UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

L'ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE DES STRUCTURES ADDITIVES AUPRÈS D'ÉLÈVES AYANT UN TROUBLE DU SPECTRE DE L'AUTISME SOUS L'ANGLE DE LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

À LA MAITRISE EN ÉDUCATION

PAR

ISABELLE ATKINS

FÉVRIER 2020

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à ma directrice, Virginie Houle, qui m'a guidée et épaulée dans ce projet. Merci Virginie pour tes encouragements, ta rigueur et ta bienveillance. Tu as été incroyablement présente et disponible pour chacune des étapes de la rédaction de ce mémoire. Ton enthousiasme pour la recherche est inspirant et contagieux. Je suis très heureuse de savoir que tu seras encore à mes côtés pour l'aventure que représentent les études doctorales.

Je souhaite aussi remercier les deux enseignantes qui ont accepté que leurs élèves participent à mon projet. Merci pour votre confiance. Merci aussi aux élèves qui ont participé à l'expérimentation. Nos rencontres ont été ponctuées d'une juste dose de spontanéité, de rigolades et de sérieux. J'espère qu'elles ont été aussi plaisantes pour eux qu'elles l'ont été pour moi.

Je tiens ensuite à remercier mes parents, John Atkins et Suzanne Lanctôt, pour leur soutien moral et financier. Merci aussi de m'avoir appris, dès mon plus jeune âge, la valeur des mots et l'importance de choisir les bons. J'ai eu le très grand privilège de grandir dans un milieu où la curiosité est valorisée et nourrie. C'est un cadeau inestimable.

Merci à mes précieuses amies, Claudia Maillé-Parent et les Tatouées : Joëlle Lauzon, Aurélie Paquet et Sarah Huxley. Votre amitié était essentielle pour mener à terme ce projet. Vous avez compris mes oscillations entre angoisse et optimisme, entre doutes et convictions, entre découragement et fierté et vous m'avez suivie dans ces méandres tout au long de mon projet. Vous m'avez écoutée vous raconter des choses qui ne vous intéressaient pas toujours, je le sais bien. Si ça, ce n'est pas de l'amitié! Merci les potes.

Un grand merci à Aurélie Paquet et à Dominique Noël pour la correction de mes nombreuses versions de ce projet.

Finalement, je tiens à remercier la Fondation de l'UQAM pour le soutien financier.

À la douce mémoire d'Alexandre Thériault

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

Au Québec, l'enseignement offert aux élèves ayant un trouble du spectre de l'autisme est régi par la politique de l'adaptation scolaire. Dans cette politique, le ministère de l'Éducation et de l'enseignement supérieur (MEES) demande aux enseignant·es d'adapter leur enseignement aux spécificités de leurs élèves. Or, très peu d'études portant sur l'enseignement des contenus disciplinaires aux élèves ayant un trouble du spectre de l'autisme (TSA) ont été réalisées, et ce malgré une littérature de plus en plus abondante sur les spécificités cognitives, affectives et comportementales de cette population d'élèves. Peu d'appui scientifique s'offre donc aux enseignant·es pour réaliser les adaptations exigées par le ministère, notamment dans le cadre de l'enseignement des mathématiques.

Cette recherche s'inscrit dans le cadre des travaux en didactique des mathématiques en adaptation scolaire. Selon Lemoyne et Lessard (2003), cette perspective est adoptée par plusieurs chercheurs depuis le début des années 1980, elle n'est donc pas nouvelle. Toutefois, la problématique de ce mémoire montre l'existence d'une certaine tension à l'heure actuelle entre le cadre cognitiviste, fondé sur la prise en compte du potentiel et des déficits chez les élèves, dont ceux ayant un TSA, et le cadre didactique, fondé sur la prise en compte des interactions entre l'enseignement et l'apprentissage de savoirs donnés. À l'heure actuelle, le cadre cognitiviste domine dans le champ de l'enseignement en adaptation scolaire. Or, considérant l'importance de prendre en compte non seulement les caractéristiques des élèves ayant un TSA mais aussi celles du savoir mathématique en jeu dans l'enseignement/apprentissage, ce mémoire s'inscrit dans une perspective essentiellement didactique, tout en tenant compte des connaissances sur les spécificités cognitives et affectives des élèves ayant un TSA.

L'objectif de cette recherche est ainsi d'étudier le potentiel et les limites de situations basées sur la théorie des situations didactique pour l'enseignement/apprentissage des structures additives auprès d'élèves ayant un TSA. Pour atteindre cet objectif, nous dégageons les concepts centraux de la théorie des situations didactiques, ainsi que les connaissances théoriques sur l'enseignement/apprentissage de la suite numérique et des structures additives. Prenant appui sur ces données, une séquence d'enseignement composée de trois situations à caractère adidactique est construite et expérimentée auprès de trois élèves ayant un TSA âgés de 7 à 9 ans, scolarisés en classe spéciale pour élèves ayant un TSA dans une école régulière.

Les résultats de cette recherche suggèrent que les élèves ayant un TSA mobilisent les mêmes stratégies et connaissances sur les structures additives que les autres élèves. De plus, ils s'engagent dans les situations proposées dans la mesure où ils souhaitent ardemment réussir/gagner. Cependant, les élèves ayant un TSA participant à cette étude, semblent peu se questionner sur le savoir mathématique visé par les situations. Il est possible que ces élèves soient peu sensibles au contrat didactique, ce qui rendrait l'articulation entre les processus de dévolution et d'institutionnalisation particulièrement difficile lors d'un enseignement auprès de cette population d'élèves.

Finalement, la recherche montre à la fois la pertinence d'une approche didactique pour prendre en compte la nature des savoirs dans l'enseignement des mathématiques auprès des élèves ayant un TSA et la pertinence de considérer la dimension cognitive de la transmission des savoirs comme une spécificité de l'interaction didactique.

MOTS-CLÉS : autisme, trouble du spectre de l'autisme, mathématiques au primaire, structures additives, théorie des situations didactiques.

INTRODUCTION

Le trouble du spectre de l'autisme (TSA) reçoit une attention de plus en plus importante dans la population. Cet intérêt croissant s'observe également dans le milieu de la recherche, notamment dans les domaines de la médecine et de la psychologie, mais aussi dans le domaine de l'éducation. La prévalence du TSA est en constante augmentation dans les dernières années, et ce, à l'échelle mondiale (Fédération québécoise de l'autisme, 2017 ; Centers for disease control and prevention [CDC], 2017). Il n'existe pas, à l'heure actuelle, de consensus quant aux causes du TSA (Fédération québécoise de l'autisme, 2017 ; CDC, 2017), mais les impacts sur le quotidien des personnes atteintes, et de leur famille, est bien documenté. Malgré le nombre grandissant d'études portant sur le TSA dans les dernières années, peu de recherches portant sur l'enseignement des contenus disciplinaires à cette population d'élèves sont disponibles à ce jour (Hart Barnett et Cleary, 2015 ; Manti e*t al.*, 2013) et beaucoup de questions restent en suspens. Ce projet de recherche s'inscrit donc dans une démarche large visant à explorer les conditions favorables à l'enseignement/apprentissage des mathématiques auprès d'élèves ayant un trouble du spectre de l'autisme.

Cette recherche, qui s'inscrit dans une perspective didactique, adopte une approche systémique qui prend en compte le contexte d'enseignement/apprentissage et la spécificité du savoir en jeu dans l'enseignement. Or, elle vise aussi à étudier comment les caractéristiques propres aux élèves ayant un TSA influencent (ou non) les interactions didactiques. Les spécificités des personnes ayant un TSA ont fait l'objet de plusieurs études et un nombre important de théories ont été élaborées pour tenter d'expliquer les symptômes de l'autisme. Nous tentons, dans ce projet, de tenir compte des connaissances sur les aspects cognitif, comportemental et affectif du développement des personnes autistes, tout en adoptant une approche systémique qui tient compte du contexte d'enseignement et des caractéristiques du savoir mathématique visé.

Ce mémoire comporte cinq chapitres. Dans un premier temps, la problématique présente, d'une part, l'état actuel des connaissances sur le TSA et, d'autre part, la spécificité de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. Prenant appui sur ces données, nous montrons ensuite la pertinence d'une approche didactique pour fonder l'enseignement des mathématiques auprès d'élèves ayant un TSA et présentons l'objectif général de notre recherche. Le deuxième chapitre expose le cadre théorique. Les concepts centraux de la théorie sur laquelle se fonde cette recherche, soit la théorie des situations didactiques, sont d'abord présentés. Nous nous intéressons ensuite à la spécificité du contenu mathématique ciblé dans cette étude, les structures additives, et présentons les résultats de recherches incontournables portant sur l'enseignement et l'apprentissage de ce contenu. Le cadre théorique se boucle par les présentations des objectifs spécifiques de la recherche. Dans le troisième chapitre sont présentés et justifiés les choix méthodologiques de cette recherche. Nous inspirant de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988, 2002), une partie importante de ce chapitre est consacrée à l'analyse *a priori* des trois situations d'enseignement composant la séquence expérimentée auprès d'élèves ayant un TSA. La présentation des données, qui porte notamment sur la confrontation entre les analyses *a priori* et *a posteriori* des situations, fait l'objet du quatrième chapitre. Celui-ci se termine par une discussion dans laquelle les éléments permettant de répondre aux objectifs spécifiques de notre recherche sont dégagés. Nous présentons finalement, dans la conclusion, les apports et les limites de cette recherche, ainsi que quelques perspectives de recherches qui pourraient être menées en prolongement à cette étude.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Au Québec, les élèves ayant un TSA font partie du groupe des élèves handicapés ou ayant des difficultés d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA). L'enseignement qui leur est offert est donc régi par la politique de l'adaptation scolaire (ministère de l'Éducation, 2000). Cette politique, qui vise la réussite éducative pour tous les élèves, a été développée à la suite de la mise en place de la réforme de l'éducation, dont les grandes orientations ont été présentées à la suite des États généraux sur l'éducation en 1996. C'est sur cette politique que s'appuient les intervenants scolaires ainsi que les dirigeants des organisations qui régissent le milieu scolaire, pour organiser et développer les pratiques et les services auprès des élèves ayant des besoins et des défis particuliers. Ce document met de l'avant divers moyens pour permettre l'adaptation des services aux élèves HDAA tels que l'« élaboration de programmes qui tiennent compte de la diversité des élèves, [l'] adaptation des modalités d'enseignement et du matériel didactique, [des] approches pédagogiques souples qui respectent le rythme d'apprentissage des élèves, [l'] utilisation des nouvelles technologies de l'information et de la communication, etc. » (ministère de l'Éducation, 2000, p.20).

Cette politique propose d'adapter l'enseignement à la diversité des élèves, sans toutefois apporter de précisions quant à la manière de réaliser cette adaptation. Il est suggéré que les enseignant·es doivent adapter les modalités d'enseignement, le matériel didactique, les approches pédagogiques, mais aucun appui scientifique ne leur est offert pour répondre à ces attentes. En effet, il n'existe pas de directives claires permettant de savoir comment réaliser ces adaptations, notamment en ce qui a trait à l'enseignement auprès des élèves ayant un TSA.

Bien que le TSA reçoive une attention grandissante dans les dernières années, tant dans le monde de la recherche que dans la population en général, très peu d'études portant sur l'enseignement des contenus disciplinaires à cette population d'élèves sont disponibles à ce jour (Hart Barnett et Cleary, 2015 ; Manti *et al.*, 2013). Parmi celles qui sont disponibles, un grand nombre porte sur l'enseignement de la lecture et peu sur l'enseignement des mathématiques (Hart Barnett et Cleary, 2015). Beaucoup de questions restent donc en suspens quant aux méthodes d'enseignement à privilégier auprès de ces élèves, notamment dans le cadre de l'enseignement des mathématiques (Bae *et al.*, 2015). En raison de ce manque d'appui scientifique, les acteurs du milieu scolaire tentent de faire, par eux-mêmes, le pont entre les données issues de la recherche en enseignement, fournissant des informations sur l'enseignement des contenus disciplinaires, et les données issues de la psychologie qui fournissent des informations sur les particularités sur les plans cognitif, social et comportemental des personnes ayant un TSA.

Dans le cadre de cette problématique, un survol de l'état des connaissances actuelles sur le TSA est d'abord présenté. Nous nous intéressons ensuite à la spécificité de l'enseignement des mathématiques en tant que discipline scolaire. La présentation du problème et de l'objectif de recherche conclut ce chapitre.

1.1 Le trouble du spectre de l'autisme

Malgré une prévalence importante et en constante augmentation, le TSA demeure relativement peu connu et mal compris. Les approches en lien avec la scolarisation, l'inclusion sociale, les méthodes d'intervention, ainsi que la compréhension des forces et des défis de ces personnes suscitent des débats, parfois très polarisés, dans plusieurs champs de recherche et d'intervention, entre autres en psychologie, en médecine et en éducation (Brewer *et al.,* 2017 ; Volkmar, 2011).

1.1.1 Étiologie et prévalence

Le TSA est considéré aujourd'hui comme un trouble neurodéveloppemental qui se développerait *in utero*, à l'accouchement ou immédiatement après la naissance (Gardener *et al.*, 2011). Toutefois, les signes peuvent être plus ou moins évidents au début de la vie de l'enfant (Fédération Québécoise de l'Autisme, 2017).

Il n'existe pas de consensus quant aux causes du TSA, mais des facteurs génétiques et environnementaux sont soupçonnés (Fédération Québécoise de l'Autisme, 2017 ; CDC, 2017 ; Gardener *et al.*, 2011). Certains facteurs de risque sont reconnus dans la littérature scientifique, tels que l'âge avancé des parents, la présence d'un enfant ayant un TSA dans la fratrie, la présence de certaines conditions génétiques ou chromosomiques (trisomie, syndrome du X fragile, sclérose tubéreuse), la naissance prématurée ou le faible poids à la naissance et la prise d'acide valproïque ou de thalidomide durant la grossesse (CDC, 2017).

À travers le monde, la prévalence du TSA est évaluée à environ 1 % à 2 % de la population (Fédération Québécoise de l'Autisme, 2017 ; CDC, 2017). Ce trouble est présent chez tous les groupes ethniques et socioéconomiques et il toucherait 3 à 4,5 fois plus les garçons que les filles (CDC, 2017 ; American Psychiatric Association [APA], 2017). Selon l'organisation Centers for Disease Control and Prevention, qui a conduit une étude auprès d'enfants de 8 ans, la prévalence des TED aux États-Unis serait passée de 1 sur 150 en 2000 à 1 sur 68 en 2012. Cette augmentation importante serait due à plusieurs facteurs, dont un changement dans l'approche diagnostique, et une meilleure détection et identification des cas, mais aussi des changements sur le plan social (Özerk, 2016). En effet, l'acceptation sociale de ce trouble ainsi que la présence ou non de services sociaux, de soutien financier et d'accès à une scolarisation spécialisée conduisent à des variations régionales importantes de la prévalence du TSA (Özerk, 2016). Enfin, il est important de noter que le caractère subjectif du processus diagnostique pourrait aussi mener à de faux diagnostics (Özerk, 2016). D'ailleurs, les diagnostics de déficience intellectuelle ont diminué sur la même période que l'augmentation des diagnostics de TSA, ce qui porte à croire qu'il y aurait un phénomène de « migration diagnostique » (Özerk, 2016 ; Polyak *et al.*, 2015).

Au Québec, le TSA est actuellement le handicap le plus représenté chez les EHDAA. Durant l'année scolaire 2015-2016, 14 429 élèves ayant un diagnostic de TSA étaient inscrits à la formation générale des jeunes (Noiseux, 2017).

1.1.2 Caractéristiques et diagnostic

Bien que les personnes ayant un TSA soient très différentes les unes des autres, elles présentent néanmoins des caractéristiques communes. Le TSA se caractérise, d'une part, par un déficit sur le plan de la communication et des interactions sociales et, d'autre part, par la présence d'intérêts restreints ou stéréotypés en comparaison avec le reste de la population (Fédération Québécoise de l'Autisme, 2017).

Aucun marqueur biologique permettant le dépistage d'un TSA n'est connu. Le diagnostic repose donc sur des observations comportementales (Bolduc et Poirier, 2017 ; Lafontaine, 2015). Dans le cadre de la démarche diagnostique, le Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux (DSM) est majoritairement utilisé par les spécialistes en Amérique du Nord. La plus récente version, le DSM-5 (APA, 2013), présente d'importants changements en ce qui a trait au diagnostic d'autisme. En effet, il n'est plus question de troubles envahissants du développement (TED), comme c'était le cas dans le DSM-IV (APA, 1994), mais bien de trouble du spectre de l'autisme (TSA).

Les TED regroupaient cinq troubles distincts, soit le syndrome désintégratif de l'enfance, le syndrome d'Asperger, le syndrome de Rett, le TED non spécifié et le trouble autistique (DSM-IV, APA, 1994). Ces troubles étaient envisagés dans une perspective catégorielle. Dans le DSM-5 (APA, 2013), le syndrome de Rett et le syndrome désintégratif de l'enfance ont été exclus du diagnostic de TSA. Ce dernier regroupe sous la même appellation le trouble autistique, le syndrome d'Asperger et ce qui était autrefois appelé le TED non spécifié. Il n'y a pas de distinction interne au sein du spectre, autre que le niveau d'atteinte sur le plan de la communication sociale et des intérêts restreints. Il s'agit donc d'une approche dimensionnelle.

Ces changements dans la conception du TSA s'expliquent en partie par l'incapacité des chercheurs à s'entendre sur des critères exclusifs à chacun des troubles qui constituaient autrefois le parapluie des TED. Cela porte à croire que ces troubles n'auraient pas de frontières bien définies, mais se présenteraient davantage sur un continuum de degré de sévérité (Worley et Matson, 2012).

Selon le DSM-5 (APA, 2013), pour recevoir un diagnostic de TSA, une personne doit présenter des déficits persistants dans la communication et l'interaction sociale[1] dans tous les contextes, ainsi que des comportements, activités ou intérêts restreints ou répétitifs[2] (*Ibid*). Ces symptômes doivent être présents depuis la petite enfance et doivent altérer de façon cliniquement significative le fonctionnement de la personne sur les plans social et professionnel ou dans tout autre domaine important. De plus, ils ne doivent pas être mieux expliqués par une déficience intellectuelle ou tout autre

---

[1] « Déficits de la réciprocité sociale et émotionnelle ; déficits des comportements de communication non-verbaux au cours des interactions sociales ; et déficits du développement, du maintien et de la compréhension des relations » (DSM-5, version française, APA, 2013, p.55 et 56).

[2] « Caractère stéréotypé ou répétitif des mouvements, de l'utilisation des objets ou du langage ; intolérance au changement, adhésion inflexible à des routines ou à des modes comportementaux verbaux ou non-verbaux ritualisés ; intérêts extrêmement restreints et fixes, anormaux soit dans leur intensité, soit dans leur but ; hyper ou hypo réactivité aux stimulus sensoriels ou intérêt inhabituel dans les aspects sensoriels de l'environnement. » (DSM-5, version française, APA, 2013, p.56)

trouble du développement (*Ibid*). Lorsqu'il prononce un diagnostic, le clinicien doit établir le degré de sévérité du TSA en fonction du besoin d'accompagnement de la personne, tant sur le plan de la communication que des comportements et intérêts restreints. Il existe trois niveaux de soutien allant du niveau 1 (nécessitant de l'aide) au niveau 3 (nécessitant une aide très importante). Le niveau de soutien doit être établi de façon indépendante pour les deux domaines diagnostiques (communication sociale et intérêts restreints) (voir annexe A) (*Ibid*). Autre changement apporté par la venue du DSM-5, il est maintenant nécessaire d'intégrer au diagnostic les symptômes comorbides, souvent présents, afin d'en documenter l'évolution. Cela se fait grâce à l'utilisation de spécificateurs portant sur le profil cognitif, les capacités verbales, l'association à une condition génétique, médicale ou environnementale, l'association à un trouble neurodéveloppemental, mental ou du comportement et l'association à une catatonie (*Ibid*).

Outre le DSM-5, une grande variété d'outils ont été développés dans le but d'aider les cliniciens dans leur démarche d'évaluation (Bolduc et Poirier, 2017 ; Lafontaine, 2015). Ces outils diffèrent du point de vue de leurs objectifs (dépistage, diagnostic, quantification des symptômes), de leur méthode d'administration, de leur standardisation et de leurs propriétés psychométriques. Considérant la complexité du TSA, l'implication d'une équipe multidisciplinaire et l'utilisation de plusieurs outils diagnostiques apparaissent souhaitables (Lafontaine, 2015).

Un certain nombre de personnes ayant un TSA ne développe pas un langage verbal fonctionnel. Peu de données sont disponibles au sujet de ces personnes et leur nombre réel, mais il est estimé qu'environ 30 % des enfants ayant un TSA sont minimalement verbaux[3] au moment de leur entrée à l'école (Tager-Flusberg et Kasari, 2013). Un

---

[3] Les personnes minimalement verbales n'utilisent pas du tout le langage verbal ou elles ont un répertoire de mots ou de phrases figées (par exemple, « je veux X ») très restreint. Ces mots ou ces phrases sont généralement utilisés dans un nombre limité de contexte et pour répondre à seulement une ou deux

nombre très limité d'études se sont intéressées aux personnes minimalement verbales âgées de plus de cinq ans, tant dans le domaine de l'éducation que de la psychologie ou de la médecine (*Ibid*).

1.1.3 Scolarisation des élèves ayant un TSA au Québec

Au Québec, 39 % des élèves ayant un TSA sont scolarisés en classe ordinaire, alors que 43 % sont scolarisés en classe spéciale en école ordinaire. Ces classes peuvent accueillir uniquement des élèves ayant un TSA ou accueillir des élèves ayant différents handicaps. Ce sont des difficultés persistantes sur le plan pédagogique ou comportemental qui déterminent généralement la scolarisation en classe spéciale plutôt qu'en classe ordinaire (Mottron, 2010), bien que cette décision puisse aussi relever de l'organisation des services au sein d'une commission scolaire (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2009). Certains élèves sont par ailleurs scolarisés à l'extérieur des écoles ordinaires. En effet, 12 % des élèves ayant un TSA sont scolarisés en école spéciale et 6 %, dans un autre contexte (centre d'accueil, centre hospitalier, à domicile, etc.) (Noiseux, 2017).

Il n'existe pas au Québec un programme spécifiquement conçu pour les élèves ayant un TSA, c'est donc le programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) (ministère de l'Éducation, 2001) qui sert de référence pour les enseignant·es, ainsi que la politique de l'adaptation scolaire. Aussi, depuis 2015, les enseignant·es travaillant auprès d'élèves ayant une déficience intellectuelle moyenne à grave, en plus de leur TSA, doivent se référer au programme de compétences axées sur la participation

---

fonctions de communication. Les personnes utilisant le langage de façon écholalique uniquement, sans que cela soit fait de façon fonctionnelle pour communiquer peuvent aussi être considérées comme minimalement verbales. À noter, ces personnes peuvent, dans certains cas, communiquer de façon fonctionnelle avec d'autres méthodes de communication (par écrit, à l'aide de pictogrammes, en utilisant des outils technologiques, etc.) (Kasari *et al.*, 2013).

sociale (CAPS) (Direction de l'adaptation scolaire et des services éducatifs complémentaires, 2015). À ce jour, le ministère de l'Éducation du Québec n'a publié aucun document pour accompagner les enseignant·es travaillant auprès des personnes ayant un TSA. Les professionnels de l'enseignement doivent donc déterminer eux-mêmes les connaissances théoriques et les méthodes d'enseignement sur lesquelles s'appuyer pour répondre à l'exigence du Ministère concernant l'adaptation des interventions aux besoins des élèves. Les enseignant·es œuvrant auprès d'élèves ayant un TSA cherchent ainsi, notamment, à proposer un enseignement des mathématiques adapté aux spécificités de leurs élèves.

Dans les classes spéciales regroupant des élèves ayant un TSA, tant dans les écoles ordinaires que spéciales, les approches comportementales dominent (Mottron, 2010). Ces classes sont généralement structurées selon un modèle d'inspiration TEACCH (Treatment and Education of Autistic and related Communication-handiccaped CHildren) (Mottron, 2010 ; Pallascio, 2003). Ce modèle, développé en Caroline du Nord en 1971 (Mesibov et Shea, 2010), se base sur deux axes d'intervention, soit le développement de l'autonomie et de la communication chez la personne ayant un TSA, et ce, en utilisant une approche multidisciplinaire qui accorde une place importante aux parents. Cette approche individualisée propose de structurer l'espace et le système de travail, en plus de l'utilisation d'un horaire individualisé, de repères visuels et la mise en place de routines. Il est aussi suggéré d'utiliser des consignes brèves, des incitations et des stimulus de renforcement (Pallascio, 2003).

Pour ce qui est de l'enseignement, bien que des suggestions d'ordre général soient faites quant à l'adaptation du matériel pédagogique aux spécificités des élèves, il est important de noter que le modèle TEACCH ne s'intéresse pas de façon spécifique à l'enseignement des contenus, mais bien aux pratiques de gestion de classe et à des questions touchant l'aspect comportemental du développement des élèves.

Bien que les personnes ayant un TSA présentent des caractéristiques communes, elles présentent aussi des profils individuels très différents, qui ont un impact sur leurs performances scolaires. Entre autres, les personnes ayant un faible niveau de réponse aux stimulus sensoriels et des comportements de recherche sensorielle auraient de faibles performances scolaires (Keen *et al.*, 2016). De plus, il semble que les élèves ayant davantage de difficultés sur le plan du comportement et des habiletés sociales performent généralement moins bien à l'école. Aussi, Keen *et al.* (2016), s'appuyant sur les travaux de Mayes-Dickerson et Calhoun (2007), soulignent que les élèves ayant un TSA présentent souvent des faiblesses sur les plans graphomoteur, de l'attention et de la vitesse de traitement, qui sont trois prédicteurs de la réussite scolaire. Selon la métaanalyse de Keen *et al.* (2016), les élèves ayant un TSA, même ceux avec un haut niveau de fonctionnement, performent généralement moins bien que leurs pairs non autistes dans les activités demandant des aptitudes de compréhension de lecture ou de résolution de problèmes. L'étude de Mayes et Calhoun (2006) rapporte que 23 % des élèves ayant un TSA qui ont participé à leur étude (N=124) présenteraient une difficulté d'apprentissage en mathématiques[4]. Il est à noter qu'un grand nombre d'études portant sur l'apprentissage chez les élèves ayant un TSA se sont concentrées sur la question du quotient intellectuel (Keen *et al.*, 2016).

1.1.4 Théories explicatives des symptômes de l'autisme

De nombreux chercheurs se sont intéressés aux particularités perceptives et comportementales des personnes ayant un TSA. Des théories ont ainsi été développées afin de mieux comprendre ces particularités et l'impact qu'elles peuvent avoir sur leur

---

[4] Dans leur étude, les élèves sont considérés comme ayant une difficulté d'apprentissage en mathématique si leurs résultats au sous-test du Weschler Individual Assesment Test (WIAT) portant sur les opérations numériques sont significativement inférieurs ($p<.05$) aux résultats attendus en fonction de leurs résultats au WISC-III Full Scale

développement. Trois de ces théories, qui sont considérées comme les plus importantes dans le domaine (Roelofs *et al.*, 2015), sont présentées ici, soit le biais de traitement local, la théorie de l'esprit et les déficits sur le plan des fonctions exécutives.

Une première théorie est celle du biais de traitement local qui a été élaborée par Frith et ses collaborateurs. Pour expliquer les particularités perceptives chez certaines personnes ayant un TSA, Frith (1989, dans Happé et Frith, 2006) explique que chez les personnes ayant un développement « normal », le traitement de l'information perçue se fait dans un souci de discerner le sens et l'aspect global d'une situation. Cela se fait souvent aux dépens de l'attention aux détails et de la capacité à mémoriser ceux-ci. Elle nomme cette tendance naturelle la cohérence centrale (*Ibid*). Or, selon Joseph et al. (2009, dans Booth et Happé, 2010), plusieurs personnes ayant un TSA présenteraient un biais favorable à l'attention aux détails, aux dépens bien souvent de la perception du sens, de l'essentiel (*gist*) et de la *gestalt*[5]. Si, au début de l'élaboration de sa théorie, Frith parlait d'une faible cohérence centrale pour désigner cette surattention aux détails, elle parle désormais davantage d'un biais de traitement local[6] (Frith et Happé, 2006). Selon Booth et Happé (2010), le modèle de compréhension actuel de la cohérence centrale présente cette habileté sur un continuum de style cognitif allant des personnes ayant une forte cohérence à une extrémité, aux personnes portant une grande attention aux détails à l'autre extrémité. Selon ce modèle, les personnes ayant un TSA se trouveraient davantage à cette dernière extrémité du continuum. Cette théorie se base sur le constat que certaines personnes ayant un TSA ont des habiletés perceptives exceptionnelles, qui représentent une grande force dans certaines situations. Cependant, ces habiletés hors du commun peuvent aussi nuire à leur capacité d'adaptation en engendrant une certaine détresse face aux moindres

[5] Le terme *gestalt* fait référence au traitement d'une entité perceptive comme un tout et non seulement comme la juxtaposition de ses parties.
[6] *Local processing bias* (Frith et Happé, 2006)

changements dans l'environnement et en limitant leur compréhension du monde dans sa globalité.

Une deuxième théorie est celle de la théorie de l'esprit[7]. Un grand nombre d'études se sont intéressées au déficit sur le plan des interactions sociales qui serait, selon certains chercheurs, en grande partie lié aux déficits sur le plan des compétences liées à la théorie de l'esprit qui ont été observés chez plusieurs personnes ayant un TSA (Brewer *et al.*, 2017 ; Gökçen *et al*, 2016). Cette théorie s'appuie sur l'idée que les états mentaux et les émotions d'une personne ne sont pas directement observables et qu'il est donc nécessaire de les déduire. Cette capacité à inférer, à percevoir et à distinguer les sentiments, les émotions, les intentions et les motivations chez autrui serait affectée chez certaines personnes, notamment celles ayant un TSA (Dutilleux, 2008). Ces aptitudes joueraient un rôle majeur dans le développement et la production de comportements sociaux (Mazza *et al.*, 2017 ; Baron-Cohen *et al.,*1985), et pourraient aussi avoir un impact sur le développement du langage.

La théorie de l'esprit définit la manière dont se développe la capacité à se représenter les pensées et les émotions des autres. Ce développement commencerait dès les premiers mois de la vie chez les enfants non autistes. Il comporterait plusieurs étapes importantes, telles que le développement de la sensibilité aux signaux sociaux, la réciprocité sociale, l'attention conjointe, l'attachement, la compréhension de la différence entre un objet et les pensées à propos de cet objet (représentations mentales), le jeu symbolique, l'attribution d'états mentaux implicites, la distinction entre les pensées d'une personne et la réalité dans le monde et la compréhension que les croyances ou intentions des personnes peuvent ne pas être en adéquation avec la réalité (Mazza *et al.*, 2017). Vers 4 ou 5 ans, les enfants sont en mesure de comprendre que les gens agissent en fonction de leur façon de penser le monde (Astington and Edward,

---

[7] *Theory of Mind (ToM)*

2010, et Happé et Frith, 2014 ; dans Mazza *et al.*, 2017). Plusieurs de ces habiletés peuvent être lacunaires ou se développer de façon atypique chez les personnes ayant un TSA (Baron-Cohen *et al.*, 1985).

Des chercheurs, notamment Mazza *et al.* (2017), avancent l'idée que la théorie de l'esprit aurait deux composantes, une affective et l'autre cognitive. La composante affective serait l'habileté à inférer les émotions chez autrui, alors que la composante cognitive serait liée à la capacité à comprendre ce que les autres pensent, leurs états mentaux (Mazza *et al.*, 2017). Gökçen *et al.* (2016), s'appuyant sur plusieurs études, soulignent qu'une grande proportion des personnes ayant un TSA semblent avoir des difficultés spécifiques en ce qui a trait à l'attribution d'états mentaux chez autrui plutôt qu'un déficit global en ce qui a trait aux processus d'empathie. Cela suggère donc que la composante cognitive de la théorie de l'esprit serait affectée, mais pas la composante affective.

La troisième théorie cherchant à expliquer les particularités des personnes ayant un TSA est celle du déficit sur le plan des fonctions exécutives (FE). Selon Lafontaine (2015), cette théorie retient beaucoup l'attention des chercheurs et des cliniciens à l'heure actuelle, car elle pourrait expliquer un grand nombre de manifestations comportementales et cognitives observées chez les personnes ayant un TSA.

Les FE représentent les processus cognitifs d'ordre supérieur qui permettent la résolution de problèmes et la planification des actions dans un but visé (Dutilleux, 2008). Elles permettent, de plus, de s'adapter à des situations nouvelles qui exigent de sortir de la routine habituelle. Des chercheurs ont observé chez des personnes ayant un TSA, des déficits sur le plan de la flexibilité cognitive[8] (Dutilleux, 2008, Lafontaine,

---

[8] La flexibilité cognitive représente la capacité à s'adapter à la nouveauté et au changement (par exemple, passer d'une tâche cognitive à une autre, adapter son comportement, ses stratégies, ses réponses en fonction des changements dans l'environnement, etc.) (Lafontaine, 2015)

2015), de la mémoire de travail et de la planification (Luna *et al.*, 2007 ; Lafontaine, 2015), ainsi que de l'attention (Luna *et al.*, 2007). Lafontaine (2015) mentionne que plusieurs personnes ayant un TSA auraient aussi des difficultés sur le plan de la fluidité verbale, c'est-à-dire dans leur habileté à générer une multitude de réponses (Lafontaine, 2015). Ces difficultés sur le plan de la fluidité verbale auraient des répercussions sur la communication sociale. Elles provoqueraient notamment une difficulté à générer des mots ou des réponses appropriés en fonction du contexte (Bishop et Norbury, 2005 ; dans Lafontaine, 2015).

Enfin, de nombreuses études se sont penchées sur les caractéristiques individuelles des personnes ayant un TSA pour expliquer leurs résultats scolaires et leurs trajectoires développementales atypiques. Prenant appui sur ces études, les enseignants qui œuvrent auprès de cette population d'élèves tentent, au meilleur de leurs connaissances, d'adapter leur enseignement en fonction des spécificités de leurs élèves. Or, une recherche menée par Roiné (2009) montre que le fait de proposer des interventions visant à remédier aux déficits des élèves conduit à négliger l'analyse didactique des situations proposées. L'enseignement n'est alors plus pensé en fonction des particularités culturelles du savoir enseigné, mais de façon à s'adapter aux caractéristiques cognitives, affectives et comportementales des élèves. La prise en compte des spécificités des élèves au détriment de celles du savoir en jeu pourrait ainsi nuire plutôt que favoriser l'apprentissage des élèves (Roiné, 2009). Il y a donc lieu de se demander si la centration sur les caractéristiques individuelles et cognitives des élèves ayant un TSA n'expliquerait pas, du moins en partie, les faibles résultats scolaires observés chez ces élèves, notamment en mathématiques. Est-ce que le contexte d'enseignement, les pratiques enseignantes ou d'autres facteurs exogènes à l'élève n'auraient pas aussi un poids significatif dans les faibles performances scolaires des élèves ayant un TSA ?

1.2 L'enseignement/apprentissage des mathématiques

L'enseignement/apprentissage des mathématiques occupe une place importante dans le curriculum scolaire, tant au primaire qu'au secondaire. Il apparait important de s'attarder à ses spécificités, mais aussi aux facteurs sociaux et politiques qui influencent son enseignement. Divers chercheurs (Bergeron, 2017 ; Giroux, 2013 ; Roiné, 2009, 2015 ; Sarrazy, 2015) constatent dans les discours actuels en éducation la dominance d'un cadre mentaliste[9]. Beaucoup de recherches portant sur les difficultés d'apprentissage en mathématiques publiées dans les dernières années s'inspirent de la psychologie cognitive (Bergeron, 2017). Cela s'observe par les propositions d'adaptation de l'enseignement pour les élèves faibles ou en difficulté d'apprentissage qui sont largement orientées vers une organisation autour des caractéristiques cognitives et l'enseignement de stratégies d'apprentissage qui ne tiennent pas compte de la spécificité des contenus à enseigner.

La didactique des mathématiques s'inscrit dans une toute autre perspective. Elle s'intéresse aux interactions entre l'enseignement et l'apprentissage d'un contenu donné. Elle adopte ainsi une approche systémique qui prend en compte le contexte d'enseignement/apprentissage et la spécificité du savoir en jeu dans l'enseignement.

Dans cette section, nous portons d'abord un regard critique sur l'enseignement explicite, qui présente des limites en ce qui a trait à l'apprentissage des mathématiques. Par la suite, les particularités de l'apprentissage des mathématiques, qui relève d'un processus à la fois individuel et collectif, sont présentées, et l'importance du choix des situations pour favoriser l'apprentissage des mathématiques est mise en évidence.

---

[9] Roiné (2015) définit l'idéologie mentaliste comme considérant « "l'apprentissage des élèves comme relevant d'une appropriation (individuelle) et non comme relevant d'une genèse et donc d'une acculturation (collective)" (p.9).

1.2.1 L'enseignement explicite et ses limites

La prédominance du courant cognitiviste dans le domaine de l'enseignement a mené, dans les dernières années, à l'émergence ou à la résurgence de différentes méthodes d'enseignement, telles que l'enseignement explicite, l'enseignement réciproque et l'enseignement de stratégies d'autorégulation et de métacognition. Les positions épistémologique et méthodologique (protocoles expérimentaux ou quasi expérimentaux) des sciences cognitives conduisent effectivement les chercheurs dans ce domaine à privilégier la mise en place de ces méthodes d'enseignement (Gauvrit, 2012 ; Proulx, 2017).

L'enseignement explicite, aussi appelé enseignement direct, est l'enseignement de façon structurée et systématique des règles, principes, concepts et méthodes de résolution de problèmes mathématiques (Bissonnette *et al.*, 2010). Cette méthode se déroule généralement en trois étapes : le modelage, la pratique guidée et la pratique autonome (Rosenshine et Stevens, 1986 ; dans Bissonnette *et al.*, 2010). L'enseignement réciproque « se déroule exclusivement en dyade et emploie une démarche structurée dont les modalités sont enseignées explicitement aux élèves » (Bissonnette *et al.*, 2010, p.20). Finalement, les stratégies d'autorégulation et de métacognition se déclinent de plusieurs façons, mais impliquent généralement l'enseignement de façon explicite de stratégies générales et utilisables pour tous les contextes (Focant, 2003 ; Mary, 2003 ; Sarrazy, 1997).

Dans les dernières années, Hattie *et al.* (2009, 2012, 2016 ; dans Proulx, 2017) ainsi que Bissonnette *et al.* (2010) ont publié des mégaanalyses[10] portant sur les pratiques d'enseignement efficaces pour toutes les matières de base (lecture, écriture et

---

[10] Alors qu'une métaanalyse fait la synthèse d'études portant sur une question donnée, une mégaanalyse fait la synthèse des métaanalyses.

mathématiques). Ces travaux s'appuient donc sur l'idée selon laquelle il est possible de dégager des pratiques d'enseignement qui seraient efficaces pour tous les contenus, et ce, pour différents domaines. Selon les conclusions de leurs mégaanalyses, il apparait que les méthodes d'enseignement explicite, d'enseignement réciproque et d'enseignement de stratégies d'autorégulation et de métacognition sont des stratégies efficaces pour l'enseignement de la lecture, de l'écriture et des mathématiques. Cependant, en regardant de plus près les résultats relatifs aux mathématiques, certaines questions émergent. En effet, Bissonnette *et al.* (2010) soulignent l'efficacité de l'enseignement direct[11], l'enseignement d'une démarche d'autoquestionnement[12] et l'enseignement réciproque[13] dans le cadre d'interventions de courtes durées qui concernent des apprentissages de bases en mathématiques. Des conclusions semblables émergent des travaux de Hattie *et al.* (2009, 2012, 2016 ; dans Proulx, 2017) qui constatent que la plupart des études recensées dans les métaanalyses concernent les apprentissages de surface[14] et touchent parfois les apprentissages en profondeur[15]. Cependant, ces études ne s'intéressent pas aux apprentissages conceptuels[16].

La limite la plus importante, selon nous, de l'enseignement explicite est que cette méthode conduit à un découpage des tâches en sous-tâches, souvent appelé l'atomisation des connaissances mathématiques (Proulx, 2017). Ce phénomène de

---

[11] « Démarche structurée et systématique qui montre explicitement aux élèves, étape par étape, les concepts, les règles, les principes et les méthodes de résolution de problèmes » (Selon Goldman, 1989 ; dans Bissonette *et al.*, 2010, p.18)
[12] Cette démarche « fournit aux élèves une série d'indices verbaux formulés sous formes d'indications et de questions, de façon à ce qu'ils puissent se rappeler ce qu'ils doivent faire. Il s'agit d'un prolongement de la démarche d'enseignement explicite où les indices verbaux sont utilisés particulièrement pour favoriser le développement des stratégies cognitives et métacognitives » (Selon Goldman, 1989 ; dans Bissonette *et al.*, 2010, p.18)
[13] Démarche qui « se déroule exclusivement en dyade et emploie une démarche structurée dont les modalités sont enseignées explicitement aux élèves » (Bissonette *et al.*, 2010, p.20).
[14] Concernent la connaissance des faits (Proulx, 2017)
[15] Regroupent les habiletés de pensée, c'est-à-dire l'établissement de liens, l'utilisation de stratégies, les généralisations, etc. (Proulx, 2017)
[16] Concernent le monde des idées, la compréhension du sujet d'étude, les représentations et compréhension du monde, le rapport au savoir, etc. (Proulx, 2017)

morcèlement de la tâche est bien connu des chercheurs en didactique des mathématiques, notamment dans le cadre de l'enseignement en adaptation scolaire. Ce découpage a pour effet de rendre les notions indépendantes les unes des autres et il revient par la suite à l'élève de faire le lien entre chacune de ces notions qui ont été traitées de façon isolée. Giroux et René de Cotret (2001) mentionnent que le morcèlement d'une tâche favorise la réussite de celle-ci, mais que cette réussite est souvent locale, c'est-à-dire que les élèves ne peuvent adapter leur conduite à de nouveaux contextes.

1.2.2 L'apprentissage des mathématiques : un processus à la fois individuel et collectif

L'enseignement des mathématiques se distingue de celui dispensé dans d'autres disciplines en raison de la nature des questions propres aux mathématiques. Du point de vue des didacticiens des mathématiques, les particularités épistémologiques de cette discipline doivent être prises en considération dans le choix des situations proposées aux élèves, mais aussi dans le cadre de l'élaboration et la mise en place des programmes de formation.

Les travaux en didactique des mathématiques de tradition francophone ont été largement influencés par les travaux de Piaget en épistémologie cognitive. Selon ce chercheur (dans Kamii, 1990), il existe trois sortes de connaissances qui interagissent entre elles dans l'apprentissage des mathématiques : les connaissances physique, logicomathématique et sociale (conventionnelle). Les connaissances physiques sont des connaissances sur les propriétés des objets. La couleur et le poids d'un jeton sont des exemples de connaissances physiques. Ces propriétés physiques font partie des objets et l'élève peut en prendre connaissance par observation (*Ibid*).

La connaissance logicomathématique, quant à elle, est faite de relations que construit un individu. Kamii (1990) donne l'exemple d'un jeton rouge et d'un jeton bleu que l'on peut considérer comme différents, par leur couleur, mais qui pourraient aussi être considérés comme pareils, par le fait que ce sont des jetons. Si les jetons sont observables, la relation que l'on établit entre les deux ne l'est pas. Cette relation qu'un individu établit entre deux objets lui est propre. Au départ, l'élève construit sa connaissance logicomathématique en établissant des relations simples entre les objets, puis en les coordonnant pour établir des relations plus complexes. Le nombre fait partie de ces relations créées par les individus. En effet, on peut dire qu'il y a deux jetons en mettant en relation chacun des jetons avec l'autre, mais le nombre « deux » n'est pas observable *dans* chacun de ces jetons (*Ibid*).

Le fait que le nombre pour désigner cette mise en relation est « deux » est une connaissance sociale. Les connaissances sociales relèvent de l'arbitraire. Les mots utilisés pour désigner les objets, les concepts et les nombres ; les dates de jours de fête (Noël, Hanukkah, Aïd el-Fitr) ; l'idée qu'on ne doit pas parler au théâtre ou qu'on doit conduire à droite de la route sont des exemples de connaissances sociales.

Si la source des connaissances physique et sociale est externe, la source de la connaissance logicomathématique est intérieure à l'élève et cette connaissance n'a rien d'arbitraire. Par exemple, dans toutes les cultures, 2 + 3 = 5 et l'enfant doit construire lui-même cette relation, bien que les mots nombres « deux », « trois » et « cinq » soient des connaissances sociales ayant un caractère arbitraire.

Piaget considère que l'enfant utilise sa connaissance logicomathématique pour assimiler et organiser les connaissances physique et sociale et vice versa (Kamii, 1990). Par exemple, l'enfant utilise sa connaissance physique pour savoir que la mise en commun de deux objets mène à la relation « deux » et non à la fusion en un seul objet des deux objets de départ. À l'inverse, il doit utiliser sa connaissance logicomathématique pour créer des schèmes classificatoires qui permettent de distinguer « rouge » de toutes les autres couleurs et « poisson » de tous les autres animaux, afin d'identifier comme tel un poisson rouge (connaissance physique).

Selon Piaget, s'il est possible d'enseigner aux élèves à donner la somme correcte de 2 + 3, il est impossible de leur enseigner directement les relations entre ces nombres. L'enfant doit les construire par et pour lui-même. Ainsi, il est possible d'enseigner directement aux élèves les mots-nombres dans la suite numérique, mais c'est leur connaissance logicomathématique qui leur permet d'associer au mot-nombre « dix » (connaissance sociale) la mise en relation de 10 éléments, de 5 + 5 éléments, de 10 comme incluant 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, etc.

Si l'enseignant doit tenir compte du fait que l'élève doit construire par et pour lui-même sa connaissance logicomathématique, il ne peut négliger l'aspect social de l'apprentissage des mathématiques dans son enseignement, car l'interaction avec les autres élèves de la classe et l'enseignant est essentielle dans l'apprentissage des mathématiques. Piaget, dès 1947 (dans Kamii, 1990), soulignait que l'interaction sociale est indispensable pour que l'enfant développe sa logique. Selon ce chercheur, si les très jeunes enfants ne ressentent pas la nécessité d'être cohérents lorsqu'ils parlent, c'est de l'interaction sociale que nait le désir de ne pas se contredire, de raisonner de façon logique, d'énoncer des choses vraies et d'utiliser les mots de façon conforme aux normes culturelles. Cette recherche de cohérence est au cœur de l'élaboration du système de pensée d'un individu et du développement de sa connaissance logicomathématique.

Selon Kamii (1990), le fait d'amener les élèves à expliquer comment ils sont parvenus à des réponses différentes à un problème d'arithmétique leur permettrait de réfléchir à l'exactitude de la solution avancée par chacun. Cela aurait deux effets importants qui sont intimement liés : le premier est d'amener les enfants à réfléchir à leur mode de raisonnement pour pouvoir le défendre et prouver l'exactitude de leur solution, et le deuxième consiste à empêcher que se développe l'idée selon laquelle les mathématiques revêtent un caractère arbitraire et qu'elles doivent être apprises par cœur.

L'enseignant et les pairs créent l'environnement social d'un élève et leur rôle est non négligeable en ce qui a trait au développement de la connaissance logicomathématique chez celui-ci. Ils nourrissent la réflexion en semant le doute et en l'amenant à tester la cohérence interne de son système de pensée. La confrontation des points de vue est importante parce qu'elle place l'enfant dans un contexte qui l'encourage à considérer les points de vue des autres en relation avec le sien. Cela contribue de façon importante au développement de sa connaissance logicomathématique (Kamii, 1990).

Si le contexte microsocial (la classe) offre à l'élève des occasions de remettre en question son système de pensée et de le faire évoluer, le contexte macrosocial (la société) joue lui aussi un rôle essentiel dans l'enseignement des mathématiques (Brousseau, 1998). En effet, dans le contexte scolaire, le rôle de l'enseignant est de développer chez les élèves certains savoirs mathématiques reconnus par la communauté scientifique. En ce sens, l'apprentissage des mathématiques revêt un caractère socioculturel ; il relève d'un processus d'acculturation aux pratiques mathématiques socialement reconnues (*Ibid*). Ce processus d'acculturation permet de dépasser le point de vue personnel et de mobiliser des connaissances appartenant à la culture mathématique.

Toutes ces considérations permettent de constater que l'enseignement/apprentissage des mathématiques est une activité complexe dans laquelle les processus individuels, les interactions entre les élèves et l'enseignant, ainsi que l'importance de la transmission des savoirs culturels reconnus par la communauté scientifique sont mis en relation. Cette citation de Brousseau (1998) montre bien les dimensions à la fois individuelle et sociale de l'activité mathématique.

> En mathématique, le « pourquoi » ne peut pas être appris seulement par référence à l'autorité de l'adulte. La vérité ne peut pas être la conformité à la règle, à la convention sociale, comme le « beau » ou le « bon ». Elle exige une adhésion, une conviction personnelle, une intériorisation qui par essence ne peut pas être reçue d'autrui sans perdre justement sa valeur. Nous pensons qu'elle commence à se construire dans une genèse dont Piaget a montré

> l'essentiel, mais qui implique aussi des relations spécifiques avec le milieu, en particulier lors de la scolarité. Nous considérons donc que faire des mathématiques est d'abord pour l'enfant une activité sociale et non pas seulement individuelle (p.39-40).

Ainsi, on ne peut négliger dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ni la dimension individuelle ni les dimensions sociale et socioculturelle de l'activité mathématique. En ce sens, l'enseignement des mathématiques doit viser à « orienter le développement du raisonnement individuel de l'enfant et l'évolution collective des pratiques mathématiques de la classe de façon que ceux-ci deviennent de plus en plus compatibles avec ceux de la société » (Cobb *et al.*, 1994).

1.2.3 L'importance du choix des situations mathématiques dans une perspective didactique

À la différence des chercheurs associés au paradigme cognitiviste dont l'attention est généralement centrée sur les processus cognitifs (et les « dysfonctionnements cognitifs ») impliqués dans l'apprentissage des mathématiques, les chercheurs en didactique des mathématiques considèrent que « la spécificité de l'objet de savoir et des pratiques mathématiques associées ont un rôle fondamental dans l'étude des conditions d'enseignement et d'apprentissage de cette discipline » (Barallobres, 2015, p.4).

Les situations d'enseignement sont au cœur des travaux en didactique des mathématiques (Brousseau, 1998 ; Houle et Giroux, 2016 ; Proulx, 2017). Les différentes théories didactiques sur les situations d'enseignement des mathématiques partagent l'objectif de susciter chez les élèves une activité cognitive et mathématique qui mobilise l'objet de savoir visé par l'enseignement (Brousseau, 1998 ; Houle et Giroux, 2016 ; Proulx, 2017 ; Barallobres, 2015). Pour que cette activité soit obtenue, il parait incontournable de proposer aux élèves des situations organisées en fonction des caractéristiques du savoir mathématique visé. Les situations doivent à la fois être accessibles aux élèves (c'est-à-dire qu'ils doivent pouvoir mettre en place une stratégie) et les amener à rencontrer les limites de leurs connaissances pour ainsi avoir besoin du savoir visé par l'enseignement. Le fait de rendre utile le savoir permet aux élèves de donner du sens à leur apprentissage.

C'est la raison pour laquelle l'étude des situations didactiques s'accompagne souvent de l'identification d'obstacles conceptuels, voire épistémologiques, propres à l'apprentissage d'un objet de savoir donné, afin d'aménager des moyens didactiques qui permettent aux élèves de les franchir (Brousseau, 1998). De tels obstacles étant propres au savoir mathématique visé, ils se présentent pour tous les apprenants (même si certains les surmontent plus rapidement que d'autres), et ce, peu importe leurs caractéristiques personnelles (Houle et Giroux, 2016). Autrement dit, certaines difficultés rencontrées lors de l'apprentissage d'un concept mathématique apparaissent inévitables, car il arrive qu'une connaissance ancienne, qui a réussi dans de nombreuses situations, rencontre ses limites dans d'autres situations. Il convient ainsi de tenir compte de ces obstacles, inhérents au savoir, pour construire/choisir des situations qui permettent aux élèves de les surmonter.

