

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT-
APPRENTISSAGE : UN REGARD SUR LES PERCEPTIONS D'ÉTUDIANTS
FINISSANTS

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE EN MATHÉMATIQUES (DIDACTIQUE)

PAR

JEAN-PHILIPPE BELLEFLEUR

AOÛT 2022

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

Avertissement

La diffusion de ce mémoire se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire *Autorisation de reproduire et de diffuser un travail de recherche de cycles supérieurs* (SDU-522 – Rév.04-2020). Cette autorisation stipule que «conformément à l'article 11 du Règlement no 8 des études de cycles supérieurs, [l'auteur] concède à l'Université du Québec à Montréal une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de [son] travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, [l'auteur] autorise l'Université du Québec à Montréal à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de [son] travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de [la] part [de l'auteur] à [ses] droits moraux ni à [ses] droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, [l'auteur] conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont [il] possède un exemplaire.»

REMERCIEMENTS

L'écriture de ces remerciements marque la fin d'une grande aventure en la rédaction de ce mémoire! Malgré les difficultés rencontrées d'une écriture en temps pandémique, je suis fier de ce que j'ai pu accomplir, et ce grâce à l'implication et la participation de plusieurs individus.

D'abord, il est naturel pour moi de remercier mon directeur de recherche David. Ta présence rassurante et ton implication hors pair dans mon projet m'ont permis de sentir, même dans les moments de découragement, que ce mémoire a une importance. Tes différents conseils et ton aide entourant les différentes obligations qu'engendre un programme qui introduit en recherche ont été exceptionnels. Ton support financier et la confiance que tu m'as donnés dans différentes sphères de la vie universitaire tant dans tes projets de recherches que dans l'implication auprès des autres étudiants ont été extraordinaires. Lors des dernières années, j'ai eu le plaisir de côtoyer une personne authentique avec laquelle j'ai pu apprendre et évoluer. Merci encore!

Ce travail d'envergure n'aurait pu être possible sans l'apport des différents professeurs du programme avec lesquels j'ai eu l'occasion de discuter et d'apprendre en recherche. Un merci spécial à Fernando et Mireille qui m'ont soutenu financièrement dans ce projet en me faisant confiance pour piloter plusieurs séances pratiques en lien avec leurs cours universitaires et pour la correction de plusieurs travaux. Ces occasions m'ont aussi permis de développer ma pensée critique et de continuer mon développement en tant que chercheur et enseignant grâce aux discussions et implications engendrées par ces différentes tâches.

Ensuite, je tiens à remercier sincèrement ma compagne de tous les jours Florence. Tu as su m'épauler dans ce projet ardu et m'encourager dans mes journées plus difficiles. Tu as su te montrer patiente et aidante aux meilleurs des moments, surtout lors des derniers milles de ce mémoire où ta présence rassurante et encourageante a su me motiver à jongler entre enseignement et projet de recherche.

Un merci spécial aussi à tous mes proches et ma famille qui m'ont souvent encouragé et épaulé dans cette rude épreuve. Spécialement mes parents qui étaient toujours présents pour m'écouter et me questionner. Ces différentes discussions m'ont souvent permis de remettre mes idées en place et d'éclairer un chemin vers la rédaction de ce mémoire.

Finalement, je tiens à remercier énormément les deux participants à ce projet, Louis et Charles. Vous avez été deux étudiants passionnés qui m'ont permis de réaliser ce projet. J'ai confiance en vous pour que vous puissiez, vous aussi, réaliser vos rêves et devenir des inspirations et des modèles pour d'autres.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES.....	viii
LISTE DES TABLEAUX.....	ix
RÉSUMÉ	x
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I LA PROBLÉMATIQUE.....	5
1.1 Questionnements de départ.....	6
1.1.1 Mon intérêt envers l’histoire	6
1.1.2 Questionnement personnel concernant l’histoire	7
1.2 Les recherches en histoire des mathématiques pour l’enseignement- apprentissage.....	10
1.2.1 Évelyne Barbin : un texte fondateur.....	11
1.2.2 Michael N. Fried : résumé des raisons et façons de faire pour introduire l’histoire soulevée dans les recherches avant les années 2000 et l’idée de l’accommodation radicale/de la séparation radicale	14
1.2.3 Uffe Thomas Jankvist et l’importance d’une séparation claire entre les raisons de l’utilisation de l’histoire et les façons de faire	19
1.2.4 Abraham Arcavi et Masami Isoda : l’histoire comme moyen pour développer l’écoute chez les futurs enseignants	22
1.2.5 David Guillemette : l’histoire pour favoriser une éducation mathématique non-violente.....	26
1.2.6 Les réticences sur l’utilisation de l’histoire des mathématiques	30
1.2.7 Synthèse des recherches observées	36
1.3 Une exploration plus précise au Québec	37
1.3.1 Le rôle de l’histoire des mathématiques dans le programme de formation secondaire du Québec et les suggestions de celui-ci.....	39
1.3.2 Le rôle de l’histoire dans le programme de formation initiale des enseignants	44
1.3.3 Des façons de faire exprimées par la pratique.....	47

1.3.4	Des réticences concrètes exprimées par le milieu de la pratique	48
1.4	Des besoins exposés par le milieu de la recherche	50
1.4.1	Le manque de recherches empiriques solides	51
1.4.2	Les futurs enseignants, une population particulièrement concernée.....	54
CHAPITRE II LE CADRE THÉORIQUE		58
2.1	Comprendre la formation des enseignants : une nécessité	58
2.2	Exploration des différents aspects théoriques concernant la formation des enseignants.....	59
2.2.1	L'approche par domaine de connaissances de Deborah Loewenberg Ball	60
2.2.2	La perspective socioculturelle de Merrillyn Goos	66
2.3	L'apport de l'approche socioculturelle à notre projet de recherche	78
2.4	Objectifs du projet de recherche	80
CHAPITRE III LA MÉTHODOLOGIE.....		84
3.1	Vers une recherche qualitative.....	84
3.2	Méthode de recrutement et profil des participants	85
3.2.1	Méthode de recrutement.....	85
3.2.2	Profil des participants.....	86
3.3	Phases et outils de collecte de données prévus.....	87
3.3.1	Première phase de collecte : questionnaire exploratoire	87
3.3.2	Deuxième phase de collecte : Discussion concernant les activités de lecture de textes historiques et l'histoire des mathématiques	88
3.3.3	Troisième phase de collecte : entretiens d'explicitation individuels.....	89
3.4	Le contexte particulier de la formation initiale des enseignants de mathématiques au secondaire à l'UQAM.....	90
3.4.1	Contexte général de formation	90
3.4.2	Contexte spécifique du cours d'histoire des mathématiques	95
3.5	L'entretien d'explicitation, quelques éléments retenus	100
3.6	Remarques sur le déroulement effectif de la collecte de données	106
3.7	Traitement et analyse des données	108
3.7.1	Traitement et analyse des questionnaires	108
3.7.2	Traitement et analyse de l'entretien de groupe	109

3.7.3 Traitement et analyse des entretiens individuels.....	109
CHAPITRE IV L'ANALYSE	111
4.1 Analyse des témoignages et des réflexions de Louis quant à l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire.....	111
4.1.1 Le potentiel de son utilisation	111
4.1.2 Les manières envisagées pour son intégration	117
4.1.3 Les réticences entretenues envers son intégration.....	122
4.1.4 Synthèse globale et profil général	127
4.2 Analyse des témoignages et des réflexions de Charles quant à l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire.....	133
4.2.1 Le potentiel de son utilisation	133
4.2.2 Les manières envisagées pour son intégration	136
4.2.3 Les réticences entretenues envers son intégration.....	138
4.2.4 Synthèse globale et profil général	141
CHAPITRE V LA DISCUSSION	146
5.1 Retour sur les éléments de problématisation	146
5.2 Quelques éléments saillants relevés par les participants en lien avec les raisons et les façons d'introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.....	148
5.2.1 L'histoire pour humaniser les mathématiques	148
5.2.2 L'apport des textes historiques.....	151
5.2.3 L'histoire de façon implicite	153
5.2.4 Le travail interdisciplinaire à partir de l'histoire.....	155
5.2.5 Reproduire ce qu'ont fait les mathématiciens, est-ce produire des mathématiques?.....	156
5.3 Les tensions et réticences des participants.....	157
5.4 Une constatation particulière autour de l'apport de notre recherche concernant la formation des enseignants.....	161
CONCLUSION.....	163
ANNEXE A FORMULAIRE DE CONSENTEMENT.....	179
ANNEXE B LE QUESTIONNAIRE PRÉLIMINAIRE (RENCONTRE 1).....	182

ANNEXE C LE PROTOCOLE DE RECHERCHE : L'ACTIVITÉ DE GROUPE (RENCONTRE 2).....	183
ANNEXE D LE PROTOCOLE DE RECHERCHE : L'ENTREVUE INDIVIDUELLE (RENCONTRE 3).....	186
ANNEXE E LES TEXTES HISTORIQUES SÉLECTIONNÉS PAR LES PARTICIPANTS	189
ANNEXE F STRUCTURE DE NOS GRILLES D'ANALYSES	195
BIBLIOGRAPHIE	196

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Liste des facteurs non favorables à l'introduction de l'histoire.....	33
Figure 2.1 Les domaines de connaissances selon Ball et Bass (2009)	61
Figure 2.2 Tâches mathématiques pour l'enseignement.....	63

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 Pourcentage des répondants ayant sélectionné chaque choix pour les 15 affirmations	34
Tableau 2.1 Résumé des différentes zones	75
Tableau 3.1 Les décisions de relances (issu de Vermersch, 2014, p. 105)	105
Tableau 4.1 Résumé de l'influence des différentes zones de Louis concernant l'introduction de l'histoire des mathématiques dans la classe du secondaire. ..	132
Tableau 4.2 Résumé de l'influence des différentes zones de Charles concernant l'introduction de l'histoire des mathématiques dans la classe du secondaire. ..	145

RÉSUMÉ

Dans les « nouveaux programmes » parus en 2006 au Québec, l'histoire des mathématiques est maintenant prescrite, et celle-ci devrait prendre une place importante dans l'enseignement des mathématiques au secondaire. Malgré les années passées depuis l'instauration de ce programme, plusieurs réticences restent présentes quant à cette introduction pour les praticiens du Québec. Dans ce mémoire, nous proposons de donner une voix aux futurs enseignants de mathématiques quant à leur relation avec l'histoire. Pour ce faire, une exploration du domaine de la recherche sur l'histoire des mathématiques dans l'éducation mathématique est d'abord effectuée. Nous ciblons plusieurs recherches importantes sur le sujet et détaillons les apports proposés quant à l'introduction de l'histoire des mathématiques, les façons de faire, mais aussi les réticences présentes. Certains besoins se font aussi sentir entourant ce domaine de recherche, notamment le manque de recherches empiriques solides et d'informations concrètes concernant les connaissances des futurs enseignants en histoire. Ainsi, nous avons décidé d'explorer la relation de futurs enseignants avec l'histoire des mathématiques à partir d'une recherche qualitative. Pour analyser cette relation, nous faisons appel à la théorie des zones (*Zone Theory*) qui met l'accent sur les différentes zones d'influence importantes entourant le développement professionnel du futur enseignant. Deux finissants dans le cadre du programme de formation à l'enseignement des mathématiques au secondaire de l'UQAM ont été recrutés pour cette étude. Une collecte de données a été faite à partir d'un questionnaire, d'un entretien de groupe et d'entretiens individuels. Plusieurs constatations importantes sont alors soulevées : (1) les participants montrent un intérêt pour l'histoire et voient un réel apport à celle-ci (2) la réalité de l'enseignement des mathématiques au Québec freine les élans des participants quant à l'introduction de l'histoire (3) plusieurs enjeux, par exemple le manque de ressources historiques concrètes, restent présents quant à cette introduction.

Mots-clés : Histoire des mathématiques, Formation des enseignants, Enseignement des mathématiques au secondaire, Zone Theory, approche socioculturelle, entretien d'explicitation.

INTRODUCTION

Le domaine des mathématiques est très large et regroupe énormément de sujets, concepts et théories différents. Il est normal que les mathématiques enseignées au secondaire touchent, elles aussi, à énormément de concepts différents. Beaucoup de recherches se sont alors penchées sur les différents sujets enseignés en mathématiques au secondaire pour permettre une meilleure compréhension de la façon d'apprendre ces sujets, développer des moyens pour bien les enseigner et amener une compréhension plus approfondie des difficultés possibles. Certains aspects de l'enseignement des mathématiques au secondaire sont cependant plus englobants ou implicites et peuvent suivre les élèves tout au long de leur parcours et accompagner les différents concepts à apprendre. Parmi ces aspects, l'introduction de l'histoire des mathématiques dans les classes de mathématiques du secondaire en est un peu discutée, et qui soulève encore beaucoup de questionnements. Dans ce mémoire, nous proposons une exploration entourant l'introduction de l'histoire dans les classes de mathématiques du secondaire et la relation qu'ont les futurs enseignants envers ce sujet.

Dans le Chapitre I, nous nous penchons sur nos questionnements de départ, alimenté par notre intérêt envers l'histoire ainsi que par plusieurs expériences personnelles. Ces différents questionnements nous amènent, par la suite, à explorer tout un domaine de recherche entourant l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage. Dans celui-ci, quatre éléments principaux sont mis de l'avant. Dans un premier temps, il est question des raisons évoquées en recherche pour introduire l'histoire des mathématiques en classe de mathématiques, ainsi que de plusieurs façons de le faire. Dans un second temps, il est question de plusieurs réticences exposées par certains auteurs quant à cette introduction et des nombreuses questions qui restent en

suspens quant au vrai potentiel de l'histoire. À la suite de cette exploration du domaine de recherche, nous jetons un regard plus précis sur le monde de la pratique enseignante au Québec vis-à-vis cette introduction. Pour ce faire, une exploration du programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) est effectuée en ressortant les recommandations sur le sujet. Aussi, nous observons le référentiel de compétences, document gouvernemental qui sert de guide pour la construction des programmes de formation des futurs enseignants. Nous mettons aussi en évidence quelques cas d'actions concrètes menées par les praticiens du Québec qui favorisent l'introduction de l'histoire, ainsi que des réticences rapportées par ceux-ci documentés dans des recherches. En dernier lieu, nous nous penchons sur les besoins en recherche exprimés par les membres de la communauté de recherche internationale, tout en créant des liens avec les besoins locaux pour la pratique. Deux points sont mis de l'avant : un manque de recherches empiriques articulées à des cadres théoriques adéquats, ainsi qu'un besoin de documenter le rapport à l'histoire des mathématiques des futurs enseignants.

Dans le chapitre II, nous explorons deux cadres théoriques susceptibles d'appuyer notre recherche qui porte sur la formation des enseignants. Nous expliquons ensuite notre choix, celui de l'approche socioculturelle développée par Merylin Goos qui met l'accent sur les relations à l'intérieur de la triade étudiant/milieu de formation/milieu de pratique. À partir de ce cadre, nous proposons comme objectif de recherche de décrire la relation qu'entretiennent les futurs enseignants avec l'histoire des mathématiques dans l'enseignement au secondaire. De cet objectif, trois sous objectifs sont proposés : (1) rendre compte des raisons pour lesquelles les participants pensent introduire l'histoire, (2) détailler les façons de faire proposées et (3) mettre en évidence les réticences qu'ils ont envers cette introduction.

Dans le chapitre III, nous détaillons d'abord nos outils de collecte de données : le questionnaire initial, l'entrevue de groupe et l'entretien individuel. Par la suite, une explication détaillée de la façon dont nos deux participants ont été recrutés, ainsi qu'une

brève description du profil des participants et du contexte de l'étude est effectuée. Pour ajouter à ce profil, une explication plus détaillée du contexte éducatif mis en place à l'UQAM lors de la formation initiale est proposée puisque nos participants ont gravité dans ce milieu tout au long de leur formation. Pour nos entretiens, nous avons décidé de nous inspirer des entretiens dits d'explicitation permettant aux participants d'exposer et détailler leur vécu. Pour terminer ce chapitre, nous proposons une description détaillée du déroulement réel de la collecte de données et de la façon dont nous avons traité et analysé les données recueillies dans cette recherche.

Dans le Chapitre IV, nous présentons nos analyses des données recueillies. Les données de notre étude sont très précisément des réponses à un questionnaire, ainsi que la transcription d'un entretien de groupe et d'un entretien individuel réalisé avec chaque participant (sous forme de verbatim). Pour ce faire, chacun des éléments discutés par les participants touchant aux trois sous-objectifs a été analysé (les raisons de l'introduction de l'histoire, les façons de faire et les réticences des participants). De fait, nous avons pu ressortir des éléments de réflexion pour chacun des trois sous-objectifs. Cette banque d'éléments explicites basée sur les propos des participants à nos trois sous-objectifs nous a ensuite permis d'analyser la relation qu'entretiennent les participants avec l'histoire basée sur chacune des zones proposées dans notre cadre théorique (la zone proximale de développement, la zone de mouvement libre et la zone de l'action promue). Une analyse plus complète est alors proposée à partir du contenu de chacune de ces zones, permettant alors de mieux décrire la relation qu'entretient le participant avec l'introduction de l'histoire. Cette analyse est effectuée de façon individuelle pour chacun de nos participants.

Dans le chapitre V, la discussion, nous proposons d'abord un retour sur les différents éléments de problématisation soulevés dans le premier chapitre et qui nous ont suivis tout au long de ce mémoire. Ensuite, nous discutons et développons autour de cinq points importants qui ressortent de l'analyse, et ce, tout en tâchant de faire dialoguer

les résultats de nos analyses avec plusieurs résultats de recherches précédentes. Par la suite, nous soulevons les éléments importants de la relation qu'entretiennent les participants avec l'histoire des mathématiques permettant ainsi de mettre en lumière les éléments importants de cette relation. Pour terminer, une réflexion est proposée entourant les liens qui peuvent être établis entre l'histoire des mathématiques et les fondements, ainsi que l'organisation, de la formation des enseignants de mathématiques du secondaire.

Pour conclure, nous proposons d'abord un rappel concernant la démarche effectuée lors de cette recherche. Par la suite, nous effectuons un retour sur notre objectif de recherche en ressortant les éléments importants de la relation entre les participants et l'histoire. De plus, certaines constatations importantes sont aussi soulignées en proposant des pistes d'améliorations concernant le rôle de l'histoire des mathématiques dans la formation initiale des enseignants à l'UQAM. Les limites de la recherche sont aussi détaillées. Enfin, nous proposons différentes pistes pour continuer à développer notre domaine de recherche.

CHAPITRE I

LA PROBLÉMATIQUE

Dans ce chapitre, nous nous penchons de façon plus précise sur nos questionnements de départ. Ces derniers nous amènent à explorer le domaine de recherche entourant l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage. Cinq études sont alors détaillées et permettent de mettre en évidence les raisons de l'utilisation de l'histoire et les façons de l'introduire. Une section est ensuite réservée aux réticences qu'exposent plusieurs chercheurs. Nous jetons aussi un regard plus précis sur le monde de la pratique enseignante au Québec. Pour ce faire, une exploration du programme de formation québécoise (PFEQ) est effectuée en plus d'observer le référentiel de compétences, document gouvernemental qui sert de guide pour la construction des programmes de formation des futurs enseignants. Nous mettons aussi en évidence quelques cas d'actions concrètes menées par les praticiens du Québec qui favorisent l'introduction de l'histoire, ainsi que des réticences exposées par ceux-ci documentés dans des recherches. En dernier lieu, nous nous penchons sur les besoins en recherche exprimés par les membres de la communauté de recherche internationale, tout en créant des liens avec les besoins locaux pour la pratique.

1.1 Questionnements de départ

1.1.1 Mon intérêt envers l'histoire

Avant même d'entrer dans ma formation universitaire, l'histoire m'a toujours intéressé surtout lorsqu'il était question d'étudier d'autres sociétés et d'autres civilisations qui avaient vécu plusieurs centaines, voire milliers, d'années avant nous. Par exemple, j'ai bien aimé mes cours d'histoire du cégep. Cela dit, mon intérêt pour l'histoire tenait davantage de la curiosité et ne me motivait pas pour mes choix de carrière puisque je ne me sentais pas vraiment interpellé par les différents choix disponibles en lien avec l'histoire. J'ai finalement opté pour m'inscrire au baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire à l'UQAM.

À ce moment-là, je me souviens d'avoir observé la grille de cheminement des cours et d'avoir remarqué la présence du cours *MAT6221 Histoire des mathématiques* à la dernière session. J'étais bien intrigué par ce cours et j'avais hâte de le suivre. Cette observation concernant le cours d'histoire des mathématiques et ma curiosité envers celui-ci m'a amené à me questionner sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans mon enseignement et de la possibilité de discuter de l'évolution des mathématiques avec les élèves du secondaire.

Cependant, malgré cet intérêt et ces questionnements, je ne suis pas vraiment arrivé à intégrer l'histoire des mathématiques lors des différents stages effectués lors de mon parcours à la formation à l'enseignement, et lors des quelques contrats d'enseignements que j'ai obtenus. Je trouvais difficile de cibler précisément les éléments historiques en lien avec la matière à enseigner qui rendrait pertinents et intéressants les concepts dont il allait être question avec mes élèves. De plus, la charge de travail reliée aux stages universitaires ne m'aidait pas à essayer d'intégrer l'histoire dans mon enseignement, puisque j'étais davantage préoccupé par les différentes obligations reliées aux stages.

Ainsi, les différents travaux universitaires, la planification de mes cours à enseigner et la création d'activités me prenaient beaucoup de temps et étaient priorisés avant l'intégration de l'histoire dans mon enseignement. Bien entendu, cette préparation d'activités aurait pu inclure des aspects historiques, mais j'ai le sentiment qu'il m'aurait fallu mettre encore plus de temps sur mes préparations. En effet, je sentais qu'il me manquait des informations et de la formation en histoire des mathématiques pour y parvenir plus facilement. Il aurait alors fallu que j'effectue des recherches approfondies sur le concept à enseigner en lien avec l'histoire des mathématiques, ce qu'il m'était impossible de faire dans les conditions auxquelles j'étais exposé en stage. Dans ce contexte, j'avais très hâte au cours d'histoire des mathématiques qui était offert à la dernière session de ma formation universitaire, à la suite de mes stages, puisque je croyais que ce cours me donnerait davantage de ressources pour intégrer l'histoire dans mon enseignement.

Finalement, je n'ai jamais suivi ce cours dans ma formation pour le baccalauréat puisque j'étais très intéressé par la maîtrise en mathématiques concentration didactique offerte à l'UQAM. J'ai plutôt effectué le cours *MAT7222 Histoire des mathématiques* offert au programme de maîtrise, et ce, tout en terminant mon parcours à la formation à l'enseignement. C'est finalement ce cours qui a grandement guidé mes questionnements et mes intérêts pour ce mémoire.

1.1.2 Questionnement personnel concernant l'histoire

Lors de ce cours d'histoire des mathématiques offert à la maîtrise en mathématiques (concentration didactique), j'ai lu plusieurs articles intéressants qui discutaient du potentiel de l'introduction de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, ainsi que de toutes sortes d'aspects reliés à la recherche qui touchent à l'histoire des mathématiques dans le contexte de son enseignement-apprentissage. Je pense par exemple au rôle de l'histoire, à l'appui pédagogique et didactique qu'elle peut amener,

aux réticences quant à son utilisation en classe, aux diverses manières de faire, aux différents contextes éducatifs dans lesquels l'histoire pourrait être convoquée, etc.

Parmi les différents articles que nous avons lus, il y en a un en particulier qui m'a frappé et qui est à l'origine de beaucoup de mes questionnements. Cet article est de Louis Charbonneau, professeur retraité de l'UQAM. Dans ce texte, Charbonneau (2006) discute de l'arrivée des nouveaux programmes au Québec en mathématiques au primaire et au secondaire au début des années 2000. Le principal objectif de cet article était de faire un compte rendu de la place que prend l'histoire des mathématiques dans ces nouveaux programmes et des enjeux que cette présence créait dans le milieu de l'enseignement.

Pour ce qui est des programmes d'études, Charbonneau remarque que ces derniers soulignent explicitement l'obligation des enseignants du primaire et du secondaire à utiliser l'histoire des mathématiques dans leur enseignement. En effet, Charbonneau rapporte que :

Dans ce contexte, les éléments de contenus sont associés à des repères culturels à l'intérieur desquels l'histoire des mathématiques [...] occupe une place importante. Même s'il n'y a pas une obligation quant aux détails de ce qui, de l'histoire, devrait être effectivement présent dans la classe, il n'en reste pas moins qu'une présence d'éléments culturels et historiques devient partie intégrante de l'application du programme. (2006, p. 1)

De façon plus précise, Charbonneau rapporte explicitement une citation provenant de la première ébauche du programme de mathématique au secondaire rédigé en 2003 concernant l'utilisation obligatoire de l'histoire des mathématiques. Malgré les modifications apportées à ce programme en 2006, je remarque qu'il est toujours possible de retrouver très exactement ce même passage à l'intérieur du programme : « Par ailleurs, le développement de la mathématique étant étroitement lié à l'évolution

de l'humanité, son enseignement doit intégrer la dimension historique » (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2006, p. 232).

À la suite de ces lectures, je suis resté ébahi. Comment se fait-il que les programmes du Québec obligent les enseignants à utiliser l'histoire des mathématiques, ou du moins à y faire référence en classe, mais que je n'aie jamais vraiment eu conscience de cet élément au cours de ma formation, de mes stages ou de mes expériences d'enseignement ? De même, lorsque j'étais élève au secondaire, très peu d'enseignants de mathématiques discutaient d'aspects reliés à l'histoire, et ce, malgré le fait que ces enseignants se basaient sur ce même programme d'étude. Aussi, je terminais ma formation universitaire pour devenir enseignant et je n'avais jamais entendu parler de cet aspect obligatoire de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques avant la lecture de cet article, malgré le fait que j'allais enseigner le contenu de ce programme...

Je me suis demandé alors, aurais-je pris conscience, sans la lecture du texte de Charbonneau, de l'obligation de l'utilisation de l'histoire ? J'en ai discuté avec certains de mes collègues qui ne suivaient pas ce cours à la maîtrise, mais plutôt le cours d'histoire des mathématiques au baccalauréat. De leur côté, ils n'avaient jamais pris conscience de cette prescription du programme avant que je ne leur en parle.

Ainsi, sans ce cours de maîtrise et la lecture de cet article, je n'aurais probablement jamais eu conscience de l'aspect obligatoire d'introduire des éléments de nature historique dans mon enseignement avant la fin de ma formation initiale d'enseignant au secondaire donnée à l'UQAM. Pour ajouter à tout cela, je me rendais compte qu'il pouvait être très difficile d'être en mesure d'intégrer l'histoire des mathématiques dans les cours du secondaire avec la formation initiale d'enseignant, puisqu'il n'y avait qu'un seul cours offert dans le programme en lien avec l'histoire. Enfin, je n'ai jamais vraiment eu les outils pour intégrer l'histoire lors de mes différents stages malgré son aspect obligatoire. C'est donc à partir de ces différentes constatations que mes intérêts

de recherche et mes questionnements ont émergé. Je me questionnais alors de façon générale sur la relation entre les étudiants qui, comme moi, terminent leur formation initiale pour devenir enseignants de mathématiques au secondaire, et l'histoire des mathématiques. Ont-ils les mêmes questionnements et interrogations que j'avais lorsque j'ai terminé ma formation initiale ? De quelle façon voient-ils le rôle ou le potentiel de l'histoire dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ? Quels sont les outils qu'ils ont développés au cours de leur formation universitaire et ont-ils été en mesure d'utiliser ces outils lors de leurs stages ?

Ce ne sont là que quelques questionnements initiaux qui ont motivé ce travail de recherche. Bien entendu, j'ai aussi découvert que tout un champ de recherche sur l'histoire des mathématiques dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques était bien établi depuis plusieurs années. Ainsi, je tâcherai, dans les prochaines sections de ce chapitre, de discuter de plusieurs recherches importantes et de la manière dont je me suis approprié les questions et problématiques que vivent actuellement les chercheurs du domaine. Cette exploration pourra ainsi mieux m'éclairer sur le rôle de l'histoire et les manières d'en tirer profit, mais, surtout, me permettre de débiter une enquête sur l'histoire et la formation des enseignants du secondaire.

1.2 Les recherches en histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage

Plusieurs chercheurs (p.ex. Arcavi et Isoda, 2007; Barbin, 1997; Fried, 2001; Guillemette, 2017; Jankvist, 2009) se sont penchés sur le potentiel de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage. Dans ce monde de la recherche, les discussions tournent régulièrement autour de deux questions centrales : pourquoi et comment convoquer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques. C'est donc à partir de ces deux différentes questions que nous allons

tenter de présenter un résumé de ces différentes recherches dans la section suivante. Bien entendu, ce n'est pas tous les chercheurs et enseignants qui montrent le même enthousiasme sur le sujet. En effet, des auteurs comme Fried (2001) et Siu (2006) discutent de certaines réticences quant à l'utilisation de l'histoire des mathématiques en salle de classe. Nous allons donc aussi prendre le temps de présenter ces réticences et d'analyser les discussions qui en retournent pour conclure cette section.

1.2.1 Évelyne Barbin : un texte fondateur

Une des chercheuses qui s'est exprimée le plus à ce sujet est Évelyne Barbin, une historienne des mathématiques française. Elle a fait paraître en 1997 un important article, encore aujourd'hui maintes fois cité, notamment par le PFEQ, qui s'intitule *Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi ? Comment ?* (Barbin, 1997). Dans ce texte, l'auteure a comme objectif principal de souligner les bienfaits de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissages des mathématiques. Pour commencer, elle présente alors trois arguments qui supportent la présence de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, trois arguments qui sont encore aujourd'hui repris et discutés par de nombreux chercheurs (p. ex. Guillemette et Radford, sous presse ; Jankvist et Geraniou, 2021).

Elle souligne avant tout que les différentes raisons qu'il est possible de mettre de l'avant quant à la présence de l'histoire dans l'enseignement sont toutes situées dans le temps en fonction des problématiques exposées par la société dans laquelle nous nous retrouvons. Ainsi, de nos jours, une première raison de l'utilisation de l'histoire est sa « fonction vicariante », c'est-à-dire que l'histoire permettrait de pallier le fait que souvent les mathématiques sont exposées comme un produit fini et comme discipline essentiellement scolaire, un corpus en attente d'être transmis. À ce titre, elle souligne que : « L'histoire des mathématiques a une fonction de remplacement, elle permet de comprendre les mathématiques comme une activité, et non pas de les voir seulement comme un corpus scolaire » (1997, p. 21).

Un second avantage de l'histoire serait « sa fonction dépaysante ». Comme le précise l'auteure : « bien souvent, dans l'enseignement, tout se passe comme si les concepts étaient déjà là » (*ibid.*). Ainsi, l'histoire nous permettrait *de nous étonner de ce qui va de soi*¹. Ainsi, selon Barbin, l'histoire « nous rappelle que les concepts ont été inventés, et que cela n'a pas été de soi » (*ibid.*). Il y aurait, dans ce dépaysement que suscite l'histoire des mathématiques chez les apprenants, la mise en évidence d'une perspective davantage émergente des mathématiques, d'une historicité et d'une perspective évolutive des mathématiques, lesquelles seraient davantage perçues comme changeantes, ou susceptibles d'être changées.

Le dernier argument exposé par l'auteure est « la fonction culturelle » de l'histoire. Cette fonction culturelle vise à situer les mathématiques plus largement dans l'histoire des sciences, des idées et des sociétés. Barbin souligne que :

[L'histoire] invite à situer la production mathématique dans la culture scientifique et technique d'une époque, dans l'histoire des idées d'une société, à étudier l'histoire de l'enseignement avec des préoccupations qui dépassent le cadre disciplinaire. (*ibid.*)

C'est-à-dire que l'histoire des mathématiques peut aider à mieux saisir les mathématiques comme activité humaine au caractère historique et culturel ou à montrer comment elles sont situées dans des réseaux de connaissances et aux carrefours de multiples disciplines, elles-mêmes situées historiquement.

Il serait possible de discuter longuement de ces trois arguments, nous tâcherons d'y revenir plus loin à travers les travaux d'autres chercheurs. Cela dit, pour conclure concernant les diverses raisons de l'utilisation de l'histoire l'auteure expose les contextes éducatifs où l'histoire des mathématiques a, selon elle, le plus de potentiel :

¹ Il s'agit d'une formule empruntée à Paul Veyne, grand historien de l'Antiquité.

la formation initiale ou continue des enseignants et dans la formation des élèves du secondaire. Pour les enseignants en formation ou en service, l'histoire apporte une nouvelle façon de penser les mathématiques en plus de nourrir la réflexion didactique des enseignants. Pour les élèves du secondaire, il est question d'augmenter leur intérêt envers les mathématiques en plus de modifier leur perception de celles-ci.

Bien entendu, il faut user de moyens précis pour intégrer l'histoire dans ces deux milieux éducatifs. Barbin propose alors dans son texte deux façons d'intégrer l'histoire des mathématiques, peu importe le milieu dans lequel il est utilisé. Il est clair que, pour elle, ces façons de faire sont reliées explicitement aux différentes raisons de son utilisation. Elle souligne d'emblée que « deux nécessités s'imposent pour répondre aux fonctions de l'histoire que nous avons relevé plus haut : la lecture des textes anciens et le travail interdisciplinaire » (*id.*, p. 22). Avant de détailler ces deux façons de faire, Barbin précise que, lorsqu'il est question de discuter d'histoire des mathématiques, il est important de toujours bien se situer dans un contexte historique large, puisque les problématiques mises au jour à travers l'histoire sont toujours en lien avec une époque particulière. Cette pensée doit donc être transportée dans les deux façons de faire que nous allons détailler.

D'abord, la lecture de textes historiques est associée à la fonction dépaysante de l'histoire ainsi qu'à la fonction vicariante : « La lecture des textes anciens produit un « choc culturel » qui peut satisfaire aux fonctions vicariantes et dépaysantes de l'histoire » (*ibid.*). En effet, la lecture de textes historiques permettrait de voir les mathématiques comme une activité humaine et de modifier l'image essentiellement scolaire des mathématiques. Bien entendu, comme mentionné plus haut, Barbin insiste sur le fait que « la lecture des textes anciens doit être contextualisée » (*ibid.*). Il est donc primordial de placer les textes anciens dans leur contexte et dans leur époque.

D'autre part, elle souligne l'importance du travail interdisciplinaire qui permet de mettre en évidence la fonction culturelle de l'histoire. Comme elle le souligne : « l'histoire des mathématiques est une excellente occasion ou une nécessaire raison pour lier les mathématiques aux autres disciplines » (*id.*, p. 23). Pour Barbin les avantages de ce travail interdisciplinaire sont nombreux et elle insiste sur la façon de le rendre fructueux :

Le travail d'enseignants de mathématiques avec ceux d'histoire est fructueux quand il s'agit de situer la production mathématique dans son contexte institutionnel ou social. Mais ce travail commun permet aussi, plus largement, de partager avec les historiens leurs méthodes historiques. (*id.*, p. 23)

1.2.2 Michael N. Fried : résumé des raisons et façons de faire pour introduire l'histoire soulevée dans les recherches avant les années 2000 et l'idée de l'accommodation radicale/de la séparation radicale

Un second article important du domaine de recherche et qui résume certaines recherches effectuées avant les années 2000 concernant l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage des mathématiques est *Can Mathematics Education and History of Mathematics coexist?* (Fried, 2001) écrit par Michael N. Fried, un historien des mathématiques israélien.

Dans son article, Fried avait comme but principal d'amener un point de vue critique sur le projet de combiner l'histoire des mathématiques et l'enseignement des mathématiques². Comme il le décrit dans son introduction : « The main goal of this paper is to show that, indeed, there is a difficulty in that assumption » (*id.*, p. 391). Il voulait discuter des difficultés possibles de l'intégration de l'histoire des mathématiques puisque, dans les différentes recherches effectuées avant les années 2000 concernant l'histoire des mathématiques et l'enseignement des

² Nous discuterons plus loin de façon plus spécifique des critiques et des réticences évoquées par Fried.

mathématiques, il était souvent fortement « recommandé » d'intégrer l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Il était alors seulement question d'arguments qui favorisent cette articulation sans pour autant porter un regard sur les difficultés possibles, voire sur la possibilité même de le faire concrètement. Pour pouvoir porter un regard critique sur cette articulation entre l'histoire des mathématiques et l'enseignement, l'auteur présente un résumé de sa compréhension des différentes raisons de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage.

These reasons can be divided into three themes : (1) that the history of mathematics humanizes mathematics, (2) that it makes mathematics more interesting, more understandable and more approachable, (3) that it gives insight into concepts, problems, and problem-solving. (*id.*, p. 392)

La première raison soulignée par l'auteur concerne l'humanisation des mathématiques. À partir de l'histoire, il serait possible d'encourager des approches multiculturelles et de connecter les mathématiques à des personnes pour les rendre plus proches des motivations humaines et des vécus associés à leur création. Les mathématiques sont alors vues davantage comme étant une création humaine de la part des apprenants plutôt qu'un cursus scolaire strict. Il est alors possible de mieux ressentir le vécu derrière ces mathématiques. Pour ce qui est de la seconde raison observée par l'auteur dans différentes recherches, il est question d'aspects orientés davantage vers la motivation des élèves. Ainsi, l'histoire donne du sens aux mathématiques qui sont utilisées dans la société et permet de diminuer les peurs et les craintes des élèves en lien avec les mathématiques. La dernière raison évoquée se décrit différemment si on pense à l'introduction de l'histoire pour les enseignants ou pour les élèves. En ce qui concerne les enseignants, le travail historique permet de toucher à l'argument « *ontogeny recapitulates phylogeny* ». Cet argument est décrit par l'auteur comme étant : « it is claimed that the learning of some subject in mathematics follows a path parallel to the subject's history » (*id.*, p. 392). Dans ce sens, en observant l'évolution

d'un sujet mathématique à travers l'histoire, il est possible de mieux comprendre les difficultés, le processus et l'évolution des connaissances mathématiques rattachés à ce sujet. Ainsi, l'enseignant devient alors mieux outillé pour communiquer et enseigner ce sujet mathématique. Fried mentionne les études de : Fauvel (1991), Sfard (1995), Garner (1996) et Thomaidis (1993) en guise d'exemple pour approfondir sur le sujet. En ce qui concerne les élèves, Fried mentionne que :

This theme points to history providing a context for the problems and ideas, suggesting alternative approaches to problem-solving, showing the relationships between ideas, definitions, and applications. (2001, p. 392)

Les différents thèmes mis en évidence par Fried permettent ainsi d'avoir une meilleure idée des raisons de l'utilisation de l'histoire exposées dans les recherches avant les années 2000 et viennent compléter en quelque sorte les arguments de Barbin (1997). Cela permet alors d'avoir une bonne idée de l'origine des premiers arguments concernant les raisons de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage.

D'autre part, Fried recense dans la recherche plusieurs stratégies utilisées pour intégrer l'histoire des mathématiques dans les classes. Il résume les différentes propositions en deux types de stratégies globales. La première, la stratégie additive (*the strategy of addition*), consiste à discuter de l'histoire à partir d'anecdotes, de problème isolé, ou même de courtes biographies. Pour l'auteur, « this can be a very passive strategy » (2001, p. 392) puisqu'elle amène des suggestions dans lesquelles c'est principalement l'enseignant qui expose et discute d'aspect historique. De fait, l'élève est alors moins actif puisqu'il ne fait principalement qu'écouter les informations exposées par l'enseignant. La seconde stratégie est la stratégie d'accommodation (*the strategy of accommodation*). Comme le précise l'auteur : « I call this strategy the strategy of accommodation since by it one fits or accommodates the curriculum to historical circumstances or to an historical model » (*id.*, p. 393). Elle consiste donc à modifier la

présentation du matériel normalement utilisé dans les classes pour leur donner une tangente ou une saveur plus historique. De fait, l'enseignant peut alors utiliser l'histoire comme un guide sur lequel baser son enseignement d'un certain concept mathématique. Par exemple, en suivant le développement historique d'une certaine notion mathématique au courant de l'histoire pour s'inspirer des façons de faire pour la présenter et l'enseigner. Pour terminer, l'auteur clarifie cette stratégie en mentionnant :

I do mean the organization of the topics in essentially their historical order of development as well as the discussion of the historical motivations for the development of each of these topics, both those within mathematics and those from other scientific fields. (2001, p. 393)

À partir de ses différentes observations et réflexions concernant les autres textes, l'auteur propose lui-même de nouvelles stratégies pour intégrer l'histoire des mathématiques qui reprennent les idées exposées plus haut et qui viendraient remédier à certaines difficultés concernant la mise en relation de l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques exposées dans son texte. Ces deux façons de faire tournent autour d'un choix que doit effectuer l'enseignant de mathématiques :

Remain true to one's commitment to modern mathematics and modern techniques and risk being Whiggish³ or take a genuinely historical approach to the history of mathematics and risk spending time on things irrelevant to the accepted mathematics curriculum. (*id.*, p. 399)

De cette décision viennent alors deux possibilités selon l'auteur : l'accommodation radicale (*radical accommodation*) ou la séparation radicale (*radical separation*).

D'abord, l'idée de la *radical accommodation* est très proche de l'idée d'humaniser les mathématiques. Ainsi, cette façon de présenter l'histoire des mathématiques pourrait être associée à l'objectif de rendre plus humaines les mathématiques. Pour l'auteur, il

³ Terme détaillé dans la prochaine section concernant les réticences de l'utilisation de l'histoire par Fried.

devient alors important, dans cette façon de faire, d'oublier nos mathématiques d'aujourd'hui lorsqu'il est question de travailler avec les mathématiques anciennes. Il faut alors se mettre à la place du mathématicien et essayer de comprendre ses problèmes et ce qu'il vivait à ce moment. Il est donc important de lire les textes historiques à partir de la vision du mathématicien. Comme l'expose l'auteur :

One must, as far possible, read their texts as they wrote them. Teaching mathematics with this in mind means treating mathematics as a dialogue in which, as in any dialogue, to understand what is going on one cannot ignore the first speaker for the sake of the last. (*id.*, p. 401)

De l'autre côté, l'idée de la *radical separation* exposée par Fried propose de séparer radicalement les mathématiques modernes et l'historique des mathématiques. Ainsi, lors de l'utilisation de l'histoire des mathématiques, le but serait de rapporter cette histoire et ces démarches à ce que sont les mathématiques modernes d'aujourd'hui. Il s'agirait alors de comparer les anciennes mathématiques aux mathématiques modernes ou encore de les traiter séparément, comme des capsules historiques. Cette option reviendrait quelque peu à faire un cours d'histoire des mathématiques, séparé du cours classique de mathématiques, avec les élèves. Comme le mentionne l'auteur :

The teacher can look closely at original mathematical texts, ask questions about the author and the kind of activity he is engaged in, search for the understanding of the object he studies and how his understanding may differ from ours. (*id.*, p. 403)

Pour conclure son texte, Fried précise que ces deux façons de faire ne sont pas des solutions parfaites. Il tente simplement de mettre en lumière les façons de faire possibles quant à l'introduction de l'histoire des mathématiques en fonction des difficultés qu'il a soulevées (voir section 1.2.6). Il termine en soulignant que : « The resolutions by radical accommodation and radical separation given in this last section were not meant to provide practical solutions but to show, in light of the difficulty, what such solutions would have to be » (*id.*, p. 405).

1.2.3 Uffe Thomas Jankvist et l'importance d'une séparation claire entre les raisons de l'utilisation de l'histoire et les façons de faire

Un troisième article, plus récent cette fois, discute très explicitement des arguments qui supportent l'utilisation de l'histoire. Il est paru en 2009 et s'intitule : *A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education* (Jankvist, 2009). Son auteur est Uffe Thomas Janvist, un didacticien des mathématiques danois.

Dans ce texte, l'objectif principal de Jankvist est d'établir une nouvelle catégorisation en lien avec les raisons de l'utilisation de l'histoire (pourquoi) et les façons d'avoir recours à l'histoire des mathématiques (comment). Pour lui, il était important d'effectuer cette nouvelle catégorisation puisqu'il trouvait alors que les autres recherches effectuées sur le sujet (p.ex. Barbin, 1997) ne séparaient pas clairement les « pourquoi » des « commentaires » concernant l'utilisation de l'histoire. Comme il le souligne :

One disadvantage of the classifications available, as I see it, is that they do not all necessarily separate, strictly, the categorizations of the hows from the categorization of the whys. (Jankvist, 2009, p. 236)

L'auteur se base alors essentiellement sur l'étude de l'*International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI)⁴ (Fauvel et van Manen, 2000) concernant l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques pour créer ses propres catégorisations. Par la suite, il compare ses catégorisations avec celles de l'étude ICMI pour montrer que chacune des catégories qu'il a créées englobe aussi celles exposées dans l'étude. L'auteur exprime alors deux catégories de raison (*why*)

⁴ ICMI est une organisation dévouée sur le développement des mathématiques pour son enseignement qui a pour but de promouvoir une coopération internationale sur le sujet. Lors de l'étude de 2000, un regroupement de plusieurs chercheurs se sont penchés sur l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage. Cette étude a alors servi de base pour créer un ressaisissement dans ce milieu de recherche en plus de le stimuler et l'inspirer.

pour introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement : *history-as-a-tool* (utiliser l'histoire comme un outil pour l'apprentissage) ou *history-as-a-goal* (envisager l'histoire comme un objectif en soi).

Lorsque l'histoire est utilisée comme un outil (*history-as-a-tool*), il est davantage question de discuter sur la façon dont l'histoire peut aider les apprenants à apprendre les mathématiques. Dans cette perspective, l'histoire « sert » et le discours est alors davantage articulé sur l'idée de motiver ou de supporter les apprenants pour l'apprentissage des mathématiques. Jankvist souligne en ce sens que « the category of history-as-a-tool arguments contains the arguments concerning how students learn mathematics » (*id.*, p. 237). Pour donner des exemples de cette utilité, elle sert à augmenter l'intérêt des élèves, aide les enseignants à mieux comprendre les erreurs possibles des élèves, donner un visage plus humain aux mathématiques, etc.

De l'autre côté, il est possible d'envisager l'histoire comme un objectif en soi (*history-as-a-goal*), ce qui consisterait à se donner l'historicité même des mathématiques comme but. Jankvist souligne : « The category of history-as-a-goal arguments contains the arguments that claim that learning aspects of the history of mathematics serves a purpose in itself » (*id.*, p. 239). Dans cette perspective, l'accent serait mis davantage sur « the developmental and evolutionary aspects of mathematics as a discipline » (*ibid.*). Un exemple est celui de rechercher à travers l'introduction de l'histoire en classe comment les mathématiques ont évolué et évoluent dans le temps. Ainsi, ce travail développerait des compétences particulières chez les apprenants. Compétences qui ne pourraient pas être acquises autrement que par l'exploration de l'histoire des mathématiques dans le contexte de l'éducation mathématique.

Par la suite, Jankvist propose des façons d'introduire l'histoire des mathématiques qui ne sont pas toujours clairement reliées aux raisons de son utilisation (*history-as-a-tool* et *history-as-a-goal*). Cela a pour effet de proposer des façons de faire qui sont plus

englobantes puisque peu importe le but recherché par l'introduction de l'histoire, les différentes façons de faire peuvent permettre d'y accéder.

