UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ANALYSE DE LA COMPLEXITÉ DE SITUATIONS-PROBLÈMES ISSUES DES MANUELS SCOLAIRES QUÉBÉCOIS (NIVEAU 2E ANNÉE DU 2E CYCLE DU SECONDAIRE, SÉQUENCE CST) SOUS L'ANGLE DE LA MODÉLISATION

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

IMENE DEKAKRA-BELLILI

FÉVRIER 2021

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, M. Fernando Hitt, pour m’avoir guidée tout au long de la rédaction. Nos échanges et nos discussions m’ont permis d’approfondir mes réflexions et d’enrichir mon mémoire. Merci d’avoir pris le temps de m’écouter si patiemment et de m’avoir donné des commentaires pertinents sur chaque chapitre.

Je remercie les membres du jury, Mme Mireille Saboya et M. David Guillemette, d’avoir pris le temps de lire et de commenter ce travail. Vos suggestions pertinentes m’ont permis d’améliorer mon mémoire.

Je remercie également ma famille pour leur support et leurs encouragements et plus particulièrement ma mère, Leila. Merci de m’avoir encouragée.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

CD 1	Compétence 1 — *Résoudre une situation-problème*
CD 2	Compétence 2 — *Déployer un raisonnement mathématique*
CD 3	Compétence 3 — *Communiquer à l'aide du langage mathématique*
CST	Culture société et technique
DES	Diplôme d'études secondaires
DGF	Domaine généraux de formation
GDM	Groupe de didactique des mathématiques du Québec
GRICS	Société de gestion du réseau informatique des commissions scolaires
MEES	Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur
MELS	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec
MEQ	Ministère de l'Éducation du Québec
PFEQ	Programme de formation de l'école québécoise
PM	Processus de modélisation(s)
PM_L	Processus de modélisation local/Processus de modélisations locaux
NI	Non institutionnelles
SAÉ	Situation(s) d'apprentissage et d'évaluation(s)
SP	Situation(s) - problème(s)
SN	Sciences naturelles
TS	Technico-science

RÉSUMÉ

Les situations-problèmes occupent une place centrale dans le programme de formation de l'école québécoise de 2007. *Résoudre une situation-problème* est la première compétence disciplinaire en mathématiques du secondaire. Au 20^{e} siècle, la priorité en enseignement des mathématiques était donnée à la résolution des problèmes et exercices de différents types, purement mathématiques, réels, réalistes, fantaisistes (Lajoie et Bednarz, 2012). Mais avec l'apparition des situations-problèmes (SP) dans le programme de formation de l'école québécoise (PFEQ, 2001 au primaire et 2004 au secondaire), un nouveau critère s'est ajouté, celui de la complexité dans la résolution de situations-problèmes. Au début de ma pratique en enseignement, plusieurs élèves rencontraient des difficultés dans la résolution des situations-problèmes : difficultés liées au vocabulaire, à l'interprétation de données, à l'organisation de données et aux contenus mathématiques, etc. L'objectif de notre recherche est d'analyser la complexité des situations-problèmes suggérées dans trois collections de manuels scolaires du Québec de 2008-2009 de 4^{e} année secondaire : la collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), la collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et la collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009), séquence *Culture, société et technique* (CST), au regard des modélisations nécessaires à la résolution. Pour cela, nous utiliserons une grille-réseau inspirée des travaux de recherche d'Antoun (2012), Berger (2017), Duval (1988, 1993, 1995) ; Hitt et Quiroz (2019) et Hitt, Saboya et Cortés (2017). Nous ferons une première couche d'analyse en utilisant notre grille qui nous donnera à la fois un aperçu sur le contexte de la situation-problème, les processus de modélisation ; la reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations ; et les questions et savoir-faire. La deuxième couche d'analyse se fera à partir d'un réseau cyclique qui schématise les enchaînements entre les sous-tâches (Antoun, 2012). Les résultats nous permettront de constater que les situations-problèmes des manuels scolaires ne sont pas toutes complexes et que la complexité est centrée plutôt sur l'organisation des données.

Mots clés : exercice, problème, situation-problème (SP), critères de complexité, processus de modélisation, registre de représentations, enseignement au secondaire, manuels scolaires québécois, mathématiques 4^{e} secondaire (CST).

INTRODUCTION

La réforme ou « Renouveau pédagogique » de l'école québécoise a été envisagée au début du 21e siècle (au primaire en 2001 et au secondaire en 2004) et a donné une nouvelle perspective à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques. Jusqu'à la fin du 20e siècle, l'enseignement était orienté vers la résolution des problèmes (Antoun, 2012). Dans le programme de formation de 2007, le ministère de l'Éducation (MELS) inscrit de nouvelles directives, dont l'approche par compétences. C'est là que la résolution des situations-problèmes (SP) émerge et s'impose comme la principale orientation du programme de formation de l'école québécoise (PFEQ). « Résoudre une situation-problème » devient ainsi la première compétence disciplinaire.

Les situations-problèmes occupant désormais une place importante dans PFEQ, nous avons trouvé intéressant d'étudier leur complexité sous l'angle de la modélisation. Les situations-problèmes proviendront des manuels scolaires de deuxième année du deuxième cycle du secondaire, séquence *Culture, société et technique* (CST)[1], précisément de trois collections : la collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), la collection

[1] Au Québec, à la fin de la troisième année du secondaire, l'élève doit choisir parmi trois séquences mathématiques : séquence *Culture, société et technique* ; séquence *Technico-sciences* et séquence *Sciences naturelles*. La séquence *Culture, société et technique* (CST) « s'adresse à l'élève qui aime concevoir des objets et des activités, élaborer des projets ou coopérer à leur réalisation » (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, p. 3). La séquence *Technico-sciences* (TS) « s'adresse à l'élève désireux d'explorer des situations qui combinent à l'occasion le travail manuel et le travail intellectuel » (*Ibid.*, p. 3). La séquence *Sciences naturelles* (SN) « s'adresse à l'élève qui cherche à comprendre l'origine et le fonctionnement de certains phénomènes, à les expliquer et à prendre des décisions dans ces domaines » (*Ibid.*, p. 3).

Intersection (Boucher *et al.*, 2009) et la collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009).

Ce mémoire contient cinq chapitres. Dans le chapitre I, nous expliquerons comment est né notre intérêt pour l'analyse de la complexité des situations-problèmes. Nous aborderons tout d'abord les recherches qui se sont intéressées à analyser la complexité des problèmes et des situations-problèmes et présenterons une méthode d'analyse a priori sur le savoir-faire pour résoudre des problèmes. Ensuite, nous proposerons un prolongement à cette méthode pour résoudre des situations-problèmes. Puis, nous ferons un survol des caractéristiques liées à la compétence *Résoudre une situation-problème* du point de vue du programme de formation de l'école québécoise de 2007. Finalement, nous énoncerons l'objectif ainsi que les questions de recherche de cette étude.

Dans le chapitre II, nous parlerons de quelques recherches qui ont exploré le fonctionnement cognitif de l'élève par rapport à la résolution des problèmes mathématiques. Nous ferons un petit historique sur les situations-problèmes dans la littérature. Ensuite, nous expliquerons le cadre de Duval dans lequel s'inscrit cette étude. En dernier lieu, nous élaborerons notre propre grille d'analyse en nous inspirant des travaux d'Antoun (2012), Berger (2017), Duval (1988, 1993, 1995) ; Hitt et Quiroz (2019) et Hitt, Saboya et Cortés (2017).

Dans le chapitre III, nous expliquerons la méthodologie utilisée pour faire l'analyse des situations-problèmes. Nous ferons une première analyse avec notre grille pour distinguer le contexte de la situation-problème, les processus de modélisation, la reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations ; et enfin les questions et savoir-faire. La deuxième couche se fera en utilisant toujours notre grille, mais cette fois pour construire un réseau cyclique qui montrera l'enchaînement entre les sous-tâches (Antoun, 2012). Pour terminer ce chapitre, nous prendrons comme exemple méthodologique une situation-problème à laquelle nous appliquerons notre grille-réseau.

Dans le chapitre IV, nous ferons l'analyse de neuf situations-problèmes. Pour chacune d'elles, nous appliquerons la grille d'abord, ensuite nous élaborerons le réseau cyclique qui lui correspond, et nous terminerons l'analyse de chaque SP par un retour réflexif.

Dans le chapitre V, nous ferons un retour sur la grille-réseau et les analyses des situations-problèmes. Nous discuterons également les approches utilisées dans les trois collections de nos manuels de référence.

Finalement, dans le chapitre VI, nous répondrons aux questions de recherche en nous appuyant sur nos résultats. Nous discuterons les retombées de nos résultats par rapport à l'enseignement des mathématiques et nous parlerons des perspectives et des limites de notre étude. Nous terminerons le chapitre par une ouverture.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Dans ce chapitre, nous parlerons d'abord de la façon dont est né notre intérêt pour l'étude de la complexité des situations-problèmes (SP) et nous l'illustrerons par un exemple de difficultés rencontrées par nos élèves. Nous ferons ensuite un survol sur les recherches qui se sont faites sur la complexité des problèmes et des SP. Nous donnerons une description des principales caractéristiques des situations-problèmes du programme de formation de l'école québécoise. Nous présenterons une méthode d'analyse a priori sur le savoir-faire pour résoudre des problèmes. Ensuite, nous proposerons un prolongement à cette méthode pour résoudre des situations-problèmes. Après, nous nous pencherons sur l'étude d'une situation-problème issue des évaluations du ministère de l'Éducation. De plus, nous explorerons les difficultés que peuvent engendrer les situations-problèmes des manuels scolaires québécois en nous basant sur un exemple qui en est issu. Et pour terminer, nous énoncerons l'objectif et les questions de recherche qui sont au cœur de notre problématique.

1.1 Émergence de mon intérêt pour la complexité des situations-problèmes

Mon intérêt pour l'analyse de la complexité des situations-problèmes remonte à il y a deux ans, alors que je débutais en enseignement avec une population d'élèves ayant des besoins particuliers. J'enseignais à des élèves de 4^{e} secondaire[2], âgés de 16 à 21 ans

[2]Au Québec, l'âge habituel des élèves de 4^{e} année du secondaire se situe entre 15 et 16 ans.

et qui, pour la plupart, avaient des diagnostics de TDAH, de dyslexie, de dysphasie, de dysorthographie, de dysgraphie, de dyscalculie, etc. Dans cette école, en 4^{e} secondaire, on enseignait un programme local pour la séquence *Culture, société et technique* (CST), qui équivalait à 2 crédits et qui a été préparé en 2009 par un comité d'enseignants. Ce comité avait la responsabilité de produire pour leurs élèves des activités basées sur l'expérience personnelle de ses membres. Il s'agit d'un programme local qui a été créé pour aider les élèves de 4^{e} secondaire séquence CST qui ont de la difficulté avec le vocabulaire, l'organisation, la planification et avec la mémorisation de travail, mais qui ont aussi le désir d'obtenir leur diplôme d'études secondaires (DES). La compétence à développer visée par ce programme est d'exploiter des stratégies d'apprentissage en mathématiques. En plus de trois heures hebdomadaires de cours supplémentaires, ce programme exige d'enseigner des stratégies d'apprentissages ciblées. Ces stratégies visent à outiller les élèves, non seulement en mathématiques, mais dans les autres matières aussi. Par exemple, *la stratégie de compréhension de question* est enseignée en français, en histoire et dans certains cours de sciences dans cette école.

Une stratégie est une manière de faire que l'élève choisit pour se dépanner dans une situation difficile. Ce n'est pas une recette à suivre. Elle doit être simple (avec peu d'étapes) et introduite à des moments opportuns. Par exemple, *la stratégie pour comprendre une question difficile* est celle qui est utilisée en premier, puisqu'elle est commune à plusieurs matières.

Avant de les faire appliquer par les élèves, les stratégies doivent être enseignées. Le comité suggère que l'enseignant demande aux élèves s'ils ont eux-mêmes des stratégies qui les aident à résoudre des problèmes mathématiques. La deuxième étape consiste à décrire la stratégie. Par exemple, la noter sur une affiche en classe ou la faire noter par les élèves dans leurs cahiers. En troisième lieu, demander aux élèves d'utiliser la stratégie dans leur raisonnement.

Le programme local couvre cinq stratégies : *stratégie de compréhension de question* *(lecture), stratégie d'organisation du raisonnement, des stratégies de résolution de problème* (*changer l'apparence des indices, faire le problème à rebours et compréhension de problèmes avec contraintes* (CD1)). Ces stratégies peuvent être évaluées spécifiquement ou incluses dans les évaluations traditionnelles (p. ex : donner 30 % des points à l'élève qui a appliqué correctement la stratégie).

Revenons à la façon dont se sont déroulés les faits dans ma classe. Durant les périodes d'exercices ou de résolutions des problèmes et des situations-problèmes, une enseignante ressource (membre du comité mentionné plus haut) venait dans ma classe pour montrer aux élèves comment développer des stratégies d'apprentissage.

La stratégie de compréhension de question exige que l'élève réponde aux trois questions suivantes :

1. Que dois-je chercher ? (Le but de la tâche)
2. Au sujet de quelle(s) notion(s) ? (Trigonométrie, fonction, statistique, etc.)
3. Quels sont les indices ? (À transcrire)

L'enseignant(e) doit demander aux élèves de répondre aux questions par écrit et de ne pas juste souligner dans le texte les réponses correctes.

La stratégie pour solutionner : transformer l'apparence des indices est celle qui vient en deuxième. Elle vise à : transformer les indices qui peuvent se retrouver dans un contexte par un dessin, un graphique ou une table de valeurs, etc. ; décomposer ou simplifier une figure géométrique ; transformer la forme d'une équation (forme générale, forme fonctionnelle) si le contexte l'exige et transformer les indices en tableau. Il est suggéré d'utiliser des couleurs pour renforcer la mémoire visuelle des élèves.

La *stratégie d'organisation du raisonnement* est essentielle pour permettre aux apprenants d'organiser leur démarche. Il est important que l'enseignant(e) l'utilise régulièrement lors des résolutions des problèmes afin que les élèves puissent l'adopter. Pour chacune des étapes de sa démarche, l'élève doit : numéroter, mettre un titre contenant un verbe (p. ex : calculer, trouver, comparer, résoudre, etc.) ; utiliser le bon langage mathématique, justifier son raisonnement (p. ex : relation de Pythagore, loi des sinus, somme des angles intérieurs d'un triangle = 180°, etc.).

Nous présentons ci-dessous un exemple d'une copie d'un élève qui a utilisé *la stratégie d'organisation du raisonnement* pour résoudre un problème mathématique.

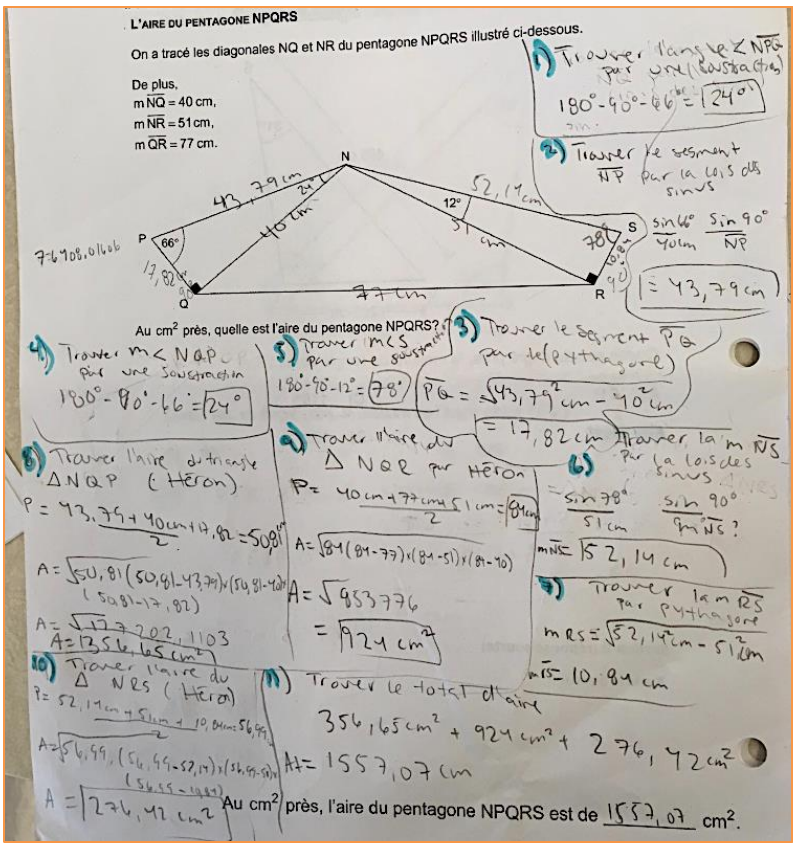


Figure 1.1 Exemple d'une copie d'un élève utilisant *la stratégie d'organisation du raisonnement*

Nous pouvons remarquer qu'il a écrit un titre pour chacune des étapes de son raisonnement en justifiant les relations ou les lois mathématiques utilisées. Cette stratégie doit être également bien appliquée par les enseignant(e)s pour servir d'exemple aux élèves et pour qu'ils l'adoptent.

La stratégie faire le problème à rebours à l'aide d'un schéma prépare l'élève à celle de *la compréhension de problème avec contraintes*. Ces deux stratégies sont liées et concernent les problèmes qui exigent plusieurs étapes. L'enseignant(e) peut guider les apprenants dans l'application de ces stratégies. Il ne faut pas s'attendre à ce que les élèves les appliquent de façon parfaite.

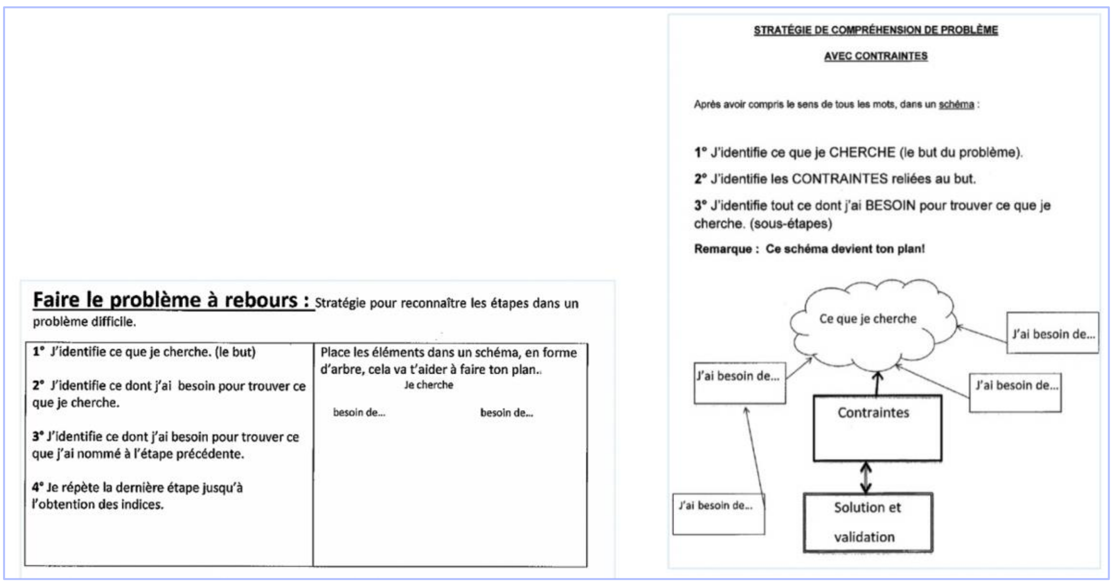


Figure 1.2 Stratégies *Faire le problème à rebours* et *compréhension de problème avec contraintes*

Dans ma classe, l'enseignante ressource me parlait souvent du manque d'autonomie chez les élèves ayant des besoins particuliers, des difficultés qu'ils ont pour organiser, structurer leur raisonnement et comprendre le vocabulaire utilisé. Theis et Mary (2007, p. 579) vont dans ce sens en soutenant que :

> Les élèves à risque[3] ont des stratégies moins développées lors de la résolution de problèmes (Pericola Case, Harris et Graham, 1992), ils ont plus de difficultés à se construire une représentation mentale du problème et à se servir de mesures de contrôle lors de la résolution, ils manquent d'autonomie (Focant, 2003 ; Perrin-Glorian, 1993).

La compréhension des mots utilisés dans les contextes des situations-problèmes représentait souvent un obstacle pour mes élèves. Par exemple, pour résoudre la SP *La Mosaïque*, qui sera détaillée plus loin, de l'examen du ministère pour l'évaluation de la compétence *Résoudre une situation-problème* (CD1), certains ne comprenaient pas la signification du mot mosaïque (difficulté liée au vocabulaire). D'autres trouvaient que cette situation contenait trop d'informations (difficulté liée à l'interprétation de données). En plus, ils avaient des difficultés à discerner les données principales des données secondaires et à respecter plusieurs contraintes à la fois (difficultés liées à l'organisation de données), que ce soit en trigonométrie, en algèbre, dans les fonctions ou dans les cas d'isométrie ou de similitude des triangles (difficultés liées aux contenus mathématiques). C'est précisément mon expérience d'enseignement avec cette population d'élèves qui a fait germer en moi l'idée d'analyser la complexité dans son ensemble (différents types de difficultés) dans la résolution des situations-problèmes de 4^e^ secondaire[4], plus précisément dans la séquence *Culture, société et technique* (CST).

Dans le paragraphe précédent, nous avons mentionné quelques exemples du type de difficultés que les élèves pourraient rencontrer lors de la résolution d'une SP. Chaque type de difficulté est lié en général à un certain type de caractéristiques de la SP ; c'est ainsi que nous avons associé les difficultés de résolution d'une SP avec les

---

[3] Le ministère de l'Éducation du Québec (2000, p. 5) identifie comme *élèves à risque* ceux qui, entre autres, présentent des retards d'apprentissage ou des difficultés pouvant mener à l'échec. C'est aussi le sens que les auteurs lui ont donné dans leur article (Theis et Mary, 2007, p. 596).

[4] En fait, comme signalé par le PFEQ : « La résolution d'une situation-problème est un processus dynamique qui nécessite de nombreux aller-retour et fait appel à l'anticipation, au discernement et au jugement critique » (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle secondaire, 2007, p. 19).

caractéristiques des situations-problèmes.

Soulignons, cependant, que dans cette étude, notre approche d'analyse est générale et non spécifique à une population particulière d'élèves.

1.2 Des recherches pour analyser la complexité des problèmes et des situations-problèmes

Plusieurs chercheurs se sont intéressés à l'étude de la complexité des problèmes et des situations-problèmes en mathématiques. Bednarz et Janvier (1994) ont, par exemple, développé un outil pour étudier la complexité de problèmes de type comparaison en algèbre. Antoun (2012) a utilisé la grille de Jonnaert *et al.* (1990) pour analyser la complexité des situations-problèmes d'un manuel scolaire québécois de la collection *Perspective.* Berger (2017) a fait une étude en collaboration avec des enseignants du secondaire pour co-construire un outil qui permet aux enseignants de mieux analyser les problèmes en algèbre de 1er cycle du secondaire.

1.2.1 Une grille pour analyser des problèmes en algèbre (1994)

Bednarz et Janvier (1994) ont développé une grille pour analyser les problèmes en algèbre en se servant du cadre conceptuel de Vergnaud (1982) relatif au calcul relationnel dans les problèmes arithmétiques. Nous présenterons ci-dessous trois exemples de problèmes utilisés dans leur étude : un problème sur le partage inéquitable, un 2e sur la transformation et un 3e impliquant les taux (voir tableau 1.1).

Tableau 1.1 Trois exemples de type de problème utilisés dans l'étude de Bednarz et Janvier (1994), cité dans Antoun (2012)

Type de problèmes	Problème de partage inéquitable (de comparaison)	Problème de transformation	Problème impliquant un taux
Exemples	380 étudiants sont inscrits aux trois activités sportives offertes durant la saison. Il y a trois fois plus d'étudiants inscrits au basket-ball qu'au patinage, et il y a 114 étudiants de plus inscrits à la natation qu'au basket-ball. Combien d'étudiants se sont inscrits à chacune des activités ?	Luc a 3,50 $ de moins que Michel. Luc double son montant d'argent tandis que Michel augmente le sien de 1,10 $. Maintenant, Luc a 0,40 $ de moins que Michel. Combien chacun avait-il au départ ?	Pour rejoindre deux villes, un homme en moto a réalisé une vitesse moyenne de 80 km/h dans un sens et 60 km/h dans l'autre sens, il a accompli ainsi un aller-retour en 7 heures. Quelle est la distance entre les deux villes ?

Pour analyser le problème sur le partage inéquitable dans les manuels scolaires, les deux chercheuses se sont intéressées au nombre de relations de comparaison (p. ex : trois fois plus, de plus, etc.), à leur nature (additive, multiplicative, etc.) ainsi qu'aux quantités des données (connues ou fournies) dans le problème. Dans le deuxième type de problèmes, elles ont utilisé les relations de comparaison et la transformation dans le temps (les avoirs de Luc et Michel à un moment donné et leurs avoirs plus tard dans le temps). Dans le troisième type de problème, elles ont exprimé la vitesse moyenne entre les deux villes par un taux. C'est autour des problèmes de type comparaison que les deux chercheuses ont établi un cadre d'analyse comportant certains éléments qui peuvent entrer en jeu dans la complexité d'un problème, soit : le nombre et la nature des relations de comparaison impliquées (additive, multiplicative, etc.) et le nombre de générateurs (voir tableau 1.2).

Tableau 1.2 Nature et structure des problèmes de comparaison, cité dans Antoun (2012, p. 59)

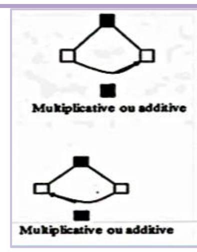
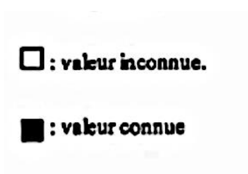
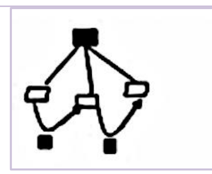
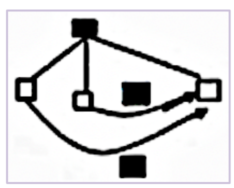
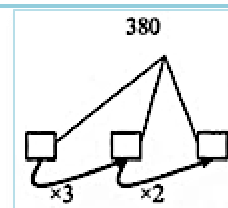
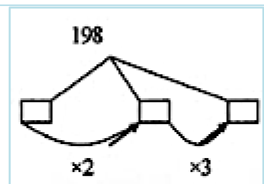
La nature des problèmes	**Les structures des problèmes**	**Commentaires/degré de complexité**
Problème impliquant une seule comparaison (deux branches)		Facilement résolus arithmétiquement
Problème impliquant deux comparaisons (à trois branches) et ouvrant la porte à un raisonnement algébrique. **Légende :** 	  	Problème de composition de deux relations additives ou multiplicatives ou bien une additive et l’autre multiplicative Problème « source » Problème « puits » plus complexe que les autres

Tableau 1.3 Deux types de contextes en algèbre ayant la même structure (Antoun 2012, p. 60)

Contexte	**Structure**
Problème 1 380 étudiants sont inscrits aux trois activités sportives offertes durant la saison. Le basket-ball regroupe 3 fois plus d'élèves que le patinage et la natation regroupe 2 fois plus d'élèves que le basket-ball. Combien d'élèves participent à chacune des activités ?	
Problème 2 Trois enfants jouent aux billes. Ils ont ensemble 198 billes. Georges a deux fois plus de billes que Denis et Pierre a trois fois plus de billes que Georges. Combien de billes possède chacun des enfants ?	

Selon les résultats de cette recherche (Bednarz et Janvier, 1994), les élèves de secondaire 1 réussissent bien les problèmes de type « source », où les deux relations ont la même donnée comme point de départ. Alors que les problèmes « puits », où les deux relations ont la même donnée comme point d'arrivée, sont les plus difficiles pour tous les niveaux : de la 1re année du secondaire à la 4^{e} année du secondaire (régulier et enrichi). Un autre fait saillant de cette expérimentation est que le contexte doit être pris en considération dans la complexité des problèmes. Par exemple, malgré que les deux problèmes aient une structure similaire, les statistiques indiquent que 15 % des élèves ont réussi le premier problème, alors que 20 % ont réussi le deuxième problème (Bednarz et Janvier, 1994).

1.2.2 L’analyse des situations-problèmes et les situations d’application pour l’introduction en algèbre (2012)

L’étude d’Antoun (2012) s’est faite dans le prolongement de la recherche de Marchand (1997) qui s’est centré sur l’analyse des problèmes se trouvant dans deux collections de manuels scolaires *Scénario et Carrousel* provenant de la réforme de 1994 au Québec. Alors que Antoun (2012) a analysé des situations-problèmes et des situations d’application pour l’introduction en algèbre du manuel *Perspective mathématique* au 1er cycle du secondaire au Québec. Et pour faire l’analyse des situations-problèmes en lien avec la composante *Résolution de problèmes en algèbre*, elle s’est servie de l’outil d’analyse produit par le chercheur Jonnaert *et al.* (1990-1997).

Jonnaert (1997) définit les objets comme les matériaux essentiels à l’élève pour effectuer une activité. Parfois, c’est l’élève qui doit trouver ces matériaux dans la situation, et d’autres fois, ils lui sont directement fournis dans l’énoncé. Pour ce qui est des opérateurs, ce sont les outils que l’élève applique aux objets de la situation, tels que des formules, des règles, des algorithmes, etc. Le produit est défini comme étant « *le résultat des traitements sur les objets par les opérateurs* » (Jonnaert, 1997, p. 118, cité dans Antoun (2012)).

Dans l’exemple ci-dessous, tiré de l’étude de Jonnaert, un enseignant de 4e primaire fournit à ses élèves la mesure de la longueur d’un segment de droite qui mesure 7 cm. Cette mesure est la longueur d’un côté d’un quadrilatère, et « que ce quadrilatère est un carré. Il demande à ses élèves de calculer l’aire du quadrilatère en appliquant la formule apprise antérieurement » (Jonnaert, 1997).

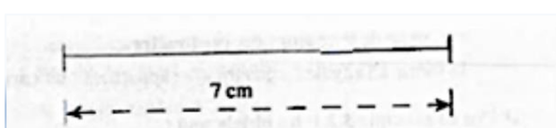


Figure 1.3 Exemple tiré de l’étude de Jonnaert (1997)

Pour résoudre ce problème, l'élève doit identifier les opérateurs (les matériaux), c.-à-d la longueur du segment de droite (7 cm) et le type de quadrilatère (le carré dans ce cas) ; puis il doit trouver par lui-même l'opérateur qui est la formule d'aire du carré et la calculer : côté x côté = c^2. Finalement, il doit calculer le résultat (produit), qui est égal à 49 cm^2.

Joannert rajoute à ces paramètres le degré d'incertitude qui, selon lui, est fonction de la quantité de l'information suggérée à l'élève. Jonnaert et Devault en ont défini trois sortes de degrés d'incertitude (i) sur les paramètres d'une situation (1994, p. 12), soit :

> i^+ : indice fort sur le paramètre et incertitude faible. Le paramètre est présent dans la situation et l'élève peut y accéder sans faire de traitement sur la situation. Le paramètre est une donnée du problème.
>
> i^- : indice faible sur le paramètre et incertitude forte. Le paramètre est présent dans la situation, mais le sujet doit effectuer un traitement sur la situation pour le trouver.
>
> $i^{0\,:}$ indice nul sur le paramètre et incertitude maximale. Le paramètre est absent de la situation, le sujet doit soit le conjecturer, soit le chercher ailleurs que dans la situation.

Pour analyser la complexité d'une situation, Antoun (2012) s'est attardée à l'analyse des paramètres (objet(s), opérateur(s) et produit(s)), en leur attribuant les trois sortes de degrés d'incertitude. L'application ou la combinaison des degrés d'incertitude (i) aux paramètres servent à déterminer si la tâche est à faible ou à forte incertitude. Si le niveau d'information est au maximum, c.-à-d si la situation n'engendre aucune difficulté pour l'élève, elle est qualifiée de situation fermée. Et plus l'élève mobilisera des méthodes pour la résoudre, plus elle devient une SP ouverte. Une situation devient donc une situation-problème si une de ses tâches a au moins les caractéristiques de la troisième ligne, ou plus, du tableau des statuts (voir tableau 1.4).

Tableau 1.4 Les statuts des situations issues de l'étude de Jonnaert *et al.* (1990)

Paramètres de la structure de la Situation			Caractérisation des paramètres			Statuts de la situation
Objet(s)	Opérateur(s)	Produit(s)	Niveau de l'information (NI)	Degré d'incertitude (DI)	Degré d'ouverture (DO)	Situation(S) /situation-problème (SP)
i^{*}	i^{*}	i^{*}	Maximum	Nul	Nul	Absence de problème; situation fermée-(S)
i^{*}	i^{*}	i^{*}	Elevé	Faible	Quasi nul	Absence de problème; situation fermée-(S)
i^{*}	i^{*}	i^{*}	Moyen	Moyen	Faible	SP potentielle;
i^{*}	i^{*}	$i^{?}$	Faible	Élevé	Faible à moyen	Fort potentiel de SP
i^{*}	$i^{?}$	$i^{?}$	Quasi nul	Très élevé	Elevé	SP
i^{*}	$i^{?}$	$i^{?}$	Quasi nul	Très élevé	Très élevé	SP quasi ouverte
$i^{?}$	$i^{?}$	$i^{?}$	Nul	Maximum	Maximum	SP ouverte

1.2.3 Des critères de complexité pour l'étude des problèmes donnés en introduction en algèbre au premier cycle (2017)

La recherche de Berger (2017) s'est faite dans le but d'identifier et d'expliquer les critères de complexité pour juger de la complexité de l'énoncé des problèmes lors de l'introduction en algèbre au premier cycle du secondaire. Cette recherche collaborative s'est faite avec deux enseignants volontaires de la deuxième année du secondaire dans le but de co-construire une grille d'analyse abordant les critères de complexité des problèmes écrits en algèbre. L'intention de recherche avait pour but de développer un outil pour aider les enseignants à mieux analyser les problèmes en algèbre du 1er cycle du secondaire. Avant de commencer à construire cet outil, la chercheuse a discuté avec les enseignants participants des critères qui rendent un problème complexe.

Après plusieurs entrevues, 30 critères de complexité ont été ressortis par les enseignants (voir Berger, 2017, p. 120), mais seulement 13 ont été retenus pour analyser les problèmes écrits en algèbre (voir tableau 1.5).

Tableau 1.5 Grille d'analyse des problèmes écrits en algèbre

Catégorie	Critère	Explications de l'origine de la complexité
Organisation physique du texte	☐ Organisation de l'énoncé	☐ Longueur de l'énoncé ☐ Organisation des phrases ☐ Présence de puces, de tirets, de picots
	☐ Informations fournies	☐ Présence de données superflues
	☐ Nature et place de la question	☐ Question interrogative ou déclarative ☐ Question au début ou à la fin de l'énoncé
	☐ Représentation des données	☐ En mots ☐ En symbole ☐ En schéma ☐ En graphique ☐ En tableau ☐ En table de valeurs
Ressources de l'élève	☐ Contexte	☐ Contexte plus ou moins connu des élèves
	☐ Concepts en jeu	☐ Présence d'un concept ou d'un processus difficile ☐ Combinaison de plusieurs concepts et processus
	☐ Capacités de l'élève	☐ Capacité de l'élève à transférer ses connaissances ☐ Capacité de l'élève à faire des inférences ☐ Capacité de l'élève de visualiser en 3D
Mathématisation	☐ Relations entre les données	☐ Nature des relations ☐ Difficulté lors de la traduction de l'énoncé en expressions algébriques ☐ Difficultés pour la construction de l'équation
	☐ Étapes de résolution	☐ Présence de plusieurs étapes ☐ Présence d'étapes intermédiaires indépendantes ☐ Présence d'étapes implicites
	☐ Contraintes	☐ Présence de contraintes
Type de problème	☐ Structure du problème	☐ Problème de type comparaison ☐ Problème de type taux ☐ Problème de mise en égalité
	☐ Type de question	☐ Question d'application ☐ Question de démonstration, justification, conjecture
	☐ Type de réponse	☐ Réponse numérique ou algébrique ☐ Une ou plusieurs réponse (s) possible (s)

1.2.4 Un ouvrage sur les situations-problèmes mathématiques au primaire (2013)

L'apprentissage à travers des situations-problèmes est un ouvrage écrit par Laurent Theis, un chercheur en Didactique des mathématiques en collaboration avec Nicole Gagnon, une enseignante du primaire dans le but de réunir deux points de vue, celui de la recherche et celui de la pratique sur la résolution des situations-problèmes en mathématiques au primaire. La plupart des situations abordées dans le livre ont déjà été vues dans la classe de Mme Gagnon à l'Écollectif, école primaire alternative publique, puis expérimentées à nouveau pour cette étude dans une classe composée de 26 élèves du 3^{e} cycle primaire, avec deux niveaux : 5^{e} et 6^{e} année.

Trois thématiques sont abordées dans le livre. Les chercheurs expliquent ce qu'ils entendent par situation-problème (SP) en s'appuyant sur la définition d'Astolfi (1993) et en utilisant l'exemple de la SP sur *La fonte de la calotte glaciaire*. Ils font ensuite une analyse des concepts et des obstacles que les élèves doivent surmonter. Par exemple, pour la SP *Calcul de taxes* (voir Annexe B) , parmi les enjeux conceptuels, il y a celui de calculer le montant à payer pour des articles scolaires. Les élèves devaient utiliser « des algorithmes personnels sur les quatre opérations de base avec les nombres décimaux » (Theis et Gagnon, 2013) même si aucun enseignement sur ces opérations ne leur a été donné.

Les chercheurs font également une analyse des stratégies utilisées par les élèves lors de l'expérimentation. Ils ont fait des moments d'arrêt pour expliquer aux élèves certaines stratégies afin de leur permettre d'avancer dans la résolution.

Le but de présenter ces stratégies dans l'ouvrage c'est de permettre à d'autres enseignants d'avoir une idée sur les raisonnements qui peuvent être utilisés dans ce genre de situations-problèmes. Finalement, après avoir présenté l'analyse des stratégies, les chercheurs ont réservé une section à des discussions pertinentes qui ont eu lieu entre eux. Par exemple, sur la SP *La fonte de la calotte glaciaire*, on y trouve une discussion sur la gestion de l'erreur en résolution de problèmes (Theis et Gagnon, 2013, p. 119).

Avant d'être expérimentée par les chercheurs, cette activité a été utilisée une première fois dans un projet sur l'étude des différents écosystèmes. Elle émane d'un article du journal *La Presse* (2004) où des chercheurs étudiant les écosystèmes ont présenté des résultats sur les changements climatiques sous forme d'images satellites (voir figure 1.4). Sur l'image, le contour en bleu montre l'étendue de la calotte glaciaire en 2003, tandis que la surface blanche représente les prévisions de son étendue 2010 et 2030.

Figure 1.4 Image initiale de la calotte glaciaire dans l'article *La Presse* (Theis et Gagnon, p. 110)

Dans l'article, l'image initiale a été modifiée (voir figure 1.5) par les chercheurs pour que l'information devienne accessible. Mais « la figure bleue n'est pas fermée et le caractère non contigu de la surface blanche, avec de nombreux pointillés qui ne sont pas rattachés à la figure principale » (Theis et Gagon, 2013) peuvent représenter des difficultés pour les élèves du 3e cycle primaire.

