite, le VAR ne fait que capter la dynamique observée propres aux relations entre les valeurs courantes de chaque variable avec les valeurs retardées de toutes les variables, la représentation structurelle SVAR cherche à capturer les relations causales sous-jacentes. Pour y parvenir, des restrictions d'identification sont nécessaires. Toute-

fois, ces dernières, souvent basées sur des hypothèses théoriques, ne peuvent pas être validées empiriquement par des tests statistiques de suridentification lorsque le SVAR est exactement identifié, comme c'est le cas pour la technique d'identification précisée à la fin de ce chapitre. Ainsi, elles sont acceptées comme données et l'appréciation des sentiers estimés de réponses repose sur la raisonnable des restrictions d'identification et l'absence de réponses problématiques ou contraires à l'intuition économique. Cette dépendance aux hypothèses met en lumière l'importance du choix des restrictions imposées, car la robustesse des conclusions tirées du modèle en dépend fortement.

En raison de la nature autorégressive du modèle VAR, le choix de p est crucial pour la performance du modèle. Un nombre insuffisant de retards peut conduire à l'omission de dynamiques importantes, tandis qu'un nombre excessif peut réduire la précision des estimations hors échantillon. Des critères d'information comme le critère d'Akaike (AIC) ou le critère de Schwarz (BIC) sont couramment utilisés pour sélectionner le nombre optimal de retards. La performance hors échantillon est également un bon outil pour vérifier un nombre adéquat de retards.

Ultimement, les modèles VAR se caractérisent par leur grande adaptabilité, offrant la possibilité de conduire des analyses causales, de la prévision, ou, dans le contexte de ce mémoire, des fonctions de réponse dynamique. Ces fonctions peuvent être estimées pour analyser l'impact des chocs sur l'ensemble des variables au cours du temps, à condition d'isoler les chocs structurels en imposant des restrictions préétablies. Pour générer des fonctions de réponse orthogonales, il est essentiel de convertir le modèle VAR en une représentation en moyenne mobile, puis d'appliquer une méthode d'identification spécifique. Cette dernière est décrite à la fin du présent chapitre.

2. VARNN

Le VARNN, proposé par Coulombe (à paraître), est en essence une adaptation du modèle VAR en apprentissage profond. Le modèle maintient la structure autorégressive, mais il est estimé par descente de gradient dans un réseau de neurones profond. Les réseaux de neurones, généralisés à partir du perceptron de Rosenblatt (1958), sont composés d'un ensemble de couches de neurones interconnectées qui transforment les données en passant par des opérations de calculs pondérés et non linéaires. Dans notre cas, la dernière couche du modèle représente des paramètres profonds variables ou *Deep Time Varying Paramaters* (DTVPs)⁷. Les paramètres ainsi obtenus gouvernent une équation linéaire et sont variants dans le temps. Formellement, le modèle général est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{X}_t \boldsymbol{\beta}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t, \\ \boldsymbol{\beta}_t &= \mathcal{G}(\mathbf{S}_t), \end{aligned} \tag{3}$$

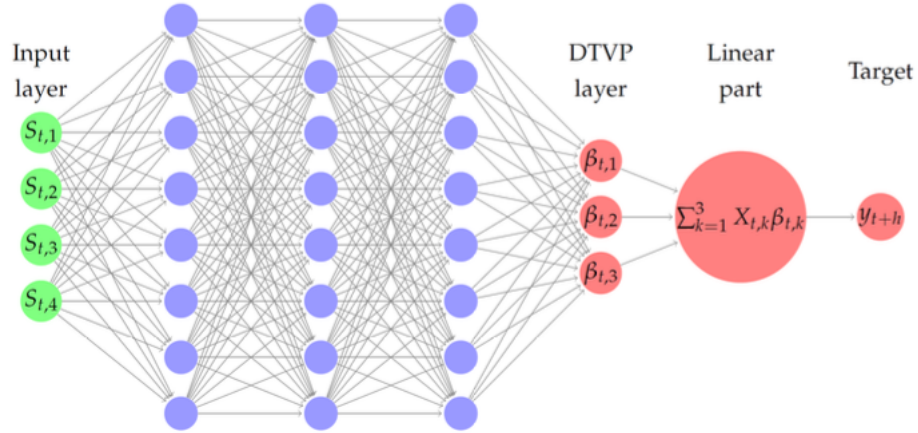
où $\mathbf{y}_t$ représente le vecteur des variables endogènes au temps t , $\mathbf{X}_t$ est le vecteur des variables explicatives, incluant principalement les retards linéaires, $\boldsymbol{\beta}_t$ est le vecteur des coefficients au temps t , et $\boldsymbol{\epsilon}_t$ le terme d'erreur. La transformation $\mathcal{G}(\mathbf{S}_t)$, réalisée par un réseau de neurones, génère les coefficients $\boldsymbol{\beta}_t$ en tenant compte des variables d'état $\mathbf{S}_t$ qui sont essentiellement des valeurs retardées sur lesquelles sont appliquées des transformations non linéaires pour compléter le modèle et capturer les dynamiques complexes présentes dans les données. Ces transformations non linéaires permettent au modèle de mieux s'adapter aux variations subtiles et aux dépendances temporelles qui ne pourraient être capturées par un modèle linéaire standard.

Dans le contexte des réseaux de neurones, il est pertinent d'examiner visuellement

7. Identique aux GTVPs du MRF, mais les paramètres sont issus d'un réseau de neurones.

l'architecture du modèle. Une représentation visuelle du modèle peut se présenter de la manière suivante :

FIGURE 1 – Architecture du VARNN



Les données d'entrée, composées de retards des diverses variables du jeu de données, sont traitées par un réseau de neurones entièrement connecté qui réalise des calculs pondérés non linéaires. Cette opération se déroule dans la couche des DTVPs, avant de générer finalement la prévision selon une équation linéaire.

L'architecture et le processus d'optimisation du modèle sont déterminés par divers hyperparamètres, tels que le nombre de couches, le nombre de neurones, ainsi que le taux d'apprentissage ou *learning rate*, qui jouent un rôle crucial dans la performance du modèle. Les paramètres internes du réseau, tels que les poids et les biais qui composent les neurones, sont ajustés via l'algorithme *Adam*, proposé par Kingma et Ba (2017). Cet algorithme utilise la technique de rétropropagation, ou *backpropagation*, décrite par Rumelhart et McClelland (1987) et la descente de gradient, pour optimiser ces paramètres. En essence, la rétropropagation calcule les gradients du réseau, puis la méthode de descente de gradient met à jour les paramètres en fonction du taux d'apprentissage à l'aide de l'équation :

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{nouveau}} = \boldsymbol{\theta}_{\text{ancien}} - \alpha \nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}), \quad (4)$$

où $\boldsymbol{\theta}_{\text{nouveau}}$ représente les nouveaux paramètres mis à jour après une itération de l'algorithme d'optimisation, tandis que $\boldsymbol{\theta}_{\text{ancien}}$ représente les paramètres avant l'itération. Le paramètre α est le taux d'apprentissage et $\nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta})$ désigne le gradient de la fonction de perte par rapport aux paramètres, indiquant la direction dans laquelle la fonction de perte croît le plus rapidement.

La fonction de perte employée par l'algorithme Adam dans ce modèle est exprimée par l'équation suivante, qui est essentiellement un maximum vraisemblance :

$$\sum_t (\log(|\boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{S}_t; \boldsymbol{\theta}_C)|) + (\mathbf{y}_t - \mathbf{X}_t \boldsymbol{\beta}(\mathbf{S}_t; \boldsymbol{\theta}_\beta))' \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{S}_t; \boldsymbol{\theta}_C)^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{X}_t \boldsymbol{\beta}(\mathbf{S}_t; \boldsymbol{\theta}_\beta))). \quad (5)$$

De plus, le modèle intègre une structure de covariance des résidus variant dans le temps grâce à une vraisemblance normale multivariée pour les éléments de $\boldsymbol{\Sigma}_{u,t}$, la matrice de covariance des résidus temporelles. La matrice $\boldsymbol{\Sigma}_{u,t}$ est définie comme $\boldsymbol{\Sigma}_{u,t} = \mathbf{C}_t \mathbf{C}_t'$ où $\mathbf{C}_t = GC(\mathbf{S}_t; \boldsymbol{\theta}_C)$. Ici, GC , similaire à la couche DTVPs, produit les entrées temporelles de la matrice triangulaire inférieure $\mathbf{C}_t$. Cette factorisation assure la positivité définie de $\boldsymbol{\Sigma}_{u,t}$ à chaque instant t , crucial pour la stabilité numérique. Pour simplifier les calculs et éviter l'inversion de multiples matrices à chaque itération, la modélisation se concentre sur la matrice de précision ($\boldsymbol{\Lambda}_t = \boldsymbol{\Sigma}_t^{-1}$), exploitant la propriété que $|\boldsymbol{\Lambda}_t^{-1}| = 1/|\boldsymbol{\Lambda}_t|$, ce qui facilite l'intégration de la structure temporelle et de la variance-covariance des données dans l'estimation.

Le VARNN pourrait se révéler supérieur, notamment en raison de sa richesse en paramètres et de méthodes d'estimation adaptées, qui lui permettent de saisir

des dynamiques complexes et non linéaires avec aisance. Cependant, sa capacité d'approximation universelle⁸ et de généralisation dépendent fortement d'une spécification adéquate de ses nombreux hyperparamètres. Néanmoins, ce modèle se distingue comme un choix de comparaison idéal pour les modèles d'apprentissage automatique, grâce à son équilibre entre puissance et capacité d'interprétation.

3. Technique d'identification

La technique d'identification est essentielle en économétrie pour clarifier les relations causales entre les diverses variables. Elle se base sur l'imposition de restrictions a priori, souvent inspirées par la théorie économique ou observations empiriques, afin de distinguer les effets directs et indirects. Ce processus permet d'isoler les chocs structurels, cruciaux pour analyser et comprendre les dynamiques économiques sous-jacentes.

Afin d'identifier le choc structurel monétaire d'AQ, j'utilise une identification comportant des restrictions de court terme inspirée de Gali et Gambetti (2014), elle-même basée de Christiano *et al.* (2005). L'identification présume que la politique monétaire n'a pas d'effets contemporains sur les variables conjoncturelles et que les variables financières n'ont pas d'effets contemporains sur la politique monétaire (Gali et Gambetti, 2014).

Formellement, la relation de court terme entre les résidus de forme réduite et les chocs structurels peut être représentée par l'équation suivante :

8. La capacité d'approximation universelle se réfère à la propriété théorique de certains modèles de réseaux de neurones, affirmant qu'ils peuvent approximer n'importe quelle fonction continue sur un compact donné à un degré de précision souhaité, pourvu qu'ils disposent d'une configuration et d'une taille suffisantes.

$$\boldsymbol{\epsilon}_t = \mathbf{A}_0 \boldsymbol{\eta}_t, \quad (6)$$

où $\boldsymbol{\epsilon}_t$ représente le vecteur des résidus au temps t , $\boldsymbol{\eta}_t$ est le vecteur des chocs structurels, et $\mathbf{A}_0$ est la matrice de transformation des chocs structurels au temps 0 qui lie ces deux vecteurs.

Plus précisément, avec n variables endogènes dans le modèle, $\frac{n(n-1)}{2}$ restrictions sont imposées sur la matrice $\mathbf{A}_0$ en appliquant une décomposition de Cholesky sur la matrice de variance-covariance des erreurs estimées ou des résidus. Ce nombre de restrictions permet d'obtenir un modèle juste-identifié. Cette opération transforme $\mathbf{A}_0$ en une matrice triangulaire inférieure, ce qui permet de facilement résoudre le système d'équation.

L'ordre des variables choisi pour la décomposition de Cholesky est d'une grande importance, car l'identification est fixe et cette méthode est particulièrement sensible à l'ordre. Ce dernier reflète les relations causales instantanées présumées entre les variables. Les variables positionnées en début d'ordre sont présumées influencer contemporanément celles qui sont listées après elles sans que l'inverse ne soit vrai. Cette hiérarchisation permet de modéliser la direction et les impacts économiques, monétaires et financiers immédiat. En tenant compte de cette logique, l'identification sera organisée en blocs : des variables conjoncturelles d'abord, suivies des variables monétaires, et enfin des variables financières. Cet ordonnancement des blocs reflète une approche méthodique visant à capturer de manière plus précise les dynamiques et les répercussions au sein du système économique, en accordant une attention particulière à l'ordre dans lequel les variables exercent leur influence les unes sur les autres théoriquement.