Pour lui, chacune des façons de tirer profit de l'histoire des mathématiques peut être reliée à l'une des deux perceptions quant à l'introduction de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques, soit comme un outil (*history-as-a-tool*) ou encore comme un objectif en soi (*history-as-a-goal*). L'auteur mentionne alors trois façons d'introduire l'histoire des mathématiques en classe : *The illumination approaches*, *the modules approaches* et *the history-based approaches*. La première approche consiste à utiliser seulement des suppléments d'information sur l'histoire, par exemple des anecdotes historiques dans son enseignement. Comme l'explique bien l'auteur: « In the illumination approaches, the teaching and learning of mathematics [...] is supplemented by historical information » (*id.*, p. 245). La seconde approche consisterait à travailler l'histoire des mathématiques à partir de modules qui s'étendent sur plusieurs périodes d'enseignements. À ce sujet, l'auteur mentionne que « [They] are instructional units devoted to history » (*id.*, p. 246). Le but ici est d'enseigner les mathématiques avec l'histoire de façon explicite. Pour donner un exemple, un enseignant pourrait travailler pendant plusieurs périodes avec ses élèves un texte historique. Enfin, la dernière façon de faire est l'approche basée sur l'histoire. Cette façon de faire sert à créer une séquence d'enseignement qui se base sur l'histoire, mais qui ne fait pas obligatoirement référence à l'histoire de façon explicite comme l'exprime bien Jankvist :

Unlike the modules approaches, these approaches do not deal with the study of the history of mathematics in a direct manner, but rather in an indirect fashion. (*id.*, p. 247)

Pour donner un exemple, un enseignant pourrait s'inspirer de difficultés historiques concernant l'algèbre pour créer sa séquence d'enseignement. De façon plus concrète et précise, Jankvist propose de s'inspirer de Otto Topliz (Topliz, 1963) qui a créé une

séquence d'enseignement concernant le calcul différentiel se basant sur l'histoire des mathématiques, puisque, selon lui, l'histoire est un guide pour enseigner et apprendre les mathématiques.

Nous pouvons alors remarquer qu'effectivement les différentes façons de faire ne sont pas reliées obligatoirement à une certaine raison d'utiliser l'histoire des mathématiques. Par exemple, en utilisant l'approche basée par module (*modules approaches*), il est possible de faire travailler les élèves sur un texte historique seulement pour qu'ils soient davantage motivés et impliqués dans le travail demandé (*history-as-a-tool*). Dans ce cas, le texte sera peut-être déjà traduit et l'activité sera peut-être présentée seulement comme une façon de travailler un concept mathématique particulier. D'un autre côté, la présentation de ce texte pourrait plutôt servir à observer l'évolution des mathématiques au travers du temps (*history-as-a-goal*). À ce moment, l'intérêt du texte sera peut-être plutôt porté sur l'interprétation précise de celui-ci en essayant de comprendre ce que fait alors le mathématicien.

Pour terminer, à partir des propos de Jankvist, il est possible de voir une distinction avec les arguments de Barbin (1.2.1) et Fried (1.2.2) discutés plus haut. Ici, les raisons d'utiliser l'histoire sont plus globales et réfèrent plutôt à des orientations très générales pour la classe quant à l'introduction de l'histoire des mathématiques sans pour autant être nécessairement très précises sur les possibles apports de l'histoire. De fait, les façons d'introduire l'histoire ne sont pas dépendantes des raisons de son utilisation ce qui crée une toute nouvelle catégorisation.

1.2.4 Abraham Arcavi et Masami Isoda : l'histoire comme moyen pour développer l'écoute chez les futurs enseignants

Un quatrième article qui nous semble important d'être souligné, s'intitule *Learning to listen : From historical sources to classroom practice* (Arcavi et Isoda, 2007). Écrit par Abraham Arcavi un mathématicien argentin et par Masami Isoda un didacticien des

mathématiques japonais. L'article présente les résultats d'une étude de terrain effectué dans un cours universitaire pour futurs enseignants de mathématiques à l'université de Tsukuba au Japon. À cette étude qui s'étendait sur deux cours, 17 étudiants ont participé. Dans le premier cours, d'une durée de trois heures, les participants travaillaient autour de textes historiques provenant de l'Égypte antique. La seconde rencontre a duré environ quatre heures et dans cette rencontre il était plutôt question de réfléchir autour de l'utilité de la séquence précédente en plus d'analyser des productions d'élèves. Les données collectées sont les enregistrements vidéos des séquences d'enseignement et deux questionnaires qui permettaient de sonder les participants quant à leur perspective de l'utilité des ateliers vécus lors de l'étude. Le but principal de cette recherche était alors d'analyser une approche développée à partir de l'histoire des mathématiques pour travailler les « capacités d'écoute » des futurs enseignants. Comme les auteurs le décrivent bien dans le résumé de l'article : « The proposal is based on reading and understanding historical texts as a way to exercising the adoption of the 'other's perspective' » (*id.*, p. 111). À travers l'analyse des différentes données collectées, les auteurs ont développé des arguments qui supportent la présence de l'histoire dans le contexte de la formation à l'enseignement des mathématiques.

Pour se mettre en contexte, les auteurs exposent premièrement le fait que toute personne est un *listeners*, et qu'elle bénéficie elle-même de sa position d'écoute puisqu'elle évolue et apprend des propos des autres. Ainsi, lorsqu'un enseignant ou même un futur enseignant se place dans une position d'écoute, il profite lui-même de cette écoute. Reprenant les idées de Jahnke (1994) les auteurs soulignent que : « thinking ourselves into other persons leads us to reflect about our own relationship to mathematics » (Jahnke, 1994 cité dans Arcavi et Isoda, 2007, p.112). Cependant, il n'est pas facile de toujours comprendre ce que l'autre essaie de nous communiquer, de comprendre sa propre position et son propre contexte en mathématiques, surtout lorsqu'il est question de travailler avec de jeunes apprenants. Les auteurs mentionnent

que « making sense of children's ideas is not so easy » (Arcavi et Isoda, 2007, p. 113). C'est donc dans cette optique que les auteurs proposent de travailler avec des textes anciens pour développer cette capacité d'écoute chez les futurs enseignants pour que, par la suite, ils puissent la transposer avec des élèves. Comme le précisent bien les auteurs : « What we do claim is that experiencing the process of understanding the mathematical approach of a primary historical source can be a sound preparation towards listening to students » (*id.*, p. 116). Articulant leurs propos autour de cette idée « d'apprendre à écouter », plusieurs avantages de l'utilisation de l'histoire des mathématiques sont alors détaillés par les auteurs en lien avec cette approche.

Les auteurs font alors le parallèle entre l'analyse de textes anciens et la compréhension des réponses d'élèves. Il est souvent difficile de déterminer si une réponse d'élève est bonne ou mauvaise. Il est plutôt question d'accueillir cette réponse pour comprendre le raisonnement derrière. Dans le cas des textes historiques, l'idée serait la même. Il faut comprendre ce qui a été fait dans son contexte en tentant de ne pas déraciner les auteurs de leur ambiance mathématique, de leur époque scientifique. Comme l'exposent les auteurs : « an historical text cannot be that dismissed on the basis of the right-wrong dichotomy, as is commonly the case with students' answers » (*ibid.*).

De façon plus précise, il est intéressant de comprendre la façon dont les auteurs caractérisent l'approche que doit avoir une personne lorsqu'elle tente d'analyser un texte ancien. À ce sujet, ils soulignent que :

A historical source has to be attended to in all its idiosyncrasy, and many times our own understanding cannot be immediately projected onto it ; thus one has to delve into the text's own nature. (*ibid.*)

Deuxièmement, les auteurs avancent l'idée que, lorsqu'il est question d'analyser des textes historiques, celui qui fait ce travail développe certains « outils interprétatifs » : « one has to develop tools to make sense of it » (*ibid.*). Pour eux, ces différents outils

développés proviennent du fait qu'il est nécessaire pour les futurs enseignants d'interpréter les mathématiques perçues dans les textes anciens. Ainsi, ces outils permettent d'aider à interpréter les mathématiques effectuées par autrui. Ce sont au fond des outils interprétatifs qui sont développés par les futurs enseignants dans le cadre de lectures de textes historiques. En effet, pour Arcavi et Isoda, le lecteur de ces textes anciens se pose des questions comme : « What is written ? Why did the author write in such way? What are the hidden assumptions? » et ajoutent « This questioning may lead us to adopt the 'writers' perspective' » (*ibid.*). Cette façon d'approcher les textes historiques et les compétences interprétatives qu'elles peuvent développer peut-être rapprochée de la façon dont les enseignants pourraient approcher les démarches des élèves en salle de classe. Arcavi et Isoda mentionnent en ce sens que « We propose that such hermeneutic tools and processes suitable for historical texts can serve teachers well in attempting to understand students' ideas » (*ibid.*). Pour bien comprendre les propos des auteurs, il est nécessaire de se pencher sur le terme Herméneutique. L'herméneutique peut se définir comme étant « l'art d'interpréter des textes » (Martineau, Simard et Gauthier, 2001, p. 12). De façon plus précise :

Dès que la distance géographique, temporelle ou culturelle sépare un texte de son lecteur, un art particulier s'impose pour éviter la mécompréhension: l'herméneutique serait cet art. (Ricoeur, 1986, cité dans Guillemette, 2015, p. 104)

Ainsi, les textes historiques qui forcent le développement d'outils herméneutiques par les futurs enseignants pourraient les aider à se placer dans une meilleure posture pour comprendre les démarches des élèves.

C'est cette idée de développement d'outils pour l'interprétation qui amène les auteurs à mentionner que « learning to read and understand certain primary sources may result in learning the skills and the tools necessary for learning to listen to students » (Arcavi et Isoda, 2007, p. 116).

Pour arriver à travailler et développer ces différentes compétences, il n'y a qu'une seule façon d'utiliser l'histoire des mathématiques qui y est présentée. Comme mentionné plus haut, le but de cet article était de développer une approche qui utilisait des textes anciens pour travailler l'écoute des futurs enseignants. Les auteurs exposent alors une démarche qui travaille sur des textes anciens (*history component*) pour ensuite travailler avec des réponses d'élèves (*pedagogical component*). Le développement d'outil herméneutique à la suite de l'analyse de textes anciens chez les futurs enseignants fait en sorte qu'ils sont en meilleure posture pour être réceptifs aux démarches qui ne sont pas nécessairement communes. Ces outils sont par la suite réinvestis immédiatement dans une activité basée sur l'analyse de productions d'élèves. De cette manière, un pont est fait entre les outils développés lors des interprétations historiques et leur utilisation possible pour interpréter les productions d'élèves.

1.2.5 David Guillemette : l'histoire pour favoriser une éducation mathématique non-violente

Quelque peu dans la même idée que l'article précédent, David Guillemette expose dans son article : *History of mathematics in secondary school teachers' training : towards a nonviolent mathematics education* (Guillemette, 2017) une manière de former les futurs enseignants à partir de l'histoire des mathématiques, plus précisément, à partir de la lecture de textes historiques.

Le but principal de cet article, qui résume certains éléments de sa thèse : *l'histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire : sur l'expérience du dépaysement épistémologique des étudiants* (Guillemette, 2015) est « to describe dépaysement épistémologique lived by future mathematics teachers within the context of training activities where history of mathematics, particularly the reading of historical text, comes into action » (Guillemette, 2017, p. 352). Pour ce faire, l'auteur se base sur le concept de dépaysement épistémologique de Barbin (1997, 2006, 2012) et repris par la suite par Jahnke et al. (2000) introduit plus haut (section 1.2.1).

Pour décrire le dépaysement épistémologique vécu par de futurs enseignants lors de la lecture de textes historiques, Guillemette a effectué une recherche empirique auprès de six étudiants de l'Université du Québec à Montréal (UQAM) qui ont été confrontés pendant une session entière à la lecture et l'analyse de textes historiques dans le cadre d'un cours d'histoire des mathématiques. À partir d'observations en classe, d'entretiens individuels et de groupes, l'auteur ressort différentes constatations sur le vécu du dépaysement épistémologique et sur les avantages de l'utilisation de l'histoire des mathématiques qui lui sont associées.

De prime abord, Guillemette avait une certaine idée quant aux avantages de faire vivre aux étudiants un dépaysement épistémologique à travers l'étude de l'histoire des mathématiques. Reprenant les arguments initiaux de Barbin, l'auteur souligne que :

The concept of *dépaysement épistémologique* (*epistemological disorientation*) emphasizes that the contact with history of mathematics, particularly with the use of original sources, pushes aside commonplace students' perspective about the discipline and offers them a critical look towards mathematics's historical, social and cultural aspects. (Guillemette, 2017, p. 349)

De façon plus concrète, l'auteur rapporte plusieurs éléments quant au vécu du dépaysement épistémologique des étudiants lors de l'étude. Un premier aspect concerne la perception des mathématiques. Selon Guillemette, à travers le vécu du dépaysement épistémologique « for the participants, mathematics seems to lose its rigidity and firmness » (*id.*, p.357). Les mathématiques fragiles et plurielles exposées par les textes anciens sont alors opposées aux mathématiques rigides et formelles qui sont enseignées dans les écoles ou à l'université.

Un second élément concerne davantage le vécu de la lecture de textes historiques en elle-même. En effet, une expérience importante vécue par les étudiants est la difficulté

de comprendre comment les mathématiciens travaillent les mathématiques dans leur propre culture. L'auteur précise que :

to do this, students must try hard to 'live' mathematicians' questions and challenges. As they report, this process involves an effort of flexibility and openness characterized by use of intuition, creativity and a certain freedom of thought. (*id.*, p. 360)

Cela dit, dans ce travail d'interprétation des textes anciens, les futurs enseignants vivent de l'empathie à la fois pour les mathématiciens de l'histoire et pour leurs futurs élèves. L'auteur souligne « Frist, empathy is directed to the mathematicians, then to the learners » (*ibid.*). Les participants montrent alors un désir de transmettre cette nouvelle façon de voir les mathématiques à leurs élèves, une perception des mathématiques à travers laquelle la création et l'intuition ont une place importante.

De façon générale, l'étude menée par Guillemette, « point out two interrelated experiences : otherness and empathy » (*id.*, p. 361). Cette idée d'altérité et d'empathie amène vers un autre potentiel de l'introduction de l'histoire des mathématiques dans le contexte de la formation des enseignants : l'idée de promouvoir une éducation mathématique non-violente. L'auteur propose que le « *dépaysement épistémologique* associated with the reading of historical texts encouraged empathy from students towards the authors and their future learners, opening up the possibility for nonviolent mathematics education » (*id.*, p. 349). De fait, il développe une perspective éthique du développement épistémologique de Barbin (voir à ce sujet Guillemette, 2018). De façon plus précise, Guillemette, qui reprend certaines idées des philosophes Levinas et de Bakhtin :

empathy can be understood as an effort to establish a nonviolent relation with the Other. In the experience of otherness, empathy is this modality of being that tends to keep the Other's subjectivity free and alive, mysterious and indefinite. (*id.*, p. 361-362)

L'idée de la non-violence (inextricablement liée à la notion d'empathie) envers les auteurs des textes anciens devient alors cruciale pour Guillemette. En effet, il est important d'amener les étudiants à maintenir une relation empathique et non-violente avec les auteurs des textes historiques pour deux raisons :

On the one hand, that this empathy allows encounters with mathematicians that could imply important epistemological reflections on mathematics and mathematics education. On the other hand, it appears that this empathy can move towards the classroom, revealing the subjectivity of the learner. (*id.*, p. 362)

Pour terminer, l'auteur précise que la lecture de textes anciens avec les futurs enseignants peut « support and encourage this participative act that is the empathic movement towards the Other in the mathematics classroom, bringing open-mindedness to marginality, novelty and singularity » (*id.*, p. 363). C'est dans cette perspective que l'auteur se rapproche beaucoup des propos d'Arcavi et Isoda qui soulignent les développements en ce qui concerne les « capacités de l'écoute » que peut apporter l'étude de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants.

En ce qui concerne les façons d'introduire l'histoire des mathématiques, il n'y en a qu'une seule qui y est présentée. Comme pour l'article de Arcavi et Isoda (2007), la lecture de textes anciens est utilisée pour former les enseignants. Cette lecture se fait autour de textes qui ont une bonne traduction disponible, mais aussi avec un niveau de difficulté qui est accessible pour les étudiants. Pour chacune des activités de lecture, une présentation de l'auteur et du texte est faite par le responsable du cours. Ensuite, le texte est travaillé en petits groupes d'étudiants pour finalement clore l'activité avec un retour en grand groupe. Comme Guillemette le précise, la lecture de textes historiques suit les recommandations de Fried (Fried 2007 ; 2008) et tourne autour de deux points précis:

Reading activities articulated constantly two poles : one which we could qualify of “translational” that essentially aimed at extrapolation of content and working the mathematics from texts, and a second more “interpretative” which aimed at better understanding the author by “welcoming” him without uprooting his work from his sociohistorical and cultural context. (Guillemette, 2015, p. 354-355)

Le but étant toujours de modifier la perception des futurs enseignants en plus de les rendre plus empathiques envers les élèves, ou plus généralement l’autre en mathématiques, grâce au dépaysement épistémologique créé par la lecture de textes anciens.

1.2.6 Les réticences sur l’utilisation de l’histoire des mathématiques

Comme nous en avons discuté en introduction à cette section, ce ne sont pas tous les auteurs qui sont aussi enthousiastes et optimistes sur les bienfaits de l’introduction de l’histoire des mathématiques dans les classes du secondaire. Deux auteurs en particulier (Fried, 2001 ; Siu, 2006) ont consacré de bonnes sections de leur article respectif à soulever des réticences en lien avec l’histoire des mathématiques.

D’abord, malgré les différents avantages de l’utilisation de l’histoire des mathématiques résumées dans l’article : *Can Mathematics Education and History of Mathematics coexist?* (Fried, 2001) écrit par Michael N. Fried, il est important de rappeler le but principal de cet article qui était de porter un regard critique sur l’introduction de l’histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage. Il est donc aussi question, dans le texte, de discuter de certaines réticences sur l’utilisation de l’histoire caractérisées comme un dilemme pour les enseignants.

Pour l’auteur, les enseignants sont confrontés à un dilemme sur la façon d’utiliser l’histoire des mathématiques. Soit ils font de la *Whig history* (être *Whiggish*), soit ils prennent le risque de prendre du temps pour traiter de sujets qui ne sont pas prescrits par le programme afin d’aborder certains aspects historiques plus en profondeur. Il est

important, en premier lieu, de bien comprendre ce que veut exposer Fried lorsqu'il discute de *Whig history* puisqu'il s'agit de la réticence principale de l'auteur sur l'introduction de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage.

En essayant de bien comprendre le terme *Whig*, nous avons observé la traduction en français qui peut se traduire comme étant une perruque. De l'autre côté, le terme *history* fait référence à l'histoire. De fait, *Whig history* pourrait alors référer à une perruque historique. Lorsque l'auteur qualifie un enseignant faisant de la *whig history* cela pourrait donc se résumer à un enseignant qui met une perruque historique. Cela reviendrait alors à se déguiser et prendre l'apparence de l'histoire et de ne pas nécessairement prendre l'histoire au sérieux, comme lorsqu'il est question de se déguiser pour l'Halloween par exemple. Il devient donc difficile de se mettre à la place des mathématiciens d'autrefois et de comprendre toutes les implications autour des concepts mathématiques exposés. D'une autre façon, lorsqu'il est question de porter une perruque pour se déguiser, il est souvent question de faire semblant d'être quelqu'un. Ainsi, s'il est question de porter la perruque historique, il peut aussi être question de faire semblant d'effectuer l'histoire des mathématiques. Pour compléter notre analyse de ce terme, la perruque ne se porte généralement pas en tout temps. Elle est plutôt utilisée comme analogie pour discuter d'un moment où, par obligation ou par désir, la personne prend un certain rôle précis. De ce fait, l'histoire serait placée dans un rôle second où il est seulement question d'elle de temps à autre lorsque l'enseignant décide enfin de mettre sa perruque.

De son côté, l'auteur précise le terme en discutant du fait que la personne qui effectue de la *Whig history* ne fait pas la distance entre le passé et le présent et analyse plutôt le passé avec ce qu'elle connaît d'aujourd'hui. Ainsi, il n'y a que les mathématiques modernes qui existent et qui dominent dans cette idée. La personne effectuant de la *Whig history* chercherait à relier les éléments et les mathématiques d'autrefois à celles d'aujourd'hui plutôt que de comprendre les raisons et les façons de faire exprimer dans

celle-ci. Comme l'explique l'auteur, « a Whiggist conception of mathematics allows only one kind of mathematics, modern mathematics, and, therefore, presents mathematics as a creative effort only up to the present! » (Fried, 2001, p. 405). Pour l'auteur, cette façon de faire de l'histoire est pire encore que de faire de la mauvaise histoire : « Whig history is worse than bad history, it is hardly history at all » (*id.*, p.395).

Pour résumer la difficulté de combiner l'histoire des mathématiques et l'enseignement des mathématiques, Fried précise que :

That difficulty [...] was that the commitment to teaching modern mathematics and modern mathematical techniques is at odds with the historian's commitment to shun anachronism, to see mathematics as something in flux, and, therefore, to understand past mathematics as something more than an older version of the present mathematics. (*id.*, p. 405)

Une des seules recherches qui s'est concentrée exclusivement sur les réticences possibles en lien avec l'introduction de l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage et qui valide les idées exposées à partir d'une recherche empirique avec des enseignants est l'article qui s'intitule : *No, I don't use history of mathematics in my class. Why?* (Siu, 2006) écrit par Man-Keung Siu, mathématicien hongkongais.

Dans son texte, l'objectif principal de l'auteur était de jouer à l'avocat du diable en tâchant de mettre en évidence les arguments pour lesquels les enseignants hésitent ou même refusent d'utiliser l'histoire des mathématiques dans leur classe. Comme l'expose bien Fried (2001), peu de recherches ont été effectuées sur les difficultés d'introduire l'histoire des mathématiques pour l'enseignement des mathématiques. Ainsi, Siu trouvait important d'effectuer ce type d'exploration pour faire progresser le champ de recherche dans une nouvelle direction et permettre de faire avancer les

réflexions sur le sujet. L'auteur expose alors une liste présentant 16 arguments qu'un enseignant pourrait mentionner concernant ses réticences vis-à-vis l'histoire :

2. A List of Sixteen Unfavourable Factors

Here is the list that I make up.

- (1) "I have no time for it in class!"
- (2) "This is not mathematics!"
- (3) "How can you set question on it in a test?"
- (4) "It can't improve the student's grade!"
- (5) "Students don't like it!"
- (6) "Students regard it as history and they hate history class!"
- (7) "Students regard it just as boring as the subject mathematics itself!"
- (8) "Students do not have enough general knowledge on culture to appreciate it!"
- (9) "Progress in mathematics is to make difficult problems routine, so why bother to look back?"
- (10) "There is a lack of resource material on it!"
- (11) "There is a lack of teacher training in it!"
- (12) "I am not a professional historian of mathematics. How can I be sure of the accuracy of the exposition?"
- (13) "What really happened can be rather tortuous. Telling it as it was can confuse rather than enlighten!"
- (14) "Does it really help to read original texts, which is a very difficult task?"
- (15) "Is it liable to breed cultural chauvinism and parochial nationalism?"
- (16) "Is there any empirical evidence that students learn better when history of mathematics is made use of in the classroom?"

Figure 1.1 Liste des arguments non favorables à l'introduction de l'histoire pouvant être exposés par les enseignants

Après avoir bâti cette liste, l'auteur a distribué un questionnaire auprès de 608 enseignants et futurs enseignants concernant les quinze premières affirmations de sa liste de réticences en leur demandant leur opinion vis-à-vis de ces affirmations. Les enseignants devaient alors répondre s'ils étaient : vraiment en accord, en accord, neutre, en désaccord ou vraiment en désaccord. Ces enseignants semblaient être des enseignants chinois ou hongkongais, ville dans laquelle travaille l'auteur, puisqu'aucune remarque n'a été faite sur le sujet. Cependant, l'auteur précise que les

conclusions ressorties de cette collecte de données n'avaient rien de scientifique et de précis. Il était plutôt question de se faire un portrait global de l'opinion des enseignants : « the data do serve to reflect the views of school teachers how close how far their views are from what is thought to be » (Siu, 2006, p. 271). Voici les réponses obtenues à cette étude :

Tableau 1.1 Pourcentage des répondants ayant sélectionné chaque choix pour les 15 affirmations

	Very much disagreed	Disagreed	No comment	Agreed	Very much agreed
(1)	3.95	20.07	9.04	49.51	17.43
(2)	45.06	42.43	7.57	3.13	1.81
(3)	9.54	27.80	29.27	29.11	4.28
(4)	5.60	35.36	29.11	25.00	4.93
(5)	9.87	46.38	27.80	13.65	2.30
(6)	8.88	44.24	28.46	17.11	1.31
(7)	7.57	42.44	24.34	24.01	1.64
(8)	5.59	28.95	19.24	39.31	6.91
(9)	18.91	49.51	21.55	8.88	1.15
(10)	4.61	20.73	10.19	45.56	18.91
(11)	1.65	6.25	9.21	55.26	27.63
(12)	4.11	31.25	24.67	33.22	6.75
(13)	4.44	38.65	28.78	24.51	3.62
(14)	1.97	17.76	32.08	41.94	6.25
(15)	10.85	32.56	47.54	7.41	1.64

Parmi cette liste, six arguments non favorables à l'intégration de l'histoire sont ressortis comme méritant de leur porter une attention particulière. Ce sont les points (1) je n'ai pas le temps pour ceci en classe, (8) les élèves n'ont pas assez de culture générale pour apprécier l'histoire, (10) il y a un manque de matériel concernant le sujet, (11) il y a un manque de formation professionnelle sur le sujet, (12) je ne suis pas un professionnel de l'histoire des mathématiques. Comment être certain de l'information que je présente et (14) est-ce que ça aide vraiment de lire des textes historiques, puisque c'est une tâche

très difficile. Concernant ces six arguments, environ la moitié des répondants sont en accord ou très en accord avec les énoncés ou du moins il y a davantage d'enseignants qui sont en accord/vraiment en accord que d'enseignants en désaccord/vraiment en désaccord. De fait, nous en concluons que ces éléments sont des réalités qui touchent davantage les enseignants et qui pourraient faire en sorte qu'ils n'intègrent pas l'histoire des mathématiques dans leur enseignement. Il devient alors important de se pencher sur ces éléments et de travailler pour les contrer si nous voulons motiver les enseignants à introduire l'histoire. De notre côté, un argument que nous trouvons très intéressant puisqu'il implique notre domaine de recherche ce qui fait en sorte que nous pouvons travailler dans cette direction pour venir contrer cette réticence et développer sur le sujet est : « Is there any empirical evidence that students learn better when history of mathematics is made use of in the classroom ? » (*id.*, p. 269). Nous allons justement retravailler et détailler cet argument dans une section ultérieure.

D'un autre côté, toujours dans le but de comprendre l'implication des enseignants avec l'histoire, l'auteur expose différentes recherches qu'il avait effectuées. D'abord, dans un questionnaire distribué auprès de 300 enseignants de mathématiques provenant de 41 écoles différentes, probablement encore une fois des écoles chinoises et pas nécessairement les mêmes répondants que lors de la dernière étude, l'auteur cherchait à savoir s'ils utilisaient l'histoire dans leur enseignement et comment ils notaient la valeur de l'histoire. Les enseignants répondaient en donnant une note d'appréciation. Comme conclusion, l'auteur ressort que les enseignants trouvent que l'histoire a de la valeur, mais qu'ils ne l'utilisent pratiquement pas dans leur classe : « The value of history of mathematics is highly regarded by schoolteachers, but the degree of initiative on actually using history of mathematics in the classroom is very low » (*id.*, p. 270).

Pour conclure son texte, l'auteur ressort qu'il y a un écart entre ce qui est évalué et ce qui est appris lorsqu'il est question d'histoire des mathématiques. Il apparaît donc difficile de mesurer d'un point de vue quantitatif l'effet de l'histoire puisque de bons

résultats dans des évaluations ne présentent pas nécessairement l'apprentissage effectué grâce à l'histoire.

1.2.7 Synthèse des recherches observées

Il faut d'abord comprendre que les arguments pour l'introduction de l'histoire des mathématiques ont évolué au travers du temps et que différents chercheurs ont voulu se pencher sur le sujet. Ceci fait en sorte que plusieurs idées ont découlé de ces recherches et que ces idées ne sont pas toujours en parfaite concordance. Certains discutaient d'arguments plus englobants concernant cette intégration (*history-as-a-goal* ou *history-as-a-tool*) (Jankvist, 2009) tandis que d'autres observaient des raisons plus spécifiques à cette introduction. Par exemple pour humaniser les mathématiques (Fried, 2001), pour les rendre plus intéressantes et les détacher du contexte seulement scolaire (Barbin, 1997 ; Fried, 2001), pour développer des outils concernant les concepts mathématiques et des exemples d'erreurs (Fried, 2001), l'idée de dépaysement épistémologique (Barbin, 1997 ; Guillemette, 2017), pour développer l'empathie ou encore pour apprendre à écouter (Arcavi et Isoda, 2007 ; Guillemette, 2017). Ces différentes raisons sur l'utilisation de l'histoire peuvent soit porter sur le développement des élèves soit sur le développement professionnel de l'enseignant. Il nous a été possible d'observer que peu de recherches se sont réellement penchées sur le développement des enseignants (Arcavi et Isoda, 2007 ; Guillemette, 2017) et discutaient d'arguments très précis (par exemple développer l'empathie des enseignants). Tandis que les arguments concernant les élèves sont plus étoffés (Barbin, 1997 ; Jankvist, 2009 ; Fried, 2001). De plus, les façons de faire pour l'intégration de l'histoire des mathématiques diffèrent d'une recherche à l'autre. D'un côté, il est possible d'avoir des recommandations plus globales qui ne précisent pas une activité à faire, mais plutôt une façon d'aborder le contenu. Par exemple avec la *radical accomadation* et *radical separation* de Fried et les approches de Jankvist : *The illumination approaches*, *the modules approaches* et *the history-based approaches*. De

l'autre côté, les façons de faire sont plus précises et concernent une activité plus en particulier. Par exemple avec le travail de textes anciens (Barbin, 1997 ; Arvaci et Isoda, 2007 ; Guillemette, 2017) ou encore le travail interdisciplinaire (Barbin, 1997). Malgré tous ces éléments favorisant l'introduction de l'histoire des mathématiques, certains auteurs se sont montrés sceptiques et se questionnent si les enseignants ont la possibilité de vraiment effectuer cette introduction. D'un côté, Fried expose un dilemme pour les enseignants en introduisant l'histoire des mathématiques entre se limiter à effectuer de la *Whig history* ou perdre du temps sur des sujets qui ne font pas partie du programme. Faire de la *Whig history* est plutôt mal vu par l'auteur puisque pour lui cela vient, en quelque sorte, à ne pas distinguer les mathématiques modernes des mathématiques anciennes. De fait, les avantages de l'introduction de l'histoire seraient en grande partie perdus. De l'autre côté, Siu dresse une liste de 16 réticences possibles envers cette introduction et fait alors discuter les enseignants autour de ces points. Il en ressort plusieurs constatations, entre autres que les enseignants expriment un manque de temps, de ressources et de formation sur le sujet. Ces différentes constatations dans le milieu de recherches viennent faire planer le doute sur la réelle possibilité d'intégrer l'histoire des mathématiques dans l'enseignement malgré les efforts des recherches théoriques pour exprimer les avantages et les façons de faire possible pour son intégration.

Après toutes ces constatations, il nous semble important de porter un regard sur ce qui a été fait au Québec pour pouvoir mettre en relation les différents éléments ressortis dans les recherches internationales avec ce qui se passe de façons plus concrètes au Québec.

1.3 Une exploration plus précise au Québec

Pour avoir une idée du travail effectué en histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage au secondaire au Québec, nous avons d'abord décidé de porter une attention particulière aux mémoires et aux thèses déposés dans ces 20

dernières années. Ce type de travaux permet souvent de se donner une idée plus globale de l'intérêt des chercheurs concernant un sujet en observant des recherches complètes menées sur une longue durée ainsi que de nous donner un portrait plus général sur les avancées faites à ce sujet. Nous avons rapidement constaté que peu de recherches ont été faites dans cette lignée.

Parmi ces recherches, certaines discutent de façon plus précise sur des moyens d'intégrer l'histoire des mathématiques en classe du secondaire en proposant et analysant des activités (Roy, 2006 ; Bertand, 2012 ; Arpin, 2009). De son côté, Pascale Roy propose la construction de plusieurs activités en caractérisant l'utilité de chacune d'entre elles en les reliant aux avantages de l'introduction de l'histoire. Pour Joanne Bertrand, il est plutôt question de regrouper différents matériels historiques en se concentrant davantage sur du matériel portant sur l'astronomie qui pourrait servir de banque d'outils pertinents pour l'introduction de l'histoire au secondaire. Toujours dans la même lignée, Jonatan Arpin propose plutôt l'analyse de manuels du premier cycle du secondaire approuvé par le ministère dans l'optique de formuler des recommandations d'améliorations aux auteurs et d'aider les enseignants dans leur choix de matériels didactiques.

De plus, une recherche observe de façon précise si l'histoire peut humaniser les mathématiques dans les classes du secondaire (Fredette, 2010). Isabelle Fredette effectue alors une recherche empirique en utilisant des textes anciens dans une classe d'une vingtaine d'élèves de cinquième secondaire (mathématiques 536). À travers des questionnaires, elle collecte des informations sur comment cette activité a laissé des traces d'humanisation, mais aussi sur la perception des mathématiques des élèves. Un peu dans cette lignée, Guillemette (2009), se penche plutôt sur les éléments méthodologiques qui permettent de mieux détailler et exposer si une expérience historique est effectivement positive pour les apprenants en travaillant avec des étudiants du cégep autour de textes historiques. Il montre comment l'histoire des

mathématiques peut permettre de susciter des réflexions métamathématiques chez les apprenants du Cégep. Un seul travail de recherche (Guillemette, 2015) porte explicitement sur la formation des futurs enseignants. Comme discuté dans une des sections plus haut, Guillemette observe précisément l'impact que peuvent avoir les textes anciens sur le dépaysement épistémologique des futurs enseignants. De fait, il n'y a pas vraiment de mémoire ou de thèse provenant du Québec qui s'est intéressé de façon plus globale aux enseignants et à leur façon de voir l'histoire.

1.3.1 Le rôle de l'histoire des mathématiques dans le programme de formation secondaire du Québec et les suggestions de celui-ci

Comme nous en avons brièvement discuté plus haut dans la section 1.1.2, l'article de Charbonneau (2006) fait état de plusieurs passages intéressants et expose de façon plus explicite les éléments historiques rattachés au « nouveau » programme de formation Québécoise. Malgré le fait que ce travail date de plusieurs années, peu de modifications ont été réellement apportées à ce programme aujourd'hui. De fait, ce sont toujours ces mêmes idées et éléments qui doivent être le guide des enseignants lors de la construction de leur cours. Nous allons donc grandement nous baser sur ce texte pour discuter du rôle de l'histoire dans le programme. Pour compléter cette exploration, une recherche sommaire par mots-clés a aussi été effectuée dans le programme pour s'assurer de toucher aux différents aspects importants mentionnés dans celui-ci.

Dans la section 1.1.2, nous avons d'abord soulevé certains éléments plus généraux concernant l'intégration de l'histoire dans le PFEQ provenant de l'article de Charbonneau (2006) qui pointaient plusieurs passages importants dans ce programme où il est question de relier les contenus à enseigner à des repères culturels. Ainsi, les éléments culturels et historiques font alors partie intégrante du programme. De façon plus précise, en observant le programme du premier cycle du secondaire en mathématiques (première et deuxième année du secondaire), nous pouvons voir certains courts passages se référant à l'histoire. Dans un premier temps, une citation de

Dirk J. Struik : « La mathématique est une vaste aventure de la pensée; son histoire reflète quelques-unes des idées les plus nobles d'innombrables générations » (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport 2006, p. 231) utilisées en entrée de jeu pour présenter la discipline des mathématiques semble en effet mettre de l'avant la dimension historique des mathématiques. Cependant, lors de la suite de l'exploration, peu de passages font réellement référence à l'histoire. Il y a d'un côté les quelques mots mentionnant la possibilité d'utiliser des contextes historiques dans lesquels l'évolution des mathématiques est mise de l'avant comme type d'activités possibles pour amener les élèves à intégrer les concepts et processus nécessaire en mathématiques. De l'autre côté, l'histoire est principalement présente dans la section des repères culturels. La description de cette rubrique par le programme nous donne une bonne idée de la place que devraient prendre l'histoire et la culture :

Sous la rubrique Repères culturels sont présentées des suggestions d'actions qui visent à aider l'élève à situer les concepts mathématiques dans un contexte historique et social, à voir leur évolution et à cerner les problématiques qui ont suscité le développement de certains processus de même que les besoins que les concepts ont comblés. Ces repères devraient permettre à l'élève d'apprécier la place de la mathématique dans sa vie quotidienne et l'apport des mathématiciens au développement de cette discipline. (*id.*, p. 248)

Il est alors possible de mieux sentir les objectifs du programme à partir de cette citation. Charbonneau (2006) précise le tout en mentionnant que:

L'histoire vise donc à replacer les mathématiques dans un contexte social plus large dans lequel elles peuvent justifier son existence. Son efficacité peut, de même, être mieux appréciée. L'histoire permet aussi d'humaniser les mathématiques en la rattachant à des hommes qui ont dû travailler d'arrache-pied pour qu'elles atteignent cette efficacité. (p. 3)

Revenons à la description de la rubrique culturelle provenant du PFEQ, il est possible de cibler des passages où il est plutôt question de voir quel(s) type(s) d'application le programme propose avec l'histoire :

Que ce soit notamment par le moyen de situations-problèmes, de capsules historiques, de recherches, d'activités interdisciplinaires ou d'un journal, il importe d'élaborer des situations d'apprentissages qui amènent l'élève à découvrir les différents rôles joués par la mathématique et des éléments de son histoire. Il pourra ainsi établir des liens avec les autres domaines et porter un regard éclairé, esthétique ou critique sur le monde. (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2006 p. 248)

Ce type d'application mentionné donne seulement une vague idée sur la façon d'intégrer l'histoire au premier cycle du secondaire. Nous sentons alors que le moyen emprunté par l'enseignant de mathématiques n'est pas vraiment important. C'est plutôt l'atteinte des objectifs mentionnés tout juste avant qui semble être mise de l'avant. Nous pouvons tout de même nous demander si le programme ne fait pas des recommandations plus particulières dans les différentes rubriques de repères culturels associées à chaque grand thème mathématique (arithmétique, algèbre, probabilité, statistiques et géométrie). Lors de l'exploration de ceux-ci, nous avons pu remarquer que le contenu de chaque repère culturel est plutôt varié, toujours écrit sous forme de texte continu offrant des recommandations sur des éléments historiques ou culturels à faire explorer et vivre aux élèves. Pour certaines sections des repères culturels, nous pouvons avoir une description plus précise sur des exemples de sujets historiques à discuter tandis que dans d'autres, les aspects historiques semblent plutôt délaissés et non précisés. Pour appuyer ces différents éléments, Charbonneau a fait une analyse plus complète des rubriques concernant les repères culturels de chaque grand thème mathématique. Il conclut que :

Pour la probabilité et la statistique, il n'y a pas de référence explicite à un fait historique (M.E.Q 2003, p. 257) alors qu'en géométrie, sans surprise, des indications historiques plus nombreuses sont présentées (M.E.Q 2003,

p.260). On constate donc qu'en ce qui a trait à l'arithmétique et à la géométrie, nous retrouvons des suggestions intéressantes. Mais le texte est silencieux en ce qui a trait à l'algèbre ainsi que les probabilités et la statistique. Nous pouvons y voir ici une difficulté pour un non-spécialiste de trouver des informations historiques pertinentes dans ces domaines. (2006, p. 4)

Pour appuyer ces propos et donner un exemple de contenu historique exposé par le programme, voici la section repères culturels se retrouvant sous la rubrique Géométrie du programme, l'une des rubriques amenant le plus d'idées concernant des propositions d'intégrations d'éléments historiques :

Il [l'élève] a l'occasion de découvrir des mathématiciens qui ont marqué l'histoire de la géométrie et de la mesure, par exemple Euclide ou Thalès. Il étudie l'évolution du calcul de la valeur π , un nombre qui a de tout temps fasciné les gens. Il résout des problèmes de mesure sur lesquels plusieurs mathématiciens se sont penchés au cours des siècles, par exemple le calcul de la circonférence de la Terre (Ératosthène), du rayon de la Terre, de la distance entre la Terre et la Lune ou de la hauteur d'une pyramide. Certains instruments de mesure ont traversé les époques et d'autres ont été perfectionnés; l'élève découvre ces instruments ainsi que l'emploi de différentes unités de mesure. (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2006, p. 260)

Observons maintenant de façon plus précise le programme de deuxième cycle du secondaire (troisième, quatrième et cinquième année du secondaire) en mathématiques. Dans l'article de Charbonneau (2006), le programme de deuxième cycle n'était pas encore complété. Il était plutôt un document de travail qui avait encore besoin de validation. Nous allons donc partir des éléments retenus par Charbonneau pour ensuite les valider lors d'une exploration sommaire par mots-clés du programme de deuxième cycle. Pour Charbonneau (2006), le programme de deuxième cycle semble donner des exemples plus précis sur l'utilisation possible de l'histoire dans les différents repères culturels dépendamment du niveau et de la séquence d'enseignement suivie par les élèves. Il est important de rappeler que trois séquences différentes sont offertes en mathématiques de quatrième et cinquième secondaire conçues pour trois clientèles

d'élèves différentes. Il y a la séquence culture, société et techniques (CST), la séquence techno-science (TS) et la séquence Sciences naturelles (SN). Charbonneau souligne que :

Dans les deux premières [CST et TS], les repères culturels comportent une bonne dose d'histoire, un peu comme en secondaire 3. Mais dans la dernière, plus proche des sciences pures, la place de l'histoire dans les repères culturels s'amointrit. De fait, les repères culturels apparaissent prendre en compte beaucoup plus le présent que le passé. (2006, p. 5-6)

Pour en savoir plus, nous avons effectué une exploration concernant les différentes sections des repères culturels associées à chaque niveau et séquence d'enseignement de ce programme. Nous pouvons d'abord remarquer qu'elles sont effectivement plus détaillées que dans le programme du premier cycle. D'un côté, les repères culturels du premier cycle se limitaient souvent à un court paragraphe qui était associé à chaque grand thème mathématique. Mis en commun, ces paragraphes donnent environ moins d'une page de contenu pour les repères culturels. Tandis que dans le programme de deuxième cycle, pour chaque séquence (CST, TS et SN) ou niveau (secondaire trois), il est possible d'avoir de deux à trois pages de contenu sur les repères culturels. Il semble effectivement que les repères culturels soient donc davantage détaillés dans le programme de deuxième cycle. Intéressons-nous maintenant aux différents contenus de ces repères à partir d'abord d'une description officielle du programme :

La rubrique Repères culturels présente, pour sa part, diverses suggestions pour amener l'élève à situer les concepts mathématiques dans leur contexte historique et social et à cerner les problématiques qui ont présidé à leur développement. Les repères culturels s'articulent autour des concepts et des processus propres à chaque séquence et illustrent les visées particulières de chacune d'elles. La mise à profit de ces repères permet à l'élève de mieux apprécier l'importance de la mathématique dans la vie quotidienne et les besoins qu'elle comble dans la société. L'élève constate également que les mathématiciens ont contribué au développement des mathématiques et des autres disciplines. (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2007, p. 48)

Cette citation du programme vient alors confirmer ce qu'expose en partie Charbonneau du fait que chacune des séquences de mathématiques de quatrième et cinquième secondaire (CST, TS et SN), ainsi que le troisième secondaire ont des repères culturels différents et adaptés aux principes sous-jacents à cette séquence.

En observant de façon plus précise chacun de ces repères culturels, nous constatons que les dires de Charbonneau semblent toujours présents puisque la séquence SN semble avoir des repères culturels moins détaillés concernant l'histoire ancienne des mathématiques que les deux autres séquences et le troisième secondaire.

Somme toute, les repères culturels exposés dans le programme de deuxième cycle sont effectivement plus détaillés en donnant davantage de pistes, ainsi que des façons de faire pour introduire ou discuter d'un sujet d'un point de vue historique. Cependant, ces informations sommaires sont souvent des points de départ, des pistes à approfondir et à développer de la part des enseignants pour bien discuter du contenu historique. Les informations sous-jacentes à chaque piste ne sont pas présentées dans le programme sans non plus fournir des sources ou outils particuliers. Les enseignants devront alors trouver par eux-mêmes ces informations cruciales pour pouvoir être en mesure d'intégrer réellement et de façon plus approfondie les sujets historiques proposés.

1.3.2 Le rôle de l'histoire dans le programme de formation initiale des enseignants

Depuis l'émergence de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage comme domaine de recherche, les universités à travers le monde ont chacune intégré l'histoire à leur façon dans les programmes de formation à l'enseignement (Fauvel et Van Manen, 2000). Cela a pour effet que « les objectifs et les moyens employés ne font pas l'objet de consensus largement établis et le statut de l'histoire dans la formation des enseignants de mathématiques ne semble pas encore bien défini » (Guillemette 2015, p. 14). Ainsi, chaque programme universitaire intègre et utilise de manière différente l'histoire des mathématiques dans leur cursus, et ce,

explicitement (à travers des cours spécifiques sur le sujet) ou encore implicitement (à travers des cours aux thématiques différentes).

En ce qui concerne le Québec, nous allons plutôt nous intéresser aux compétences professionnelles que les futurs enseignants sont censés développer au cours de leur formation. Ces compétences sont régies provincialement par le Ministère de l'Éducation. 13 compétences sont détaillées à partir d'un document officiel, appelé Référentiel de compétences pour la profession enseignante (Ministère de l'Éducation, 2020) et qui doit être utilisé pour guider l'élaboration des programmes universitaires.

Lorsque nous observons de façon plus précise ces compétences, nous remarquons que la compétence 1 : *Agir en tant que médiatrice ou médiateur d'éléments de culture* touche à des éléments en lien avec l'histoire. Cette compétence est même décrite comme compétence fondatrice, c'est-à-dire qu'il s'agit d'une compétence essentielle que l'enseignant devra impérativement développer et qui a aussi servi d'inspiration pour la création des suivantes. Dans le référentiel de compétences, on souligne que, au travers de cette compétence fondatrice, l'enseignant pourra « agir en tant que professionnelle ou professionnel cultivé, à la fois interprète, médiateur et critique d'éléments de culture dans l'exercice de ses fonctions » (*id.*, p. 48). La culture devra donc faire partie intégrante de la formation de l'enseignant qui se reflète, entre autres, par l'histoire de la discipline enseignée pour qu'ensuite les enseignants soient en mesure d'en discuter avec les élèves et de la réinvestir pour la classe. Pour pouvoir entamer cette discussion historico-culturelle avec les élèves, l'enseignant pourra donc se baser sur des éléments historiques qu'il aura intégrés lors de sa formation. Dans la description de cette compétence, cette idée de professionnel cultivé est aussi mise en relation avec les différents repères culturels exposés dans le programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) et qui guide et aide les enseignants à intégrer des éléments de la culture, mais aussi de l'histoire à leur enseignement. En effet, le référentiel de compétences souligne que :

Par l'intégration de repères culturels riches et signifiants aux situations d'enseignement et d'apprentissage et l'adoption d'une approche culturelle de l'enseignement, l'enseignante ou l'enseignant permet à l'élève de découvrir ou de mieux comprendre des éléments de la culture, notamment ceux de la culture propre à la discipline enseignée, c'est-à-dire les savoirs et les savoir-faire, les pratiques, les outils et les techniques, les méthodes et les procédures, l'histoire de la discipline ainsi que les enjeux, les réalisations, les acteurs, les courants de pensée et les débats qui ont marqué son évolution. (*ibid.*)

En observant l'histoire de la discipline et ses enjeux, il semble nécessaire que l'enseignant soit en mesure de développer des compétences lui permettant de discuter et d'intégrer des éléments de nature historique à son enseignement, peu importe la matière enseignée. De plus, l'une des dimensions que le professionnel enseignant doit être en mesure d'apporter avec le développement de cette compétence c'est de :

Donner du sens aux apprentissages des élèves en tissant des liens entre ceux effectués dans la classe, entre sa discipline et les autres disciplines enseignées de même qu'entre sa discipline et les œuvres, les récits, les productions du patrimoine culturel de l'humanité, les questions sociales, scientifiques, éthiques et politiques ou les situations de la vie courante. (*id.*, p. 49)

Cette idée de « patrimoine culturel de l'humanité » passe obligatoirement par ce qui a été fait ultérieurement en lien avec la matière enseignée. Il faudra alors que des éléments historiques soient exposés et mis en relation avec les apprentissages des élèves pour qu'ils puissent consolider ce qu'ils auront appris. De plus, cette idée rejoint une des façons d'introduire l'histoire soulevée par Barbin (1997) qui proposait de passer par le travail interdisciplinaire qui permettait ainsi de situer les mathématiques dans son contexte institutionnel et social.