FIGURE 3. Image sur laquelle les élèves de la classe travaillent

Figure 1.5 Image modifiée et rendue accessible aux élèves (Theis et Gagnon, p. 111)

Les élèves devaient répondre à la question suivante : « Quelle sera l'étendue de la surface de la calotte glaciaire en 2020 par rapport à aujourd'hui (2003) ? » (Theis et Gagnon, 2013).

Pour calculer les surfaces irrégulières, deux stratégies ont été mobilisées par les élèves :

– Recouvrir les deux surfaces par une grille de forme carrée (différentes grilles de différentes formes ont été fournies aux élèves), puis calculer le nombre de carrés dans chacune des surfaces.

– Subdiviser les surfaces en figures géométriques connues (triangle, rectangle et carré) pour calculer approximativement les deux surfaces irrégulières.

Dans cette expérimentation, la comptabilisation des carrés incomplets, la comparaison des deux surfaces (bleue et blanche) et l'utilisation du périmètre au lieu de l'aire sont des exemples de difficultés auxquelles les élèves peuvent se heurter.

Les auteurs se sont basés sur les critères d'Astolfi (1993) pour analyser les neuf situations-problèmes c.-à-d :

- Chaque SP cible un concept mathématique précis. Par exemple, les savoirs à construire dans la situation de *La fonte de la calotte glaciaire* sont reliés au calcul de l'aire de deux figures irrégulières ;

- Des SP qui se situent au début d'une séquence d'apprentissage. Par exemple, les contenus mathématiques dans *La fonte de la calotte glaciaire* ne leur ont pas été préalablement enseignés (rapport, fraction, pourcentage) ;
- Des SP contextualisées, par exemple, *La fonte de la calotte glaciaire,* provient d'un article de journal. Les contextes des autres situations s'inspirent de la vie de l'élève ;
- Des SP accessibles au départ, par exemple, pour la SP de *La fonte des glaciers*, les élèves savent en général qu'ils doivent trouver une réponse sous forme de fraction ou de pourcentage ;
- Résolution en équipe pour permettre débat et échange entre les élèves ;
- Validation de la solution en grand groupe, comme pour les résultats des différentes aires.

Pour conclure, les chercheurs nous avisent que malgré que l'expérimentation ait été réalisée dans une école alternative, les neuf situations-problèmes proposées peuvent être utilisées telles quelles, ou légèrement modifiées, et être proposées dans n'importe quelle école primaire.

Les recherches citées précédemment montrent que plusieurs outils ont été développés pour aider les enseignants à analyser les problèmes et la complexité des situations-problèmes en algèbre. Toutefois, nous n'avons pas trouvé des recherches sur l'analyse de situations-problèmes des manuels scolaires québécois de deuxième cycle du secondaire.

1.3 Analyse a priori de la résolution d'un problème avant l'arrivée de l'« Ingénierie didactique »

Avant, dans un processus d'organisation d'une activité mathématique, il était suggéré aux enseignant(e)s de faire une analyse a priori de l'activité conçue, et c'est encore le cas aujourd'hui. Mais avec la naissance de la méthodologie de recherche « l'Ingénierie didactique » (Artigue, 2014), cette technique est devenue beaucoup plus complexe et elle fait référence à une analyse épistémologique et didactique qui précède nécessairement la construction d'ingénieries didactiques (Charnay, 2003). Pour notre mémoire, nous n'avons pas envisagé de faire une expérimentation, notre approche sur l'analyse a priori d'un problème sera donc semblable à celle de l'enseignement. Elle sera de type pragmatique comme celle qui existait avant l'arrivée de l'Ingénierie didactique. Notre approche est un type d'analyse a priori de l'activité (théorique) autour des contenus mathématiques nécessaires à mobiliser pour aboutir à la solution demandée. Cette analyse permet à la fois d'anticiper les difficultés des élèves face à la résolution de la SP et d'avoir un aperçu sur la complexité de la tâche.

Ici, nous voulons montrer comment l'approche d'analyse a priori, qui était utilisée dans la résolution de problèmes et d'exercices, doit être transformée en analyse a priori de la résolution de situations-problèmes. En général, une analyse a priori de la résolution d'un problème ou d'un exercice est construite avec un tableau à deux colonnes : une colonne pour les questions et une autre pour les savoir-faire attendus. Cette technique utilisée dans le passé par *l'Association National des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public* (ANPMEP) en France (1993), proposait aux enseignant(e)s la possibilité de mettre dans une colonne l'énoncé (questions) lié à la tâche et dans la colonne d'à-côté, les savoir-faire.

Dans notre étude, nous définissons les savoir-faire par une division de la tâche principale en sous-tâches qui demandent une application directe d'une connaissance (un savoir-faire).

Dans la littérature, il y a différentes connotations à la notion de « tâche mathématique ». Par exemple, dans le travail d'Antoun (2012), la tâche comme est définie comme suit : « Jonnaert (1997) caractérise une situation (une tâche ou une SP) par trois classes de paramètres : les objets, les opérateurs et les produits » (p. 41). Dans cette définition, parler de situation est trop général, parce que la situation peut être liée à un problème fermé, un problème ouvert ou à une SP. De plus, comme nous voulons faire une distinction du type d'action réalisée (p. ex : une conversion entre registres de représentations), pendant un travail mathématique réalisé, nous avons choisi d'utiliser la notion de tâche mathématique telle qu'elle est connue dans le langage commun : ***travail mathématique à exécuter dans un temps déterminé***. Avec cette définition, nous pouvons parler des sous-tâches comme une partition de la tâche originale qui détermine un travail spécifique partiel à exécuter.

1.4 Analyse a priori de la résolution d'un problème (méthode : questions/savoir-faire)

Nous ferons d'abord une analyse a priori d'un problème (*Les différents wagons*[5]). Puis, pour montrer les limites de cette approche avec les situations-problèmes, nous ferons une analyse a priori d'une SP proposée par le ministère « La Mosaïque ». Pour ce faire, nous utiliserons, un tableau à deux colonnes : une pour les questions et l'autre pour les savoir-faire. Il faut préciser qu'il peut exister plusieurs manières de résoudre un problème et différents ordres d'enchaînements des connaissances peuvent émerger dans la résolution d'un problème. L'analyse a priori est théorique et un seul chemin général est exprimé dans la colonne savoir-faire.

> Énoncé du problème : Avec l'arrivée du prolongement du métro Montréal-Repentigny, le chargé de projet, Monsieur Joseph, devra faire l'achat de nouveaux wagons. Après la réalisation de différentes études, Monsieur Joseph constate qu'ils auront besoin de wagons à 25 places et de wagons à 30 places. Sur cette nouvelle ligne de métro, il faudra compter un total de 4000 places pour les usagers. Aussi, il précise qu'il y aura 50 wagons à 25 places de plus que de wagons à 30 places. Combien de wagons de chaque sorte Monsieur Joseph devra-t-il commander ?

gion
en

Tableau 1.6 Questions et savoir-faire pour résoudre le problème *Les différents wagons*

Question (énoncé)	**Savoir-faire (application directe des concepts selon chaque sous-tâche)**
Avec l'arrivée du prolongement du métro Montréal-Repentigny, le chargé de projet, Monsieur Joseph, devra faire l'achat de nouveaux wagons. Après la réalisation de différentes études, Monsieur Joseph constate qu'ils auront besoin de wagons à 25 places et de wagons à 30 places. Sur cette nouvelle ligne de métro, il faudra compter un total de 4000 places pour les usagers. Aussi, il précise qu'il y aura 50 wagons à 25 places de plus que de wagons à 30 places. Combien de wagons de chaque sorte Monsieur Joseph devra-t-il commander ?	Modéliser la situation sous forme d'un système d'équations.
	Désigner des variables : x : nombre de wagons à 25 places y : nombre de wagons à 30 places
	Proposer un système d'équations : $25\,x + 30y = 4000$ $x = y + 50$
	Résoudre pour trouver le nombre de wagons de chaque sorte. Solution unique : x = 100 et y = 50.
	Vérifier la solution obtenue en remplaçant les valeurs de x et y dans chacun des systèmes d'équations. $25\,x + 30y = 4000$ 25 (100)+ 30 (50) = 4000 2500 +1500= 4000 $x = y + 50$ 100 = 50+ 50 100 = 100

Caractéristiques du problème *Les différents wagons* :

- Un énoncé court et lié à un contexte ;
- La résolution algébrique peut nécessiter l'utilisation d'inconnues et le processus peut être réalisé dans un seul registre[6] (algébrique) ;
- La résolution du problème peut se faire de façon arithmétique ou par essais-erreurs. On peut aussi l'écrire sous forme d'équation du premier degré à une inconnue ;
- Il a une solution unique.

Au XX^e siècle, plusieurs recherches se sont faites sur la résolution des problèmes, mais pas sur les situations-problèmes. La recherche intéressante qui montre clairement qu'il y a une problématique de transition entre la résolution de problèmes et la résolution de situations problèmes est celle d'Antoun (2012).

Pour analyser les SP, nous adopterons, comme le PFEQ, une approche qui intègre la notion du registre de Duval (1988, 1993, 1995). Nous montrerons (voir section 1.5) que la structure des SP est différente de celle des problèmes et que la conversion entre registres de représentations[7] est centrale pour leur résolution. Ainsi, dans la section 1.5, nous étudierons une SP qui nécessite une organisation d'analyse plus complexe.

1.5 Analyse a priori de la résolution d'une situation-problème (méthode partition du processus de modélisation par étapes)

Pour préparer l'examen de fin d'année de la première compétence *Résoudre une situation-problème*, j'avais proposé à mes élèves la SP *La Mosaïque*, une œuvre d'art constituée de quatre couleurs et quatre formes différentes (voir figure 1.6). Pour la résoudre, les élèves devaient trouver toutes les coordonnées possibles pour les sommets A, B et C de la tuile jaune, puis calculer le coût total de chaque couleur de tuile en

[6] La définition de *registre* est liée au travail de Duval (1988, 1993, 1995) qui sera discuté dans le chapitre II.

[7] Dans le chapitre II, nous discuterons en profondeur sur la conversion entre registres de représentations.

respectant des contraintes.

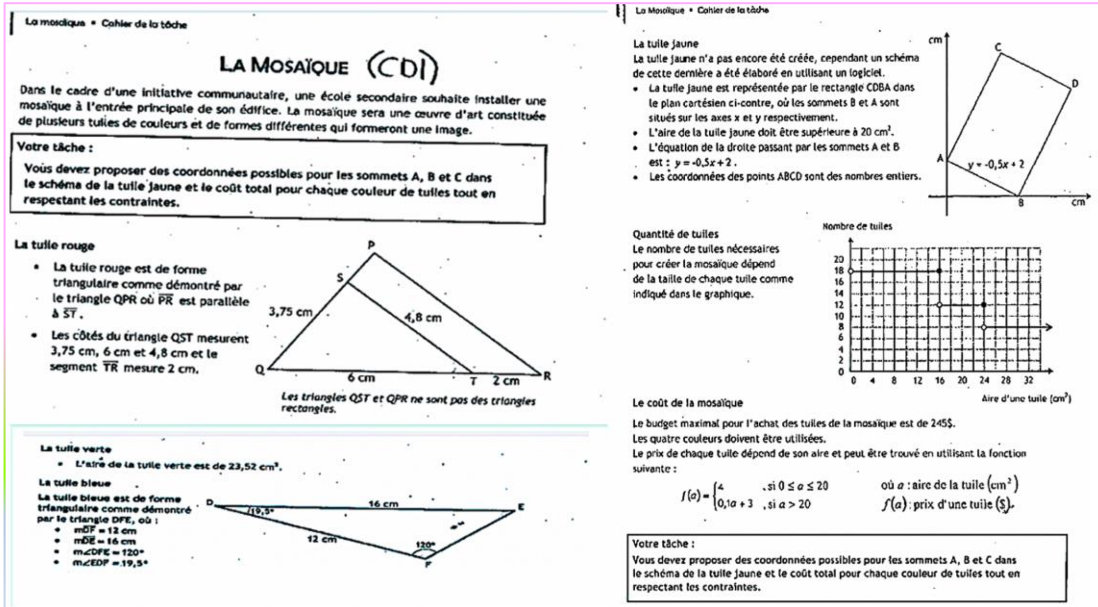


Figure 1.6 Énoncé de la SP *La Mosaïque* (Société Grics)

Ici, les données sont sous forme de texte, de figures et de représentations algébriques. La résolution va exiger une organisation plus complexe et différente de celle d'un problème, et nous obliger à utiliser une nouvelle approche d'analyse pour identifier les savoir-faire. Une nouvelle colonne est donc nécessaire (voir tableau 1.7).

Dans notre modèle, la première colonne sera consacrée aux processus de modélisation[8] globale et locale[9] (par étapes). La deuxième colonne va être transformée, au lieu d'y inscrire l'énoncé général comme avant, la nouvelle deuxième colonne servira à placer les questions générales qu'un élève (fictif dans cette analyse a priori) peut se poser pour

[8] D'un point de vue pragmatique, Kaiser (2014, 2020) définit la modélisation globale comme : A pragmatic perspective, focusing on utilitarian or pragmatic goals, i.e., the ability of learners to apply mathematics for the solution of practical problems. (p. 397).

[9] Nous définissons la modélisation locale comme une application directe d'un concept mathématique (par exemple : transformation d'une représentation dans le même registre ou conversion entre représentations de différents registres).

chaque étape. Finalement, la troisième colonne sera dédiée aux savoir-faire de l'élève (applications directes) pour répondre aux questions spécifiques. Une nouvelle colonne est donc ajoutée pour faire une partition du processus général de modélisation avec une spécificité des processus de modélisation locale (par étapes). Cela permettra à la fois aux enseignant(e)s et aux élèves d'avoir une structure globale des différentes sous-tâches à réaliser pour résoudre cette SP qui met en jeu plusieurs concepts mathématiques.

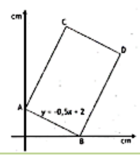
La tâche sera subdivisée en sous-tâches (travail mathématique local dans un temps déterminé) et associée à un processus de modélisation local. Nous désignerons par PM ces processus de modélisations (voir tableau 1.7).

Organisation des sous-tâches de *La Mosaïque* :

- Construire la tuile jaune en respectant les contraintes ;
- Calculer l'aire de chaque tuile (rouge, bleue, jaune) ;
- Calculer le nombre de tuiles à l'aide de la représentation graphique ;
- En utilisant la fonction par parties, calculer le prix des tuiles rouges, vertes, bleues et jaunes ;
- Calculer le coût total et vérifier que cela ne dépasse pas le budget de 245 $.

Tableau 1.7 Organisation et modélisation des différentes tâches de résolution de *La Mosaïque*

Les processus de modélisations	**Questions**	**Savoir-faire**
Processus Modélisation 1 (PM1) Organisation de données et sélection des données pertinentes à une première sous-tâche.	Quelle est l'aire de la tuile rouge formée par le triangle QPR ?	– Démontrer que le Δ QST ~ Δ QPR et utiliser le rapport de similitude entre les côtés homologues pour trouver les trois mesures inconnues du Δ QPR. – Calculer l'aire de la tuile rouge à partir de la formule de Héron.

	Quelle est l'aire de la tuile verte ?	L'aire de la tuile a été donnée. Elle est équivalente à 23,52 cm^2. Toutefois, l'image de cette tuile n'a pas été indiquée.
Processus Modélisation 2 (PM2) Sélection de données. Doit-on prendre en compte l'angle de 120° ?	Quelle est l'aire de la tuile bleue formée par le triangle DEF ?	– Utilisation de la formule de l'aire d'un triangle quelconque avec les mesures de deux côtés et de l'angle qu'ils forment (ou bien la Loi du Cosinus).
Processus Modélisation 3 (PM3) – Associer le segment AB à une droite du premier degré. – Transformation de la figure (rectangle) en une représentation graphique.	– Comment trouver les coordonnées des points A et B dans la tuile jaune ? 	– Reconnaissance de l'expression algébrique d'une droite et transformation mentale de la représentation graphique-figure.
		– À partir d'une équation de la forme y= m x+ b, trouver l'ordonnée à l'origine du point A et l'abscisse à l'origine du point B.
Processus Modélisation 4 (PM4) – Changement de registre graphique à algébrique dans le calcul des segments.	– Comment trouver les mesures des côtés de la tuile jaune formée pas le rectangle ABCD ? – Comment trouver l'aire de la tuile jaune formée par le rectangle ABCD ?	– Trouver la mesure du segment AB à partir de la formule de la distance entre deux points $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
		– Faire des essais-erreurs pour trouver les coordonnées du point C en respectant la contrainte qui exige que les coordonnées du rectangle (ABCD) soient des nombres entiers.
		– Trouver la mesure du segment AC à partir de la formule de la distance entre deux points $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
		– À partir de la formule de l'aire d'un rectangle, calculer l'aire de la tuile jaune, et s'assurer de respecter la contrainte donnée exigeant que l'aire de la tuile soit supérieure à 20 cm^2. – Ou, tracer des droites perpendiculaires à une droite et trouver leurs expressions algébriques. Calculer les coordonnées des points pour quelques valeurs entières plus grandes que 4. Par exemple : 5, 6 et 7. – Éliminer les valeurs entières 5 et 6 à cause des contraintes, c.-à-d. garder C (3,8) et D (7,6).
	Comment trouver le nombre de tuiles nécessaires pour créer la mosaïque ?	– À partir de l'aire trouvée pour chacune des quatre tuiles, faire une lecture sur le graphique (fonction en escalier) du nombre de tuiles en fonction de l'aire de chacune d'elles.
Processus Modélisation 5 (PM5) – Changement de registre algébrique à numérique dans	– Comment trouver le coût des tuiles formant la mosaïque, sachant que les quatre couleurs doivent être utilisées ?	– Reconnaitre que la fonction qui permet de calculer le coût f (a) en fonction de l'aire d'une tuile est une fonction par parties.

la recherche du coût de la mosaïque.		
	– Comment respecter le budget maximal (245 $) pour l'achat de la mosaïque ?	– Additionner le coût total de chacune des tuiles formant la mosaïque et vérifier que le montant ne dépasse pas 245 $.

Les caractéristiques, liées aux difficultés des élèves (voir section 1.1), de cette SP sont :

- L'énoncé est long et est lié à un contexte ;
- Il y a des données qu'on peut laisser de côté dépendamment du chemin choisi pour sa résolution (p. ex, on peut utiliser ou non, selon le raisonnement choisi, la mesure de l'angle DFE de 120˚) ;
- Plusieurs démarches de processus de modélisation sont requises pour la résolution ;
- Cette SP exige une partition en sous-tâches ;
- Les processus de résolution peuvent nécessiter des changements de registres ;
- Il n'y a pas qu'une seule solution ;
- L'utilisation de la technologie *Excel* est pertinente dans ce cas.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			**La Mosaïque**					
2	**Tuile rouge**							
3	Aire QST			**Triangle ΔPQR**				
4	QS=	3,75		TS/TQ=PR/RQ	PR=4.8*8/6	6,40		
5	QT=	6,00		QS/QT=QP/QR	QP=3,75*8/6	5,00		
6	TS=	4,80			QR=	8,00		
7								
8	Demi-S=	7,28		Demi-S=	9,70			
9	AireQST=	9,00		AireQPR=	15,99			
10								
11	**Tuile vert**							
12	Aire TV=	23,52						
13						**Résumé:**		**Nb tuiles**
14	**Tuile bleu**					AireTR=	15,99	18,00
15	Loi cosinus	a=	12,00			AireTV=	23,52	12,00
16		b=	16,00	Radianes		AireTB=	32,05	8,00
17		Alpha=	19,50	0,34		AireQuad=	30,00	8,00
18		c^2=a^2+b^2-2ab*cos(alpha)						
19		c=	6,17			PrixTR=	4,00	
20		Semi-S=	17,08			PrixTV=	5,35	
21		AireTB=	32,05			PrixTB=	6,20	
22						PrixQuad=	6,00	
23								
24					**Coût Total=**	**233,86**		

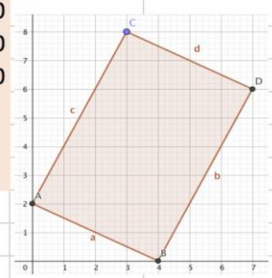


Figure 1.7 Résolution de la SP *La Mosaïque* avec *Excel*[10]

Soulignons ici que la stratégie d'organisation globale des données est une compétence importante qui n'était pas présente par le passé dans la résolution des problèmes. Avant, il était suffisant d'utiliser un tableau à deux colonnes, comme nous l'avons fait pour le problème *Les différents wagons*. Dans la nouvelle approche, il faut faire ressortir d'abord les processus de modélisation, que les élèves utiliseront lors de leur résolution ; ensuite, les questions associées à ces processus ; et enfin ; illustrer les actions des savoir-faire.

[10] Remarque : pour résoudre la SP *La Mosaïque* par *Excel*, nous n'avons utilisé ni la mesure de l'angle DFE de 120º dans le triangle DEF ni le triangle QST dans cette résolution.

1.6 Discussion

Pour résoudre cette SP, certains élèves n'ont pas su comment trouver l'aire de chaque tuile. Or, sans ce calcul, ils ne pouvaient pas déterminer le nombre total de tuiles nécessaires à la construction de la mosaïque. Ils me disaient qu'ils se sentaient bloqués. Il y avait donc un obstacle qui les empêchait d'avancer. Il y avait aussi la contrainte du calcul de l'aire de la tuile jaune qui devait être supérieure à 20 cm^2 et que certains élèves avaient des difficultés à respecter. Ils devaient faire plusieurs essais-erreurs pour arriver à trouver une aire plus grande que 20 cm^2, sinon ils ne pouvaient pas passer à l'étape du calcul du nombre de tuiles jaunes en fonction de leur aire. De plus, le coût de la mosaïque dépendait de l'aire de chaque tuile. Par exemple, si l'aire de la tuile était entre 0 et 20 cm^2, son coût était de 4 $, mais si l'aire était strictement plus grande que 20 cm^2, son coût se calculait par la fonction $f(a) = 0{,}1\ a + 3$, où **a** représente l'aire de la tuile en cm^2 et f (a) le prix de la tuile en $. Comme la résolution d'une étape dépend de celle qui précède, si les élèves avaient des difficultés à calculer l'aire d'une tuile, ils ne pouvaient trouver ni le nombre total de tuiles nécessaires pour la mosaïque ni son coût. Ces difficultés rencontrées par mes élèves illustrent la complexité d'une SP ainsi que les blocages qu'elle peut engendrer chez certains. Comme nous avons précisé avant, le PFEQ mentionne des caractéristiques autour de cette problématique : « La résolution d'une SP est un processus dynamique qui nécessite de nombreux aller-retour et fait appel à l'anticipation, au discernement et au jugement critique » (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, 2007, p. 19) ».

1.7 Place des situations-problèmes dans le programme de formation de l'école québécoise

Depuis 2001 au primaire et 2004 au secondaire, l'enseignement des SP est au cœur du programme de formation de l'école québécoise (PFEQ). Le mot *situation-problème* apparaît 54 fois dans le programme de 2007, preuve de l'importance de la place qui lui est donnée.

1.7.1 Caractéristiques générales des situations-problèmes du programme de formation de l'école québécoise de 2007

Selon le PFEQ, une SP n'est considérée comme telle que si elle n'a jamais été présentée à l'élève auparavant. Elle s'applique à plusieurs champs mathématiques. Elle est organisée autour d'obstacles cognitifs que l'élève doit franchir en formulant des hypothèses. Elle fait intervenir un ou plusieurs aspects d'une problématique dont la résolution nécessite des savoirs mathématiques. Elle doit satisfaire à l'une des conditions suivantes :

- La situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage ;
- L'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage ;
- Le produit, ou sa forme attendue, n'ont pas été présentés antérieurement (PFEQ, 2007, enseignement secondaire, deuxième cycle, p. 19).

Le programme définit une SP par son degré de familiarité ; son niveau d'abstraction qui exige de l'élève la mobilisation de concepts d'un même champ mathématique ou de faire des liens entre plusieurs champs afin de s'approprier la situation. Aussi, il est nécessaire de mentionner les étapes que l'élève doit franchir pour trouver la solution ; le nombre de contraintes à respecter et de données ou de variables à traiter ; la spécificité des modèles requis pour la résoudre ; les types de registres de représentations qu'elle peut solliciter chez lui ; et enfin ; la nature et la forme du résultat attendu. Quant à la complexité d'une SP, le PFEQ (2007) spécifie : « la complexité d'une SP, elle est caractérisée par l'étendue des savoirs qu'elle mobilise, le niveau d'abstraction requis, la difficulté des modélisations à réaliser et les liens sollicités entre les champs mathématiques » (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, 2007, p. 17).

Pour résoudre une SP qui ne lui a pas été présentée antérieurement, l'élève fait face à la nouveauté et doit donc s'appuyer sur ses acquis, sa créativité et son imagination. Il peut recourir à différents types de raisonnement : l'observation, la comparaison, la représentation, la généralisation, etc. Il développe ainsi des stratégies et des compétences, comme la confiance en soi, l'autonomie, etc. Toute SP suscite chez l'élève des conflits cognitifs et un besoin de résolution.

Au premier cycle du secondaire, l'élève doit cerner les données importantes et les représenter algébriquement, par un graphique, ou par une table des valeurs. À ce niveau, les registres de représentations sémiotiques[11] font leur entrée dans la résolution.

> On trouve généralement le registre verbal, le registre des figures, le registre graphique, le registre tabulaire (table de valeurs) et le registre symbolique. Il importe que l'élève soit en mesure de choisir les registres appropriés à la situation et de les gérer, c'est-à-dire d'en respecter les règles conventionnelles et syntaxiques, d'en dégager les informations spécifiques et d'effectuer des traitements à l'intérieur de chacun (PFEQ, enseignement secondaire, premier cycle, 2007, p. 38).

Au deuxième cycle du secondaire, l'élève résout des SP nécessitant plusieurs étapes et plusieurs champs mathématiques en mobilisant ses connaissances du premier cycle. En deuxième année du deuxième cycle, dans la séquence *Culture société et technique,* les SP visent des aspects de la vie réelle de l'élève. Pour les résoudre, l'élève exploite les informations importantes, échange et compare sa solution avec ses pairs ; ce qui lui permet de développer des compétences transversales et d'acquérir des méthodes de travail.

---

[11] La notion de registre telle qu'utilisée par le PFEQ est liée à l'approche théorique sur les représentations de Duval (1988, 1993, 1995), que nous discuterons en profondeur dans le chapitre II.

1.7.2 Sens de la compétence *Résoudre une situation-problème* dans le PFEQ

Les situations-problèmes utilisées pour évaluer la compétence *Résoudre une situation-problème* font appel à un nouvel ensemble de concepts et de processus. À la fin du deuxième cycle du secondaire, l'élève doit donc être apte à résoudre une SP comportant plusieurs étapes ; présenter une démarche claire et structurée et justifier chaque étape de son raisonnement. Les critères d'évaluation de cette compétence dans le PFEQ (chapitre 6, deuxième cycle secondaire, 2007, p. 23) sont :

– Manifestation oralement ou par écrit d'une compréhension adéquate de la situation-problème ;
– Mobilisation de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème ;
– Élaboration d'une solution appropriée ;
– Validation appropriée des étapes de la solution élaborée.

Selon nous, les critères d'évaluation des SP du PFEQ ne sont pas toujours clairs pour les élèves et peuvent même en être une source d'anxiété en contexte d'évaluation. Par exemple, pour l'examen de la compétence disciplinaire 1, qui équivaut à 30 % de l'année scolaire, on leur demande de laisser des traces claires des calculs effectués et de justifier entre parenthèses les théorèmes mathématiques qu'ils ont utilisés. Or, cette directive n'est pas toujours respectée par tous les élèves. Dans l'exemple de *L'aire du pentagone NPQRS* (voir figure 1.1), certains élèves n'ont justifié ni l'utilisation de la relation de Pythagore, ni la loi des sinus, ni la formule de Héron, pour trouver l'aire du pentagone. Donc, en plus des obstacles et difficultés expliqués dans la section 1.1, les exigences qui sont derrière les critères d'évaluation peuvent rajouter de la complexité aux SP.

1.7.3 La résolution des situations-problèmes et le développement des compétences transversales

Les compétences transversales sont d'ordre intellectuel, communicatif, méthodologique, personnel ou social. Elles se construisent par la résolution de situations concrètes, notamment si celles-ci sont proposées en coordination avec les autres matières (voir figure 1.8).

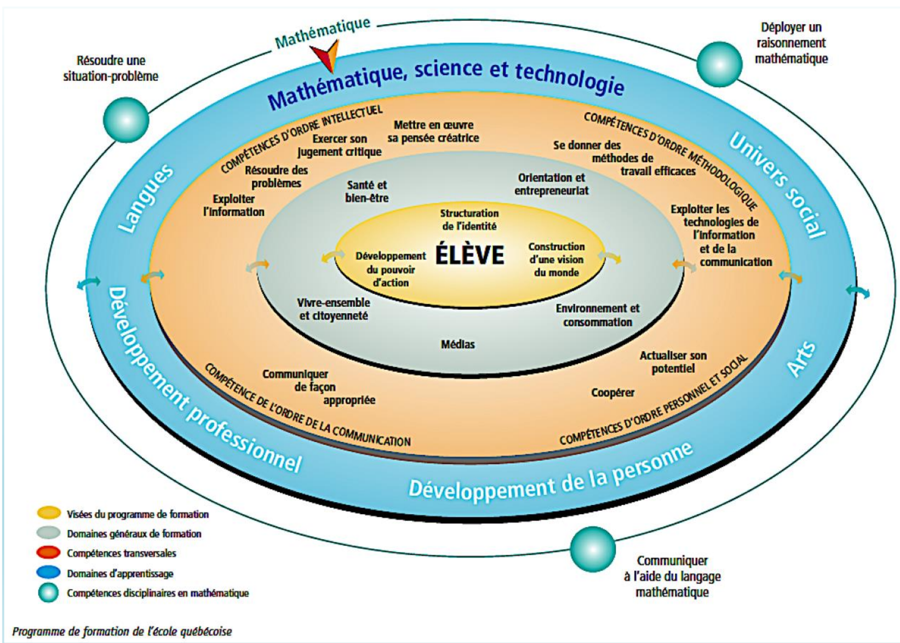


Figure 1.8 Représentation schématique des compétences transversales développées par l'élève (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, préface)

Les compétences d'ordre intellectuel se développent par l'exploitation de l'information, la résolution des problèmes, la mise en œuvre de la pensée créatrice et l'exercice du jugement critique.

Les compétences d'ordre méthodologique se développent par la résolution des SP puisque l'élève doit « structurer sa pensée et organiser sa démarche » (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, p. 8). Elles contribuent au développement du savoir-faire en exploitant des technologies de l'information et de la communication de l'élève.

Les compétences d'ordre personnel et social, l'élève les développe quand il compare, discute, explique et justifie avec ses camarades ou avec l'enseignant(e) sa résolution. Il apprend à « partager ses solutions, expliquer ses idées, argumenter pour défendre son opinion et justifier ses choix et ses actions » (*Ibid,* p. 9). Quand il communique, établit des conjectures et développe les compétences de communication.

1.8 Les situations d'apprentissage et d'évaluation dans les manuels scolaires

Les manuels scolaires sont une ressource aussi bien pour les enseignants que pour les élèves. Lors de nos investigations des manuels scolaires, nous avons trouvé des sections nommées situations d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ) qui proposent des situations visant l'une des trois compétences mathématiques : *Résoudre une situation-problème, déployer un raisonnement mathématique* et *communiquer à l'aide du langage mathématique.*

À partir de recherches, de l'exploration des manuels scolaires et des guides d'enseignement, nous avons regroupé les différentes définitions des SAÉ dans le tableau 1.8.

Tableau 1.8 Définitions des SAÉ dans les manuels scolaires québécois (4e secondaire, CST)

	VISION	*POINT DE VUE*	*INTERSECTION*
Manuels scolaires québécois	Elles sont liées par un fil conducteur thématique et dont chacune cible un domaine général de formation, une compétence disciplinaire et une compétence transversale **(Manuel *Visions* 1, 4e secondaire, p. VIII).**	Elles sont constituées de tâches complexes, liées à une problématique, et qui présentent un obstacle que vous devez tenter de surmonter **(Manuel *Point de vue*, 4e secondaire, p. VIII).**	Les SAÉ sont définies comme étant des situations riches, qui visent plus d'un champ mathématique à la fois. Elles ont un but qui est de réinvestir certains concepts et processus abordés dans les chapitres précédents **(Préface du manuel *Intersection*).**
Guides d'enseignement	Les SAÉ servent d'élément déclencheur pour les apprentissages […] La plupart des SAÉ peuvent être réalisées en coopération. **(Guide d'enseignement, *Visions* CST 4, p. 6)**	Aucune information n'est fournie à ce sujet	« Leur contenu soit signifiant pour l'élève, qu'elles mènent à des applications concrètes de la mathématique dans la vie courante et qu'elles permettent à l'élève de développer ses compétences » **(Guide d'enseignement A, voir note pour l'enseignant(e), p. 2).**

À travers ce tableau, nous remarquons que les manuels scolaires définissent les SAÉ différemment des guides d'enseignement, comme c'est le cas dans la collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009) et la collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009).

Le PFEQ (2007) donne des clarifications sur les caractéristiques des SP, mais sur les SAÉ, on n'y trouve rien. Cependant, Boucher *et al.* (2006, p. 2), par exemple, dans le *Lexique des termes* sur *les situations d'apprentissage et d'évaluation,* énoncent les caractéristiques et les éléments constitutifs suivants sur une SAÉ :

1. un contexte associé à une problématique ;
2. un ensemble de tâches complexes ;
3. activités d'apprentissage liées aux connaissances ;
4. signifiantes ;
5. variées ;

6. étendues (portant sur une compétence disciplinaire, plusieurs compétences d'une même discipline ou plusieurs compétences de disciplines différentes) ;
7. intègrent les trois phases de la démarche pédagogique (préparation, réalisation, intégration) ;
8. permettent à l'élève de mobiliser des ressources (internes et externes) (MELS, 2005 et 2006).

Dans la section en ligne du ministère *L'évaluation des apprentissages au secondaire, Cadre de référence*, (2006, p. 9), les situations d'apprentissage et d'évaluation sont définies par deux éléments :

– un contexte associé à une problématique ;

– une tâche ou un ensemble de tâches et d'activités d'apprentissage liées aux connaissances.

Dans cette section, les SAÉ sont définies comme des tâches complexes ou des activités liées aux connaissances qui « peuvent prendre place à différents moments dans le déroulement d'une situation d'apprentissage et d'évaluation » (p. 21) et à travers lesquelles l'apprenant s'approprie une notion, une règle, une formule, etc. Alors que les tâches complexes sont « un problème qui n'a pas été résolu auparavant » (p. 11) (voir figure 1.9).

Tableau 1

Situations d'apprentissage et d'évaluation
Tâches complexes et activités d'apprentissage liées aux connaissances

Tâches complexes	› Elles visent la mobilisation des ressources. › Elles permettent de solliciter l'ensemble de la compétence (composantes et critères). › Elles permettent d'acquérir de nouvelles connaissances.
Activités d'apprentissage liées aux connaissances	› Elles visent l'acquisition et la structuration de connaissances qui seront nécessaires à la réalisation des tâches complexes. › Elles contribuent à enrichir le répertoire de connaissances de l'élève (connaissances déclaratives, procédurales, conditionnelles). › Elles permettent de solliciter des aspects ciblés de la compétence.

Figure 1.9 Caractéristiques des situations d'apprentissage et d'évaluation selon le cadre de référence, l'évaluation des apprentissages au secondaire (2006, p. 20)

Dans *L'évaluation des apprentissages au secondaire* en ligne, les SAÉ se déroulent en trois phases : la préparation, la réalisation et l'intégration. Dans la phase de préparation, la problématique est énoncée aux élèves et des activités leur sont données pour activer leurs connaissances antérieures. Dans la phase de réalisation, les élèves résolvent les tâches demandées. Et dans la phase d'intégration, les élèves verbalisent ce qu'ils ont « appris de la problématique, expliquent comment ils l'ont appris, et formulent les difficultés rencontrées et les moyens à utiliser » (*Ibid*., p. 15).

1.9 Analyse d'une situation-problème issue d'un manuel scolaire

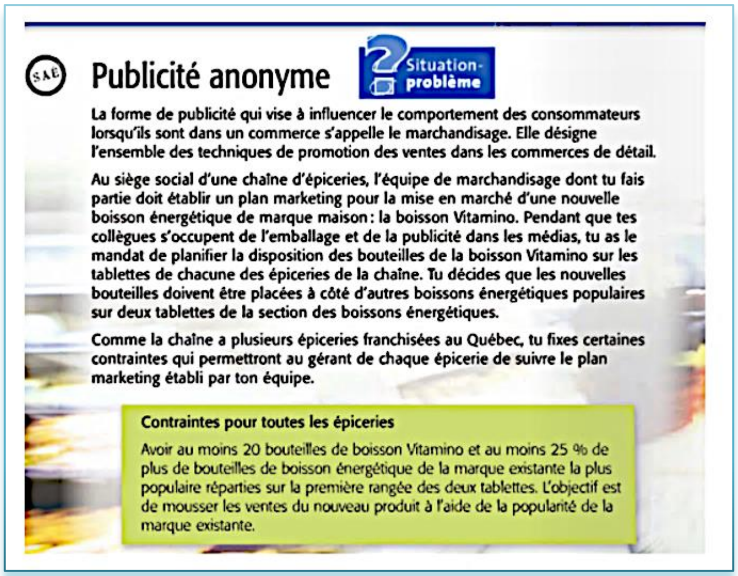
Nous avons choisi d'étudier la situation-problème *Publicité anonyme*, tirée du manuel *Intersection A* et ce, pour montrer comment l'approche de la consommation y est abordée et expliquée aux élèves. Cet exemple a été choisi en raison de son lien avec les domaines généraux de formation[12] et l'approche de consommation suggérée dans le PFEQ d'une part, et d'autre part ; pour explorer les liens entre ce qui est proposé dans le PFEQ et les manuels scolaires.

Nous aurions pu prendre n'importe quel autre exemple parmi les trois collections (4e secondaire CST) : *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009). Néanmoins, toutes les SP de ces trois collections seront analysées dans le chapitre IV de ce mémoire.

La SP *Publicité anonyme* (figure 1.10) vise à réinvestir certains apprentissages abordés dans les chapitres 1 à 4 du manuel (l'étude des fonctions, les triangles isométriques et les triangles semblables, la géométrie analytique et les systèmes d'équations).

---

[12] Les domaines généraux de formation nomment les grands enjeux contemporains. Par leur manière distincte d'aborder la réalité, les disciplines scolaires apportent un éclairage particulier sur ces enjeux, supportant ainsi le développement d'une vision du monde élargie. (PFEQ, enseignement secondaire, 2007, p. 6)



SAÉ **Publicité anonyme** Situation-problème

La forme de publicité qui vise à influencer le comportement des consommateurs lorsqu'ils sont dans un commerce s'appelle le marchandisage. Elle désigne l'ensemble des techniques de promotion des ventes dans les commerces de détail.

Au siège social d'une chaîne d'épiceries, l'équipe de marchandisage dont tu fais partie doit établir un plan marketing pour la mise en marché d'une nouvelle boisson énergétique de marque maison : la boisson Vitamino. Pendant que tes collègues s'occupent de l'emballage et de la publicité dans les médias, tu as le mandat de planifier la disposition des bouteilles de la boisson Vitamino sur les tablettes de chacune des épiceries de la chaîne. Tu décides que les nouvelles bouteilles doivent être placées à côté d'autres boissons énergétiques populaires sur deux tablettes de la section des boissons énergétiques.