Dans ce contexte, l'adoption de restrictions à court terme dans notre technique

d'identification est privilégiée pour plusieurs raisons. Premièrement, cette méthode est largement reconnue et utilisée dans la littérature économique. De plus, elle repose sur des hypothèses relativement simples et directes concernant les interactions immédiates entre les variables, rendant le modèle plus facile à interpréter. Les restrictions à court terme contribuent également à réduire le risque de surajustement, qui peut se produire avec des techniques d'identification trop complexes.

DONNÉES

Le jeu de données américaines a été construit dans une optique de parcimonie. Il contient huit variables mensuelles, dont trois variables conjoncturelles, deux variables monétaires et trois variables financières. Les variables sont la différence du logarithme de l'indice des prix à la consommation (CPI), la différence du logarithme de l'indice de la production industrielle (IP), le taux de chômage (UR), le taux des fonds fédéraux (FFR), la différence du logarithme de la taille du bilan de la Réserve fédérale (WALCL), les rendements des obligations gouvernementales à maturité de dix ans et de deux ans respectivement (DGS10 et DGS2) et la différence du logarithme du S&P500 (SP500). L'échantillon couvre la période de janvier 2003 à décembre 2022 inclusivement. Cet échantillon a été choisi spécifiquement pour couvrir toute la période moderne pendant laquelle l'assouplissement quantitatif était une pratique des banques centrales. De plus, cela assure que toutes les données pertinentes sont extraites d'une source unique, le site web de la Réserve fédérale de St-Louis.

L'inflation est incluse vu sa relation attendue avec les rendements nominaux du marché boursier. La production industrielle et le taux de chômage sont également présents pour représenter l'état de la conjoncture économique tout en maintenant un bas nombre de variables. L'inclusion de deux variables associées à la politique monétaire a pour but de distinguer l'AQ de l'instrument de politique plus conventionnel. La représentation de l'AQ par la taille du bilan de la Réserve fédérale et le marché boursier par le S&P500 est motivée par les travaux précédents. Enfin, les variables de rendements obligataires à deux ans et dix ans sont incluses en raison des arbitrages entre les rendements du marché obligataire et marché boursier.

La stationnarité d'ordre deux⁹ est importante pour nos modèles, notamment pour le VARNN. Ainsi, je procède à un test de stationnarité des séries temporelles avant de débiter l'estimation.

Le test Dickey-Fuller augmenté est utilisé pour vérifier la présence d'une racine unitaire dans une série temporelle, une indication que la série n'est pas stationnaire. Ce test évalue l'hypothèse nulle selon laquelle une série temporelle peut être représentée par un processus de marche aléatoire, contre l'hypothèse alternative de stationnarité ou de tendance stationnaire. Formellement, le test peut être exprimé comme suit :

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \epsilon_t \quad (7)$$

où y_t est la valeur de la série temporelle au temps t , Δ représente la première différence de y , α est une constante, β est le coefficient de tendance, γ est le coefficient devant le terme de retard y_{t-1} indiquant la présence potentielle d'une racine unitaire, et ϵ_t est le terme d'erreur.

Le test a été appliqué sur chaque variable du jeu de données avec le nombre de retards proposé par le *Modified Akaike Information Criterion* (MAIC). Voici les résultats obtenus :

TABLEAU 1 – P-value du test Dickey-Fuller augmenté

<i>CPI</i>	<i>IP</i>	<i>UR</i>	<i>FFR</i>	<i>WALCL</i>	<i>DGS10</i>	<i>DGS2</i>	<i>SP500</i>
0.0000	0.0000	0.0777	0.1691	0.0000	0.4159	0.6324	0.0000

L'hypothèse nulle de présence d'une racine unitaire au seuil de 95% a été rejetée

9. Une forme spécifique de stationnarité qui exige que la moyenne et la variance d'une série temporelle soient constantes dans le temps et que l'autocorrélation pour tout délai spécifique reste également inchangée.

pour la plupart des variables, à l'exception de celles exprimées en taux. Il convient de noter que ce test est peu puissant, en particulier sur de petits échantillons, ce qui augmente le risque d'erreurs de type II ¹⁰. Par ailleurs, étant donné que les variables en taux sont intrinsèquement bornées et souvent caractérisées par un processus de retour à la moyenne, il est peu probable qu'elles soient non stationnaires.

En effet, bien que différencier les variables en taux les rendent stationnaires d'après le test de Dickey-Fuller (avec des p-valeurs de 0.0000 pour les trois séries), cela a un coût significatif. Cette transformation entraîne une perte d'information précieuse ce qui peut également altérer la qualité des réponses aux chocs dans le modèle. Compte tenu des propriétés intrinsèques de ces variables, elles seront conservées en taux pour l'analyse.

Finalement, en introduisant les variables, la technique d'identification des modèles s'articule autour de l'ordre spécifique comme suit : CPI, IP, UR, FFR, WALCL, DGS10, DGS2, S&P500.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{1,t} \\ \epsilon_{2,t} \\ \epsilon_{3,t} \\ \epsilon_{4,t} \\ \epsilon_{5,t} \\ \epsilon_{6,t} \\ \epsilon_{7,t} \\ \epsilon_{8,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{0,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{0,21} & a_{0,22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{0,31} & a_{0,32} & a_{0,33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{0,41} & a_{0,42} & a_{0,43} & a_{0,44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{0,51} & a_{0,52} & a_{0,53} & a_{0,54} & a_{0,55} & 0 & 0 & 0 \\ a_{0,61} & a_{0,62} & a_{0,63} & a_{0,64} & a_{0,65} & a_{0,66} & 0 & 0 \\ a_{0,71} & a_{0,72} & a_{0,73} & a_{0,74} & a_{0,75} & a_{0,76} & a_{0,77} & 0 \\ a_{0,81} & a_{0,82} & a_{0,83} & a_{0,84} & a_{0,85} & a_{0,86} & a_{0,87} & a_{0,88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{1,t} \\ \eta_{2,t} \\ \eta_{3,t} \\ \eta_{4,t} \\ \eta_{5,t} \\ \eta_{6,t} \\ \eta_{7,t} \\ \eta_{8,t} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Tel que mentionné au chapitre précédent, cette approche d'identification facilite la modélisation des interactions entre différents groupes de variables. Toutefois, les dynamiques internes à chaque groupe restent ambiguës. Par exemple, il est probable que des effets contemporains existent entre la production industrielle

10. Une erreur de type II se produit lorsque l'on ne parvient pas à rejeter une hypothèse nulle qui est en réalité fausse.

et le taux de chômage, ou entre les marchés obligataires et boursiers. Ces effets contemporains non modélisés pourraient influencer les fonctions de réponse estimées.

RÉSULTATS

Dans ce chapitre, je détaille le processus d'estimation de chaque modèle, j'analyse les résidus obtenus et je montre leur performance prévisionnelle hors échantillon en les comparant à deux modèles de référence soit un premier de type autorégressif (AR) et un second de type forêt aléatoire d'arbres décisionnels. Ensuite, j'examine l'effet du choc monétaire sur les rendements boursiers ainsi que d'autres fonctions de réponses pertinentes d'un point de vue macroéconomique.

Tel que mentionné au chapitre précédent, j'estime le modèle VAR par moindres carrés ordinaires. Le nombre de retards a été sélectionné en considérant le critère d'information BIC, ainsi qu'avec une expérience de prévisions hors échantillon. Le choix du nombre de retards est primordial pour plusieurs raisons. Il a un effet direct sur les fonctions de réponses orthogonales, et par le fait même, la manière dont le choc structurel monétaire est caractérisé. Un nombre trop faible de retards peut réduire la performance et ne pas représenter adéquatement les diverses dynamiques entre nos variables. À l'inverse, considérant le nombre d'observations dans notre jeu de données, un trop grand nombre de retards augmentent radicalement le nombre de paramètres du modèle. Un ratio trop élevé entre le nombre de paramètres et d'observations peut amener de la sur-modélisation et une perte de la capacité du prédictive du modèle, d'où l'importance de vérifier la performance de ce dernier dans une expérience hors échantillon.

Dans cette optique, je présente ci-dessous un tableau comparatif des valeurs de BIC et la racine de l'écart quadratique moyen des erreurs de prévision ou *Root Mean Squared Errors* (RMSE) pour différents nombres de retards, illustrant ainsi

l'effet de cette sélection sur la qualité du modèle.

TABLEAU 2 – Sélection du nombre de retards : BIC & RMSE hors échantillon

Nombre de retards	BIC	Moyenne RMSEs
1	-38.3342	0.06308
2	-38.0280	0.06147
3	-37.1968	0.06164
4	-36.2695	0.06551
5	-35.1893	0.06620
6	-34.3433	0.06885

Selon le BIC, l'ajout de plus d'un retard n'est pas recommandé. Cependant, en ce qui concerne la prévision hors échantillon, il semble que l'utilisation de deux retards fournisse de meilleurs résultats. La sélection d'un seul retard pourrait réduire la capacité des modèles de capturer les dynamiques complexes du jeu de données. Sur cette base, deux retards ont été retenus pour le modèle.

Le VARNN est un modèle doté d'une grande flexibilité, ce qui signifie qu'il possède un grand nombre de paramètres ainsi que des hyperparamètres, qui jouent un rôle crucial dans son fonctionnement, particulièrement son entraînement. Par exemple, le taux d'apprentissage contrôle la vitesse à laquelle le modèle apprend à partir des données lors de l'optimisation de ses paramètres. Une valeur trop élevée peut conduire à une convergence rapide mais risque de sauter par-dessus les minimums de la fonction, tandis qu'une valeur trop basse peut prolonger excessivement le processus d'apprentissage. Dans ce modèle, la valeur du taux d'apprentissage est fixée à 0.001.

Le taux de désactivation ou le *dropout rate* est un autre hyperparamètre essentiel. Il régule la proportion de neurones qui sont temporairement désactivés pendant l'entraînement du modèle, ce qui contribue à prévenir le surapprentissage en réduisant la dépendance entre les neurones voisins. Afin d'éviter cette problématique,

la valeur de ce paramètre est fixé à 0.1, soit 10% des neurones. Le choix de ces valeurs est également guidé par des pratiques courantes dans la littérature sur les réseaux neurones. Par exemple, un taux d'apprentissage de 0.001 et un taux de désactivation de 0.1 sont fréquemment utilisés dans des études et recommandés dans des manuels tels que celui de Goodfellow *et al.* (2016), où ces paramètres sont validés pour leur efficacité dans une variété de contextes.

En ce qui concerne l'architecture du réseau, il est composé de trois couches de neurones, chacune contenant 100 neurones. Ces couches sont des composantes clés du réseau neuronal qui effectuent des calculs sur les données en entrée pour générer des prédictions en sortie. Il est important d'avoir un nombre de neurones suffisamment élevé pour que le modèle puisse adéquatement approximer les relations dans les données. À l'inverse, un nombre trop élevé fait drastiquement augmenter le coût computationnel et peut également conduire à du surapprentissage.

Au niveau des données, le VARNN a pour intrant quatre retards. Les considérations antérieures quant au nombre de retards du modèle VAR ne sont pas les mêmes pour un modèle d'apprentissage profond. La nature de ces modèles permet un nombre plus élevé. Le choix de quatre retards a été sélectionné en considérant la performance du modèle ainsi que le coût computationnel qui est associé. Le modèle introduit également des intrants supplémentaires, soit des rotations en moyenne mobile de X ou *Moving Average Rotation of X* (MARX). Cette transformation introduit une nouvelle source de régularisation sans affecter l'algorithme lui-même, en capturant les dépendances temporelles entre les observations et en favorisant des modèles plus robustes et adaptés à la structure des données de séries chronologiques (Coulombe *et al.*, 2021). Dernièrement, les DTVPs sont également limités à deux retards linéaires pour faciliter la comparaison des fonctions de réponse avec le modèle VAR.