À travers les différentes citations proposées, nous comprenons alors que la première compétence attendue de la part des enseignants est fortement reliée à des aspects historiques. Il semble alors naturel que ceux-ci développent et intègrent certains outils

et connaissances sur des aspects historiques. Ces éléments pourront alors leur permettre d'agir en tant que professionnelle ou professionnel cultivé tout en étant héritier, médiateur et critique d'éléments de la culture. De fait, dans le tableau 2 nommé *Niveaux d'acquisition des compétences à travers le développement professionnel continu* (Ministère de l'Éducation, 2020, p. 86) nous pouvons remarquer que la compétence 1 devrait être en large partie maîtrisée au terme de la formation initiale. Les différents cours offerts à l'université devraient donc travailler dans ce sens.

1.3.3 Des façons de faire exprimées par la pratique

Au Québec, très peu de recherches se sont penchées sur les outils développés par les praticiens ou sur leurs réflexions pédagogiques ou didactiques en lien avec l'histoire. De façon générale, il s'agit plutôt de recherches qui ont tenté de développer des outils pour la pratique (Roy, 2006 ; Bertrand, 2012 ; Arpin, 2009) ou voulant valider une supposition plus théorique en lien avec de possibles retombées positives de l'histoire (Fredette, 2010 ; Guillemette, 2009 et Guillemette, 2015). À notre connaissance, seul l'article de Charbonneau (2006) fait état, de façon très sommaire, d'une entreprise de deux conseillères pédagogiques pour développer des outils historiques pour la pratique. Ces dernières ont construit deux outils. Le premier outil est constitué d'une série d'affiches, chacune concernant une grande période historique. Ces affiches présentent des images, des portraits et de brèves informations qui décrivent des éléments historiques et mathématiques de la période. Une ligne du temps se retrouve aussi sur ces affiches permettant de situer, dans le temps, les différents événements importants de cette période historique. Un bref guide accompagne ces affiches permettant d'avoir un peu plus d'information concernant la période présentée. Le second outil est la création d'une ligne du temps imprimée sur une frise de grand format et pouvant être installée et exposée au mur. Sur celle-ci, on retrouve des références aux mathématiciens importants et ce qui a été fait dans les différents grands domaines des mathématiques. Le tout est complété de notes biographiques.

Ces créations donnent un aperçu plus global de l'histoire des mathématiques et permettent d'une certaine façon de donner des bornes d'encadrement pour les enseignants. Ces deux outils ont été très bien reçus par le milieu de la pratique. Cependant, une constatation frappante en découle :

La construction de ces outils s'est étalée sur plus de deux ans. De ce fait, il est clair qu'il s'agit d'un travail de longue haleine. Mais cela indique aussi qu'il est difficile de créer de tels outils. (Charbonneau, 2006, p. 7)

Sans autre article détaillant davantage les outils possiblement développés ou utilisés par la pratique on peut alors se questionner sur la réelle implication de l'histoire dans les classes de mathématiques d'aujourd'hui principalement avec les difficultés et le temps nécessaire pour créer de tels outils. Personnellement, avec mon expérience comme élève, étudiant en formation à l'enseignement et finalement enseignant, l'utilisation d'outils historiques était complètement absente des milieux auxquels j'ai été confronté. À ce moment, il devient aussi pertinent de vouloir observer les réticences possibles du milieu de la pratique puisque celles-ci pourraient nous donner une idée sur la relation qu'entretiennent les enseignants avec l'histoire.

1.3.4 Des réticences concrètes exprimées par le milieu de la pratique

Peu de recherches ont vraiment fait part des réticences de façon concrète et précise des différents enseignants de mathématiques envers l'introduction de l'histoire des mathématiques dans leur enseignement. Comme exposé plus haut dans la section 1.2.6, il y a l'article de Siu (2006) où il est possible de voir 16 énoncés en lien avec l'histoire (figure 1.1). 15 d'entre eux ont été demandés à plusieurs enseignants de mathématiques et qui ont exprimé leur accord ou leur désaccord (Tableau 1.1) avec ces différents énoncés. Dans le milieu, cet article reste, encore aujourd'hui, le plus connu et concret sur le sujet. Au Québec, un seul article a touché en partie aux réticences possibles des enseignants de façon un peu plus précise. Charbonneau (2006) après avoir épluché le nouveau programme et ses passages obligeant ou suggérant fortement l'utilisation de

l'histoire dans les cours de mathématiques vient ensuite exposer plusieurs réticences d'enseignants questionnés sur le sujet en soulevant des problématiques qui découlent de cette intégration.

Charbonneau mentionne une très grande insécurité de la part des enseignants qui auront à intégrer l'histoire causée par plusieurs points :

Le manque de formation en histoire des mathématiques, sans parler de l'absence de formation par rapport à l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement, amène un grand nombre d'enseignants à s'interroger sur leur capacité à mettre en œuvre les préceptes du nouveau programme. (2006, p. 6)

Pour lui, la majorité des enseignants qui utilisaient l'histoire avant la mise en place du nouveau programme étaient des enseignants *à priori* intéressés. Toujours selon Charbonneau, une très grande partie des enseignants en service n'ont pas conservé une idée positive de leur cours d'histoire et sont alors très mal à l'aise d'intégrer cette notion dans leur cours. Cela fait en sorte que beaucoup d'enseignants de mathématiques ne se sentent pas outillés ou même intéressés à introduire l'histoire dans leur cours. Charbonneau soulève alors deux points importants qui découlent de ces faits :

Maintenant, il s'agit plutôt de voir comment répondre aux inquiétudes des enseignants dont un bon nombre sont *à priori* plutôt froids face à l'intrusion de l'histoire dans leur enseignement. [Ainsi] il importe de commencer par s'intéresser aux enseignants, avant même les élèves. (*ibid.*)

Ces deux points importants mentionnés par Charbonneau (2006) n'ont toujours pas été éclairés et travaillés de façon approfondie au Québec. Malgré les prescriptions du PFEQ et celle du Référentiel de compétences pour la profession enseignante, ainsi que tout le potentiel éducatif, pédagogique et didactique relevé, développé et discuté en recherche, peu, voire aucune, étude ne s'est vraiment penchée sur le sujet. C'est, entre autres, avec ces deux points en tête que nous formulerons nos questions de recherche.

Outre les préoccupations du milieu de la pratique, il semble nécessaire de se pencher de façon plus précise sur les manques possibles concernant les recherches en histoire des mathématiques pour essayer de nous questionner concernant certains points saillants du milieu.

1.4 Des besoins exposés par le milieu de la recherche

Les recherches concernant l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage ont vraiment connu une éclosion dans les années 2000, depuis l'étude ICMI (voir section 1.2.3 pour plus d'information sur l'ICMI), et continuent d'évoluer depuis. Comme on peut se l'imaginer, de nombreuses questions centrales restent vivement discutées. Certains articles (p. ex Barbin et al., 2019; Clark et al., 2016) font état de différents points importants qui semblent être particulièrement cruciaux dans le champ de recherche. En particulier, Clark et ses collaborateurs (2016) ont dressé une courte liste des différentes problématiques entourant le domaine de recherche de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage. D'abord, il est question de s'intéresser de façon plus précise aux enseignants et aux futurs enseignants. Ensuite il est important de créer et de rendre disponibles des sources variées de contenu didactique concernant l'histoire permettant ainsi de créer des exemples génériques ou encore des sources d'inspirations pour des implantations dans les classes du secondaire. Aussi, il est important de continuer à développer davantage de recherche empirique permettant, entre autres, de valider et de décrire plus finement les retombées de l'intégration de l'histoire dans l'apprentissage des mathématiques. Pour terminer, les auteurs soulignent qu'il serait important d'appuyer les nouvelles recherches à partir de fondements théoriques plus robustes et élaborés, et propres au domaine de recherche permettant ainsi de solidifier les fondations de la recherche en histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage (Clark et al., 2016).

Pour appuyer cette dernière idée, l'article de Barbin et al. (2019) pointe aussi dans cette direction en précisant qu'une des problématiques les plus importantes de ce milieu de recherche constitue en la création de cadres théoriques ou conceptuels propres au champ de recherche. Ainsi, il importe de développer de nouveaux cadres théoriques ou conceptuels possiblement en adaptant des cadres déjà présents et reconnus en recherche provenant d'autres domaines, par exemple en éducation. De cette façon, les recherches ultérieures pourront s'inspirer de ces éléments théoriques solides et concrets pour étayer et appuyer les recherches subséquentes sur le sujet.

Parmi ces différents points, nous avons alors retenu plusieurs éléments et résumé les diverses problématiques en deux points centraux : le besoin de développer davantage de recherches empiriques solides sur le sujet utilisant des méthodologies reconnues et des cadres théoriques/conceptuels appropriés et signifiants, ainsi que le besoin de s'intéresser aux enseignants et aux futurs enseignants concernant leur développement de compétences en lien avec l'histoire.

1.4.1 Le manque de recherches empiriques solides

Un article écrit par Guillemette (2011) se penche de façon assez précise sur les recherches empiriques dans le champ de recherche. L'auteur se concentre sur les recherches qui envisagent l'histoire comme un but en soi (*history-as-a-goal*)⁵ en faisant une recension de toutes les recherches effectuées sur le sujet. Il observe d'emblée que peu de recherches empiriques se sont vraiment penchées sur le sujet (7 recherches la première faite en 1999 la dernière en 2010). Il propose alors d'aller observer plus en profondeur les méthodologies utilisées dans ces recherches empiriques pour comprendre et analyser les difficultés rencontrées par les chercheurs. À la suite de cette

⁵ Dans la section 1.2.3 concernant l'article de Jankvist (2009), il a été question de cette façon de voir l'histoire des mathématiques (*history-as-a-goal*).

analyse, il en ressort plusieurs constatations frappantes. Guillemette commence en observant que :

Il semble que la grande majorité de ces travaux reposent sur un cadre méthodologique bancal. Les outils de collecte de données sont généralement pauvres et les informations recueillies permettent rarement de tirer des conclusions solides. D'ailleurs, ces dernières sont souvent dégagées à partir de considérations s'éloignant du cadre méthodologique élaboré au départ. Celui-ci s'avère la plupart du temps trop lacunaire et inefficace dans la rencontre des objectifs de recherches des différentes études. (2011, p. 20)

Pour venir appuyer ces dires, Guillemette (2011) continue en précisant que nous n'avons pas, dans la grande majorité des cas, vraiment d'information concernant, par exemple, le contexte de l'étude ou encore les participants et la façon dont ils ont été recrutés. Ceci nuit à notre compréhension et l'interprétation des résultats et vient réduire notre confiance quant aux conclusions et à leur vraisemblance. En plus, les différentes études ne font généralement appel qu'à un seul outil de collecte de données, et celui-ci n'est souvent décrit que brièvement. Pour Guillemette, l'utilisation d'un seul outil de collecte de données :

limite considérablement la portée des expérimentations proposées dans les [...] travaux. Particulièrement pour les études de type qualitatives comme celles discutées dans ce texte, la multiplication des sources d'observations nous paraît nécessaire à assurer une certaine validité interne des résultats. (2011, p. 21)

Pour Guillemette, il semble que les études analysées ont généralement plutôt été menées dans une optique quantitative, alors que les objectifs appellent plutôt à une recherche qualitative. Les outils semblent alors inadéquats avec les objectifs de recherche. Il précise, en ce sens, que les études analysées ont une visée plutôt exploratoire, mais se limitent à l'utilisation, par exemple, d'un seul questionnaire, ce

qui restreint beaucoup l'exploration inductive et la description de l'objet de recherche, qui devraient pourtant être au cœur d'une démarche ayant des visées interprétatives.

La seconde observation faite par Guillemette est « l'absence de cadre d'analyse des données » (2011, p. 22). Dans la majorité des études observées, il est difficile de bien voir le lien entre les conclusions soulevées par les auteurs et les données obtenues sur le terrain. Guillemette explique en disant que :

Les auteurs ne mentionnent pas explicitement leur manière de lire et de discuter les données recueillies. Ainsi, de nombreuses questions restent en suspens lors de la lecture : De quelles manières les données ont-elles été répertoriées ou classées? Comment la comparaison des réponses ou productions des participants a-t-elle été systématisée? Quelles sont les limites du cadre méthodologique employé? (*ibid.*)

En conclusion, il précise que les difficultés d'ordre méthodologique risquent d'être encore présentes pour les chercheurs s'intéressant à l'histoire. Il souligne que :

Les difficultés et lacunes doivent être répertoriées et discutées. Il nous faut assoir les travaux dans ce secteur sur des bases solides. L'étude de Jankvist (2010) se veut un effort remarquable pour la fondation d'une telle entreprise. (*ibid.*)

Il semble alors qu'une des priorités en lien avec les recherches empiriques concernant l'histoire des mathématiques est de les rendre plus robustes théoriquement en assoyant les travaux sur des conceptualisations et des avancées théoriques propres au champ de recherche, mais aussi en développant davantage les méthodologies utilisées et en se basant sur des cadres d'analyse appropriés. Du moins, il reste important d'au moins exposer et discuter des difficultés possiblement rencontrées lors de telles recherches.

Pour compléter sur ce sujet, un document plus récent écrit par Barbin et al. (2019) fait aussi état de problèmes en lien avec les recherches empiriques en histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage. Les auteurs précisent qu'il y a

un déséquilibre flagrant entre le nombre de recherches empiriques effectuées dans ce domaine et le nombre de recherches théoriques. Beaucoup de recherches théoriques ont été effectuées sans pour autant que les recherches empiriques se basent sur celles-ci et viennent, à leurs tours, appuyer ou interroger ces recherches théoriques. Ainsi, les auteurs soulignent :

It seems that there is a “gap” separating these two types of research. On the one hand, theoretical research provides important conceptualizations coming from didactics. On the other hand, empirical research tries “to put to the test” the development of interesting situations without really taking into account the theoretical developments. Both seem to walk side-by-side, having difficulties stimulating and informing each other. (*id.*, p. 8)

Les recherches empiriques semblent alors s’intéresser à des points précis et des situations particulières sans pour autant s’appuyer sur ce qui a été fait dans les recherches théoriques. Ce qui fait en sorte que la recherche théorique se voit difficilement à la fois nourrie et interrogée par la recherche empirique. Il semble donc y avoir un manque d’interfécondité entre ces deux types de recherche dans le domaine.

Avec tous ces différents points soulevés, nous constatons alors un besoin criant d’enrichir les recherches empiriques déjà en place. Ces nouvelles recherches empiriques devront élaborer un cadre théorique ou conceptuel signifiant pour le milieu tout en suivant une méthodologie de recherche rigoureuse. L’analyse qui s’en suit devrait rester cohérente avec le cadre choisi. À la suite de cette analyse, il sera impératif de faire parler les avancées théoriques effectuées sur le sujet avec les résultats obtenus.

1.4.2 Les futurs enseignants, une population particulièrement concernée

Comme mentionné au début de cette section, le texte de Clark et al. (2016) soulevait, entre autres, l’importance de s’intéresser davantage aux enseignants et aux futurs enseignants dans les recherches. Cet élément est aussi appuyé et confirmé dans un second article écrit par Barbin et al. (2019). Dans leur cas, ils exposent alors plusieurs

thèmes qui devraient être développés dans le domaine de recherche de l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage :

Finally, specific themes of research have to be developed. For instance, interdisciplinary role of history has to be emphasized in connection with various issues, like teachers' training, development of curricula or learning specific mathematical contents. The need to inform research and practice on how to accompany students or prospective teacher in reading an original text, to investigate different modalities of reading, and to describe and think in a new way about difficulties around these encounters with the past are also crucial elements to be developed further. (Barbin et al., 2019, p. 8)

Nous pouvons alors remarquer que certains de ces thèmes touchent directement la formation des enseignants, mais aussi la façon dont nous pouvons accompagner les élèves et les futurs enseignants dans différents travaux historiques. Ces éléments demandent alors d'être travaillés et développés dans des recherches futures qui vont devoir s'intéresser davantage à l'enseignant et au futur enseignant.

Ces éléments soulevés par le milieu de la recherche ne sont pas étrangers aux problématiques vécues plus près de nous dans le milieu de la pratique au Québec. Comme soulevé à la section 1.3.4, Charbonneau (2006) mentionnait l'importance de s'intéresser d'abord aux enseignants plutôt qu'aux élèves en ce qui a trait au domaine de recherche de l'histoire des mathématiques. Les réticences et les besoins importants de ce milieu amènent un besoin de compréhension plus global de l'enseignant et des outils permettant aux enseignants de se développer.

Ces différents éléments de la recherche et du milieu de la pratique font aussi écho au programme québécois, mis en place progressivement depuis 2001 dans les classes du Québec, qui prescrit la présence de l'histoire des mathématiques en salle de classe. Il est, en effet, intéressant de noter que le programme cite explicitement les travaux de Barbin (voir section 1.2.1) pour discuter et justifier la présence de l'histoire. Malgré

cela, comme nous avons pu le voir à la section 1.3.1, le programme ne donne pas beaucoup d'outils aux enseignants de mathématiques du secondaire pour les aider à intégrer l'histoire dans leur classe outre certaines suggestions de thème à explorer très sommaires et sans ressources claires associées. En parallèle, le référentiel de compétences pour la formation à l'enseignement souligne, à sa manière, l'importance et la nécessité de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants de mathématiques (voir la section 1.3.2).

Cela étant dit, depuis la parution du PFEQ, beaucoup d'années se sont écoulées et nous avons toujours peu de recherches concluantes et récentes qui nous permettent de voir les façons de faire développées par le milieu de la pratique en ce qui concerne l'intégration de l'histoire (voir la section 1.3.3). De même, les réticences exprimées par le milieu de la pratique au Québec (voir la section 1.3.4) datent de l'intégration même du programme au secondaire et ne sont donc pas mises à jour avec la réalité d'aujourd'hui. Nous pouvons constater le même problème en ce qui concerne les recherches internationales concernant les réticences des enseignants et futurs enseignants (voir section 1.2.6) qui sont peu nombreuses et datent déjà de plusieurs années.

Apparaît donc un besoin important de recherche et d'exploration du milieu, notamment celui de la formation des enseignants. Pour nous, il semble alors naturel de vouloir commencer cette exploration à l'endroit même où l'enseignant développe ses compétences : la formation initiale. Cette exploration devra alors se faire avec des étudiants qui auront complété une bonne partie du programme et auront alors développé des compétences en lien avec l'enseignement en plus de connaître et d'avoir vécu, d'une certaine façon, la réalité d'enseignant à partir de stages pratiques. Compte tenu des éléments de problématisations présentés plus haut, il serait intéressant de décrire et de mieux comprendre la relation que les futurs enseignants entretiennent avec l'histoire. Ce portrait permettra de documenter plus précisément, dans notre contexte, les

perceptions des futurs enseignants quant au potentiel de l'histoire et les façons possibles de l'introduire, mais aussi quant aux réticences qu'ils peuvent entretenir. Il permettra aussi ultimement d'orienter mieux les pratiques de formation initiale et d'appui aux enseignants en service.

Ayant en tête l'ensemble de ces besoins et de ces éléments de problématisation, nous formulons trois questions de recherche :

- 1- Quelles perceptions entretiennent les futurs enseignants de mathématiques quant au rôle et au potentiel de l'histoire dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques ?
- 2- Comment les futurs enseignants de mathématiques croient-ils possible d'intégrer l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage de celui-ci dans les classes du secondaire ?
- 3- Quelles réticences les futurs enseignants de mathématiques ont-ils envers l'intégration de l'histoire des mathématiques dans leur classe du secondaire?

Nous espérons qu'en tentant de répondre et de détailler ces trois questions de recherches nous serons en mesure de présenter un portrait possible d'étudiants finissants. Ce portrait pourrait alors être réinvesti dans des recherches ultérieures, mais aussi appuyer la réflexion sur la formation à l'enseignement.

CHAPITRE II

LE CADRE THÉORIQUE

Dans ce chapitre, nous explorons deux cadres théoriques susceptibles d'appuyer notre recherche qui porte sur la formation des enseignants. Nous expliquons ensuite notre choix, celui de l'approche socioculturelle développée par Merylin Goos. À partir de ce cadre, nous proposons un objectif de recherche. Trois sous-objectifs sont proposés pour permettre l'atteinte de notre objectif principal.

2.1 Comprendre la formation des enseignants : une nécessité

Les questionnements exposés au travers de notre problématique nous amènent à nous intéresser aux futurs enseignants et leur relation avec l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage. Ce désir d'en apprendre davantage sur les étudiants terminant leur programme universitaire pour devenir enseignants nous oblige aussi à nous questionner sur la façon dont il est possible d'acquérir les connaissances nécessaires pour apprendre le métier d'enseignant. Quelles connaissances doivent-ils acquérir pour devenir aptes à enseigner? De quelle façon utilisent-ils leurs connaissances antérieures pour les rendre utiles à leur métier d'enseignants? Quel rôle a pris leur environnement dans la construction de leur identité d'enseignants? Ces différentes questions amènent alors à s'intéresser aux cadres théoriques développés en lien avec la formation des enseignants et aux recherches concernant les savoirs et compétences à développer pour devenir enseignants. La mise en évidence et

l'appropriation d'un de ces cadres théoriques nous permettra, par la suite, de formuler des objectifs de recherche plus précis et articulés à notre objet d'étude.

Dans ce chapitre, il sera ainsi question de l'origine du développement de cadres théoriques concernant les connaissances nécessaires pour enseigner, des différentes orientations sur le sujet qu'ont pris les recherches au courant des années, des raisons pour lesquelles nous nous intéressons davantage à une approche socioculturelle de l'acquisition des connaissances chez les enseignants et de nos objectifs de recherche articulés à ce cadre théorique.

2.2 Exploration des différents aspects théoriques concernant la formation des enseignants

Depuis le début des années 1980, il y a un intérêt grandissant autour de la formation des enseignants. Plusieurs chercheurs se sont alors questionnés sur les éléments qui permettraient de former des enseignants, mais aussi sur les connaissances nécessaires pour enseigner. Cette effervescence dans le milieu de la recherche autour des enseignants s'est d'abord fait sentir avec un premier auteur important sur le sujet : Lee-S. Shulman. Celui-ci s'est, entre autres, penché sur les savoirs spécifiques aux métiers d'enseignants. Il a alors élaboré les pierres d'assise pour créer un cadre théorique autour de ces savoirs en introduisant plusieurs concepts importants dans ce domaine de recherche. Parmi ces concepts, deux d'entre eux ont été particulièrement repris et peaufinés au travers de recherches ultérieures menées par d'autres chercheurs. D'abord, il y a (1) le concept de *Subject matter knowledge* qui réfère aux connaissances du contenu disciplinaire allant au-delà de seulement connaître des faits ou des concepts. Il requiert plutôt une compréhension globale des structures importantes et de l'organisation de la discipline enseignée. Ensuite, il y a (2) le concept de *Pedagogical content knowledge* qui réfère, encore une fois, à des connaissances du contenu, mais dans une optique d'enseignement. Dans ce cas-ci, les connaissances pédagogiques du

contenu permettent à l'enseignant d'avoir les outils pédagogiques nécessaires pour organiser adéquatement et faciliter l'enseignement des concepts de la discipline enseignée (voir Shulman, 1986, 1987). À la suite de l'apparition de ces idées, plusieurs auteurs ont ressenti le besoin de développer davantage celles-ci, mais de différentes façons.

2.2.1 L'approche par domaine de connaissances de Deborah Loewenberg Ball

Pour Deborah Loewenberg Ball, il devient nécessaire de pousser plus loin l'exploration sur le contenu spécifique nécessaire pour enseigner. Comme elle l'expose bien dans son article *Content knowledge for teaching* : « As the concept of pedagogical content knowledge caught on, it was in need of theoretical development, analytic clarification, and empirical testing » (Ball, Thames et Phelps, 2008, p. 389). C'est donc dans cette optique que Ball présente son article dans le but « to investigate the nature of professionally oriented subject matter knowledge in mathematics by studying actual mathematics teaching and identifying mathematical knowledge for teaching based on analyses of mathematical problems that arise in teaching » (*ibid.*). À la suite de ses différentes explorations, Ball propose un cadre théorique qui se rapproche beaucoup des idées de Shulman en développant davantage les différents domaines proposés par celui-ci et en leur donnant une orientation axée sur les mathématiques. Comme elle l'exprime bien dans l'un de ses textes :

Our notions of MKT [Mathematical knowledge for teaching] comprises two of the categories of knowledge defined by Shulman and his colleagues: pedagogical content knowledge; and content knowledge⁶ (Shulman, 1986). In our work, we have refined the earlier characterizations, particularly on the side of content knowledge. (Ball et Bass, 2009, p. 4)

⁶ Le terme *Content knowledge* utilisé ici par Ball fait référence au terme *Subject matter knowledge* utilisé par Shulman et détaillé dans la section précédente. L'auteure semble vouloir utiliser ce terme pour parler de façon plus générale des savoirs concernant le contenu sans se limiter au domaine exposé par Shulman.

Elle reprend alors deux domaines spécifiques exposés par Shulman (1986, 1987) pour créer des sous-domaines associés à ceux-ci. Cela a pour effet de préciser les éléments compris dans les différents domaines et de mieux catégoriser les connaissances spécifiques au métier d'enseignant. Voici le schéma explicatif utilisé par Ball et Bass (2009) pour exposer l'organisation des différents domaines de connaissances :

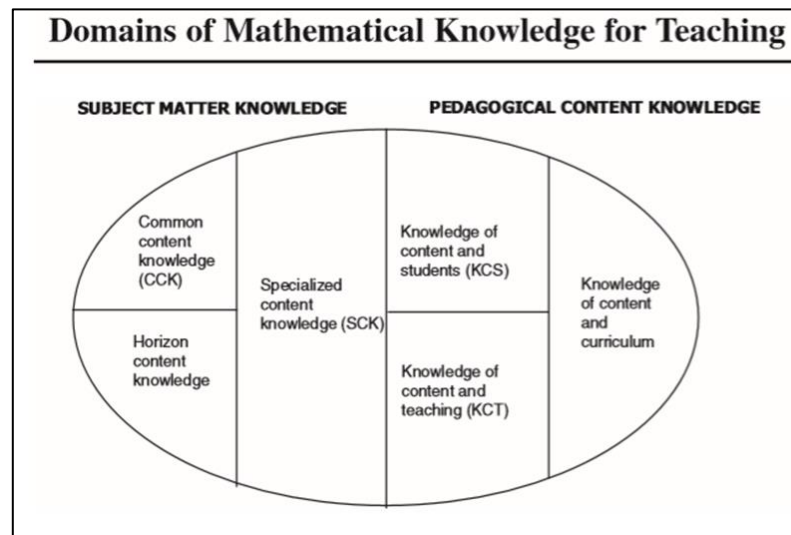


Figure 2.1 Les domaines de connaissances selon Ball et Bass (2009)

À partir de ce schéma, il est possible de dégager les deux grands thèmes proposés par Ball. Dans un premier temps, il y a le domaine principal du *Subject matter knowledge*, qui regroupe les connaissances qui sont davantage en lien avec le sujet mathématique en lui-même. De ce fait, l'interaction ou la compréhension des élèves, et donc l'aspect pédagogique, n'est pas prise en compte dans ce type de connaissances. Il y a tout de même une différence entre ce que l'auteure caractérise comme étant un *Subject matter knowledge* et des connaissances mathématiques plus larges. Comme le précise l'auteure :

What distinguishes this sort of mathematical knowledge from other knowledge of mathematics is that it is subject matter knowledge needed by teachers for specific tasks of teaching [...], but still clearly subject matter knowledge. (Ball, Thames et Phelps, 2008, p. 402)

De façon plus précise, l'auteure a séparé ce domaine de connaissances en trois sous domaines.

En premiers lieux, il y a le sous-domaine des *Commun content knowledge*. Ces connaissances sont dites communes puisqu'elles ne sont pas que spécifiques au métier d'enseignant. Ce sont plutôt des connaissances mathématiques qui sont développées à l'école pour différentes sphères d'activités en lien avec les mathématiques. Ce domaine de connaissances permet alors à l'enseignant de remarquer si ce qui est fait mathématiquement (à travers les livres, par les élèves, etc.) est juste du point de vue des mathématiques.

Dans un second temps, il est question du sous-domaine des *Specialized content knowledge* qui regroupe des connaissances mathématiques plus spécifiques et utiles au métier d'enseignant puisqu'elles permettent d'effectuer les tâches associées à ce métier. Le contenu de ce domaine est alors utile qu'aux enseignants. Pour donner un exemple de l'utilisation de ce type de connaissances, un enseignant qui est en mesure de repérer une certaine continuité dans les erreurs d'un élève, ou encore qui est en mesure de reconnaître les limites d'une démarche sortant de l'ordinaire utilise des habiletés et connaissances provenant de ce domaine. Ball (2008) détaille les différentes tâches de l'enseignant qui s'appuie sur ce type de connaissance (voir figure 2.2).

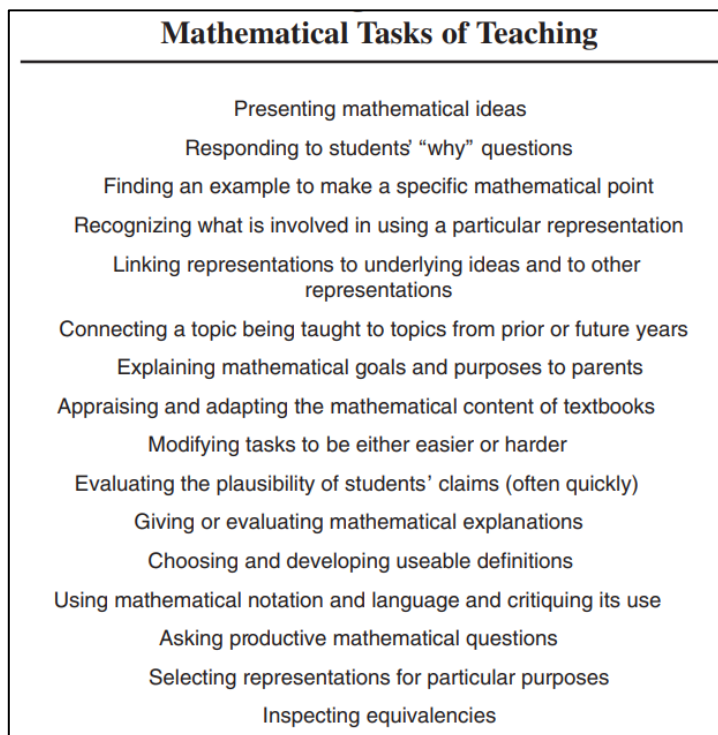


Figure 2.2 Tâches mathématiques pour l'enseignement

Le dernier sous domaine exposé par l'auteure est celui des *Horizon content knowledge*. Pour elle, « horizon knowledge is an awareness of how mathematical topics are related over the span of mathematics included in the curriculum. » (*id.*, p. 403) Ce domaine de connaissances permet d'avoir une vision plus englobante des mathématiques et dépasse les limites du curriculum. Cela permet à l'enseignant de voir au-delà des éléments à enseigner prescrits par ce dernier. L'enseignant peut alors observer des connexions futures avec d'autres sujets mathématiques ou encore voir le développement de certaines compétences en lien avec les mathématiques qui ne sont pas inscrites dans les curriculums. De façon précise, l'auteure expose les quatre éléments qui constituent le sous-domaine des *Horizon mathematics knowledge* : « 1) A sense of the mathematical environment surrounding the current 'location' in instruction. 2) Major disciplinary ideas and structure. 3) Key mathematical practices. 4) Core mathematical values and sensibilities » (Ball et Bass, 2009, p. 6). En plus de préciser les éléments compris dans

ce domaine, Ball donne des exemples concrets d'actions effectuées par un enseignant qui se retrouve dans ce sous-domaine de connaissances. Par exemple, juger de l'importance de certains aspects mathématiques, anticiper et faire des connexions, conserver les aspects mathématiquement significatifs dans les propos des étudiants, percevoir et évaluer les opportunités mathématiques, etc.

Dans un deuxième temps, le second grand domaine de connaissances exposé par Ball est celui du *Pedagogical content knowledge* qui inclut davantage des aspects pédagogiques reliés aux mathématiques. Ainsi, la connaissance du contenu est reliée à des connaissances pédagogiques. Comme le précise Ball : « Following Shulman, we define PCK as a blend of knowledge of content and knowledge of pedagogy » (*id.*, p. 5). Dans ce domaine, il est aussi question de retrouver trois sous-domaines pour expliquer et classer les différentes connaissances qui y sont développées.

D'abord, il y a le sous-domaine du *Knowledge of content and students*. Ce domaine de connaissance combine en fait des connaissances concernant les étudiants et des connaissances concernant les mathématiques. Dans ce domaine, « teachers must anticipate what students are likely to think and what they will find confusing » (Ball, Thames et Phelps, 2008, p. 401). Il y a plusieurs actions de l'enseignant qui sont reliées à ce domaine. Par exemple, lorsque les enseignants choisissent une situation mathématique, ils doivent être en mesure de prédire ce que l'élève va trouver intéressant, motivant, mais aussi difficile. Toutes les tâches qui se retrouvent dans ce domaine requièrent alors une interaction entre « specific mathematical understanding and familiarity with students and their mathematical thinking. Central to these tasks is knowledge of common student conceptions and misconceptions about particular mathematical content » (*ibid.*).

Ensuite, l'auteure aborde le sous-domaine des *Knowledge of content and teaching* qui combine des connaissances à propos de l'enseignement et des connaissances sur les

mathématiques. Pour préciser cette idée, l'auteure explique que « teachers evaluate the instructional advantages and disadvantages of representations used to teach a specific idea and identify what different methods and procedures afford instructionally » (*ibid.*). Pour donner des exemples précis d'éléments provenant de ce sous-domaine de connaissances, dans la classe, l'enseignant va devoir être en mesure de savoir quand s'arrêter pour poser une question supplémentaire, clarifier certains points, utiliser un commentaire d'étudiant pour clarifier un point mathématique ou encore planifier une séquence d'exemples pour introduire un nouveau concept. Pour préciser ce domaine, Ball explique que « knowledge of teaching and content is an amalgam, involving a particular mathematical idea or procedure and familiarity with pedagogical principles for teaching that particular content » (*id.*, p. 402). En bref, ce domaine de connaissances regroupe des principes pédagogiques qui sont adaptés aux idées mathématiques pour permettre l'enseignement des concepts mathématiques.

Pour terminer, le troisième et dernier sous-domaine est celui des *Knowledge of content and curriculum*. Dans ce domaine, Ball reprend les idées proposées par Shulman (1986, 1987) qui avait lui aussi exposé ce domaine de connaissance, mais qui se situait à l'écart des domaines du *Subject matter knowledge* et du *Pedagogical content knowledge*. L'auteure rappelle simplement que celui qui enseigne doit être en mesure de connaître le programme pour bien articuler les activités pédagogiques sur le contenu exposées aux élèves avec les attentes de celui-ci. Plusieurs éléments peuvent alors refléter des connaissances acquises par les enseignants qui proviennent de ce domaine. Par exemple, l'enseignant doit connaître les buts éducatifs du programme, connaître les standards attendus pour ces élèves selon le niveau qu'il enseigne, savoir quand les sujets mathématiques sont enseignés, etc. C'est à partir de ces éléments connus que l'enseignant peut, par la suite, combiner et créer des activités éducatives qui devraient être convenables et adaptées au niveau de ses élèves.

En résumé, ce cadre théorique permet de décrire plus précisément les connaissances nécessaires pour enseigner les mathématiques, mais aussi d'envisager de décrire des activités de formation et leurs objectifs. Cependant, ce n'est pas tous les auteurs qui ont l'objectif de développer les connaissances de cette façon ou qui entretiennent un même discours sur les connaissances des enseignants, et d'autres approches ont été explorées toujours à la suite des travaux de Shulman.

2.2.2 La perspective socioculturelle de Marilyn Goos

Certains auteurs, par exemple Marilyn Goos, se sont aussi intéressés à comprendre le développement des connaissances des enseignants, en ajoutant certains éléments aux idées exposées par Schulman et Ball, mais aussi en interrogeant et en développant les assises épistémologiques de ces discours. Comme nous le verrons, les idées exposées par Goos ne sont pas totalement étrangères à ceux exposés par Schulman et Ball, mais les abordent plutôt dans une perspective différente. Goos s'intéresse grandement aux éléments qui influencent les pratiques enseignantes en observant principalement le rôle que prend l'environnement dans les décisions pratiques de l'enseignant. L'idée de connaissances pour enseigner est, dans ce contexte, pensée davantage en mettant de l'avant l'importance du vécu de l'enseignant, de son identité et des tensions qu'il peut vivre dans les interactions avec son milieu.

C'est dans une optique socioculturelle, à travers laquelle l'enseignant influence son environnement (les pratiques sociales, le milieu, etc.) tout en étant lui-même influencé en retour par celui-ci, que Goos effectue ses recherches concernant la formation des enseignants. De façon plus précise, l'auteure explique que : « Sociocultural theories view teacher learning as changing participation in social practices that develop their professional identities rather than a acquisition of new knowledge or beliefs that are internal to the individual » (Goos, 2013, p. 521). Dans cette perspective, pour parler de l'acquisition de connaissances individuelles pour l'enseignement, comme dans les recherches proposées par Ball, l'accent est davantage mis sur le développement de

l'identité de l'enseignant ou du futur enseignant et l'influence de l'environnement dans lequel il coexiste. Pour respecter cette idée socioculturelle, Goos a développé sa propre approche basée sur la théorie de zone (*Zone Theory*) d'inspiration vygotskienne développée par Valsiner (1997) en l'adaptant à ses propres recherches impliquant des enseignants de mathématiques en service et futurs enseignants de mathématiques.

La théorie de zone (*Zone Theory*) introduite par Valsiner (1997) est une théorie d'inspiration socioculturelle qui reprend, en partie, l'idée de base exposée par Vygotsky (1978) concernant la zone proximale de développement (ZPD). Goos explique que « Valsiner viewed the ZPD as a set of possibilities for development that are in the process of becoming realised as individuals negotiate their relationship with the learning environment and the people in it » (Goos et Geiger, 2010, p. 501).

Valsiner (1997) ajoute deux nouvelles zones à cette théorie. La zone de mouvement libre (*Zone of Free Movement*) et la zone de l'action promue (*Zone of Promoted Action*) comprises, selon Goos, comme étant :

The ZFM structures an individual's access to different areas of the environment, the availability of different objects within an accessible area, and the ways the individual is permitted or enabled to act with accessible objects in accessible areas. The ZPA comprises activities, objects, or areas in the environment in respect of which the person's action are promoted. The ZFM and ZPA are dynamic and inter-related, and are constantly being re-organised by adults in interactions with children. (Goos, 2008, p. 294)

Cependant, cette théorie a été construite à la base pour s'intéresser au développement de l'enfant. Elle nécessite donc certains ajustements de la part de Goos pour permettre de construire un cadre théorique approprié concernant la formation des enseignants de mathématiques. Pour ce faire, l'auteure a effectué plusieurs recherches empiriques qui lui ont permis de mettre à profit et de valider ses différentes idées concernant cette théorie de zones (voir Goos 2008, 2013 ; Goos et Geiger, 2010). Pour être en mesure

de mettre des balises claires concernant l'utilisation des différentes zones, Goos vient alors distinguer deux façons différentes de mettre en place la théorie des zones dans la recherche concernant les enseignants.

Dans un premier temps, il est possible d'analyser les comportements de l'enseignant en tant qu'enseignant lui-même (*teacher-as-teacher*). Comme l'explique Goos :

This teacher-as-teacher version of zone theory is usefull for explaining apparent contradictions between the types of learning that teachers claim to promote and the learning environment they actually allow students to experience. (2008, p. 295)

Cette façon de travailler est intéressante principalement avec des enseignants déjà en service. Elle permet ainsi de comparer ce que l'enseignant pense avec ce qu'il fait. Cependant, pour Goos, cette façon de voir ne correspondait pas avec les objectifs qu'elle s'était fixés. Elle voulait plutôt être en mesure d'analyser l'enseignant dans son développement et son apprentissage.

C'est donc cette seconde façon d'utiliser la théorie de zone, en voyant l'enseignant comme un enseignant-apprenant (*teacher-as-learner*), qui prend de l'expansion dans les recherches de Goos. Cette façon de faire sera alors utilisée dans la majorité des recherches effectuées par Goos (p. ex. 2005, 2008, 2010, 2013) et amènera la réorganisation claire des différentes zones de la théorie de Valsiner (1997) pour être en mesure de les adapter au quotidien de l'enseignant-apprenant.

Pour construire et expliquer ses idées, Goos (2008) se base sur des recherches empiriques (*case study*) qu'elle a effectuées avec certains étudiants (voir aussi Goos, 2005). Le but de ces recherches était d'aller observer l'interaction de ses différentes zones dépendamment du contexte dans lequel se retrouvaient les nouveaux enseignants.

Pour ce faire, Goos (2008) capturait des photos mentales (*developmental snapshots*) de leur développement à trois stades différents de leur carrière :

(1) during their final practice teaching session, (2) towards the end of the first year of full-time teaching, and (3) in their second or subsequent years of teaching. I selected participants to sample practicum school settings that differed in terms of the Zone of Free Movement (professional context) and Zone of Promoted Action (supervising teacher approaches) they offered. I visited them in their practicum schools and schools of employment for lesson observations, collection of teaching materials and audio taped interviews. (Goos, 2008, p. 296-297)

Différents outils étaient alors utilisés (entrevue individuelle, questionnaires, observation de cours, etc.) pour collecter des informations sur les éléments qui caractérisaient alors leurs différentes zones (ZPD, ZPA et ZFM). Cette façon de faire permettait alors à Goos de voir quelles zones étaient modifiées ou adaptées par la rencontre de nouvelles personnes, par des modifications du contexte professionnel ou par des obligations nouvelles de l'institution. Cela avait donc pour effet de modifier l'identité pédagogique du nouvel enseignant.

De façon plus précise, dans son article publié en 2008, Goos expose le cas particulier d'Adam, l'un de ses anciens étudiants, qui faisait aussi parti de ce type de recherche (*case study*). Son cas particulier permettait de bien mettre de l'avant les différentes zones et implications de sa théorie puisque les contextes dans lesquels Adam se retrouvait au moment d'effectuer les trois captures mentales étaient bien différents. Goos expliqua alors comment le changement de milieu professionnel pouvait modifier la disposition des différentes zones d'Adam.

D'abord, il faut comprendre qu'Adam avait, avant de faire sa formation d'enseignant, travaillé dans le domaine de l'informatique. Il savait donc bien se débrouiller avec l'utilisation des outils technologiques. De plus, dans un des cours universitaires suivi par Adam et donné par Merrilyn Goos, une approche technologique était valorisée pour

amener différents aspects pédagogiques dans son enseignement. En connaissant ces informations préalables, il était maintenant possible, pour Goos d'analyser l'interaction des trois zones d'Adam lors de son *final practice teaching session*. Elle en ressortait que :

In theoretical terms, then, the Zone of Promoted Action organised by the supervising teacher was consistent with the ZPA I offered in my university course and also with the ZPD that defined Adam's potential for development. (Goos, 2008, p. 297)

Les trois zones d'Adam semblaient, à ce moment, bien concorder ensemble et ainsi permettre à Adam de continuer de se développer avec l'utilisation de la technologie dans ses classes.

Par la suite, dans sa première année d'enseignement, certains changements sont apparus dans le milieu d'Adam. D'abord, dans le milieu scolaire qu'il se retrouvait plusieurs outils informatiques étaient mis à la disposition des élèves et permettaient donc leur exploitation dans les classes. Cependant, Adam ne s'accordait pas avec les approches proposées par certains collègues ce qui créait certaines tensions entre ses propres convictions et ce qui était alors proposé par le milieu. Ces tensions étaient alors perceptibles à partir des différentes zones exposées par Goos. Elle remarque alors que :

Adam became aware of conflicts between his technology-rich ZFM, a ZPA that promoted, at best, fairly mundane uses of technology in his teaching, and his personal ZPD. He responded by paying attention only to those aspects of the Mathematics Department's ZPA that were consistent with his own beliefs and goals (his ZPD) and also with the ZPA offered by the university teacher education course. (*id.*, p. 299)

La réaction d'Adam à ses différentes tensions l'amène donc à réagir d'une certaine façon et à délaisser certaines pratiques pédagogiques et à ignorer certaines recommandations ou obligations mises de l'avant par ses collègues.

Lors de sa deuxième année d'enseignement, Adam a été transféré à une école qui avait peu de ressources et qui était dans un environnement plus difficile. Les outils informatiques étaient alors très limités puisque les élèves ne pouvaient même pas se permettre de s'acheter eux-mêmes une calculatrice. Les possibilités quant à l'utilisation de la technologie devenaient presque inexistantes. En plus, Adam ne trouva aucun collègue qui partageait sa passion pour l'utilisation de la technologie dans l'enseignement. Goos expose alors que :

This school promoted teaching approaches (Zone of Promoted Action) that were consistent with the technology-poor environment (Zone of Free Movement), but not with Adam's beliefs and aspirations as a beginning teacher (his Zone of Proximal Development). (*id.*, p. 300)

Encore une fois, l'interaction des différentes zones a modifié le comportement pédagogique d'Adam avec ses élèves puisqu'il était limité dans l'utilisation de ses connaissances pédagogiques en lien avec la technologie développée par celui-ci causée par le manque de ressources et l'approche pédagogique des autres enseignants de l'école.

Avec le cas d'Adam, il est alors possible de voir clairement que l'environnement dans lequel il a évolué a modifié ses possibilités de mettre à profit ses connaissances pédagogiques sur l'utilisation de la technologie. Ce type de recherche empirique a alors permis à Merrylyn Goos de peaufiner la théorie de zone pour l'appliquer clairement au domaine de l'enseignement des mathématiques et d'observer comment cette théorie réagissait avec les différents changements que pouvait créer la modification du milieu scolaire de l'enseignant. Elle en vient alors à définir les trois zones des enseignants.

Goos (2008) définit la zone proximale de développement (ZPD) d'un enseignant comme étant : « a set of possibilities for their development that are influenced by their knowledge and beliefs, including their disciplinary knowledge, pedagogical content

knowledge, and beliefs about their discipline and how it is best taught and learned » (*ibid.*). Cette zone nous ramène alors quelque peu aux idées de Shulmann (1986, 1987) et Ball (2008, 2009) en reprenant les thèmes liés aux domaines de connaissances nécessaires pour enseigner, mais d'un point de vue axé sur les possibilités de développement de l'individu selon ses croyances et ses convictions. Ainsi, pour nous, la zone proximale de développement se distingue par ses implications plus personnelles concernant l'enseignant. Le contenu de cette zone explique comment l'enseignant perçoit l'enseignement et comment il croit possible d'enseigner les mathématiques aux élèves. De fait, nous pouvons résumer cela à la façon dont il se définit lui-même comme enseignant selon ses croyances et ses convictions. Cette zone entraîne alors des implications au niveau du développement professionnel possible de la part de l'enseignant, puisque ses croyances influencent sur ce qu'il considère comme pertinent d'acquérir comme connaissances.

