

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

PRÉOCCUPATION ET QUÊTE DE SENS SUR LA DISTINCTION
ENTRE DIAGRAMME ET GRAPHIQUE

RAPPORT DE RECHERCHE PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES
(DIDACTIQUE)

PAR
MARIKA PERRAULT

AOÛT 2014

REMERCIEMENTS

Je veux d'abord remercier mon directeur de maîtrise Jérôme Proulx, qui m'a soutenue et encouragée tout au long de la rédaction de ce travail, me demandant d'être toujours plus claire, plus précise dans mes propos, et s'intéressant toujours davantage à mon projet à mesure qu'il prenait forme. Le regard qu'il a porté sur mon travail a su me donner la confiance nécessaire pour que je termine ce projet. Je veux aussi remercier mon directeur pour sa disponibilité, et parce qu'il a su respecter mon rythme de travail au cours de ces quatre dernières années. Je veux enfin le remercier pour l'opportunité qu'il m'a offerte à l'hiver 2012 de représenter le Québec dans le cadre du projet Jeunes enseignants de l'Espace mathématique francophone qui a eu lieu, à Genève, en Suisse. Cette expérience m'a permis de créer des contacts avec des enseignants d'autres cultures et m'a initiée à l'univers de la recherche en didactique des mathématiques comme jamais auparavant.

Je veux aussi remercier mon mari Yannick Godin, qui m'a toujours soutenue dans cette grande aventure, particulièrement dans les moments de doute où j'ai songé à abandonner. Je veux aussi le remercier pour toutes ces soirées et ces après-midis où il s'est occupé seul de nos garçons, afin que je mène ce projet à terme.

Je veux également remercier mes parents, Nicole Brien et Richard Perrault, qui m'ont donné, eux aussi, beaucoup de leur temps pour me permettre de finaliser ce projet. Mais plus que tout, ce sont leur intérêt sincère et leurs encouragements tout au long de mon parcours académique qui m'ont permis de me rendre aussi loin.

Enfin, je veux remercier tous les étudiants rencontrés durant la maîtrise, de même que les enseignants rencontrés à l'Espace mathématique francophone il y a deux ans, qui par leur contact, m'ont permis de faire avancer mes réflexions pour ce projet.

TABLE DES MATIÈRES

| | Page |
|---|------|
| REMERCIEMENTS..... | II |
| LISTE DES FIGURES..... | VI |
| LISTE DES TABLEAUX..... | XII |
| RÉSUMÉ..... | XIV |
| INTRODUCTION..... | 1 |
| CHAPITRE 1 | |
| L'ORIGINE DE MA PRÉOCCUPATION..... | 4 |
| 1.1 Le point de départ..... | 4 |
| 1.2 Un sondage auprès d'enseignants pour alimenter ma réflexion sur le lien existant entre les notions de diagramme et de graphique..... | 9 |
| 1.2.1 Distinction hiérarchique diagramme et graphique..... | 11 |
| 1.2.2 Distinction au niveau de l'usage mathématique..... | 15 |
| 1.2.3 Synthèse des idées ayant émergé dans cette discussion/sondage.. | 24 |
| CHAPITRE 2 | |
| UNE ENTRÉE PAR LES LEXIQUES MATHÉMATIQUES..... | 26 |
| 2.1 Lexique mathématique Enseignement secondaire, Éditions du Triangle d'Or..... | 26 |
| 2.2 Lexique mathématique pour l'élève – 1 ^{er} cycle du secondaire, Éditions FM..... | 34 |
| 2.3 Lexique mathématique – À l'usage des étudiants et des étudiantes Éditions Guérin..... | 41 |

| | Page |
|---|------|
| 2.4 Leximath – Lexique mathématique de base Première édition (1991) et Deuxième Édition (2002), Éditions Beauchemin..... | 52 |
| 2.5 Dictionnaire mathématique CEC, Les Éditions CEC..... | 63 |
| 2.6 Dictionnaire des mathématiques, Éditions Quadrige Dicos Poche..... | 73 |
| 2.7 Dictionnaire des mathématiques élémentaires, Éditions du Seuil..... | 79 |
| 2.8 La petite encyclopédie Lycée, Les Éditions de la Cité-Bordas/SEJER | 84 |
| 2.9 Synthèse des réflexions portant sur les lexiques..... | 89 |
| CHAPITRE 3 | |
| UNE ENTRÉE PAR LES MANUELS SCOLAIRES..... | 92 |
| 3.1 Manuels scolaires de la collection Mathématique Soleil, Éditions Guérin..... | 93 |
| 3.2 Manuels scolaires de la collection Scénarios, Éditions HRW..... | 119 |
| 3.3 Manuels scolaires des collections À vos maths! et Intersection, Éditions Graficor-Chenelière Éducation..... | 135 |
| 3.4 Synthèse des réflexions portant sur les manuels scolaires..... | 155 |
| CHAPITRE 4 | |
| UNE ENTRÉE HISTORIQUE SUR LES GRAPHIQUES ET LES DIAGRAMMES..... | 157 |
| 4.1 Sur l'origine du graphique..... | 158 |
| 4.2 Les premiers diagrammes..... | 170 |
| 4.3 Synthèse sur la recherche historique..... | 182 |

| | Page |
|---|------|
| CHAPITRE 5 | |
| CONCLUSION..... | 185 |
| 5.1 Trois grandes conceptualisations permettant de distinguer graphique et diagramme..... | 186 |
| 5.2 Six réflexions illustrant les liens entre graphique et diagramme..... | 196 |
| 5.3 Conclusion générale..... | 207 |
| APPENDICE A | |
| QUELQUES DONNÉES SUR LA CLASSIFICATION DES GRAPHIQUES ET DES DIAGRAMMES PAR DES ÉLÈVES DU SECONDAIRE..... | 209 |
| RÉFÉRENCES ET BIBLIOGRAPHIE..... | 215 |

LISTE DES FIGURES

| Figure | Page |
|---|------|
| 1.1.1 Question posée à l'élève de secondaire 2..... | 5 |
| 1.1.2 Reproduction de la solution particulière de l'élève de secondaire 2... | 6 |
| 1.2.1. 1 Reproduction des réponses des enseignants A, B et J..... | 11 |
| 1.2.1. 2 Reproduction des réponses des enseignants K, L et M..... | 12 |
| 1.2.2. 1 Reproduction des réponses des enseignants A, C et D..... | 16 |
| 1.2.2. 2 Reproduction des réponses des enseignants E, F et G..... | 17 |
| 1.2.2. 3 Reproduction des réponses des enseignants H et I..... | 18 |
| 1.2.2. 4 Esquisse avec des points..... | 20 |
| 2.1.1 Graphiques illustrés dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or..... | 28 |
| 2.1.2 Trait indépendant d'axes..... | 29 |
| 2.1.3 Diagramme à bandes (à gauche) et diagramme à bâtons (à droite) illustrés dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or..... | 30 |
| 2.1.4 Schéma relationnel entre diagrammes et graphique dans le lexique des Éditions du Triangle d'Or..... | 32 |
| 2.1.5 Diagramme à ligne brisée illustré dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or..... | 32 |
| 2.2.1 Plan cartésien illustré dans le Lexique des Éditions FM..... | 35 |
| 2.2.2 Diagramme à bandes dans le Lexique des Éditions FM, (à gauche) comparé à un tableau de données (à droite)..... | 36 |
| 2.2.3 Diagramme à ligne brisée dans le Lexique des Éditions FM..... | 38 |
| 2.3.1 Descriptif et représentation de graphique dans le Lexique des Éditions Guérin..... | 42 |
| 2.3.2 Descriptif et représentation de diagramme dans le Lexique des Éditions Guérin..... | 45 |

| Figure | Page | |
|--------|---|-----|
| 2.3.3 | Descriptif et représentation de diagramme à bandes dans le Lexique des Éditions Guérin..... | 47 |
| 2.3.4 | Descriptif et représentation de diagramme à ligne brisée dans le Lexique des Éditions Guérin..... | 49 |
| 2.4.1 | Diagrammes à bandes illustrés dans le Lexique des Éditions Beauchemin..... | 56 |
| 2.4.2 | Diagrammes à ligne brisée illustrés dans le Lexique des Éditions Beauchemin..... | 57 |
| 2.5.1 | Graphique dans le dictionnaire des Éditions CEC..... | 64 |
| 2.5.2 | Diagramme à bandes dans le dictionnaire des Éditions CEC..... | 67 |
| 2.5.3 | Diagramme à bâtons dans le dictionnaire des Éditions CEC..... | 68 |
| 2.5.4 | Diagramme à ligne brisée dans le dictionnaire des Éditions CEC..... | 70 |
| 2.6.1 | Représentation cartésienne et sagittale dans le Dictionnaire des mathématiques, Quadriga Dicos Poche..... | 74 |
| 2.6.2 | Graphique cartésien dans le Dictionnaire des mathématiques, Quadriga Dicos Poche..... | 74 |
| 2.6.3 | Diagramme à bâtons dans le Dictionnaire des mathématiques, Quadriga Dicos Poche..... | 76 |
| 2.7.1 | Graphique dans le Dictionnaire de mathématiques élémentaires aux Éditions du Seuil..... | 80 |
| 2.8.1 | Diagramme dans La petite encyclopédie Lycée, Les Éditions de la Cité-Bordas/SEJER..... | 86 |
| 3.1.1 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 1.. | 94 |
| 3.1.2 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 3.. | 96 |
| 3.1.3 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 4.. | 97 |
| 3.1.4 | Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 4..... | 98 |
| 3.1.5 | Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 4..... | 99 |
| 3.1.6 | Graphiques/diagrammes issus du manuel Mathématique Soleil, Vol.4..... | 100 |

| Figure | Page |
|--------|--|
| 3.1.7 | Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 5..... 101 |
| 3.1.8 | Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 5..... 101 |
| 3.1.9 | Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 5..... 102 |
| 3.1.10 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 1.. 107 |
| 3.1.11 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 1.. 109 |
| 3.1.12 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 1.. 112 |
| 3.1.13 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 3.. 113 |
| 3.1.14 | Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 3.. 114 |
| 3.2.1 | Graphique issu du manuel Scénarios 2..... 120 |
| 3.2.2 | Graphiques issus du manuel Scénarios 2..... 120 |
| 3.2.3 | Graphiques issus du manuel Scénarios 3..... 122 |
| 3.2.4 | Graphique issu du manuel Scénarios 2..... 122 |
| 3.2.5 | Graphiques issus du manuel Scénarios 4..... 123 |
| 3.2.6 | Représentations graphiques issues du manuel Scénarios 5..... 124 |
| 3.2.7 | Graphique issu du manuel Scénarios 5..... 124 |
| 3.2.8 | Diagramme à bandes issu du manuel Scénarios 1..... 128 |
| 3.2.9 | Diagramme à bandes issu du manuel Scénarios 3..... 129 |
| 3.2.10 | Diagramme à bandes issu des manuels Scénarios 3 et 4..... 130 |
| 3.2.11 | Diagramme à ligne brisée issu du manuel Scénarios 1..... 132 |

| Figure | Page |
|---|------|
| 3.2.12 Diagramme à ligne brisée issu du manuel Scénarios 4..... | 133 |
| 3.3.1 Graphiques issus du manuel À vos maths! Vol. C (sec.2)..... | 137 |
| 3.3.2 Graphiques issus du manuel À vos maths! Vol. C (sec.2)..... | 138 |
| 3.3.3 Graphiques issus du manuel À vos maths! Vol. C (sec.2)..... | 138 |
| 3.3.4 Graphiques issus du manuel Intersection 2 ^e cycle – 1 ^{ère} année (sec.3)..... | 141 |
| 3.3.5 Graphiques issus du manuel Intersection 2 ^e cycle – 1 ^{ère} année (sec.3)..... | 141 |
| 3.3.6 Graphiques issus du manuel Intersection 2 ^e cycle – 1 ^{ère} année (sec.3)..... | 142 |
| 3.3.7 Graphiques issus du manuel Intersection 2 ^e cycle – 2 ^e année (sec.4)..... | 144 |
| 3.3.8 Graphiques issus du manuel Intersection 2 ^e cycle – 2 ^e année (sec.4)..... | 144 |
| 3.3.9 Graphiques issus du manuel Intersection 2 ^e cycle – 2 ^e année (sec.4)..... | 145 |
| 3.3.10 Graphiques issus du manuel Intersection 2 ^e cycle – 3 ^e année (sec.5)..... | 145 |
| 3.3.11 Diagrammes à bandes issus du manuel À vos maths! Vol. B (sec.1)..... | 148 |
| 3.3.12 Diagramme à bandes issu du manuel Intersection 2 ^e cycle – 1 ^{ère} année (sec.3)..... | 149 |
| 3.3.13 Diagramme à ligne brisée issu du manuel À vos maths! Vol. B (sec.1)..... | 151 |
| 3.3.14 Diagramme à ligne brisée issu du manuel Intersection 2 ^e cycle – 1 ^{ère} année (sec.3)..... | 152 |
| 4.1.1 Représentation d'une hyperbole par Descartes..... | 159 |
| 4.1.2 Équation de l'hyperbole par Descartes..... | 160 |
| 4.1.3 Représentations proposées par Biot..... | 162 |
| 4.1.4 Représentations proposées par Robert et Bertrand..... | 167 |

| Figure | Page |
|---|------|
| 4.2.1 Représentation de la variation des orbites de différents astres et planètes (auteur inconnu)..... | 172 |
| 4.2.2 Figure de Jean-Henri Lambert, <i>Pyrometrie</i> (Berlin, 1779)..... | 173 |
| 4.2.3 Diagramme à ligne brisée de William Playfair, 1786..... | 176 |
| 4.2.4 Diagramme à ligne brisée de William Playfair , 1786..... | 178 |
| 4.2.5 Diagramme à ligne brisée de William Playfair , 1786..... | 178 |
| 4.2.6 Diagramme à bandes de William Playfair , 1786..... | 179 |
| 5.1.1 Relation hiérarchique entre graphique et diagramme (version 1)..... | 187 |
| 5.1.2 Définitions de graphique dans le Lexique des Éditions Guérin..... | 188 |
| 5.1.3 Relation hiérarchique entre graphique et diagramme (version 2)..... | 189 |
| 5.1.4 Graphiques illustrés dans le Lexique des Éditions du Triangle d’Or... | 193 |
| 5.1.5 Représentation comportant seulement des points | 194 |
| 5.1.6 Diagramme à ligne brisée dans le Lexique des Éditions Guérin..... | 194 |
| 5.2.1 Représentations dans le lexique des Éditions Guérin..... | 196 |
| 5.2.2 Diagrammes issus du Lexique des Éditions FM (gauche) et du Lexique des Éditions Beauchemin | 198 |
| 5.2.3 Diagrammes issus du manuel Mathématique Soleil, vol.1 et 3..... | 199 |
| 5.2.4 Diagrammes à ligne brisée issus du Lexique des Éditions du Triangle d’Or..... | 201 |
| 5.2.5 Diagramme à ligne brisée issu du Dictionnaire des Éditions CEC..... | 204 |
| 5.2.6 Diagramme à ligne brisée de William Playfair, 1786..... | 205 |
| 5.2.7 Graphiques issu du manuel Scénarios 2..... | 206 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.2.8 | Graphique issu du manuel Intersection 2 ^e cycle – (sec.3)..... | 206 |
| A.1 | Question 3 du questionnaire du mini-rapport d'analyse..... | 211 |

LISTE DES TABLEAUX

| Tableau | Page | |
|---------|---|-----|
| 1.2.3 | Tableau synthèse des réflexions initiales sur la distinction entre diagramme et graphique..... | 25 |
| 2.1.6 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique dans le Lexique des Éditions du Triangle d’Or..... | 34 |
| 2.2.4 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Lexique des Éditions FM..... | 40 |
| 2.3.5 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique dans le Lexique des Éditions Guérin..... | 51 |
| 2.4.3 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Lexique des Éditions Beauchemin..... | 62 |
| 2.5.5 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Dictionnaire mathématique des Éditions CEC..... | 72 |
| 2.6.4 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Dictionnaire des mathématiques – Quadrige Dicos Poche..... | 78 |
| 2.7.2 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Dictionnaire des Éditions du Seuil..... | 84 |
| 2.8.2 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues La petite encyclopédie Lycée des Éditions de la Cité-Bordas/SEJER..... | 89 |
| 2.9.1 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des huit lexiques..... | 90 |
| 3.1.15 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des manuels de la collection Mathématique Soleil..... | 118 |
| 3.2.13 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des manuels de la collection Scénarios..... | 135 |

| Tableau | | Page |
|---------|---|------|
| 3.3.15 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des manuels À vos maths!/Intersection..... | 154 |
| 3.4.1 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues de trois collections de manuels scolaires..... | 155 |
| 4.3.1 | Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues de l'analyse historique..... | 184 |
| A.2 | Tableau de justification du choix des items de la question 3..... | 213 |
| A.3 | Tableau de compilation des réponses à la question 3, par élève, avec en évidence (vert), les items dont les réponses des élèves sont les mêmes que celle suggérée par l'ouvrage de référence..... | 214 |

RÉSUMÉ

Dans ce travail, je m'intéresse aux notions de graphique et de diagramme tels qu'ils sont vus au niveau secondaire, aux liens qui existent entre elles, et à ce en quoi ces notions peuvent être différenciées l'un de l'autre. Cette quête de sens sur les graphiques et les diagrammes a émergé d'une anecdote vécue en tant qu'enseignante et j'ai voulu pousser plus loin ma réflexion dans le but de mieux expliquer en quoi ces deux notions mathématiques ont des similitudes et des différences. Ainsi, ce travail débute par le questionnement de quelques collègues enseignants, afin de dégager une première idée de ce qui permet d'associer et de distinguer les graphiques et les diagrammes. Ensuite, par une analyse de plusieurs lexiques mathématiques, de trois collections de manuels scolaires de niveau secondaire et de quelques textes historiques, je fais ressortir trois grandes conceptualisations qui permettent de distinguer les graphiques des diagrammes. Je propose aussi, à la lumière de cette recherche, six réflexions sur les liens qui existent entre les graphiques et les diagrammes dont on peut tenir compte dans l'enseignement/apprentissage de ces notions.

Mots clés : graphique, diagramme, liens, lexiques mathématiques, manuels scolaires, histoire, enseignement secondaire.

INTRODUCTION

Depuis un bon moment, mon attention comme enseignante s'est centrée sur ce qui unit et distingue les notions mathématiques de graphique et de diagramme. C'est le thème au cœur de ce projet de maîtrise. Ces notions m'interpellent particulièrement pour de nombreuses raisons que je présente plus loin. Je souhaite par ailleurs entamer la réflexion dans ce projet à partir d'une citation du mathématicien britannique Godfrey Harold Hardy :

À l'instar du peintre ou du poète, le mathématicien est créateur de formes. Et si les formes qu'il crée sont durables, c'est qu'elles sont faites d'idées.

Ainsi, le mathématicien, de même que ses confrères didacticiens et enseignants, utilisent fréquemment des formes, des représentations¹ visuelles, et ce, toujours dans un but précis. Si le peintre et le poète les exploitent également pour focaliser le regard d'autrui sur un objet en particulier, il me semble que les intentions du mathématicien sont toutes autres. Lorsque celui-ci a recours à une forme, à une représentation, à un dessin, c'est pour établir des relations entre divers éléments. Par exemple, lorsqu'il exploite des diagrammes, les objets analysés sont tantôt quantitatifs, tantôt qualitatifs. Mais qu'en est-il lorsqu'il s'agit de graphiques? Est-ce qu'un diagramme et un graphique sont la même chose? Est-ce que l'intention du mathématicien/enseignant est la même dans l'utilisation de ces deux types de représentation? Qu'est-ce qui différencie le graphique du diagramme en mathématiques?

¹ Le terme « représentation » désigne dans ce texte tout tracé dans le plan. Ceci est précisé, car ce terme désigne parfois un diagramme ou un graphique. Comme le but de ce travail est de définir ces notions, il me fallait recourir à un terme plus général et j'ai choisi celui de représentation.

C'est autour de ces questions que mon projet s'articule, mon intention première étant d'illustrer en quoi les diagrammes et les graphiques sont semblables et en quoi ils sont différents. Le sous-objectif de ce projet est par ailleurs d'offrir cette vision, une nouvelle compréhension des notions de diagramme et de graphique, aux enseignants et aux didacticiens, qui pourront à leur tour réfléchir sur ces notions et leurs implications.

Dans un premier temps, je trace les grandes lignes de l'origine de ma préoccupation autour des notions de diagramme et de graphique. À travers ma pratique d'enseignante et les échanges que j'ai eus avec des collègues enseignants, je dresse un portrait des éléments qui suscitent un intérêt pour moi quant aux questions énoncées ci-dessus, à savoir ce qui distingue un diagramme d'un graphique, et ce qui les unit.

Dans un deuxième temps, je propose une analyse de plusieurs ouvrages de références, de lexiques et de dictionnaires mathématiques, où je présente les définitions proposées pour les diagrammes et les graphiques, afin de faire ressortir les liens qui existent entre ces notions. J'ai choisi de m'intéresser à ces ouvrages de référence, car ce sont eux que les enseignants et les autres intervenants intéressés par les mathématiques consultent lorsqu'ils ressentent le besoin de clarifier une notion. J'explore ensuite différentes collections de manuels scolaires, qui agissent également, pour bon nombre d'enseignants, comme ouvrage de référence dans leur pratique quotidienne. Ces manuels sont aussi les ouvrages que consultent les élèves le plus souvent. Donc encore une fois, mon intention est de regarder ce qui est offert comme définition pour diagramme et graphique dans ces manuels scolaires, afin de chercher ce qui les unit et/ou les distingue.

Dans un troisième temps, je poursuis cette quête de sens sur les notions de diagramme et de graphique par une recherche historique sur l'élaboration et l'exploitation de ces notions en mathématiques. Cette entrée historique permettra de

développer des explications éclairant l'utilisation actuelle des diagrammes et des graphiques, des explications qui permettent de comprendre pourquoi il existe tant d'idées qui semblent rapprocher ces deux notions en mathématiques.

En dernier lieu, de cette analyse des définitions issues des ouvrages de référence et de cette recherche historique autour des notions de diagramme et de graphique se dégage un certain nombre de réflexions et d'observations pertinentes pour mieux comprendre comment ces notions peuvent être interprétées. Je les regroupe et les expose dans un ultime chapitre pour permettre aux enseignants et aux didacticiens qui se sentent concernés par ce sujet d'en tenir compte dans leurs pratiques respectives.

CHAPITRE 1

L'ORIGINE DE MA PRÉOCCUPATION

1.1 Le point de départ

Mon questionnement s'articule autour de ce lien entre diagramme et graphique, un lien engendré par les ressemblances et les différences qui existent entre ces représentations. Je présente ici l'origine de ma préoccupation sur ce sujet, qui s'est développée en quatre temps. D'abord, c'est une anecdote que j'ai vécue comme enseignante qui m'a amené à m'intéresser à ce sujet. Dans un deuxième temps, mon questionnement s'est poursuivi suite à une discussion entretenue avec une collègue enseignante. Puis, la lecture de discussions entre enseignants, publiées sur un forum en ligne, a continué à alimenter ma curiosité sur le sujet. Cette troisième étape de mon questionnement a mené à une dernière, celle où j'ai questionné quelques collègues pour obtenir leur opinion sur les diagrammes et les graphiques, de manière à alimenter ma réflexion et à définir déjà certains éléments importants de la relation qui unit et qui distingue les diagrammes et les graphiques.

Ainsi, l'élément déclencheur de cette préoccupation sur le lien existant entre graphique et diagramme provient directement d'une expérience d'enseignement. Lors de ma première année en enseignement, je travaillais avec mes élèves l'introduction aux graphiques cartésiens et aux notions de variation entre deux grandeurs. On étudiait aussi les différents modes de représentation d'une situation (table de valeurs, graphique, description en mots). Il s'agissait du premier chapitre de l'année scolaire, abordé dans une classe de deuxième secondaire. Au milieu de la séquence d'apprentissage, j'ai donné une évaluation formative sur ces concepts, qui avait pour but de valider la compréhension des élèves des différents modes de représentations d'une situation. De manière générale, au sein des trois groupes d'élèves à ma charge,

cette évaluation a été bien réussie. Un élève a toutefois présenté une solution qui a attiré mon attention. Pour permettre une meilleure compréhension de la solution que cet élève a présentée, j'ai reproduit ci-dessous l'énoncé de la question provenant de l'évaluation formative en question.

Figure 1.1.1 – Question posée à l'élève de secondaire 2

Problème

En consultant leur publicité ci-dessous, explique en quoi chacun de ces clubs est avantageux par rapport à l'autre. Utilise des modes de représentation variés (table de valeurs et graphique) pour appuyer ce que tu affirmes.

Club vidéo A

5\$ pour la première location de DVD; 3\$ pour chaque location ultérieure.

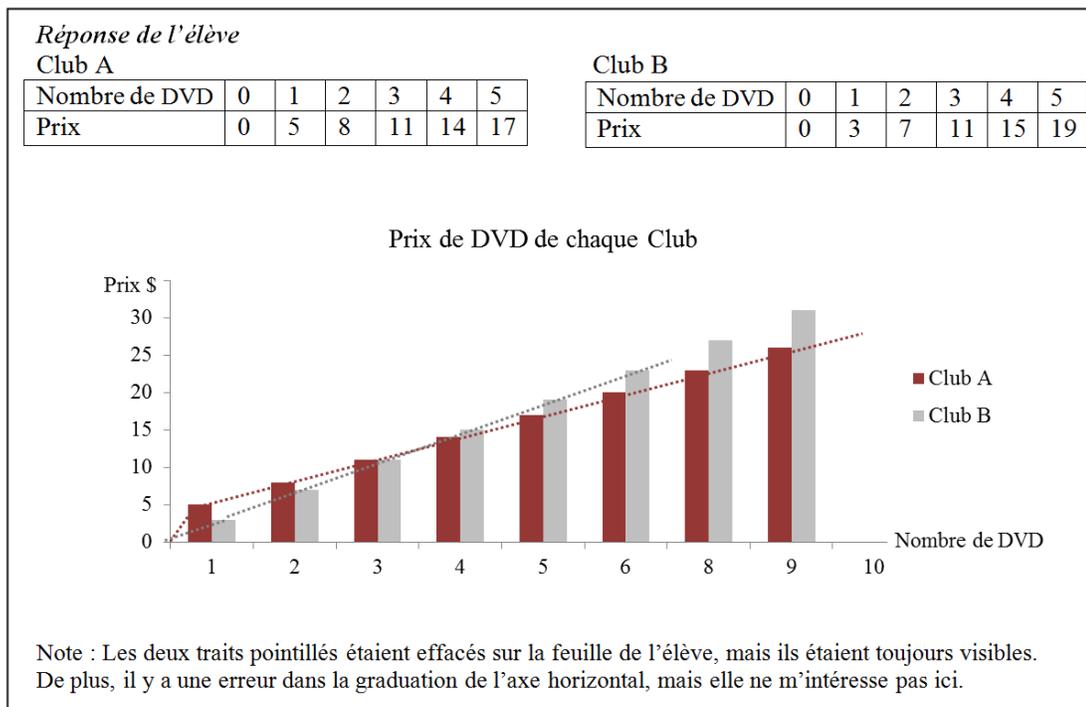
Club vidéo B

Première location de DVD à 3\$; 4\$ pour chaque location ultérieure.

Sur la feuille réponse de l'élève en question, on retrouve d'abord une table de valeurs pour chacun des clubs vidéo de même qu'un « graphique »², tel que demandé dans la tâche. J'ai reproduit la réponse de l'élève à la figure 1.1.2 (page suivante), pour permettre de mieux visualiser ce qui m'est apparu singulier dans ce « graphique ». L'élève a tracé des droites au départ, ou une ligne brisée si on préfère, et il les a ensuite effacées, puis remplacées par des bandes verticales.

² J'utilise ici le terme « graphique » entre guillemets puisque c'est ce qu'on avait demandé à l'élève de tracer.

Figure 1.1.2 – Reproduction de la solution particulière de l'élève de secondaire 2



Ce « graphique » m'a d'abord choquée, puisqu'en tant qu'enseignante je me disais : « Mais voyons, un diagramme à bandes! Nous n'en avons même pas parlé une seconde en classe! » Ensuite, j'ai réfléchi plus profondément aux implications de cette solution d'élève et j'en suis venue à penser que ce diagramme à bandes n'était peut-être pas si étrange après tout. En première secondaire (soit l'année précédente pour cet élève), on fait l'apprentissage des différents diagrammes en statistiques (diagramme à bandes, à ligne brisée, circulaire). Lorsque les élèves poursuivent en deuxième secondaire, ils commencent une nouvelle année avec le plus souvent un nouvel enseignant de mathématiques et avec, selon un point de vue d'enseignant, de « nouvelles notions ». Toutefois, ce qui peut sembler nouveau pour certains élèves (et enseignants!) ne l'est pas nécessairement, selon les liens que chacun d'entre eux établit entre les concepts à l'étude et ceux appris antérieurement. Pour cet élève en particulier, la consigne ne signifiait pas nécessairement qu'il fallait tracer un

graphique *cartésien*. Même si les leçons précédant cette tâche avaient uniquement traité de graphiques cartésiens, il demeure que pour cet élève il existait « d'autres sortes de graphiques », aussi valables, pour représenter cette situation sur les locations de DVD dans deux clubs vidéo. De là a jailli chez moi une série de questions : Est-ce que la distinction entre les diagrammes et les graphiques est si évidente pour les élèves? Existe-t-il une telle distinction? Qu'en est-il du côté des enseignants ? Font-ils une distinction entre diagramme et graphique dans leur enseignement? Devraient-ils faire un effort de distinction entre ces deux notions? Est-ce que l'étude des diagrammes en statistique entre en conflit avec la compréhension des graphiques cartésiens, et ultimement, des fonctions? Une fois ces questions formulées, il m'a semblé tenir là un sujet pertinent à la base de ce projet de maîtrise. Ma curiosité était donc piquée et j'ai alors voulu apporter une contribution au milieu enseignant en ce qui concerne les diagrammes et les graphiques, qui à première vue, semblent présenter des similarités, mais aussi, des différences.

Dans un deuxième temps, ma réflexion s'est poursuivie par le partage de cet épisode de classe avec d'autres enseignants. Après avoir raconté l'anecdote décrite plus haut à une de mes collègues, celle-ci m'a confié qu'elle avait elle aussi observé dans sa pratique des solutions d'élèves semblables à celle que j'avais recueillie, où les notions de diagramme et de graphique s'entremêlaient. Particulièrement au moment du bilan du 1^{er} cycle du secondaire, qui englobe les sujets mathématiques de la première et de la deuxième année du secondaire, ma collègue enseignante avait noté la présence d'une confusion entre les diagrammes en statistiques et les graphiques cartésiens. La petite histoire que j'avais vécue n'était donc pas un cas isolé et cela m'a encouragé à poursuivre mes fouilles sur le sujet, un sujet qui devenait alors de plus en plus intrigant.