L'estimation du modèle repose sur 100 rééchantillonnages *bootstrap*, permettant de simuler la variabilité des résultats à partir des données d'entraînement. Les fonctions de réponse sont ensuite calculées à partir de 600 simulations au sein de chaque échantillon. À chaque simulation, un choc aléatoire est appliqué aux variables du modèle, introduisant ainsi de l'incertitude dans les réponses. Les fonctions de réponse et leurs intervalles de confiance sont calculés à partir de la médiane et de la distribution des réponses. Cette combinaison de 100 rééchantillonnages *bootstrap* et 600 simulations génère une quantité suffisante de données pour inférer l'impact des chocs et les intervalles de confiance associés.

Les deux modèles, VAR et VARNN, peuvent gérer la volatilité des données, notamment celles affectées par la COVID-19, ainsi que le faible nombre d'observations. Le modèle VAR, grâce à sa structure linéaire, se montre particulièrement robuste pour capturer les relations entre les variables, même dans des contextes où les données sont limitées ou sujettes à une forte volatilité. Quant au VARNN, ses techniques de régularisation et son utilisation du rééchantillonnage lui permettent également de généraliser efficacement à partir de petits échantillons, tout en restant résistant aux variations extrêmes des données.

De manière générale, les modèles d'apprentissage automatique et profonds, tel que le VARNN, appliqués à de petits échantillons sont confrontés à des défis spécifiques. En effet, lorsque le nombre d'observations est limité, les modèles peuvent facilement surajuster les données, capturant ainsi des relations qui ne sont pas généralisables. Les techniques mentionnées antérieurement sont couramment utilisées pour atténuer ces risques en réduisant la complexité du modèle et en permettant une meilleure généralisation. Le comportement, tant en performance prédictive qu'en inférence, du VARNN repose largement sur une sélection adéquate des hyperparamètres et un emploi judicieux de la régularisation et du rééchantillonnage.

Ultimement, ces particularités du jeu de données pourraient tout de même rendre les prévisions plus instables et possiblement affecter les fonctions de réponse, ce qui réduirait la fiabilité des deux modèles.

Pour approfondir l'analyse et s'assurer de sa validité, il est crucial d'analyser les résidus de nos modèles afin de garantir leur bonne spécification, l'adéquation de leurs hypothèses et leur estimation. En ce sens, j'analyse les résidus des deux modèles.

Le test de Ljung-Box est une méthode statistique largement utilisée pour vérifier l'autocorrélation des résidus d'un modèle. Il est particulièrement utile pour détecter les corrélations sérielles dans les résidus, ce qui pourrait indiquer que le modèle ne capture pas complètement la structure temporelle des données.

L'hypothèse nulle du test de Ljung-Box est que les autocorrélations des résidus sont nulles jusqu'à un certain retard. En d'autres termes, si le test rejette l'hypothèse nulle, cela suggère qu'il y a une autocorrélation significative dans les résidus.

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \quad (9)$$

où Q représente la statistique de test qui est utilisée pour évaluer l'adéquation du modèle aux données. La variable n correspond à la taille de l'échantillon sur lequel le test est effectué, indiquant le nombre d'observations disponibles pour l'analyse. Le paramètre h désigne le nombre de retards testés dans le modèle, fournissant ainsi une indication du nombre de périodes temporelles prises en compte dans l'analyse. Enfin, $\hat{\rho}_k^2$ représente l'autocorrélation empirique des résidus au retard k , permettant d'évaluer la corrélation entre les résidus à différents décalages temporels.

Le test a été effectué avec 12 retards. Les résultats de l’analyse des résidus pour le modèle VAR en échantillon (voir Tableau 9) et pour le modèle VARNN hors échantillon (voir Tableau 10). Dans ces deux tableaux, l’hypothèse d’absence d’autocorrélation des résidus ne peut être rejetée pour la majorité des retards de chaque variable. Pour les résultats du VAR en échantillon, cette hypothèse a cependant été rejetée pour les deux derniers retards du CPI et pour plusieurs du FFR. Cela suggère que nos modèles parviennent globalement à extraire le signal des données de manière adéquate, produisant ainsi des résidus non autocorrélés.

Bien que la présentation des résultats de performance en échantillon pour les méthodes d’apprentissage automatique ne soit généralement pas recommandée, elle reste courante et pertinente pour les modèles classiques tel que le VAR. Ci-dessous, je présente les RMSEs au premier horizon, par variable, normalisés par leur écart-type respectif pour le modèle VAR.

TABLEAU 3 – Performance en échantillon (VAR) : RMSEs par variable normalisée par l’écart-type (2003-2022)

CPI	IP	UR	FFR	WALCL	DGS10	DGS2	SP500
0.7465	0.7912	0.2770	0.0654	0.7169	0.1673	0.1117	0.9150

Le modèle VAR affiche de bonnes performances pour certaines variables relativement à leur variance, mais il est moins efficace pour d’autres. Il montre notamment de bons résultats pour les taux de chômage (UR), les taux des fonds fédéraux (FFR) et les rendements obligataires. Cependant, ses performances sont moins satisfaisantes pour les rendements boursiers, ce qui est prévisible étant donné la complexité de prédiction de ces valeurs. Les résultats pour la production industrielle (IP) et l’indice des prix à la consommation (CPI) sont également moins performants.

Afin de vérifier que les deux modèles capturent bien les divers signaux dans les

données, il est plus adéquat de vérifier comment ils performant hors échantillon. Dans notre cas, je teste le pouvoir prédictif de nos deux modèles au premier horizon pour chaque variable. De plus, je compare nos deux modèles à deux modèles de référence, soit le modèle autorégressif (AR) et le modèle de forêt aléatoire d'arbres décisionnels (RF). L'échantillon de test englobe les 18 derniers mois de l'ensemble des données, allant de juillet 2021 à décembre 2022. Le choix de cette période est motivé par plusieurs facteurs. Il vise notamment à inclure les données sur l'assouplissement quantitatif dans l'ensemble d'entraînement. Bien qu'une période entre 2011 et 2019 aurait également pu être envisagée, le contexte de taux d'intérêt bas durant ces années n'offre pas nécessairement un avantage comparatif par rapport à la fenêtre finalement retenue. De plus, il est recommandé d'utiliser les données les plus récentes pour les tests afin d'évaluer la capacité du modèle à prédire des valeurs futures à partir de données passées. Cela est crucial pour éviter l'incohérence méthodologique et pour préserver l'intégrité des prédictions du modèle (Hyndman et Athanasopoulos, 2018).

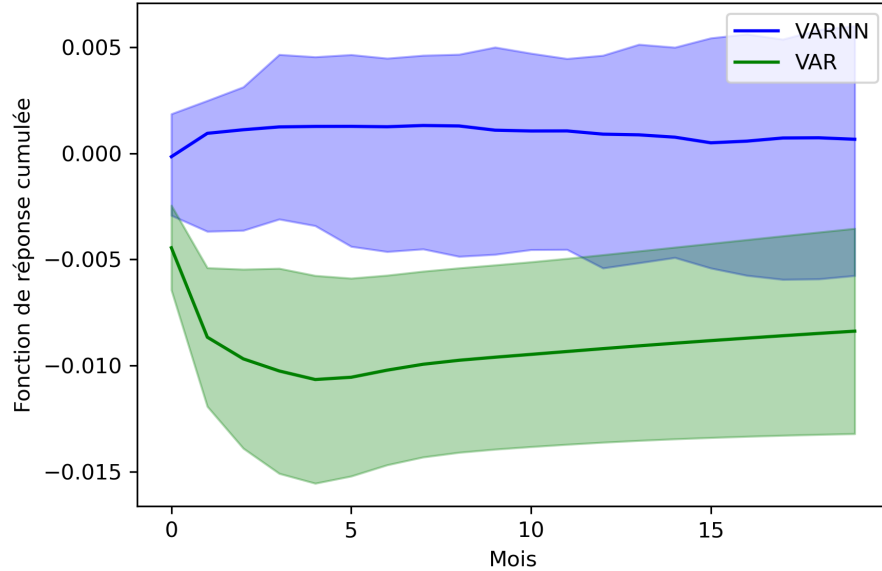
TABLEAU 4 – Performances hors échantillon - RMSE relative au modèle AR
(Juillet 2021 - Décembre 2022)

	VAR	VARNN	AR	RF
Variables				
<i>CPI</i>	1.0254	0.9745	1	0.8315
<i>IP</i>	2.1305	1.0437	1	1.0162
<i>UR</i>	1.2305	0.2386	1	0.9740
<i>FFR</i>	0.5047	0.8566	1	1.2689
<i>WALCL</i>	1.0337	0.2595	1	0.7393
<i>DGS10</i>	0.9214	1.0309	1	0.9046
<i>DGS2</i>	0.6731	1.1467	1	1.0534
<i>SP500</i>	0.8975	0.8859	1	0.8628

Premièrement, il est apparent qu’aucun des quatre modèles présentés ne se démarque comme étant le plus performant pour toutes les variables. Le modèle VAR excelle pour certaines variables, comme le FFR, mais affiche de faibles performances pour d’autres, telles que l’IP. Le VARNN, quant à lui, montre une bonne performance globale pour la plupart des variables et se distingue particulièrement pour les séries WALCL et UR. Il semble être le meilleur modèle d’un point de vue prédictif global. Une autre observation pertinente est que les modèles d’apprentissage automatique surpassent nos deux modèles économétriques classiques, ce qui est cohérent avec le pouvoir prédictif reconnu de cette classe de modèles. Ultimement, les deux modèles qui seront utilisés pour quantifier l’effet du choc d’AQ paraissent bien capturer l’essence des données. Il convient cependant de noter que ces observations pourraient être spécifiques à l’échantillon analysé ou l’horizon choisit.

J’analyse l’effet potentiel de l’assouplissement quantitatif sur les rendements boursiers à l’aide de fonctions de réponses cumulatives du choc de WALCL sur les rendements du S&P500, appliquée à nos deux modèles. Bien que le VARNN dispose de paramètre variant dans le temps, je me concentre sur les fonctions inconditionnelles soit l’effet moyen du VAR et médian du VARNN puisque ce mémoire s’intéresse à l’effet général de l’AQ.

FIGURE 2 – Effet cumulé du choc d'AQ sur le rendement S&P500



Les résultats sont significativement différents pour les deux modèles. Le modèle VAR a un effet initial négatif (-0.01), significatif et permanent. Ce dernier se stabilise après approximativement quatre périodes. Le VARNN ne capte aucun effet significatif du choc d'AQ sur le marché boursier. Aucun des deux modèles ne produit des fonctions de réponses qui s'alignent avec la théorie économique attendue. Un choc monétaire positif devrait en théorie avoir un effet positif sur les rendements marché boursier nominaux, du moins de manière temporaire.

Les divergences observées dans nos résultats, notamment l'absence d'impact significatif de l'AQ sur les marchés boursiers selon le modèle VARNN et l'effet négatif initial selon le modèle VAR, tiennent peut-être à certaines raisons. Il se pourrait que l'effet de l'AQ sur les marchés soit intrinsèquement plus faible que ce que la littérature préexistante suggérait, remettant en question l'ampleur supposée de son influence comme Villanueva (2015) mentionnait. Une autre explication réside dans le fait que les effets de l'AQ pourraient déjà être intégrés très rapidement dans les

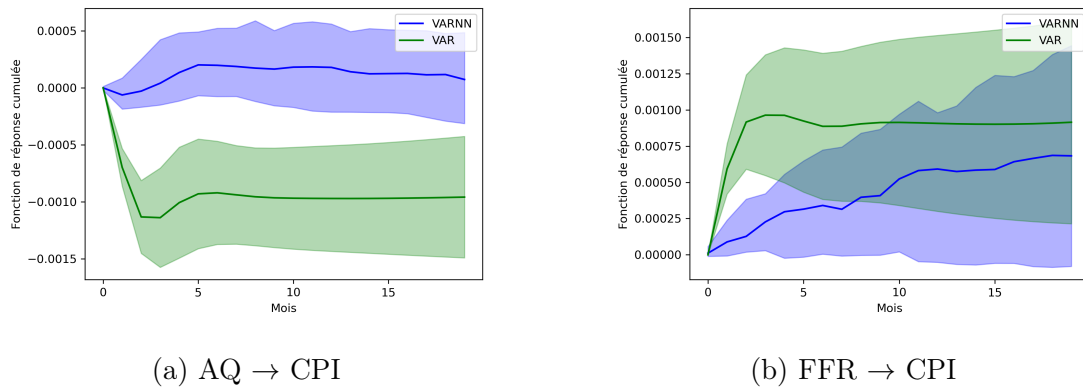
prix des titres par les acteurs économiques, rendant les mesures d’assouplissement moins discernables dans l’analyse empirique. Il va de soi que la spécification du modèle pourrait également être mise en cause.