En ce qui concerne la zone de mouvement libre (ZFM), il est plutôt question d'éléments extérieurs à l'enseignant qui font partie de son contexte professionnel et qui viennent influencer sur ses possibilités d'enseignement en lui imposant certaines contraintes ou ouvertures. Comme le décrit bien Goos :

The ZFM can then be interpreted as constraints within the teacher's professional context such students (e. g. behaviour, socio-economic background, motivation, perceived abilities), access to resources and teaching materials, curriculum and assessment requirements, organisational structures (e. g., timetabling, room allocation, grouping of students, subject offerings) and organisational cultures (e. g., support for collaborative planning and participation in professional development). While the ZFM suggests which teaching actions are *allowed*. (2008, p. 300)

C'est donc cette zone qui influence ce que l'enseignant considère comme permis pour son enseignement. Cela fait en sorte qu'elle influence positivement ou négativement les opportunités de changement de la part de l'enseignant. Comme le décrit bien l'auteure : « teachers' perception of what is permitted by their professional contexts -

their zones of free movement - can promote or limit opportunities for teachers to change themselves » (Goos et Geiger, 2010, p. 503).

Goos (2008, 2010) discute aussi de l'influence de la zone de l'action promue (ZPA) dans le contexte du développement professionnel des enseignants. Pour elle, cette zone est représentée par les différentes formations professionnelles des enseignants au cours de leur carrière, mais aussi de leur formation initiale (principalement universitaire). Les professionnels enseignants ont donc souvent deux ZPA différentes, l'une provenant de leur milieu professionnel, avec l'influence des autres enseignants, de leur formation continue, de leur expérience de terrain, etc., et une seconde provenant de leur formation universitaire. Comme le décrit bien Goos :

The ZPA represents teaching approaches that might be specifically *promoted* by pre-service teacher education, formal professional development activities, or informal interaction with colleagues in the school setting. For learning to occur, the ZPA must engage with the individual's possibilities for development (ZPD) and must promote actions that the individual believes to be feasible within a given ZFM. It is significant that prospective teachers develop under the influence of two ZPAs, one provided by the university program and the other by the supervising teacher(s) in the practicum school, which do not necessarily coincide. (2008, p. 295-296)

Pour permettre un apprentissage professionnel et la mise en pratique de cet apprentissage de la part d'un enseignant, il est donc nécessaire d'avoir une certaine correspondance entre ses trois zones. Dans un premier temps, ce qui est présenté dans la ZPA (formation professionnelle ou initiale) doit s'articuler avec les croyances et les principes d'enseignement que soutient l'individu apprenant le métier d'enseignant (ZPD). Si c'est le cas, les éléments présentés dans la ZPA seront ainsi retenus et transformés en connaissance par l'individu. Par la suite, pour être en mesure d'appliquer ces éléments appris, il faut aussi que le milieu et le contexte dans lequel l'enseignant évolue lui permettent d'appliquer ces nouvelles connaissances (ZFM). Si

l'enseignant considère que les connaissances développées et acquises ne sont pas applicables dans le contexte scolaire actuel (ZFM) il ne conservera alors pas cette connaissance ou ne la mettra pas en pratique. C'est donc la relation entre ces trois zones qui amène un enseignant à mettre de l'avant certaines pratiques plus spécifiques que d'autres. Voici un tableau résumé des trois zones :

Tableau 2.1 Résumé des différentes zones

	Zone proximale de développement (ZPD)	Zone de mouvement libre (ZFM)	Zone de l'action promue (ZPA)
Résumé du contenu de la zone	Zone dans laquelle se retrouvent les éléments intrinsèques permettant à l'enseignant de se définir lui-même selon ses croyances et ses convictions.	Zone dans laquelle se retrouvent les éléments extérieurs à l'enseignant (le milieu, le contexte social, les élèves, le programme d'enseignement, etc.).	Zone dans laquelle se retrouvent les différents éléments liés aux formations/expériences professionnelles vécues par l'enseignant. Un enseignant a deux ZPA, une contenant la formation initiale et l'autre la formation en contexte professionnel.
Influence de ces éléments sur l'enseignant	Cette zone influence l'enseignant quant aux possibilités de développement professionnel puisque seuls les éléments qui concordent avec ses croyances seront retenus par l'enseignant.	Cette zone influence les ressources disponibles à l'enseignant. De plus, elle influence sur ce que l'enseignant considère comme étant permis de faire ou accessible dans son milieu d'enseignement.	Cette zone influence les connaissances professionnelles auxquelles l'enseignant fera face et aura la possibilité de développer.
Impact des zones sur la recherche	Permet de décrire la relation qu'a l'enseignant avec un sujet particulier.	Permet de décrire les limitations ou les possibilités qu'offre l'environnement à l'enseignant.	Permet de décrire les éléments professionnels intégrés par l'enseignant et de voir où ces éléments ont été développés.

Pour appuyer ses explications, Goos présente deux constatations importantes concernant sa théorie des zones observée lors d'une étude auprès de deux enseignants. Ces constatations appuient et éclairent aussi les éléments résumés dans le tableau précédent et mettent de l'avant des aspects importants à prendre en compte lors d'une recherche auprès d'enseignants ou de futurs enseignants. Dans un premier temps, comme le disent Goos et Geiger « there may be important differences between the zone configurations of experienced and beginning teachers, perhaps related to the degree of autonomy and confidence they feel in being able to change their environment (ZFM) or how they perceive their environment » (Goos et Geiger, 2010, p. 503). C'est-à-dire que nous comprenons que dans le contexte de la formation à l'enseignement, il sera important de prendre en compte le fait que les participants ont, à la fois, une identité d'étudiant et d'enseignant ce qui influence leur façon d'être. Dans un second temps, « an external zone of promoted action (ZPA) that is not provided, or at least supported, within teacher's own professional context may be too fragile to sustain any change in practice, at least for early career teachers » (*id.*, p. 504). Encore là, dans le contexte de la formation à l'enseignement, il sera important de prendre en compte la fragilité du développement des pratiques des futurs enseignants. De fait, leurs manques d'expériences et peut-être aussi de confiance en leurs moyens font en sorte que les enseignants en début de carrière ont ainsi peu de chance de conserver ou encore mettre en place des éléments développés à l'université (ZPA) dans un milieu professionnel qui n'appuie pas ces éléments.

Cette façon d'analyser le comportement des enseignants, en les voyant comme des enseignants apprenants (*Teacher-as-learner*), permet d'observer des tensions qui se manifestent lors de la mise en relation des trois différentes zones (l'enseignant lui-même, sa formation professionnelle et l'environnement dans lequel il évolue). Ces tensions sont nécessairement présentes lors de la formation à l'enseignement puisque plusieurs idées et façons de pensée différentes sont véhiculées dans la formation. C'est justement à partir de ces tensions entre les trois zones qu'il est possible de remarquer

les possibilités de changement dans la pratique enseignante du sujet étudié. Ces tensions sont alors une source possible pour amener un enseignant à modifier ses pratiques. C'est aussi à partir de ces tensions qu'il est possible de comprendre l'approche d'enseignement utilisée par l'enseignant ou le rejet d'autres approches. Comme le décrivent bien Goos et Geiger :

Approach #2 [Teacher-as-learner] is helpful for analysing alignments and tensions between teachers' knowledge and beliefs, their professional contexts, and the opportunities for change available to them in order to understand why they might embrace or reject teaching approaches promoted by teacher educators (2010, p. 502).

Pour terminer concernant les recherches de Goos, il est intéressant de comprendre comment l'auteure définit et produit les besoins de changement chez les enseignants à partir de tensions dites productives pour créer l'apprentissage d'un nouveau concept ou d'une nouvelle façon de faire. Pour l'auteure, « productive tensions between teachers' beliefs, contexts, and goals were a trigger for learning and development » (Goos, 2013, p. 521). C'est donc cette idée de *tension productive* qui amène les enseignants à apprendre de nouveau et crée des changements dans leurs perspectives. Comme le décrit Goos:

Central to an understanding of teacher change from a zone theory perspective is the notion of *productive tensions*. Tensions arise from dissatisfactions that teachers experience when their ZPD does not map onto the ZFM/ZPA complex in ways that promote desired development : this can be thought of as a misalignment within the zone system. The tension is productive if it triggers change that aims to bring the zones into alignment, for example, by modifying the environment (ZFM) or seeking out professional learning opportunities (ZPA). (2013, p. 523)

En résumé, l'approche socioculturelle proposée par Goos permet de décrire des tensions issues des interactions déstabilisantes des futurs enseignants avec leur milieu, tensions qui peuvent être comprises comme une articulation entre les zones de

développement des enseignants apprenants. Les tensions entre les différentes zones sont nécessairement présentes lors de la formation à l'enseignement compte tenu des divergences de vues, de positions et d'expériences entre formateurs, formés et professionnels de l'enseignement. Ainsi, nous pouvons présumer qu'il y aura bien des tensions entre ces trois zones qui seront présentes auprès d'étudiants finissants en lien avec l'introduction de l'histoire des mathématiques puisque différentes opinions et visions sur le sujet seront présentées au courant de leur formation. Cela amène alors une piste possible pour comprendre les raisons pour lesquelles un enseignant intègre ou non certaines connaissances ou pratiques développées lors de la formation professionnelle ou pourquoi il utilise ou non certaines connaissances pourtant bien développées et intégrées par celui-ci. De plus, cette approche permet d'exposer pourquoi certains enseignants ressentent un besoin criant de formation ou de changement à partir de *tensions productives*.

2.3 L'apport de l'approche socioculturelle à notre projet de recherche

Lorsque j'ai eu terminé ma formation initiale à l'UQAM pour devenir enseignant, j'avais quand même un certain bagage concernant l'histoire des mathématiques, mais je n'arrivais pas vraiment à l'appliquer dans mes différentes occasions d'enseignement comme expliqué lors de l'introduction à ce mémoire (section 1.1). J'étais alors très préoccupé par cette problématique et par l'obligation d'inclure l'histoire des mathématiques, puisqu'il est prescrit par le programme de la formation québécoise. En plus, je connaissais certains apports de l'introduction de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques et j'étais intéressé à l'introduire dans mes classes au secondaire. Ces questionnements concernant ma propre pratique m'ont alors mené à me questionner sur les *perceptions des étudiants finissants* envers l'histoire des mathématiques pour comprendre leur relation avec celle-ci.

Cependant, cette perception de l'histoire des mathématiques de la part de futur enseignant n'est pas seulement visible à travers les connaissances développées au cours de leur formation initiale et professionnelle (par exemple les stages). Comme c'était mon cas à la fin de ma formation, d'autres facteurs influençaient mes décisions et mes hésitations envers l'histoire des mathématiques pour l'enseignement des mathématiques. Ces autres facteurs nous obligent alors à voir la formation des enseignants de manière plus holiste. De plus, le terme *perception des étudiants finissants* dans ce contexte théorique amène à se pencher de manière plus globale sur l'étudiant en formation à l'enseignement et pousse à prendre en compte sa relation dynamique avec l'environnement, son identité et les tensions qui sont vécues dans son contexte de formation. Il n'est pas possible de comprendre les perceptions des étudiants finissants en s'intéressant simplement aux connaissances qu'ils ont développées envers l'histoire. Dans cette perspective, nous ressentons l'obligation d'avoir une prise de conscience plus profonde et dynamique des réalités du futur enseignant pour être en mesure de décrire les perceptions de celui-ci.

C'est donc l'ensemble de ces éléments théoriques provenant des idées exposées par Goos qui nous permettront de mieux comprendre et de mieux penser la formation des enseignants dans le contexte de notre étude et appuieront théoriquement et conceptuellement notre recherche. Ce cadre théorique nous amènera particulièrement à prendre en compte l'environnement professionnel entourant les participants, que ce soit la formation universitaire ou celle offerte dans le cadre de stages ou d'autres expériences professionnelles, leurs réalités personnelles et les milieux de travail qu'ils sont habitués de côtoyer, en passant par leurs croyances et convictions et en terminant sur les influences et obligations des pairs et du programme. Bien entendu, les différents domaines de connaissances nécessaires pour enseigner présentés initialement par Shulman et complétés ensuite par Ball ne sont pas mis de côté, mais sont plutôt accompagnés des implications listées ci-haut.

2.4 Objectifs du projet de recherche

Rappelons-nous d'abord les éléments de problématiques soulignés au chapitre 1 en lien avec l'histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire, que ce soit d'un point de vue pratique ou encore du point de vue de la recherche.

D'un point de vue plus pratique, concernant les enseignants québécois, il y a plusieurs réticences et critiques qui ont été exposées de leur part lors de l'intégration des nouveaux programmes de formation québécoise (PFEQ) en 2006 concernant l'incorporation de l'histoire des mathématiques au programme de mathématiques. Les enseignants du moment avaient alors exprimé un besoin criant de formation en plus de se montrer très réticents à cette incorporation. Faisant partie de cette réforme en ayant effectué mon parcours secondaire de 2008 à 2013, je me suis rendu compte que l'histoire des mathématiques n'était pas vraiment présente dans l'enseignement que j'avais reçu lors de mes cours de mathématiques. Cette problématique alors exposée en 2006 semble encore se transporter dans notre réalité d'aujourd'hui et aurait besoin d'être précisée et analysée. Pour appuyer ces dires, nous avons aussi remarqué que le commentaire soulevé par Charbonneau (2006) concernant le besoin de s'intéresser aux enseignants et futurs enseignants pour les aider dans cette intégration n'a toujours pas fait l'objet de beaucoup de recherches étoffées et précises.

Du point de vue de la recherche, il y a beaucoup de discours théoriques qui appuient l'utilisation et l'intégration de l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire (p. ex. Barbin, 1997 ; Fried, 2001 ; Jankvist, 2009, etc.). Cependant, peu de recherches empiriques complètes sont venues appuyer les dires théoriques et confirmer les bienfaits soulignés et développés dans le monde de la recherche. De plus, les recherches empiriques présentées ne font souvent qu'exprimer une expérience positive sans être appuyée par des outils de collecte de données ou d'analyses reconnues et robustes. Les recherches empiriques et les recherches théoriques semblent alors faire

chemin à part puisque les éléments théoriques soulevés ne sont pas réinvestis dans des recherches de terrain. Ce manque de communication entre recherche théorique et empirique se fait alors sentir et limite le développement de la recherche.

Ensuite, peu de recherches se sont réellement intéressées aux futurs enseignants et l'impact que prend alors l'histoire des mathématiques dans leur formation initiale. Les quelques recherches effectuées sur le sujet reflètent principalement l'impact que peut prendre l'histoire des mathématiques sur le développement de connaissances globales de l'enseignant sans pour autant observer les outils et les compétences développés par les futurs enseignants pour être en mesure d'intégrer l'histoire des mathématiques dans leur futur enseignement. Cette piste inexplorée permettrait, du même coup, de répondre, en partie, au problème exposé par la pratique. En sachant si les futurs enseignants ont les compétences, les connaissances ou même les outils nécessaires pour intégrer l'histoire des mathématiques dans leurs futures classes du secondaire lorsqu'ils quittent l'université, cela permettra d'ouvrir des pistes de possibilités pour analyser et s'intéresser à la relation qu'entretiennent les enseignants avec l'histoire des mathématiques.

Ce sont donc ces différents éléments de notre problématique qui, placés en relation, nous ont amenés à nous poser trois questions. Souvenons-nous du contenu de ces trois questions :

- 1- Quelles perceptions entretiennent les futurs enseignants de mathématiques quant au rôle et au potentiel de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement apprentissage de celui-ci ?
- 2- Comment les futurs enseignants de mathématiques croient-ils possible d'intégrer l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage de celui-ci dans les classes du secondaire ?

- 3- Quelles réticences les futurs enseignants de mathématiques ont-ils envers l'intégration de l'histoire des mathématiques dans leur classe du secondaire?

Ces trois questions renvoient à la description de la relation qu'ont les futurs enseignants de mathématiques avec l'histoire des mathématiques. Cela dit, à la suite des réflexions théoriques précédentes et afin d'être en mesure de bâtir des outils de collecte de données précis, justes et efficaces, notre étude se donne pour objectif de recherche principal de :

Décrire, en termes de tensions entre la zone de développement proximal, de mouvement libre et d'action promue, la relation qu'entretiennent les futurs enseignants avec l'histoire des mathématiques dans l'enseignement au secondaire.

Pour être en mesure de décrire plus précisément cette relation, notre étude se donne trois sous-objectifs :

- 1- Décrire les réflexions des futurs enseignants de mathématiques du secondaire quant au potentiel de l'introduction de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage,
- 2- Décrire les manières envisagées par les futurs enseignants de mathématiques du secondaire pour introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage,
- 3- Rendre compte des réticences que les futurs enseignants de mathématiques entretiennent quant à l'introduction de l'histoire des mathématiques en classes du secondaire.

Ces trois sous-objectifs permettront alors d'avoir une description plus complète de la relation qu'entretient le participant avec l'histoire. Cette description permettra

d'éclairer les tensions ressenties par les participants en lien avec l'introduction de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage.

CHAPITRE III

LA MÉTHODOLOGIE

Dans ce chapitre, nous discutons de nos outils de collecte de données : le questionnaire initial, l'entrevue de groupe et l'entretien individuel. Par la suite, une explication détaillée de la façon dont nos deux participants ont été recrutés, ainsi qu'une brève description de leur profil et du contexte de l'étude est effectuée. Aussi, une description du contexte éducatif mis en place à l'UQAM lors de la formation initiale est exposée puisque nos participants ont gravité dans ce milieu tout au long de leur formation. Pour nos entretiens, nous avons décidé de nous inspirer des entretiens dits d'explicitation. Enfin, nous décrivons en détail la collecte de données effectuée et nous explicitons la façon dont nous avons traité et analysé les données recueillies.

3.1 Vers une recherche qualitative

Depuis le début de ce travail de recherche, nous exprimons le désir de comprendre la relation qu'entretiennent les futurs enseignants avec l'histoire des mathématiques. Il est alors nécessaire d'arrimer notre méthodologie de recherche avec ce désir. Notre approche méthodologique devra donc nous permettre de répondre à nos questions de recherche exposées dans la problématique, ainsi qu'aux objectifs fixés à la fin de notre cadre théorique. De ce fait, il est primordial de collecter des données qui permettront de décrire les réflexions des futurs enseignants de mathématiques concernant le potentiel de l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire, les manières

envisagées pour le faire et leurs réticences en lien avec cette intégration. Puisque ces différents objectifs de recherche ont des visées exploratoires, et davantage descriptives, ils appellent alors à une recherche qualitative, et ce, dans un paradigme interprétatif/compréhensif. Ceci implique que peu de participants seront interrogés puisque le but n'est pas de généraliser nos résultats, mais plutôt de mieux comprendre un phénomène dans un contexte précis. Pour ce faire, il nous semblait alors naturel de vouloir effectuer, en particulier, des entretiens avec les participants ce qui nous permettrait de mieux décrire leur relation avec l'histoire des mathématiques. Comme il sera discuté dans les prochaines sections, ces entretiens s'inspireront de ceux développés par Pierre Vermersch (2014) : les entretiens d'explicitation. Ils permettront aux participants d'explicitier le fond de leur pensée en se remémorant les actions entreprises au cours de leur formation tout en se projetant à titre de futurs enseignants.

3.2 Méthode de recrutement et profil des participants

3.2.1 Méthode de recrutement

Au chapitre 1, nous avons discuté de l'importance de considérer la formation initiale des enseignants de mathématiques pour analyser leur relation avec l'histoire des mathématiques. Pour ce faire, notre recherche a porté, en partie, sur la formation initiale offerte dans les programmes universitaires. De ce fait, pour nous intéresser à ces programmes et collecter des informations sur le sujet, nous avons travaillé avec de futurs enseignants de mathématiques qui n'ont pas encore terminé leur formation initiale pour devenir enseignants, mais qui ont fini la grande majorité des cours. De cette façon, nous avons pu avoir une idée d'où se situent les étudiants par rapport à l'histoire des mathématiques lorsque leur programme universitaire tire à sa fin. En ce qui me concerne, j'ai effectué ma formation initiale d'enseignant à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) au programme de Baccalauréat en enseignement au secondaire concentration mathématique (BES math). Il a été donc plus facile pour moi

de comprendre les réalités exposées par les participants et de comprendre les informations exposées en lien avec leur cours vécu s'ils suivaient eux aussi ce programme. C'est pour cette raison que nous avons ciblé cette population lors de l'expérimentation. De plus, nos participants devaient avoir une formation minimale sur l'histoire des mathématiques. Puisque le cours d'histoire des mathématiques se déroule à la toute dernière session du programme, il devenait alors nécessaire de recruter des participants qui terminaient leur formation initiale en enseignement. Le recrutement s'est donc déroulé durant la première moitié du cours d'histoire des mathématiques (MAT6221). Deux participants ont été recrutés sur une base volontaire. En cas du désir de participer de plus que deux étudiants, les deux premiers nous ayant manifesté leur intérêt étaient recrutés.

3.2.2 Profil des participants

Finalement, plusieurs étudiants du cours se sont montrés volontaires lors du recrutement dans le cours d'histoire des mathématiques. Nous avons donc sélectionné les deux premières personnes nous ayant démontré de l'intérêt, Charles et Louis⁷. Ces deux personnes sont de jeunes adultes masculins qui terminent, à la session d'hiver 2021, le programme du BES math à l'UQAM s'ils réussissent tous leurs cours de cette session. De fait, ils ont déjà eue la possibilité de vivre, en partie, les réalités du métier d'enseignant à partir de stages pratiques (stage 1 à 4) et de suppléances ou remplacements. Les deux participants montrent aussi une certaine curiosité concernant la recherche en didactique des mathématiques puisqu'ils nous ont posé plusieurs questions concernant mon programme d'étude. De plus, les deux participants se sont montrés curieux, dès le départ, d'en apprendre davantage sur l'histoire des mathématiques et de prendre le temps, lors des différentes séances de collecte de

⁷ Pour conserver l'anonymat des participants, nous avons attribué des noms fictifs aux participants.

données, de réfléchir sur l'implication qu'ils peuvent donner à l'histoire des mathématiques dans leur future classe de mathématiques du secondaire.

3.3 Phases et outils de collecte de données prévus

Dans le but de décrire les perceptions des futurs enseignants sur les trois aspects de l'histoire des mathématiques mentionnées plus tôt, nous avons cru important de varier nos outils de collectes de données ainsi que les méthodes utilisées. L'idée n'est pas de trianguler les différentes informations retenues, mais plutôt d'apporter un aspect d'émulation dans notre travail de recherche. C'est-à-dire de fournir différentes possibilités pour les participants d'exprimer leurs perceptions quant à leur relation avec l'histoire. Dans cette optique, nous avons sélectionné trois types d'outils différents. Les deux premiers outils (le questionnaire préliminaire et l'entrevue de groupe) sont davantage des prétextes pour discuter et obtenir des informations autour de l'histoire des mathématiques. Ces informations seront, par la suite, réinvesties lors de l'utilisation de notre troisième et dernier outil de collecte de données (l'entrevue individuelle) qui est l'outil nous permettant de collecter des informations cruciales pour répondre à notre objectif de recherche.

3.3.1 Première phase de collecte : questionnaire exploratoire

Dans un premier temps, les étudiants ont dû remplir un questionnaire. Ce questionnaire a permis d'obtenir des réponses préliminaires à nos trois sous-objectifs de recherche, de varier le type de données lors de notre recherche et d'orienter les prochaines phases de la collecte de données. En répondant de façon manuscrite à des questions reliées à nos sous-objectifs de recherche, les étudiants ont peut-être eu davantage le temps de réfléchir aux idées qu'ils exposent pour les bonifier et mieux les structurer. Dans ce questionnaire, il y avait quatre questions. Une question large concernant chacun de nos sous-objectifs de recherche (3 questions) permettant de collecter des informations

préliminaires sur le sujet et une dernière question concernant le texte historique qui a davantage interpellé le participant lors du cours d'histoire des mathématiques qu'il suit et termine à l'hiver 2021. La question entourant le choix du texte historique reste ouverte permettant ainsi à l'étudiant de sélectionner un texte qu'il a aimé de façon spontanée. Les réponses obtenues aux trois premières questions nous ont permis de réinvestir les idées exposées par les participants dans les prochaines séances en relançant les étudiants sur des éléments qu'ils auront mentionnés pour, entre autres, approfondir sur le sujet. La dernière question, concernant les textes historiques, nous a permis de guider la deuxième séance puisqu'elle a été, entre autres, basée sur la discussion autour des textes historiques que les participants ont mentionnés dans le questionnaire.

Pour remplir le questionnaire, les participants ont été conviés à une rencontre en ligne dont la durée prévue était de 45 minutes. Lors de cette rencontre, ils ont été informés à nouveau des modalités de la recherche et ont dû lire et signer le formulaire de consentement (voir Annexe A). Par la suite, ils ont pu remplir le questionnaire préliminaire (voir Annexe B pour le questionnaire).

3.3.2 Deuxième phase de collecte : Discussion concernant les activités de lecture de textes historiques et l'histoire des mathématiques

Dans la seconde phase de collecte de données, une activité de groupe a été effectuée avec les deux participants. Le but était de permettre l'interaction entre les étudiants et de confronter certaines idées. Lors de cette activité, ils ont pu discuter autour de textes historiques qu'ils avaient déjà travaillés dans le cadre de leur cours d'histoire des mathématiques, et sélectionnés à partir de leurs réponses dans le questionnaire préalable. L'objectif de cette discussion était d'obtenir des données nous permettant de créer le profil de ces étudiants en voyant comment ils se sentent et s'expriment envers l'histoire des mathématiques « à chaud », lors d'une activité concrète, en plus d'obtenir des informations sur les raisons d'avoir sélectionné ces textes en particulier dans le

questionnaire préliminaire. Le but de questionner les participants sur les textes historiques sélectionnés était de discuter de l'introduction de l'histoire des mathématiques de façon plus concrète autour d'un objet précis. Ces textes ont apporté plusieurs discussions intéressantes entourant l'introduction de l'histoire des mathématiques concernant nos trois sous-objectifs sans pour autant être très précises et axées sur ces textes en particulier. Les textes ont plutôt servi de tremplin pour que les étudiants développent leurs idées. La rencontre avait une durée prévue d'environ 45 à 60 minutes. Le protocole de collecte de données est disponible en annexe (voir Annexe C).

3.3.3 Troisième phase de collecte : entretiens d'explicitation individuels

Dans la dernière phase de collecte de données, un entretien individuel a eu lieu avec chacun des participants. Le but de cette entrevue était d'éclairer plus en profondeur certains points de discussion qui ont émergé dans les deux dernières phases de collecte (le questionnaire et la discussion autour des textes historiques). C'est ici que le potentiel de l'entretien d'explicitation est entré en ligne de compte dans cette recherche. En effet, comme nous allons le voir, ce type d'entretien a pour but d'aider les participants à mieux exposer et décrire les actions qu'ils ont vécues. Cela a permis donc de revenir explicitement sur des éléments de formation professionnelle qui ont affecté, positivement ou négativement, leur relation avec l'histoire des mathématiques. Pour ce faire, trois grandes questions ont été abordées avec chacun des participants dans le but de discuter autour de « comment » ils pensent intégrer l'histoire des mathématiques dans leur classe du secondaire (s'il pense l'intégrer), quel(s) potentiel(s) le participant voit à intégrer l'histoire dans les classes de mathématiques du secondaire et quelles réticences il entretient vis-à-vis cette intégration. Pour chacune de ces grandes questions, nous avons préparé certaines sous-questions de relance permettant d'approfondir la pensée véhiculée par l'étudiant à partir des données collectées dans les deux premières phases.

L'entrevue se déroulait alors en trois temps. Chacune des questions devait être abordée et discutée pendant une quinzaine de minutes. Bien entendu, des sous-questions étaient prêtes pour alimenter la conversation à partir d'éléments mentionnés par le participant lors des dernières séances. Au total, ces entrevues individuelles devaient durer environ 45 minutes. Le protocole d'entrevue se retrouve en annexe (voir Annexe D).

3.4 Le contexte particulier de la formation initiale des enseignants de mathématiques au secondaire à l'UQAM

Dans le dernier chapitre, nous avons décrit un cadre théorique ancré dans les approches socioculturelles de la didactique qui accorde une grande importance aux milieux qui entourent l'enseignant. Pour cette raison, il devient ici important d'exposer les visées de formation ainsi que le contexte dans lequel les participants ont évolué au cours de leur formation universitaire. D'abord, de façon plus générale, en exposant les origines de développement des différents cours offerts à l'UQAM dans le baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire ainsi que les visées de formation de la part des professeurs ayant construit ces cours. Ensuite, de façon plus précise, en exposant la situation particulière dans laquelle les étudiants sont placés lorsqu'ils vivent le cours d'histoire des mathématiques.

3.4.1 Contexte général de formation

Pour être en mesure de bien situer le contexte général de formation, nous allons nous appuyer sur différents textes (Bednarz, 2001 ; Boileau et Garançon, 1993 ; Dufour-Janvier et Hosson, 1999) produits par d'anciens professeurs de l'UQAM expliquant le rôle qu'ils donnent aux différents cours offerts dans le programme de formation des futurs enseignants de mathématiques du secondaire et des fondements sous-jacents à la formation. De plus, pour appuyer les dires de ces textes et parfois bonifier ou exemplifier davantage les propos, nous allons aussi faire référence à mon expérience

personnelle puisque j'ai suivi ces différents cours lors de mon parcours universitaire dans ce programme de 2015 à 2019.

Pour commencer sur le sujet, Bednarz explique que : « les travaux qui ont été développés par le groupe de didacticiens et didacticiennes en mathématiques de l'Université du Québec à Montréal (UQAM) prennent [...] racine, dès les années 1970, dans des préoccupations de formation initiale et continue des enseignants. » (2001, p. 63) Les recherches en didactique des mathématiques à l'UQAM ont donc une influence directe sur le programme de formation des futurs enseignants de mathématiques de cet établissement. Il y a donc une forte corrélation entre les découvertes en didactique des mathématiques, la pensée des didacticiens des mathématiques et les cadres de références utilisés lors de la création des différents cours du programme. Cependant, malgré cette corrélation, les recherches en didactique des mathématiques ne sont pas présentées de façon explicite dans les cours. Comme le présente Bednarz :

Dans cette formation, les grandes théories de la didactique des mathématiques ne sont pas exposées, il ne s'agit pas d'enseigner la didactique, mais de former le futur enseignant à l'intervention en mathématiques par la didactique, celle-ci sert en quelque sorte de cadre de référence à nos interventions comme formateurs. Nous ne tenons pas un discours sur l'action à faire en classe, mais nous faisons en sorte que l'étudiant se construise les connaissances qui lui permettront d'aborder cette intervention. (Bednarz, Gattuso et Mary, 1995, p. 20 tirée de Bednarz, 2001, p. 67)

Comme l'appuient aussi Dufour-Janvier et Hosson :

Bien que celles-ci soient omniprésentes dans nos cours de didactique [les théories didactiques], nous avons la conviction qu'elles ne doivent pas être enseignées comme objets d'étude. Nous travaillons donc à mettre en place une démarche dans laquelle l'étudiant est amené à partager graduellement notre cadre de référence. (1999, p. 51)

Ce partage graduel du cadre de référence se fait sous la forme d'activités. Celles-ci vont alors faire réfléchir les étudiants autour de différents éléments importants pour qu'ils se construisent un cadre de référence didactique teinté des interventions proposées par les professeurs en plus de développer leurs habiletés professionnelles. Les étudiants adhèrent alors graduellement aux principes qui sont omniprésents dans les cours de didactique et qui vont favoriser un apprentissage signifiant des mathématiques chez les élèves.

C'est donc à partir de principe didactique, de théorie sur l'apprentissage et des recherches effectuées en didactique que les différents formateurs construisent leur cours sans exposer ces éléments de façon explicite aux étudiants. De mon côté, il a été de même tout au long de ma formation universitaire. Il n'était pas question de parler de théorie précise lors de ma formation. Il était plutôt question de nous initier à une façon de penser, à une façon d'enseigner et de nous transmettre des connaissances qui devraient nous aider à mieux faire comprendre les mathématiques aux élèves. Les cours étaient présentés pour développer nos connaissances professionnelles nécessaires pour enseigner sans entrer dans l'exposition explicite de concepts plus complexes que peut être la didactique des mathématiques.

En ce sens, comme décrit dans Dufour-Janvier et Hosson, les étudiants sont initiés à des principes d'interventions. Ces principes favoriseraient : « la pose d'un diagnostic, l'utilisation d'un langage courant pour verbaliser les mathématiques, le raisonnement des mathématiques, la contextualisation des mathématiques, le recours à divers modes de représentation, les passages à divers modes de représentation et bien plus » (*id.*, p. 43). Comme le résume bien Bednarz, l'apprentissage de ces différents principes d'intervention expose : « une préoccupation de faire comprendre aux futurs enseignantes et enseignants la pertinence de « faire parler » les mathématiques, de les contextualiser, de les représenter » (Bednarz, 2001, p. 74).

En plus de ces différents éléments, l'aspect le plus important qui était véhiculé lorsque je suivais mes différents cours de didactique et de mathématiques était de raisonner les mathématiques. Il ne fallait pas seulement appliquer des formules, des procédures sans en comprendre le sens derrière. Il était très important d'être en mesure de comprendre pourquoi cette formule fonctionnait et d'où elle provenait. Comme l'exposent Boileau et Garançon, qui donnaient un cours de géométrie pour les futurs enseignants : « nous essayons de leur transmettre l'idée que les mathématiques ne sont pas que des faits, des théorèmes, mais que ce sont aussi et surtout des méthodes de raisonnement » (1993, p. 43). Cette idée de raisonner les méthodes et de comprendre le sens des mathématiques est encore présente aujourd'hui dans les différents cours de séances pratiques que je donne à des étudiants du baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire de l'UQAM. Les interventions qui me sont conseillées et priorisées au courant de mes différentes présentations sont d'insister sur le sens et sur la compréhension de celui-ci par les étudiants. C'est aussi ce sens des mathématiques et cette capacité à expliquer et verbaliser les mathématiques dans leur contexte que j'évalue chez les étudiants lors des différents travaux que j'ai eu l'occasion de corriger dans le cadre de cours de didactique des mathématiques.

Tout ce processus pour développer les compétences des enseignants n'est pas simple. Comme l'exposent entre autres Dufour-Janvier et Hosson :

les étudiants seront confrontés à un grand remue-méninge des mathématiques. Leur façon de voir les mathématiques sera complètement modifiée par ces cours et de fréquents conflits cognitifs seront présents lors de ceux-ci. Ces différents conflits forceront les étudiants à se repositionner face aux mathématiques et ce qu'ils connaissent. (1999, p. 42)

Ce grand remue-méninge des mathématiques ne se fait pas nécessairement sur des sujets étrangers aux étudiants. Souvent, il s'agit plutôt de retravailler les concepts du secondaire, mais sous une autre perspective, un autre angle. Par exemple, Boileau et Garançon expliquent que :

Nous choisissons donc de faire travailler nos étudiants sur les concepts qu'ils auront à enseigner au niveau secondaire. [...] Cependant nous insistons sur des aspects totalement étrangers à nos élèves : la construction logique de la connaissance, comment un énoncé nouveau peut être justifié ou infirmé par un raisonnement logique basé sur les connaissances déjà acquises. (1993, p. 42)

En ce qui concerne l'approche priorisée par les professeurs, il est souvent question de travailler par résolution de problème collectif. Comme le décrivent bien Boileau et Garançon: « Les réponses à ces questions sont construites collectivement, le professeur guidant le raisonnement en fournissant des pistes ou des contre exemples, en critiquant les arguments apportés par les étudiants et surtout en posant constamment les questions pourquoi? Et comment? » (*id.*, p.43).

Aussi, certains volets de cours sont construits explicitement pour travailler les interactions avec autrui. Comme l'exposent Dufour-Janvier et Hosson, « Cette activité des exposés types est un endroit où nous privilégions l'intervention en interaction ainsi que l'acquisition de techniques et d'habiletés professionnelles. » (1999, p. 45). L'idée des exposés types est de reproduire une courte séquence d'enseignement sur un sujet en particulier. Pour ce faire, les étudiants visionnent une vidéo effectuée par un ancien étudiant ou encore par un professeur de l'UQAM et ils doivent tenter de bien reproduire celle-ci en verbalisant de façon adéquate les différents raisonnements clés demandés. Des séances de cours sont alors utilisées pour permettre aux étudiants de travailler collectivement autour d'un même exposé pour qu'ils puissent s'entraider et se donner des commentaires sur leurs prestations, sur leurs verbalisations et sur les éléments importants qui devraient être présents dans de tels exposés. Cette façon de faire permet de développer des compétences professionnelles, mais aussi d'être plus critique et de construire, collectivement, une façon de présenter une certaine séquence d'enseignement.

Pour clore et résumer cette section, nous allons présenter deux citations qui, à nos yeux, résument bien l’ambiance et les visées de formation du baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire à l’UQAM.

La didactique de recherche, si elle est présente en arrière-fond, agit ainsi plus comme ressource structurante que résultat à transmettre. Il ne s’y tient pas un discours sur « l’action à faire en classe », mais on y favorise plutôt l’engagement des futurs enseignantes et enseignants dans une démarche qui les conduira progressivement à se construire des connaissances leur permettant d’aborder, de concevoir et de réaliser l’intervention en classe. (Bednarz, 2001, p. 78)

Pour former les futurs enseignants du secondaire, nous avons choisi de leur donner une formation plus large, axée sur le raisonnement, l’autonomie, l’esprit critique, et en leur permettant de placer les concepts qu’ils enseigneront dans une perspective plus générale. Pour nous, cette démarche est essentielle. Leur formation doit être suffisamment large pour leur permettre de comprendre, évaluer, interpréter et critiquer sur le fond et la logique les programmes qui leur sont proposés. (Boileau et Garançon, 1993, p. 49)

3.4.2 Contexte spécifique du cours d’histoire des mathématiques

Bien entendu, l’ambiance générale de formation proposée dans ce programme à l’UQAM n’explique pas nécessairement comment les participants ont été confrontés à l’histoire des mathématiques lors de leur formation initiale. Ainsi, pour être en mesure de mieux cibler la formation historique des étudiants, nous allons exposer plus explicitement les buts du cours *MAT6221 Histoire des mathématiques*, seul cours obligatoire à suivre au programme autour spécifiquement de l’histoire, donné à la session d’hiver 2021 par mon directeur de recherche, David Guillemette. Pour ce faire, nous allons reprendre quelques éléments du texte écrit par ce dernier (2020) qui s’intitule : *Lecture de textes historiques dans la formation à l’enseignement des mathématiques : choix et modalités de lecture*. Pour compléter ou exemplifier les propos exposés, je vais me référer à mon expérience personnelle du cours puisque j’ai eu l’occasion de participer au cours à plusieurs occasions comme étudiant de premier

cycle, mais aussi comme observateur à titre d'étudiant au cycle supérieur. Cette exploration devrait ainsi permettre de mieux comprendre le contexte de formation historique dans lequel sont mis les étudiants lors du cours d'histoire des mathématiques.

Avant toute chose, il est important de bien situer les objectifs du cours ainsi que le déroulement de celui-ci. L'auteur présente alors dans son texte les trois principaux objectifs poursuivis dans le cours :

Le cours a pour objectifs principaux (1) d'amener les étudiants à percevoir et à traiter les mathématiques dans leur dimension historique, (2) d'effectuer un survol de l'histoire des mathématiques en Occident avec le souci de situer leurs développements dans leurs relations avec d'autres cultures et civilisations et (3) d'explorer différentes conceptions et pratiques des mathématiques à travers l'interprétation et l'analyse d'artéfacts et de textes historiques. (Guillemette, 2020, p. 444)

Pour atteindre ces objectifs, chaque cours est subdivisé en deux parties d'environ 75 minutes. La première est un exposé magistral animé par le professeur concernant une époque historique précise allant de 4 000 av. J.-C. jusqu'au 19^e siècle. Le but de cet exposé est souvent de situer le contexte culturel de l'époque et de voir différents éléments marquants. Lorsque j'ai vécu le cours, le professeur Guillemette avait pour habitude de toujours commencer en nommant l'époque dont il allait discuter ainsi que les dates associées au courant présenté. Par la suite s'en suivait une exploration assez rigoureuse des différents éléments marquants de cette époque en passant par les grandes guerres, les avancées technologiques, culturelles et sociales. Le but étant « de mettre en évidence une certaine « ambiance » culturelle, spirituelle ou intellectuelle » (*id.*, p. 446). Lors de la présentation, différentes images ou photos illustrent les dires du professeur et permettent une meilleure immersion de la part de l'étudiant. À la suite de cette exploration, une attention particulière était toujours mise, dans la dernière section de la présentation magistrale, sur l'évolution mathématique dans cette époque. Il était

alors possible de discuter des avancées sur ce point, mais aussi des mathématiciens qui ont contribué à ces avancements.

À la suite de cette exposition, la deuxième partie du cours est alors réservée à l'analyse d'un texte historique. Dans cette section, le professeur remet à chaque étudiant des extraits de textes historiques choisis. « Ces extraits (une page ou deux) sont courts et ciblent un objet ou un problème précis » (*id.*, p. 445). Par la suite, en sous-groupes d'environ 2 ou 3 étudiants, ils essaient de comprendre (sous forme d'enquête) ce qu'expose le mathématicien de l'époque et de comprendre les mathématiques exposées dans le texte. Par la suite, un retour en grand groupe est généralement effectué. Lors de ce retour, un étudiant vient présenter ce qu'il a compris de ce texte appuyé par les autres étudiants du groupe et du professeur pour clore l'analyse du texte. Lors de ce retour en grand groupe, le professeur joue un rôle important. Guillemette explique que « des questions sont alors adressées au groupe autant en lien avec l'auteur du texte, les objectifs du texte ou encore le lieu où le texte a été découvert, qu'avec les mathématiques que le texte apparait convoquer » (*id.*, p. 449). Cette approche de lectures des textes historiques décrite est donc menée en articulant deux pôles que Guillemette appelle « traductif » et « interprétatif ». Traductif puisqu'il s'agit de faire ressortir les mathématiques effectuées dans ces textes historiques et interprétatif, car il est aussi question d'accueillir l'auteur sans le déraciner de son contexte sociohistorique et culturel. Ce pôle interprétatif est justement possible grâce à la mise en contexte faite lors de la première section du cours qui permet de placer les étudiants dans l'énergie et l'ambiance de l'époque ce qui rend les étudiants plus accueillants et compréhensifs envers les mathématiques exposées. Comme le précise Guillemette dans son texte, « ces deux pôles concernant la lecture des textes sont rendus explicites avec les étudiants » (2020, p. 445) entre autres grâce à l'accompagnement effectué par le professeur qui s'assure que les étudiants restent sensibles aux mathématiciens et aux mathématiques exposées en présentant une lecture à la fois diachronique (qui montre

l'évolution des concepts à travers le temps) et synchronique (ramener ou traduire en termes modernes les mathématiques pratiquées à travers les époques).

Cette façon de travailler l'histoire des mathématiques dans la formation initiale des enseignants amène les étudiants à se développer sous différents points. D'abord, Guillemette expose que « la lecture de textes historiques implique le déploiement d'une empathie envers l'auteur. Cette empathie permet une rencontre avec des manières inédites d'être en mathématiques et met en évidence le caractère situé et culturel de l'activité mathématique » (*id.*, p. 449). Cette empathie pourrait aussi, par la suite, se transférer dans les futures classes des étudiants, envers les élèves. De fait, en pratiquant cette empathie envers des mathématiciens, les futurs enseignants seraient aussi plus aptes à être empathiques envers des démarches sortant de l'ordinaire de leurs futurs élèves (voir Guillemette, 2017).

Ensuite, le travail de textes historiques pourrait aussi apporter un aspect dépaysant chez les étudiants puisqu'ils sont confrontés à d'anciennes mathématiques parfois surprenantes et déconcertantes. Cette idée de dépaysement épistémologique est connectée au propos soulevé dans le chapitre 1 de Barbin (1997) et aussi repris par Guillemette (2017) qui mentionnait que cet aspect dépaysant permettait de nous étonner de ce qui va de soi et donc nous rappeler que les concepts ont été inventés. Cela permet de voir les mathématiques comme changeantes et évolutives. De façon précise, Guillemette voit cet aspect de dépaysement comme ayant principalement pour effet de « porter un regard critique sur l'aspect social des mathématiques, de mieux comprendre que les savoirs mathématiques ne sont pas neutres idéologiquement et qu'ils s'insèrent dans une problématique éthique pour laquelle il nous faut développer notre sensibilité » (Guillemette, 2020, p. 449).

Nous comprenons alors que le cours d'histoire des mathématiques est principalement conçu pour que les étudiants acquièrent certaines compétences essentielles à

l'enseignement des mathématiques et permet un regard nouveau sur les mathématiques. Ce cours n'est donc pas construit avec pour but premier de donner des outils didactiques ou pédagogiques pour l'intégration de l'histoire en classe du secondaire. Comme l'explique bien Guillemette dans son texte :

Nous serions intéressés de savoir comment les enseignants reprennent certains éléments d'histoire pour leur pratique, mais nos activités de formation ne vont aucunement dans ce sens. Notre objectif est plutôt de mettre en évidence le caractère situé de l'activité mathématique et d'en révéler les dimensions culturelles, sociales, esthétiques et éthiques. (*id.*, p. 451)

Guillemette suppose tout de même que cette nouvelle façon de voir les mathématiques et cette confrontation à l'histoire devrait apporter une certaine influence dans les futures classes des étudiants. Cette confrontation devrait « possiblement transparaître, de manière implicite, à travers le choix et l'élaboration de situation d'apprentissage pour leurs élèves, à travers des gestes ou des remarques qui révèlent l'historicité ou le caractère situé de l'activité mathématique » (*ibid.*).

Pour terminer, il est tout de même important de mentionner que le cours d'histoire des mathématiques donné à l'hiver 2021 n'avait pas tout à fait les mêmes modalités d'enseignement que normalement. Lors de cette session, la majorité des cours à l'UQAM se sont donnés à distance due au contexte engendré par la COVID-19. Le professeur Guillemette a tout de même conservé la même structure de cours que nous avons présentée, mais avec certaines spécificités. De fait, la section exposée magistrale était sous forme de capsule vidéo préenregistrée par le professeur Guillemette d'une durée approximative de 40 minutes que les étudiants pouvaient écouter lorsqu'ils le désiraient. En ce qui concerne le travail de texte ancien, les étudiants recevaient le texte à travailler chaque semaine et pouvait donc l'explorer individuellement à la maison à la suite du visionnement de la capsule vidéo. Par la suite, si l'étudiant le désirait, le professeur se rendait disponible en ligne via l'application Zoom lors de la plage horaire

réservée au cours. Le cours prenait donc la forme d'un lieu de discussion en ligne, où les participants venaient échanger concernant le texte historique ou l'artéfact à l'étude durant la semaine avec le professeur et les autres étudiants présents. En ce qui concerne mes deux participants sélectionnés, il est important de dire qu'ils se présentaient régulièrement à ce moment de discussion et d'échange, puisque c'est justement lors d'une de ses séances que nous les avons recrutés.

3.5 L'entretien d'explicitation, quelques éléments retenus

À la suite de la lecture du livre *L'entretien d'explicitation* de Pierre Vermersch (2014), plusieurs éléments nous ont paru utiles et intéressants à intégrer pour la construction et la mise en route de la collecte de données. Nous trouvons cependant important de mentionner, dès le départ, que nous ne soutenons pas être experts dans cette méthode d'entretien qui, comme l'explique l'auteur lui-même dans son chapitre 10, est très difficile à maîtriser dès le départ et demande beaucoup de pratique et de répétition pour être en mesure de mener parfaitement ce type d'entretien. Nous allons donc plutôt exposer les éléments que nous avons trouvés importants et sur lesquels nous comptons nous inspirer pour construire nos différentes entretiens.