La didactique des mathématiques de tradition francophone s'intéresse aux conditions de diffusion et d'appropriation des mathématiques en s'attardant plus spécifiquement aux conditions épistémologiques, didactiques et cognitives de transmission des savoirs (Giroux, 2013). Toutefois, selon Giroux (*Ibid*), la didactique des mathématiques a davantage investi les questions touchant les pôles « épistémologique » et « didactique » de la diffusion et de l'appropriation des mathématiques et a quelque peu délaissé les conditions d'ordre cognitif. La chercheuse mentionne que, bien que le déroulement de toutes situations didactiques comporte son lot de moments inattendus, l'imprévisibilité est plus importante dans les milieux de l'adaptation scolaire. Cela serait dû en partie au fait qu'il est difficile pour l'enseignant de prévoir les connaissances avec lesquelles les élèves vont interpréter le problème qui leur est présenté. Ce constat amène Giroux

(*Ibid*) à suggérer qu'« il faut trouver à inclure la dimension cognitive en l'appréhendant comme une spécificité de l'interaction avec le milieu » (p.67).

1.2.4 Autisme et mathématiques

Une recension des écrits permet de constater qu'il existe un certain nombre de recherches portant sur l'enseignement ou l'apprentissage des mathématiques chez les élèves ayant un TSA, bien que ce nombre soit peu élevé (Dutillieux, 2008 ; Root *et al.*, 2017 ; Tzanakaki *et al.*, 2014). À notre connaissance, aucune d'entre elles ne s'inscrit véritablement dans une perspective didactique, donc prenant en compte l'articulation entre l'enseignement et l'apprentissage d'un savoir mathématique donné. Une recherche sur les principaux moteurs de recherche francophones (CAIRN et Érudit) et anglophone (ERIC) avec les mots-clés autis*, TSA, TED, "trouble envahissant du développement" et math* (ainsi que leurs équivalents anglais) a permis de trouver 127 études portant sur l'enseignement ou l'apprentissage des mathématiques chez les élèves ayant un TSA d'âge primaire ou secondaire publiées entre 2008 et 2018. Nous présentons ici un survol des études qui ont été réalisées jusqu'à présent.

Deux études se sont intéressées aux questions liées à l'inclusion des élèves ayant un TSA dans le contexte de l'enseignement des mathématiques. La première présente les mesures de soutien mises en place pour la scolarisation d'élèves ayant un diagnostic d'autisme en contexte d'inclusion, notamment dans le contexte des classes de mathématiques (Moores-Abdool, 2010). La seconde présente une comparaison entre les contextes d'inclusion et de classe spéciale en ce qui a trait à la participation d'élèves ayant un diagnostic d'autisme dans les cours de mathématiques et de langue (Kurth et Mastergeorge, 2012).

D'autres études tentent de faire des liens prédictifs entre certaines caractéristiques d'élèves ayant un TSA et leur performance en mathématiques (Assouline *et al.*, 2012;

Hiniker *et al.,* 2016; Kim et Cameron, 2016; May *et al.,* 2013; Mayes et Calhoun, 2008; McCauley *et al.*, 2018; St-John *et al.,* 2018). De plus, un certain nombre de chercheurs se sont intéressés à la comparaison entre les performances en mathématiques d'élèves ayant un TSA avec des élèves ayant un développement « typique » ou présentant d'autres conditions particulières pouvant affectées leur cheminement scolaire, comme une déficience intellectuelle par exemple (Bae et al., 2015 ; Titeca et al., 2015 ; Titeca et al., 2017, ; Wei et al., 2013).

Nous avons aussi recensé des études portant sur l'utilisation de la modélisation par vidéo[17] pour l'enseignement des mathématiques (Burton *et al.,* 2013; Kaffer, 2010; Knight *et al.*, 2018; Yakubova *et al.*, 2016). D'autres portant sur l'utilisation d'environnements numériques (applications ou sites internet) pour développer le raisonnement mathématique, certaines compétences mathématiques ciblées ou la motivation à compléter les tâches mathématiques présentées (Benton et Johnson, 2014; Bouck et al., 2014 ; O'Malley et al., 2014 ; Santos et al., 2015, 2017). Nous avons aussi recensé des études présentant les effets de différentes méthodes d'enseignement découlant du courant béhavioriste basées sur l'enseignement de réponses à des stimulus dans le cadre de tâches mathématiques (Leaf et al., 2010; Stanley et al., 2018; Naccarelli 2018 ; Yikmis, 2016 ; Tzanakaki et al., 2014).

De plus, un certain nombres d'études portant sur l'enseignement explicite d'une stratégie de résolution de problèmes pour des contenus mathématiques ciblés ont été publiées dans les dernières années (Root *et al.*, 2018; Whitby, 2009; Whitby *et al.*,

---

[17] *Video modeling*. Il s'agit d'une méthode d'enseignement utilisée notamment pour l'enseignement d'habiletés sociales, de communication et de jeu chez les personnes ayant un TSA. Il s'agit de présenter à la personne un vidéo dans lequel elle ou un pair accomplit la séquence de comportements attendus. L'objectif est de fournir un outil de référence à la personne ayant un TSA dans le but qu'elle puisse accomplir de façon indépendante cette séquence de comportements (Knight *et al.,* 2018).

2009). Certaines études portant sur ce thème s'appuient aussi sur l'utilisation d'un support numérique (Delision *et al.*, 2018; Root, 2016; Root *et al.*, 2017; Yakubova *et al.*, 2015). Aussi, certaines études recensées présentent une mesure des effets de l'enseignement explicite de différents contenus mathématiques sur la performance des élèves à des tâches mathématiques (Agrawal, 2013; Cihak et Grim, 2008; Flores *et al.*, 2014; Fletcher *et al.,* 2010; Jimenez et Kemmery, 2013; Stroizer *et al.*, 2015).

Finalement, nous avons recensé trois méta-analyses portant sur les méthodes d'intervention pour l'enseignement des mathématiques (Hart Barnett et Cleary, 2015; King *et al.,* 2016; Spencer *et al.,* 2014) et une sur la performance en mathématiques d'élèves ayant un TSA (Keen *et al.,* 2016). Il importe de souligner que la métaanalyse de King *et al.* (2016) porte essentiellement sur la qualité des études s'intéressant à l'enseignement des mathématiques chez les élèves ayant un TSA ayant été publiées. L'étude de Spencer *et al.* (2014) porte quant à elle sur l'enseignement de plusieurs disciplines scolaires, dont les mathématiques. La méta-analyse de Hart Barnett et Cleary (2015) est la seule qui présente une revue des études portant spécifiquement sur les interventions en mathématiques auprès d'élèves ayant un TSA. D'après les résultats de cette recherche, l'utilisation de représentations visuelles et l'utilisation de stratégies cognitives et métacognitives permettent de favoriser le développement de compétences mathématiques chez les élèves ayant un TSA. Cependant, les chercheuses soulignent la nécessité de produire davantage d'études portant sur l'enseignement des mathématiques auprès de ce public d'élèves.

À notre connaissance, aucune étude ne s'est intéressée à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans une perspective didactique. Cependant, Dutillieux (2008) présente une étude de cas menée auprès de quatre élèves TED[18], dans

[18] L'étude ayant été conduite avant l'avènement du DSM-5, le terme TED est privilégié ici.

le but de repérer les forces et les faiblesses de ces élèves dans le domaine mathématique, pour ainsi faire des hypothèses sur des aménagements didactiques qui seraient adaptées à leur profil cognitif. Les résultats de cette étude suggèrent que les élèves ayant un TED auraient un profil de compétences en mathématique en dents de scie, avec des pics et des creux de compétence. Ils auraient une aisance dans le domaine formel, c'est-à-dire qu'ils seraient en mesure de mémoriser et de reproduire des algorithmes automatisés souvent mieux que leurs pairs, mais ils auraient des difficultés à mettre en relation des objets mathématiques avec les données d'un problème, et auraient donc une faiblesse en résolution de problèmes. La chercheuse propose ainsi, pour l'enseignement, de miser sur les forces des élèves ayant un TED, soit les aspects algorithmiques, et d'introduire les notions nouvelles en partant d'un contexte purement mathématique ou avec un matériel le plus neutre possible, que les élèves peuvent manipuler.

Bien que Dutillieux (2008) propose des hypothèses afin de mettre en place des aménagements didactiques, elle ne s'intéresse pas, dans cette étude, aux interactions entre les élèves et l'enseignant en prenant en compte les caractéristiques des tâches posées et du savoir mathématique visé. Ainsi, à notre connaissance, aucune étude portant sur l'enseignement des mathématiques aux élèves ayant un TSA dans une perspective didactique n'est disponible à ce jour.

1.3 Problème et objectif de recherche

Les élèves ayant un TSA ont des particularités cognitives et comportementales, auxquelles la communauté scientifique s'est beaucoup intéressée depuis quelques années. Les nombreuses études portant sur le TSA permettent de plus en plus de tenir compte de la dimension cognitive de ce public d'élèves pour penser l'enseignement notamment mathématique. Toutefois, la centration sur les caractéristiques cognitives et comportementales apparait problématique dans la mesure où elle peut éloigner les enseignant·es d'une analyse didactique des situations proposées, ce qui peut avoir des conséquences importantes sur l'apprentissage des élèves. En effet, selon Roiné (2015), les enseignant·es qui œuvrent auprès d'élèves en difficulté proposent des dispositifs jugés adaptés à leurs spécificités individuelles dans le but de favoriser leur apprentissage. Or, au lieu d'aider les élèves, ces dispositifs, bien souvent, complexifient les conditions de l'apprentissage. C'est ce que Roiné appelle *l'effet phamakéia*, qui signifie à la fois « remède » et « poison ». Bien que le dispositif d'aide vise à servir de « remède » aux difficultés d'apprentissage, il agit au contraire comme un « poison », car les conditions didactiques favorables à l'apprentissage ne sont pas considérées. Les effets négatifs de la centration sur les caractéristiques individuelles des élèves en difficulté pourraient, selon nous, être amplifiés dans le cadre de l'enseignement auprès d'élèves ayant un TSA, puisque des caractéristiques cognitives distinctes du reste de la population leur sont attribuées, et ce, de façon plus importante que chez les élèves dits en difficulté.

Enfin, il nous semble important de mener une étude qui adopte un regard systémique prenant en compte les caractéristiques cognitives et affectives des élèves ayant un TSA, mais également les caractéristiques du savoir mathématique visé, la pertinence des situations proposées au regard des connaissances des élèves et du savoir visé, et les interactions didactiques lors de l'enseignement/apprentissage. En effet, il apparait souhaitable de proposer aux élèves ayant un TSA, tout comme aux autres élèves, des situations qui leur permettent d'engager une véritable activité mathématique, riche et authentique. Considérant l'importance de prendre en compte les caractéristiques non seulement des élèves mais également celles du savoir en jeu, nous avons ciblé un contenu, soit les structures additives. Cette recherche vise ainsi à **étudier le potentiel et les limites de situations basées sur la théorie des situations didactiques pour l'enseignement/apprentissage des structures additives auprès d'élèves du primaire ayant un trouble du spectre de l'autisme.**

Nous avons choisi de nous appuyer sur la théorie des situations didactiques (TSD), développée par Brousseau (1998), car cette théorie place au centre la construction des apprentissages par l'élève en ne reniant toutefois pas la transmission des savoirs. De plus, selon Vergnaud et Laborde (1994), elle a été éprouvée par de nombreuses expérimentations, et ce, notamment dans le champ de l'adaptation scolaire (Perrin-Glorian, 1993 ; Salin, 2007 ; Houle, 2016 ; Giroux et Ste-Marie, 2015). En plus de présenter des balises utiles pour construire des situations mathématiques qui sont en adéquation avec le savoir visé, la TSD offre des concepts théoriques (en particulier celui de « contrat didactique ») utiles pour analyser les interactions entres les élèves et l'enseignant à propos du savoir mathématique en jeu. Un appui sur cette théorie apparait pertinent pour examiner si les caractéristiques des élèves TSA génèrent des phénomènes didactiques particuliers lors du pilotage des situations.

CHAPITRE II

CADRE THÉORIQUE

Le cadre théorique de ce mémoire se divise en deux grandes sections. La première présente les concepts centraux de la théorie des situations didactiques, et la seconde traite de la spécificité de l'enseignement/apprentissage des structures additives. Ce chapitre se boucle par la présentation des objectifs spécifiques de cette recherche.

2.1 La théorie des situations didactiques

La théorie des situations didactiques (TSD) a été élaborée par Brousseau au début des années 1970 en France. Si elle se présente d'abord comme un simple modèle pour interroger et décrire des dispositifs psychologiques et didactiques en mathématiques (Brousseau, 2011), elle a depuis considérablement évolué, grâce non seulement aux recherches de Brousseau, mais aussi à celles de nombreux autres chercheurs. Elle occupe désormais une place importante en didactique des mathématiques.

Au moment de l'émergence de la TSD, l'échec scolaire est essentiellement expliqué par les recherches en sociologie de l'éducation, en particulier par la théorie de la reproduction sociale de Bourdieu et Passeron, qui s'intéresse à l'échec global, ainsi que par les recherches en psychologie, centrées sur les aptitudes (et les déficits) de l'apprenant (Sarrazy, 1995). La didactique des mathématiques propose des explications alternatives aux difficultés scolaires en mathématiques. Brousseau (1978) définit la didactique « comme étant un projet, le plus souvent social, de faire approprier à un sujet un savoir constitué ou en voie de constitution. Ce projet se manifestera par un contrôle et une modification intentionnelle des relations de l'élève avec son milieu » (p.131). Ainsi, en didactique des mathématiques, les causes des difficultés sont à rechercher dans les interactions entre l'élève et les situations mathématiques proposées. Elles sont donc inhérentes au processus d'enseignement et ne peuvent être étudiées sans prendre en compte les caractéristiques des situations proposées et leur adéquation au savoir mathématique visé.

Si la TSD est en quelque sorte en rupture avec certains courants dominants de l'époque, elle a aussi été influencée par ceux-ci (Sarrazy, 1995). Il faut tout d'abord noter l'importante influence du courant constructiviste, qui a émergé à la suite de recherches en psychologie du développement. Nous pensons en particulier aux recherches de Piaget qui montrent que le sujet peut apprendre de façon autonome, en interagissant avec son environnement grâce aux processus d'assimilation[19] et d'accommodation[20]. Contrairement à Piaget, Brousseau s'intéresse non pas à la manière d'apprendre, mais aux caractéristiques que peut posséder l'environnement de l'élève (qu'il appelle « milieu ») pour permettre l'apprentissage par adaptation.

Notons également l'influence de l'interactionnisme, qui conduit à passer d'une macrosociologie (par exemple, la théorie de la reproduction sociale de Bourdieu et Passeron), à une microsociologie qui s'intéresse aux interactions au sein de la classe (Sarrazy, 1995). En ce sens, la TSD, s'intéresse à la diffusion et à l'acquisition des savoirs mathématiques dans une perspective large. Selon Brousseau (1994), « la didactique des mathématiques ambitionne de décrire les échanges et les transformations de savoirs à différentes échelles, aussi bien l'échelle des relations interculturelles du monde que celle d'une classe ou d'une leçon particulière » (p.2). Dans son attention portée aux interactions au sein de la classe, la TSD accorde une place centrale au savoir mathématique, étudiant donc les interactions entre les élèves, l'enseignant et le savoir. Ainsi nait un concept central de la TSD, soit le contrat didactique.

---

[19] Le processus d'assimilation permet d'interpréter de nouvelles situations à partir des schèmes existants.
[20] Le processus d'accommodation permet de modifier les schèmes existants de manière à adapter la conduite aux variations des situations.

Dans ce chapitre sont d'abord présentées les notions de contextualisation et de décontextualisation des savoirs mathématiques, ce qui conduit à distinguer deux rôles de l'enseignant, soit la dévolution et l'institutionnalisation. Sont ensuite abordés des concepts centraux de la TSD, soit les concepts de milieu, de situation didactique et de situation adidactique ainsi que le concept de contrat didactique.

2.1.1 Contextualisation et décontextualisation dans l'enseignement des mathématiques

Brousseau, dans un article écrit en 1988, s'intéresse à la relation entre contextualisation et décontextualisation des connaissances en comparant l'activité du mathématicien et celle de l'enseignant. Ce chercheur souligne que lorsqu'un mathématicien communique ses résultats, il doit les réorganiser pour leur donner une forme générale, qui n'est pas celle sous laquelle il les a trouvés. Il présente le savoir sous une forme communicable, décontextualisée, détemporalisée, dépersonnalisée, afin de lui donner un caractère universel. De son côté, l'enseignant doit faire le travail inverse, c'est-à-dire les contextualiser dans une situation familière aux élèves (souvent bien différente de celle où a véritablement émergé le savoir), pour leur permettre de donner du sens à leurs apprentissages. Les élèves sont ainsi amenés à s'engager dans la recherche de solutions à des problèmes qui ont du sens pour eux et à produire des réponses personnelles pour résoudre ces problèmes. Par la suite, l'enseignant a comme rôle de mettre en évidence ce qui, dans la stratégie personnelle mise en œuvre par l'élève, relève du savoir mathématique. L'enseignant a donc deux rôles qui sont, d'une certaine manière, contradictoires (Brousseau, 1988). Il doit, d'une part, contextualiser les connaissances en dévoluant le problème aux élèves, c'est-à-dire en les amenant à rechercher une solution au problème proposé, et, d'autre part, institutionnaliser le savoir, c'est-à-dire amener les élèves à rencontrer le savoir socialement reconnu. Autrement dit, il doit leur montrer ce qui, dans la réponse personnelle qu'ils ont produite, a un caractère universel et qui est reconnu à l'extérieur de l'institution scolaire.

Dévolution

Pour contextualiser les connaissances, l'enseignant doit mettre en place des situations suffisamment familières pour permettre aux élèves de leur donner du sens. Selon Brousseau (1990), « la dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (p. 325). Autrement dit, la dévolution vise à ce que l'élève s'approprie le problème et s'engage dans la recherche d'une solution. Il doit accepter la responsabilité de trouver une solution au problème et assumer ses choix.

Cela entraine cependant un paradoxe, car l'enseignant veut que les élèves recherchent une solution au problème à partir de leurs propres moyens, à partir des connaissances qu'ils possèdent. Cependant, la situation proposée est construite avec une intention didactique et donc, vise l'apprentissage d'un savoir mathématique donné. L'enseignant souhaite donc amener les élèves à recourir à la stratégie qui fait appel au savoir visé par l'enseignement, mais pour que les élèves donnent du sens à leur apprentissage, l'enseignant ne doit pas, selon Brousseau (1986), proposer de stratégies. L'enseignant doit donc amener les élèves à utiliser un savoir sans le dévoiler. Selon Brousseau (1988), « l'apprentissage est une modification de la connaissance que l'élève doit produire lui-même et que le maitre doit seulement provoquer » (p.14). Cette construction des connaissances, en contexte, par l'élève est, selon Brousseau (1986), essentielle pour que les connaissances investies puissent à nouveau être mises en œuvre en dehors d'un contexte d'enseignement.

Institutionnalisation

Selon Brousseau (1988), quand la phase de dévolution a bien fonctionné, l'élève a produit une connaissance, mais il ne sait pas qu'il pourrait réutiliser cette connaissance à d'autres occasions. Si les connaissances peuvent être produites par les élèves, il n'en est pas de même des savoirs qui relèvent d'une construction sociale. Pour faire le passage d'une connaissance à un savoir, l'enseignant doit accompagner l'élève pour redécontextualiser, redépersonnaliser et détemporaliser la connaissance, pour que l'élève reconnaisse dans la réponse qu'il a produite le caractère universel d'un savoir culturel et réutilisable. L'introduction de la notion d'institutionnalisation marque une scission avec le constructivisme qui a influencé l'élaboration de la TSD. Si Brousseau (1998) considère que l'élève doit produire ses connaissances pour être en mesure de leur donner du sens, il reconnait aussi que cette démarche est insuffisante pour que l'élève ait accès aux savoirs et à une culture mathématique universelle.

Selon Houle (2016), le défi de l'institutionnalisation est grand puisque les connaissances construites par les élèves lors de la dévolution ont souvent un caractère local, les élèves ayant de la difficulté à se détacher du contexte pour dégager le savoir. Pour contrer cette difficulté, divers chercheurs (Perrin-Glorian, 1993 ; Giroux, 2013 ; Salin, 2007 ; Houle, 2016) suggèrent de mettre en place des phases d'institutionnalisations locales tout au long de la situation adidactique. Ces phases permettraient à l'enseignant de faire ressortir dans les conduites des élèves ce qui est mathématiquement intéressant. Elles permettraient ainsi de préparer les élèves à la phase d'institutionnalisation finale. Selon les travaux de Houle (2016), la validation du milieu constitue un bon moment pour procéder aux phases d'institutionnalisation locales. À ce moment, l'enseignant peut relever les connaissances investies par les élèves à l'oral, mais aussi à l'écrit. Ce passage à l'écrit peut aider à lier entre elles différentes situations sous l'angle du savoir.

2.1.2 Milieu, situation adidactique et situation didactique

Dans la TSD, l'enseignement des mathématiques ne peut se réduire à la transmission des savoirs, de l'enseignant à l'élève. La finalité de l'activité didactique est que l'élève soit en mesure de s'approprier les savoirs mathématiques pour agir dans des situations non didactiques (c'est-à-dire rencontrées à l'extérieur du cadre scolaire), non pas en tant qu'apprenant, mais en tant que personne qui maitrise ces savoirs.

Cela implique de comprendre la distinction que fait Brousseau (1986) des situations non didactiques, adidactiques et didactiques. Les situations non didactiques sont des situations pédagogiques non spécifiques d'un savoir, rencontrées à l'extérieur de la classe. Dans ce type de situation, « le rapport au savoir s'élabore comme un moyen économique d'action » (Bessot, 2004, p.8). Brousseau donne comme exemple de situation non didactique, le fait d'apprendre à faire du vélo. Lorsqu'il apprend à faire du vélo, l'enfant ajuste sa conduite en fonction des rétroactions de l'environnement. Par exemple, s'il tourne le guidon de façon trop brusque, il chute. Ainsi, il apprend progressivement à gérer son poids et ses mouvements pour garder le vélo en ligne droite. La sanction de réussite ou d'échec provient directement de son environnement.

Pour leur part, les situations adidactiques ont une finalité didactique, en ce sens qu'elles sont organisées par l'enseignant avec une intention didactique, mais ces situations visent à ce que le sujet (l'élève) agisse comme s'il s'agissait d'une situation non didactique, donc indépendamment du désir de l'enseignant ou de quelconques obligations arbitraires ou didactiques. Dans ce type de situation, l'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, mais la situation doit être organisée de telle façon que cette connaissance apparaisse à l'élève comme entièrement justifiée par la logique de la situation.

Toutefois, cette construction personnelle est insuffisante pour que l'élève reconnaisse le caractère culturel et universel de la connaissance qu'il a produite, c'est donc ici que l'institutionnalisation prend tout son sens. Les phases de dévolution d'une situation adidactique et d'institutionnalisation représentent la situation didactique. Ainsi, une situation didactique ne peut se concevoir uniquement comme un schéma d'interactions, pas plus qu'elle ne peut se concevoir comme une simple communication. Selon Brousseau (1986), c'est de ce constat qu'émerge la nécessité de faire intervenir un autre système : le milieu. La figure 2.1 présente les liens entre ces différents concepts de la TSD.

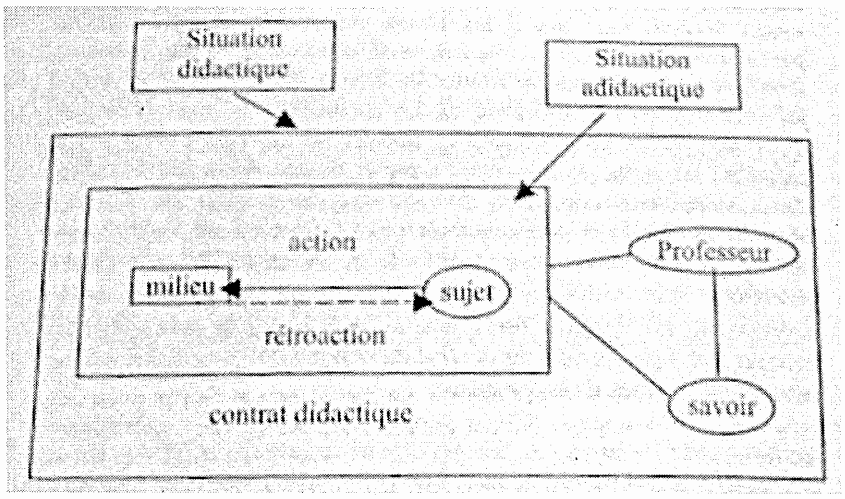


Figure 2.1 - Situations didactique, adidactique, et interactions (Perrin-Glorian et Hersant, 2003, p.221),

Le milieu représente, dans une situation adidactique, le système antagoniste à l'élève, système qu'il ne contrôle pas. L'élève agit sur le milieu en mettant en place une stratégie et il reçoit une rétroaction du milieu, qui l'informe sur la justesse de la stratégie utilisée. Ces informations représentent pour l'élève une sanction, positive ou négative, relative à son action. Elles lui permettent de s'ajuster, d'accepter ou de rejeter une hypothèse et de faire le choix entre plusieurs options. Par exemple, Brousseau a élaboré une situation, reprise par Gairin-Calvo (1988), qui vise à rendre nécessaire le recours au nombre pour former une collection équipotente. Ainsi, une collection de pots de yogourts est présentée à l'élève, qui doit se déplacer pour aller chercher exactement ce qu'il faut de cuillères pour qu'il y ait une cuillère, et une seule, pour chaque pot de yogourt. L'élève met en place une stratégie par ses propres moyens. La validation est ensuite assurée par la correspondance terme à terme entre les pots de yogourts et les cuillères.

Dans une situation adidactique, il y a nécessairement de l'incertitude. Du moment que celle-ci disparait, que l'élève connait la réponse et qu'il *sait*, il est raisonnable d'assumer qu'il contrôle la situation et qu'il n'existe plus de milieu par rapport à cette situation adidactique (Brousseau, 1990). Au cours de la dévolution de la situation adidactique, le milieu évolue de façon que, peu à peu, la connaissance visée soit nécessaire pour résoudre le problème (ou gagner au jeu).

Pour favoriser l'apprentissage par adaptation au milieu, l'enseignant joue sur la valeur des variables didactiques. Une variable didactique est ainsi un élément du milieu que l'enseignant modifie dans le but de rendre certaines stratégies plus couteuses, voire même impossibles à mettre en œuvre et, ainsi, de favoriser une évolution des stratégies mobilisées par les élèves. Dans l'exemple présenté ci-haut, le nombre de pots de yogourt est une variable didactique. Un nombre de pots supérieur à 6 rend par exemple la reconnaissance globale difficile. Ainsi, la modification des valeurs des variables rend éventuellement inefficaces les stratégies *a priori* accessibles, amenant ainsi les élèves à rencontrer les limites de leurs stratégies et à en développer de nouvelles. La valeur des variables du milieu évolue de sorte qu'au terme de la situation adidactique, la stratégie optimale est celle qui fait appel au savoir visé par l'enseignement, rendant alors le savoir mathématique utile. La construction d'une situation adidactique nécessite ainsi d'envisager *a priori* « toutes » les suites de réponses possibles et d'en comparer l'efficacité, de manière à prévoir les conditions permettant de provoquer l'apprentissage des élèves. Les choix de l'enseignant (volontaires ou involontaires) pour provoquer une modification du rapport à la connaissance de l'élève, et donc l'apprentissage, sont modélisés comme des valeurs de variables de la situation adidactique. Il est possible de déterminer ces variables et de faire des hypothèses quant à leur influence sur l'émergence et la modification des stratégies par l'élève.

Trois types de situations adidactiques

Brousseau (1998) distingue trois types de situations adidactiques, soit les situations d'action, de formulation et de validation. Ces situations, qui sollicitent différents fonctionnements de la connaissance, sont aussi appelées « dialectiques » en raison de leur caractère dynamique.

Dans une situation d'action, l'élève exprime ses choix par ses actions sur le milieu, et ce, sans que le codage linguistique joue un rôle prépondérant (Brousseau, 1996). L'évolution de la valeur des variables didactiques conduit l'élève à recourir à des stratégies de plus en plus évoluées sur le plan mathématique. Cependant, dans ces situations, les relations établies et les connaissances engagées dans l'action restent essentiellement implicites, c'est-à-dire que l'élève ne peut pas nécessairement les formuler et les expliquer.

La situation de formulation contraint les élèves à expliciter les outils implicites engagés dans la situation d'action. Des situations de communication impliquant des élèves émetteurs (qui envoient un message) et des élèves récepteurs (qui reçoivent le message et doivent agir sur le milieu) peuvent être proposées pour obliger les élèves émetteurs à formuler leurs stratégies. Ainsi, les élèves émetteurs et récepteurs ne possèdent pas les mêmes informations. Le but du message n'est pas d'agir sur les récepteurs (en tentant de les contraindre), mais bien d'agir sur le milieu par leur intermédiaire. Les élèves émetteurs mettent ainsi à l'épreuve le vocabulaire qu'ils emploient : si l'action des élèves récepteurs sur le milieu permet de réussir au jeu, cela signifie que leur formulation était adéquate. Autrement dit, la situation de formulation vise à mettre au point de façon progressive un langage que tout le monde comprenne (Brousseau, 1998).

Quant à la situation de validation, elle requiert non seulement que les élèves formulent leurs stratégies, mais également qu'ils les justifient. Les élèves doivent donc tenter de prouver l'exactitude de leurs propositions en s'appuyant sur l'expérience qu'ils ont acquise dans les situations d'action et de formulation, mais aussi en engageant un débat sur les concepts mathématiques. Contrairement aux situations de formulation, les situations de validation placent les élèves dans des positions symétriques, c'est-à-dire que les élèves disposent des mêmes informations et des mêmes moyens d'action. Comme le soulève Brousseau (1998).

> [Dans les situations de formulation] les élèves coopèrent dans la mesure où ils arrivent à partager le même désir d'atteindre une vérité. Ils doivent recevoir, *a priori*, avec respect, le point de vue de leur opposant et défendre le leur sans fausse modestie, aussi longtemps qu'ils ne sont pas convaincus du contraire ; mais s'il leur apparait qu'ils se sont trompés, ils doivent apprendre à changer immédiatement de position, sans amour propre déplacé et quel que soit le prix social. Ces situations montrent l'ancrage profond de l'activité mathématique dans la pensée rationnelle et l'importance éducative de leur enjeu qui dépasse le simple domaine de l'apprentissage de connaissances (p.112).

2.1.3 Le contrat didactique

C'est en 1978 que Brousseau introduit le concept de contrat didactique à la suite d'entretiens réalisés auprès d'un élève en échec électif[21] en mathématiques. En 1981, il publie avec Péres leurs observations sur l'étude du cas de Gaël, devenu célèbre dans le champ de la didactique des mathématiques. Au cours de ses entretiens avec cet élève, Brousseau constate que ses difficultés ne relèvent pas principalement de lacunes sur le plan de ses habiletés cognitives, mais bien de son rapport au savoir, à l'incertitude et à

---

[21] Les élèves en échec électif en mathématiques performent normalement dans les autres disciplines scolaires, mais on des déficits d'acquisition, des difficultés d'apprentissage ou un désintérêt prononcé pour le domaine des mathématiques (Brousseau, 1978)

l'enseignement. Cette étude de cas amène Brousseau à développer le concept de contrat didactique qui est devenu depuis un élément central de sa théorie.

Pour comprendre le concept de contrat didactique, il faut voir la relation didactique comme étant celle qui lie deux partenaires, l'enseignant et l'élève, entre eux, mais aussi leur relation à un savoir (Brousseau, 1990). Bessot (2004) mentionne que « le contrat didactique représente les droits et les devoirs implicites des élèves et de l'enseignant à propos d'objets, de savoirs mathématiques, enseignés » (p.4). Mais aussi les règles de communication entre l'élève et l'enseignant à propos du savoir. Ces règles sont en constante évolution, elles sont le produit « d'une négociation toujours renouvelée » (Bessot, 2004, p.5). Le contrat est spécifique des connaissances en jeu, il est donc toujours en réajustement et éventuellement périssable. Cette évolution constante est liée à l'évolution des connaissances et savoirs en jeu.

Lors de la dévolution, l'élève doit accepter de s'engager dans la recherche d'une solution au problème posé, sans avoir pour l'instant la connaissance nécessaire pour y arriver, car celle-ci représente l'apprentissage souhaité par l'enseignant. Cela place nécessairement l'élève dans une position où il doit gérer un certain niveau d'incertitude et accepter de prendre des risques. Selon Sarrazy (1995), « ce risque est à la fois le fondement et la condition du fonctionnement du processus d'enseignement/apprentissage. Si l'un des enjeux de ce risque est l'apprentissage lui-même, le risque ("perdre la face", par exemple) peut aussi enrayer ce processus » (p. 95). Selon lui, comme l'enjeu est très grand pour l'élève, il est du rôle de l'enseignant de le rassurer et de l'encourager dans cette prise de risques en insistant sur le fait que les erreurs ne sont pas des fautes et que le but de la situation n'est pas de lui tendre un piège. Au départ, les règles du contrat étant provisoirement stables, l'élève peut prendre des décisions dans une relative sécurité (Brousseau, 1986). Mais dans le processus de dévolution du problème à l'élève, c'est-à-dire lorsque l'enseignant dissimule ses intentions didactiques dans une situation adidactique, il devrait s'opérer une rupture du contrat didactique, moment décisif où l'élève accepte pleinement la responsabilité du problème, et l'inconfort de l'incertitude que cela représente, et qu'il se dégage de l'autorité de l'enseignant. C'est donc vers la rupture du contrat que doivent se concentrer les efforts de l'enseignant, car c'est à ce moment où l'élève accepte pleinement la responsabilité du problème que se produit véritablement l'apprentissage.

Sarrazy (1995) résume bien les enjeux liés au contrat didactique :

> Aussi, n'y a-t-il pas de sens à forcer l'élève à adhérer au contrat. Au contraire, il s'agira, pour le maitre, de créer les conditions sociales, affectives et didactiques de la rupture du contrat didactique afin d'inciter l'élève à ne s'en remettre qu'à lui-même pour construire, avec ou contre les autres, ses propres significations. Car *in fine* il lui faudra bien, un jour, poursuivre tout seul (p. 112).

Or, si par moment, l'élève doit s'opposer à l'intrusion de l'enseignant pour mettre en place des stratégies par son propre mouvement, à d'autres moments, il doit au contraire être sensibles aux attentes de l'enseignant pour identifier ce qui relève du savoir mathématique. Brousseau (2002), distingue ainsi différents rôles de l'enfant dans son rapport avec le milieu, qui sont en quelque sorte différents chapeaux qu'il peut porter et qui entrent parfois en contradiction, soit ceux de joueur, d'actant, d'apprenant et d'élève. Dans son rôle de joueur, l'enfant recherche d'abord et avant tout un plaisir qui n'est pas nécessairement défini par les règles du jeu. Quant à lui, l'actant accepte les règles du jeu et cherche à gagner en suivant ces règles. Brousseau (*Ibid*), mentionne que « l'actant tend à retenir les modifications avantageuses (c'est-à-dire celles qui améliorent le gain et qui minimisent les couts de ses actions) et à les rechercher » (p.7). Or, si dans une situation, l'actant échoue à mettre en place une action avantageuse, l'apprenant cherche de nouvelles possibilités en tentant de modifier son répertoire d'actions. Le chercheur mentionne que « le choix entre persister avec le même répertoire (agir) ou changer de répertoire (apprendre) est toujours le lieu d'un antagonisme douloureux » (p.17). Si l'actant n'est pas en mesure d'agir de façon efficace sur le milieu, si l'apprenant n'est pas en mesure de générer des possibilités nouvelles, l'enfant ne peut s'en remettre qu'à sa posture d'élève, c'est-à-dire s'en remettre à quelqu'un qui sait. Le chercheur mentionne que le va-et-vient constant entre le jeu de l'actant et le jeu de l'élève, bien que toujours instable, est le moteur essentiel de la relation didactique.

Transgression et sensibilité au contrat didactique

Selon Sarrazy (2015), l'apprentissage se manifeste lorsque l'élève est capable de produire une conduite nouvelle (« nouvelle », car elle se manifeste dans une situation nouvelle, tout en restant conforme à ce qui a été enseigné). Une transgression au contrat est donc nécessaire pour que l'élève arrive à une *création* singulière qui correspond à un usage nouveau, tout en restant conforme aux règles mathématiques universelles. Sarrazy (2015) précise que :

> La transgression envisagée ici est celle qui va des règles de la situation particulière où la connaissance s'est développée, afin de mettre en œuvre la même connaissance dans un contexte différent, ou d'autres règles sont en vigueur. On transgresse les frontières du particulier pour passer à une autre situation particulière. Toutefois, ceci est vrai pour l'observateur (chercheur ou enseignant), mais ceci n'est pas vrai pour l'élève, car ce dernier ignore que c'est la même chose. C'est en cela qu'il y a création (nouveauté) pour lui (et non pour l'enseignant). Ceci permet d'éviter une perception de la relation didactique comme un phénomène symétrique. (p.8, note de bas de page)

Sarrazy (2002) constate que les élèves ne perçoivent pas tous de la même façon les attentes implicites de l'enseignant dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Certains élèves ne se permettent pas cette nécessaire transgression. La sensibilité au contrat didactique varierait d'un élève à l'autre en fonction de plusieurs facteurs.

L'environnement familial jouerait, selon Sarrazy (2002), un rôle dans la sensibilité des élèves au contrat didactique. C'est d'abord à la maison que les enfants apprennent (sans que cela soit l'objet d'un enseignement formel) à se comporter de façon plus ou moins conforme et rigide aux règles. Ainsi, les enfants provenant d'environnements familiaux où domine un style éducatif rigide ou coercitif seraient plus sensibles au contrat didactique que les enfants provenant d'environnement faiblement structurés ou ceux provenant de milieux structurés de façon plus souple.

En plus de l'histoire familiale, l'histoire scolaire aurait un impact sur la sensibilité au contrat didactique des élèves, c'est-à-dire qu'il existerait des relations entre le style d'enseignement dispensé et la sensibilité au contrat didactique (Sarrazy et Novotná, 2013). Sarrazy (2015) mentionne que les différences entre les cultures didactiques (organisation et gestion des situations) permettent d'expliquer la distribution inégale des sensibilités des élèves. Il semble que plus les élèves ont l'occasion de confronter les règles dans des situations peu ritualisées, plus ils se permettent de les engager dans de nouvelles situations. À l'inverse, dans le cadre d'un enseignement hautement ritualisé dans lequel l'incertitude liée aux situations est réduite, les élèves auront davantage tendance à établir un rapport rigide entre une règle et son usage.

D'autres facteurs scolaires semblent aussi liés à la sensibilité au contrat didactique des élèves. Dans leur étude, Sarrazy et Novotná (2013), en présentant des problèmes à structures pseudomultiplicatives aux élèves, ont observé que la fréquence des réussites augmente avec le niveau scolaire des élèves. Ainsi, il semble que plus les élèves ont de connaissances, plus ils sont capables de faire preuve de flexibilité dans l'utilisation de leurs connaissances et ainsi de produire des réponses non conventionnelles. De plus, le type de situations semble être un facteur déterminant dans la capacité de l'élève à accepter ou non sa part de responsabilité dans la résolution de problème, indépendamment de son niveau scolaire.

La notion de contrat didactique est intimement liée à celle de l'organisation du milieu. En effet, au-delà du système d'interactions entre l'élève et l'enseignant se trouve l'interaction essentielle de l'élève avec son milieu.

Selon Sarrazy (1995), le concept de contrat didactique a une portée sociale importante, car il permet de considérer les difficultés en mathématiques comme relevant du schéma d'interactions entre l'enseignant et l'élève par rapport au savoir. Cette conception des difficultés des élèves permet d'entrevoir des modalités d'actions possibles, davantage que dans une perspective médicale où les difficultés de l'élève relèveraient principalement de caractéristiques permanentes sur lesquelles il serait difficile (voire impossible) d'agir.

2.2 Les structures additives

Considérant qu'il est essentiel de prendre en compte les caractéristiques du savoir en jeu pour penser l'intervention en mathématiques, nous avons ciblé un contenu disciplinaire, soit les structures additives, et procédons à l'analyse de ce contenu. Précisons d'emblée que le terme « structures additives » regroupe l'addition et la soustraction ainsi que toutes les situations où les relations en jeu impliquent ces opérations (Vergnaud, 1983). Dans cette section, le développement de la suite numérique chez les enfants est d'abord présenté, ainsi que le lien qui unit cet apprentissage aux relations entre les opérations d'addition et de soustraction. Par la suite, les procédés élémentaires liés à ces opérations sont présentés. Le champ conceptuel des structures additives est ensuite exposé.

2.2.1 Développement de la suite numérique

L'apprentissage des relations qui sous-tendent les opérations d'addition et de soustraction est intimement lié au développement des connaissances sur la suite numérique chez les enfants (Fuson, 1991 ; Kamii, 1990). Pour comprendre la lente et complexe construction par l'enfant des relations entre les nombres, il faut d'abord s'attarder aux différents contextes de leur utilisation. Fuson (1991) en distingue sept.

1) Contexte cardinal

Dans un contexte cardinal, le mot-nombre fait référence à la totalité d'éléments d'un ensemble. Par exemple, dans *un panier de 5 kiwis*, le mot-nombre cinq représente l'ensemble des kiwis contenus dans cette collection.

2) Contexte ordinal

Dans un contexte ordinal, le mot-nombre représente la position relative occupée par un élément au sein d'une collection d'éléments ordonnés. Par exemple, dans un rang d'écoliers, le nombre cinq pourrait représenter la place occupée par Hanako (qui est cinquième dans le rang.)

3) Contexte de mesure

Dans un contexte de mesure, le mot-nombre sert à indiquer combien d'unités correspondent à une quantité continue. Par exemple, le mot-nombre cinq peut représenter l'âge de Jacob, et donc les 5 unités « année » qui correspondent à la mesure de son âge.

4) Contexte de la séquence

Le contexte de la séquence est la simple récitation ordonnée des mots-nombres, sans que ceux-ci ne soient reliés à des éléments. Ce contexte est semblable à celui de la récitation de l'alphabet, où les lettres ne sont pas, à elles seules, porteuses de sens.

5) Contexte du comptage (ou dénombrement)

Dans un contexte de comptage (ou dénombrement), les mots-nombres sont mis en correspondance un à un avec des éléments. Dans ce contexte, chaque mot nombre fait référence à un seul élément, mais ne représente qu'une appellation numérique attribuée à cet élément.

6) Contexte de la lecture de nombres

La lecture de nombres est un contexte symbolique qui entraine l'émission d'un mot-nombre sans signification (« ceci est un huit », prononcé à la lecture du chiffre 8.)

7) Contexte non numérique (ou quasi numérique)

Finalement, le septième contexte est non numérique (ou quasi numérique.) Il s'agit de l'utilisation des chiffres pour désigner les numéros de téléphone, les lignes d'autobus, les numéros des joueurs, les plaques d'immatriculation, etc.

Selon Fuson (1991), les enfants construisent entre 2 et 8 ans leur compréhension des différents sens du nombre. Cela se fait généralement en traitant d'abord séparément chacun de ces sept contextes, pour progressivement établir des liens entre eux et être en mesure de se représenter les différents sens pour un même mot-nombre. Au terme de cet apprentissage, l'enfant a construit une suite numérique sériée, emboitée, cardinalisée et unitisée[22].

Pour pouvoir compter des éléments, et éventuellement pour pouvoir opérer sur les nombres, l'enfant doit d'abord apprendre correctement la suite des mots-nombres. Par la suite, il doit apprendre à utiliser le comptage de façon efficace, en comptant tous les éléments et en ne les comptant qu'une seule fois. Lorsque les enfants apprennent à compter, ils ne perçoivent pas d'emblée que le dernier mot-nombre énoncé représente un résultat cardinal. Ainsi, il n'est pas rare de voir un enfant recommencer à compter depuis le début lorsqu'un adulte lui demande « combien ? » après qu'il ait compté, de le voir donner une réponse qui ne correspond pas au dernier mot-nombre énoncé ou de le voir énoncer une suite de mots-nombres (pas nécessairement la même que durant le comptage.) Selon Fuson (1991), après une période de temps plus ou moins longue,

---

[22] Le terme « unitisation » fait référence à l'intégration cardinale dans la représentation conceptuelle du nombre.

l'enfant sera en mesure de regrouper, sur un plan conceptuel, tous les éléments comptés de telle sorte que la référence cardinale se rapporte à tous les éléments de la collection. Dès lors, les premières opérations d'additions et de soustractions sont possibles. Le passage inverse, celui de cardinalité à comptage, est plus exigeant. En effet, lorsqu'il est demandé à l'enfant de créer une collection (par exemple : « prends cinq jetons »), l'enfant doit garder en mémoire le nombre cible (5) et savoir s'arrêter lorsqu'il a atteint ce nombre.

Selon Fuson (1991), au fur et à mesure que l'enfant construit des relations de plus en plus complexes entre la suite de nombres, le comptage et la cardinalité, il est en mesure de résoudre des situations d'addition et de soustraction de manière de plus en plus sophistiquée et efficiente.

Fuson (1991) propose un modèle de développement de la suite numérique qui s'organise en cinq grandes étapes, tel que représenté au tableau 2.1.

Tableau 2.1 – Étapes développementales jusqu'à la maitrise de la suite des nombres (adapté de Fuson, 1991, p.174)

Étapes	Signification	Exemple	Conceptions
Chapelet	Suite	Undeuxtroisquatrecinqsixsept	Les mots ne sont pas différenciés
Liste non-sécable (pour l'addition, nécessité de compter tout)	Suite	Un-deux-trois-quatre-cinq-six-sept	Les mots sont différenciés.
	Suite-Comptage	Un-deux-trois-quatre-cinq-six-sept ● ● ● ● ● ● ●	Les mots sont associés à des objets
	Suite-Comptage-Cardinalité	Un-deux-trois-quatre-cinq-six-[sept] ● ● ● ● ● ● ●	Les objets comptés ont un résultat cardinal.
Chaine sécable (Comptage continué)	Suite-Comptage-Cardinalité	[quatre] → cinq-six-sept ● ● ● ●	Les termes sont intégrés dans le comptage de la somme. L'enfant peut compter à partir de n'importe quel mot de la séquence. La signification de la suite et celle du comptage commencent à fusionner.
Chaine unitaire (Comptage)	Suite-Comptage-Cardinalité	[quatre] → cinq six sept 1 2 3	La suite des mots nombres se transforme en entités cardinales. Les significations de la suite, du comptage et de la cardinalité fusionnent. Il n'est plus besoin d'objets pour représenter l'un ou l'autre des termes dans une addition ou une soustraction.
Chaine bidirectionnelle/ véritable comptage numérique	Suite-Comptage-Cardinalité	1 2 3 4 5 6 7 7+6 = 6+6+1 = 13	La suite devient une suite numérique unitisée, sériée et emboitée. Compréhension de la relation partie/partie/tout. Chaque terme peut être décomposé.

2.2.2 Procédés élémentaires en addition et en soustraction

Avant de décrire de façon détaillée les principaux procédés élémentaires en addition et en soustraction, nous présentons globalement l'évolution des procédés utilisés par les enfants en les articulant aux différents niveaux de développement de la suite numérique de Fuson (tableau 2.1).

Le premier niveau où deviennent possibles les opérations simples d'addition et de soustraction est le niveau de la liste non sécable, où l'enfant construit sa compréhension du principe de cardinalité. À ce niveau, l'enfant a besoin de tout dénombrer pour résoudre des problèmes additifs. Par exemple, l'addition 5 + 4 est interprétée comme le fait de mettre ensemble une collection de cinq éléments et une de quatre éléments. L'enfant forme alors une collection de cinq éléments (1, 2, 3, 4, 5), puis un de quatre éléments (1, 2, 3, 4) pour ensuite dénombrer le tout (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Au niveau suivant, celui de la chaine sécable, la signification de la suite (contexte de la séquence) et celle du comptage (dénombrement d'une collection) commencent à se fusionner. Ainsi, les objets dénombrés représentent peu à peu, pour les enfants, la somme de la collection. Pour faire 5 + 4, l'enfant peut alors réciter la suite de 1 à 5, sans compter les éléments, et poursuivre ensuite, comme au niveau précédent, en dénombrant la deuxième collection (Fuson, 1991). La suite étant désormais sécable, c'est-à-dire que l'enfant peut commencer son comptage à partir d'un autre nombre que 1, une autre procédure possible à ce niveau est de compter directement à partir du premier terme, en l'occurrence 5, et de faire 5 : 6, 7, 8, 9 (en déplaçant son doigt pour dénombrer la deuxième collection.).

Au niveau de la chaine unitaire, l'enfant comprend que chaque mot-nombre représente une entité cardinale. À ce niveau, l'enfant n'a plus besoin de dénombrer des objets ou des représentations tangibles. La chaine devient dénombrable, ce qui permet, pour opérer, d'utiliser non plus des procédés de dénombrement, mais plutôt des procédés de comptage en se déplaçant dans la suite numérique. Les opérations se font donc directement sur les nombres (Fuson, 1991 ; Ste-Marie, 2013). Le recours à un compteur (le plus souvent, les doigts) peut alors s'avérer nécessaire pour contrôler le déplacement. Par exemple, pour faire 5 + 4, l'enfant peut compter directement à partir de 5 et ajouter 4 (les nombres écrits entre parenthèses représentent le compteur) : 6 (1), 7 (2), 8 (3), 9 (4). Les procédés de comptage nécessitent ainsi la coordination de deux réseaux : la suite et le déplacement dans la suite.

Au dernier niveau, celui de la chaine bidirectionnelle, l'enfant possède une bonne maitrise de la suite numérique dans l'ordre croissant et décroissant. C'est aussi à ce niveau que l'enfant construit sa compréhension de la relation terme/terme/somme (ou partie/partie/tout.) Il est alors possible de résoudre des égalités lacunaires, telles que 5 + __ = 9, et de recourir à des stratégies de composition (par exemple, s'appuyer sur le résultat de 6 + 6 pour trouver le résultat de 6 + 7).

Des études ont dégagé différents procédés élémentaires en addition et en soustraction. Dans ce qui suit, nous présentons les principaux procédés en nous appuyant essentiellement sur la thèse de Ste-Marie (2013).

Les principaux procédés en addition sont les suivants.

a) Dénombrement

Pour faire $a + b$, il convient alors de former une collection de a éléments, de former une collection de b éléments, de réunir ces deux collections, et de dénombrer le tout afin d'obtenir la somme.

b) Comptage continué

Le comptage continué consiste, pour faire $a + b$, à réciter la suite à partir de 1 jusqu'à a, et à avancer dans la suite de b positions. Un compteur est alors nécessaire pour contrôler l'ajout (particulièrement lorsque $b > 3$). L'élève doit alors, simultanément, réciter la suite et contrôler le nombre de déplacements à effectuer dans la suite. Par exemple, pour faire 5 + 4, l'élève compte 1, 2, 3, 4, 5 ; 6 (1), 7 (2), 8 (3), 9 (4).

c) Comptage

Pour faire $a + b$, la stratégie de comptage consiste à compter directement à partir de a et à avancer dans la suite de b positions, en contrôlant l'ajout à l'aide d'un compteur.

d) Récupération directe en mémoire

La récupération directe en mémoire est bien sûr le procédé le plus rapide. Il consiste à rappeler directement la somme de deux nombres.

e) Composition

Le procédé de composition consiste à décomposer et à recomposer les termes de l'addition pour éviter un comptage trop long. Il conduit à s'appuyer sur des faits connus pour trouver de nouveaux résultats. Par exemple, il est possible de s'appuyer sur la somme de 6 et 6 pour trouver la somme de 6 et 7 : $6 + 7 = 6 + (6 + 1) = (6 + 6) + 1 = 12 + 1 = 13$.