La littérature, notamment Christiano *et al.* (1999) et Bjørnland et Leitemo (2009), met en évidence un effet positif significatif d’une politique monétaire expansionniste ou d’un assouplissement quantitatif sur les rendements boursiers. Une stratégie d’identification intégrant des restrictions à court et à long terme, comme celle proposée par Bjørnland et Leitemo (2009), permettant de traiter la simultanéité, aurait pu atténuer le caractère contre-intuitif des résultats obtenus. Par ailleurs, l’échantillon utilisé dans ce mémoire, marqué par l’épisode d’assouplissement quantitatif, pourrait être structurellement différent de celui des études antérieures à la période pré-COVID, ce qui constitue une autre piste explicative.

En ce qui a trait particulièrement aux fonctions du VARNN, malgré un modèle structurel identique, ce dernier offre des résultats très conservateurs. Il est possible que les hyperparamètres soient mal spécifiés, ce qui pourrait nuire à l’optimisation de l’algorithme et affecter l’estimation et les résultats qui en découlent. Une sélection des hyperparamètres suite à une validation croisée plus exhaustive pourrait améliorer le modèle. Néanmoins, le modèle VARNN prédit très bien dans l’ensemble et produit des résidus non corrélés.

Dans le cadre de la modélisation structurelle macroéconométrique, il est courant de procéder à la vérification de l’impact de la politique monétaire sur les indicateurs économiques, y compris l’effet de la politique monétaire sur l’inflation. En ce sens, je présente l’effet cumulatif du FFR et de l’AQ sur le taux de croissance des prix.

FIGURE 3 – Effet cumulatif du choc d'AQ & de FFR sur le taux de croissance du CPI



On observe une réponse non attendue des prix pour les deux chocs, FFR et AQ, montrant un effet contre-intuitif suite à un choc monétaire. Pour le choc positif d'AQ, le VAR révèle un effet négatif permanent et statistiquement significatif. En revanche, le VARNN ne montre aucun effet suite à ce choc. Concernant le choc de FFR, le VAR indique un effet positif significatif et permanent sur l'inflation suite à une hausse des taux. Le VARNN montre également un effet positif, mais il n'est pas significatif.

Ces résultats sont contre-intuitifs par rapport à la théorie économique, qui prévoit les effets des chocs monétaires sur l'inflation. Ce phénomène est communément appelé le *price puzzle* dans la littérature¹¹. Cela pourrait indiquer que le modèle structurel sous-jacent est mal spécifié, que ce soit à cause d'un biais de variable omise ou que les restrictions appliquées sont inadéquates. L'interdépendance au sein des blocs de notre technique d'identification pourrait également contribuer aux résultats ci-dessus. Il est possible que des variables économiques internationales

11. Le *price puzzle* est un terme utilisé pour décrire la réaction paradoxale de l'inflation, qui augmente parfois après une hausse des taux d'intérêt au lieu de diminuer comme le prévoiraient les modèles économiques.

ou des variables représentant les attentes des agents économiques manquent dans la spécification de nos modèle. Due à la parcimonie du jeu de données, plusieurs variables possiblement pertinentes ont été écartées.

De plus, le modèle SVAR suggère d'autres résultats contre-intuitifs. Notamment, les résultats du modèle montrent qu'un choc positif sur le chômage est suivi d'une augmentation de la production et de l'inflation (voir Figure 10), ce qui ne correspond pas à la théorie économique, où une hausse du chômage est généralement associée à une baisse de la production. De même, le modèle indique qu'une augmentation du FFR est suivie d'une hausse de la production, ce qui contredit également la réponse attendue. Ces résultats paradoxaux pourraient également indiquer une mauvaise spécification des restrictions structurelles du modèle, ce qui affecte l'interprétation des chocs économiques.

Ce chapitre a détaillé les estimations des différents modèles utilisés, analysé les résidus, et évalué leur performance hors échantillon tout en explorant l'impact des chocs monétaires sur les rendements boursiers et autres indicateurs macroéconomiques. Les résultats montrent que les modèles diffèrent dans leur capacité à prédire et interpréter l'efficacité de l'assouplissement quantitatif. Le modèle VAR indique un effet négatif initial de l'AQ sur les marchés boursiers, tandis que le modèle VARNN ne révèle pas d'impact significatif. Les résultats mettent en lumière la complexité de capturer les impacts réels des politiques monétaires ou des possibles lacunes dans la spécification des modèles.

ROBUSTESSE

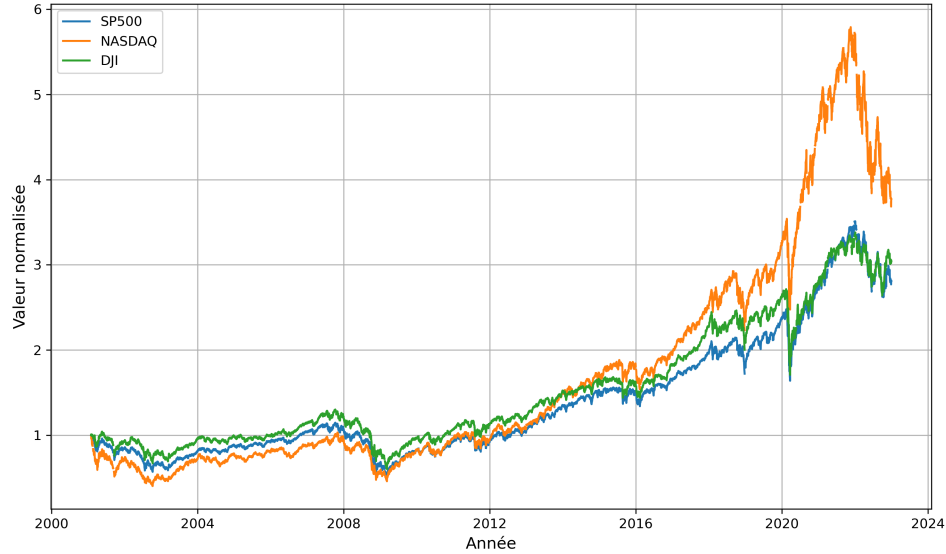
Dans ce chapitre, je présente les résultats de trois nouveaux jeux de données. Pour deux d'entre eux, je remplace le S&P500 respectivement par le *Dow Jones Industrial Average* (DJI) et le *NASDAQ Composite Index*. Cet exercice permettra de vérifier la robustesse des résultats et comment les résultats changent pour différents indices. Dans le troisième jeu de données, je remplace le FFR par une autre variable monétaire, le *Shadow rate* (Wu et Zhang, 2019). Cette variable est souvent utilisée pour représenter l'état de la politique monétaire lorsque les taux d'intérêt sont très faibles et que les banques centrales opèrent une politique monétaire non conventionnelle.

1. DJI & NASDAQ

Le DJI, contrairement au S&P 500, se compose uniquement de 30 entreprises cotées à la bourse de New York, et, bien que la composition par industrie soit similaire entre les deux indices, la capitalisation moyenne des entreprises est significativement plus élevée dans le DJI.

Le NASDAQ diffère du S&P500 en regroupant, notamment une forte représentation dans le secteur technologique. La composition par industrie du NASDAQ est notablement différente, avec une capitalisation moyenne inférieure due à la présence de nombreuses entreprises technologiques en croissance. Cependant, c'est un indice pertinent pour analyser la performance du secteur technologique et vérifier la robustesse des résultats en raison de son importance.

FIGURE 4 – Comparaison du S&P500, DJI & NASDAQ normalisé



En examinant les trois indices boursiers, il est évident qu'ils sont très corrélés. Par ailleurs, le NASDAQ, qui se distingue structurellement des autres indices, affiche également les différences les plus marquées. L'analyse se concentre sur les données des indices exprimées en différences de logarithmes. Dans ce contexte, l'examen de la corrélation croisée des variables transformées est pertinent pour mettre en évidence les similitudes entre les indices.

TABLEAU 5 – Corrélations croisées du S&P500, DJI et NASDAQ (2003-2022)

	SP500	DJI	NASDAQ
SP500	1.0000	0.9675	0.9391
DJI	0.9675	1.0000	0.8626
NASDAQ	0.9391	0.8626	1.0000

En observant les corrélations croisées, il est d'autant plus clair que les indices affichent une corrélation significative. Comme évoqué précédemment, le NASDAQ se démarque comme l'indice le plus distinct.

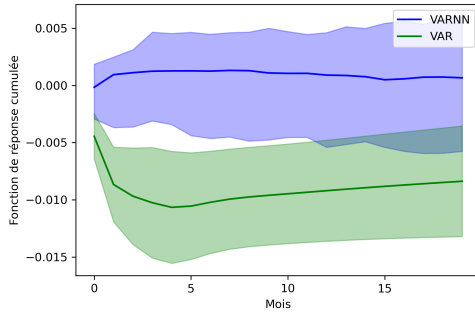
Dans la lignée du chapitre précédent, je compare la performance hors échantillon de ces deux nouveaux ensembles de données à celle des données antérieures.

TABLEAU 6 – Performances hors échantillon - RMSE relative au modèle AR - Comparaison S&P500, DJI, et NASDAQ (Juillet 2021 - Décembre 2022)

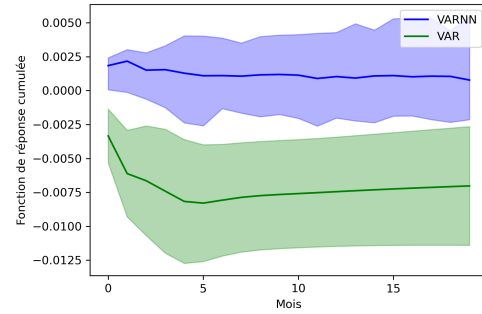
Variables	SP500		DJI		NASDAQ	
	VAR	VARNN	VAR	VARNN	VAR	VARNN
<i>CPI</i>	1.0254	0.9745	0.9966	0.9628	1.0241	0.9609
<i>IP</i>	2.1305	1.0437	2.2538	1.0831	2.1625	1.0123
<i>UR</i>	1.2305	0.2386	1.2393	0.2277	1.2640	0.2605
<i>FFR</i>	0.5047	0.8566	0.4978	0.8266	0.4955	0.8758
<i>WALCL</i>	1.0337	0.2595	0.9409	0.2622	1.2523	0.2447
<i>DGS10</i>	0.9214	1.0309	0.9265	1.0400	0.9285	1.0232
<i>DGS2</i>	0.6731	1.1467	0.6724	1.1657	0.6730	1.1743
<i>SP500</i>	0.8975	0.8859	—	—	—	—
DJI	—	—	0.9937	0.9919	—	—
NASDAQ	—	—	—	—	0.8239	0.8464

On observe que les principales conclusions mentionnées en référence au modèle précédent demeurent valides. Le VAR et le VARNN affichent encore une fois une performance hors échantillon presque identique pour le DJI que pour le S&P500. Cependant, le NASDAQ semble être plus facile à prévoir que le S&P500 en comparaison au modèle de référence (AR). En fin de compte, les résultats sont très similaires et renforcent le constat d’une certaine robustesse de nos modèles. Examinons maintenant l’effet du choc monétaire d’AQ sur le DJI et le NASDAQ.