Comme la chaîne a plusieurs épiceries franchisées au Québec, tu fixes certaines contraintes qui permettront au gérant de chaque épicerie de suivre le plan marketing établi par ton équipe.

Contraintes pour toutes les épiceries

Avoir au moins 20 bouteilles de boisson Vitamino et au moins 25 % de plus de bouteilles de boisson énergétique de la marque existante la plus populaire réparties sur la première rangée des deux tablettes. L'objectif est de mousser les ventes du nouveau produit à l'aide de la popularité de la marque existante.

Figure 1.10 Extrait de la SP *Publicité anonyme* tirée du manuel *Intersection A*, 212-213

Cet exemple permet aussi d'analyser une SP où :

> L'élève exploite ses compétences et ses savoirs mathématiques dans divers contextes liés aux domaines généraux de formation. Il est amené à poser un regard critique, éthique et esthétique sur le monde qui l'entoure. Il s'intéresse au contexte social, économique, artistique, technique ou, à l'occasion, scientifique dans lesquels il sera placé autant dans sa vie personnelle que sa vie professionnelle. Par exemple :
>
> – santé et bien-être : habitudes de vie, alimentation, fonctionnement du corps humain, soins de santé, activités physiques et sports ;
>
> – consommation : finances personnelles, contraintes liées à la production, coûts liés à la consommation, design, publicité. (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, mathématique, p. 66).

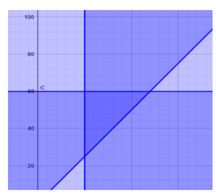
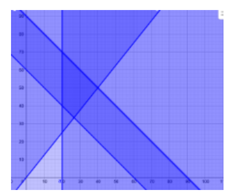
Pour la résoudre, l'élève doit :

- Déterminer les contraintes pour la répartition des bouteilles sur la première rangée des deux tablettes dans les deux catégories d'épiceries : petite et grande superficie ;
- Respecter les contraintes exigées et représenter par un graphique l'ensemble des combinaisons possibles du nombre de bouteilles de boisson *Vitamino* et de bouteilles de boisson énergétique de la marque existante la plus populaire dans les épiceries ayant une petite superficie ;
- Donner quelques exemples de dispositions possibles des bouteilles de la boisson *Vitamino* ainsi que de la boisson énergétique de marque existante la plus populaire ;
- Représenter graphiquement l'ensemble des combinaisons possibles du nombre de bouteilles de boisson *Vitamino* et de la marque la plus populaire qui satisfont aux contraintes fixées pour les épiceries ayant une grande superficie ;
- Trouver les coordonnées des sommets du quadrilatère qui délimite la région ;
- Proposer quelques exemples de dispositions de bouteilles pour les deux marques de boissons et pour les deux types d'épicerie.

Dans le tableau 1.9 sont organisés les processus de modélisation[13] requis pour résoudre cette SP.

Tableau 1.9 Organisation des différentes questions et savoir-faire pour la résolution de la SP *Publicité anonyme*

[13] Pour alléger les écritures, nous utilisons l'abréviation PM pour processus de modélisation(s).

Processus de modélisations	Questions	Savoir-faire
PM1 Organisation de données et sélection des données pertinentes à une première sous-tâche.	Comment modéliser les contraintes à respecter pour les deux tailles d'épicerie ?	– Définir les deux variables (nombre de bouteilles de boisson *Vitamino* et de boisson énergétique de la marque la plus populaire).
PM2 – Changement de registre textuel vers algébrique		– Modéliser la situation par un système d'inéquations. Les épiceries ayant une petite superficie : $x \geq 20$; $y \geq 1{,}25\,x$; $y \leq 60$ Les épiceries ayant une grande superficie : $x \geq 20$; $y \geq 1{,}25\,x$; $x + y \geq 60$; $x + y \leq 90$
PM3 – Changement de registre algébrique vers graphique	Quels sont les couples de solutions qui satisfont les contraintes pour le nombre de bouteilles de chaque boisson énergétique pour les épiceries ayant une petite superficie ?	– Représenter graphiquement l'ensemble des combinaisons possibles pour les deux types de boissons. Les épiceries avec petite superficie vs épiceries avec une grande superficie.  
	Comment établir toutes les combinaisons possibles et proposer quelques exemples de disposition des bouteilles ?	Respecter l'ensemble des combinaisons pour un minimum de 20 jusqu'à un maximum de 48 bouteilles de la marque *Vitamino* et entre 25 à 60 bouteilles de la marque existante la plus populaire.
PM4 Changement de registre Algébrique (inéquations) vers graphique	Comment représenter l'ensemble des combinaisons possibles du nombre de bouteilles de boisson *Vitamino* et de bouteilles de boisson énergétique de la marque existante la plus populaire qui satisfont aux contraintes fixées pour les épiceries à grande superficie ?	– Trouver les coordonnées des sommets du quadrilatère qui délimite la région obtenue en respectant les contraintes. – Proposer quelques exemples de disposition de bouteilles à partir des combinaisons qui respectent un minimum (au total) de 60 bouteilles et un maximum (au total) de 90 bouteilles pour les deux marques.

Les caractéristiques qui ressortent de l'analyse de cette SP sont :

- Énoncé long et lié à un contexte ;
- La résolution requiert plusieurs processus de modélisation (PM1-PM4) ;

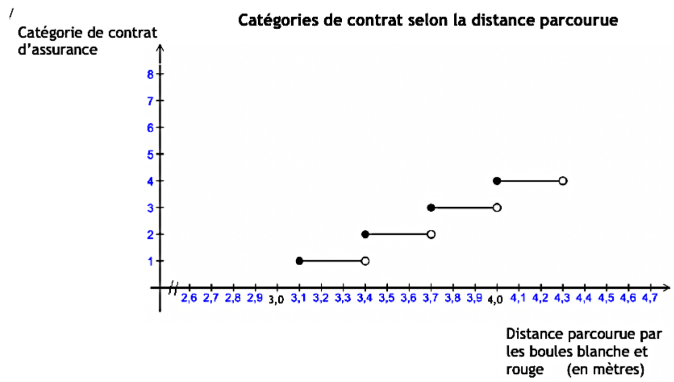
- Une organisation des tâches particulières est nécessaire selon l'étape atteinte ;
- Les processus de résolution peuvent nécessiter des changements de registre ;
- Il n'y a pas qu'une seule solution ;
- Les représentations graphiques dans le plan cartésien sont essentielles ;
- Les processus de résolution peuvent nécessiter des changements de registre.

1.10 Analyse d'une situation-problème issue des évaluations du ministère de l'Éducation

Nous avons choisi comme exemple *La table de billard,* une SP classique donnée lors d'une évaluation ministérielle en 2009 pour évaluer la première compétence du programme scolaire du secondaire, *Résoudre une situation-problème,* de la séquence CST. Le contexte met en jeu plusieurs concepts mathématiques, tels que l'équation d'une droite, le système d'équations, la résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux variables, les droites perpendiculaires, la distance entre deux points et les relations métriques dans un triangle rectangle. Comme nous l'avons fait pour les SP *la Mosaïque* et *Publicité* anonyme, pour sa résolution, nous organiserons un tableau des processus de modélisation et des questions/savoir-faire (voir tableau 1.10). Mais d'abord, voici un extrait de l'énoncé de la SP *La table de billard,* donnée en 2009 dans le cadre d'une évaluation ministérielle (voir Annexe C).

Extrait de l'énoncé de *La table de billard* :

Le propriétaire d'un salon de billard organise une soirée pour amasser des fonds afin de venir en aide à l'Unicef. Pour ce faire, les gens qui achètent un billet pour cette soirée auront la chance de jouer un coup de billard. S'ils réussissent à envoyer la boule noire en un coup dans la poche du coin supérieur droit, ils gagneront un prix de 20 000 $. S'il y a plusieurs gagnants, les 20 000 $ seront répartis entre eux. Pour ce genre de concours, il est d'usage d'acheter un contrat d'assurance qui fera en sorte que c'est la compagnie d'assurance qui paiera le prix si le coup est réussi. Pour établir la catégorie de contrat, la compagnie d'assurance doit d'abord connaître la distance parcourue par les boules blanches et rouges avant de frapper la boule noire. La compagnie d'assurance se réfère au diagramme ci-dessous pour déterminer la catégorie de contrat.



Le défi proposé aux participants est de frapper la boule blanche. Celle-ci doit toucher à la boule rouge qui devra ensuite frapper deux bandes. Finalement, la boule rouge doit frapper la boule noire pour ensuite se diriger vers le coin supérieur droit de la table et tomber dans la poche.

Pour répondre à cette SP, les élèves doivent :

- Trouver la distance entre la boule blanche et la boule noire ;
- Trouver les coordonnées du point B (point d'intersection entre les droites BC et AB) en résolvant un système d'équations ;
- Établir la catégorie de contrat à partir de la distance parcourue par les boules blanches et rouges avant de frapper la boule noire ;
- Trouver la distance entre A et B ainsi qu'entre B et C.

Tableau 1.10 Organisation des différentes questions et des savoir-faire pour la résolution de la SP *La table de billard*

Processus de modélisations	Questions	Savoir-faire
PM1 Organisation de données et sélection des données pertinentes à une première sous-tâche. – Changement de registre figural vers algébrique	Comment trouver les coordonnées du point B ?	– Les droites AB et BC sont perpendiculaires, donc les pentes sont inverses et opposées. Par la méthode de comparaison, résoudre le système d'équations comportant les deux droites AB et BC pour trouver les coordonnées du point B.
PM2 Changement de registre figural vers algébrique	Comment trouver les distances entre AB et BC ?	– Utiliser la formule de distance entre deux points.
PM3 Repérer les données pertinentes pour calculer la mesure du segment CD	Comment calculer la mesure du segment CD ?	– Mesure de la hauteur LH du triangle CHE – Mesure de l'angle LEH en utilisant le rapport de tangente. – Utiliser la loi des sinus avec le Δ CDE pour trouver la mesure du segment CD.
PM4 Repérer les données pertinentes pour calculer la mesure du segment DH	Comment calculer la mesure du segment DH ?	– Utiliser la loi des sinus avec le Δ CDE pour trouver la mesure du segment DE. – Trouver la mesure du segment EH (Relation de Pythagore). – Soustraire la mesure du segment DE de la mesure du segment EH.
PM5 Traitement dans le même registre (numérique)	Comment établir la catégorie du contrat à partir de la distance parcourue par les boules blanches et rouges avant qu'elles ne frappent la boule noire ?	– Calculer la longueur totale du trajet des boules blanches et rouges et faire une lecture du graphique de la fonction escalier pour connaître la catégorie du contrat d'assurance.

Les caractéristiques de cette SP, ressorties après analyse, sont :

- L'énoncé est long et est lié à un contexte ;
- Sa résolution requiert plusieurs processus de modélisation mathématique (PM1-PM5) ;
- Nécessité d'organiser des tâches particulières pour chaque PM dépendamment de l'étape où l'élève est arrivé ;
- Les processus de résolution nécessitent des changements de registre.

1.11 Réflexion sur les caractéristiques de l'activité mathématique demandée aux élèves dans les exemples *La Mosaïque, La table de billard et Publicité anonyme*

Notre réflexion porte sur un point important de la définition du ministère de 2007 où une des caractéristiques d'une SP est formulée comme suit : « l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage » (p. 19). Or, cette caractéristique est promotrice d'une pensée divergente (Guilford, 1950, 1967), car l'élève est face à une situation où la créativité est demandée. Mais au regard des caractéristiques par analyse a priori des SP *La Mosaïque, La table de billard ou Publicité anonyme*, celles-ci ne se conforment pas à la définition du cadre théorique du PFEQ, et la pensée divergente n'y est pas mise de l'avant. Les analyses a priori réalisées pour chacune des activités discutées plus haut nous permettent de dire que les situations sont des problèmes complexes dont la complexité réside dans :

a) Un énoncé long, et complexe du point de vue linguistique ;

b) De nombreuses données nécessitent une stratégie d'organisation et d'analyse par étapes ;

c) Une application des mathématiques par étapes, du type reconnaissance d'une représentation dans un registre, traitement d'une représentation dans un registre donné et conversion des représentations dans différents registres (Duval, 1988, 1993, 1995).

1.12 Objectif et questions de recherche

Pour arriver à notre but, nous avons choisi trois collections de manuels scolaires qui sont utilisées par nous-mêmes et par nos collègues dans notre milieu de travail. Notre sélection comprend trois collections : la collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), la collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et la collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009) pour la séquence CST.

À partir de la problématique développée dans ce chapitre, notre objectif principal est d'analyser la complexité des situations-problèmes de 4e secondaire en nous basant sur des exemples tirés des manuels scolaires (voir collections mentionnées plus haut), séquence CST.

Questions de recherche :

1- Quelles sont les caractéristiques (liées aux difficultés des élèves) de complexité dans la résolution des situations-problèmes issues des manuels scolaires ?

2- Quelle est la nuance entre une situation-problème et une situation d'apprentissage et d'évaluation ?

CHAPITRE II

CADRE THÉORIQUE

En introduction du chapitre I, nous avons fait une distinction entre l'approche utilisée dans notre école, l'approche du Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (MEES) et l'approche des manuels scolaires. Dans ce chapitre, nous discuterons de la problématique dans un contexte plus large. Nous ferons d'abord un petit retour sur la notion de problème en expliquant comment celle-ci a petit à petit évolué en passant du domaine de la psychologie à l'enseignement des mathématiques. Par la suite, nous ferons un bref historique sur le changement et le passage de la résolution de problèmes à la résolution de situations-problèmes au Québec. En conclusion, nous présenterons le cadre théorique de notre étude et la grille que nous allons adopter pour analyser la complexité des situations-problèmes.

2.1 Fonctionnement cognitif de l'élève face au processus de résolution des problèmes

Nombreux sont les chercheurs qui ont essayé de comprendre comment fonctionne notre esprit lorsqu'il est en mode résolution des problèmes. Déjà en 1926, *Graham Wallas* psychologue et co-fondateur de *London School of Economics* écrit un livre *The Art of Thought* où il propose une première schématisation du processus créatif : la préparation, l'incubation, l'illumination et la vérification (Wallas, 1926). La préparation (1) c'est-à-dire la clarification du problème ; l'incubation (2), terme d'emprunt médical désignant un travail latent et souvent inaperçu dont l'aboutissement est l'illumination, (3) le surgissement soudain de l'idée créative (l'Euréka d'Archimède) ; il reste à vérifier l'idée (4) en la testant concrètement. (Michelot, 2012, p. 56). Toutefois, une analyse approfondie de *"L'Art de la pensée"* révèle que le modèle de Wallas a cinq étapes plutôt que quatre (Sadler-Smith, 2015, p. 346) (voir figure 2.1). Dans ce modèle, *l'intimation* est une étape supplémentaire qui relie l'incubation à l'illumination.

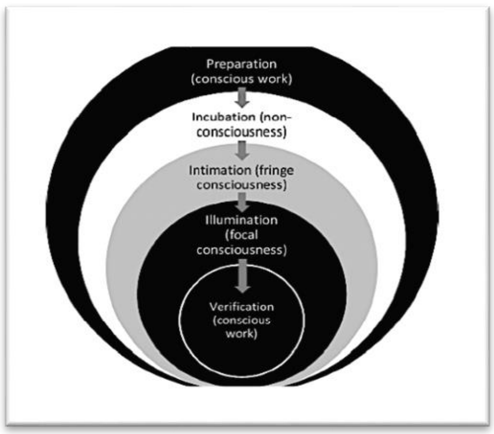


Figure 2.1 Représentation schématique des étapes du processus créatif de Wallas (Sadler-Smith, 2015, p. 346)

En mathématiques, dans la phase de préparation, l'apprenant prend connaissance des données du problème. Dans la phase d'incubation, il fait face aux difficultés qui peuvent l'empêcher d'avancer dans la résolution. Le mathématicien Hadamard (1945) compare la pertinence de cette phase au travail inconscient, en référence au mathématicien et philosophe Henri Poincaré, pour découvrir un résultat mathématique. Ajoutée au modèle de Wallas par Sadler-Smith, la troisième phase d'intimation permet de réfléchir aux étapes précédentes. Dans la quatrième phase, l'élève a une « illumination » à l'image d'Archimède et de son fameux « Eurêka : J'ai trouvé ! »), il trouve l'étape qui lui manquait pour compléter la résolution. Finalement, dans l'étape de vérification, il vérifie intuitivement la démarche qui l'a mené à la solution.

Dans les années 40, Brownell (1942, 1947) propose une alternative de l'approche psychologique sur l'étude de l'intelligence et la résolution des problèmes. Il se penche sur l'intelligence pour résoudre les problèmes verbaux à l'école primaire et propose une approche liée à la « drill and practice ». Cette approche a été sévèrement critiquée, mais elle a permis de promouvoir un nouveau paradigme, celui d'analyser l'intelligence dans la perspective de l'école. Par la suite, en 1945, Polya propose un nouveau modèle pour guider les élèves en envisageant la notion d'illumination (« insight ») sous un angle plus scolarisé et lié à la visualisation mathématique. Devenu populaire dans les années 90, ce modèle comprend 4 étapes, que certains enseignants ont comparé à des professions et qui sont :

1. Comprendre le problème (rôle d'un détective) ;
2. Concevoir un plan (rôle d'un architecte) ;
3. Mettre le plan à exécution (rôle d'un travailleur de la construction) ;
4. Examiner la solution obtenue (rôle d'un juge).

Pour exécuter ces quatre phases de résolution, Polya suggère un ensemble de questions dans son livre *Comment poser et résoudre un problème*. Par exemple, pour comprendre un problème (première étape), on peut se poser les questions[14] : Quelle est l'inconnue ? Quelles sont les données ? Quelle est la condition ? Est-il possible de satisfaire à la condition ? Etc.

Pour concevoir un plan (2e étape), il propose des exemples de questions telles que :

- Avez-vous déjà rencontré ce problème ? Avez-vous rencontré le même problème sous une forme légèrement différente ?
- Connaissez-vous un problème qui s'y rattache ? Connaissez-vous un théorème qui peut être utile ?

[14] L'auteur propose plusieurs questions, mais nous n'en citons que quelques exemples.

Pour mettre le plan à exécution (troisième étape), il suggère :

- Mettre le plan à exécution en vérifiant chaque détail l'un après l'autre, et poser des questions du genre : pouvez-vous voir clairement si ce détail est correct ? Pouvez-vous démontrer qu'il est correct ?

Pour la dernière phase, il suggère les questions suivantes :

- Pouvez-vous vérifier le résultat ? Pouvez-vous vérifier le raisonnement ?
- Pouvez-vous obtenir le résultat différemment ? Pouvez-vous le voir d'un coup d'œil ?
- Pouvez-vous vous servir du résultat ou de la méthode pour résoudre un autre problème ?

Par ailleurs, pour comprendre l'arrivée des situations-problèmes dans le programme scolaire du Québec, nous nous baserons sur les travaux réalisés par les chercheurs Lajoie et Bednarz (2012, 2016) qui mettent en lumière le critère de complexité qui caractérise l'évolution du problème vers la situation-problème.

2.2 Petit historique sur l'évolution de problème vers la situation-problème

Au Québec, la succession des réformes à travers les années (1970, 1980, 1993, 1994, 2001, 2003 et 2005) a entrainé de multiples modifications dans les programmes en enseignement. Une première étude réalisée par Lajoie et Bednarz en 2012 sur les programmes et les documents pédagogiques produits au XX^{e} siècle montre que la notion de « problème » et ses « caractéristiques » (« les critères qui président à son choix ») se sont élargies au fil du temps dans l'enseignement des mathématiques au Québec. Pour comprendre les différentes nuances entre problèmes, exercices et situations-problèmes ainsi que l'émergence de la complexité des situations-problèmes dans le PFEQ, il faut revenir à la période avant 1945 quand les mathématiques enseignées dans les écoles n'avaient qu'une visée pratique. Le choix des problèmes que l'on trouvait dans les manuels avaient alors un rapport avec la vie réelle de l'élève et avec la religion catholique, et les données devaient être exactes et vraies. Parmi les critères du choix des problèmes de cette époque, l'énoncé devait être court ; les problèmes devaient être gradués du plus facile au plus difficile et avoir une certaine variété « pour prendre en compte, par exemple, des aspects conceptuels » (Lajoie et Bednarz, 2012, p. 184) et pour motiver les apprenants.

Après la seconde guerre mondiale, 1948 à 1959, de sérieuses remises en question du système de l'éducation ont lieu. Dès 1960, le Québec connaît une importante croissance démographique et une grande ouverture sur le monde. Comme à la période précédente, les données des problèmes devaient être pratiques, exactes et vraies. Ils étaient « intimement liés à la visée de formation d'un bon citoyen chrétien » (Lajoie et Bednarz, 2012, p. 189). De plus, ils devaient forcer une analyse chez l'élève par des données manquantes et viser son intérêt. « La formulation de l'énoncé devait obéir à certains critères : utilisation de termes descriptifs et manière de structurer les phrases qui permettent de visualiser, etc. » (Lajoie et Bednarz, 2012, p. 190). Ainsi, dans les manuels scolaires des années 50 et 60, il n'y avait que des exercices et des problèmes oraux et écrits, et la notion de problème est distinguée de celle d'exercice (Lajoie et Bednarz, 2012).

Entre 1960 à 1970, le Québec doit relever un important défi afin de rendre l'école accessible à tous, ce qui va amener un courant de réformes du système éducatif. En 1964, le Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ), les commissions scolaires, les collèges d'enseignement général et professionnel (Cégep) et le réseau de l'Université du Québec sont créés. En mathématiques, l'analyse des documents de cette période donne peu d'informations sur la nature des problèmes proposés (Lajoie et Bednarz, 2012). Toutefois, l'utilisation de problèmes diversifiés et de type convergents et divergents (en particulier ouverts) semblait être récurrente.

Dans les années 80 et 90, de nombreux articles soulignent l'importance accordée à la résolution des problèmes. On commence à insister pour que la résolution des problèmes en mathématiques ait un lien avec la réalité de l'élève. Contrairement aux époques précédentes où la notion de problème était opposée à celle d'exercice, les tâches n'exigeant ni réflexion, ni raisonnement, ni effort étaient considérées comme des exercices (Lajoie et Bednarz, 2012, p. 200). À cette époque, la variété des problèmes était plus grande et se caractérisait par une variété de contextes, de données (données complètes, superflues, etc.), et par différents modes de représentations (énoncé écrit, oral, dessins, tableaux, graphiques, etc.). Dans un article, Lajoie et Bednarz (2012, p. 200) caractérisent le problème mathématique comme suit :

> Un problème, c'est une situation dans laquelle un but est visé, mais dont les moyens pour l'atteindre sont inconnus. De plus, il n'y a problème que si le sujet s'y engage consciemment et que si ses actions ne relèvent ni de l'habitude ni de l'instinct (MEQ, 1980, p. 6).

L'analyse de Lajoie et Bednarz (2012) sur l'évolution de la résolution des problèmes dans l'enseignement des mathématiques sur 100 ans montre qu'à travers le temps, il y a eu des continuités, mais aussi des changements (voir figure 2.2), particulièrement dans les années 1980 où l'on assiste à une complexification des types de problèmes proposés (Lajoie et Bednarz, 2016, p. 3). La notion de situation-problème n'apparaît qu'en 1960, suite au mouvement de démocratisation de l'école. Avant cette date, les situations-problèmes étaient considérées comme des problèmes[15]. Mais ce n'est qu'au début du XXIe siècle qu'elles commencent à prendre une grande place dans le programme scolaire. Selon Lajoie et Bednarz (2016), la caractéristique qui distingue probablement le plus la période s'amorçant en 2000 des périodes précédentes renvoie à une idée nouvelle, celle de complexité, qui marque un grand changement dans le passage de la notion de problème à celle de SP. Cette complexité est caractérisée par plusieurs critères qui soutiennent la construction de la situation en mettant en jeu

[15] Document pédagogique sur la résolution des problèmes du MEQ de 1988.

plusieurs concepts, plusieurs données, plusieurs contraintes, divers modes de représentation et un long énoncé.

1904–1945	1948–1959	Années 80 et 90
Accessibles - énoncés de manière claire, précise et brève; - gradués du plus facile au plus difficile.	*Accessibles* -énoncés de manière claire, précise et brève; -niveau de difficulté proportionné à l'âge de l'enfant, à sa « capacité ». *Visualisables.*	Exigent *une réelle recherche* de la part de l'élève . . . *sans toutefois être trop difficiles.*
	Doivent rejoindre *l'intérêt de l'enfant.*	Doivent *intéresser* les élèves, les *motiver* à s'engager dans une démarche de résolution.
- *Pratiques*,; en rapport avec la vie réelle de l'élève; - *Exacts et vrais* dans leurs données, pas de curiosités, pas d'énoncés fantaisistes. - *Variés* (quant aux domaines d'utilisation) pour éviter la monotonie et l'ennui.	- *Pratiques*, liés à la vie de tous les jours; - *Exacts et vrais* dans leurs données. *Variés* (quant aux domaines d'utilisation) pour éviter la monotonie et l'ennui. Certains sont *sans donnée numérique* ou *encore avec donnée manquante.*	*Différents types de contextes:* réels, réalistes, fantaisistes (i.e. sans fondement dans la réalité), purement mathématiques. *Variés. . .* - Suscitant différentes entrées (matériel, verbal, écrit, gestes); différentes modalités (toute la classe, équipes, individuel); problèmes convergents, divergents (1970); - *Variés*. . .(1980-1990); -quant à leur contexte; -quant au nombre de leurs solutions; -quant aux modes de représentation; -quant à l'adéquation des données fournies.

Figure 2.2 Les rôles attribués à la résolution des problèmes (Lajoie et Bednarz, 2012, p. 205)

2.3 La réforme et la définition de situation-problème

À l'instar de plusieurs autres pays, la réforme du ministère de l'Éducation de 2001 et 2004 a mis de l'avant l'approche par compétences. En 1997, par exemple, avec son « Décret Missions » la Belgique a commencé à adopter l'approche par compétences. En 2004, après plusieurs années d'expérimentation réussie dans une quinzaine d'écoles (Seghetchian, 2010), la Suisse romande, elle aussi, lancera sa réforme « PECARO ».

Le ministère de l'Éducation du Québec, avec cette nouvelle approche par compétences, a défini les trois compétences disciplinaires en mathématiques :

> 1re compétence : Sens de la compétence *Résoudre une situation–problème*. Qu'est-ce qui caractérise une situation-problème ? En mathématique, une situation - problème doit satisfaire à l'une ou l'autre des conditions suivantes :
>
> - La situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage ;

- L'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage ;
- Le produit, ou sa forme attendue n'a pas été présenté antérieurement (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, p. 19).

2^{e} compétence : *Déployer un raisonnement mathématique.*
3^{e} compétence : *Communiquer à l'aide du langage mathématique.*

La 2^{e} compétence est complètement liée aux tendances des programmes du XX^{e} siècle, car le raisonnement mathématique a toujours été présent dans l'approche de la résolution des problèmes. Ici, nous nous attarderons plus sur la 1re et 3^{e} compétence.

Comme nous l'avons précisé dans le chapitre I, la 1re compétence est révolutionnaire à un certain degré ; car elle fait appel à la créativité avec ses caractéristiques de nouveauté, de combinaison non apprise de règles et de produit original. Du point de vue de cette compétence, les productions originales des élèves dépendent de nouvelles connaissances. Autrement dit, les productions précèdent l'apprentissage, et par conséquent, les situations-problèmes ainsi définies devraient promouvoir la pensée divergente. Or, l'approche par compétences fait un retour à la résolution de problèmes par le processus créatif conçu par les psychologues du siècle dernier, où les phases d'incubation et d'intimation ont leur importance.

Du point de vue enseignement, l'approche par compétences est complètement nouvelle pour les enseignants(e)s, car jusqu'au début de ce siècle, la résolution des problèmes se faisait selon l'approche des manuels scolaires. Cette nouvelle approche suscite des questions telles que : Que doit faire l'enseignant(e) en classe de mathématiques pour promouvoir une pensée divergente sur la résolution de situations-problèmes ? Et comment promouvoir la pensée convergente pour consolider une compétence ?

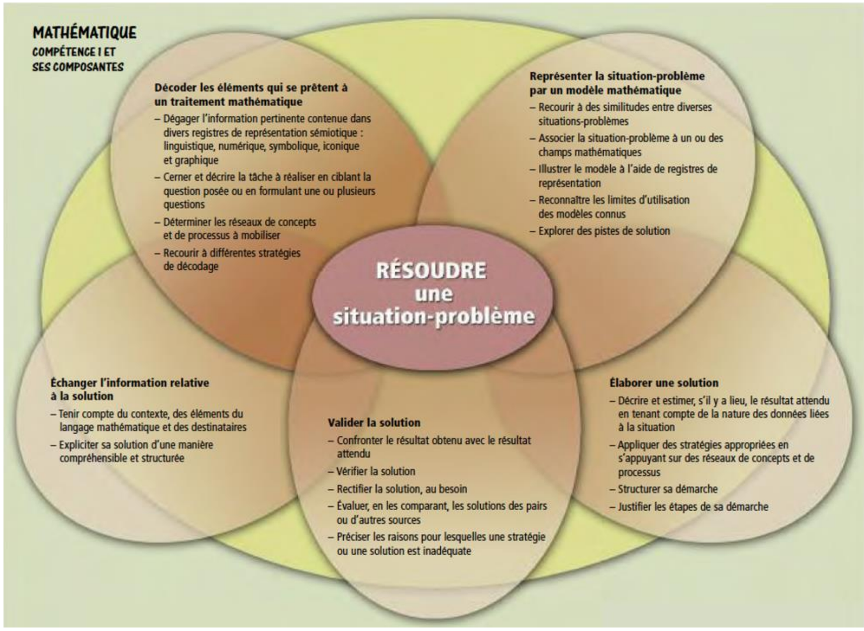


Figure 2.3 « Résoudre une situation-problème » (PFEQ, 2007, enseignement secondaire, deuxième cycle, p. 22)

Les psychologues du XX^{e} siècle comme Guilford (1967) soutiennent que la pensée divergente précède la pensée convergente. Alors, on a besoin de la résolution de problèmes et d'exercices pour promouvoir la pensée convergente. Ici, une petite ambiguïté émerge ! Pour compenser cette lacune, le ministère de l'Éducation a placé la résolution des problèmes et l'utilisation de la technologie comme compétences transversales.

Autre ambiguïté : en répondant aux demandes des enseignant(e)s, le ministère donne la priorité aux situations d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ) et décide d'intégrer la 3^{e} compétence disciplinaire aux deux autres compétences.

Étant donné la nouveauté du programme avec la nouvelle approche (par compétences), les SP des manuels scolaires et des institutions éducatives vont être développées par les enseignant(e)s.

Le dernier point que nous voulons souligner concerne l'approche socioconstructiviste du programme par compétences du ministère : le socioconstructivisme réfère à la construction de connaissances par la personne en situation dans un contexte social déterminé (MELS, 2005, p. 12). Or, cette variable n'a pas été explicitée par le ministère, par conséquent les enseignant(e)s doivent l'interpréter par eux-mêmes. Doit-on promouvoir dans la classe de mathématiques une construction sociale des connaissances ? Si oui, comment ?

Par contre, ce qui est explicite dans le PFEQ c'est l'importance de la conversion entre registres de représentations de Duval (1993, 1995), que nous discuterons d'ailleurs plus loin, dans la section 2.5. Ainsi, la notion de registres de représentations, explicitée dans le PFEQ (MELS, 2007, p. 124) devient fondamentale dans l'approche par compétences.

2.4 Les situations-problèmes à travers la littérature

Dans la littérature scientifique, il n'y a pas de définition unique de situation-problème même si celle-ci joue un rôle central dans l'enseignement des mathématiques (Astolfi, 1993). Le dictionnaire actuel de l'éducation définit une SP comme « toute tâche complexe, tout projet qui pose à l'élève des défis, dont celui de mobiliser ses ressources » (Legendre, 2005, 3e édition, p. 1241). Dans cette section nous évoquerons quelques définitions des SP de la littérature de recherche. Christine Partoune (2002), par exemple, dans un article intitulé *La démarche de situation-problème*, définit une SP comme « une tâche à accomplir dans certaines conditions qui supposent que les personnes franchissent un certain nombre d'obstacles incontournables » directement liés à un manque de connaissances, de savoir-faire ou d'absence de comportement et d'attitude adéquats.

Dans son livre *Une banque de situations-problèmes tous niveaux*, De Vecchi (2002), pense qu'une SP doit « avoir du sens » pour susciter l'intérêt de l'élève ; elle doit « être liée à un obstacle » que l'élève peut franchir et en faire une représentation mentale ; elle doit « faire naître chez lui un questionnement » et « créer une ou des ruptures » par rapport aux modèles initiaux. Elle doit « correspondre à une situation complexe » afin d'amener une ouverture à différentes réponses et stratégies et « déboucher » sur une loi, une règle, un concept mathématique, etc. Elle doit « faire l'objet d'un ou plusieurs moments de métacognition (analyse a posteriori de la manière dont les activités ont été vécues et du savoir qui a pu être intégré) » (De Vecchi, 2002).

Cette définition est différente de celle des didacticiens de mathématiques, car pour cet auteur, l'élément le plus important qui nuance les SP des problèmes ouverts, c'est « la présence d'une véritable rupture qui va à l'encontre des conceptions initiales et qui provoque l'apprenant » (De Vecchi, 2002, p. 47).

Theis et Gagnon (2016, p. 5) se positionnent du côté d'Astolfi en affirmant que la complexité d'une SP doit se situer dans les obstacles conceptuels qu'elle contient et non dans le décodage de la consigne. Pour Astolfi (1993, p. 319) comme pour Theis et Gagnon, une SP est organisée autour d'un obstacle préalablement identifié. Elle doit avoir un caractère concret, être présentée à l'élève comme une véritable énigme qui lui permet de formuler des hypothèses, d'investir ses connaissances antérieures, d'élaborer de nouvelles idées et d'anticiper les résultats. La solution doit être à la portée des élèves à l'intérieur de la classe et présentée sous forme de débat scientifique afin de stimuler les conflits sociocognitifs potentiels. La validation de la solution résulte de la structuration de la situation elle-même. Le retour réflexif métacognitif est nécessaire pour aider les élèves à mettre en œuvre les stratégies utilisées et à les stabiliser pour les réinvestir dans de nouvelles situations-problèmes.

Quant au MEES, il caractérise une SP par la complexité, le nombre et l'enchaînement des tâches qu'elle contient. Il voit un lien entre la complexité et le franchissement d'un obstacle préalablement identifié par l'ensemble de la classe.

Pour Brousseau (1976, 1983 et 1998) et aussi pour Astolfi (1983, 1993), la SP se justifie par le fait que les obstacles empêchent les élèves de saisir immédiatement ce qu'on veut leur faire acquérir. Ainsi, pour ces deux chercheurs, il est absolument indispensable de connaître les conceptions des élèves, les obstacles cognitifs et les repérer pour construire une SP. L'intention est donc de proposer une SP aux élèves pour promouvoir le dépassement de l'obstacle cognitif détecté (obstacle épistémologique) à travers leurs conceptions.

Pour le PFEQ, les obstacles dans une SP sont d'ordre cognitif, c'est-à-dire qu'un obstacle d'ordre cognitif est une entrave, une difficulté qui empêche la construction des connaissances. Mais la notion d'obstacle cognitif est très large ; car toutes sortes d'obstacles peuvent être associés à cette notion, incluant ceux liés à la manière d'enseigner. Brousseau (1976, 1983 et 1998), en s'inspirant de l'idée de Bachelard (1936) en sciences, fait la distinction entre trois types d'obstacles cognitifs : ontogénique (obstacle lié à des limitations neurophysiologiques entre autres), didactique (obstacle lié à la façon d'enseigner) et épistémologique (voir plus bas). Brousseau définit l'obstacle épistémologique comme suit :

> Un obstacle se manifeste par des erreurs, mais ces dernières ne sont pas dues au hasard. Elles ne sont pas non plus fugaces et erratiques, mais elles sont reproductibles et persistantes. Ces erreurs témoignent d'une connaissance erronée qui a réussi dans tout un domaine d'action, mais qui échoue dans un autre. Elles persistent souvent après l'apprentissage d'un savoir correct (Brousseau, 1998, p. 121).

Pour mieux expliciter l'idée d'obstacle chez Brousseau, nous étudierons l'exemple du Casse-tête (figure 2.4) qu'il a créé lorsqu'il a remarqué que les élèves avaient une conception liée à la proportionnalité qui était opposée à la construction du concept.

La caractéristique principale de la tâche dans le cas du casse-tête, c'est que les élèves qui adoptent le processus d'addition au lieu de la multiplication vont faire face à une contradiction (lorsque les pièces construites ne correspondent pas au nouveau casse-tête) et qu'ils vont en principe eux-mêmes la repérer (ce n'est pas l'enseignant(e) qui souligne la contradiction). Les élèves vont s'engager dans un processus pour sortir de la contradiction et essayer de résoudre ce qui est demandé. Cette démarche d'engagement que Brousseau appelle la dévolution va leur donner la possibilité de dépasser l'obstacle cognitif.

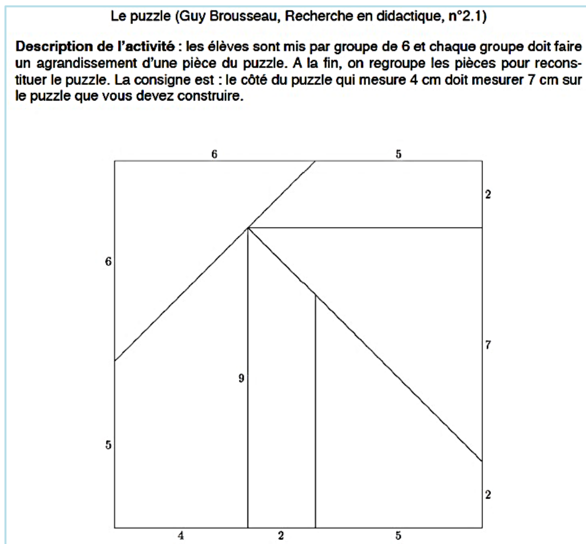


Figure 2.4 Casse-tête conçu par Brousseau (1998)

Analyse des caractéristiques de cette SP :

a) Les conceptions des élèves sont connues en général ;
b) Il y a un contexte ;
c) La situation est facile à comprendre, ce qui ne veut pas dire qu'elle est facile à résoudre ;
d) Les notions mathématiques nécessaires pour résoudre cette situation ne sont pas dans l'énoncé. C'est l'interaction des élèves en classe qui va promouvoir l'émergence des concepts mathématiques nécessaires pour la résoudre.

Tout comme l'énoncé court de la tâche du « Casse-tête » de Brousseau, dans la littérature, les auteurs des articles d'investigation s'intéressant à la modélisation mathématique sont aussi plutôt du côté des énoncés courts, faciles à comprendre, mais qui ne sont pas faciles à résoudre (Blum, Galbraith, Henn et Niss, 2007 ; Douady 1986 ; Grenier et Payan, 2003 ; Rauscher et Adjiage, 2014). Un bel exemple sur ces énoncés courts, faciles à comprendre et qui déclenchent une activité très riche est celui du « Pied du géant » de Rauscher et Adjiage (2014) sur la proportionnalité. Le « Pied du géant » (figure 2.5) est une activité abordant un contexte réel et fantaisiste, avec une question assez courte : Quelle est la taille du géant ?