Nous présentons dans ce qui suit les principaux procédés élémentaires en soustractions.

a) Dénombrement

Pour faire $a - b$, former une collection de a éléments, retirer de cette collection b éléments, et dénombrer les éléments restants.

b) Recherche de la différence par comptage

La recherche de la différence par comptage consiste, pour faire $a - b$, à partir de a et à reculer dans la suite de b positions en contrôlant le retrait à l'aide d'un compteur. Par exemple, pour faire $12 - 4$, il convient de compter à partir de 12 en ordre décroissant et de reculer de 4 positions : 11 (1), 10 (2), 9 (3), 8 (4).

c) Recherche du complément par comptage

Pour faire $a - b$, il convient de rechercher l'écart entre a et b. L'élève peut alors partir de b et avancer dans la suite jusqu'à a, en contrôlant le nombre de déplacements à l'aide d'un compteur. Par exemple, pour faire 12–7, il peut compter de 7 jusqu'à 12 : 8 (1), 9 (2), 10 (3), 11 (4), 12 (5). Cette stratégie se traduit par l'écriture additive suivante : $a + \_\_\_ = b$. Il peut aussi compter de a jusqu'à b, en l'occurrence de 12 à 7 : 11 (1), 10 (2), 9 (3), 8 (4), 7 (5). Dans les deux cas, le résultat correspond alors au nombre de déplacements.

d) Récupération directe en mémoire

Le procédé de récupération directe en mémoire consiste à rappeler directement le résultat.

e) Composition

Le procédé de composition consiste à décomposer et à recomposer les termes de la soustraction, de manière à s'appuyer sur des faits connus pour trouver rapidement le résultat d'une soustraction. Par exemple, pour trouver le résultat de 12 - 5, il est possible de décomposer le 5 : 12 – 5 = 12 – 2 - 3 = 7.

Enfin, un consensus semble établi dans la recherche indiquant que les calculs doivent être travaillés en articulation avec la résolution de problèmes. La présentation de problèmes variés permet aux élèves de donner du sens aux opérations et de reconnaitre leurs utilités. Le champ conceptuel des structures additives de Vergnaud et Laborde (1994) permet d'identifier un vaste champ de problèmes associé aux opérations d'addition et de soustraction.

2.2.3 Le champ conceptuel des structures additives

Vergnaud et Laborde (1994) soulignent que les recherches sur l'apprentissage des mathématiques ont permis de constater que l'apprentissage d'un domaine donné s'échelonne sur un grand nombre d'années avant que l'élève soit à l'aise devant n'importe quelle situation relevant de ce domaine. Par exemple, si l'enfant développe ses premières compétences sur l'addition dès l'âge de 4 ou 5 ans avec des petits nombres et dans des situations particulières, certaines situations plus complexes ou avec des nombres plus grands pourraient lui poser des problèmes jusqu'à l'âge de 12 ans. Cela a permis aux chercheurs d'analyser les filiations et les ruptures entre les compétences progressivement développées par les élèves, mais aussi entre les conceptions (implicites ou explicites) associées à ces compétences (*Ibid*). « Il faut ainsi étudier un ensemble diversifié de situations, de schèmes[23] et de représentations symboliques langagières et non langagières pour saisir les méandres des processus de conceptualisation » (p. 71).

Pour classer les différentes situations problèmes en mathématiques, Vergnaud (1983) a développé le concept de champ conceptuel. Chaque champ regroupe « un ensemble de situations dont le traitement implique des schèmes, concepts et théorèmes, en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisées pour les représenter » (Vergnaud et Laborde, 1994, p. 71).

Les structures additives représentent un champ conceptuel qui a été étudié par Vergnaud et Laborde (1994). Ils distinguent six relations de base :

1. La relation partie-partie-tout
2. La relation état initial-transformation-état final (les transformations peuvent être positives ou négatives)
3. La relation de comparaison (avoir tant de plus ou de moins que)

---

[23] « On appelle *schème* l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée » (Vergnaud et Laborde, 1994, p. 66). Le schème ne doit pas être considéré comme un stéréotype, qui serait figé et rigide. En effet, il doit être suffisamment flexible pour permettre à l'enfant d'adopter une conduite opératoire adaptée à un certain nombre de situations, pour peu qu'elles appartiennent toutes à la même classe de problèmes. Les schèmes en mathématiques comportent un certain nombre d'éléments, notamment perceptivo-moteur, mais aussi langagiers (Vergnaud, 1991).

4. La composition de transformations
5. La composition de relations de comparaison, ou de relations additives quelconques (débit/crédit, abscisse/changement d'origine, etc.)
6. La transformation d'une relation

Pour chacune de ces relations, il est possible d'engendrer plusieurs catégories de problèmes de difficulté très variable (selon la place de l'inconnue, la valeur positive ou négative des variables numériques, le domaine d'expérience auquel il fait référence et les informations fournies). Il est donc possible de générer un grand nombre de situations d'addition et de soustraction pour amener l'élève à cheminer et à construire une conception la plus juste possible de ces relations, au-delà des notions d'accroissement et de décroissement d'une quantité qui sont spontanément associées aux structures additives.

Avant de présenter de façon détaillée les catégories de relations additives et les structures qui en découlent, il est important de comprendre que, selon Vergnaud (1983), ces relations impliquent la manipulation de deux grands ensembles de nombres, soit les nombres naturels (N) et les nombres relatifs (**Z**). Selon ce chercheur, les nombres naturels sont ceux qui correspondent à des mesures d'ensembles isolables, aux cardinaux, etc. Ceux-ci ne sont ni positifs ni négatifs puisqu'ils correspondent à des mesures, ce sont donc des nombres sans signes. Les nombres relatifs, qui représentent des transformations, sont dotés de signes (par exemple, -5, +3, etc.). Ce sont eux qui représentent les transformations additives (additions et soustractions) que subissent les mesures.

Vergnaud (1983) distingue six grandes catégories de relations additives.

Première catégorie : deux mesures se composent pour donner une mesure

Dans la première catégorie, deux mesures se composent pour former une nouvelle mesure. Il existe pour cette catégorie de problèmes, deux types de structures.

Structure 1 : Recherche de la mesure composée

Exemple : Javier a 6 billes. Zoé a 5 billes. Combien de billes ont-ils en tout ?

Structure 2 : Recherche d'une mesure

Exemple : Mohammed et Jasmine ont à eux deux 25 cartes de hockey. Mohammed a 13 cartes. Combien de cartes possède Jasmine ?

Les problèmes de la première structure se résolvent par une addition, alors que ceux de la deuxième se résolvent par une soustraction. Pour résoudre ces derniers, l'élève doit concevoir le problème comme $a + \_\_\_ = b$, ce qui nécessite de penser l'emboitement des parties dans le tout. Dans cette catégorie de problèmes, la soustraction est considérée comme l'opération inverse de l'addition.

Deuxième catégorie : une transformation opère sur une mesure pour donner une mesure

Dans la deuxième catégorie, une transformation affecte un état initial pour former un état final. La transformation peut être positive (l'état final est alors plus grand que l'état initial) ou négative (l'état final est alors plus petit que l'état initial). Il existe pour cette catégorie, trois structures de problèmes.

Structure 1 : Recherche de l'état final

Exemple 1 : Jonas a 3 biscuits dans sa boite à lunch. Son ami lui en donne 2. Combien de biscuits a-t-il maintenant ? (Transformation positive)

Exemple 2 : Gabrielle a 7 autocollants. Elle en donne 4 à son petit frère. Combien a-t-elle d'autocollants maintenant ? (Transformation négative)

Structure 2 : Recherche de la transformation

Exemple 1 : Au début de la partie, Clara a 10 billes. À la fin de la partie, elle en 14. Combien de billes a-t-elle gagnées ? (Transformation positive)

Exemple 2 : Clarence vient de jouer aux Pogs. Au début de la partie, il avait 41 Pogs. Il en a maintenant 35. Combien de Pogs a-t-il perdus ? (Transformation négative)

Structure 3 : Recherche de l'état initial

Exemple 1 : La mère de Laure lui a donné 4 $ d'allocation. Elle a maintenant 28 $ dans sa petite banque. Combien avait-elle dans sa petite banque avant que sa mère lui donne son allocation ? (Transformation positive)

Exemple 2 : L'été dernier, les parents d'Anis ont dû faire couper 4 arbres dans leur cour. Il y a maintenant 11 arbres dans la cour de la maison d'Anis. Combien y avait-il d'arbres dans la cour avant que certains soient coupés ? (Transformation négative)

Les problèmes de la première structure sont les plus simples pour les élèves, puisqu'il leur suffit d'appliquer une transformation directe à un état initial. Les problèmes de la deuxième structure sont plus difficiles pour les élèves et ne devraient pas, selon Vergnaud (1983), être présentés avant la fin de la première année ou au cours de la deuxième année. Pour résoudre ce type de problèmes, l'élève peut utiliser une stratégie de « complément », c'est-à-dire rechercher ce qu'il faut ajouter pour passer de l'état initial à l'état final ($a + \_\_\_ = b$), sans nécessairement établir la relation avec l'opération de soustraction. Cette stratégie, qui nécessite de considérer l'emboitement des parties dans le tout, serait assez rapidement utilisée par les élèves lorsque les problèmes impliquent des nombres relativement petits. Une deuxième stratégie est celle de la « différence ». Elle consiste à rechercher par soustraction la valeur de la transformation. Cette procédure implique un calcul relationnel plus complexe que la précédente. Les problèmes de la troisième structure sont largement plus complexes, car la solution canonique, celle qui est valable dans tous les cas, implique l'inversion de la transformation directe, puis le calcul de l'état initial par l'application de la transformation inverse à l'état final.

Dans cette catégorie de problèmes, la soustraction n'est pas considérée comme l'opération inverse de l'addition. En effet, donner, perdre, diminuer, etc. sont des transformations qui ont une signification en elles-mêmes. Bien qu'elles aillent de pair avec les transformations inverses de recevoir, gagner, augmenter, etc., elles ne leur sont pas subordonnées. Selon Vergnaud (1983), il est important que les élèves apprennent à ne pas considérer la soustraction comme une opération toujours subordonnée et seconde par rapport à l'addition, bien qu'il soit nécessaire qu'ils comprennent le caractère opposé de ces deux opérations.

Troisième catégorie : une relation relie deux mesures

Dans la troisième catégorie, deux mesures sont mises en relation à partir des termes « de plus » et « de moins ». Il existe pour cette catégorie deux types de structures.

<u>Structure 1 : Recherche d'une des mesures</u>

Exemple 1 : Manuela a 15 ans. Son frère a 6 ans de plus qu'elle. Quel âge a le frère de Manuela ? (15 + 6 = __, relation directe avec la formulation « de plus »)

Exemple 2 : Simone a 12 jeux de Wii. Elle a 3 jeux de plus que Yacine. Combien de jeux possède Yacine ? (12 - 3= __, relation indirecte avec la formulation « de plus »).

<u>Structure 2 : Recherche de la relation</u>

Exemple 1 : Carmen a 24 livres. Matvei a 32 livres. Combien de livres Matvei a-t-il de plus que Carmen ? (32 - 24 = ___, relation indirecte avec la formulation « de plus »)

Exemple 2 : Combien de livres Carmen a-t-elle de moins que Matvei ? (32 - 24 = ___, relation directe avec la formulation « de moins »)

Dans cette catégorie de problèmes, deux types de relations peuvent être rencontrées par les élèves, soit les relations directes et les relations indirectes. Les relations directes représentent une adéquation entre la formulation « de plus » et l'opération d'addition qui doit être effectuée, ou entre la formulation « de moins » et l'opération de soustraction qui doit être effectuée. Pour leur part, les relations indirectes représentent une scission sur le plan conceptuel entre la formulation « de plus » et la nécessité d'effectuer une soustraction pour résoudre le problème, ou à l'inverse, l'utilisation de la formulation « de moins » et la nécessité d'effectuer une addition pour trouver la solution. Il n'est pas surprenant de constater que les relations indirectes représentent un plus grand niveau de difficulté pour les élèves que les relations directes.

Il est important de noter que dans les problèmes de la deuxième structure (recherche de la relation), l'élève doit considérer le problème comme a + ___ = b, et donc de considérer l'emboitement des parties dans le tout.

Quatrième catégorie : deux transformations se composent pour donner une transformation

Il existe pour cette catégorie de problèmes, deux types de structures.

<u>Structure 1 : Recherche de la transformation finale</u>

Exemple : Esteban a gagné 6 cartes Pokémons hier et il en a perdu 9 aujourd'hui. Combien de cartes Pokémons Esteban a-t-il perdues en tout ?

<u>Structure 2 : Recherche d'une des transformations</u>

Exemple : Hannah a joué deux parties de billes. Durant la première partie, elle a gagné 7 billes. Elle a ensuite joué une deuxième partie. Après les deux parties, elle s'aperçoit qu'elle a perdu 2 billes en tout. Que s'est-il passé à la deuxième partie ?

Il s'agit, dans cette catégorie, de faire des opérations sur des nombres relatifs uniquement. Il faut noter que le niveau de difficulté de ces problèmes varie beaucoup, selon qu'il soit nécessaire de composer deux transformations positives, deux transformations négatives ou deux transformations de signes différents. La difficulté varie aussi en fonction de la grandeur relative des valeurs absolues des transformations. De façon générale, la deuxième structure représente un plus grand défi que la première, puisqu'il est nécessaire de faire l'opération inverse de la composition, cela représente un calcul relationnel beaucoup plus complexe pour l'enfant, même quand l'opération à effectuer est très simple (7 + 2 dans l'exemple donné).

Cinquième catégorie : une transformation opère sur un état relatif (une relation) pour donner un état relatif

Il existe pour cette catégorie de problèmes, les trois mêmes structures que pour la deuxième catégorie, soit la recherche de l'état final, la recherche de la transformation et la recherche de l'état initial.

Exemple : Claire devait 6 billes à Mamadou. Elle lui en rend 4. Combien de billes Claire doit-elle à Mamadou maintenant ?

Dans cette catégorie, il est nécessaire d'appliquer une transformation sur un état relatif, ce qui est différent de la catégorie précédente qui implique l'addition de deux transformations. Toutefois, il s'agit dans les deux cas de faire l'addition de nombres relatifs.

Sixième catégorie : deux états relatifs (relations) se composent pour donner un état relatif

Il existe pour cette catégorie de problèmes, les deux mêmes structures que pour la première catégorie, soit la recherche de l'état composé et la recherche d'un des états.

Exemple 1 : Gustave doit 10 cartes de hockey à Harriet, mais Harriet lui en doit 4. Combien de cartes Gustave doit-il réellement à Harriet ? (Composition de relations entre les mêmes personnes)

Exemple 2 : Raphaël doit 6 bonbons à Magnus et 4 bonbons à Olivia. Combien de bonbons doit-il en tout ? (Composition de relations entre personnes différentes)

Cette catégorie est très proche de la quatrième, mais Vergnaud (1983) juge pertinent de faire la distinction entre les transformations et les relations-états. Les transformations impliquent un aspect temporel, tandis que les relations-états sont statiques. Il s'agit, ici aussi, de faire l'addition de deux nombres relatifs.

2.2.4 Discussion

Dans le choix des situations d'enseignement des structures additives, plusieurs éléments doivent être pris en ligne de compte. Tout d'abord, il faut noter les différents niveaux de difficulté liés aux nombreuses catégories et structures de problèmes. Pour développer une compréhension juste et complète des relations entre les nombres qui sous-tendent les problèmes de structures additives, l'élève devrait être confronté à une grande variété de problèmes touchant à toutes les catégories et structures (Vergnaud, 1983). De plus, l'enseignant doit considérer la complexité du calcul numérique nécessaire pour résoudre le problème. En effet, il est plus aisé pour un élève de calculer 40 - 30 que 65 987 – 63 875. Aussi, Vergnaud (*Ibid*) souligne que l'ordre de présentation des informations dans le problème influence sa complexité. Le problème peut être formulé en présentant beaucoup d'informations superflues ou de façon très épurée avec seulement les informations pertinentes. Il peut aussi être formulé en respectant la temporalité ou non. La forme même de la relation peut influencer la procédure des élèves. En effet, pour un enfant « gagner 8 cartes de hockey » et « 8 cartes de plus » ne sont pas nécessairement des formulations équivalentes. Toutes ces variables vont influencer la complexité de la démarche de l'élève. Finalement, le type de contenu (billes gagnées ou perdues, kilomètres parcourus, argent gagné ou perdu) influence aussi la compréhension qu'a l'élève du problème (*Ibid)*.

Il semble par ailleurs important de noter qu'un enjeu conceptuel majeur dans l'enseignement/apprentissage des structures additives concerne l'emboitement partie/partie/tout (Fuson, 1991). Si les élèves peuvent trouver relativement facilement le tout à partir de ses parties, il leur est cependant plus difficile d'identifier une partie à partir de la valeur du tout et d'une de ses parties. La recherche d'une partie exige de traiter simultanément la partie et le tout, et ce, en considérant que la partie est incluse dans le tout. Par exemple, pour compléter l'équation suivante, 5 + ___ = 9, il faut considérer que 5 est inclus dans 9. Cette difficulté se manifeste aussi en résolution de problèmes. Examinons le problème de composition de mesures avec recherche d'une des mesures présenté précédemment : *Mohammed et Jasmine ont à eux deux 25 cartes de hockey. Mohammed a 13 cartes. Combien de cartes possède Jasmine ?* Pour résoudre ce problème, l'élève doit considérer que les 13 cartes de Mohammed sont incluses dans les 25 cartes. Enfin, le défi important que représente la relation partie/partie/tout est intimement lié à la difficulté de la réversibilité de la pensée, c'est-à-dire que « la pensée des jeunes enfants met l'accent sur l'aspect positif de l'action, de la perception et de la cognition. Les aspects inverse, réciproque ou, au contraire, négatif font l'objet d'une construction ultérieure » (Kamii, 1990, p.144).

2.3 Objectifs spécifiques de recherche

Dans le cadre de cette recherche, nous avons choisi d'étudier le potentiel et les limites de situations basées sur la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) pour l'enseignement/apprentissage des structures additives auprès d'élèves ayant un trouble du spectre de l'autisme. Étant donné les particularités des élèves ayant un TSA sur le plan cognitif en ce qui a trait notamment aux fonctions exécutives et aux habiletés perceptives, il sera intéressant de voir si les stratégies et connaissances engagées sont différentes de celles investies par les élèves non-autistes. Entre autres, il sera intéressant de voir comment les particularités de ces élèves sur le plan de la flexibilité cognitive influenceront la mise en place de stratégies et l'évolution des conduites en cours des situations. Considérant que les stratégies mises en place par les élèves relèvent du savoir, il nous semble peu probable que les élèves ayant un TSA recourent à des stratégies nouvelles ou non documentées. Toutefois, il nous semble plausible que ces élèves restent accrochés plus longtemps à des stratégies élémentaires en raison de leur « faiblesse » sur le plan de la flexibilité cognitive. Il apparait aussi réaliste de s'attendre à un certain nombre de conduites atypiques[24], notamment en raison des particularités perceptives et interactionnelles des personnes ayant un TSA.

Aussi, considérant que les élèves ayant un TSA, selon les recherches, possèdent certaines particularités, notamment sur le plan de la réciprocité sociale, des interactions et de la communication, il apparait pertinent d'étudier le type de contrat qui s'établit entre ces élèves et l'enseignant à propos du savoir mathématique en jeu dans l'enseignement, et d'analyser comment celui-ci affecte les processus de dévolution et d'institutionnalisation. Des recherches (Sarrazy, 1995, 2002, 2015 ; Sarrazy et Novotná, 2013) montrent que la sensibilité au contrat didactique des élèves est

---

[24] Giroux (2008), utilise le terme « atypique » pour parler de conduites d'élèves qui se présentent en nombre marginal, qui ne sont pas adaptées aux contraintes, consignes, règles de la situation et qui sont spécifiques à l'enjeu de la situation mathématique.

influencée par l'environnement familial et par l'expérience scolaire des enfants. Il est possible que les particularités des élèves ayant un TSA influencent également cette sensibilité. En effet, considérant la difficulté de plusieurs personnes ayant un TSA à inférer des états mentaux chez autrui, il est possible que le défi de percevoir les attentes implicites de l'enseignant soit plus grand chez cette population d'élèves, ce qui pourrait avoir un impact sur les processus de dévolution et d'institutionnalisation.

Ainsi, la recherche vise les trois objectifs spécifiques suivants :

- Analyser les connaissances engagées par des élèves ayant un TSA lors de situations à caractère adidactique visant l'appropriation de stratégies de surcomptage et la compréhension de l'inclusion hiérarchique.
- Analyser la sensibilité au contrat didactique d'élèves ayant un TSA ;
- Analyser les processus de dévolution et d'institutionnalisation lors d'un enseignement auprès d'élèves ayant un TSA.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Dans le cadre de cette recherche, la méthodologie de l'ingénierie didactique d'Artigue a été choisie, car celle-ci est associée à la théorie des situations didactiques. Après une brève description de ce qu'est l'ingénierie didactique sont présentés les aspects touchant l'opérationnalisation et l'instrumentation de la recherche. Nous procédons ensuite à l'analyse *a priori* de la séquence didactique expérimentée auprès d'élèves ayant un TSA. Finalement, la démarche éthique est présentée.

3.1 Ingénierie didactique

Selon Artigue (1988), la notion d'ingénierie didactique a émergé en France au début des années 1980. À l'époque, ce sont des méthodologies expérimentales en laboratoire qui prévalent dans le milieu de la didactique en France. Ces méthodologies s'arriment cependant difficilement avec la TSD, qui a comme objet d'étude la situation par laquelle s'organisent les relations entre l'enseignant, le savoir et les élèves. C'est donc dans ce contexte qu'est née l'ingénierie didactique. Cette méthodologie vise à étudier les relations entre la recherche et l'action sur le système d'enseignement (Artigue, 2002). Elle permet, d'une part, la mise en place de protocoles expérimentaux qui s'appuient sur les connaissances scientifiques et, d'autre part, la confrontation de ces protocoles à la réalité de la classe.

L'ingénierie didactique se présente ainsi en quatre grandes phases :

1. Les analyses préalables ;
2. La conception et l'analyse *a priori* des situations didactiques ;
3. L'expérimentation ;
4. L'analyse *a posteriori* et l'évaluation.

Selon Artigue (1988), les analyses préalables permettent de s'appuyer sur un cadre théorique didactique général et sur les connaissances didactiques déjà élaborées pour le domaine à l'étude. Il s'agit essentiellement de procéder à une analyse épistémologique des contenus visés par l'enseignement, à une analyse de l'enseignement usuel et de ses effets ainsi qu'à une analyse des conceptions des élèves et des obstacles qui marquent leur évolution, et ce, en tenant compte des caractéristiques cognitives du public auquel s'adresse l'enseignement. Le cadre théorique de cette étude inclut les analyses préalables.

La phase de conception et d'analyse *a priori* comporte une partie descriptive, dans laquelle les caractéristiques de la situation adidactique sont décrites, et une partie prédictive, dans laquelle sont anticipées les possibilités d'action des élèves auxquels s'adresse la situation. Le chercheur doit ainsi choisir la valeur des variables didactiques de la situation, de manière à favoriser l'évolution des stratégies des élèves vers le savoir visé par l'enseignement. Cette analyse se fonde ainsi sur des hypothèses quant à l'impact des valeurs des variables didactiques choisies sur le comportement des élèves. Cette étape est présentée dans le présent chapitre.

Ces hypothèses seront avérées ou non lors de la phase d'analyse *a posteriori*. En effet, à la suite de la phase d'expérimentation, le chercheur procède à l'analyse *a posteriori* en s'appuyant sur l'ensemble des données recueillies, en particulier sur les observations en séance d'enseignement et sur les productions des élèves au cours de la situation.

Cette étape est présentée dans les chapitres portant sur l'analyse et l'interprétation des résultats.

Selon Artigue (1988), contrairement à plusieurs expérimentations en classe qui se basent sur une approche comparative avec validation externe basée sur la comparaison statistique entre un groupe expérimental et un groupe témoin, l'ingénierie didactique relève davantage du paradigme des études de cas où la validation est essentiellement interne. En effet, elle se fonde principalement sur la confrontation entre l'analyse *a priori,* qui s'appuie sur les recherches, et l'analyse *a posteriori,* qui porte sur les stratégies effectives des élèves au moment de l'expérimentation. Il s'agit ici d'analyser les écarts entre les analyses *a priori* et *a posteriori,* et ce, en tentant d'en comprendre les raisons. Ce processus de validation interne permet de surmonter certaines limites des évaluations statistiques qui ne permettent pas de tenir compte de la complexité du contexte d'enseignement.

Enfin, le choix de l'ingénierie didactique apparait judicieux pour notre recherche, car cette méthodologie permet d'analyser le potentiel et les limites de situations basées sur la TSD pour l'enseignement/apprentissage des structures additives auprès d'élèves ayant un TSA.

Il importe de spécifier que la présente étude s'inspire de l'ingénierie didactique d'Artigue (1988, 2002), mais qu'elle n'en respecte pas toutes les conditions, car :

1. Les variables didactiques ne sont pas définies pour l'ensemble des trois situations. Selon l'ingénierie didactique, la définition des variables est préalable à la construction des scénarios. En particulier pour le jeu des étoiles, il n'est pas possible de préciser comment la modification des valeurs des variables didactiques devrait affecter les stratégies additives des élèves. Pour le jeu de la boite noire et celui des devinettes, les variables didactiques sont principalement numériques et contrôlées *a priori.*

2. Selon la théorie des situations didactiques, un gain doit nécessairement s'accompagner d'une stratégie efficace, voire optimale, et chaque décision doit obtenir une rétroaction du milieu. Ces deux conditions ne sont pas systématiquement remplies par chacune des activités proposées, en particulier pour le jeu des étoiles. On verra d'ailleurs, au chapitre suivant, que cela a un impact important sur l'investissement mathématique des élèves.
3. La séquence ne porte que sur des situations d'action. Il n'y a pas à proprement parler une organisation de situations de formulation et de validation.

3.2 Opérationnalisation et instrumentation de la recherche

L'expérimentation de la séquence est réalisée par la chercheuse, auprès de trois élèves de 7 à 9 ans ayant un diagnostic de TSA, provenant de deux classes spéciales d'une même école ordinaire. Le travail auprès d'un groupe de trois élèves vise à permettre les interactions entre les élèves et aussi, à favoriser un déroulement adéquat de la séquence, notamment en facilitant la gestion de comportements perturbateurs.

La séquence didactique s'étale sur cinq séances d'environ 45 minutes, à raison de deux séances par semaine. Les séances se déroulent à l'école sur le temps de classe, dans un local à l'extérieur de la classe. Chacune des séances est filmée et transcrite, et les traces laissées par les élèves sont conservées. Ces données servent d'appui pour procéder à la confrontation entre les analyses *a priori* et *a posteriori*.

Concernant le choix des élèves, étant donné le savoir visé par la séquence, nous avons retenu des élèves qui sont en mesure de mettre en place des stratégies de dénombrement (avec objets ou dessins), mais qui ont des difficultés à utiliser des procédés de comptage. Leur niveau en mathématiques a été évalué en discutant avec les enseignantes et en consultant certaines de leurs productions. De plus, étant donné que la chercheuse de ce projet fait régulièrement de la suppléance dans les classes spéciales de l'école où a lieu l'expérimentation, elle a eu l'occasion de travailler auprès des élèves ayant un TSA de cette école et ainsi d'avoir une idée de leur capacité en mathématiques. Notons par ailleurs qu'il a été nécessaire de choisir des élèves provenant de deux classes différentes afin d'avoir des élèves ayant le niveau de connaissances mathématiques visé par cette recherche. En effet, étant donné que l'enseignement dans ce type de classe est individualisé, les élèves peuvent présenter des niveaux de connaissances très différents au sein d'une même classe. De plus, le choix des élèves a non seulement été fait en fonction de leur niveau de connaissances en mathématiques, mais aussi en raison du fait que leur enseignante jugeait que leur participation au projet de recherche n'engendrerait pas un stress ou un inconfort important pour eux.. Le fait que l'expérimentatrice connaisse déjà les élèves participant au projet pourrait bien entendu diminuer le stress lié à la nouveauté. Il nous a néanmoins semblé préférable de ne pas choisir des élèves ayant de grands défis sur le plan de l'autocontrôle et de la gestion des émotions, afin de minimiser le stress vécu par les élèves lors de l'expérimentation.

Avant de présenter de façon détaillée la séquence, il apparait pertinent de dresser brièvement le profil de chacun des trois élèves retenus pour la recherche. Notons d'emblée que les élèves 1 et 2 proviennent de la même classe, alors que l'élève 3 provient d'une autre classe. L'élève 1 (E1) est âgé de 9 ans et son niveau scolaire est la première année du deuxième cycle du primaire. C'est un élève ayant un diagnostic de trouble d'acquisition de la coordination (TAC), en plus de son diagnostic de TSA. Dans le contexte scolaire, les difficultés liées à ce trouble s'observent entre autres dans les tâches où l'écriture est requise. La formation des lettres et l'organisation dans l'espace sont des défis importants pour lui. E1 parle généralement à voix basse, souvent de façon inintelligible, et peut sembler inconfortable dans les interactions sociales avec les adultes. Il semble plus à l'aise avec ses pairs, surtout ceux qu'il connait. Il participe généralement bien aux activités d'enseignement et il nécessite peu de soutien de l'adulte pour le fonctionnement en classe. Quant à l'élève 2 (E2), il a 8 ans et son niveau scolaire est la deuxième année du premier cycle du primaire. C'est un élève très volubile, malgré un trouble sévère du langage. Sa prononciation et son élocution sont particulièrement touchées, ce qui engendre souvent des bris de compréhension entre son interlocuteur et lui. Il s'engage généralement bien dans les activités qui lui sont présentées. Il est de nature volontaire et enthousiaste, bien que la gestion des déceptions soit parfois un défi pour lui. Perdre, ne pas être compris, que son avis ne soit pas considéré par ses pairs, ne pas être choisi pour donner sa réponse, sont des exemples de situations qui peuvent l'amener à se désengager des activités. Il est généralement autonome dans le fonctionnement de la classe. Cependant, comme il aime danser, parler, rire, bouger et qu'il n'est pas toujours conscient de l'impact de son enthousiasme sur les autres élèves et sur son propre fonctionnement, il a parfois besoin de rappels pour maintenir un niveau d'agitation fonctionnel dans la classe. Et enfin, l'élève 3 (E3) a 7 ans et il est en première année du premier cycle du primaire. Malgré le fait que cette langue ne soit pas parlée à la maison et qu'il ait été scolarisé uniquement en français, l'anglais est sa langue de choix. Il parle cette langue spontanément lorsqu'il interagit avec ses pairs et lorsqu'il fait de l'écholalie[25]. Il parle généralement en français avec les adultes, mais il passe parfois à l'anglais lorsqu'il est plus émotif. E3 peut manifester un enthousiasme débordant puis un désarroi important, et ce dans un relativement court laps de temps. S'il manifeste clairement ses émotions, il est parfois difficile de comprendre ce qui les a provoquées. Son élocution et très claire, mais l'organisation des idées et la formulation de messages sont des défis pour lui, surtout lorsqu'il vit une émotion intense. L'utilisation adéquate des temps de verbes, l'utilisation de référents clairs pour son interlocuteur, la capacité à situer les événements, sont quelques exemples d'aspects de la communication qui sont un défi pour lui. Des trois élèves retenus pour l'expérimentation, E3 est celui qui nécessite le plus de soutien de la part de l'adulte, tant sur le plan de la communication sociale que de la gestion des intérêts

---

[25] L'écholalie est la répétition d'informations verbales formulées par d'autres. Elle peut être immédiate ou différée et concernée des mots, des parties de phrases ou des phrases complètes.

restreints et des comportements répétitifs. Tout comme E1 et E2, il participe généralement bien aux activités, bien que les comportements d'autostimulation (écholalie de séries télévisées, de films ou de jeux vidéo) puissent parfois nuire à son engagement dans la tâche. Il a parfois besoin de rappels de l'adulte pour mener à termes une activité.

Il est à noter que si les trois élèves retenus semblent présenter un profil de connaissances mathématiques comparable, ils n'ont pas un profil scolaire semblable puisque n'ayant pas le même nombre d'années de scolarité. Il est possible que les habitudes scolaires développées par chacun de ces élèves soient différentes et les préparent de manière différente à entrer, interagir et réaliser les activités mathématiques proposées sur les structures additives. Aussi, il importe de considérer la différence d'âge du point de vue du développement des connaissances, car cette différence peut avoir des impacts non négligeables sur les stratégies élaborées en cours de séances. En effet, si on examine le modèle de Fuson (voir tableau 2.1), le développement se ferait entre 2 et 8 ans. Il faut en conclure que la chaine bidirectionnelle serait acquise à 8 ans (E1 a 9 ans et E2 a 8 ans) alors que la suite comptage-cardinalité, qui la précède, serait acquise vers 7 ans (E3 a 7 ans). À leur âge et leurs années de scolarité, il faut ajouter leur niveau scolaire – première année - tel qu'évalué par leurs enseignantes. Il devient extrêmement difficile de juger avec quelles connaissances ces élèves s'engagent dans les activités. D'ailleurs, le chapitre d'analyse permet de constater que E3 semble avoir des connaissances plus évoluées que E1 et E2. La sensibilité au contrat et les interactions peuvent être affectées par le fait que les élèves ont des profils différents de connaissance. Il s'agit là d'un problème bien connu des chercheurs en didactique des mathématiques, celle d'identifier les connaissances « de base » des élèves dits en difficulté pour construire une séquence didactique appropriée. De plus, il est à noter que nous n'avons pas, dans le cadre de ce projet, documenter les pratiques des enseignantes travaillant auprès de ces élèves. Cependant, il est possible que des pratiques d'enseignement des mathématiques différentes soient mises en place par les deux enseignantes, ce qui pourrait avoir un impact sur les conduites des élèves.

3.3 Séquence didactique

La séquence porte sur l'articulation entre la suite numérique et les opérations additives et vise la construction par les élèves de relations de plus en plus complexes entre la suite des nombres, le comptage et la cardinalité. Elle vise plus précisément à amener les élèves à délaisser les stratégies de dénombrement pour recourir à des stratégies de comptage. Ces dernières représentent un défi important puisqu'elles nécessitent la coordination de deux réseaux, soit la suite numérique et le déplacement dans la suite. La séquence didactique vise également à amorcer un travail sur l'emboitement partie/partie/tout, en particulier sur les égalités lacunaires.

Il est à noter que pour favoriser la dévolution, nous avons choisi des situations qui permettent aux élèves d'agir sur le milieu, le plus souvent sans avoir à formuler leur stratégie. La formulation de stratégies nécessite un niveau de contrôle plus important que la mise en œuvre d'une stratégie. De plus, elle pourrait être particulièrement difficile pour les élèves ayant un TSA en raison de leur difficulté sur le plan de la communication.

Comme le montre le tableau 3.1, la séquence, qui s'étale sur cinq séances, est composée de trois situations à caractère adidactique [26]: le jeu des étoiles (Giroux, 2013), la boite noire (Colomb *et al.*, 2005) et le jeu des devinettes (Brousseau, 2009). Ces trois situations portent sur des enjeux de savoir complémentaires. En effet, le jeu des étoiles est une situation à contexte ordinal, alors que le jeu de la boite noire et celui des

---

[26] Nous parlons de situations à caractère adidactique, car elles ne respectent pas toutes les conditions d'une situation adidactique, qui apparaît comme un idéal difficile à atteindre.

devinettes investissent un contexte cardinal. Ce choix assure une complémentarité des situations.

Tableau 3.1 - Présentation des séances de la séquence didactique

Séances	Situations à caractère adidactique
Séance 1	• Jeu des étoiles (1)
Séance 2	• Jeu des étoiles (2) • Boite noire (1)
Séance 3	• Jeu des étoiles (3) • Boite noire (2)
Séance 4	• Jeu des étoiles (4) • Jeu des devinettes (1)
Séance 5	• Jeu des étoiles (5) • Jeu des devinettes (2)

La présentation d'un même jeu (en l'occurrence le jeu des étoiles) à toutes les séances vise à favoriser une certaine continuité dans les séances. De plus, le jeu des étoiles pourrait favoriser les interactions entre les élèves. Comme nous le verrons plus loin, bien que les interactions verbales ne soient pas nécessaires pour s'engager dans le jeu, les caractéristiques de ce jeu (notamment le fait que les joueurs partagent un même pion) pourraient entrainer des échanges entre les élèves au cours du jeu. Ce choix nous semble intéressant pour favoriser les interactions sociales, par le biais de l'activité mathématique. Considérant que l'atypie sur le plan des interactions sociales fait partie des critères diagnostiques du TSA, il nous semble judicieux de chercher à favoriser le développement de leurs aptitudes sur ce plan, plutôt que d'éviter les interactions.

Dans ce qui suit, chaque situation est présentée de façon détaillée et la progression des valeurs des variables didactiques est justifiée en prenant appui sur les stratégies et connaissances qu'elles sont susceptibles de favoriser chez les élèves.

Jeu des étoiles

Le jeu des étoiles, élaboré par Giroux (2013), est un jeu de planche dont l'objectif est de favoriser et consolider les stratégies de comptage. De plus, ce jeu permet d'investir les connaissances sur la lecture et l'écriture de nombres, les faits additifs, les régularités de la suite numérique et la coordination des connaissances sur la suite des nombres et les opérations. Les élèves jouent tous sur la même planche de jeu, avec le même pion, mais ils utilisent des étampes différentes pour marquer leur déplacement sur le parcours, afin de garder des traces de la partie jouée. Sur la planche de jeu, des étoiles de trois couleurs différentes sont apposées sur différentes cases (voir figure 3.1). Chaque couleur d'étoile est associée à un nombre de points (1, 2 ou 3 points). Le gagnant est le joueur qui obtient le plus de points.

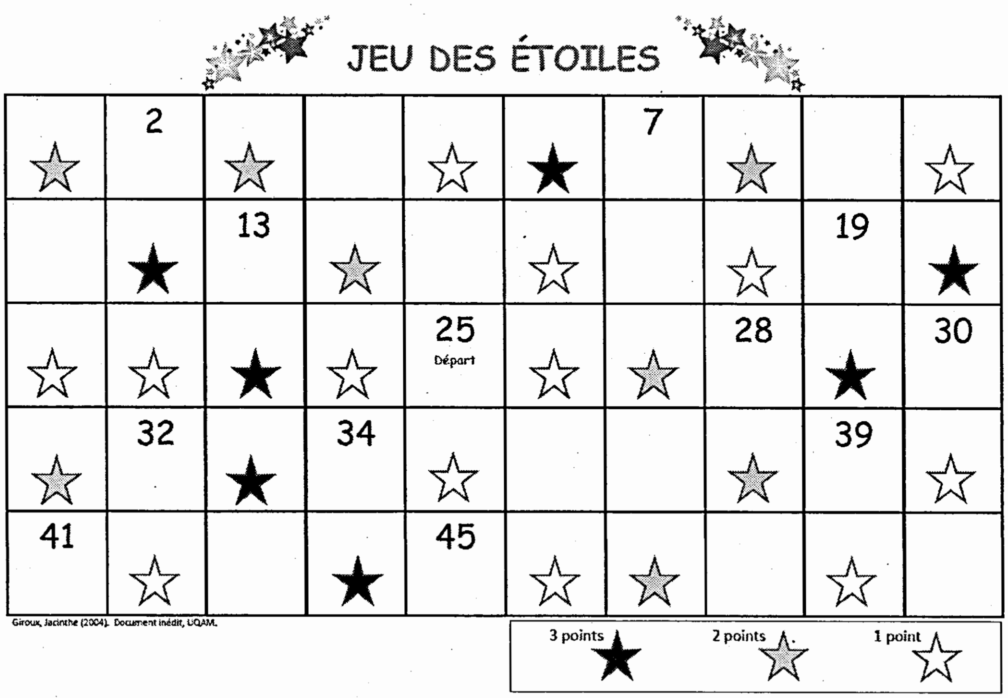


Figure 3,1 - Planche de jeu – jeu des étoiles (Giroux, document inédit).

Les joueurs partent de la case de départ qui se trouve au milieu du parcours et effectuent des déplacements vers l'avant ou vers l'arrière en essayant d'obtenir le plus grand nombre de points. À chaque partie, les élèves reçoivent une feuille de route sur laquelle ils indiquent leur case de départ, leur case d'arrivée et le nombre de points obtenus (0, 1, 2 ou 3) (voir figure 3.2). La partie se termine quand la feuille de route est pleine (par exemple, 5 coups par joueur). Pour connaitre le gagnant, chaque élève doit faire la somme des points qu'il a accumulés et il y a ensuite comparaison des nombres obtenus.

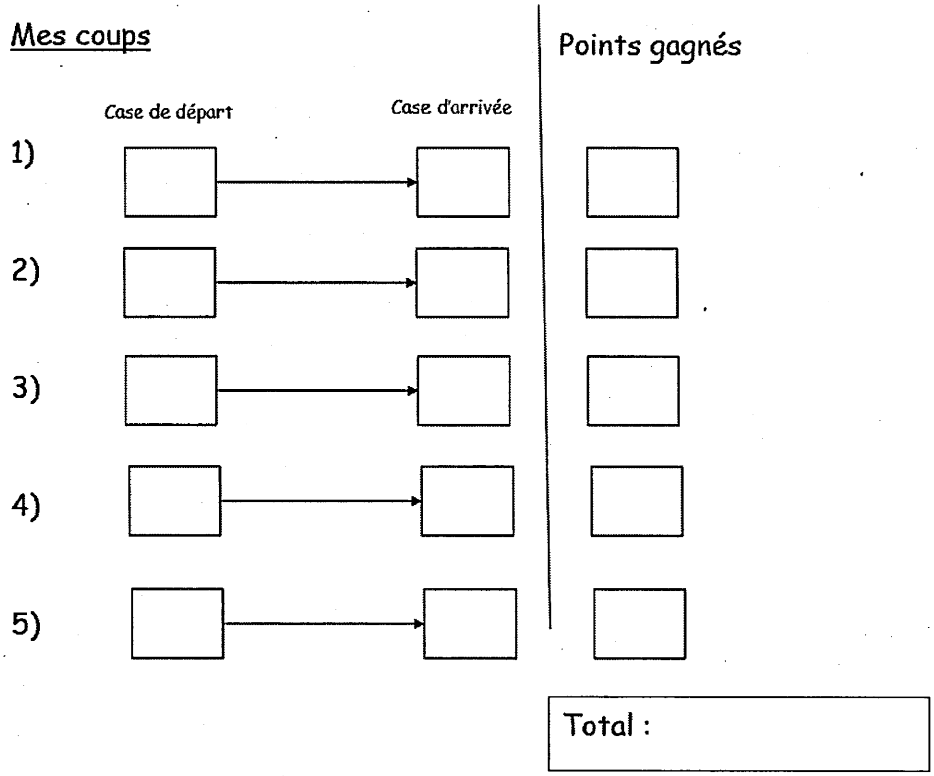


Figure 3.2 - Feuille de route du jeu des étoiles (adapté de Giroux, document inédit)

Le tableau 3.2 présente la valeur des variables didactiques pour chacun des scénarios.

Tableau 3.2 - Évolution des valeurs didactiques du jeu des étoiles

Scénario/variables didactiques	Indicateur de déplacement	Nombres manquants sur la planche de jeu	Feuilles de route	Modalités de jeu
1	1 dé	non	Une feuille de route par joueur, à compléter	Compétition entre élèves
2	1 carte	non	Une feuille de route par joueur, à compléter	Compétition entre élèves
3	1 carte	oui	Une feuille de route par joueur, à compléter	Coopération entre élèves
4	2 cartes	oui	Une feuille de route par équipe, à compléter	Compétition contre l'expérimentatrice
5	X	X	Une feuille de route par joueur, à analyser	x

Analyse a priori du jeu des étoiles

Scénario 1

La première expérience avec le jeu des étoiles a pour but de permettre aux élèves de se familiariser avec ce jeu. Le jeu des étoiles se différencie des jeux de planche classiques à deux égards. Premièrement, il est possible non seulement de se déplacer sur la planche vers l'avant (ordre croissant), mais également vers l'arrière (ordre décroissant). Notons de plus que contrairement à certains jeux, un déplacement arrière ne signifie pas une perte, puisque cela peut au contraire permettre d'obtenir plus de points. Cette spécificité pourrait poser un défi particulier pour les élèves ayant un TSA, car elle exige de rompre avec les règles habituelles. Deuxièmement, dans le jeu des étoiles, les joueurs utilisent tous le même pion. Cette différence au regard des jeux de planches classiques nécessite ainsi une certaine flexibilité cognitive. Pour limiter les éléments nouveaux, nous avons choisi comme indicateur de déplacement, lors de la première séance, un dé à six faces, ce qui est habituel dans les jeux de planche et pourrait ainsi faciliter l'appropriation du jeu.

Nous anticipons quatre difficultés qui pourraient survenir lors des premiers scénarios, en particulier lors du scénario 1 :

1) Préférer faire un déplacement avant qu'un déplacement arrière même si le déplacement arrière permet d'obtenir plus de points ;

2) Plutôt que de partir de la case d'arrivée du joueur précédent, partir de la case d'arrivée de son dernier coup joué ;

3) Compter la case sur laquelle le pion se trouve lors du déplacement, plutôt que de commencer à la case suivante (ou précédente) ;

4) Commettre une erreur lors du changement de lignes. Par exemple, lors d'un déplacement avant, une fois que le pion arrive au bout d'une ligne (à droite), un élève pourrait descendre le pion d'une case plutôt que de repartir à gauche de la ligne suivante.

Scénario 2

Au scénario 2, l'indicateur de déplacement change. Plutôt que d'utiliser un dé, ce sont maintenant des cartons sur lesquels est écrit un nombre de 1 à 7 qui sont distribués aux élèves. Les élèves gardent le même carton pour toute la durée de la partie. L'utilisation des cartons permet de choisir le déplacement à effectuer non seulement en fonction de la case d'arrivée permettant de remporter le plus de points, mais aussi en anticipant les déplacements possibles du joueur suivant. Par exemple, un joueur pourrait choisir une case où il n'y a pas d'étoile pour éviter que le joueur suivant puisse obtenir trois points. Notons qu'au scénario 2, un seul carton est utilisé, ne laissant que deux choix aux élèves (par exemple, + 4 ou - 4). Ce choix vise à faciliter l'anticipation du déplacement du joueur suivant.

Lors du scénario 2, les élèves devraient être relativement à l'aise avec le jeu, c'est-à-dire que les quatre difficultés énumérées précédemment devraient s'estomper. De plus, la valeur des variables, et plus particulièrement l'indicateur de déplacement, pourrait conduire les élèves à faire des choix en anticipant les possibilités de déplacement du joueur suivant. Notons que cela est relativement exigeant dans la mesure où il est alors nécessaire de coordonner son propre jeu avec celui du joueur suivant. Nous faisons l'hypothèse que l'anticipation est particulièrement ardue pour les élèves ayant un TSA, qui ont des difficultés à inférer les intentions d'autrui. Ainsi, il est possible que les élèves choisissent le déplacement le plus avantageux pour eux, sans tenir compte des possibilités du joueur suivant.

<u>Scénario 3</u>

Deux changements surviennent lors du scénario 3. Le premier est qu'il y a maintenant des nombres manquants sur la planche de jeu. Le deuxième est que les élèves ne sont plus en compétition les uns contre les autres, mais plutôt en coopération, c'est-à-dire qu'ils doivent obtenir, ensemble, le plus de points possible.

L'absence de certains nombres sur la planche de jeu amène l'élève à faire appel à deux réseaux au moment de compléter sa feuille de route. Par exemple, si un élève part de la case 32, qu'il avance de 5 et qu'il tombe sur une case avec nombre manquant, il doit non seulement contrôler son déplacement (1, 2, 3, 4, 5), mais aussi l'avancement dans la suite numérique (32 : 33, 34, 35, 36, 37) pour écrire sur sa feuille de route le nombre d'arrivée. Il doit donc, dans un premier temps, dénombrer le nombre de cases correspondant au déplacement, puis faire le rappel des successeurs du nombre de départ en associant à chaque case un nombre dans la suite. Ce faisant, l'élève fait l'expérience qu'il est possible de faire correspondre à chaque case, deux nombres différents. Le premier correspond au nombre indiquant le déplacement et le deuxième, à l'avancement dans la suite numérique inscrite sur la planche de jeu. Le travail sur la planche de jeu permet ainsi d'activer deux réseaux un à la suite de l'autre, sans avoir à les coordonner.

Comme mentionné ci-haut, nous avons aussi choisi d'explorer l'effet d'un jeu coopératif plutôt que compétitif sur les interactions entre les élèves. Le fait d'avoir à accumuler, ensemble, le plus de points possible pourrait amener les élèves à s'intéresser aux coups joués par les autres élèves et ainsi favoriser les interactions entre les élèves. Les échanges entre les élèves ne sont toutefois pas nécessaires à la dévolution, c'est-à-dire que le jeu peut suivre son cours, même si les élèves n'interagissent pas entre eux. Ce choix vise ainsi à observer s'il est possible de favoriser les interactions entre les élèves par le biais de l'activité mathématique, sachant que les capacités interactionnelles des élèves ayant un TSA sont altérées par leur trouble. De plus, ce changement pourrait favoriser l'anticipation chez les joueurs, puisqu'ils ne jouent plus uniquement pour leur propre pointage, mais pour celui de l'ensemble du groupe. Cela apparait particulièrement pertinent au moment du jeu où les élèves devront activer deux réseaux pour compléter leur feuille de route. Le fait de porter attention davantage aux coups de leurs pairs pourrait amener les élèves à observer et à corriger des erreurs dans le contrôle de l'avancement dans la suite numérique pour trouver le nombre manquant sur la feuille de route.

Scénario 4

Au scénario 4, il y a encore une fois deux changements de variables. Premièrement, les élèves jouent désormais tous ensemble, avec une seule feuille de route, contre l'expérimentatrice. Les élèves sont ainsi contraints à choisir, ensemble, le déplacement que fera le pion sur la planche. Considérant le caractère exploratoire de cette recherche, nous avons choisi de jouer sur les caractéristiques du jeu de manière à favoriser non seulement l'action, mais aussi la formulation voire même la validation de stratégie. Étant donné les difficultés des élèves ayant un TSA au niveau de la communication et des interactions sociales, il est possible que la dévolution soit particulièrement difficile lors de ce scénario. Il nous semblait néanmoins pertinent de voir si les caractéristiques de ce jeu peuvent amener les élèves à formuler leurs stratégies et à débattre entre eux.

Pour ce qui est du changement de variable didactique, les élèves ont désormais deux cartons pour indiquer les déplacements possibles. Le déplacement correspond alors soit à la somme des deux nombres sur les cartes, soit à leur différence. Par exemple, un joueur ayant les cartons 3 et 4 peut avancer ou reculer de 1 ou de 7 cases puisque $3 + 4 = 7$ et $4 - 3 = 1$. La conservation des deux mêmes cartons tout au long de la partie vise à favoriser le rappel direct des faits additifs.

Ce dernier changement de variable pourrait amener de nouvelles conduites erronées, telles que considérer les cartons individuellement, et non pas la somme ou la différence des deux cartons. En effet, ce changement implique un saut important par rapport aux scénarios précédent, car les élèves doivent désormais travailler sur une composition de transformations (liée à la dernière étape développementale du modèle de Fuson, voir tableau 2.1), ce qui pourrait représenter un défi important pour les élèves. Il se peut aussi que les élèves ne considèrent que la somme des cartons, et non la différence, l'opération positive étant plus facilement accessible que l'opération inverse ou négative pour les élèves en apprentissage.

Scénario 5

Contrairement aux quatre premiers scénarios, où les élèves complètent leur feuille de route au cours de la partie, lors du scénario 5, le travail porte sur des extraits de feuilles de route déjà complétées, tel que présenté à la figure 3.3, sans accès à une planche de jeu. Par exemple, à partir des extraits de feuilles de route suivants, les élèves doivent identifier si les déplacements se font vers l'avant ou vers l'arrière en indiquant un plus ou un moins sur leur feuille de route. Par la suite, ils doivent déterminer il s'agit d'un déplacement de combien de cases.