Tout d'abord, il est important de comprendre les buts premiers de cette méthode d'entretien en plus d'explorer les fondements de celle-ci avant d'exposer plus en détail les points à retenir. Comme le mentionne bien l'auteur, « la spécificité de l'entretien d'explicitation est de viser la verbalisation de l'action » (Vermersch, 2014, p. 9). Ce type d'entretien vise ainsi à ramener le participant dans une situation particulière où il effectuait une certaine action et ainsi l'amener à verbaliser cette action. Souvent, le participant lui-même pensera ne pas se souvenir de l'action vécue. Notre questionnement devra donc le rediriger et l'amener à se rappeler cette action pour qu'il puisse nous la verbaliser.

Pour nous aider, il est important de situer, dans les différents domaines de verbalisation, l'endroit où le participant discute effectivement du vécu de ses actions. L'auteur expose alors trois types de domaines de verbalisation : descriptive, conceptuelle et imaginaire. Puisque l'exposition du vécu de l'action se retrouve dans le domaine descriptif, il sera important de porter une attention particulière lorsque le participant discutera d'aspects descriptifs. Cependant, il n'y a pas que la description du vécu de l'action dans ce domaine. Le participant pourrait aussi être porté à décrire le vécu émotionnel, le vécu sensoriel et le vécu de la pensée. Il faut donc rester attentif à ce que le participant nous expose puisque ce n'est pas parce qu'il nous décrit une situation qu'il nous la décrit effectivement comme une action vécue.

Comme mentionné plus haut, le but de ce type d'entretien est donc d'accompagner le participant à expliciter le vécu de certaines actions. Deux positions de parole peuvent être prises par le participant lors de la tentative de décrire son vécu. La première appelée la position formelle (parfois dite abstraite ou distante) considère que le participant s'exprime davantage avec son savoir et ne parle donc pas de son expérience. Le discours est alors plus général et moins concret. Les explications du participant sont ainsi décontextualisées. Cette position n'est pas souhaitée. Il faut alors amener le participant vers la position de parole impliquée. Cette position le ramène à penser le vécu de son action et à revivre les situations. Son discours est alors contextualisé et permet ainsi de mener à bien notre entretien d'explicitation.

Cependant, la position de parole impliquée n'est pas toujours facile à atteindre pour les participants. Il est alors important d'utiliser des méthodes d'approches proposées par l'auteur pour y parvenir. Par exemple, un élément que nous trouvons pertinent est de poser des questions plus larges aux participants pour qu'il puisse se retrouver lui-même dans le vécu de son action sans le forcer à créer une situation de toute pièce en lui proposant des éléments qui ne se seraient alors pas passés. Ainsi, des questions du type : qu'est-ce que tu revois quand tu retournes à ce moment ? Où étais-tu à ce moment que

tu cherches à retrouver ? Pourraient être utilisées. De plus, ce n'est pas parce que le participant mentionne qu'il ne se souvient pas du vécu d'une action particulière que c'est réellement le cas. Souvent, il y a une prise de conscience graduelle au fur et à mesure de l'entretien d'explicitation puisque le participant redécouvre lui aussi le vécu de son action. Pour appuyer cela, l'auteur témoigne en expliquant que :

De questionner une personne qui commence par l'affirmation de ne pas savoir comment elle a fait ou ce qui s'est passé (donc subjectivement non-conscient pour elle) et de l'entendre décrire progressivement, avec précision, ses actions au fur et à mesure que l'entretien se déroule, en découvrant simultanément (elle et moi) le détail de son vécu. Car c'est bien ce que l'on va opérer avec l'entretien d'explicitation : la verbalisation du vécu de l'action va se faire à travers une prise de conscience provoquée d'éléments dont le sujet ne sait pas encore qu'il les connaît, et même, croit savoir qu'il ne les connaît pas! (Vermersch, 2014, p. 64)

En plus, ce n'est pas parce qu'une personne pense se souvenir parfaitement de son vécu que c'est effectivement le cas. Comme l'expose bien Vermersch : « dans toute action, même la plus abstraite, la plus conceptualisée du fait des connaissances et des objectifs dont elle suppose la maîtrise, il y a une part de connaissances, des pensées privées, qui n'est pas formalisée et conscientisée » (*id.*, p. 65).

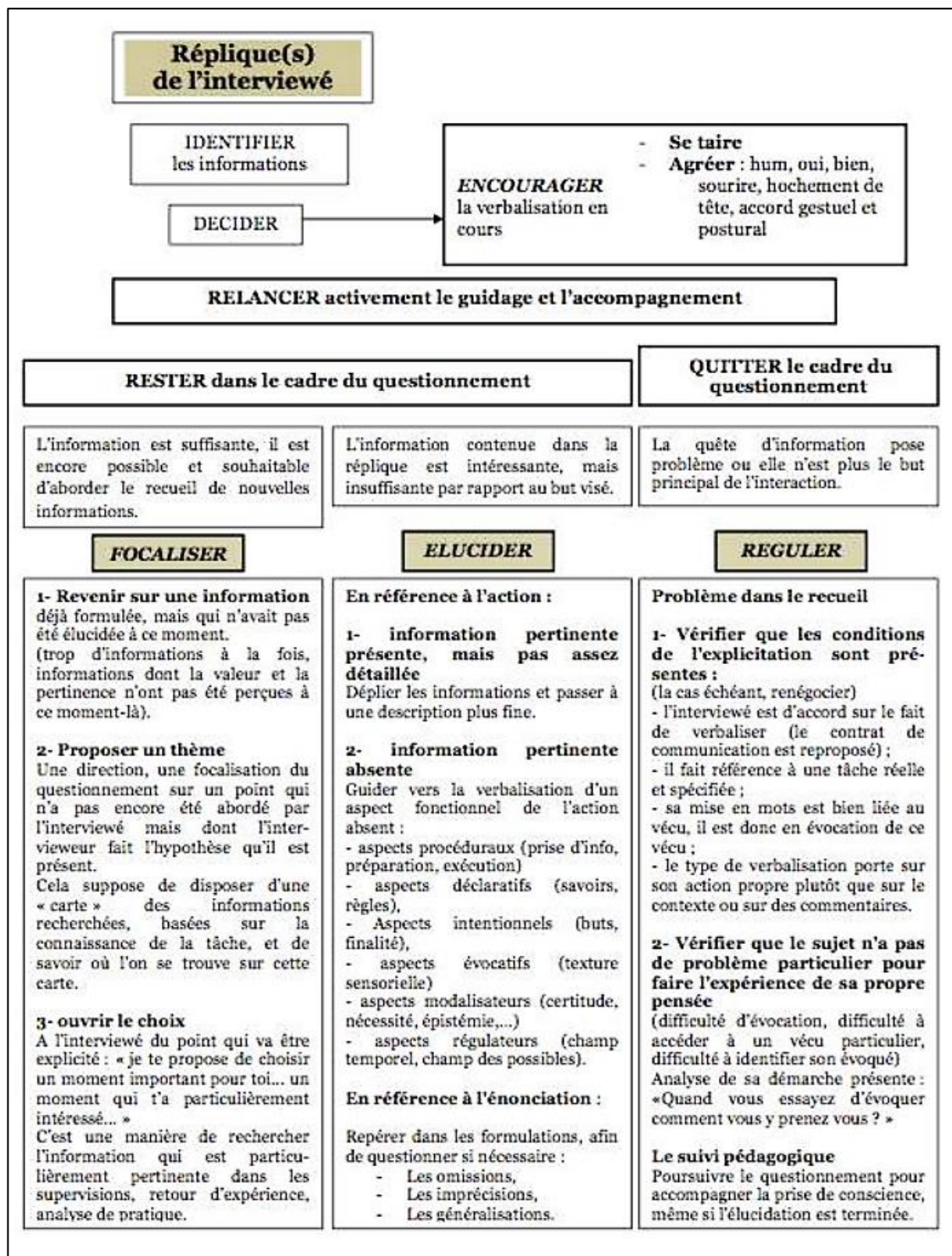
Pour continuer, Vermersch expose une technique utilisée lors de l'entretien d'explicitation qui se définit, entre autres, par quatre points importants. D'abord, il est suggéré de guider le rappel vers une situation spécifique. Par la suite, il est proposé de guider le participant vers la mémoire sensorielle qui est souvent source de rappel des événements. Aussi, on évitera de chercher à rappeler un événement en particulier aux participants. Dans ce cas, celui-ci essaiera d'en créer un de toute pièce et ne fera donc pas référence aux événements vécus. Pour terminer, le guidage doit avoir un fractionnement assez fin pour permettre de rappeler le vécu. Ce fractionnement consiste à découper nos questions pour aller chercher des précisions de plus en plus

pointues sur ce que le participant a vécu. Ces quatre éléments seront alors gardés en tête lors de la construction de nos entretiens.

Un autre aspect mentionné par l'auteur est l'aspect relationnel de l'entretien d'explicitation. Il est important d'établir un lien de confiance avec le participant, mais surtout qu'il soit volontaire et consentant. Pour ce faire, il faut renouveler régulièrement le contrat de communication, soit de façon implicite ou explicite. Il sera donc important de poser des questions du type : « être-vous d'accord pour qu'on aille plus loin ? Je vous propose, si vous en êtes d'accord, de reprendre ce point plus en détail. Je n'ai pas complètement compris comment vous vous y prenez, seriez-vous d'accord pour le reprendre de manière plus détaillée?, etc. » (*id.*, p. 94). Ces questionnements devront être présents tout au long de l'entrevue principalement lorsque le participant semble hésitant, inconfortable ou encore lors d'un changement de sujet qui amène un questionnement ciblant un nouveau vécu d'action. Ensuite, pour bien établir la communication, il est important de s'adapter au rythme de parole du participant pour éviter de créer de la gêne. Il faut donc synchroniser notre rythme de parole avec celui du participant. Cependant, l'accès à la position de parole incarnée, et donc au vécu de l'action, se fait dans un rythme de parole plus lent. Il est donc important de garder en tête qu'après avoir synchronisé notre rythme de parole avec le participant, il sera peut-être nécessaire de lui faire diminuer le sien de façon implicite (en ralentissant tranquillement notre rythme de parole ce qui aura pour effet de diminuer le sien) ou en lui demandant explicitement. Pour terminer, l'auteur expose aussi l'importance de prendre en compte la posture et la gestuelle du participant. Dans notre cas, nous ne rentrerons pas dans les détails des éléments importants à retenir dans cette section. Nous allons plutôt nous concentrer sur la globalité du comportement non verbal exposé par le participant pour capter ses hésitations, fatigues et ouvertures d'esprit nous permettant de nous adapter à ses comportements lors de l'entrevue.

Vermersch discute, dans le chapitre 7, de la façon de focaliser sur certaines informations exposées par le participant ou encore d'initier/transférer la discussion vers d'autres sujets. Pour ce faire, plusieurs façons sont alors proposées. Nous retenons principalement le tableau synthèse (tableau 3.1) qui guidera nos actions de relances lors de nos entretiens.

Tableau 3.1 Les décisions de relances (issu de Vermersch, 2014, p. 105)



Pour conclure, l'idée de l'entretien d'explicitation pour exprimer le vécu de l'action s'arrime bien avec notre cadre théorique exposé dans le chapitre 2. Les différentes zones des futurs enseignants et leur relation entre elles sont influencées par le vécu de leurs actions. C'est donc au travers de certaines situations plus spécifiques qu'il est, entre autres, possible d'exposer le positionnement des différentes zones des participants à partir des situations vécues par ceux-ci. C'est la raison pour laquelle la méthodologie proposée reprend l'idée d'amener l'individu à verbaliser ses actions vécues. Nous terminons en rappelant que nous ne soutenons pas suivre formellement et parfaitement le principe de l'entretien d'explicitation puisque, comme le décrit l'auteur lui-même « une technique d'entretien est un savoir-faire. À ce titre, non seulement elle s'apprend, mais plus encore elle s'exerce, et c'est seulement quand elle est suffisamment exercée qu'on peut dire qu'on l'a apprise » (*id.*, p. 150). Aussi, il n'est pas toujours nécessaire, lors de nos entretiens, que les participants nous exposent le vécu de leur action. Parfois, il est même plutôt important qu'ils extrapolent et réfléchissent de façon abstraite aux possibilités qu'ils perçoivent en lien avec l'introduction de l'histoire des mathématiques. De fait, ce n'est pas toujours la verbalisation du vécu de l'action de la part des participants qui est désiré lors de nos entretiens.

3.6 Remarques sur le déroulement effectif de la collecte de données

Avant de continuer, il est important de mentionner que toutes les rencontres exposées se sont déroulées à partir de l'application Zoom grâce au compte étudiant fourni par l'UQAM et ont donc été faites en ligne dû aux contraintes sanitaires en place lors de notre collecte de données. Ainsi, il faut comprendre que les participants pouvaient parfois être dans un environnement moins propice à la réflexion puisque nous ne pouvions pas contrôler ce qui les entourait. Sinon, la collecte de données s'est passée en trois temps comme prévu. D'abord, il y avait une première rencontre préliminaire le 30 mars 2021 avec les deux participants retenus. Lors de cette rencontre, nous avons,

à nouveau, précisé les implications du projet de recherche aux participants en plus de leur présenter le formulaire de consentement qu'ils ont, par la suite, rempli. De plus, les deux participants ont rempli le questionnaire initial nous permettant d'obtenir des informations préliminaires essentielles sur leur relation avec l'histoire des mathématiques. Cette rencontre a duré environ 45 minutes.

La seconde rencontre s'est déroulée le 16 avril 2021, encore une fois avec les deux participants. Lors de cette rencontre, nous avons apporté le texte d'Euclide et de Liu Hui (Annexe E), les deux textes suggérés par les étudiants lors de leur questionnaire initial comme étant des textes qui les avaient interpellés/intéressés. Nous avons été surpris par la durée de la rencontre qui a duré environ 90 minutes. Si Louis n'avait pas dû quitter la rencontre, nous aurions facilement pu discuter pendant deux heures. Malgré la contrainte de temps de Louis, nous avons été en mesure de passer à travers toutes les étapes du protocole d'entretien (voir annexe C) puisque nous étions en mesure de rediriger la discussion vers les différents objectifs de recherche et de bien découper le temps attribué à chaque section. Lors de notre discussion, nous avons été plutôt surpris par leur enthousiasme et désir de ramener les différents éléments discutés à la classe du secondaire. Nous avons essayé, dans un premier temps, de les faire discuter sur les textes sélectionnés de façon plus générale pour comprendre ce qui les intéressait et ce qu'ils avaient compris de ces textes. Malgré nos différentes questions parfois plus pointues sur les textes, la discussion déviait rapidement sur les mathématiques dans les classes du secondaire. Nous avons trouvé cela plutôt étonnant, mais positif. Les participants démontraient déjà un désir de réfléchir leur enseignement en lien avec l'histoire.

Pour terminer, la dernière rencontre s'est déroulée de façon individuelle avec chaque participant. Nous avons rencontré Louis le 4 mai 2021 en matinée et Charles en après-midi. D'abord, la rencontre avec Louis a duré 90 minutes. Nous n'étions pas surpris de la durée de la rencontre puisque Louis semblait très enthousiasme à effectuer cette

discussion. La rencontre s'est bien déroulée et nous avons été en mesure de passer à travers les différentes étapes prévues du protocole d'entretien (voir annexe D).

En ce qui concerne la rencontre avec Charles, elle a duré environ une heure. Il a été plus difficile d'effectuer cette rencontre puisque la connexion internet de Charles n'était pas toujours bonne. De ce fait, il y avait parfois un décalage de son entre lui et nous. De plus, il y a eu un moment où nous avons tout simplement perdu la connexion pendant plusieurs minutes. Cela a donc créé un arrêt non voulu de nos discussions et de notre entrevue. Il faudra donc prendre en considération que les idées exposées par Charles seront peut-être parfois un peu moins claires ou encore auront un fil conducteur peut-être plus difficile à suivre à cause du problème informatique rencontré. Les conditions pour cet entretien n'étaient donc pas optimales comme il aurait pu l'être lors d'un entretien individuel dans un milieu contrôlé en présentiel. Malgré tout, nous avons été en mesure de mener l'entrevue à son terme en passant au travers des différentes étapes de notre protocole d'entretien (voir annexe D).

3.7 Traitement et analyse des données

Comme indiqué plus haut, nous avons effectué trois phases de collectes de données différentes qui ont mené à l'utilisation de trois outils de collectes de données différents. À partir de ces outils, nous avons récolté différents types de données : les réponses au questionnaire préliminaire, l'enregistrement de l'entretien de groupe ainsi que les deux enregistrements des entretiens individuels.

3.7.1 Traitement et analyse des questionnaires

Pour traiter les données des questionnaires préliminaires, nous avons effectué une relecture fine des différentes réponses données par les étudiants. À la lumière de cette relecture, nous avons mis en évidence différentes thématiques émergentes pour chacun des participants. Ces thématiques sont basées sur nos objectifs de recherche et servent à guider et éclairer les prochaines rencontres.

3.7.2 Traitement et analyse de l'entretien de groupe

Pour traiter les données récoltées à partir de l'enregistrement de groupe, nous avons d'abord effectué un visionnement attentif de l'enregistrement. Un découpage de l'enregistrement par épisode a été ensuite produit. Ces épisodes sont déterminés par le fait qu'ils présentent une certaine unité de sens ou qu'ils présentent une discussion à propos d'un objet précis. Les différents épisodes ainsi découpés nous ont permis, par la suite, de ressortir plus facilement les différentes thématiques émergentes discutées par les participants. Ces différentes thématiques ont ensuite été réinvesties dans la rencontre individuelle avec chaque participant pour permettre une discussion et un approfondissement de ces thématiques. De plus, puisque les deux participants sont généralement en interaction lors de l'utilisation de cet outil de collecte de donnée, il peut être plus difficile de séparer adéquatement les propos de certains d'entre eux. En réinvestissant alors les thématiques émergentes dans la dernière phase de collecte de données, il a été plus facile d'éclairer et décrire le profil de chacun des participants.

3.7.3 Traitement et analyse des entretiens individuels

En ce qui concerne le dernier outil de collecte de données utilisé, les entretiens individuels, il est important de mentionner qu'il s'agit de notre outil de collecte de données principale. De ce fait, l'analyse effectuée a été plus complexe que les deux autres outils précédents. D'abord, un visionnement des enregistrements de chaque entretien a été nécessaire pour construire les verbatims de ces rencontres⁸. À la suite de la création de ces verbatims, une grille d'analyse précise a été construite (voir annexe F pour un exemple de la grille) nous permettant ainsi d'analyser chaque extrait significatif des verbatims à partir de notre cadre théorique et des phases d'analyses précédentes pour ainsi ressortir des données reliées à nos objectifs de recherche. C'est à partir de cette grille qu'il nous a été possible de proposer l'analyse détaillée exposée

⁸ Pour obtenir les verbatims, il est possible de contacter l'auteur de ce mémoire.

dans le chapitre suivant. Cette analyse détaillée a justement été découpée en quatre points précis. Lors des trois premiers points, il est possible de retrouver une analyse plus directe de nos trois sous-objectifs de recherche : (1) décrire les réflexions concernant le potentiel de l'histoire des mathématiques (2) décrire les manières envisagées pour intégrer l'histoire des mathématiques et (3) rendre compte des possibles réticences qu'entretiennent les étudiants quant à cette intégration. Lors du dernier point, une analyse plus globale a été effectuée pour créer, en quelque sorte, le profil du participant et donc décrire les tensions qui l'habitent quant à l'introduction de l'histoire. Ce profil a été constitué à partir des éléments proposés dans notre chapitre 2, donc des trois zones entourant l'enseignant. Nous avons décrit le contenu de ces zones grâce à notre analyse précédente concernant nos trois sous-objectifs qui nous permet d'interpréter le contenu de chacune des zones des participants.

Pour terminer, il est important de préciser et rappeler que les deux dernières phases de données ont permis et servi à construire le questionnaire que moi, le chercheur, à pu utiliser lors de l'entretien individuel. De fait, les deux autres phases de collecte de données viennent teinter les données collectées dans cette dernière phase. C'est pour cette raison que le chapitre suivant se concentre explicitement sur l'exposition des résultats ressortis dans ce dernier entretien.

CHAPITRE IV

L'ANALYSE

Dans ce chapitre, nous présentons l'analyse des données recueillies pour chaque participant. Pour ce faire, chacun des éléments discutés par les participants touchant aux trois sous-objectifs a été décortiqué (les raisons de l'introduction de l'histoire, les façons de faire et les réticences des participants). De fait, nous avons pu ressortir un ensemble d'éléments provenant de nos grilles d'analyses des verbatims classés par sous-objectifs représentant leur réponse à ces trois points distincts. Ces éléments explicites nous ont ensuite permis d'analyser la relation qu'entretiennent les participants avec l'histoire basée sur chacune des zones proposées dans notre cadre théorique (la zone proximale de développement, la zone de mouvement libre et la zone de l'action promue). Cette analyse complète permet alors de mieux décrire la relation qu'entretient le participant avec l'introduction de l'histoire.

4.1 Analyse des témoignages et des réflexions de Louis quant à l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire

4.1.1 Le potentiel de son utilisation

En ressortant les différents éléments discutés par Louis concernant le potentiel de l'histoire des mathématiques, nous avons remarqué qu'il est possible de les catégoriser sous deux grands thèmes : des éléments plus « didactiques » et des éléments plus « motivationnels ».

Pour commencer, Louis souligne le potentiel de l'histoire des mathématiques principalement en discutant de plusieurs aspects touchant à la didactique. Il suggère d'abord que l'histoire a un potentiel « exploratoire ». Ce potentiel permettrait aux élèves de comprendre comment les mathématiques ont évolué dans le temps, mais surtout d'observer les raisons qui ont fait en sorte que nous utilisons aujourd'hui les mathématiques dans leurs formes modernes. L'histoire viendrait donc justifier nos méthodes utilisées et expliquerait nos choix mathématiques. De ce fait, l'histoire permettrait alors de se décentrer de son propre contexte, en explorant des mathématiques différentes et/ou plus anciennes, pour ensuite se recentrer sur nos mathématiques modernes et ainsi mieux comprendre les méthodes utilisées aujourd'hui. Comme l'explique Louis :

L'histoire permet aux élèves de se décentrer de leur propre contexte et de voir qu'il y a d'autres choses qui existent et tout ça pour se recentrer finalement. Dans le sens que ça vient justifier tout ce qu'on vient faire. Je trouve que c'est ça le potentiel de l'histoire : c'est un moyen d'explorer les mathématiques et de justifier ultimement tous nos algorithmes.

Il suggère alors que ces allers-retours entre l'histoire des mathématiques et les mathématiques modernes permettent aussi de retravailler certains concepts étant « mal appris » par les élèves et qui ont besoin d'être approfondis et développés. Il explique en disant : « cela permet de retravailler les affaires, les clous qui ont été mal plantés. Ça permet de retravailler des choses qui ont été mal apprises ». Nous en comprenons alors que, pour Louis, il est difficile de revenir travailler certains concepts mathématiques déjà appris par les élèves, mais qui ne sont pas nécessairement maîtrisés. Ainsi, retourner voir les fondements de ces concepts à partir de l'histoire permettrait de travailler à nouveau ce concept et d'affiner la compréhension chez l'élève. Louis donne justement un exemple de cela :

Si un élève avait de la difficulté à accepter, je ne sais pas la base 10. C'est difficile pour moi, je trouve que ce n'est pas une bonne manière, les

algorithmes sont difficiles, etc. Bien, regarde, voici les alternatives. Parce que là où on est rendu dans les mathématiques c'est rendu tellement puissant que ça se peut que les élèves fassent juste appliquer des méthodes et ne sachent pas trop comment. C'est donc en travaillant en base 7, par exemple, que tu y penses vraiment à comment il fonctionne ton algorithme. Donc quand tu reviens en base 10 c'est vraiment plus facile.

Dû à cet avantage de l'histoire, qui permet de travailler à nouveau certains concepts mathématiques, Louis insiste sur le fait de « voir l'histoire comme un objet mathématique ». Cette façon d'explorer l'histoire renvoie, selon lui, à suivre historiquement l'évolution d'un sujet mathématique. Pour ce faire, une exploration du concept mathématique serait effectuée en partant de ses origines, donc le moment de sa création, jusqu'à aujourd'hui. C'est de cette manière qu'il serait possible d'atteindre les objectifs listés ci-haut.

De plus, Louis croit fermement que les mathématiques enseignées dans les écoles ne sont pas toujours accessibles pour tous les élèves, puisque les enseignants se limitent parfois seulement à la présentation de concepts sous forme d'enseignement explicite pour, par la suite, laisser les élèves se pratiquer avec des exercices sur le sujet. Il croit alors que l'histoire a un potentiel pour présenter les mathématiques autrement, en particulier sous forme de projets. Ces projets permettraient aux élèves de « produire des mathématiques ». Cette production de mathématiques amènerait alors une nouvelle façon de présenter et d'enseigner les mathématiques, différentes de l'approche centrée sur des exposés magistraux suivis d'exercices pratiques très directifs et fermés. Comme le décrit Louis : « Produire des mathématiques c'est le travail des mathématiciens qu'on ne reproduit pas assez à l'école secondaire ». Cette idée sur les « mathématiques en projets » ou en « œuvre » permettrait aux mathématiques d'être plus accessibles pour certains élèves ayant de la difficulté à bien suivre et à se sentir engagés dans la méthode plus « classique ».

Dans la même veine, Louis ajoute que les mathématiques sont plus faciles à comprendre grâce aux avantages didactiques que fourniraient les projets intégrant l'histoire des mathématiques. Il souligne que « c'est, au niveau didactique, plus facile d'apprendre les mathématiques en travaillant sur un projet plutôt qu'en faisant des exercices comme on fait beaucoup présentement ». Sans préciser clairement ce qu'il entend par avantage didactique, nous comprenons que, à partir de projet, les élèves auront, entre autres, la possibilité de reproduire le travail des mathématiciens en produisant eux-mêmes des mathématiques. Cette production de mathématiques amènerait alors une compréhension plus globale du concept mathématique travaillé dû à l'engagement et aux réflexions qu'engendre une telle activité. Le développement mathématique de l'élève en serait donc bonifié.

D'autre part, Louis souligne des aspects touchant davantage à la motivation des élèves et leur relation avec les mathématiques. Pour lui, l'histoire peut montrer aux élèves que leur première intuition, souvent erronée, concernant un sujet mathématique est tout à fait légitime puisque d'autres personnes, dont de grands mathématiciens, ont aussi eu ces intuitions lors de la création de concepts mathématiques. De cette façon, les élèves auraient une meilleure estime d'eux-mêmes et seraient moins réfractaires et découragés par les erreurs qu'ils peuvent effectuer lors de l'apprentissage d'un sujet. Ainsi, le processus d'apprentissage, qui est souvent caractérisé par des conceptions spontanées au départ par les élèves, serait plus normal et accepté par ceux-ci. Comme Louis le précise :

C'est un des enjeux qu'on fait vivre aux élèves quand on vient discréditer leurs intuitions. Quand on vient confronter leurs conceptions erronées en proposant la bonne affaire. C'est quelque chose de gros à avaler. On ne réfléchit pas beaucoup à ça, mais se faire dire : non ce que tu penses intuitivement ce n'est pas bon voici pourquoi, puis là l'élève d'accepter. Ça peut être difficile. Ça vient donc déstigmatiser les erreurs intuitives.

Aussi, toujours selon Louis, en passant par l'histoire pour travailler le rapport à l'erreur avec les élèves, il peut être plus facile pour l'enseignant d'éviter une certaine confrontation directe avec ceux-ci ce qui peut amener une meilleure intégration des concepts de leur part. En travaillant, par exemple, avec des textes anciens, les élèves seront confrontés à leur erreur, mais à partir des propos tenus par les mathématiciens. Il sera alors possible de voir, dans les propos des mathématiciens, l'évolution du concept mathématique et l'explication des raisons pour lesquelles une certaine démarche est erronée ou encore pour quelles raisons leur démarche de départ n'est plus suffisante pour travailler un certain concept. Ainsi, les conceptions des élèves envers un certain sujet mathématique seront mises à l'épreuve par la rencontre avec la démarche exposée dans le texte historique. De cette manière, il sera possible de confronter l'élève d'une nouvelle façon en le faisant réfléchir différemment sur ses conceptions. De plus, selon Louis, les élèves auraient peut-être moins tendance à vouloir entrer en confrontation avec le mathématicien pour argumenter en faveur de leur conception mathématique entourant un sujet puisque le mathématicien a une position d'autorité plus grande encore que l'enseignant sur ce qui peut être bon ou mauvais en mathématiques. Cependant, Louis précise tout de même qu'il n'utiliserait pas seulement l'histoire pour travailler les conceptions des élèves, mais que c'est un bon outil à utiliser.

Aussi, Louis croit que le fait d'introduire les mathématiques au travers de projets augmenterait l'intérêt des élèves. Il souligne : « Je pense justement qu'en travaillant sur un projet, sur une preuve, en travaillant sur un texte, je trouve que c'est ce potentiel-là de reproduire un peu ce qu'on voit dans les autres cours [du secondaire] qu'on perd en mathématique ». Pour Louis, dans la majorité des autres matières scolaires, il est possible d'expérimenter, de produire quelque chose, de suivre cette production dans le temps et de comparer nos productions et notre évolution à travers celle-ci. Par exemple en français à partir de l'écriture de textes, en art plastique en travaillant sur une peinture ou encore en science avec les laboratoires. Tous ces éléments perdurent dans le temps

et demandent un investissement à plus long terme ou permettent de tester de façon concrète certaines théories tandis que la résolution simple d'exercices ne le permet pas. Ainsi, en confrontant les élèves à des mathématiques « authentiques », par l'entremise de projets, de lecture de textes historiques, entre autres, on reproduirait ce qui est fait dans les autres cours du secondaire qui n'est pas vraiment présent dans la classe de mathématiques. Cela permettrait aux mathématiques d'avoir un aspect moins « binaire » (matière suivie d'exercices) et amènerait un plus grand intérêt chez les élèves.

En ce sens, comme exposé en partie plus haut, Louis explique que l'histoire des mathématiques vient justifier l'utilisation de nos méthodes modernes, et souligne ainsi certains bénéfices plus didactiques de l'histoire. Cependant, cet avantage de l'utilisation de l'histoire amène aussi des implications en ce qui a trait à la relation des élèves avec les mathématiques. Pour exposer davantage son idée, Louis donne un exemple provenant de son vécu :

Dans mon stage, j'ai enseigné les preuves, tu sais, sur les triangles semblables, les triangles isométriques et les relations métriques. Les élèves, ça chialait beaucoup. Pourquoi fait-on cela (affirmation/justification)? Maintenant que j'ai fait un cours d'histoire, avoir présenté une preuve comme Euclide présentait sur des affaires vraiment simples, prises pour acquises par la plupart des élèves. De montrer cela aux élèves et de dire : voici à quoi ressembleraient des preuves sans méthode commune, mettons. Haa... OK je comprends peut-être plus pourquoi on fait un tableau de même. Je comprends que le prof s'il doit corriger 42 élèves, bien... il veut peut-être une méthode. Juste le dire aux élèves parfois ce n'est pas suffisant. L'expérience c'est un bon enseignant aussi.

Nous pouvons remarquer que, pour Louis, l'histoire peut venir répondre à des questions « classiques » d'élèves comme : pourquoi on fait cela comme ça ? À quoi ça sert ? Sommes-nous vraiment obligés de faire cela ? Ils seront alors plus enclins à reconnaître l'importance d'avoir une certaine rigueur mathématique pour permettre aux autres de bien comprendre leurs démarches mathématiques.

Pour terminer, Louis justifie le fait que d'humaniser les mathématiques en discutant d'aspects historiques en classe permettrait d'avoir une meilleure gestion de classe. Les élèves se montreraient alors plus « positifs » envers les mathématiques et plus « compréhensifs » envers leurs difficultés en mathématiques en se rendant compte que des humains ont travaillé sur ces mathématiques et qu'elles ont évolué au travers de ce travail. Cette compréhension des mathématiques permettrait d'inciter les élèves à faire plus d'effort en classe et ferait en sorte qu'ils stigmatisent moins leurs difficultés en mathématiques. De plus, Louis précise que des mathématiques rendues plus humaines par l'histoire sont plus faciles à apprendre que des mathématiques « mortes ». Humaniser les mathématiques amène donc un climat de classe plus positif en plus d'améliorer l'implication des élèves et de faciliter leur compréhension des mathématiques.

4.1.2 Les manières envisagées pour son intégration

En ce qui concerne les manières envisagées pour intégrer l'histoire, Louis les relie majoritairement autour d'un point, celui de projets. Cette idée provenant du fait qu'il a lu plusieurs articles (p. ex. Barabe et Proulx, 2017)⁹ concernant l'intégration de projet en classe de mathématiques par le biais de l'informatique et de la programmation. Il a alors été emballé par cette idée de projet, sans pour autant être convaincu des outils, la programmation et l'informatique, utilisés par les auteurs. Nous pouvons en déduire, au courant des différentes rencontres avec Louis, que la difficulté d'accès de l'informatique et la programmation, ainsi que les outils nécessaires et les compétences à développer pour les effectuer en classe, semblent être les causes desquelles il garde des réserves selon les propos recueillis dans ces textes.

⁹ Dans cet article, les auteurs discutent des idées de projets qui sont formulés par Seymour Papert, un mathématicien, informaticien et épistémologue sud-africain. Ce sont donc les idées de Papert qui sont à l'origine des questionnements de Louis.

Louis cherchait alors à baser l'idée de projet sur de nouveaux outils, et l'histoire semblait pour lui très propice. Il justifiait cela par l'idée que le projet doit permettre de s'investir dans une tâche complexe pour plusieurs cours, permettant aux élèves de se montrer créatifs. Comme discuté plus haut, ce sont des points que Louis considère possibles grâce à l'introduction de l'histoire, entre autres, à partir de l'utilisation d'artéfacts historiques. De plus, Louis compare régulièrement les autres cours concernant les autres matières du secondaire avec le cours de mathématiques. Pour lui, le cours de mathématiques est l'un des seuls où il n'est pas vraiment possible de construire soi-même quelque chose et de suivre l'évolution de ce travail, puisque le cours se limite souvent à la passation d'exercices sur une très courte durée. C'est pour ces différentes raisons que Louis trouve que les projets en mathématiques sont essentiels à l'apprentissage des élèves et que, pour les réaliser, il n'entrevoit, pour l'instant, qu'une seule avenue : relier les projets à l'histoire. Louis précise que ces projets ne seront pas nécessairement aussi longs que ce qui est proposé initialement par Papert, mais devront se dérouler sur quelques cours minimalement. Il est important de noter que Louis suivait un cours à la maîtrise en didactique des mathématiques et c'est à partir de textes qu'il a lus dans le cours que l'idée a émergé.

Par la suite, Louis expose plusieurs façons d'intégrer l'histoire qui amènent alors différentes façons de mener un projet historique en classes de mathématiques. D'abord, il propose d'utiliser des artéfacts historiques¹⁰ pour permettre aux élèves de « mimer » le travail des mathématiciens d'autrefois. De cette manière, les élèves se plongeraient dans une vraie activité de résolution de situation problème dans laquelle ils auront la possibilité de produire des mathématiques. Cette production de mathématiques est

¹⁰ Les artéfacts historiques que connaît actuellement Louis se résument à ceux vus et travaillés dans le cours d'histoire des mathématiques détaillés à la section 3.4.2 et il ne les considère pas tous utilisables dans les classes du secondaire. Justement, à la section suivante, Louis critique se manque de ressources historiques. Nous y reviendrons.

essentielle selon Louis pour amener des apprentissages signifiants et importants chez les élèves. Pour ce faire, il faut alors laisser les élèves manipuler ces artefacts pour qu'ils soient en mesure de reproduire le travail du mathématicien en passant par des étapes de déductions similaires à celui-ci. De ce fait, les élèves exploreront de manière authentique les mathématiques puisqu'ils découvriront eux-mêmes certaines façons de résoudre, mais aussi ils vont construire leurs propres démarches et raisonnements. Bien entendu, il sera important que les artefacts utilisés, par exemple un texte historique ou un artefact ancien, soient adaptés au niveau des élèves en s'assurant de travailler des concepts similaires à ce qui est attendu pour le groupe scolaire concerné. De plus, il est important que ce travail se fasse autour d'un centre d'intérêt pour les élèves. De cette façon, ils seront investis dans la tâche et celle-ci les amènera à se poser des questions concernant les mathématiques impliquées. Ces questions seront réinvesties dans leur propre travail puisqu'ils devront essayer de déduire et de répondre aux questions qu'ils se poseront lors de la production de mathématiques.

Louis détaille aussi davantage le fait que le travail historique dans le cadre de projets ne serait pas exclusivement fait autour d'artefacts historiques. Par exemple, il propose que les anecdotes historiques puissent servir à contextualiser et discuter de sujets mathématiques abordés dans le projet. Pour ce faire, les anecdotes seraient utilisées de manière assez profonde, dans l'idée de placer les apprenants dans une disposition réflexive en se montrant ouverts à ce que vivaient les personnes travaillant sur l'artefact historique de l'époque. Pour ce faire, une discussion entourant les événements importants qui peuvent expliquer la provenance de l'artefact ou encore le contexte historique du mathématicien serait fait en portant une attention particulière à bien situer ceux-ci dans leur époque respective. Ainsi, Louis propose de faire une mise en contexte similaire à ce qu'il a vécu dans le cours d'histoire des mathématiques où il était question de placer les étudiants dans le contexte historique de l'époque en discutant d'aspects sortant de la sphère classique des mathématiques (voir la section 3.4.2 pour plus de détails sur le fonctionnement du cours d'histoire des mathématiques).

Cependant, Louis reste tout de même quelque peu hésitant envers cette mise en contexte. Il explique que, dans la classe de mathématiques, nous n'avons pas toujours le temps pour effectuer cette mise en contexte et l'enseignant n'a pas toujours les atouts/compétences pour bien l'effectuer. Comme il le précise :

Parce que pour être honnête, je ne me sens pas nécessairement habile à raconter la vie d'Euclide. Moi je suis limité dans ma formation, mais pas juste ma formation, mais dans mes compétences. Je ne pense pas qu'un enseignant de mathématique c'est nécessairement un bon enseignant d'histoire.

Pour cette raison, Louis propose que le travail historique puisse être une porte d'entrée au travail multidisciplinaire. L'enseignant d'histoire, beaucoup mieux outillé pour le faire, pourrait alors contextualiser l'époque, le milieu culturel et tous les éléments essentiels à la discussion et au travail mathématique entourant un certain artefact historique. Ainsi, le cours d'histoire viendrait contextualiser pour que, lors du cours de mathématiques, les élèves puissent vivre les mathématiques de façon authentique en ayant déjà le contexte historique à l'esprit.

Cet aspect de contextualisation des mathématiques ne serait pas nécessairement toujours présent lors des différents projets proposés par Louis. Pour lui, il est surtout important de bien contextualiser le sujet, à partir d'anecdotes, lorsque les élèves sont confrontés à des artefacts dépaysants et qui ne concordent pas avec ce que l'on connaît aujourd'hui.

D'un autre côté, Louis explique que l'important n'est pas que les élèves soient confrontés explicitement à l'histoire des mathématiques, mais plutôt que l'enseignant soit conscient qu'il l'utilise. Il explique justement qu'au courant de son programme de formation à l'enseignement, plusieurs cours de didactique discutaient d'éléments historiques. Par exemple, ils ont observé différentes numérations anciennes. Cependant, dans la majorité des cas, le professeur n'exposait pas explicitement le fait qu'il discutait

d'aspects historiques et donc ne contextualisait pas le sujet mathématique dans son époque. Il explorait plutôt cette numération pour en comprendre le sens sans savoir vraiment qu'ils discutaient d'éléments historiques. Cette façon de présenter les concepts historiques reste, pour Louis, un aspect central. Il est important que l'enseignant soit conscient de son utilisation, mais pas nécessairement que l'élève le soit aussi. Cette façon de faire permettrait alors de simplifier l'utilisation de l'histoire et d'en tirer profit, et ce, sans pour autant rendre l'enseignement plus complexe et long.

Pour terminer, Louis expose une structure possible du travail à effectuer par les élèves concernant son idée de projet se basant quelque peu sur l'ACODESA¹¹ (apprentissage collaboratif, débat scientifique, autoréflexion et institutionnalisation), qui est une méthode proposant un certain milieu d'apprentissage pour les élèves, présentée dans certains cours de didactique lors de son programme d'étude. Cette dernière est décrite comme permettant « un apprentissage dans un environnement d'enseignement socioculturel » (Hitt et Quiroz Rivera, 2019, p. 75). Cette façon de faire se base sur différentes phases de résolution d'une activité mathématique. Louis en retient quelques-unes dans ses propos. Dans un premier temps, l'élève travaille seul sur le problème pendant quelques minutes. Cela lui permet de s'appropriier le problème et de le comprendre. Par la suite, il se retrouve jumelé avec un collègue et ils travaillent conjointement pour effectuer l'activité. Un retour en groupe est prévu où les différentes équipes peuvent exposer leur résolution et des discussions de groupe sont alors engendrées. Ces différentes phases se dérouleraient sur plusieurs cours, principalement en ce qui a trait à la résolution en équipe.

¹¹Pour en apprendre davantage, voir (Hitt *et al.*, 2017) qui expose une recherche utilisant l'ACODESA ou encore (Hitt et Quiroz Rivera, 2019) qui détaille les différentes étapes de cette méthode d'enseignement (p.82).

Malgré l'enthousiasme que Louis manifeste concernant l'idée d'intégrer l'histoire sous forme de projet, il est important de mentionner qu'il entretient tout de même aussi des réticences. En particulier, il ne considère pas avoir tous les outils pour être en mesure d'encadrer ses élèves de la bonne façon. Il précise le tout en expliquant que :

J'ai encore des réticences à intégrer les projets en soi. Dans le sens que je ne saurais pas comment intégrer un projet même un projet avec l'informatique qui est plus documenté. Ça serait quand même tout un travail. Tu sais, il n'y en a pas beaucoup qui ont été faites. Donc, les projets en général, j'ai de la misère encore. C'est certain que je ne suis pas encore dans le milieu et je ne me considère pas encore tant expérimenté que cela.

Au travers des sections précédentes, nous avons pu apercevoir déjà quelques réticences de Louis envers l'introduction de l'histoire dans les classes de mathématiques du secondaire. Nous allons maintenant les détailler davantage et les catégoriser dans la section suivante.

4.1.3 Les réticences entretenues envers son intégration

Louis mentionne plusieurs réticences quant à l'introduction de l'histoire tout au long de son entrevue. Il semblait souvent naturel pour lui de discuter des contraintes entourant cette intégration lorsqu'il discute d'aspects concernant les raisons de son introduction ou encore la façon de l'intégrer. Pour cette raison, certains éléments concernant ses contraintes (par exemple le manque de compétences en histoire pour les enseignants de mathématiques) ont été exposés plus haut. Dans cette section, nous allons tenter de synthétiser les propos de Louis et de réunir les différentes réticences discutées.

Dans un premier temps, Louis n'est pas toujours très positif envers l'utilisation d'anecdotes historiques. Il ne trouve pas qu'elles sont mauvaises ou ne devraient pas être utilisées dans les cours de mathématiques. Cependant, il a souvent l'impression que les enseignants de mathématiques se réduisent à l'utilisation de courtes anecdotes

historiques qui n'apportent pas d'enrichissement aux concepts mathématiques présentés outre le fait d'amener un peu d'intérêt de la part de certains élèves. Il craint alors de réduire le potentiel de l'histoire à ce type d'activité.

En effet, Louis précise que pour lui, il y a de plus gros enjeux à prendre en compte entourant l'introduction de l'histoire. Il soulève alors deux enjeux majeurs qui, selon lui, viennent influencer la relation des enseignants de mathématiques avec l'histoire : le temps et le curriculum. Ces deux enjeux amènent par la suite à la formulation de différentes réticences mineures comme celle exposée concernant les anecdotes historiques. Ces deux éléments sont même interreliés puisque le programme demande de faire un apprentissage de beaucoup de concepts en peu de temps. Louis vient même à retenir que la plus grande contrainte concernant l'utilisation de l'histoire est le curriculum. Comme il explique :

Elles sont liées ces deux contraintes-là. Mais le programme demande de faire beaucoup d'apprentissages en très peu de temps finalement. Donc je pense que c'est ça la principale réticence qu'on peut avoir plus que les anecdotes mêmes. Puis c'est peut-être même ce qui explique finalement pourquoi on se réduit à des anecdotes.

Nous comprenons alors que la réticence principale de Louis pour intégrer l'histoire des mathématiques est la façon dont est construit le curriculum, en bonne partie puisqu'on demande d'apprendre beaucoup de concepts en très peu de temps. Les enseignants n'ont alors pas beaucoup de marge de manœuvre pour intégrer des projets historiques sur une plus longue durée et ainsi laisser les élèves découvrir par eux-mêmes les concepts en reproduisant le travail des mathématiciens qui est de produire des mathématiques. Cela vient aussi réduire le temps possible accordé à contextualiser historiquement les sujets mathématiques, ce qui vient faire en sorte qu'il faut choisir les éléments qu'on veut contextualiser. Louis ajoute qu'il n'a jamais vu un enseignant qui a eu un surplus de temps lors de son année scolaire :

Tu sais, moi, je n'ai eu qu'un enseignant dans toute ma carrière au secondaire qui a eu plus de temps à la fin de l'année et j'ai vu des matrices en secondaire 5 puis c'était la grosse affaire et c'est tout. Personne n'a eu trop de temps à la fin de l'année en mathématiques. Je n'ai jamais entendu parler de cela sauf cette fois-là. Donc je ne suis pas libre quant à mes décisions avec ce que je veux que les élèves apprennent. Donc cela me contraint de rejeter certains textes/artéfacts/projets pour enseigner d'autres affaires qui n'ont pas nécessairement un texte/artéfact/projet utilisable.

Toujours dans la même idée, nous avons alors demandé à Louis s'il pensait que sa façon d'intégrer l'histoire et donc la mise en place de projets, malgré le fait qu'elle soit plus longue que de faire un enseignement plus classique (exposés magistraux suivis d'exercices), ne serait pas plus efficace et qu'il gagnerait ainsi du temps sur l'apprentissage des élèves puisque celui-ci serait plus signifiant. Louis rétorque :

Honnêtement, peut-être. En même temps, pour être honnête, je n'ai jamais piloté une année scolaire au complet non plus. Déjà piloter une année scolaire c'est un monstre à l'étape où j'en suis. Probablement où tu en es aussi. Donc, c'est déjà quelque chose qu'on regarde et qu'on se dit : comment je vais faire ça ? Donc, c'est un peu prendre un « leap of faith » que j'appelle pour essayer de faire ça. Il faut que tu te fasses confiance en maudit et que tu sois capable de te rattraper si ça ne marche pas. Donc peut-être. Ça pourrait.

À partir de ses propos, nous sentons que Louis croit effectivement possible que le temps investi dans les projets mathématiques puisse être favorable, puisque les apprentissages effectués à partir de ceux-ci seraient plus signifiants. Cependant, comme étudiant finissant à l'université, n'ayant jamais enseigné une année complète, il ne se fait pas encore assez confiance pour l'essayer puisqu'il redoute le retard qu'il pourrait accumuler.

En plus de ce manque de temps en classe, Louis explique qu'il n'est pas toujours évident pour les enseignants dans leur temps hors enseignement de préparer le matériel nécessaire pour construire des projets, en plus d'acquérir les compétences nécessaires

pour bien aborder les aspects historiques des mathématiques avec les élèves. Comme mentionné plus tôt, Louis ne croit pas que ce sont tous les enseignants de mathématiques qui ont les habiletés pour expliquer et raconter correctement des éléments historiques. Ainsi, les enseignants de mathématiques devront donc investir beaucoup de temps pour préparer tout ce contenu à présenter.