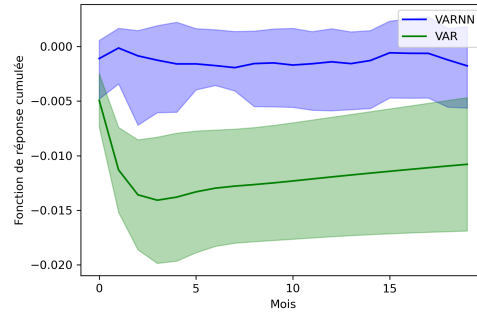
FIGURE 5 – Comparaison de l'effet cumulatif de l'AQ sur le rendement du S&P500, DJI et NASDAQ



(a) $AQ \rightarrow S\&P500$



(b) $AQ \rightarrow DJI$



(c) $AQ \rightarrow NASDAQ$

Les fonctions de réponses sont très similaires entre les trois jeux de données. Il y a toujours aucun effet de l'AQ sur les rendements boursiers dans les fonctions de réponses issues du VARNN et un effet négatif permanent pour celles du modèle VAR. Cependant, pour le NASDAQ, le VAR, en revanche, démontre un effet négatif plus marqué comparé à nos deux modèles précédents. Cela est possiblement dû à la capitalisation des entreprises ou à la forte présence du secteur technologique. Les similitudes concernant les autres fonctions de réponses du modèle demeurent également présentes. Néanmoins, malgré une réponse inattendue des rendements boursiers suite à un choc d'AQ, les résultats semblent robustes à une substitution de l'indice boursier avec un autre indice relativement similaire.

2. *Shadow Rate*

Le *Shadow Rate* est utilisé comme mesure synthétique des conditions monétaires lorsque les taux d'intérêt nominaux sont contraints par la borne inférieure zéro, limitant ainsi l'efficacité des politiques monétaires traditionnelles. Ce taux est dérivé de modèles économétriques qui estiment ce que seraient les taux d'intérêt sans les contraintes de la borne inférieure. Ce dernier a été utilisé par (Caraiani et Călin, 2018) pour remettre en question certains résultats rapportés par (Gali et Gambetti, 2014). L'emploi de cette variable au sein de cet exercice permet d'examiner si les résultats du chapitre précédent restent cohérents lorsqu'on le substitue au taux des fonds fédéraux.

La méthode d'estimation et ses spécifications demeurent inchangées aux fins de comparaison avec les résultats précédents.

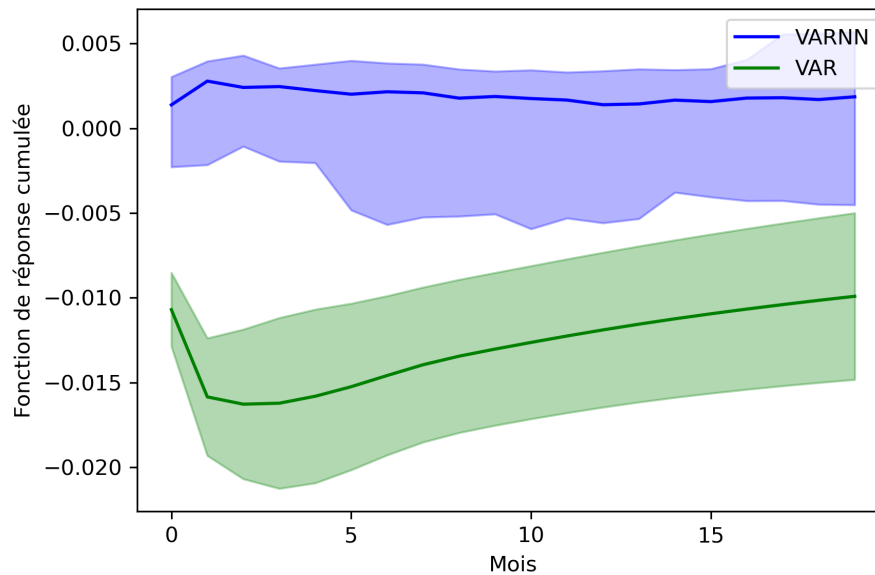
TABLEAU 7 – Performances hors échantillon - RMSE relative au modèle AR - Comparaison FFR et SR (Juillet 2021 - Décembre 2022)

Variables	FFR		SR	
	VAR	VARNN	VAR	VARNN
<i>CPI</i>	1.0254	0.9745	1.1749	0.9842
<i>IP</i>	2.1305	1.0437	1.3432	1.0188
<i>UR</i>	1.2305	0.2386	0.9361	0.4000
<i>FFR</i>	0.5047	0.8566	—	—
<i>SR</i>	—	—	0.6342	0.7157
<i>WALCL</i>	1.0337	0.2595	2.0819	0.4887
<i>DGS10</i>	0.9214	1.0309	1.0651	1.1249
<i>DGS2</i>	0.6731	1.1467	0.8262	1.4053
<i>SP500</i>	0.8975	0.8859	0.8959	0.9184

Le remplacement du taux des fonds fédéraux (FFR) par le *Shadow Rate* (SR) entraîne une modification significative des résultats de performance hors échantillon par rapport au remplacement de l'indice boursier. Les modèles utilisant

le SR surpassent moins fréquemment, et par une moindre marge, le modèle de référence que ceux utilisant le FFR. En ce qui concerne les autres variables, on observe une amélioration de la performance relative pour le modèle VAR et le modèle VARNN avec l'indice de la production industrielle (IP). Cependant, la performance relative diminue considérablement pour la variable WALCL. Cette baisse de performance peut en partie s'expliquer par la forte corrélation négative entre le SR et le WALCL. Malgré cela, dans l'ensemble, la performance demeure satisfaisante.

FIGURE 6 – Effet cumulatif du choc d'AQ sur le rendement du S&P500 (avec SR)

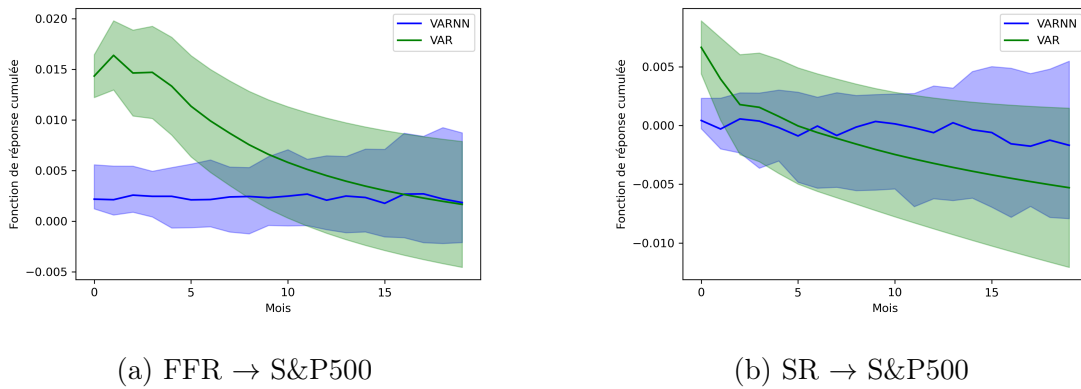


Les résultats obtenus avec le SR pour le choc d'assouplissement quantitatif sont similaires à ceux observés précédemment. Comme antérieurement, aucun effet n'est détecté avec le modèle VARNN, tandis qu'un effet négatif et permanent est observé avec le modèle VAR. Cependant, il est important de noter que le modèle VAR semble avoir un impact plus significatif, en valeur absolue, sur les rendements boursiers lorsque le SR est inclus. Cette observation suggère que l'introduction

du SR a un effet considérable sur la caractérisation de l'effet de l'assouplissement quantitatif au sein des modèles.

Bien que l'intérêt principal soit porté sur l'assouplissement quantitatif en tant qu'outil monétaire, il est instructif de comparer les effets du FFR et du SR sur les rendements boursiers dans les deux jeux de données respectifs. Cette comparaison permettra également de vérifier si la relation observée est similaire à celle mentionnée par (Caraiani et Călin, 2018), malgré les différences de spécification.

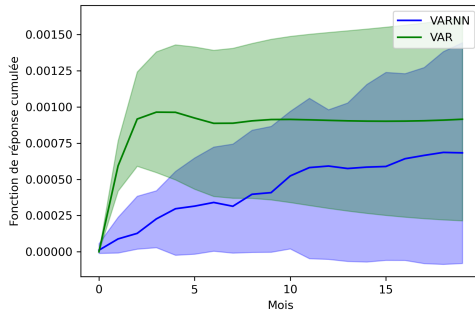
FIGURE 7 – Effet cumulé du choc de FFR et de SR sur le rendement du S&P500



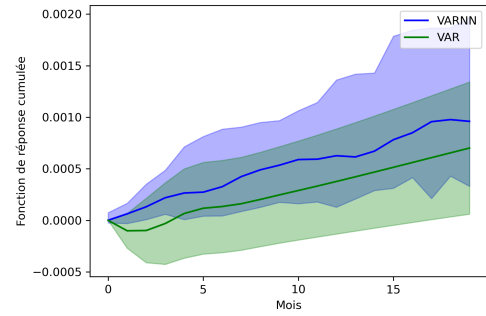
Dans la figure ci-dessus, les effets du FFR et du SR sur les rendements boursiers sont présentés selon les modèles VAR et VARNN. Le VARNN indique qu'aucun effet significatif n'est observé pour le FFR et le SR sur les rendements boursiers. En revanche, le VAR suggère une relation où un choc monétaire négatif entraîne une hausse des rendements. Cependant, il est important de noter que l'effet du SR est moins prononcé que celui du FFR. Ainsi, les résultats semblent être plus près des attentes théoriques concernant l'impact d'une hausse des taux sur les rendements boursiers, tel que suggéré par la littérature antérieure. Il est également notable que la diminution de l'effet du taux suite à la substitution du SR pourrait expliquer pourquoi l'impact de l'AQ est encore plus négatif avec le SR.

Comme effectué dans le dernier chapitre, j'examine l'effet des outils monétaires sur les prix. Je compare l'effet des deux variables monétaires pour les deux ensembles de données soit le jeu de données principal et celui substituant le FFR par le SR.

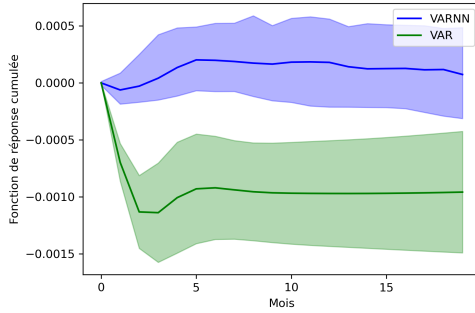
FIGURE 8 – Comparaison de l'effet cumulatif du FFR, SR et l'AQ sur le taux de croissance du CPI



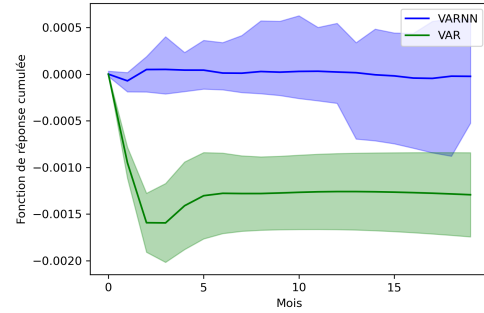
(a) FFR $\rightarrow$ CPI



(b) SR $\rightarrow$ CPI



(c) AQ (avec FFR) $\rightarrow$ CPI



(d) AQ (avec SR) $\rightarrow$ CPI

Dans le jeu de données utilisant le FFR, la figure montre que le taux des fonds fédéraux a un impact positif et durable sur l'inflation, tandis que l'assouplissement quantitatif entraîne un effet négatif et persistant. En introduisant le *Shadow Rate*, l'effet négatif de l'AQ devient encore plus prononcé, tandis que celui du SR est moins marqué. Cette disparité peut être possiblement attribuée à la forte corrélation négative entre ces deux variables monétaires tel que discuté. Malgré cela,

le phénomène du *price puzzle* persiste pour l'ensemble des fonctions de réponse. Les autres résultats contre-intuitifs évoqués dans le chapitre précédent (voir Figure 13), tels que l'impact du chômage sur l'inflation et la production industrielle, ainsi que l'effet du taux des fonds fédéraux (FFR) ou du SR sur la production, persistent même après l'inclusion du *Shadow Rate*.