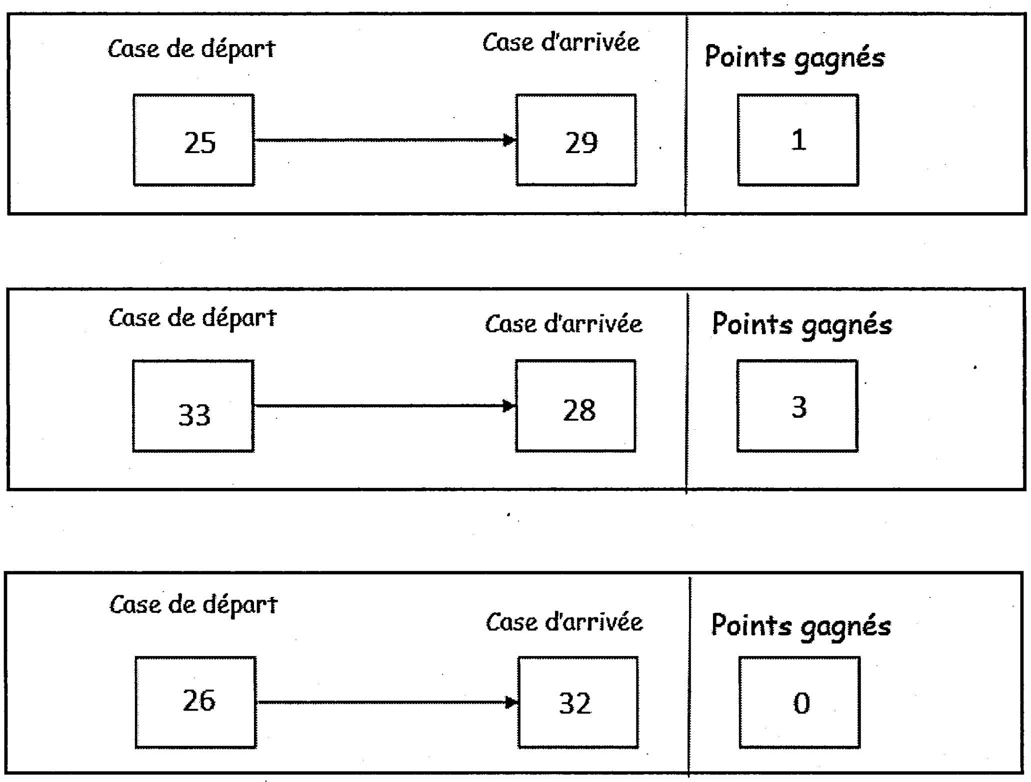


Figure.3.3 - Extraits de feuille de route du jeu des étoiles pour le scénario 5

Pour identifier le déplacement effectué, il faut identifier l'intervalle entre le nombre de départ et le nombre d'arrivée. L'absence de la planche de jeu vise à amener les élèves à coordonner les deux réseaux en comptant, par exemple pour le premier coup joué, 25 : 26 (1), 27 (2), 28 (3), 29 (4). De plus, ce travail permet de travailler sur les égalités lacunaires, en l'occurrence, l'écriture : 25 + ___ = 29.

Ce scénario présente un défi particulier, car la coordination de deux réseaux est un enjeu important au début du primaire. Il est possible que les élèves ne recourent pas à un compteur ou qu'ils aient de la difficulté à traiter simultanément les deux réseaux. Or, le recours au compteur aura déjà été rendu nécessaire dans le jeu de la boite noire et dans le jeu des devinettes, donc en contexte cardinal. Il sera intéressant de voir si les élèves qui ont utilisé un compteur dans ces jeux réinvestissent, en contexte ordinal, les stratégies mises en œuvre en contexte cardinal.

Une conduite erronée que les élèves pourraient adopter consiste à compter le premier terme. Par exemple, pour trouver l'écart entre 80 et 84, faire 80 (1), 81 (2), 82 (3), 83 (4), 84 (5).

Une autre stratégie qui pourrait être adoptée par les élèves serait de s'appuyer sur des faits additifs connus. Cette stratégie doit être combinée à une stratégie de composition, en raison de la grandeur des nombres en jeu dans ce scénario. Par exemple, pour trouver l'écart entre 25 et 29, l'élève pourrait décomposer les nombres en 20 + 5 et 20 + 9, puis s'appuyer sur le fait additif connu de 5 + 4 = 9, pour trouver un écart de 4. Cette stratégie demande beaucoup de contrôle de la part des élèves.

La boite noire

Le jeu de la boite noire (Colomb *et al.*, 2005) permet de travailler sur les problèmes de transformation d'état. Il vise à développer les stratégies de comptage. Cela représente le passage d'un contrôle de l'addition ou de la soustraction à l'aide d'objets ou de représentation tangibles au contrôle de ces opérations à l'aide de la suite numérique.

Pour jouer, l'expérimentatrice présente aux élèves une boite opaque ayant une ouverture sur le dessus. Elle présente une première collection de jetons, qu'elle demande à un élève de dénombrer, puis qu'elle met dans la boite. Par la suite, elle ferme la boite, ajoute un certain nombre de jetons et demande aux élèves de trouver combien de jetons se trouvent maintenant dans la boite. Chaque élève note sa réponse et la rétroaction est ensuite assurée par le dénombrement des jetons. Dans les premiers jeux, les élèves connaissent le nombre de jetons dans la boite, ce qui représente l'état initial (ÉI). L'expérimentatrice leur indique le nombre représentant l'ajout ou le retrait, soit la transformation (T), et ils doivent trouver le nombre de jetons qui se trouvent dans la boite après la transformation, soit l'état final (ÉF). Lors des derniers jeux, les élèves connaissent l'état initial et l'état final et ils doivent trouver la transformation.

Des phases d'institutionnalisation sont prévues dans lesquelles l'expérimentatrice note au tableau l'écriture mathématique associée à la transformation. Elle demande aussi aux élèves comment ils ont procédé et souligne ce qui relève du savoir mathématique dans les réponses des élèves.

Le tableau 3.3 présente la progression prévue.

Tableau 3.3 - Évolution des valeurs des variables didactiques pour le jeu de la boite noire

	Éi	T	Éf	Place de l'inconnu
1	21	+ 3	24	État final
2	25	- 2	23	État final
3	28	- 4	24	État final
4	23	+ 7	30	État final
5	11	+ 2	13	Transformation
6	12	+ 5	17	Transformation
7	28	- 4	24	Transformation

Légende
Éi : État initial
T : Transformation
Éf : État final

Il est prévu que les quatre premiers scénarios se déroulent lors de la séance 2 et les trois suivants, lors de la séance 3.

Analyse a priori du jeu de la boite noire

Scénarios 1 à 4

Lors des quatre premiers scénarios, il convient de rechercher l'état final dans un problème de transformation. Le choix de l'état final comme inconnu favorise une stratégie de comptage à partir de l'état initial en se déplaçant, dans la suite, selon le nombre de jetons ajoutés ou retranchés. Pour favoriser le recours à une stratégie de comptage, l'état initial doit être suffisamment grand pour rendre inefficace une stratégie de dénombrement, mais se trouver dans une portion de la suite bien connue des élèves.

Dans les deux premiers scénarios, la transformation correspond à un nombre inférieur à 4. Le recours à un compteur pour contrôler le nombre de jetons ajoutés (scénario 1) ou retranchés (scénario 2) n'est alors pas nécessaire pour identifier l'état final. En revanche, dans les scénarios 3 et 4, la transformation correspond à un nombre supérieur à 3, ce qui rend nécessaire l'utilisation d'un compteur pour contrôler le déplacement. En effet, en raison de la limite de la mémoire de travail, il est difficile de contrôler le déplacement sans recourir à un compteur lorsque l'ajout ou le retrait est supérieur à 3. Par exemple, pour faire 25 - 2 (scénario 2), on peut compter 24, 23, sans utiliser de compteur. Cependant, pour faire 23 + 7 (scénario 4), pour contrôler le déplacement, il ne suffit pas de compter à partir de 23, il faut aussi utiliser un compteur pour savoir quand s'arrêter : 24 (1), 25 (2), 26 (3), 27 (4), 28 (5), 29 (6), 30 (7). Un tel comptage nécessite de coordonner deux réseaux : la suite et le déplacement dans la suite.

<u>Scénarios 5 à 7</u>

Dans les scénarios 5, 6 et 7, ce n'est plus l'état final qui est recherché, mais plutôt la transformation, ce qui favorise comme stratégie la recherche du complément. Par exemple, dans le scénario 5, où l'état initial est 11 et l'état final 13, l'élève peut compter à partir de 11 jusqu'à 13 : 12 (1), 13 (2), ce qui peut être modélisé par l'écriture suivante : 11 + ___ = 13. La recherche de la transformation permet donc un travail sur les égalités lacunaires. Dans ce scénario, comme seulement 2 jetons sont ajoutés, il n'est pas nécessaire de recourir à un compteur. Cependant, dans le scénario suivant, où l'état initial est 12 et l'état final 17 (12 + ___ = 17), la transformation étant de +5, l'utilisation d'un compteur s'avère nécessaire pour identifier le nombre de jetons ajoutés : 13 (1), 14 (2), 15 (3), 16 (4), 17 (5).

Le scénario 7 se différencie des scénarios 5 et 6 par la nature de la transformation. En effet, alors que la transformation dans les scénarios 5 et 6 est positive (c'est-à-dire que l'état final est plus grand que l'état initial), dans le scénario 7, la transformation est au contraire négative, c'est-à-dire qu'il convient d'identifier le nombre de jetons retranchés pour passer de 28 à 24 jetons, ce qui peut être modélisé par l'écriture suivante : 28 - ____ = 24. Bien qu'il soit possible de compter de 24 à 28 pour trouver le terme manquant, une transformation négative invite plutôt, pour être fidèle à la situation, à compter en ordre décroissant de manière à représenter successivement chacun des jetons retranchés : 27 (1), 26 (2), 25 (3), 24 (4). Étant donné que le comptage en ordre décroissant est moins fluide chez les élèves que celui en ordre croissant, les transformations négatives représentent un niveau de difficulté supplémentaire.

Nous anticipons trois erreurs de comptage dans les jeux de la boite noire. La première consiste à ne pas recourir à un compteur. Dans le cas de la recherche de l'état final, l'élève ne sait alors pas quand arrêter le comptage, alors que dans le cas où la transformation est recherchée, l'élève ne peut identifier le nombre de déplacements effectués pour passer de l'état initial à l'état final. La deuxième erreur anticipée consiste à utiliser un compteur de manière non contrôlée. Par exemple, il pourrait y avoir une mauvaise coordination des deux réseaux ou encore confusion entre les deux réseaux. Cette erreur pourrait être particulièrement fréquente dans le cas de la recherche de la transformation, puisque la réponse ne correspond pas au nombre nommé à l'oral, mais au compteur (souvent le nombre de doigts levés lorsque les élèves utilisent les doigts comme compteur). La troisième erreur anticipée est de compter le premier terme, donc pour faire 21 + 3 (scénario 1), l'élève pourrait faire 21 (1), 22 (2), 23 (3). Cette erreur est aussi possible dans les jeux où l'on recherche la transformation. Par exemple, au scénario 7 (28 - ____ = 24), un élève pourrait compter 28 (1), 27 (2), 26 (3), 25 (4), 24 (5). Les rétroactions devraient conduire à mettre cette conduite en échec et amener les élèves à adapter leurs stratégies.

Jeu des devinettes

Le jeu des devinettes est tiré de l'article de Brousseau (2009a) qui porte sur l'étude du cas de Gaël, étude qui a amené le chercheur à développer le concept de contrat didactique. Ce jeu vise à travailler les problèmes de type composition de mesures, à explorer les relations entre les termes d'une équation et à établir la relation partie/partie/tout. Dans le jeu des devinettes, l'élève est effectivement appelé à chercher soit la mesure composée, soit l'une des mesures. Rappelons que la recherche d'une des mesures représente un défi beaucoup plus important que la recherche de la mesure composée, car elle nécessite de traiter simultanément le tout et la partie, en considérant l'emboitement de la partie dans le tout. Pour permettre aux élèves de s'approprier le jeu, ils devront d'abord rechercher la mesure composée, puis une des mesures.

Dans ce jeu, l'expérimentatrice utilise un sac opaque dans lequel elle met des jetons verts et des jetons blancs. Au départ, elle demande à un élève de dénombrer la collection de jetons blancs. Elle met ces jetons dans le sac, puis elle demande à un autre élève de dénombrer la collection de jetons verts. Elle met aussi ces jetons dans le sac. L'expérimentatrice explique ensuite aux élèves que le but du jeu est de deviner combien il y a de jetons en tout dans le sac.

Par la suite, plutôt que de rechercher la mesure composée, la tâche consiste à anticiper l'une des mesures. Ainsi, l'expérimentatrice fait dénombrer une première collection à un élève, qu'elle met ensuite dans le sac, puis met la deuxième collection dans le sac. Elle mentionne aux élèves le nombre total de jetons dans le sac, et les invite à anticiper combien il y a de jetons dans la deuxième collection. Les élèves écrivent leur prévision sur une feuille de jeu, puis la rétroaction est assurée par le dénombrement des jetons.

Si la mesure recherchée est une variable importante, le nombre d'éléments dans chacune des collections a aussi un impact considérable sur les stratégies efficaces. Le tableau 3.4 présente la valeur des variables pour chacun des scénarios.

Tableau 3.4 - Évolution des valeurs des variables didactiques pour le jeu des devinettes

	Progression anticipée				
Sc	M1 (blancs)	M2 verts	Mc	Inconnu	Accès la calculette
1	12	3	15	Mc	Non
2	32	7	39	Mc	Non
3	11	2	13	M2	Non
4	10	8	18	M2	Non
5	14	17	31	Mc	Oui
6	12	15	27	M1	Oui

Légende
M1 : Mesure 1
M2 : Mesure 2
Mc : Mesure composée

Analyse a priori du jeu des devinettes

Scénarios 1 et 2

Dans les scénarios 1 et 2, la mesure composée, qui correspond au nombre total de jetons, est recherchée. Dans le scénario 1, il y a 3 jetons verts et 12 jetons blancs. Étant donné que le nombre de jetons d'une des collections est inférieur à 4, il est possible, partant de 12, d'ajouter 3 sans recourir à un compteur. Dans le jeu 2 (32 jetons blancs et 7 jetons verts), en raison des limites de la mémoire de travail, le recours à un compteur devient nécessaire, exigeant alors la coordination de deux réseaux.

Il est possible lors des premiers scénarios que les élèves cherchent à procéder par dénombrement, car les problèmes de composition de mesures appellent davantage à la mise en place de cette stratégie que les problèmes de transformation d'état. Toutefois, le choix des nombres étant relativement élevé, cette stratégie devrait rapidement être abandonnée par les élèves. Aussi, les élèves pourraient, lorsque les nombres en jeu le nécessitent (comme c'est le cas dans le scénario 2), avoir recours à un compteur, contrôlé ou non. Étant donné l'expérience des situations précédentes, on peut penser que de plus en plus d'élèves recourront à un compteur et que celui-ci sera de mieux en mieux contrôlé par les élèves.

<u>Scénarios 3 et 4</u>

Dans les scénarios 3 et 4, ce n'est plus le nombre total de jetons qui est recherché (mesure composée), mais plutôt le nombre de jetons dans l'une des collections. Dans le scénario 3, il convient d'identifier le nombre de jetons verts sachant qu'il y a, en tout, 13 jetons, dont 11 sont blancs. Cette situation peut être modélisée par l'écriture suivante : 11 + ___ = 13. Le choix des nombres et l'expérience de la situation précédente (jeu de la boite noire) favorisent une stratégie de recherche du complément, c'est-à-dire qu'il est possible de compter à partir de 11 jusqu'à 13. Le recours à un compteur n'est pas nécessaire. Cependant, dans le scénario 4, il convient de rechercher le nombre de jetons verts à partir du nombre de jetons blancs (10) et du nombre total de jetons (18). Pour réussir, les élèves peuvent rechercher le complément en utilisant un compteur, ou trouver immédiatement la réponse, en s'appuyant sur leurs connaissances sur la numération de position.

Lorsque l'une des mesures est recherchée, il est possible que des élèves s'appuient sur l'écriture mathématique des égalités lacunaires, considérant qu'elle a été présentée dans les séances précédentes, dans le jeu de la boite noire. La difficulté inhérente à la relation d'inclusion partie/partie/tout pourrait néanmoins poser un problème. En effet, ne considérant pas que l'une des mesures (la partie) est incluse dans la mesure composée (le tout), certains élèves pourraient additionner le nombre de jetons d'une des collections (jetons verts ou blancs) avec le nombre total de jetons.

<u>Scénarios 5 à 6</u>

À partir du scénario 5, une calculette est mise à la disposition des élèves, de manière à les amener à utiliser explicitement l'addition et la soustraction pour résoudre les problèmes. L'accès à la calculette vise ainsi à favoriser l'établissement du lien entre les stratégies de comptage mobilisées dans l'action par les élèves et les opérations d'addition et de soustraction. Au scénario 5, les élèves doivent rechercher le nombre total de jetons à partir du nombre de jetons blancs (14) et du nombre de jetons verts (17). Le choix des nombres rend les stratégies de comptage difficiles. Ce scénario devrait ainsi favoriser le recours à l'addition, sur la calculette. Si cette relation n'est pas établie par les élèves, elle est institutionnalisée par l'expérimentatrice.

Le scénario 6 exige quant à lui de rechercher le nombre de jetons blancs sachant qu'il y a au total 27 jetons dont 15 sont verts. La recherche de complément par comptage s'avère inefficace, ce qui est nouveau dans la séquence. Il est donc possible que les élèves rencontrent une impasse. Il est aussi possible qu'ils procèdent par essais/erreurs sur la calculette pour trouver ce qu'il faut ajouter à 15 pour obtenir 27. Une stratégie efficace, qui sera institutionnalisée par l'expérimentatrice si elle n'est pas dégagée par les élèves, est bien entendu de soustraire 15 de 27. Ce scénario vise ainsi à favoriser l'établissement de la relation entre l'addition (15 + ___ = 27) et son opération inverse, la soustraction (27 – 15 = ___).

3.4 Collecte et analyse des données

Les productions des élèves sont conservées et les séances sont filmées. À la suite de l'expérimentation, le verbatim de chaque séance est produit.

Ces données permettent de répondre aux trois objectifs spécifiques de cette recherche, lesquels sont intimement liés :

1) Analyser les connaissances engagées par des élèves ayant un TSA lors de situations à caractère adidactique visant l'appropriation de stratégies de surcomptage et la compréhension de l'inclusion hiérarchique ;

2) Analyser la sensibilité au contrat didactique d'élèves ayant un TSA ;

3) Analyser les processus de dévolution et d'institutionnalisation lors d'un enseignement auprès d'élèves ayant un TSA.

Pour répondre au premier objectif spécifique, conformément à l'ingénierie didactique, nous dégageons les stratégies mobilisées par chacun des élèves, et ce, pour chaque scénario de nos situations, en les confrontant avec les stratégies anticipées lors de l'analyse *a priori*. Lorsqu'il y a des écarts entre les analyses *a priori* et *a posteriori*, nous tentons d'en comprendre les raisons : cet écart s'explique-t-il par les caractéristiques spécifiques des élèves ayant un TSA ou s'explique-t-il plutôt par les interactions didactiques au cours de la situation ?

Pour répondre aux deuxième et troisième objectifs spécifiques, il est également nécessaire d'analyser finement les interactions didactiques. Nous dégageons les moments forts et les difficultés rencontrées lors de la dévolution des situations et lors des phases d'institutionnalisation. Nous analysons également les interactions didactiques sous l'angle du contrat didactique, de manière à observer si les élèves TSA sont, ou non, particulièrement sensibles au contrat. Les élèves s'engagent-ils dans la recherche de solution ? Échangent-ils entre eux à propos du savoir et si oui, par quels moyens ? Comment se comportent-ils lors des phases d'institutionnalisation ? Cherchent-ils à répondre aux attentes de l'expérimentatrice ou, au contraire, sont-ils indifférents à ces interventions ? Ces questions sont au cœur de notre analyse. L'importance de certains phénomènes se révèle par leur fréquence au cours de la séquence. Nous pouvons ainsi dégager les particularités, s'il y a lieu, des interactions didactiques impliquant des élèves ayant un TSA.

3.5 Démarche éthique

Dans le respect des règles éthiques, un formulaire de consentement (voir annexe B) dans lequel est expliqué l'objectif de recherche est remis aux parents ou tuteurs légaux, afin d'obtenir leur autorisation. En signant ce formulaire, le parent ou tuteur donne son accord pour que son enfant participe à des séances d'activités hors classe qui sont filmées. Les parents ou tuteurs sont informés qu'ils peuvent retirer leur enfant du projet à tout moment. Dans le formulaire sont également indiquées les mesures prises pour assurer la confidentialité des données recueillies et la diffusion des résultats. Un numéro est attribué aux élèves pour le traitement des données et pour la diffusion des résultats. Tous les éléments physiques sont conservés par la chercheuse dans un endroit sécurisé. Les données numériques sont protégées par mot de passe sur un ordinateur et seront détruites cinq ans après la diffusion des résultats.

La démarche se fait avec l'accord des enseignantes titulaires des élèves choisis pour le projet. Les moments de visites et d'interventions sont choisis avec eux et dans le respect de leurs contraintes d'horaire. De plus, l'expérimentatrice s'engage à partager les résultats de la recherche avec les enseignantes des élèves participant au projet.

L'expérimentatrice tente, au mieux de ses connaissances, de reconnaitre les signes d'angoisse ou d'anxiété chez les participants tout au long du projet et s'ajuste en fonction de ces signes. Elle est sensible aux facteurs de vulnérabilités des élèves et fait tout en son pouvoir pour agir avec respect et de façon éthique.

Ce projet a été soumis au comité éthique de l'Université du Québec à Montréal (UQAM), ainsi qu'à celui de la commission scolaire où a lieu l'expérimentation, afin d'obtenir leur aval pour la mise en place du projet.

CHAPITRE IV

PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS

Ce chapitre présente une analyse détaillée des trois situations composant la séquence d'enseignement. Pour chacune de ces situations, un tableau général des conduites des élèves est dressé. Nous procédons ensuite à une validation interne de la situation, c'est-à-dire à l'analyse des stratégies mises en place par les élèves en fonction de celles anticipées lors des analyses *a priori*. Ce travail vise à déterminer si les situations présentées aux élèves ont permis l'élaboration de stratégies faisant appel aux connaissances visées sur les structures additives. Il permet de répondre au premier objectif spécifique de notre recherche, qui consiste à *analyser les connaissances engagées par des élèves ayant un TSA lors de situations à caractère adidactique visant l'appropriation de stratégies de surcomptage et la compréhension de l'inclusion hiérarchique.* Une analyse fine des interactions didactiques au cours de chacune des situations est également réalisée. La prise en compte des interactions est utile pour comprendre les écarts entre les analyses *a priori* et *a posteriori* et elle permet de dégager certains phénomènes spécifiques à l'enseignement des mathématiques auprès d'élèves présentant un TSA. L'analyse des interactions vise ainsi à répondre aux deuxième et troisième objectifs spécifiques de notre recherche : *analyser la sensibilité au contrat didactique d'élèves ayant un TSA* et *analyser les processus de dévolution et d'institutionnalisation lors d'un enseignement auprès d'élèves ayant un TSA*.

Avant d'entrer plus en détail dans l'analyse de la séquence d'enseignement, il convient de spécifier que le temps total accordé à la séquence est d'environ 265 minutes, réparti en cinq séances s'étalant chacune entre 43 et 70 minutes. Les trois élèves étaient présents à chacune des rencontres.

4.1 Analyse *a posteriori* du jeu des étoiles

Rappelons d'emblée que l'objectif principal du jeu des étoiles est de favoriser et de consolider les stratégies de comptage. Comme prévu, les élèves ont joué au jeu des étoiles à chacune des séances, et la cinquième séance a été consacrée à un travail sur les feuilles de route.

Validation interne de la situation du jeu des étoiles

Rappelons les conduites anticipées lors de l'analyse *a priori* en ce qui a trait au contrôle des déplacements sur la planche de jeu.

1) Préférer faire un déplacement avant qu'un déplacement arrière même si le déplacement arrière permet d'obtenir plus de points ;
2) Plutôt que de partir de la case d'arrivée du joueur précédent, partir de la case d'arrivée de son dernier coup joué ;
3) Compter la case sur laquelle le pion se trouve lors du déplacement, plutôt que de commencer à la case suivante (ou précédente) ;
4) Commettre une erreur lors du changement de lignes. Par exemple, lors d'un déplacement avant, une fois que le pion arrive au bout d'une ligne (à droite), un élève pourrait descendre le pion d'une case plutôt que de repartir à gauche de la ligne suivante.
5) Contrôler le déplacement de façon adéquate.

Une conduite que nous n'avions pas anticipée est apparue de façon relativement fréquente lors de l'expérimentation. Cette conduite imprévue, qui consiste à commettre volontairement une « erreur » dans le but d'obtenir un gain, a été particulièrement adoptée par E3. Pour ce faire, il met en place une stratégie qui n'était pas définie par la situation, qui n'en respecte pas les contraintes. Selon Giroux (2008), bien que cette conduite atypique « puisse relever d'un contenu mathématique qui n'est pas, *a priori*, pertinent, elle n'est pas pour autant extérieure à la situation effective et pourrait même alors relever de c*e qui est* » (p.10). Cette conduite, qui témoigne d'un réel engagement dans le jeu, n'est pas spécifique aux élèves ayant un TSA. Toujours selon Giroux (*Ibid*), le fait de modifier les règles, conduite qui permet à l'élève de maintenir sa participation dans le jeu ou d'obtenir un gain, est une conduite courante, presque banale, dans les classes. Une autre conduite dont nous n'avions pas anticipé l'ampleur et la persistance lors de l'analyse *a priori* est de commencer le déplacement vers l'arrière à partir de la case d'arrivée du déplacement avant. Cette conduite témoigne d'une difficulté à considérer les deux déplacements (avant et arrière) comme des possibilités, et non comme des coups joués.

Les conduites observées lors des quatre premières parties du jeu des étoiles sont donc les suivantes :

Conduite A : Refuser de faire un déplacement arrière ;

Conduite B : Plutôt que de partir de la case d'arrivée du joueur précédent, partir de la case d'arrivée de son dernier coup joué ;

Conduite C : Compter la case sur laquelle le pion se trouve lors du déplacement, plutôt que de commencer à la case suivante (ou précédente) ;

Conduite D : Commettre une erreur lors du changement de lignes ;

Conduite E : Commencer le déplacement arrière à partir de la case d'arrivée du déplacement avant ;

Conduite F : Commettre une « erreur » dans le but d'obtenir un gain ;

Conduite G : Contrôler le déplacement de façon adéquate.

Le tableau 4.1 dresse un aperçu de l'évolution des conduites des élèves au cours du jeu des étoiles. Notons que la conduite A (refuser de faire un déplacement arrière) est notée seulement si l'élève refuse expressément d'effectuer le déplacement vers l'arrière.

Ainsi, lorsqu'un élève ne tente pas le déplacement vers l'arrière, sans exprimer un refus de le faire, nous ne considérons pas qu'il s'agit d'une conduite A. En revanche, lorsqu'un élève accepte de tenter le déplacement vers l'arrière, mais qu'il refuse de choisir ce déplacement alors que celui-ci lui permet d'obtenir davantage de points, nous considérons alors que l'élève adopte la conduite A. Il arrive donc qu'une conduite soit indiquée pour le déplacement de reculons (r), et que la conduite A apparaisse.

Tableau 4.1 - Conduites adoptées par les élèves à chacun des quatre premiers scénarios du jeu des étoiles

	Coups joués	Conduite A	Conduite B	Conduite C	Conduite D	Conduite E	Conduite F	Conduite G	Autres conduites
Scénario 1	1							E1 (a) -E2 (a) - E3 (a)	
	2	E3	E3 (a)	E3 (a)				E1 (a) -E2 (a)	
	3	E1-E3				E2	E3 (a)	E1 (a-r)	E2 (r)
	4							E1 (a) -E2 (r)	
	5	E1-E3				E1		E1 (a) -E2 (a-r)	E1(r)-
Scénario 2	1						E3(a)	E1(a)-E2(a)- E3(r)	E3(r)
	2		E1(a)-E3(a)			E3	E3(a)	E1(a)-E2(a-r)	E3(r)
	3		E3(a)					E1(a)- E2(a-r)- E3(r)	
	4			E1(r)-E3(r)	E2(a)			E1(a)-E3(a)	E1(r)- E2(r)- E3(r)
	5				E2(r)-E3(a)	E3		E1(a)-E2(a)	E3(r)
Scénario 3	1			E1(r)-E3(a)		E3	E3(a)	E1(a)-E2(a-r)	E3(r)
	2			E1(r)			E3(a)	E1(a)-E2(a-r)- E3(a)	E3 (r)
	3					E3	E3 (r)	E1 (a-r) -E2 (a-r) -E3 (a-r)	
	4	E3				E3		E2 (a-r) -E3 (a)	E1 (a)
Scénario 4	1							E2 (r) -E3 (a)	
	2							E1 (r) -E2 (a-r)	
	3						E2 (r) -E3 (r)	E2 (a-r)	

Légende

(a) indique un déplacement vers l'avant
(r) indique un déplacement vers l'arrière

Comme le montre le tableau 4.1, la conduite G, qui représente la stratégie optimale d'un point de vue mathématique, est de plus en plus privilégiée par les élèves. En effet, au scénario 1, elle est adoptée 11 fois sur une possibilité de 30 déplacements[27] (37 %) ; au scénario 2, elle est adoptée 14 fois sur une possibilité de 30 déplacements[28] (47 %) ; et au scénario 3, elle est adoptée 16 fois sur une possibilité de 24 déplacements[29] (67 %).

Les conduites erronées diminuent en fréquence, voire même disparaissent au fil des séances, ce qui témoigne d'un meilleur contrôle des élèves au regard des règles du jeu et des connaissances mathématiques qui y sont impliquées. En effet, la conduite A est présente principalement au premier scénario, les conduites B et D sont présentes uniquement lors des deux premiers scénarios et les conduites C et E sont présentes uniquement lors des trois premiers scénarios. Seules la conduite G, qui est celle visée, et la conduite F persistent jusqu'au quatrième scénario. Bien que la conduite F soit erronée au regard des règles du jeu, elle témoigne néanmoins d'une activité mathématique riche puisque l'élève qui commet cette « erreur » tente de contrôler les paramètres du jeu pour réussir à obtenir un gain.

Scénario 1

Rappelons d'emblée que lors du premier scénario, l'indicateur de déplacement est un dé à six faces.

À la suite de la présentation du jeu, une interaction entre l'expérimentatrice et E3 montre les difficultés de cet élève sur le plan de la communication, tel qu'on peut le constater dans l'extrait suivant.

---

[27] Chaque élève (3) joue 5 coups avec 2 possibilités (avancer ou reculer) à chaque coup.
[28] Chaque élève (3) joue 5 coups avec 2 possibilités (avancer ou reculer) à chaque coup.
[29] Chaque élève (3) joue 4 coups avec 2 possibilités (avancer ou reculer) à chaque coup.

L'expérimentatrice vient d'expliquer le jeu aux élèves.	
Exp:	Ok, alors est-ce que tu as bien compris le jeu ?
E1-E2-E3 :	Oui.
Exp:	Est-ce que tu as des questions ?
E3 :	Oui.
Exp:	Oui ? Tu as une question ?
E3 :	Oui.
Exp:	Je t'écoute.
E3 :	C'est quoi les questions ?
Exp:	Est-ce qu'il y a quelque chose que tu voudrais demander par rapport au jeu ?
E3 :	Par au jeu ?
Exp:	Est-ce que tu as bien compris le jeu ?
E3 :	Oui (ton assuré).
Exp:	Oui. Super, alors on va commencer.

E3 ne semble pas saisir les attentes implicites de l'expérimentatrice lorsqu'elle demande « Est-ce que tu as des questions ? ». Des études (Tager-Flusberg, 1991 ; Young *et al.*, 2016, Cornew *et al.*, 2012) montrent que les personnes ayant un TSA présentent significativement moins de comportements de recherches d'informations dans un contexte social que leurs pairs. Il est donc possible que pour E3, le fait de poser des questions pour clarifier les règles du jeu ne soit pas une interaction sociale évidente.

Au premier coup joué, les trois élèves contrôlent adéquatement le déplacement vers l'avant, mais aucun d'entre eux ne considère le déplacement vers l'arrière. Au départ, l'expérimentatrice choisit de ne pas le suggérer, afin de permettre aux élèves de s'approprier le contrôle sur la planche de jeu et la feuille de route. Les interactions au cours des deux premiers coups joués portent essentiellement sur la mécanique du jeu. L'expérimentatrice rappelle aux élèves qu'ils doivent partir de la case d'arrivée du joueur précédent, la valeur de chaque étoile, la nécessité d'apposer son étampe à la fin de son tour et la façon de remplir adéquatement la feuille de route. Pour le deuxième coup, E1 et E2 contrôlent adéquatement le déplacement vers l'avant, sans tenter le déplacement vers l'arrière. Pour sa part, E3 rencontre des difficultés dans le contrôle de son déplacement. Il part de la case d'arrivée de son dernier coup joué, plutôt que de partir d'où se trouve le pion sur le jeu. De plus, il se montre réticent par rapport au déplacement à reculons, comme le montre l'extrait suivant.

L'expérimentatrice vient de montrer à E3 ses deux possibilités, soit avancer jusqu'à la case 62 et ne pas obtenir de points, soit reculer à la case 54 et obtenir 2 points.

E3 :	Euh… je veux aller ici (il pointe la case 62).
Exp:	Où-est-ce que tu n'… ça fait 62 ?
E3 :	oui, soix… ça c'est 62.
E3 commence à remplir sa feuille.	
Exp:	Hey, les garçons (interpelant E1 et E2) ! Regarde, E3 il pourrait tomber sur la case 62 ou la case 54, qu'est-ce que tu choisirais toi (elle pointe les deux cases) ?
E3 :	Celui-là, celui-là ! (Il pointe la case 62).
E1 :	62 !
Exp:	Toi tu choisirais 62 aussi ? Et toi (s'adressant à E2) ?
E2 :	62.
Exp:	Toi aussi ? Mais regarde, sur la case 62 il n'y a pas d'étoile et sur la case 54 il y a une étoile qui donne 2 points.

E3 :	Mais je veux… mais je veux une étoile.
Exp:	Alors il faut aller sur la case 54, si tu veux l'étoile.
E3 :	Euh… mais je veux celui-là (il pointe la case 62).
Exp:	Sur la case 62 il n'y a pas d'étoile.
E3 :	Hum… Hum… Hum…
E2 dit quelque chose d'incompréhensible.	
E3 :	Celui-là, je veux celui-là (il pointe la case 62).
Exp:	Tu veux aller sur la case 62 ?
E3 :	Oui, 62.
Exp:	Ok.

L'expérimentatrice n'avait pas jugé pertinent de suggérer le déplacement à reculons jusqu'à présent, mais comme le déplacement avant de E3 ne lui permet pas d'obtenir des points, elle choisit de le suggérer. Cet extrait montre que E3 est réfractaire au déplacement à reculons, même s'il lui permet d'obtenir des points. Cet élève manifeste pourtant à plusieurs reprises au cours des séances qu'il souhaite gagner au jeu. Il semble qu'il soit confronté à deux idées qui entrent parfois en conflit : 1) pour gagner, il faut obtenir le plus de points possible ; 2) pour gagner, il est plus avantageux d'avancer que de reculer (comme c'est le cas dans les jeux de planche classiques). Dans l'extrait, on constate que E1 et E2 semblent préférer eux aussi le déplacement avant. Cependant, si les conduites de E1 aux coups suivants abondent en ce sens, E2 ne semble réticent à l'idée de reculer à aucun autre moment du jeu. Sa réponse au questionnement de l'expérimentatrice pourrait donc être due à un certain effet d'entrainement, les deux autres élèves ayant répondu avant lui.

Au troisième coup, E1 contrôle adéquatement le déplacement vers l'avant et il tente le déplacement vers l'arrière à la demande de l'expérimentatrice. Il semble d'abord confus par rapport à cette demande, puis il arrive à contrôler adéquatement son déplacement arrière sans passer par un contrôle sur la planche de jeu, comme le montre l'extrait suivant.

Exp:	Regarde, si tu pars de 62 et que tu recules de 4 ? (Elle replace le pion sur la case 62).
E1 :	(En regardant la planche de jeu, sans déplacer son doigt ou le pion). Cinquante… 58 !

Il est possible que E1 identifie la case d'arrivée en utilisant une stratégie de comptage nécessitant la coordination de deux réseaux : 61 (1), 60 (2), 59 (3), 58 (4), en utilisant un compteur non apparent. Or, il est aussi possible qu'il s'appuie sur la planche de jeu, ce qui permet de soulager un réseau. En effet, il peut compter jusqu'à 4 en contrôlant du regard (plutôt qu'avec le pion) la suite en s'appuyant sur la planche de jeu, disponible sur le bureau. Or, malgré le fait que le déplacement à reculons lui ferait gagner 2 points et que celui vers l'avant ne lui permet pas de gagner des points, E1 choisit de se déplacer vers l'avant. Pour sa part, E2 contrôle adéquatement le déplacement vers l'avant, mais il rencontre des difficultés pour le déplacement vers l'arrière. En plus de repartir de la case d'arrivée du déplacement avant (conduite E), il commet une erreur lors du comptage en ne considérant que les cases sur lesquelles se trouve une étoile. L'expérimentatrice lui rappelle qu'il doit repartir de la même case de départ et qu'il doit compter toutes les cases. Pour ce troisième coup, E3 adopte pour la première fois la conduite F (qu'il adopte à plusieurs reprises durant les trois premiers scénarios), c'est-à-dire qu'il fait volontairement un déplacement avant de 6 plutôt que de 5, afin d'obtenir 2 points. L'expérimentatrice le corrige. Confronté à l'impossibilité de faire des points en avançant, il choisit tout de même d'avancer et ne fait aucun point. Cette situation engendre cependant beaucoup de frustration et de désarroi chez lui. Il exprime qu'il trouve le déplacement vers l'arrière trop difficile, il pleure quelques minutes pendant que E1 et E2 jouent leur quatrième coup. Face au désarroi de E3, l'expérimentatrice lui propose de prendre une pause pour retrouver son calme, ce qu'il accepte. Il se retire du jeu et il refuse de jouer le tour suivant. Pour illustrer nos hypothèses en lien avec la difficulté des élèves à se déplacer vers l'arrière sur la planche de jeu, considérons le jeu fictif d'un élève se trouvant sur la case 54 et qui obtient 4 sur le dé. Pour se déplacer vers l'avant, l'élève doit considérer deux suites en ordre croissant, soit le déplacement dans la suite (1, 2, 3, 4) et la portion de la suite en jeu (55, 56, 57, 58). Or, pour faire un déplacement vers l'arrière, l'élève doit considérer une suite en ordre croissant (1, 2, 3, 4) et une suite en ordre décroissant (53, 52, 51, 50). Cela représente un premier enjeu qui pourrait expliquer la difficulté des élèves à accepter de se déplacer vers l'arrière. Une deuxième hypothèse pouvant expliquer, du moins en partie, les difficultés des élèves est liée au fait qu'il peut être difficile pour les élèves d'envisager deux alternatives pour un même point de départ et un même lancer de dé du point de vue des connaissances mathématiques. Cela implique de considérer qu'avec un même état initial (case de départ) et une même transformation (nombre sur le dé), deux états finaux sont envisageables.

Au quatrième coup, E1 obtient 6 en brassant le dé. Très heureux de ce résultat il dit : « oh, je vais avoir des points ». Les trois élèves semblent considérer que pour gagner, il convient d'obtenir un nombre élevé sur le dé. Cette fausse conception, tout comme celle qu'il est plus avantageux d'avancer que de reculer, semble reposer sur le fonctionnement des jeux de planche classiques où le gagnant est le premier à parcourir la planche au complet. Ainsi, à leurs tours, les élèves souhaitent brasser 6, même si cela ne leur permet pas de faire des points et ils sont déçus lorsqu'ils obtiennent un petit nombre sur le dé, même lorsque cela leur permet de faire 3 points. À ce coup, E1 ne tente pas le déplacement vers l'arrière et l'expérimentatrice n'insiste pas, puisque l'échange entourant le troisième coup de E3 a été long et a considérablement ralenti le temps didactique. À la fin de son tour, E1 dit : « E2, tu vas pouvoir avoir des points si tu as 2 ». Cette phrase, à peine audible, montre que E1 s'intéresse aux coups joués par les autres élèves et qu'il anticipe le coup du joueur suivant. E2 obtient effectivement 2 lorsqu'il brasse le dé. Avant qu'il effectue son déplacement, l'expérimentatrice lui demande s'il choisit d'avancer ou de reculer. Sans avoir effectué le déplacement sur la planche, il choisit de reculer alors que les deux déplacements lui permettent d'obtenir 1 point. Cette décision pourrait être due au fait que, étant confrontée à la réticence de E1 et de E3 par rapport au déplacement à reculons, l'expérimentatrice a beaucoup valorisé ce choix lors des coups précédents. Cette conduite suggère ainsi une certaine sensibilité au contrat didactique. Notons enfin que comme E3 refuse de jouer, l'expérimentatrice choisit de jouer à sa place lors du quatrième coup.

Au cinquième coup, E1 contrôle bien le déplacement avant. Lorsque l'expérimentatrice lui demande où il arrivera s'il recule, il répond d'abord le nombre sur sa case de départ (conduite E). Quand l'expérimentatrice lui fait remarquer qu'il se trouve déjà sur cette case, il répond la case précédente. L'expérimentatrice commence alors le comptage avec lui. Elle place le pion sur la case précédente et dit « 1 ». L'élève est capable de continuer le comptage pour reculer de 4 cases, tel qu'indiqué par le dé. On constate un décalage entre sa conduite pour ce coup, où le soutien de l'expérimentatrice est nécessaire pour faire le déplacement à reculons, et le troisième coup, où il contrôle seul son déplacement vers l'arrière. E1, une fois de plus, se montre réticent par rapport au déplacement à reculons, même si celui-ci lui permet de gagner le maximum de points. Les interactions avec l'expérimentatrice le conduisent cependant à choisir le déplacement arrière, comme en témoigne l'extrait suivant.

E1 vient de contrôler son déplacement à reculons jusqu'à la case 63 sur laquelle se trouve une étoile rouge (3 points). Son autre option est d'aller sur la case 71 sur laquelle il n'y a pas d'étoile.

E2 :	Ohhhhh !!! (Constatant qu'il y a une étoile rouge sur cette case).
E1 :	(En déplaçant son pion sur la case 71). Pas de points… ici. Je ne veux pas avoir de points.
Exp:	Tu ne veux pas avoir de points ?

E1 :	Euh, non.
Exp:	Si tu recules, tu vas avoir 3 points, c'est beaucoup de points ça.
E1 :	Ok, je recule.
Exp:	Tu recules ?
E1 :	Oui.
Exp:	Super.
E2 :	3 points !
Exp:	3 points ! Wow !
E2 :	Tu as eu le maximum. Maximum !

Pour son cinquième coup, E2 contrôle adéquatement ses déplacements vers l'avant et vers l'arrière. Le déplacement vers l'avant le mène sur une étoile bleue (1 point) et le déplacement vers l'arrière sur une étoile jaune (2 points). Il hésite avant de choisir sur quelle case aller. Il lève un doigt sur sa main gauche, puis deux doigts sur sa main droite. Il compte ses doigts à l'aide de son menton, puis choisit de reculer. Le besoin de représenter les nombres 1 et 2 à l'aide de ses doigts suggère que cet élève s'appuie à la fois sur une stratégie non numérique (jugement perceptif ou correspondance terme à terme) et sur une stratégie numérique pour effectuer la comparaison. Quant à E3, il accepte de revenir au jeu. Il brasse le dé, puis commence son déplacement sur la mauvaise case. Lorsque l'expérimentatrice lui rappelle sa case de départ, il constate que son déplacement vers l'avant ne lui permet pas d'obtenir de points. Il refuse alors de jouer et l'expérimentatrice complète son coup en faisant un déplacement vers l'arrière.

À la fin de la partie, E3 identifie rapidement le total de ses points, ce qui n'est pas le cas de E1 et E2. E1 ne semble effectivement pas en mesure de mettre en place une stratégie de façon autonome pour trouver les points obtenus au cours de la partie. Il déplace son doigt sur les cases dans lesquelles les points sont inscrits, sans considérer les valeurs qui y sont indiquées. Comme la situation ne permet pas ici de relancer l'élève, l'expérimentatrice est contrainte de le soutenir.

Exp:	Regarde, ici tu en as gagné 0 (elle pointe la case où sont inscrits les points pour le premier coup.). Ici ? (Pointant la case pour le deuxième coup).
E1 :	Oui.
Exp:	Combien ?
E1 :	1.
Exp:	Euh… Qu'est-ce que tu as écrit (la graphie de E3 n'est pas lisible) ?
E1 :	3.
Exp:	3 ! Ok.
E1 :	Là 0. Là 2. (Il pointe les cases pour le troisième et le quatrième coup).
Exp:	Alors, 3 + 2 ?
E1 :	Égal à vingt… 32.

Cet extrait montre les difficultés au niveau de la communication. Lorsque l'expérimentatrice demande « Ici ? », E1 ne saisit pas les éléments implicites derrière cette question, c'est-à-dire que le contexte suggère qu'il convient d'identifier combien il y a de points ici, ce à quoi l'élève répond « oui ». Notons que ce type de difficulté est courant dans les échanges au cours des séances. Cet extrait montre aussi que l'expérimentatrice pilote fort l'échange pour permettre à E1 d'identifier son total de points. En effet, elle invite directement l'élève à faire la somme de 3 et 2. E1 répond alors 32, c'est-à-dire qu'il juxtapose les deux termes sans considérer la valeur de position du chiffre 3 dans le nombre 32, ce qui est une erreur classique chez les jeunes élèves. Pour relancer E1, l'expérimentatrice lui remet une calculette, ce qui lui permet de trouver son nombre total de points, soit 5.

E2 a lui aussi des difficultés à identifier les points qu'il a obtenus au cours de la partie. L'expérimentatrice lui tend une feuille vierge. Il écrit 1 + 2 + 2 + 1 + 2, mais ne semble pas en mesure de mettre en place une stratégie pour trouver la somme. L'expérimentatrice lui remet une calculette et E2 identifie ainsi son nombre total de points. À noter, E1 et E2 sont tous les deux en mesure de résoudre des problèmes additifs simples en classe en ayant recours au dessin ou au matériel de manipulation. La difficulté rencontrée pour calculer le total des points pourrait s'expliquer par le caractère abstrait des points (ce n'est pas un objet tangible). En effet, comme les cases permettant d'obtenir des points comportent une seule étoile, dont la valeur change en fonction de sa couleur, l'élève ne peut pas dénombrer directement le nombre d'étoiles obtenues. Les élèves avaient accès à un crayon, ce qui aurait pu leur permettre de faire une marque pour représenter chaque point obtenu, et ainsi procéder par dénombrement. Or, aucun des élèves n'a procédé ainsi. Aurait-il eu recours à une telle stratégie s'ils avaient eu à comptabiliser des jetons, des cailloux, etc. (même représenté numériquement) plutôt que des points ? Il est possible de croire que oui, car contrairement aux points obtenus, ces termes font appel à une représentation tangible. De plus, il faut noter qu'une difficulté importante pour le calcul des points en fin de partie est liée aux nombres de termes dans l'addition. Il est plus complexe pour les élèves de procéder par réunion de collections, stratégie que semblent privilégier E1 et E2, lorsqu'il s'agit de réunir 5 collections, aussi petites soient-elles. Il est ainsi plus ardu pour les élèves de faire 1 + 2 + 2 + 1 + 2 que de faire 5 + 3.

À la fin de la séance, l'expérimentatrice tente de faire un travail sur les feuilles de route pour établir la relation entre un déplacement avant et l'opération d'addition ainsi que la relation entre un déplacement arrière et l'opération de soustraction, et ce, en institutionnalisant les signes + et -, mais le niveau d'attention des élèves est bas. Bien que les élèves s'engagent dans le jeu en tant que joueurs, ils semblent peu enclins à prendre le rôle d'élèves, c'est-à-dire à « se faire "élève" de quelqu'un qui sait » (Brousseau, 2002, p. 11). Encore décontenancé de ne pas avoir pu obtenir de points en avançant pour ses deux derniers coups, E3 refuse d'abord de participer à l'institutionnalisation. Cette conduite suggère que E3 ne reconnait pas que le jeu est présenté dans le but de travailler les mathématiques. Il accepte finalement de participer, mais sa réticence par rapport au déplacement vers l'arrière se fait encore sentir, comme le montre l'extrait suivant.

Exp : Et là je vais cacher la feuille, ok. On essaie de le trouver ! (Elle retire la planche de jeu). Si E3 il était sur la case 70 au début et après avoir brassé son dé il av… il s'est déplacé sur la case 67. Est-ce qu'il a avancé ou reculé ?

Les trois élèves répondent en même temps, les réponses ne sont pas compréhensibles.

Exp: (S'adressant à E1) Toi tu penses qu'il a avancé ?

E1 : Oui.

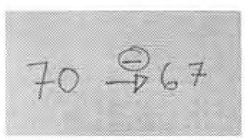
Exp: Toi, E2 ?

E2 : Reculé.

Exp: Reculé. Et toi E1, euh… E3 ?

E3 : Euh… Quoi ?

Exp: Si… (elle prend une feuille brouillon). Si tu étais sur la case 70 et qu'après tu étais sur la case 67, est-ce que tu as avancé ou reculé ? (Elle écrit le déplacement sur la feuille brouillon).



E3 : Euh… j'ai avancé.

Exp: Hum… si c'est pas toi là. Si c'est E2. E2 il était sur la case 70 et après il était sur la case 67.

E3 : Il est reculé.

Exp:	Il a reculé, t'as bien raison. Il a fait un moins (elle l'inscrit, comme vu sur l'image précédente).

L'expérimentatrice souhaite ensuite s'appuyer sur la feuille de route de E1 pour poursuivre l'institutionnalisation, mais son écriture étant difficilement lisible (voir figure 4.1), elle perd du temps à essayer de retracer les déplacements effectués, ce qui contribue à dissiper l'attention des élèves.

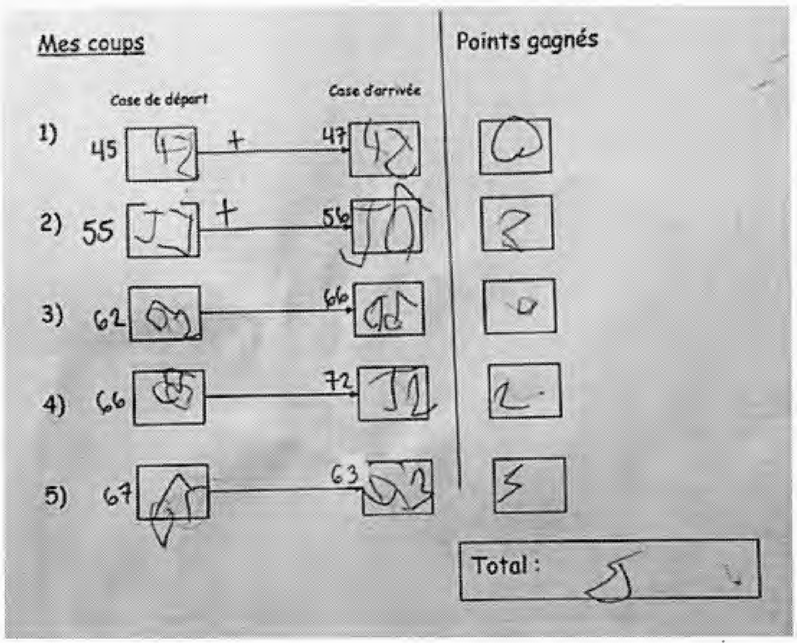


Figure 4.1 - Feuille de route de E1 pour le scénario 1 du jeu des étoiles

Lors de la phase d'institutionnalisation, E2 identifie adéquatement le sens des déplacements (avancer ou reculer), alors que E1 considère toujours que le joueur a avancé. Cette difficulté pourrait être due à sa réticence face au déplacement à reculons. Elle pourrait aussi s'expliquer par un manque de connaissances mathématiques. Pour identifier correctement le sens du déplacement, il faut, d'une part, comparer le nombre sur la case d'arrivée et celui sur la case de départ et, d'autre part, considérer que si le nombre sur la case d'arrivée est inférieur au nombre sur la case de départ, il s'agit d'un déplacement de reculons, et vice versa.