Pour continuer autour de cette grande contrainte qu'est le curriculum, Louis explique que les projets ne sont pas toujours intégrables à cause des concepts et processus qu'on demande aux élèves d'acquérir dans le PFEQ. Il y a donc un choc entre le curriculum et les idées de projets de Louis. Comme il l'expose bien :

Dans les projets, le but c'est de faire une exploration et que les élèves se posent des questions et répondre à leur problème. Mais on s'entend qu'il y a un curriculum et ils doivent faire tel apprentissage à tel moment. Donc je ne peux pas juste jeter le curriculum par la fenêtre et dire on va répondre à vos questions. On va faire vos problèmes et on va faire vos apprentissages. Donc, dans toute l'idée de projet il y a aussi des notions qui confrontent la réalité quoi!

Pour ajouter à ce point, Louis précise aussi que ce n'est pas toujours évident de trouver un artefact historique qui permet de travailler une certaine notion en accord avec le curriculum. Il y a donc certains sujets mathématiques qui ne se prêtent pas vraiment à un travail entourant un artefact historique ou dans le sens inverse, certains artefacts historiques intéressants qui n'invitent pas vraiment à travailler des concepts mathématiques provenant du curriculum. De fait, Louis explique qu'il a l'obligation de suivre et d'enseigner les différents concepts présentés dans le curriculum même s'ils ne sont pas abordables d'un point de vue historique. Cela l'empêche alors de faire découvrir certains éléments historiques qui sont hors programme qu'il trouve intéressant, à moins qu'il ait un surplus de temps. Malgré tout, comme discuté plus haut, Louis ne croit toujours pas qu'il soit vraiment possible d'avoir ce surplus de temps avec la tâche qui est demandée en enseignement des mathématiques au secondaire.

Cela dit, Louis croit fermement qu'il serait nécessaire que le PFEQ propose des ressources historiques aidant ainsi l'enseignant à se renseigner et à trouver des éléments historiques pertinents pour différents sujets. Pour lui, ce manque d'information dans le programme est aussi l'une des causes principales des réticences qu'il entretient envers l'introduction de l'histoire dans les cours de mathématiques du secondaire.

Enfin, Louis expose certains éléments qu'il considère plutôt comme des difficultés ou encore des éléments auxquels il n'a pas vraiment réfléchi plutôt que des réticences concrètes. Il souligne d'abord que l'introduction de l'histoire ne permettrait pas de donner des devoirs simples à faire à la maison pour les élèves. Louis croit fermement à l'utilité des devoirs en proposant des exercices qui permettent de revenir sur ce qui a été travaillé lors du cours. Ces exercices doivent cependant être raisonnables et ne pas prendre trop de temps pour les élèves. C'est donc la partie qui l'inquiète un peu plus avec l'approche historique : comment adapter les devoirs pour suivre ce qui est fait en classe ? Il termine en précisant : « je ne saurais pas trop quoi faire avec les devoirs, mais en même temps ce n'est pas vraiment, ouais c'est une réticence, mais c'est plus une affaire que je n'ai pas vraiment réfléchi qu'une affaire qui va m'empêcher de le faire. »

Il suggère ensuite que ce ne sont pas tous les types d'enseignement ou séquences d'enseignements qui permettent d'intégrer l'histoire. Pour lui, il voit plutôt un avantage intéressant de placer l'histoire en fin de séquence d'enseignement sur un sujet permettant ainsi d'effectuer une activité exploratoire pour consolider les apprentissages. Cependant, Louis explique que dans les différents cours de didactique suivis à l'UQAM, la séquence d'enseignement qui semble plutôt valorisée est de placer une activité exploratoire au début de l'enseignement, pour ensuite continuer avec un enseignement plus explicite, des exercices et finalement l'examen. Comme il précise :

Souvent la didactique type, c'est qu'on fait une activité d'exploration, on découvre un peu le sujet et ensuite on fait une séquence plus d'enseignement explicite ou on apprend ce qu'il faut apprendre et ensuite on fait des exercices pour arriver à l'examen.

Cette façon de travailler les mathématiques exposées dans les cours de didactique et préconisée dans les cours universitaires concorde plus ou moins bien avec sa vision concernant l'utilisation de l'histoire.

4.1.4 Synthèse globale et profil général

Dans cette synthèse, nous allons chercher à mettre en relation les différents éléments mentionnés par Louis pour être en mesure d'avoir un profil général sur sa relation avec l'histoire des mathématiques. De cette manière, il nous sera possible de décrire, en termes de tensions entre la zone de développement proximal, de mouvement libre et d'action promue, vécues par Louis à titre d'enseignant-apprenant en lien avec l'introduction de l'histoire des mathématiques.

Pour commencer, nous voyons rapidement dans les propos de Louis qu'il voit un potentiel réel à intégrer l'histoire des mathématiques. Il croit fermement en son utilité que ce soit par des aspects didactiques ou motivationnels. Sans avoir montré d'intérêt préalable à l'histoire avant de suivre le cours d'histoire des mathématiques et de participer à ma recherche, il semblait *à priori* ouvert et réceptif à toute façon d'enseigner qui permettrait aux élèves de construire eux-mêmes leur connaissance à partir de projets ou d'activités. Ces activités devraient, selon lui, leur permettre de réfléchir et travailler à long terme sur un sujet. Ceci suggère que les croyances de Louis entourant l'enseignement des mathématiques sont principalement forgées autour d'une perspective dans laquelle les élèves peuvent et doivent se questionner et s'investir dans une tâche complexe. Ainsi il nous apparaît que la ZPD (Zone proximale de développement) de Louis, qui est basée sur ses croyances et ses convictions d'enseignant et qui influencent ses possibilités de développement professionnel,

semble suggérer que Louis aurait des prédispositions pour lui permettre de vouloir utiliser l'histoire des mathématiques, puisque l'histoire permet de s'investir dans une tâche cognitive complexe et sortant de l'ordinaire.

Lors des différentes phases de notre recherche, il a été possible de remarquer que Louis s'investissait complètement dans les activités qui lui étaient proposées. Il semblait vouloir trouver comment bien intégrer l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire en fonction des différents avantages qu'il soulevait de l'histoire. Il a alors ressorti plusieurs idées originales qui ne provenaient pas d'éléments exposés explicitement par les différents cours universitaires reçus. Ainsi, Louis ne se limitait pas à sa ZPA (Zone de l'action promue) universitaire, qui regroupe toutes les connaissances/compétences auxquelles il a été initié lors de ses cours universitaires. Il cherchait vraiment à développer davantage ses outils historiques en réfléchissant aux manières d'intégrer l'histoire des mathématiques. De fait, cet investissement montre une fois de plus l'apport positif de ses croyances et convictions (ZPD) pour l'intégration de l'histoire.

Cependant, lors des différents propos entretenus par Louis, nous pouvons ressentir que les éléments de sa ZPA universitaire ont influencé sa façon de voir et de penser l'histoire, principalement en ce qui a trait au cours d'histoire des mathématiques. Par exemple, Louis porte un intérêt particulier à situer historiquement un artéfact historique avant d'en faire l'exploration avec les élèves, principalement quand celui-ci est éloigné de nos mathématiques d'aujourd'hui. Cet élément reflète directement ce qu'il a vécu dans le cours d'histoire des mathématiques où il était question de discuter de l'époque avant de travailler un texte historique (voir section 3.4.2). Cette influence universitaire dans le développement de ses compétences entourant l'histoire se fait aussi un peu sentir avec les autres cours suivis au programme, mais seulement après avoir vécu le cours d'histoire. Nous pouvons voir que la réflexion engendrée par notre recherche et le cours d'histoire lui font réaliser les aspects historiques parfois développés et

travaillés dans les autres cours, aspects qu'il n'avait pas constatés avant notre entrevue individuelle. Malgré tout, Louis a exposé le fait qu'il ne se sent pas totalement outillé pour enseigner l'histoire des mathématiques et que certains cours du programme ne suivent pas totalement les idées qu'il propose pour introduire l'histoire. Nous comprenons alors que, selon lui, sa ZPA universitaire n'est pas suffisante pour développer tous les compétences, connaissances et outils nécessaires pour intégrer l'histoire. Sa ZPA universitaire reste tout de même une influence positive sur le développement de ses compétences historiques, mais surtout pour enclencher une réflexion approfondie sur comment intégrer et utiliser l'histoire.

De l'autre côté, à ce qui a trait à sa ZPA professionnelle, qui contient toutes les connaissances/compétences développées lors de son insertion professionnelle (par exemple ses stages), nous voyons rapidement qu'il n'a pas une influence positive sur le développement de la sphère historique de Louis. À plusieurs occasions, Louis a exposé le fait que l'histoire n'est pas du tout discutée dans les milieux professionnels qu'il a côtoyés et qu'il croit que les enseignants de mathématiques du secondaire ne sont majoritairement pas intéressés par l'histoire. Cette absence vient alors réduire les possibilités de développement concernant les connaissances en lien avec l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage de Louis puisqu'il n'a pas eu la possibilité de voir concrètement la mise en place de l'histoire dans une classe du secondaire sans oublier le fait qu'il croit que les autres enseignants de mathématiques ne sont pas intéressés par l'histoire. Cette perception du manque d'intérêt de la part des autres enseignants n'incitera pas Louis à discuter de ses idées en lien avec des sujets historiques. Cette absence de discussion avec d'autres professionnels enseignants nuit donc au développement de ses idées et de la mise en route de l'introduction de l'histoire dans son enseignement puisqu'il ne se sent pas soutenu dans cette intégration.

En plus de cela, la ZFM (zone de mouvement libre) de Louis, qui regroupe les éléments extérieurs à l'enseignant et qui influence les ressources disponibles et ce qu'il considère

comme permis de faire, vient mettre un frein à ses envies d'essayer d'intégrer l'histoire. À plusieurs reprises, nous sentons la pression qu'engendre le programme et le manque de ressources entourant Louis lorsqu'il intégrera le milieu professionnel. Concernant le programme, il insiste d'abord sur le fait qu'il demande de faire beaucoup d'apprentissages en très peu de temps. Dû à cette implication, il ne peut se permettre de « perdre » du temps sur des concepts qui ne font pas partie du programme. Dans sa vision de l'introduction de l'histoire, il semble obligatoire de passer par certains concepts ou activités qui dépassent le cadre académique prescrit. De fait, il exprime clairement cette crainte de « gaspiller » du temps précieux sur des éléments qui ne sont pas au programme et ainsi manquer de temps pour terminer les contenus à enseigner. Toujours dans cette lignée, le fait que les concepts proposés dans le programme ne se rattachent pas toujours à des éléments historiques est un autre point important dans son discours. Il a de la difficulté à visualiser comment intégrer les concepts à enseigner avec des activités historiques. Le manque de ressources sur ce sujet dans le milieu professionnel, ainsi que dans le programme, nuit de façon significative à ses envies d'intégrer l'histoire dans ses cours de mathématiques. Bien entendu, Louis est conscient de certaines façons d'intégrer l'histoire dans ses classes du secondaire qui sont plus accessibles dans les conditions actuelles de l'enseignement des mathématiques (par exemple, les anecdotes historiques). Cependant, Louis ne voit pas l'intérêt d'introduire l'histoire avec ce type d'activités qu'il ne considère pas suffisamment signifiante pour l'apprentissage des élèves. De fait, avec l'implication de ses croyances personnelles sur l'enseignement (ZPD) qui ne correspond pas, selon ses propos, à son environnement (ZFM), il devient très difficile d'intégrer l'histoire des mathématiques dans cette disposition.

Pour résumer, nous croyons que Louis a le désir et les prédispositions pour s'intéresser à acquérir les compétences et connaissances nécessaires en plus de développer des outils pour introduire l'histoire des mathématiques en classe du secondaire. Malgré l'apport positif de l'université et le développement d'idées engendrées dans ce contexte,

Louis ne semble pas avoir encore les outils qui lui semblent nécessaires pour intégrer l'histoire, principalement dû au manque de pratique concrète de cette utilisation en classe de mathématiques. L'absence complète du développement historique provenant de ses expériences professionnelles, ainsi que les multiples limitations que cause la situation de l'enseignement des mathématiques au secondaire font en sorte de créer des tensions entre ces différentes zones. Ce désir d'intégrer l'histoire comme une activité complexe sous forme de projet à long terme ayant des implications didactiques importantes (ZPD) n'est donc pas suffisamment supporté par le milieu qu'il va intégrer (ZFM) en plus de ne pas avoir été travaillé suffisamment lors de ses différents développements professionnels (ZPA) pour venir contrer le manque de support du milieu.

Somme toute, il est important de mentionner que la participation à notre projet de recherche semble avoir permis à Louis d'effectuer un pas de recul concernant les connaissances/compétences acquises préalablement lors de ses cours universitaires. Cet écart lui a alors permis de mieux réfléchir, de façon plus authentique, au potentiel de l'histoire, mais aussi à ses croyances personnelles sur l'enseignement. Cette réflexion lui a permis de ressortir des idées plus concrètes lui permettant de développer des outils pouvant l'aider et l'influencer à introduire l'histoire dans son enseignement. Comme l'expose Louis :

C'est à travers ta recherche que j'ai réfléchi aux idées. C'est dans la dernière rencontre que j'ai fait le rapprochement entre l'histoire et les projets. J'ai même intégré cela dans mes travaux finaux. Non non. C'est sûr que ta recherche m'a fait réfléchir à cela de manière plus authentique.

Pour terminer, voici un tableau résumé de l'influence de chacune des zones de Louis qui décrit sa relation avec l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage :

Tableau 4.1 Résumé de l'influence des différentes zones de Louis concernant l'introduction de l'histoire des mathématiques dans la classe du secondaire.

	Zone proximale de développement (ZPD)	Zone de mouvement libre (ZFM)	Zone de l'action promue universitaire (ZPA)
			(ZPA) professionnel
Influence sur la relation avec l'histoire	Positive	Négative	Généralement positive
			Négative (Absente)
Résumé de l'influence de la zone	Les croyances et l'ouverture d'esprit envers l'histoire de Louis font en sorte qu'il est très réceptif à intégrer l'histoire des mathématiques, mais aussi à peaufiner son apprentissage autour de ce sujet. Cependant, il est important que l'histoire soit investie dans l'idée de permettre un apprentissage des mathématiques dans lequel les élèves sont investis dans une tâche complexe qui leur permet de réfléchir et se questionner.	Les attentes du programme quant à la formation des élèves du secondaire en mathématiques nuisent à la mise en pratique et au développement des idées exposées par Louis. Le manque de temps, de ressources à sa disposition et les contenus à enseigner sont les éléments principaux nommés par Louis.	<p>Le cours d'histoire des mathématiques a permis à Louis d'exploiter et développer ses compétences concernant l'histoire et prendre conscience du potentiel historique exposé dans ses anciens cours suivis au programme de formation à l'enseignement. Cependant, certains éléments exposés dans ces cours viennent à l'encontre de certaines idées présentées par Louis.</p> <p>Louis n'a pas été en contact avec l'histoire lorsqu'il a été exposé au milieu professionnel. Il n'a donc vu aucun enseignant de mathématiques montrant de l'intérêt pour ce sujet.</p>

4.2 Analyse des témoignages et des réflexions de Charles quant à l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire

4.2.1 Le potentiel de son utilisation

Charles a mentionné plusieurs arguments, souvent reliés à certains grands thèmes, pour mettre en évidence le potentiel qu'il perçoit de l'histoire des mathématiques. Nous allons décrire ces raisons en les catégorisant sous les aspects didactiques, motivationnels et de développement plus global.

En ce qui concerne les aspects didactiques, Charles suggère que l'histoire permet d'interpréter les mathématiques d'une nouvelle façon. Au contact de l'histoire, les élèves s'engageraient dans un processus réflexif différent de celui proposé initialement dans les classes du secondaire, puisque les réflexions historiques ne correspondent, généralement, pas exactement aux réflexions modernes. Ce nouveau processus réflexif devrait permettre une compréhension approfondie des concepts en jeu principalement pour les élèves ayant des difficultés avec l'approche et les réflexions plus modernes et classiques. Justement, en observant l'histoire et les réflexions des mathématiciens, Charles soulève aussi que nous pouvons observer que le but premier de ceux-ci est de généraliser des concepts mathématiques en reliant les différents domaines des mathématiques ensemble pour y arriver. En rendant les élèves conscients de cette situation et en leur présentant ces réflexions, les élèves effectueront moins la séparation entre les différents domaines des mathématiques (géométrie, algèbre, arithmétique, etc.). Charles discute de cet apport de l'histoire puisqu'il remarque que, souvent, les élèves ont tendance à utiliser qu'un seul concept mathématique à la fois et qu'ils ne se rendent pas nécessairement compte de l'interrelation que peuvent avoir ces concepts. L'histoire permettrait donc aux élèves de développer une certaine capacité à relier les domaines mathématiques et ses différents concepts ensemble.

Toujours à travers l'exploration du processus réflexif du mathématicien, Charles observe que l'histoire permet de donner du sens aux méthodes présentées en classe. Pour lui, il arrive souvent que les élèves du secondaire ne fassent qu'appliquer une méthode sans jamais vraiment la comprendre et sans pouvoir donner du sens à chaque étape effectuée. Comme l'expose bien Charles :

Si je repense à moi, par exemple, je me concentrais souvent sur appliquer la méthode qu'on m'avait présentée sans réellement la comprendre, mais plutôt juste que je le sais qu'en faisant ces étapes-là je vais arriver à la réponse.

En observant alors des démarches historiques, les élèves se rendraient compte que les démarches effectuées par les mathématiciens sont parfois très longues ou difficiles, mais que cette démarche avait du sens pour le mathématicien. Cette présentation permettrait peut-être de mener à une prise de conscience de la part des élèves sur l'importance d'utiliser une méthode qu'ils comprennent plutôt que de recopier seulement un processus appris par cœur. Charles justifie cette nécessité en expliquant que de recopier une méthode apprise par cœur n'est pas faire des mathématiques :

Parfois, on utilise une méthode qu'on nous a présentée sans être sûr qu'elle fonctionne, mais c'est juste parce que c'est celle-là qu'on nous a montrée. Donc si je fais ces étapes-là je devrais arriver à la bonne réponse, mais ce n'est pas ça, selon moi, faire des mathématiques. C'est juste suivre une recette.

Du même coup, cette façon de faire permettrait aussi possiblement de développer l'esprit critique des élèves, en comparant les différentes méthodes entre elles. Charles précise que pour lui, développer l'esprit critique des élèves permet, entre autres, de faire prendre conscience de la rapidité ou de l'utilité d'une certaine méthode comparée à une autre. Il développe cet argument de cette manière :

Je parlais d'efficacité et d'utilité, cela, ça fait partie de l'un des objectifs mathématiques. Oui c'est d'avoir quelque chose qu'on est certain qui est vrai, mais c'est aussi d'avoir quelque chose qui va nous permettre de faire certaines tâches plus rapidement. Donc, si on y va plus d'un point de vue utilitaire, une formule, le fait d'avoir maintenant des symboles, nous permet justement de faire, de développer une réflexion plus rapidement et plus facilement compréhensible par d'autres personnes.

Pour donner un exemple possible d'élément travaillant l'esprit critique, Charles propose de comparer une méthode historique avec celle utilisée aujourd'hui pour observer les éléments efficaces, inefficaces ou complexes de ces méthodes.

Le dernier élément exposé par Charles en ce qui a trait aux aspects didactiques est l'idée que l'histoire amène un contexte culturel aux mathématiques d'aujourd'hui. Cela permettrait d'approfondir le sujet et de lui donner du sens en le rendant moins abstrait par l'observation de la façon dont il a été construit, mais aussi par les raisons qui ont amené à sa création.

Dans un second temps, certaines raisons exposées touchent davantage à la motivation des élèves. En discutant d'aspects historiques, Charles propose que nous rendions les mathématiques plus intéressantes pour l'élève et que ces aspects amènent davantage les élèves aimant l'histoire à s'impliquer dans les cours de mathématiques. De plus, cette motivation proviendrait aussi du fait que l'on expose le processus long et difficile qu'a dû faire le mathématicien pour arriver aux travaux effectués. Comme l'explique Charles lui-même :

J'ai l'impression que juste montrer le fait que ça a pris autant de temps se rendre à ce qu'on a aujourd'hui, ça pourrait faire comprendre à l'élève que c'est normal que ce genre de concepts là soit difficile à comprendre.

Enfin, l'histoire amènerait le développement de compétences plus générales et moins spécifiques de l'élève. Pour donner des exemples, Charles propose que l'histoire, si

elle est vue de façon plus ludique¹², permettrait de développer le raisonnement mathématique de façon globale. En effet, à partir de ces activités ludiques, l'élève pourrait être amené à développer des démarches qui sortent de l'ordinaire. Cela serait alors bénéfique pour sa compréhension générale des mathématiques puisqu'il devrait penser et réfléchir les mathématiques différemment qu'à partir d'exercices plus « classiques ». Charles insiste alors sur le fait de voir des mathématiques plus générales, puisqu'il n'y a pas seulement les mathématiques qui sont présentées dans le programme qui existent. Comme explique alors Charles :

Plus générale parce que je pense que le PFEQ, la liste qu'il présente n'est pas exhaustive. Ce n'est pas : voici toutes les mathématiques. Ce n'est pas de cette façon-là je pense que les élèves devraient penser que c'est. Il n'y a pas juste cela en mathématiques. Il y a beaucoup plus de mathématiques qui sont variées aussi.

4.2.2 Les manières envisagées pour son intégration

Charles a exposé plusieurs manières d'intégrer l'histoire. D'abord, il propose d'utiliser les artefacts historiques. Plusieurs types d'artefacts sont alors discutés. D'un côté, il y a la possibilité d'explorer des objets historiques, qui ne sont pas des textes à lire, reliés aux mathématiques. Ces objets seraient alors utilisés comme déclencheur servant à intéresser les élèves sur la façon dont ils fonctionnent et sur leur utilité historique. Pour donner un exemple, Charles discute d'un objet probabiliste, utilisé dans le monde grec qui servait à élire les membres du conseil prenant les décisions. Lors de cette exploration, des concepts mathématiques seront utilisés et proposés par les élèves qui tenteront de comprendre et d'analyser cet objet. Le second type d'artefact proposé est les textes historiques. Charles distingue alors deux façons de travailler les textes basés sur deux objectifs différents. La première consiste à traduire le texte historique avec les

¹² Cette façon d'aborder l'histoire dont parle Charles sera présentée à la section suivante.

élèves dans le but de comprendre et de se mettre dans la peau du mathématicien de l'époque. Pour ce faire, les élèves devraient comprendre, déduire et analyser les mathématiques qu'il contient. Cette activité exploratoire confronterait les élèves à un texte original et authentique. Bien entendu, Charles précise qu'il sera primordial de s'assurer de sélectionner des textes historiques accessibles pour les élèves ou de les adapter quelque peu pour qu'ils deviennent accessibles. Cette première façon de présenter les textes serait alors plus adéquate pour effectuer une activité découverte. La seconde façon de travailler les textes historiques serait que l'enseignant traduise le texte historique lui-même pour ressortir la démarche du mathématicien. C'est cette démarche traduite qui serait travaillée par les élèves. Le but étant simplement de présenter une démarche sortant de l'ordinaire et n'étant pas celle utilisée normalement dans les écoles secondaires. Ainsi, il sera possible de comparer cette démarche avec celle connue des élèves. Cette seconde méthode d'analyse des textes historiques serait effectuée principalement si le texte original est trop difficile ou encore si nous voulons approfondir un sujet mathématique. Comme l'explique Charles :

Si on veut approfondir un sujet mathématique, les élèves connaissent déjà la méthode. Donc l'idée ce n'est pas de leur faire découvrir un texte, de traduire un texte et d'en sortir une méthode. On veut qu'il se concentre juste sur la méthode et de la comparer avec une autre qu'ils possèderaient déjà.

Ensuite, une seconde proposition de façon d'intégrer l'histoire est de discuter du contexte historique qui entoure un sujet mathématique. Cette façon de faire serait principalement utilisée en début d'apprentissage et permettrait de donner un visage aux mathématiques d'aujourd'hui en exprimant, par exemple, les raisons derrière la découverte de ce concept mathématique ou encore son utilité ancienne. Sinon, il serait aussi possible de parler plus précisément d'un mathématicien en particulier et d'exposer certains éléments marquants de son vécu. Cela permettrait aux élèves

d'associer le mathématicien à ce qu'il a fait, mais aussi de voir les raisons qui l'ont poussé à devenir mathématicien et s'intéresser au(x) sujet(s) qu'il a développé(s).

Pour terminer, la dernière façon envisagée pour intégrer l'histoire est à partir d'activités ludiques historiques. Pour ce faire, Charles propose soit d'utiliser d'anciennes énigmes historiques ou encore d'aller se plonger dans des mathématiques plus récentes ayant certains développements plus étonnants et ludiques concernant certains objets de la vie courante. Il donne en exemple la théorie des nœuds, théorie sur laquelle il a effectué un travail dans le cadre du cours d'histoire des mathématiques. Cette théorie permettait de catégoriser les nœuds de différente façon. Charles détaille alors l'utilité de ce type d'activités en expliquant :

Il y a des concepts très simples de la théorie des noeuds qui peuvent être présentés seulement comme une activité pas nécessairement officielle, mais juste en fin de cours par exemple pour juste changer l'idée que les mathématiques c'est juste ce qu'on présente dans les manuels.

4.2.3 Les réticences entretenues envers son intégration

Charles a mis en évidence plusieurs éléments qui l'embêtaient en lien avec l'intégration de l'histoire dans les classes du secondaire. D'abord, il a toujours une certaine crainte de ne pas être suffisamment bien formé pour discuter de l'histoire. D'une part, il mentionne le fait que peu importe la méthode qu'il utiliserait pour enseigner, il aurait toujours certaines réticences puisqu'il croit qu'aucune méthode n'est totalement efficace. D'autre part, cette crainte est encore plus présente dans le cas de l'histoire puisqu'il a seulement suivi un cours universitaire sur le sujet, ce qui a pour effet qu'il ne se sent pas avoir développé par lui-même cette approche. Cependant, il croit que l'expérience devrait le rendre plus confiant à titre d'enseignant en général et donc aussi dans l'utilisation de l'histoire.

Dans la même lignée, Charles craint aussi de mentionner des faussetés concernant l'histoire, puisqu'il n'y a pas de source fiable indiquée clairement dans le programme de formation québécoise (PFEQ) ou encore dans les différents cours de son parcours universitaire. Il est cependant rassuré de savoir qu'internet est présent et qu'il est facile d'obtenir des informations sur différents sujets historiques. Il propose tout de même d'ajouter dans le PFEQ une liste de sources historiques pertinentes à consulter.

Ensuite, il est conscient que l'histoire demande plus de préparation que d'autres types d'enseignement plus classiques. Ainsi, il ne croit pas être en mesure d'intégrer l'histoire dans ses premières années d'enseignement dû à la lourdeur de la tâche principalement lorsque nous n'avons pas d'expérience dans le métier. Charles explique en disant :

C'est sûr que mes trois/quatre premières années d'enseignement ça ne va pas être ma priorité définitivement. Parce qu'il y a beaucoup d'autres priorités dans l'enseignement parce que oui, l'histoire a beaucoup d'utilité, mais ce n'est pas tout. Ça demande quand même un certain travail de préparation qui n'est justement pas fait par aucun des manuels. Le PFEQ nous donne peut-être quelques pistes, mais c'est assez vague.

C'est donc ce manque de matériel historique, la lourdeur de la préparation due à ce manque et peut-être un manque de confiance qui l'amène à être réticent envers l'intégration de l'histoire dans ses premières années d'enseignement.

Aussi, il explique qu'introduire l'histoire en classe n'est pas une approche commune dans les classes de mathématiques du secondaire. Les autres enseignants de mathématiques utilisent généralement des approches plus classiques ce qui ferait en sorte que l'élève serait confronté pour la première fois à ce type d'approche. De fait, Charles croit qu'il y a de grandes chances que les élèves se sentent déstabilisés et démotivés avec cette introduction puisqu'ils doivent effectuer un travail supplémentaire et différent qui n'était alors pas demandé avec les autres types

d'approches. Cela a pour effet de faire sortir les élèves de leur zone de confort. Ce travail met ainsi de l'avant des principes d'interprétations et de déductions mathématiques non développées jusqu'ici par les élèves.

Aussi, ce ne sont pas tous les élèves qui aiment l'histoire. Ainsi, certains élèves pourraient être désintéressés par ces cours historiques, malgré le fait qu'ils sont normalement intéressés par les mathématiques. Comme le résume bien Charles :

On dirait que c'est une épée à double tranchant. Dans le sens que l'histoire pourrait autant motiver plus d'élèves, mais aussi démotiver d'autres. Il y a des élèves qui ne veulent rien savoir de l'histoire. Peut-être qu'il aimait les mathématiques et là tu leur présentes cela historiquement et là ils vont moins aimer.

Finalement, Charles insiste beaucoup sur l'idée qu'il faut trouver une certaine façon d'amener les élèves à être impliqués dans une certaine activité qu'elle soit historique ou non. Il trouve que c'est ça le défi pour permettre un apprentissage significatif chez les élèves. Comme il l'explique :

je parlais de créer des activités qui sont motivantes pour les élèves puis surtout de nos jours c'est ça que je trouve qui est plus difficile. Oui on connaît plein de belles méthodes, si on présente cela à l'élève de cette façon-là il va suivre et il va bien comprendre. Mais, engager l'élève dans cette réflexion-là, je trouve que c'est ça qui est encore une difficulté qu'on n'a pas vraiment pu explorer sur comment engager l'élève dans la réflexion.

Ainsi, Charles craint que les activités proposées, d'un point de vue historique ou non, n'engagent pas l'élève dans un processus réflexif et ne le motive pas à réfléchir aux mathématiques. Il considère alors que s'il n'arrive pas à impliquer et intéresser l'élève, il ne sera pas en mesure de développer ses compétences mathématiques. De fait, s'il n'arrive pas à accrocher les élèves avec son approche historique durant ses premiers essais, il semble vouloir laisser tomber rapidement cette méthode pour en essayer d'autres qui pourraient accrocher davantage les élèves.

4.2.4 Synthèse globale et profil général

Dans cette synthèse, nous allons nous concentrer davantage sur la mise en relation des différents éléments décrits par notre participant Charles. De plus, tout comme dans la section 4.1.4 concernant la synthèse du profil de Louis, nous allons tenter de décrire en termes de tensions entre la zone de développement proximal, de mouvement libre et d'action promue, vécue par Charles à titre d'enseignant-apprenant en lien avec l'introduction de l'histoire des mathématiques.

D'abord, la première constatation frappante est que Charles s'intéresse grandement à l'histoire. Il a mentionné, lors de l'entrevue, qu'il a essayé, lorsqu'il devait construire une séquence d'enseignement ou un cours sur un concept mathématique lors des premiers cours du programme de formation à l'enseignement, d'intégrer l'histoire dans ses travaux par intérêt. Malheureusement, après avoir fait des recherches sur le sujet et avoir trouvé cela intéressant, il n'a pas été en mesure d'adapter les informations historiques pour les rendre pertinentes à l'enseignement de son concept. Nous voyons tout de même que la ZPD de Charles est prête et attentive à obtenir des informations sur l'histoire puisqu'il croit à la pertinence de celui-ci dans l'enseignement sans en avoir été incité par d'autres. Par la suite, un autre élément intéressant mentionné par celui-ci lors de l'entrevue individuelle est :

Si l'enseignant semble intéressé, semble captivé par ce qu'il présente, tu as beaucoup plus de chance que l'élève lui aussi le soit. Moi, l'histoire me captive personnellement. Donc ils vont le ressentir que ça m'intéresse et que ça me motive.

Ce témoignage nous informe d'un autre élément important de sa ZPD dans laquelle nous sentons qu'il est ouvert à développer davantage ses compétences sur l'histoire, puisque le sujet l'intéresse. Justement, une réflexion approfondie semble s'être mise en branle de son côté lors de l'entrevue individuelle et l'entrevue de groupe pour essayer de s'ouvrir et de penser à des façons et à des raisons d'utiliser l'histoire. En effet, les

propos tenus lors de ces deux rencontres montrent une évolution comparativement à ceux contenus dans le questionnaire initial. En ce qui concerne l'origine des réflexions exposées, nous pouvons sentir qu'ils sont grandement teintés d'éléments mentionnés par son milieu universitaire (ZPA) puisque plusieurs idées sont inspirées ou reproduites de ce qu'il a vécu dans le cours d'histoire des mathématiques à l'UQAM. Cependant, la formation reçue à l'extérieur du cours d'histoire des mathématiques, donc principalement celle reçue par son milieu professionnel (stage et autres expériences d'enseignement) ne lui permet pas d'exploiter et de continuer à développer ses compétences et connaissances en lien avec l'introduction de l'histoire dans les classes de mathématiques. L'histoire des mathématiques étant totalement absente des milieux professionnels rencontrés par Charles, son développement historique est donc essentiellement relié aux cours universitaires, et dans son cas au cours d'histoire des mathématiques. Nous observons donc une discontinuité de formation entre ce qu'il a vécu à l'université (ZPA universitaire) concernant l'histoire des mathématiques et ce qui est présent dans les milieux professionnels (ZPA professionnel).

En ce qui concerne la ZFM de Charles, nous constatons qu'elle semble plutôt le freiner plutôt que l'encourager à utiliser l'histoire dans ses classes de mathématiques. Il semble alors avoir des tensions entre sa ZFM qui regroupe les outils à sa disposition et l'environnement qui l'entoure et sa ZPD qui regroupe ses croyances personnelles sur l'enseignement. Plusieurs éléments exposés par Charles vont dans cette direction.

D'abord, il soulève le fait que le programme n'apporte pas vraiment les outils nécessaires pour aider les enseignants à intégrer l'histoire et propose lui-même certaines façons de modifier ce programme, afin d'obtenir des ressources. Le programme n'encourage donc pas Charles à intégrer l'histoire puisqu'il ne lui apporte aucun élément pouvant l'aider à l'intégrer, malgré le fait que l'histoire y est prescrite. De plus, à part les quelques outils développés/obtenus dans le cours d'histoire des

mathématiques, Charles n'a pas de ressources lui permettant d'intégrer facilement l'histoire dans ses cours.

Ensuite, comme discuté un peu plus haut, les milieux professionnels rencontrés par Charles n'amènent pas celui-ci à penser et à mettre en œuvre l'introduction de l'histoire des mathématiques dans ses classes du secondaire. Charles n'a rencontré aucun enseignant de mathématiques utilisant l'histoire. Il a aussi mentionné que l'histoire ne semble pas être un sujet auquel les enseignants de mathématiques semblent vraiment intéressés. Ce qui fait en sorte que son intérêt pour l'histoire n'a pas pu être exploité par des discussions ou des démonstrations de la part d'autres enseignants et ainsi l'inviter à essayer de l'intégrer dans ses propres classes du secondaire.

Pour terminer sur ce point, Charles a clairement mentionné que l'histoire ne serait pas sa priorité dans les premières années d'enseignements. Intégrer l'histoire, pour Charles, est plutôt long et les conditions d'insertion professionnelle ne lui permettent pas de passer beaucoup de temps à préparer des cours historiques. C'est donc seulement avec de l'expérience qu'il se voit être en mesure d'intégrer l'histoire dans ses cours du secondaire.

En conclusion, nous comprenons que Charles est inspiré par l'histoire et son intégration dans la classe de mathématique et que c'est un sujet qu'il aimerait beaucoup approfondir. Cependant, les éléments en place, autant les ressources à sa disposition que la formation reçue ne l'encouragent pas vraiment à intégrer l'histoire et à développer ses compétences sur le sujet. Il y a donc des tensions entre son intérêt pour l'histoire et les outils/compétences développés par Charles pour intégrer celle-ci. Il semble alors remis à lui-même et seules sa détermination et l'inspiration qu'a pu lui donner le cours d'histoire des mathématiques, ainsi que les réflexions qu'il a entretenues lors de cette recherche, pourraient lui permettre d'intégrer l'histoire des mathématiques.

Somme toute, il est important de mentionner que, comme Louis, Charles semble avoir grandement bénéficié des activités proposées dans notre recherche, principalement à partir de l'activité de groupe. Lors de son questionnaire de départ, ainsi que de ses premières interactions dans la discussion de groupe, nous pouvions sentir que Charles était hésitant dans ses propos et se rattachait beaucoup à ce qu'il avait vécu dans le cours d'histoire des mathématiques. Cependant, au courant de la discussion avec Louis, nous avons pu remarquer une évolution dans ses propos et dans ses commentaires qui se sont détachés davantage de ce qu'il a vécu dans le cours d'histoire des mathématiques. Cela nous fait penser que ces interactions l'ont possiblement amené à réellement réfléchir aux implications possibles de l'histoire. Il semble donc que ce type d'activité réflexive lui a permis de prendre conscience des outils dont il disposait, mais aussi de les développer davantage et de les réfléchir.

Voici un tableau résumé de l'influence de chacune des zones de Charles :

Tableau 4.2 Résumé de l'influence des différentes zones de Charles concernant l'introduction de l'histoire des mathématiques dans la classe du secondaire.

	Zone proximale de développement (ZPD)	Zone de mouvement libre (ZFM)	Zone de l'action promue universitaire (ZPA)
			(ZPA) professionnel
Influence sur la relation avec l'histoire	Positive	Négative	Positive seulement lors d'un cours universitaire
			Absente (négative)
Résumé de l'influence de la zone	Charles démontre de l'intérêt clair pour l'histoire. Cet intérêt l'encourage alors à faire des recherches historiques sur les sujets mathématiques et à développer des compétences sur le sujet. Pour lui, l'histoire est une avenue très intéressante à exploiter.	Pour Charles, les ressources à sa disposition ainsi que ses compétences développées entourant l'histoire ne sont pas suffisantes pour lui permettre de l'introduire. Dû à ces implications, le temps nécessaire à la préparation et l'utilisation de l'histoire ne sont pas réalistes dans les conditions actuelles d'insertion professionnelle.	Pour Charles, seul le cours d'histoire des mathématiques lui a donné des ressources, outils et compétences pour travailler l'histoire. Les autres cours du programme de formation l'enseignement ne travaillaient pas dans cette direction.
			Il n'a pas été confronté à des éléments historiques lors de contact avec le milieu professionnel. De plus, il ne croit pas que les autres enseignants de mathématiques soient intéressés par l'histoire.

CHAPITRE V

LA DISCUSSION

Dans ce chapitre, nous proposons un retour sur les différents éléments de problématisation soulevés dans le premier chapitre et qui nous ont suivis tout au long de ce mémoire. Par la suite, nous discutons et développons autour de cinq points importants qui ressortent de l'analyse, et ce, tout en tâchant de faire dialoguer les résultats de nos analyses avec plusieurs résultats de recherches précédentes. Par la suite, nous soulevons les éléments importants de la relation qu'entretiennent les participants avec l'histoire des mathématiques permettant ainsi de mettre en lumière les éléments importants de cette relation. Pour terminer, une réflexion est proposée entourant l'histoire des mathématiques et les fondements et l'organisation de la formation des enseignants de mathématiques du secondaire.

5.1 Retour sur les éléments de problématisation

Au terme de l'analyse, il nous semble maintenant nécessaire de rappeler ici brièvement les différents éléments de problématisation soulevés au chapitre 1, éléments qui nous ont constamment habités au courant de notre recherche. Ces différents points seront, entre autres, réinvestis dans ce chapitre pour éclairer et discuter d'aspects soulevés lors de l'analyse.

En effet, nous avons soulevé, au premier chapitre, plusieurs éléments qui méritaient d'être enrichis et travaillés en recherche sur l'histoire des mathématiques pour

l'enseignement-apprentissage. D'une part, il y avait le manque d'études empiriques solides sur le sujet (Barbin et al., 2019 ; Clark et al., 2016 ; Guillemette, 2011). D'autre part, nous avons aussi mentionné l'importance de s'intéresser davantage aux enseignants et futurs enseignants pour éclairer leurs habiletés, besoins, mais aussi pour mieux connaître leurs compétences historiques et leurs relations avec l'histoire (Barbin et al., 2019 ; Clark et al., 2016). Plus près de nous, ce besoin fait écho aux constatations de Charbonneau (2006) qui soulevait des réticences de la part des enseignants et leur manque d'outils en lien avec l'intégration de l'histoire. Ces réticences ont été soulevées à la suite de la modification du programme de formation qui intègre maintenant des repères culturels et historiques à l'enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire (Ministère de l'Éducation, 2006). Charbonneau proposait alors de s'intéresser d'abord aux enseignants plutôt que de se concentrer sur les élèves. Malgré ces recommandations, pratiquement aucune recherche n'a porté dans cette lignée depuis la parution de ces constatations.

De plus, nous avons rappelé que les programmes universitaires de formation à l'enseignement au Québec ont comme obligation de s'orienter à partir d'un référentiel des compétences produit par un comité d'experts mandaté par le gouvernement du Québec. Dans ce référentiel (Ministère de l'Éducation, 2020), une place importante est attribuée à la culture et à l'histoire, notamment dans le contexte de la maîtrise de la première compétence attendue des futurs enseignants. Plus précisément, il stipule que certaines habiletés concernant la genèse et le développement historique et épistémologique des mathématiques devraient explicitement être développées chez les futurs enseignants à la suite de leur parcours universitaire.

Malgré ces différents constats, aucune recherche ne s'est penchée explicitement sur la relation qu'entretiennent les futurs enseignants du Québec envers l'introduction de l'histoire dans la classe de mathématiques. Il nous semblait alors important de venir enrichir la recherche à partir d'une étude qualitative portant sur les futurs enseignants

et leur relation avec l'histoire des mathématiques en contexte éducatif. Plus spécifiquement, dans une approche socioculturelle, et à partir de la théorie de zones (*Zone Theory*) de Goos, nous nous sommes intéressés aux tensions vécues entre les différentes zones, la zone proximale de développement, la zone de mouvement libre et la zone de l'action promue, de l'enseignant-apprenant dans l'optique d'exposer plus finement la relation qu'entretient le participant avec l'introduction de l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire.

5.2 Quelques éléments saillants relevés par les participants en lien avec les raisons et les façons d'introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement

Malgré le fait que les participants n'aient pas été introduits au domaine de la recherche en histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage, nous avons pu remarquer que plusieurs arguments soulevés ou façons de faire proposées n'étaient pas étrangers aux éléments discutés en recherche. Dans cette section, nous tenterons de mettre en relation les résultats de nos analyses avec les résultats de recherches empiriques et théoriques précédentes. Ainsi, nous tâcherons de mettre en relief certaines nuances quant à l'interprétation de nos résultats, mais aussi de contribuer à penser plus finement ou de manière nouvelle les conceptualisations et avancées en recherche. De plus, nous discuterons aussi de points intéressants soulevés par les participants et qui mériteraient réflexion, et pour certains points, peut-être un réinvestissement dans des recherches futures. Ce dernier point sera abordé plus explicitement dans la conclusion.

5.2.1 L'histoire pour humaniser les mathématiques

Comme il a été question lors du premier chapitre, pour Fried (2001), l'histoire des mathématiques a comme vertu d'humaniser les mathématiques. Rappelons que, dans son texte, l'auteur mentionnait le fait que l'histoire favorise une approche multiculturelle en plus de rendre plus visibles les motivations humaines qui animent

l'activité mathématique. Cela avait pour effet de s'éloigner d'une vision stricte des mathématiques comme cursus scolaire ou discipline académique et a pour effet de mieux reconnaître les différents vécus et aventures humaines associés aux mathématiques. Charles et Louis n'ont pas manqué de relever cet aspect « humanisant » de l'histoire des mathématiques en reprenant, en partie, les points exposés par Fried.

En particulier, il est intéressant de voir comment Charles justifie l'introduction de l'histoire à partir d'arguments proches de ceux de Fried. D'abord, il est tout de même important de relever qu'il n'utilise jamais le terme « humaniser » ou « humanisation ». Comme il a été possible de l'observer au courant de l'analyse, Charles a une vision plus pratique de l'apport de l'histoire et il s'en tient souvent à exposer son potentiel concret pour la classe et ses façons de faire pour l'introduire sans pour autant les regrouper sous des termes généraux. Pour donner un exemple, voici un extrait des propos de Charles que nous pouvons relier à des avantages touchants à humaniser les mathématiques :

J'ai l'impression que juste montrer le fait que ça l'a pris autant de temps se rendre à ce qu'on a aujourd'hui, ça pourrait faire comprendre à l'élève que c'est normal que ce genre de concepts là soit difficile à comprendre. Même si c'était développé par d'autres êtres humains, ça l'a pris énormément de temps avant qu'on se rende jusque-là. Ce n'est pas quelque chose que, ce n'est pas en fait l'idée qu'il y a des gens qui sont bons en math et d'autres qui sont mauvais, en fait c'est normal en général que ça soit difficile et qu'il faille du temps et beaucoup de pratiques pour être en mesure de comprendre un concept.

Dans cet extrait, nous ressentons que l'un des apports possibles de l'histoire proposée par Charles peut se relier aux arguments de Fried. Ici, nous pensons que Charles propose que l'histoire permet de donner un visage aux mathématiques d'aujourd'hui en mettant en évidence les vécus et pratiques particuliers qui ont forgé les mathématiques au fil du temps. De fait, il est alors possible de mieux reconnaître le vécu humain dans les mathématiques ce qui, pour Charles, peut se traduire par une

motivation grandissante pour les élèves envers les mathématiques puisqu'ils seraient davantage conscients des difficultés engendrées par leurs créations.

De son côté, Louis discute de façon plus étoffée et explicite de cet aspect « humanisant » de l'histoire des mathématiques. Il souligne d'ailleurs quelques apports de l'histoire semblables à ce qu'on peut trouver dans la recherche. Par exemple en soulevant le fait qu'humaniser les mathématiques les rend plus « compréhensibles » pour les élèves et les motive davantage. Ainsi, ces deux apports touchent, en partie, aux points exposés par Fried. Ce qui est cependant plus intéressant dans les propos de Louis et qui se distingue avec des éléments de la recherche est qu'il déclare qu'humaniser les mathématiques les rend plus faciles à apprendre. Il explique que des mathématiques « mortes », celles d'aujourd'hui, sont plus difficiles et rebutantes à apprendre que des mathématiques « vivantes » (celles de l'histoire). Ce point important du discours de Louis est intrigant. Il est d'abord paradoxal de penser que les mathématiques d'aujourd'hui soient « mortes » et que celles du passé soient « vivantes ». En effet, pour Louis, les mathématiques d'aujourd'hui sont limitées dans leur sens et dans leur application, car elles sont prises strictement dans leur acception courante et qu'elles sont associées directement à un cursus scolaire. Cette idée nous ramène au propos de Barbin (1997) qui exposait le potentiel vicariant de l'histoire qui nous permettait d'éviter de voir les mathématiques seulement comme un cursus scolaire. En continuité avec cette idée, Louis explique que les mathématiques « vivantes » sont en fait les mathématiques anciennes qui sont plus proches de leurs créateurs, mais aussi des raisons de leur création. Pourtant, nous pourrions penser que les mathématiques qui sont « mortes » sont plutôt les mathématiques anciennes qui, aujourd'hui, ne sont plus nécessairement d'actualité et utilisées. Elles se seraient alors éteintes puisqu'elles se sont actualisées et transformées au cours du temps.

Ce paradoxe qu'il nous a été possible de soulever dans les propos de Louis mérite d'être davantage réfléchi et travaillé. Nous croyons qu'il est important, pour tout chercheur

ou enseignant travaillant avec l'histoire dans le but d'humaniser les mathématiques, de se placer et réfléchir à propos de ce paradoxe. Cette façon de caractériser les mathématiques historiques interroge nos fondements et nos réflexions profondes en lien avec notre vision des mathématiques. Notre vision épistémologique et nos idéologies en lien avec l'éducation ne sont donc pas à mettre de côté dans une telle réflexion et permettent de se découvrir davantage comme enseignant ou chercheur se positionnant envers l'introduction de l'histoire pour son enseignement-apprentissage (voir Fried, Guillemette et Jahnke 2016). Selon la façon dont nous caractérisons ces mathématiques historiques, les avantages de l'histoire ne seront pas les mêmes et la façon dont nous voulons présenter l'histoire en sera alors influencée. De fait, en travaillant autour de ce paradoxe, nous croyons que la compréhension du chercheur ou de l'enseignant envers l'histoire se développe de façon globale. Nous reviendrons davantage sur cette idée lors de la conclusion.