Dans un troisième temps, toujours à la recherche d'informations sur ce lien particulier que je percevais peu à peu entre les notions de diagramme et de graphique, j'ai découvert via Internet un forum s'adressant à des enseignants du primaire.

N'importe qui peut y poser des questions sur l'enseignement et les mathématiques (et sur les autres disciplines scolaires aussi) et espérer recevoir des réponses de la part d'autres enseignants du milieu. Une conversation entre quatre enseignants de la fin du primaire a alors retenu mon attention puisqu'elle portait justement sur le sujet qui m'intéresse. L'enseignant initiateur de la conversation s'interrogeait en fait sur la différence existant entre les graphiques et les diagrammes puisque, dans son dictionnaire, les deux termes étaient traités comme des synonymes, alors que le programme d'études (qui m'a semblé être celui de la France) les distinguait. Déjà là, la pertinence d'une question que j'ai soulevée précédemment s'est validée, à savoir si la distinction chez les enseignants est clairement établie. La suite de la conversation m'a permis de constater qu'il y avait bien un certain flou entre la notion de diagramme et celle de graphique. Deux autres enseignants ont dit à l'enseignant initiateur qu'il s'agissait effectivement de synonymes. Par contre, un autre enseignant a expliqué sa vision des choses : « Pour moi, diagramme, c'est des bâtons, et graphique, c'est une courbe [...]. » Toutefois, ce répondant affirmait ne pas être tout à fait certain que cette distinction était adéquate.

La lecture de cette discussion « virtuelle » a donc eu pour effet de m'amener à vouloir échanger moi aussi avec d'autres collègues enseignants au sujet de leurs visions et de leur compréhension des notions de diagramme et de graphique, de ce qui pour eux unit ces notions et de ce qui les oppose. J'ai donc interrogé de manière informelle une douzaine d'enseignants sur ce sujet, afin de générer un certain nombre d'idées sur les diagrammes et les graphiques. C'est ce que je vous présente dans la prochaine section. Celle-ci constitue la quatrième et ultime phase d'élaboration de ma préoccupation au sujet du lien existant entre diagrammes et graphiques. Car après avoir vécu l'anecdote de l'élève dans mon enseignement, après l'avoir partagée auprès d'une collègue et après avoir observé de l'extérieur un questionnement de collègues semblable au mien, il m'a semblé nécessaire d'approfondir ma réflexion par le biais des expertises entremêlées de différents praticiens.

1.2 Un sondage auprès d'enseignants pour alimenter ma réflexion sur le lien existant entre les notions de diagramme et graphique

Suite à l'émergence de cet intérêt pour mieux définir et distinguer les diagrammes et les graphiques, j'ai voulu moi aussi discuter avec des collègues enseignants de ces deux notions et du lien qui se dessine étonnamment entre eux, ce qui piquait de plus en plus ma curiosité. J'ai donc interrogé à cet effet, et de manière informelle, quelques collègues enseignants de plusieurs nationalités, impliqués dans la profession enseignante. J'ai rencontré ces personnes à l'intérieur de ma maîtrise, dans le cadre d'un pré-colloque pour jeunes enseignants, à l'intérieur du colloque international Espace mathématique francophone, qui s'est tenu à Genève, en Suisse, en février 2012.

Mes collègues enseignants ont eu à répondre informellement à cette question : « Quelle est la différence, pour vous, entre un diagramme et un graphique? » La consigne que je leur ai donnée avant qu'ils ne répondent à cette question était « d'écrire ce qu'ils pensaient *a priori*, sans référence à un ouvrage ou à une définition écrite quelque part ». Ils pouvaient répondre avec des exemples ou du texte, de la manière qu'il leur semblait la plus pertinente. Si nous avons aussi discuté de la question de manière informelle, j'ai quand même insisté pour avoir leur vision par écrit, me permettant d'approfondir ma réflexion ultérieurement (et pour que les idées dégagées dans nos discussions survivent au-delà du moment même).

Sur le coup, j'ai fait ce petit sondage pour alimenter ma réflexion. Puis, lorsque j'ai relu ce que mes collègues enseignants avaient produit, j'ai réalisé que ma question était assez complexe. Il y a bien sûr cette idée de vocabulaire qui cause certaines difficultés, surtout lorsqu'on est en présence d'enseignants qui viennent de différents pays de la francophonie, mais la complexité dépasse ce stade pour plusieurs enseignants. L'enjeu se situe en fait autour du type de mathématiques qui sont

exploitées à travers ces deux représentations, à travers les diagrammes et les graphiques.

Pour faciliter la compréhension des réponses données par mes collègues, j'ai classé celles-ci en deux catégories. La première catégorie est celle où la distinction soulevée par les enseignants est liée à la compréhension du vocabulaire et à une certaine hiérarchisation des notions de diagramme et de graphique. Cela se traduit souvent par le fait que le graphique est un sous-ensemble de diagramme ou que le diagramme est un sous-ensemble de graphique. Les deux notions sont alors liées par une hiérarchie et il n'existe pas de conflit au niveau de leur usage en mathématiques. La deuxième catégorie de réponses rassemble les points de vue où diagramme et graphique sont différenciés par leur utilisation en mathématiques, où on explicite souvent que le diagramme a davantage un rôle en statistiques, avec des données fixes, alors que le graphique exploite l'idée de covariation entre deux quantités.

Toutefois, bien que ces deux catégories de réponses aident à mieux comprendre les différents types de réponses données à la question « Quelle est la différence, pour vous, entre un diagramme et un graphique ? », dans certains cas un flou demeure. Il y a des cas où une partie de la réponse correspond à la première catégorie et où une autre partie de la réponse convient davantage à l'autre catégorie, comme dans le cas de l'enseignant A, qui est présenté ci-dessous. Mais, ce qui est important pour moi dans ce premier « débroussaillage » est de faire ressortir les idées dominantes que mes collègues enseignants ont exprimées au sujet de la différence entre diagrammes et graphiques. Ces perceptions me permettent de clarifier mon questionnement et sont réinvesties par la suite dans l'analyse que je fais des lexiques et des manuels scolaires, de même que dans ma fouille historique sur l'élaboration de ces notions

1.2.1 Distinction hiérarchique entre diagramme et graphique

Présentation des idées des enseignants

Je présente ci-dessous ce que mes collègues enseignants ont exprimé au sujet des diagrammes et des graphiques dans une forme très semblable à celle qu'ils ont privilégiée, et ce, dans un souci d'illustrer le type de raisonnement exploité par chacun d'entre eux. Les passages soulignés, que j'interprète plus loin, mettent selon moi en évidence la distinction entre graphique et diagramme pour ces enseignants. Par ailleurs, ces derniers ne sont pas nommés pour veiller à une certaine anonymité.

Figure 1.2.1.1 – Reproduction des réponses des enseignants A, B et J

Enseignant A

« Question que je me pose : peut-on inclure dans la définition de graphique, un diagramme circulaire par exemple? »

Enseignant B

« Pour moi, un graphique est un outil de représentation de données. Il permet de représenter plusieurs séries de données. Parmi les graphiques, il y a plusieurs types :

- diagramme circulaire  ou demi-circulaire 
- histogramme ou diagramme en bâtons  
- graphique cartésien ou courbes.  

Donc les diagrammes sont un type de graphique selon moi. »

Enseignant J

« Dans ma vision des choses, le diagramme et le graphique nous permettent de visualiser des résultats. En fonction de ce que l'on veut montrer on va choisir son type de représentation.

Un diagramme est pour moi un graphique mais pas inversement.

J'utiliserais le diagramme comme graphique pour mettre en évidence « des proportions » (5%, 25%, ...).

Et j'utiliserais d'autres types de graphiques pour visualiser une évolution dans le temps. »

Figure 1.2.1.2 – Reproduction des réponses des enseignants K, L et M

Enseignant K

« Pour moi, un graphique (au sens mathématique) est basé sur des axes, ayant chacun une signification précise, et dont au moins un donne des valeurs numériques.

Exemple : représentation graphique d'une fonction, population par pays, ...

Un diagramme a beaucoup moins de contraintes.

Exemple : Organigramme, présentation d'un algorithme, ... »

Enseignant L

« Un graphique est plus général qu'un diagramme.

J'utilise un ou des diagrammes pour former un graphique. »

Enseignant M

« Je ne sais pas! Mais je me demande si un diagramme n'est pas un terme plus général. Quelle est la contrainte pour qu'un diagramme devienne un graphique? »

Interprétation et réflexion sur ces idées

Les idées des enseignants que j'ai regroupées ici s'enroulent donc autour d'une distinction hiérarchique, de cette conception voulant que diagramme et graphique soient liés l'un à l'autre, où un des deux englobe l'autre. Si on regarde les réponses des enseignants B et L, on note que pour eux le terme graphique englobe la notion de diagramme. L'enseignant B l'énonce en conclusion : « les diagrammes sont un type de graphique selon moi » alors que l'enseignant L l'annonce dès le départ : « Un graphique est plus général qu'un diagramme ». L'idée qu'un graphique sert à représenter des données est également présente chez ces deux enseignants. Toutefois, pour l'enseignant L, il y a une phrase que j'ai du mal à comprendre : « J'utilise un ou des diagrammes pour former un graphique. » On comprend que l'idée est encore présente de voir le diagramme comme un sous-ensemble de graphique, mais un exemple visuel aurait aidé à mieux saisir ce que cet enseignant veut exprimer par le fait qu'*un ou des* diagrammes forment *un* graphique.

Par ailleurs, pour l'enseignant M, cette hiérarchisation des notions de diagramme et de graphique semble être à l'opposé de celle des enseignants B et L : « Mais je me demande si un diagramme n'est pas un terme plus général. » L'enseignant M enchaîne ensuite avec l'idée qu'un diagramme se voit soumis à certaines contraintes pour pouvoir être appelé un graphique. Cette idée m'amène à me pencher sur cette question : Quelle pourrait être cette contrainte? L'enseignant M n'en dit pas plus, mais cette même idée de « contrainte » est en quelque sorte exploitée par l'enseignant K, qui indique que le diagramme possède moins de contraintes que le graphique, qui lui doit s'appuyer sur des axes dont au moins un est un axe numérique. Voilà énoncé un critère de différenciation. L'enseignant K émet donc des idées allant dans le sens de l'enseignant M, mais en spécifiant ce qui selon lui permet une différenciation entre diagramme et graphique. Cette idée me semble donc être plus développée que celle de l'enseignant M, car pour l'enseignant K il y a toujours cette notion de hiérarchie, mais cette fois-ci l'enseignant pose certaines bases qui permettent la classification. Toutefois, on peut s'imaginer que si l'enseignant K considère qu'un seul axe doit être numérique pour qu'une représentation soit un graphique, cela implique qu'un diagramme à bandes ou un diagramme à bâtons répondent à sa définition de graphique. Enfin, le fait que l'enseignant K pose une ligne directrice pour différencier diagramme et graphique se distingue aussi des approches des enseignants B et L, qui ne s'étaient pas appuyés eux non plus sur un argument quelconque pour soumettre leur vision du diagramme englobant le graphique. Cette idée a simplement été énoncée, comme s'il s'agissait d'un fait connu ou d'une sorte d'intuition de la part de ces enseignants.

Donc, jusqu'ici, je relève deux façons de concevoir la hiérarchie entre diagramme et graphique qui sont contraires l'une à l'autre. Il reste toutefois les enseignants A et J. Dans le cas de l'enseignant A, il n'y a pas de prise de position quant à la hiérarchie et il est à noter que la majeure partie de sa réponse est dans la deuxième catégorie de réponse. Toutefois, cet enseignant lance une question qui peut

être associée à cette idée de hiérarchie : « Peut-on inclure dans la définition de graphique, un diagramme circulaire par exemple? ». Il y a donc là un questionnement sur l'inclusion du concept de diagramme dans un concept plus large qui serait celui de graphique, ce qui se rapproche des définitions « hiérarchiques » données par les enseignants B et L. Cette question laissée en suspens n'est pas anodine selon moi, dans le sens où l'enseignant pose la question sans y répondre, réfléchissant probablement sur le sujet, sans vouloir trancher immédiatement. Je retrouve dans la réflexion de l'enseignant A une autre raison justifiant la pertinence de creuser davantage le lien se profilant entre diagramme et graphique.

Enfin, il y a l'enseignant J qui présente une explication un peu plus complexe à décortiquer, car au début il semble que pour lui un diagramme et un graphique soient deux représentations sur un même pied d'égalité et que l'on choisisse le type de représentation « en fonction de ce que l'on veut montrer ». Avec cet extrait, on peut penser que la vision de cet enseignant s'apparente davantage à la deuxième catégorie de réponse, où l'on distingue diagramme et graphique par leur usage mathématique. Toutefois, l'enseignant J enchaîne en disant qu'« Un diagramme est pour moi un graphique, mais pas inversement. ». Donc, l'enseignant J se range du point de vue des enseignants de cette catégorie de réponses, particulièrement de l'avis des enseignants B et L, qui considèrent le graphique comme englobant le diagramme. La suite de l'explication de l'enseignant J n'est pas très facile à saisir par ailleurs, car il explique que le diagramme peut être utilisé comme un graphique dans certains cas, pour les proportions par exemple, alors que dans d'autres cas il faudrait choisir d'autres types de graphiques, par exemple pour montrer une évolution dans le temps. Comme cet enseignant ne nomme ni ne représente aucun type de diagramme ou de graphique en particulier pour appuyer ses affirmations, son explication de ce qui distingue les deux notions ciblées demeure floue. On peut donc dire que l'enseignant J se trouve à être à cheval entre les deux catégories de réponses identifiées. Bref, l'ambivalence observée chez cet enseignant ajoute à l'intérêt de démêler les notions

de diagramme et de graphique, et ceci montre que la question qui m'interpelle n'est pas facile à répondre et qu'elle suscite une investigation en soi.

Pour conclure sur ces premières réponses obtenues de mes collègues, je crois qu'il faut retenir que cette notion de hiérarchie entre les deux notions est privilégiée par certains enseignants. Si pour plusieurs il semble que cette hiérarchie soit plutôt liée à une intuition, dans le cas de l'enseignant K, une contrainte a été énoncée pour mieux comprendre comment s'effectue selon lui cette hiérarchie. Je retire de ces orientations une piste d'orientation pour ma propre réflexion. En effet, pour apporter un sens au lien qui unit diagramme et graphique, il faut s'appuyer sur certains critères et sur certaines contraintes. C'est dans cette quête de critères et de contraintes de différenciation que je poursuis mes observations portant sur les idées des autres enseignants qui ont participé à la discussion, ceux qui ont formulé leur réponse à la question de départ en faisant cette fois référence à l'usage mathématique propre à chacune des représentations qui nous intéressent.

1.2.2 Distinction au niveau de l'usage mathématique

Présentation des idées des enseignants

Ci-dessous, je présente les idées des enseignants dans une forme très semblable à celle qu'ils ont présentée sur papier. Ici aussi, les éléments importants ont été soulignés par un pointillé, ce qui guide ma réflexion dans les prochaines pages.

Figure 1.2.2.1 – Reproduction des réponses des enseignants A, C et D

Enseignant A

« Je ne me suis jamais posé la question...

Un diagramme peut être : - à bâtons 

- circulaire 

- histogramme

- ...

et sert à organiser l'information et à rendre plus lisible les informations que l'on veut mettre en valeurs.

Un graphique  (graphe)

il y a une variable qui dépend de l'autre, une dépendance (exemple : représentation de la vitesse d'un conducteur en fonction du temps). »

Enseignant C

« Graphique : représentation d'une fonction / d'un paramètre sur un axe / un repère gradué.

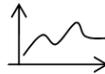
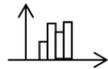


Diagramme : représentation d'une fonction où la variable prend des valeurs singulières



dans un repère orthonormé,

ou bien où elle est définie sur des intervalles donnés



dans un repère orthonormé,

ou sous forme de repère circulaire relatif aux pourcentages. »

*Enseignant D*

« Ce n'est pas égal, cela dépend :

- du nombre de séries de données (2 pour le graphique cartésien, ≥ 2 pour les diagrammes)
- de la représentation visuelle
- de l'objectif, ce qu'on veut montrer.

Exemple : Le diagramme représente plus la proportion, le graphique cartésien représente plus l'évolution. »

Figure 1.2.2.2 – Reproduction des réponses des enseignants E, F et G

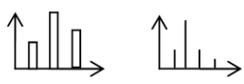
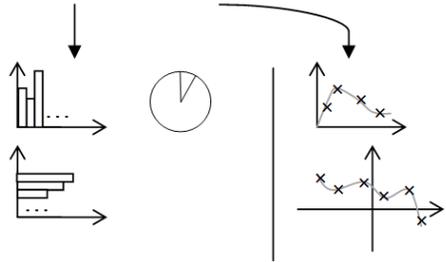
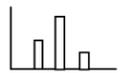
| | |
|---|---|
| <p><i>Enseignant E</i> « Diagramme : plusieurs représentations</p> <ul style="list-style-type: none"> - circulaire  - en bâtons  - courbe  <p>Diagramme permet de <u>représenter une série statistique sur un caractère associé à des résultats.</u></p> | <p>Graphique : représentation avec 2 axes puis points ou courbe</p>  <p>Deux variables évoluent l'une en fonction d'une autre (variables numériques).</p> <p>Graphique permet de <u>représenter aussi des fonctions, modélisations d'études statistiques et plus... »</u></p> |
| <p><i>Enseignant F</i> « Différences entre diagramme et graphique :</p> <p>Mes représentations</p>  <p>D'après moi, les diagrammes et graphiques permettent de traduire des données mathématiques recueillies. Selon mes idées, j'estime que <u>les graphiques permettent de représenter l'évolution, de faire des liens entre les coordonnées, ce qui n'est pas le cas pour les diagrammes.</u> »</p> | |
| <p><i>Enseignant G</i> « Graphique : permet la <u>représentation de résultats statistiques</u></p>  <p>et la <u>représentation de fonction.</u></p>  <p>Diagramme : permet la <u>mise en relation de différentes composantes.</u> </p> <p>Similitudes : représentation « imagée » (pas uniquement des nombres) de données mathématiques ou statistiques. »</p> | |

Figure 1.2.2.3 – Reproduction des réponses des enseignants H et I

Enseignant H

« Pour moi, un diagramme est quelque chose de statique alors que pour moi le graphique a une notion d'infini. Les deux sont des outils pour représenter une réalité de façon pratique. Par contre, si je fais un diagramme, je représente quelque chose de terminé, « qui n'évoluera plus », alors que le graphique, lui permettra par exemple d'extraire une fonction qui nous amènera plus loin que la simple représentation visuelle. De plus, le diagramme ne représente pas nécessairement quelque chose de mathématique, alors que le graphique oui. »

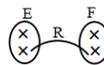
Enseignant I

« Un diagramme est une représentation visuelle simplifiée et structurée des concepts, des idées, des constructions, des relations et des données statistiques. Il est employé dans tous les aspects des activités humaines pour visualiser et clarifier la matière.

Un diagramme peut décrire un phénomène et représenter les parties d'un ensemble.

En mathématiques, un diagramme est un schéma utilisé pour représenter des objets et de support au raisonnement. On peut distinguer plusieurs types de diagramme :

- Diagramme de Venn ou diagramme d'Euler : utilisé pour représenter les ensembles ainsi que leurs éléments.
- Diagramme cartésien ou diagramme des relations.



Un graphe est une représentation avec les axes des coordonnées lorsqu'on muni le plan ou l'espace d'un repère. Il s'agit d'une dépendance entre les variables représentées sur chaque axe. »

Interprétation et réflexion sur ces idées

Dans cette section, il est d'abord intéressant de remarquer que plusieurs enseignants ont eu recours à une représentation visuelle, alors qu'un seul enseignant a fait de même pour les réponses de la première catégorie. Toutefois, ces représentations visuelles suscitent beaucoup de questionnement, car il arrive qu'une même représentation désigne tantôt un « diagramme », tantôt un « graphique », d'un enseignant à un autre, et parfois pour un même enseignant. Cela illustre le fait que la classification des représentations visuelles n'est pas universelle et que d'un enseignant à un autre la distinction entre diagramme et graphique varie. Je regroupe à nouveau les réponses qui s'articulent autour d'un même thème, tout en faisant ressortir les différences en jeu.

Comme j'ai terminé ma première réflexion sur les idées de l'enseignant J, qui était en partie positionné sur une distinction hiérarchique et en partie sur une distinction liée à l'usage mathématique, l'enseignant D, dans des mots semblables à l'enseignant J, indique que « le diagramme représente plus la proportion, le graphique cartésien représente plus l'évolution ». Cette fois-ci, la position est assez claire : il y a une différence au niveau de l'usage mathématique entre diagramme et graphique. L'enseignant D indique également une autre contrainte importante pour l'usage du graphique cartésien : la présence de deux séries de données, un plus grand nombre de séries de données pouvant être représentées par un diagramme. Cet enseignant propose donc un nouveau critère sur lequel s'appuyer pour distinguer diagramme et graphique : le fait que le graphique permet de représenter deux séries de données, alors que le diagramme peut en représenter plus de deux.

Par ailleurs, plusieurs des réponses des enseignants de cette catégorie s'articulent autour de la notion de « continuité », qui serait caractéristique du graphique. Cette particularité est souvent mentionnée par les enseignants, mais pas toujours dans ces termes exacts. Dans les réponses obtenues, on voit ressortir davantage l'idée de dépendance entre deux variables et la référence au concept de fonction, qui renvoie à la notion de covariation entre deux grandeurs. Les enseignants A, C, E, F, H et I exploitent tous une argumentation allant dans ce sens. Ce critère est donc un autre élément à considérer dans ma réflexion sur ce qui peut différencier les diagrammes et les graphiques.

D'abord, l'enseignant A précise que le graphique est utilisé comme outil pour représenter une variable qui dépend d'une autre, alors que le diagramme sert à organiser l'information. Par ailleurs, cet enseignant a fourni des esquisses pour illustrer son propos. Mon attention se porte en particulier sur celle qui accompagne la définition de graphique. Est-ce que cette esquisse peut aussi représenter un diagramme à ligne brisée? C'est une question que je lance sans y répondre, car il est tôt pour formuler une hypothèse ici. Toutefois, il faut se questionner sur la présence

des petits points mis en évidence sur la « courbe » (ou sur la « ligne brisée ») proposée dans cette représentation visuelle du concept de graphique. S'agit-il d'un critère de différenciation entre diagramme et graphique? La recherche dans les lexiques et les manuels scolaires pourra peut-être apporter une réponse à cette question.

D'autre part, les réponses présentées par les enseignants C et E offrent une nouvelle piste de réflexion. Si on s'intéresse à la représentation que j'ai nommée « Esquisse avec des points » (voir figure 1.2.2.4), on remarque que l'enseignant C affirme que cette représentation est un diagramme, alors que l'enseignant E affirme que cette représentation est un graphique. Cela amène un questionnement : Où classe-t-on cette représentation? Est-ce un graphique cartésien? Est-ce un diagramme? Est-ce les deux?

Figure 1.2.2.4 – Esquisse avec des points



Si on regarde la réponse fournie par l'enseignant C qui suggère que cette représentation est associable à un diagramme, on note qu'il explique que cette esquisse représente « une fonction où la variable prend des valeurs singulières dans un repère orthonormé », alors qu'il définit un graphique comme étant la représentation d'une fonction. D'ailleurs, c'est une courbe continue qui figure dans l'esquisse de la représentation qu'il donne pour le graphique. Cela peut être cohérent avec l'idée que pour être nommée « graphique » la représentation doit présenter une continuité observable entre deux points, que ceux-ci doivent être reliés et que la courbe obtenue démontre qu'une infinité de couples de valeurs établis en x et en y valide la relation de dépendance observée. Toutefois, des questionnements émergent à ce propos. La

présence de la continuité qu'on attribue au graphique cartésien peut sous-entendre qu'il existe des couples de valeurs entre deux couples identifiés. Or, ce fait n'empêche pas selon moi qu'on puisse accepter des représentations comme celle de la figure 1.2.2.4 comme étant des graphiques. Par exemple, on peut penser à une situation fonctionnelle qui n'admettrait que des valeurs entières en abscisses.

De son côté, l'enseignant E suggère une esquisse similaire à celle de la figure 1.2.2.4 pour représenter un graphique. Cela est donc à l'opposé de ce que dit l'enseignant C. De plus, l'enseignant E souligne que le diagramme sert à représenter une série statistique, alors qu'un graphique permet de modéliser une étude statistique. Voilà un autre critère de différenciation : on voit bien que pour cet enseignant, l'usage mathématique de la représentation ciblée est « la contrainte » première lui permettant de choisir entre l'usage du diagramme ou bien du graphique. Ce qu'il amène comme critère, comme contrainte, constitue un élément nouveau dans cette longue réflexion : et si ce lien entre diagramme et graphique, qui mène à associer l'un à l'autre et vice-versa, était justement liée à l'idée de cet enseignant, à savoir qu'on utilise tantôt un diagramme pour représenter les données d'une étude statistique et tantôt un graphique cartésien pour modéliser une situation issue d'une étude statistique? Enfin, pour conclure avec l'enseignant E, je dois dire que la présence de la représentation où on observe une « courbe » à la fois dans le diagramme et dans le graphique me laisse un peu perplexe, mais peut-être que l'esquisse de « courbe » dans la définition du diagramme se voulait une représentation d'un diagramme à ligne brisée? Malgré qu'intéressante, il demeure difficile de tirer une conclusion plus étoffée sur ce point avec cette seule représentation.

D'autre part, les enseignants F, H et I ont également souligné dans leur explication l'importance de la dépendance entre les données en ce qui concerne le graphique cartésien. L'enseignant F ramène d'abord cette idée d'évolution, qui avait déjà été amenée par les enseignants D et J, et rajoute une précision importante : « les graphiques permettent de représenter l'évolution, de faire des liens entre les

coordonnées, ce qui n'est pas le cas pour les diagrammes. » On remarque aussi que pour l'enseignant F plusieurs représentations visuelles sont fournies. Dans la catégorie « diagramme », il offre deux diagrammes à bandes, un avec des bandes horizontales et un avec des bandes verticales, de même qu'un diagramme circulaire, alors que dans la catégorie « graphique », deux représentations sont données d'un plan cartésien, une avec uniquement le premier quadrant et l'autre présentant les quatre quadrants. Cela donne un bon aperçu de la représentation des diagrammes et des graphiques pour cet enseignant.

Pour l'enseignant H, le diagramme apparaît figé dans le temps, où il n'y a pas d'évolution. Il le dit bien : « un diagramme est quelque chose de statique alors que pour moi le graphique a une notion d'infini ». Ce qui est intéressant chez lui est lorsqu'il spécifie que le diagramme est dans un état « terminé », ce qui fait encore référence à la notion de continuité. En conclusion, l'enseignant H propose quelque chose de singulier : pour lui, un diagramme ne représente pas nécessairement quelque chose de mathématique. Voilà qui s'apparente aux propos de l'enseignant I, qui explique « qu'un diagramme est une représentation visuelle simplifiée et structurée des concepts, des idées, des constructions, des relations et des données statistiques ». Comme quoi des diagrammes existent aussi pour représenter des idées autres que mathématiques.

La réponse de l'enseignant I me semble confuse. Il parle du diagramme de Venn, du diagramme d'Euler et d'un diagramme de relations (diagramme sagittal). Il parle aussi du diagramme cartésien, sans toutefois donner de spécifications sur ce sujet. Et, plus bas, il nomme « graphe »³ ce que je nomme dans ce travail graphique

³ Le terme « graphe » est parfois employé pour désigner le graphique d'une fonction, mais comme il est aussi employé dans la théorie des graphes, où cela désigne un ensemble d'objets représentés par des points, appelés sommets, qui sont reliés entre eux par des traits, appelés arcs ou arêtes. Pour cette raison, j'ai choisi d'ignorer le terme « graphe » et de me concentrer dans ce travail sur le terme « graphique » qui désigne plus proprement la représentation qui nous intéresse.

cartésien. L'enseignant I mentionne néanmoins qu'une dépendance entre les variables est observable pour le graphique (et non pour le diagramme).

Enfin, l'enseignant G utilise une distinction en lien avec l'usage mathématique associé à la représentation choisie, mais il ne fait pas référence à la notion de covariation et de continuité, comme l'ont fait la plupart des autres enseignants. Pour lui, la représentation de données statistiques et la représentation de fonctions sont les visées du graphique alors que le diagramme « permet la mise en relation de différentes composantes ». Cet enseignant fournit aussi des représentations visuelles : un diagramme à bandes et un graphique cartésien figurent sous la catégorie « graphique », alors qu'un diagramme de Venn est donné en exemple pour le concept de diagramme. Bref, il semble que pour cet enseignant, les graphiques soient davantage liés à un usage mathématique, qu'il soit de l'ordre des statistiques ou de représentations fonctionnelles, alors que les éléments mis en relation dans un diagramme ne sont pas à proprement parler « mathématiques ». Du moins, c'est ce qui peut être interprété, puisqu'un diagramme de Venn ne met pas nécessairement en relation des composantes mathématiques.

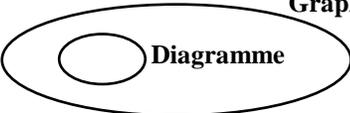
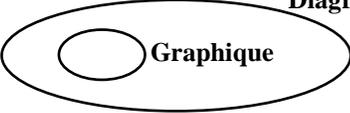
Bref, je pense qu'il faut retenir de cette deuxième séquence de réponses de mes collègues enseignants que cette idée de covariation, de dépendance entre les variables, qui s'observe souvent par la continuité liée à une relation fonctionnelle, a permis à bon nombre d'enseignants de distinguer le graphique du diagramme. Une idée récurrente à travers les réponses des enseignants de cette catégorie a justement été que les diagrammes sont davantage liés aux statistiques et les graphiques à la représentation de fonctions. Un enseignant a d'ailleurs soulevé un point important : le graphique peut servir à modéliser une situation issue d'une étude statistique, alors que le diagramme permet de représenter les données d'une étude statistique. Il y a là une piste pour le lien entre les notions de diagramme et de graphique. Il est aussi ressorti cette idée que les diagrammes ne sont pas des représentations qui servent uniquement en mathématiques et qu'elles peuvent exposer différentes idées.