Scénario 2

À la séance 2, ce sont des cartons qui servent d'indicateurs de déplacement. Chaque élève a un carton, qu'il garde pour toute la durée de la partie. E1 pige un carton 2, E2 pige un carton 5 et E3 pige un carton 6. Rappelons que l'utilisation du carton plutôt que du dé rend possible l'anticipation du déplacement du joueur suivant.

La conduite A n'est adoptée à aucun moment lors de cette séance, ce qui montre une certaine appropriation du jeu. Si cela peut être l'effet de l'expérience avec le jeu acquise lors de la séance précédente, il faut aussi noter que l'expérimentatrice a mis en place une courte intervention au début de la deuxième séance dans le but de rendre le déplacement à reculons plus accessible pour les élèves 1 et 3 qui y étaient réticents. Cette intervention consiste en la lecture d'une courte histoire mettant en scène Spiderman, personnage connu des trois élèves et apprécié par E3, qui s'était montré particulièrement réfractaire au déplacement vers l'arrière lors du scénario 1. Le but de cette intervention, inspirée des scénarios sociaux de Gray (2019)[30], est de familiariser les élèves avec la règle leur permettant de reculer sur la planche de jeu. L'histoire suivante est lue aux élèves.

[30]Cette intervention est inspirée des scénarios sociaux de Gray (2019) en ce sens qu'elle en adopte les principes de bases, mais elle ne respecte pas l'ensemble des critères pour l'élaboration d'un scénario social.

Spiderman joue au jeu des étoiles

Spiderman veut gagner le plus de points possible au jeu des étoiles. Pour cette partie, il a pigé la carte 5. Spiderman sait qu'à chacun de ses tours, il a deux choix.

Il peut

Avancer de 5 cases — Reculer de 5 cases

Spiderman n'aime pas beaucoup reculer sur la planche de jeu, mais il sait que c'est parfois le meilleur choix pour gagner plus de points. Il fait toujours le choix qui lui rapporte le plus de points. Quand il gagne des points, Spiderman est très content !

La lecture de cette histoire a un effet important sur E3, qui, sensible à cette intervention, semble d'abord interpréter qu'il faut reculer pour gagner.

C'est le premier tour de jeu, E3 commence.

E3 : Mais hier, E1 il a gagné et moi je veux faire gagner.

Exp: Tu veux gagner ? Qu'est-ce que tu dois faire pour gagner ?

E3 : Recule. Et go. Et recule.

Exp: Ah oui, des fois il faut reculer, des fois il faut avancer. Là, qu'est-ce qui est le mieux, avancer de 6 ou reculer de 6 ?

E3 : (Sans regarder le jeu) euh, reculer de 6.

Pour sa part, E1 ne tente le déplacement à reculons qu'à un seul moment durant cette partie, et ce, à la demande de l'expérimentatrice. Il faut noter que E1 joue avec le carton 2, nombre avec lequel il est en mesure d'anticiper son déplacement sur la planche de jeu, sans utiliser une stratégie apparente. Considérant que tous ses déplacements vers l'avant représentent l'option lui donnant le plus de points (parfois à égalité avec le déplacement vers l'arrière), il est possible qu'il identifie les deux possibilités en observant la planche sans avoir à effectuer le déplacement avec le pion, et effectue ensuite sur la planche de jeu le déplacement choisi. Les interactions avec les autres élèves suggèrent toutefois que E1 est réticent vis-à-vis le déplacement à reculons, car il encourage ses pairs à avancer plutôt qu'à reculer et semble parfois agacé par le fait qu'un autre élève choisisse de reculer, comme en témoigne l'extrait suivant.

C'est le premier coup de E3.

Exp:	Qu'est-ce qui arrive si tu avances ?
E3 :	Je avance… recule.
E1 :	Faut avancer.
Exp:	Attends, on va t'avancer la planche (elle rapproche la planche de jeu de E3).
E3 :	Je veux prendre recule.
E1 :	Avance !

Lors de cette partie, E3 joue le premier. Pour son premier coup, à la suite de la lecture de l'histoire de Spiderman, il dit qu'il doit reculer. Au moment de faire le déplacement sur la planche de jeu, il recule le pion, mais sans compter les cases et sans s'arrêter. Lorsque l'expérimentatrice lui rappelle qu'il doit se déplacer de 6 cases, il contrôle adéquatement son déplacement vers l'arrière, mais il est très déçu en constatant qu'il n'y a pas d'étoile sur sa case d'arrivée. Il semble ainsi difficile, pour cet élève, de considérer qu'il est parfois plus avantageux de reculer et parfois plus avantageux d'avancer. E3 recherche la stratégie la plus avantageuse (en l'occurrence, avancer ou reculer), sans considérer que celle-ci peut varier d'un coup à l'autre. Quand l'expérimentatrice lui suggère de tenter le déplacement vers l'avant, il ne semble pas savoir quoi faire. Elle lui dit alors de se remettre sur la case départ, ce qu'il fait, mais E3 semble perplexe. L'expérimentatrice commence alors le comptage avec lui. Elle pointe la case suivant la case de départ et dit « 1 ». E3 est capable de faire le déplacement par la suite, mais lorsqu'il arrive à sa case d'arrivée, constatant qu'il y a une étoile bleue (1 point) sur celle-ci, il choisit de mettre le pion sur la case juste en dessous sur laquelle se trouve une étoile jaune (2 points) (conduite F). L'expérimentatrice lui fait remarquer que ce n'est pas la bonne case d'arrivée en faisant le déplacement adéquat avec le pion, mais E3 persiste dans son idée qu'il gagne 2 points. Bien que déçu, il accepte finalement d'inscrire 1 seul point sur sa feuille de route.

E2 contrôle adéquatement son déplacement vers l'avant et il arrive sur une case sur laquelle se trouve une étoile rouge. Il rigole et danse en constatant qu'il obtient le maximum de points. Durant le jeu des étoiles, mais aussi durant le jeu de la boite noire et le jeu des devinettes, E2 exprime régulièrement sa joie en rigolant, en dansant et en chantant. Ces comportements témoignent de son engagement dans le jeu, bien qu'il semble essentiellement adopter le rôle de joueur. L'expérimentatrice doit parfois l'aider à se recentrer et à retrouver son calme, mais elle accepte généralement de laisser E2 bouger et même se déplacer dans le local pour exprimer sa joie. Quant à E1, il contrôle adéquatement son déplacement vers l'avant et obtient 2 points. Pendant le coup de E1, E2 demande s'il doit garder le même carton durant toute la partie. Quand l'expérimentatrice lui confirme que oui, il tente un déplacement avant en partant de la case d'arrivée de E1, en oubliant que E3 doit jouer avant lui.

La dévolution au cours du deuxième scénario est souvent difficile. L'expérimentatrice est ainsi contrainte de prendre à sa charge une partie importante du travail des élèves pour assurer le bon déroulement du jeu. Il arrive effectivement à plus d'une reprise au cours de ce scénario que les erreurs s'accumulent. Comme le jeu des étoiles n'offre pas véritablement de rétroaction permettant de relancer l'élève, l'expérimentatrice est contrainte de compenser la faiblesse du milieu par ses interventions. Or, comme le montre l'extrait suivant (qui n'est pas anecdotique), il arrive que les élèves persistent dans l'utilisation d'une stratégie erronée malgré les interventions de l'expérimentatrice. Cet extrait illustre les difficultés tant de l'élève que de l'expérimentatrice, lors du deuxième coup joué par E3.

Exp:	E3, c'est ton tour.
E1 :	E3 (pour attirer son attention).
L'expérimentatrice déplace devant E3 la planche de jeu et place le pion sur la case 58.	
Exp:	Tu es sur la case 58, tu peux avancer ou reculer de 6.
E3 :	58. Ok. (Il retire le bouchon de son crayon étampe).
Exp:	Tu vas faire ton fantôme (son étampe) à la fin.
E3 :	Ok. (Il prend le pion qui se trouve sur la case 58, le déplace sur la case 51, où se trouve son étampe du tour précédent, et fait son déplacement avec le pion) 1 (52), 2 (53), 3 (54), 4 (55), 5 (56), 6 (57). (Il compte jusqu'à 6, puis met son pion sur la case suivante, soit 58). Oh, je vais aller ici.
Exp:	Tu es déjà sur la case 58. Tu pars de là.
E3 :	Euh, 6… attends. (Il contrôle son déplacement avec le pion). C'est 1 (59), 2 (60), 3 (61), 4 (62), 5 (63), 6 (64). Y en a pas de point.
Exp:	Y a pas de points. Si tu recules ?
E3 :	(Il recule à partir de la case où il se trouve présentement, soit 64). 1 (63), 2 (62), 3 (61)…
Exp:	Tu es sur 58. Si tu recules de 6 ?
E3 :	4 (60), 5 (59), 6 (58).
Exp:	Tu es déjà sur 58.
E3 :	Oui.

Exp: Si tu recules de 6, tu arrives où ?

E3 : Hum…

Exp: Est-ce que tu l'essaies ?

E3 : Oui ! Je l'essaie.

Exp: Ok. Vas-y.

E3 : J'ai deux points (il l'écrit sur sa feuille). (Sur la case 58 il y a une étoile jaune).

Exp: Oh, E3… E3, tu es sur la case 58. Si tu recules de 6, où est-ce que tu arrives ?

E3 : (Il prend le pion et le déplace sur la case 64). Au cinquante…

Exp: Tu es sur la case 58.

E3 remet le pion sur la case 58.

E2 : Recule !

Exp: Si tu recules, où est-ce que tu arrives ?

E3 : Oh, je vais arrive de… (il pointe la case 64). Celui-là.

E2 : Mais vite !

E3 : Euh…. (il pointe de nouveau la case 64).

Exp: Là on a regardé si tu avançais. (En gardant un doigt sur la case de départ, soit 58, elle contrôle le déplacement avec l'index de l'autre main). 1 (59), 2 (60), 3 (61), 4 (62), 5 (63), 6 (64). 64, il n'y a rien. Si tu recules, où est-ce que tu arrives ?

E3 pointe la case 58 où se trouve encore le doigt de l'orthopédagogue.

Exp: Tu es déjà ici. (Elle replace le pion sur la case 58 et contrôle le déplacement à reculons avec son doigt) 1 (57), 2 (56), 3 (55), 4 (54), 5 (53), 6 (52).

E3 : (Déplaçant le pion pour contrôler le déplacement) 1 (57), 2 (56), 3 (55), 4 (54), 5 (53), 6 (52).

Exp: Oh, il n'y a rien, alors est-ce que tu veux aller sur la case 54… euh 64 ou 52 ?

E3 : Euh, 64.

Exp:	Ok. (Elle place le pion sur la case 64). Alors, tu étais sur la case ? (Elle pointe la case 58 sur la planche de jeu). Attends un petit peu là… (elle prend la feuille de route pour effacer les deux points que E3 avait inscrits pour ce tour).
E3 chantonne.	
Exp:	Tu étais sur la case 58 (elle pointe l'endroit où il doit écrire 58 sur la feuille de route). Écris-le ici… E3, je vais enlever les aimants (E3 joue avec deux petits aimants), je crois, parce que là tu ne te concentres pas sur l'activité. (Elle tend la main et E3 lui donne les aimants). Merci. Là, écris 58 (elle pointe encore l'endroit approprié sur la feuille de route).
E3 écrit 58 sur sa feuille.	
Exp:	Tu es arrivé sur quelle case ?
E3 écrit 2 dans la case des points.	
Exp:	Mais tu n'as pas eu 2 points mon cœur, il n'y a pas d'étoile. (Elle pointe la case 64). Tu es arrivé sur quelle case ?
14 secondes de silence. E3 semble réfléchir. Puis, il fait un X sur le 2 qu'il avait écrit dans la case des points et écrit 0 à côté.	
Exp:	Très bien.
E3 réfléchit encore pendant 8 secondes avant d'écrire 64 sur sa feuille de route à l'endroit approprié.	

On observe aussi, dans l'extrait ci-haut, que la notion de deux possibilités de déplacement semble difficile à comprendre pour E3. Une fois qu'il a essayé un déplacement, ce déplacement est fait. S'il en fait un autre, ce dernier est cumulatif au précédent. Cette conduite (E) s'observe chez E3 principalement, mais aussi, dans une moindre mesure, chez E2. Une fois qu'un déplacement est effectué, même lorsque l'expérimentatrice souligne le caractère erroné dudit déplacement, il est difficile pour E2 et E3 de ne plus considérer ce déplacement. La persistance de conduites erronées, en l'occurrence de la conduite E, teinte le processus de dévolution, car lorsque l'expérimentatrice tente de laisser le contrôle des déplacements aux élèves, les erreurs s'accumulent, comme le montre l'extrait précédent, et l'accès aux connaissances mathématiques est ardu. Ainsi, le fait que les élèves, bien souvent, ne modifient pas leur stratégie à la suite des interventions de l'expérimentatrice conduit celle-ci à intervenir plusieurs fois sur un même enjeu. Par conséquent, l'expérimentatrice soutient fortement les élèves lors des déplacements et elle prend donc à sa charge une partie importante du travail des élèves dans le but d'assurer le bon déroulement du jeu.

Pour son deuxième coup, E2 contrôle adéquatement les déplacements vers l'avant et vers l'arrière. Cependant, lorsque vient le temps de choisir où aller, il hésite entre les deux cases et il dit « c'est difficile à choisir ». Pourtant l'une d'entre elles comporte une étoile bleue, alors que l'autre n'a pas d'étoile. Il choisit finalement de reculer sur la case qui lui donne 1 point. E1, réticent vis-à-vis du déplacement à reculons, est mécontent de ce choix et dit : « Eh ! Tu reviens à 59. Faut tout recommencer », sur un ton de voix qui laisse paraitre son agacement.

Lorsque vient son tour de jouer, E1 contrôle adéquatement son déplacement vers l'avant, puis il dit quelque chose d'incompréhensible et semble hésiter. Il cherche ensuite à vérifier s'il a bien contrôlé son déplacement, mais il repart de la case d'arrivée de son dernier coup joué (conduite B). Il est possible que E1 soit distrait par le fait que sa case de départ pour ce coup et la case d'arrivée de son tour précédent sont juxtaposées.

Au troisième coup, E3 repart de la case d'arrivée de son tour précédent (conduite B). Lorsque l'expérimentatrice lui rappelle sur quelle case il doit partir, il contrôle adéquatement le déplacement vers l'avant. L'expérimentatrice replace ensuite le pion sur la case de départ, souhaitant éviter la confusion rencontrée au coup précédent, et invite l'élève à examiner les points qu'il obtiendra s'il effectue un déplacement de reculons. E3 contrôle adéquatement le déplacement arrière, et choisit d'avancer, puisque ce déplacement lui permet d'obtenir le plus grand gain. Pour sa part, E2 contrôle adéquatement les déplacements vers l'avant et vers l'arrière et il choisit sans hésitation le déplacement lui permettant d'obtenir le plus de points. Quant à E1, il contrôle adéquatement le déplacement vers l'avant, sans tenter le déplacement vers l'arrière. Les deux déplacements lui permettent de gagner 1 point. Ainsi, s'il arrive que l'expérimentatrice suggère directement aux élèves de vérifier s'il est plus avantageux de faire un déplacement avant ou arrière, il arrive également, pour ne pas ralentir le temps didactique, qu'elle choisisse de ne pas intervenir à ce propos.

Lors du quatrième coup, E3 contrôle adéquatement le déplacement vers l'avant, mais lorsque vient le temps de reculer, il commence son comptage sur la première case (conduite C). Lorsque l'expérimentatrice replace le pion sur la case de départ et fait remarquer à E3 qu'il ne doit pas compter la case sur laquelle se trouve le pion, il reprend son déplacement, mais cette fois il omet de compter une case. Il fait donc 1 (73), 2 (72), 3 (70), 4 (69), 5 (68). Ce type d'erreurs est fréquent dans les premières pratiques de dénombrement des jeunes enfants (Gelman et Gallistel, 1978). L'expérimentatrice contrôle alors le déplacement avec lui et il choisit le déplacement avant qui lui permet d'obtenir le plus de points.

Lorsque vient son tour, E2 commence par tenter le déplacement vers l'arrière, mais en omettant lui aussi une case. Il fait donc 1 (79), 2 (77), 3 (76), 4 (75), 5 (74). Puis lorsque qu'il tente le déplacement vers l'avant, il prend le pion, qui se trouve sur la case 80 (bout de la ligne) et il commence son comptage sur la case 61 (conduite D). Il rencontre ainsi des difficultés au changement de ligne. Bien que les nombres soient écrits sur la planche de jeu et qu'il ne soit pas nécessaire de les lire pour effectuer le déplacement, il est possible que le fait d'être dans les décades complexes rende plus difficile le contrôle du changement de ligne pour les élèves. Cette hypothèse repose sur le fait que c'est le seul moment dans le jeu des étoiles où les élèves adoptent la conduite D et c'est aussi le seul moment où les élèves arrivent sur une case plus grande que 72. Les omissions de cases lors du comptage se produisent, elles aussi, uniquement dans les décades complexes pour le scénario 2. D'ailleurs, E2 omet de nouveau la case 78 lorsque l'expérimentatrice lui fait remarquer qu'il n'a pas réussi son déplacement. Il réussit finalement à contrôler son déplacement vers l'arrière, ce qui le mène sur une case où se trouve une étoile rouge (3 points). Il n'a pas de réaction en arrivant sur cette case, alors qu'il est généralement très expressif. Les nombreuses erreurs dans le contrôle de son déplacement semblent l'amener à douter qu'il s'agisse bel et bien de sa case d'arrivée. Quand l'expérimentatrice lui demande s'il veut aller sur cette case, il acquiesce, puis danse et chante. Notons que les erreurs de contrôle sur le jeu sont très lourdes et couteuses en termes de temps, car les connaissances des élèves ne leur permettent pas, en observant leur feuille de route, de s'apercevoir de leur erreur. Ainsi, l'expérimentatrice soulève les erreurs, mais les élèves, en particulier E2 et E3, ont de la difficulté à interpréter adéquatement ce qui s'est passé et à se réajuster de leur propre mouvement. Quant à E1, il contrôle adéquatement son déplacement vers l'avant lors du quatrième coup. Il tente le déplacement vers l'arrière à la demande de l'expérimentatrice, mais il compte la case de départ (conduite C) et il se déplace de 4 cases, plutôt que de 2. L'expérimentatrice lui rappelle qu'il a la carte 2 et il se corrige, mais il compte de nouveau la première case. Cette fois, l'expérimentatrice ne remarque pas son erreur, et E1 choisit le déplacement vers l'avant. Au dernier coup, E3 fait une erreur au changement de ligne (conduite D) lorsqu'il tente le déplacement avant. Il fait 1 (78), 2 (79), 3 (80), 4 (71), 5 (72), 6 (73). L'expérimentatrice reprend le déplacement avec lui en disant : « 1 (78), 2 (79), 3 (80). Qu'est-ce qui vient après 80 ? ». E2 répond 81, ce que E3 répète, puis l'expérimentatrice continue son comptage. Pour reculer, E3 repart de la case d'arrivée du déplacement avant, puis complète le déplacement adéquatement après la correction de l'expérimentatrice. Lorsque vient le temps de compléter sa feuille de route, il fait une erreur de transcodage numéral-digital. Il demande à l'expérimentatrice sur quelle case il était et celle-ci lui répond « 77 ». E3 écrit 67 sur sa feuille de route. Le jeu des étoiles permet ainsi un travail sur le transcodage digital-numéral, lequel est particulièrement ardu dans les décades complexes, et ce, tant pour les élèves ayant un TSA et que pour les autres élèves. E2 contrôle adéquatement le déplacement avant, mais il fait encore une fois une erreur au changement de ligne (conduite D) lors du déplacement à reculons. Par la suite, il cherche à vérifier son déplacement avant, mais part de la mauvaise case et saute une case dans son comptage. Après correction, il choisit le déplacement avant. E1 contrôle adéquatement son déplacement vers l'avant.

En fin de partie, le calcul du total des points reste difficile pour E1 et E2, comme au scénario 1. Il faut noter que le calcul des points fait appel au comptage, connaissance visée par la situation, puisque le contexte des points, qui n'est pas un objet tangible, ne favorise pas le recours à une stratégie de dénombrement. Les difficultés des élèves ne sont donc pas surprenantes. Pour ce scénario, la résolution de l'impasse se fait sans recours à la calculette, comme le montre l'extrait suivant.

Exp:	E2, tu as eu combien ?
E2 :	Je ne sais pas. C'est 3, 1, 2, 3, 1.
Exp:	3 + 1, ça fait combien ? (Elle montre sur la feuille de E2 ce qu'elle additionne).
E2 :	4.
E1 :	Non, ça fait…
Exp:	4 + 2 ?
E2 :	4 + 2 ?
E2 :	(Réfléchit) 6.
Exp:	6 + 3 ?
E2 :	(Réfléchit) 8.
Exp:	…
E2 :	8.
Exp:	Comment tu pourrais vérifier ?
E2 :	Dans ma tête.
Exp:	6 + 3 ?
E2 :	6 + 3 ? (Il réfléchit) 6 + 3 ?

Exp:	Est-ce que tu le sais toi, E3 ? 6 + 3, comment on fait pour le trouver ?
E1 :	E3 le sait pas ! Moi non plus je sais pas !
Exp:	Comment tu pourrais le trouver si tu ne sais pas ?
E1 :	Calculer !
E2 :	Calculer.
Exp:	Calculer comment?
E2 :	Les nombres.
Exp:	Est-ce que tu peux faire des dessins ? Est-ce que tu peux compter sur tes doigts ? Qu'est-ce que tu peux faire ?
E1 :	Ok, je suis capable ! Regardez, j'ai une façon !
E2 :	Mais là ! E1 !
Exp:	Mais E2, essaie de trouver. E1, il essaie de t'aider.
E2 :	Trois...
Exp:	6 + 3 ?
E1 compte sur ses doigts, mais on ne voit pas très bien ce qu'il fait.	
E2 :	Oh... Mais... Oh. (Il réfléchit, sans utiliser de compteur apparent)... 9.
Exp:	Comment tu as fait pour le trouver ?
E2 :	Je sais pas.
Exp:	Est-ce que tu as juste compté dans ta tête ?
E2 :	Oui.
Exp:	Ok. Alors 6 + 3, tu as raison, ça fait 9. 9 + 1 ?
E2 :	(Il se baisse la tête en signe de découragement, puis tout de suite après) 10 !

Considérant qu'au scénario précédent, E2 avait immédiatement fait une addition pour trouver le nombre total de points, l'expérimentatrice invite d'emblée l'élève à trouver la somme de ses points. Plutôt que de lui remettre une calculette (intervention faite à la partie précédente), elle l'accompagne en lui posant des questions qui amènent l'élève à faire une addition en respectant l'ordre des termes. L'élève commet une erreur en considérant que la somme de 6 et 3 correspond à 8. On peut ici penser qu'il a compté à partir de 6 : 6 (1), 7 (2), 8 (3). L'expérimentatrice invite alors E3 à aider E2, mais E1 réplique : « E3 le sait pas ! Moi non plus je sais pas ! ». E1 répond à quelques reprises des réponses de ce type, ce qui suggère qu'il ne perçoit pas que lui ou les autres élèves peuvent réfléchir et mettre en place une stratégie pour trouver le résultat. Il tente néanmoins d'aider E2, qui ne semble cependant pas vouloir accepter son aide. E2 trouve finalement la réponse, sans toutefois pouvoir formuler la stratégie qu'il a mise en œuvre.

Pour ce qui est de l'anticipation, à aucun moment un élève ne prend une décision sur son déplacement en fonction des possibilités qu'il offre au joueur suivant. Cela n'est pas étonnant dans la mesure où une telle anticipation exige un bon contrôle du jeu et elle exige aussi de se décentrer de soi pour considérer l'effet qu'un choix peut avoir sur les autres joueurs.

Scénario 3

Deux changements dans le déroulement du jeu surviennent lors du scénario 3. Premièrement, il y a désormais des nombres manquants sur la planche de jeu, ce qui exige des élèves de faire appel à deux réseaux pour remplir leur feuille de route. Il n'est cependant pas nécessaire de traiter les deux réseaux simultanément puisque l'élève peut dans un premier temps effectuer le déplacement du pion et ensuite identifier sur quelle case il est arrivé. Le deuxième changement est que les élèves jouent désormais en coopération dans le but d'obtenir un minimum de 12 points. Cette variante vise à amener les élèves à être attentifs aux déplacements effectués par les autres joueurs et ainsi à favoriser les interactions entre les élèves. De plus, étant donné que les élèves ne peuvent perdre contre les autres joueurs, cela peut éviter ou du moins amoindrir les déceptions, voire même les frustrations vécues vis-à-vis la défaite, car les élèves gagnent ou perdent ensemble. Or, bien qu'ils jouent en équipe et ne soient donc plus en compétition les uns contre les autres, ils pigent néanmoins chacun un carton comme indicateur de déplacement. Chaque élève est ainsi responsable de son propre déplacement. Notons que E1 pige un carton 4, E2 pige un carton 2 et E3, tout comme au scénario précédent, pige un carton 6.

Dans ce scénario, E2 réussit à contrôler adéquatement tous ses déplacements, tant ceux vers l'avant que vers l'arrière. Cela pourrait s'expliquer par le fait qu'il est désormais plus familier avec le jeu. Or, le fait d'avoir pigé le carton 2 contribue sans doute également à son aisance. De plus, E1 accepte désormais de reculer et il ne semble pas dérangé quand les autres élèves font ce choix. Il semble ainsi avoir accepté cette règle atypique.

E2 joue en premier lors de cette séance. Il contrôle adéquatement ses déplacements et choisit le déplacement avant. Lorsque vient le moment de compléter sa feuille de route, il est surpris de constater qu'aucun nombre n'est inscrit dans la case. E1 dit rapidement qu'il s'agit de la case 48 et E2 est contrarié de ne pas avoir pu le trouver seul. L'expérimentatrice demande à E1 de laisser E2 trouver le nombre manquant pour les coups suivants. Ainsi, bien que les élèves jouent en coopération plutôt qu'en compétition et poursuivent donc un même objectif, peu de place est laissée au travail d'équipe au moment du déplacement du pion, dans le but que chaque élève investisse des connaissances. Cependant, afin d'amener les élèves à porter attention aux déplacements des autres élèves et de favoriser les interactions entre les élèves, l'expérimentatrice instaure une période de vérification à la fin de chaque coup. Elle profite de cette période de vérification pour institutionnaliser les écritures mathématiques représentant le déplacement du pion sur la planche de jeu. Après le coup joué par E2, elle modélise par une écriture additive le déplacement effectué par E2, et invite les autres élèves à vérifier si ce déplacement est correct. Comme le montre l'extrait suivant, cette demande crée une confusion pour E3, qui a du mal à interpréter la question de l'expérimentatrice. Plutôt que de se mettre à la place de E2 qui a le carton 2, E3 souhaite examiner le déplacement qu'il pourrait faire avec son carton, 6.

Les interventions de l'expérimentatrice lui permettent cependant rapidement d'ajuster son interprétation.

Exp:	Alors, on va vérifier. E2 il dit qu'il était sur la case 46, il a fait plus 2 et il est arrivé sur la case 48 (elle écrit au tableau : 46 + 2 = 48). Est-ce que ça fonctionne ?
E2 :	Oui !
E3 :	Non.
Exp:	E1, est-ce que tu penses que ça fonctionne ?
E1 :	Oui.
Exp:	Toi, E3, est-ce que tu penses que ça fonctionne ?
E3 :	Hmmm. I figure… I think no.
Exp:	Tu penses que non. Pourquoi ?
E3 :	Parce que… parce que il était à eighteen, il est fait 2, et moi j'ai fait 6. Je veux faire. (Il montre son carton sur lequel il est écrit 6).
Exp:	Oui, mais là c'est le tour de E2. E2, il était sur 46, il a fait + 2 et il dit qu'il est arrivé à 48.
E3 :	Ah !
Exp:	Est-ce que tu crois qu'il a raison ?
E3 :	Ah. Oui.

C'est ensuite le tour de E1 qui contrôle adéquatement son déplacement vers l'avant, en corrigeant par lui-même une petite erreur qu'il a faite (il a sauté une case). Il trouve rapidement le nombre manquant sur la planche de jeu. Pour le déplacement arrière, il compte la case de départ (conduite C). Cette conduite est adoptée uniquement par E1 lors de ce scénario. À noter que cet élève s'était peu exercé dans le contrôle des déplacements à reculons lors des deux premiers scénarios, ce qui pourrait expliquer que cette conduite soit présente chez lui à ce stade-ci du jeu, alors qu'elle s'est estompée chez les deux autres élèves. L'expérimentatrice lui rappelle qu'il ne doit pas compter la case sur laquelle il se trouve, mais E1 refait la même erreur en reprenant son déplacement. Il faut dire que le jeu des étoiles ne permet pas de comprendre les raisons pour lesquelles il ne faut pas compter la case de départ. Il est toutefois intéressant de noter que c'est finalement E2 qui intervient auprès de E1. E2 lui explique qu'il ne doit pas compter la première case, en lui montrant avec son doigt comment faire le déplacement adéquatement, ce qui conduit E1 à corriger son erreur. Au moment de remplir sa feuille de route, E1 dit et écrit qu'il est parti de la case 47, alors qu'il est parti de la case 48. Cependant, comme il marmonne et que sa calligraphie est difficilement lisible, l'expérimentatrice ne s'en aperçoit pas. Les difficultés de langage de E1 ont donc un double effet. Dans ce cas-ci, elles conduisent l'expérimentatrice tout comme les autres élèves à ne pas voir et donc à ne pas traiter une erreur qu'il a commise. Or, comme nous le verrons ci-après, dans d'autres cas, elles conduisent au contraire l'expérimentatrice et les autres élèves à ne pas voir, dans le feu de l'action, les connaissances qu'il engage, ce qui rend les interactions didactiques plus difficiles.

Au moment de jouer, E3, qui semble avoir constaté qu'il y a une étoile rouge sur une des cases à proximité de sa case de départ, tente de faire un déplacement de 6 qui le mène sur cette case (conduite F), mais il n'y parvient pas. Il arrive sur une case sur laquelle ne se trouve pas d'étoile. Pour effectuer le déplacement à reculons, il repart de la case d'arrivée de son déplacement erroné vers l'avant (conduite E). L'expérimentatrice lui rappelle qu'il doit partir de la case 52 et E3 compte cette case lors de son déplacement avant (conduite C) et arrive sur la case 57. E1 constate l'erreur de E3 : « Ah non, 58 ». E1 est attentif au moment des déplacements des autres élèves et il exerce un bon contrôle sur ceux-ci. Cependant, en raison de ses difficultés langagières et du fait qu'il persiste peu dans sa communication, bien souvent, les autres élèves ne peuvent profiter de ses connaissances. Au moment de la vérification, l'expérimentatrice modélise le déplacement de E3 à l'aide d'une écriture additive ($52 + 6 = 57$), mais aucun élève, ni même E1, ne relèvent l'erreur. Les élèves ne semblent pas véritablement se questionner par rapport à la validité des écritures mathématiques. Leur attitude est généralement passive lors des phases de vérification, attendant que l'expérimentatrice valide ou non l'écriture présentée. C'est finalement le recours à la calculette qui permet de relever l'impasse.

Au deuxième coup, E2 contrôle adéquatement ses déplacements. Aucune de ses options ne lui permet de gagner des points et il choisit de reculer. Encore une fois, E1 nomme spontanément la case d'arrivée de E2, avant qu'il ait pu trouver le nombre manquant, ce qui engendre de la frustration chez E2. E1 semble désolé de s'être échappé, il se cache le visage dans ses bras. Cette participation, même lorsque ce n'est pas son tour, témoigne de l'engagement de E1.

À son tour, E1 contrôle adéquatement le déplacement vers l'avant, mais compte encore une fois la première case pour le déplacement vers l'arrière (conduite C). Il choisit d'effectuer un déplacement avant et complète correctement sa feuille de route. Afin de susciter l'activité mathématique des élèves, l'expérimentatrice invite E2 et E3 à vérifier si E1 a effectué correctement son déplacement. L'extrait qui suit montre les difficultés rencontrées au cours de cette phase de vérification.

Exp:	Ok, alors on va vérifier. E1 il nous dit qu'il était sur 56, il a fait + 4, il arrive sur 60 (elle 56 + 4 = 60 au tableau). Est-ce que ça fonctionne ?
E2 :	Oui ou non… je ne sais pas.
Exp:	Comment on fait pour vérifier ?
E2 :	(Sur un ton triomphant !) La calculatrice !
Exp:	La calculatrice… Est-ce que tu pourrais vérifier autrement ?
E2 :	Oui.
Exp:	Comment ?
(10 secondes de silence)	

Exp:	E3, toi, est-ce que tu sais ? Comment tu pourrais vérifier si 56 + 4 ça fait 60 ?
E3 :	Hum, j'ai compris…
Exp:	Est-ce que c'est bon ça (pointant le calcul écrit au tableau) ?
E3 :	Attends…
E2 :	Peut-être oui… ou non…
E3 :	Il est où le grenouille ? (En cherchant l'étampe sur la planche de jeu). Non…
Exp:	La grenouille elle est ici (pointant l'étampe de grenouille sur la case 56).
E3 :	Non, mais non. Il n'y en a pas le…
Exp:	Ici, c'est 56. E1 il dit qu'il est arrivé sur la case 60. Est-ce qu'il a raison ?
E2 :	Oui (dubitatif)
E3 :	NON !! (assuré)
Exp:	Non ? Sur quelle case il arrive alors ?
E3 :	Il a… Il arrive 60, mais il a 0.
Exp:	Oui, il a 0 point, mais est-ce qu'il arrive bien sur la case 60 ?
Longue réflexion, puis E3 hoche de la tête.	

Cet extrait montre la difficulté des élèves à trouver une façon de vérifier si 56 + 4 = 60. En fait, E2 trouve rapidement une façon de faire efficace qui a d'ailleurs été utilisée précédemment, soit de recourir à la calculette, mais cette façon est aussitôt rejetée par l'expérimentatrice qui souhaite que les élèves mettent en place des stratégies faisant appel aux connaissances visées par la situation. Or, cette tâche est relativement complexe. Il est possible de recourir à une stratégie de comptage, ce qui exige cependant de coordonner deux réseaux : 57 (1), 58 (2), 59 (3), 60 (4). Une autre stratégie possible, qui est considérablement plus aisée, consiste à s'appuyer sur la planche de jeu. Cette tâche représente néanmoins un défi plus important que celle d'effectuer le déplacement, puisqu'elle exige d'établir la relation entre le calcul présenté par l'expérimentatrice et le déplacement sur la planche, voire même de la contrôler suffisamment pour l'expliquer aux autres. Il est à noter, de plus, que ce type de tâches n'est pas habituel pour les élèves

Cet extrait permet par ailleurs de constater une confusion chez E3, qui semble établir un lien entre la validité d'un déplacement et le fait d'obtenir des points. Or, dans le jeu des étoiles, un joueur qui n'obtient pas de points n'a pas forcément fait une erreur dans son déplacement. Des indices de cette confusion sont apparents lors des deux premiers scénarios, mais ils sont plus évidents dans le scénario 3. Après cet échange, l'expérimentatrice fait la validation à l'aide de la planche de jeu en mettant en jeu les deux réseaux. Elle compte d'abord le nombre de cases (4) du déplacement, puis récite les nombres dans la suite numérique (57, 58, 59, 60), toujours en s'appuyant sur la planche de jeu.

À son tour, E3 contrôle adéquatement le déplacement vers l'avant. Cependant, lorsqu'il constate qu'il n'y a pas d'étoile sur sa case d'arrivée, il dit s'être trompé, puis reprend son déplacement en sautant une case (conduite F). L'expérimentatrice choisit de ne pas le corriger et, souhaitant favoriser les interactions entre les élèves, demande aux autres élèves de vérifier si son déplacement est correct. Cependant, ils répondent tous deux par l'affirmative. Les élèves n'ont donc pas remarqué que E3 a omis une case au moment du déplacement et leurs connaissances mathématiques ne leur permettent pas d'emblée de constater l'erreur. L'expérimentatrice choisit donc de demander à E1 de faire le déplacement, pour voir s'il arrive sur la même case. E1 constate que E3 a fait une erreur. L'expérimentatrice suggère alors à E3 de tenter le déplacement vers l'arrière. Il commence d'abord son comptage sur la case 61 plutôt que 60, mais après la correction de l'expérimentatrice, il complète adéquatement son déplacement. Il choisit de reculer, puisque ce déplacement lui permet de gagner des points, mais il dit tout de même : « hum… je veux aller… mais je veux gagner la course, mais je veux faire ici (il appose son étampe sur la case 54) ». Cette phrase montre que E3 a encore une réticence par rapport au déplacement à reculons, mais qu'il l'accepte tout de même.

Pour le troisième coup, E2 contrôle adéquatement ses deux déplacements, mais aucun ne lui permet de gagner des points. C'est le 2^{e} coup de suite où il ne gagne pas de points et il est très déçu. Cela met en évidence une limite du jeu des étoiles : le fait de gagner ou de perdre dépend davantage du hasard que des connaissances investies par les élèves. En effet, un élève peut mettre en place les stratégies qui font appel au savoir visé par l'enseignement et ne pas gagner au jeu. Cette caractéristique du jeu a peu d'influence lorsque les élèves reconnaissent que le jeu est un prétexte pour faire des mathématiques. Or, dans ce cas-ci, les élèves semblent essentiellement prendre le rôle de joueur, c'est-à-dire qu'ils souhaitent davantage gagner qu'apprendre, et ils sont donc affectés lorsqu'ils n'obtiennent pas de points.

Comme E2 est arrivé sur la même case que lors de son tour précédent, les deux mêmes options s'offrent à E1, qui choisit de rejouer le même coup, soit un déplacement vers l'avant. L'utilisation du même carton pose un problème que nous n'avions pas anticipé. Une boucle s'est formée dans les déplacements. Pour éviter cette boucle, E2 aurait pu choisir l'autre possibilité de déplacement qui s'offrait à lui, mais la compréhension de l'impact de ce choix sur les coups à venir demande un niveau d'anticipation supérieur à ce qu'il est en mesure de mettre en place pour l'instant. Pour tenter d'éviter que les élèves rejouent encore une fois exactement le même tour, l'expérimentatrice choisit de jouer un tour de jeu. Elle pige donc un carton et fait un déplacement avant sur la planche. Elle écrit les points obtenus dans le bas de la feuille de E1. De plus, il était prévu au départ que cette partie n'ait que 3 coups, mais devant la grande déception de E2, l'expérimentatrice choisit d'ajouter un tour.

À son tour, E3 fait adéquatement ses déplacements vers l'avant et vers l'arrière, mais constatant qu'il n'y a pas d'étoile sur ces deux cases d'arrivée, il dit avoir faire une erreur. L'expérimentatrice lui fait remarquer qu'il a bien contrôlé ses déplacements, même s'il n'est pas content du résultat. Il tente alors un déplacement à reculons, mais en partant de la case d'arrivée du déplacement avant (conduite E), ce qui le ramène à sa case de départ sur laquelle se trouve une étoile jaune. L'extrait suivant montre les échanges qui ont lieu à partir de ce moment.

E3 :	Euh... Je... Mais je veux aller ici (il pointe le pion sur la case 67). Mais je veux rester...
Exp:	Tu étais déjà ici. Tu peux avancer ou reculer de 6. Sur lequel tu choisis d'aller ?
E3 :	Je aller quoi ?
Exp:	Où vas-tu ?
E3 :	Je veux aller ici (désignant encore la case 67).
Exp:	Tu es déjà ici. Tu dois avancer ou reculer de 6.
E2 :	Oh wow ! Une minute plus tard !
E3 place le pion sur la case 71, sur laquelle se trouve une étoile jaune, puis regarde l'expérimentatrice.	
E1 :	Une heure plus tard !
E3 retire son pion de sur la case 71.	
E3 :	Three hours later.
Exp:	E3, concentre-toi sur le jeu. Là, prends une décision et remplis ta feuille de route.
E3 place son pion sur la case 61 et regarde l'orthopédagogue.	
E3 :	Ici.

Cet extrait montre, chez E3, la persistance des conduites erronées dans le but d'obtenir des points, même après que l'expérimentatrice mette en place une intervention sur le caractère erroné de son déplacement. Il est aussi intéressant de constater que E3 choisit le déplacement arrière, même si celui-ci ne lui permet pas de gagner plus de points.

Au quatrième coup, E1 et E2 effectuent correctement les déplacements avant et arrière, et choisissent la case d'arrivée qui leur permet d'obtenir le plus de points. Quant à E3, il commet une erreur souvent rencontrée au cours du jeu, celle de repartir de la case d'arrivée du déplacement avant pour se déplacer vers l'arrière (conduite E). Lorsque l'expérimentatrice lui fait remarquer que son déplacement n'est pas adéquat, il place son pion sur la case suivant sa case de départ sur laquelle se trouve une étoile rouge. Il effectue ainsi un déplacement d'une case alors qu'il a la carte 6. Comme le montre l'extrait suivant, E2 constate l'erreur de E3 et intervient. C'est ainsi l'intervention d'un élève du groupe qui permet à E3 de se corriger de manière à effectuer correctement son déplacement.

Exp:	Tu étais sur quelle case au début ?
E2 :	Euh ! Non, c'est 6 (constatant que E3 n'a pas fait son déplacement adéquatement).
E3 :	Dans les 6… (il regarde l'expérimentatrice).
Exp:	Tu étais sur quelle case au début ?
E3 :	Euh, j'ai le case 7.
E2 :	Mais pourquoi, mais… (il prend le pion). Attends minute. Tu es là (il met le pion sur la case 67). 1 (68), 2 (69), 3 (70), 4 (71), 5 (72), 6 (73). Voilà.
E3 est très attentif.	
Exp:	Et s'il recule ?
E2 :	1 (66), 2 (65), 3 (64), 4 (63), 5 (62), 6 (61) (en déplaçant le pion).
Exp:	Alors, E3, sur quelle case tu choisis d'aller ?
E3 :	Euh, je veux aller quoi ?
E2 :	(Plaçant le pion sur la case 73) Pas de points ou pas de points (plaçant le pion sur la case 61).
E3 :	J'ai les points… je veux… je veux pas reculer. Je veux pas.
E3 choisit d'avancer sur la case 73.	

Encore une fois pour cette partie, le calcul du total des points est ardu pour E1 et E2, mais il y a néanmoins une amélioration par rapport au scénario 2. E1 a gagné 2 points, E2 a gagné 5 points (2 + 3), E3 a gagné 4 points (2 + 2) et l'expérimentatrice a gagné 2 points. Lorsque l'expérimentatrice demande aux élèves de calculer le nombre de points gagnés tous ensemble, E2 répond qu'ils ont 21 points. Ce nombre semble choisi au hasard ou de façon approximative, car E2 répond rapidement, sans mettre en place de stratégie apparente. L'expérimentatrice demande alors quelle est la somme de 4 + 5, en désignant les points sur les feuilles de E2 et E3. E2 trouve rapidement, sans mettre en place de stratégie apparente, que cela donne 9, alors que E3 pense que le résultat est 10. Il est possible de croire que 4 + 5 est un fait additif connu de E2. Par la suite, l'expérimentatrice demande aux élèves quelle est la somme de 9 + 2. E1 regarde au ciel, puis répond 13. Pour sa part, E2 tente de trouver la réponse en utilisant ses doigts comme compteur, mais il effectue une soustraction plutôt qu'une addition, il dit donc que le résultat est 7. C'est finalement E3 qui trouve le résultat, soit 11. Par la suite, l'expérimentatrice demande aux élèves de trouver le résultat de 11 + 2, désignant les points qu'elle a gagnés. E2 répond alors que ça donne la même chose. Il semble penser que 9 + 2 et 11 + 2 donne le même résultat, puisque dans les deux cas, l'opération effectuée est la même. C'est finalement E3 qui trouve le total de points pour tous les joueurs, soit 13.

L'aspect collaboratif n'amène pas de modifications substantielles aux conduites des élèves. Leur objectif est d'obtenir ensemble 12 points, mais ils continuent à considérer uniquement leurs propres déplacements et il n'y a aucune anticipation des déplacements des autres joueurs. Peut-être que le fait de donner une seule carte aux trois joueurs pour qu'ils choisissent ensemble le déplacement à effectuer aurait davantage suscité les interactions entre les élèves.

À noter, durant tout le déroulement de ce scénario, E3 fait beaucoup de bruits avec sa bouche ou avec des objets lorsque ce n'est pas son tour de jouer. Ces comportements d'autostimulation, dont l'augmentation lors de cette séance pourrait être due à la fatigue, à l'état émotif ou à un plus grand état de distraction chez E3, rendent la communication entre les deux autres joueurs et l'expérimentatrice plus difficile. Plusieurs interventions, de E1 entre autres, n'ont pas été entendues ou comprises par les autres personnes.

<u>Scénario 4</u>

Le scénario 4 se caractérise par deux changements de variables. Premièrement, les élèves jouent tous ensemble, avec une seule feuille de route, contre l'expérimentatrice. Ce choix vise à favoriser les interactions entre les élèves, qui doivent désormais, ensemble, prendre une décision. Deuxièmement, l'indicateur de déplacement consiste en deux cartons plutôt qu'un seul carton. Sur chacun d'eux est inscrit un nombre et c'est la somme ou la différence de ces nombres qui indique le déplacement. Il y a donc, à chaque coup, quatre possibilités de déplacement puisqu'en plus de pouvoir faire la somme ou la différence des deux nombres, le pion peut avancer ou reculer sur la planche.

Nous avions anticipé, lors de l'analyse *a priori,* que le fait de jouer avec deux cartons pourrait engendrer de nouvelles conduites erronées, telles que ne considérer qu'un seul des deux cartons, mais cela ne s'est pas produit. La seule conduite erronée adoptée durant ce scénario a été de commettre une « erreur » dans le but d'obtenir un gain (conduite F).

L'expérimentatrice, qui a les cartons 7 et 5, joue en premier. Pour son 1er coup, elle écrit au tableau tous ses choix de déplacement : avancer de 7 + 5, reculer de 7 + 5, avancer de 7 - 5, reculer de 7 - 5. Elle tente ses quatre déplacements sur la planche de jeu en les expliquant aux élèves. Par exemple, elle dit : « alors, moi j'étais sur 46. J'ai avancé de 2, parce que j'ai fait 7 - 5 (elle montre ses deux cartons), et j'arrive sur 48 ». Les élèves approuvent son déplacement.

Les élèves ont les cartons 2 et 3. E3 identifie rapidement qu'ils peuvent se déplacer de 5. Avant de commencer leur tour, E2 et E3 se chamaillent pour savoir qui va tenter le déplacement sur la planche de jeu. E3 fait la première tentative en contrôlant adéquatement le déplacement vers l'avant. Il arrive sur une case où il n'y a pas d'étoile. L'expérimentatrice agit comme médiatrice entre les élèves et il est convenu que E2 tente le déplacement vers l'arrière. Il contrôle adéquatement ce déplacement et arrive sur une case avec une étoile bleue (1 point). L'expérimentatrice tente alors de leur rappeler qu'ils ont deux autres choix de déplacement, mais elle n'insiste pas. Lorsque vient le temps de choisir leur déplacement, les élèves ne communiquent pas entre eux. Ils énoncent leur choix en regardant l'expérimentatrice. E1 ne participe pas, mais il exprime néanmoins sa préférence pour le déplacement à reculons lorsque l'expérimentatrice le questionne. Les élèves sont tous d'accord avec ce choix de déplacement et E2 remplit la feuille de route. Cependant, au moment de remplir la feuille de route, il fait à nouveau le déplacement arrière, mais cette fois en comptant la première case, et n'inscrit donc pas le bon nombre d'arrivée. L'expérimentatrice ne s'en aperçoit pas, alors que E3, lui, constate qu'il y a une erreur. L'extrait suivant illustre les difficultés rencontrées au cours de cet échange.

La case de départ des élèves est 48. Les élèves s'entendent pour reculer jusqu'à la case 43, sur laquelle se trouve une étoile bleue (1 point). E2 remplit la feuille de route et écrit 44 comme case d'arrivée (sur laquelle il n'y a pas d'étoile), plutôt que 43. L'expérimentatrice ne s'en aperçoit pas.

Exp: Est-ce que ça fonctionne ?

E2 : Oui.

E3 :	Non.
Exp:	Qu'est-ce qui ne fonctionne pas ?
E3 :	Parce que, il recule, mais... (Il place le pion sur la case 44). Y en a pas d'étoile.
E2 :	Noooonnnn ! (Il replace le pion sur la case 48) E3, c'est ici (en déplaçant le pion) 1 (47), 2 (46), 3 (45), 4 (44), 5 (43).
E3 :	Mais non ! C'est pas vrai !
E2 :	Mais oui, c'est vrai !
Exp:	Qu'est-ce qui n'est pas vrai, E3 ?
E3 :	Parce que il... recule... et non étoile.
Exp:	Mais là, il a reculé de 5. Montre-lui, E2, encore.
E2 :	C'est parce que, regarde (en déplaçant le pion) 1 (47), 2 (46), 3 (45), 4 (44), 5 (43).
Exp:	Y a une étoile.
E3 :	Mais c'est pas vrai !
E2 :	Ben oui, c'est vrai !
Exp:	Je ne comprends pas qu'est-ce que tu dis qui n'est pas vrai E3. Explique-moi.
E3 :	Mais il recule jusqu'à la, ici (il replace le pion sur la case 44).
E2 :	Non !
Exp:	Regarde. E3, il recule de 5. Il est ici (elle place le pion sur la case 48) 1 (47), 2 (46), 3 (45), 4 (44), 5 (43).
E3 :	Mais c'est pas vrai !
Exp:	Mais je ne comprends pas qu'est-ce que tu dis qui n'est pas vrai. Regarde 1 (47), 2 (46), 3 (45), 4 (44), 5 (43) (en déplaçant le pion).
E2 :	C'est comme ça le jeu ! Oh my god!
Exp:	Je ne comprends pas E3, explique-moi.
E2 :	Mais pourquoi ?
Exp:	Qu'est-ce qui n'est pas vrai ?

E2 :	(Il tente de refaire le déplacement, mais compte la première case) 1 (48), 2 (47), 3 (46), 4 (45), 5 (44). Non, oups.
Exp:	Tu étais déjà sur cette case-là. Tu étais sur celle-là (elle pointe la case 48).
E2 :	Oh !
Exp:	Place toi.
E2 :	1 (47), 2 (46), 3 (45), 4 (44), 5 (43) (en déplaçant le pion).
Exp:	Ok, alors, ce que E2 a écrit c'est que vous étiez sur la case 48, vous avez reculé de 5 et vous êtes arrivés sur la case 44. Est-ce que ça fonctionne ? (À ce moment, l'expérimentatrice constate que E2 a fait une erreur en remplissant la feuille de route).
E3 :	Oui.
E2 continue de regarder la planche de jeu.	
E1 pointe très discrètement la case d'arrivée.	
Exp:	On va vérifier.
E2 :	Attends. Attends, attends. Je sais, je sais. C'est pas 44. C'est 43. (Il corrige son erreur sur la feuille).
Exp:	Ah ! Très bien ! Ce n'est pas 44, c'est 43.
E1 :	Je sais.
Exp:	Tu le savais E1 ? Il fallait le dire (avec un ton encourageant).
E1 regarde vers le mur. Il semble inconfortable.	
E1 :	Oui…
Exp:	Si tu sais que quelqu'un a fait une erreur, il faut que tu le dises. Ok ?

Cet extrait montre un malentendu dans l'échange, mais il montre aussi que E2 et E3 interagissent entre eux, malgré ce malentendu. Bien qu'ils aient tous deux des difficultés à exprimer leur point de vue et que l'échange devienne un peu houleux, les deux élèves tentent malgré tout de se faire entendre. De plus, malgré le fait que E1 s'exprime peu, il est attentif à ce qui se passe. Vers la fin de l'extrait, son geste fait en catimini et ce qu'il dit portent à croire qu'il avait constaté l'erreur de E2, ce qui est vraisemblable considérant ses conduites au scénario précédent. Toutefois, il n'ose pas s'exprimer au sein du groupe et il semble inconfortable quand l'expérimentatrice l'interpelle directement. Rappelons que le TSA se caractérise notamment par un déficit sur le plan de la communication et des interactions sociales. Il est ainsi intéressant de noter que le jeu des étoiles favorise les interactions entre les élèves. Son intérêt dépasse donc selon nous l'aspect mathématique dans la mesure où il pourrait aussi permettre aux élèves de développer leurs habiletés sociales.