Figure 2.5 Quelle est la taille du géant ? de Rauscher et Adjiage (2014)

Cette tâche a un énoncé simple, mais quand on veut la résoudre, on se rend compte que c'est une situation-problème. Ce type de SP, plutôt conforme avec la théorie de Brousseau, est complètement différent des SP des manuels scolaires du Québec et des SAÉ du ministère. Pourquoi le MELS a-t-il pris en compte les visions d'Astolfi et de Brousseau si finalement il propose des SP qui s'en éloignent considérablement ? Où se situent les différences ?

1. Les énoncés des situations-problèmes proposées par le MEES sont longs et peuvent être difficiles à comprendre dans leur ensemble par les élèves ;

2. Du point de vue linguistique, les énoncés ne sont pas toujours faciles à comprendre ;

3. L'activité mathématique derrière les énoncés n'est pas toujours liée à un obstacle épistémologique.

2.5 Notion de registre des représentations de Duval

Dans les années 80, plusieurs recherches ont été faites sur les différentes représentations qui émergent lors du processus de résolution des problèmes et des exercices mathématiques. Pour Duval (1993), les représentations sont essentielles pour la pensée cognitive d'un élève. Elles ont un rôle important dans :

– Le développement des représentations mentales (Vygotsky, 1962 ; Piaget, 1968) ;

– L'accomplissement de différentes fonctions cognitives : la fonction d'objectivation (expression privée) qui est indépendante de celle de la communication (expression pour autrui), et la fonction de traitement qui ne peut pas être remplie par les représentations mentales (certaines activités de traitement, tel que le calcul, sont directement liées à l'utilisation de systèmes sémiotiques) ;

– La production des connaissances : les représentations sémiotiques permettent des représentations radicalement différentes d'un même objet dans la mesure où elles peuvent relever des systèmes sémiotiques totalement différents (Benveniste, 1974 ; Bresson, 1987).

Comme nous l'avons déjà dit (section 1.7), les différents registres de représentations sémiotiques sont abordés dans le programme et la recherche de Raymond Duval en est une référence. La notion de registres de représentations sémiotiques est un système de « traces perceptibles (représentations) qui comporte des règles de conformité, de transformation et de conversion. Ces registres sont d'ordre linguistique, symbolique, iconique et graphique » (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, p. 2).

Nous nous demandons si, en se référant à la notion de registre du travail de Duval (1993, 1995), le ministère et les auteurs des manuels scolaires ont tenu compte de tous les éléments de ce registre. Pour répondre à notre questionnement, nous nous appuierons justement sur l'article de Duval (1993) pour vérifier si, premièrement, le ministère a pris en considération les 3 éléments du registre, à savoir :

a) La reconnaissance des représentations dans un registre ;
b) Le traitement des représentations dans un même registre ;
c) La conversion entre représentations de registres différents.

Et deuxièmement, le ministère a-t-il pris en compte la notion de variables visuelles de Duval (1988) dans les processus de conversion entre registres dans une représentation graphique ainsi que les unités symboliques qui lui sont associées dans une représentation algébrique ?

Pour passer d'un registre à un autre, l'élève doit développer des habiletés dans tous les champs mathématiques. Par exemple, si l'élève travaille en géométrie analytique, il doit combiner les registres des figures géométriques et le registre graphique de l'algèbre (voir figure 2.6).

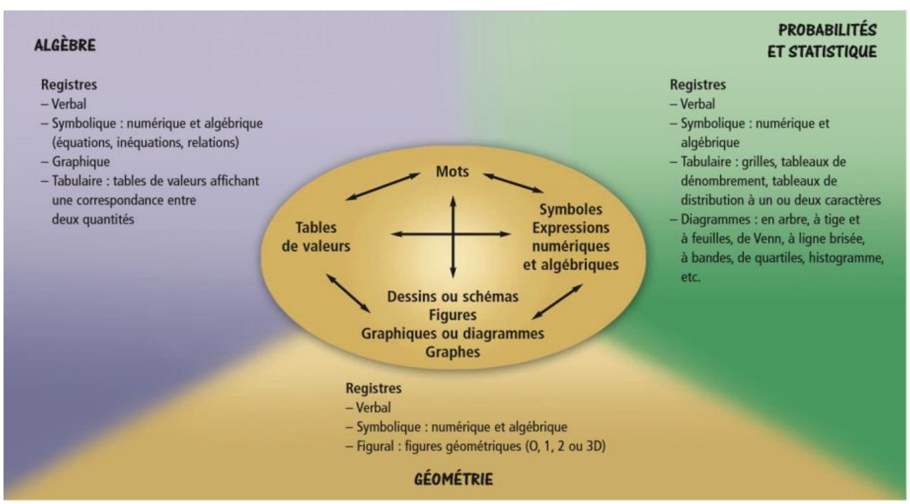


Figure 2.6 Schématisation des registres de représentations par champ mathématique (PFEQ, enseignement secondaire, chapitre 6, p. 124)

Selon nous, le programme ne semble prendre en considération que le troisième élément du registre de Duval de façon globale sans considérer les deux autres. Le traitement qu'il fait de ce registre est plus près de la notion du *cadre* (système symbolique avec des opérations) de Douady (1986) que de celle de Duval (1993).

Pour Douady, « le mot cadre est à prendre au sens usuel qu'il a quand on parle de cadre algébrique, cadre arithmétique, cadre géométrique…, mais aussi cadre qualitatif ou cadre algorithmique » (Douady, 1986, p. 10-11). Pour Duval (1993), un registre peut être une partie d'un système symbolique. Par exemple, le système arithmétique peut donner lieu à des registres de nombres décimaux à deux chiffres (p. ex 0,25), à un registre des fractions (1/4) et à un registre de notation scientifique (25×10^{-2}) (voir Duval 1993). Cette particularité montre la différence entre cadre (système de signes avec des opérations) et registre, qui est une partie d'un système. La notion de registre est liée aux difficultés cognitives des élèves dans la conversion entre représentations de différents registres.

2.5.1 Rôle des représentations sémiotiques dans la construction des concepts mathématiques

Duval (1993) qualifie d'essentielles les diverses représentations sémiotiques d'un objet mathématique. Ce sont les représentations sémiotiques qui permettent d'atteindre les objets mathématiques. Et comme nous l'avons déjà mentionné, pour qu'un système soit reconnu comme registre sémiotique, il doit permettre l'entrée en jeu des trois activités cognitives liées à la sémiosis, et qui sont :

- La formation d'une représentation identifiable comme un registre donné, tel que l'énonciation d'une phrase, la composition d'un texte, le dessin d'une figure géométrique, l'élaboration d'un schéma, l'écriture d'une formule, etc.
- Le traitement d'une représentation (opérations à l'intérieur du registre) ;
- La conversion dans les deux directions entre registres. La conversion se fait à l'externe d'un registre (Duval, 1993, p. 41-42).

Pour Duval (1988), plusieurs difficultés peuvent ressortir lors de la lecture et de l'interprétation des représentations graphiques cartésiennes ; comme par exemple, des difficultés à faire le lien entre le concept de la pente et l'inclinaison d'une droite, ou lors du passage de la représentation graphique à la règle d'une droite. La raison de ces difficultés s'explique par le passage des représentations graphiques à l'écriture algébrique. Pour traiter une représentation graphique, Duval propose trois démarches différentes « qui ne prennent pas en compte les mêmes données visuelles du graphique et ne sont pas commandées par le même type de questions » (Duval, 1988), et qui sont :

- *La démarche de pointage* : utilisée pour définir les représentations graphiques et se limitant à des valeurs précises, comme la lecture d'un point dans le plan cartésien ou bien la lecture d'un point d'intersection ;
- *La démarche d'extension du tracé effectué* : « Cette démarche correspond aux activités d'interpolation et d'extrapolation, lesquelles s'appuient sur ce qu'on a appelé les aspects producteurs et les aspects réducteurs des représentations graphiques » ;
- *La démarche d'interprétation globale des propriétés figurales* : à partir de laquelle il faudrait travailler conjointement sur le graphique tout en travaillant sur l'équation de la droite qui lui est associée. « Avec cette démarche, nous ne sommes plus en présence de l'association « un point-un couple de nombres » (Duval, 1988, p. 236-237).

2.5.2 Les variables visuelles du cadre de Duval

La discrimination des unités significatives liées à une expression algébrique, comme les symboles relationnels, les symboles d'opération ou de signe, les symboles de variables et les symboles d'exposant, de coefficient et de constante, est évidente selon Duval (1988). Dans une expression algébrique, chaque symbole correspond à une unité significative. Toutefois, par oubli ou par économie d'écriture, on omet de mettre le symbole (+) devant les pentes positives ou (+1) comme coefficient dans une expression algébrique, par exemple : 1x, on l'écrit plus souvent x. Par contre, la discrimination des propriétés figurales d'une représentation graphique est moins évidente.

Pour Duval (1988), il y a huit valeurs de variables visuelles pour lesquelles il y a une unité significative dans l'écriture algébrique d'une droite, soit : $y = a\,x + b$, où a est le coefficient et b la constante.

Dans ce travail, nous analyserons les conversions entre le registre graphique et le registre algébrique des SP des manuels scolaires. Par exemple, pour aller de l'écriture graphique vers l'expression algébrique d'une droite, il faut tenir compte des trois variables visuelles : le sens d'inclinaison, les angles avec les axes et leur position sur l'axe y (voir les figures 2.7 et 2.8).

Variables visuelles	**Valeurs des variables visuelles**
– le sens d'inclinaison du tracé :	- le trait *monte* de la gauche vers la droite - le trait *descend* de la gauche vers la droite. **Remarque** : la référence gauche droite est le sens normal du parcours visuel d'une page écrite en caractères latins).
– les angles du tracé avec les axes :	il y a *partage symétrique* du quadrant traversé - l'angle formé avec l'axe horizontal est *plus petit* que celui formé avec l'axe vertical - l'angle formé avec l'axe horizontal est *plus grand* que celui formé avec l'axe vertical. **Remarque** : lorsque la droite tracée ne passe pas par l'origine,il suffit de déplacer l'axe vertical, par exemple, jusqu'au point d'intersection de la droite avec l'axe horizontal.
– la position du tracé par rapport à l'origine de l'axe vertical :	- le tracé coupe l'axe y *au dessus* de l'origine - le tracé coupe l'axe y *au dessous* de l'origine - le tracé coupe l'axe y *à l'origine*.

Figure 2.7 Les variables visuelles de Duval-1 (1988, p. 239)

Variables visuelles	Valeurs	Unités symboliques correspondantes	
– sens d'inclinaison :	trait montant trait descendant	coefficient >0 coefficient < 0	absence du symbole – présence du symbole –
– angles avec les axes :	partage symétrique angle *plus petit* angle *plus grand*	coefficient = 1 coefficient < 1 coefficient > 1	pas de coefficient écrit
– postion sur l'axe y :	coupe au dessus	on ajoute une constante	signe +
	coupe au dessous	on soustrait une constante	signe –
	coupe à l'origine	pas de correction additive	

Figure 2.8 Les variables visuelles Duval-2 (1988, p. 240)

2.5.3 Discussion sur le cadre théorique de Duval

Avant d'aboutir aux difficultés que peuvent rencontrer les élèves pour passer d'une représentation dans un registre à un registre différent, ou de faire un traitement dans un même registre, il est impératif de passer par une organisation globale des données (modélisation mathématique) comme nous l'avions fait pour *La Mosaïque*. Or, c'est exactement à ce niveau que nous trouvons un gros problème dans le choix exclusif du cadre théorique de Duval par le ministère.

Le ministère de l'Éducation a intégré un cadre théorique utile dans la résolution de problèmes où les énoncés sont simples et la résolution est plus ou moins directe. Son choix du cadre de Duval pour la compétence *Résoudre une situation-problème* est toutefois incomplet, car dans les faits, comme dans *La Mosaïque,* les énoncés sont complexes, longs, avec beaucoup de données et même parfois avec quelques données inutiles, nécessitant un cadre théorique plus élargi que celui de Duval. Le PFEQ se réfère à Duval (1995), mais il ne donne pas d'importance aux processus de conversion entre représentations liés à la détection des variables visuelles (registre graphique, par exemple) et ne souligne pas leur relation directe avec les unités symboliques significatives d'un registre comme celui de l'algèbre.

2.6 Représentations non institutionnelles dans la résolution des situations-problèmes

L'émergence des représentations non institutionnelles (voir Hitt, Saboya et Cortés, 2017 ; Hitt et Quiroz, 2019) est un autre point très important dans la résolution des situations-problèmes. Le cadre théorique de Duval (1988, 1993, 1995) est centré sur les représentations institutionnelles (celles que l'on trouve dans les programmes, les manuels scolaires ou celles que l'enseignant(e) utilise en classe), mais usuellement dans la résolution de situations-problèmes en mathématiques, les représentations non institutionnelles émergent naturellement, et il est essentiel de les faire évoluer vers les représentations institutionnelles. L'analyse du PFEQ et des propositions des auteurs cités dans le programme (Duval, Astolfi, etc.) de la notion de SP oblige à considérer un cadre théorique enrichi par la modélisation mathématique (cela inclut les stratégies d'organisation de données, la prise en compte de données essentielles, etc.) et les représentations non institutionnelles.

Finalement, dans un processus de modélisation mathématique d'une SP, des représentations non institutionnelles apparaissent de façon naturelle. Les enseignant(e)s doivent conduire graduellement leurs classes vers les représentations institutionnelles sans imposition directe.

2.7 Une grille pour analyser la complexité des situations-problèmes

Comme il a été question dans la section 1.3 (chapitre I), pour nous, une *tâche est* ***un travail mathématique à exécuter dans un temps déterminé***. Et comme cette notion nous renvoie à une activité mathématique générale, nous optons pour la division de la tâche originale en sous-tâches, dont le rôle est d'exécuter un travail spécifique et partiel. Cette distinction est importante à faire parce que notre définition diffère de la définition utilisée par certains chercheurs qui relient la notion de « tâche » à un énoncé simple. L'activité de Rauscher et Adjiage (2014) « Pied du géant » est un exemple qui illustre cette distinction. Cet énoncé est réduit à une seule question, dont la résolution nécessite stratégies et modélisation, tout comme une SP. Les situations-problèmes que nous analyserons ne seront justement pas de ce type (avec des énoncés simples).

Pour analyser la complexité des SP des manuels scolaires, nous nous appuierons sur la grille élaborée en 2017 par la chercheure Berger (2017) pour étudier les critères qui pourraient influencer l'énoncé d'un problème. Berger a élaboré une grille pour analyser les critères de complexité des problèmes écrits en algèbre, et selon elle, « il n'y a pas de recherche qui identifie les critères de complexité que les enseignants reconnaissent pour juger la complexité d'un problème en algèbre » (Berger, 2017, p. 96). La recherche englobe d'ailleurs quelques critères de complexité des problèmes, que nous avons également mentionnés dans la section 1.1 sur la résolution des SP, telles que la longueur du contexte, la présence de certains mots incompréhensibles, la présence de plusieurs concepts mathématiques, l'organisation de données, etc.

Les critères de complexité d'une SP, rapportés dans le groupe de didactique des mathématiques du Québec (GDM), Berger *et al.*, (2017, p. 98) sont : le contexte, le type de données fournies dans l'énoncé, le type de réponse, l'activité cognitive, le nombre et l'enchaînement des sous-tâches, la structure relationnelle de l'énoncé, les concepts présents dans différents champs mathématiques et le registre des représentations (voir figure 2.9[16]).

[16] La figure 2.9 comprend les critères de la littérature analysée, tandis que le tableau 2.1 il contient les critères que Berger (2017) a retenus pour sa grille.

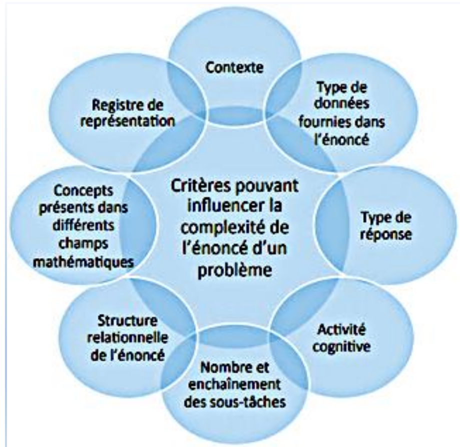


Figure 2.9 Représentation schématique des critères qui peuvent influencer la complexité de l'énoncé d'un problème (Berger *et al.*, 2017, p. 98)

Les démarches pour réaliser cette analyse sont expliquées dans l'extrait suivant :

> Pour débuter l'analyse d'un problème, premièrement, l'*Organisation physique du texte* est scrutée, c'est-à-dire la structure du texte pour déterminer si le problème présente à travers son énoncé des éléments de complexité. Par la suite, un questionnement est mené autour des *Ressources* dont l'élève a besoin pour résoudre le problème. Troisièmement, un regard est porté sur le problème par rapport au travail mathématique à effectuer par l'élève, soit la *Mathématisatio*n. Finalement, c'est le *Type de problème* qui permet de circonscrire l'analyse de la complexité du problème. Ces quatre catégories sont à considérer dans cet ordre précis, comme des couches superposées (Berger, 2017, p. 102).

Tableau 2.1 Grille d'analyse (Berger, 2017, p. 103)

Catégorie	Critère	Explications de l'origine de la complexité
Organisation physique du texte	€ Organisation de l'énoncé	€ Longueur de l'énoncé € Organisation des phrases € Présence de puces, de tirets, de picots
	€ Informations fournies	€ Présence de données superflues
	€ Nature et place de la question	€ Question interrogative ou déclarative € Question au début ou à la fin de l'énoncé
	€ Représentation des données	€ En mots € En symbole € En schéma € En graphique € En tableau € En table de valeurs
Ressources de l'élève	€ Contexte	€ Contexte plus ou moins connu des élèves
	€ Concepts en jeu	€ Présence d'un concept ou d'un processus difficile € Combinaison de plusieurs concepts et processus
	€ Capacités de l'élève	€ Capacité de l'élève à transférer ses connaissances € Capacité de l'élève à faire des inférences € Capacité de l'élève de visualiser en 3D
Mathématisation	€ Relations entre les données	€ Nature des relations € Difficulté lors de la traduction de l'énoncé en expressions algébriques € Difficultés pour la construction de l'équation
	€ Étapes de résolution	€ Présence de plusieurs étapes € Présence d'étapes intermédiaires indépendantes € Présence d'étapes implicites
	€ Contraintes	€ Présence de contraintes
Type de problème	€ Structure du problème	€ Problème de type comparaison € Problème de type taux € Problème de mise en égalité
	€ Type de question	€ Question d'application € Question de démonstration, justification, conjecture
	€ Type de réponse	€ Réponse numérique ou algébrique € Une ou plusieurs réponse (s) possible (s)

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Au chapitre précédent, nous avons discuté du cadre théorique de Duval que nous avons élargi pour prendre en compte les représentations non institutionnelles. Dans ce chapitre, nous discuterons la structure de trois collections de manuels : collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009) de niveau de 4e année du secondaire (séquence CST). Ensuite, nous émettrons et expliquerons la méthodologie d'analyse en présentant notre grille-réseau. Finalement, pour éclairer notre approche méthodologique, nous analyserons les deux SP présentées dans la problématique : « La Mosaïque » et « La table de billard ».

3.1 Notre méthodologie d'analyse des situations-problèmes

La méthodologie de cette étude est de nature qualitative et a pour objet d'éclairer la complexité des SP sans faire d'expérimentation dans les classes. Nos données (voir tableau 3.1) proviennent des trois collections de manuels de 4e secondaire (CST) : collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009). Nous avons choisi ces manuels, car ils sont à l'origine de notre planification et de notre expérience d'enseignement. Notre méthodologie comprend trois étapes :

- Discuter la division et la structure globale des manuels des trois collections de référence ;
- Résoudre chacune des situations-problèmes avant d'en faire l'analyse dans le chapitre IV.
- Présenter notre grille-réseau pour les analyser.

Tableau 3.1 Répartition des situations-problèmes choisies des trois collections de manuels scolaires (2008-2009)

Titre du manuel/titre des SP suggérées (séquence CST)	***Visions*** **(Boivin *et al.*, 2009)**	***Intersection*** **(Boucher *et al.*, 2009)**	***Point de vue*** **(voir les SAÉ dans un complément pour l'élève) (Guay et Van Moorhem, 2009)**
Manuel A ou Manuel 1	*Un nouveau secteur résidentiel* (p.198-199)	*Publicité anonyme* (p. 212-213)	*Hybride ou à essence ?* (SAÉ1-2)
	Les fermes de toit (p. 206)		*La déclaration de revenus* (SAÉ3-2)
Manuel B ou Manuel 2	*Quel forfait choisir ?* (p. 187)	*Audace aérienne* (p. 212-213)	*Le concours* (SAÉ4-2)
	Mesurer le temps (p. 189)		*La file d'attente* (SAÉ7-2)
	Les polythérapies (p. 192)		*Le tangram* (SAÉ8-2)

Dans le tableau 3.1, les SP *Publicité anonyme, Les polythérapies et La file d'attente* ne font plus parties du programme actuel du ministère (voir mise à jour Annexe D). Nous tiendrons compte de cette suppression et nous ne mettrons l'accent que sur les neuf autres. Nous rappelons que les SP des deux manuels de la collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009) figurent également dans le répertoire des SAÉ où chacune cible des sections précises.

3.1.1 Structure des manuels de la collection *Visions*

Les trois manuels de la collection *Visions* de 4e secondaire CST sont divisés de façon similaire en sections. Chacune d'elle débute par un problème et un ensemble d'activités suivis de la rubrique « Techno math », qui exploite des outils technologiques (la calculatrice graphique, le logiciel dynamique *Geogebra* ou un tableur) ; vient ensuite la rubrique des « Savoirs », qui résume les éléments théoriques pour faciliter la compréhension des notions mathématiques ; et enfin la rubrique « Mise au point », qui contient des exercices et des problèmes mathématiques pour consolider les apprentissages. On y trouve aussi deux autres sections, une consacrée à « La Ré-Vision » pour réactiver les connaissances antérieures des élèves et l'autre aux diverses situations d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ). Il ya également la rubrique « Chronique du passé », qui traite de l'histoire de la mathématique et du parcours de certains mathématiciens. D'autres sections y abordent « Le monde du travail » et la « Vue d'ensemble ». La dernière section est présentée sous forme d'« Album » dédié aux technologies (calculatrice graphique, un tableur et le logiciel Geogebra) et aux notations des symboles employés. À la fin, il y a le répertoire des SAÉ « chacune ciblant un domaine général de formation, une compétence disciplinaire et une compétence transversale » (Manuel *Visions* 1, 4e secondaire, p. VIII).

Les deux SAÉ *Un nouveau secteur résidentiel* et *Les fermes de toit* ciblent la compétence 1. Les autres visent la compétence 2 « Déployer un raisonnement mathématique » ou la compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique ». Dans le manuel *Visions 2*, il y a trois situations-problèmes : la SAÉ 9 (*Quel forfait choisir ?), la* SAÉ 10 (*Mesurer le temps)* et la SAÉ12 (*Les polythérapies).* Chacune de ces SAÉ cible une section des chapitres proposés dans le manuel.

3.1.2 Structure des manuels de la collection *Intersection*

Dans ce manuel, chaque chapitre débute par un court texte sur le sujet d'étude en lien avec le domaine de formation et par des rappels sur les connaissances antérieures utiles pour comprendre les concepts mathématiques contenus dans la rubrique *Entrée en matière* et dans la section *En bref*. Les *Sections* mettent de l'avant un ensemble d'activités d'exploration pour le développement des compétences. Le chapitre se termine par une *Consolidation* d'exercices et de problèmes. Le contexte du dernier problème de cette section met en jeu un métier, ce qui « permet de développer une compétence liée à un domaine général de formation » (Manuel *Intersection B*, p. VII). Le dernière page *Énigme* est réservée à des énigmes et des jeux mathématiques.

Les SAÉ du guide d'enseignement A du manuel *Intersection* ont été pensées de façon à ce que « leur contenu soit signifiant pour l'élève, qu'elles mènent à des applications concrètes de la mathématique dans la vie courante et qu'elles permettent à l'élève de développer ses compétences » (Guide d'enseignement A, voir note pour l'enseignant(e), p. 2). Pour réaliser ces SAÉ, les enseignants se réfèrent au document pédagogique composé de trois phases (préparation, réalisation et intégration/réinvestissement).

3.1.3 Structure du manuel de la collection *Point de Vue*

La table des matières du manuel de la collection *Point de Vue* englobe les 11 modules de 4^{e} année du secondaire, séquence CST. Il y a ensuite le tableau des SAÉ qui « sont constituées de tâches complexes liées à une problématique, et qui présentent un obstacle que vous devez tenter de surmonter » (Manuel *Point de vue*, 4^{e} secondaire, p. VIII). Ce manuel rappelle que les modules d'apprentissage se déroulent en 3 temps : la préparation des apprentissages (pour réactiver les connaissances antérieures des élèves), la réalisation des apprentissages avec des séquences d'activités (pour découvrir de nouveaux concepts ou processus mathématiques), et enfin l'intégration et le réinvestissement des apprentissages (pour réinvestir de nouvelles connaissances et travailler les compétences mathématiques).

3.2 Proposition de notre grille-réseau pour l'analyse des situations-problèmes

Dans notre recherche, nous utiliserons une grille-réseau inspirée des travaux de recherche d'Antoun (2012), Berger (2017), Duval (1988, 1993, 1995) ; Hitt et Quiroz (2019) et Hitt, Saboya et Cortés (2017) pour étudier la complexité des situations-problèmes des manuels scolaires. Cette grille contiendra les contextes, les processus de modélisation ; la reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations ; les questions/les savoir-faire. Dans le cas d'une recherche avec expérimentation, nous suggérons l'ajout des représentations non institutionnelles.

3.2.1 Les sept critères retenus pour notre analyse

– ***Le contexte :*** déterminer la nature du contexte (concret ou abstrait) ; déceler des mots difficiles, les données superflues, les concepts en jeu et enfin ; voir si les thèmes abordés concordent avec les domaines généraux de formation du PFEQ (santé et bien-être, orientation et entreprenariat, environnement et consommation, médias et vivre-ensemble et citoyenneté) (PFEQ, enseignement du secondaire, deuxième cycle, chapitre 6, p. 6-7).

– ***Les processus de modélisation :*** « La complexité d'une situation-problème se caractérise par […] la difficulté des modélisations à réaliser » (PFEQ, enseignement secondaire, deuxième cycle, p. 17). Dans notre approche, nous allons justement mettre l'accent sur les « modélisations », car c'est sur ce point que les élèves se heurtent le plus. Nous regardons le travail mathématique global comme Kaiser (2014/2020) : « A pragmatic perspective, focusing on utilitarian or pragmatic goals, i.e., the ability of learners to apply mathematics for the solution of practical problems » (p. 397). À partir de cette définition, nous avons défini la modélisation locale en liaison aux sous-tâches. Modélisation locale : c'est l'application directe d'un concept mathématique (par exemple, transformation d'une représentation dans le même registre ou la conversion entre représentations de différents registres).

— ***La reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations :*** comme le cadre théorique de Duval (1988, 1993, 1995) est une référence pour le PFEQ, dans notre étude, nous analyserons les différents registres qui apparaissent lors de la résolution de chaque SP. La définition de registre est associée à trois caractéristiques : la reconnaissance d'une représentation dans un registre ; le traitement d'une représentation dans le même registre, et la conversion entre représentations de différents registres.

— ***Les questions :*** dans la perspective de modélisation (globale) d'une situation-problème, il est important de diviser la tâche en sous-tâches pour pouvoir la modéliser localement. Dans notre grille, une colonne sera réservée aux questions non écrites dans l'énoncé ou que l'élève peut se poser pendant l'activité.

— ***Les savoir-faire :*** une fois la tâche (globale) divisée, nous identifions les sous-tâches, les questions ainsi que les applications locales des concepts en jeu.

— ***Les représentations non institutionnelles :*** dans la pratique, en classe, les représentations non institutionnelles peuvent émerger instantanément lors des résolutions des SP (voir Hitt, Saboya et Cortés 2017 ; Hitt et Quiroz, 2019). Mais comme notre étude n'est pas expérimentale, nous ne les incluons pas dans notre grille.

— ***Nombre et enchaînement des sous-tâches :*** l'enchaînement des sous-tâches est illustré par un réseau cyclique (voir figure 3.1).

Nous nommons grille-réseau[17] la grille qui découle de l'analyse des contextes, des processus de modélisation, de la reconnaissance des représentations, du traitement des représentations, de la conversion entre registres de représentations, des questions et savoir-faire et du réseau cyclique qui illustre les enchaînements entre les sous-tâches (cette notion d'enchaînement des sous-tâches a été utilisée par Antoun, 2012) de la SP. Les deux étapes d'analyse dépendent l'une de l'autre. Dans la première couche, on effectue une partition de la tâche générale en sous-tâches et dans la deuxième, on analyse l'enchaînement des sous-tâches identifiées. Par exemple, si dans la première couche on doit calculer l'aire des triangles ; dans la deuxième, on intégrerait les processus de modélisation sur le calcul de l'aire des triangles.

Tableau 3.2 Notre grille des critères qui influencent la complexité d'une situation-problème

Le contexte	**Processus de modélisation(s)**	**Questions**	**Savoir-faire**
Type de contexte : Concret/Abstrait	La reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations		
Types de données : Présence de données superflues ; mots à caractère incompréhensible			
Concepts mathématiques en jeu : Algèbre ; Arithmétique ; Géométrie ; Probabilités			
Lien avec les domaines généraux de formation : Santé et bien-être, Orientation et entreprenariat ; Environnement et consommation ; Médias et vivre-ensemble et citoyenneté			

[17] La grille-réseau englobe deux fonctionnalités et regroupe : le contexte, les processus de modélisation, la reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations, les questions/savoir-faire, ainsi que le réseau qui en découle et qui illustre l'enchaînement entre les sous-tâches des SP.

Tel que nous l'avons décrit dans la section 1.3, nous partons du fait que la tâche mathématique est un ***travail mathématique à exécuter dans un temps déterminé***, ceci implique qu'une sous-tâche est une partition de la tâche originale qui désigne un travail spécifique et partiel à exécuter.

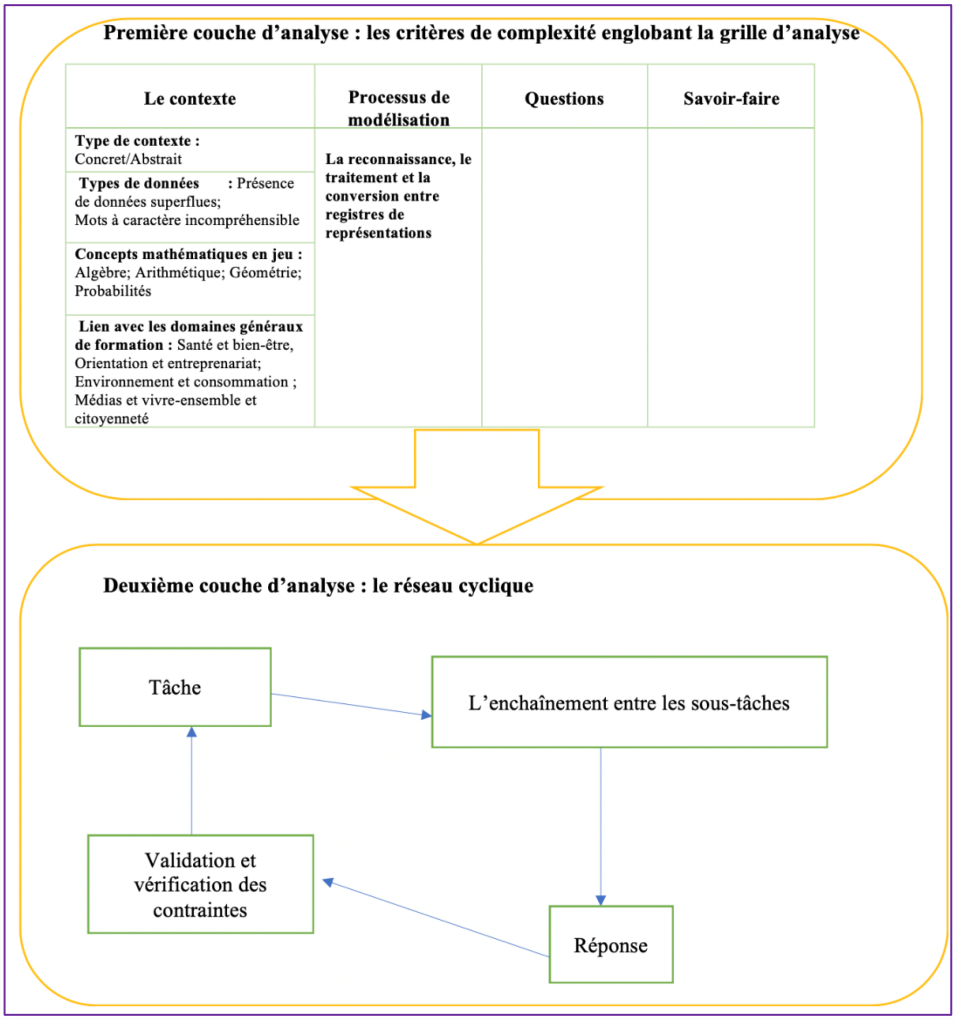


Figure 3.1 Notre grille-réseau pour étudier la complexité des situations-problèmes

Avant de procéder à l'analyse par notre grille, définissons d'abord trois termes selon le dictionnaire Larousse (s. d.) :

Contraintes : obligation créée par les règles en usage dans un milieu, par les lois propres à un domaine, par une nécessité, etc.

La validation : action de valider. Bien que des études révèlent que les élèves ne font pas attention aux réponses (e.g. Saboya, 2010). La validation appropriée des étapes est un élément essentiel (PFEQ, enseignement secondaire, 2007, deuxième cycle, p. 23).

Réponse : solution, explication, éclaircissement apporté à une question, à un point obscur.

3.2.2 Abréviations utilisées dans la grille-réseau

Pour alléger les écritures, nous utiliserons les abréviations ci-dessous dans notre grille-réseau (voir tableau 3.3, 3.4 et 3.5).

Tableau 3.3 Abréviations utilisées dans notre grille-réseau

	Types de données	**Concepts mathématiques en jeu**	**Domaines de formation généraux (DGF)**
Contexte **Abstrait : A_b** **Concret : C**	Présence de données superflues : **S** Mots à caractère incompréhensible : **I**	Algèbre : **A_l**	Santé et bien-être : **S_B**
		Arithmétique : **A_r**	Orientation et entreprenariat : **OE**
		Géométrie : **G**	Environnement et consommation : **E_C**
		Probabilités : **P**	Médias et vivre-ensemble et citoyenneté : **M_V**

Tableau 3.4 Abréviations utilisées pour la reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations

Traitement dans le même registre	**Abréviations**	**Conversion entre registres de représentations**	**Abréviations**
Arithmétique vers arithmétique	$\boxed{A_r} \rightarrow \boxed{A_r}$	Textuel vers arithmétique	$\boxed{T} \rightarrow \boxed{A_r}$
Algébrique vers algébrique	$\boxed{A_l} \rightarrow \boxed{A_l}$	Figurale vers Algébrique	$\boxed{F} \rightarrow \boxed{A_l}$
Géométrique vers géométrique	$\boxed{G} \rightarrow \boxed{G}$	Figurale vers Géométrique	$\boxed{F} \rightarrow \boxed{G}$
Graphique vers graphique	$\boxed{G_r} \rightarrow \boxed{G_r}$	Arithmétique vers algébrique	$\boxed{A_r} \rightarrow \boxed{A_l}$
Numérique vers numérique	$\boxed{N} \rightarrow \boxed{N}$	Graphique à Algébrique	$\boxed{G_r} \rightarrow \boxed{A_l}$
Figurale vers figurale[18]	$\boxed{F} \rightarrow \boxed{F}$	Arithmétique vers numérique (table)[19]	$\boxed{A_r} \rightarrow \boxed{N}$

Tableau 3.5 Abréviations utilisées dans les processus de modélisation[20]

	Processus de modélisation 1	**Processus de modélisation 2**	**Processus de modélisation 3**	**Processus de modélisation 4**
Processus de modélisations	PM1	PM2	PM3	PM4, PM5, etc.
Processus de modélisations locaux	PM_L1	PM_L2	PM_L3	PM_L4, PM_L5, etc.

3.2.3 Exemple de situation-problème pour illustrer l'utilisation de notre grille-réseau

[18] À noter que si les registres s'inversent, les abréviations s'inversent aussi. Par exemple, dans le cas où la résolution nécessite un changement du registre arithmétique vers le registre textuel, on aura : A_r vers T et vice versa.

[19] La table des valeurs est considérée comme un registre numérique.

[20] Dans notre analyse, si nous ne trouvons aucune donnée superflue, nous mettons le symbole X dans la case qui lui correspond.

Pour donner une idée précise sur l'utilisation de notre grille-réseau, nous subdivisons la SP *La Mosaïque* en six sous-tâches soit : le calcul de l'aire de la tuile rouge formée par le triangle QPR (sous-tâche1) ; le calcul de l'aire de la tuile bleue formée par le triangle DEF (sous-tâche 2) ; le calcul de l'aire de la tuile jaune formée par le rectangle ABCD (sous-tâche 3) ; le nombre total des tuiles (sous-tâche 4) ; le coût total des tuiles (sous-tâche 5) et la vérification le calcul total du budget (sous-tâche 6). Nous présentons ensuite le réseau cyclique accompagné d'une légende des processus de modélisation locaux[21] (PM_L) utilisés dans la résolution. Dans le tableau 3.6, nous rappelons les cinq processus de modélisations locales, ressortis de l'analyse réalisée dans la section problématique.

Tableau 3.6 Processus de modélisations locaux de la SP *La Mosaïque*

Les processus de modélisations locaux	**Questions**	**Savoir-faire**
Processus modélisation local 1 (PM_L1) Organisation de données et sélection des données pertinentes à une première sous-tâche.	Quelle est l'aire de la tuile rouge formée par le triangle QPR ?	Utiliser les rapports de similitude pour calculer l'aire de la tuile rouge.
Processus modélisation local 2 (PM_L2) Sélection de données. Doit-on prendre en compte l'angle de 120° ?	Quelle est l'aire de la tuile bleue formée par le triangle DEF ?	Utilisation de la formule de l'aire d'un triangle quelconque.
Processus modélisation local 3 (PM_L3) — Associer le segment AB à une droite du premier degré. — Transformation de la figure (rectangle) en une représentation graphique.	Comment trouver les coordonnées des points A et B dans la tuile jaune ?	Trouver l'ordonnée à l'origine du point A et l'abscisse à l'origine du point B.
Processus modélisation local 4 (PM_L4) — Changement de registre graphique à algébrique dans le calcul des segments.	Comment trouver l'aire de la tuile jaune formée par le rectangle ABCD ?	Trouver la mesure du segment AB et AC. Trouver les coordonnées du point C. Calculer l'aire de la tuile jaune.
Processus modélisation local 5 (PM_L5) — Changement de registre algébrique à numérique dans la recherche du coût de la mosaïque.	Comment trouver le coût des tuiles formant la mosaïque, sachant que les	Calculer le coût de chaque tuile à partir de la fonction par parties.