1.2.3 Synthèse des idées ayant émergé dans cette discussion/sondage

La réflexion que j'ai menée de concert avec mes collègues enseignants a généré des idées variées à la question : « Quelle est la différence entre un diagramme et un graphique? ». Dans un premier temps, j'ai regardé les réponses qui impliquaient une hiérarchie entre les notions de diagramme et de graphique. Le fait que deux hiérarchies contradictoires ressortent des réponses des enseignants me permet de valider mon intuition de départ dans cette préoccupation sur le lien possiblement conflictuel entre diagramme et graphique. De plus, les idées de la deuxième catégorie de réponses, où les enseignants considèrent que la différence entre les notions n'est pas liée à un ordre de grandeur ou d'importance mais à l'utilisation et à l'exploitation de ces notions dans différents champs mathématiques, permettent déjà d'établir certains critères de différenciation entre les diagrammes et les graphiques.

Dans le tableau 1.2.3 de la page suivante j'ai regroupé les idées qui ressortent de ce « sondage » qui a eu lieu en février 2012. Celles-ci suggèrent une première entrée sur les ressemblances et les différences qui se profilent entre les notions de diagramme et de graphique. Elles permettent de confirmer la pertinence de la question qui m'habite. Mon questionnement et mon investigation se poursuivent dans les prochains chapitres où je souhaite apporter un éclairage à ma question de départ, en regardant ce qui se dit dans les ouvrages de référence consultés par les enseignants à propos des diagrammes et des graphiques.

Tableau 1.2.3 – Tableau synthèse des réflexions initiales sur la distinction entre diagramme et graphique

| Tableau synthèse – Réflexions initiales | |
|---|---|
| Distinction hiérarchique entre diagramme et graphique | <ul style="list-style-type: none"> Graphique est un terme plus général que diagramme. Les diagrammes sont donc vus comme un type de graphique. <div style="text-align: center;">  <p>Graphique</p> <p>Diagramme</p> </div> |
| | <ul style="list-style-type: none"> Diagramme est un terme plus général que graphique. Les graphiques sont donc vus comme un type de diagramme. Le diagramme possède moins de contraintes que le graphique, qui lui doit s'appuyer sur des axes dont au moins un est un axe numérique. « Un diagramme est pour moi un graphique, mais pas inversement. » <div style="text-align: center;">  <p>Diagramme</p> <p>Graphique</p> </div> |
| Distinction au niveau de l'usage mathématique | <ul style="list-style-type: none"> Le graphique cartésien implique toujours deux séries de données, alors que le diagramme peut en représenter plus de deux. |
| | <ul style="list-style-type: none"> La distinction entre diagramme et graphique réside en la notion de continuité qu'on retrouve seulement dans le concept de graphique. Cette idée est liée à la notion de dépendance entre deux variables et par la référence au concept de fonction, qui renvoie à la notion de covariation entre deux grandeurs. |
| | <ul style="list-style-type: none"> Un graphique cartésien comportant uniquement des points, tel qu'illustré à la figure 1.2.2.4, peut être considéré comme un graphique ou comme un diagramme. |
| | <ul style="list-style-type: none"> Le diagramme peut être utilisé pour représenter les données d'une étude statistique, alors que le graphique cartésien sert à modéliser une situation issue d'une étude statistique. |
| | <ul style="list-style-type: none"> Derrière le graphique il y a cette idée d'évolution, de covariation, alors qu'un diagramme est statique. |
| | <ul style="list-style-type: none"> Un diagramme ne représente pas nécessairement quelque chose de mathématique. |

CHAPITRE 2

UNE ENTRÉE PAR LES LEXIQUES MATHÉMATIQUES

Dans ce chapitre, je présente les définitions issues d'ouvrages de référence en mathématiques dans le but de mieux comprendre ce en quoi les graphiques et les diagrammes peuvent se ressembler et se distinguer. Pour chacun des huit lexiques consultés, j'explique les différences ou les ressemblances relevées entre les graphiques et les diagrammes, en regardant les descriptions en mots qui sont données et les représentations visuelles qui accompagnent ces descriptions.

La façon dont je procède pour l'analyse des lexiques est la suivante : je présente d'abord le contexte d'utilisation de chaque lexique et la raison pour laquelle j'ai choisi de m'intéresser à cet ouvrage en particulier. Puis, je regarde les définitions données pour graphique et diagramme. Un paragraphe intitulé « Discussion » suit les définitions, où s'insèrent mes commentaires et mes réflexions, de même que des comparaisons entre les différentes définitions rencontrées. **Les diagrammes qui m'intéressent dans cette analyse sont ceux qui sont le plus susceptible d'entrer en relation avec les graphiques. J'ai donc retenu les diagrammes qui, comme les graphiques, possèdent deux axes perpendiculaires : le diagramme à ligne brisée, le diagramme à bandes et le diagramme à bâtons.** Les diagrammes qui ont des formes particulières comme le diagramme circulaire ou encore le diagramme de Venn ne m'intéressent pas ici. **Cet intérêt pour les diagrammes à bandes, à bâtons et à ligne brisée trouve aussi son ancrage dans ce qui m'a interpellé à faire ce projet de recherche, c'est-à-dire dans la solution particulière de l'élève de deuxième secondaire que j'ai présenté au chapitre précédent, qui entremêlait justement ces types de diagrammes et la notion de graphique.**

2.1 Lexique mathématique Enseignement Secondaire, Éditions du Triangle d'Or

Présentation de l'ouvrage

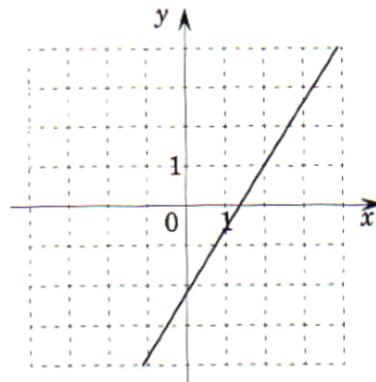
Ce lexique rédigé par Denis de Champlain, Pierre Mathieu, Paul Patenaude et Hélène Tessier a été retenu puisque cet ouvrage de référence s'adresse spécifiquement à l'enseignement de niveau secondaire. Il s'agit d'un ouvrage publié au Québec en 1996. Comme l'intention de ce lexique est de regrouper des connaissances de base et des connaissances mathématiques plus avancées, cela cadre bien avec mon intention de regarder de plus près ce qui est proposé comme définition pour les notions de diagramme et graphique. De plus, ce lexique me paraît pertinent pour mon analyse, car on y dénote un souci d'accompagner les définitions d'exemples, de remarques et de propriétés.

Définition de graphique

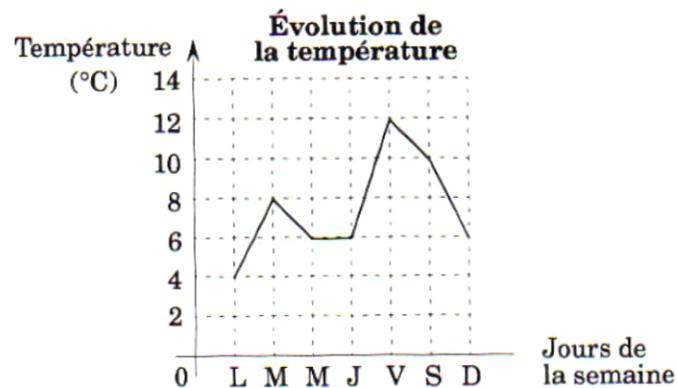
Dans le lexique des Éditions du Triangle d'Or, voici la définition qu'on donne à graphique : « points, ligne ou ensembles de lignes qui représentent les variations d'une grandeur mesurable ». Deux représentations visuelles sont données en exemple et accompagnent cette définition (voir figure 2.1.1).

Figure 2.1.1 - Graphiques illustrés dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or, p.21

- Voici un plan cartésien; la droite tracée sur ce plan cartésien est le graphique de l'équation $y = \frac{5}{3}x - \frac{7}{3}$.



- Voici un diagramme à ligne brisée; la ligne brisée est le graphique de l'évolution de la température.

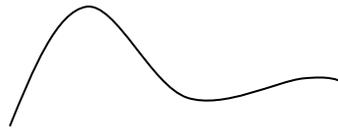


Discussion

Ce qui attire mon attention dès le départ dans la définition donnée pour le graphique est l'idée qu'on s'intéresse aux variations d'une seule grandeur. N'y a-t-il pas deux grandeurs en jeu ici? Je lance la question maintenant et j'y reviens plus loin dans le chapitre. De plus, dans la figure 2.1.1, le graphique est présenté de deux

manières différentes : en haut dans un plan cartésien et en bas dans un diagramme à ligne brisée. Je vois chez les auteurs de ce lexique qu'il y a nécessairement un lien entre graphique et diagramme, par la présence du plan quadrillé qui soutient chacune des représentations suggérées. Toutefois, dans ce lexique, il n'est pas dit que le diagramme à ligne brisée *est* un graphique, mais que la ligne brisée, la « courbe », *est* le graphique. Cela me semble cohérent avec la définition donnée par ce lexique voulant que le graphique soit composé de « points, ligne ou ensemble de lignes ». Enfin, cette définition suggère un questionnement intéressant : une telle représentation, la « courbe », peut-elle exister et être identifiée comme étant un graphique si elle est présentée sans axe? Si le tracé de la courbe est vraiment ce qui constitue le graphique, est-ce que cela implique qu'un trait indépendant d'axes est aussi un graphique?

Figure 2.1.2 – Trait indépendant d'axes



À mon avis, le sens mathématique que prend la courbe réside bien sûr dans sa forme, mais surtout grâce aux axes auxquels la courbe se réfère usuellement. Ces axes doivent exister dans la représentation pour donner du sens à cette courbe et ainsi créer le graphique. Ces axes identifient les grandeurs qui sont en relation, soit les *deux* grandeurs qui sont en relation. Bref, si la définition que propose le lexique des Éditions du Triangle d'Or pour le graphique est uniquement « points, ligne ou ensemble de lignes », je pense qu'il faut demeurer vigilant à ce que cela peut impliquer, comme le suggère la figure 2.1.2 par exemple.

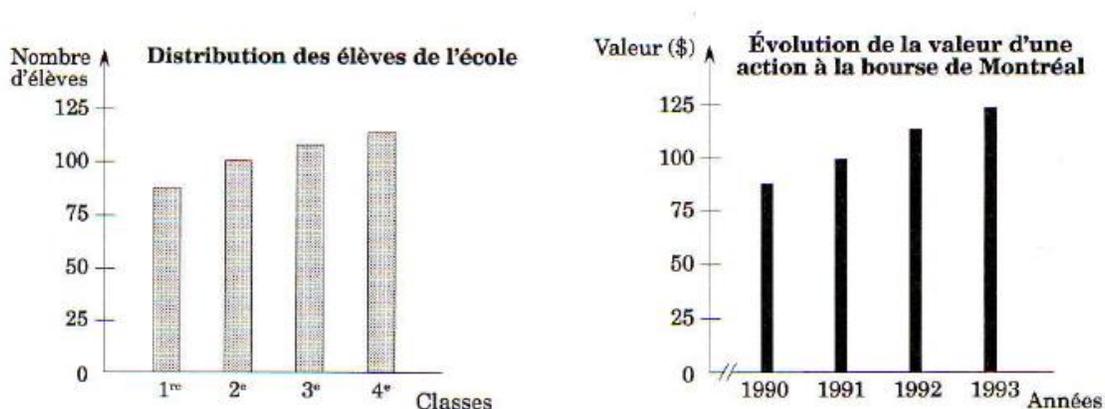
Définition de diagramme

Je vais maintenant mettre en contraste la définition donnée pour le diagramme avec ce qui vient d'être dit sur les graphiques. D'abord, le lexique définit diagramme au sens large, avant de procéder aux définitions plus spécifiques d'une dizaine de diagrammes (à bandes, à bâtons, à pictogrammes, à ligne brisée, circulaire, de Venn, de Carroll, en arbre, de quartiles, en radar, minimum/maximum, sagittal). Pour diagramme, on lit : « terme général utilisé pour désigner une représentation schématique d'un ensemble de données d'un ou de plusieurs phénomènes ». Quelques remarques des auteurs suivent pour préciser quel type de diagramme il est préférable d'utiliser selon la nature du caractère statistique étudié. Donc, jusqu'ici dans ce lexique, je retiens que par graphique on entend « courbe » (points, ligne ou ensemble de lignes) et que par diagramme on entend « schéma ».

Définition de diagramme à bandes et de diagramme à bâtons

Ci-dessous on peut voir les représentations données dans le lexique des Éditions du Triangle d'Or pour ces deux types de diagramme.

Figure 2.1.3 – Diagramme à bandes (à gauche) et diagramme à bâtons (à droite)
illustrés dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or, p.29-30



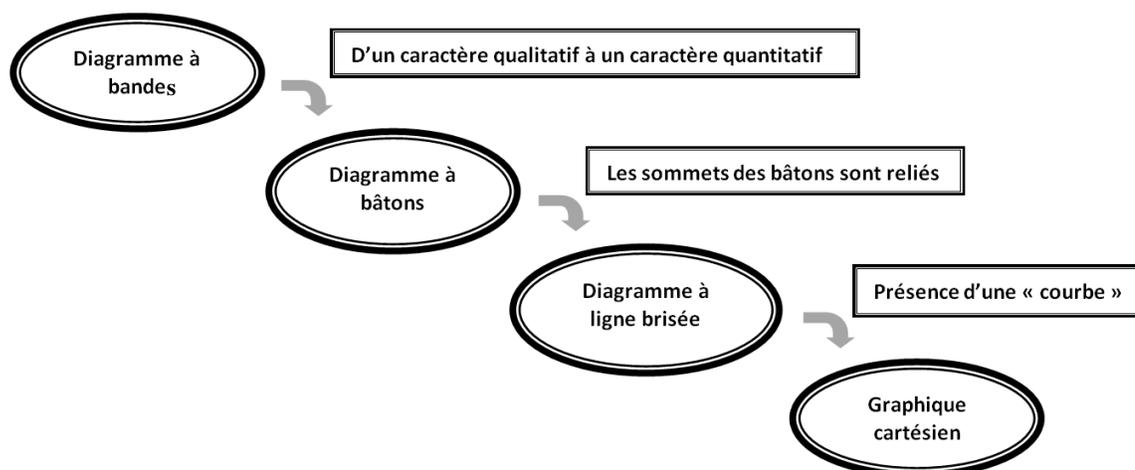
Dans ce lexique, on explique que dans ces deux types de diagrammes on retrouve des bandes : « ... dont la longueur est proportionnelle à la grandeur associée à cette modalité ou à cette valeur ». On explicite toutefois la différence majeure entre le diagramme à bandes et le diagramme à bâtons. Pour le premier, on dit qu'il est utilisé lors de l'étude d'une distribution à variable statistique qualitative, alors que pour le second la variable statistique étudiée est quantitative. Un peu plus loin, les auteurs du lexique indiquent que « le diagramme à ligne brisée peut être associé au diagramme à bâtons en ce sens qu'il relie les sommets des bâtons ».

Discussion

Ce lexique proposent donc deux spécifications fort intéressantes : le diagramme à bandes s'apparenterait au diagramme à bâtons et s'en distinguerait par la nature qualitative du caractère à l'étude, alors que le diagramme à bâtons serait de son côté relié au diagramme à ligne brisée en ne conservant que les sommets des bâtons (pour ensuite les relier). Enfin, le diagramme à ligne brisée serait pour sa part lié au graphique cartésien par la présence de la courbe, tel qu'on l'a observé plus tôt (voir figure 2.1.1 et le paragraphe qui suit la figure). D'ailleurs, dans ce lexique, la ligne brisée est considérée comme un graphique.

La figure 2.1.4 de la page suivante illustre cette relation que je viens de décrire, cette relation illustrant les liens entre diagrammes et graphique tels que proposés par les auteurs du lexique des Éditions du Triangle d'Or.

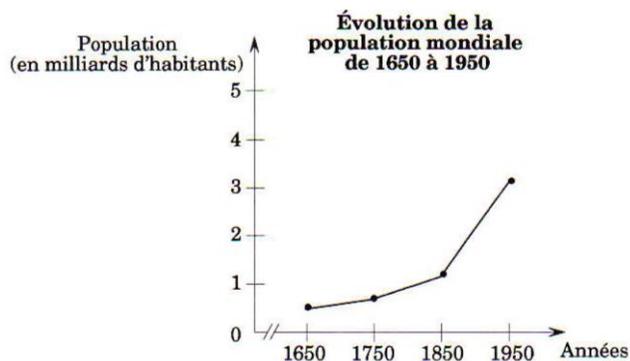
Figure 2.1.4 – Schéma relationnel entre diagrammes et graphique dans le lexique des Éditions du Triangle d'Or



Définition de diagramme à ligne brisée

On explique que ce diagramme « convient particulièrement bien pour représenter une distribution d'un caractère statistique quantitatif » et qu'on l'emploie pour illustrer un phénomène continu dans le temps. De plus, bien qu'on ait fourni une représentation de ce type de diagramme dans la section sur les graphiques (voir la figure 2.1.1), une autre représentation du diagramme à ligne brisée est présentée dans la section du lexique qui porte sur les diagrammes (voir figure 2.1.5).

Figure 2.1.5 – Diagramme à ligne brisée illustré dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or, p.31



Discussion

Ce qu'il y a d'intéressant dans la figure 2.1.5 est que contrairement à l'autre représentation du diagramme à ligne brisée qui avait été donnée plus haut dans la section des graphiques (figure 2.1.1), on remarque que les données représentées sont mises en évidence par des points, ce qui n'était pas le cas précédemment. Cette caractéristique n'est pas négligeable, surtout si on considère le sens conféré à ces points dans un diagramme. Dans un graphique cartésien où on observe une courbe continue, on ne voit habituellement pas cette mise en évidence de points, puisqu'une courbe continue dans un graphique cartésien représente une infinité de couples de valeurs qui valident une relation entre deux variables. Dans le cas du diagramme, ce n'est qu'en ces points identifiés qu'une relation entre deux quantités est véritablement valide, car ce sont ces seules données qui ont été observées, mesurées, calculées, selon le contexte. Le fait que les points soient mis en évidence ou pas sur la courbe me semble donc un aspect important à considérer dans cette réflexion sur la distinction entre diagramme et graphique. Ce dernier aspect est aussi ressorti lors du sondage réalisé plus tôt auprès des collègues enseignants.

Conclusion pour ce lexique

Voilà pour les définitions et les représentations visuelles proposées pour les notions de graphique et de diagramme dans le Lexique du Triangle D'Or. J'ai rassemblé dans le tableau de la page suivante les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique. Cela permettra de s'y référer à la fin de ce chapitre, une fois les observations sur tous les lexiques consignées.

Tableau 2.1.6 - Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or

| Tableau synthèse - Lexique des Éditions du Triangle D'Or | |
|---|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • Dès qu'il y a présence d'une « courbe », on est en présence d'un graphique. |
| Diagramme | <ul style="list-style-type: none"> • Par diagramme on entend « schéma ». |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> • Présence de points sur la courbe : la présence de points dans le diagramme à ligne brisée n'est pas toujours constante (dans une représentation on les retrouve et dans une autre non). |
| Schéma relationnel entre diagrammes et graphique (Figure 2.1.4) | <ul style="list-style-type: none"> • Le diagramme à bandes traite un caractère qualitatif, il « devient » un diagramme à bâtons lorsqu'on s'intéresse à un caractère quantitatif. • Lorsqu'on relie le sommet des bâtons d'un diagramme à bâtons, on obtient un diagramme à ligne brisée. • Le diagramme à ligne brisée est lié au graphique par la présence d'une « courbe ». |

2.2 Lexique mathématique pour l'élève - 1^{er} cycle du secondaire, Éditions FM

Présentation de l'ouvrage

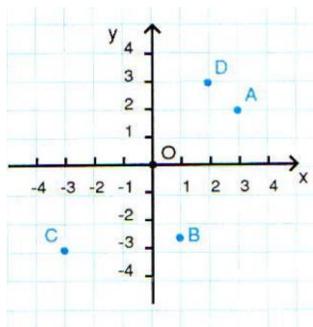
Ce lexique a été rédigé par Manon Beaugard spécifiquement à l'intention des élèves du secondaire et plus précisément ceux du 1^{er} cycle. Toutefois, comme cet ouvrage a été publié en 1990, les concepts qui y sont exposés cadrent dans le programme de formation qui a précédé celui qui est présentement en vigueur au Québec. Malgré cela, il m'a semblé pertinent d'exposer les définitions de ce lexique puisqu'il vise précisément le niveau scolaire qui m'intéresse. De plus, dans cet ouvrage, on regroupe les définitions dans des rubriques thématiques. Par exemple, les diagrammes sont présentés dans la rubrique « Statistiques ». Il y a donc ici une

association entre les concepts définis et un domaine d'utilisation en mathématiques (par exemple : la géométrie, les statistiques, les probabilités). Cette particularité est intéressante si on se remémore que dans la discussion avec les collègues enseignants que j'ai présentée plus tôt, le domaine d'utilisation en mathématiques du diagramme ou du graphique permettait à certains enseignants de mieux distinguer ces notions.

Définition de graphique

D'abord, dans ce lexique, on ne définit pas spécifiquement le terme « graphique ». Ce qui s'en approche le plus est l'explication donnée pour le plan cartésien. On en parle comme d'un système de repérage formé de deux droites perpendiculaires (les axes du système de coordonnées) et que ce plan cartésien sert à représenter des couples de coordonnées. Un exemple est fourni à la figure 2.2.1.

Figure 2.2.1 – Plan cartésien illustré dans le Lexique des Éditions FM, p.32



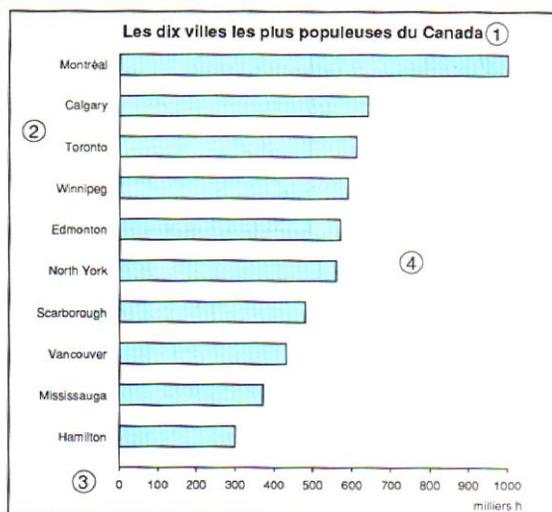
Toutefois, on ne parle pas de graphique comme tel, ni de courbe, ni de droite. Cela peut sembler troublant, mais il ne faut pas oublier que ce lexique s'adresse aux élèves du premier cycle du secondaire et qu'il a été édité au début des années 1990, soit avant la réforme du programme de formation de l'école québécoise des années 2000. À cette époque, l'étude du graphique au-delà du système de coordonnées du plan cartésien n'était pas encore au programme. Il m'est donc difficile pour ce

lexique de mettre en contraste les définitions de graphique et de diagramme. Il est tout de même intéressant de regarder les définitions et les représentations fournies pour les diagrammes qui nous intéressent (diagramme à bandes, à bâtons, à ligne brisée), car on retrouve des énoncés assez différents de ce qui a été vu jusqu'à maintenant.

Définition de diagramme à bandes

Le lexique des éditions FM présente le diagramme à bandes comme étant un « tableau statistique présentant les données sous forme de rectangles ou de bandes ». Cet énoncé est accompagné de la représentation de gauche de la figure 2.2.2. (Note : Les petits numéros encadrés servent à identifier les composantes du diagramme, soit dans l'ordre : le titre, l'identification des bandes, l'axe gradué et les bandes.)

Figure 2.2.2 – Diagramme à bandes dans le Lexique des Éditions FM p.77 (à gauche) comparé à un tableau de données (à droite)



| Villes | Population (milliers) |
|-------------|-----------------------|
| Montréal | 995 |
| Calgary | 610 |
| Toronto | 588 |
| Winnipeg | 575 |
| Edmonton | 570 |
| North York | 568 |
| Scarborough | 485 |
| Vancouver | 430 |
| Mississauga | 378 |
| Hamilton | 300 |

Discussion

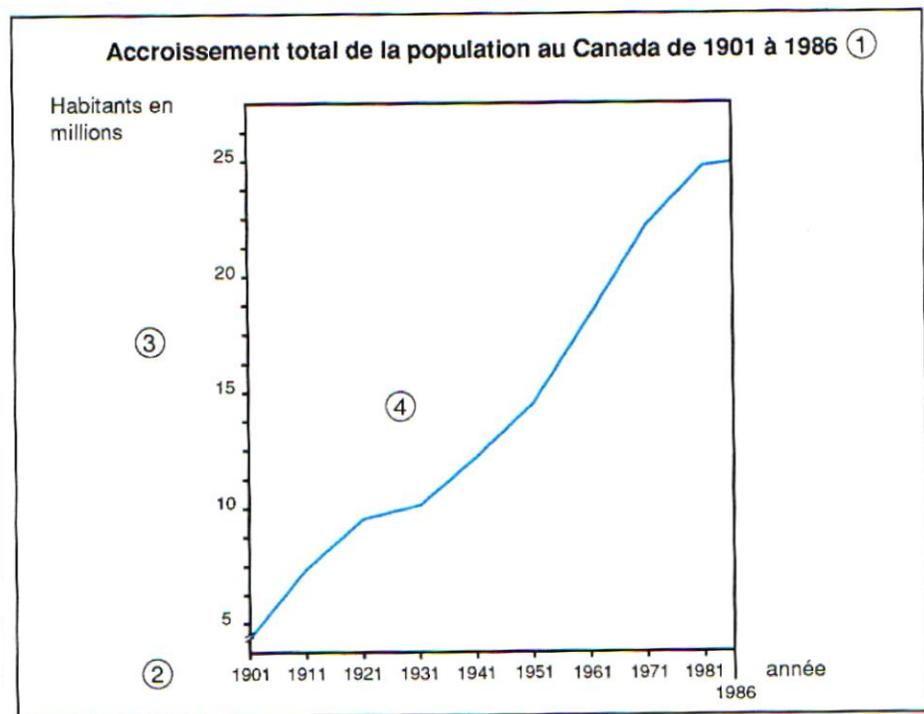
Si la représentation donnée pour le diagramme à bandes ne soulève pas de nouveaux éléments de réflexion puisqu'elle est similaire à celle observée dans le précédent lexique, à la seule différence que les bandes sont horizontales plutôt que verticales, la définition de ce type de diagramme est singulière : elle utilise les termes « tableau » et « statistique ». D'abord, si on regarde l'expression dans son ensemble, il m'apparaît que celle-ci peut être confondue avec l'expression « tableau de données ». D'ailleurs, dans ce lexique, on retrouve un tableau similaire à celui de droite sur la figure 2.2.2 et qui porte justement le nom « tableau de données ». On se retrouve donc avec deux expressions similaires pour désigner deux représentations fort différentes : « tableau statistique » pour l'objet de gauche et « tableau de données » pour l'objet de droite. Enfin, le terme « tableau statistique » ne désigne-t-il pas davantage l'objet de droite que l'objet de gauche, à la figure 2.2.2 ? C'est pourquoi l'appellation de « tableau statistique » pour le diagramme à bandes peut porter à confusion. Du moins, le terme « tableau » renvoie à l'image d'une série de rangées et de colonnes fournissant des informations, certes, mais il ne s'agit pas de la sorte de représentation visuelle qui m'intéresse, à savoir les diagrammes (et les graphiques). Toutefois, cette définition apporte un éclairage quant à cette réflexion sur la distinction entre diagramme et graphique par l'emploi de l'adjectif « statistique ». Par le choix de cet adjectif, on spécifie le domaine mathématique d'utilisation du diagramme à bandes, soit la statistique. Cela rejoint d'ailleurs le raisonnement de certains enseignants que j'ai interrogés plus tôt dans mon sondage.

Définition de diagramme à ligne brisée

Comme le diagramme à bâtons n'est pas présenté dans le lexique des éditions FM, regardons le diagramme à ligne brisée. Dès le départ, la forme de la définition diffère de celle donnée pour le diagramme à bandes, car on ne retrouve pas une

expression du type « Le diagramme à ligne brisée *est...* », mais plutôt « Le diagramme à ligne brisée *sert à...* ». D'une certaine manière, on contourne le problème de définition de cette notion. On n'affirme pas ici qu'il s'agit d'un schéma, d'un tableau statistique ou d'autre chose, on se centre sur l'utilité du diagramme, soit de « Représenter un phénomène continu comme les variations de température, la croissance de quelqu'un (ou de quelque chose), etc., en fonction du temps ». On spécifie également que « l'axe horizontal porte généralement la variable temps ». La représentation de la figure 2.2.3 accompagne ces explications.

Figure 2.2.3 – Diagramme à ligne brisée dans le Lexique des Éditions FM, p.78



Source: Annuaire du Canada 1988

Discussion

La première caractéristique de cette représentation est celle de l'allure de la « courbe », qui ne met pas en évidence les données de l'étude par des points. Comme je l'ai mentionné plus haut dans l'analyse du lexique des éditions du Triangle D'Or, cette particularité peut engendrer une certaine association entre le diagramme à ligne brisée et le graphique, de par l'allure de la courbe qui est proposée. Par ailleurs, je remarque qu'ici les axes ne comportent pas de pointe de flèche à leur extrémité et qu'on a « refermé la fenêtre » autour de la ligne brisée, créant ainsi un rectangle. Ce dernier aspect est davantage de nature esthétique, mais provoque tout de même une différence d'avec les diagrammes à ligne brisée proposés dans le premier lexique.

Par ailleurs, il n'y a pas de coupure d'axe pour l'axe horizontal, alors qu'il y en a une pour l'axe vertical. De plus, comme les coupures d'axes étaient présentes chaque fois que cela était nécessaire dans le lexique précédent, on peut se demander s'il s'agit d'un oubli ou si pour ce lexique la coupure de l'axe horizontal n'est pas nécessaire. Cette réflexion sur la coupure d'axe est pertinente parce qu'il s'agit d'un autre élément de ressemblance entre un graphique et un diagramme à ligne brisée. On ne peut omettre une coupure d'axe dans un graphique cartésien, puisqu'on se réfère justement au plan cartésien dont l'origine est toujours (0,0). Si on a une relation à représenter à partir d'une valeur de x éloignée de 0, comme 1901 à la figure 2.2.3, il faudrait couper l'axe pour assurer une pertinence dans la représentation visuelle de ce plan cartésien. Toutefois, qu'en est-il de cette nécessité de couper l'axe dans un diagramme? Peut-être que la coupure d'axe n'est pas nécessaire lorsqu'il s'agit de données. Dans cet exemple, les données recueillies débutent en 1901, il n'y en a pas d'autres avant, donc il n'y a peut-être pas de nécessité d'effectuer une coupure d'axe. Ainsi, la coupure d'axe est un élément qui ne semble pas être effectué de la même manière dans les graphiques et les diagrammes. Il faudra toutefois regarder ce que les autres lexiques suggèrent à propos de la coupure d'axe afin d'approfondir cette réflexion.