Par ailleurs, ce long échange permet de constater plusieurs éléments intéressants. L'erreur que E3 a décelée, c'est que sur la feuille, E2 a écrit 44 comme case d'arrivée. Or, sur la case 44, il n'y a pas d'étoile, ce qui ne concorde pas avec le fait que E2 a écrit qu'ils faisaient 1 point. Ici, E3 a raison, il y a bel et bien une erreur sur la feuille. Cependant, ses difficultés à organiser ses idées pour les communiquer font en sorte que l'expérimentatrice et E2 ne comprennent pas ce qu'il tente d'exprimer. De telles difficultés se produisent également lors d'interactions avec les élèves n'ayant pas de TSA. Cependant, il est possible de penser que les difficultés au niveau de la communication, qui caractérisent le TSA, peuvent générer plus de malentendus entre les élèves, et entre les élèves et l'expérimentatrice. Il semble néanmoins qu'il y a là un travail très riche qui s'effectue durant cet échange, travail qui dépasse le cadre des mathématiques.

Pour son 2^{e} coup, l'expérimentatrice choisit de se déplacer de 12 cases vers l'avant. Constatant qu'elle peut ainsi obtenir 3 points, E2 rigole et dit « non » à répétition dans une attitude de jeu. Il valide son déplacement sur la planche de jeu. Il vérifie aussi les options de l'expérimentatrice en faisant 7 – 5 et 7 + 5 sur la calculette, pour s'assurer qu'elle était bien en droit de se déplacer de 12 cases. L'expérimentatrice écrit 43 + 12 = 55 au tableau et les élèves acceptent cette écriture.

Lorsque c'est le tour des élèves, l'expérimentatrice leur demande quelles sont leurs options. E2 répond : « avancer ou reculer ou moinyer ». Considérant son comportement au tour de l'expérimentatrice, il est possible de croire que E2 veut exprimer qu'il est conscient qu'ils peuvent avancer ou reculer en faisant la somme, mais qu'ils peuvent aussi se déplacer en fonction de la différence (« moinyer »). Cependant, au moment d'effectuer les déplacements, il tente uniquement les déplacements avant et arrière avec 5. Ni lui ni les deux autres élèves ne proposent de se déplacer de 1. Étant donné que les élèves ne semblent pas en mesure, de façon autonome, de faire la différence entre les nombres sur leurs cartons pour identifier les deux autres possibilités de déplacement, l'expérimentatrice choisit de les soutenir. Pour ce faire, elle dégage de nouveau ses quatre possibilités de déplacement à partir de ses cartons, 7 et 5, et demande ensuite aux élèves de trouver leurs quatre possibilités. Cela représente cependant un défi important pour les élèves, comme le montre l'extrait suivant.

E1 :	Avancer de 5.
E3 :	Regarde ici (il pointe son cou).
E1 :	Avancer de 5… Reculer de 5.
Exp:	Ok. Regarde. Moi j'ai 4 choix. Là tu m'en as dit 2.
(…)	
Exp:	Regarde, E2, j'ai écrit mes choix. E3 aussi, je voudrais que tu regardes. Lâche ton cou. Alors, moi mes choix avec les cartons 7 et 5 c'est : (elle lit les choix écrits au tableau) je peux avancer de 7 + 5, reculer de 7 + 5, avancer de 7 - 5 ou reculer de 7 - 5.
E2 :	Oh !
Exp:	Vous, c'est quoi vos choix ?
E2 :	Avancer de 3 + 2.
Exp:	Ok. Avancer de 3 + 2. (Elle écrit leurs choix sur une feuille).
E2 :	Reculer de 3 + 2.
Exp:	Reculer de 3 + 2, ok.

E2 :	Ou avancer de 3 - 2 (Il le dit lentement, il réfléchit en même temps qu'il parle).
Exp:	Oh ! Avancer de 3 - 2. On en n'avait pas parlé de ce choix là encore !
E2 rigole, il semble fier de lui.	
Exp:	Avancer de 3 - 2. Et est-ce que vous avez encore d'autres choix ?
E2 :	Oui.
Exp:	Quoi ?
E1 :	Oui.
E2 :	(En regardant le tableau) Reculer moins… Reculer de 3 - 2.
Exp:	Reculer de 3 - 2. Ça fait quoi, 3 - 2 ?
E2 :	Attendez, je vais trouver (il prend la calculette).
Exp:	Oh, je crois que tu es capable… à trois… donne (s'adressant à E2 pour qu'il redonne la calculette) à trois vous êtes capables de le trouver. Tu pourras vérifier après sur la calculette, si tu veux.
E3 :	Non, c'est moi le 3…
Exp:	Ça fait combien 3 - 2 ?
E3 :	3 - 2 ?
E2 :	3 - 2 (il lève 2 doigts sur chacune de ses mains).
E3 :	C'est 5 !
Exp:	3 - 2.
E2 :	Oh, attends ! Attendez, j'ai trouvé la réponse ! (Il a levé un troisième doigt sur sa main gauche).
E3 :	3 - 2.
E2 :	(Il abaisse les trois doigts de sa main gauche, puis en lève un et s'exclame) 1 !
Exp:	3 - 2 ça fait 1.

Cet extrait met en évidence la difficulté des élèves au niveau des soustractions, et ce, même pour une soustraction très simple. C'est finalement E2 qui trouve la réponse de

3 - 2, en recourant à une stratégie de dénombrement. Or, au moment d'effectuer les déplacements sur la planche, les élèves considèrent encore uniquement leurs possibilités avec la somme de leurs deux cartons. Lors de l'analyse *a priori*, nous avions anticipé la possibilité que les élèves ne considèrent que l'opération positive (l'addition), mais la persistance de cette conduite après que la soustraction ait été dégagée est surprenante. L'expérimentatrice choisit alors d'insister pour que les élèves considèrent la soustraction, comme le montre l'extrait suivant.

Exp:	Ok, E3, c'est quoi les autres choix (elle place la planche de jeu devant E3). Là, E2 il a fait « avancer de 5 » et « reculer de 5 ».
Silence	
Exp:	C'est quoi vos autres choix ?
E3 :	Choix ?
Exp:	E1, est-ce que tu te souviens des autres choix ?
E1 :	Oui.
Exp:	C'est quoi ?
E1 :	C'est « avancer de 1 », « reculer de 1 ».
Exp:	Oh ! Qu'est-ce que ça donne ça (s'adressant à E3) ?
E2 :	0 point !
E1 :	Ah !
Exp:	Est-ce que tu as vu quelque chose E1 ?
E1 :	(Excité tout à coup) Oui ! Si recule… (Il fait le geste de reculer).
E3 recule le jeton d'une case.	
Exp:	Ah ! Si vous reculez, ça fait combien ?
E1 :	Des points !
E2 :	Deux points.

Pour son 3^{e} coup, l'expérimentatrice constate qu'aucun de ses déplacements possibles ne lui permet de faire des points, ce qui fait beaucoup rigoler E2. Elle choisit d'avancer de 12 cases. Pendant que l'expérimentatrice complète sa feuille de route, E2 prend le pion et tente les déplacements avant et arrières de 5 cases. Il constate que sur la case d'arrivée de leur déplacement avant se trouve une étoile jaune (2 points). Puis quand c'est leur tour de jouer, E2 fait le déplacement arrière en premier, mais il se déplace de 4 cases, plutôt que de 5, et il s'arrête sur la case 62 sur laquelle se trouve une étoile jaune. C'est la seule fois du jeu des étoiles que E2 adopte la conduite F. Cela semble être dû au fait qu'il avait constaté auparavant qu'un de leur déplacement leur permettait de gagner deux points, mais il ne se souvient pas qu'il s'agit du déplacement avant et non arrière. Il tente donc de faire « fonctionner » son déplacement arrière, de manière à obtenir deux points. L'expérimentatrice invite ensuite les élèves à nommer leurs possibilités de déplacement et les élèves sont en mesure de nommer leurs quatre possibilités. Par la suite, E2 fait encore une fois une « erreur » dans le contrôle du déplacement arrière, mais cette fois il énonce un mot-nombre, sans l'associer à une case : 1 (65), 2 (64), 3 (63), 4, 5 (62). Il tente ensuite d'avancer et de reculer d'une case. En avançant d'une case, les élèves arrivent sur une étoile jaune. E2 abandonne donc son idée de faire « fonctionner » le déplacement vers l'arrière de 5 cases et il exprime vouloir faire un déplacement de 1 vers l'avant. Cependant, l'idée de reculer jusqu'à la case 62 (déplacement erroné tenté par E2) persiste chez E3. Il dit vouloir aller sur cette case. Il tente à son tour de faire « fonctionner » ce déplacement en partant de la case 67, plutôt que de la case 66. Après la correction de l'expérimentatrice, E3 refait le même déplacement, puis il tente d'avancer de 5. Il constate alors qu'il y a une étoile jaune sur la case d'arrivée de ce déplacement. Les élèves conviennent de faire ce déplacement.

Les nombres en jeu étant petits, le calcul des points en fin de partie est beaucoup plus aisé pour E2 dans ce scénario, comme le montre l'extrait suivant.

Exp:	Vous avez combien de points au total ?
E2 tente de prendre la calculette. L'expérimentatrice l'en empêche.	
Exp:	Essayez de le trouver ensemble. Regarde, E3 (elle place la feuille de route devant lui). Vous avez combien de points au total ?
E2 :	1 + 2 (il lève 2 doigts sur une main et 1 doigt sur l'autre), c'est égal à 3. 3 + 2 égal à 5.
Exp:	Fait que vous avez combien ?
E2 :	5 points.

L'idée de garder les deux mêmes cartons durant toute la partie pour favoriser l'acquisition de faits additifs semble avoir aidé, car l'élève n'a pas besoin d'utiliser un compteur pour trouver le résultat de 3 + 2.

Scénario 5

Le scénario 5 diffère considérablement des quatre premiers scénarios, car le travail se fait uniquement sur des extraits de feuilles de route. Les élèves doivent identifier le déplacement effectué par un joueur fictif, sachant la case de départ et la case d'arrivée. Rappelons que cette tâche représente un niveau de difficulté particulier. En effet, la planche de jeu n'étant pas disponible, il est désormais nécessaire de coordonner les deux réseaux, soit le déplacement dans la suite et le nombre correspondant à ce déplacement, pour compléter les feuilles de route. Ce scénario permet par ailleurs d'amorcer un travail sur les égalités lacunaires.

Le tableau 4.2 présente les réponses des élèves pour les 7 coups du scénario 5 du jeu des étoiles.

Tableau 1.2 - Réponses des élèves pour le scénario 5 du jeu des étoiles

Coup	Case de départ	Case d'arrivée	Réponses des élèves		
			E1	E2	E3
1	46	48	2	**B**	2
2	65	68	**B**	**B**	-1
3	77	75	**B**	**B**	**B**
4	56	53	**B**	-6	-6
5	80	84	**B**	**B**	+3
6	74	79	+7	+9	**B**
7	57	53	-6	-6	-6

Légende :
B : bonne réponse

Lorsque l'écart entre les nombres est de 2 (coups 1 et 3) les élèves sont tous en mesure de trouver la bonne réponse sans recourir à un compteur visible. Toutefois, il faut noter que E3 a d'abord écrit + 3 sur sa feuille au coup 3. Cette erreur pourrait provenir d'un comptage du premier terme : 77 (1), 76 (2), 75 (3). Il est possible qu'il ait changé sa réponse après avoir vu la réponse de E2. Lorsque l'écart entre la case de départ et la case d'arrivée est de 3 cases ou plus, les élèves éprouvent généralement davantage de difficulté, ce qui s'explique sans doute par le fait que le recours à un compteur est alors nécessaire pour contrôler le déplacement. Pour les deux premiers coups, E1 et E3 ne sont pas en mesure d'indiquer adéquatement le sens du déplacement (+ ou -), alors que E2 réussit d'emblée. Les trois élèves indiquent adéquatement le sens du déplacement à partir du coup 3.

Pour le deuxième coup, E1 arrive à trouver l'écart entre 65 et 68. Il semble contrôler mentalement la coordination entre les deux réseaux : « 65 ça fait 1, 66… » et il poursuit en murmurant. Cette stratégie, bien que couteuse en termes de mémoire de travail, lui permet dans ce cas-ci d'obtenir la bonne réponse. E2 utilise quant à lui un compteur, ses doigts, de manière contrôlée, ce qui lui permet lui aussi d'obtenir la bonne réponse. Pour sa part, E3 écrit « -1 ». Ainsi, il n'identifie pas correctement l'opération (il s'agit d'une addition et non d'une soustraction) et il ne peut mettre en place une stratégie pour contrôler le nombre de déplacements entre 65 et 68. Une fois que tous les élèves ont fourni une réponse, la validation se fait sur la planche de jeu. E3 constate qu'en faisant -1, il arrive sur la case 64. À noter, lors du premier coup, comme les trois élèves réussissent aisément à trouver l'écart de 2, l'expérimentatrice ne juge pas nécessaire de faire la validation sur la planche de jeu. Or, cela aurait sans doute été pertinent, car lorsque l'expérimentatrice demande à E3 de vérifier où arrive le pion s'il part de 65 et qu'il fait -1, E3 demande « c'est quoi le moins ». Il ne semble pas en mesure d'établir le lien entre l'opération de soustraction et le fait de reculer sur la planche de jeu. Les explications de l'expérimentatrice l'amènent cependant à établir le lien entre le choix de l'opération (+ ou -) et la nature du déplacement (avancer ou reculer), et il peut par la suite valider chacune de ses anticipations à l'aide de la planche de jeu de son propre mouvement. Il est à noter que le lien entre les écritures additives et le déplacement sur la planche de jeu a été institutionnalisé lors des scénarios précédents. Or, on constate que malgré ces phases d'institutionnalisation, E3 n'est pas en mesure d'établir ce lien lorsque vient le moment de valider le déplacement sur la planche de jeu. Cela pourrait être dû au fait que E3 est souvent distrait lors des phases d'institutionnalisation, ce qui pourrait s'expliquer par le fait que cet élève s'engage dans le jeu en tant que joueur plutôt qu'en prenant le rôle d'élève.

Pour le quatrième coup (56 à 53), E1 trouve l'écart numérique sans recourir à une stratégie apparente. Il est possible de croire qu'il a utilisé la même stratégie qu'au coup précédent (contrôler mentalement la coordination entre les deux réseaux). Quant à eux, E2 et E3 répondent tous deux -6, sans recourir non plus à une stratégie apparente, comme si on recherchait l'écart entre 56 et 50. Lors de la vérification sur la planche de jeu, E3 éprouvent des difficultés à contrôler les deux réseaux. La vérification exige effectivement de traiter simultanément les deux réseaux puisqu'il faut compter le nombre de déplacements en n'oubliant pas de s'arrêter une fois arrivé à la case 53. E3 tente de vérifier où arriverait le pion sur la planche de jeu en faisant -6 à partir de 56. Il nomme les nombres dans la suite numérique, en pointant les cases sur la planche de jeu, mais sans compter le nombre de cases correspondant au déplacement. De plus, il rencontre des difficultés dans le transcodage digital/numéral au moment de rappeler la suite numérique : « 56, 55, 54, 53, ...soix... 42... soix... 62 ». Notons également qu'il compte la première case, conduite qu'il avait adoptée à deux reprises lors des deux premiers scénarios.

Pour le cinquième coup, E1 et E2 réussissent à trouver l'opération à effectuer pour passer de 80 à 84, sans avoir recours à une stratégie apparente. Il est possible que les nombres en jeu aient contribué à cette réussite, puisque le fait de se trouver au début de la décade rend plus évident l'écart entre les nombres. Pour sa part, E3 répond + 3, sans recours à une stratégie apparente. Cette réponse pourrait s'expliquer par le fait qu'il a identifié qu'il y a trois nombres entre 80 et 84, soit 81, 82 et 83, ou encore par le fait qu'il ait pensé 81 + ___ = 84. Cette deuxième hypothèse est fondée sur les conduites de E3 au moment de valider sa réponse à l'aide de la planche de jeu.

E3 prend le pion qui se trouve sur la case 80, le déplace sur la case 71, puis 81 et commence à compter.	
E3 :	1 (82), 2 (83), 3 (84).
Exp:	Oh, tu étais ici (elle pointe la case 80).
E3 :	(Il replace le pion sur la case 81) 1 (82), 2 (83), 3 (84).
Exp:	Tu pars ici, E3 (elle pointe la case 80).
E3 :	(Il met le pion sur la case 80) 1 (81), 2 (82), 3 (83), 4 (84).

Après la validation de ce coup, l'expérimentatrice demande à E1 et E2 comment ils ont fait pour trouver la bonne réponse. Tous deux répondent qu'ils ont compté dans leur tête. Dans le but d'encourager le recours à un compteur, l'expérimentatrice choisit de présenter directement aux élèves la stratégie consistant à utiliser les doigts comme compteur pour trouver l'écart entre deux nombres.

Exp:	Parce qu'il y a un élève dans un autre… dans une autre classe qui m'a dit qu'il s'aidait avec ses doigts.
E2 :	(L'air de trouver cette idée très comique) quoi ?
Exp:	Est-ce que tu penses qu'il peut réussir avec ses doigts ?
E1 et E2 :	Non !
Exp:	Non ? Tu crois pas ? Je vais vérifier, ok ? Si je pars à 80, je veux arriver à 84. Alors, 81 (elle lève un doigt) …E2.
E2 :	(En continuant de jouer avec ses crayons) 82.
Exp:	Regarde (elle reprend les crayons). Regarde mes doigts. 81 (elle lève un doigt), 82 (un autre doigt)…
E3 :	83.
Exp:	83 (un autre doigt)
E3 :	84.
Exp:	84 (un autre doigt).
E3 :	85.
Exp:	Oh, combien j'ai levé de doigts ?
E2 :	4.
Exp:	Est-ce que j'aurais trouvé la bonne réponse ?
E3 :	Oui.
E2 :	Non.
Exp:	Ben oui, j'aurais trouvé la bonne réponse.

Pour le sixième coup (74 à 79), E1 répond + 7, sans mettre en place une stratégie apparente. Le choix des nombres semble ici l'amener à rencontrer les limites de sa stratégie, soit de contrôler mentalement les deux réseaux. Quant à E2, il répond + 9, comme s'il recherchait l'écart entre 70 et 79. Il tente d'utiliser un compteur (ses doigts), mais il commence son comptage à partir de 70. E3, pour sa part, écrit rapidement + 5 sur sa feuille. Cette fois, l'expérimentatrice fait la vérification en utilisant ses doigts comme compteur.

Pour le dernier coup (57 à 53), les trois élèves répondent - 6. E1 est le premier à écrire cette réponse, mais il est difficile d'expliquer les raisons qui fondent ce choix, puisqu'il ne met pas en place une stratégie apparente. Pour sa part E2 semble d'abord évaluer approximativement l'écart : « -3, non, -4, non... ». L'expérimentatrice l'interrompt pour lui demander de réfléchir dans sa tête. Il lève ensuite des doigts. Il semble ainsi tenter de mettre en place la stratégie enseignée préalablement par l'expérimentatrice lors de la phase d'institutionnalisation locale au scénario 5, ce qui montre une certaine sensibilité au contrat didactique. Cependant, en raison des difficultés à contrôler cette stratégie, lorsque E3 écrit - 6 sur sa feuille, il abandonne sa recherche et copie cette réponse.

Ainsi, le recours à un compteur, même au terme du jeu des étoiles, est difficile. Il faut dire que dans ce scénario, en plus d'avoir à coordonner les deux réseaux, les élèves sont invités à identifier l'écart entre le nombre de départ et le nombre d'arrivée. Ce travail visait à introduire les égalités lacunaires, qui représentent un enjeu important au premier cycle du primaire. Cependant, l'écart entre les quatre premiers scénarios et le dernier scénario est important. Il aurait sans doute été pertinent, pour amorcer un travail sur les feuilles de route, de proposer des tâches où il convient de rechercher le nombre d'arrivée avant de proposer des tâches où le déplacement est recherché.

4.2 Analyse *a posteriori* du jeu de la boite noire

Le jeu de la boite noire, présenté aux séances 2 et 3, vise à favoriser les stratégies de comptage dans le contexte de problème de type transformation d'état.

Avant de procéder à la validation interne de cette situation, nous présentons les modifications apportées à ce jeu en regard de la progression prévue.

Modifications apportées au jeu de la boite noire.

Le tableau 4.3 présente la progression prévue lors de l'analyse *a priori* (progression anticipée) ainsi que la progression effectuée lors de l'expérimentation (progression effective).

Tableau 4.3 - Progressions anticipée et effective du jeu de la boite noire

	Progression anticipée				Progression effective			
Sc	Éi	T	Éf	Inconnu	Éi	T	Éf	Inconnu
1	**21**	**+ 3**	**24**	**Éf**	11	+2	13	Éf
2	**25**	**- 2**	**23**	**Éf**	**21**	**+3**	**24**	**Éf**
3	**28**	**- 4**	**24**	**Éf**	**25**	**-2**	**23**	**Éf**
4	**23**	**+ 7**	**30**	**Éf**	32	+3	35	Éf
5	11	+ 2	13	T	**28**	**-4**	**24**	**Éf**
6	12	+ 5	17	T	17	-3	14	Éf
7	28	- 4	24	T	**23**	**+7**	**30**	**Éf**
8					16	+6	22	Éf
9					12	+5	17	Éf

Légende
Sc : Scénario
Éi : État initial
T : Transformation
Éf : État final

Comme le montre le tableau 4.3, il y a un certain écart entre la progression anticipée et celle effectuée. En effet, quatre des sept scénarios prévus ont été réalisés auprès des élèves (en caractère gras dans le tableau 4.3) et neuf scénarios plutôt que sept ont été présentés aux élèves. Ces modifications s'expliquent par le fait que les élèves possédaient moins de connaissances que prévu.

Lors de l'analyse *a priori*, nous avions prévu consacrer une séance à la recherche de l'état final (scénarios 1 à 4) et une autre séance à la recherche de la transformation (scénarios 5 à 7). Or, les difficultés des élèves à recourir à un compteur pour trouver l'état final ont conduit l'expérimentatrice à présenter plus de scénarios avec recherche de l'état final que prévu. Rappelons que la recherche de l'état final favorise la mise en place d'une stratégie de comptage à partir de l'état initial, alors que la recherche de la transformation favorise la mise en place d'une stratégie de recherche du complément, permettant ainsi un travail sur les égalités lacunaires.

De plus, l'analyse *a priori* prévoyait, dès le premier scénario, des nombres relativement élevés. Le scénario 1 de la progression effective a été ajouté avant même de commencer le jeu de la boite noire en raison des conduites des élèves lors du jeu des étoiles, en particulier des difficultés rencontrées pour calculer les points obtenus à la fin des parties. L'expérimentatrice choisit ainsi de proposer des nombres plus petits afin de faciliter l'appropriation du jeu. Notons que si certaines modifications ont été faites avant les séances, d'autres ont aussi été effectuées en cours de partie, selon les conduites des élèves. Par exemple, le scénario 4 de la progression effective a été ajouté sur le vif en raison des difficultés lors du scénario 2.

Dans les scénarios 7 à 9 de la progression effective, des transformations positives de 5 ou plus sont choisies visant ainsi à favoriser le recours à un compteur. La transformation positive a été privilégiée puisqu'elle est plus accessible pour les élèves que la transformation négative, qui exige de contrôler la suite en ordre décroissant.

Validation interne de la situation du jeu de la boite noire

Lors de l'analyse a *priori* nous avions anticipé que le recours à un compteur ne serait pas nécessaire lorsque le nombre correspondant à la transformation est de 4 ou moins (scénarios 1 à 6 de la progression effective). Lorsque le nombre correspondant à la transformation est supérieur à 4, le recours à un compteur est nécessaire pour coordonner les deux réseaux (la suite et l'avancement dans la suite). Cependant, comme le montre le tableau 4.4, seuls les scénarios où le nombre correspondant à la transformation est de 2 sont réussis par tous les élèves. Lorsque le nombre correspondant à la transformation est de 3 ou 4, des conduites erronées sont adoptées.

Tableau 4.4 - Réponses des élèves pour l'ensemble des scénarios du jeu de la boite noire

Scénarios	État initial	Transformation	État final	Élève 1	Élève 2	Élève 3
1	11	+2	?	**B**	-	**B**
2	21	+3	?	23	**B**	23
3	25	-2	?	**B**	**B**	**B**
4	32	+3	?	33	34	**B**
5	28	-4	?	**B**	**B**	25
6	17	-3	?	23	15	24
7	23	+7	?	27	34	18
8	16	+6	?	26	20	10
9	12	+5	?	16	16	18

Légende :
B : bonne réponse

Pour les premiers scénarios (1 à 5), où la transformation est toujours de 4 ou moins, les élèves sont parfois en mesure de trouver l'état final sans recourir à un compteur visible. Toutefois, le fait que les nombres correspondant aux transformations sont plus grands lors des scénarios 7 à 9 met en échec leur stratégie, ce qui était l'objectif visé par la situation. Malgré cette mise en échec, les élèves ne sont pas en mesure de mettre en place la stratégie visée pas la situation, soit le recours à un compteur dans une stratégie de comptage.

Trois erreurs de comptage avaient été anticipées lors de l'analyse a *priori*, soit ne pas recourir à un compteur, utiliser un compteur de façon non contrôlée et compter le premier terme.

Scénarios 1 à 5

Lors du 1er scénario (Éi : 11 ; T : +2 ; Ef : ?), l'expérimentatrice demande à E3 de compter les jetons représentant l'état initial, puis de les mettre dans la boite. Elle ajoute ensuite 2 jetons dans la boite. E1 dit rapidement « 12… 13 ! ». L'expérimentatrice demande il y a combien de jetons maintenant dans la boite, E1 et E3 répondent « 13 ».

Au scénario 2 (Éi : 21 ; T +3 ; Éf : ?), l'expérimentatrice demande aux élèves d'écrire leur réponse sur une feuille vierge et de la garder secrète jusqu'à ce que tous les élèves aient écrit leur réponse. Les trois élèves écrivent leur réponse, sans mettre en place de stratégie apparente, puis ils la montrent ensuite à leurs pairs. E1 et E3 pensent qu'il y a 23 jetons dans la boite, il semble donc qu'ils aient compté le premier terme, tandis que E2 répond qu'il y a 24 jetons dans la boite. L'expérimentatrice questionne les élèves pour savoir comment ils ont trouvé leur réponse, mais ceux-ci répondent qu'ils ont simplement calculé dans leur tête. Il est effectivement courant que les élèves ne soient pas en mesure de formuler la stratégie qu'ils ont utilisée, car il faut un contrôle plus important sur la stratégie pour la formuler que pour la mettre en œuvre. L'anticipation des élèves est suivie d'une phase de validation, à l'aide du matériel. L'extrait suivant montre la phase de validation pour ce scénario.

Exp:	Alors, j'ai repris les trois que j'ai rajoutés. Il y en a combien maintenant ? (Elle tapote la boite).
E1 :	21 !
Exp:	21.
E3 :	21.
Exp:	Si j'en rajoute 1 ? (Elle ajoute un jeton dans la boite).
E1 :	22 !
E3 :	22.
Exp:	22. Si j'en rajoute 1 ? (Elle ajoute un jeton dans la boite).
E3 fait un x sur le 3 de 23 (sa réponse précédente), puis écrit un 4 à la place.	

E1 :	23.
Exp:	Si j'en rajoute 1 ? (Elle ajoute un jeton dans la boite).
E1 :	24 !
E2 danse !	

La rétroaction à l'aide des jetons permet à E3 de modifier sa réponse sans que l'expérimentatrice n'intervienne. Le fait d'ajouter un jeton à la fois permet de mettre en évidence que le comptage doit commencer au terme suivant dans la suite numérique (22), et non au premier terme (21). Cependant, E3 est déçu de s'être trompé et lorsque E2 se met à danser pour célébrer son succès, il le frappe légèrement avec son crayon. L'expérimentatrice intervient auprès de E3 pour l'amener à exprimer de façon adéquate sa déception. L'erreur, du point de vue des élèves, semble considérée comme une faute, c'est-à-dire comme quelque chose qu'il faut éviter à tout prix. Elle n'est donc pas interprétée comme étant normale au cours de l'apprentissage. Bien que les élèves ayant un TSA aient plus de difficulté à réguler leurs émotions (Samson et Tornare, 2015), ce rapport à l'erreur n'est pas spécifique aux élèves ayant un TSA et pourrait notamment s'expliquer par le type d'enseignement dispensé dans les écoles. L'enseignement explicite, où il convient de reproduire le plus fidèlement possible ce qui a été enseigné, est davantage privilégié qu'un enseignement s'appuyant sur une perspective constructiviste, où l'erreur est jugée nécessaire à l'apprentissage (Brousseau, 2009b ; Houle, 2017).

Une transformation négative est présentée pour la première fois au scénario 3 (Éi : 25 ; T : -2 ; Éf : ?), ce qui ne semble pas poser un problème. En effet, aussitôt que l'expérimentatrice retire 2 jetons de la boite, E1 s'exclame : « vingt… trois ! ». L'expérimentatrice lui rappelle qu'il doit garder sa réponse secrète et l'écrire sur sa feuille. E2 et E3, tout comme E1, écrivent 23 sur leur feuille. Comme E1 a donné sa réponse à voix haute, il est difficile de juger s'il s'agit d'une réponse personnelle ou d'une réponse empruntée à E1. L'expérimentatrice ne fait pas de phase de validation pour ce scénario.

Au scénario 4 (Éi : 32 ; T : +3 ; Éf : ?), E1 dit « il y en a 33. 30… 31, 32, 33 ». Cette erreur est commise à quelques reprises par E1 au cours des scénarios. Il fait un passage à la décade inférieure, puis applique la transformation. Toutefois, lorsque E3, qui a rapidement noté 35, montre la réponse sur sa feuille, E1 dit « oups » puis corrige sa réponse. Pour sa part, E2 lève trois doigts qu'il compte en les appuyant sur son menton, puis il écrit 34 sur sa feuille réponse. Il utilise donc un compteur contrôlé, mais il commet une erreur en comptant le premier terme. Le fait d'avoir fait une erreur dans le comptage, lorsqu'il utilise ses doigts comme compteur pour la première fois, semble avoir invalidé cette stratégie aux yeux de E2. Malgré le fait que l'expérimentatrice utilise ses doigts comme compteur lors de la validation, comme le montre l'extrait suivant, E2 ne semble pas percevoir la nature de son erreur et il ne réutilise pas cette stratégie pour les scénarios suivants. Avant de procéder à la phase de validation, l'expérimentatrice questionne les élèves au sujet de leur stratégie. E1 et E3 ont tous deux de la difficulté à exprimer leur stratégie.

Exp:	Comment tu as trouvé ?
E1 :	On a calculé dans notre tête !
Exp:	Toi, E3, comment tu as trouvé ?
E3 :	Parce que… mais… mais c'est 32 et maintenant c'est 35 !
Exp:	Oui, comment tu as fait pour passer de 32 à 35 ?
E3 :	Parce que, toi t'as fait 3. (Il mime le mouvement d'ajouter les jetons dans la boite).
Exp:	Oui. 32 (l'expérimentatrice lève un à un 3 doigts).
E3 :	33, 34, 35.
Exp:	Voilà !

E3 :	Yeah!

Cet extrait permet de voir que les phases de validation pour ce jeu servent aussi de phases d'institutionnalisation locales. Lors de ce scénario, l'expérimentatrice institutionnalise le recours aux doigts comme compteur.

Au scénario 5 (Éi : 28 ; T : -4 ; Éf : ?), E2 écrit rapidement 24 sur sa feuille, sans mettre en place de stratégie apparente. Quant à E1, il dit « 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9… vingt… Non… c'est 1, 2, 3, 4, 5 ». Il est possible que les difficultés concernant le comptage en ordre décroissant le conduisent à compter en ordre croissant en se centrant sur le chiffre à la position des unités de manière à identifier le quatrième nombre avant 8. Or, il compte ensuite « 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24. 24 ». Il est difficile de savoir si E1 a réussi, de son propre mouvement, à identifier à partir d'un comptage en ordre croissant, le quatrième nombre avant 28, ou s'il a arrêté son comptage à 24 en apercevant la réponse écrite sur la feuille de E2 qui est assis à côté de lui. Pour sa part, E3 écrit 25 sur sa feuille, ce qui suggère qu'il adopte la conduite erronée qui consiste à compter le premier terme : 28 (1), 27 (2), 26 (3), 25 (4). Comme en témoigne l'extrait suivant, la phase de validation suivant l'anticipation des élèves met en évidence les difficultés de E1 en ce qui a trait à la récitation de la suite en ordre décroissant.

Exp:	Alors, il y en a 28, j'en enlève 1, il y en a combien maintenant ?
E1 :	27 !
Exp:	27. J'en enlève un autre.
E1 :	22… Non, 26 !
Exp:	26. (Elle en enlève un autre)
E1 :	24.
E1 et E2 :	Non, 25 !
Exp:	25. (Elle en enlève un autre).

E2 :	24 (il danse de joie en constatant qu'il a la bonne réponse).
E1 :	Yeah yeah!

Scénario 6 à 10

Les scénarios 6 à 10 ont été présentés à la séance suivante, soit la troisième séance de la séquence.

Au scénario 6 (Éi : 17 ; T : -3 : Éf : ?), E1 ne semble pas contrôler la nature de la transformation (transformation positive ou négative), et il ne semble pas non plus utiliser de compteur pour contrôler l'ajout. En effet, E1 écrit d'abord 21 sur sa feuille réponse puis modifie ensuite pour 23. Comme le montre la figure 4.2, présentant la feuille réponse de E1 pour les scénarios 6 à 10, ses réponses sont difficiles à décoder, tant pour lui que pour les autres. Notons que c'est l'analyse du geste moteur dans l'extrait vidéo qui a permis à la chercheuse d'interpréter les nombres écrits par E1.

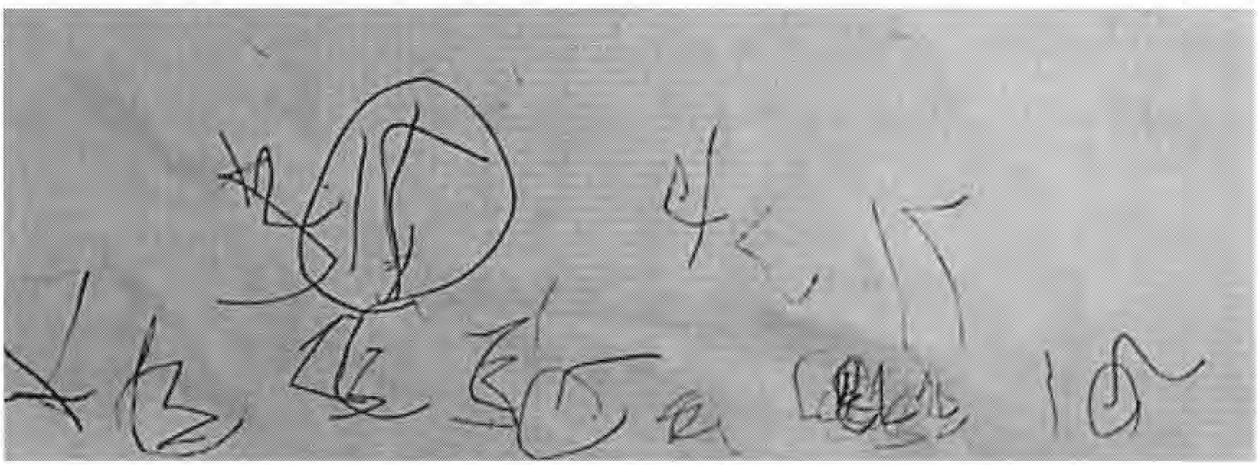


Figure 4.2 - Feuille réponse de E1 pour la partie 2 du jeu de la boite noire

Quant à E3, il écrit 24. Il explique, après la validation, qu'il s'est trompé en faisant 27 - 4, plutôt que 17 - 4. Pour sa part, E2 répond 15, ce qui suggère qu'il a compté le premier terme : 17 (1), 16 (2), 15 (3). La phase de validation suivant ce scénario semble aider les élèves à comprendre leur erreur. Comme en témoigne l'extrait suivant, les élèves sont en mesure de trouver la réponse avec le soutien de l'expérimentatrice qui contrôle les jetons à enlever (ce qui permet de soulager un réseau). Cet extrait met aussi en évidence, encore une fois, les difficultés de E1 concernant la récitation de la suite numérique en ordre décroissant.

Exp:	On va remettre ceux-là (elle remet les trois jetons dans la boite), on va vérifier ensemble. Alors, maintenant je les ai tous remis. Il y en a combien ?
E1 :	17 !
Exp:	J'enlève celui-là, il y en a combien ? (Elle enlève un jeton).
E1 :	Dix… Dix-huit (le ton est hésitant).
Exp:	Je l'ai enlevé.
E1 :	Non, non, 19 ! Dix… 17 !
Exp:	Il y en a 17, j'enlève celui-là. (Elle remet le jeton dans la boite, puis l'enlève de nouveau).
E2 :	16.
E1 :	16.
Exp:	16. (Elle enlève un autre jeton).
E2 :	15. 14.
E1 :	14… euh 15.
L'expérimentatrice enlève le dernier jeton.	
E1 :	14.
Exp:	Alors, il y en a combien ?
E1 et E2 :	14.
Exp:	14 ! Très bien.

Lors de cette séance, l'expérimentatrice choisit d'institutionnaliser les écritures mathématiques après chaque scénario, de manière à permettre aux élèves d'établir la relation entre le fait d'ajouter ou de retirer des jetons et les opérations d'addition et de soustraction. L'extrait suivant présente cette première phase d'institutionnalisation.

Exp:	Alors, j'en avais mis 17, j'en ai enlevé 3. Comment j'écris ça en mathématiques ? (Elle écrit 17 au tableau).
E1 :	Plus.
Exp:	Plus ?
E1 :	Moins
Exp:	Moins ? Plus ou moins, si j'en ai enlevé ?
E1 :	(En marmonnant) moins 3.
E2 :	Moins.
E1 :	(Toujours en marmonnant) moins 3.
Exp:	Moins… (S'adressant à E3) toi, tu penses…
E3 :	Moins
Exp:	17 - 3 (elle l'écrit au tableau). Après qu'est-ce que j'écris ?
E1 :	Égal à… 15 !
Exp:	Ça donnait combien ? On l'a vérifié ensemble…
E2 :	14.
Exp:	14. (Elle l'écrit au tableau). 17 – 3 = 14.

Cet extrait suggère que E2 et E3 sont en mesure d'établir la relation entre le fait de retirer des jetons et l'opération de soustraction. Cette relation semble plus difficile pour E1, qui est aussi le seul élève, au moment de l'anticipation de ce scénario, à avoir commis une erreur en ce qui a trait à la nature de la transformation.

Au scénario 7 (Éi : 23 ; T : +7 ; Éf : ?), E1 écrit rapidement 27 sur sa feuille de route. Il semble avoir fait un retour à la décade (20), puis avoir effectué la transformation +7. Quant à E2, il répond 34. Il est possible qu'il ait donné une réponse approximative, ou encore, qu'il ait compté à partir de 23 sans utiliser un compteur pour contrôler l'ajout. Pour sa part, E3 répond 18. Bien qu'il soit difficile d'expliquer ce qui fonde le choix de E3, il est possible qu'il ait commis une erreur dans la nature de la transformation, étant donné qu'il s'agissait au scénario précédent d'une transformation négative, et qu'il ait eu du mal à contrôler le retrait.

Lors de la phase d'institutionnalisation, l'expérimentatrice écrit 23 au tableau en précisant qu'il y avait d'abord 23 jetons dans la boite noire et demande aux élèves ce qu'elle a fait après. E1 répond : « t'en as rajouté 30 ». Du point de vue de cet élève, s'il y a en tout 30 jetons, c'est que 30 jetons ont été ajoutés. Cette difficulté, bien connue, concerne la relation d'inclusion hiérarchique partie/partie/tout. Dans le cas d'un problème de transformation, l'état initial et la transformation correspondent en quelque sorte à deux parties, qui sont incluses dans le tout, soit l'état final. E1 semble effectivement avoir de la difficulté à considérer simultanément l'état initial, la transformation et l'état final. Enfin, l'écriture mathématique qui modélise les relations entre les données du problème est finalement énoncée par E2.

Les valeurs des variables du scénario 8 (Éi : 16 ; T : +6 ; Éf : ?) sont similaires à celle du scénario 7, afin de permettre aux élèves de réinvestir ce qui a été travaillé au scénario précédent. Cependant, ce scénario représente un défi important pour les élèves, ce qui rend la dévolution difficile, comme le montre l'extrait suivant.

Exp:	(Elle compte des jetons) 13, 14, 15, 16. 16. J'en mets 16, ok ? J'en mets 16 (elle les compte dans la boite). Alors, il y en a combien dans la boite, E3 ?
E3 :	Quoi ?
Exp:	Il y en a combien dans la boite ?

E3 :	Dans la boite ?
E2 :	Soixante…
Exp:	J'en ai mis combien ?
E3 :	Attends ! Attends, attends… mais, mais j'ai pas vu !
Exp:	Mais E3, tu ne participes pas à l'activité, tu es trop déconcentré par les crayons et par les choses. Là, j'en ai mis 16.
E1 :	Oh, mon dieu ! Je sais la réponse !
E3 écrit s'apprête à écrire sur sa feuille.	
Exp:	Mais ce n'est pas la réponse. Dans la boite, il y en a 16. Je rajoute ces 6 là (elle ajoute les jetons dans la boite). Il y en a combien maintenant ?
E2 :	vingt…
Exp:	Chhhh… Dans ta tête. Tu l'écris sur le papier. Il y en avait 16, j'en ai rajouté 6.
E3 :	Je vais écrire 10. Je vais écrire 10.
Exp:	E3, il y en avait 16, j'en ai rajouté 6.
E3 :	Il y en a 6.
Exp:	J'en ai rajouté 6. Il y en avait 16, j'en ai rajouté 6.
E3 :	Y en a 10.
Exp:	Attends, je n'ai pas dit go.
E2 :	(En chuchotant) C'est un secret.
Exp:	Est-ce que t'as trouvé, E1 ?
E1 :	Oui, 10.
Exp:	Ok, montre-moi ta feuille !
E3 :	Tadam !
Exp:	(S'adressant à E3) toi tu crois qu'il y en a 10. Toi, E1 ?
E1 :	26.
Exp:	26. Et toi, E2 ?
E2 :	20.

Cet extrait montre que malgré les difficultés qu'ils éprouvent, les élèves tentent de faire des anticipations. Ils ont d'ailleurs du mal à ne pas divulguer leur réponse avant le moment indiqué par l'expérimentatrice, ce qui pourrait être lié à une certaine impulsivité, mais aussi à des difficultés à considérer que leur processus de réflexion n'est pas le même que celui de leurs pairs. Cependant, E3 semble avoir de la difficulté à maintenir son attention. Pour sa part, E1 pense connaitre la réponse, avant même que la transformation ait été énoncée. Par ailleurs, étant donné les difficultés concernant les particuliers de la seconde décade (E2 confond 16 et 60), il aurait pu être intéressant d'écrire les nombres, ce qui aurait aussi du coup permis d'alléger la mémoire de travail.

Les nombres, 16 et 6, semblent avoir conduit E3 à interpréter qu'il s'agissait d'une transformation négative, obtenant ainsi 10 en retranchant 6 à 16. Quant à E1, il répond 26. Étant donné ses réponses précédentes, on peut faire l'hypothèse qu'il a fait un passage à la décade supérieure (passant de 16 à 20 pour l'état initial) et qu'il a ensuite ajouté 6. Pour sa part, E2 répond 20, ce qui suggère qu'il a interprété correctement la nature de la transformation, mais qu'il n'a pas utilisé de compteur pour contrôler l'ajout. Lors de la validation, l'expérimentatrice tente de laisser dans les mains des élèves la responsabilité de valider leurs anticipations à l'aide du matériel, mais les difficultés des élèves la conduisent finalement à prendre à sa charge la plus grande partie du travail. Lors de l'institutionnalisation, c'est cette fois E3 qui dégage l'écriture mathématique représentant le problème.

Au scénario 9 (Éi : 12 ; T : +5 ; Éf : ?), aussitôt que l'expérimentatrice présente le problème, E3 s'exclame « 16 ! 16 ! 16 ! ». L'expérimentatrice lui rappelle encore une fois qu'il doit écrire sa réponse sur sa feuille et ne pas la dire à voix haute. E1 et E2 répondent 16, alors que E3 a changé sa réponse pour 18. La réponse 16 pourrait s'expliquer par le comptage du premier terme, mais la rapidité avec laquelle E3 a répondu conduit à en douter. La réponse 18 semble provenir d'une stratégie de comptage, sans compteur ou avec un compteur non apparent qui n'est pas contrôlé. Notons qu'en raison de problèmes techniques, les phases de validation et d'institutionnalisation ne sont pas disponibles pour ce scénario.

L'analyse du jeu de la boite noire permet de constater que E1 maitrise le déplacement dans la suite pour les transformations de 2 (positive et négative). Au-delà de 2, il semble atteindre les limites de sa mémoire de travail et ne plus être en mesure de trouver l'état final sans recourir à un compteur. Lors des scénarios 7 et 8, E1 semble tenter de s'appuyer sur ses connaissances sur la numération positionnelle et décimale (NPD) pour soulager sa mémoire de travail. Il s'appuie sur un passage à la décade, puis effectue l'opération d'addition, malgré le fait que cette stratégie n'est pas adaptée aux nombres en jeu. Une conduite semblable a été observée lors du 5e scénario du jeu des étoiles. L'analyse des scénarios impliquant une transformation négative plus grande que 2 permet de constater les difficultés de E1 en ce qui a trait au comptage en ordre décroissant. Ses connaissances sur la récitation de la suite en ordre décroissant sont limitées, ce qui rendent difficiles les calculs impliquant une soustraction. Finalement, cet élève semble avoir de la difficulté à établir la relation entre la transformation effectuée (positive ou négative) et l'opération d'addition ou de soustraction.

Pour ce qui est de E2, il arrive parfois à trouver l'état final avec des transformations entre 2 et 4, mais les stratégies mises en œuvre ne sont pas évidentes. Il utilise un compteur apparent à une seule occasion lors du jeu de la boite noire (scénario 4), mais il adopte aussi lors de ce scénario la conduite erronée qui consiste à compter le premier terme, conduite qu'il semble d'ailleurs adopter à deux autres reprises (scénarios 6 et 9). Le fait de ne pas avoir trouvé la bonne réponse en ayant recours à un compteur semble avoir mis en échec cette stratégie à ses yeux. Cet élève est en mesure d'établir la relation entre la transformation effectuée (positive ou négative) et l'opération d'addition ou de soustraction.

Quant à E3, il semble, aux termes de ce jeu, en mesure de trouver l'état final sans recourir à un compteur apparent lorsque la transformation est de 4 ou moins. Il est à noter qu'il adopte la conduite erronée de compter le premier terme une fois pour la transformation positive (scénario 2) et une fois pour la transformation négative (scénario 5). Dans les deux cas, la phase de validation semble contribuer à lui faire prendre connaissance de cette erreur, puisqu'il n'adopte plus cette conduite par la suite. Tout comme E2, E3 est en mesure d'établir le lien entre la transformation effectuée et l'écriture mathématique permettant de modéliser le problème. Les difficultés de E3 semblent en partie liées à son niveau d'attention qui est bas. À cet égard, il aurait été pertinent que l'expérimentatrice écrive au tableau l'état initial et la transformation pour chacun des scénarios. Cela aurait sans doute été bénéfique pour E1 et E2 aussi, en permettant d'alléger la mémoire de travail.

Pour ce qui est du déroulement des séances, il aurait été intéressant que l'expérimentatrice laisse davantage les élèves prendre en charge la phase de validation. Comme les élèves ne semblent pas familiers avec ce type de situation, elle aurait pu diriger davantage cette phase lors de la séance 2, puis leur dévoluer cette responsabilité lors de la séance 3. De cette façon, les élèves auraient eu davantage la possibilité de constater la nécessité de contrôler d'abord le nombre de jetons représentant le déplacement dans la suite, puis de coordonner ce déplacement avec la suite numérique. Cette nécessité de contrôler le nombre de jetons représentant la transformation aurait pu rendre plus évident le besoin de recourir à un compteur. Il aurait aussi été intéressant qu'elle institutionnalise les écritures mathématiques dès les premiers scénarios, ce qui était d'ailleurs prévu.

4.3 Analyse *a posteriori* du jeu des devinettes

Le jeu des devinettes, présenté à la quatrième et à la cinquième séances, a comme objectif d'explorer la relation entre les termes d'un calcul et d'établir la relation d'inclusion hiérarchique partie/partie/tout, dans le contexte de problèmes de type composition de mesures. Avant de présenter la validation interne de la situation du jeu des devinettes, nous présentons les modifications apportées à cette situation en regard de ce qui était prévu.

Le tableau 4.5 présente la progression prévue lors de l'analyse *a priori* (progression anticipée), ainsi que la progression effectuée lors de l'expérimentation (progression effective)

Tableau 4.5 - Progression anticipée et effective du jeu des devinettes

	Progression anticipée				Progression effective			
Sc	M1 (blancs)	M2 verts	Mc	Inconnu	M1 (blancs)	M2 (verts)	Mc	Inconnu
1	**12**	**3**	**15**	**Mc**	**12**	**3**	**15**	**Mc**
2	**32**	**7**	**39**	**Mc**	13	2	15	Mc
3	**11**	**2**	**13**	**M2**	**32**	**7**	**39**	**Mc**
4	**10**	**8**	**18**	**M2**	**11**	**2**	**13**	**M2**
5	14	17	31	Mc	4	5	9	Mc
6	**12**	**15**	**27**	**M1**	7	6	13	Mc
7					12	3	15	Mc
8					**10**	**8**	**18**	**M2**
9					3	23	26	M1
10					**12**	**15**	**27**	**M1**

Légende
Sc : Scénario
M1 : Mesure 1
M2 : Mesure 2
Mc : Mesure composée

Comme le montre le tableau 4.5, cinq des six scénarios prévus ont été réalisés lors de l'expérimentation (en caractère gras dans le tableau 4.5) et dix scénarios plutôt que six ont été présentés aux élèves. Tout comme pour le jeu de la boite noire, le fait que les élèves possédaient moins de connaissances que prévu explique ces modifications.

Lors de l'analyse *a priori,* nous avions prévu consacrer la moitié des scénarios à la recherche de la mesure composée (scénarios 1, 2 et 5), et l'autre moitié à la recherche d'une des mesures (scénarios 3, 4 et 6). Or, les difficultés rencontrées par les élèves lors du jeu des étoiles et du jeu de la boite noire, notamment en ce qui a trait au recours à un compteur, ont conduit l'expérimentatrice à présenter davantage de scénarios avec recherche de la mesure composée que ce qui avait été prévu au départ. Il convient de rappeler que la recherche de la mesure composée favorise la mise en place d'une stratégie de comptage à partir du plus grand terme, alors que la recherche d'une des mesures permet le travail sur les égalités lacunaires en favorisant la mise en place d'une stratégie de recherche du complément.

Aussi, l'analyse *a priori* prévoyait, dès le 2^{e} scénario, des nombres nécessitant le recours à un compteur. Or, les difficultés rencontrées par les élèves lors du 1er scénario amènent l'expérimentatrice à ajouter le scénario 2 de la progression effective pour permettre aux élèves de s'engager dans le jeu. Cette modification, tout comme l'ajout des scénarios 6 et 7, a été effectuée en cours de jeu, en fonction des conduites des élèves, alors que certaines modifications ont été faites entre les deux séances. Entre autres, considérant que les élèves ne recourent pas à un compteur lors de la séance 4, l'expérimentatrice choisit de débuter la cinquième séance avec des nombres dans la première décade, dans le but de permettre aux élèves de travailler dans une portion de la suite qui leur est plus familière. Au départ, un seul scénario avec des nombres inférieurs à 10 était prévu, mais comme un des élèves donne la réponse à voix haute dès la présentation des nombres, l'expérimentatrice choisit de présenter un deuxième scénario avec des nombres dans la première décade.