Ce chapitre a montré que les résultats énigmatiques obtenus précédemment demeurent insensibles aux autres jeux de données considérées, en utilisant différents indices boursiers (DJI et NASDAQ) et en remplaçant le FFR par le *Shadow Rate*. En somme, les résultats continuent de contrevenir à l'intuition économique.

CONCLUSION

Dans ce mémoire, j’ai cherché à répondre à deux questions essentielles : quels sont les effets de l’assouplissement quantitatif sur les rendements boursiers, et comment les nouvelles méthodes d’apprentissage automatique et profond se comparent-elles aux méthodes traditionnelles dans l’analyse de cette question ? La crise liée à la COVID-19 et l’essor important des techniques d’apprentissage automatique ont fourni un contexte qui motive l’intérêt à aborder ces deux questions. À cette fin, j’ai mené une analyse comparative entre un modèle vectoriel autorégressif (VAR) et un réseau neuronal profond de régression autorégressive vectorielle (VARNN) pour évaluer l’impact de l’AQ sur les rendements du S&P500, en utilisant des fonctions de réponse orthogonales cumulatives.

Cependant, divers choix méthodologiques ont conduit à des résultats contre-intuitifs par rapport à la littérature existante et aux modèles économiques traditionnels. L’analyse suggère que les effets de l’AQ sur les rendements boursiers sont soit nuls selon le VARNN, soit permanents et négatifs selon le modèle VAR. Cette divergence entre les attentes théoriques et les résultats pourrait être expliquée par plusieurs autres facteurs. L’effet de l’AQ pourrait être intrinsèquement plus faible que prévu, ou ses effets pourraient déjà être anticipés par les marchés. Ces hypothèses soulignent la complexité de mesurer l’impact réel de l’AQ et de la politique monétaire sur les dynamiques de marché ou même la robustesse des mesures utilisées pour représenter les effets de la politique monétaire.

Il subsiste plusieurs limites pouvant expliquer ces résultats. Il est nécessaire de reconsidérer les implications en termes d’échantillonnage, de structure, de métho-

dologie et d'algorithme afin d'augmenter la validité des conclusions actuelles.

En ce qui concerne les variables retenues, plusieurs autres auraient pu être envisagées afin de réduire le risque de biais lié à l'omission de variables pertinentes. Par exemple, l'inclusion d'un indicateur d'anticipation de l'inflation ou de stress financier pourrait contribuer à atténuer le *Price Puzzle*. De plus, une variable reflétant les anticipations de taux d'intérêt aurait pu capter les effets attendus de l'assouplissement quantitatif, qui sont absents dans l'échantillon de données utilisé.

L'approche d'identification elle-même pourrait également expliquer certains résultats contre-intuitifs. Indépendamment du choix des variables, l'usage de restrictions à court terme avec une décomposition de Cholesky, particulièrement sensible à l'ordre des variables, pourrait être inadaptée dans ce contexte. Une stratégie d'identification plus élaborée, comme celle proposée par Bjørnland et Leitemo (2009), combinant restrictions à court et à long terme, aurait pu constituer une option plus appropriée.

Du point de vue de l'estimation, l'échantillon utilisé pourrait aussi être à l'origine des résultats observés. La volatilité exceptionnelle liée à la période COVID et aux mesures d'AQ pourrait avoir fortement influencé les dynamiques estimées. Des résultats obtenus sur des sous-périodes excluant cette phase pourraient permettre de tester la robustesse des conclusions et de vérifier leur cohérence avec celles de la littérature antérieure.

La divergence des résultats entre les deux modèles s'explique naturellement par leurs différences fondamentales en matière de procédure d'estimation. Cependant, le caractère souvent non significatif des fonctions de réponse obtenues à partir du VARNN soulève des interrogations quant à la pertinence de ce type de modèle pour ce type d'analyse. Cela reste conditionnel à la qualité du calibrage des hyper-

paramètres, qui pourrait également être à l’origine de certaines limites. En particulier, une exploration plus systématique des configurations optimales, nombre de couches, neurones par couche, taux d’apprentissage par validation croisée pourrait améliorer sensiblement la performance du modèle.

À la lumière de ces résultats, l’utilisation du VARNN, malgré son gain prédictif, ne semble pas être une alternative optimale au modèle classique pour l’inférence structurelle. L’exploration de diverses approches d’apprentissage automatique et profond pourrait offrir une comparaison plus approfondie entre les deux catégories de modèles. L’emploi de méthodes comme le MRF est prometteur en raison de ses propriétés statistiques similaires à celles du VARNN et de sa performance dans les modèles en arbre. Le paradigme bayésien d’estimation pourrait également représenter une extension intéressante.

Des travaux futurs devraient envisager de comparer directement les deux périodes d’assouplissement quantitatif pour déterminer si leurs effets sur les rendements boursiers sont statistiquement différents, et ce, avec différente mesure ou combinaison de mesure tel que l’indice Divisia de Barrette et Paquet (2025), qui pourrait être une meilleur mesure de la politique monétaire, le FFR et la taille du bilan de la Réserve fédérale. Il serait également pertinent d’explorer davantage en utilisant différents indices avec des compositions sectorielles et des tailles variées.

APPENDICE

TABLEAU 8 – Statistiques descriptives du jeu de données WALCL-S&P500
(2003-2022)

Variables	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
<i>CPI</i>	0.0019	0.0031	-0.0179	0.0137
<i>IP</i>	0.0462	1.2105	-13.0693	5.5893
<i>UR</i>	6.01	2.036	3.5	14.80
<i>FFR</i>	-0.0051	0.1523	-0.9600	0.2500
<i>WALCL</i>	0.0109	0.0466	-0.0888	0.5373
<i>DGS10</i>	2.9063	1.1428	0.6236	5.1100
<i>DGS2</i>	1.5917	1.4233	0.1153	5.1218
<i>SP500</i>	0.0071	0.0371	-0.2281	0.1135

Les variables *CPI*, *IP*, *WALCL*, et *SP500* sont exprimées en différences logarithmiques.

FIGURE 9 – Séries temporelles du jeu de données WALCL-S&P500

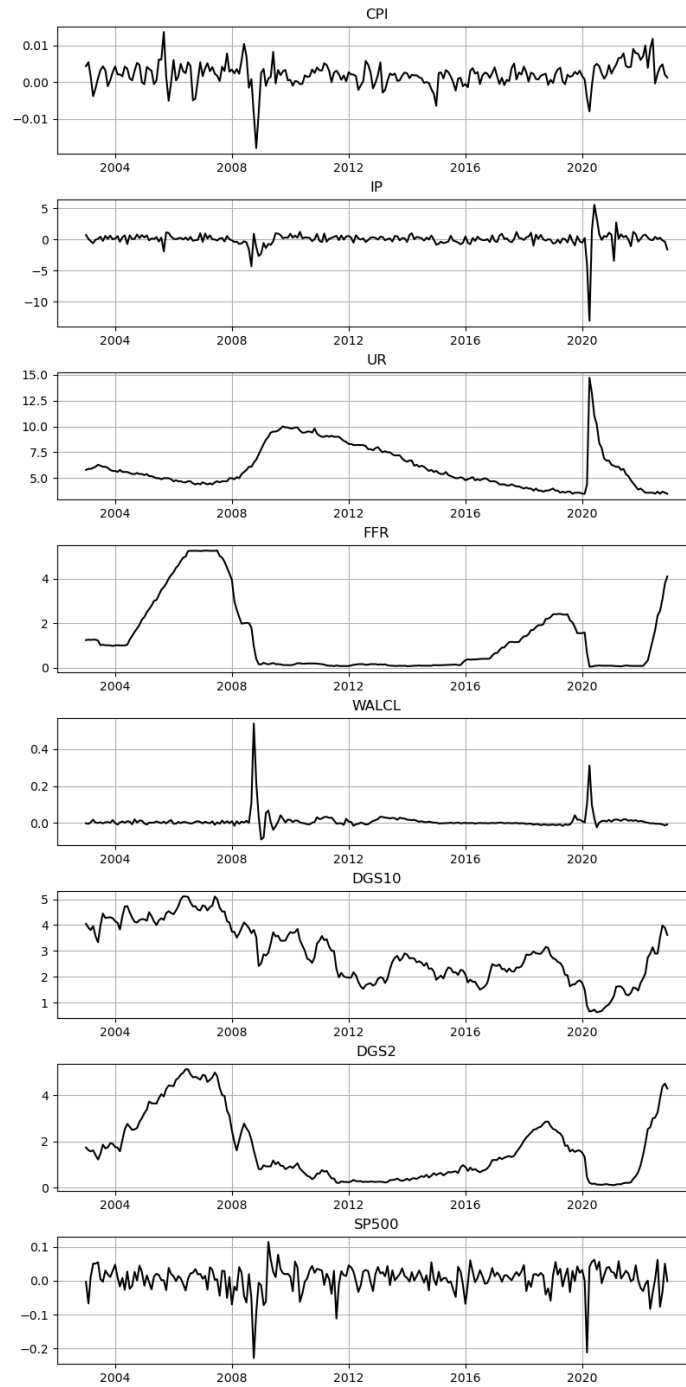


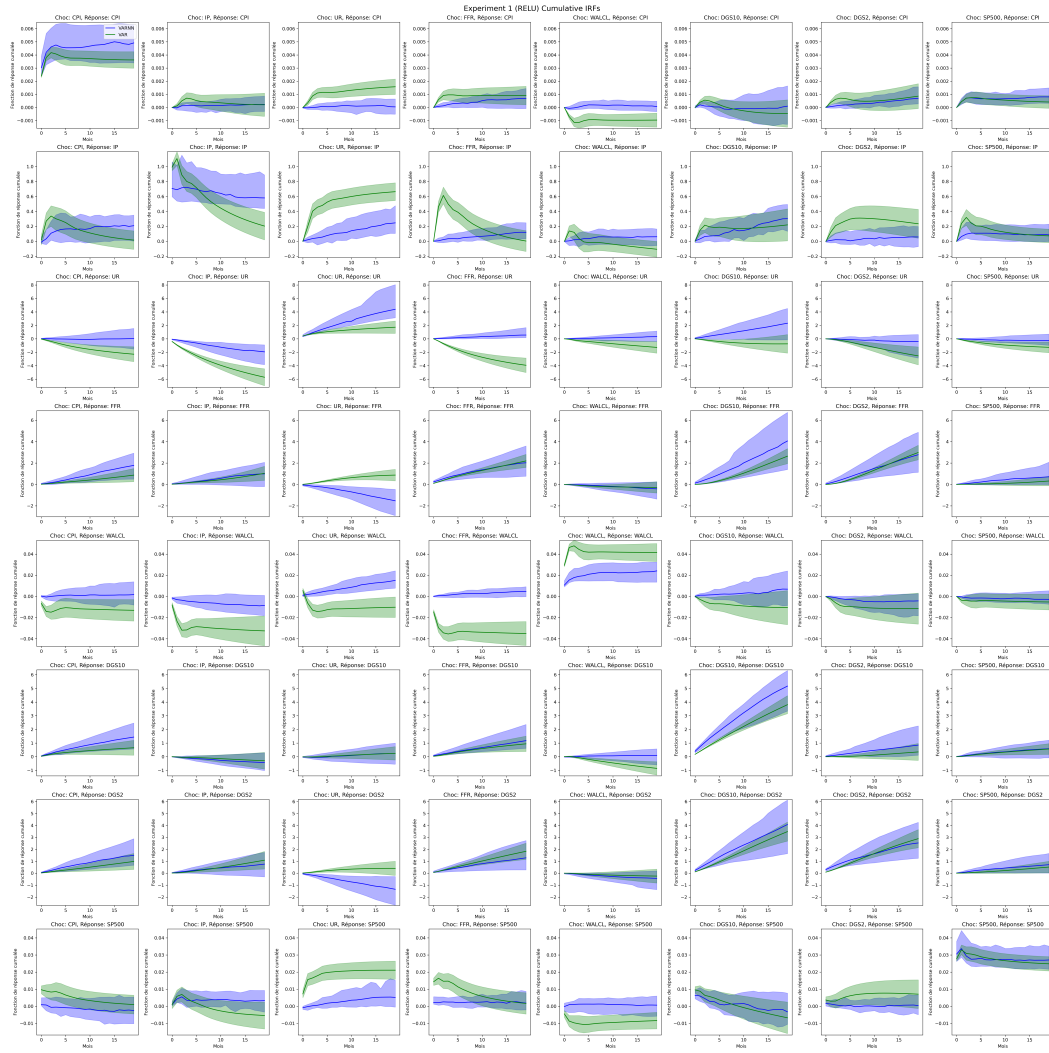
TABLEAU 9 – P-value du test Ljung-Box du modèle VAR en échantillon