[21] Nous définissons le Processus de modélisation local (PM_L) comme une application directe d'un concept mathématique. Exemple : la transformation d'une représentation dans un même registre ou la conversion entre représentations de différents registres.

	quatre couleurs doivent être utilisées ?	

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 3.7 Répartition des sous-tâches de la SP *La Mosaïque*

Sous-tâche 1 (Aire de la tuile rouge)			
Contexte	**Processus de modélisations**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : Mosaïque Données superflues : X Concepts en jeu : G DGF : OE	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre $\boxed{T} \rightarrow \boxed{A_r}$	Quelle est l'aire de la TR (tuile rouge) formée par le triangle QPR ?	— Justifier la similitude des Δ QST et QPR ; — Utiliser le rapport de similitude entre les côtés homologues ; — Calculer l'aire de TR (formule Héron).

Sous-tâche 2 (Aire de la tuile bleue)			
Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : Mosaïque Données superflues : 120° Concepts en jeu : G DGF : OE	**Pm_L3** Changement de registre $\boxed{T} \rightarrow \boxed{A_r}$	Quelle est l'aire de la tuile bleue formée par le triangle QPR ?	Utilisation de la formule de l'aire Δ quelconque avec les mesures de deux côtés et de l'angle qu'ils forment.

Sous-tâche 3 (Aire de la tuile jaune)

Contexte	Processus de modélisations	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Mosaïque Données superflues : point D Concepts en jeu : G DGF : OE	**PM$_L$4** Associer le segment AB à une droite du premier degré Transformation de la figure (rectangle) à une représentation graphique	Comment trouver les mesures des côtés de la tuile jaune formée pas le rectangle ABCD ?	– Trouver la mesure du segment AB (distance entre 2 points) Trouver les coordonnées entières du point C (essais-erreurs) Trouver la mesure du segment AC. (Distance entre 2 points) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
	PM$_L$5 Changement de registre $\boxed{G} \rightarrow \boxed{A_l}$	Comment trouver aire de la tuile jaune (TJ) ?	À partir de la formule de l'aire d'un rectangle, calculer l'aire de la TJ (>20 cm^2).

Sous-tâche 4 (Nombre total des tuiles)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Mosaïque Données superflues : X Concepts en jeu : G (fonctions) DGF : OE	X	Comment trouver le nombre de tuiles nécessaires pour créer la mosaïque ?	À partir de l'aire trouvée pour chacune des quatre tuiles, faire une lecture sur le graphique (fonction en escalier) du nombre de tuiles en fonction de l'aire d'une tuile.

Sous-tâche 5 (Coût total des tuiles)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Mosaïque Données superflues : X Concepts en jeu : G DGF : OE	**PM$_L$6** Changement de registre $A_r \rightarrow N$	Comment trouver le coût des tuiles formant la mosaïque sachant que les quatre couleurs doivent être utilisées ?	Reconnaitre que la fonction qui permet de calculer le coût f (a) fonction de l'aire d'une tuile est une fonction par parties.

Sous-tâche 6 (Calcul total du budget)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Mosaïque Données superflues : X Concepts en jeu : G DGF : OE	X	Comment respecter le budget maximal (245 $) pour l'achat de la mosaïque ?	Additionner le coût total de chacune des tuiles formant la mosaïque et vérifier si le montant ne dépasse pas 245 $.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement des sous-tâches de *La Mosaïque*

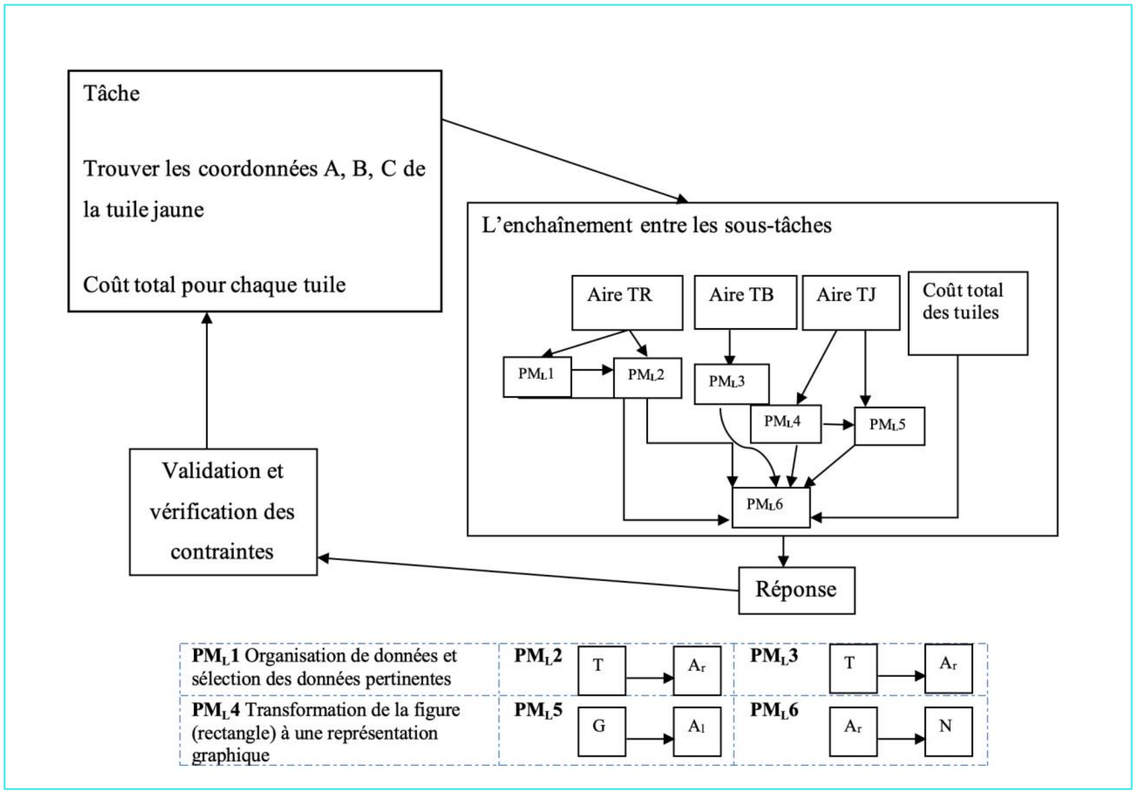


Figure 3.2 Réseau cyclique de la SP *La Mosaïque*

3.3 Application de la grille-réseau à une situation-problème issue d'une évaluation ministérielle

L'analyse par la grille-réseau se fait en deux étapes : subdivision en sous-tâches, puis élaboration du réseau cyclique pour indiquer les processus de modélisation utilisés pour chacune de ces sous-tâches.

Prenons comme exemple la SP *La table de billard*. Nous la subdivisons en cinq sous-tâches : le calcul pour trouver les coordonnées du point B (sous-tâche1) ; le calcul de la distance entre les segments AB et BC (sous-tâche 2) ; la mesure du segment CD (sous-tâche 3) ; la mesure du segment DH (sous-tâche 4) ; et enfin, le choix de la catégorie du contrat (sous-tâche 5). Ensuite, nous élaborons son réseau cyclique. Mais avant, rappelons les cinq processus de modélisation locaux de *La table de billard* (voir tableau 3.8).

Tableau 3.8 Processus de modélisations locaux de la SP *La table de billard*

Processus de modélisations locaux	**Questions**	**Savoir-faire**
PM_L1 Organisation des données et sélection des données pertinentes à une première sous-tâche.	Comment trouver les coordonnées du point B ?	Résoudre le système d'équations comportant les deux droites AB et BC.
PM_L2 Changement de registre figural vers algébrique	Comment trouver les distances entre AB et BC ?	Utiliser la formule de distance entre deux points.
PM_L3 Changement de registre figural vers algébrique	Comment calculer la mesure du segment CD ?	— Mesure de la hauteur LH du triangle CHE. – Mesure de l'angle LEH (rapport de tangente). — Trouver la mesure du segment CD (Loi des sinus).
PM_L4 Repérer les données pertinentes pour calculer la mesure du segment CD	Comment calculer la mesure du segment DH ?	— Trouver la mesure du segment DE (Loi des sinus). — Trouver la mesure du segment EH (Relation de Pythagore). — Soustraire la mesure du segment DE de la mesure du segment EH.
PM_L5 Repérer les données pertinentes pour calculer la mesure du segment DH	Comment établir la catégorie du contrat à partir de la distance parcourue par les boules blanches et rouges avant qu'elles ne frappent la boule noire ?	Calculer la longueur totale du trajet.
PM_L6 Traitement dans le même registre (numérique)	Comment établir la catégorie du contrat ?	Calculer la longueur totale du trajet des boules blanches et rouges et faire une lecture du graphique de la fonction par partie pour connaître la catégorie du contrat d'assurance.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 3.9 Répartition des sous-tâches de la SP *La table de billard*

Sous-tâche 1 (Coordonnées du point B)			
Contexte	**Processus de modélisations**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Système d'équations/Pentes inversées DGF : OE	**PM$_L$1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM$_L$2** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver les coordonnées du point B ?	Les droites AB et BC sont perpendiculaires, donc les pentes sont inverses et opposées. Par la méthode de comparaison, résoudre le système d'équations comportant les deux droites AB et BC pour trouver les coordonnées du point B.

Sous-tâche 2 (Distance entre les segments AB et BC)			
Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Distance entre deux points DGF : OE	**PM$_L$3** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver la distance entre les segments AB et BC ?	Utiliser la formule de la distance entre deux points.

Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**

Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : rapports trigo/Loi des sinus DGF : OE	**PM_L4** Repérer les données pertinentes pour le calcul de la mesure du segment CD	Comment calculer la mesure du segment CD ?	– Mesure de la hauteur LH du triangle CHE — Mesure de l'angle LEH en utilisant le rapport de tangente. — Utiliser la loi des sinus avec le Δ CDE pour trouver la mesure du segment CD.

Sous-tâche 3 (Mesure du segment CD)

Sous-tâche 4 (Mesure du segment DH)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Loi des sinus/Relation de Pythagore DGF : OE	**PM_L5** Repérer les données pertinentes pour le calcul de la mesure du segment DH	Comment calculer la mesure du segment DH ?	— Utiliser la loi des sinus avec le Δ CDE pour trouver la mesure du segment DE. — Trouver la mesure du segment EH (Relation de Pythagore). — Soustraire la mesure du segment DE de la mesure du segment EH.

Sous-tâche 5 (Choix de la catégorie du contrat)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : addition DGF : OE	**PM_L6** Traitement dans le même registre (numérique)	Comment établir la catégorie du contrat à partir de la distance parcourue par les boules blanches et rouges avant qu'elles frappent la boule noire ?	Calculer la longueur totale du trajet des boules blanches et rouges et faire une lecture du graphique de la fonction par partie pour connaître la catégorie du contrat d'assurance.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement entre les sous-tâches de la SP *La table de billard*

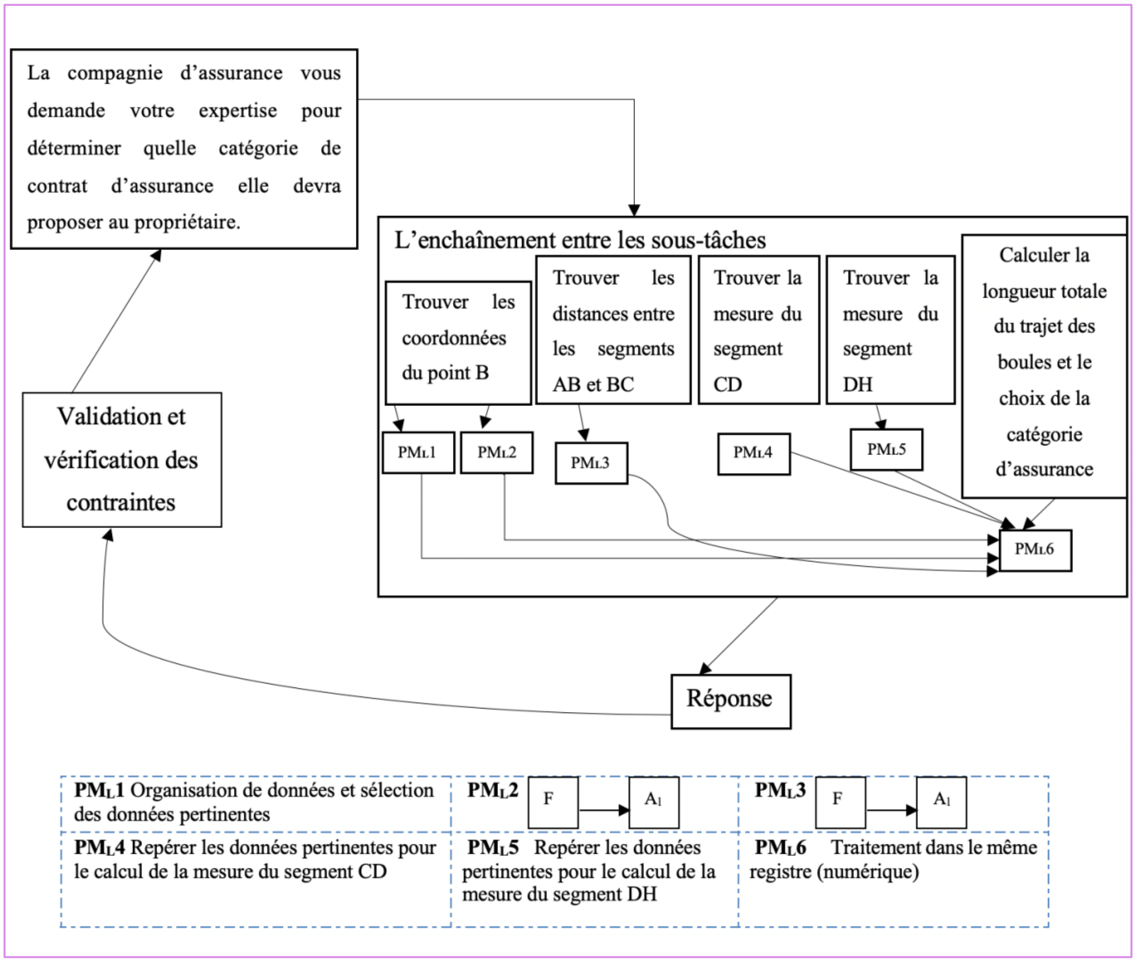


Figure 3.3 Réseau cyclique de la SP *La table de billard*

3.4 Discussion et retour réflexif sur l'utilisation de notre grille-réseau

L'analyse des deux SP, *La Mosaïque* et *la table de billard*, dans le chapitre I, a montré qu'il était nécessaire d'envisager une nouvelle organisation. On avait certes un tableau des processus de modélisations, des questions et des savoir-faire, mais il ne faisait pas ressortir tous les éléments sous-jacents de complexité d'une SP. Avec notre grille-réseau, la division de la tâche en sous-tâches nous renseigne de façon plus détaillée sur le contexte, les processus de modélisation ; la reconnaissance, le traitement, la conversion entre registres de représentations ; les questions et les savoir-faire. Pour chacune des sous-tâches, notre grille indiquera de façon précise les registres des représentations utilisés et le réseau cyclique fournira une vue très claire sur leur enchaînement.

CHAPITRE IV

ANALYSE ET RESULTATS

Dans le chapitre III, nous avons exposé notre grille-réseau et l'avons utilisée pour analyser la complexité de deux SP *La Mosaïque* et *La table de billard.* Dans ce chapitre, à l'aide de cette grille-réseau, nous analyserons la complexité de neuf situations-problèmes choisies parmi trois collections : la collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), la collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et la collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009) de la séquence CST. Nous avons choisi d'analyser seulement des SP issues de ces manuels scolaires, même si les guides d'enseignement en contiennent une variété. De plus, par respect pour les droits d'auteurs, nous indiquerons les références des énoncés et n'afficherons que des images sélectionnées, des extraits ou des paragraphes pour appuyer nos explications.

Pour ce faire, nous résoudrons d'abord nous-mêmes les situations suggérées afin de saisir les difficultés, les contextes et les concepts mathématiques qui y sont abordés. Ensuite, nous subdiviserons chaque SP en sous-tâches. Puis, nous les représenterons visuellement par un réseau cyclique. Enfin, nous ferons un retour réflexif sur chaque SP étudiée.

4.1 Analyse de la situation-problème *Un nouveau secteur résidentiel*

Cette SP se trouve à la page 198-199 du manuel de la collection *Visions* où il est demandé aux élèves de proposer un plan d'aménagement d'un nouveau secteur. Ce secteur doit être subdivisé en 6 terrains. La superficie de 4 de ces terrains doit être de 500 m^2 environ. Des bornes fontaines doivent être installées aux points A, B, C et D. Le nouveau secteur résidentiel a la forme d'un trapèze (voir figure 4.1).

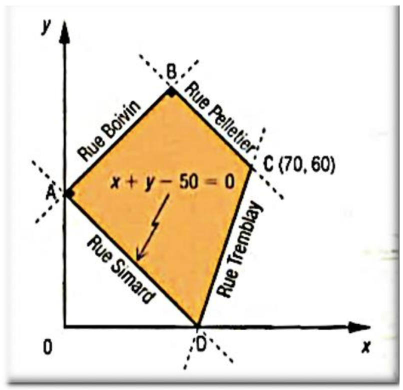


Figure 4.1 Représentation graphique du nouveau secteur résidentiel (Manuel *Visions,* p. 198-199)

La mise en situation décrite dans la page 198, qui précède l'énoncé, introduit le contexte sur l'aménagement du territoire urbain qui « est basé sur certains critères économiques, fonctionnels, environnementaux et sociaux ». On y trouve la définition du mot urbaniste dans la mise en contexte et les mots utilisés sont globalement faciles à comprendre pour les élèves.

L'organisation globale du plan d'aménagement doit comprendre :

- Un schéma du secteur incluant les limites exactes de chaque terrain ;
- La superficie exacte de chaque terrain ;
- L'équation de la droite associée à chacune des rues indiquées dans le graphique ;
- Les coordonnées des points A, B, C et D correspondant aux bornes-fontaines.

Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.1.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 4.1 Répartition des sous-tâches de la SP *Un nouveau secteur résidentiel*

Sous-tâche 1 (Coordonnées des points A et D)

Contexte	Processus de modélisations	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Géométrie analytique DGF : E_C	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver les coordonnées des points A et D ?	À partir de l'équation attribuée à la rue Simard, trouver l'abscisse et l'ordonnée à l'origine, qui sont les points A et D.

Sous-tâche 2 (Trouver l'équation de la rue Tremblay)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Géométrie analytique DGF : E_C	**PM_L3** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver l'équation de la rue Tremblay ?	À partir des coordonnées des points C et D, trouver l'équation de la rue Tremblay sous la forme y= a x + b

Sous-tâche 3 (Trouver l'équation de la rue Pelletier)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Géométrie analytique DGF : E_C	**PM_L4** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver l'équation de la rue Pelletier ?	La rue Pelletier est parallèle à la rue Simard (ABCD est un trapèze). À partir des coordonnées des points C et la pente de la rue Pelletier, trouver son équation.

Sous-tâche 4 (Trouver l'équation de la rue Boivin)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Géométrie analytique/système d'équations DGF : E_C	**PM_L5** Changement de registre $\boxed{F} \rightarrow \boxed{A_I}$	Comment trouver l'équation de la rue Boivin ?	La rue Boivin passe par les points A et B. Il faut donc trouver les coordonnées du point B (résoudre un système d'équations) pour ensuite, utiliser l'équation d'une droite : $y = a\,x + b$.

Sous-tâche 5 (Aire de chacun des six terrains)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : Géométrie analytique DGF : E_C	**PM_L6** Changement de registre $\boxed{F} \rightarrow \boxed{A_I}$	Comment trouver l'aire de chacun des six terrains ?	Trouver les coordonnées des bornes de chaque des terrains et s'assurer que chacun d'entre eux mesure environ 500 m^2. Pour cette étape, les élèves peuvent faire plusieurs essais-erreurs. De plus, plusieurs réponses sont possibles.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement entre des sous-tâches de la SP *Un nouveau secteur résidentiel*

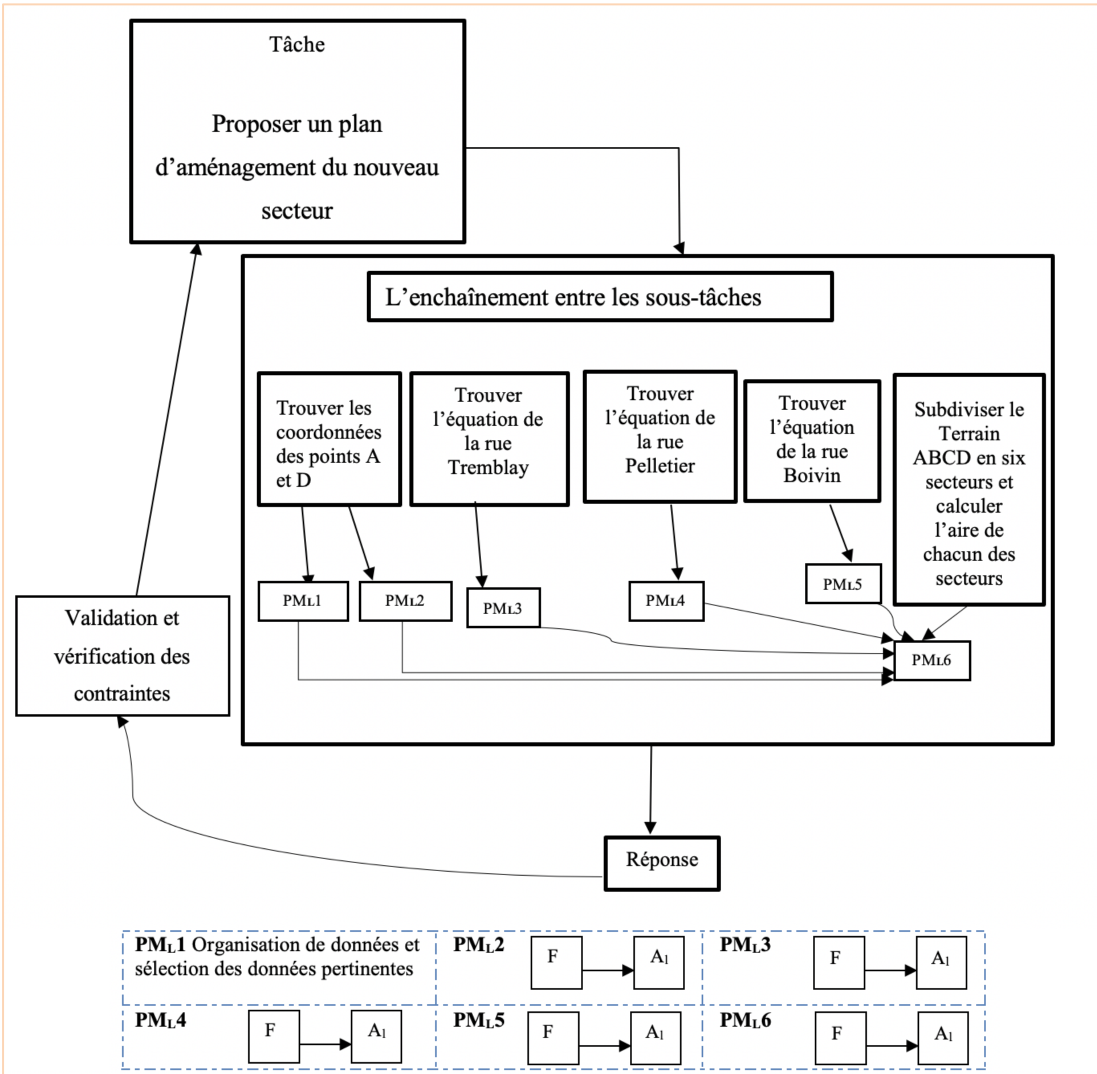


Figure 4.2 Réseau cyclique de la SP *Un nouveau secteur résidentiel*

4.2 Retour réflexif sur la situation-problème *Un nouveau secteur résidentiel*

Cette SP mobilise plusieurs concepts de géométrie analytique. Sachant qu'elle cible les sections spécifiques de 1.1 à 1.3 du manuel, les élèves vont facilement aller chercher les concepts-processus qui peuvent les guider. Cette SP nécessite une démarche de découverte, car les élèves doivent trouver les équations des rues Boivin, Tremblay et Pelletier, en explorant un seul champ mathématique, celui de la géométrie analytique. Les registres ressortis par notre analyse de cette SP sont tous de même type, c'est-à-dire on passe du registre figural au registre algébrique. Nous avons vérifié dans les sections 1.1 à 1.3 du manuel et nous n'avons pas trouvé d'exercices ou de problèmes similaires, ce qui veut dire que cette SP n'a jamais été présentée préalablement aux élèves. Sa résolution nécessite un aller-retour pour trouver les équations des ruelles, spécifiquement la rue Boivin qui passe par les points A et B où ils doivent trouver les coordonnées du point B par résolution d'un système d'équations et les coordonnées du point A à partir de l'équation $x + y - 50 = 0$.

Finalement, nous considérons que cette SP est complexe puisqu'elle nécessite une subdivision du trapèze ABCD en six terrains ayant chacun une superficie d'environ 500 m^2. Cette sous-tâche exige de l'élève qu'il fasse plusieurs essais-erreurs pour arriver à respecter la contrainte associée à l'aire de chacun des terrains, ce qui l'incite à être créatif pour subdiviser les terrains de façon efficiente.

4.3 Analyse de la situation-problème *Les fermes de toit*

Le contexte de cette SP se trouvant à la page 206 des sections 3.2 et 3.3 du manuel 1 de la collection *Visions*, décrit le plan d'une ferme de toit utilisé dans la construction d'un cabanon (voir figure 4.3).

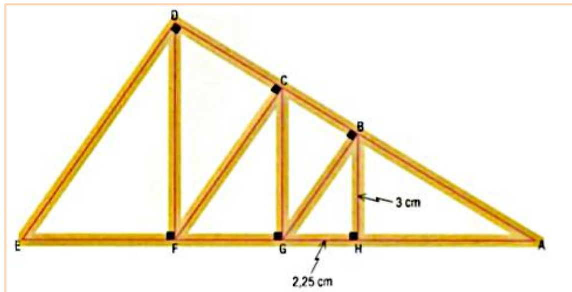


Figure 4.3 Plan d’une ferme de toit (manuel *Visions 1*, p. 206)

Les mots qui y sont employés sont simples et compréhensibles, mais le titre attribué à la tâche peut amener une confusion chez les élèves. Cette SP, nous l’avons déjà étudiée dans nos classes[22]. Ici, la représentation visuelle du plan aide l’élève à voir qu’il s’agit d’un plan de toit de ferme d’un cabanon, mais nous pensons que le mot minimiser peut nécessiter pour certains élèves une explication de la part de l’enseignant(e).

L’organisation globale de la résolution de cette SP se fera comme suit :

– Les élèves doivent fournir un rapport au client (e) indiquant :

- Les mesures exactes des 8 pièces de bois (AD, DE, AE, BH, BG, CG, CF et DF) nécessaires à la construction d’une ferme de toit ;
- Le nombre de pièces de bois de chaque type nécessaire à la construction des 10 fermes ;
- La quantité de bois inutilisée, c.-à-d. la longueur totale des retailles de bois ;
- Le coût de construction des fermes de toit du cabanon.

Nous subdivisons la SP en un ensemble de sous-tâches selon les mesures manquantes dans les triangles ABG, ACG, ACF, ADF et ADE. Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.2.

[22] Cette SP, nous l’avons étudiée auparavant dans le cadre de notre enseignement dans une classe de 4e secondaire d’une école secondaire du Québec (2015) et certains élèves ne comprenaient pas à quoi le titre faisait exactement allusion.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 4.2 Répartition des sous-tâches de la SP *Les fermes de toit*

Sous-tâche 1 (Mesures des côtés du Δ ABG)

Contexte	**Processus de modélisations**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : Relations métriques DGF : E_C	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver les mesures des côtés inconnus dans le triangle AGB ?	-Utilisation des relations métriques dans un triangle rectangle. -Relation de Pythagore (le chemin moins efficient).

Sous-tâche 2 (Mesures des côtés du Δ ACG)

Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : Relations métriques DGF : E_C	**PM_L3** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver les mesures des côtés inconnus dans le triangle ACG ?	Utilisation des relations métriques dans un triangle rectangle (le segment BC) et la relation de Pythagore (CG).

Sous-tâche 3 (Mesures des côtés du Δ ACF)

Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**

Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : Relations métriques DGF : E_C	**PM_L4** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver les mesures des côtés inconnus dans le triangle ACF ?	Utilisation des relations métriques dans un triangle rectangle.

Sous-tâche 4 (Mesures des côtés du Δ ADF)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : Relations métriques DGF : E_C	**PM_L5** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver les mesures des côtés inconnus dans le triangle AFD ?	Utilisation des relations métriques dans un triangle rectangle.

Sous-tâche 5 (Mesures des côtés du Δ ADE)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : Relations métriques DGF : E_C	**PM_L6** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment trouver les mesures des côtés inconnus dans le triangle ADE ?	Utilisation des relations métriques dans un triangle rectangle.

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire

Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : X DGF : E_C	**PM_L7** Traitement dans le même registre $A_r \rightarrow A_r$	Comment trouver les mesures de tous les côtés inconnus d'une ferme de toit grandeur réelle ?	Multiplier chacune des grandeurs par 25.

Sous-tâche 6 (Trouver la grandeur réelle d'une ferme de toit)

Sous-tâche 7 (Trouver le nombre de pièces de bois de chaque type)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : Arithmétique DGF : E_C	**PM_L8** Traitement dans le même registre $A_r \rightarrow A_r$	Comment déterminer le nombre de pièces de bois de chaque type (A, B ou C) pour construire 10 fermes de toit) ?	Selon les grandeurs réelles des 8 pièces (AD, DE, AE, BH, BG, CG, CF et DF), associer chacune d'elles à un type de pièce de bois. Plusieurs réponses sont possibles.

Sous-tâche 8 (Quantité de retailles de bois)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : Arithmétique DGF : E_C	**PM_L9** Traitement dans le même registre $A_r \rightarrow A_r$	Comment déterminer la quantité de retailles de bois (quantité de bois inutilisée) ?	Soustraire la quantité totale servant à la construction de chacune des 8 pièces de la quantité qui sera utilisée pour la construction.

Sous-tâche 9 (Coût total)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire

Contexte : C I : Les fermes de toit Données superflues : X Concepts en jeu : X DGF : E_C	**PM_L10** Traitement dans le même registre $A_r \rightarrow A_r$	Comment calculer le coût de chacune des pièces ?	Multiplier le nombre total de chaque type de pièce par le prix qui lui correspond.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement entre les sous-tâches de la SP *Les fermes de toit*

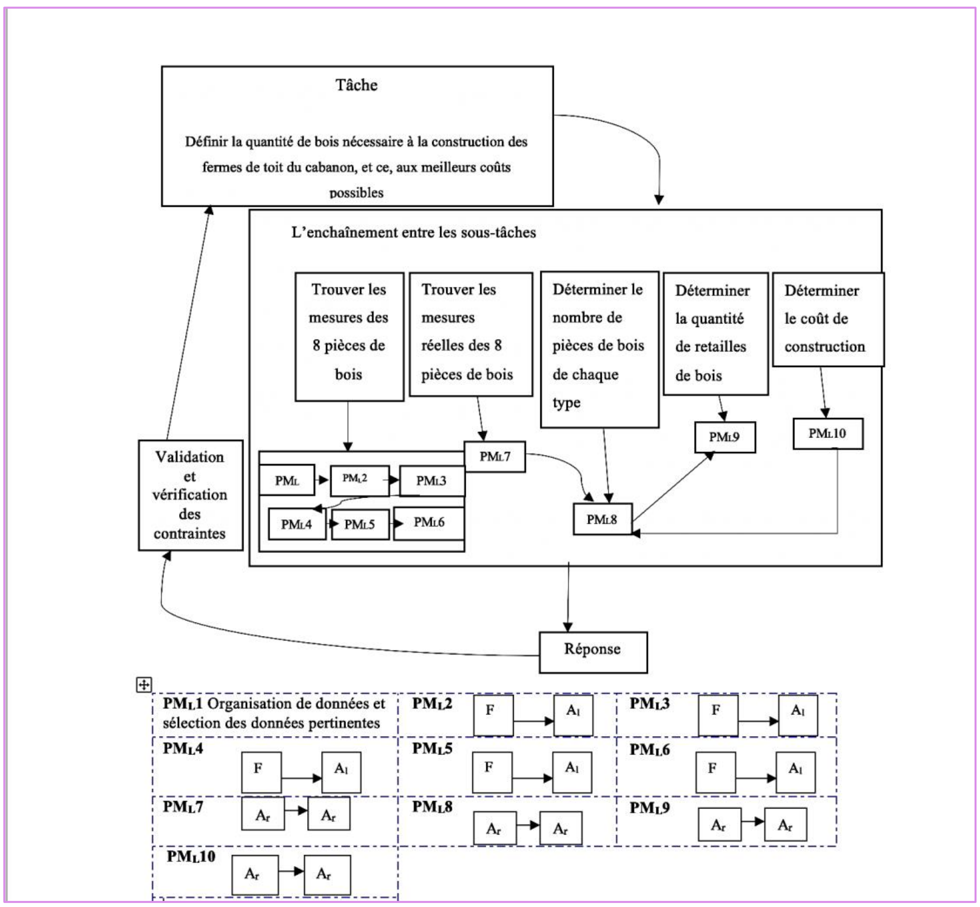


Figure 4.4 Réseau cyclique de la SP *Les fermes de toit*

4.4 Retour réflexif sur la situation-problème *Les fermes de toit*

Dans cette SP, pour trouver la longueur des huit pièces de bois, on utilise les mêmes procédés et techniques, c.-à-d la relation de Pythagore et les relations métriques dans un triangle rectangle. Un seul champ mathématique est visé ici : les relations métriques dans un triangle rectangle. La conversion se fait du registre figural vers l'algébrique, sauf pour le calcul de la quantité de bois inutilisée et le coût du cabanon où elle se fait du registre arithmétique vers arithmétique.

Cette SP est complexe, car elle nécessite plusieurs enchaînements entre les sous-tâches et plusieurs essais-erreurs pour trouver la quantité des retailles de bois. Ce calcul peut s'avérer difficile pour l'élève, même si le procédé est le même pour trouver les longueurs des huit pièces.

4.5 Analyse de la situation-problème *Quel forfait choisir ?*

Pour résoudre cette SP de la page187 *de Visions* 2, l'élève doit évaluer les coûts avant de faire le choix le plus avantageux parmi la variété des services de téléphonie existante. Nous avons résolu cette SP arithmétiquement en comparant tous les prix des 4 plans proposés. Il est également possible de la résoudre graphiquement en représentant chacun des forfaits par des fonctions en escalier (voir Annexe E). Cependant, la résolution par méthode graphique peut s'avérer difficile pour certains élèves, car reproduire sur un même graphique deux fonctions en escalier est une tâche complexe.

Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.3. Pour alléger l'écriture, nous nommons plan 1 celui dont le coût est de 2,00 $, le plan 2 celui de 5,00 $, le plan 3 celui de 12,95 $ et le plan 4 celui de 24,95 $.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 4.3 Répartition des sous-tâches de la SP *Quel forfait choisir ?*

Sous-Tâche 1 (Choix d'un plan)

Contexte	Processus de modélisations	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : raisonnement proportionnel DGF : E_C	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre $T \rightarrow A_r$	Comment comparer chacun des plans 1 et 2 à celui du plan 3 ?	Calculer, par raisonnement proportionnel, pour 1000 min, à combien reviennent les appels interurbains des plans 1 et 2. Comparativement au plan 3, ce dernier est le plus avantageux.

Sous-Tâche 2 (Coût des plans 3 et 4)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : raisonnement proportionnel DGF : E_C	**PM_L3** Changement de registre $T \rightarrow A_r$	Comment comparer les coûts pour chacun des plans 3 et 4 ?	Calculer le coût des minutes excédentaires à 1000 min du plan 3 jusqu'à arriver à 24,95 $. Nous arrivons à 1120 min au coût de 24,95 $. Ce qui nous amène à constater que si le client utilise 1120 min ou moins, le plan 3 sera le moins dispendieux. Et, s'il utilise plus de 1120 min, le plan 4 sera le plus avantageux.

Sous-Tâche 3 (Choix du forfait le plus économique)			
Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : X DGF : E_C	X	Comment choisir le forfait le plus économique ?	Comparer les prix pour les 4 forfaits et choisir le moins dispendieux.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement des sous-tâches de la SP *Quel forfait choisir ?*

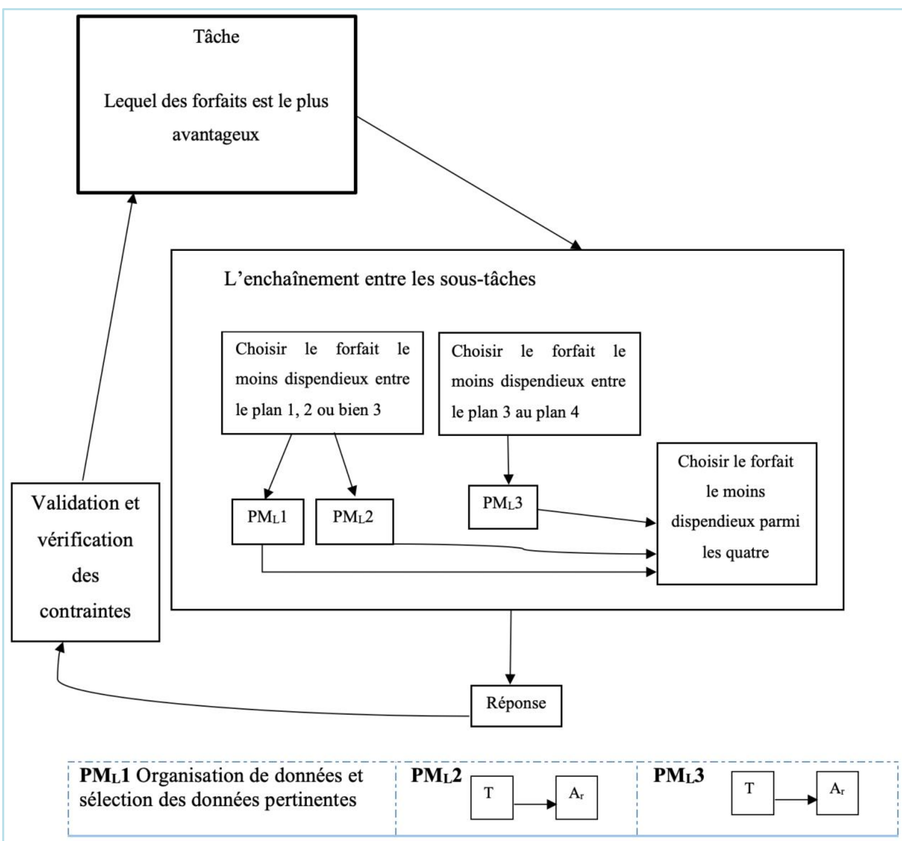


Figure 4.5 Réseau cyclique de la SP *Quel forfait choisir ?*

4.6 Retour réflexif sur la situation-problème *Quel forfait choisir ?*

Nous avons résolu cette SP arithmétiquement et nous rappelons qu'elle peut être également résolue graphiquement (voir Annexe E). Le raisonnement proportionnel et la fonction escalier sont les concepts mathématiques requis pour sa résolution.