Conclusion pour ce lexique

J'ai rassemblé dans le tableau 2.2.4 les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique. Comme pour les autres lexiques, cela permet de s'y référer en fin de chapitre, une fois les observations sur tous les lexiques consignées.

Tableau 2.2.4 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Lexique des Éditions FM

| Tableau synthèse - Lexique des Éditions FM | |
|---|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • Aucun élément de réponse sur le graphique à proprement parler, seulement une définition de ce qu'est le plan cartésien. |
| Diagramme à bandes | <ul style="list-style-type: none"> • Définir le diagramme à bandes comme étant un « tableau statistique » suscite une confusion avec un tableau de données en statistique. Toutefois, l'adjectif « statistique » explicite dans quel domaine mathématique cette représentation est exploitée. |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> • On ne définit pas le diagramme par ce qu'il est, mais par son utilité : représenter un phénomène continu comme les variations de température, la croissance de quelqu'un (ou de quelque chose), etc., en fonction du temps. • Présence de points sur la « courbe » : il n'y a pas de point en évidence dans le diagramme à ligne brisée. |
| Remarque générale | <ul style="list-style-type: none"> • La nécessité de la coupure d'axe existe pour un graphique de par son ancrage dans le plan cartésien, mais pour le diagramme on n'effectue pas systématiquement de coupure d'axe (voir figure 2.2.3). |

2.3 Lexique mathématique – À l’usage des étudiants et des étudiantes, Éditions Guérin

Présentation de l’ouvrage

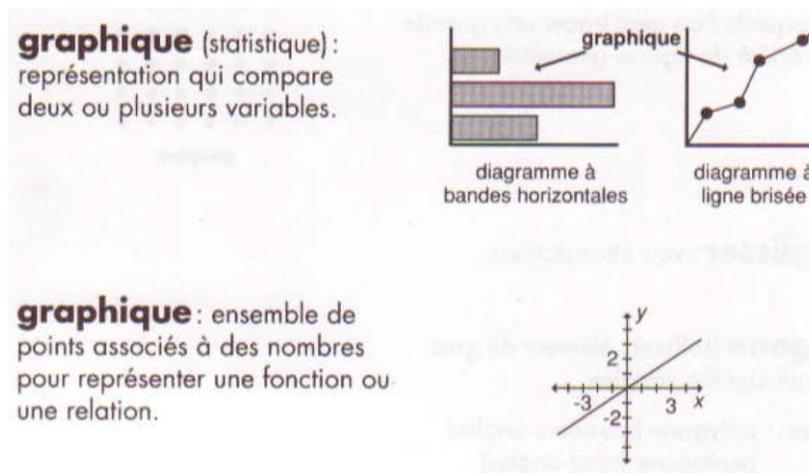
Ce lexique publié en 1994 aux Éditions Guérin a été écrit par un enseignant du secondaire, Jean-François Vincent. Depuis 1970, celui-ci exerce sa profession au Québec et il a enseigné autant dans des classes régulières que dans des classes spécialisées (cheminement particulier, classe d’accueil, parcours professionnel). Encore une fois, ce lexique a été rédigé pour les élèves du premier cycle du secondaire, ce qui m’intéresse. Aussi, il est à noter que cet ouvrage s’inscrit dans le contexte du précédent programme de formation, comme c’était aussi le cas pour les deux lexiques précédents, soit le Lexique des Éditions du Triangle d’Or et celui des Éditions FM. Cela n’en fait pas un ouvrage moins pertinent pour autant, car il ne faut pas oublier que mon intention est d’analyser les définitions des ouvrages susceptibles d’offrir des distinctions entre graphique et diagramme et non de décortiquer le programme actuel.

Définition de graphique

Pour le graphique, on retrouve l’énoncé en mots à gauche et une représentation visuelle à droite (voir la figure 2.3.1). Deux sortes de graphique sont d’ailleurs proposées sur la même page, un à la suite de l’autre : le graphique statistique et le graphique, sans qualificatif.

Figure 2.3.1 – Descriptif et représentation de graphique

dans le Lexique des Éditions Guérin, p.88



Discussion

Dans un premier temps, il est surprenant de constater que l'on donne deux définitions pour le graphique, dont une d'entre elle est suivie d'un qualificatif. On peut donc se demander si la définition de graphique sans qualificatif englobe celle avec un qualificatif. Toutefois, lorsqu'on regarde les définitions données, il semble qu'on ait deux notions assez différentes l'une de l'autre. La présentation des définitions démontre donc une certaine incohérence, qui aurait pu être évitée selon moi, par l'ajout d'un qualificatif à la deuxième définition. J'y reviens plus loin.

Si on analyse d'abord la première définition qui est donnée, on remarque que l'adjectif « statistique » suit le terme « graphique ». Donc, ici, graphique est bien un nom, mais on a précisé en plus le domaine d'utilisation du graphique. Toutefois, l'adjectif a été écrit entre parenthèses. Cela laisse sous-entendre qu'il existe des « graphiques statistiques » et qu'il en existe d'autres sortes également, comme on voit d'ailleurs juste en dessous de la même page où un graphique représentant une fonction est présenté. La première définition donnée indique pour sa part que le

graphique permet une comparaison entre deux ou plusieurs variables. Est-ce que cela veut dire la même chose que ce qu'on retrouvait dans le lexique des Éditions du Triangle d'Or, où on voulait représenter les variations d'une grandeur? Je discutais alors du fait qu'il y a nécessairement deux grandeurs en jeu, et non pas qu'une seule. Ici, on suggère que deux variables *ou plus* sont comparées, mais on a vraiment peu de détails sur les implications de cette affirmation. Est-ce que les variables sont associables à chacun des axes dans les diagrammes des représentations proposées? On ne le sait pas, les diagrammes qui sont proposés sont davantage des esquisses puisqu'aucune caractéristique explicative ne les accompagne (titre, nom des axes, graduation des axes). Cela fait en sorte que je ne peux pas non plus discuter ici de la présence ou de l'absence de coupure d'axe dans les représentations données. Enfin, ce qui attire mon attention plus que tout dans ce que propose ce lexique est qu'on associe le diagramme à bandes horizontales et le diagramme à ligne brisée à cette première définition de « graphique ». Toutefois, il ne faut pas oublier que cette première définition est donnée pour « graphique statistique », ce qui n'est pas anodin. Il y a donc dans cette définition une association claire entre diagramme et « graphique statistique ». Par ailleurs, on remarque dans la représentation du haut de la figure 2.3.1 que le mot « graphique » pointe spécifiquement les bandes du diagramme à bandes d'une part et la ligne brisée d'autre part. Il y a donc là une idée qui rejoint les propos du lexique des Éditions du Triangle d'or, soit que ce sont les bandes ou la ligne brisée, qui « sont » le graphique. Il s'agit là d'une idée intéressante dans cette recherche sur les liens qui existent entre graphique et diagramme, et il y a lieu de croire que pour certains auteurs, c'est la présence de la « courbe », ou de la ligne brisée, qui permet de d'affirmer qu'une représentation est un graphique ou pas.

Pour ce qui est de la deuxième définition, on indique que le graphique est un ensemble de points, représentant une fonction ou une relation. Cette idée d'associer le graphique aux fonctions et aux relations avait d'ailleurs été suggérée par quelques enseignants lors du sondage auprès des enseignants. De plus, la représentation

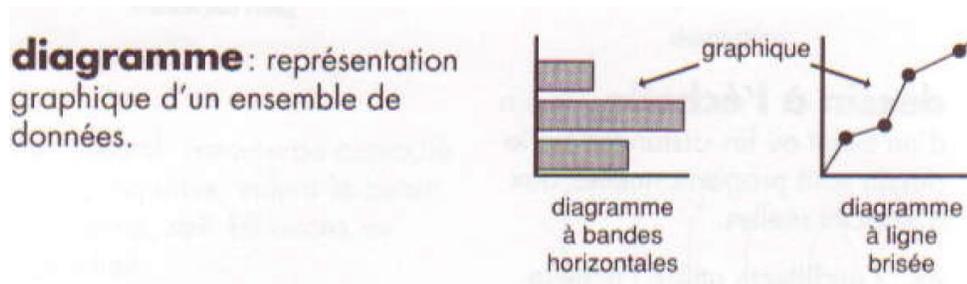
suggérée pour cette définition à la figure 2.3.1 est semblable au graphique dans un plan cartésien proposé dans le lexique des Éditions du Triangle D'Or (voir figure 2.1.1). Les auteurs du lexique des Éditions Guérin auraient-ils dû ajouter un qualificatif à leur deuxième définition de graphique, le nommer « graphique cartésien » par exemple, comme cela a été fait à la première définition donnée, où on parlait de « graphique statistique » ? Je pense que oui, car comme je le disais un peu plus tôt, cela permettrait d'éviter l'incohérence actuellement observée entre ces deux définitions. Si on les regarde de plus près, on comprend que le graphique peut être utilisé dans différents domaines mathématiques (en statistique et pour représenter des fonctions), et donc qu'il existe différentes sortes de graphique. Ainsi, l'emploi d'un qualificatif dans la deuxième définition du graphique aurait permis d'indiquer plus clairement qu'il existe deux sortes de graphique, alors que là, tel que c'est présenté, on ne voit pas aussi clairement cette catégorisation. Cela aurait aussi assuré un cloisonnement entre les deux définitions, car présentement, on peut penser que l'une des définitions proposées est incluse dans l'autre définition, bien que ces définitions semblent associées à des notions différentes. Par ailleurs, si je considère qu'on aurait dû mieux distinguer le graphique « statistique » du graphique « cartésien », il aurait également fallu définir le terme « graphique » en lui-même, au sens large. En conclusion, il apparaît évident que la présentation des définitions de graphique dans ce lexique démontre la difficulté à définir cette notion.

Définition de diagramme

La figure 2.3.2 de la page suivante expose ce que le lexique des Éditions Guérin suggère pour définir le concept de diagramme au sens large.

Figure 2.3.2 – Descriptif et représentation de diagramme

dans le Lexique des Éditions Guérin, p. 54



Discussion

Si on regarde d'abord la définition qui est donnée, on remarque par le biais de l'expression « représentation graphique » que les deux notions que j'essaie de démêler dans ce travail s'entrecroisent. Toutefois, je vois dans cette expression de « représentation graphique » une nouvelle explication à l'association que j'ai observée entre diagramme et graphique. C'est que le mot « graphique », qui désigne tantôt une notion mathématique propre peut aussi intervenir comme un adjectif, comme c'est justement le cas ici. Cet aspect n'est pas ressorti avant dans les autres lexiques et il a son importance, car le sens de « graphique » ne sera pas exploité de la même manière si on le considère comme objet ou comme qualificatif. À cet effet, je vous propose de regarder une définition usuelle du terme « graphique » en tant qu'adjectif, telle que suggérée dans le dictionnaire Larousse de la langue française :

« Qui a rapport au graphisme, au dessin, à l'action ou à la manière de tracer quelque chose : *L'œuvre graphique d'un dessinateur*. Qui est effectué au moyen de signes, du dessin, de la carte et surtout du dessin linéaire : *Représentation graphique d'un phénomène*. »

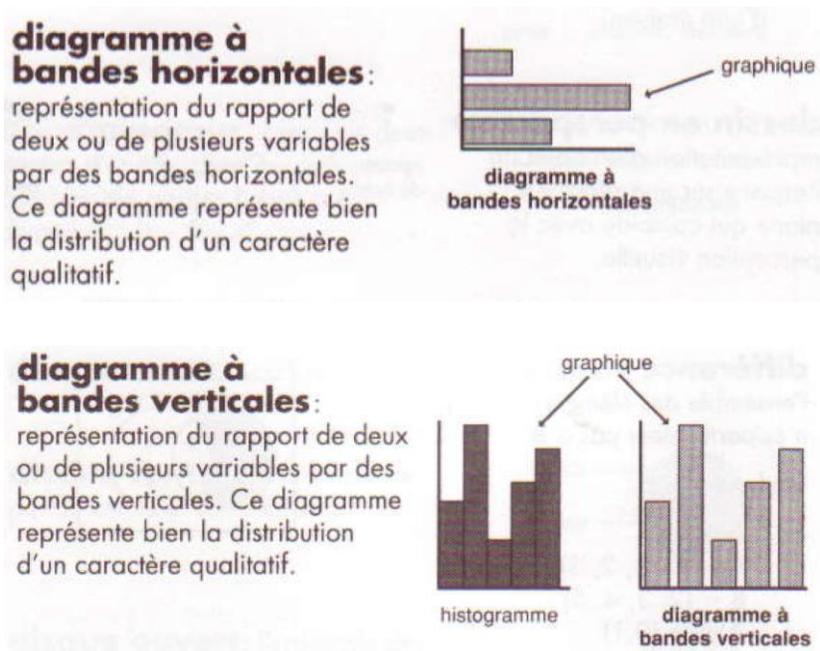
Si j'avais au départ l'impression que l'emploi du terme « graphique » dans la définition donnée par ce lexique alimentait cette idée de confusion entre diagramme et graphique que j'ai mentionnée quelques fois, je crois avoir mis ici le doigt sur une bonne partie du problème : le fait que le terme « graphique » adopte plus d'une « identité », qui s'illustre par le fait qu'on le rencontre soit comme un nom, soit comme un adjectif. Cette idée est très importante.

Pour revenir à ce qu'on propose dans le lexique des éditions Guérin à la figure 2.3.2, on remarque que les représentations visuelles fournies dans cette figure pour définir la notion de diagramme sont *exactement* les mêmes que celles de la figure 2.3.1 proposées pour définir « graphique statistique ». Toutefois, dans les définitions, on s'intéresse à la représentation de données dans le cas du diagramme, alors qu'on parle de variables dans la définition de « graphique statistique ». De plus, à la figure 2.3.2, les diagrammes à bandes et à ligne brisée sont là, côte à côte, avec le mot « graphique » au centre qui pointe clairement les bandes et la ligne brisée, tout comme dans la représentation donnée pour le « graphique statistique » de la figure 2.3.1. Le fait que les représentations soient exactement les mêmes est étonnant, puisque les définitions données sont assez différentes l'une de l'autre. Qu'est-ce que cela signifie, que visuellement, « graphique statistique » et diagramme sont la même chose? Bref, regardons les propositions plus spécifiques des diagrammes à bandes et à ligne brisée pour poursuivre cette réflexion.

Définition de diagramme à bandes

Pour ce type de diagramme, le lexique propose deux définitions, chacune accompagnée de représentations visuelles : une pour le diagramme à bandes horizontales, une pour le diagramme à bandes verticales. Celles-ci sont présentées à ci-dessous à la figure 2.3.3.

Figure 2.3.3 – Descriptif et représentation des diagrammes à bandes dans le Lexique des Éditions Guérin, pp. 54-55



Discussion

Dans un premier temps, si on regarde les descriptifs donnés, on remarque qu'ils sont identiques à l'exception du mot « horizontales » qui est changé pour « verticales » dans le deuxième descriptif. Alors, pourquoi cette distinction finalement? On précise aussi que ce diagramme est préférable pour la distribution d'un caractère qualitatif, ce qui rejoint les définitions données par les lexiques précédents. Par ailleurs, la formulation du descriptif apporte une nouvelle vision du diagramme à bandes, celui-ci permettrait de représenter le « rapport » de deux ou plusieurs variables. Que signifie ce rapport? On n'a pas plus de détails sur ce sujet malheureusement, mais cette idée de rapport entre deux ou plusieurs variables étaient aussi présente dans la première définition de graphique de ce lexique, dans la définition de « graphique statistique ». Si on définit de la même façon « graphique

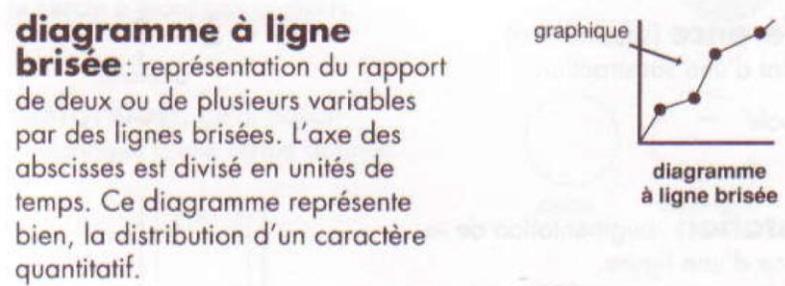
statistique » et diagramme à bandes (horizontales ou verticales), il y a donc lieu de comprendre que selon les auteurs de ce lexique, les graphiques statistiques et les diagrammes à bandes sont la même chose. Enfin, les auteurs parlent de variables dans la définition du diagramme à bandes. C'était aussi le cas dans la définition du « graphique statistique ». Toutefois, dans la définition générale de diagramme, on indique que le diagramme représente des données. Il y a donc manifestement une inconsistance entre les définitions données dans ce lexique.

Pour ce qui est des représentations visuelles de la figure 2.3.3, on retrouve dans le cas du diagramme à bandes horizontales la même représentation que celles des figures 2.3.1 et 2.3.2. Pour ce qui est du diagramme à bandes verticales, on propose deux choix : un histogramme et un diagramme à bandes verticales. C'est la première fois qu'on inclut l'histogramme dans la catégorie du diagramme à bandes. Cela est particulier car on peut se demander si un histogramme permet véritablement de représenter un caractère qualitatif, tel que le suggère la définition de ce lexique. Par ailleurs, pour le diagramme à bandes verticales, on retrouve le mot « graphique » qui pointe les bandes de chaque diagramme. On peut se demander encore une fois qu'est-ce qu'un graphique selon les auteurs de ce lexique. S'agit-il ici du « graphique statistique » ou de la deuxième définition du graphique qu'on a analysée plus tôt? On peut penser que les auteurs font référence à la première définition, bien que les auteurs n'ont pas précisé « graphique statistique » mais seulement « graphique », car ce qu'on voit à la figure 2.3.3 ne colle pas du tout avec la deuxième définition de « graphique », car on n'y voit pas un « ensemble de points associés à des nombres représentant une fonction ou une relation ». Il y a donc un autre flou ici, qui montre que l'identification des deux définitions données pour la notion de graphique dans ce lexique n'est pas claire. Enfin, je note qu'encore une fois, toutes les représentations visuelles fournies à la figure 2.3.3 sont dénudées de caractéristiques explicatives (titre, nom des axes, graduation des axes). Cela brime l'analyse en profondeur qui peut en être faite.

Définition de diagramme à ligne brisée

Voici ce qu'on propose pour définir le diagramme à ligne brisée.

Figure 2.3.4 – Descriptif et représentation de diagramme à ligne brisée dans le Lexique des Éditions Guérin, p. 55



Discussion

Comme dans le descriptif du diagramme à bandes, on retrouve cette idée de représenter un « rapport » entre deux ou plusieurs variables. En fait, on parle de variables et non pas de données, tel qu'indiqué dans la définition générale de diagramme. Encore ici, il y a une inconsistance. Par ailleurs, la deuxième phrase du descriptif apporte un élément nouveau : « L'axe des abscisses est divisé en unités de temps ». Si les lexiques précédents suggéraient que ce type de diagramme est préférable pour représenter une évolution dans le temps, cela semble ici imposé. On divise l'axe des x en unité de temps. Enfin, pour ce qui est de la définition donnée, on retrouve la même suggestion que rencontrée dans les autres lexiques voulant que ce type de diagramme soit désigné pour représenter une distribution à caractère quantitatif. Pour ce qui est de la représentation visuelle fournie, il s'agit du même diagramme à ligne brisée qui accompagnait les définitions de « graphique statistique » et de diagramme au sens large. La seule chose à préciser est que cette

représentation répétée a toujours mis en évidence les points sur la ligne brisée, un élément auquel j'ai choisi de porter une attention particulière au fil de cette analyse des différents lexiques mathématiques. Le fait de mettre les points en évidence permet peut-être à certains auteurs de définir le diagramme à ligne brisée et de le différencier du graphique de fonctions. Cela demeure à valider à travers le reste de l'analyse des lexiques et celle des manuels scolaires.

Enfin, on peut se demander s'il est cohérent de la part des auteurs de ce lexique de présenter les mêmes représentations visuelles à la fois dans la définition de « graphique statistique » (voir figure 2.3.1), dans la définition de diagramme (voir figure 2.3.2) et dans les définitions de diagrammes à bandes (voir figure 2.3.3) et de diagramme à ligne brisée (voir figure 2.3.4). Comme je l'ai mentionné plus tôt, si on présente la *même* représentation sous deux noms, il y a lieu de comprendre que selon les auteurs de ce lexique, il s'agit de la même chose. Toutefois, dans les définitions données, on parle tantôt de variables et tantôt de données. Donc on ne sait plus trop si « graphique statistique » et diagramme sont la même chose pour les auteurs. Il semble y avoir un lien pour eux entre les notions de « graphique statistique » et de diagramme, mais ce lien est bien mal précisé puisque malgré le fait que les représentations visuelles fournies en exemple se répètent sous les divers noms énumérés ci-haut, les définitions qui accompagnent ces représentations ne sont pas toujours les mêmes. Ce lien est donc plutôt flou, et cela est dû aux inconsistances incombées par les différentes définitions proposées pour « graphique statistique » et pour les divers diagrammes.

Conclusion pour ce lexique

Le tableau 2.3.5 de la page suivante rassemble les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique.

Tableau 2.3.5 - Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique dans le Lexique des Éditions Guérin

| Tableau synthèse - Lexique des Éditions Guérin | |
|---|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • Il y a deux définitions données pour le graphique : <ol style="list-style-type: none"> 1) Le graphique est défini comme un graphique statistique et sa définition est accompagnée d'un diagramme à bandes et d'un diagramme à ligne brisée. Le mot « graphique » pointe tantôt les bandes, tantôt la ligne brisée, dans les représentations visuelles suggérées. 2) Le graphique est aussi considéré comme un ensemble de points lorsqu'il représente une relation ou une fonction. |
| Diagramme à bandes | <ul style="list-style-type: none"> • Permet de représenter le « rapport » de deux ou plusieurs variables. Le mot « rapport » est une idée nouvelle. De plus, on parle de variables, ce qui était aussi proposé dans la définition de « graphique statistique », alors que dans la définition de diagramme on parlait de données. Il y a donc une inconsistance au niveau des définitions proposées. Note : cette remarque s'applique aussi au diagramme à ligne brisée. • L'histogramme est considéré comme un diagramme à bandes, alors qu'on privilégie ce dernier pour un caractère qualitatif. |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> • Selon ce lexique, l'axe des abscisses doit être divisé en unité de temps. Il s'agit d'une prescription spécifique à ce lexique. • Présence de points sur la courbe : dans ce lexique, la présence de points dans le diagramme à ligne brisée est toujours constante. |
| Remarques générales | <ul style="list-style-type: none"> • « Graphique » n'est pas toujours employé comme un nom. L'expression « représentation graphique » utilisée pour définir les diagrammes dans ce lexique met en lumière le fait que le terme « graphique » est parfois utilisé comme un adjectif, bien qu'il soit aussi défini ailleurs comme un nom. Cette inconstance dans l'utilisation du terme « graphique » crée un flou entre les notions de graphique et de diagramme. • Les mêmes représentations visuelles sont données pour diagramme que pour « graphique statistique », alors que les définitions rattachées à ces objets sont différentes, voire parfois incompatibles. Une inconstance se pose aussi à cet endroit. • Toutes les représentations visuelles fournies sont dénudées de caractéristiques explicatives (titre, nom et graduation des axes). |

2.4 Leximath – Lexique mathématique de base Première édition (1991) et Deuxième édition (2002), Éditions Beauchemin

Présentation de l'ouvrage

Pour ce lexique, je voulais d'abord regarder l'édition la plus récente ayant été publiée, celle de 2002, mais en fouillant un peu l'édition précédente parue une dizaine d'années plus tôt, celle de 1991, j'ai été interpellée par certaines différences entre les deux publications qui sont intéressantes pour ma quête de sens sur diagramme et graphique. C'est pourquoi je présente ici une analyse comparée des deux éditions du Leximath. Cet ouvrage publié au Québec a été rédigé conjointement par Ronald Côté, Madeleine Gagnon, Nicole Perreault et Xavier Roegiers. Si ce lexique s'adresse davantage aux élèves et aux enseignants du primaire, j'ai choisi de le considérer malgré tout. Bien que les diagrammes et les graphiques soient le plus souvent introduits auprès des élèves à la fin du primaire, ils sont étudiés également au début du premier cycle du secondaire. Un regard sur ce qui se dit de ces représentations avant le niveau secondaire est donc intéressant.

Définition de graphique

La définition proposée pour graphique est : « Un graphique est un dessin qui peut illustrer : la variation d'une grandeur mesurable, une relation entre deux ou plusieurs ensembles, un algorithme, un programme informatique, etc. » Cette définition est exactement la même dans la première et la deuxième édition et elle est présentée dans les deux cas sans support visuel.

Discussion

Dans un premier temps, l'emploi du terme « dessin » est une nouveauté jusqu'ici, un terme très général qui peut manifestement désigner plusieurs choses. Ce n'est pas le mot « schéma » qui a été choisi, mais bien le mot « dessin ». Ce choix de vocabulaire est particulier, car un dessin possède peu de contraintes, il peut être réalisé dans n'importe quel contexte, alors que le terme « schéma » prédispose certains concepts et connaissances propres à la représentation. De plus, on retrouve l'expression de « variation d'une grandeur mesurable », une formulation identique à celle relevée dans l'analyse du premier lexique, celui des Éditions du Triangle D'Or, où j'opposais à cette définition la question suivante : N'y a-t-il pas deux grandeurs en jeu dans un graphique? Or, dans ce lexique, la suite de la définition fournie suggère également la représentation de deux ou plusieurs ensembles. Donc, on parle d'ensemble, et non de grandeur. Et encore là, j'observe une autre particularité, soit le fait qu'on ne parle pas uniquement de relation entre deux ensembles, mais aussi de plusieurs ensembles. Il est intéressant de se demander ce qui est sous-entendu ici. Cette particularité avait d'ailleurs été soulevée par un enseignant interrogé dans mon sondage, avant le début de cette recherche dans les lexiques. Cet enseignant affirmait qu'un diagramme permet de représenter plusieurs séries de données, alors que le graphique ne peut en représenter que deux. Aussi, on remarque qu'aucun exemple visuel n'accompagne la définition donnée. Ceci est déplorable pour une notion aussi intimement liée à sa représentation visuelle. On pourrait s'attendre à ce que la définition donnée prenne justement ancrage dans un exemple visuel, mais cela n'est pas le cas ici. La représentation de « graphique » est donc laissée à l'imagination du lecteur. Enfin, on propose aussi dans cette définition qu'un graphique puisse servir à représenter un algorithme ou un programme informatique. Cette idée est singulière, c'est la première fois que je la rencontre depuis le début de mes recherches dans les ouvrages de référence. Toutefois, comme on n'en dit pas plus que ces quelques mots, il est difficile de savoir ce que les auteurs du lexique ont voulu dire par là et ce

manque d'information fait en sorte que je ne peux pas aller plus loin dans ma réflexion.

Définition de diagramme à bandes

Dans la première édition de 1991 du Leximath, on ne définit pas le terme « diagramme » de manière générale. Chaque type de diagramme est décrit et illustré de manière spécifique, on décortique le diagramme à bandes, le diagramme circulaire, le diagramme à ligne brisée, etc. Toutefois, une définition générale du terme « diagramme » apparaît dans la seconde édition du Leximath : « Représentation schématique d'un ensemble de données. » Donc, on retrouve cette idée de schéma, qui avait aussi été proposée dans le lexique des éditions du Triangle D'Or. Cette idée est donc importante, et il faudra voir si le diagramme en tant que « schéma » est une idée récurrente dans les autres ouvrages.

Regardons maintenant de plus près le diagramme à bandes. La définition donnée dans l'édition de 2002 est la suivante :

« Un diagramme à bandes est une représentation *schématique*⁴ où l'on associe à chaque valeur de la variable une bande de forme rectangulaire dont la longueur est proportionnelle à la valeur de cette variable. Cette bande peut être horizontale ou verticale. »

Avant d'analyser cette définition, je veux souligner l'importante, bien que petite, modification qui a été apportée à cette définition par rapport à celle qu'on retrouvait dans la première édition du lexique. Un seul mot a été changé d'une édition à l'autre,

⁴ C'est moi qui mets en italique.

et il s'agit du mot « schématique » plutôt que « graphique », qui sert de qualificatif au mot représentation. Dans la version de 1991 du Leximath, on pouvait lire plutôt :

« Le diagramme à bandes est une représentation *graphique*⁴ où l'on associe à chaque valeur de la variable une bande de forme rectangulaire dont la longueur est proportionnelle à la valeur de cette variable. Cette bande peut être horizontale ou verticale. »

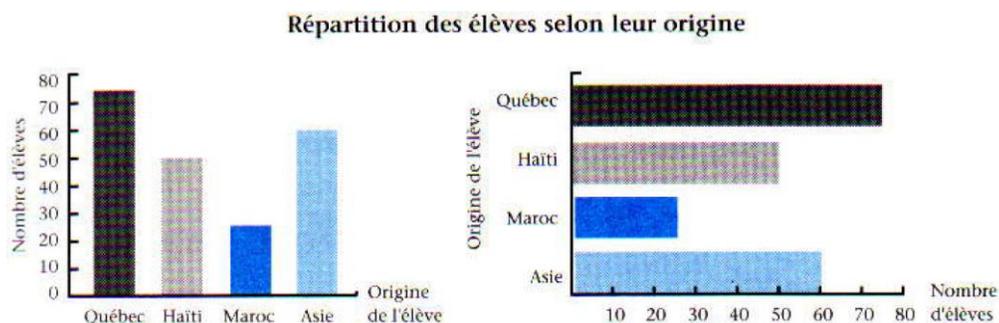
Discussion

Ce changement de vocabulaire de « graphique » à « schématique » est fort intéressant. Pourquoi avoir fait un tel changement? A-t-on voulu dissocier le concept de diagramme de celui du graphique lors de la réédition? Le fait d'avoir modifié la définition n'est pas anodin puisque, d'une certaine façon, cela pointe vers un inconfort à entremêler les notions de diagramme et de graphique. La première formulation, « représentation graphique », est par ailleurs la même qu'on retrouvait dans le lexique des Éditions Guérin pour définir le terme « diagramme » de façon générale. Toutefois, dans ce lexique, la définition générale du terme « diagramme » est liée à l'idée de schéma. Cela explique peut-être l'origine de la formulation « représentation schématique » dans la seconde édition, cela assurant une plus grande cohérence entre les diverses définitions proposées, puisque dans cette seconde édition du Leximath, on a choisi de définir le terme « diagramme » de façon générale, alors que ce n'était pas le cas dans la première édition. Il semble donc que les auteurs aient délaissé le terme « graphique » dans la seconde édition en ayant d'abord défini globalement ce qu'est un diagramme.