5.2.2 L'apport des textes historiques

Parmi les différentes études que nous avons résumées au premier chapitre (section 1.2), plusieurs d'entre elles ont discuté de l'apport de la lecture de textes historiques pour l'introduction de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques (Arcavi et Isoda, 2007 ; Barbin, 1997 ; Guillemette, 2017). Nous avons remarqué que les chercheurs insistent sur la nécessité de travailler les textes historiques en les contextualisant d'abord pour que les apprenants puissent saisir au mieux le milieu historique et culturel de l'époque entourant ce texte, tout en discutant du vécu du mathématicien. Une exploration des textes est par la suite effectuée par les étudiants ou élèves dans le but de découvrir, comprendre, analyser et traduire le contenu proposé dans le texte ce qui permet une exploration qui se veut authentique des mathématiques anciennes. Cette façon de présenter les textes historiques amènerait alors plusieurs apports bénéfiques entourant la formation des enseignants ou encore l'enseignement des mathématiques au secondaire. Nos deux participants, Louis et Charles, ont aussi discuté de cette façon

d'introduire l'histoire des mathématiques. Ils ont, bien entendu, été influencés par leur cours d'histoire des mathématiques donné par le professeur David Guillemette qui, comme nous l'avons vu, met l'accent sur la lecture de textes historiques. Cependant, leurs propos exposés dans nos différentes rencontres vont au-delà de l'intégration simple de ces textes et ils proposent de nouvelles façons de faire qui se distinguent quelque peu ou nous apparaissent parfois plus englobantes que celles proposées en recherche.

D'un côté, les deux participants suggèrent une façon plus globale d'introduire l'histoire qui ne se limite pas aux textes anciens, mais qui recherche les mêmes objectifs éducatifs. Ils se réfèrent aux artefacts historiques qui, selon eux, amèneraient les mêmes avantages que la lecture de textes historiques. Or, les artefacts historiques contiendraient les textes historiques, mais aussi des « objets historiques ». De cette manière, la banque de contenus possibles à utiliser serait augmentée. Le travail autour d'artefacts historiques se ferait de la même manière que celle entourant les textes historiques, ce qui veut dire en contextualisant d'abord l'artefact et ensuite en laissant les élèves explorer et analyser les mathématiques qu'il invite à considérer. Il devient alors intéressant de venir mieux comprendre cette nouvelle façon de faire qui n'est pas vraiment discutée dans le monde de la recherche, puisque des questions restent en suspens. Par exemple, il est légitime de se demander si effectivement les apports des objets historiques, qui semblent peut-être moins riches mathématiquement ou moins faciles à travailler, sont similaires à ceux des textes historiques en plus de se questionner sur la façon de les présenter, mais aussi sur l'implication possible de l'enseignant lors d'une telle activité. Les participants n'ayant jamais expérimenté cette façon de faire, leurs propos sont basés sur des idées encore embryonnaires, et n'ont bien sûr aucune documentation ou expérimentation concrète sur le sujet.

De l'autre côté, Charles propose deux alternatives dans les façons d'utiliser les textes historiques. La première alternative fait référence aux mêmes idées et buts que

proposés par la recherche (p. ex. Guillemette, 2017). Il est donc ici question d'explorer les textes historiques de manières authentiques pour être confronté à ces mathématiques anciennes. La seconde alternative a un point de vue plus utilitaire, plus proche des objectifs de la pratique. Il propose que les textes historiques puissent servir pour présenter aux élèves une démarche sortant de l'ordinaire, se rapprochant ainsi de la fonction dépayser de l'histoire exposée par Barbin (1997). Cependant, cette façon de faire demanderait alors à l'enseignant de traduire lui-même le texte historique pour ressortir cette démarche. C'est cette démarche maintenant traduite qui serait l'objet d'étude pour les élèves. Cette nouvelle façon de travailler les textes anciens amène alors un lot d'implications différentes, puisque le but n'étant pas nécessairement de dépayser l'élève en le sortant de sa zone de confort à partir de textes authentiques, comme le suggère Barbin (1997), mais plutôt de l'initier à une autre façon de voir un certain concept mathématique à partir d'une démarche qui n'est pas celle « classiquement » proposée dans les classes de mathématiques du secondaire. Avec ce type de traduction, il serait peut-être plus facile pour des enseignants moins habiles avec l'histoire de l'introduire dans leur classe de mathématiques si les textes en question ont déjà été traduits et que les démarches sont disponibles pour les enseignants. Il y aurait alors peut-être une porte d'entrée plus évidente et moins exigeante pour les enseignants réticents à intégrer l'histoire. De plus, cette façon de faire permettrait une introduction qui rend les élèves plus actifs comparativement à l'utilisation de simples d'anecdotes, porte d'entrée souvent utilisée par des enseignants qui peuvent se sentir parfois moins habiles avec l'histoire.

5.2.3 L'histoire de façon implicite

Un peu dans la même lignée que Jankvist (2009), Louis a mentionné que pour introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement, il n'est pas obligatoire qu'elle soit utilisée de façon explicite. Comme nous l'avons vu, Jankvist a proposé une catégorisation plutôt intéressante sur les façons d'introduire l'histoire en présentant

trois façons distinctes. Celle qui nous intéresse présentement fait référence au fait que l'enseignant introduit l'histoire de façon implicite. Pour ce faire, il se base sur l'histoire pour préparer ses cours en s'intéressant, par exemple, aux difficultés rencontrées par les mathématiciens de l'histoire pour anticiper les difficultés des élèves. Les élèves ne sont donc pas conscients de cet aspect historique ajouté à l'enseignement des mathématiques puisqu'elle fait plutôt partie de la planification et préparation de l'enseignant. Il est intéressant de voir que Louis propose cette démarche comme une possible façon d'introduire l'histoire. Il est plutôt surprenant qu'il discute de cet aspect puisque normalement, les enseignants ou futurs enseignants ont davantage tendance à penser à des façons de faire plus directes et concrètes qui confrontent les élèves à l'histoire de façon explicite. Nous pensons alors qu'il pourrait être intéressant d'exploiter davantage cette avenue auprès des futurs enseignants dans leur formation initiale.

En effet, l'idée serait d'aller se référer aux difficultés historiques ou encore à la façon d'apprendre un concept mathématique à un certain moment de l'histoire dans les cours universitaires. Cela permettrait de développer des outils chez les futurs enseignants en lien avec l'introduction de l'histoire dans leur enseignement. Cette façon de faire est peut-être plus accessible aux enseignants de mathématiques qui ne semblent pas toujours confiants en leur moyen concernant l'introduction de l'histoire. Cependant, ces enseignants de mathématiques ont normalement une habileté à prédire et construire des cours se basant sur des difficultés possibles et des conceptions erronées des élèves puisque leur programme universitaire travaille cet aspect. Ainsi, les réflexions didactiques entourant la planification de cours pourraient intégrer des aspects concernant l'histoire des mathématiques. Cette façon de faire qui propose une introduction de l'histoire implicite serait alors peut-être mieux maîtrisée par les enseignants ce qui augmenterait le contenu historique dans les cours de mathématiques du secondaire.

5.2.4 Le travail interdisciplinaire à partir de l'histoire

Lors de la discussion sur les façons d'introduire l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage, Louis a soulevé l'apport possible du travail interdisciplinaire, tout comme Barbin (1997) le proposait. Dans son texte, Barbin discutait, entre autres, des bienfaits de placer le travail mathématique dans son contexte historique et social, car cela permet de faire des liens entre les disciplines et leurs créations.

De son côté, Louis avance lui aussi cette idée de travail interdisciplinaire à partir de l'histoire, mais d'une tout autre façon. Pour lui, l'histoire est plutôt une bonne occasion de travailler conjointement avec les enseignants qui donnent le cours d'histoire au secondaire. Les enseignants de mathématiques n'ayant pas nécessairement les compétences ou habiletés nécessaires pour contextualiser le travail mathématique historique, ce serait alors les enseignants d'histoire qui effectueraient cette tâche puisqu'ils ont un bagage beaucoup plus complet et une formation précise sur le sujet. De cette façon, la formation offerte aux élèves serait bonifiée en plus du gain de temps acquis dans le cours de mathématiques pour se concentrer davantage sur les concepts mathématiques en jeu. Il serait bien sûr nécessaire d'aborder le contexte de l'époque historique, ainsi que des éléments biographiques concernant le mathématicien dans le cours d'histoire. Ensuite, les enseignants de mathématiques pourraient réinvestir cette contextualisation avec la mise en œuvre d'une activité basée sur un artefact historique tiré de l'époque contextualisée. Ce travail interdisciplinaire proposé par Louis ne rejoint donc pas tout à fait celui proposé par Barbin. Dans son cas, Louis trouve plutôt pertinent d'utiliser les forces de chacun pour permettre un enseignement plus riche en plus de montrer une certaine interrelation entre les concepts historiques et mathématiques à partir des travaux effectués dans chacun des cours plutôt que de regrouper ce travail autour seulement du cours de mathématiques.

Cette façon d'effectuer le travail interdisciplinaire pour introduire l'histoire des mathématiques proposée par Louis se rapproche alors davantage d'une façon de faire exposée par Fried (2001) appelé la radicale séparation (voir section 1.2.2). Cette façon d'introduire l'histoire des mathématiques proposait, entre autres, de séparer le cours de mathématiques du cours d'histoire des mathématiques pour discuter d'aspect historique exclusivement dans le second cours. L'idée de Louis se rapproche alors de celle-ci en voulant contextualiser et discuter de l'histoire des mathématiques seulement dans le cours d'histoire du secondaire. Il vient donc en quelque sorte croiser plusieurs approches différentes proposées en recherche avec son idée d'interdisciplinarité.

5.2.5 Reproduire ce qu'ont fait les mathématiciens, est-ce produire des mathématiques?

Le dernier élément dont nous allons discuter concerne la position de Louis quant au potentiel de l'histoire. Il mentionnait que l'histoire inviterait les élèves à produire des mathématiques. D'entrée de jeu, il mentionne que, selon lui, la part créative, active et productive de l'activité des élèves est insuffisante dans le cours de mathématiques. Il souhaite que les élèves effectuent une certaine « production » mathématique. Il n'hésite pas à dire que cela augmenterait la motivation et la compréhension des élèves. L'histoire serait, pour Louis, un bon moyen de rendre actifs les élèves dans ce sens, et il propose d'amener les élèves à « reproduire » le processus par lequel est passé le mathématicien.

Cet élément amène à réflexion de notre côté. Il est plutôt contre intuitif de se dire qu'il y a une production lorsque nous reproduisons quelque chose qui a déjà été produit. À ce moment, il s'agit plutôt d'une copie pure et simple de ce qui a déjà été fait plutôt qu'une production qui implique normalement une nouveauté ou une marque personnelle. Dans ce cas particulier, il y a une réflexion à faire. L'idée ici n'est peut-être pas de laisser les élèves recopier exactement le processus du mathématicien, mais plutôt de les laisser vivre, à nouveau, cette production des mathématiques comme si

elles n'avaient jamais été créées. En mathématiques, principalement au secondaire, il n'est pas facile de faire créer quelque chose de totalement nouveau aux élèves. Ils doivent toujours se baser sur des concepts et des processus qui ont déjà été découverts. De fait, il s'agit ici de les placer dans une disposition les faisant s'imaginer que le concept mathématique n'a pas été inventé. De leur faire vivre cette production des mathématiques en repassant par les traces du mathématicien, mais sans leur dire explicitement. Il faut alors qu'ils se prennent eux-mêmes pour des mathématiciens en herbe tentant d'expliquer et décortiquer un certain problème ou concept. Cette reproduction des mathématiques anciennes devient alors une production qui est, pour les élèves, authentique et nouvelle. C'est de cette façon qu'ils peuvent créer des mathématiques. Cette façon de voir les mathématiques pourrait ainsi être reliée à l'introduction de l'histoire dans les classes de mathématiques, mais de façon implicite puisqu'il ne sera pas nécessairement question de discuter d'éléments historiques. Une réflexion approfondie sur ce sujet nous apparaît nécessaire pour continuer à travailler autour de cette idée.

5.3 Les tensions et réticences des participants

En voulant décrire les tensions des participants comme enseignant-apprenant, et ce à partir de tensions entre la zone de développement proximal, de mouvement libre et d'action promue (Goos, 2008 ; Goos, 2013 ; Goos et Geiger, 2010), plusieurs implications et constatations intéressantes ont été soulevées au courant de l'analyse. Dans cette section, nous allons les détailler sous différents points, d'abord en ressortant les éléments importants des tensions vécues par les deux participants et ensuite en discutant d'aspects intéressants provenant de notre recherche qui pourraient avoir un apport sur la formation initiale des enseignants de façon plus générale.

À la fin de chacune des sections de notre analyse, nous avons synthétisé le profil de chaque participant en résumant certains aspects relatifs aux différentes zones. Ces

éléments ont permis d'observer les tensions vécues par les participants lors de nos discussions en lien avec l'introduction possible de l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire.

La première constatation est qu'il existe une tension bien réelle dans l'introduction de l'histoire des mathématiques pour les participants. D'une part, ils ont une envie sincère d'introduire l'histoire des mathématiques basée sur plusieurs arguments positifs en lien avec cette introduction comme discuté lors de l'analyse. D'autre part, les possibilités restreintes, les embûches envisagées ou encore les restrictions réelles qu'engendre le milieu de l'enseignement des mathématiques viennent créer des tensions avec leurs intérêts démontrés en lien avec l'histoire.

Les deux participants ont alors exprimé deux points semblables. D'un côté, ils montraient clairement un intérêt envers l'introduction de l'histoire des mathématiques en développant une argumentation riche et sincère, que ce soit à cause de son apport pour l'enseignement ou selon des intérêts personnels. De l'autre côté, ce désir d'introduire l'histoire des mathématiques dans la classe du secondaire est mis à l'épreuve par les contraintes qu'engendrent les pratiques au quotidien de l'enseignement des mathématiques au secondaire au Québec. Cette constatation n'est pas étrangère au propos de Siu (2006) qui mentionnait que les enseignants qu'il avait interrogés accordent une valeur pédagogique et didactique à l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage, mais qu'ils ont très peu d'initiatives pour en faire une réelle introduction.

De notre côté, nous pouvons ressentir une tension présente chez nos participants qui se traduit par un désir de bonifier leurs enseignements avec l'histoire, mais ceci reste difficile à faire avec la manière dont le programme est actuellement appliqué au Québec qui engendre un manque de temps pour l'enseignement de tout le contenu du curriculum en plus de ne pas vraiment avoir d'outils ou de supports pour les aider à

introduire l'histoire des mathématiques. Ces tensions sont aussi alimentées par le fait que les participants ont exprimé un manque de formations concrètes dans le milieu pratique concernant l'histoire des mathématiques. Cela se résume par l'absence d'enseignants des mathématiques intéressés par l'histoire dans les milieux côtoyés par les participants, par le manque d'outils concrets développés lors de leur parcours universitaire, mais aussi par l'absence de la mise en œuvre de séquences d'enseignement basées sur l'histoire des mathématiques lors de leur formation initiale.

De fait, les idées et les outils développés au courant de leur cours d'histoire des mathématiques à la dernière session n'ont pu être mis en pratique dans des cours du secondaire. Toutes ces différentes constatations exprimées par nos participants rejoignent, à nouveau, plusieurs propos de Siu (2006) qui avait distribué un questionnaire auprès d'un grand nombre d'enseignants chinois dans l'objectif qu'ils expriment leur accord ou désaccord avec différentes phrases qui touchaient à l'introduction de l'histoire dans la classe de mathématiques (voir section 1.2.6). Lors de cette recherche, nous pouvions observer qu'une majorité d'enseignants appuyaient les points reliés au manque de temps, au manque de matériels et le manque de formation professionnelle sur le sujet, différents points qui sont aussi mentionnés par nos deux participants. Il est cependant intéressant de noter que, dans notre cas, nous pouvons détailler davantage ces réticences en établissant des relations avec leur vécu.

Comme nous venons de le décrire brièvement, l'apport de la formation universitaire vient aussi engendrer des tensions, mais qui sont dites productives, puisqu'elles viennent fournir des idées aux participants ce qui augmente leur désir d'introduire l'histoire. Ces tensions sont plutôt vues comme productives puisqu'elles influencent les participants à générer et penser des idées et des solutions permettant d'introduire l'histoire malgré les embûches rencontrées.

En voyant toutes ces différentes implications, nous comprenons alors que les participants ne semblent pas être en mesure d'introduire l'histoire des mathématiques dans la situation actuelle. Cela nous amène plusieurs questionnements puisque, comme le mentionne Charbonneau (2006), l'histoire des mathématiques fait partie intégrante de l'application du programme de formation de l'école québécoise (voir section 1.3.1). Il semble alors important que les futurs enseignants soient en mesure d'aborder un tant soit peu l'histoire en classe de mathématiques, même si ce n'est qu'à partir de petites initiatives, pour respecter l'esprit du programme. En prenant ces informations en compte, nous pouvons alors questionner la formation historique reçue par les étudiants qui ne semble pas suffisante. Cette formation autour de l'histoire pourrait être plus concrète puisque c'est ce manque d'outils et de pratiques qui semble faire défaut chez nos participants. Nous pensons alors qu'il pourrait être pertinent de se pencher davantage sur le contenu de formation des futurs enseignants et de voir de quelle façon nous pouvons les aider à développer concrètement les outils nécessaires pour que les futurs enseignants se sentent aptes à introduire l'histoire. Une possibilité de changement semble résider dans l'apport des cours didactiques et du cours d'histoire des mathématiques. Ce cours fut le déclencheur de plusieurs réflexions et idées importantes des étudiants, mais ces réflexions semblent, par la suite, délaissées et oubliées. Il semblerait important de les réinvestir dans des activités plus pratiques qui permettraient aux étudiants de mettre en œuvre leurs idées. De fait, un aspect plus pratique entourant le cours d'histoire des mathématiques ou encore des avenues historiques concrètes pourraient être empruntés dans les cours de didactique, où le développement de la pratique est normalement plus présent, permettrait peut-être une meilleure formation à l'introduction de l'histoire dans les cours de mathématiques du secondaire.

5.4 Une constatation particulière autour de l'apport de notre recherche concernant la formation des enseignants.

Une constatation très intéressante que nous avons relevée est l'apport du processus réflexif dans lequel les participants ont été impliqués lors de la participation à notre recherche. Au courant de ce processus, nous avons amené les participants à réfléchir de façon concrète aux avantages et aux différentes façons de présenter les mathématiques (à partir de l'histoire) sous la forme de trois activités distinctes : le questionnaire initial, la rencontre de groupe et l'entrevue individuelle. En analysant et observant les réflexions des participants lors de ces différentes activités, nous avons vu une évolution dans leurs idées, mais aussi l'enclenchement d'un processus réflexif et critique quant à leurs pratiques. Les participants ont montré alors une meilleure compréhension d'eux-mêmes en tant qu'enseignants en ce qui concerne leurs limites et leurs forces, en plus de prendre conscience de certains avantages ou façons de faire en lien avec l'histoire des mathématiques dont ils n'avaient pas conscience avant de participer à ces activités réflexives. C'est donc à partir de ce processus qu'ils ont développé leurs idées, envies, besoins et compétences en lien avec l'histoire des mathématiques.

Pour donner un exemple, l'évolution des témoignages et des réflexions de Louis quant au potentiel de l'histoire des mathématiques illustre bien cette idée. Lors de la rencontre de groupe, les discussions de Louis avec Charles l'ont amené à percevoir une façon d'introduire l'histoire sous forme de « projet ». Cette idée n'étant pas du tout exposée dans son questionnaire initial. Cette proposition entourant les projets a alors pris forme dans la rencontre de groupe, mais sans être développée de façon concrète. Par la suite, lors de la rencontre individuelle, Louis a continué à développer et exploiter cette idée. Nous voyons alors une évolution avec ce qu'il avait d'abord présenté lors de l'entrevue de groupe puisqu'il a pu y réfléchir entre temps. De plus, il était très intéressant de voir que même pendant la rencontre individuelle, Louis réfléchissait de manière authentique

aux idées et cherchait à mieux les expliciter ce qui l'incitait à les développer. Pour justifier cette affirmation, nous nous basons sur les réactions de Louis qui, à plusieurs reprises, montrait sa spontanéité dans ses réponses et la mise en place d'idées nouvelles.

Ainsi, nous croyons qu'il pourrait être intéressant, dans le cadre de la formation à l'enseignement, de travailler davantage avec les futurs enseignants de cette façon. En les plaçant comme personne réflexive et critique des méthodes d'enseignements, ils développeront des compétences essentielles pour mieux se connaître comme enseignant, mais aussi pour être en mesure de se situer vis-à-vis les différents sujets travaillés. L'apport de la discussion de groupe et de l'entrevue individuelle n'est pas à négliger dans ce processus réflexif puisque nous avons vu un développement marqué des idées en place principalement lors de la rencontre individuelle où il nous a été possible de questionner davantage le participant et de développer, avec lui, sa pensée.

CONCLUSION

Dans le premier chapitre de ce mémoire, il a été question d'une constatation importante quant à l'aspect obligatoire d'introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement secondaire au Québec. Cet aspect m'avait alors surpris, comme étudiant terminant sa formation universitaire, de ne pas avoir pris conscience de cet élément avant d'avoir lu un texte lors d'un cours de maîtrise. À ce moment, je ne me sentais pas outillé pour introduire l'histoire malgré le fait que je terminais ma dernière année de formation universitaire. Ces questionnements d'étudiant finissant nous ont alors amenés à nous intéresser aux recherches en didactique des mathématiques portant sur l'histoire des mathématiques pour prendre conscience des avantages et façons de faire proposés en recherche.

Cette exploration a permis d'observer plusieurs avantages à l'introduction de l'histoire (p.ex. pour humaniser les mathématiques (Fried, 2001), pour les rendre plus intéressantes et les détacher du contexte seulement scolaire (Barbin, 1997 ; Fried, 2001), pour dépayser l'élève (Barbin, 1997 ; Guillemette, 2017), pour développer l'empathie ou encore pour apprendre à écouter (Arcavi et Isoda, 2007 ; Guillemette, 2017), etc.). Dans la recherche, plusieurs façons d'introduire l'histoire ont aussi été relevées (la *radical accomadation* et la *radical separation* (Fried, 2001), les trois approches décrites de Jankvist (2009) *The illumination approaches, the modules approaches* et *the history-based approaches*, la lecture de textes historiques (Arvaci et Isoda, 2007 ; Barbin, 1997 ; Guillemette, 2017) ou encore le travail interdisciplinaire (Barbin, 1997)). Cependant, quelques recherches restent hésitantes quant à cette introduction (Fried, 2001 ; Siu, 2006) en soulevant plusieurs réticences qui restent

présentes. De fait, une nuance doit être portée dans nos élans pour introduire l'histoire et plusieurs besoins se font encore sentir dans ce champ de recherche.

D'une part, nous avons souligné que les recherches empiriques qui ont été effectuées sur le sujet sont souvent déconnectées des recherches théoriques et ne faisaient que peu référence aux éléments déjà reconnus dans ce domaine d'un point de vue théorique (Barbin et al., 2019). Un certain déséquilibre se fait alors sentir entre les recherches théoriques et empiriques, puisque ces dernières semblent se contenter trop souvent de soulever des côtés positifs de l'histoire à partir d'expérimentations en classe sans se baser (ou rapporter clairement) une méthodologie de recherche précise. De plus, on observe souvent que l'analyse des résultats s'éloigne du cadre théorique de départ (Guillemette, 2011). Cela amenait alors une remise en doute des résultats obtenus. Tous ces éléments viennent mettre de l'ombre sur les avantages de l'histoire proposés dans les recherches théoriques, puisqu'un manque de support empirique concret se fait sentir.

D'autre part, nous avons aussi soulevé le fait que les chercheurs du domaine soulignent le besoin de s'intéresser davantage aux futurs enseignants (Barbin et al., 2019 ; Charbonneau, 2006 ; Clark et al., 2016). Cette importance était mise de l'avant, puisqu'il n'y avait pratiquement aucune recherche empirique portant explicitement sur les futurs enseignants et l'histoire des mathématiques. Ainsi, nous ne connaissons pas vraiment les outils, connaissances, mais aussi la relation avec l'histoire des mathématiques qu'ils peuvent développer au courant de leur formation. Il semblait donc pertinent de se pencher sur ces éléments, puisque certains besoins sont aussi exprimés par le milieu de la pratique en lien avec cette introduction.

Ces différentes constatations ne sont pas non plus étrangères à la réalité du Québec. Malgré le fait que le programme prescrit l'utilisation de l'histoire en proposant divers repères culturels et historiques pour les différents concepts mathématiques de tous les

niveaux secondaires, une insécurité de la part des enseignants de mathématiques s'est fait sentir avec l'arrivée de ce programme et semble perdurer depuis (Charbonneau, 2006). Il semblait alors important de s'intéresser d'abord aux enseignants avant de se concentrer sur les apports de l'histoire pour les élèves. Pour ajouter à cet élément, le référentiel de compétences (Ministère de l'Éducation, 2020), mis en place par les institutions gouvernementales pour guider la formation des futurs enseignants, intègre une compétence fondatrice axée sur la culture et l'histoire. Les enseignants devraient donc avoir développé certaines connaissances entourant l'histoire lors de leur parcours universitaire. Ce qui nous a interpellés d'autant plus quant à l'histoire et à sa présence en salle de classe.

À la suite de ces différentes constatations, il nous semblait donc important de se pencher sur la relation qu'entretiennent les futurs enseignants avec l'histoire. Pour ce faire, nous avons choisi d'adopter une perspective socioculturelle. Comme mentionné en recherche et observé dans les pratiques, plusieurs tensions se font sentir entre les avantages de l'introduction de l'histoire et les réticences sur le sujet. Il nous semblait donc juste de s'intéresser aux tensions vécues par les enseignants-apprenants en lien avec l'histoire surtout dans l'optique de s'intéresser aux aspects sociologiques plus larges entourant l'enseignant, comme l'influence que peut avoir la formation universitaire du futur enseignant ou l'influence des différents milieux dans lesquels il a eu l'occasion d'exercer sa pratique enseignante.

Notre étude s'est donc donné comme objectifs de décrire, en termes de tensions entre la zone de développement proximal, de mouvement libre et d'action promue, la relation qu'entretiennent les futurs enseignants avec l'histoire des mathématiques dans l'enseignement au secondaire. Pour atteindre ces objectifs, il nous semblait nécessaire de passer par trois sous-objectifs qui sont en lien avec les idées exposés par la recherche :

- 1- Décrire les réflexions des futurs enseignants de mathématiques du secondaire quant au potentiel de l'introduction de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage.
- 2- Décrire les manières envisagées par les futurs enseignants de mathématiques du secondaire pour introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage de celui-ci.
- 3- Rendre compte des réticences que les futurs enseignants de mathématiques entretiennent quant à l'introduction de l'histoire des mathématiques en classes du secondaire.

En observant ces trois points centraux, il nous sera plus facile de décrire les tensions vécues par les participants puisque nous aurons un profil plus global de leur relation envers l'histoire.

Pour répondre à nos objectifs de recherche, il nous semblait nécessaire d'effectuer une recherche empirique basée sur des entretiens qui ont été inspirés de l'entretien d'explicitation (Vermersch, 2014) avec les participants. Notre collecte de données s'est alors déroulée en trois phases, 1) un questionnaire initial permettant d'obtenir des informations préliminaires sur la façon dont les participants percevaient l'histoire, 2) un entretien de groupe permettant aux participants de partager et développer leurs idées et, pour terminer, 3) un entretien individuel permettant de décrire de façon étoffée les raisons possibles à l'introduction de l'histoire, les manières envisagées pour le faire ainsi que les réticences possibles des participants. Deux participants ont été recrutés parmi les étudiants inscrits au cours *MAT6221 Histoire des mathématiques* offert à l'UQAM. Les deux participants devaient terminer leur formation universitaire lors de la session d'hiver 2021, session à laquelle la collecte de données s'effectuait. La participation était faite sur une base volontaire et les deux premières personnes qui se montraient intéressées par le projet et qui respectaient les conditions ont alors été sélectionnées.

Retour sur nos objectifs de recherche

Comme exposé dans notre analyse, nous avons pu constater que la relation qu'entretiennent les participants envers l'histoire est généralement positive, mais il reste difficile, pour les participants, de s'imaginer introduire l'histoire des mathématiques dans les classes de mathématiques du secondaire, et ce, à cause de plusieurs contraintes.

D'un côté, il est important de préciser que les deux participants ont exposé un désir d'introduire l'histoire des mathématiques dans leur enseignement par intérêt, mais aussi pour les apports didactiques, éducatifs et motivationnels de l'histoire. Ils ont alors proposé plusieurs idées pour introduire l'histoire aussi appuyée par des raisons de le faire. Par exemple, ils proposent, entre autres, d'utiliser des artefacts historiques pour motiver davantage les élèves, mais aussi pour leur faire prendre conscience que les mathématiques ont évolué dans le temps et qu'elles ont pris du temps pour se développer et arriver à ce qu'on connaît aujourd'hui. Selon les participants, cette façon de présenter les mathématiques viendrait « normaliser » les difficultés éprouvées par les élèves, puisqu'il serait possible de voir que les constructions mathématiques n'ont pas été faciles et que leur évolution est issue d'efforts individuels et collectifs importants. Ainsi, grâce à l'histoire, il est possible de montrer l'évolution des mathématiques et de la faire « vivre » en quelque sorte aux élèves.

D'un autre côté, plusieurs réticences réelles restent présentes dans leur discours. Il y a des réticences ayant peu d'impacts et qui sont plutôt des éléments moins réfléchis de la part des participants, par exemple la place que devraient prendre les devoirs dans un contexte historique. D'autres réticences sont, par contre, beaucoup plus problématiques et peuvent expliquer ce qui bloque les participants à envisager l'introduction d'éléments de nature historique dans leur classe de mathématiques. La principale réticence réside dans la façon dont les pratiques enseignantes s'approprient le

programme, qui a pour caractéristique de vouloir présenter beaucoup de concepts en très peu de temps ce qui laisse, selon les participants, peu de temps pour développer, approfondir ou essayer une approche différente en classe. Ainsi, l'histoire ne semble pas être une priorité due au temps que prend cette introduction historique qui viendrait alors empiéter sur le temps utilisé pour enseigner, expliquer et faire pratiquer les élèves sur les concepts mathématiques de façon précise. Pour continuer sur le sujet, les participants ont exprimé un manque d'outils en lien avec l'histoire justement pour faciliter cette introduction ou encore pour qu'ils puissent avoir des exemples concrets d'introduction historique en classe du secondaire. Ce manque d'outils est très problématique, principalement pour les futurs enseignants, puisque les participants considèrent que les premières années d'enseignement sont les plus difficiles, car elles demandent, entre autres, beaucoup de préparation. Ainsi, peu de temps est alors accordé à développer des outils historiques. Ce sont donc ces différents éléments qui prennent le dessus et relèguent les avantages possibles de l'introduction de l'histoire en second plan. Les participants semblent cependant exprimer un désir clair de venir contrer ces réticences pour finalement introduire l'histoire, désir qui a besoin d'un certain support pour se produire.

Plus précisément, nous sentons que la zone proximale de développement (ZPD) des participants est favorable à l'introduction de l'histoire dans les classes de mathématiques puisqu'ils trouvent plusieurs utilités à celle-ci. Ainsi, les participants sont réceptifs aux idées, suggestions ou encore inspirations proposées pour introduire l'histoire. Cependant, la zone de mouvement libre (ZFM) des participants a plutôt une influence négative envers l'introduction de l'histoire. La façon dont les participants perçoivent le programme, les outils à leur disposition pour introduire l'histoire et les ressources disponibles (ou plutôt absentes) dans les milieux qu'ils ont côtoyés nuisent à cette introduction. De son côté, la zone de l'action promue (ZPA) des participants amène une influence un peu plus ambiguë concernant l'introduire à l'histoire. D'un côté, la ZPA universitaire est positive envers cette introduction puisqu'elle propose des

idées, favorise le développement de compétences historiques des participants et contribue aux développements de leur pensée critique et didactique. Cependant, peu de cours universitaires portent spécifiquement sur l'histoire ou abordent les aspects historiques des mathématiques de façons explicites. Ce qui fait en sorte que peu de pratiques concrètes sont possibles et que le développement des réflexions didactiques à partir de l'histoire n'est donc pas beaucoup alimenté. Il semble alors que l'aspect pratique relié à l'introduction de l'histoire devra plutôt se développer dans les milieux professionnels. Cependant, la ZPA professionnelle a une influence plutôt négative sur l'introduction de l'histoire puisque l'histoire est absente de ces milieux et ne favorise donc pas les participants, par exemple, à tester des séquences d'enseignement basés sur l'histoire des mathématiques. De fait, dans les différents stages ou expériences d'enseignement effectués par les participants, ils n'ont pas trouvé de professionnels (enseignants associés, superviseurs, collègues de travail, etc.) leur offrant un support pour essayer de travailler et développer de façon pratique leurs compétences historiques.

Pour résumer de façon synthétique, il semble exister des tensions entre :

- 1) la zone proximale de développement qui influence favorablement l'introduction de l'histoire, puisque les participants voient une utilité à cette introduction,
- 2) la zone de mouvement libre qui influence négativement cette introduction, entre autres, par le manque d'outils sur l'histoire et par les pratiques éducatives qui demandent de faire beaucoup d'apprentissage en peu de temps et
- 3) la zone de l'action promue qui à l'intérieur d'elle-même, crée des contradictions quant à cette introduction puisque l'université favorise le développement historique, mais ce développement n'est pas supporté par les milieux professionnels.

Retombées de notre recherche et recommandations

Outre ces éléments permettant de construire le profil des participants, notre recherche a apporté d'autres retombées plus concrètes, mais aussi certaines recommandations plus générales pour la formation des enseignants de mathématiques.

D'abord, une retombée importante dans notre recherche semble résider dans notre méthodologie, et donc dans la façon dont nous avons effectué notre collecte de données. Rappelons-nous d'abord que les réflexions engendrées par notre type de méthodologie, basée sur un questionnaire initial, un entretien de groupe et finalement une entrevue individuelle, semblent avoir permis aux participants de se développer davantage comme enseignant. En réfléchissant de façon authentique à une façon d'enseigner, ou encore à des contenus à enseigner (dans notre cas, l'introduction de l'histoire), les futurs enseignants se sont placés dans une position réflexive et critique de leurs futures pratiques. Ce type d'exercices pourrait donc avoir un apport considérable dans la formation des enseignants pour différents aspects et concepts. Par exemple, comme exposé dans la discussion et l'analyse, cela semble avoir permis aux participants de vraiment réfléchir aux différentes façons d'introduire l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage et prendre conscience d'idées auxquelles ils n'avaient pas pensé initialement. De plus, cette façon de faire permet de continuer à travailler et développer avec le futur enseignant une pratique réflexive et critique entourant sa façon d'enseigner, ce qui représente souvent un élément clé pour former un enseignant compétent, mais aussi ayant des outils pour faire face à toutes sortes de situations. Pour toutes ces raisons, nous croyons pertinent d'intégrer ce type de pratiques dans les différents cours de didactique dans la formation initiale des enseignants, mais aussi de garder en tête cette façon de faire lors de la formation continue.

Ensuite, certaines recommandations nous viennent naturellement à la suite de notre recherche. Plusieurs besoins se sont fait sentir par le milieu de la pratique comme nous l'avions soulevé lors du premier chapitre. Comme le disait clairement Charbonneau (2006), il semblait nécessaire de s'intéresser aux enseignants avant de s'intéresser aux élèves pour les aider à développer les outils et les compétences nécessaires pour introduire l'histoire des mathématiques. En ce sens, notre recherche a tâché de donner la voix aux futurs enseignants qui ont alors eu l'occasion de s'exprimer sur leur rapport à l'histoire des mathématiques du point de vue de l'enseignement au secondaire, mais aussi de mettre en évidence les besoins qu'ils ressentent. Notre cadre théorique pointait justement dans cette direction en analysant les tensions des étudiants participants, ce qui permettait de mettre en lumière les besoins qu'ils exprimaient. De fait, notre recherche propose un profil de nos participants qui pourrait être utile pour les universités. Dans ce profil, il est possible de cibler plusieurs besoins précis de ces enseignants finissants en lien avec l'histoire des mathématiques (p.ex. de développer davantage d'outils, d'avoir l'occasion de mettre en pratique ou de voir être mise en pratiques des séquences d'enseignements historiques, etc.). À partir de ces besoins, il est alors possible de modifier la formation initiale en offrant, par exemple, un appui historique plus concret lors des cours didactiques travaillant la mise en pratique de séquences d'enseignement ou la planification de cours historiques. Toujours dans la même lignée, certains cours de didactique pourraient offrir davantage d'ateliers permettant aux étudiants de développer des outils en lien avec l'introduction de l'histoire des mathématiques. Comme nous avons pu le remarquer dans notre recherche, à la suite du cours d'histoire des mathématiques, les étudiants ont plusieurs idées intéressantes pour introduire l'histoire des mathématiques, mais n'ont jamais eu l'occasion de les approfondir et de les mettre en pratique. Ainsi, de placer les étudiants dans une position dans laquelle ils pourraient vraiment mettre en pratique les idées historiques aiderait grandement à leur formation historique.

Limites de l'étude

Bien entendu, malgré les différents résultats proposés dans ce mémoire, il reste important de soulever les limites de cette recherche pour venir nuancer nos propos en permettant de mieux comprendre tout le contexte qui entoure notre recherche.

D'abord, un point important à soulever et qui a été discuté à quelques reprises au courant de ce mémoire est les implications engendrées par la pandémie qui a touché tous les pays du monde. De fait, il a été obligatoire de réduire notre collecte de données à des séances qui se déroulaient exclusivement en ligne avec des outils adaptés. Pour cette raison, il a été plus difficile, pour nous, chercheur, d'être en mesure de tirer profit de la communication non verbale engendrée par les participants lors de nos diverses entrevues. Le cadre strict proposé par la caméra, l'aspect télégraphique des discussions et la certaine distance qui se crée entre le chercheur et le participant lors de la collecte de données en ligne ont en effet rendu difficile le partage de remarques, de nuances ou de réactions diverses aux propos de chacun. En effet, il est d'autant plus difficile d'intervenir rapidement concernant un point soulevé par le participant puisqu'il peut être plus difficile d'avoir une conversation fluide lorsqu'elle se déroule à distance. C'est aussi cette situation qui explique certains problèmes techniques lors d'une des rencontres individuelles avec l'un des participants. Cela a nui à la fluidité de la rencontre et a aussi freiné le développement des idées exposées par le participant. Il est donc important de garder en tête ces différents éléments lorsque nous observons les résultats que nous avons exposés.

Encore dans la même lignée, les participants à notre recherche n'ont pas eux tout à fait la même formation à l'enseignement qu'ordinairement. Lors de leur sixième session au programme pour devenir enseignant, il y a eu un arrêt dans leur stage dû à la pandémie. Le contenu du stage a donc été limité par cet arrêt. De plus, les deux sessions suivantes des étudiants, la 7^{iem} et 8^{iem} (donc dernière) se sont déroulées majoritairement en

ligne. Comme plusieurs étudiants, enseignants et professeurs en ont déjà discuté, il est parfois plus difficile de bien suivre les cours en ligne et certaines limitations s'imposent. Le cours d'histoire des mathématiques offert à la dernière session n'y a pas échappé et s'est déroulé lui aussi en ligne. Les étudiants n'ont donc pas vécu tout à fait le même type de cours qu'à la normale. Au regard de tout ceci, il est important de prendre en compte que les étudiants n'ont donc pas nécessairement exactement le même bagage que les autres finissants du programme dans des conditions « ordinaires ».

Un dernier point concernant les participants est qu'il est important de mentionner que les étudiants participants à notre recherche avaient un intérêt marqué pour la maîtrise en mathématiques concentration didactique et que l'un d'entre eux avait même déjà commencé à suivre des cours dans ce programme au moment de notre étude. Ainsi, les arguments ou points soulevés par ces étudiants peuvent parfois sortir un peu plus de l'ordinaire puisqu'un bagage en recherche était présent et que des idées nouvelles et fraîches les habitaient. Malgré tout, il est important de rappeler que le but de cette recherche avait des visées exploratoires, et donc elle ne servait pas de généraliser les éléments retenus. Il était plutôt question d'observer des profils possibles d'étudiants finissants à l'UQAM. En connaissant le portrait des participants et le contexte de l'étude, il est alors plus facile d'interpréter et de comprendre les résultats obtenus.

Concernant notre cadre théorique, il est important de noter qu'il s'agissait de la première fois que ce type de cadre était importé en recherche sur l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage, cadre théorique provenant plutôt du domaine de l'éducation. En effet, ce cadre théorique n'a pas été conçu dans cette optique, cela a donc nécessité certains ajustements, mais aussi certaines interprétations de notre part. Ainsi, nous nous sommes peut-être parfois éloignés quelque peu de l'idée initiale du cadre. Toujours dans la même lignée, peu de cadres théoriques provenant du milieu éducatif ont vraiment été utilisés en histoire des mathématiques dans des

recherches empiriques. Cela limite alors les exemples, mais aussi les choix pour nous aider à adapter notre cadre théorique sélectionné. Malgré tout, nous croyons que le travail effectué permet une nouvelle porte d'entrée aux recherches empiriques en histoire des mathématiques qui souhaiteraient tirer profit d'un point de vue socioculturel.

De plus, en raison des différents ajustements et interprétations que nous devons faire avec notre cadre théorique, nous avons pris des décisions sur la façon dont nous avons analysé nos données en concentrant celle-ci sur l'entretien individuel. De fait, les deux autres outils de collectes de données ont plutôt été des éléments déclencheurs aux réflexions des participants et ont plutôt servi à bonifier l'entretien individuel et à créer une banque d'informations pour nous permettre de mieux questionner le participant sur les différentes réponses données lors de cet entretien. D'une certaine façon, il est aussi possible de retrouver les éléments mentionnés lors des deux premières phases de collecte de données des participants dans l'entretien individuel puisque nous reprenions les éléments mentionnés auparavant pour en discuter dans cet entretien. Cependant, nous sommes conscients que l'entretien de groupe et le questionnaire n'ont pas fait l'objet d'une analyse spécifique dans ce mémoire. Cela a pour effet de limiter notre analyse entourant l'évolution du participant entre nos différentes phases de collecte de notre projet de recherche, mais aussi d'appauvrir nos constatations à cet effet puisque peu d'exemples concrets sont exposés dans ce mémoire concernant les deux premières phases. Dans un cas où le cadre théorique aurait été davantage maîtrisé ou encore dans un projet de recherche de plus grande envergure, il aurait été fort pertinent d'analyser plus en détail cet entretien de groupe et ce questionnaire pour pouvoir montrer l'évolution du participant impliqué dans cette démarche. Cela aurait solidifié nos analyses, mais aussi proposé un profil plus complet des participants.

Un peu dans la même optique que le dernier point, certains éléments de la collecte de données ou de l'analyse auraient pu être améliorés pour permettre une meilleure

exemplification des propos des participants. Lors des différentes entrevues proposées, les participants sont restés vagues à plusieurs occasions en discutant de sujets de façon plus globale sans pour autant donner des exemples précis sur les différentes idées proposées. Cela fait en sorte que nos analyses manquent parfois un peu plus d'exemples pour appuyer les propos des participants. Il aurait alors fallu que nous questionnions davantage les participants sur le sujet pour obtenir parfois davantage d'informations. Cependant, la façon dont nous avons construit nos entrevues était moins propice à ce type de questionnement puisque nous avons priorisé de laisser les participants discuter des sujets qui les intéressaient sans les diriger de façon trop pointue sur certaines questions. Ce manque d'exemple concret peut aussi s'expliquer par la lourdeur déjà prévue des entrevues. En ayant trois points distincts à discuter (pourquoi, comment et les réticences) avec les participants, les entrevues se déroulaient déjà sur une longue période. De plus, la difficulté engendrée par des entrevues à distance pour relancer le participant sur certains points peut être un second facteur qui a fait en sorte d'obtenir moins d'exemples concrets à ce sujet. Nous tenons tout de même à rappeler que ce travail de recherche se voulait exploratoire et plus général. Ce qui fait en sorte que plusieurs points étaient à couvrir et que le but n'était pas nécessairement de ressortir des façons de faire concrètes pour la classe. Il serait cependant intéressant de s'intéresser davantage à ce point dans d'autres recherches avec de futurs enseignants maintenant que nous avons une idée plus générale de leur relation avec l'histoire.

Un dernier sujet à mentionner est l'utilisation de notre méthodologie de recherche. Comme mentionné au début de ce mémoire, des besoins ont été soulignés dans notre champ de recherche quant à la mise en place de cadres méthodologiques rigoureux et élaborés. Ainsi, il est difficile d'identifier des recherches permettant de nous donner un exemple clair à partir duquel il serait possible de développer ou d'adapter un cadre méthodologie propre au domaine de recherche. Il est donc important de rappeler ici que nous nous sommes inspirés de certains fondements de l'entretien d'explicitation. En effectuant nos entretiens à distance il était encore plus difficile de bien respecter

totallement les façons de procéder et l'esprit de l'entretien d'explicitation. D'un autre côté, nous étions aussi limités dans les possibilités de développement entourant notre méthodologie, puisqu'une recherche menée dans le cadre d'un mémoire est entourée par une limite de temps et de ressources. Il était donc difficile de devenir des experts en ce type de méthodologie aussi rapidement, surtout que Vermersh (2014) expose à plusieurs occasions la difficulté de mener ce type d'entrevue et qu'il souligne le fait que c'est seulement avec de la pratique qu'il est possible de bien maîtriser cette méthodologie, élément d'autant plus difficilement réalisable dans le contexte pandémique. Ainsi, nous sommes conscients d'avoir seulement respecté, en partie, les différentes implications de cette méthodologie. Nous avons plutôt utilisé celle-ci comme toile de fond permettant de nous aider à guider nos entrevues.

De plus, en ce qui concerne le nombre de participants et la méthode de recrutement, il aurait été possible de l'effectuer différemment pour peut-être permettre de collecter des données plus détaillées. D'un côté, en ayant eu plus de temps, de budgets ou encore de ressources, il aurait été possible de recruter plus de participants. L'entretien de groupe aurait alors mené à plus d'interaction et nous aurions peut-être assisté à un développement plus détaillé d'idées en lien avec nos trois sous-objectifs de recherche. De plus, nous aurions alors analysé plus de profils d'étudiants finissants ce qui aurait probablement mené à collecter davantage d'information sur la relation qu'ont les futurs enseignants avec l'histoire des mathématiques. Une autre modification possible réside dans la façon de recruter les participants. Nous aurions pu distribuer le questionnaire initial à tous les étudiants intéressés par notre projet de recherche. À partir des réponses obtenues à ce questionnaire, nous aurions pu essayer de recruter deux participants qui semblent avoir des profils qui, de prime à bord, sont plus différents. Cette méthode de recrutement permettrait alors de rendre plus intéressant l'entretien de groupe dans lequel les participants n'auraient d'autres choix que de confronter leurs idées sur le sujet. Cette façon de faire amènerait alors deux profils qui, nous pensons, seraient plus

différents et permettrait peut-être d'obtenir plus d'informations sur la relation possible des étudiants finissants avec l'histoire.