Selon nous, cette SP est plutôt un problème qu'une SP, car sa résolution est facile arithmétiquement et se fait en comparant les forfaits téléphoniques entre eux. Elle ne nécessite pas plusieurs allers-retours et n'exige ni une démarche heuristique approfondie ni de multiples passages de conversion entre des registres de représentations, spécifiquement si on la résout arithmétiquement.

Notre grille-réseau a montré qu'elle n'est pas complexe, car entre les sous-tâches il y avait peu d'enchaînements.

4.7 Analyse de la situation-problème *Mesurer le temps*

Cette SP est tirée du manuel *Visions 2*, page 189. Le contexte parle d'un cadran solaire qui n'est pas familier pour tous les élèves. Certains vont donc avoir des difficultés à comprendre son fonctionnement. Or, la compréhension du contexte est la première phase du processus de modélisation qui aide l'élève à construire ses représentations. La latitude de la région où le cadran est utilisé et les mesures des segments AO, AQ ou OQ ne sont pas fournies[23]. Les difficultés d'interprétation des dessins du fonctionnement du cadran solaire peuvent constituer un autre obstacle dans la compréhension de la mise en situation. Ici, l'élève va faire face à la fois à un manque de clarté du fonctionnement du cadran solaire et des précisions de données importantes. Nous avons consulté le guide d'enseignement et nous n'avons trouvé qu'une feuille de travail pour reproduire le plateau d'un cadran solaire (voir Annexe F), mais sans aucune

[23] Le guide d'enseignement ne fournit pas d'autres informations sur le cadran et sur les latitudes.

autre information sur les données manquantes. Dans la section 1.1, nous évoquions les difficultés des élèves à discerner les données principales des données secondaires et à respecter plusieurs contraintes à la fois. Or, dans cette SP, même les données principales ne sont pas fournies dans le contexte.

Pour résoudre cette SP, les élèves doivent trouver la mesure du segment AQ et savoir que la latitude dans la région du Québec est de 52° pour pouvoir calculer les mesures manquantes à l'aide de rapports trigonométriques. Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.4.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches

Tableau 4.4 Répartition des sous-tâches de la SP *Mesurer le temps*

Sous-tâche 1 (Mesure du segment AQ)

Contexte	**Processus de modélisations**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : A_b I : style Données superflues : aucune donnée n'est fournie Concepts en jeu : rapports trigonométriques DGF : E_C	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre F → A_l	Comment déterminer la mesure du segment AQ ?	Utiliser le rapport trigonométrique (sinus) dans le triangle rectangle AOQ.

Sous-tâche 2 (Segments formés par les prolongements)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : A_b I : style Données superflues : aucune donnée n'est fournie Concepts en jeu : rapports trigonométriques DGF : E_C	**PM_L3** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment déterminer la mesure des segments AQP_1 AQP_2, AQP_3, etc. formés par les prolongements ?	Utiliser le rapport trigonométrique (tangente) dans chacun des triangles rectangles formés par AQP_1 AQP_2, AQP_3, etc.

Sous-tâche 3 (Mesures des angles formés par les triangles AOP_1 AOP_2, AOP_3)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : A_b I : style Données superflues : aucune donnée n'est fournie Concepts en jeu : rapports trigo DGF : E_C	**PM_L4** Changement de registre $F \rightarrow A_l$	Comment déterminer la mesure des angles formés par les triangles AOP_1 AOP_2, AOP_3, etc. ?	Utiliser arc tangent dans chacun des triangles rectangles formés par AOP_1 AOP_2, AOP_3, etc.

Sous-tâche 4 (Représentation des lignes horaires)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : A_b I : style Données superflues : aucune donnée n'est fournie Concepts en jeu : rapports trigonométriques. DGF : E_C	**PM_L5** Changement de registre $A_l \rightarrow F$	Comment représenter les lignes horaires ?	À partir des résultats des mesures des angles, représenter les lignes horaires par un dessin à l'échelle.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement entre les sous-tâches de la SP *Mesurer le temps*

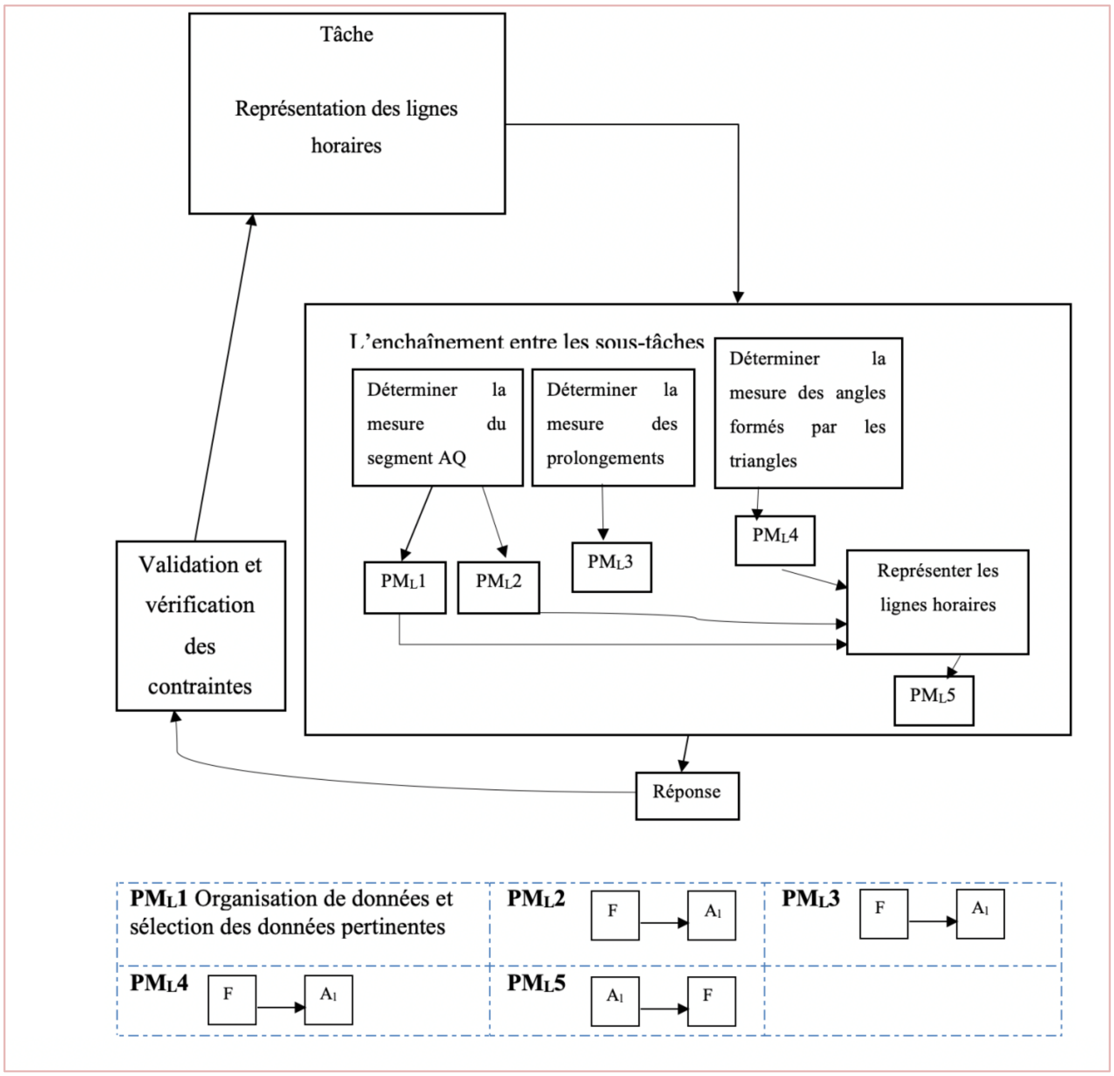


Figure 4.6 Réseau cyclique de la SP *Mesurer le temps*

4.8 Retour réflexif sur la situation-problème *Mesurer le temps*

Cette SP, dont le contexte est abstrait, est difficile à décortiquer pour les élèves qui ne connaissent pas forcément le fonctionnement du cadran solaire. Elle s'éloigne des SP ministérielles où plusieurs concepts doivent être mis en jeu. Ici, la mesure inconnue de la latitude peut représenter un obstacle pour quelques élèves. Deux types de registres de représentation sont requis pour sa résolution (registre figural vers registre algébrique et vice versa). Le peu d'enchaînement entre les sous-tâches montre que cette SP n'est pas assez complexe.

4.9 Analyse de la situation-problème *Audace aérienne*

Le contexte de cette SP du manuel *Intersection B,* p. 212-213 est familier pour la majorité des élèves, car on y aborde un spectacle de cirque. La tâche demandée concerne les cinq acrobates à bord des nacelles no 1, 2, 10, 11 et 12 d'une grande roue. Selon nous, cette SP est complexe, car les consignes ne sont pas toutes claires et certaines données ne sont pas fournies. De plus, il peut être difficile pour certains élèves de visualiser l'acrobate de la nacelle 12 en mouvement sur un trampoline et sur un rail incliné passant sous la grande roue. Aussi, les dimensions du trampoline de l'acrobate (nacelle 12) ne sont pas données dans le contexte. Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.5.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 4.5 Répartition des sous-tâches de la SP *Audace aérienne*

Sous-tâche 1 (Mesures des arcs séparant les 12 nacelles)

Contexte	Processus de modélisations	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Audace aérienne/nacelle Données superflues : X Concepts en jeu : géométrie (arc) DGF : OE	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre F → G	Comment trouver la mesure de chacun des arcs séparant les 12 nacelles se trouvant sur la grande roue ?	La grande roue comporte 12 nacelles qui sont distancées par un arc de 30°. (360°÷12=30°). Ce qui veut dire que chacun des angles au centre est soutenu par l'arc qui lui correspond et qui est aussi équivalent à 30°.

Sous-tâche 2 (Altitude des acrobates dans les nacelles 1 et 11)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : audace aérienne/nacelle Données superflues : X Concepts en jeu : trigo. DGF : OE	**PM_L3** Changement de registre F → G	Comment trouver l'altitude des acrobates se trouvant dans les nacelles 1 et 11 ?	Former un Δ rectangle qui a le rayon de la grande roue (7 m) comme hypoténuse (voir figure 4.7). Utiliser la propriété du côté opposé à l'angle de 30°, qui mesure la moitié de l'hypoténuse, pour trouver la mesure du segment AC. Utiliser la relation de Pythagore pour calculer la hauteur (BC) du triangle rectangle. — Additionner ensuite à cette mesure 7 m (1/2 hauteur) et 3 m (la distance entre le sol et le tapis) pour obtenir l'altitude des acrobates 1 et 11.

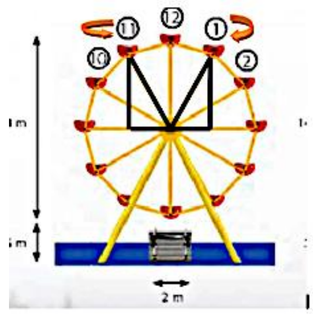


Figure 4.7 Schématisation des altitudes des acrobates des nacelles 1 et 11

Sous-tâche 3 (Altitude des acrobates dans les nacelles 2 et 10)			
Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : Audace aérienne Nacelle Données superflues : X Concepts en jeu : trigonométrie DGF : OE	**PM_L 4** Changement de registre F → G	Comment calculer l'altitude des acrobates se trouvant dans les nacelles 2 et 10 ?	Former un Δ rectangle ABC (voir figure 4.8) dont l'hypoténuse est le rayon de la grande roue. Ajouter 7 m (1/2 hauteur) et 3 m (la distance entre le sol et le tapis) à la mesure calculée précédemment pour obtenir l'altitude des acrobates 2 et 10.

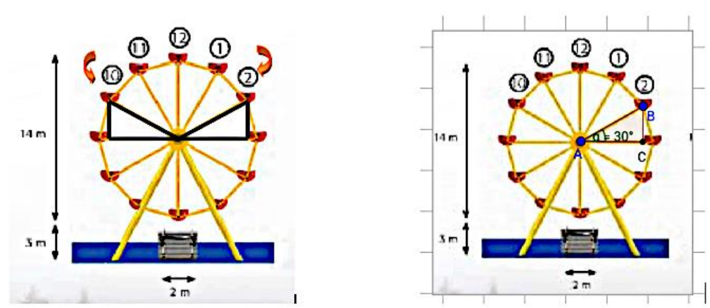


Figure 4.8 Schématisation des altitudes des acrobates des nacelles 2 et 10

Sous-tâche 4 (Position de l'acrobate de la nacelle 12)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Audace aérienne/nacelle Données superflues : X Concepts en jeu : rapport de similitude DGF : OE	**PM_L5** Changement de registre $F \rightarrow G$	Comment trouver la position du trampoline en mouvement de l'acrobate de la nacelle 12?	Nous n'avons aucune précision sur les dimensions du trampoline. Plusieurs réponses peuvent être données par les élèves. Ils pourront ensuite utiliser le rapport de similitude entre les triangles semblables pour trouver la longueur du rail.

Sous-tâche 5 (Déterminer les moments précis des sauts des acrobates)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Audace aérienne/ Nacelle Données superflues : X Concepts en jeu : fonction second degré DGF : OE	**PM_L6** Changement de registre $N \rightarrow G$	Comment calculer les moments précis de sauts de chacun des acrobates ?	Remplacer l'altitude de chacun des acrobates dans la fonction d (t)= 4.9 t^2 et isoler le temps. Déterminer les moments précis des sauts de chacun des acrobates en fonction des différents temps trouvés.

Sous-tâche 6 (Plan d'aménagement de la scène)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : Audace aérienne/nacelle Données superflues : X Concepts en jeu : plan cartésien DGF : OE	**PM_L7** Changement de registre $N \rightarrow G$	Comment fournir un plan d'aménagement de la scène ?	Placer sur le plan cartésien l'emplacement de la grande roue, du centre de quatre trampolines fixes et les extrémités du rail.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement des sous-tâches de la SP *Audace aérienne*

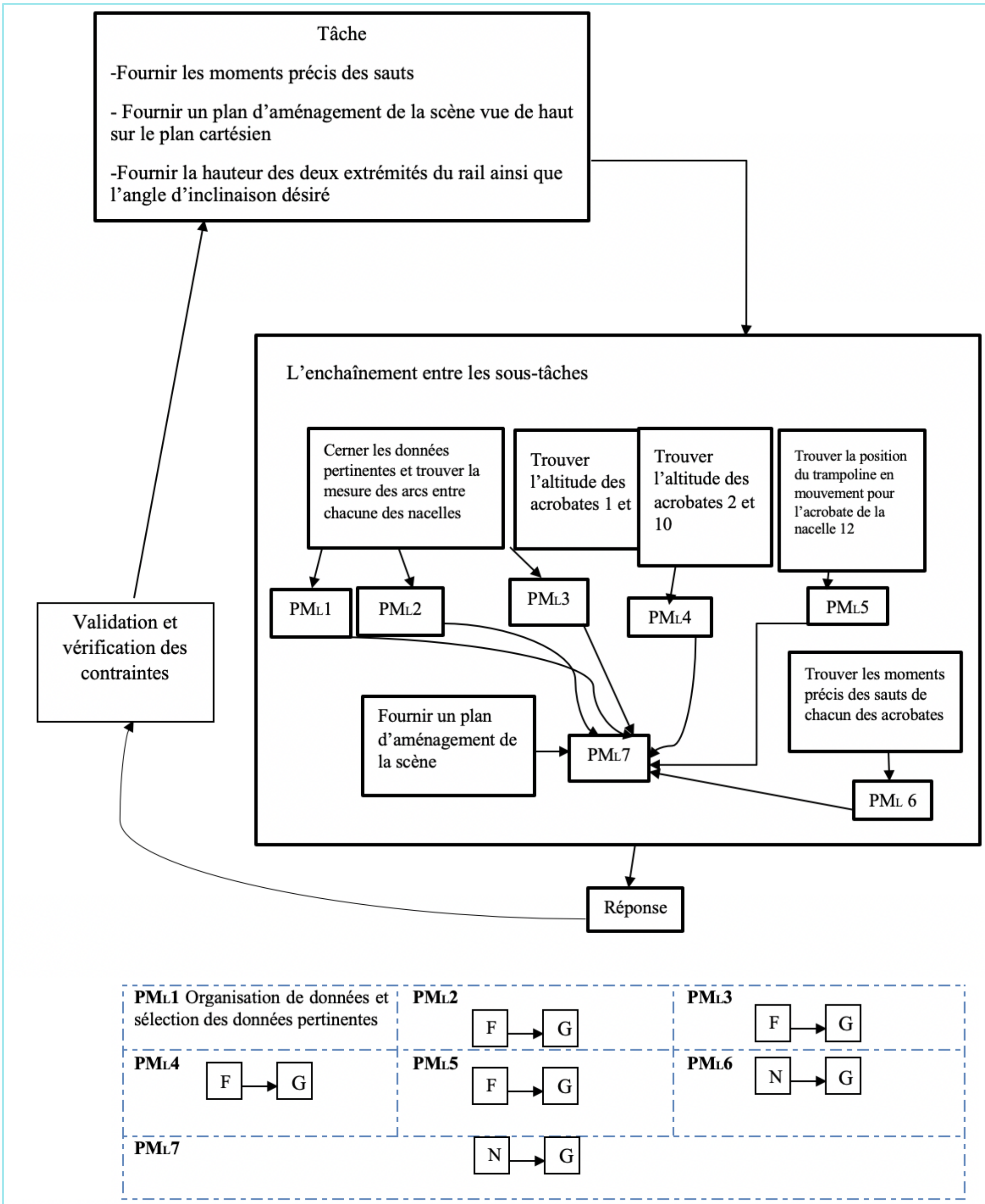


Figure 4.9 Réseau cyclique de la SP *Audace aérienne*

4.10 Retour réflexif sur la situation-problème *Audace aérienne*

Cette SP est complexe puisque les consignes ne sont pas toutes claires et certaines données ne sont pas fournies. D'autant plus qu'il peut être difficile pour les élèves d'imaginer l'acrobate au bord de la nacelle 12 s'élancer sur un trampoline en mouvement sur un rail incliné passant sous la grande roue. Elle est construite autour d'un ensemble de concepts mathématiques : la relation de Pythagore, propriétés d'un angle de 30° dans un triangle rectangle et les fonctions. Sa résolution se fait dans les registres : figural vers graphiques et numériques vers graphiques. Notre réseau cyclique obtenu montre plusieurs enchaînements entre les sous-tâches, ce qui indique que cette SP est complexe.

4.11 Analyse de la situation-problème *Hybride ou à essence ?*

L'ensemble des informations de l'énoncé de la SP tirée du document de l'élève *Point de vue*, p. SAÉ 1-1, SAÉ 1-2 est sous forme de texte, d'images et d'un tableau comportant les renseignements essentiels à chaque type de véhicule.
À partir de l'énoncé, il est nécessaire d'organiser la résolution globale. Ainsi, il faut :

- Calculer les dépenses annuelles en électricité ou en essence pour le kilométrage maximal que Félix parcourt et qui s'élève à 35 000 km par année ;
- Calculer le tarif d'électricité pour la consommation annuelle de la voiture de Félix ;
- Calculer les dépenses totales en électricité ou essence ;
- Faire un choix éclairé parmi les types de véhicules (hybride, électrique ou à essence).

Pour l'analyse de la SP, les différentes sous-tâches sont réparties dans le tableau 4.6.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 4.6 Répartition des sous-tâches de la SP *Hybride ou à essence ?*

Sous-tâche 1 (Dépenses annuelles en essence ou en électricité)

Contexte	**Processus de modélisations**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : A_r DGF : E_C	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre $T \rightarrow N$	Comment Félix peut faire un choix éclairé s'il parcourt entre 30 000 km à 35 000 km par année ? Quelles sont les dépenses annuelles en essence ou en électricité ?	Il faudrait calculer les dépenses annuelles en électricité ou en essence pour le kilométrage maximal qu'il parcourt qui s'élèvent à 35 000 km par année. En électricité, il consomme annuellement : 2400×12 = 28 800 kWh.

Sous-tâche 2 (Consommation annuelle en électricité)

Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : A_r DGF : E_C	**PM_L3** Changement de registre $T \rightarrow N$	Quel est le tarif d'électricité pour la consommation annuelle de Félix ?	Étant donné que le véhicule de Félix consomme 28 800 kWh par année qu'il dépasse les premiers 10 950 kWh par année (30×365). Son coût d'énergie sera donc 7,33 ¢/kWh soit 0,0733 $/kWh.

Sous-tâche 3 (Tarif de la consommation en électricité ou en essence)			
Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : A_r DGF : E_C	**PM_L4** Changement de registre $\boxed{T} \rightarrow \boxed{N}$	Comment calculer les dépenses annuelles pour chaque type de véhicule (hybride, électrique ou essence) pour un achat/location ?	Calculer le tarif de consommation en électricité ou en essence. Par exemple, pour le modèle Clao E (électrique), le coût est de 18 kWh/100 km. Ce qui revient à 6300 kWh. De plus, pour chaque kilo watts par heure parcouru, le coût d'énergie est de 0,0733 $/kWh, ce qui revient à 461,79 $.

Sous-tâche 4 (Dépenses totales en électricité ou en essence)			
Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : X Données superflues : X Concepts en jeu : A_r DGF : E_C	**PM_L5** Traitement dans le même registre[24] $\boxed{N} \rightarrow \boxed{N}$	Comment calculer les dépenses totales en électricité ou essence pour une location ou un achat pour quelques années ?	Additionner les dépenses (électricité ou essence) avec le prix d'achat ou de location. Toutefois, les élèves doivent choisir le nombre d'années de location ou d'achat pour pouvoir faire le meilleur choix.

[24]Le processus de modélisation local se produit dans un même registre numérique parce que l'opération ici consiste à additionner les dépenses d'achat ou de location de chaque véhicule.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement entre les sous-tâches de la SP *Hybride ou à essence ?*

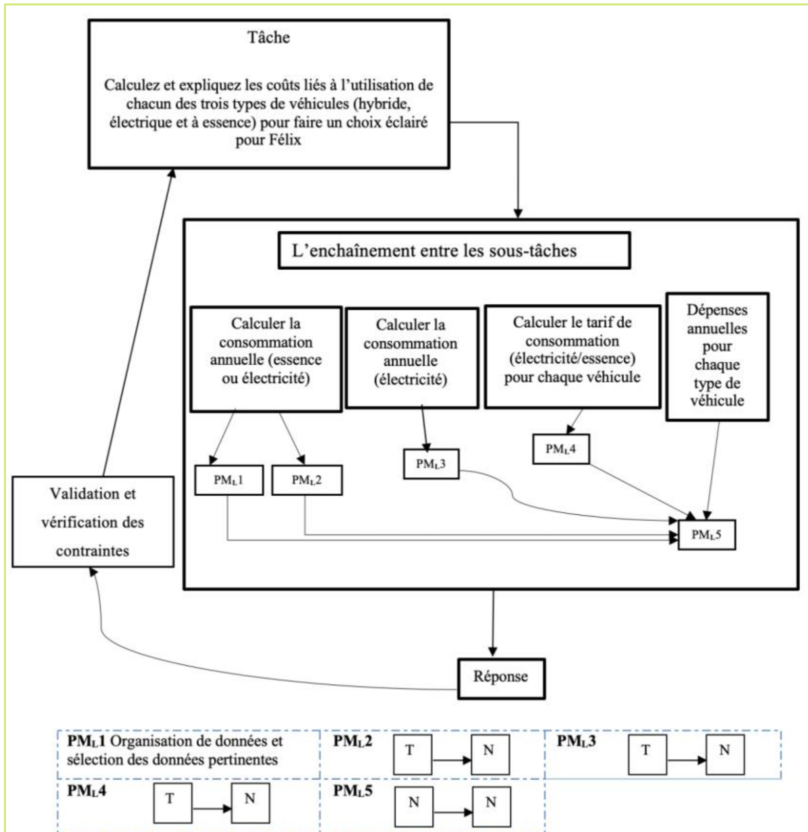


Figure 4.10 Réseau cyclique de la SP *Hybride ou à essence* ?

4.12 Retour réflexif sur la situation-problème *Hybride ou à essence* ?

Les processus locaux de modélisations de cette SP sont du type textuel vers le numérique pour le calcul de la consommation annuelle en essence ou en électricité, et de type numérique vers numérique, pour les dépenses annuelles de chaque type de véhicule. La grille montre peu d'enchaînements entre les sous-tâches, ce qui indique qu'elle n'est pas complexe.

4.13 Analyse de la situation-problème *La déclaration de revenus*

La mise en contexte de cette SP, qui est dans le complément de l'élève (*Point de vue*, SAÉ 3-1) nous semble accessible aux élèves. Elle contient des définitions et des explications soutenues sur les impôts fonciers (liés aux frais d'un logement) et sur les déclarations de revenus. Les informations sur les revenus d'emploi et les impôts fonciers sont fournies pour les aider à remplir une déclaration de revenus (voir Annexe G).

Les données principales de la mise en situation sont :

- L'année passée, vous avez travaillé comme serveur (se) dans un café pendant un peu moins de trois mois consécutifs ;
- L'année passée, pendant la fin de semaine, vous avez travaillé en tant que commis dans une épicerie de quartier ;
- Vous étiez en appartement avec un de vos bons amis. Ensemble, vous deviez payer mensuellement 680 $ pour habiter le 4 ½ ;
- Vous décidez que ce sera vous[25] qui utiliserez le montant des déclarations de cette année et votre colocataire l'année suivante ;
- Vous payez une assurance annuelle de 280 $ en échange d'une assurance maladie proposée par l'établissement scolaire.

Avec ces informations, les élèves doivent remplir le formulaire de déclaration[26] des revenus qui leur a été donné. Nous présentons une seule sous-tâche pour cette SP

[25] Le montant des impôts fonciers ne peut être réparti équitablement entre colocataires.

[26] La lecture du feuillet T4 et le format d'une déclaration de revenus peuvent ne pas être connus par certains élèves.

puisque c'est le même processus de modélisation qui se répète pour toutes les autres. Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.7.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches

Tableau 4.7 Répartition des sous-tâches de la SP *La déclaration de revenus*

Sous-tâche 1 (Formulaire de déclaration des revenus)			
Contexte	**Processus de modélisations**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : Impôt/impôt foncier Données superflues : X Concepts en jeu : arithmétique DGF : OE	**PM_L1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM_L2** Changement de registre $\boxed{T} \rightarrow \boxed{N}$	Comment remplir chaque ligne du formulaire de déclaration de revenus ?	Lire les consignes demandées dans chacune des cases du formulaire de déclaration et écrire le montant d'argent tout en tenant compte des revenus et des dépenses.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement des sous-tâches de la SP *La déclaration de revenus*

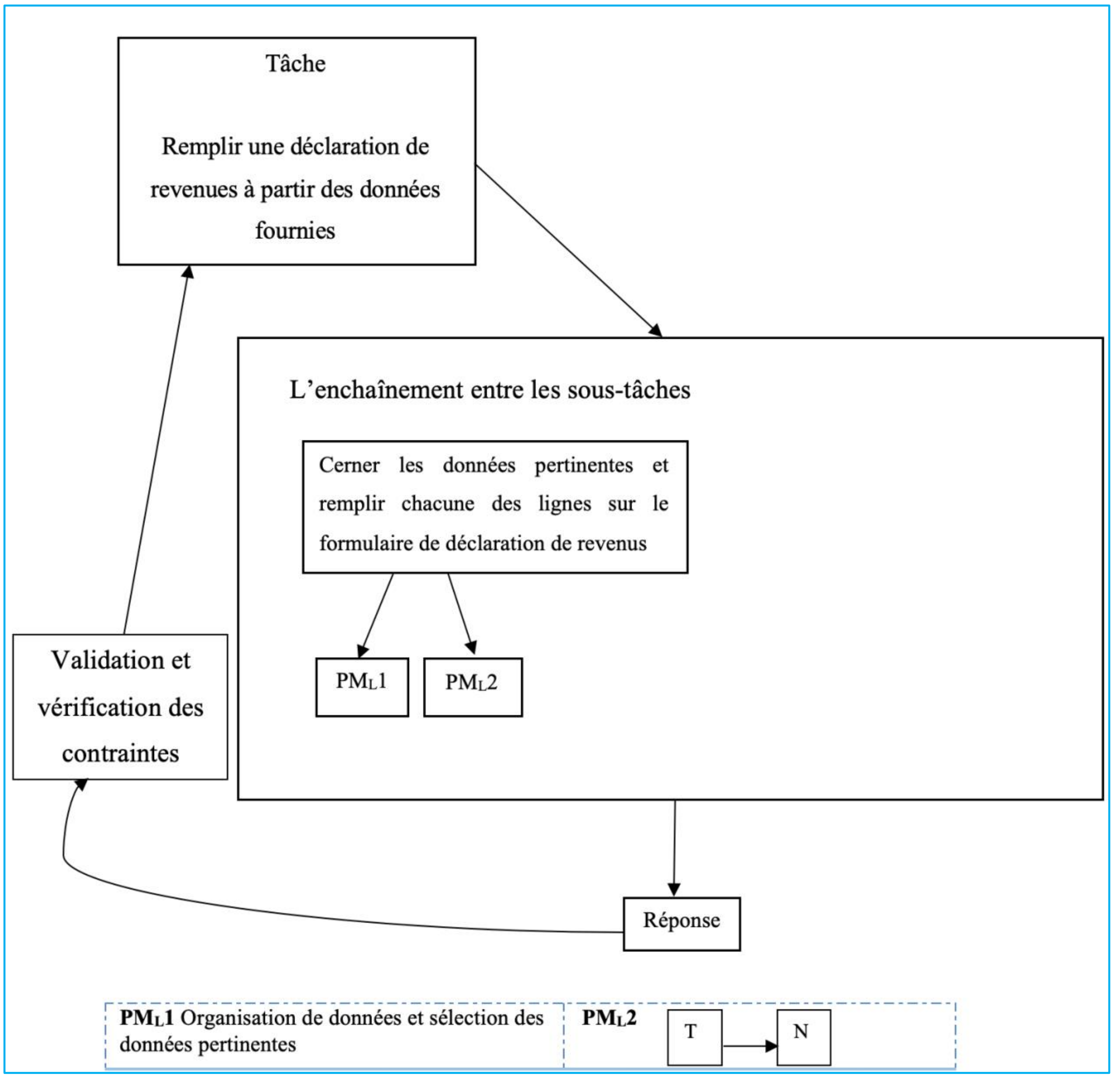


Figure 4.11 Réseau cyclique de la SP *La déclaration de revenus*

4.14 Retour réflexif sur la situation-problème *La déclaration de revenus*

La lecture du T4 et du format du formulaire ne sont pas familiers pour les élèves. Aussi, il n'y a pas d'obstacles puisque ce ne sont que des lignes à remplir. Même si elle permet à l'élève d'apprendre les règlements, les lois et les procédures en lien avec les impôts, cette SP n'est pas complexe, car il n'y a aucun enchaînement entre les sous-tâches pour sa résolution. De plus, si on se réfère à la définition du manuel de la collection *Point de vue*, on trouve que les SAÉ sont « constituées de tâches complexes liées à une problématique, et qui présentent un obstacle » (manuel *Point de vue*, 4e secondaire, p. VIII). Nous pouvons dire que la définition des SAÉ du manuel est en contradiction avec les caractéristiques de cette SP choisie.

4.15 Analyse de la situation-problème *Le concours*

Dans cette SP (*Point de vue* SAÉ4-1 SAÉ 4-2), les participants doivent imaginer un objet artistique en trois dimensions tout en respectant les conditions suivantes :

- Représenter l'objet-logo selon une perspective axonométrique ;
- Représenter les trois vues (de face, de droite et du dessus) de l'objet-logo ;
- Représenter chacune des vues dans un plan cartésien dont l'unité est le décimètre ;
- Représenter les coordonnées de chacun des sommets ;
- Les segments reliant deux sommets doivent être accompagnés de leur mesure (autant pour les trois vues que pour la perspective axonométrique) ;
- Dessiner trois triangles semblables sur l'une des faces de l'objet-logo ;
- Sur une des faces doit apparaître une frise ou un dallage quelconque (la transformation géométrique qui engendre la frise ou le dallage doit être répétée à au moins trois reprises).

Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.8.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 4.8 Répartition des sous-tâches de la SP *Le concours*

Sous-tâche 1 (Représentation de l'objet-logo)

Contexte	**Processus de modélisations**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : aucun Données superflues : X Concepts en jeu : triangles semblables DGF : OE	**PM$_L$1** Organisation des données et sélection des données pertinentes	Comment représenter l'objet-logo en tenant compte des contraintes ?	Plusieurs réponses sont possibles.
			Représenter 3 triangles semblables.
	PM$_L$2 Changement de registre $\boxed{T} \rightarrow \boxed{F}$		Représenter une frise ou un dallage sur des faces de l'objet-logo.

Sous-tâche 2 (Représenter les trois vues de l'objet-logo)

Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : aucun Données superflues : X Concepts en jeu : triangles semblables DGF : OE	**PM$_L$3** Changement de registre $\boxed{F} \rightarrow \boxed{G}$	Comment représenter les trois vues de l'objet-logo ?	Modéliser dans un plan cartésien gradué en décimètre et représenter les trois vues de l'objet-logo.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement entre les sous-tâches de la SP *Le concours*

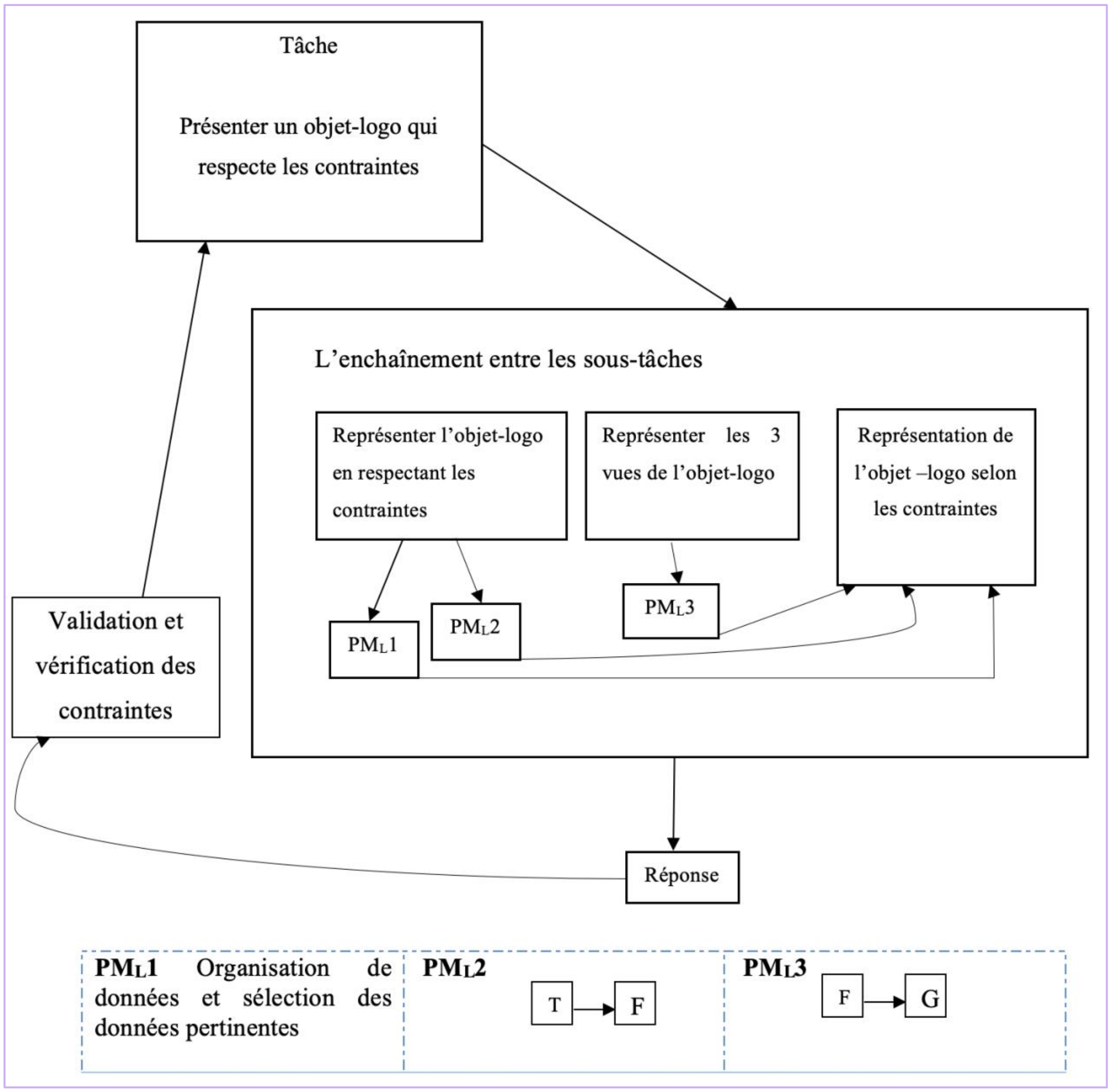


Figure 4.12 Réseau cyclique de la SP *Le concours*

4.16 Retour réflexif sur la situation-problème *Le concours*

Même si cette SP fait appel à la créativité et aux connaissances antérieures des élèves (représentations axonométriques apprises en 3e secondaire) pour représenter un objet artistique en respectant des contraintes, elle a peu d'enchaînements entre ses sous-tâches. Elle n'est donc pas complexe.

4.17 Analyse de la situation-problème *Le tangram*

La mise en situation décrite avant la présentation de l'énoncé de la SP *Le tangram*[27] (*Point de vue,* SAÉ8-1, SAÉ8-2) donne un aperçu historique sur son utilité et sa création. Les élèves ont de l'information sur les sept pièces formant un *tangram,* fabriqué à partir d'un carré ABCD, dont le côté mesure 15 cm. Ci-dessous l'exemple d'un *tangram* quelconque, avant et après l'agencement. L'agencement final [28]est fabriqué de façon à ce que des extrémités ou des milieux de segments soient joints.

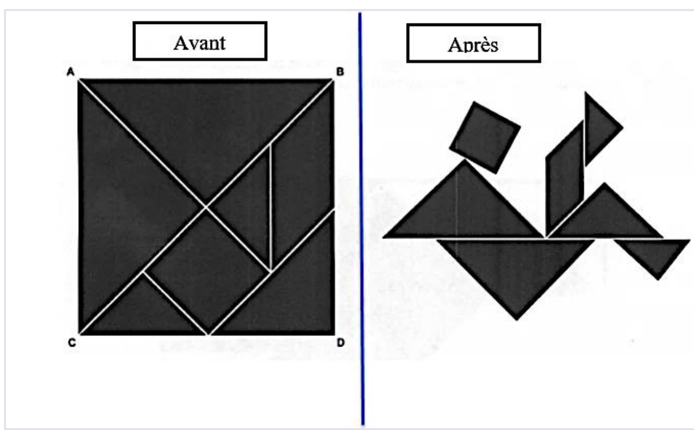


Figure 4.13 Agencement du tangram (SAÉ8-manuel *Point de vue*-CST4)

La tâche des élèves est de trouver la longueur et la largeur du cadre d'un nouvel agencement des pièces du tangram, comme dans la figure 4.14.

[27] Le tangram remonte à la Haute Antiquité chinoise. En chinois, le mot *tangram* signifie « plaquette aux sept astuces » (*Point de vue*, p. SAÉ 8-1).
[28] Dans l'analyse de la tâche, nous utilisons le terme agencement 2 pour désigner l'agencement final.