Pour revenir à la description globale donnée ici pour le diagramme à bandes, celle-ci est assez semblable à celle relevée dans le lexique des Éditions du Triangle D'Or. Par ailleurs, les exemples visuels qui sont fournis pour le diagramme à bandes

illustrent bien ce type de diagramme (voir figure 2.4.1). Il est à noter que dans la première édition du lexique, seul le diagramme avec des bandes verticales était illustré, comme quoi on a cru bon de montrer le diagramme sous deux formes lors de la réédition.

Figure 2.4.1 – Diagrammes à bandes illustrés dans le Lexique des Éditions Beauchemin, p. 49



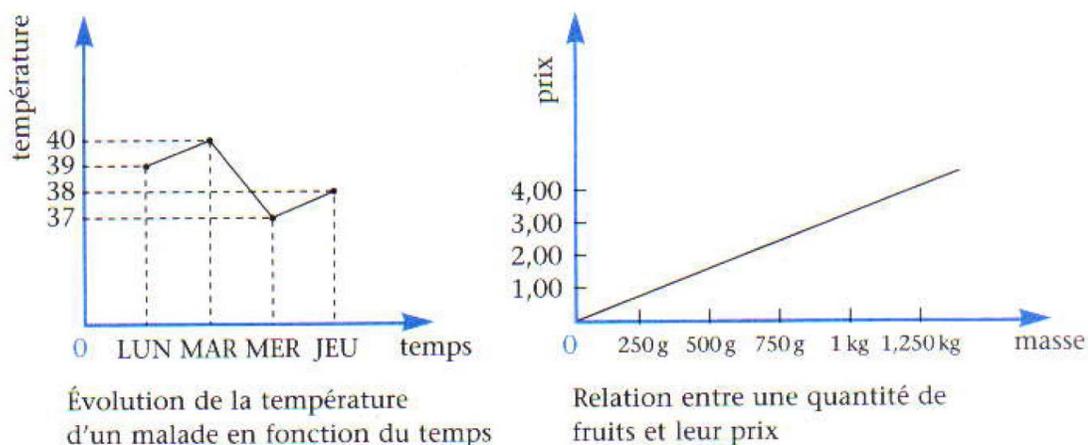
Définition de diagramme à ligne brisée

Le premier élément en ce qui concerne le diagramme à ligne brisée est qu'il est présenté dans l'édition de 1991 sous le nom de « diagramme cartésien », avec entre parenthèses l'appellation « diagramme à ligne brisée ». Dans la deuxième édition, on a supprimé complètement cette formulation de « diagramme cartésien », pour ne conserver que l'expression « diagramme à ligne brisée ». Par ailleurs, dans les deux éditions du Leximath, on retrouve en plus des deux représentations de la figure 2.4.2 la description suivante :

« Un diagramme à ligne brisée permet d'illustrer une relation qui lie deux grandeurs. Les deux grandeurs sont représentées sur des axes perpendiculaires gradués appelés axes de coordonnées. L'axe horizontal est l'axe des abscisses et

l'axe vertical, l'axe des ordonnées. Le point d'intersection O des deux axes est l'origine des axes. »

Figure 2.4.2 – Diagrammes à ligne brisée illustrés dans le Lexique des Éditions Beauchemin, p.50



Discussion

D'abord, en ce qui concerne le changement de nom du diagramme (de diagramme cartésien à diagramme à ligne brisée), je décèle encore là un certain inconfort de la part des auteurs du lexique à associer le diagramme au graphique cartésien. Comme on l'a fait dans la description de diagramme à bandes lorsqu'on a évacué le terme « graphique » de la définition dans la nouvelle édition, on a ici éliminé le terme « cartésien ». On voit donc très facilement le lien que les auteurs ont établi entre les notions de graphique et de diagramme, qui se profile à travers le mot cartésien, suggérant que c'est un plan cartésien qui soutient la représentation du diagramme à ligne brisée. Toutefois, on a voulu évacuer cette association lors de la réédition, ce qui laisse croire qu'après révision, on ne voulait pas que les notions de graphique et de diagramme à ligne brisée soit associée l'une à l'autre. Si les auteurs

de ce lexique ont d'abord relié les notions qui nous intéressent lors de la première édition, ils ont voulu ensuite les dissocier lors de la deuxième édition. Cela montre donc que graphique et diagramme sont des notions qui partagent certains points en commun, que l'on peut choisir de mettre en évidence ou pas. Ici, le point commun qui se manifeste entre les deux représentations est la présence du plan cartésien.

Un autre élément à remarquer dans cette proposition du lexique des Éditions Beauchemin est le choix des deux représentations visuelles qui accompagnent la définition de diagramme à ligne brisée. Dans l'analyse des précédents lexiques, on a noté que la présence de points sur la « courbe » pouvait être un indicateur permettant de déterminer si la représentation en question est un diagramme à ligne brisée. Ainsi, tout comme dans le lexique des Éditions du Triangle d'Or, dans une des représentations donnée pour le diagramme à ligne brisée les points sont marqués, alors que dans l'autre non. Dans le lexique des Éditions Guérin, les points étaient toujours mis en évidence dans les diagrammes à ligne brisée. On peut donc questionner ici le fait que les points ne soient pas toujours mis en évidence. Le fait que cette caractéristique du diagramme ne soit pas présente de façon constante pointe encore vers un lien avec le graphique où habituellement, on ne met pas de points en évidence sur la courbe. Toutefois, comme les auteurs de ce lexique n'ont pas proposé de représentation visuelle pour la notion de graphique, on ne peut pas effectuer de comparaison et vérifier si cette représentation possède ou pas des points mis en évidence.

Par ailleurs, j'ai mentionné plus tôt que les coupures d'axes dans les diagrammes et les graphiques constituent des éléments de ressemblance entre ces deux représentations. C'est pourquoi je pense qu'il faut s'y intéresser dans ce que propose chacun des lexiques. Ici, à la figure 4.2.4, on remarque qu'il n'y aucune coupure d'axe dans l'une ou l'autre des représentations données pour le diagramme à ligne brisée, alors que dans celle de gauche on devrait en retrouver une sur l'axe vertical, si on regarde les graduations proposées et le fait qu'on retrouve la lettre O à

l'intersection des axes, symbole désignant l'origine (0, 0) du plan cartésien. Ainsi, comme dans le lexique des Éditions FM, la coupure d'axe ne semble pas nécessaire dans un diagramme, selon ce qui est proposé par les auteurs de ce lexique. Cela m'apparaît toutefois incohérent ici, si on considère que le diagramme à ligne brisée est dans un plan cartésien, comme le suggère la lettre O à l'intersection des axes. Cela m'amène à parler des composantes de la définition en mots donnée pour le diagramme à ligne brisée qui suggère justement que plusieurs composantes du plan cartésien sont des composantes du diagramme à ligne brisée : « axes de coordonnées », « axe des abscisses », « axes des ordonnées », « l'origine des axes ». On peut se demander si ce vocabulaire est adéquat pour le diagramme à ligne brisée, il l'était peut-être plus dans la première édition du Leximath où on parlait alors de diagramme cartésien. Cela m'amène à me demander si un tel vocabulaire peut aussi être utilisé pour le graphique. Malheureusement, comme la définition de graphique dans ce lexique ne s'accompagne d'aucune représentation visuelle, il est difficile de confirmer que le graphique selon la vision de ce lexique est nécessairement soutenu par un plan cartésien. Cela dit, si on regarde la représentation de graphique dans le lexique précédent (voir deuxième définition figure 2.3.1), on voit bien que le graphique est soutenu par un plan cartésien, et au niveau de la définition donnée, on est très près de celle fournie dans ce lexique-ci puisqu'on parle d'un ensemble de points représentant une fonction ou une relation. Le lien identifié plus haut entre diagramme à ligne brisée et graphique se manifeste donc encore ici, de par la présence du vocabulaire relatif au plan cartésien dans la définition des représentations. De plus, on explique dans la définition de ce lexique que les axes qui composent le diagramme à ligne brisée sont perpendiculaires et gradués. Quand on observe la représentation de gauche de la figure 2.4.2, on peut se demander si les noms des jours (par exemple LUN pour lundi) peuvent constituer une graduation ou si ce qu'on désigne comme étant une graduation devrait être purement numérique. Selon ce que montre ce lexique, la graduation peut être numérique ou pas, dans le cas des jours. Toutefois, il est important de noter que ces jours évoquent une évolution

dans le temps. Le type de caractère renvoie donc à une idée de graduation numérique, bien qu'on ait privilégié le nom des jours plutôt que le nombre de jours écoulés, par exemple. Ainsi, bien que l'idée d'évolution dans le temps dans le diagramme à ligne brisée n'ait pas été spécifiée dans la définition en mots, comme c'était le cas pour le lexique des Éditions du Triangle d'Or et celui des Éditions FM, on la voit transparaître ici dans les représentations visuelles fournies en exemple.

Enfin, un autre élément à comparer entre les deux représentations de la figure 2.4.2 est la nature des variables qui y sont présentées. À gauche, on retrouve l'« Évolution de la température d'un malade en fonction du temps », et à droite, on a la « Relation entre une quantité de fruits et leur prix ». Dans un cas, on a utilisé des données, que l'on a mesurées, soit les températures du malade, qui sont associées à une journée en particulier, alors que dans l'autre on a une relation fonctionnelle, où chaque point de la « courbe » fournit un couple de valeurs qui associe à un prix une quantité de fruits en kilogrammes. On a donc deux objets mathématiques différents, à savoir des données statistiques et une fonction, qui pourraient toutes deux, selon ce lexique, être représentées dans un diagramme à ligne brisée. Ceci s'oppose à ce que certains collègues enseignants avaient proposé dans le sondage, voulant que le diagramme à ligne brisée représente des données statistiques, alors que le graphique représente des situations fonctionnelles. Cela peut toutefois faire du sens dans ce lexique, où on avait d'abord nommé le diagramme à ligne brisée « diagramme cartésien », dans la première édition. Ainsi, comme les notions de diagramme à ligne brisée et de graphique cartésien étaient entremêlées à l'origine, cela ne causait pas de problème de présenter des données statistiques et une fonction sous la même appellation. Toutefois, lors de la réédition du Leximath, comme on a regroupé ces deux représentations de la figure 2.4.2 sous le nom de « diagramme à ligne brisée », on peut se demander si la représentation de la situation fonctionnelle a toujours sa place. Chose certaine, les deux représentations proposées à la figure 2.4.2 montrent bien des similitudes : la présence des axes et la façon dont ils sont gradués, la

présence d'une « courbe », la mise en relation de deux grandeurs, l'allure générale de la représentation. Ces représentations sont toutefois différentes au niveau de leur usage mathématique (données statistiques versus situation fonctionnelle) et le fait que les auteurs de ce lexique les regroupent sous un même nom montre bien que le diagramme à ligne brisée et le graphique sont des notions qui peuvent être entremêlées en raison de certaines similitudes, mais qui gagneraient à être différenciées en raison de leurs différents usages en mathématique.

Conclusion pour ce lexique

J'ai rassemblé dans le tableau 2.4.3 de la page suivante les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique. Comme pour les autres lexiques, cela permettra de s'y référer en fin de chapitre, une fois les observations sur tous les lexiques consignées.

Tableau 2.4.3 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Lexique des Éditions Beauchemin

| Tableau synthèse - Lexique des Éditions Beauchemin | |
|---|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • On a choisi l'expression « dessin qui permet d'illustrer... » pour définir le graphique. • Un graphique pourrait par ailleurs représenter un algorithme ou un programme informatique. |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> • Les deux représentations visuelles fournies pour le diagramme à ligne brisée exploitent des objets mathématiques différents : dans un cas il s'agit de données statistiques et dans l'autre il s'agit d'une situation fonctionnelle. • Choix de vocabulaire pour désigner les composantes du diagramme à ligne brisée : « axes de coordonnées », « axe des abscisses », « axes des ordonnées », « l'origine des axes ». • Présence de points sur la courbe : dans ce lexique, la présence des points dans le diagramme à ligne brisée n'est pas toujours constante (on les retrouve dans une représentation, mais pas dans l'autre). • La coupure d'axe a été omise lorsque nécessaire dans une des représentations visuelles fournies en exemple. |
| Remarques générales | <p>Changements entre les deux éditions du lexique :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Le diagramme à bandes a vu son descriptif passé de « représentation graphique » à « représentation schématique ». • Le « diagramme cartésien » est devenu un « diagramme à ligne brisée » dans la seconde édition. <p><i>Note : On peut penser que ces changements démontrent une intention de dissocier les notions de diagramme et de graphique.</i></p> |

2.5 Dictionnaire mathématique CEC, Les Éditions CEC

Présentation de l'ouvrage

Ce dictionnaire m'a paru pertinent puisqu'il s'agit d'un ouvrage récemment paru au Québec (2011) et qu'il s'adresse spécifiquement aux élèves du secondaire, à leurs parents, de même qu'aux enseignants de mathématiques. L'auteure Natasha Dufour spécifie d'ailleurs que cet ouvrage peut aussi être un outil précieux pour les étudiants des niveaux postsecondaires. Cela en fait donc un bon ouvrage à regarder pour ce travail sur la distinction entre diagramme et graphique. Par ailleurs, Les Éditions CEC, qui ont publié ce dictionnaire, offrent aussi une collection de manuels scolaires, *Panoramath* au 1^{er} cycle du secondaire et *Visions* au 2^e cycle du secondaire, qui se retrouvent dans plusieurs écoles au Québec.

Par ailleurs, bien que cet ouvrage porte le nom de dictionnaire, il est apparenté dans sa forme aux autres lexiques analysés parce que les descriptions y sont plutôt brèves et que les représentations visuelles y sont plus dominantes. Toutefois, on précise toujours la nature du terme expliqué (nom, adjectif, verbe, etc.). De plus, un petit logo précède chaque définition pour préciser à quel niveau scolaire la notion est définie dans le programme actuel⁵. Par exemple, dans le cas des diagrammes (à bandes, à bâtons et à ligne brisée), on précise qu'il s'agit d'une notion qui devrait être acquise au primaire, alors que pour les graphiques on dit que cette notion devrait être acquise au 1^{er} cycle du secondaire.

⁵ Par exemple, on indique si la notion est vue au primaire, au premier ou au deuxième cycle du secondaire. Dans le cas de notions vues en 4^e et 5^e secondaire, on précise la séquence mathématique dans laquelle la notion est explorée (Culture, société et technique (CST), Technico-sciences (TS) ou Sciences naturelles (SN)).

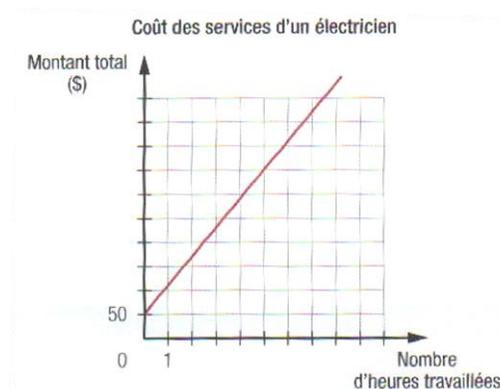
Définition de graphique

Ici, on présente le terme en tant que nom et on dit qu'il s'agit d'un « mode de représentation d'une situation à l'aide de points, d'une ligne, d'un ensemble de lignes, d'une courbe ou d'un ensemble de courbes, afin d'en faciliter l'analyse. » Cette définition n'est pas sans rappeler la première qui a été relevée dans le lexique des Éditions du Triangle D'or (voir p.27), avec l'ajout ici de « courbe ou ensemble de courbes ».

Discussion

Cette distinction entre ligne et courbe m'amène à croire qu'on entend par ligne un segment rectiligne, sans courbure, et que l'auteure a cru nécessaire de le spécifier. Toutefois, cette définition se distingue de la définition donnée dans le lexique des Éditions du Triangle d'Or par le fait qu'on ne spécifie pas le domaine d'utilisation du graphique. On dit simplement que le graphique sert à représenter une situation pour en faciliter l'analyse. Toutefois, l'exemple qui est donné ensuite éclaire cette description :

Figure 2.5.1 – Graphique dans le dictionnaire des Éditions CEC, p.125



Un texte détaillé accompagne la représentation de la figure 2.5.1 :

« Marie utilise les services d'un électricien qui demande 50\$ pour ses frais de déplacement et 60\$ par heure travaillée. Soit x le nombre d'heures travaillées et y le montant total des services de l'électricien, la fonction $y = 60x + 50$ traduit cette situation représentée graphiquement dans le plan cartésien ci-dessus. »

Comme la définition donnée au départ ne fournit pas d'indication précise sur le type de situation qu'il est possible de représenter par un graphique, cet exemple détaillé soutenu à la fois par une représentation visuelle et par une description en mots permet de concevoir que dans un graphique, en chaque point de la courbe, il existe une relation identifiable. Et dans ce contexte, cette relation associe un salaire au nombre d'heures travaillées. Cette explication démontre qu'on peut utiliser un graphique pour représenter une situation fonctionnelle. Cet exemple m'apparaît donc être un élément important de la définition proposée par le dictionnaire des Éditions CEC pour la notion de graphique.

Définition de diagramme

D'abord, on définit le diagramme, un nom masculin, au sens large : « schéma représentant les données recueillies lors d'une étude statistique. » Ce dictionnaire propose ensuite une définition spécifique de chaque type de diagramme (à bandes, à bâtons, à ligne brisée, à pictogrammes, à tige et à feuilles, circulaire, de quartiles, de Venn, en arbre et sagittal).

Discussion

Dans ce dictionnaire, on identifie le domaine d'utilisation du diagramme, soit la statistique. Aussi, il y a cette idée de schéma, qui est récurrente si on se rappelle que deux autres lexiques, celui des Éditions du Triangle d'Or et celui des Éditions Beauchemin, ont aussi eu recours à une telle expression. Avant d'analyser plus en profondeur les trois diagrammes qui nous intéressent ici, à savoir les diagrammes à bandes, à bâtons et à ligne brisée, il est intéressant de noter que les définitions de tous les différents diagrammes présentés dans le lexique débutent par « Représentation graphique... ». Donc, on utilise le terme « graphique » pour définir les diagrammes, mais il ne faut pas oublier qu'on emploie ici ce mot comme adjectif. Ainsi, comme cela a été mentionné dans l'analyse du lexique des Éditions Guérin, le fait que le mot « graphique » intervienne tantôt comme nom et tantôt comme adjectif est probablement une des raisons pour lesquelles il peut y avoir une tendance à relier les deux représentations qui nous intéressent, à savoir le diagramme et le graphique.

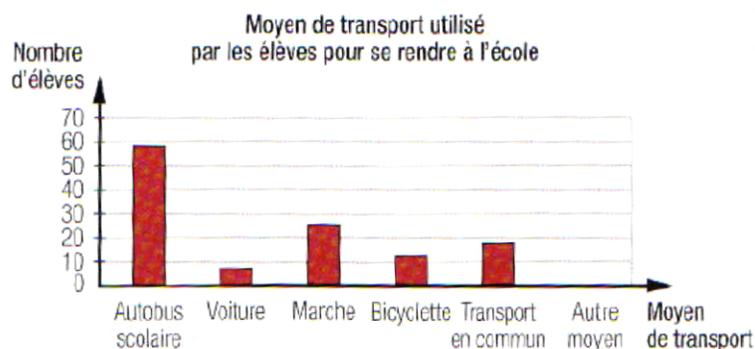
Définition de diagramme à bandes

Les définitions qui sont données pour le diagramme à bandes et pour le diagramme à bâtons sont très semblables. Pour le diagramme à bandes, on peut lire :

« Représentation graphique d'une situation faisant intervenir un caractère qualitatif. Il permet de comparer graphiquement l'effectif de chaque modalité. La longueur de chaque bande donne la valeur de la modalité correspondante. Les bandes peuvent être représentées à la verticale ou à l'horizontale. »

Le diagramme présenté à la figure 2.5.2 de la page suivante accompagne cette définition.

Figure 2.5.2 – Diagramme à bandes dans le dictionnaire des Éditions CEC, p. 58



Discussion

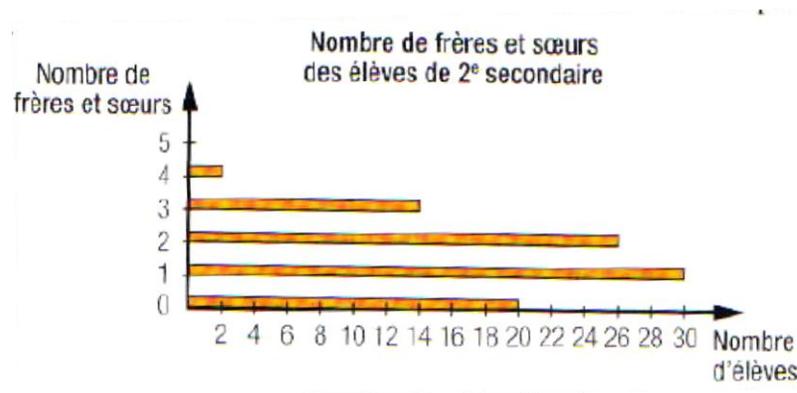
Dans cette définition, on utilise l'expression « comparer graphiquement ». On peut se questionner encore une fois, comme on l'a fait plus tôt avec les définitions du lexique des Éditions Guérin, sur l'emploi du mot « graphiquement », un adverbe dérivé du mot « graphique ». Si on remplace le mot « graphiquement » par « visuellement » dans la phrase : « Il (le diagramme à bandes) permet de comparer graphiquement l'effectif de chaque modalité. », le sens de cette phrase est conservé. Là où je veux en venir est que le terme « graphique » et son dérivé « graphiquement » n'ont pas que pour unique référent le graphique comme notion mathématique lorsqu'ils sont employés comme adjectif et adverbe. Ils réfèrent aussi à tout ce qui concerne le dessin ou la façon de tracer quelque chose, comme la définition de l'adjectif « graphique » issue du dictionnaire Larousse le suggérait dans la section 2.3 de ce travail. La revoici d'ailleurs :

« Qui a rapport au graphisme, au dessin, à l'action ou à la manière de tracer quelque chose : *L'œuvre graphique d'un dessinateur*. Qui est effectué au moyen de signes, du dessin, de la carte et surtout du dessin linéaire : *Représentation graphique d'un phénomène*. »

Définition de diagramme à bâtons

En ce qui concerne la description du diagramme à bâtons, la seule différence dans l'énoncé par rapport à celui qui définit le diagramme à bandes est qu'on spécifie que ce diagramme est utilisé pour une situation faisant intervenir un caractère quantitatif discret. Cette définition s'apparente à celle relevée plus tôt dans le lexique des Éditions du Triangle D'Or, qui est le seul autre ouvrage analysé à avoir fourni une description ce type de diagramme. Le diagramme à bâtons est lui aussi accompagné d'une représentation visuelle dans ce lexique (figure 2.5.3).

Figure 2.5.3 – Diagramme à bâtons dans le dictionnaire des Éditions CEC, p. 58



Discussion

Les représentations données pour ce type de diagramme de même que pour le diagramme à bandes ne présentent pas d'éléments nouveaux liés à la dualité observée entre diagramme et graphique.

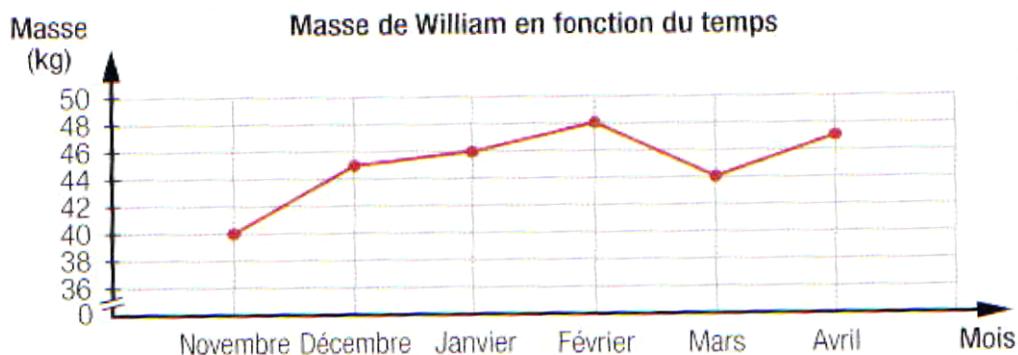
Définition de diagramme à ligne brisée

L'énoncé qui définit le diagramme à ligne brisée dans cet ouvrage est : « Représentation graphique de phénomènes évoluant dans le temps, où les données sont représentées par des points que l'on relie entre eux par des segments de droites ».

Discussion

Ici, sans rappeler spécifiquement le domaine d'utilisation mathématique de la représentation ciblée, on suggère que le diagramme à ligne brisée sert à représenter des données et on précise que ceux-ci sont illustrés par des points. Cette spécification est intéressante, puisque dans les précédents lexiques cette mise en évidence des points n'était pas toujours présente. De plus, on explique que les points sont reliés par des segments. Si on peut supposer que cette remarque cherche à distinguer la ligne brisée de la courbe d'un graphique cartésien, il n'y a pas de spécification claire au sujet de la raison d'être de ces segments pour cette représentation. Toutefois, ni ici ni nulle part ailleurs dans les autres ouvrages n'a-t-on cherché à préciser ce que représentent les segments reliant les points dans un diagramme à ligne brisée. Par ailleurs, on parle d'évolution dans le temps comme critère de sélection de ce type de graphique, ce qui avait été invoqué dans deux autres ouvrages, soit le lexique des éditions du Triangle D'or et celui des Éditions FM. Cette idée d'évolution dans le temps est assez récurrente pour qu'on conserve en tête que cela doit être un point de référence pour l'exploitation d'un diagramme à ligne brisée. Ce diagramme est lui aussi accompagné d'une représentation visuelle, que l'on retrouve à la page suivante (figure 2.5.4).

Figure 2.5.4 – Diagramme à ligne brisée dans le dictionnaire des Éditions CEC, p.58



Un petit encadré suit la représentation visuelle ci-dessus et celui-ci a attiré mon attention. Voici ce qui y est écrit :

« On utilise le diagramme à ligne brisée dans un contexte où il est raisonnable de penser que les données illustrées sont des points d'une fonction continue reliant les deux variables. »

Voilà donc une idée nouvelle, soit qu'un diagramme à ligne brisée est privilégié dans les contextes où les données sont associables à une fonction continue. Cette idée éclaire mon questionnement concernant l'association du diagramme à ligne brisée au graphique. Cette remarque n'indique pas que ce qui se trouve dans le diagramme à ligne brisée est une fonction. Toutefois, elle propose que les données représentées dans un diagramme à ligne brisée puissent aussi, ultimement, être représentées par une fonction, que les points qui composent la ligne brisée pourraient être les points d'un graphique modélisant cette situation. Si on reprend l'exemple donné à la figure 2.5.4 pour illustrer ce propos, la remarque du dictionnaire des Éditions CEC suggère qu'on pourrait aussi, théoriquement, tracer un graphique cartésien représentant la

masse de William en fonction du temps, de façon continue. Bien sûr, le contexte ici n'est peut-être pas le plus facile à interpréter pour obtenir une fonction continue, mais je pense que l'idée est là : on pourrait imaginer que la masse de William soit mesurée en continu grâce à un dispositif quelconque attaché à son poignet et relié à un ordinateur. Je ne pense pas qu'il faille accrocher sur le contexte ici, mais plutôt revenir à cette idée du potentiel des données statistiques issues d'un diagramme à ligne brisée à intervenir comme des variables continues dans un graphique cartésien. Je pense qu'on retrouve ici un autre lien entre le diagramme à ligne brisée et le graphique, qui avait d'ailleurs été proposé par un enseignant interrogé lors du sondage, voulant que le diagramme puisse être utilisé pour représenter les données d'une étude statistique, alors que le graphique cartésien peut servir à modéliser une situation issue d'une étude statistique (voir Tableau 1.2.3). Il y a là une idée importante à retenir à propos du lien qui unit le diagramme à ligne brisée au graphique. Dans le cas du diagramme, on travaillerait donc avec des données du domaine de la statistique, mais pas avec n'importe quel type de données. Il s'agirait de données numériques pouvant représenter des situations fonctionnelles, ce qui permet ultimement de modéliser ces situations dans des graphiques.

Avant de conclure sur ce que propose le lexique des Éditions CEC, je veux revenir sur la coupure d'axe dans les représentations proposées, puisque j'ai indiqué plus tôt qu'il s'agit une composante qu'on retrouve tantôt dans les diagrammes, tantôt dans les graphiques, tantôt dans les deux. On retrouve dans ce lexique une coupure d'axe sur l'axe vertical dans la représentation visuelle donnée pour le diagramme à ligne brisée (figure 2.5.4). C'est le seul diagramme mettant en évidence des données pouvant nécessiter une coupure d'axe et cela a été fait. Il semble que la présence de la coupure d'axe dans les diagrammes est parfois bien présente, comme dans ce lexique et celui des Éditions du Triangle d'Or, alors que ce n'est pas le cas pour d'autres lexiques, notamment ceux des Éditions FM et des Éditions Beauchemin.

Conclusion pour ce lexique

J'ai rassemblé dans le tableau 2.5.5 les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique. Comme pour les autres lexiques, cela permettra de s'y référer en fin de chapitre, une fois les observations sur tous les lexiques consignées.