Retards	CPI	IP	UR	FFR	WALCL	DGS10	DGS2	SP500
1	0.8256	0.6717	0.1163	0.4702	0.4738	0.3914	0.9985	0.9664
2	0.9472	0.9140	0.2895	0.7597	0.7735	0.2381	0.9691	0.9848
3	0.9752	0.9458	0.2390	0.0269	0.8425	0.3957	0.2984	0.9985
4	0.2449	0.9826	0.1948	0.0561	0.8024	0.5368	0.4502	0.9607
5	0.1923	0.9949	0.2572	0.0078	0.4184	0.6714	0.4991	0.7653
6	0.2797	0.9981	0.2210	0.0136	0.5464	0.7557	0.5747	0.3377
7	0.1000	0.9801	0.2835	0.0237	0.2606	0.8134	0.6641	0.4431
8	0.1219	0.9896	0.3299	0.0378	0.1084	0.8676	0.7399	0.4572
9	0.1653	0.9860	0.3835	0.0275	0.1498	0.8866	0.7395	0.5584
10	0.1013	0.5715	0.4537	0.0437	0.1680	0.8630	0.7660	0.6317
11	0.0187	0.6458	0.5197	0.0585	0.2081	0.9052	0.6294	0.7159
12	0.0124	0.7249	0.4314	0.0844	0.2656	0.9231	0.5397	0.7735

TABLEAU 10 – P-value du test Ljung-Box du modèle VARNN hors échantillon

Retards	CPI	IP	UR	FFR	WALCL	DGS10	DGS2	SP500
1	0.7529	0.5985	0.8123	0.8498	0.0995	0.7533	0.2929	0.8573
2	0.8249	0.7572	0.5009	0.4097	0.2416	0.3625	0.3513	0.6881
3	0.9286	0.9025	0.5822	0.5298	0.4148	0.4823	0.5498	0.8290
4	0.9583	0.7120	0.4462	0.4084	0.5664	0.6509	0.4464	0.4222
5	0.9837	0.8274	0.4360	0.5477	0.6913	0.6874	0.5171	0.4564
6	0.9847	0.8817	0.5628	0.5494	0.7360	0.7985	0.5014	0.1226
7	0.9916	0.8754	0.6530	0.6613	0.8179	0.8768	0.6153	0.1691
8	0.9969	0.8626	0.7488	0.7385	0.8563	0.9229	0.7119	0.2371
9	0.9898	0.8344	0.5674	0.8184	0.8864	0.5732	0.7418	0.2629
10	0.9646	0.8792	0.5914	0.8762	0.8728	0.5138	0.7814	0.1000
11	0.9742	0.8790	0.5272	0.8625	0.7722	0.5288	0.8209	0.1304
12	0.9677	0.7103	0.5508	0.8680	0.8222	0.3604	0.6744	0.1338

FIGURE 10 – Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données
WALCL-S&P500



VAR (vert) VARNN (bleu)

FIGURE 11 – Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données WALCL-DJI

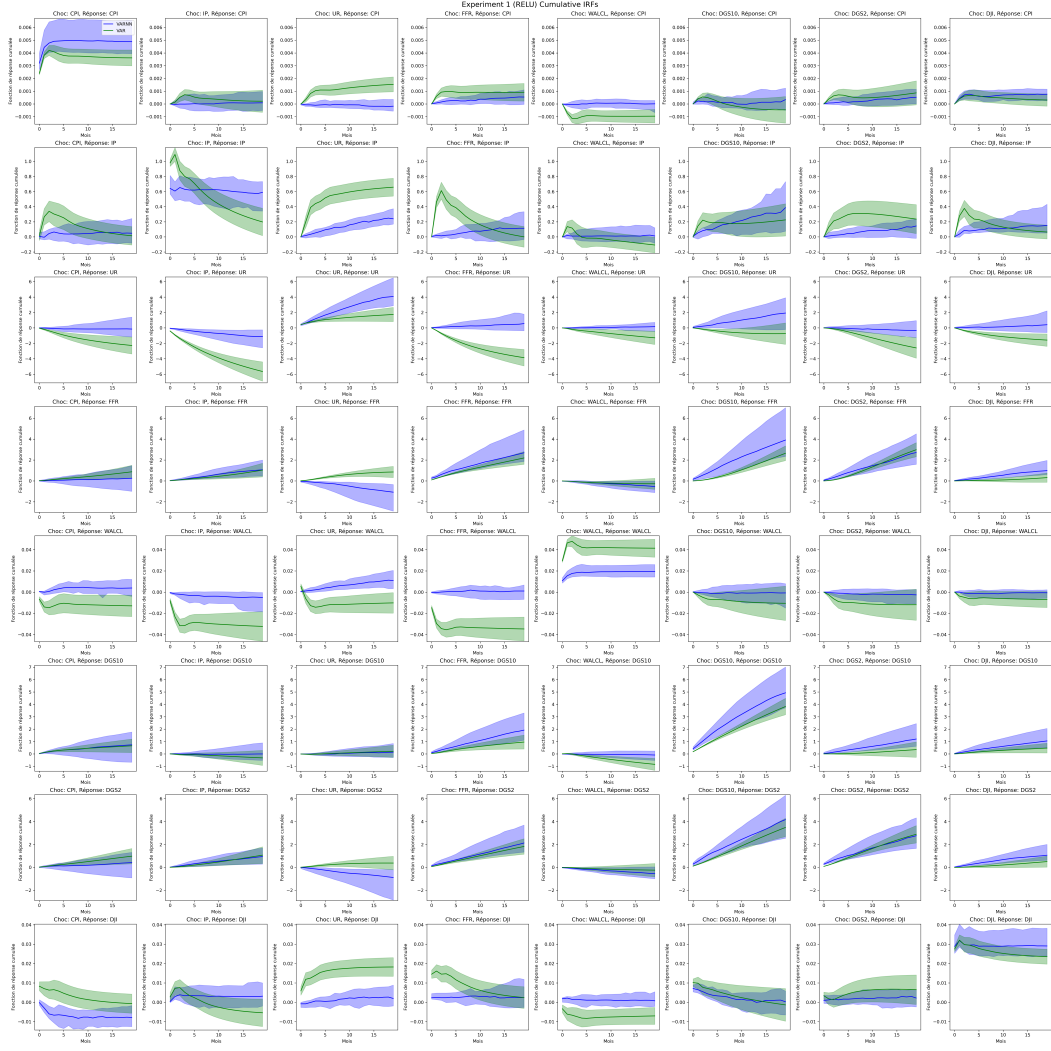
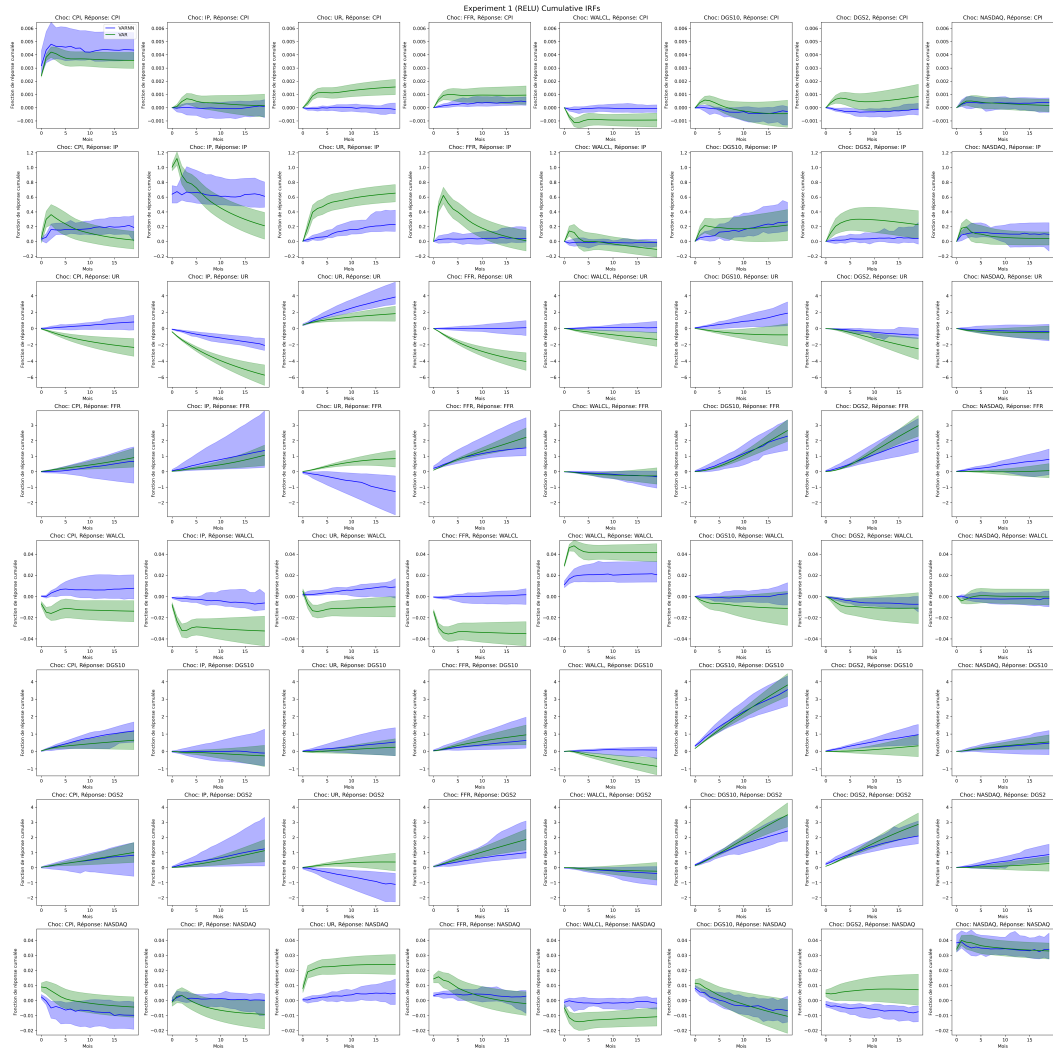
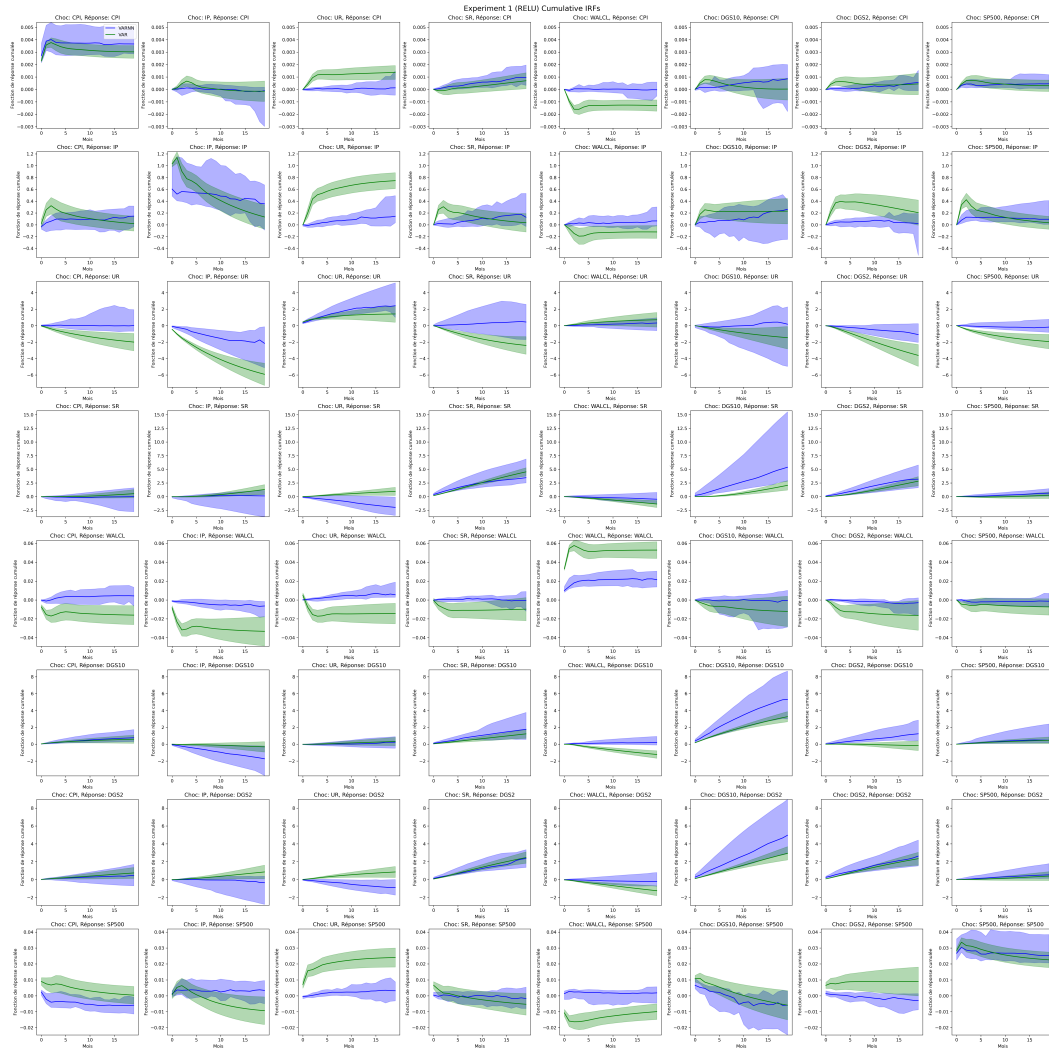