Le scénario 5 de la progression anticipée n'a pas été réalisé auprès des élèves. Dans le feu de l'action, a choisi de remplacer ce scénario par un scénario qui permettait de travailler les stratégies de comptage, stratégies que les élèves avaient du mal à mettre en œuvre.

Validation interne de la situation du jeu des devinettes

Lors de l'analyse *a priori,* nous avions prévu que le recours à un compteur ne serait pas nécessaire lorsque le nombre correspondant à l'une des mesures est inférieur à 4 (scénarios 1, 2, 4, 5, 7, 9 de la progression effective). Lorsque les nombres correspondants aux deux mesures sont supérieurs à 4, la coordination des deux réseaux nécessite le recours à un compteur, à l'exception du scénario 10, où la calculette est disponible. Cette situation présente, en plus de la nécessité de recourir à un compteur, un défi important en ce qui a trait à la relation d'inclusion hiérarchique partie/partie/tout, qui nécessite de traiter simultanément le tout et la partie, en considérant l'emboitement de la partie dans le tout. Comme le montre le tableau 4.6, le contrôle exercé par les élèves sur le jeu varie en fonction des nombres en jeu et de la place de l'inconnu (une des mesures ou la mesure composée).

Tableau 4.6 - Réponses des élèves pour l'ensemble des scénarios du jeu des devinettes

Sc	M1	M2	Mc	Inconnu	Élève 1	Élève 2	Élève 3
1	12	3	15	Mc	16	16	**B**
2	13	2	15	Mc	**B**	**B**	**B**
3	32	7	39	Mc	37	**B**	**B**
4	11	2	13	M2	**B**	**B**	26
5	4	5	9	Mc	-	-	**B**
6	7	6	13	Mc	76	17	**B**
7	12	3	15	Mc	**B**	16	**B**
8	10	8	18	M2	**B**	**B**	**B**
9	3	23	26	M1	13	23	-
10	12	15	27	M1	-	-	42

Légende
Sc : scénario
M1 : Mesure 1
M2 : Mesure 2
B : bonne réponse

Pour les scénarios où la mesure composée est recherchée, le recours à un compteur, contrôlé ou non, ainsi que le recours à une stratégie de dénombrement étaient les stratégies anticipées lors de l'analyse *a priori*. En effet, les problèmes de composition de mesures appellent davantage à la mise en place de cette dernière stratégie que les problèmes de transformation d'état.

Pour les scénarios où l'une des mesures est recherchée, le recours à une stratégie de recherche du complément avait été anticipé. Cette stratégie peut se faire en ayant recours à un compteur, contrôlé ou non, ou en prenant appui sur des faits additifs connus et une stratégie de composition. De plus, l'analyse *a priori* prévoyait de possibles difficultés à considérer l'une des mesures (la partie) comme étant incluse dans la mesure composée (le tout), ce qui amènerait les élèves à additionner la mesure connue (une partie) avec la mesure composée (le tout), plutôt que procéder par recherche du complément.

Pour le 10e scénario, les élèves ont accès à la calculette. Ce choix visait à établir la relation entre l'addition (15 + __ = 27) et son opération inverse, la soustraction (27 – 15 = __). Une autre stratégie anticipée était de procéder par essais/erreurs sur la calculette pour trouver ce qu'il faut ajouter à 15 pour obtenir 2.

Scénarios 1 et 2

Lors du 1er scénario (M1 : 12 ; M2 : 3 ; Mc : ?), l'expérimentatrice présente le jeu aux élèves. Elle explique qu'elle met dans le sac des jetons blancs et des jetons verts et qu'ils devront essayer de deviner combien il y a de jetons en tout dans le sac. Pour reprendre l'idée de Brousseau (2009), l'expérimentatrice choisit d'ajouter un enjeu à la situation. Les élèves qui réussissent à deviner le bon nombre de jetons peuvent choisir une petite friandise.

Elle présente 3 jetons verts et demande aux élèves d'écrire ce nombre sur leur feuille réponse, dans le but d'alléger leur mémoire de travail. E3 est distrait et l'expérimentatrice lui rappelle d'écrire ce nombre sur sa feuille. Elle met les jetons verts dans le sac, puis compte les 12 jetons blancs devant les élèves, avant de les ajouter dans le sac. E2 écrit « 3 + 12 = » sur sa feuille.

L'expérimentatrice demande combien de jetons se trouvent dans le sac. E2 lève 3 doigts, puis il écrit « 16 » sur sa feuille réponse. E1 regarde la réponse de E2, puis il écrit « 16 » sur sa feuille réponse. Pour sa part, E3 trouve qu'il y a 15 jetons dans le sac.

L'anticipation des élèves est suivie d'une phase de validation à l'aide du matériel. L'expérimentatrice prend en charge la validation en procédant par comptage à partir du plus grand terme. E2 est très déçu d'avoir commis une erreur et cela s'accentue quand E3 célèbre sa réussite.

Au scénario 2 (M1 : 13 ; M2 : 2 ; Mc : ?), l'expérimentatrice présente les collections représentant chacune des mesures. E3 est distrait et l'expérimentatrice lui rappelle les nombres en jeu et la nécessité de les écrire sur sa feuille de jeu.

E2 écrit l'écriture mathématique qui représente le problème. Les trois élèves trouvent 15 comme mesure composée, sans mettre en place de stratégie apparente, ce qui n'est pas surprenant, considérant que les nombres en jeu ne nécessitent pas de recourir à un compteur.

Pour la validation, l'expérimentatrice utilise ses doigts comme compteur, sans recourir aux jetons. Elle profite donc de la phase de validation pour institutionnaliser le recours à un compteur (doigts) dans une stratégie de comptage.

Scénario 3

Lorsque l'expérimentatrice présente le troisième scénario (M1 : 32 ; M2 : 7 ; Mc : ?), E2 et E3 sont d'abord découragés par la grandeur des nombres. Cependant, E3 écrit rapidement « 39 » sur sa feuille réponse. E2 regarde la réponse écrite par E3, puis écrit la même sur sa feuille. E1 écrit « 37 » sur sa feuille réponse, sans avoir mis en place de stratégie apparente, comme si M1 correspondait à 30 jetons blancs.

Lorsque l'expérimentatrice questionne les élèves pour connaitre leur stratégie, E3 répond « parce que j'ai fait 7, mais… j'ai fait 9 ! Mais 2 + 7, ça fait 9 ». E3 s'appuie ainsi sur un fait additif connu et sur une stratégie de composition pour trouver la mesure composée.

Lors de la phase de validation, l'expérimentatrice tente d'amener les élèves à prendre davantage en charge cette phase du jeu. Elle sépare d'abord les jetons en plaçant les jetons blancs en amoncèlement et les jetons verts en ligne, ce qui permet de soulager un des réseaux, puis elle amène les élèves à compléter la phase de validation, comme le montre l'extrait suivant.

Exp:	Ok, alors, j'ai combien de blancs ?
E2 :	32.
Exp:	32. Ici j'ai 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (elle compte les jetons en les plaçant en ligne). 7 verts. Comment je fais pour trouver combien j'en ai en tout ?
E2 :	Ah ! (Il pointe la calculette).
E1 :	Compter.
Exp:	Compter quoi ?
E1 :	Compter les jetons.
Exp:	Ok, comment tu penses (signifiant par un geste qu'il peut procéder) ?
E1 :	Les verts. Compter les verts.
E2 :	(En pointant un à un les jetons verts) 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39. Oh ! (Il danse de joie). Oh my god! Oh my god!
Exp:	Très bien. 32 + 7, ça fait 39.

Cet extrait permet de constater la capacité des élèves E1 et E2 à travailler ensemble. Au départ, E2 ne semble pas en mesure de mettre en place une stratégie autre que le recours à la calculette, mais les indications données par E1 l'amènent à compter les jetons verts, en coordonnant adéquatement les deux réseaux. Cet extrait permet aussi de constater la surprise de E2 quant à la réponse. N'ayant pas mis en place de stratégie pour arriver à cette réponse, il semble véritablement étonné par le résultat obtenu.

Scénario 4

Le 4^{e} scénario (M1 : 11, M2 : ?, Mc : 13) présente un défi nouveau aux élèves, puisqu'ils recherchent désormais une des mesures. Au début du scénario, l'expérimentatrice demande à E1 de compter les jetons blancs, pendant qu'elle prend les jetons verts. E1 fait une erreur de correspondance terme-à-terme en comptant deux fois le même jeton. L'expérimentatrice compte les jetons blancs devant les élèves, puis elle explique qu'il y a dans le sac 11 jetons blancs, des jetons verts et qu'en tout il y a 13 jetons.

E2 écrit sur sa feuille « 11 +___ = 13 », puis il écrit 2 sur la ligne. Il établit ainsi, de son propre mouvement, la relation entre l'égalité lacunaire et le problème présenté, et complète sans difficulté cette égalité. Bien que ces relations aient été travaillées dans le jeu des étoiles, cette écriture n'a pas été institutionnalisée auparavant dans la séquence. Il semble donc que les égalités lacunaires aient été travaillées en classe et que cet élève ait réussi à reconnaître l'utilité de ses connaissances dans le jeu des devinettes.

E1 écrit « 2 » sur sa feuille réponse, alors que E3 écrit « 26 ». L'erreur d'additionner la partie connue avec le tout avait été anticipée lors de l'analyse *a priori* pour les problèmes de recherche d'une des mesures. Or, E3 semble trouver la partie manquante (2), puis additionner tous les nombres (11 + 2 + 13 = 26). Cette conduite erronée témoigne d'une difficulté à considérer l'une des mesures (la partie) comme étant incluse dans la mesure composée (le tout), bien qu'elle permette de constater que E3 a une certaine appréhension de cette relation.

Après la phase de validation, l'expérimentatrice institutionnalise l'écriture mathématique « 11 + __ = 13 ». E2 est très fier d'avoir trouvé par lui-même l'écriture adéquate.

Scénarios 5 à 7

Pour tous les scénarios de la 5^{e} séance (5 à 10), l'expérimentatrice écrit les nombres sur le tableau blanc, dans un tableau comme celui présenté à la figure 4.3.

blancs	verts	total

Figure 4.3 - Tableau utilisé pour présenter les valeurs des collections aux élèves pour les scénarios 5 à 10 du jeu des devinettes

Pour le 5e scénario (M1 : 4 ; M2 : 5 ; Mc : ?), l'expérimentatrice présente le sac aux élèves en disant avoir mis 4 jetons blancs et 5 jetons verts. Lorsqu'elle demande il y a combien de jetons en tout dans le sac, E3 s'exclame rapidement qu'il y en a 9. L'expérimentatrice rappelle la consigne de garder sa réponse secrète.

L'expérimentatrice questionne ensuite les élèves pour savoir comment ils auraient pu trouver la réponse, s'ils ne la connaissent pas par cœur. E1 répond qu'il est possible de compter sur ses doigts, et l'expérimentatrice institutionnalise le recours aux doigts comme compteur. Elle dit : « je peux faire 4 : 5 (1), 6 (2), 7 (3), 8 (4), 9 (5) » en levant un doigt pour chaque pas dans la suite.

Au 6e scénario (M1 : 7 ; M2 : 6 ; Mc : ?), après que l'expérimentatrice ait présenté le sac et les deux mesures au tableau, E2 écrit « 7 + 6 = » sur sa feuille. Il tente ensuite de procéder par dénombrement en utilisant ses doigts, mais il n'arrive pas à contrôler cette stratégie, n'ayant pas assez de doigts pour représenter les deux collections. Le dénombrement était une conduite anticipée pour le jeu des devinettes et les nombres plus petits semblent avoir favorisé la mise en place de cette stratégie chez E2.

E3 écrit « 13 », sur sa feuille, sans avoir mis en place de stratégie apparente. Lorsque l'expérimentatrice lui demande sa réponse, il fait une erreur de transcodage digital-numéral classique et dit « 30 ». E1 répond qu'il y a 76 jetons dans le sac. Il juxtapose les nombres représentant chacune des collections, ce qui peut sembler surprenant comme conduite à un point si avancé dans les séances. Cette erreur montre que E1 ne considère pas la valeur de position des chiffres dans un nombre et considère ainsi que 7 + 6 = 76. Cette conduite erronée semble avoir été favorisée par les nombres en jeu, composés d'un seul chiffre. Le choix de prendre des nombres dans la première décade pour le premier jeu de la 5e séance visait à favoriser la coordination des deux réseaux en permettant aux élèves de travailler avec une portion de la suite qui leur était plus familière. Ce choix n'a cependant pas les effets escomptés dans le cas de E1 et engendre plutôt une nouvelle conduite erronée.

L'expérimentatrice demande aux élèves de procéder à la validation à l'aide des jetons et E2 recourt à une stratégie de dénombrement pour trouver la mesure composée. Après la validation, l'expérimentatrice institutionnalise la stratégie de comptage à partir du plus grand terme en utilisant ses doigts comme compteur. E2, très déçu de ne pas avoir trouvé la bonne réponse, ne porte pas attention à l'institutionnalisation.

Pour le 7^{e} scénario (M1 : 12 ; M2 : 3 ; Mc : ?), l'expérimentatrice choisit de présenter de nouveau un problème de recherche de la mesure composée, mais cette fois la mesure 1 est suffisamment grande pour invalider les conduites erronées mises en place par E1 et E2 lors du scénario 6. De plus, comme E2 est très déçu et qu'il ne souhaite plus jouer, elle choisit un problème où le recours au compteur n'est pas nécessaire pour trouver la mesure composée, dans le but de faire vivre à E2 une réussite et maintenir son intérêt pour le jeu. Toutefois, choisissant les nombres sur le vif du moment, elle oublie que ce même problème a été présenté lors du scénario 1.

E2 dit ne pas savoir comment résoudre le problème, l'expérimentatrice suggère alors le recours aux doigts ou aux traits dessinés comme compteur. Ce faisant, elle prend à sa charge une partie du travail de l'élève dans le but de maintenir la relation didactique avec l'élève et éviter un désengagement de sa part. Rappelons que selon Sarrazy (1995), le rôle de l'enseignant est de créer les conditions sociales, affectives et didactiques de la rupture du contrat didactique, moment décisif où l'élève accepte la responsabilité du problème et l'incertitude que cela représente. L'expérimentatrice tente de jongler entre la nécessité de dévoluer le problème à l'élève, pour permettre l'apprentissage, et la nécessité de mettre en place les conditions sociales et affectives permettant à E2 de maintenir son engagement dans le jeu.

E2 lève 7 doigts, puis il en lève 3 autres. Son visage marque la surprise, il ne semble pas en mesure d'interpréter ce qu'il a obtenu. Il refait la même chose une deuxième fois. Il semble procéder par une stratégie de dénombrement, les 7 doigts représentant la mesure 1, soit 12, mais il n'est pas en mesure de contrôler les 5 jetons qui ne sont pas représentés sur ses doigts. Après un moment de réflexion, il écrit finalement « 16 » comme réponse. Notons qu'il s'agit de la même réponse que E2 avait fournie au scénario 1, lorsque les mêmes nombres étaient en jeu. E1 et E3 donnent 15 comme réponse.

Lors de la phase de validation, l'expérimentatrice place les jetons sur la table et elle les sépare selon leur couleur, pour favoriser le recours au comptage. E2, qui prend en charge la validation, procède tout de même par dénombrement.

L'expérimentatrice institutionnalise par la suite le recours aux doigts comme compteur. Pour soulager un des réseaux (avancement dans la suite), elle mentionne aux élèves qu'ils peuvent d'abord placer leur compteur, en l'occurrence compter 3 doigts, puis procéder au comptage.

Le mécontentement de E2 s'accentue à la suite de ce nouvel échec et il se cache sous la table, mais les mots d'encouragement de l'expérimentatrice l'amènent à se rassoir à la table et à rester engagé dans l'activité.

Scénarios 8 et 9

Le scénario 8 (M1 : 10 ; M2 : ? ; Mc : 18) présente un problème de recherche d'une des mesures. Le choix des nombres permet aux élèves de s'appuyer sur leurs connaissances sur la numération positionnelle et décimale (NPD), sans avoir recours à un compteur.

Lorsque l'expérimentatrice présente le problème aux élèves, E2 semble confiant et il s'apprête à écrire sur sa feuille, lorsque E3 dit : « 8, 8, il y en a 8 ». E2 est très déçu que E3 ait donné la réponse à voix haute. L'expérimentatrice rappelle la consigne d'écrire sa réponse sur la feuille, sans la dire à haute voix.

E2 écrit « 10 + ___ = 18 », puis écrit « 8 » sur la ligne. Pour sa part, E1 dit : « 1 jeton vert, 2 jetons verts, 3 jetons verts, 5 jetons verts… 16… » (sans utiliser de compteur apparent), puis il écrit « 8 » sur sa feuille. E1 tente de coordonner les deux réseaux, sans recourir à un compteur ce qui est très couteux en termes de mémoire de travail.

Comme E3 a donné la réponse à voix haute, il est possible que E1, n'étant pas en mesure de contrôler sa stratégie, prenne la réponse donnée par l'autre élève. La conduite de E1 pour ce scénario apparait étonnante, puisqu'il s'est appuyé à plusieurs reprises sur ses connaissances sur la NPD lors du jeu des étoiles et du jeu de la boite noire, en faisant un passage à la décade, puis en contrôlant l'ajout. Or, il ne semble pas percevoir la pertinence de cette connaissance dans le contexte de la recherche du complément, bien que son calcul relationnel soit adéquat.

Pour la phase de validation, l'expérimentatrice compte les jetons blancs, pour être certaine qu'ils sont tous sur la table. Par la suite, E2 et E3 continuent le comptage avec les jetons verts : « 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ». Lorsque l'expérimentatrice demande combien il y a de jetons verts, E2 répond « 18 ». L'expérimentatrice demande alors s'il parle bien des jetons verts, et il répond alors « 8 ». Bien que E2 semble généralement maitriser la relation partie/partie/tout, la compréhension de cette relation reste en construction.

Au moment de la validation, E3 semble désemparé, il dit : « Mais y en a moins, mais c'est moins, mais c'est moins. C'était pas vrai, c'était pas plus, c'était moins ». L'extrait suivant présente l'échange qui s'en suit entre l'expérimentatrice et E3. Le conflit cognitif est évident chez E3. Malgré le fait qu'il a trouvé la bonne réponse, il éprouve beaucoup de désarroi face au décalage entre son schème de l'addition et la situation présentée.

E3 :	C'est moins… c'est moins 18, mais c'est lui. Mais j'ai réponse. J'ai bien.
Exp:	Oui, tu as la bonne réponse. Il y a 8 jetons verts.
E3 :	Mais non ! C'est pas vrai, pas vrai ! Je veux partir. (Il se lève pour sortir du local).
Exp:	E3, je ne comprends pas. Tu as écrit 8 jetons verts. Tu as raison, il y a 8 jetons verts (elle montre les jetons verts sur la table).
E3 :	Mais j'ai pas raison. Non, non, non !

En raison des nombres en jeu, E3 semble avoir procédé par recherche du complément pour trouver le nombre de jetons verts, en s'appuyant sur ses connaissances sur la NPD. Il aurait donc instinctivement procédé en s'appuyant sur le calcul suivant (10 + __ = 18). Or, lors de la validation, il semble percevoir que c'est l'écriture sous forme de soustraction (18 – 10 = __) qui permet de représenter le problème de façon à ce que la réponse se trouve à droite du signe égal. Il est courant chez les élèves de considérer que la réponse à un calcul doit se trouver à droite du signe égal, ce qui semble être le cas chez E3. Il est à noter que l'expérimentatrice n'a pas écrit les calculs au tableau. Le conflit cognitif chamboule grandement E3 qui refuse de prendre sa friandise à la fin du tour, clamant qu'il n'a pas eu la bonne réponse.

L'expérimentatrice tente d'expliquer à E3, à l'aide du tableau, que la place de l'inconnu a changé pour ce tour, mais E3 n'est pas réceptif et elle passe au scénario suivant.

Pour le 9^{e} scénario (M1 : ? ; M2 : 23 ; Mc : 26), E3 refuse de jouer, étant trop contrarié par le scénario 8. L'expérimentatrice n'insiste pas. E1 donne 13 comme réponse. Pour sa part, E2 mentionne qu'il trouve ce jeu trop difficile, puis il semble avoir une révélation et il dessine 2 traits et 3 cercles sur sa feuille. Il écrit 23 comme réponse. L'expérimentatrice questionne E2 pour l'amener à remettre en question sa réponse, mais, comme le montre l'extrait suivant, cette intervention ne permet pas de relancer l'élève.

Exp:	23 blancs ? Alors, j'ai 23 verts (elle l'écrit au tableau), 23 blancs et en tout j'ai en ai 26 ?
E2 semble perplexe, il hausse les épaules.	
Exp:	Est-ce que ça fonctionne ?
E2 :	Oui, ou non… euh… (il lève 4 doigts)… je sais pas.
Exp:	Qu'est-ce que tu as fait ici ? (Elle montre 3 cercles qu'il a dessinés sur sa feuille).
E2 répond quelque chose d'incompréhensible.	
…	
E2 :	Attends, attends, attends. (Il efface quelque chose sur sa feuille, puis dit quelque chose d'incompréhensible).
Exp:	Qu'est-ce que tu as fait ici (elle pointe encore les trois cercles) ?
E2 :	3.
Exp:	C'est quoi ces trois-là ?
E2 :	Ça c'est deux dizaines (il désigne les traits sur sa feuille) et ça, c'est des unités (il désigne les cercles).
Exp:	Ok, viens t'assoir. Alors, est-ce que tu crois que ça marche, si j'en ai 23 blancs et 23 verts, que j'en aie 26 au total ?
E2 :	Euh… oui ?
Exp:	Oui ? Vérifie sur la calculette (elle lui tend une calculette). Qu'est-ce que ça fait, 23 + 23 ?
E2 :	23 + 23 égal (il le fait sur la calculette).
E1 :	Ah, 48 !
Exp:	Ah, ça fonctionne pas en…
E2 :	Ah, mais à chaque fois c'est 3 + 3 égal à 6.

La dernière phrase prononcée par E2 dans cet extrait porte à croire qu'il tente de procéder par une stratégie de composition, en s'appuyant sur un fait additif connu, mais il n'est pas en mesure de contrôler cette stratégie qui implique de décomposer le 23 en 20 + 3, pour ensuite faire 20 + 3 + __ = 26. Ainsi, considérant qu'il faut faire 3 + 3 pour obtenir 6, il répète aussi le 2 à la position des dizaines et répond 23 au lieu de 3.

Après que les élèves aient invalidé leur réponse à l'aide de la calculette, l'expérimentatrice institutionnalise la stratégie de recherche du complément en utilisant ses doigts comme compteur.

Scénario 10

E3 accepte de se réengager dans le jeu pour le scénario 10 (M1 : ? ; M2 : 15 ; Mc : 27), puisqu'il souhaite pouvoir manipuler la calculette que l'expérimentatrice lui remet. Les difficultés relatives à la relation partie/partie/tout le conduisent à interpréter le problème comme si le tout était recherché et donc à faire une addition. Il fait 15 + 27 = sur la calculette et obtient 42. L'expérimentatrice écrit l'égalité lacunaire représentant le problème au tableau, soit __ + 15 = 27, en mentionnant qu'il convient ici de rechercher quoi plus 15 est égal à 27. Elle demande aux élèves si 42 + 15 = 27, et les élèves constatent que ce n'est pas le cas. Les élèves explorent pendant quelque temps leurs possibilités avec la calculette, et après plusieurs minutes de tentatives infructueuses, E1 dit « 12 ». Lorsque l'expérimentatrice lui demande comment il a trouvé 12, il dit avoir fait « 15 – 27 = 12 ».

L'expérimentatrice institutionnalise la relation entre l'addition (15 + __ = 27) et la soustraction (27 – 15 = ___). L'extrait suivant présente cette phase d'institutionnalisation. Il est possible de constater que E3 semble déstabilisé par la relation mise en évidence par l'expérimentatrice, comme c'était le cas au scénario 8.

Exp:	La calculette, elle ne peut pas faire 15 plus quoi égal 27. Alors pour trouver, tu dois faire ton total, 27 (elle montre le 27 écrit au tableau, puis elle écrit ce nombre sur une ligne sous le tableau) moins la partie que tu connais déjà,
E3 :	15.
Exp:	15 (elle écrit – 15 =), égal.
E3 :	(Il pointe l'écriture de l'expérimentatrice au tableau) toi tu fais pas bon. Toi tu fais pas bon. Le 15… le…
E2 :	(En le faisant sur la calculette) 27 – 15 = 12.
Exp:	Égal 12 !

L'analyse du jeu des devinettes permet de constater que les stratégies de E1 n'ont pas évoluées significativement par rapport à celles adoptées lors du jeu de la boite noire, en ce qui a trait à la mise en place d'une stratégie de comptage. Il semble tenter de coordonner mentalement les deux réseaux, sans jamais recourir à un compteur, même lorsque cela est très couteux en termes de mémoire de travail. Pour ce qui est des problèmes avec recherche d'une des mesures, il démontre une bonne compréhension de la relation partie/partie/tout, mais n'étant pas en mesure de mettre en place une stratégie de comptage efficace, il n'arrive pas à articuler le calcul numérique et le calcul relationnel.

Les conduites de E2 lors de ce jeu mènent au constat que cet élève a besoin de recourir au dénombrement pour résoudre les problèmes additifs. Si cette stratégie a été mise en échec par les scénarios présentés, E2 n'est pas en mesure de procéder par comptage pour résoudre des problèmes de type composition de mesures, à l'exception des scénarios où le nombre correspondant à l'une des mesures est 2. Cependant, il est en mesure de s'appuyer sur ses connaissances de la NPD lorsque les nombres le permettent, comme au scénario 8. Ses conduites en addition représentent un décalage par rapport à ses connaissances sur la relation partie/partie/tout et sur les égalités lacunaires. En effet, E2 est en mesure de représenter adéquatement un problème de recherche d'une des mesures par une égalité lacunaire. Il semble ainsi en mesure de considérer simultanément les parties et le tout.

E3 ne recourt pas, lui non plus, à un compteur pour contrôler l'avancement dans la suite, mais il semble en mesure de s'appuyer sur des faits additifs connus et une stratégie de composition pour résoudre les problèmes de recherche de la mesure composée. Bien qu'il ait eu recours à cette combinaison de stratégies lors du jeu des étoiles et du jeu de la boite noire, il est intéressant de constater que celle-ci semble mieux contrôlée dans le cadre du jeu des devinettes. Il est difficile de savoir si cette évolution est due à l'élargissement de son répertoire de faits additifs durant la séquence ou si E3 reconnait davantage la pertinence d'utiliser ses connaissances sur les faits additifs pour résoudre les problèmes qui lui sont présentés. Pour ce qui est de la relation d'inclusion hiérarchique partie/partie/tout, sa compréhension de cette relation semble en construction. S'il procède d'abord par réunion de collections, l'élève semble avoir une certaine appréhension de la nécessité de procéder par recherche du complément. Par exemple, au scénario 4 (11 + __ = 13), l'élève ne procède pas par simple réunion de collections, ce qui reviendrait à faire 11 + 13 = ___. Il identifie d'abord ce qui manque à 11 pour arriver à 13, soit 2, mais procède ensuite par réunion de collections en faisant 11 + 2 + 13=___. Cette appréhension de le relation partie/partie/tout, ainsi que de la relation de réversibilité entre les opérations d'addition et de soustraction, semble engendré un conflit cognitif important chez E3.

CHAPITRE V

INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

À la suite de l'analyse *a posteriori* des trois situations à caractère adidactique que nous avons expérimentées, il convient de se questionner au regard des conclusions que l'on peut tirer quant aux stratégies et connaissances engagées sur les structures additives par les élèves ayant un TSA, quant à la sensibilité au contrat didactique de ces élèves et quant aux particularités que représentent la dévolution des situations et l'institutionnalisation du savoir auprès d'élèves ayant un TSA.

5.1 Stratégies et connaissances engagées par les élèves

Les stratégies et connaissances engagées par les élèves étant indissociables des situations qu'ils rencontrent, nous posons d'abord un regard critique sur la séquence construite et expérimentée dans le cadre de cette étude. Cette analyse est utile pour interpréter les résultats liés au premier objectif spécifique de la recherche, soit *analyser les connaissances engagées par des élèves ayant un TSA lors de situations à caractère adidactique visant l'appropriation de stratégies de surcomptage et la compréhension de l'inclusion hiérarchique.*

5.1.1 Analyse critique de la séquence didactique

Lors de l'élaboration de la séquence didactique, nous avons choisi de présenter le jeu des étoiles à chacune des séances. Ce choix nous apparaissait judicieux pour assurer une continuité dans les séances et pour permettre aux élèves de s'approprier le jeu. Nous avions aussi choisi de commencer la séquence par la présentation de ce jeu, car son contexte nous semblait favorable à un travail sur les stratégies de comptage, considérant que dans le jeu des étoiles, les élèves n'ont pas à coordonner les deux réseaux (suite numérique et déplacement dans la suite), puisqu'ils peuvent les traiter l'un après l'autre. Cependant, à la suite de l'analyse des conduites des élèves, nous constatons que ce choix n'était pas optimal. La progression rapide du jeu des étoiles et le fait que cette situation implique des enjeux conceptuels et mathématiques plus importants que ceux des deux autres jeux nous amènent à remettre en question cette décision prise *a priori*.

L'analyse de la séquence didactique permet de constater que les situations semblent difficiles pour les élèves. Il aurait sans doute été pertinent de faire un court entretien avec chacun d'eux avant l'expérimentation. Cela aurait permis de dresser un portrait de leurs connaissances mathématiques et, par conséquent, d'anticiper avec plus de justesse les stratégies susceptibles d'être mobilisées et de prévoir une progression de la valeur des variables didactiques mieux adaptée à leurs connaissances.

De plus, l'ordre de présentation des situations ne nous semble pas, *a posteriori*, optimal. En effet, le jeu de la boite noire, qui permet l'élaboration de stratégies de comptage, aurait dû être présenté en premier. Comme le jeu des étoiles vise à favoriser et consolider les stratégies de surcomptage, il aurait pu être introduit un peu plus tard et, dans une version plus simple, plus appropriée au profil de connaissances des élèves. Il aurait sans doute été préférable de présenter davantage de scénarios avec un seul dé (plutôt que des cartons/nombres). Nous aurions pu travailler d'abord avec un dé modifié de 1 à 3 et ensuite de 1 à 6. Faire quelques scénarios avec dés avant de présenter un scénario portant sur un travail strictement numérique, sur la feuille de route (avec des déplacements inférieurs à 4), aurait été un choix judicieux. Un ou deux scénarios avec des déplacements arrière avec un dé modifié (nombres de 1 à 3) auraient pu compléter la situation. Dans notre séquence, et selon les connaissances des élèves, la valeur du déplacement, avant et arrière, ne semble pas avoir fourni des conditions didactiques favorisant l'apprentissage.

5.1.2 Interprétation des résultats

Les analyses *a posteriori* montrent que la séquence didactique a mis en échec la stratégie de dénombrement, mais que les élèves ont cependant du mal à mettre en place et à contrôler des stratégies de comptage. De plus, il est possible de constater que E1 et E2 ont beaucoup de difficulté à tenir compte de la rétroaction du milieu pour ajuster leurs conduites. Ils maintiennent l'utilisation de stratégies non appropriées aux nombres en jeu ou très couteuses en termes de mémoire de travail, et ce malgré les rétroactions du milieu et les phases d'institutionnalisation. Bien que le fait de maintenir des stratégies élémentaires soit fréquent chez les élèves en difficulté qui n'ont pas un TSA, il nous semble que la difficulté à adapter leurs conduites en fonction des nombres en jeu pourrait être accentuée par les « faiblesses » de certains élèves ayant un TSA sur le plan de la flexibilité cognitive.

Pour sa part, E3, bien que souvent distrait, semble davantage en mesure de tenir compte des rétroactions du milieu lors du jeu de la boite noire et du jeu des devinettes. Son taux de réussite aux problèmes qui lui sont proposés s'améliore considérablement entre le jeu de la boite noire et le jeu des devinettes. Pour le jeu de la boite noire, il réussit à trouver l'état final 3 fois sur 9 (33 %), alors que pour le jeu des devinettes, il réussit à trouver la mesure composée 6 fois sur 6 (100 %). La stratégie mise en place par E3 pour y arriver est de s'appuyer sur des faits additifs connus et sur une stratégie de composition. Il ne recourt cependant jamais à une stratégie de comptage apparente. De plus, cet élève semble avoir des difficultés à traiter simultanément le tout et une des parties ainsi que des difficultés à mettre en place une stratégie de recherche du complément de façon efficiente. Il est ainsi davantage en mesure de mettre en place des stratégies de façon efficace lorsqu'il convient de rechercher l'état final que la transformation dans des problèmes de transformation d'état et lorsqu'il convient de rechercher la mesure composée qu'une des mesures lors de problèmes de composition de mesures. Il est à noter que les conduites de E3 en lien avec le traitement de la relation partie/partie/tout correspondent à ce qui est attendu chez les élèves de son âge (7 ans).

En effet, Kamii (1990) souligne que c'est vers 7-8 ans « que la pensée de la plupart des enfants devient suffisamment mobile pour être réversible » (p.36). C'est cette réversibilité qui permet à l'élève de couper le tout en deux parties, mais en considérant aussi les deux parties comme faisant partie du tout. La séquence a toutefois permis un travail riche sur la construction de la compréhension de la relation partie/partie/tout. Les conflits cognitifs suscités chez lui par les différents scénarios où cette relation est mise en jeu représentent une étape importante dans la construction de cette connaissance.

Quant à E1 et E2, ils ne possèdent pas suffisamment de connaissances sur la suite numérique et sur les structures additives pour atteindre le niveau de maitrise montré par E3 lors du jeu des devinettes. Ils semblent s'accrocher à des conduites erronées, même si elles ont été mises en échec à plusieurs reprises. E1 recourt principalement à deux stratégies, soit s'appuyer sur ses connaissances de la numération de position, en faisant un passage à la décade, ou tenter de contrôler mentalement la coordination des deux réseaux (suite et avancement dans la suite), même lorsque les nombres en jeu rendent ce travail très ardu, voire impossible. Il ne tente à aucun moment de recourir à un compteur pour contrôler l'avancement dans la suite. Il est possible que son trouble d'acquisition de la coordination agisse comme entrave pour le contrôle d'un compteur, la coordination étant nécessaire pour contrôler tant les doigts que le dessin.

Pour sa part, E2 semble en mesure de recourir à ses doigts pour mettre en place une stratégie de dénombrement quand la somme est inférieure à 10, mais il met rarement en place une stratégie de comptage efficace. Il semble en mesure de compter en ordre croissant à partir d'un nombre autre que 1 pour faire une addition lorsque l'ajout est de 3 ou moins, mais il ne recourt pas au comptage lorsque le nombre représentant le déplacement est plus grand. Il semble que ses connaissances sur la suite numérique se situent au passage entre la suite non sécable et la suite sécable du modèle de Fuson (1991). En effet, la suite et le comptage ne semblent pas encore fusionnés. Même si E2 ne recourt pas à des stratégies de comptage efficace pour résoudre les problèmes, la séquence a suscité chez lui des réflexions. Au fil des séances, il tente de trouver des stratégies adaptées aux nombres en jeu. De plus, la séquence lui permet de mettre en relation des connaissances nouvelles et anciennes. Son appui sur les écritures mathématiques modélisant les problèmes, ses tentatives de s'appuyer sur des faits additifs connus ou sur ses connaissances sur la numération, sont des exemples de cette activité mathématique riche.

E2, comme E1, semblent avoir une relativement bonne compréhension de la relation partie/partie/tout. Bien que leur difficulté à mettre en place des stratégies de comptage les empêche de résoudre les problèmes proposés, la mise en relation des éléments du problème est généralement adéquate.

À la suite de l'analyse des conduites des élèves lors des trois situations, il ressort que sur le plan mathématique, les stratégies et connaissances des élèves ayant un TSA ne sont pas, ou sinon très peu, différentes de celles d'élèves non TSA. En effet, les difficultés et les erreurs mathématiques rencontrées par les élèves lors de l'expérimentation sont pour la plupart bien connues en didactique des mathématiques :

- Difficulté avec le rappel de la suite en ordre décroissant ;
- Difficulté à tenir compte de la valeur des chiffres dans le nombre, conduisant par exemple à croire que 7 + 6 = 76 ;
- Erreur consistant à compter le premier terme lors d'une addition ou d'une soustraction ;
- Difficulté dans la relation partie/partie/tout, conduisant par exemple à rechercher le tout plutôt que la partie lors d'un problème de composition de mesures avec recherche d'une mesure ;
- Erreur dans le transcodage digital/numéral de nombres appartenant aux particuliers de la seconde décade (ex. : dire « trente » au moment de lire 13) ;
- Erreur de dénombrement (sauter une case lors du déplacement du pion dans le jeu des étoiles, ou erreur de dénombrement lors de la validation dans les autres jeux) ;
- Difficulté à coordonner les deux réseaux.

Ces résultats nous conduisent à considérer que les difficultés et les erreurs mathématiques des élèves ayant un TSA ne sont pas différentes de celles rencontrées chez les élèves n'ayant pas un TSA. Elles ne sont donc pas spécifiques de cette population d'élèves. Une seule erreur, à notre connaissance moins connue, est commise de façon relativement fréquente lors de l'expérimentation (en particulier par E1). Elle consiste à compter à partir du début de la décade : par exemple, 32 + 7, répondre 37. Cette erreur pourrait s'expliquer par la difficulté à maintenir le chiffre à la position des dizaines (en l'occurrence 3) tout en additionnant les chiffres à la position des unités des deux termes de l'addition. Ainsi, l'élève maintient le 3 de 32 et ajoute les 7 unités, obtenant ainsi 37, en omettant d'ajouter les 2 unités de 32 à 7. Il est difficile d'établir un lien entre cette erreur et les caractéristiques des élèves ayant un TSA. Cette conduite pourrait donc, selon nous, tout aussi bien être adoptée par des élèves n'ayant pas de TSA.

Ce que nous observons chez les élèves participant à l'étude est une persistance des conduites erronées. Notons que cette persistance ne semble pas, elle non plus, spécifique aux élèves ayant un TSA. En effet, selon Perrin-Glorian (1997), les difficultés rencontrées par les élèves faibles seraient plus résistantes et réapparaitraient indéfiniment. Or, si cette persistance n'est pas spécifique des élèves TSA, elle pourrait néanmoins être accentuée par certaines caractéristiques de ces élèves. Le biais favorable à l'attention aux détails, au détriment de la perception du sens d'une situation dans sa globalité, ainsi que les « faiblesses » sur le plan de la flexibilité cognitive, de la mémoire de travail, de la planification et de l'attention sont des éléments qui pourraient contribuer à maintenir dans le temps des stratégies élémentaires et des conduites erronées.

5.2 Dévolution et institutionnalisation

Les processus de dévolution et d'institutionnalisation ont représenté un certain défi au cours de la séquence d'enseignement. Comme nous le verrons ci-après, les difficultés rencontrées ne s'expliquent pas uniquement par les caractéristiques des élèves ayant un TSA.

Les connaissances sur les structures additives des trois élèves participant à la recherche étaient moins avancées que nous l'avions anticipé, ce qui a affecté considérablement les processus de dévolution et d'institutionnalisation. La dévolution lors du jeu des étoiles est particulièrement ardue puisque les connaissances des élèves ne leur permettent pas de constater par eux-mêmes leurs erreurs au moment de remplir les feuilles de route. En effet, le peu de connaissances des élèves sur la suite numérique et sur les opérations ne leur permet pas de constater les erreurs commises lors du déplacement sur la planche de jeu. Pour assurer le bon déroulement du jeu, l'expérimentatrice est donc souvent contrainte de prendre à sa charge une partie importante du travail des élèves, en soulignant les erreurs commises et en soutenant les élèves dans l'ajustement de leurs conduites.

La rétroaction offerte par le milieu semble ainsi un élément important à considérer dans le choix des situations présentées. L'analyse du jeu des étoiles montre que le fait que ce jeu n'offre pas véritablement de rétroactions (ou sinon, une rétroaction que les connaissances des élèves ne leur permettent pas d'interpréter) rend nécessaire l'intervention fréquente de l'expérimentatrice. Cette caractéristique du jeu, jumelé à la persistance des conduites erronées des élèves et à leurs particularités sur le plan de la sensibilité au contrat didactique (cet aspect est discuté dans la prochaine section), contraint l'expérimentatrice de compenser la faiblesse du milieu par un pilotage serré de la situation. La dévolution du jeu de la boite noire et du jeu des devinettes est généralement plus aisée que celui du jeu des étoiles. La rétroaction offerte par ces jeux contribue fortement à en faciliter la dévolution, en minimisant les malentendus entre les élèves et l'expérimentatrice.

Il n'en demeure pas moins que les stratégies des élèves, dans les trois jeux, n'évoluent pas comme prévu. Par conséquent, il y a parfois un certain décalage entre les connaissances engagées par les élèves au cours des jeux et le savoir institutionnalisé par l'expérimentatrice. L'objectif principal de la séquence étant de favoriser le recours à des stratégies de comptage, les phases d'institutionnalisation locales portent généralement sur cet aspect. Or, comme les élèves peinent à mettre en place une stratégie de comptage par eux-mêmes, le contenu de l'institutionnalisation est éloigné des connaissances mobilisées par les élèves et leur est donc difficilement accessible. Cela pourrait expliquer le faible investissement des élèves lors de certaines phases d'institutionnalisation, en particulier dans le jeu des étoiles. Malgré le fait que le recours aux doigts comme compteur est institutionnalisé à plusieurs reprises au cours des trois jeux, les élèves ne recourent pas, ou sinon très peu, à cette stratégie pour résoudre les problèmes qui leur sont présentés.

Les phases d'institutionnalisations locales, jumelées à la phase de validation, semblent cependant favorables à l'investissement et à l'apprentissage des élèves. En ce sens, il semble pertinent de proposer aux élèves un milieu qui offre une rétroaction aux élèves, comme c'est le cas du jeu de la boite noire et du jeu des devinettes. Cette observation est en adéquation avec les résultats de Houle (2016) qui mentionne que « la validation du milieu constitue un moment privilégié pour procéder à des institutionnalisations locales » (p.8). De plus, un aller-retour relativement rapide entre les phases d'action et d'institutionnalisation apparait favorable à la liaison entre la dévolution et l'institutionnalisation, tel que relevé par Giroux (2013) et Houle (2016). En effet, les phases d'institutionnalisation réalisées uniquement en fin de partie, comme lors du premier scénario du jeu des étoiles, apparaissent moins favorables à l'apprentissage que des va-et-vient rapides entre des phases d'action et des moments jumelant rétroaction et institutionnalisation. Ainsi, les phases d'institutionnalisation locales et les rétroactions rapides semblent favorables à l'apprentissage autant pour les élèves ayant un TSA que pour les élèves n'ayant pas de TSA (Giroux, 2013 ; Houle, 2016).

Les résultats de notre recherche montrent par ailleurs que les élèves sont généralement engagés dans le jeu, mais qu'ils n'acceptent pas toujours pleinement la responsabilité, tant de l'anticipation que de la validation. À ce propos, cette citation d'Assude e*t al.* (2014) nous apparait intéressante.

> C'est [...] le rapport aux règles définitoires du jeu et aux techniques engagées qui permet à l'élève de prendre la responsabilité, non seulement de donner une réponse, mais surtout de donner une réponse raisonnée (réponse fondée sur des techniques ou embryons de techniques) et non pas une réponse aléatoire. Nous faisons ici une distinction entre dévolution, engagement et responsabilité. L'élève peut être engagé dans le jeu sans qu'il n'y ait dévolution au sens qu'il ne prend pas la responsabilité d'une réponse raisonnée. Il y a dévolution du jeu lorsque l'engagement de l'élève dans le jeu est associé à la responsabilité de donner une réponse raisonnée (même si cette réponse n'est pas forcément la réponse attendue). (p.14)

Durant les trois situations, les élèves sont effectivement engagés, mais ils ne cherchent pas nécessairement à fournir une réponse raisonnée. Tout comme dans le cas de Gaël (Brousseau, 2009), E1 et E2 semblent particulièrement enclins à croire qu'ils doivent deviner la réponse, et ne semblent ainsi pas percevoir qu'ils peuvent avoir du contrôle sur le jeu. Les analyses *a posteriori* des situations montrent la primauté des rôles de joueur et d'actant, au détriment des rôles d'apprenant et d'élève (Brousseau, 2002). En effet, les trois élèves participant à cette étude sont généralement engagés dans la mesure où ils recherchent le plaisir qu'apportent les jeux et souhaitent ardemment gagner. Cependant, ils semblent peu chercher à modifier leur répertoire d'action en se questionnant sur les savoirs mathématiques visés par les jeux proposés par l'expérimentatrice. Notre recherche soulève ainsi une question : est-ce que les élèves ayant un TSA adoptent davantage que les autres élèves les rôles de joueur/actant au détriment de ceux d'apprenant/élève ? Et si tel est le cas, cela est-il dû à leurs caractéristiques cognitives, affectives et comportementales et/ou au contexte d'enseignement dans lequel ils évoluent ?

Par ailleurs, l'analyse des interactions didactiques au cours de la séquence permet de constater que les difficultés sur le plan de la communication, qui caractérisent le TSA, ont un impact sur le processus de dévolution. Rappelons par exemple la difficulté de E3 à saisir les attentes de l'expérimentatrice lorsqu'elle demande aux élèves, après avoir expliqué les consignes du jeu des étoiles, s'ils ont des questions (p.99). Les difficultés au niveau de la communication peuvent créer des confusions dans les échanges et ralentir le temps didactique. De plus, les difficultés sur le plan du langage et de la communication compliquent à la fois le travail de l'expérimentatrice, qui peine parfois à comprendre le raisonnement des élèves et à intervenir en conséquence, et le travail des élèves qui peinent à exprimer leurs difficultés, leurs mécontentements, leurs questionnements, etc. Soulignons néanmoins que malgré ces difficultés, les élèves à plusieurs reprises au cours des trois situations, cherchent à interagir entre eux à propos des stratégies et des connaissances engagées.

Les élèves sont rarement confrontés aux défis du travail d'équipe dans l'enseignement offert, qui est généralement organisé de façon individuelle. Cette citation d'Assude *et al.* (2014) résume tout à fait les enjeux liés à la dévolution du travail en équipe.

> Il y a une double dévolution de la responsabilité du jeu aux élèves, celle qui concerne le jeu même avec ses règles définitoires (qu'ils sont censés déjà connaitre), et celle qui concerne la forme de l'étude – le travail en groupe – et notamment l'une des contraintes qui est celle de donner une réponse commune (p. 17).

L'analyse *a posteriori* des trois jeux permet de constater que malgré les défis posés par l'enjeu de cette double dévolution, il est possible de favoriser les interactions entre élèves. Cet aspect apparait important à considérer, car malgré le fait que la dévolution de situations à caractère adidactique représente un défi particulier pour les élèves ayant un TSA, en raison de leurs particularités sur le plan de la communication et des interactions sociales, elle représente aussi une opportunité très intéressante de favoriser à la fois la construction des connaissances mathématiques et les habiletés sociales. Cette observation est en adéquation avec les conclusions de Dutillieux (2008) qui tendent à montrer que le cadre didactique est propice à l'affrontement des difficultés spécifiques aux élèves ayant un TED, au cout de certains aménagements.

Les caractéristiques des élèves ayant un TSA semblent aussi représenter un défi pour la dévolution lorsque les règles du jeu apparaissent atypiques aux yeux des élèves, en raison de leur intolérance au changement. En ce sens, l'analyse *a posteriori* de la séquence montre que le processus de dévolution du jeu des étoiles est particulièrement ardu. La réticence des élèves 1 et 3 à accepter les caractéristiques atypiques de ce jeu, par rapport aux jeux de planche classiques, est un obstacle important à la dévolution. En effet, beaucoup des interactions entre l'expérimentatrice et les élèves portent sur cette difficulté spécifique. Cette centration sur les caractéristiques du jeu éloigne les élèves et l'expérimentatrice des enjeux mathématiques visés par cette situation.

5.3 Sensibilité au contrat didactique

Lors de l'élaboration des objectifs spécifiques de cette recherche, nous avions émis l'hypothèse que la capacité à percevoir les attentes implicites de l'enseignant pourrait poser un défi particulier chez les élèves ayant un TSA, en raison de leurs difficultés à inférer les états mentaux chez autrui. Les analyses *a posteriori* montrent effectivement que les élèves participant à cette recherche ne semblent pas chercher le savoir mathématique visé par les jeux, ce qui suggère qu'ils sont peu sensibles aux attentes implicites de l'expérimentatrice. Leur attention semble davantage portée sur l'objectif de gagner au jeu que sur l'intention de l'expérimentatrice quant à la construction des connaissances mathématiques. Comme soulevé précédemment, les élèves, dans le cadre de cette recherche, adoptent davantage une posture de joueur et d'actant qu'une posture d'apprenant et d'élèves. Cela pourrait être expliqué, en partie, par des caractéristiques propres au TSA. Cependant, il nous semble important de prendre également en compte l'expérience scolaire de ces élèves. Bien qu'il n'existe pas, à notre connaissance, d'études portant sur la spécificité des interactions didactique dans les classes spéciales composées d'élèves ayant un TSA, selon notre expérience, la place des contenus disciplinaires est moins importante dans ces classes que dans les classes « ordinaires », ce qui pourrait expliquer que ces élèves soient peu sensibles à l'intention didactique que poursuit l'enseignante. Cela dit, certaines conduites adoptées par les élèves témoignent néanmoins d'une sensibilité vis-à-vis les attentes de l'expérimentatrice.

Malgré cette observation générale, il est possible de constater que les trois élèves présentent des différences individuelles quant à la sensibilité au contrat didactique, comme ce serait le cas avec un groupe d'élèves n'ayant pas de TSA. E1 semble davantage chercher à répondre aux attentes de l'expérimentatrice que E3, qui est plutôt centré sur le jeu et sur les stratégies à mettre en place pour gagner. Dans le jeu des étoiles, cet élève transgresse régulièrement les règles du jeu dans le but d'obtenir un gain, et ce malgré les interventions de l'expérimentatrice. Notons de plus que E3 et E2 ne semblent pas reconnaitre d'emblée ce que dit l'expérimentatrice comme vrai. En effet, ces deux élèves, en particulier E3, remettent en question à plus d'une reprise les interventions de l'expérimentatrice au cours des jeux. Par exemple, lors du scénario 10 du jeu des devinettes, E3 dit, en pointant l'écriture mathématique institutionnalisée par l'expérimentatrice : « Toi tu fais pas bon. Toi tu fais pas bon ». Pour ce qui est de E2, même s'il remet parfois en question les interventions de l'expérimentatrice, il montre aussi par moment qu'il est, dans une certaine mesure, sensible au contrat didactique. Par exemple, lors du scénario 5 du jeu des étoiles, il tente d'utiliser ses doigts comme compteur après que l'expérimentatrice ait institutionnalisé cette stratégie.

La persistance de certaines conduites, telles que refuser de reculer sur la planche de jeu des étoiles, pourrait par ailleurs être accentuée par une faible sensibilité au contrat didactique. Les élèves semblent avoir la certitude que pour gagner au jeu, il faut « gagner la course », comme le soulève E3, et donc qu'il faut avancer. Malgré les nombreuses interventions de l'expérimentatrice qui suggère explicitement aux élèves qu'il peut être pertinent de reculer pour avoir plus de points, deux séances sont nécessaires avant que les élèves 1 et 3 acceptent de faire des déplacements de reculons. Ainsi, les élèves ne mettent pas en application aveuglément les propositions de l'expérimentatrice. Ces deux élèves finissent néanmoins par accepter les règles atypiques du jeu à la suite de plusieurs interventions de l'expérimentatrice et d'une certaine expérience avec le jeu. Rappelons que dans le cas de E3, le recours au scénario de Spider-man contribue grandement à résoudre l'impasse. Dans cette intervention, le scénario agit en tant que médiateur entre l'expérimentatrice et l'élève. Le caractère de légitimité n'est alors pas accordé directement au discours de l'expérimentatrice, mais bien au scénario présenté. Pour sa part, E1 semble plus sensible aux interventions de l'expérimentatrice et accepte de faire un déplacement à reculons au cinquième coup du scénario 1 à la suite de la proposition de l'expérimentatrice, et ce, même si cette stratégie va à l'encontre de la conception qu'il se fait du jeu.