Tableau 2.5.5 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Dictionnaire mathématique des Éditions CEC

| Tableau synthèse – Dictionnaire mathématique des Éditions CEC | |
|--|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • On parle de celui-ci comme d'un ensemble de points, de lignes, de courbes. • On ne spécifie pas le domaine mathématique où le graphique est exploité, mais on suggère un exemple qui est une situation fonctionnelle. |
| Diagramme (général) | <ul style="list-style-type: none"> • Au sens large, « diagramme » est défini comme un schéma. • Les définitions se rapportant aux différents diagrammes débutent par l'expression « représentation graphique ». On remarque donc que le terme « graphique » est utilisé ici comme adjectif. On retrouve l'adverbe « graphiquement » dans les définitions de ce dictionnaire. Le terme « graphique » adopte donc plus d'une identité, soit comme nom, comme adjectif ou comme adverbe. |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> • Présence de points sur la courbe : dans ce lexique, la présence des points dans le diagramme à ligne brisée est explicitée. • On précise que ce diagramme est utilisé pour représenter un phénomène évoluant dans le temps. • Une remarque intéressante à propos du diagramme à ligne brisée : on devrait l'exploiter lorsque les données en jeu peuvent aussi être les variables d'une fonction continue. |

2.6 Dictionnaire des mathématiques, Éditions Quadrige Dicos Poche

Présentation de l'ouvrage

Cet ouvrage a été publié en France en 2009 et il a été coécrit par Alain Bouvier, Michel George et François Le Lionnais. Il s'agit d'une huitième édition de l'ouvrage, la première ayant été publiée par Le Lionnais, en 1979. Le fait que ce dictionnaire ait une longue histoire en fait un ouvrage intéressant à analyser. De plus, comme cet ouvrage est un dictionnaire, les explications fournies pour les différentes notions sont principalement descriptives, bien que certaines d'entre elles soient accompagnées de schémas et d'illustrations.

Ce dictionnaire s'adresse davantage à un public de niveau collégial et universitaire. Les auteurs décrivent leurs publics visés en ces termes : « Cet ouvrage s'adresse d'abord au public cultivé, non spécialiste des mathématiques. [...] Cet ouvrage est également écrit pour les élèves du second degré, les étudiants, les enseignants et tous les professionnels des secteurs scientifiques et technologiques »⁶. La formulation des définitions est donc un peu moins compréhensible pour des élèves de la fin du primaire ou du début du secondaire, mais demeure intéressante pour le présent travail car celles-ci offrent une entrée différente sur les liens existant entre graphique et diagramme.

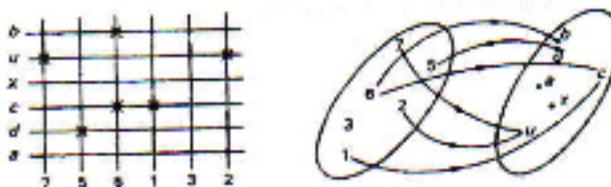
Définition de graphique

Pour la notion de graphique, le dictionnaire propose trois représentations visuelles, en plus d'une description. Par ailleurs, on ne définit pas que le mot

⁶ Puisque le dictionnaire est publié en France, on fait ici référence au système scolaire français. Les élèves de second degré correspondent au Québec aux élèves de fin du 2^e cycle du secondaire, soit les élèves de 5^e secondaire.

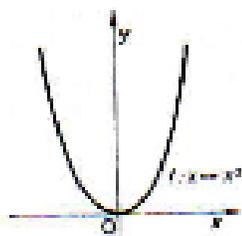
graphique, on définit en fait « graphique ou représentation graphique d'une relation ou d'une fonction ». Voici la définition proposée : « Représentation schématique de son graphe⁷. Pour une relation R d'un ensemble fini A vers un ensemble fini B, citons la représentation cartésienne (dessin de gauche) et la représentation sagittale (dessin de droite). » Les deux représentations auxquelles on se réfère sont les suivantes :

Figure 2.6.1 – Représentation cartésienne et sagittale dans le Dictionnaire des mathématiques, Éditions Quadrigé Dicos Poche, p.417



De plus, une troisième représentation est proposée, accompagnée de cet énoncé : « Dans le cas d'une fonction réelle à variable réelle, la représentation graphique utilisée est presque toujours la représentation cartésienne qui n'est autre que le dessin de la courbe d'équation cartésienne $y = x^2$ ».

Figure 2.6.2 – Graphique cartésien dans le Dictionnaire des mathématiques, Éditions Quadrigé Dicos Poche, p.417



⁷ Voir note de bas de page 3, page 22.

Discussion

Les deux premières représentations m'ont d'abord surprise. La représentation cartésienne du graphique d'une fonction ne s'apparente pas aux représentations observées dans les précédents lexiques. Toutefois, dans cette première définition, on exploite le terme « graphique » en tant qu'adjectif et comme cela a été mentionné dans l'analyse des lexiques des Éditions Guérin et des Éditions CEC, le terme « graphique » ne prend pas le même sens lorsqu'on parle du graphique comme objet, soit comme notion mathématique en elle-même. De plus, dans la représentation de droite, on retrouve une représentation sagittale, qui est aussi suggérée dans la définition du diagramme que j'analyse plus bas. On voit donc que dans ce dictionnaire, la représentation sagittale est classée sous les deux notions qui m'intéressent, soit diagramme et graphique. Ce fait est attrayant en soi, car on peut déceler là un rapprochement entre les notions de diagramme et de graphique. Enfin, si on regarde de plus près la description donnée pour le terme « graphique », les deux premiers mots suggérés sont « représentation schématique ». On retrouve là l'idée de schéma, qui était jusqu'ici associée seulement au concept de diagramme, dans les définitions des lexiques des Éditions du Triangle D'Or et des Éditions Beauchemin. On voit donc que ce qui est présenté dans ce dictionnaire est différent de ce qui a été présenté ailleurs.

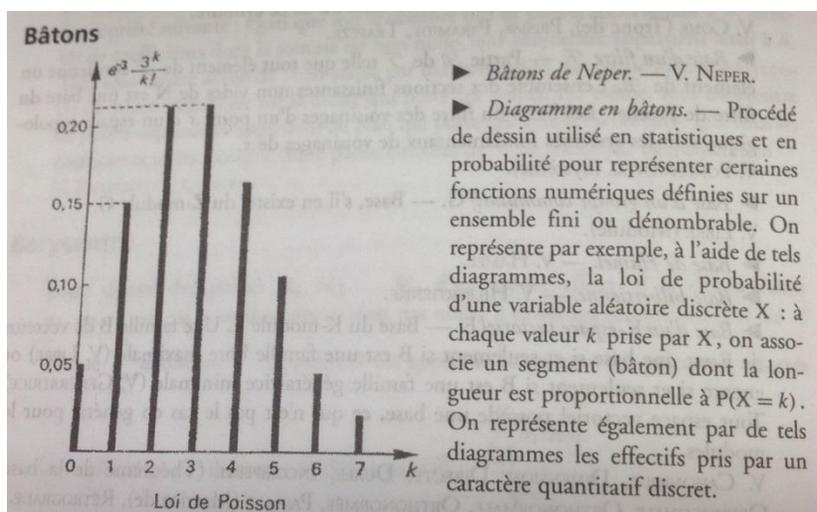
Dans la deuxième partie de la définition du graphique, on présente un dessin qui est fort différent des deux autres présentés juste avant, puisqu'on retrouve cette fois deux axes perpendiculaires bien identifiés, avec leurs variables respectives x et y , sans graduation toutefois, de même qu'une courbe assez connue, soit celle d'une fonction quadratique d'équation $f(x) = x^2$. Dans ce dictionnaire, un graphique sert, entre autres, à représenter des fonctions.

Définition de diagramme

Pour la notion de diagramme, on retrouve : « Nom donné à des représentations schématiques de certaines notions ou propriétés mathématiques ainsi qu'à certaines représentations graphiques de fonctions numériques définies sur une partie finie de \mathbb{R} ». Sous cette définition, une note indique au lecteur de voir les autres définitions associées : Bâtons, Boîte, Carrol, Cayley, Commutatif, Euler, Ferrers, Feuilles, Hasse, Karnauth, Sagittal, Vetch, Venn.

Bien qu'on ne fournisse pas de représentation visuelle, on réfère ici le lecteur à d'autres endroits dans le dictionnaire où on retrouve des définitions plus spécifiques pour plusieurs types de diagramme, accompagnées d'une représentation visuelle dans bien des cas. Dans cette liste, on retrouve entre autres le diagramme à bâtons, qui m'intéresse dans cette analyse, mais pas le diagramme à bandes, ni le diagramme à ligne brisée. Le diagramme de la figure 2.6.3 est celui fourni dans la description du diagramme à bâtons. On note à droite de la figure une description qui explique ses usages.

Figure 2.6.3 – Diagramme à bâtons dans le Dictionnaire des mathématiques, Éditions Quadrige Dicos Poche, p.84



Discussion

D'abord, on note que l'explication à droite du diagramme à bâtons se rapporte à un niveau de mathématiques qui dépasse le niveau des études secondaires, bien que cette représentation du diagramme à bâtons soit similaire à celles rencontrées jusqu'ici. Par ailleurs, il est intéressant de constater que dans ce petit énoncé on précise le domaine d'utilisation du diagramme en bâtons, soit la statistique et les probabilités. Je souligne cet élément, car on a lu aussi cette remarque dans trois des lexiques analysés plus tôt, soit les lexiques des Éditions du Triangle d'Or, celui des Éditions Guérin et celui des Éditions CEC. Cette remarque trouve aussi écho dans certaines réponses des enseignants lors du sondage présenté au chapitre 1.

Ce dictionnaire suggère aussi une nouvelle particularité, soit que le diagramme peut intervenir à titre de représentation graphique de fonctions. Selon ce dictionnaire, un diagramme peut être à la fois un schéma et un graphique de fonction, dans le cas où il s'agit d'une fonction numérique définie sur une partie finie de \mathbb{R} . Voilà tout de même une contrainte intéressante pour admettre une représentation graphique comme étant un diagramme. Il faudrait donc que la fonction soit définie sur une partie finie de \mathbb{R} uniquement, pour pouvoir être représentée par un diagramme. Il est vrai que pour un diagramme à ligne brisée, une situation est le plus souvent représentée sur un intervalle fini de \mathbb{R} , ce qui pourrait donner raison à cette définition. Enfin, on peut dire que cette idée s'approche de ce qui a été proposé dans le lexique des Éditions CEC, où l'on proposait que le diagramme (à ligne brisée) devait être privilégié lorsque les données statistiques peuvent aussi être les variables d'une fonction continue.

Un dernier élément à mentionner au sujet des définitions offertes par ce dictionnaire est que l'expression « représentation schématique » a été utilisée à la fois pour décrire le graphique et pour définir le diagramme, comme quoi il y a certaines similitudes pour les auteurs en ce qui concerne ces deux types de représentations.

Conclusion pour ce lexique

J'ai rassemblé dans le tableau 2.6.4 les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique. Comme pour les autres lexiques, cela permettra de s'y référer en fin de chapitre, une fois les observations sur tous les lexiques consignées.

Tableau 2.6.4 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Dictionnaire des mathématiques – Quadrige Dicos Poche

| Tableau synthèse – Dictionnaire des mathématiques Éditions Quadrige Dicos Poche | |
|--|---|
| Remarques générales | <ul style="list-style-type: none"> • On définit « graphique » comme étant une représentation schématique, tout comme « diagramme », qui est aussi défini dans ces mêmes termes. • La représentation sagittale d'une relation est proposée à la fois pour la notion de graphique et pour la notion de diagramme. |
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • Trois représentations visuelles très différentes sont données pour le graphique : la représentation cartésienne, la représentation sagittale et la représentation de fonction. • Utilisé pour représenter des fonctions. |
| Diagramme | <ul style="list-style-type: none"> • Aucune information n'est fournie à propos du diagramme à bandes ou du diagramme à ligne brisée. • Le diagramme à bâtons peut être exploité en statistique ou en probabilités. • Le diagramme peut représenter un schéma ou un graphique de fonctions, dans le cas précis où il s'agit d'une fonction numérique définie sur une partie finie de \mathbb{R}. |

2.7 Dictionnaire de mathématiques élémentaires, Éditions du Seuil

Présentation de l'ouvrage

Cet ouvrage a été écrit par Stella Baruk et a été publié en 1995 à Paris, aux Éditions du Seuil. Dans cet ouvrage, on retrouve les éléments connus d'un dictionnaire, soit la précision sur le type de mot dont il s'agit (nom, verbe, adjectif, etc.) de même que l'éthymologie (latin, grecque, etc.). Une ou plusieurs définitions suivent ensuite selon le cas et une représentation visuelle peut être présentée, mais c'est vraiment le texte descriptif qui domine. Le public ciblé par ce dictionnaire est assez large, allant des étudiants aux pédagogues, en passant par les professeurs et les parents d'élèves. Il est donc destiné à bon nombre d'intervenants en lien avec l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques.

Dans cet ouvrage, il y a absence de définition spécifique pour le terme « diagramme ». Il n'y a presque rien sur ce sujet, alors que c'est la notion que je veux comparer au graphique dans ce travail. Toutefois, certaines explications données pour graphique entrecroisent par moment les notions de diagramme et de graphique, c'est ce qui est intéressant dans cet ouvrage.

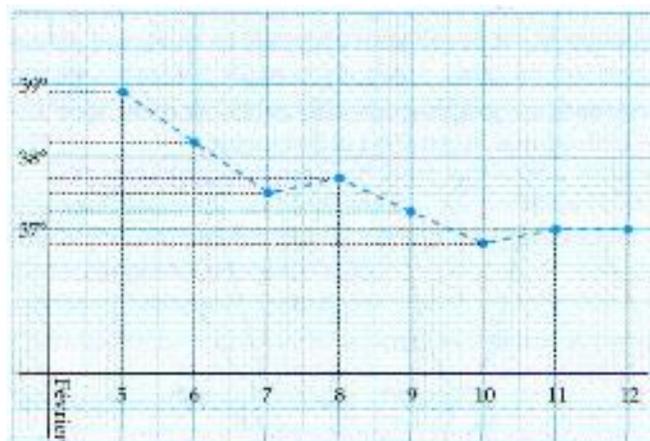
Définition de graphique

Dans un premier temps, il est intéressant de mentionner que ce dictionnaire distingue l'usage du mot « graphique » en tant qu'adjectif et en tant que nom commun. Voici d'abord ce qui est dit pour l'utilisation de l'adjectif : « Qui représente par le tracé de signes ou de lignes : *arts graphiques, procédés graphiques.* » Cette évocation de l'usage du terme « graphique » en tant qu'adjectif est aussi apparue dans l'analyse des lexiques des Éditions Guérin et des Éditions CEC. De plus, l'idée de « lignes » proposée dans ce dictionnaire avait aussi été exploitée dans le lexique des

Éditions du Triangle D'or notamment, et j'avais alors questionné la pertinence d'une « ligne » ou d'une « courbe » dénudée d'axes pour donner un sens à cette représentation (voir figure 2.1.2).

Dans un deuxième temps, le dictionnaire propose une définition de « graphique » en tant que nom commun : « Un graphique est la transcription par le dessin d'un certain nombre de données, permettant généralement d'interpréter visuellement leur juxtaposition : *un graphique des températures, le graphique d'une statistique.* » On fournit ensuite un exemple (voir figure 2.7.1) accompagné d'une explication d'une situation où une représentation graphique est utilisée de manière appropriée selon l'auteur de ce dictionnaire. Le contexte est le suivant : un médecin note chaque jour la température corporelle d'un patient. On suggère de représenter cette situation visuellement, car il serait plus pertinent pour le médecin d'avoir une vue d'ensemble de l'évolution du patient plutôt qu'on lui ait récité les températures obtenues chaque jour à voix haute.

Figure 2.7.1 – Graphique dans le Dictionnaire de mathématiques élémentaires aux Éditions du Seuil, p.564



Discussion

D'abord, ce que nous dit l'énoncé descriptif à propos du graphique en tant que nom est que celui-ci permet la transcription de données et en guise d'exemples on suggère un « graphique des températures » ou un « graphique d'une statistique ». Cette définition laisse donc entrevoir que le graphique peut s'apparenter au diagramme, ce qui peut expliquer qu'on n'ait pas proprement défini ce concept.

Un deuxième élément retient mon attention : il s'agit de notes écrites par l'auteure. Baruk précise que dans les collèges actuels, les programmes mettent l'emphase sur les graphiques, car on les retrouve dans bon nombre de situations. Toutefois, l'auteure indique qu'« il y a lieu d'établir une première distinction entre une *représentation graphique* et une *résolution graphique*. »⁸ (p.563) Pour la représentation graphique, elle poursuit ainsi : « Elle (la représentation graphique) consiste à traduire visuellement des données quantitatives sur un plan que l'on aura 'équipé' pour les recevoir. »⁹ (p.564) On retrouve ici l'idée que le graphique peut représenter une étude statistique. Pourtant, les autres lexiques analysés ont associé cet usage au diagramme, et non au graphique. En ce qui concerne la « résolution graphique », je ne m'y attarde pas, car il ne s'agit pas du sujet qui m'intéresse, on parle en fait de résolution de systèmes d'équations et d'inéquations.

En ce qui concerne la représentation donnée pour le graphique (figure 2.7.1), on remarque qu'elle est soutenue par un plan quadrillé et que les points sont mis en évidence sur la courbe. Cet aspect de la représentation n'est manifestement pas toujours observé de façon constante entre les différents lexiques. Au niveau du contexte privilégié pour la représentation, l'auteure précise qu'elle cherche à obtenir « un repère sur lequel on pourrait mettre les jours en abscisses, les températures en ordonnées... » Ceci est intéressant, car si on se réfère au lexique des Éditions

⁸ C'est l'auteure qui souligne.

⁹ Le mot « équipé » est mis en évidence par ces mêmes apostrophes par Baruk.

Beauchemin, on retrouvait plutôt l'usage de ce vocabulaire pour le diagramme (à ligne brisée). De plus, toujours sur cet exemple on spécifie : « ...cette représentation graphique - qu'on appelle curieusement 'courbe des températures' - est la manière la plus efficace de disposer de l'ensemble des données, chacune pour elle-même, mais aussi de façon à rendre plus aisée ce qui est la raison d'être du graphique, c'est-à-dire la vue d'ensemble d'un phénomène. » (p.564) Cette dernière remarque apporte certains éléments de réflexion. D'une part, on ne sait pas trop pourquoi il est « curieux » de nommer cette courbe « courbe des températures », peut-être parce qu'il s'agit en fait d'une ligne brisée. D'autre part, on énonce deux avantages majeurs que permet le graphique : disposition efficace d'un ensemble de données et vue d'ensemble sur une situation. On sort donc un peu de la description « Un graphique est... » pour aller vers une description du style « Un graphique sert à... ». Ce type de définition n'est pas entièrement nouveau, car d'autres ouvrages avaient certes défini le graphique, mais pas son utilité et il me semble qu'on met ici l'emphase sur ce point, sur la raison d'être du graphique.

Plus loin, Baruk développe l'idée de « vue d'ensemble » induite par un graphique. Elle spécifie que « ... cette vue d'ensemble comporte de plus la possibilité de lire du premier coup l'évolution du phénomène représenté. Dans un tel cas, on a généralement affaire à un type de relation entre les données qu'on appelle *fonction* : à chaque terme mis en abscisse correspond un *unique* terme mis en ordonnée, ou éventuellement aucun¹⁰. » (p.564) Alors là, l'auteure passe de la vision du graphique pour représenter des données statistiques à une vision du graphique pour représenter des fonctions. Et elle n'en reste pas là au sujet des fonctions, car elle ajoute que : « ...à moins qu'il ne s'agisse d'une fonction 'expérimentale', telle que celle citée plus haut [la courbe des températures], c'est plutôt par une étude préalable de ses propriétés qu'une fonction donnée par une 'formule' mathématique peut efficacement

¹⁰ C'est l'auteure qui souligne.

être représentée graphiquement... »¹¹ (p.564-565) Cette idée de fonction expérimentale est intéressante et elle n'est pas sans rappeler les propos du lexique des Éditions CEC qui suggérait d'exploiter le diagramme à ligne brisée dans le cas où les données statistiques peuvent aussi être les variables d'une fonction continue. On pointe encore vers la notion de fonction, mais en lien avec le graphique cette fois.

Suite à toutes ces remarques de Baruk à propos de la représentation graphique, celle-ci termine avec un commentaire : « Il faut donc savoir distinguer les cas où il s'agit simplement de reporter sur un plan repéré des informations accumulées sur un certain sujet, de celles de fonctions mathématiques, où au contraire l'étude préalable du sens de variation de la fonction renseigne sur la représentation que l'on va en donner. » (p.565) Quelle conclusion! L'auteure précise donc que dans la notion de graphique, deux usages de cette représentation peuvent être faits : la représentation de données statistiques et la représentation de fonctions. Cela rejoint les idées du lexique des éditions Guérin, qui proposait ces mêmes usages pour le « graphique statistique » et le « graphique de fonctions ». Toutefois, contrairement au lexique des Éditions Guérin, Baruk ne fait jamais allusion à la notion de diagramme dans ses propos.

Conclusion pour ce lexique

J'ai rassemblé dans le tableau 2.7.2 de la page suivante les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique. Comme pour les autres lexiques, cela permettra de s'y référer en fin de chapitre, une fois les observations sur tous les lexiques consignées.

¹¹ Le mot « formule » est mis en évidence par ces mêmes apostrophes par Baruk.

Tableau 2.7.2 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues du Dictionnaire des Éditions du Seuil

| Tableau synthèse – Dictionnaire des Éditions du Seuil | |
|--|---|
| Remarque générale | <ul style="list-style-type: none"> • Aucune définition n'est présentée pour la notion de diagramme. |
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • On distingue l'adjectif « graphique » du nom commun « graphique ». • Les points sur la courbe sont mis en évidence. • Deux avantages induits par le graphique : disposition efficace d'un ensemble de données et vue d'ensemble sur une situation. • On accepte comme graphique la représentation de données statistiques <i>et</i> la représentation de fonctions. L'auteure insiste sur l'importance de distinguer ces utilisations, alors qu'elle les regroupe sous une seule notion : celle de graphique. Par ailleurs, d'autres lexiques (le Lexique des Éditions Quadrige Dicos Poche, par exemple) se sont servis de ces mêmes utilisations pour distinguer diagramme et graphique. |

2.8 La petite encyclopédie Lycée, Les Éditions de la Cité-Bordas/SEJER

Présentation de l'ouvrage

Cet ouvrage a été publié en 2004 en France et a été rédigé par André Deledicq. Dans cet ouvrage, les définitions données pour chaque concept sont plutôt brèves. Ici, on se contente d'un énoncé d'une ou deux phrases. Les définitions sont accompagnées quelques fois d'une représentation visuelle. Cet ouvrage s'adresse plus particulièrement aux élèves et étudiants du collège et du lycée en France, ce qui correspond grosso modo au niveau secondaire et collégial au Québec.

Définition de graphique

On présente ainsi la notion de graphique : « On appelle représentation graphique d'une fonction f la courbe plane dont les points ont pour coordonnées, dans un repère du plan, les couples $(x, f(x))$ formés par les antécédents et leurs images. » Aucune représentation visuelle n'accompagne cet énoncé.

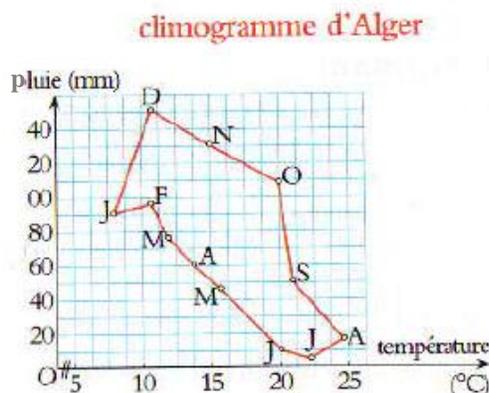
Discussion

D'abord, on remarque qu'on s'intéresse au terme « graphique » à la manière d'un adjectif, ce qui a été fait maintes fois à travers les différents lexiques analysés. De plus, dans cet ouvrage, on associe directement la représentation graphique à la représentation d'une fonction et c'est le seul usage qu'on souligne. On relève aussi l'importance de la courbe composée de points qui satisfont la relation fonctionnelle en question. L'association entre fonction et graphique est donc très explicite, ce qui est différent des premiers lexiques analysés, où seul le lexique des Éditions CEC y fait allusion. Par ailleurs, dans le lexique des Éditions du Seuil, Stella Baruk mentionne également cet usage du graphique afin de représenter visuellement une fonction.

Définition de diagramme

On spécifie dans ce lexique que le mot « diagramme » est issu du grec « diagramma », qui signifie « dessin ». Puis, on présente un exemple de diagramme : celui d'un climatogramme (voir figure 2.8.1 page suivante).

Figure 2.8.1 – Diagramme dans La petite encyclopédie Lycée,
Les Éditions de la Cité-Bordas/SEJER, p. 510



Cette représentation est accompagnée de l'explication suivante : « Le diagramme ci-dessus représente les variantes de pluie et de température selon les mois, remarquées au cours d'une certaine année dans une région tempérée de l'hémisphère nord. »

Le lexique propose aussi une définition de ce qui est entendu par diagramme au sens large : « Un diagramme est une représentation graphique ou schématique permettant de décrire l'évolution d'un phénomène. »

Discussion

D'abord, la représentation visuelle fournie est intéressante pour la présente analyse, puisqu'elle présente tous les éléments qu'on peut retrouver dans un graphique *cartésien* : deux axes numériques gradués, des points identifiés et une courbe (ou une ligne brisée). On remarque aussi que dans cet exemple il s'agit de données mesurées, donc on se retrouve bien en présence de statistiques. Enfin, ce choix d'exemple pour le diagramme est assez singulier. On aurait pu choisir un diagramme à bandes ou un diagramme à ligne brisée plus conventionnel, mais on a

privilegié cette représentation, ce qui se distingue de tous les autres ouvrages analysés dans ce travail. Cela dit, cette représentation est intéressante car on ne peut la confondre avec un graphique de fonctions, puisque certains mois, on note la même température moyenne pour une différente quantité de pluie. Il y a donc des similitudes entre ce climatogramme et un graphique *cartésien*, mais le type de courbe qu'on y retrouve permet de se dissocier du graphique qui selon ce lexique sert à la représentation de fonctions.

En ce qui concerne la définition donnée pour diagramme, je note d'abord que le terme « diagramme » est présenté sous ses origines grecques et celles-ci l'associe au terme « dessin ». Ceci est intéressant car je questionnais dans l'analyse du lexique des Éditions Beauchemin le choix du terme « dessins » pour définir la notion de graphique. Ici toutefois, on dit que diagramme vient du grec et signifie dessin. Voilà qui est intéressant : les notions de graphique et de diagramme sont donc liées par leur référence au concept de dessin. Pour définir le diagramme, je remarque qu'on utilise aussi l'expression « représentation graphique ». Cette expression avait aussi été exploitée pour définir les diagrammes dans le lexique des Éditions CEC, comme quoi le terme « graphique », lorsqu'il est employé comme un adjectif, revêt une signification différente. Lorsqu'il est employé comme adjectif, le terme « graphique » renvoie au dessin et à la manière de tracer quelque chose. Il y a donc un lien manifeste entre diagramme et graphique qui réside dans l'idée de tracé que les deux notions partagent.

Par ailleurs, on précise que le diagramme en général permet de décrire l'évolution d'un phénomène. On peut se questionner sur la validité de cette affirmation pour tout type de diagramme. Si on se réfère à ce qui a été énoncé dans d'autres ouvrages, c'est le diagramme à ligne brisée qui bien souvent est choisi pour représenter une telle évolution. Or, un diagramme à bandes ne représente pas nécessairement l'évolution d'un phénomène, et la figure 3.4.1 illustre bien ceci. Ce diagramme à bandes présente simplement le nombre d'élèves appartenant à chaque

origine ethnique dans un groupe d'élèves. Il n'y a donc pas là d'idée d'évolution, aucune notion de temps n'étant impliquée. Ainsi, dans la définition générale de ce qu'est un diagramme dans ce lexique, il y a un manque de généralité au niveau de l'utilisation d'un diagramme. On est sur des cas précis et cela ne satisfait pas nécessairement à des cas plus généraux. Par exemple, un diagramme à bandes présentant un sondage sur le choix d'activité sportive favorite d'un groupe d'adolescents ne démontre pas l'évolution d'un phénomène. Ce type de diagramme présente souvent simplement des données ponctuelles de façon visuelle. D'autres diagrammes, comme le diagramme circulaire, ne permettent généralement pas non plus d'illustrer l'évolution d'un phénomène. Bref, la définition suggérée pour diagramme dans ce lexique se veut générale, mais ne semble pas adaptée à tous les types de diagramme.

Enfin, pour revenir à la figure 2.8.1, je note qu'une coupure d'axe a été effectuée sur l'axe horizontal, et cela peut-être discutable considérant le choix de graduation qui a été fait. Comme je l'ai mentionné auparavant dans l'analyse d'autres lexiques, il semble que la coupure d'axe ne soit pas toujours effectuée de façon adéquate dans ces ouvrages dits de référence.

Conclusion pour ce lexique

J'ai rassemblé dans le tableau 2.8.2 de la page suivante les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de ce lexique. Je procède plus tard à une synthèse globale concernant toutes les réflexions issues de ce chapitre.

Tableau 2.8.2 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues La petite encyclopédie Lycée des Éditions de la Cité-Bordas/SEJER

| Tableau synthèse – La petite encyclopédie Lycée, Les Éditions de la Cité-Bordas/SEJER | |
|--|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • La représentation graphique est définie comme celle d'une fonction. |
| Diagramme | <ul style="list-style-type: none"> • Pour le diagramme, on propose un seul exemple, celui d'un climatogramme, ce qui s'avère une singularité pour ce lexique par rapport aux précédents ouvrages. • On définit diagramme au sens large comme étant une « représentation graphique ou schématique ». • On précise qu'un diagramme permet de décrire l'évolution d'un phénomène, ce qui est discutable selon qu'il s'agisse de quel type de diagramme. |

2.9 Synthèse des réflexions portant sur les lexiques

Tout au long de ce chapitre, j'ai fait différents rapprochements entre les cinq ouvrages de référence analysés concernant les définitions qui y sont proposées pour diagramme et graphique. Je présente dans le tableau suivant les différentes observations que j'ai relevées tout au long du chapitre, dans le but de faire ressortir les similitudes qui existent entre les cinq ouvrages analysés. Le but de ce tableau synthèse est aussi de compiler toutes les observations pertinentes permettant de mieux comprendre pourquoi les notions de diagramme et graphique sont interreliées.