FIGURE 12 – Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données WALCL-NASDAQ



VAR (vert) VARNN (bleu)

FIGURE 13 – Fonctions de réponses cumulatives du jeu de données
WALCL-S&P500 (avec SR)



VAR (vert) VARNN (bleu)

BIBLIOGRAPHIE

- Al-Jassar, S. A. et Moosa, I. A. (2019). The Effect of Quantitative Easing on Stock Prices : A Structural Time Series Approach. *Applied Economics*, 51(17), 1817–1827. Publisher : Routledge _eprint : <https://doi.org/10.1080/00036846.2018.1529396>, <http://dx.doi.org/10.1080/00036846.2018.1529396>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://doi.org/10.1080/00036846.2018.1529396>
- Baker, S., Bloom, N., Davis, S., Kost, K., Sammon, M. et Viratyosin, T. (2020). The Unprecedented Stock Market Reaction to COVID-19. *The Review of Asset Pricing Studies*, 10, 742–758. <http://dx.doi.org/10.1093/rapstu/raaa008>
- Balatti, M., Brooks, C., Clements, M. P. et Kappou, K. (2016). Did Quantitative Easing Only Inflate Stock Prices ? Macroeconomic Evidence from the US and UK. (2838128). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2838128>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://papers.ssrn.com/abstract=2838128>
- Barrette, C. et Paquet, A. (2025). Shocking the economy from 1967 up to 2023 : Reinforcing the relevance of divisia money in us monetary policy. *Macroeconomic Dynamics*. (à paraître).
- Bhar, R., Malliaris, A. G. et Malliaris, M. (2015). Quantitative Easing and the U.S. Stock Market : A Decision Tree Analysis. *Review of Economic Analysis*, 7(2), 135–156. Number : 2, <http://dx.doi.org/10.15353/rea.v7i2.1418>. Récupéré le 2022-08-12 de <https://openjournals.uwaterloo.ca/index.php/rofea/article/view/1418>
- Bhattarai, S., Chatterjee, A. et Park, W. Y. (2021). Effects of US Quantitative Easing on Emerging Market Economies. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 122, 104031. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jedc.2020.104031>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165188920301998>
- Bjørnland, H. C. et Leitemo, K. (2009). Identifying the Interdependence Between US Monetary Policy and the Stock Market. *Journal of Monetary Economics*, 56(2), 275–282. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmoneco.2008.12.001>. Récupéré le 2022-08-13 de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304393208001748>

- Caraiani, P. et Călin, A. C. (2018). The Effects of Monetary Policy on Stock Market Bubbles at Zero Lower Bound : Revisiting the Evidence. *Economics Letters*, 169, 55–58. <http://dx.doi.org/10.1016/j.econlet.2018.05.014>. Récupéré le 2022-08-13 de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165176518301873>
- Christiano, L., Eichenbaum, M. et Evans, C. (2005). Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy. *Journal of Political Economy*, 113(1), 1–45. Publisher : The University of Chicago Press, <http://dx.doi.org/10.1086/426038>. Récupéré le 2022-08-16 de <https://www.jstor.org/stable/10.1086/426038>
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M. et Evans, C. L. (1999). Monetary Policy Shocks : What Have We Learned and to What End? In *Handbook of Macroeconomics*, volume 1, Part A 65–148. Elsevier
- Coulombe, P. G. (2021). The Macroeconomy as a Random Forest. (arXiv :2006.12724). arXiv :2006.12724 [econ, stat] type : article, <http://dx.doi.org/10.48550/arXiv.2006.12724>. Récupéré le 2022-08-12 de <http://arxiv.org/abs/2006.12724>
- Coulombe, P. G., Leroux, M., Stevanovic, D. et Surprenant, S. (2021). Macroeconomic Data Transformations Matter. (arXiv :2008.01714). arXiv :2008.01714 [econ, stat] type : article, <http://dx.doi.org/10.48550/arXiv.2008.01714>. Récupéré le 2023-02-24 de <http://arxiv.org/abs/2008.01714>
- Fawley, B. W. et Neely, C. J. (2013). Four Stories of Quantitative Easing. *Review*, 95(1). <http://dx.doi.org/10.20955/r.95.51-88>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://research.stlouisfed.org/publications/review/2013/01/04/four-stories-of-quantitative-easing>
- Gagnon, J., Raskin, M., Remache, J. et Sack, B. P. (2010). Large-Scale Asset Purchases by the Federal Reserve : Did They Work? (1576596). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1576596>. Récupéré le 2022-08-25 de <https://papers.ssrn.com/abstract=1576596>
- Gali, J. et Gambetti, L. (2014). The Effects of Monetary Policy on Stock Market Bubbles : Some Evidence. (19981). Series : Working Paper Series, <http://dx.doi.org/10.3386/w19981>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://www.nber.org/papers/w19981>
- Goodfellow, I., Bengio, Y. et Courville, A. (2016). *Deep Learning*. MIT Press.
- Hausken, K. et Ncube, M. (2014). *Quantitative Easing and Its Impact in the US, Japan, the UK and Europe*. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-9646-5>

- Huston, J. H. et Spencer, R. W. (2016). The Wealth Effects of Quantitative Easing. *Atlantic Economic Journal*, 44(4), 471–486. <http://dx.doi.org/10.1007/s11293-016-9511-9>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://doi.org/10.1007/s11293-016-9511-9>
- Hyndman, R. J. et Athanasopoulos, G. (2018). Forecasting : Principles and Practice. *OTexts : Melbourne, Australia*. Accessed on August 20, 2024, from <https://otexts.com/fpp3/>.
- Joyce, M. A. S., Lasasosa, A., Stevens, I. et Tong, M. (2020). The Financial Market Impact of Quantitative Easing in the United Kingdom. *26th issue (September 2011) of the International Journal of Central Banking*. Récupéré le 2022-08-15 de <https://www.ijcb.org/journal/ijcb11q3a5.htm>
- Junior, L., Vasconcelos, C., Simao Filho, J. et Mendonça, H. (2016). The Quantitative Easing Effect on the Stock Market of the USA, the UK and Japan : An ARDL approach for the Crisis Period. *Journal of Economic Studies*, 43, 1006–1021. <http://dx.doi.org/10.1108/JES-05-2015-0081>
- Kabundi, A. N. et Nadal De Simone, F. (2021). Euro Area Banking and Monetary Policy Shocks in the QE Era : A Structural Credit Risk and Vector-autoregression Approach. (3780502). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3780502>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://papers.ssrn.com/abstract=3780502>
- Kapetanios, G., Mumtaz, H., Stevens, I. et Theodoridis, K. (2012). Assessing the Economy-Wide Effects of Quantitative Easing. (1992952). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1992952>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://papers.ssrn.com/abstract=1992952>
- Kingma, D. P. et Ba, J. (2017). Adam : A Method for Stochastic Optimization. (arXiv :1412.6980). arXiv :1412.6980 [cs] type : article, <http://dx.doi.org/10.48550/arXiv.1412.6980>. Récupéré le 2022-08-15 de <http://arxiv.org/abs/1412.6980>
- Laopodis, N. T. (2013). Monetary Policy and Stock Market Dynamics Across Monetary Regimes. *Journal of International Money and Finance*, 33, 381–406. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jimonfin.2012.09.004>. Récupéré le 2022-08-14 de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0261560612001635>
- Miyakoshi, T., Shimada, J. et Li, K.-W. (2017). The Dynamic Effects of Quantitative Easing on Stock Price : Evidence from Asian Emerging Markets, 2001–2016. *International Review of Economics & Finance*, 49(C), 548–567. Publisher : Elsevier. Récupéré le 2022-08-15 de https://econpapers.repec.org/article/eeereveco/v_3a49_3ay_3a2017_3ai_3ac_3ap_3a548-567.htm

- Rosenblatt, F. (1958). The Perceptron : A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in The Brain. *Psychological Review*, 65–386.
- Ruman, A. M. (2021). Stock Market Implications of Fed’s Balance Sheet Size. *Journal of Economic Studies*, 49(2), 259–273. Publisher : Emerald Publishing Limited, <http://dx.doi.org/10.1108/JES-09-2020-0437>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://doi.org/10.1108/JES-09-2020-0437>
- Rumelhart, D. E. et McClelland, J. L. (1987). Learning Internal Representations by Error Propagation. In *Parallel Distributed Processing : Explorations in the Microstructure of Cognition : Foundations* 318–362. MIT Press. Conference Name : Parallel Distributed Processing : Explorations in the Microstructure of Cognition : Foundations
- Salinas, D., Bohlke-Schneider, M., Callot, L., Medico, R. et Gasthaus, J. (2019). High-Dimensional Multivariate Forecasting with Low-Rank Gaussian Copula Processes. (arXiv :1910.03002). arXiv :1910.03002 [cs, stat] type : article, <http://dx.doi.org/10.48550/arXiv.1910.03002>. Récupéré le 2023-04-10 de <http://arxiv.org/abs/1910.03002>
- Sellin, P. (2001). Monetary Policy and the Stock Market : Theory and Empirical Evidence. *Journal of Economic Surveys*, 15(4), 491–541. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/1467-6419.00147>, <http://dx.doi.org/10.1111/1467-6419.00147>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/1467-6419.00147>
- Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 48(1), 1–48. Publisher : [Wiley, Econometric Society], <http://dx.doi.org/10.2307/1912017>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://www.jstor.org/stable/1912017>
- Thorbecke, W. (1997). On Stock Market Returns and Monetary Policy. *The Journal of Finance*, 52(2), 635–654. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1540-6261.1997.tb04816.x>, <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb04816.x>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1997.tb04816.x>
- Ugai, H. (2006). Effects of the Quantitative Easing Policy : A Survey of Empirical Analyses. (06-E-10). Publication Title : Bank of Japan Working Paper Series. Récupéré le 2022-08-15 de <https://ideas.repec.org/p/boj/bojwps/06-e-10.html>
- Villanueva, M. (2015). Quantitative Easing and US Stock Prices. (2656329). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2656329>. Récupéré le 2022-08-15 de <https://papers.ssrn.com/abstract=2656329>

Wu, J. C. et Zhang, J. (2019). A Shadow Rate New Keynesian Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 107, 103728. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jedc.2019.103728>. Récupéré le 2022-09-10 de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165188919301289>