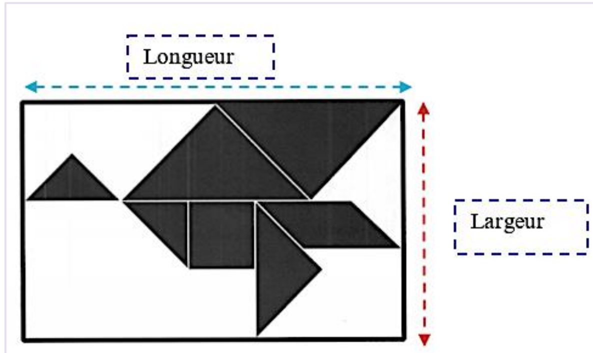


Figure 4.14 Nouvel agencement du tangram

Pour trouver la longueur et la largeur de cet agencement, les élèves doivent calculer les mesures des côtés qui forment ensemble la longueur et la largeur du rectangle.

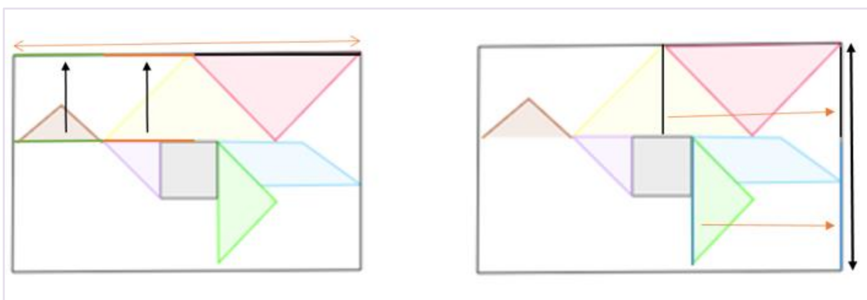


Figure 4.15 Représentation visuelle de la longueur et la largeur du cadre de l'agencement du tangram

Les sous-tâches sont organisées dans le tableau 4.9.

Étape 1 : Subdivision de la tâche en sous-tâches.

Tableau 4.9 Répartition des sous-tâches de la SP *Le tangram*

Sous-tâche 1 (Agencement 1)

Contexte	Processus de modélisations	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : tangram Données superflues : X Concepts en jeu : X DGF : OE	**PM$_L$1** Organisation des données et sélection des données pertinentes **PM$_L$2** Traitement dans le même registre $\boxed{F} \rightarrow \boxed{F}$	Comment retrouver l'agencement 1 à partir de l'agencement 2 ?	Manipuler les pièces du tangram de façon à les regrouper sous la forme d'un carré. (voir figure 4.14)

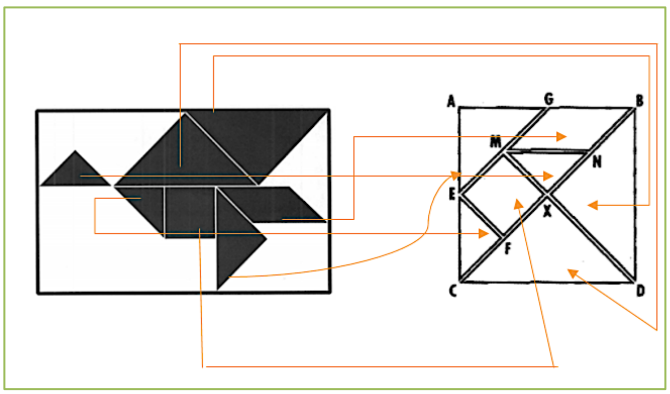


Figure 4.16 Agencement des pièces du tangram pour former un carré

Pour former un carré, il faut déplacer toutes les figures géométriques de l'agencement (2). Cette manipulation est illustrée par la figure 4.17.

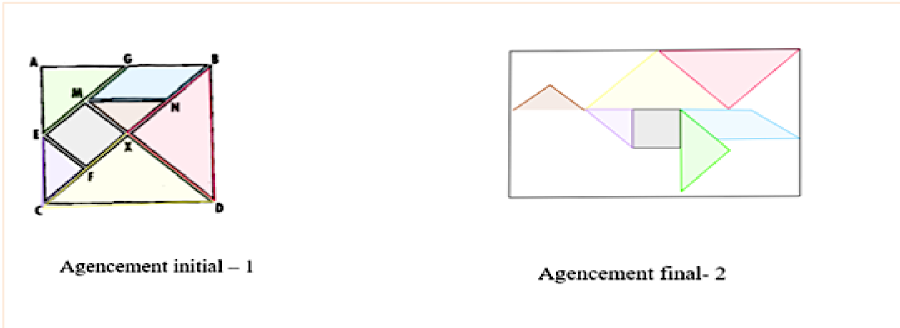
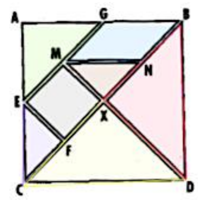


Figure 4.17 Représentation visuelle de l'agencement initial et l'agencement final du tangram de la SP *Le tangram* réalisé à l’aide du logiciel dynamique Geogebra[29].

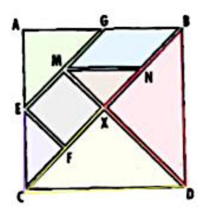
Sous-tâche 2 (Agencement 2)			
Contexte	**Processus de modélisation**	**Questions**	**Savoir-faire**
Contexte : C I : *tangram* Données superflues : X Concepts en jeu : géométrie (propriétés du carré) DGF : OE	**PM_L3** Changement de registre $\boxed{F} \rightarrow \boxed{G}$	Comment trouver la longueur de l’agencement 2 composé du segment BD, la moitié du segment CD et du côté MN ?	La mesure du segment BD est égale à 15 cm (côté du carré ABCD).
			La moitié du segment CD est égale à 7,5 cm. Le segment D est aussi un côté du carré ABCD.
			Le segment MN est parallèle au segment GB. Les angles GBN et AGM mesurent 45°, car CB est une diagonale du carré ABCD ; ce qui implique que les segments GM et BN sont parallèles et donc m MN = m GB = 7,5 cm.

[29] Le logiciel dynamique *Geogebra* a été téléchargé gratuitement sur https://www.geogebra.org/

Sous-tâche 3 (Hauteur du (XCD))

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : *tangram* Données superflues : X Concepts en jeu : géométrie DGF : OE	**PM_L4** Changement de registre F → G	Quelle est la mesure de la hauteur du triangle XCD ? 	Les Δ BXA, BXD, BXC et AXC sont tous des rectangles isocèles. (Les segments AD et BC sont les diagonales du carré ABCD, les diagonales du carré se coupent au milieu et perpendiculairement).
			Utiliser la relation de Pythagore pour trouver la mesure des 4 segments (BX, XD, CX et AX qui font tous partie de quatre triangles rectangles qui ont une hypoténuse mesurant 15 cm).
			Trouver la hauteur du triangle XCD (relation Pythagore) sachant que CD mesure 15 cm et que les segments XC et XD sont isométriques.

Sous-tâche 4 (Mesure du segment EG)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : *tangram* Données superflues : X Concepts en jeu : géométrie DGF : OE	**PM_L5** Changement de registre F → G	Quelle est la mesure de la mesure de EG ? 	Les segments AG, GB et AE sont isométriques, car G est le point milieu du segment AB et E est le point milieu de AC.
			Trouver la mesure du segment AG à l'aide de la relation de Pythagore, car le Δ AEG est isocèle rectangle.

Sous-tâche 5 (Longueur du cadre)

Contexte	Processus de modélisation	Questions	Savoir-faire
Contexte : C I : *tangram* Données superflues : X Concepts en jeu : arithmétique DGF : OE	**PM$_L$6** Traitement dans le même registre N → N	Comment trouver la longueur et la largeur du cadre ?	Additionner les mesures des segments BD, la moitié du segment CD et du côté MN pour trouver la longueur du cadre. Additionner la mesure de la hauteur du Δ XCD et la mesure du segment EG.

Étape 2 : Représentation par réseau cyclique de l'enchaînement des sous-tâches de la SP *Le tangram*

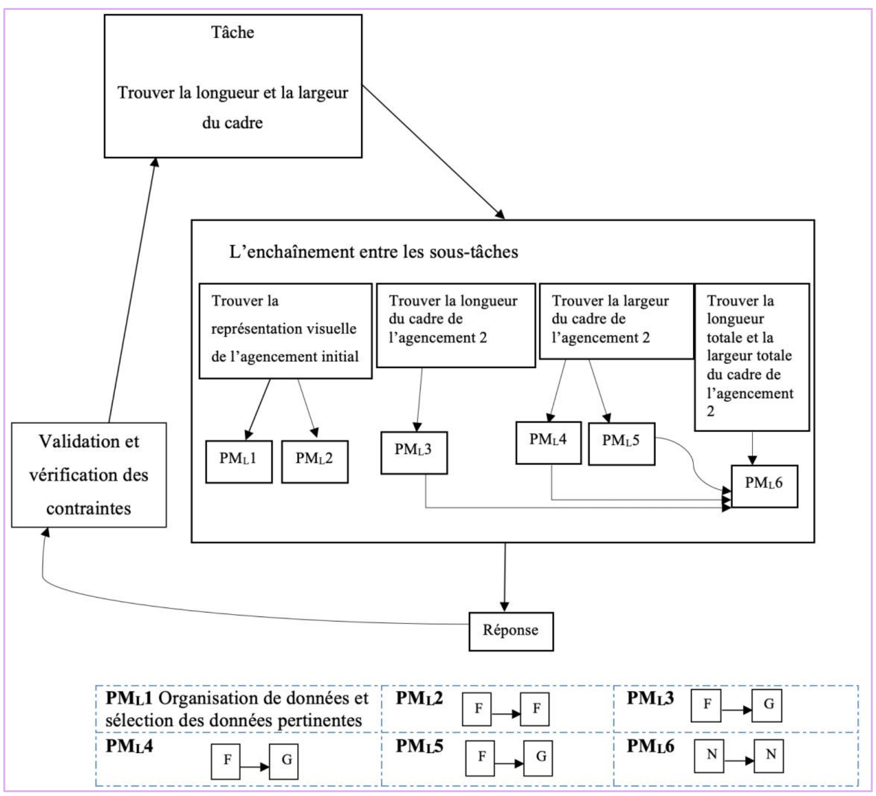


Figure 4.18 Réseau cyclique de la SP *Le tangram*

4.18 Retour réflexif sur la situation-problème *Le tangram*

La démarche de résolution de cette SP est moyennement complexe, car il n'y a pas beaucoup de données. Pour la résoudre, les élèves doivent faire appel à leur créativité (voir section 4.17). Les analyses faites à partir de la grille-réseau montre qu'il existe quelques enchaînements entre les sous-tâches. Nous la qualifions de moyennement complexe.

4.19 Conclusion du chapitre IV

Notre grille-réseau pourrait être utile dans les analyses *a priori* d'une situation-problème donnée ou dans la construction d'un barème d'évaluation en donnant un poids à la résolution des sous-tâches liées aux processus de modélisation locaux.

L'analyse des différentes situations-problèmes des manuels scolaires, 4^{e} secondaire CST, effectuée avec notre outil grille-réseau, nous a permis de mettre en place une structure globale des processus de résolution : le diagramme général (figure 4.19).

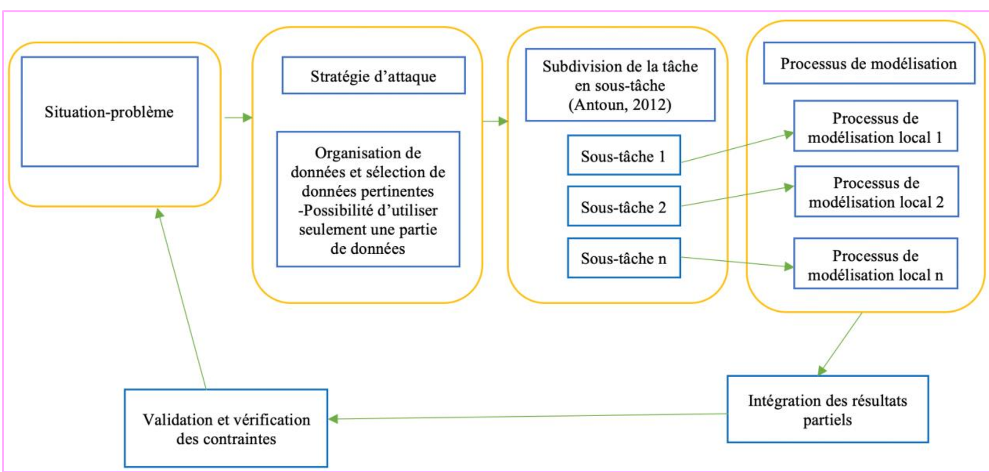


Figure 4.19 Diagramme général pour résoudre des situations-problèmes de 4^{e} secondaire CST

À partir de l'analyse réalisée par notre grille-réseau, nous avons illustré par un diagramme général le processus de résolution des situations-problèmes. Premièrement, après la lecture de l'énoncé d'une SP, la première étape consiste à utiliser une stratégie d'attaque qui vise à organiser et à sélectionner les données pertinentes à la résolution. Notons que certaines données peuvent ne pas être utilisées dans la résolution.

En deuxième lieu, il est important de subdiviser la tâche principale en sous-tâches. Chaque sous-tâche peut nécessiter un ou plusieurs processus de modélisation(s) local(s). Ces processus sont importants pour chaque étape et peuvent se faire dans un même registre ou à l'aide d'une conversion entre représentations de différents registres (Duval, 1988, 1993, 1995). Par exemple, dans la résolution de la SP *La Mosaïque* (voir section 3.3), une transformation du registre textuel (T) vers le registre arithmétique (A_r) a été nécessaire pour calculer l'aire de la tuile rouge et de la tuile bleue. Puis, pour calculer l'aire de la tuile jaune, il fallait transformer la figure (rectangle) en une représentation graphique et faire une conversion de registre géométrique (G) vers l'algébrique (A_l). Finalement, pour trouver le coût des tuiles formant la mosaïque, il fallait également faire une conversion du registre arithmétique (A_r) vers le registre numérique (N).

L'intégration des résultats partiels est l'étape où l'élève essaie de formuler une réponse en tenant compte de ce qu'il a trouvé dans les étapes précédentes de sa résolution.

Finalement, l'action de valider se fait en tenant compte des contraintes. C'est aussi une étape importante, car la majorité des situations-problèmes comportent plusieurs contraintes à respecter. Par exemple, pour la SP de *La Mosaïque* (voir l'énoncé à la figure 1.7), plusieurs contraintes devaient être respectées : toutes les tuiles de couleur (rouge, bleue, vert et jaune) devaient être utilisées pour former la tuile de la mosaïque ; l'aire de la tuile jaune devait être supérieure à 20 cm^2 ; les coordonnées des points ABCD formant la tuile jaune devaient être des nombres entiers ; et finalement, le budget maximal pour l'achat des tuiles ne devait pas dépasser 245 $.

En nous basant sur nos analyses, nous suggérons que le PFEQ tienne compte de ce qui suit :

- La résolution des situations-problèmes requiert différents processus locaux de modélisation(s) ;
- Une subdivision de la tâche principale en sous-tâches est nécessaire selon l'étape où l'élève est arrivé ;
- Les processus de résolution d'une situation-problème peuvent exiger le traitement dans un même registre ou la conversion entre différents registres de représentations ;
- Il n'y a pas toujours qu'une seule solution dans la résolution d'une SP.

CHAPITRE V

DISCUSSION

Dans le chapitre IV, nous avons étudié la complexité des situations-problèmes issues des manuels scolaires de deuxième année du deuxième cycle du secondaire, séquence CST. Nous avons subdivisé en sous-tâches chaque SP ciblée, puis créé une grille-réseau pour mettre en évidence l'enchaînement entre ces sous-tâches. Avec la grille-réseau, nous avons fait une analyse des situations-problèmes de trois collections de 4^e^ secondaire (2^e^ année du 2^e^ cycle secondaire). Dans ce chapitre, nous ferons des retours sur notre grille-réseau ; sur l'approche utilisée dans les manuels des trois collections : la collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), la collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et la collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009) pour la séquence CST ; et finalement, sur les analyses concernant les SP étudiées dans le chapitre IV.

5.1 Retour sur la grille-réseau

En nous inspirant des travaux d'Antoun (2012), Berger (2017), Duval (1988, 1993, 1995) ; Hitt et Quiroz (2019) et Hitt, Saboya et Cortés (2017), nous avons construit notre grille-réseau pour faire notre analyse en deux temps. D'abord, nous avons étudié les contextes, les processus de modélisation, la reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations ; les questions/les savoir-faire. Ensuite, nous avons illustré l'enchaînement entre les sous-tâches (Antoun, 2012) à l'aide d'un réseau cyclique. Rappelons que pour chaque SP analysée, nous avons subdivisé sa tâche générale en sous-tâches pour en faire une analyse détaillée.

Les résultats obtenus avec notre grille n'ont pas démontré qu'il était pertinent d'étudier des contextes, qui font référence au DGF, puisqu'ils ne nous ont pas renseignés sur la complexité des SP des manuels scolaires étudiées. Et même si les contextes DGF abordent des sujets intéressants, comme l'environnement ou la consommation, leur analyse ne fournit pas plus d'informations sur la complexité d'une SP. Par conséquent, nous pensons qu'il n'est pas essentiel d'avoir cet élément (DGF) dans notre grille.

Quant au réseau cyclique, il est très utile puisqu'il donne une vision claire sur les processus de modélisation ainsi que sur les enchaînements entre les sous-tâches, mais ces derniers ne permettent pas de déterminer si une SP est plus complexe ou moins complexe qu'une autre. Par exemple, dans les SP *Un nouveau secteur résidentiel* et *Les fermes de toit*, même si nous avons démontré qu'elles sont toutes les deux complexes (voir sections 4.1 et 4.3), notre grille-réseau ne nous permet pas de connaître leur degré de complexité, de les comparer et de dire laquelle des deux est plus complexe que l'autre (voir figure 5.1).

Explication : la SP *Un nouveau secteur résidentiel* comporte cinq sous-tâches : les coordonnées des points A et D (sous-tâche 1) ; l'équation de la rue Tremblay (sous-tâche 2) ; l'équation de la rue Pelletier (sous-tâche 3) ; l'équation de la rue Boivin (sous-tâche 4) et l'aire de chacun des six terrains (sous-tâche 5). Nos analyses indiquent qu'il y a six processus de modélisations locaux, qui se font tous du registre figural (F) vers le registre algébrique (A_1).

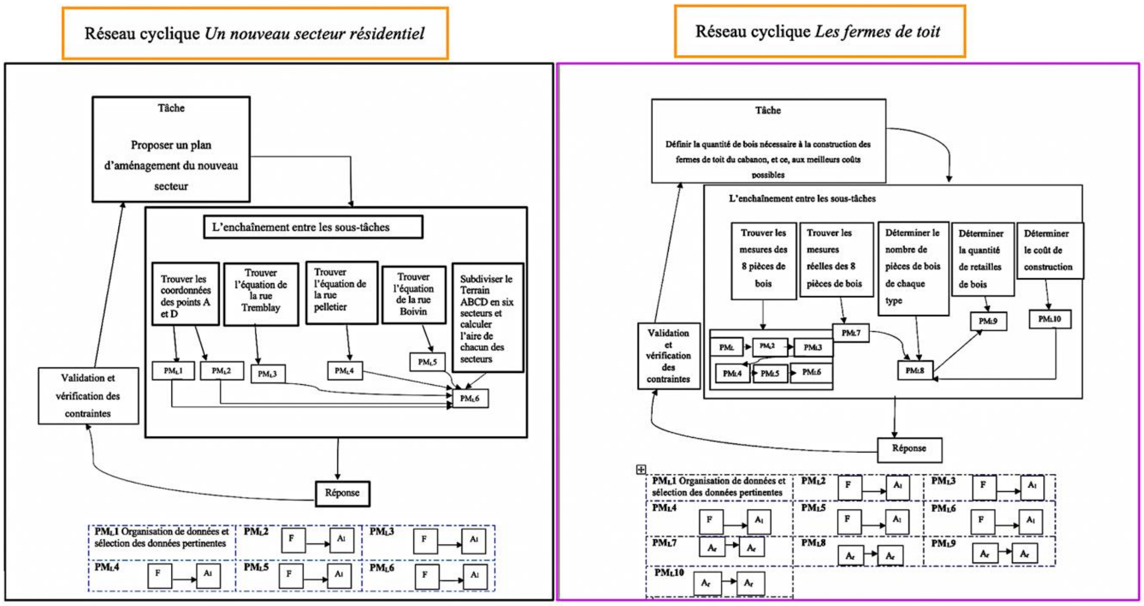


Figure 5.1 Les réseaux cycliques des SP *Un nouveau secteur résidentiel* et *Les fermes de toit* obtenus à partir de notre analyse

La SP *Les fermes de toit* englobe huit sous-tâches : les mesures des côtés du Δ ABG (sous-tâche 1) ; les mesures des côtés du Δ ACG (sous-tâche 2) ; les mesures des côtés du Δ ACF (sous-tâche 3) ; les mesures des côtés du Δ ADF (sous-tâche 4) ; les mesures des côtés du ΔADE (sous-tâche 5) ; la grandeur réelle d'une ferme de toit (sous-tâche 6) ; le nombre de pièces de bois de chaque type (sous-tâche 7) et la quantité de retailles de bois (sous-tâche 8). Nos analyses indiquent qu'il y a dix processus de modélisations locaux, dont sept s'effectuent du registre figural (F) vers le registre algébrique (A_l) et trois sont traités dans un même registre arithmétique (A_r).

En nous appuyant sur notre grille-réseau, nous voyons que dans la deuxième SP, le nombre de subdivisions de la tâche globale en sous-tâches est plus élevé que dans la première ($8 > 5$), les registres de représentations (F vers A_l et A_r vers A_r) sont plus variés et le nombre de processus de modélisations locaux est également plus élevé

(10 > 6). Malgré cela, la grille-réseau ne nous permet pas de déterminer laquelle des deux SP est plus complexe.

La première colonne de la grille où nous avons inscrit le type de contexte (abstrait/concret), les mots incompréhensibles, les données superflues et les concepts mathématiques en jeu est un autre élément important de la grille. Elle est très utile pour la construction de la grille, mais ce n’est pas un indicateur sur lequel on s’appuie pour dire si une SP est plus complexe qu’une autre.

Prenons l’exemple des deux SP *Un nouveau secteur résidentiel* et *Les fermes de toit*. Nous avons regroupé dans la figure 5.2, les résultats de la première colonne (le contexte) pour chacune des sous-tâches analysées (voir section 4.1 pour la SP *Un nouveau secteur résidentiel* et la section 4.3 pour la SP *Les fermes de toit*).

Nous constatons que dans les deux cas, le DGF est similaire, les contextes sont concrets, mais qu’il y a plus de concepts mathématiques dans *Les fermes de toit* (7>5). Notre grille-réseau nous ne permet pas de nuancer la complexité entre les SP. C’est en faisant ce travail précis sur les contextes que l’on a pu voir que la SP *Les fermes de toit* est plus complexe que la SP *Un nouveau secteur résidentiel*. Pour nuancer la complexité d’une SP par rapport à une autre, il est donc nécessaire de faire une synthèse sur le contexte, les mots incompréhensibles, les données superflues, les concepts mathématiques en jeu et les DGF dans un seul tableau, comme le montre la figure 5.2.

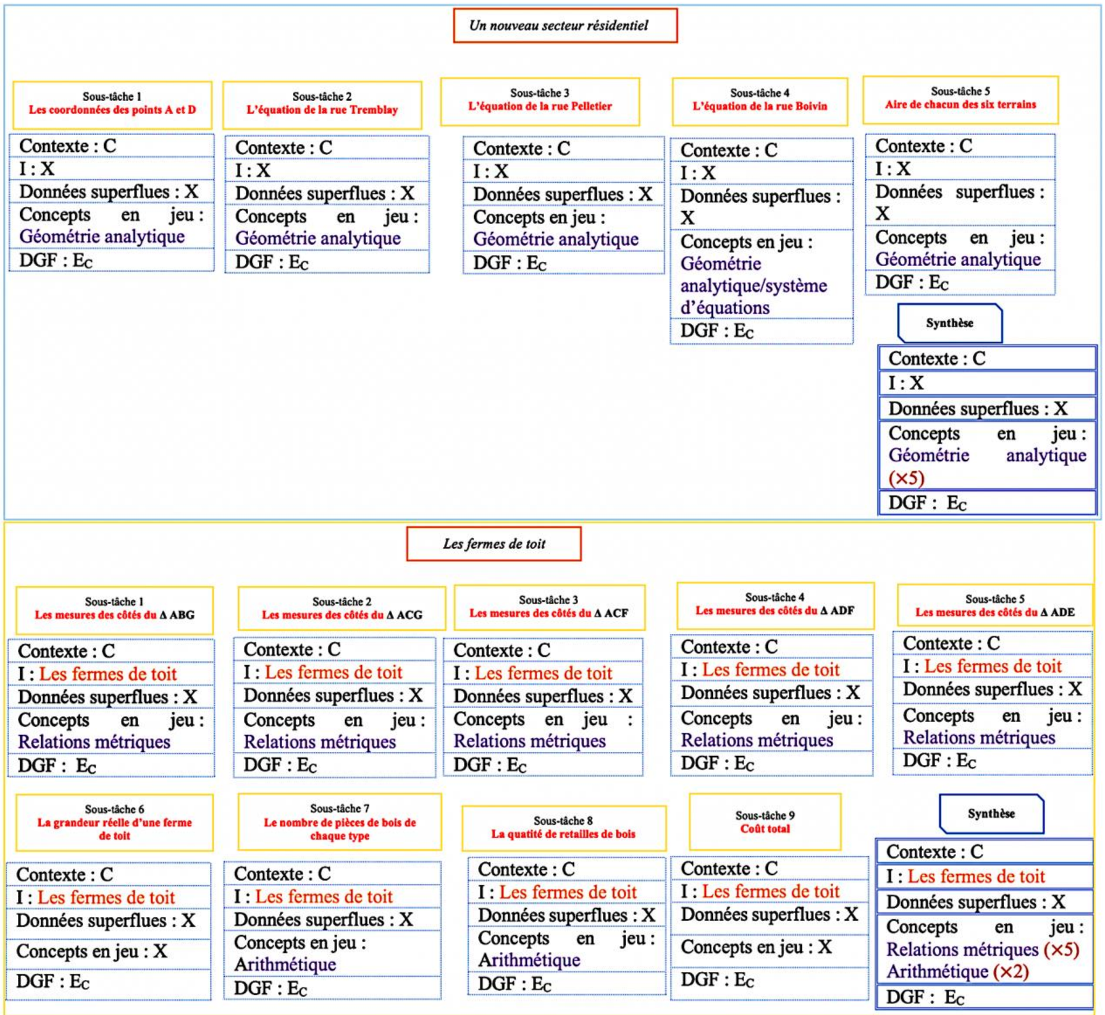


Figure 5.2 Un regard précis sur les contextes des situations-problèmes *Un nouveau secteur résidentiel* et *Les fermes de toit*

5.2 Approches des trois collections de manuels de 4e année secondaire (CST)

Après l'analyse effectuée dans le chapitre IV à l'aide de notre grille-réseau, nous avons constaté que les SAÉ, qui ciblent la compétence 1 dans les deux manuels de la collection *Visions* de 4e secondaire, sont placées à la fin du manuel ; ce qui leur confère le statut de situations d'évaluation et non pas celui de situations d'apprentissage. Selon nous, cette approche ne se conforme pas à la définition telle qu'elle est définie par le PFEQ.

Résumons maintenant dans un tableau (5.1) les concepts mathématiques mis en jeu dans la résolution et le type de complexité des quatre SP proposées dans le manuel *Visions* (4e année du secondaire, CST) (voir sections 4.2 ; 4.4 ; 4.6 et 4.8 dans chapitre IV).

Tableau 5.1 Les situations-problèmes du manuel de la collection *Visions* (4e année du secondaire, CST)

***Visions* (CST)**	***Un nouveau secteur résidentiel***	***Les fermes de toit***	***Quel forfait choisir ?***	***Mesurer le temps***
Concept mathématique en jeu	Géométrie analytique	Relations métriques/ Arithmétique	Raisonnement proportionnel/ Fonction (escalier)	Trigonométrie (Rapport trigo)
Qualification de complexité	Complexe	Complexe	Non complexe (Résolution arithmétique)	Non complexe

Nous constatons que dans son approche, ce manuel propose des SP complexes nommées SAÉ et en les définissant comme étant « liées par un fil conducteur thématique et dont chacune cible un domaine général de formation, une compétence disciplinaire et une compétence transversale » (Manuel de la collection *Visions* 1, 4e secondaire, p. VIII). Or, chacune de ces SAÉ ne cible qu'un ou deux concepts mathématiques et aucune d'elle n'aborde les statistiques ou les probabilités, par exemple. Par conséquent, nous pensons que le choix des SP proposées ici manque de variété.

Le manuel de la collection *Intersection* de 4e secondaire CST considère les SP comme « des situations riches, qui visent plus d'un champ mathématique à la fois, et dont le but est de réinvestir certains concepts et processus abordés dans les chapitres précédents » (Préface du manuel de la collection *Intersection*). Or, les deux manuels de cette collection ne proposent que deux SP ciblant plus d'un champ mathématique. Le nombre de SP proposées, (deux), pour deux manuels ne pourrait permettre aux élèves de varier leurs réinvestissements des concepts mathématiques.

Dans le manuel de la collection *Point de vue* de 4e secondaire CST, les SAÉ « sont constituées de tâches complexes liées à une problématique, et qui présentent un obstacle que [les élèves doivent]tenter de surmonter » (Manuel *Point de vue,* 4e secondaire, p. VIII).

Ce manuel propose des SP sous forme de SAÉ, telle que *Hybride ou à essence ?* qui se résout arithmétiquement et qui, selon notre analyse, n'est pas complexe, tout comme *La déclaration de revenus*. La SAÉ *Le concours*, qui n'est pas complexe, se résout en utilisant le concept des triangles semblables. Quant à la SAÉ *Le tangram*, qui est moyennement complexe, sa résolution nécessite à la fois concepts géométriques et arithmétiques. (Voir les sections 4.11, 4.13, 4.15 et 4.17)

Le manuel de la collection *Point de vue* présente quatre SAÉ. Chacune d'elles cible un seul concept mathématique. De plus, le choix des SP proposées n'est pas varié (voir tableau 5.2).

Tableau 5.2 Situations d'apprentissage et d'évaluation du manuel de la collection *Point de vue* (4e année du secondaire, CST)

***Point de vue* (CST)**	***Hybride ou à essence ?***	***La déclaration de revenus***	***Le concours***	***Le tangram***
Concept mathématique en jeu	Arithmétique	Arithmétique	Triangles semblables	Géométrie/ Arithmétique
Qualification de complexité	Non complexe (résolution arithmétique)	Non complexe (remplir une déclaration)	Non complexe	Moyennement complexe

5.3 Retour sur les analyses des situations-problèmes

Dans le chapitre I (section 1.4), nous avons fait une analyse a priori pour résoudre un problème mathématique *Les différents wagons*, et avons utilisé un tableau à deux colonnes, une pour les questions qu'un élève peut se poser et l'autre pour les savoir-faire. Cette analyse théorique nous a permis de voir qu'on peut modéliser ce problème sous forme d'un système d'équations (étape 1) ; désigner les variables (étape 2) ; proposer un système d'équations (étape 3) ; résoudre le système (étape 4) et vérifier la solution obtenue en remplaçant les valeurs de x et y (étape 5). Toutes les étapes de résolution s'effectuent dans un seul registre (algébrique). Certes, on peut aussi résoudre ce problème arithmétiquement ou avec une seule équation du premier degré. Toutefois, notre analyse avec le tableau à deux colonnes nous montre que la stratégie d'attaque pour résoudre ce problème ne nécessite pas plusieurs processus de modélisation.

Les résultats de notre étude font ressortir les nuances des procédures entre la résolution d'un problème et la résolution d'une SP. La résolution d'un problème nécessite une stratégie d'attaque d'un niveau moins élevé que celle d'une situation-problème (voir figures 5.3 et 5.4).

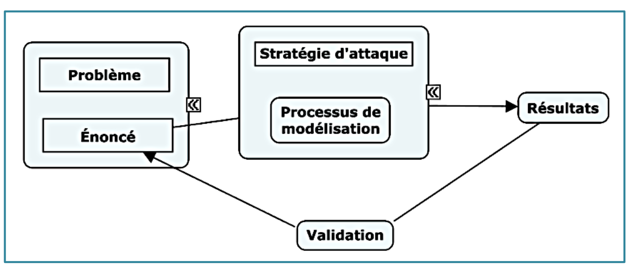


Figure 5.3 Stratégie de résolution d'un problème

À travers ce diagramme (figure 5.4), nous pouvons dire que les situations-problèmes nécessitent une résolution plus complexe, car elles contiennent plusieurs données, plusieurs étapes, et nécessitent plusieurs processus de modélisation locaux, en plus de l'étape de validation des résultats et la vérification des contraintes.

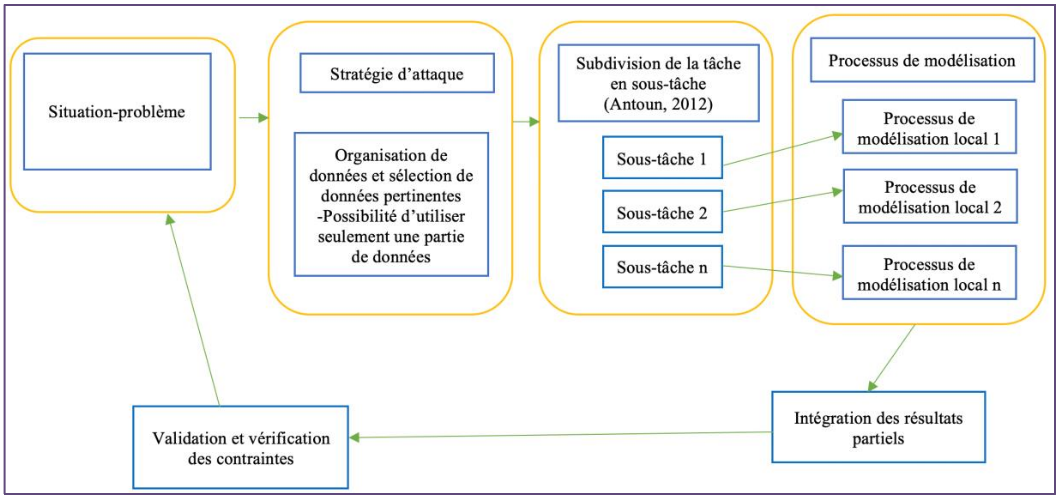


Figure 5.4 Stratégie de résolution d'une situation-problème ressortie par notre analyse des manuels scolaires du Québec (2008-2009)

Les figures 5.3 et 5.4 montrent clairement que la résolution d'un problème nécessite une stratégie d'attaque d'un niveau moins élevé que celle d'une SP. Cependant, nous ne pouvons pas faire de généralisation parce que certaines SP se résolvent comme des problèmes. Et les SP *Quel forfait choisir ? Hybride ou à essence ? La déclaration de revenus et le concours* en sont des exemples. Ce n'est qu'après l'analyse approfondie par modélisations à l'aide de notre grille-réseau que l'on pourra distinguer un problème d'une situation-problème.

CONCLUSION

Au début du XXI^e^ siècle, les situations-problèmes commencent à prendre une grande place dans le programme scolaire du Québec (2007). Un paramètre va jouer un rôle dans le passage de la notion de problème à celle de situation problème : la complexité. Celle-ci est caractérisée par la présence de plusieurs concepts, plusieurs données, plusieurs contraintes et une diversité des modes de représentation (Lajoie et Bednarz, 2016).

Plusieurs recherches se sont penchées sur l'étude de la complexité des problèmes et des situations-problèmes. Bednarz et Janvier (1994) ont construit une grille pour analyser la complexité des problèmes en algèbre. Antoun (2012) s'est intéressée à l'analyse des situations-problèmes et des situations d'application du manuel de la collection *Perspective* pour introduire l'algèbre au 1^er^ cycle du secondaire. Berger (2017) s'est également penchée sur la recherche des critères qui pourraient permettre de juger de la complexité d'un énoncé de problème pour introduire l'algèbre au premier cycle du secondaire.

Notre recherche visait, quant à elle, l'analyse de la complexité des situations-problèmes issues des manuels des trois collections suivantes : collection *Visions* (Boivin *et al.*, 2009), collection *Intersection* (Boucher *et al.*, 2009) et collection *Point de vue* (Guay et Van Moorhem, 2009) pour la séquence CST. Notre choix s'est porté sur des situations-problèmes de la séquence *Culture, société et technique*, car nous avions auparavant utilisé les manuels scolaires de cette séquence pour planifier notre enseignement. Aussi, c'est parce qu'à notre connaissance, il n'existe pas de recherches sur la complexité des SP du deuxième cycle du secondaire, en particulier la deuxième année du deuxième cycle (4^e^ secondaire).

Pour faire cette analyse, nous avons procédé en en faisant deux couches. La première pour faire la lumière sur le contexte de la SP à étudier ; les processus de modélisation ; la reconnaissance, le traitement et la conversion entre registres de représentations ; puis et les questions/les savoir-faire. Et la deuxième, pour illustrer les enchaînements entre les sous-tâches à l'aide du réseau cyclique (Antoun, 2012).

Notre recherche sur l'analyse de la complexité des situations-problèmes est théorique. Les données (voir tableau 3.1) proviennent des trois collections de manuels de 4e secondaire (CST) du Québec (2008-2009). Si notre recherche avait été réalisée avec expérimentation, on aurait observé l'émergence des représentations non institutionnelles (voir Hitt, Saboya et Cortés, 2017 ; Hitt et Quiroz, 2019) qui représentent, selon ces chercheurs, un aspect important dans la résolution des situations-problèmes (voir section 2.6).

Notre méthodologie s'est faite en trois étapes. Nous avons d'abord présenté la division et la structure globale des manuels des trois collections. Ensuite, nous avons repéré et résolu par nous-mêmes ces SP avant d'en faire l'analyse au chapitre IV. Finalement, nous avons présenté notre grille-réseau regroupant les critères permettant de faire notre analyse (voir tableau 3.3 et figure 3.2).

Les questions de recherche sont :

1- Quelles sont les caractéristiques (liées aux difficultés des élèves) de complexité dans la résolution des situations-problèmes issues des manuels scolaires ?

2- Quelle est la nuance entre une situation-problème et une situation d'apprentissage et d'évaluation ?

Au regard de nos résultats d'analyse à l'aide de notre grille-réseau, pour la première question de recherche, le contexte, les enchaînements entre les sous-tâches et la variété des registres de représentations sont ressortis comme les caractéristiques de complexité dans la résolution d'une situation-problème.

En effet, le contexte est une caractéristique de complexité. S'il n'est pas concret, il peut rendre la résolution d'une SP complexe. Par exemple, pour la SP *Le tangram*, l'élève doit connaître le fonctionnement du tangram pour pouvoir résoudre cette situation.

Les enchaînements entre les sous-tâches représentent une autre caractéristique qui détermine la complexité d'une SP. Plus il y a d'enchaînements dans sa résolution, plus elle est complexe. *Un nouveau secteur résidentiel* et *Les fermes de toit* sont des exemples de SP qui comportent plusieurs enchaînements (voir sections 4.1 et 4.3).