Tableau 2.9.1 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des huit lexiques (1/2)

| | | Lexique des Éditions du Triangle d'Or | Lexique des Éditions FM | Lexique des Éditions Guérin | Lexique des Éditions Beauchemin | Dictionnaire des Éditions CEC | Dictionnaire des Éditions Quadriga Dicos Poche | Dictionnaire des Éditions du Seuil | Encyclopédie des Éditions de la Cité-Bordas/SEJER |
|----------------------------|---|---------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------------|--|------------------------------------|---|
| | Observations relevées | | | | | | | | |
| Remarques générales | Coupure d'axes : - Elle est présente en tout temps dans les diagrammes et les graphiques proposés. | X | | | | X | | | X |
| | - La coupure d'axes a été omise dans certains diagrammes illustrés. | | X | | X | | | X | |
| | Les mêmes représentations visuelles sont données pour diagramme et « graphique statistique ». | | | X | | | | | |
| | Les diagrammes servent en statistique et les graphiques pour la représentation de fonctions. | | | | | X | X | | X |

Tableau 2.9.1 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des huit lexiques (2/2)

| | Observations relevées | Lexique des Éditions du Triangle d'Or | Lexique des Éditions FM | Lexique des Éditions Guérin | Lexique des Éditions Beauchemin | Dictionnaire des Éditions CEC | Dictionnaire des Éditions Quadrige Dicos Poche | Dictionnaire des Éditions du Seuil | Encyclopédie des Éditions de la Cité-Bordas/SEJER |
|---------------------------------|---|---------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------------|--|------------------------------------|---|
| Graphique | Dès qu'il y a la présence d'une « courbe », on est en présence d'un graphique. | X | | X | | | | | |
| | Le terme « graphique » est parfois utilisé comme un adjectif. | | | X | | X | X | X | X |
| | Il existe deux sortes de graphique : le graphique en statistique et le graphique de fonctions/relations. | | | X | | | | X | |
| | On a utilisé le terme « dessin » pour définir cette notion. | | | | X | | | X | X |
| Diagramme à bandes | Le diagramme est considéré comme un schéma. | X | | | X | X | X | | X |
| | Les diagrammes servent en statistique. | X | X | X | X | X | X | | X |
| Diagramme à ligne brisée | Présence de points sur la courbe : - Les points sont mis en évidence dans les diagrammes à ligne brisée présentés. | X | | X | X | X | | | |
| | - Pas de point dans le diagramme à ligne brisée. | X | X | | | | | | |
| | Ce diagramme sert à représenter un phénomène continu dans le temps. | X | X | | | X | | | |
| | On devrait exploiter ce diagramme lorsque les données en jeu peuvent être les variables d'une fonction continue. | | | | | X | | | |

* Note : Les cases en gris indiquent que la représentation n'est pas traitée dans l'ouvrage concerné.

CHAPITRE 3

UNE ENTRÉE PAR LES MANUELS SCOLAIRES

Toujours dans le but de mieux comprendre ce en quoi les graphiques et les diagrammes peuvent se ressembler et se distinguer, je présente ici les définitions suggérées pour ces notions dans trois collections de manuels scolaires de niveau secondaire¹². Chaque collection de manuels scolaires sélectionnée renvoie à une période différente, couvrant ainsi une large utilisation faite par les élèves du secondaire et par les enseignants de. Les trois collections retenues sont les suivantes : *Mathématique Soleil* (1984-1987), *Scénarios* (1993-1998) et *À vos maths/Intersection mathématique* (2006-2009). Je les présente en ordre chronologique de parution. Comme dans le précédent chapitre où je m'intéressais aux lexiques, je présente d'abord le contexte d'utilisation de chaque collection de manuels. Je présente ensuite les définitions et les représentations visuelles proposées dans les manuels couvrant les cinq années du secondaire. Je propose aussi une section intitulée « Discussion », regroupant mes réflexions quant aux relations entre les graphiques et les diagrammes qui ressortent de l'analyse de ces manuels.

Il faut noter également que dans un souci de continuité avec le chapitre précédent, je m'intéresse ici aux mêmes types de « diagramme », à savoir le diagramme à ligne brisée, le diagramme à bandes et le diagramme à bâtons. Les autres types de diagrammes ne sont pas retenus ni analysés.

¹² J'ai retenu les ouvrages du niveau secondaire pour ce travail puisque c'est à ce niveau que les graphiques sont introduits. Il peut y avoir une introduction du plan cartésien à la fin du primaire, où les diagrammes sont aussi introduits, mais c'est véritablement à partir de la deuxième année du secondaire qu'une étude des graphiques est réalisée avec les élèves, de même que pour les diagrammes, si on se réfère au programme de formation de l'école québécoise actuel (avril 2014) et à la progression des apprentissages que celui-ci suggère.

3.1 Manuels de la collection Mathématique Soleil, Éditions Guérin

Présentation de la collection

Les trois premiers volumes de cette collection de manuels ont été rédigés par Madeleine Drolet et Hélène Rochette, qui ont par ailleurs supervisé la rédaction des volumes 4 et 5, écrits par Roger Dallaire, Jacques Doré, Normand L'Écuyer et Gilles Rochette. Cette collection de manuels a beaucoup été utilisée dans les écoles québécoises à la fin des années 1980 et au courant des années 1990. Pour cette collection, j'ai regroupé mes remarques et mes réflexions pour le graphique d'abord, puis pour le diagramme à bandes et enfin pour le diagramme à ligne brisée.

Définition de graphique

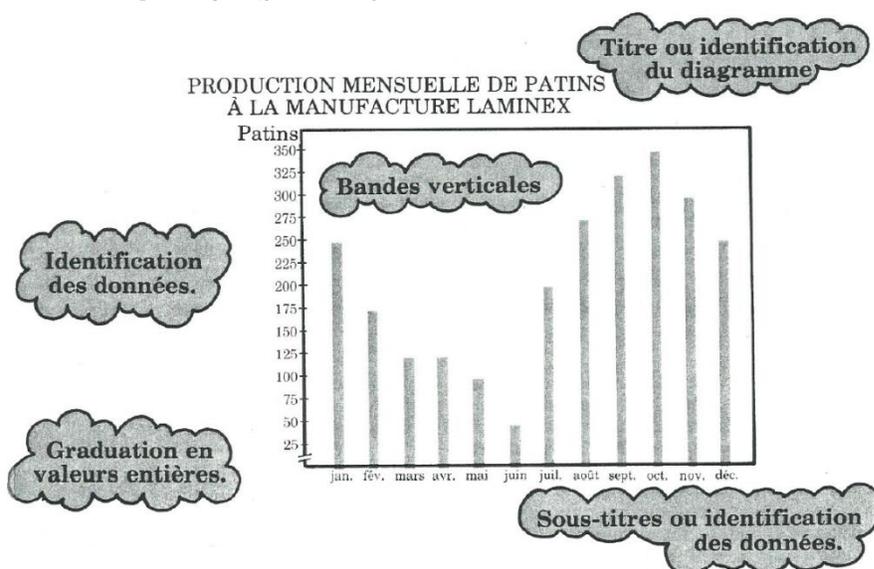
On voit apparaître le terme « graphique » dès le premier volume de Mathématique Soleil, soit celui qui s'adresse aux élèves de première secondaire. L'extrait suivant présente à la fois les notions de graphique et de diagramme :

En statistique, on trouve avantage à illustrer une situation. Par leurs formes et leurs couleurs, ces illustrations captent davantage l'attention et facilitent du même coup l'analyse. Aujourd'hui, tu vois fréquemment ces graphiques dans les journaux ou les revues, on en présente également à la télévision. Les principaux graphiques utilisés sont : le diagramme à bande, le diagramme à ligne brisée, le diagramme circulaire, le pictogramme et l'histogramme. (p. 487)

Le manuel présente ensuite de manière détaillée chaque type de diagramme, ses composantes et ses usages. On retrouve le terme « graphique » ici et là, dans les paragraphes d'introduction des exemples donnés pour chaque type de diagramme. On retrouve par exemple la phrase suivante à côté d'un diagramme à bandes (voir figure

3.1.1) : « Dans une manufacture de patins, on a présenté, en fin d'année, le graphique suivant pour illustrer la production mensuelle. »

Figure 3.1.1 - Graphique/diagramme¹³ issu du manuel Mathématique Soleil,
Vol. 1, p. 488



Dans les pages qui suivent cet exemple, on trouve le terme « graphique », mais celui-ci accompagne alors des diagrammes à ligne brisée.

Dans le deuxième volume de la collection, on retrouve aussi le mot « graphique » dans le chapitre portant sur les diagrammes en statistique, dans des phrases presque identiques à celles citées dans le premier volume : « Dans une manufacture de skis alpins, on a présenté, en fin d'année, le graphique suivant pour illustrer la production mensuelle. ». Ou encore, à côté d'un diagramme à ligne brisée,

¹³ Dans ce manuel, les termes « graphique » et « diagramme » sont traités comme synonymes. C'est pourquoi j'écris ici « Graphique/diagramme ».

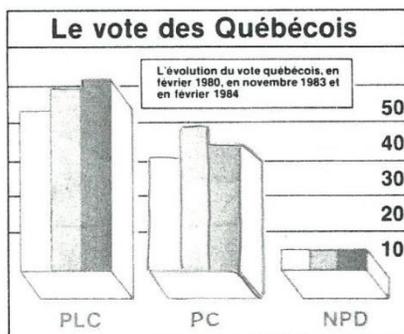
on retrouve la phrase suivante : « Le graphique ci-contre illustre bien un phénomène continu puisque la température évolue graduellement ».

Dans le troisième volume de la collection Mathématique Soleil, une section s'intitule : « Représentation graphique d'une distribution ». On retrouve dans le texte d'introduction de cette section des éléments qui se trouvaient dans l'introduction du premier volume, avec quelques différences :

Une image vaut mille mots. Le statisticien met régulièrement en pratique ce dicton populaire dans les divers diagrammes qu'il construit. À la différence d'un tableau de distribution, le graphique qui représente la répartition d'une population selon tel caractère demande de l'imagination et du goût afin de visualiser le mieux possible la distribution. Par leur forme et leur couleur, les graphiques facilitent l'analyse et l'attention du lecteur. (...) Les principaux graphiques utilisés sont : le pictogramme, le diagramme à bandes, le diagramme circulaire, le diagramme à ligne brisée, l'histogramme, le polygone de fréquence. (p.520)

Dans ce troisième volume, on retrouve aussi le terme « graphique » dans quelques phrases appuyant des exemples de diagrammes, comme c'était le cas dans les deux premiers volumes de la collection Mathématique Soleil. Voici un exemple, qui accompagne le diagramme à bandes en trois dimensions qui se trouve de la figure 3.1.2 : « On retrouve parfois des variantes du diagramme à bandes. C'est le cas du graphique suivant. »

Figure 3.1.2 - Graphique/diagramme¹⁴ issu du manuel Mathématique Soleil,
Vol. 3 p. 525



Par ailleurs, dans la section sur le diagramme à ligne brisée du troisième volume, il est intéressant de constater que le terme « graphique » occupe un nouveau rôle :

Lorsque le caractère étudié (quantitatif discret ou continu) varie dans le temps, il est d'usage de faire un graphique à ligne brisée¹⁵. Dans un tel diagramme, l'axe horizontal porte toujours la variable temps et l'axe vertical porte les valeurs du caractère. (p.528)

Dans le quatrième volume de la collection, on découvre que le terme « graphique » est désormais associé au plan cartésien. Dans la section « Graphique de l'ensemble solution d'une équation », l'objectif présenté aux élèves est de « représenter graphiquement l'ensemble solution d'une équation du premier degré à deux variables ». On explique d'ailleurs la pertinence du graphique en ces termes :

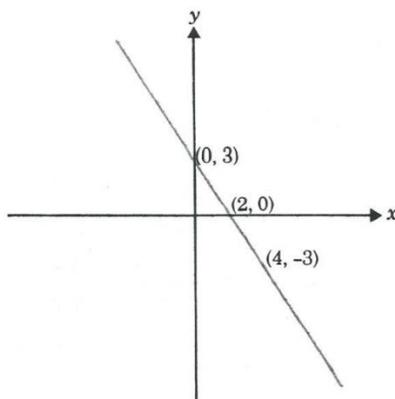
¹⁴ Dans ce manuel aussi les termes « graphique » et « diagramme » sont traités comme synonymes. C'est pourquoi j'écris ici « Graphique/diagramme ».

¹⁵ C'est moi qui souligne, pour mettre en évidence le fait qu'on ne dit pas diagramme à ligne brisée, mais graphique à ligne brisée.

L'ensemble solution d'une équation est donc l'ensemble de tous les couples de solutions de l'équation. Puisque cet ensemble est infini, il est donc impossible d'en énumérer tous les éléments. Pour pallier à cet inconvénient, il est utile de représenter les couples solutions d'une équation à l'aide d'un graphique. Dans les activités qui suivent, tu vas apprendre à représenter les couples solutions d'une équation à l'aide d'un système de coordonnées cartésiennes. (p. 35)

Ainsi, après quelques consignes sur le positionnement de points dans le plan cartésien, on montre la marche à suivre pour tracer des couples de valeurs associés à une équation de manière à obtenir une droite, comme le montre la figure 3.1.3. Puis, on conclue ainsi : « L'ensemble solution d'une équation du premier degré à deux variables se traduit graphiquement par une droite. »

Figure 3.1.3 – Graphique¹⁶ issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 4 p. 125

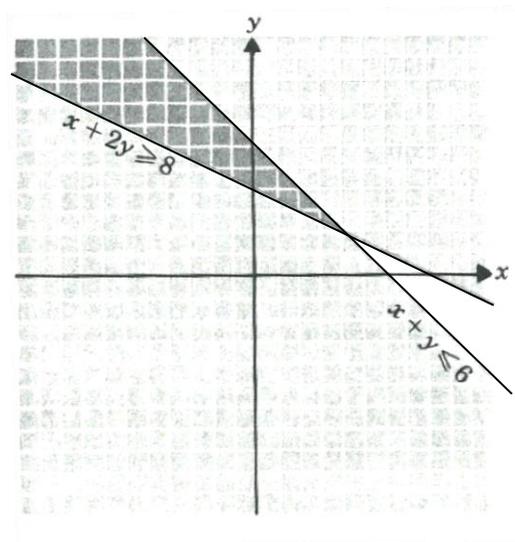


Une section du quatrième volume de la collection Mathématique Soleil est aussi consacrée aux systèmes d'équations, que l'on cherche aussi à représenter graphiquement. Le même type de représentation qu'à la figure précédente est alors

¹⁶ Dans ce chapitre du quatrième volume, on n'utilise que le terme « graphique », contrairement aux représentations désignées en alternance par les termes « graphique » et « diagramme » dans les autres volumes de la collection Mathématique Soleil.

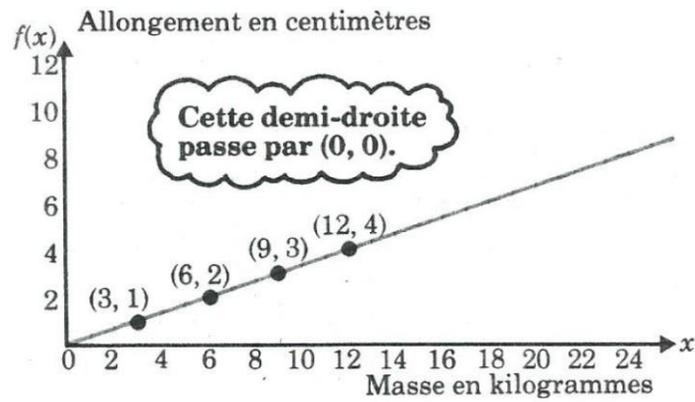
suggéré, mais présentant deux droites plutôt qu'une. Plus loin, on présente aussi les graphiques des ensembles solution d'inéquations et de systèmes d'inéquations. Voici un exemple de graphique de systèmes d'inéquations :

Figure 3.1.4 – Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 4 p. 144



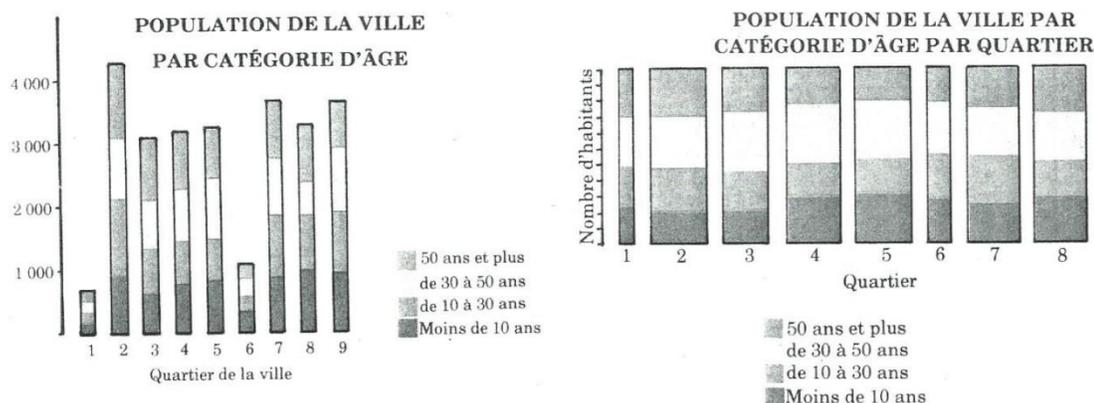
Par la suite, toujours dans le volume de quatrième secondaire de cette collection, on présente les graphiques de fonctions linéaires et affines. On spécifie d'ailleurs dans cette section qu'il s'agit de « graphique cartésien ». On explique ainsi l'usage du graphique : « Pour représenter graphiquement une fonction, tu représentes graphiquement les couples de la fonction dans un système de coordonnées cartésiennes. » On propose ensuite une expérience sur l'allongement d'un ressort et on suggère le graphique cartésien de la figure 3.1.5 (page suivante) pour représenter la fonction modélisant cette expérience :

Figure 3.1.5 - Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 4 p. 183



On retrouve également l'utilisation du terme « graphique » dans le quatrième volume de Mathématique Soleil dans le chapitre qui s'intitule « Graphique d'une distribution à deux caractères ». On explique que plusieurs types de graphiques sont utilisés en statistique, notamment l'histogramme, le diagramme à bandes et le diagramme circulaire et on propose quelques représentations comme celles de la figure 3.1.6 de la page suivante.

Figure 3.1.6 - Graphiques/diagrammes¹⁷ issus du manuel Mathématique Soleil,
Vol. 4 p. 443



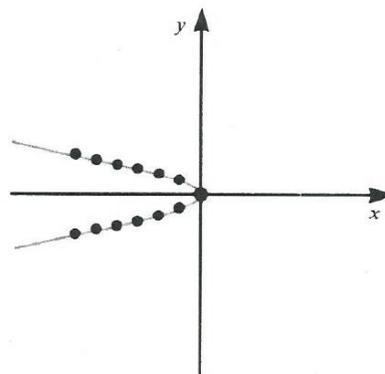
Enfin, le dernier endroit où on retrouve l'utilisation du terme « graphique » dans le quatrième volume est dans le lexique à la fin de l'ouvrage. Pour la notion de nuage de points, on peut lire la définition suivante :

Graphique illustrant une distribution à deux caractères. L'un des caractères est porté sur l'axe des x et l'autre sur l'axe des y . Les effectifs sont représentés par des points et l'ensemble de ces points constitue le nuage de points. (p. 471)

Pour ce qui est du cinquième et dernier volume de la Collection Mathématique Soleil, on retrouve d'abord le « graphique cartésien » pour représenter la parabole et les autres coniques. Il y a toujours cette idée de représenter les couples liés à l'équation donnée de la conique pour ensuite obtenir le graphique désiré. Un exemple donné pour la parabole est présenté à la figure 3.1.7.

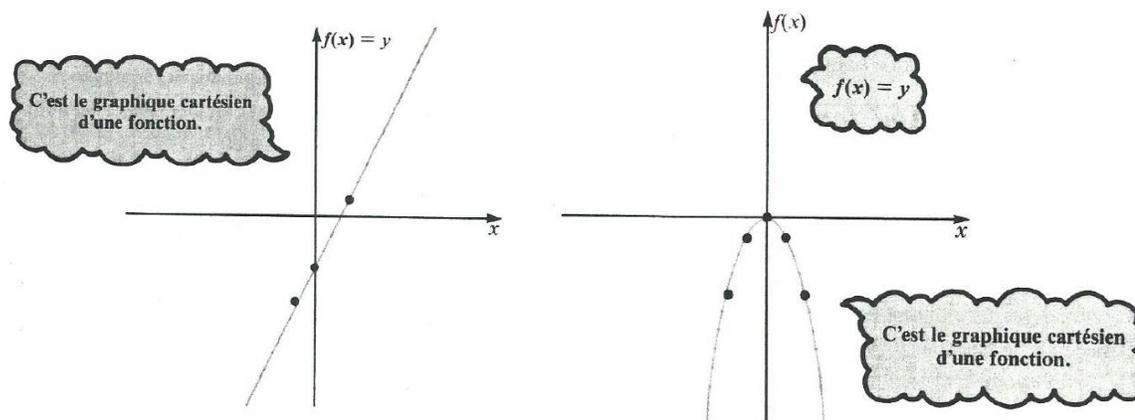
¹⁷ Dans ce chapitre du quatrième volume, on revient aux termes « graphique » et « diagramme » qui sont utilisés en alternance, comme des synonymes. On remarque donc que le vocabulaire employé dans cette collection de manuels n'est pas constant d'un volume à un autre, et même d'un chapitre à un autre dans le cas du volume 4.

Figure 3.1.7 - Graphique¹⁸ issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 5 p. 166



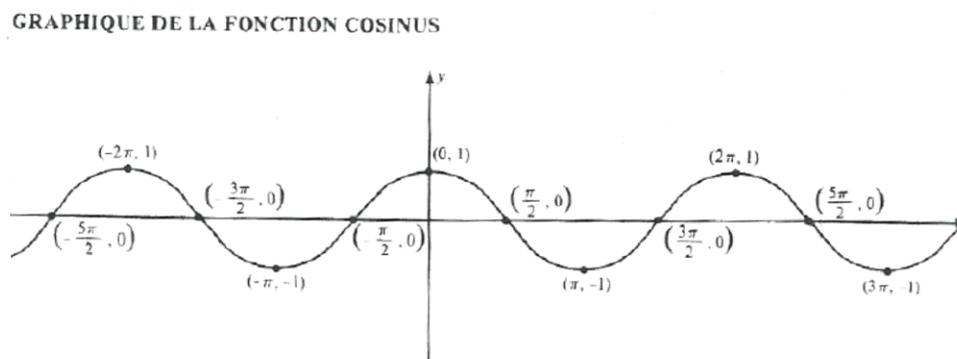
De plus, comme dans le volume 4, on présente le graphique dans le contexte de la représentation de fonctions. On ne se limite pas aux fonctions linéaires cependant et on s'intéresse aussi aux fonctions de degrés 2 et 3 de même qu'aux fonctions trigonométriques. On retrouve des exemples des graphiques proposés pour représenter les fonctions aux figures 3.1.8 et 3.1.9.

Figure 3.1.8 – Graphiques¹⁷ issus du manuel Mathématique Soleil, Vol. 5 p. 320-321



¹⁸ On remarque que dans le cinquième volume de la collection Mathématique Soleil, on n'utilise que le terme « graphique » pour désigner les représentations suggérées.

Figure 3.1.9 - Graphique issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 5 p. 350



Voilà pour les définitions et les représentations visuelles présentées dans la collection Mathématique Soleil pour le graphique, à travers les cinq volumes du niveau secondaire. Regardons maintenant les réflexions qui peuvent être dégagées de ces définitions et de ces représentations.

Discussion de graphique

Le premier élément concernant la présentation du « graphique » dans les trois premiers volumes du manuel Mathématique Soleil est que ce terme est employé comme un synonyme de diagramme, ce qui est mis en évidence par l'extrait du volume 1 cité plus tôt :

En statistique, on trouve avantage à illustrer une situation. Par leurs formes et leurs couleurs, ces illustrations captent davantage l'attention et facilitent du même coup l'analyse. Aujourd'hui, tu vois fréquemment ces graphiques dans les journaux ou les revues, on en présente également à la télévision. Les principaux graphiques utilisés sont : le diagramme à bande, le diagramme à ligne brisée, le diagramme circulaire, le pictogramme et l'histogramme. (p. 487)

Cette vision du graphique rappelle celle qui avait été remarquée chez quelques enseignants lors du sondage que j'ai réalisé (voir tableau 1.2.3), où le graphique était vu comme un terme plus général que le diagramme, les diagrammes étant alors considérés comme une sous-catégorie de graphique.

En ce qui concerne les autres définitions données pour le graphique, on voit que dans le volume 3 on cherche à préciser la pertinence des graphiques, en soulignant qu'ils sont faciles d'accès et attrayant pour le lecteur. L'idée globale du graphique demeure toutefois nettement liée aux diagrammes et à la statistique. Par ailleurs, lorsqu'on parle du diagramme à ligne brisée, on assiste à un changement d'expression : le « diagramme à ligne brisée » devient le « graphique à ligne brisée ». Cette particularité m'amène à évoquer l'analyse du lexique des Éditions Beauchemin, qui dans son édition de 1991 avait parlé de « diagramme cartésien » puis de « diagramme à ligne brisée » dans la réédition de 2002. Dans ce lexique, on ressentait le lien entre diagramme et graphique cartésien de par l'emploi de l'expression « diagramme cartésien ». Dans ce manuel aussi on ressent ce lien. On passe du premier cycle (volumes 1 et 2) où on a un diagramme à ligne brisée qui devient un graphique à ligne brisée dans le volume 3, en troisième secondaire. On observe encore une fois, dans cette collection de manuels, qu'il y a un lien complexe entre graphique et diagramme, et ce lien se manifeste à travers le choix du vocabulaire privilégié par les auteurs de ces volumes.

En ce qui concerne les représentations visuelles qui sont données, tout au long des trois premiers volumes de la collection Mathématique Soleil, il s'agit entre autres de diagramme à bandes (voir figure 3.1.1 et 3.1.2), de diagramme à ligne brisée, de diagramme circulaire, de pictogrammes et d'histogrammes. Un graphique « cartésien » n'est donc pas présenté dans les trois premiers volumes de cette collection. Chaque fois que le terme graphique apparaît, il est lié à des diagrammes en statistique.

Par ailleurs, j'ai noté dans le chapitre précédent que la coupure d'axe est un élément à prendre en compte dans mon analyse, tantôt présente dans les graphiques et/ou les diagrammes observés, tantôt absente, même lorsque requise. En ce qui concerne la représentation de la figure 3.1.1, je remarque qu'une coupure d'axe a été utilisée à la verticale. On peut questionner la pertinence d'une telle coupure à cet endroit si on considère l'ordre de grandeur des données recueillies. La coupure d'axe est donc présentée ici, mais était-elle nécessaire? Par ailleurs, si je me penche sur la figure 3.1.2, on n'y voit pas de coupure d'axes et puisque le diagramme est en trois dimensions l'identification des axes est plus ou moins explicite. Cela rend la lecture du diagramme plus difficile. On devine qu'il s'agit de pourcentage pour l'axe vertical, mais ce n'est pas spécifié. Ce manuel propose donc une représentation de diagramme qui se distingue de ce qui a été observé plus tôt dans l'analyse des lexiques.

En ce qui concerne la notion de graphique au deuxième cycle du secondaire, on assiste à un changement de vision notable par rapport à ce qui a été relevé au premier cycle du secondaire, dans les trois premiers volumes. Il est vrai qu'on retrouve encore quelques traces du graphique comme une notion plus large définissant les différents types de diagrammes en statistique, comme l'indiquent la figure 3.1.6 et le paragraphe au-dessus de cette figure, de même que dans la définition donnée pour le nuage de points. Toutefois, la vision qui domine désormais pour les deux dernières années du secondaire dans cette collection de manuels est celle du graphique dans un « système de coordonnées cartésiennes », pour reprendre le même vocabulaire que les auteurs.

Dans la définition donnée pour le graphique dans le volume 4, on suggère une nouvelle utilité au graphique. Celle-ci est rattachée à l'ensemble solution d'une équation : comme cet ensemble est infini, la représentation visuelle, « le graphique », permet d'illustrer les couples solutions de l'équation, alors que l'énumération des couples solution est impossible, car il y en a une infinité. On découvre là une tout

autre intention pour le graphique qui, dans les ouvrages précédents de la collection Mathématique Soleil, était de faciliter la présentation de données statistiques. On voit aussi dans le quatrième volume que le graphique permet de représenter les solutions de systèmes d'équations et de systèmes d'inéquations, ce que le « graphique cartésien », comme les auteurs le disent eux-mêmes, permet aussi de représenter les fonctions linéaires auxquelles sont associées des équations. On retrouve donc de tout nouveaux objets mathématiques au cœur de l'exploitation du graphique. Le cinquième volume présente d'ailleurs cette même vision du graphique, en continuité avec le quatrième volume, en exploitant désormais le graphique dans l'exploration de multiples fonctions : quadratiques, polynomiales, trigonométriques.

Par ailleurs, le cours descriptif donné pour le nuage de point dans le quatrième volume utilise le terme « graphique » encore une fois dans le contexte de la statistique. Le vocabulaire privilégié est alors celui du graphique cartésien, les auteurs parlant d'un caractère porté sur l'axe des x et l'autre sur l'axe des y . On ressent donc encore là un lien fort entre les notions de graphique et de diagramme. En ce qui concerne les représentations visuelles qui sont données dans les volumes 4 et 5, on remarque qu'il y a une dominance du graphique cartésien et on retrouve ce dernier pour représenter des fonctions et des équations, comme le montrent les figures 3.1.3, 3.1.4, 3.1.5, 3.1.7 et 3.1.8. Les axes sont toujours bien identifiés, mais à la verticale on retrouve tantôt y , tantôt $f(x)$ et même $f(x)=y$ à la figure 3.1.8. C'est donc soit l'équation ou la fonction qui est mise en valeur. Par ailleurs, j'ai noté que peu d'exemples de graphiques en contexte étaient donnés dans cette collection de manuels, comme celui de la figure 3.1.5 sur l'allongement du ressort. Il est aussi intéressant de noter la présence des petites « bulles » mises par les auteurs sur les graphiques, comme celles de la figure 3.1.8, pour indiquer aux élèves ce que sont les graphiques cartésiens de fonctions, composés des axes perpendiculaires et de la droite/courbe de la fonction. Pour ce qui est de la figure 3.1.6, tel qu'indiqué plus tôt, il s'agit d'un diagramme à bandes un peu particulier puisque ces bandes sont en fait

quatre bandes juxtaposées. On n'insiste pas vraiment sur ce type de graphique par ailleurs, on se contente de le présenter.