En somme, nos résultats suggèrent que les stratégies et les connaissances sur les structures additives engagées par les élèves ayant un TSA ne sont pas qualitativement différentes de celles des élèves non TSA. Il est cependant possible que ces élèves soient moins sensibles au contrat didactique que les autres élèves en raison de leurs difficultés à inférer les états mentaux chez autrui. Cela expliquerait, en partie, leur tendance à porter les « chapeaux » de joueur et d'actant plutôt que ceux d'apprenant et d'élève. En effet, ne cherchant pas l'intention didactique poursuivie par l'enseignant, les élèves prennent plaisir à jouer, sans rechercher les savoirs mathématiques impliqués. Les élèves agissent ainsi uniquement en fonction des contraintes du jeu. Bien que les situations adidactiques visent effectivement à ce que les élèves répondent aux exigences des situations/jeux et non à celles de l'enseignant, il n'en demeure pas moins que, comme le soulève Hersant (2014), la relation contrat/milieu s'avère souvent utile pour préserver l'activité mathématique des élèves. Le fait de rechercher l'intention didactique au moment des phases d'actions pourrait même favoriser la rencontre avec le savoir institutionnalisé. Trop souvent, les élèves retiennent tel quel ce qui est institutionnalisé, sans l'attacher à ce qu'ils ont fait lors de la situation adidactique (Perrin-Glorian, 1993). Une certaine sensibilité au contrat didactique apparait ainsi favorable à l'apprentissage.

CHAPITRE VI

CONCLUSION

Dans ce dernier chapitre, nous présentons les apports de cette recherche, tant d'un point de vue didactique que social, ainsi que ses limites méthodologiques. La conclusion ouvre finalement sur quelques perspectives de recherche qui permettraient de prolonger la réflexion amorcée dans le cadre de ce projet.

6.1 Apports de la recherche

Le contexte de l'enseignement des mathématiques aux élèves ayant un TSA au Québec présente des défis particuliers aux enseignant·es œuvrant auprès de ces élèves. Le ministère de l'Éducation et de l'enseignement supérieur (MEES), par le biais de la politique de l'adaptation scolaire (ministère de l'Éducation, 2000), leur demande d'adapter leur enseignement aux spécificités des élèves sans toutefois apporter de précisions quant à la manière de réaliser cette adaptation. Or, peu d'études portant sur l'enseignement des contenus disciplinaires aux élèves ayant un TSA sont disponibles à ce jour pour les soutenir dans leur travail. Partant de l'hypothèse avancée par Dutillieux (2008) qu'il serait possible de dépasser les difficultés spécifiques aux élèves ayant un TSA, notamment sur le plan des habiletés sociales, de la communication et de l'autonomie, par le biais d'une activité mathématique riche, nous avons choisi comme objectif **d'étudier le potentiel et les limites de situations basées sur la théorie des**

situations didactiques pour l'enseignement/apprentissage auprès d'élèves ayant un TSA.

Ainsi, ce mémoire est en quelque sorte en rupture avec la tendance actuelle dans la mesure où il s'intéresse à l'enseignement des mathématiques auprès d'élèves ayant un TSA en adoptant une perspective essentiellement didactique. La prédominance du courant cognitiviste dans le domaine de l'enseignement a mené à l'émergence ou à la résurgence dans les dernières années de différentes méthodes d'enseignement, dont l'enseignement explicite. Si cette méthode d'enseignement peut mener à des réussites locales, dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, elle comporte aussi un certain nombre de limites. Cette méthode d'enseignement rend difficile l'accès au sens, en favorisant l'enseignement de l'aspect algorithmique des mathématiques, au détriment de la compréhension des relations entre les différents savoirs mathématiques, qui constitue, selon l'étude de Dutillieux (2008), le point faible des élèves ayant un TSA. De plus, une de ses limites importantes est de ne pas considérer la spécificité des savoirs en jeu pour réfléchir à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques.

Notre étude montre la pertinence d'adopter une approche didactique qui permet de prendre en compte la nature des savoirs dans l'enseignement des mathématiques auprès des élèves ayant un TSA. En effet, considérant que les difficultés mathématiques rencontrées par les élèves ayant un TSA lors de l'expérimentation sont les mêmes que celles rencontrées par les autres élèves, il semble que les caractéristiques des élèves ayant un TSA ne modifient pas significativement leur façon de faire des mathématiques. En ce sens, il apparait important de choisir judicieusement les situations présentées aux élèves de manière à ce qu'elles soient en adéquation avec le savoir mathématique visé. Cette question est trop souvent négligée à l'heure actuelle en raison de la prégnance des sciences cognitives dans la noosphère scolaire, en particulier dans le champ de l'adaptation scolaire.

Bien que notre étude s'inscrive dans une perspective didactique, elle inclut la dimension cognitive en la considérant comme une spécificité de l'interaction didactique. Comme le soulève Giroux (2013), la didactique des mathématiques a davantage investi les questions touchant les pôles « épistémologique » et « didactique » de la diffusion et de l'appropriation des mathématiques, en délaissant le pôle « cognitif ». Notre recherche, en plus de tenir compte des dimensions épistémologique et didactique, prend en compte les spécificités des élèves ayant un TSA. Elle montre d'ailleurs la pertinence de tenir compte des caractéristiques cognitives de ces élèves pour choisir des situations qui favorisent leurs apprentissages. Par exemple, le fait de proposer un jeu dont les règles entrent en rupture avec les règles habituelles d'autres jeux engendre des difficultés importantes au niveau de l'appropriation du jeu chez les élèves ayant un TSA, ce qui ne représente pourtant pas un enjeu majeur pour les autres élèves. Il apparait ainsi pertinent de s'intéresser aux caractéristiques extramathématiques des situations proposées (le contexte, les consignes...) pour éviter qu'elles détournent les élèves et l'enseignant de l'enjeu mathématique.

Pour ce qui est du potentiel et des limites des situations basées sur la TSD pour l'enseignement auprès d'élèves ayant un TSA, notre étude montre que les situations à caractère adidactique favorisent les interactions entre les élèves à propos du savoir. Ces interactions apparaissent importantes, tant du point de vue mathématique que social. En effet, les travaux de Kamii (1990) montrent que l'interaction sociale et la confrontation des idées sont fondamentales pour le développement de la pensée logicomathématique des élèves. D'un point de vue social, il semble possible de dépasser le cadre mathématique pour favoriser le développement des habiletés sociales, de la communication et de la gestion des émotions chez des élèves pour qui ces aspects représentent un défi majeur.

Cependant, les résultats suggèrent aussi que la faible sensibilité au contrat didactique amène les élèves ayant un TSA à prendre le rôle de joueur et/ou d'actant, mais à se placer peu en position d'élève, ce qui rend difficile la liaison entre les processus de dévolution et d'institutionnalisation. De plus, tout comme dans le cas de Gaël (Brousseau, 2009a), les élèves participant à notre étude s'engagent dans les jeux sans nécessairement prendre le rôle d'apprenant, c'est-à-dire sans entrer dans la position de constructeur de la connaissance. La difficulté à adopter cette posture peut s'expliquer, entre autres, par l'enseignement reçu et le rapport aux mathématiques qui en découle. Roiné (2015) montre que les dispositifs d'aide mis en place dans l'enseignement dans le but de suppléer à une « cognition déficiente » chez les élèves en difficulté ont « pour conséquence pour les élèves de modifier leur recherche ou de la dénaturer, voire de la suspendre » (p.11). Le chercheur souligne que de ce fait, « les possibilités de décision, de justification et d'identification de la connaissance sont compromises pour les élèves » (p.12). L'enseignement offert aux élèves TSA à l'heure actuelle découlant du même cadre mentaliste qui prédomine dans les classes d'élèves en difficulté d'apprentissage, il est possible que l'enseignement qui leur est offert contribue au même appauvrissement de la démarche de réflexion et de recherche d'une solution chez ces élèves.

Finalement, il convient de rappeler que la TSD a une double fonction, dans la mesure où elle offre des balises pour construire des situations, mais elle offre aussi des repères pour analyser les interactions élèves/enseignant/savoir. À cet égard, cette théorie est très utile pour analyser les conduites mathématiques des élèves ayant un TSA. Elle permet effectivement de ne pas se centrer uniquement sur les caractéristiques de ces élèves, mais plutôt d'adopter un regard systémique qui prend en compte les interactions entre le savoir mathématique en jeu, l'enseignant et les élèves TSA.

6.2 Limites méthodologiques

Afin de répondre aux objectifs de cette recherche, nous avons dû effectuer certains choix sur le plan méthodologique. Malgré un souci d'assurer la rigueur méthodologique de cette étude exploratoire, certaines limites peuvent être énoncées.

La plus importante de ces limites est la petitesse de son échantillon. En effet, l'expérimentation a été réalisée auprès de trois élèves seulement, ce qui rend toute tentative de généralisation impossible. De plus, ce petit nombre de participants ne permet pas de tenir compte de l'étendue du spectre de l'autisme.

Une autre difficulté rencontrée sur le plan méthodologique est l'impossibilité d'identifier avec certitude les connaissances engagées par les élèves. L'analyse des conduites des élèves ne permet dans aucun cas d'identifier avec certitude les connaissances qu'elles sous-tendent. Cette difficulté est accentuée lors d'un travail auprès d'élèves ayant un TSA en raison de leur déficit au niveau de la communication. Ainsi, à plus d'une reprise, les élèves ont fourni des réponses sans qu'il nous soit possible d'identifier la stratégie mise en œuvre. De plus, la transmission des verbatims a représenté un défi important en raison des difficultés langagières des élèves. Plusieurs extraits ont d'ailleurs été perdus parce qu'ils n'étaient pas compréhensibles.

6.3 Perspectives de recherche

Rares sont les recherches en didactique des mathématiques qui ont été conduites auprès d'élèves ayant un TSA. Par conséquent, les enseignant·es œuvrant auprès de ce public d'élèves ont peu de repères didactiques pour fonder leur enseignement. Il y a ainsi actuellement beaucoup plus de questions que de réponses au regard de l'enseignement/apprentissage des mathématiques auprès d'élèves ayant un TSA.

Les résultats de cette recherche permettent de préciser certaines questions qui pourraient être traitées dans des recherches ultérieures. D'abord, notre étude suggère que les élèves ayant un TSA rencontrent les mêmes difficultés/erreurs sur les structures additives que les autres élèves, mais le résultat serait-il le même auprès d'autres élèves TSA ? Et serait-il le même pour d'autres contenus mathématiques ? Aussi, les résultats de cette recherche suggèrent que les élèves ayant un TSA sont peu sensibles au contrat didactique. Or, cette hypothèse mériterait d'être vérifiée à partir d'un plus grand échantillon et de situations variées.

Par rapport aux défis posés par la dévolution des situations aux élèves, il serait pertinent d'étudier les conditions favorisant une véritable prise en charge du problème par les élèves ayant un TSA. Nous croyons, comme Brousseau (2009) qu'il convient « d'agir au niveau des situations d'apprentissage, d'en manipuler les caractéristiques pour obtenir les changements d'attitudes souhaités » (p.9). Or, engendré un changement d'attitude chez les élèves requiert du temps. Des études de plus grandes envergures, avec un plus grand nombre de séances, seraient nécessaires pour observer s'il est possible d'amener les élèves à accepter pleinement la responsabilité du problème qui leur est présenté. En ce sens, nous croyons qu'un travail de recherche en partenariat avec des enseignant·es serait une avenue intéressante à explorer.

Il nous apparait aussi intéressant de s'intéresser à l'enseignement des mathématiques dans une perspective didactique auprès des élèves TSA minimalement verbaux. Cette population d'élèves, qui représenterait environ 30 % (Tager-Flusberg et Kasari, 2013) des élèves TSA lors de l'entrée à l'école, a été peu étudiée.

Enfin, comme les élèves ayant un TSA ont des caractéristiques qui leur sont propres, la tentation d'adopter une perspective cognitive est grande, ce qui peut cependant conduire à négliger, d'une part, la prise en compte des caractéristiques du savoir mathématique en jeu dans l'interprétation des difficultés rencontrées par les élèves et, d'autre part, à choisir des situations sans considérer si celles-ci sont en adéquation avec le savoir visé par l'enseignement. Nous avons la conviction que ces aspects sont fondamentaux pour penser l'enseignement et favoriser l'apprentissage des mathématiques, et ce, que les élèves aient ou non un TSA. Nous espérons donc vivement que d'autres recherches s'inscrivant dans une perspective didactique soient menées auprès d'élèves ayant un TSA et que les résultats soient largement diffusés dans les milieux scolaires afin d'outiller le mieux possible les enseignant·es qui œuvrent auprès de cette population d'élèves, dont la prévalence est en constante augmentation.

ANNEXE A

Tableau 2. Niveaux de sévérité du trouble du spectre de l'autisme

Niveau de sévérité	Communication sociale	Comportements restreints, répétitifs
Niveau 3 « Nécessitant une aide très importante »	Déficits graves des compétences de communication verbale et non verbale responsables d'un retentissement sévère sur le fonctionnement ; limitation très sévère de la capacité d'initier des relations, et réponse minime aux initiatives sociales émanant d'autrui. Par exemple, un sujet n'utilisant que quelques mots intelligibles et qui initie rarement ou de façon inhabituelle les interactions, surtout pour répondre à des besoins, et qui ne répond qu'à des approches sociales très directes.	Comportement inflexible, difficulté extrême à faire face au changement, ou autres comportements restreints ou répétitifs interférant de façon marquée avec le fonctionnement dans l'ensemble des domaines. Détresse importante/difficulté à faire varier l'objet de l'attention ou de l'action.
Niveau 2 « Nécessitant une aide importante »	Déficits marqués des compétences de communication verbale et non verbale ; retentissement social apparent en dépit des aides apportées ; capacité limitée à initier des relations et réponse réduite ou anormale aux initiatives sociales émanant d'autrui. Par exemple, un sujet utilisant des phrases simples, dont les interactions sont limitées à des intérêts spécifiques et restreints et qui a une communication non verbale nettement bizarre.	Le manque de flexibilité du comportement, la difficulté à tolérer le changement ou d'autres comportements restreints/répétitifs sont assez fréquents pour être évidents pour l'observateur non averti et retentir sur le fonctionnement dans une variété de contextes. Détresse importante/difficulté à faire varier l'objet de l'attention ou de l'action.
Niveau 1 « Nécessitant de l'aide »	Sans aide, les déficits de la communication sociale sont source d'un retentissement fonctionnel observable. Difficulté à initier les relations sociales et exemples manifestes de réponses atypiques ou inefficaces en réponse aux initiatives sociales émanant d'autrui. Peut sembler avoir peu d'intérêt pour les interactions sociales. Par exemple, un sujet capable de s'exprimer par des phrases complètes, qui engage la conversation mais qui ne parvient pas à avoir des échanges sociaux réciproques et dont les tentatives pour se faire des amis sont généralement étranges et inefficaces.	Le manque de flexibilité du comportement a un retentissement significatif sur le fonctionnement dans un ou plusieurs contextes. Difficulté à passer d'une activité à l'autre. Des problèmes d'organisation ou de planification gênent le développement de l'autonomie.

ANNEXE B

UQÀM | Université du Québec à Montréal

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT
Parent / représentant légal d'une personne mineure

Titre du projet de recherche

L'enseignement de l'addition et de la soustraction auprès d'élèves ayant un trouble du spectre de l'autisme.

Étudiant-chercheur

Responsable du projet : Isabelle Atkins
Département, centre ou institut: UQÀM, Département d'éducation et formation spécialisées
Adresse courriel : atkins.isabelle@courrier.uqam.ca
Téléphone : (514) 573-4873

Direction de recherche

Directrice de recherche : Virginie Houle
Département, centre ou institut: UQÀM, Département d'éducation et formation spécialisées
Adresse courriel : houle.virginie@uqam.ca
Téléphone : (514) 987-3000 poste 3482

Préambule

Nous invitons votre enfant à participer à un projet de recherche. Avant d'accepter qu'il participe à ce projet et de signer ce formulaire d'information et de consentement à titre de parent / représentant légal de votre enfant, veuillez prendre le temps de lire, de comprendre et de considérer attentivement les renseignements qui suivent.

Ce formulaire de consentement vous explique le but de cette étude, les procédures, les avantages, les risques et inconvénients, de même que les personnes avec qui communiquer au besoin.

Le présent formulaire de consentement peut contenir des mots que vous ne comprenez pas. Nous vous invitons à poser toutes les questions que vous jugerez utiles.

Description du projet et de ses objectifs

Le but de ce projet est d'observer comment se déroule l'enseignement et l'apprentissage de l'addition et de la soustraction chez des élèves qui ont un trouble du spectre de l'autisme lorsqu'ils participent à des situations d'enseignement qui ont été expérimentées avec des élèves de classes régulières et d'autres classes de l'adaptation scolaire. Un total de six enfants, séparés en deux groupes, participeront au projet.

Nature et durée de la participation de votre enfant

Durant le mois de mars, les élèves participants prendront part à cinq séances d'environ 45 minutes qui auront lieu dans un local de leur école, autre que leur classe. Durant les rencontres, ils participeront à des jeux mathématiques. Ils joueront en tout à trois jeux. Un de ces jeux sera présenté à toutes les séances, et les deux autres seront présentés pour chacun deux séances.

Le premier jeu est un jeu de planche (de type serpents et échelles) dans lequel les élèves devront faire avancer ou reculer leur pion sur la planche de jeu. Les cases du jeu comportent des étoiles (0,1,2 ou 3) et les élèves doivent essayer d'obtenir le plus d'étoiles. En jouant, les élèves doivent remplir une feuille de route en inscrivant leur case de départ, leur case d'arrivée et le nombre d'étoiles obtenues lors de ce tour. Certaines cases du jeu ne sont pas numérotées et l'élève doit trouver le nombre qui devrait être inscrit sur cette case pour l'inscrire sur sa feuille de route. Lors de la dernière séance, le travail se fera uniquement à partir des feuilles de route déjà remplies.

Pour jouer au deuxième jeu, l'expérimentatrice mettra dans une boite un nombre de jetons, puis montrera aux élèves qu'elle en ajoute un certain nombre de plus. Les élèves devront trouver combien il y a de jetons dans la boite maintenant, sans pouvoir ouvrir la boite. Par la suite, l'expérimentatrice pourra aussi dire le nombre de jetons qu'il y a dans la boite au départ, puis en ajouter un certain nombre. Elle pourra ensuite demander à un élève de compter combien il y a de jetons dans la boite maintenant et les élèves devront trouver combien de jetons ont été ajoutés dans la boite.

Le dernier jeu consiste à présenter aux élèves un certain nombre de pièces rondes et carrées. Un élève compte combien il y a de pièces en tout, puis l'expérimentatrice place toutes les pièces rondes dans un sac. Par la suite, un élève compte toutes les pièces carrées et les élèves doivent essayer de trouver, à partir du nombre total de pièces et du nombre de pièces carrées, combien il y a de pièces rondes dans le sac.

Afin de permettre l'analyse des séances, celles-ci seront filmées. Les personnes autorisées à visionner les vidéos sont l'étudiante menant le projet de recherche, ainsi que sa directrice de recherche. Les enregistrements seront conservés sur ordinateur dans un dossier protégé par un mot de passe. Ils seront détruits après cinq ans.

Avantages liés à la participation

Les activités ont été choisies dans le but d'amener votre enfant à développer de nouvelles connaissances mathématiques. Nous pensons que sa participation pourrait lui être bénéfique, mais nous ne pouvons vous l'assurer. Par ailleurs, les résultats obtenus contribueront à l'avancement des connaissances scientifiques dans ce domaine de recherche.

Risques liés à la participation

Les activités proposées, ainsi que le fait de travailler dans un nouvel environnement, pourraient entrainer chez les participants des sentiments d'inconfort ou d'anxiété. Pour diminuer ces risques, l'expérimentatrice passera deux périodes dans la classe de votre enfant avant le début de l'expérimentation, afin de permettre à celui-ci de se familiariser avec cette nouvelle personne. Cela permettra aussi à l'expérimentatrice d'observer les interactions et le fonctionnement en classe dans le but de s'adapter à chacun des participants. De plus, soyez assuré que l'expérimentatrice sera attentive à toutes manifestations d'inconfort ou d'anxiété chez votre enfant et qu'elle s'ajustera au besoin.

Participation volontaire et possibilité de retrait

La participation de votre enfant à ce projet de recherche est volontaire. Vous êtes donc libre de refuser qu'il y participe. Vous pouvez également le retirer de ce projet à n'importe quel moment, sans avoir à donner de raisons, en faisant connaître votre décision au chercheur responsable de ce projet. Votre enfant peut également choisir de se retirer de ce projet de son propre chef, sans justification et sans pénalité d'aucune forme, et ce nonobstant votre consentement. Toutes les données le concernant seront détruites.

Confidentialité

Durant la participation de votre enfant à ce projet de recherche, la chercheuse responsable recueillera des informations le concernant dans un dossier de recherche. Elle ne recueillera que les renseignements nécessaires pour répondre aux objectifs scientifiques de cette recherche. La participation au projet est complètement anonyme. Pour assurer la protection des données personnelles des élèves, tous les noms d'élèves seront remplacés par des numéros lors du traitement des données et la diffusion des résultats. Seules la chercheuse principale et sa directrice de recherche, auront accès aux renseignements personnels des participants. Tous les éléments physiques seront conservés par la chercheuse dans un endroit fermé à clé. Les données numériques seront protégées par mot de passe sur un ordinateur et elles seront détruites cinq ans après la diffusion des résultats.

Des questions sur le projet ?

Pour toute question additionnelle sur le projet et sur la participation de votre enfant, vous pouvez communiquer avec les responsables du projet : Virginie Houle, (514-987-3000 poste 3482, houle.virginie@uqam.ca); Isabelle Atkins (514-573-4873, atkins.isabelle@courrier.uqam.ca).

Des questions sur vos droits ? Le Comité d'éthique de la recherche pour les projets étudiants impliquant des êtres humains (CERPE) a approuvé le projet de recherche auquel vous allez participer. Pour des informations concernant les responsabilités de l'équipe de recherche au plan de l'éthique de la recherche avec des êtres humains ou pour formuler une plainte, vous pouvez contacter la coordonnatrice du CERPE plurifacultaire : vrignaud.caroline@uqam.ca ou 514-987-3000, poste 6188.

Remerciements

Votre collaboration est essentielle à la réalisation de notre projet et l'équipe de recherche tient à vous en remercier.

Consentement

Je déclare avoir lu et compris le présent projet, la nature et l'ampleur de la participation de mon enfant, ainsi que les risques et les inconvénients auxquels il s'expose tels que présentés dans le présent formulaire.

Je, soussigné(e), accepte volontairement que mon enfant participe à cette étude. Il peut se retirer en tout temps sans préjudice d'aucune sorte. Je certifie qu'on m'a laissé le temps voulu pour prendre ma décision.

Prénom Nom du représentant légal	Prénom Nom de l'enfant
Signature	Signature (optionnelle)
Date	Date

Engagement du chercheur

Je, soussigné(e) certifie

(a) avoir expliqué au signataire les termes du présent formulaire; (b) avoir répondu aux questions qu'il m'a posées à cet égard;

(c) lui avoir clairement indiqué qu'il reste, à tout moment, libre de mettre un terme à la participation de son enfant au projet de recherche décrit ci-dessus;

(d) que je lui remettrai une copie signée et datée du présent formulaire.

____

Prénom Nom

____

Signature

____

Date

APPENDICE A

UQÀM | Comités d'éthique de la recherche avec des êtres humains

No. de certificat: 3214

Certificat émis le: 07-02-2019

CERTIFICAT D'APPROBATION ÉTHIQUE

Le Comité d'éthique de la recherche pour les projets étudiants impliquant des êtres humains (CERPE plurifacultaire) a examiné le projet de recherche suivant et le juge conforme aux pratiques habituelles ainsi qu'aux normes établies par la *Politique No 54 sur l'éthique de la recherche avec des êtres humains* (Janvier 2016) de l'UQAM.

Titre du projet:	L'enseignement-apprentissage des structures additives auprès d'élèves ayant un trouble du spectre de l'autisme sous l'angle de la théorie des situations didactiques.
Nom de l'étudiant:	Isabelle ATKINS
Programme d'études:	Maîtrise en éducation (concentration éducation et formation spécialisées)
Direction de recherche:	Virginie HOULE

Modalités d'application

Toute modification au protocole de recherche en cours de même que tout événement ou renseignement pouvant affecter l'intégrité de la recherche doivent être communiqués rapidement au comité.

La suspension ou la cessation du protocole, temporaire ou définitive, doit être communiquée au comité dans les meilleurs délais.

Le présent certificat est valide pour une durée d'un an à partir de la date d'émission. Au terme de ce délai, un rapport d'avancement de projet doit être soumis au comité, en guise de rapport final si le projet est réalisé en moins d'un an, et en guise de rapport annuel pour le projet se poursuivant sur plus d'une année. Dans ce dernier cas, le rapport annuel permettra au comité de se prononcer sur le renouvellement du certificat d'approbation éthique.

Raoul Graf
Président du CERPE plurifacultaire
Professeur, Département de marketing

RÉFÉRENCES

Agrawal, J. (2013). *The effects of explicit instruction with manipulatives on the fraction skills of students with autism*. (Thèse de doctorat). George Mason University.

American Psychiatric Association (1994). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders text revisited : DSM-IV*. Washington, DC : American Psychiatric Association.

American Psychiatric Association (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders. Fifth edition. DSM-5*. Washington, DC : American Psychiatric Association.

American Psychiatric Association (2017). What is Autism Spectrum Disorder? Récupéré de https://www.psychiatry.org/patients-families/autism/what-is-autism-spectrum-disorder.

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherche en didactique des mathématiques*, *9* (3), 281-308

Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique d'aujourd'hui ? *Didactique des disciplines scientifiques et technologiques : concepts et méthodes*, (8), 59-72

Assouline, S. G., Foley Nicpon, M., et Dockery, L. (2012). Predicting the academic achievement of gifted students with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders, 42*(9), 1781–1789

Assude, T., Perez, J. -M., Suan, G., Tambone, J. et Vérillon, A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : une étude de cas. *Recherches en didactique des mathématiques, la Pensée Sauvage, 34*(1), 33-57

Bae, Y. S., Chiang, H.-M. et Hickson, L. (2015). Mathematical word problem solving ability of children with autism spectrum disorder and their typically developing peers. *Journal of autism and developmental disorders, 45*(7), 2200-2208. doi : 10.1007/s10803-015-2387-8

Barallobres, G. (2015). La notion de scientificité en didactique des mathématiques. *Chroniques sur les fondements et l'épistémologie de l'activité mathématique*. Récupéré de http://chroniques.uqam.ca/index.php/2015/07/02/barallobres2015scientificite/

Baron-Cohen, S., Leslie, A. M., et Frith, U. (1985). Does the autistic child have a "theory of mind"?. *Cognition*, *21*(1), 37-46

Benton, L., et Johnson, H. (2014). Structured approaches to participatory design for children: can targeting the needs of children with autism provide benefits for a broader child population? *Instructional science: An international journal of the learning sciences*, *42*(1), 47–65

Bergeron, L. (2017). *Étude théorique sur la référence au processus d'abstraction en mathématiques dans la noosphère du champ de l'éducation au Québec.* (Mémoire de maitrise). Université du Québec à Montréal. Récupéré d'*Archipel*, l'archive de publications électroniques de l'UQAM https://archipel.uqam.ca/11131/

Bessot, A. (2004). *Une introduction à la théorie des situations didactiques (Master » Mathématiques, Informatique » de Grenoble 2003-2004).* Manuscrit soumis pour publication. Récupéré de https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00078794

Bissonnette, S., Richard, M., Gauthier, C., et Bouchard, C. (2010). Quelles sont les stratégies d'enseignement efficaces favorisant les apprentissages fondamentaux auprès des élèves en difficulté de niveau élémentaire ? Résultats d'une méga-analyse. *Revue de recherche appliquée sur l'apprentissage,* 3(1), 1-35

Bolduc, M. et Poirier, N. (2017). La démarche et les outils d'évaluation clinique du trouble du spectre de l'autisme à l'ère du DSM-5. *Revue de psychoéducation*, 46(1), 73-97. doi : 10.7202/1039682ar

Booth, R. et Happé, F. (2010). « Hunting with a knife and … fork » : Examining central coherence in autism, attention deficit/hyperactivity disorder, and typical development with a linguistic task. *Journal of Experimental Child Psychology*, *107*(4), 377-393. doi : 10.1016/j.jecp.2010.06.003

Bouck, E. C., Satsangi, R., Doughty, T. T., et Courtney, W. T. (2014). Virtual and concrete manipulatives: A comparison of approaches for solving mathematics problems for students with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders, 44*(1), 180–193

Brewer, N., Young, R. L., et Barnett, E. (2017). Measuring theory of mind in adults with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders*, 47(7), 1927-1941

Brousseau, G. (1978). L'observation des activités didactiques. *Revue française de pédagogie*, *45*(1), 129-139. doi : 10.3406/rfp.1978.1669

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches,* 41, 177-182

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques* (Thèse de doctorat). Université Sciences et Technologies-Bordeaux I. Récupéré de https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00471995/

Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'A.M.Q.. Montréal.*, (23), 14-24. Récupéré de halshs.archives-ouvertes.fr

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 9* (9,3), 309-336. Récupéré de http://rdm.penseesauvage.com/IMG/article_PDF/Le-contrat-didactique.pdf

Brousseau, G. (1994). Perspectives pour la didactique des mathématiques. Dans M. Artigue, R. Gras, C. Laborde et P. Tavignot (dir.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud* (p. 51-66). La pensée sauvage éditions. Récupéré de https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00567259

Brousseau, G. (1996). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. *8e école d'été en didactique des mathématiques*. Acte de colloque. 22-31 aout 1995. Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrant.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990*. [Théorie des situations didactiques]. Grenoble : La pensée sauvage.

Brousseau, G. (2002). Les doubles jeux de l'enseignement des mathématiques. *Revue du centre de recherche en éducation, Université de Saint Etienne*, (22-23), 83-155 Récupéré de https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00516813/document

Brousseau, G. (2009a). Le cas de Gaël revisité (1999-2009). Récupéré de HAL Archives Ouvertes https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00582620

Brousseau, G. (2009b). L'erreur en mathématiques du point de vue didactique. *Tangeante éducation, 7,* 4-7

Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques. *Éducation et didactique*, *5* (1), 101-104. doi : 10.4000/educationdidactique.1005

Burton, C. E., Anderson, D. H., Prater, M. A., et Dyches, T. T. (2013). Video Self-Modeling on an iPad to teach functional math skills to adolescents with autism and intellectual disability. *Focus on autism and other developmental disabilities, 28*(2), 67–77

Centers for disease control and prevention (2018). *Autism spectrum disorder (ASD).* Récupéré de https://www.cdc.gov/ncbddd/autism/index.html.

Cihak, D. F., et Grim, J. (2008). Teaching students with autism spectrum disorder and moderate intellectual disabilities to use counting-on strategies to enhance independent purchasing skills. *Research in autism spectrum disorders*, *2*(4), 716-727

Cobb, P., Perlwitz, M. et Underwood, D. (1994). Construction individuelle, acculturation mathématique et communauté scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 20(1), 41-61. doi : 10.7202/031700ar

Colomb, J., Charnay, R., Douaire, J., Valentin, D. et Guillaume, J.-C. (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : CP*. Paris : Hatier.

Cornew, L., Dobkins, K. R., Akshoomoff, N., McCleery, J. P., Carver, L.J. (2012). Atypical social referencing in infant siblings of children with autism spectrum disorders. *Journal of autism and developmental disorder, 42*, 2611-2621. doi : 10.1007/s10803-012-1518-8

Delisio, L. A., Bukaty, C. A., et Taylor, M. (2018). Effects of a graphic organizer intervention package on the mathematics word problem solving abilities of students with autism spectrum isorders. *Journal of special education apprenticeship*, 7(2), 1-22

Dutillieux, G. (2008). Enseignement des mathématiques et enfants autistes. *Les Sciences de l'éducation - Pour l'Ère nouvelle*, *41*(1), 65-90. doi : 10.3917/lsdle.411.0065

Fédération québécoise de l'autisme (2018). *L'autisme.* Récupéré de http://www.autisme.qc.ca/tsa.html

Fletcher, D., Boon, R. T., et Cihak, D. F. (2010). Effects of the "TOUCHMATH" program compared to a number line strategy to teach addition facts to middle school students with moderate intellectual disabilities. *Education and training in autism and developmental disabilities, 45*(3), 449–458

Flores, M. M., Hinton, V. M., et Strozier, S. D. (2014). Using the Concrete-Representational-Abstract Sequence and the Strategic Instruction Model to teach computation to students with autism spectrum disorders and developmental disabilities. *Education and training in autism and developmental disabilities, 49*(4), 547–554

Focant, J. (2003). Impact des capacités d'autorégulation en résolution de problèmes chez les enfants de 10 ans. *Éducation et francophonie*, *31*(2), 45-64

Fortin, M. (2010). Fondements et étapes du processus de recherche (2e édition). Montréal : Chenelière éducation.

Fuson, K. C. (1991). Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. Dans J. Bideaud, C. Meljac et J.-P. Fischer (dir.), *Les chemins du nombre* (2e édition revue et corrigée éd., p. 159-179). France : Presses Universitaires de Lille.

Gairin-Calvo, S. (1988). Problèmes didactiques liés à la construction du nombre. Actes du Séminaire IDEN. Publication interne.

Gardener, H., Spiegelman, D. et Buka, S. L. (2011). Perinatal and neonatal risk factors for autism: A comprehensive meta-analysis. *Pediatrics*, *128*(2), 344-355. doi : 10.1542/peds.2010-1036

Gauvrit, N. (2012). Didactique des mathématiques et psychologie. L'impossible débat. *Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant,* 120-121, 525-528.

Gelman, R. et Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Londres : Harvard Univseristy Press.

Giroux, J. (2008). Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage. *Recherches en didactique des mathématiques*, *28*(1), 9-62

Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Éducation et didactique*, 7(1), 59-86. doi : 10.4000/educationdidactique.1573

Giroux, J., et René de Cotret, S. (2001). Le temps didactique en classe de doubleurs. *Actes du sixième congrès des sciences de l'éducation de langue française (AFDEC)*, 41-71

Giroux, J., et Ste-Marie, A. (2015). Approche didactique en orthopédagogie des mathématiques dans le cadre d'un partenariat. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, (70-71), 195-207

Gökçen, E., Frederickson, N. et Petrides, K. V. (2016). Theory of mind and executive control deficits in typically developing adults and adolescents with high levels of autism traits. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 46(6), 2072-2087. Récupéré de https://link.springer.com/article/10.1007/s10803-016-2735-3

Gray, C. (2019). *Carol Gray : social stories.* Récupéré de https : //carolgraysocialstories.com/

Happé, F. et Frith, U. (2006). The weak coherence account: detail-focused cognitive style in autism spectrum disorders. *Journal of autism and developmental disorders*, *36*(1), 5-25. Récupéré de https://link-springer-com.proxy.bibliotheques.uqam.ca/article/10.1007/s10803-005-0039-0

Hart Barnett, J. E. et Cleary, S. (2015). Review of evidence-based mathematics interventions for students with autism spectrum disorders. *Education and training in autism and developmental disabilities, 50*(2), 172-185. Récupéré de EBSCOhost

Hersant, M. (2014). Facette épistémologique et facette sociale du contrat didactique : une distinction pour mieux caractériser la relation contrat didactique milieu, l'action de l'enseignant et l'activité potentielle des élèves. *Recherches en didactique des mathématiques, la Pensée Sauvage, 34* (1), 9-31. Récupéré de https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01244402

Hiniker, A., Rosenberg-Lee, M., et Menon, V. (2016). Distinctive role of symbolic number sense in mediating the mathematical abilities of children with autism. *Journal of autism and developmental disorders, 46*(4), 1268–1281.

Houle, V. (2016). Étude de conditions didactiques favorables à la décontextualisation des connaissances mathématiques. *Canadian journal of education*, *39*(4), 1-19. Récupéré de http://journals.sfu.ca/cje/index.php/cje-rce/article/view/2320

Houle, V. (2017). Les erreurs en mathématiques : origine et utilité pour l'intervention. *Revue de l'ADOQ, 4,* 6-11

Houle, V. et Giroux, J. (2016). Difficultés en mathématiques : contribution de différentes disciplines et plaidoyer en faveur d'une approche didactique. *Chroniques sur les fondements et l'épistémologie de l'activité mathématique.* Récupéré de http://chroniques.uqam.ca/index.php/2016/12/25/difficultes/

Jimenez, B. A., et Kemmery, M. (2013). Building the early numeracy skills of students with moderate intellectual disability. *Education and training in autism and developmental disabilities, 48*(4), 479–490

Kaffer, C.L. *The effects of video modeling on skill acquisition in children with autism spectrum disorder*. (Thèse de doctorat). University of Arizona.

Kamii, C. (1990). *Les jeunes enfants réinventent l'arithmétique* (édition en langue française éd.). Berne : Peter Lang.

Kasari, C., Brady, N., Lord, C. et Tager-Flusberg, H. (2013). Assessing the minimally verbal school-aged child with autism spectrum disorder. *Autism research, 6*(6), 479-493. doi: 10.1002/aur.1334.

Keen, D., Webster, A. et Ridley, G. (2016). How well Are Children with Autism Spectrum Disorder Doing Academically at School? An Overview of the Literature. *Autism: The International Journal of Research and Practice*, 20(3), 276-294. doi : 10.1177/1362361315580962

Kim, H., et Cameron, C. E. (2016). Implications of visuospatial skills and executive functions for learning mathematics: evidence from children with autism and williams syndrome. *AERA Open, 2*(4), 1-16.

Knight, V. F., Kuntz, E. M., et Brown, M. (2018). Paraprofessional-delivered video prompting to teach academics to students with severe disabilities in inclusive settings. *Journal of autism and developmental disorders, 48*(6), 2203–2216.

Kurth, J., et Mastergeorge, A. M. (2012). Impact of setting and instructional context for adolescents with autism. *Journal of special education, 46*(1), 36–48.

Lafontaine, È. (2015). *Apport de la neuropsychologie clinique dans la prise en charge diagnostique du trouble du spectre de l'autisme : contribution des fonctions exécutives.* (Essai de 3e cycle). Trois-Rivières : Université du Québec.

Leaf, J. B., Sheldon, J. B., et Sherman, J. A. (2010). Comparison of simultaneous prompting and no-no prompting in two-choice discrimination learning with children with autism. *Journal of applied behavior analysis, 43*(2), 215–228

Lemoyne, G., et Lessard, G. (2003). Les rencontres singulières entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants. *Éducation et francophonie*, *31*(2), 13-44

Luna, B., Doll, S. K., Hegedus, S. J., Minshew, N. J. et Sweeney, J. A. (2007). Maturation of Executive Function in Autism. *Biological Psychiatry*, *61*(4), 474-481. doi : 10.1016/j.biopsych.2006.02.030

Manti, E., Scholte, E. M. et Van Berckelaer-Onnes, I. A. (2013). Exploration of teaching strategies that stimulate the growth of academic skills of children with ASD in special education school. *European journal of special needs education, 28*(1), 64-77. Récupéré de EBSCOhost

Mary, C. (2003). Interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique. *Education et francophonie*, *31*(2), 103-124

May, T., Rinehart, N., Wilding, J., et Cornish, K. (2013). The role of attention in the academic attainment of children with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders, 43*(9), 2147–2158

Mayes, S. D. et Calhoun, S. L. (2006). Frequency of reading, math, and writing disabilities in children with clinical disorders. *Learning and individual differences*, *16*(2), 145-157. doi : 10.1016/j.lindif.2005.07.004

Mazza, M., Mariano, M., Peretti, S., Masedu, F., Pino, M. C. et Valenti, M. (2017). The role of theory of mind on social information processing in children with autism spectrum disorders: a mediation analysis. *Journal of autism and developmental disorders*, *47*(5), 1369-1379. Récupéré de https://link.springer.com/article/10.1007/s10803-017-3069-5

Mesibov, G. B. et Shea, V. (2010). The TEACCH program in the era of evidence-based practice. *Journal of autism and developmental disorders*, *40*(5), 570-579. doi : 10.1007/s10803-009-0901-6

Mottron, L. (2010). Que fait-on de l'intelligence autistique ? *Enfance*, (1), 45-57. doi : 10.4074/S0013754510001059

McCauley, J. B., Zajic, M. C., Oswald, T. M., Swain-Lerro, L. E., McIntyre, N. C., Harris, M. A., Trzesniewski, K., Mundy, P. C., Solomon, M., et Institute of Education Sciences (ED). (2018). Brief report: investigating relations between self-concept and performance in reading and math for school-aged children and adolescents with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders, 48*(5), 1825–1832

Moores-Abdool, W. (2010). Included students with autism and access to general curriculum: what is being provided? *Issues in teacher education, 19*(2), 153–169

Naccarelli, A. L. (2018). *The role of joint control in teaching math skills to students with autism*. Gwynedd Mercy University.

Noiseux, M. (2017*). Troubles du spectre de l'autisme et autres handicaps. Portfolio thématique.* Longueuil : Centre intégré de santé et services sociaux de la Montérégie-Centre, Direction de santé publique, Surveillance de l'état de santé de la population. [En ligne] http : //extranet.santemonteregie.qc.ca/sante-publique/surveillance-etat-sante/portrait-type-thematique.fr.html

O'Malley, P., Lewis, M. E. B., Donehower, C., et Stone, D. (2014). Effectiveness of using iPads to increase academic task completion by students with autism. *Universal journal of educational research, 2*(1), 90–97

Özerk, K. (2016). The issue of prevalence of autism/ASD. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(2), 263-306. Récupéré de https : //eric.ed.gov/?id=EJ1126607

Pallascio, M. C. (2003). *Le programme TEACCH : évaluation de son efficacité* (Thèse de doctorat). Université du Québec à Montréal.

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes « faibles ». *Recherches en didactique des mathématiques*, *13*, 1-2

Perrin-Glorian, M.-J. (1997). Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques ? *Repères IREM, 29,* 43-66

Perrin-Glorian, M.-J. et Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques*, *23*(2), 217-276

Polyak, A., Kubina, R. M. et Girirajan, S. (2015). Comorbidity of intellectual disability confounds ascertainment of autism: implications for genetic diagnosis. *American journal of medical genetics part B: Neuropsychiatric genetics*, *168*(7), 600-608. doi : 10.1002/ajmg.b.32338

Proulx, J. (2017). Essai critique sur les travaux de John Hattie pour l'enseignement des mathématiques : une entrée par la didactique des mathématiques. *Chroniques sur les fondements et l'épistémologie de l'activité mathématique.* Récupéré de http://chroniques.uqam.ca/index.php/2017/03/29/critiquehattie/

Québec. Ministère de l'Éducation. (2000). *Une école adaptée à tous ses élèves politique de l'adaptation scolaire*. Québec : Ministère de l'Éducation. Récupéré de http://www4.bnquebec.ca/pgq/2002/551334a.pdf

Québec. Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise : éducation préscolaire, enseignement primaire : [avec mises à jour*. [Programme de formation de l'école québécoise]. Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Québec. Ministère de l'éducation, du loisir et du sport. (2009). Les élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage : évolution des effectifs et cheminement scolaire à l'école publique. Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Québec. Direction de l'adaptation scolaire et des services éducatifs complémentaires. (2015). *Programme éducatif CAPS, version préliminaire : compétences axées sur la participation sociale : programme destiné aux élèves de 6 à 15 ans présentant une déficience intellectuelle moyenne à sévère.* [Programme éducatif CAPS, version préliminaire]. Récupéré de http://collections.banq.qc.ca/ark:/52327/2456358

Roelofs, R. L., Visser, E. M., Berger, H. J. C., Prins, J. B., Van Schrojenstein Lantman-De Valk, H. M. J. et Teunisse, J. P. (2015). Executive functioning in individuals with intellectual disabilities and autism spectrum disorders. *Journal of Intellectual Disability Research*, *59*(2), 125-137. Récupéré de https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/jir.12085

Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en SEGPA : une contribution à la question des inégalités*. (Thèse de doctorat). Bordeaux 2.

Roiné, C. (2015). La fabrication de l'élève en difficulté. *Éducation et socialisation*, 37.

Root, J. R. (2016). *Effects of modified schema-based instruction on real-world algebra problem solving of students with autism spectrum disorder and moderate intellectual disability.* (Thèse de doctorat). University of North Carolina at Charlotte

Root, J. R., Browder, D. M., Saunders, A. F. et Lo, Y. (2017). Schema-based instruction with concrete and virtual manipulatives to teach problem solving to students with autism. *Remedial and Special Education*, 38(1), 42–52. Récupéré de http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0741932516643592

Root, J. R., Henning, B., et Boccumini, E. (2018). Teaching students with autism and intellectual disability to solve algebraic word problems. *Education and training in autism and developmental disabilities, 53*(3), 325–338

Salin, M. H. (2007). À la recherche de milieux adaptés à l'enseignement des mathématiques pour des élèves en grande difficulté scolaire. *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*, 195-217

Samson, A. C. et Tornare, E. (2015). Perturbations émotionnelles et leurs remédiations dans le trouble du spectre de l'autisme. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant, 139*, 556-564. Récupéré de http://archive-ouverte.unige.ch/unige:97921

Santos, M. I., Breda, A., et Almeida, A. M. (2015). Brief report: preliminary proposal of a conceptual model of a digital environment for developing mathematical reasoning in students with autism spectrum disorders. *Journal of autism and developmental disorders, 45*(8), 2633–2640

Santos, M. I., Breda, A., et Almeida, A. M. (2017). Design approach of mathematics learning activities in a digital environment for children with autism spectrum disorders. *Educational technology research and development, 65*(5), 1305–1323

Sarrazy, B. (1995). Note de synthèse [Le contrat didactique]. *Revue française de pédagogie*, 112 (1), 85–118. Récupéré de https://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_1995_num_112_1_1229

Sarrazy, B. (1997). Sens et situations : Une mise en question de l'enseignement des stratégies méta-cognitives en mathématiques. *Recherche en didactique des mathématiques, 17*(2), 135-166

Sarrazy, B. (2002). Pratiques d'éducation familiale et sensibilité au contrat didactique dans l'enseignement des mathématiques chez des élèves de 9-10 ans. *La revue internationale de l'éducation familiale*, *6*(1), 103-130

Sarrazy, B. (2015). Règles, obéissance et transgression : L'enjeu de leurs rapports pour l'enseignement des mathématiques. *Chroniques sur les fondements et l'épistémologie de l'activité mathématique.* Récupéré de http://chroniques.uqam.ca/index.php/2016/02/01/sarrazy2015transgression/

Sarrazy, B., et Novotná, J. (2013). Didactical contract and responsiveness to didactical contract: a theoretical framework for enquiry into students' creativity in mathematics. *ZDM Mathematics education*, *45*(2), 281-293

Sartini, E., Knight, V. F., Spriggs, A. D., et Allday, R. A. (2018). Generalization strategies to promote text comprehension skills by students with ASD in core content areas. *Focus on autism and other developmental disabilities, 33*(3), 150–159

Sobol, E. S. (2014). *Autism research: Music aptitude's effect on developmental/academic gains for students with significant cognitive/language delays*. St. John's University.

Spencer, V. G., Evmenova, A. S., Boon, R. T., et Hayes-Harris, L. (2014). Review of research-based interventions for students with autism spectrum disorders in content area instruction: Implications and considerations for classroom practice. *Education and training in autism and developmental disabilities, 49*(3), 331–353

Stanley, C. R., Belisle, J., et Dixon, M. R. (2018). Equivalence-based instruction of academic skills: Application to adolescents with autism. *Journal of applied behavior analysis, 51*(2), 352–359

Ste-Marie, A. (2013). *Analyse didactique du volet numérique du programme Fluppy au préscolaire*. (Thèse de doctorat). Université de Montreal.

St. John, T., Dawson, G., et Estes, A. (2018). Brief report: Executive function as a predictor of academic achievement in school-aged children with ASD. *Journal of autism and developmental disorders, 48*(1), 276–283

Stroizer, S., Hinton, V., Flores, M., et Terry, L. (2015). An investigation of the effects of CRA instruction and students with autism spectrum disorder. *Education and training in autism and developmental disabilities, 50*(2), 223–236

Tager-Flusberg, H. (1999). A psychological approach to understanding the social and language impairments in autism. *International review of psychiatry*, *11*(4), 325-334. Récupéré de https://europepmc.org/backend/ptpmcrender.fcgi?accid=PMC1350917&blobtype=pdf

Tager-Flusberg, H. et Kasari, C. (2013). Minimally verbal school-aged children with autism spectrum disorder : the neglected end of the spectrum. *Autism research*, 6, 468-478

Titeca, D., Roeyers, H., Loeys, T., Ceulemans, A., et Desoete, A. (2015). Mathematical abilities in elementary school children with autism spectrum disorder. *Infant and child development, 24*(6), 606–623

Titeca, D., Roeyers, H., et Desoete, A. (2017). Early numerical competencies in 4- and 5-year-old children with autism spectrum disorder. *Focus on autism and other developmental disabilities, 32*(4), 279–292

Tossavainen, T. (2014). Review of A Mathematician's Lament: How School Cheats Us Out of Our Most Fascinating and Imaginative Art Form by Paul Lockhart. Foreword by Keith Devlin: NEW YORK: BELLEVUE LITERARY PRESS, 2009. *The Mathematical Intelligencer*, 36(2), 68-69. doi : 10.1007/s00283-013-9438-9

Tzanakaki, P., Grindle, C. F., Saville, M., Hastings, R. P., Hughes, J. C. et Huxley, K. (2014). An individualised curriculum to teach numeracy skills to children with autism: programme description and pilot data. *Support for Learning*, 29(4), 319-338. Récupéré de https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/1467-9604.12069

Vergnaud, G. (1983). *L'enfant, la mathématique et la réalité* (2e édition éd.). Berne : Peter Lang.

Vergnaud, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, *96*(1), 79-86. doi : 10.3406/rfp.1991.1350 84

Vergnaud, G. et Laborde, C. (1994). L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Dans G. Vergnaud (dir), *Apprentissages et didactiques, où en est-on ?* (p. 63-98). Paris : Hachette éducation.

Volkmar, F. R. (2011). Understanding the social brain in autism. *Developmental Psychobiology*, 53(5), 428-434

Wei, X., Lenz, K. B., et Blackorby, J. (2013). Math growth trajectories of students with disabilities: Disability category, gender, racial, and socioeconomic status differences from ages 7 to 17. *Remedial and Special Education*, *34*(3), 154-165

Whitby, P. J. S. (2009). *The effects of a modified learning strategy on the multiple step mathematical word problem solving ability of middle school students with high-functioning autism or Asperger's syndrome*. (Thèse de doctorat). University of Central Florida.

Whitby, P. J. S., Travers, J. C., et Harnik, J. (2009). Academic achievement and strategy instruction to support the learning of children with high-functioning autism. *Beyond behavior, 19*(1), 3–9

Worley, J. A. et Matson, J. L. (2012). Comparing symptoms of autism spectrum disorders using the current DSM-IV-TR diagnostic criteria and the proposed DSM-V diagnostic criteria. *Research in Autism Spectrum Disorders*, 6(2), 965-970. doi : 10.1016/j.rasd.2011.12.012

Yakubova, G., Hughes, E. M., et Hornberger, E. (2015). Video-based intervention in teaching fraction problem-solving to students with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders, 45*(9), 2865–2875

Yakubova, G., Hughes, E. M., et Shinaberry, M. (2016). Learning with technology: video modeling with Concrete-Representational-Abstract Sequencing for students with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders, 46*(7), 2349–2362

Yikmis, A. (2016). Effectiveness of the Touch Math technique in teaching basic addition to children with autism. *Educational sciences: Theory and practice, 16*(3), 1005–1025

Young, N,, Hudry, K., Trembath, D. et Vivanti, G. (2016). Children with autism show reduced information seeking when learning ne tasks. *American journal on intellectual and developmental disabilities, 121*(1), 65-73. doi : 10.1352/1944-7558-121.1.65