Les registres de représentations représentent la troisième caractéristique de complexité. Plus il y a de variété des registres de représentations dans la résolution d'une SP, plus elle est complexe.

Quant à la deuxième question de recherche, l'analyse effectuée dans le chapitre IV à l'aide de notre grille-réseau nous a permis de constater que les SAÉ, qui ciblent la compétence 1, des manuels des deux collections *Visions* et *Point de vue* de 4e secondaire étaient placées à la fin du manuel ; ce qui leur attribuait le statut de situations d'évaluation et non d'apprentissage. En fait, ces deux collections proposent plutôt des SAÉ que des SP.

Par ailleurs, pour les retombées de notre recherche dans l'enseignement des mathématiques au secondaire, nous pensons qu'elle a non seulement permis d'approfondir la nature des situations-problèmes des manuels scolaires de 4e secondaire, mais elle dresse aussi un portrait des caractéristiques de leur complexité, incluant l'organisation globale des tâches avec les processus de modélisations. Nous croyons aussi qu'elle pourrait contribuer à éclairer d'éventuels chercheurs sur ce sujet en raison de la rareté des recherches qui ont été faites sur ce sujet.

Au chapitre II, nous avons vu que les obstacles occupent une place centrale dans la résolution des situations-problèmes aussi bien des manuels scolaires que celles des évaluations ministérielles. Mais comme nous n'avons pas expérimenté avec des classes, nous n'avons pas pu constater comment les élèves auraient pu manifester leurs difficultés face aux obstacles et quelles stratégies ils auraient employées pour les surmonter. C'est exactement à ce niveau que se situent les limites de notre étude, car une recherche avec expérimentation aurait pu faire ressortir d'autres paramètres qui auraient pu élargir notre grille d'analyse.

Nous nous sommes justement questionnées sur les représentations institutionnelles et non institutionnelles qui peuvent émerger lors de la résolution des SP avec expérimentation dans la section 2.6. Mais comme notre étude est théorique, nous n'avons pas pu connaître la nature de ces représentations non institutionnelles signalées par Hitt, Saboya et Cortés (2017). Il serait également intéressant de voir ce que donnerait une recherche dans laquelle on utiliserait la grille-réseau, incluant ces représentations, pour analyser les productions des élèves.

Pour terminer, l'organisation des tâches, la modélisation effectuée dans le chapitre IV et la stratégie de résolution qui en a découlé, nous mènent à approfondir notre réflexion sur le rôle des SP dans l'apprentissage des mathématiques en 4^{e} année du secondaire. Mais rappelons d'abord quelques caractéristiques des situations-problèmes. D'une part, le ministère (MELS, 2007) définit la première compétence comme suit :

> Sens de la compétence *Résoudre une situation-problème*
>
> Qu'est-ce qui caractérise une situation-problème ? En mathématique, une situation-problème doit satisfaire à l'une ou l'autre des conditions suivantes :
>
> - La situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage ;
> - L'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage ;
> - Le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement (PFEQ, enseignement mathématique du secondaire, deuxième cycle, p. 19).

Si la situation n'a pas été vue antérieurement, l'activité est non-routinière ; par conséquent, les élèves vont développer une pensée divergente via à vis de la tâche. Pour l'obtention d'une solution satisfaisante, l'élève doit donc passer d'une pensée divergente à une pensée convergente (obtenir une solution). Il peut ainsi construire une nouvelle connaissance.

D'autre part, l'analyse faite dans les chapitres I à IV montre que la résolution des situations-problèmes s'éloigne de la définition donnée en 2007. Hitt, Saboya et Cortés (2017, p. 47) proposent une nouvelle définition d'une situation-problème :

> Si la lecture d'un énoncé mathématique, comme dans le cas d'un problème, ne fournit pas de procédure à suivre, mais dans ce cas, un modèle doit être construit (éventuellement non unique), nécessaire pour interpréter le phénomène lié à l'énoncé, on peut dire que c'est une situation problématique.

En adaptant cette définition à notre approche méthodologique de la grille-réseau et à la notion de registres de représentations, nous proposons une définition, que nous énonçons comme suit :

> Si la lecture d'un énoncé mathématique ne fournit pas de procédure à suivre, comme dans le cas d'un problème, un modèle doit être construit pour générer des modélisations qui permettent l'articulation des registres de représentations pour interpréter le contexte et arriver à une solution.

Que ce soit dans la définition du ministère ou celle que nous venons de donner, pour l'élaboration des tâches *ad hoc* en classe de mathématiques, les élèves ont besoin de tâches guidées comme l'a suggéré depuis des décades l'école de Freudenthal (1991) étant donné la complexité des SP. Pour l'élaboration des tâches, Prousak, Hershkowitz et Schwarz (2013) ont récemment ajouté les propositions suivantes :

1. La création de situations collaboratives ;
2. La conception d'activités qui déclenchent des conflits socio-cognitifs ;
3. La mise à disposition d'outils de vérification d'hypothèses.

De plus, Hitt, Saboya et Cortés (2017) croient que la résolution des situations-problèmes dans la classe de mathématiques a besoin d'une méthode d'enseignement appropriée et proposent la méthode ACODESA (Apprentissage collaboratif, débat scientifique et autoréflexion). Cette méthode requiert une élaboration de tâches enchaînées qui vont des SP aux exercices, en passant par les problèmes. Ceci nous amène à envisager un ordre dans la présentation des activités en classe de mathématiques, que nous présentons comme suit :

1er. Utilisation d'une SP pour déclencher une pensée divergente dans un milieu d'apprentissage collaboratif (par exemple la méthode d'enseignement ACODESA) ;

2e. Utilisation de plusieurs problèmes en relation avec le contenu ciblé par la SP pour mettre en œuvre une pensée divergente-convergente, combinaison de travail en équipe et travail individuel ;

3e. Utilisation des exercices en relation avec le contenu ciblé par la SP et les problèmes afin de renforcer la connaissance des élèves et les ramener vers le savoir (compétence) dans un travail individuel ;

4e. Utilisation de situations d'apprentissage et d'évaluation pour évaluer les compétences 1 et 2 du ministère.

Mais la mise en pratique d'une telle proposition dépasse l'objectif de ce mémoire. Nous voulons simplement ouvrir une porte qui pourrait déclencher de futures recherches dans cette direction. Une voie pourrait inclure la notion de « longs enchaînements de situations didactiques » (Artigue 2002, Glaeser 1999 ; Hitt 2007, Hitt et Gonzalez-Martin 2015). Une première approche de cette notion a d'ailleurs été mise en application au Québec avec des élèves de 1er cycle de 1re année du secondaire (voir Hitt et Gonzalez-Martin 2015). D'ailleurs, une deuxième expérimentation a été effectuée récemment par Hitt, Saboya et Quiroz (en processus d'analyse de données).

ANNEXES

ANNEXE A

EXTRAITS DES DIFFÉRENTES STRATÉGIES D'APPRENTISSAGE VUES DANS LE CADRE DE MON EXPÉRIENCE EN ENSEIGNEMENT AVEC UNE POPULATION D'ÉLÈVES DE 4E ANNÉE DU SECONDAIRE, SÉQUENCE CST, DE L'ÉCOLE QUÉBÉCOISE

LA STRATÉGIE DE COMPRÉHENSION DE QUESTION

Dans les questions difficiles, après avoir vérifié le sens des mots que je ne comprends pas, je me demande :

1° **Que dois-je chercher ?** (Le but de la tâche)

2° **Au sujet de quelle(s) notion(s) ?** (trigo, fonction, statistique,…)

3° **Quels sont les indices ?** (Je les retranscris…)

Stratégie pour solutionner : transformer l'apparence des indices

- Faire un dessin, un graphique, une table de valeur.
- Décomposer, simplifier une figure géométrique.
- Transformer la forme d'une équation (forme générale, forme fonctionnelle).
- Classifier les indices en tableau.
- Refaire le dessin en plus gros.
- Utiliser les couleurs.

STRATÉGIE D'ORGANISATION DE MON RAISONNEMENT

Pour chacune des étapes de ma démarche

- Je **numérote** (1°, 2°, 3°,…)
- Je **mets un titre** contenant un verbe (calculer, trouver, comparer, résoudre, …)
- J'utilise **le bon langage mathématique** ($m\overline{AB}$, $m\angle CAD$, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, … …)
- Je **justifie** (Pythagore, loi des sin, somme des angles d'un triangle = 180 °, …)

Faire le problème à rebours : Stratégie pour reconnaître les étapes dans un problème difficile.

1° J'identifie ce que je cherche. (le but) **2°** J'identifie ce dont j'ai besoin pour trouver ce que je cherche. **3°** J'identifie ce dont j'ai besoin pour trouver ce que j'ai nommé à l'étape précédente. **4°** Je répète la dernière étape jusqu'à l'obtention des indices.	Place les éléments dans un schéma, en forme d'arbre, cela va t'aider à faire ton plan. Je cherche besoin de... besoin de...

STRATÉGIE DE COMPRÉHENSION DE PROBLÈME

AVEC CONTRAINTES

Après avoir compris le sens de tous les mots, dans un schéma :

1° J'identifie ce que je CHERCHE (le but du problème).

2° J'identifie les CONTRAINTES reliées au but.

3° J'identifie tout ce dont j'ai BESOIN pour trouver ce que je cherche. (sous-étapes)

Remarque : Ce schéma devient ton plan!

ANNEXE B

EXTRAIT D’UN BON DE COMMANDE DE LA SITUATION-PROBLÈME
CALCUL DES TAXES

Figure B.6 Extrait d’un bon de commande (*Calcul des taxes*)

Qté	No produit	Description	Prix/un.		Montant	
1		Cahier quadrillé (4 pour 0,89$)				
3		cahiers lignés (4 pour 0,79$)				
1		cahier projet	1	65		
1		paquet de feuillets intercalaires	0	49		
1		gomme à effacer	0	89		
1		paquet de mines	1	29		
1		pochette de presse	0	39		
1		pochette plastique (pour message)	1	39		
1		porte-mine	1	45		
1		règle 15 cm.	0	13		
1		reliure anneaux 1 po.	1	00		
1		reliure anneaux 1,5 po	2	69		
2		duo-tang	0	27		
2		duo-tang pochettes	0	59		
4		surligneurs (jaune, vert, rose, bleu) 2,59 pour 3				

FIGURE 1. Un exemple de bon de commande

ANNEXE C

ÉNONCÉ DE LA SITUATION-PROBLÈME *LA TABLE DE BILLARD*

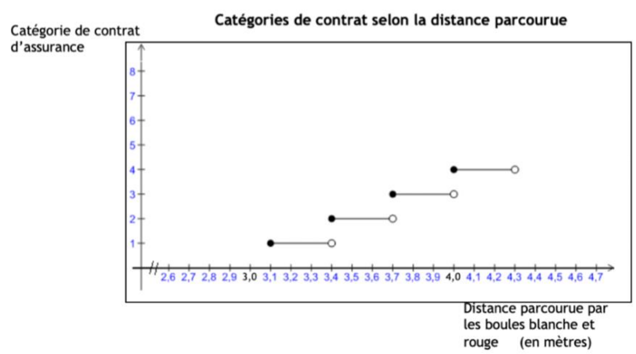
Figure C.1 Énoncé de la situation-problème *La table de billard*

Séquence *Culture, société et technique* ▪ Mise en situation

LA TABLE DE BILLARD

Le propriétaire d'un salon de billard organise une soirée pour amasser des fonds afin de venir en aide à l'Unicef. Pour ce faire, les gens qui achètent un billet pour cette soirée auront la chance de jouer un coup de billard. S'ils réussissent à envoyer la boule noire en un coup dans la poche du coin supérieur droit, ils gagneront un prix de 20 000 $. S'il y a plusieurs gagnants, les 20 000 $ seront répartis entre eux.

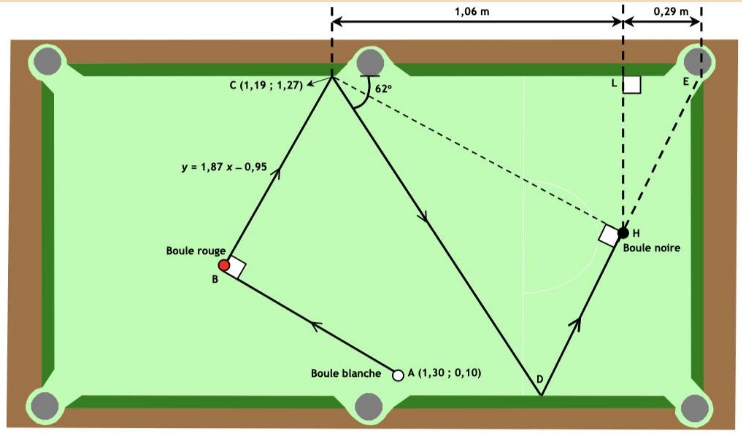
Pour ce genre de concours, il est d'usage d'acheter un contrat d'assurance qui fera en sorte que c'est la compagnie d'assurance qui paiera le prix si le coup est réussi. Pour établir la catégorie de contrat, la compagnie d'assurance doit d'abord connaître la distance parcourue par les boules blanche et rouge avant de frapper la boule noire. La compagnie d'assurance se réfère au diagramme ci-dessous pour déterminer la catégorie de contrat.



Votre défi :

Le défi proposé aux participants est de frapper la boule blanche. Celle-ci doit toucher à la boule rouge, qui ensuite devra frapper deux bandes. Finalement, la boule rouge doit frapper la boule noire, afin qu'elle se dirige vers le coin supérieur droit de la table et qu'elle tombe dans la poche.

Le parcours attendu des boules blanche et rouge pour réussir le coup correspond au tracé en gras sur le graphique suivant. (On ne s'occupe pas du déplacement des boules blanche et rouge en-dehors de ce tracé.)



La table de billard rectangulaire mesure 2,54 m sur 1,27 m, ce qui correspond à des mesures normalisées.

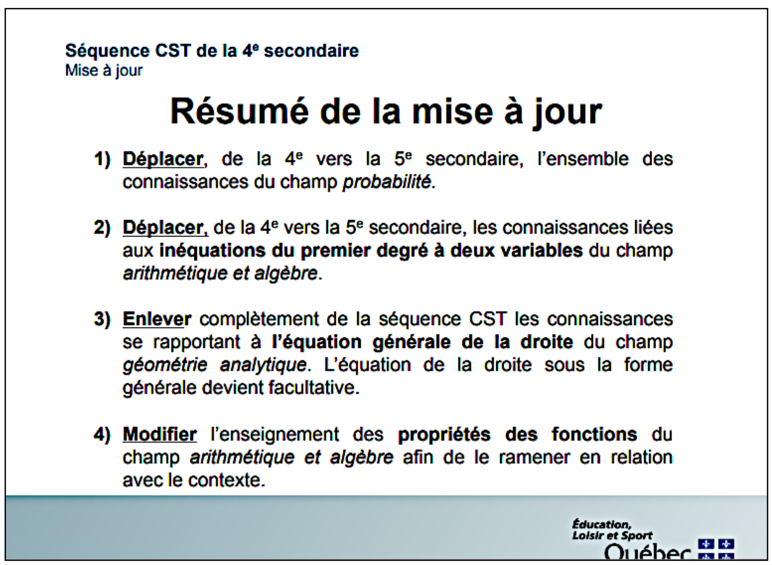
Pour mener à bien votre défi, vous devez tenir compte des renseignements qui suivent :

- L'équation du segment $\overline{BC}$ est $y = 1,87x - 0,95$ si l'on considère que le coin inférieur gauche correspond à l'origine du plan cartésien.
- A (1, 30 ; 0, 10)
- C (1, 19 ; 1, 27)
- $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$ sont perpendiculaires
- $m\angle CHD = 90°$
- $m\angle ELH = 90°$
- $m\angle DCE = 62°$
- $m\,\overline{CL} = 1,06$ m
- $m\,\overline{LE} = 0,29$ m
- Les mesures des longueurs sont arrondies au centième, tandis que les mesures des angles sont arrondies à l'unité.
- La compagnie d'assurance vous demande votre expertise, afin de déterminer quelle catégorie de contrat d'assurance elle devra proposer au propriétaire.

ANNEXE D

MISE À JOUR DU CONTENU DE MATHÉMATIQUE DE 4E ANNÉE DU SECONDAIRE (CST)

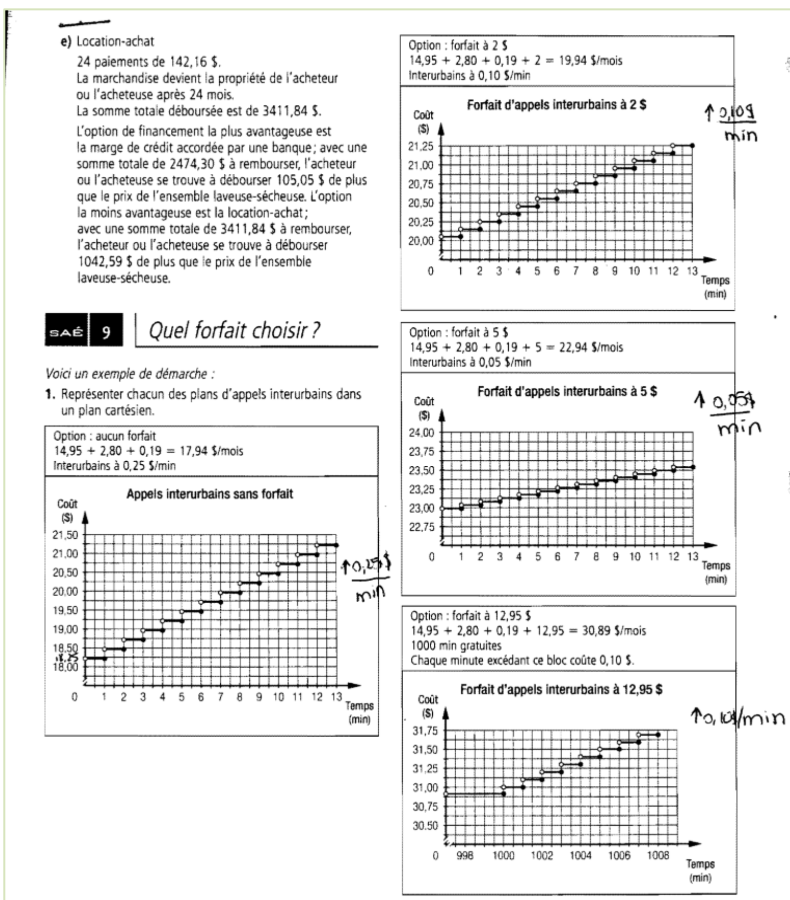
Figure D.1 Mise à jour du contenu mathématique de 4e secondaire (CST)



ANNEXE E

CORRIGÉ DE LA SITUATION-PROBLÈME *QUEL FORFAIT CHOISIR?*

Figure E.1 Extrait de la correction de la situation-problème *Quel forfait choisir*?



e) Location-achat

24 paiements de 142,16 $.
La marchandise devient la propriété de l'acheteur ou l'acheteuse après 24 mois.
La somme totale déboursée est de 3411,84 $.

L'option de financement la plus avantageuse est la marge de crédit accordée par une banque; avec une somme totale de 2474,30 $ à rembourser, l'acheteur ou l'acheteuse se trouve à débourser 105,05 $ de plus que le prix de l'ensemble laveuse-sécheuse. L'option la moins avantageuse est la location-achat; avec une somme totale de 3411,84 $ à rembourser, l'acheteur ou l'acheteuse se trouve à débourser 1042,59 $ de plus que le prix de l'ensemble laveuse-sécheuse.

SAÉ 9 *Quel forfait choisir ?*

Voici un exemple de démarche :

1. Représenter chacun des plans d'appels interurbains dans un plan cartésien.

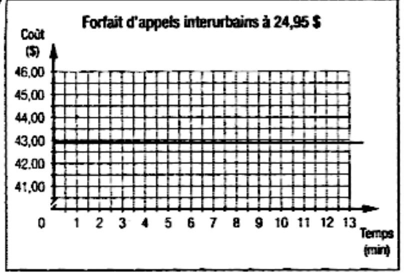
Option : aucun forfait
14,95 + 2,80 + 0,19 = 17,94 $/mois
Interurbains à 0,25 $/min

Option : forfait à 2 $
14,95 + 2,80 + 0,19 + 2 = 19,94 $/mois
Interurbains à 0,10 $/min

Option : forfait à 5 $
14,95 + 2,80 + 0,19 + 5 = 22,94 $/mois
Interurbains à 0,05 $/min

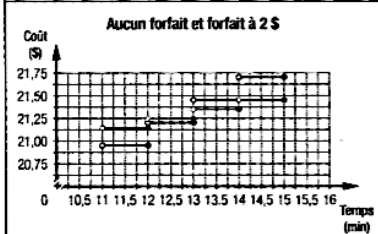
Option : forfait à 12,95 $
14,95 + 2,80 + 0,19 + 12,95 = 30,89 $/mois
1000 min gratuites
Chaque minute excédant ce bloc coûte 0,10 $.

tion : forfait à 24,95 $
4,95 + 2,80 + 0,19 + 24,95 = 42,89 $/mois
Tous les appels interurbains sont gratuits.



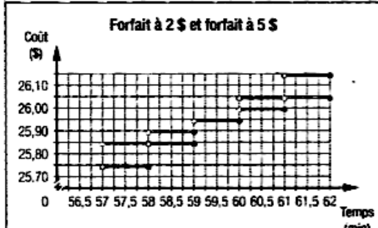
2. Représenter, dans un même plan cartésien, plusieurs forfaits afin de les comparer deux à deux.

Aucun forfait ——— Forfait à 2 $ ———



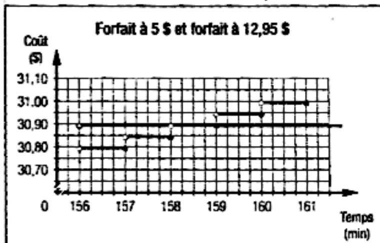
Si la durée totale des appels interurbains n'excède pas 13 min, il est plus avantageux de ne prendre aucun forfait.

Forfait à 2 $ ——— Forfait à 5 $ ———



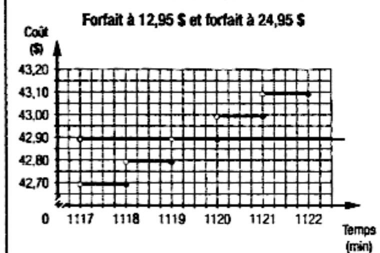
Si la durée totale des appels interurbains est de plus de 13 min, mais n'excède pas 59 min, il est plus avantageux de choisir le forfait à 2 $. Si la durée totale des appels interurbains est de plus de 59 min, mais n'excède pas 60 min, le forfait à 2 $ et celui à 5 $ s'équivalent.

Forfait à 5 $ ——— Forfait à 12,95 $ ———



Si la durée totale des appels interurbains est de plus de 60 min, mais n'excède pas 158 min, il est plus avantageux de choisir le forfait à 5 $.
Si la durée totale des appels interurbains est de plus de 158 min, mais n'excède pas 159 min, le forfait à 5 $ et celui à 12,95 $ s'équivalent.

Forfait à 12,95 $ ——— Forfait à 24,95 $ ———



Si la durée totale des appels interurbains est de plus de 159 min, mais n'excède pas 1119 min, il est plus avantageux de choisir le forfait à 12,95 $. Si la durée totale des appels interurbains est de plus de 1119 min, mais n'excède pas 1120 min, le forfait à 12,95 $ et celui à 24,95 $ s'équivalent. Si la durée totale est de plus de 1120 min, le forfait à 24,95 $ est plus avantageux.

ANNEXE F

FEUILLE DE TRAVAIL POUR LA SITUATION-PROBLÈME *MESURER LE TEMPS*

Figure F.1 Feuille de travail de la situation-problème *Mesurer le temps* (*Visions* 2, p. 189)

Nom : ____________________

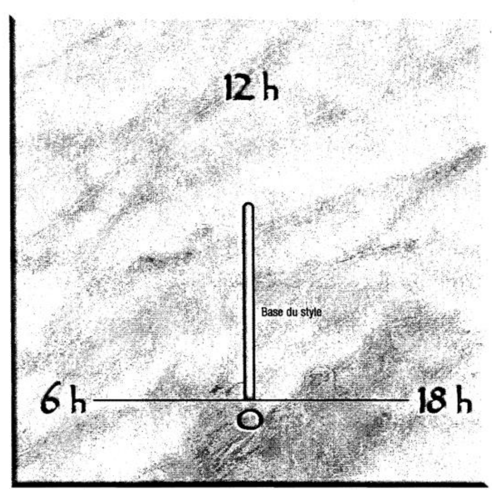
Groupe : __________ Date : __________

SAÉ 10

Manuel de l'élève, p. 189

SAÉ 10 – Mesurer le temps

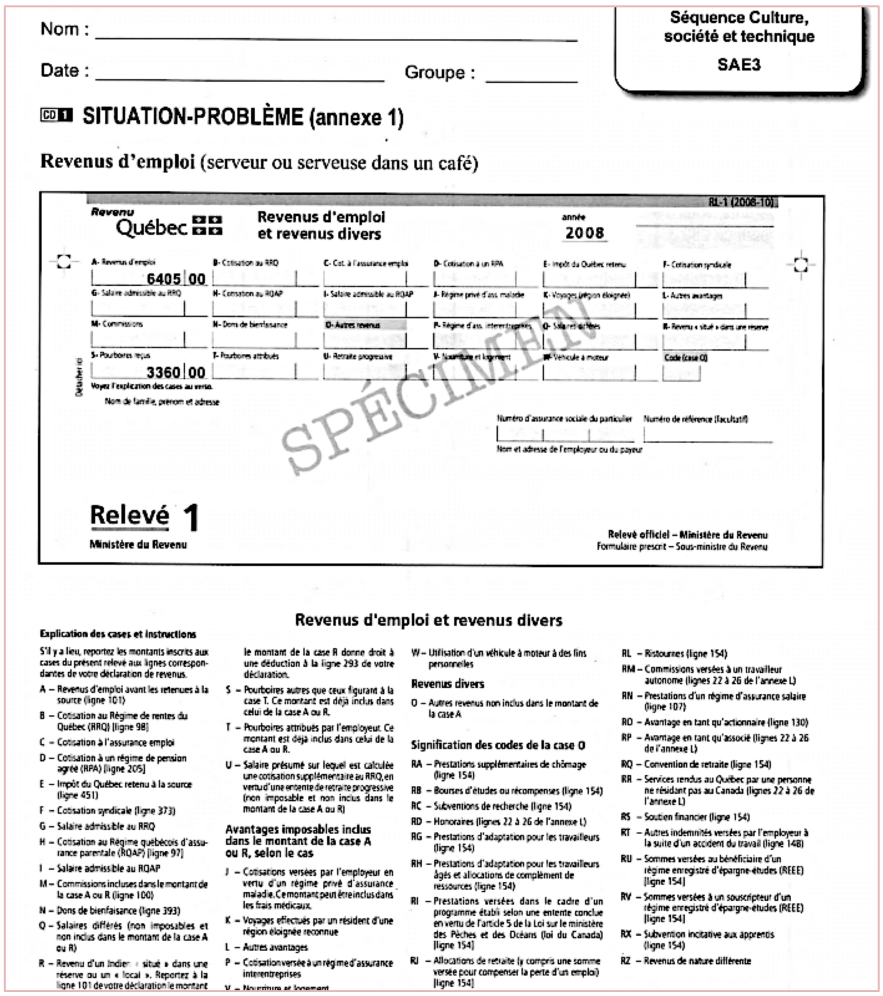
Après avoir déterminé les angles de chaque ligne horaire, reproduisez le plateau d'un cadran solaire pouvant être utilisé dans votre région.



ANNEXE G

EXTRAIT DE LA SITUATION-PROBLÈME *LA DÉCLARATION DE REVUES*

Figure G.1 Extrait de la situation-problème *La déclaration de revenues* (*Point de vue,* SAÉ-3)



Nom : ____________________

Date : ____________________ Groupe : ________

Séquence Culture, société et technique
SAE3

CD 1 **SITUATION-PROBLÈME (annexe 1)**

Revenus d'emploi (serveur ou serveuse dans un café)

RL-1 (2008-10)

Revenu Québec

Revenus d'emploi et revenus divers

année 2008

A- Revenus d'emploi 6405 00	B- Cotisation au RRQ	C- Cot. à l'assurance emploi	D- Cotisation à un RPA	E- Impôt du Québec retenu	F- Cotisation syndicale
G- Salaire admissible au RRQ	H- Cotisation au RQAP	I- Salaire admissible au RQAP	J- Régime privé d'ass. maladie	K- Voyages (région éloignée)	L- Autres avantages
M- Commissions	N- Dons de bienfaisance	O- Autres revenus	P- Régime d'ass. interentreprises	Q- Salaires différés	R- Revenu « situé » dans une réserve
S- Pourboires reçus 3360 00	T- Pourboires attribués	U- Retraite progressive	V- Nourriture et logement	W- Véhicule à moteur	Code (case O)

Détacher ici

Voyez l'explication des cases au verso.

Nom de famille, prénom et adresse

SPÉCIMEN

Numéro d'assurance sociale du particulier

Numéro de référence (facultatif)

Nom et adresse de l'employeur ou du payeur

Relevé 1

Ministère du Revenu

Relevé officiel – Ministère du Revenu
Formulaire prescrit – Sous-ministre du Revenu

Revenus d'emploi et revenus divers

Explication des cases et instructions

S'il y a lieu, reportez les montants inscrits aux cases du présent relevé aux lignes correspondantes de votre déclaration de revenus.

A – Revenus d'emploi avant les retenues à la source (ligne 101)

B – Cotisation au Régime de rentes du Québec (RRQ) [ligne 98]

C – Cotisation à l'assurance emploi

D – Cotisation à un régime de pension agréé (RPA) [ligne 205]

E – Impôt du Québec retenu à la source (ligne 451)

F – Cotisation syndicale (ligne 373)

G – Salaire admissible au RRQ

H – Cotisation au Régime québécois d'assurance parentale (RQAP) [ligne 97]

I – Salaire admissible au RQAP

M – Commissions incluses dans le montant de la case A ou R (ligne 100)

N – Dons de bienfaisance (ligne 393)

Q – Salaires différés (non imposables et non inclus dans le montant de la case A ou R)

R – Revenu d'un Indien « situé » dans une réserve ou un « local ». Reportez à la ligne 101 de votre déclaration le montant le montant de la case R donne droit à une déduction à la ligne 293 de votre déclaration.

S – Pourboires autres que ceux figurant à la case T. Ce montant est déjà inclus dans celui de la case A ou R.

T – Pourboires attribués par l'employeur. Ce montant est déjà inclus dans celui de la case A ou R.

U – Salaire présumé sur lequel est calculée une cotisation supplémentaire au RRQ, en vertu d'une entente de retraite progressive (non imposable et non inclus dans le montant de la case A ou R)

Avantages imposables inclus dans le montant de la case A ou R, selon le cas

J – Cotisations versées par l'employeur en vertu d'un régime privé d'assurance maladie. Ce montant peut être inclus dans les frais médicaux.

K – Voyages effectués par un résident d'une région éloignée reconnue

L – Autres avantages

P – Cotisation versée à un régime d'assurance interentreprises

V – Nourriture et logement

W – Utilisation d'un véhicule à moteur à des fins personnelles

Revenus divers

O – Autres revenus non inclus dans le montant de la case A

Signification des codes de la case O

RA – Prestations supplémentaires de chômage (ligne 154)

RB – Bourses d'études ou récompenses (ligne 154)

RC – Subventions de recherche (ligne 154)

RD – Honoraires (lignes 22 à 26 de l'annexe L)

RG – Prestations d'adaptation pour les travailleurs (ligne 154)

RH – Prestations d'adaptation pour les travailleurs âgés et allocations de complément de ressources (ligne 154)

RI – Prestations versées dans le cadre d'un programme établi selon une entente conclue en vertu de l'article 5 de la Loi sur le ministère des Pêches et des Océans (loi du Canada) [ligne 154]

RJ – Allocations de retraite (y compris une somme versée pour compenser la perte d'un emploi) [ligne 154]

RL – Ristournes (ligne 154)

RM – Commissions versées à un travailleur autonome (lignes 22 à 26 de l'annexe L)

RN – Prestations d'un régime d'assurance salaire (ligne 107)

RO – Avantage en tant qu'actionnaire (ligne 130)

RP – Avantage en tant qu'associé (lignes 22 à 26 de l'annexe L)

RQ – Convention de retraite (ligne 154)

RR – Services rendus au Québec par une personne ne résidant pas au Canada (lignes 22 à 26 de l'annexe L)

RS – Soutien financier (ligne 154)

RT – Autres indemnités versées par l'employeur à la suite d'un accident du travail (ligne 148)

RU – Sommes versées au bénéficiaire d'un régime enregistré d'épargne-études (REEE) [ligne 154]

RV – Sommes versées à un souscripteur d'un régime enregistré d'épargne-études (REEE) [ligne 154]

RX – Subvention incitative aux apprentis (ligne 154)

RZ – Revenus de nature différente

BIBLIOGRAPHIE

Adihou, A. Giroux, J. Savard, A. Mai Huy, K. et Mathieu-Soucy, S. (2017). 49e *Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec. Données, variabilité et tendances vers le futur.* Montréal. Récupéré de http://mariochiasson.com/wp-content/uploads/2018/04/2017-gdm-actes-vf.pdf

Antoun, Z. (2012). *Analyse des situations d'apprentissage dans le cadre de la résolution de problèmes en algèbre (premier cycle) dans une collection du secondaire* (Mémoire de maîtrise). Université du Québec à Montréal. Récupéré de https://archipel.uqam.ca/view/creators/Antoun=3AZita=3A=3A.html

Artigue, M. (2014). Didactic Engineering in Mathematics Education. In S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., p. 202-206). Dordrecht : Springer.

Astolfi, J-P. (1993). Placer les élèves en situation-problème. *Probio-Revue*, vol. 16, no 4, pp. 310-321.

Berger, L. (2017). *Co-construction, entre enseignants de 2e secondaire et chercheure, d'une grille d'analyse de la complexité des problèmes écrits proposés en algèbre au premier cycle du secondaire* (Mémoire de maîtrise). Université du Québec à Rimouski. Récupéré de http://semaphore.uqar.ca/id/eprint/1374/

Blum, W., Galbraith, P-L., Henn, H-W. et Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education. T*he *14th ICMI Study*. New York : Springer.

Boivin, C., Boivin, D., Ledoux, A. et Ricard, N. (2008). *Visions mathématiques, 2e année du 2e cycle du secondaire, culture et société technique*. Anjou : CEC Inc.

Boucher, A-C. Loiselle, A-M. et Reiber, D. (2006). Les situations d'apprentissage et d'évaluation. Récupéré de https://www.recitarts.ca/IMG/pdf/SAE_lexique_final_mp-3.pdf

Boucher, C., Coupal, M., Jacques, M. et Marotte, L. (2009). *Intersection, 2e année du 2e cycle du secondaire, culture et société technique*. Montréal : Chenelière Inc.

Charnay, R. (2003). L'analyse à priori, un outil pour l'enseignant. *Math-École,* No. 209, 19-26. Récupéré de http://archives.philippeclauzard.com/IMG/pdf/-101.pdf

Cerquiglini, B. (2016). *Le Grand Larousse illustré 2017.*

De Vecchi, G. (2004). Banque de situations-problèmes : tous niveaux. Paris : Hachette Éducation.

Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil-objet*. Recherches en didactique des mathématiques*, 7 (2), 5-32.

Duval, R. (1988). Graphiques et équations : l'Articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* 1, 235-253. Récupéré de http://numerisation.irem.univ-mrs.fr/ST/IST88014/IST88014.pdf

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5*, 37-65.

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. *Petit x*, n° 42, 29-31. Récupéré de https://tecfa.unige.ch/tecfa/teaching/bachelor_74111/ressources_glossaire/commentaire_duval.pdf

Guilford, J.P. (1967). *The Nature of Human Intelligence*. New York : McGraw-Hill.

Guay, Sylvio et Van Moorhem, A. (2009). *Point de vue, 2e année du 2e cycle du secondaire, culture et société technique*. Laval : Grand-Duc.

Hadamard, J-S. (1945/1975). *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique.* Paris : Gauthier-Villars.

Hitt, F. Saboya, M. et Cortés, C. (2017). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning: An example with polygonal numbers. Dans *Mathematics and Technology* (p. 57-74). Lieu : Spinger.

Hitt, F. et Quiroz Rivera, S. (2019). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers un apprentissage socioculturel. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 24, 75-106. Récupéré de https://mathinfo.unistra.fr/websites/mathinfo/irem/Publications/Annales_didactique/vol_24/adsc-2019_003.pdf

Kaiser G. (2020). Mathematical modelling and applications. Dans S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., p. 396-404). Dordrecht: Springer.

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2012). Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec : un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 12(2), 178-213.

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2016). La notion de situation-problème en mathématiques au début du XXIe siècle au Québec : rupture ou continuité ? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 16(1), 1-27.

Michelot, C. (2015). L'invention de la créativité. *Phronesis*, *4* (2), 54-6. https://doi.org/10.7202/1033450ar

Dictionnaire Larousse. (s. d.). Récupéré de http://guides.bibliotheques.uqam.ca/themes/12-education?tab=639

Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation (3e éd.)*. Montréal : Guérin.

Mathématique au secondaire de la commission scolaire de Montréal. (2020). Récupéré de http://cybersavoir.csdm.qc.ca/mat-sec/

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). (2005). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire 2e cycle.* Québec : Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). (2006). *L'évaluation des apprentissages au secondaire. Cadre de référence*. Récupéré de https://srp.csrs.qc.ca/evaluation/Documents/cadresecondaire_prelim.pdf

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). (2007). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire 2e cycle.* Québec : Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.

Partoune, C. (2002). La démarche de situation-problème. Dans *Laboratoire de méthodologie des Sciences géographiques*. Récupéré de http://www.lmg.ulg.ac.be/articles/

Perrenoud, P. (1999). Construire des compétences, tout un programme ! *Vie pédagogique*, nº 112, 16-20.

Polya, G. (1962/1965). *Comment poser et résoudre un problème. Mathématique — Physique, Jeux-Philosophie*. (C. Mesnage, trad.). Paris : Dunod.

Programme de formation de l'école québécoise. (2007). Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie.

Prusak, N., Hershkowits R. & Schwarz B. (2013). Conceptual learning in a principled design problem solving environment. *Research in Mathematics Education*, 15(3), pp. 266-285.

Rauscher, J-C. et Adjiage, R. (2014). Espace de travail et résolution d'un problème de modélisation. *Relime, 17* (4-I), 41-64. http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1742

Saboya, M. (2010). *Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire*. Thèse de doctorat non publiée, Université du Québec à Montréal.

Sadler-Smith, E. (2015). Wallas' four-stage model of the creative process: More than meets the eye? *Creativity Research Journal*, 27(4), 342-352.

Seghetchian, D. (2010). Vers la fin des compétences ? Dans *La lettre de l'AFEF.* Récupéré de https://sites.google.com/site/lettreafef1/a-la-une/les-competences

Theis, L. et Gagnon, N. (2013). *L'apprentissage à travers des situations-problèmes mathématiques.* Québec : Presses de l'Université du Québec.

Theis, L. et Mary, C. (2007). *Les élèves à risque dans des situations problèmes statistiques : stratégies de résolution et obstacles cognitifs.* https://doi.org/10.7202/018959ar