Ouvertures et prolongements de l'étude

En terminant, nous aimerions proposer certaines pistes d'ouvertures possibles entourant les éléments observés dans notre recherche. Dans un premier temps, plusieurs points dans l'analyse font état de découvertes intéressantes et suggèrent quelques pistes de réflexion concernant la façon d'introduire l'histoire des mathématiques dans son enseignement-apprentissage et dans la formation des enseignants, ainsi que des raisons pour le faire. Ces différents éléments nous font prendre en compte l'importance de questionner les enseignants sur le sujet pour qu'ils expriment leurs idées et développent des façons de faire, souvent plus articulées aux réalités de la pratique. De fait, une recherche empirique pourrait s'effectuer auprès d'enseignants en service, basée sur une méthodologie reconnue intitulée la recherche collaborative permettant ainsi de travailler avec eux à développer leurs compétences historiques, mais aussi à créer des outils pertinents et signifiants pour la pratique qui pourront faire écho aux suggestions du domaine de recherche. De fait, plusieurs idées ont été exposées dans ce sens lors de ce mémoire (ressorties clairement dans la discussion) et plusieurs d'entre elles, par exemple l'utilisation d'artéfacts historiques plutôt que de simples textes historiques, mériteraient d'être explorées davantage à partir de recherches empiriques montrant les apports, tant positifs que négatifs, de ce type d'approche.

Dans un second temps, il serait pertinent de continuer à travailler avec des cadres théoriques provenant, par exemple, du domaine de l'éducation et de s'appropriier ces cadres à notre domaine de recherche. Comme mentionné à plusieurs reprises dans ce mémoire, le besoin de cadres théoriques propres au champ de recherche fait en sorte que les études empiriques dans notre domaine de recherche soient plus difficilement étayées d'un point de vue théorique et conceptuel et manquent parfois d'appui pour

l'interprétation et l'analyse des résultats. Notre cadre propose alors une porte d'entrée possible pour de futures recherches entourant les enseignants ou futurs enseignants pour observer le développement de certaines connaissances en lien avec l'histoire. Il pourrait donc être intéressant d'utiliser à nouveau notre cadre théorique dans une recherche différente, entourant toujours l'histoire des mathématiques, pour continuer à le développer et le rendre plus adapté à nos contextes et objets d'étude. À ce moment, il serait possible de pousser les analyses plus loin et de tirer davantage profit de ce cadre théorique. Les analyses proposées dans de futures recherches pourront alors partir des bases proposées dans celle-ci pour venir analyser plus finement les données en les mettant en relation constante avec les idées du cadre théorique.

Toujours dans la même lignée, il nous semble que les recherches empiriques entourant les futurs enseignants ainsi que les enseignants devront continuer à se développer dans notre domaine de recherche, par exemple, en se basant sur les différents aspects proposés dans notre recherche. Nous avons alors discuté d'observer d'abord les connaissances et les outils développés par les enseignants. Pour ce faire, il pourrait être pertinent d'analyser les idées proposées par nos deux participants et de mettre en pratique ces idées avec des enseignants. Cela apporterait deux éléments importants. D'abord, du côté de la pratique, les enseignants pourraient ainsi tester des façons d'introduire l'histoire et développer certains outils. Ensuite, du côté de la recherche, il sera possible de continuer à développer les raisons de l'utilisation de l'histoire et les façons de faire en testant ces façons de façon plus concrète et adaptée aux réalités d'enseignement du Québec.

Enfin, nous espérons que ce mémoire aura permis d'élargir les horizons entourant l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage en observant de façon plus précise les futurs enseignants et en leur donnant une voix dans ce domaine de recherche.

ANNEXE A

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT



FORMULAIRE DE CONSENTEMENT

Titre du projet de recherche

L'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage : un regard sur les perceptions d'étudiants finissants.

Étudiant-chercheur

Jean-Philippe Bellefleur

Étudiant à la maîtrise en mathématiques concentration didactique

(438) ***-****

bellefleur.jean-philippe@courrier.uqam.ca

Direction de recherche

David Guillemette

Département de mathématiques

(514) 987-3000 poste 6935

guillemette.david@uqam.ca

Préambule

Nous vous demandons de participer à un projet de recherche qui implique trois rencontres d'environ une heure ou des questionnaires et des rencontres filmées seront effectués. Avant d'accepter de participer à ce projet de recherche, veuillez prendre le temps de comprendre et de considérer attentivement les renseignements qui suivent.

Ce formulaire de consentement vous explique le but de cette étude, les procédures, les avantages, les risques et inconvénients, de même que les personnes avec qui communiquer au besoin.

Le présent formulaire de consentement peut contenir des mots que vous ne comprenez pas. Nous vous invitons à poser toutes les questions que vous jugerez utiles.

Description du projet et de ses objectifs

Dans notre projet de recherche qui cible l'écriture d'un mémoire dans le cadre de la maîtrise en mathématique concentration didactique, nous nous intéressons à la relation qu'ont les étudiants finissants au baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire avec l'histoire des mathématiques. Nous voulons savoir pourquoi les étudiants pensent qu'il est intéressant d'intégrer l'histoire des mathématiques dans leur classe du secondaire, comment le faire et leur réticence vis-à-vis cette intégration. Pour collecter nos données, nous voulons faire appel à deux participants pour pouvoir construire leur portrait respectif autour des trois éléments mentionnés plus haut.

Nature et durée de votre participation

Pour notre projet de recherche, nous vous demandons de participer à trois séances d'environ 1 heure chacune se déroulant sur une période d'environ 1 à 2 mois. Dans la première séance, il sera question de discuter du projet et de ses implications en plus de remplir un questionnaire de quatre questions en lien avec les objectifs de recherche discutés plus haut. Dans la seconde séance, il sera question d'effectuer une activité qui sera filmée en lien avec les textes historiques. Dans la dernière séance, il s'agira d'une entrevue individuelle, qui sera aussi enregistrée. Lors de ces entrevues, nous discuterons autour des trois points exposés dans les objectifs de mon projet : comment intégrer l'histoire des mathématiques, pourquoi l'intégrer et vos réticences en lien avec cette intégration. Bien entendu, je vais être présent (Jean-Philippe Bellefleur, étudiant à la maîtrise en mathématiques concentration didactique) pour animer et diriger ces trois séances. Toutes les séances se dérouleront en ligne, sur la plateforme Zoom personnelle du chercheur-étudiant.

Avantages liés à la participation

En effectuant cette recherche, vous aurez l'occasion de penser vos futurs pratiques d'enseignants. Cela vous donnera l'occasion d'avoir une réflexion sur le type d'enseignement que vous voulez transmettre en plus d'avoir une réflexion autour des réticences possibles que vous avez en lien avec la profession. Ainsi, cette réflexion pourrait vous permettre de vous améliorer comme enseignant en apprenant à mieux vous connaître dans le métier, principalement à ce qui a trait à l'utilisation de l'histoire des mathématiques. Ce type de réflexion pourrait vous aider dans votre insertion professionnelle. De plus, en participant à cette recherche, vous aurez un avant-gout possible de ce qu'est la maîtrise en mathématique concentration didactique, une avenue possible lorsque vous aurez terminé votre Baccalauréat.

Risques liés à la participation

Les risques possibles reliés à votre participation sont que certaines questions pourraient être difficiles à répondre ou encore que les entrevues entraînent de la fatigue.

Pour éviter ses risques, à tout moment vous pourrez demander une pause, un moment de réflexion supplémentaire ou encore quitter si vous sentez que vous avez trop de difficulté à répondre aux questions ou que vous semblez être fatigué, et ce, lors de toutes les phases de la recherche. Bien entendu, le chercheur (Jean-Philippe Bellefleur) sera attentif à vos besoins et pourra arrêter l'entrevue à tout moment si vous éprouvez certaines difficultés.

Confidentialité

À la suite de la collecte de données, je (Jean-Philippe Bellefleur) serai la seule personne ayant accès aux questionnaires ainsi qu'aux enregistrements recueillis. Lorsque votre session sera terminée et que vous aurez reçu vos notes pour le cours d'histoire des mathématiques, mon directeur de recherche, David Guillemette, aura aussi accès à ces enregistrements pour m'aider dans l'analyse. De plus, toutes les données recueillies seront anonymisées par l'emploi de noms fictifs. Les seules données publiées seront des transcriptions manuscrites de vos propos. Ainsi, il ne sera pas possible de vous reconnaître. Pour terminer, les informations recueillies seront gardées en lieu sûr sur un disque dur externe verrouillé qui sera formaté 5 ans après la publication du mémoire.

Participation volontaire et retrait

Votre participation est entièrement libre et volontaire. Vous pouvez refuser d'y participer ou vous retirer en tout temps sans devoir justifier votre décision. Si vous décidez de vous retirer de l'étude, vous n'avez qu'à aviser Jean-Philippe Bellefleur verbalement ou par courriel; toutes les données vous concernant seront détruites.

Indemnité compensatoire

Pour votre participation à la recherche, vous recevrez une indemnité compensatoire de 50\$ à la fin de l'étude.

Des questions sur le projet?

Pour toute question additionnelle sur le projet et sur votre participation vous pouvez communiquer avec le responsable du projet: Jean-Philippe Bellefleur

(438) ***_****

bellefleur.jean-philippe@courrier.uqam.ca

Des questions sur vos droits? Le Comité d'éthique de la recherche pour les projets étudiants impliquant des êtres humains (CERPE) a approuvé le projet de recherche auquel vous allez participer. Pour des informations concernant les responsabilités de l'équipe de recherche au plan de l'éthique de la recherche avec des êtres humains ou pour formuler une plainte, vous pouvez contacter la coordination du CERPE plurifacultaire: cerpe-pluri@uqam.ca

Remerciements

Votre collaboration est essentielle à la réalisation de notre projet et l'équipe de recherche tient à vous en remercier.

Consentement

Je déclare avoir lu et compris le présent projet, la nature et l'ampleur de ma participation, ainsi que les risques et les inconvénients auxquels je m'expose tels que présentés dans le présent formulaire. J'ai eu l'occasion de poser toutes les questions concernant les différents aspects de l'étude et de recevoir des réponses à ma satisfaction.

Je, soussigné(e), accepte volontairement de participer à cette étude. Je peux me retirer en tout temps sans préjudice d'aucune sorte. Je certifie qu'on m'a laissé le temps voulu pour prendre ma décision.

Une copie signée de ce formulaire d'information et de consentement doit m'être remise.

Prénom Nom

Signature

Date

Engagement du chercheur

Je, soussigné(e) certifie

(a) avoir expliqué au signataire les termes du présent formulaire; (b) avoir répondu aux questions qu'il m'a posées à cet égard;

(c) lui avoir clairement indiqué qu'il reste, à tout moment, libre de mettre un terme à sa participation au projet de recherche décrit ci-dessus;

(d) que je lui remettrai une copie signée et datée du présent formulaire.

Prénom Nom

Signature

Date

ANNEXE B

LE QUESTIONNAIRE PRÉLIMINAIRE (RENCONTRE 1)

Nom :

Q.1 Selon vous, y a-t-il un potentiel à l'introduction de l'histoire des mathématiques pour l'enseignement-apprentissage des mathématiques au secondaire ? Expliquez.

Q.2 Selon vous, en tant qu'enseignant, comment peut-on introduire l'histoire des mathématiques en classes du secondaire ? Expliquez.

Q.3 Avez-vous des réticences, en tant qu'enseignant, quant à l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classes du secondaire ? Expliquez.

Q.4 Parmi les différents textes historiques que vous avez lus et analysés dans le cours d'histoire des mathématiques, lequel vous a le plus interpellé ? Pour quelle(s) raison(s) ?

ANNEXE C

LE PROTOCOLE DE RECHERCHE : L'ACTIVITÉ DE GROUPE (RENCONTRE 2)

<p>Phase 1 : Rappel global et explication de l'activité</p>	<p>1- Rappel important avant le début de l'activité.</p> <ul style="list-style-type: none">• Je veux leur opinion sur le sujet. Il n'y a pas de mauvaise réponse ni d'évaluation. <p>2- Présentation et explication de l'activité :</p> <ul style="list-style-type: none">• Présentation des textes historiques sélectionnés par les participants.• Je veux comprendre les raisons qui ont poussé les participants à sélectionner ces textes.• Je veux voir le potentiel (comment l'utiliser et pourquoi le faire) de l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire que leur inspirent ces textes• Je veux connaître leurs réticences envers l'intégration de l'histoire des mathématiques inspirée par ces textes.
<p>Phase 2 : Ramener les étudiants vers le vécu de l'action concernant la réalisation de l'activité de lecture du texte historique.</p>	<p>1-Présentation du texte de Euclide.</p> <ul style="list-style-type: none">• Je vais faire un rappel général sur le contenu du premier texte et l'activité à faire en lien avec ce texte. <p>2- Questionner les étudiants sur ce qu'ils se souviennent de l'activité de lecture du texte historique. (en faisant un tour de table rapide)</p> <ul style="list-style-type: none">• Pouvez-vous me parler globalement de votre expérience concernant cette lecture ?<ul style="list-style-type: none">○ Question de relance : À quoi pensiez-vous ? Que faisiez-vous ? Que ressentiez-vous ?• Comment avez-vous généralement compris le texte ?

Phase 3 : Éclairer les raisons de la sélection de leur texte par les étudiants.	<p>1- Questionner les étudiants sur les raisons de la sélection de ce texte.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pourquoi avoir choisi ce texte ? • Questions de relance : <ul style="list-style-type: none"> ○ Peux-tu m'en dire plus sur cette raison ? ○ Demander l'opinion de l'autre étudiant concernant cette raison. ○ Y a-t-il d'autres raisons de cette sélection ?
Phase 4	1- Refaire la phase 2 et la phase 3, mais avec le second texte historique
Phase 5 : Discuté d'aspect relié davantage avec leur identité d'enseignant.	<p>1- Expliquer aux participants que maintenant, nous prenons plutôt une optique d'enseignant. Nous devons donc nous imaginer dans notre futur métier d'enseignant.</p> <p>2- Questionner les étudiants sur les raisons possibles de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans leur classe du secondaire inspiré par le texte d'Euclide et de Liu Hui.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qu'est-ce que ces textes vous évoquent quant au potentiel de l'histoire des mathématiques dans la classe du secondaire ? • Questions de relances : <ul style="list-style-type: none"> ○ Il y a quelques minutes vous m'aviez dit que (reprendre des éléments mentionnés en phase 3 section 1) étaient des raisons pour avoir sélectionné ce texte. Ces raisons sont elles aussi possibles pour son utilisation au secondaire ? ○ Demander l'opinion de l'autre étudiant sur le sujet. ○ Y a-t-il d'autres raisons possibles de son utilisation ? ○ Que pensez-vous de (mentionner une raison)? ○ Pour quelle raison voudrions-nous utiliser un texte de la sorte dans les classes du secondaire ? <p>3- Questionner les étudiants sur la façon d'intégrer l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qu'est-ce que ces textes vous évoquent quant aux manières d'intégrer l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire ? • Questions de relance : <ul style="list-style-type: none"> ○ Cela permettrait-il de répondre aux raisons de son utilisation ? ○ Si nous voulons mettre de l'avant les raisons de son utilisation que vous avez mentionnées plutôt (phase 3 section 2), comment pourrions-nous nous y prendre ?

	<ul style="list-style-type: none">○ Comment pourrions-nous utiliser ce texte dans les classes du secondaire ? <p>4- Questionner les étudiants sur leurs réticences possibles.</p> <ul style="list-style-type: none">• Avec les éléments que vous venez de mentionner, y a-t-il des réticences envers l'intégration de l'histoire ? Des désavantages ? Des éléments qui vous préoccupent ?• Questions de relance :<ul style="list-style-type: none">○ Qu'est-ce qui vous faisait dire que vous n'étiez pas en accord avec la façon d'intégrer l'histoire des mathématiques proposée par l'autre étudiant ? (phase 3 section 3)○ En utilisant cette façon d'intégrer l'histoire (phase 3 section 3), avez-vous des préoccupations pédagogiques ou didactiques qui entrent en compte ?
--	---

ANNEXE D

LE PROTOCOLE DE RECHERCHE : L'ENTREVUE INDIVIDUELLE (RENCONTRE 3)

Phase 1	<p>1- Retour sur les dernières activités</p> <ul style="list-style-type: none">• Je vais faire un rappel rapide des deux dernières séances effectuées pour remettre les participants dans le contexte de ma recherche. <p>2- But de l'entrevue individuelle</p> <ul style="list-style-type: none">• Je vais expliquer que le but de cette entrevue est de clore la recherche en observant finalement, ce que vous pensez (les participants) de l'histoire des mathématiques pour son enseignement-apprentissage autour de mes trois questions habituelles : Comment intégrer l'histoire des mathématiques ? Pourquoi l'intégrer ? Quelles sont vos réticences vis-à-vis cette intégration ? L'entrevue se déroulera alors en trois autres phases, chacune concernant l'une de ses trois questions.
Phase 2	<p>1- Pourquoi intégrer l'histoire des mathématiques dans son enseignement-apprentissage ?</p> <ul style="list-style-type: none">• Poser la question suivante aux participants : Quel est le potentiel de l'intégration de l'histoire des mathématiques dans les classes de mathématiques du secondaire ?• Questions de relance :<ul style="list-style-type: none">○ Peux-tu m'en dire davantage là-dessus ?○ Que veux-tu dire par là ?○ D'où provient cette raison ?○ Crois-tu que ces raisons soient suffisantes pour l'intégrer ?○ Tu as mentionné (reprendre des éléments du questionnaire de départ exposé par le participant ou encore des éléments mentionnés lors de l'activité) peux-tu m'en dire plus là-dessus ?○ En repensant aux cours que tu as eus à l'UQAM, est-ce que certains d'entre eux t'ont donné des idées concernant les raisons d'intégrer l'histoire des mathématiques ? Lesquelles ? Pourquoi ?

	<ul style="list-style-type: none"> ○ Essaie de te remettre lors des différents stages que tu as effectués, repense à tes anciens élèves, enseignants associés, collègue et superviseur. Est-ce que l'histoire des mathématiques avait une utilité dans les classes de mathématiques que tu as côtoyées ? Est-ce que certains enseignants de mathématiques t'ont parlé d'avantages liés à l'utilisation de l'histoire ?
Phase 3	<p>1- Comment intégrer l'histoire des mathématiques dans les classes du secondaire</p> <ul style="list-style-type: none"> • Poser la question suivante aux participants : as-tu envisagé des manières d'intégrer l'histoire des mathématiques dans tes futures classes de mathématiques au secondaire ? • Questions de relance : <ul style="list-style-type: none"> ○ Peux-tu m'en dire davantage là-dessus ? ○ Si nous reprenons des avantages possibles que tu as exposés tantôt, comment pourrait-on utiliser l'histoire pour intégrer cet avantage ? ○ Que veux-tu dire par là ? ○ Que penses-tu des textes historiques discutés lors de notre dernière rencontre. Penses-tu qu'il serait possible de les intégrer dans les classes du secondaire ? ○ Tu as mentionné (reprendre des éléments du questionnaire de départ ou encore de l'activité), penses-tu que ce soit toujours une bonne solution pour intégrer l'histoire ? Peux-tu m'expliquer davantage ce que tu voulais dire par là ? ○ Avec tout ce que nous avons vu, y a-t-il des éléments que tu as mentionnés dans ton questionnaire ou encore lors de l'activité que tu modifierais concernant les manières envisagées pour intégrer l'histoire des mathématiques ? ○ Revis tes différents moments de tes stages. Y a-t-il des manières d'intégrer l'histoire qui semblait t'être suggérée par tes collègues ? Enseignants associés ? Superviseur ? ○ Lors de tes différents cours universitaires, y a-t-il des éléments qui t'ont inspiré concernant les façons d'intégrer l'histoire des mathématiques ? Lesquels ? Dans quel cours ?
Phase 4	<p>1- Les réticences</p> <ul style="list-style-type: none"> • Poser la question : as-tu des réticences ou des craintes vis-à-vis l'intégration de l'histoire des mathématiques dans tes futures classes du secondaire ? • Questions de relance : <ul style="list-style-type: none"> ○ Tu as mentionné (reprendre des éléments du questionnaire ou encore de l'activité). Peux-tu m'expliquer davantage ce que tu voulais dire ? Comment ces réticences sont-elles vécues de ta part ?

	<ul style="list-style-type: none"> ○ Quels sont tes sentiments envers le type d'activité effectué lors de la dernière séance (les textes historiques) ? ○ As-tu des réticences concernant certains éléments sur la façon d'intégrer l'histoire des mathématiques que tu as mentionnés plus tôt ? ○ J'ai entendu (reprendre des éléments dits par l'autre participant, la recherche ou autre concernant des réticences vis-à-vis l'histoire des mathématiques) qu'en penses-tu ? ○ Certains éléments qui t'ont semblé être proposés par l'université t'amènent-ils des réticences concernant leur intégration ? ○ Certains éléments mentionnés lors de tes stages t'amènent-ils des réticences concernant la façon de l'intégrer ? <p>2- Questions finales :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Y a-t-il des éléments dont nous n'avons pas discuté que tu souhaites aborder ? Est-ce que cette entrevue s'est bien passée ? Quelles sont tes impressions ?
--	--

Note : les différentes questions posées sont à titre indicatif. Le but étant de laisser le participant discuter de ce qu'il en pense sans lui proposer des éléments trop directifs. Cependant, si je remarque qu'il a de la difficulté à mettre ses idées en place ou ne semble pas inspiré par la question que je lui pose, les différentes questions plus directives exposées par les sous-points blancs seront utilisées.

De plus, je vais garder en tête le tableau 3.1 proposé dans mon mémoire pour m'aider à diriger correctement le participant vers les éléments que je désire.

ANNEXE E

LES TEXTES HISTORIQUES SÉLECTIONNÉS PAR LES PARTICIPANTS

Le texte sélectionné par Louis :



Département de mathématiques

Hiver 2021

MAT 6221 – Histoire des mathématiques.

Activité : Euclide et les Éléments.

Les Éléments d'Euclide font bien entendu partie des textes fondateurs dans l'histoire des mathématiques. Ils constituent littéralement la source de traditions mathématiques depuis l'Antiquité jusqu'à l'époque moderne. Plus largement, ils ont fait et font toujours partie, en quelque sorte, des textes préparatoires à l'exercice de la pensée. Comme le concevait Platon, l'activité mathématique forme ainsi l'antichambre de la philosophie. Les Éléments constituent une vaste propédeutique qui demeurera le noyau de l'enseignement des mathématiques pendant près de deux millénaires.

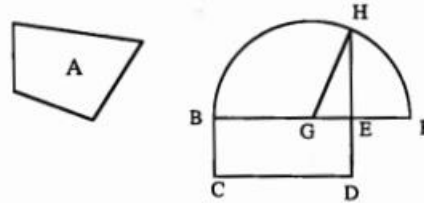
Euclide, mathématicien grec d'Alexandrie ayant vécu sous Ptolémée 1^{er}, autour de 300 av. J.-C., traite, dans cet ouvrage, à la fois de géométrie, d'arithmétique et de nombres irrationnels. Il y rassemble, en un formidable édifice logique, les résultats mathématiques accumulés à l'époque. La forme de l'ouvrage est autant sinon plus intéressante et puissante que son contenu. En effet, axiomes, définitions et théorèmes s'articulent pour l'élaboration d'un système qui marquera très profondément l'histoire de la pensée.

Exercice :

La proposition 14 du livre 2 est une courte démonstration qui indique les étapes à suivre afin de construire un carré équivalent à un polygone donné. C'est-à-dire, qu'Euclide nous propose une marche à suivre pour effectuer la quadrature d'un polygone.

- Analysez et interprétez la démarche que propose Euclide.
- Euclide fait appel dans sa preuve à la proposition 5 du livre 2. Quelle peut être l'énoncé de cette proposition? Donnez en une preuve.
- Quelle peut être la proposition 47 du livre 1?

Construire un carré égal à une figure rectiligne donnée.



Soit A la figure rectiligne donnée. Il faut alors construire un carré égal à la figure rectiligne A.

En effet, que soit construit BD parallélogramme rectangle égal à la figure rectiligne A (I. 45).

Si effectivement BE est égale à ED, ce qui était prescrit aura été fait : car le carré BD a été construit égal à la figure rectiligne A.

Sinon, l'une des droites BE, ED est plus grande. Que ce soit BE la plus grande et qu'elle soit prolongée vers F, et que soit placée EF, égale à ED.

Que BF soit coupée en deux parties égales en G, et que du centre G avec l'un des GB, GF comme intervalle, soit décrit le demi-cercle BHF; et que DE soit prolongée jusqu'en H; et que GH soit jointe.

Or puisque la droite BF a été coupée d'une part en segments égaux en G, d'autre part en segments inégaux en E, le rectangle contenu par BE, EF, pris avec le carré sur EG, est donc égal au carré sur GF (II. 5). Or GF est égale à GH (Df. I. 15). Donc le rectangle contenu par BE, EF, pris avec le carré sur GE, est égal au carré sur GH. Or les carrés sur HE, EG sont égaux à celui sur GH (I. 47). Donc le rectangle contenu par BE, EF pris avec le carré sur GE est égal à ceux sur HE, EG (N.C. 1). Que le carré sur GE soit retranché de part et d'autre : ce qui reste, le rectangle contenu par BE, EF est donc égal au carré sur EH (N.C. 3). Mais le rectangle contenu par BE, EF est BD, car EF est égale à ED. Donc le parallélogramme BD est égal au carré sur HE. Or BD est égal à la figure rectiligne A. Et donc la figure rectiligne A est égale au carré qui sera décrit sur EH.

Donc un carré, égal à la figure rectiligne donnée A, a été construit : celui qui sera décrit sur EH. Ce qu'il fallait faire.

¹ Extrait de : Bernard Vitrac [Traduction et commentaires], *Euclide : Les éléments, vol. 1*, Paris, PUF, 1990.

Le texte sélectionné par Charles :

Département de mathématiques

Hiver 2021

MAT 6221 – Histoire des mathématiques.

Activité : L'approximation de pi par Liu Hui (version révisée).

Le mathématicien chinois Liu Hui (3^e siècle) est très connu pour ses commentaires apportés au *Jiuzhang suanshu* (L'art du calcul en neuf chapitres). Ce livre est une référence obligée dans la tradition chinoise. Il s'occupe en partie d'arithmétique (règle de trois, partages proportionnels, fausse position), en partie de géométrie (calcul de surface et de volume) et en partie d'algèbre (système linéaire). Les préoccupations du livre sont fort concrètes, il est sans cesse question d'arpentage, d'échanges de grains, de taxes, de travaux de terrassement. On s'imagine qu'il était destiné aux comptables de l'administration publique. Dans l'extrait qui suit, Liu Hui commente le problème 32 où il est question de la mesure d'un champ circulaire. Le livre fournit une solution avec une approximation de 3 pour la valeur de pi. Liu Hui propose quant à une nouvelle approximation (3,14).

Notez que :

- Les unités de mesure employées sont le chi, le cun, le fen, le li, le hao, le miao et le hu; la valeur de chacune de ces unités est 10 fois celle de l'unité suivante (1 chi = 10 cun, etc.).
- Le bu vaut 6 chi.
- Le bu est aussi une unité d'aire, comme le mu (1 mu = 240 bu).

Le commentaire de Liu Hui

D'après Bai Shangshu, *Jiuzhang suanshu zhushi*
[Edition critique du texte du *Jiuzhang suanshu* et de ses commentaires originaux],
Pékin : Kexue chubanshe, 1983, p. 35-45. Traduction: J.-C. Martzloff.

En prenant la demi-circonférence pour longueur et le rayon pour largeur, le produit longueur - largeur donne l'aire [du cercle]. Etant donné un cercle de diamètre 2 *chi*, le côté de l'hexagone inscrit est précisément égal au rayon du cercle : cela correspond à des "modules" du diamètre et de la circonférence valant respectivement 3 et 1. D'après la figure, en multipliant le côté d'un hexagone par le rayon [puis le résultat] par 3, on obtient l'aire du dodécagone [inscrit]. Si on divise à nouveau le dodécagone alors en multipliant le côté du dodécagone par le rayon [puis le résultat] par 6, on obtient l'aire du polygone [inscrit] de 24 côtés. Plus on divise finement [le polygone], plus l'erreur diminue. En divisant le polygone encore et encore jusqu'à ce qu'il devienne impossible de le diviser davantage, ce que l'on obtient se confond avec le "corps" du cercle et il n'y a plus d'erreur. A l'extérieur du côté d'un polygone [donné], il y a toujours un "diamètre restant". En multipliant le côté d'un polygone par [son] "diamètre restant", [on obtient une] surface qui "déborde à l'extérieur de l'arc [de cercle]. C'est pourquoi, si le polygone [provient d'une division du cercle très] fine, son "corps" se confond avec celui du cercle et le "diamètre restant" finit par disparaître. Mais alors, s'il n'y a plus de "diamètre restant", la surface [composée d'un polygone régulier inscrit dont les côtés sont surmontés de petits rectangles] ne déborde plus sur l'extérieur. En multipliant le rayon par le côté [issu du processus de division] de l'arc, le nombre de côtés du polygone double à chaque fois. C'est pourquoi le produit de la demi-circonférence par le rayon donne la surface du cercle. Mais puisqu'on ne considère plus que la circonférence et le diamètre, on peut dire que les nombres auxquels on abouti ainsi sont "parfaitement corrects". Il n'est [donc] plus question d'une circonférence et d'un diamètre dont les "modules respectifs vaudraient 3 et 1. [En fait], quand on dit que la circonférence vaut 3, on pense seulement au pourtour de l'hexagone. [Dans ces conditions] si on se sert [des "modules" 3 et 1] pour apprécier l'erreur commise sur [l'aire du] cercle on voit [que cette erreur] est similaire à celle commise [lorsqu'on remplace] l'arc par la corde. Toutefois, cette méthode [i.e. celle qui consiste à prendre pour "modules" 3 et 1] a été transmise de génération en génération et personne n'a cherché une meilleure précision. Suivant les anciens, les étudiants ont appris l'ancienne méthode erronée. Sans fondements clairs, il est difficile de débattre [de cette question]. D'une manière générale, les choses qui ne sont pas rondes sont carrées. Si on cherche à "comprendre intimement" les "modules" du rond et du carré on parviendra à les connaître même s'ils sont difficiles d'accès. Considérant les "modules" de cette façon on verra que leurs applications sont nombreuses. Je fais remarquer respectueusement que [dans ce qui suit] j'ai utilisé des figures pour construire les "modules précis". [De plus] j'ai craint de présenter [ma] méthode "dans l'abstrait" parce que les nombres [qu'elle met en jeu pourraient

.../...

.../...

paraître] obscurs et difficiles à comprendre. Aussi je fournis ici [ces nombres] libéralement et je les commente précisément.

Méthode pour diviser l'hexagone [inscrit] de façon à obtenir un dodécagone:

Poser le diamètre du cercle, 2 *chi*, en prendre la moitié, soit 1 *chi* : c'est le côté de l'hexagone inscrit dans le cercle. Considérer le rayon, 1 *chi* comme une hypoténuse et prendre le demi-côté, 5 *cun* pour base. [Avec ces données] chercher la "hauteur" : soustraire base-carrée, 25 *cun* [carrés] d'hypoténuse-carrée, reste 75 *cun* [carrés]. Extraire la racine carrée [de 75] en descendant jusqu'aux [unités appelées] *miao* et *hu* puis rétrograder à nouveau le "diviseur" de façon à déterminer les petits nombres [correspondant à des unités plus petites que les plus petites unités de longueur connues, à savoir les *miao* et les *hu*]. Considérer les petits nombres (*qui n'ont pas de nom*)[d'unité] comme des numérateurs ayant dix pour dénominateur. En simplifiant, trouver 2/5 de *hu*. Obtenir une "hauteur" de 8 *cun* 6 *fen* 6 *li* 2 *miao* 5 *hu* et 2/5 de *hu*. En soustrayant [ce résultat] du rayon, reste 1 *cun* 3 *fen* 3 *li* 9 *hao* 7 *miao* 4 *hu* et 3/5 de *hu*. Appeler "petite base" ce résultat. Appeler aussi "petite hauteur" le demi-côté du polygone ; [avec cette "petite base" et cette "petite hauteur"] chercher la "petite hypoténuse". En négligeant le reste, le carré [de cette "petite hypoténuse"] vaut 267949193445 (*hu*) [carrés]. En extrayant la racine carrée [de ce nombre], obtenir le côté du dodécagone [inscrit].

Méthode pour diviser le dodécagone [inscrit] de façon à obtenir un "24-gone":

Prendre encore le rayon comme hypoténuse et le demi-côté comme base et calculer la "hauteur" [correspondante]. Poser en haut le carré de la petite hypoténuse et en prendre le quart. En négligeant le reste [de la division], obtenir 66987298361 *hu* [carrés]. C'est le carré de la base. En le soustrayant du carré de l'hypoténuse et en extrayant la racine carrée de ce qui reste, obtenir une "hauteur" de 9 *cun* 6 *fen* 5 *li* 9 *hao* 2 *miao* 5 *hu* et 4/5 de *hu*. En soustrayant cela du rayon, reste 3 *fen* 4 *li* 7 *miao* 4 *hu* et 1/5 de *hu*. Appeler "petite base" [ce résultat] ; appeler aussi "petite hauteur" le demi-côté du polygone. [Avec cette "petite base" et cette "petite hauteur"], chercher la "petite hypoténuse". Le carré [de cette "petite hypoténuse"] vaut 68148349466 *hu* [carrés] en négligeant la fraction restante. En extrayant la racine carrée, obtenir le côté du 24-gone.

Méthode pour diviser le 24-gone [inscrit] de façon à obtenir le 48-gone :

Prendre encore le rayon comme hypoténuse et le demi-côté comme base et chercher la "hauteur" [correspondante]. Poser en haut le carré de la petite hypoténuse, diviser le résultat par 4. en négligeant le reste [de la division], on obtient 17037087366 *hu* [carrés]. C'est le carré de la base. En ôtant [ce carré de la base] du carré de l'hypoténuse et en extrayant la racine carrée de ce qui reste, obtenir une "hauteur" de 9 *cun* 9 *fen* 1 *li* 4 *hao* 4 *miao* 4 *hu* et 4/5 de *hu*. En soustrayant [ce résultat] du rayon, reste 8 *li* 5 *hao* 5 *miao* 5 *hu* et 1/5 de *hu*. Appeler cela "petite base". Appeler aussi "petite hauteur" le demi-côté du polygone. [A partir de la "petite base" et de la "petite hauteur"] chercher la "petite hypoténuse". En négligeant le reste [de l'opération] son carré vaut 17110278813 *hu* [carrés]. En extrayant la racine carrée, obtenir 1 *cun* 3 *fen* 8 *hao* 6 *hu* pour "petite hypoténuse", en négligeant ce qui reste. C'est le côté du 48-gone. En multipliant [ce résultat] par le rayon 1 *chi*, puis par 24,

.../...

.../...

obtenir une aire de 3139344000000 *hu* [carrés]. En divisant [ce résultat] par cent fois cent millions [10^{10}] obtenir une aire de 313 *cun* [carrés] et 584/625 *cun* [carrés], c'est-à-dire l'aire du 96-gone.

Méthode pour diviser le 48-gone [inscrit] de façon à obtenir le 96-gone inscrit :

Prendre encore le rayon pour hypoténuse et le demi-côté pour base afin d'en déduire la "hauteur". Poser le carré de l'hypoténuse, diviser le résultat par 4. Obtenir ainsi 4277569703; *hu* [carrés] en négligeant ce qui reste. C'est le carré de la base. Oter ce résultat du carré de l'hypoténuse, extraire la racine carrée, obtenir 9 *cun* 9 *fen* 7 *li* 8 *hao* 5 *miao* 8 *hu* et 9/10 de *hu*. Soustraire [ce résultat] du rayon, reste 2 *li* 1 *hao* 4 *miao* 1 *hu* et 1/10 de *hu*, c'est ce qu'on appelle la "petite base". Appeler aussi "petite hauteur" la moitié du côté du polygone. [Avec ces données] chercher la "petite hypoténuse". Son carré vaut 4282154012 *hu* [carrés] en négligeant le reste. En extrayant la racine carrée, obtenir 6 *fen* 5 *li* 4 *hao* 3 *miao* 8 *hu* pour "petite hypoténuse", en négligeant ce qui reste. C'est le côté du 96-gone. En multipliant [ce résultat] par le rayon, 1 *chi*, puis le résultat par 48, obtenir pour aire 3141024000000 [6 zéros] *hu* [carrés]. En divisant [ce résultat] par 100 fois cent millions *yi*, obtenir pour aire 314 *cun* [carrés] et 64/625 *cun* [carrés]. C'est l'aire du 192-gone. En soustrayant [ce résultat] de l'aire du 96-gone, reste 105/625, que l'on appelle "l'écart en aire" ((*cha-mi*)). Doubler [cet écart], ce qui fait 210 [au numérateur], c'est la partie extérieure qui "sort" du cercle relativement au 96-gone. C'est le total des aires correspondant à "la flèche que multiplie l'hypoténuse". Ajouter cette aire à celle du 96-gone, obtenir 314 *cun* [carrés] et 169/625 *cun* [carrés], c'est ce qui déborde à l'extérieur du cercle. C'est pourquoi l'aire du 192-gone vaut au total 314 *cun* [carrés]. On peut considérer que c'est "le module déterminé de l'aire du cercle", pourvu que l'on néglige la fraction restante. En divisant l'aire du cercle par 1 *chi* et en doublant [le résultat], obtenir 6 *chi* 2 *cun* 8 *fen*, c'est le nombre de la circonférence.

ANNEXE F

STRUCTURE DE NOS GRILLES D'ANALYSES

Pour chacun de nos sous-objectifs et d'une section supplémentaire pour des citations intéressantes qui n'était pas catégorisé sous l'un de nos sous-objectifs, une page Excel complète était utilisée. Voici la structure de celles-ci avec un exemple d'une citation précise provenant des propos de Louis :

Citation	Thématique	Tention entre les zones du participant	Les autres phases d'analyses		Explication dans nos mots
			Le questionnaire	L'entrevue de groupe	
« Je pense que l'histoire des mathématiques, tu sais, on a parlé souvent que c'était dans le programme là. Qu'il faut intégrer l'histoire pour former les élèves et tout, mais outre tout cela, moi je pense que pour apprendre les mathématiques il y a un potentiel. Il y a un potentiel d'exploration à travers l'histoire. C'est un moyen d'explorer les mathématiques qui est particulièrement, bien moi je le trouve quand même riche didactiquement »	Explorer les mathématiques	Semble davantage dans ses croyances personnelles (ZPD)	X	Ce relie avec l'idée de projet qui est dans l'idée d'explorer les mathématiques	L'histoire des mathématiques permettrait aux élèves de mieux comprendre les mathématiques, grâce à son aspect exploratoire qui amène des éléments didactiques.

BIBLIOGRAPHIE

- Arcavi, A. et Isoda, M. (2007). Learning to listen : from historical sources to classroom practice. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 111-129.
- Arpin, J. (2009). *Utilisation d'une approche historico-culturelle dans le matériel didactique de la première année du premier cycle du secondaire en mathématiques* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Trois-Rivières]. Cognitio. <https://depot-e.uqtr.ca/id/eprint/2009/>
- Ball, D. L. et Bass, H. (2009, mars). With an eye on the mathematical horizon : Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. Papier présenté dans le cadre de la réunion annuelle *Jahrestagung für Didaktik der Mathematik*, Oldenburg, Allemagne. Repéré à l'adresse : <https://static1.squarespace.com/static/577fc4e2440243084a67dc49/t/579a39cebe65945c23e8b8cf/1469725134888/EyeOnMathHorizon.pdf> (p. 1-12).
- Ball, D. L., Thames, M. H. et Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching : what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barabe, G. et Proulx, J. (2017). Révolutionner l'enseignement des mathématiques : le projet visionnaire de Seymour Papert. *For the learning of Mathematics*, 37(2), 25-29.
- Barbin, E. (1997). Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi? Comment? *Bulletin de l'Association Mathématiques du Québec (AMQ)*, 37(1), 20-25.
- Barbin, E. (2006). Apport de l'histoire des mathématiques et de l'histoire des sciences dans l'enseignement. *Tréma*, 26(1), 20-28.
- Barbin, E. (2012). L'histoire des mathématiques dans la formation: une perspective historique (1975-2010). Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Acte du congrès de l'EMF 2012* (p. 546-554). Université de Genève.
- Barbin, E., Tzanakis, C. et Guillemette, D. (2019). History of mathematics and education. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (p. 1-8). Springer.

- Bednarz, N. (2001). Didactique des mathématiques et formation des enseignants : le cas de l'Université du Québec à Montréal. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1(1), 61-80.
- Bednarz, N., Gattuso, L. et Mary, C. (1995). Formation à l'intervention d'un futur enseignant en mathématiques au secondaire. *Bulletin de l'Association Mathématiques du Québec (AMQ)*, 35(1), 17-30.
- Bertrand, J. (2012). *Les instruments mathématiques historiques : pour une plus grande utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal]. Archipel. <http://archipel.uqam.ca/id/eprint/5145>
- Boileau, A. et Garançon, M. (1993). Géométrie et formation des maîtres au secondaire. *Bulletin de l'Association Mathématiques du Québec (AMQ)*, 33, 40-49.
- Charbonneau, L. (2006). Histoire des mathématiques et les nouveaux programmes au Québec : un défi de taille. Dans *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés : actes du congrès de l'EMF 2006* (p. 1-11). Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke.
- Clark, K., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., Tzanakis, C. et Wang, X. (2016). History of mathematics in mathematics education: Recent developments. Dans L. Radford, F. Furinghetti & T. Hausberger (Dir.), *Proceedings of the 2016 meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (p.135-179). IREM de Montpellier.
- Dufour-Janvier, B. et Hosson, N. (1999). L'étudiant futur enseignant en interaction, dans le cadre d'activités géométriques variées : observations et éléments de réflexion. Dans *Actes du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec* (p. 39-53).
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the learning of Mathematics*, 11(2), 3-6.
- Fauvel, J. et Van Maanen, J. (2000). *History in mathematics education : the ICMI study*. Kluwer Academic Publishers.
- Fredette, I. (2010). *L'histoire des mathématiques : un outil pour l'humanisation des mathématiques au secondaire* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal]. Archipel. <http://archipel.uqam.ca/id/eprint/3780>
- Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education*, 10(4), 391-408.

- Fried, M. N. (2007). Didactics and history of mathematics : knowledge and self-knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 203-223.
- Fried, M. N. (2008). History of mathematics in mathematics education : a Saussurean perspective. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 5(2), 185-198.
- Fried, M. N., Guillemette, D. et Jahnke, H. N. (2016). Theoretical and/or conceptual frameworks for integrating history in mathematics education. Dans L. Radford, F. Furinghetti et T. Hausberger (dir.), *Proceeding of the 2016 ICME Satellite Meeting of the international Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (p. 211-230). IREM de Montpellier.
- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 131-143.
- Garner, M. (1996). The importance of history in mathematics teaching and learning. *interface*, 96.
- Goos, M. (2005). A sociocultural analysis of the development of pre-service and beginning teachers' pedagogical identities as users of technology. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(1), 35-59.
- Goos, M. (2008, juin). Sociocultural perspectives on learning and development of mathematics teachers and teacher-educator-researchers. Papier présenté dans le cadre du congrès ICME 2008, Mexico, Mexique. Repéré à l'adresse : https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/About_ICMI/Publications_about_ICMI/ICME_11/Goos.pdf Dans *ICME 11* (p. 291-306).
- Goos, M. (2013). Sociocultural perspectives in research on and with mathematics teachers : a zone theory approach. *ZDM: The international journal on mathematics education*, 45(4), 521-533.
- Goos, M. et Geiger, V. (2010). Theoretical perspectives on mathematics teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(6), 499-507.
- Guillemette, D. (2009). *Utilisation de textes anciens dans l'enseignement du calcul différentiel* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal]. Archipel. <http://archipel.uqam.ca/id/eprint/2568>
- Guillemette, D. (2011). L'histoire dans l'enseignement des mathématiques : sur la méthodologie de recherche. *Petit x*, 86(1), 5-26.
- Guillemette, D. (2015). *L'histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire : sur l'expérience du dépaysement épistémologique des étudiants*

[Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal]. Archipel.
<https://archipel.uqam.ca/7164/1/D-2838.pdf>

- Guillemette, D. (2017). History of mathematics in secondary school teachers' training : towards a nonviolent mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 96(3), 349-365.
- Guillemette, D. (2018). History of mathematics and teachers' education : on otherness and empathy. Dans K. Clark, T. h. Kjeldsen, S. Schorcht et C. Tzanakis (dir.), *Mathematics, Education and History : Towards a harmonious partnership* (p. 43-60). Springer.
- Guillemette, D. (2020). Lecture de textes historiques dans la formation à l'enseignement des mathématiques : choix et modalités de lecture. Dans B. Di Paola et P. Palhares (dir.), *Actes de la 71e réunion de la commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM 71)-Connexions et compréhensions dans l'enseignement des mathématiques : donner un sens à un monde complexe* (p. 443-452). CIEAEM.
- Guillemette, D. et Radford, L. (sous presse). History of mathematics and mathematics education : a Bakhtinian perspective. *ZDM-Mathematics education*, 7(Numéro spécial: Exploring the significance of the history of mathematics in mathematics education : recent developments in the field).
- Hitt, F. et Quiroz Rivera, S. (2019). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers un apprentissage socioculturel. *Annales de didactique et de Sciences Cognitives*, 24(1), 75-106.
- Hitt, F., Saboya, M. et Cortés Zavala, C. (2017). Rupture or continuity : the arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97-116.
- Jahnke, H. N. (1994). The historical dimension of mathematical understanding- Objectifying the subjective. Dans J. P. da Ponte, et J. F. Matos (dir.), *Proceedings of the 18th international conference for the psychology of mathematics education* (vol. 1, p. 139-156). université de Lisbonne.
- Jahnke, H. N., Arcavi, A., Barbin, E., Bekken, O., Furinghetti, F. et al. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. Dans J. Fauvel et J. Van Maanen (dir.), *History in mathematics education- The ICMI Study* (p. 291-328). Kluwer.

- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the « whys » and « hows » of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261.
- Jankvist, U. T. (2010). An empirical study of using history as a « goal ». *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 53-74.
- Jankvist, U. T. et Geraniou, E. (2021). « Whiteboxing » the content of a formal mathematical text in a dynamic geometry environment. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 7(1), 222-246.
- Martineau, S., Simard, D. et Gauthier, C. (2001). Recherches théoriques et spéculatives : considérations méthodologiques et épistémologiques. *Recherches qualitatives*, 22, 3-32.
- Ministère de l'Éducation. (2020). Référentiel de compétences professionnelles : profession enseignante. Les publications du Québec.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2006). Programme de formation de l'École québécoise, enseignement secondaire, premier cycle. Les publications du Québec.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2007). Programme de formation de l'École québécoise, enseignement secondaire, deuxième cycle. Les publications du Québec.
- Ricoeur, P. (1986). Rhétorique-Poétique-Herméneutique. Dans *M. Meyer (dir.), De la métaphysique à la rhétorique* (p. 143-155). Université de Bruxelles.
- Roy, P. (2006). *Intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal]. Archipel. <http://archipel.uqam.ca/id/eprint/3461>
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematics Behavior*, 14(1), 15-39.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Siu, M.-K. (2006). No, I don't use history of mathematics in my class. Why? Dans F.Furinghetti, S. Kaijser, et C. Tzanakis (dir.), *Proceedings History and*

Pedagogy of Mathematics (HPM) 2004 et European Summer University (ESU) 4 (revised edition) (p. 268-277). Université d'Uppsala.

Thomaidis, Y. (1993). Aspects of negative numbers in the early 17th century : an approach for didactic reasons. *Science & Education*, 2(1), 69-86.

Toeplitz, O. (1963). *The calculus : a genetic approach*. Université de Chicago.

Valsiner, J. (1997). *Culture and the development of children's action : a theory of human development* (2^e éd.). John Wiley & Sons.

Vermersch, P. (2014). *L'entretien d'explicitation* (8^e éd.). ESF éditeur.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : development of higher psychological processes*. Harvard University Press.