En résumé, on remarque que l'idée dominante dans les trois premiers volumes de la collection Mathématique Soleil à propos du graphique est celle d'un ensemble plus grand, englobant tous les types de diagrammes en statistique. Cette vision n'est pas la même que celle présentée dans les volumes 4 et 5, où les graphiques d'équations, d'inéquations et de fonctions soutenus par un système de coordonnées cartésiennes sont alors dominants. Est-ce que cela est incohérent? Pas nécessairement, si on considère que le graphique a plusieurs sens, si on le considère comme un nom ou comme un adjectif, ou encore si on le traite comme un nom suivi d'un adjectif significatif, comme lorsqu'il s'agit d'un graphique *cartésien*. Si on se rappelle ce qui a été dit précédemment dans l'analyse des lexiques, à propos du graphique employé comme adjectif ou comme adverbe (graphiquement), on constate que la compréhension du terme « graphique » est variable d'un auteur à un autre. Dans cette collection de manuels, il arrive qu'on parle du « graphique », de « représentation graphique » ou de « représenter graphiquement » un objet mathématique, et cela semble former un tout. Ainsi, bien que les notions de graphiques et de diagrammes semblent s'entremêler dans les trois premiers volumes, et même un peu dans le quatrième, il apparaît que les auteurs considèrent le « graphique » comme une notion englobant les diagrammes et les « graphiques cartésiens ».

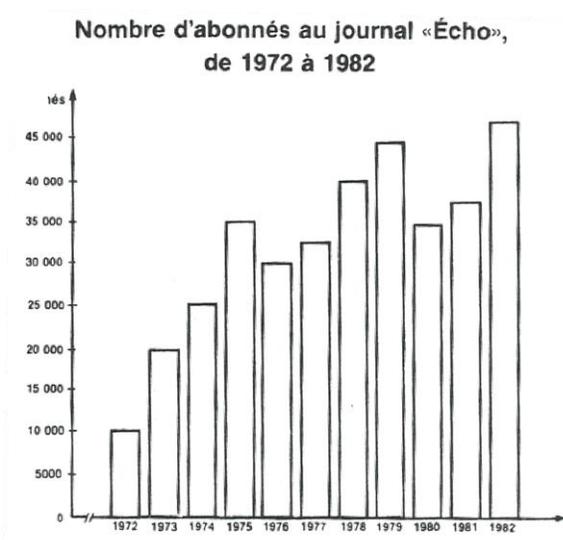
Définition de diagramme à bande

Tel que mentionné plus tôt, les diagrammes sont présentés dans le premier volume de Mathématique Soleil sous l'appellation plus large de « graphiques ». On précise également dans ce manuel que c'est dans le domaine de la statistique que ce type de représentation est utilisé. Regardons plus précisément ce qu'on présente pour

le diagramme à bandes (à noter : le diagramme à bâtons n'est pas présenté dans cette collection de manuels). Voici la définition donnée, suivi d'un exemple visuel provenant du manuel :

Comme son nom l'indique, le diagramme à bandes est formé généralement de plusieurs rectangles (bandes) également espacés et dont les bases sont placées sur une même ligne horizontale ou verticale. Le squelette de ce tableau est constitué de deux perpendiculaires. (p. 488)

Figure 3.1.10 - Graphique/diagramme¹⁹ issu du manuel Mathématique Soleil, Vol. 1



En plus de la définition, le manuel énumère les composantes de ce type de diagramme : le titre, l'identification des données, la graduation des axes, les bandes et la légende, s'il y a lieu.

Dans le deuxième volume de la collection Mathématique Soleil, on retrouve à nouveau les diagrammes à bandes, en expliquant cette fois à l'élève comment tracer

¹⁹ Dans ce manuel, comme cela a été mentionné, les termes « graphique » et « diagramme » sont traités comme des synonymes. C'est pourquoi j'écris ici « Graphique/diagramme ».

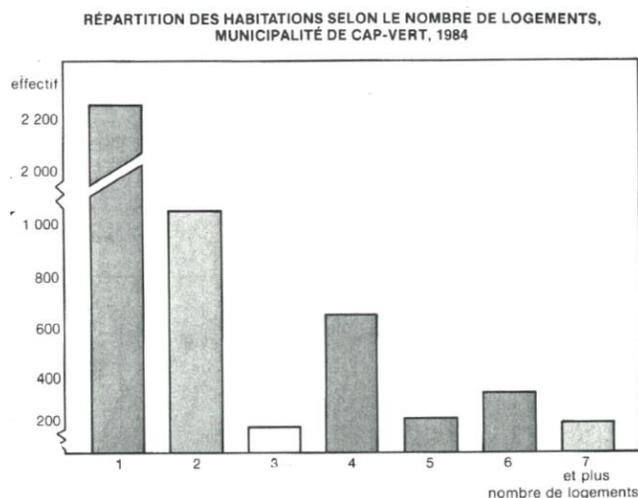
de tels diagrammes, alors qu'on se contentait avant de les décrire et de les analyser. La définition qui est donnée est identique à celle relevée précédemment pour le premier volume. Les représentations visuelles fournies pour ce type de diagramme sont également très similaires.

Dans le troisième volume de cette collection, on explique désormais aux élèves comment choisir le type de diagramme pour représenter une situation en identifiant le type de caractères présentés dans la distribution. Cet élément modifie la définition que l'on proposait jusqu'à maintenant dans les autres manuels pour le diagramme à bandes :

Ce type de graphique est utilisé surtout pour des données à caractère qualitatif ou quantitatif discret. Habituellement, les modalités ou les valeurs du caractère sont placées sur l'axe horizontal et les fréquences (...) sur l'axe vertical. Les bandes sont des rectangles de même largeur également espacés. (p.523)

Un exemple de représentation que l'on donne dans le troisième volume pour le diagramme à bandes se trouve à la page suivante (voir figure 3.1.11).

Figure 3.1.11 - Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil,
Vol. 3, p.525



Dans le quatrième volume de la collection, on parle très peu des diagrammes en général. Comme cela a été mentionné dans la section sur les graphiques, on explique dans la section qui s'intitule « Graphique d'une distribution à deux caractères » que plusieurs types de graphiques sont utilisés en statistique, notamment l'histogramme, le diagramme à bandes et le diagramme circulaire et on propose quelques représentations de diagrammes avec des bandes, comme celles de la figure 3.1.6. Par ailleurs, on mentionne dans le lexique de ce manuel que le diagramme à bandes est généralement utilisé pour présenter une distribution à caractère qualitatif ou quantitatif discret.

Enfin, dans le dernier volume de la collection Mathématique Soleil, celui de cinquième secondaire, on ne revient pas sur la notion de diagramme à bandes.

Discussion de diagramme à bandes

Pour le diagramme à bandes, on se retrouve avec une définition assez usuelle dans le premier volume, si on pense aux différentes définitions analysées

précédemment dans le chapitre sur les lexiques. On dénote la présence des bandes, horizontales ou verticales, la présence des axes perpendiculaires, ainsi que le type de caractère étudié lorsqu'on arrive en troisième secondaire, à savoir un caractère qualitatif ou quantitatif discret. Il n'y a donc pas d'élément à souligner en ce qui concerne les définitions proposées, si ce n'est, comme cela a déjà été dit, que le terme « graphique » est aussi utilisé pour désigner le diagramme à bandes dans cette collection de manuels scolaires.

En ce qui concerne les diagrammes présentés, j'avais déjà parlé de la coupure d'axes qui était présente dans la représentation de la figure 3.1.1 et qui était un peu étrange, puisqu'on coupe l'axe entre 0 et 25 pour ensuite faire des bonds de 50. Était-ce donc vraiment nécessaire? Par ailleurs, dans les deux diagrammes illustrés dans cette section, on remarque que la coupure d'axe est toujours présente : dans la figure 3.1.10 pour l'axe horizontal et dans la figure 3.1.11 à la verticale. À propos de la figure 3.1.11 toutefois, il est intéressant de noter que deux coupures d'axes sont présentées et non pas une seule. La première coupure d'axe est discutable encore une fois, puisque l'effectif est gradué par bond de 200 et que la première graduation indiquée sur l'axe est justement 200. Par ailleurs, la deuxième coupure d'axe qui vise à raccourcir une bande qui autrement serait deux fois plus grande que la bande à l'effectif le plus rapproché peut aussi être questionnée. Il est vrai qu'une telle coupure peut avoir un aspect utilitaire (minimiser l'espace), mais en même temps cela entraîne un certain biais au niveau visuel, montrant la première colonne comme ayant l'effectif le plus élevé et non comme ayant une longueur du double de la seconde bande. Bref, même si les coupures d'axes sont exploitées dans les diagrammes à bandes où cela est nécessaire, l'usage de ces coupures laisse parfois songeur.

Ainsi, bien que les coupures d'axes, que l'on retrouve autant dans les graphiques que dans les diagrammes, constituent visuellement un élément de ressemblance entre ces deux types de représentations, on peut questionner le fait

qu'elles ne soient pas toujours bien exploitées dans les ouvrages de référence, comme les lexiques précédemment, et ici aussi, dans cette collection de manuels scolaires.

Dans les volumes de quatrième et cinquième secondaire, il y a très peu d'informations relatives au diagramme à bandes et aucune d'elles ne vient modifier la vision du diagramme à bandes établie dans les volumes précédents pour cette collection de manuels.

Je conclus sur le diagramme à bandes qu'on le présente dans la collection de manuels scolaires Mathématique Soleil comme un outil permettant de présenter des données en statistique et portant sur l'analyse d'un caractère qualitatif ou quantitatif discret. Par ailleurs, si les coupures d'axes sont présentes dans bon nombre de diagrammes à bandes proposés, on peut souvent questionner le choix de ces coupures.

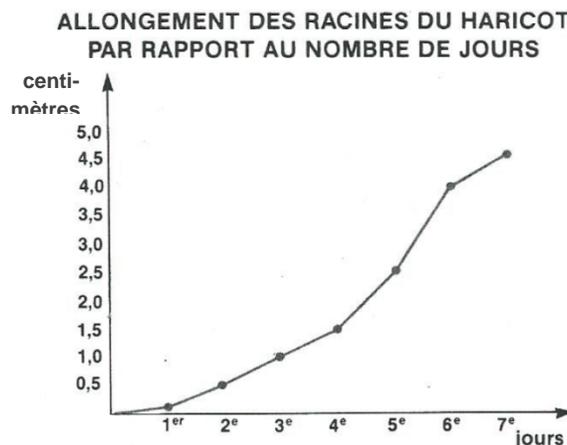
Définition de diagramme à ligne brisée

Voici ce qui est dit pour le diagramme à ligne brisée dans le manuel Mathématique Soleil de première secondaire :

Ce type de diagramme est utilisé pour représenter un phénomène continu. En effet, lorsqu'il s'agit de représenter des phénomènes qui varient dans le temps, le diagramme à ligne brisée est tout indiqué. Dans un tel diagramme, l'axe horizontal porte toujours la variable temps. (p. 491)

On donne ensuite plusieurs exemples de représentations visuelles pour ce type de diagramme, dont celui de la figure 3.1.12 à la page suivante.

Figure 3.1.12 - Graphique/diagramme²⁰ issu du manuel Mathématique Soleil,
Vol. 1, p.500



En plus de la définition, on énumère les composantes de ce type de diagramme, comme on avait fait pour le diagramme à bandes : le titre, l'identification des données, la graduation des axes, la ligne brisée et la légende, s'il y a lieu.

Dans le deuxième volume de la collection Mathématique Soleil, on retrouve toujours le diagramme à ligne brisée et c'est la construction de ce type de diagramme qui est mise de l'avant. Toutefois, en ce qui concerne la définition du diagramme à ligne brisée et les représentations visuelles fournies pour ce type de diagramme, celles-ci sont très similaires à celles données dans le volume 1.

Dans le troisième volume de cette collection de manuels scolaires, le diagramme à ligne brisée voit sa définition modifiée²¹ :

²⁰ Dans ce manuel, tel que mentionné plus tôt, les termes « graphique » et « diagramme » sont traités comme des synonymes. C'est pourquoi j'écris ici « Graphique/diagramme ».

²¹ Cet extrait figure aussi dans la section de ce chapitre portant sur le graphique, mais j'ai cru bon d'insérer à nouveau la citation pour faciliter la lecture. On remarque alors qu'on utilise l'expression « graphique à ligne brisée » pour parler du diagramme à ligne brisée.

Lorsque le caractère étudié (quantitatif discret ou continu) varie dans le temps, il est d'usage de faire un *graphique à ligne brisée*. Dans un tel diagramme, l'axe horizontal porte toujours la variable temps et l'axe vertical porte les valeurs du caractère. (p.528)

De plus, on y présente des diagrammes à ligne brisée plus complexes, soit des diagrammes avec plus d'une ligne brisée ou des diagrammes en trois dimensions. En voici deux exemples (figures 3.1.13 et 3.1.14) :

Figure 3.1.13 - Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil,
Vol. 3 p. 529

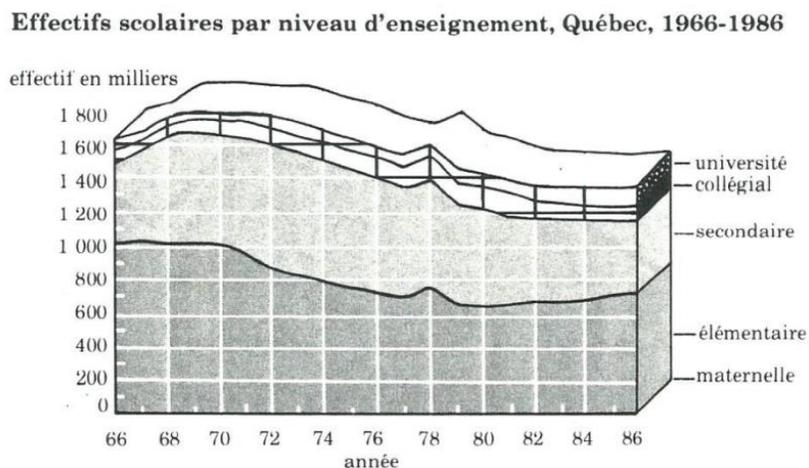
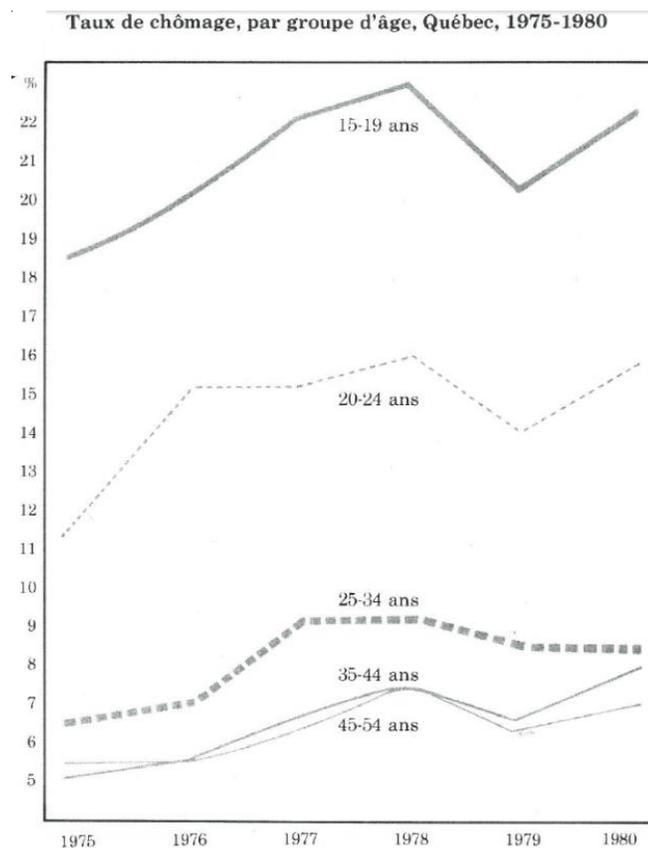


Figure 3.1.14 - Graphique/diagramme issu du manuel Mathématique Soleil,
Vol. 3 p. 530



Dans le quatrième volume de la collection, comme cela a été dit dans la section sur le diagramme à bandes, on ne parle que très peu des diagrammes en général. Pour le diagramme à ligne brisée, tout ce qu'on trouve est une courte définition dans le lexique de ce manuel : « Le diagramme à ligne brisée, l'histogramme et le polygone de fréquences sont utilisés pour présenter une distribution à caractère quantitatif discret aussi bien que continu. »

Enfin, dans le cinquième et dernier volume de la collection Mathématique Soleil, on ne revient pas sur la notion de diagramme à ligne brisée.

Discussion de diagramme à ligne brisée

D'abord, en ce qui concerne la définition donnée dans le premier volume de la collection Mathématique Soleil, je remarque qu'elle a des ressemblances avec la plupart des définitions relevées dans les lexiques au chapitre précédent. On parle de la pertinence de ce diagramme pour représenter un phénomène continu ou un phénomène qui varie dans le temps. D'ailleurs, la consigne voulant que l'axe horizontal porte toujours la variable « temps » dans un diagramme à ligne brisée rappelle celle relevée dans le lexique des Éditions Guérin, ce qui peut paraître cohérent puisque c'est le même éditeur qui a publié les manuels Mathématique Soleil, bien que les auteurs des manuels et du lexique ne soient pas les mêmes. Enfin, on indique comme dans plusieurs autres lexiques le fait que le diagramme à ligne brisée est utilisé pour représenter des données à caractère quantitatif discret ou continu.

Si on regarde maintenant les diagrammes à ligne brisée proposés dans les trois premiers volumes de la collection, je remarque que le diagramme de la figure 3.1.12 porte sur l'allongement des racines du haricot. Ce contexte évoque une certaine ressemblance avec la situation de l'allongement du ressort de la figure 3.1.5, qui modélisait alors une fonction linéaire. Il y a donc un rapprochement à faire ici entre graphique et diagramme à ligne brisée. D'ailleurs, il ne faut pas oublier non plus que dans le troisième volume de Mathématique Soleil, l'expression « diagramme à ligne brisée » est remplacée par « graphique à ligne brisée ».

En ce qui concerne les diagrammes des figures 3.1.13 et 3.1.14, je note trois choses :

- 1) d'abord, les axes ne sont plus mis en évidence et il n'y a plus de pointe de flèche à leur extrémité. On semble donc adopter une façon de représenter le diagramme qui s'éloigne de ce qu'on retrouve dans un graphique, avec des axes délimités et des pointes de flèche à leur extrémité.

- 2) Il n'y a pas de coupure d'axes, alors que cela aurait été nécessaire à l'horizontale pour les deux diagrammes et à la verticale pour le diagramme de droite. Suggère-t-on que la coupure d'axes dans un diagramme à ligne brisée ne serait pas nécessaire, ce qui le différencierait du graphique, ou était-ce un oubli ? Cependant, comme la coupure d'axes a été omise à trois endroits, l'hypothèse de l'oubli est plus difficile à accepter.
- 3) Enfin, pour le diagramme de la figure 3.1.13, on remarque qu'on a « refermé la fenêtre » autour de la ligne brisée, comme cela était le cas pour le diagramme à ligne brisée dans le Lexique des Éditions FM.

Comme c'était aussi le cas pour le diagramme à bandes, on remarque que le diagramme à ligne brisée est plutôt absent dans les deux derniers volumes de la Collection Mathématique Soleil.

Les éléments qui ressortent au sujet du diagramme à ligne brisée sont que les définitions données le présentent comme un outil permettant de présenter des données en statistique pour analyser un caractère quantitatif discret ou continu et idéalement un phénomène continu dans le temps. De plus, certaines ressemblances ont été notées entre le diagramme à ligne brisée et le graphique de fonction (voir la figure 3.1.5 en particulier). Enfin, l'absence de coupure d'axes aux endroits où cela était nécessaire marque une différence avec le diagramme à bandes, où celle-ci se retrouvait même à des endroits où elle n'avait pas besoin d'être.

Voilà pour la présentation des définitions et des représentations visuelles de graphique et de diagramme dans la collection de manuels scolaires Mathématique Soleil.

Conclusion pour la collection de manuels Mathématique Soleil

J'ai rassemblé dans le tableau 3.1.15 de la page suivante les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de cette collection de manuels scolaires. Cela permettra de s'y référer en fin de chapitre.

Tableau 3.1.15 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des manuels de la collection Mathématique Soleil

| Tableau synthèse - Manuels de la collection Mathématique Soleil | |
|--|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> Le graphique est un terme plus général qu'un diagramme. Il englobe les diagrammes et les graphiques soutenus par un système de coordonnées cartésiennes. <div style="text-align: center;"> <p>Le diagramme illustre la relation entre les termes. Un grand ovale à l'extérieur est étiqueté 'Graphique'. À l'intérieur de cet ovale, il y a deux petits ovales plus petits, l'un à gauche étiqueté 'Diagramme' et l'un à droite étiqueté 'Graphique cartésien'. Cela indique que 'Graphique' est un terme plus général qui englobe les deux autres.</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> Trois premiers volumes (sec.1-2-3) : le graphique est lié aux diagrammes et à la statistique, afin de faciliter la présentation de données. Deux derniers volumes (sec.4-5) : le graphique est lié à la représentation d'équations, d'inéquations et de fonctions dans un système de coordonnées cartésiennes. Il y a peu d'exemples de graphiques cartésiens dans un contexte de la vie quotidienne, la plupart des graphiques servent dans un environnement purement mathématique. On utilise le terme « graphique » pour désigner un nuage de points en statistique. |
| Diagramme à bandes | <ul style="list-style-type: none"> Il est utilisé en statistique pour présenter des données à caractère qualitatif ou quantitatif discret. Présence de coupure d'axes dans les diagrammes lorsque cela est nécessaire, et pour certains diagrammes, même lorsque cela n'est pas nécessaire. |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> Il est utilisé en statistiques pour présenter des données à caractère quantitatif discret ou continu, pour présenter un phénomène évoluant dans le temps. « Diagramme à ligne brisée » devient « graphique à ligne brisée » entre les volumes de deuxième et de troisième secondaire. Absence de coupure d'axes, même lorsque cela est nécessaire. |

3.2 Manuels de la collection Scénarios, Éditions HRW

Présentation de la collection

Cette collection de manuels a été rédigée par plusieurs auteurs. En première secondaire, il s'agit de Marcel Soulière et Jean-Guy Thibaudeau. Pour les manuels de secondaire 2 à 5, Sylvio Guay et Steeve Lemay sont les principaux auteurs, mais quelques personnes ont aussi contribué à la rédaction des manuels de 4^e et 5^e secondaire : Louise Gauthier, Diane Langlois, Yves Petit, Normand Thuot et Jean-Claude Hamel. Cette collection de manuels a beaucoup été utilisée dans les écoles du Québec à la fin des années 1990 et au début des années 2000. Pour cette collection aussi, j'ai regroupé mes remarques et mes réflexions pour le graphique d'abord, puis pour le diagramme à bandes et enfin pour le diagramme à ligne brisée.

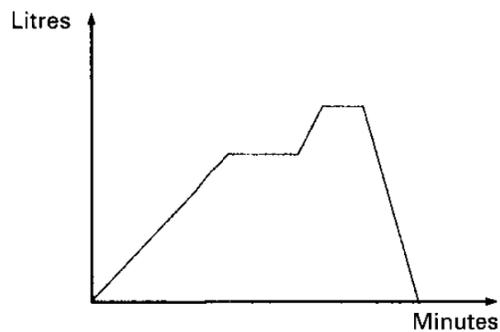
Définition de graphique

Dans le manuel Scénarios 1 qui s'adresse aux élèves de première secondaire, on ne retrouve pas d'informations sur le graphique. On s'intéresse surtout aux diagrammes, discutés plus loin dans la section qui porte sur ce type de représentation.

C'est donc dans le deuxième volume, Scénarios 2, que le graphique fait son apparition. La façon dont ce manuel fonctionne n'est pas d'introduire une définition en premier lieu, mais de présenter différentes activités aux élèves. Ainsi, on présente le graphique de la figure 3.2.1 et on propose différentes situations en mots où l'on demande à l'élève de choisir celle qui représente le graphique donné. D'autres activités similaires sont ensuite proposées, puis on arrive, vers la fin du chapitre, avec une définition pour le graphique :

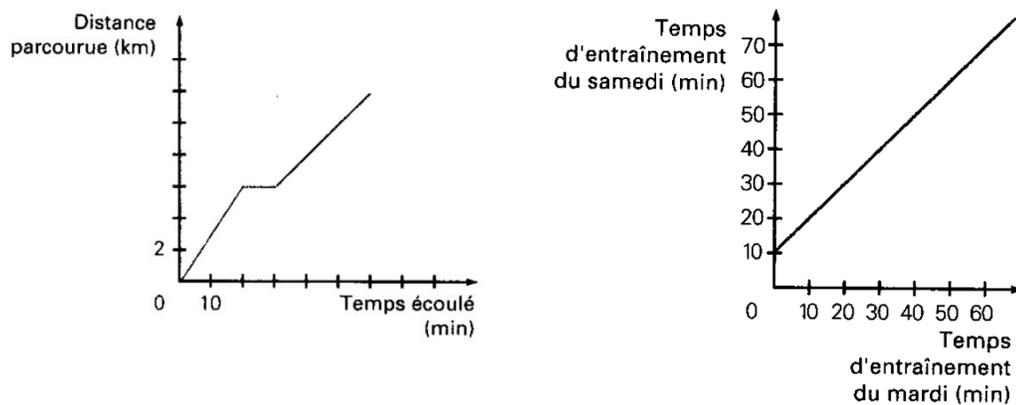
Pour décrire une situation représentée par un graphique, il faut tenir compte de la relation entre les données. Le graphique sert à représenter une relation entre des données et permet d'avoir une vision globale de la situation. (p.140)

Figure 3.2.1 - Graphique issu du manuel Scénarios 2, p. 132 et 134



On retrouve également dans le manuel Scénarios 2 des graphiques qui comportent une graduation, comme le montrent les exemples ci-dessous :

Figure 3.2.2 - Graphiques issus du manuel Scénarios 2, p. 135-136



Dans le volume de troisième secondaire Scénarios 3, on explique dès le début du chapitre intitulé « La représentation d'une situation par un graphique » ce qu'on entend par graphique, ce à quoi il sert, en insistant sur la notion des variables mises en relation dans cette représentation :

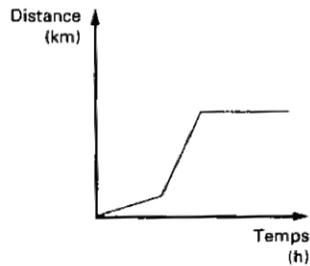
Il est souvent pertinent de représenter par un graphique une relation entre deux variables. En effet, ce mode de représentation illustre la relation qui existe entre les variables et permet de tirer certaines conclusions qui pourraient difficilement sauter aux yeux dans une autre forme de représentation. Par convention, pour faciliter la lecture de l'information, la représentation graphique d'une relation entre deux variables dans un système de repérage cartésien se fait ainsi : on place les quantités associées à la variable indépendante sur l'axe des abscisses (axe horizontal) et les quantités associées à la variable dépendante sur l'axe des ordonnées (axe vertical). (p. 12)

On explique ensuite deux techniques pour « représenter graphiquement » la relation entre les variables : la technique de l'escalier et la technique des points²². Ce travail est fait dans un premier chapitre qui porte sur les relations linéaires entre les variables et dans un deuxième chapitre qui porte sur les relations inversement proportionnelles. La figure 3.2.3 de la page suivante illustre des exemples des graphiques pour ce manuel, qui comportent tantôt des axes gradués, tantôt des axes non gradués.

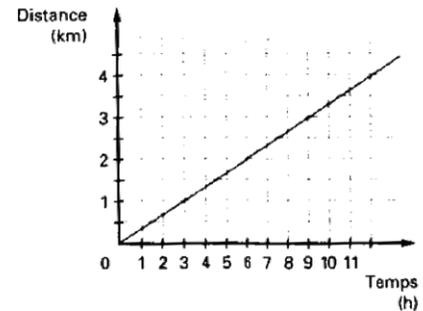
²² Je ne détaille pas ces techniques, car elles n'apportent pas d'éclairage sur mon questionnement relatif à la distinction entre les notions de graphique et de diagramme.

Figure 3.2.3 - Graphiques issus du manuel Scénarios 3, p. 243

a) Graphique avec des axes non gradués



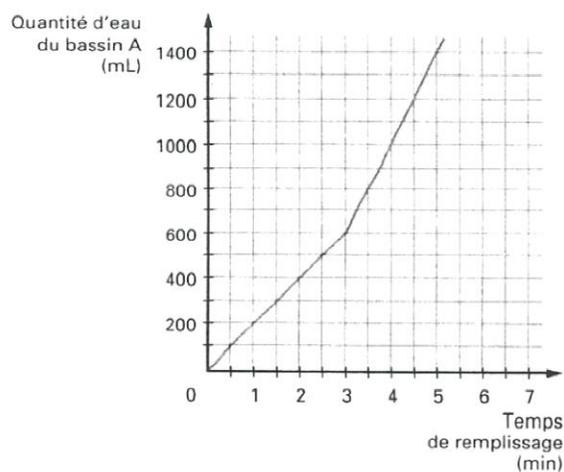
b) Graphique avec des axes gradués



Toujours dans le manuel Scénarios 3, on présente aussi une activité qui a attiré mon attention. Si en tout temps, dans tous les exercices, on parle toujours de graphiques, ici c'est un peu différent. Il s'agit d'une situation où on remplit un bassin d'eau, d'abord à un débit de 200ml par minute pendant trois minutes, puis à raison de 400ml par minute les minutes suivantes. On propose ensuite le graphique de la figure 3.2.4 ci-dessous :

Figure 3.2.4 - Graphique issu du manuel Scénarios 3, p. 209

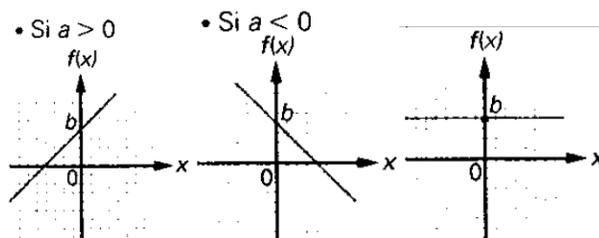
Sur le graphique, nous obtenons alors une ligne brisée en deux parties :



Ce graphique est précédé d'une phrase « Sur le graphique, nous obtenons alors une ligne brisée en deux parties ». Ce choix de vocabulaire évoque certainement la représentation du diagramme à ligne brisée chez le lecteur, ce qui est inusité dans ce chapitre où l'on parle uniquement de graphiques. J'y reviens plus bas dans la section *Discussion*.

Dans le volume de quatrième secondaire de la collection Scénarios, on s'intéresse aux graphiques pour représenter les fonctions polynomiales de degré zéro et un. On voit alors apparaître de façon récurrente l'expression « graphique cartésien » pour désigner les graphiques des fonctions. La figure 3.2.5 illustre justement l'effet du paramètre « a » pour les fonctions du type $f(x) = ax + b$. Par ailleurs, on retrouve aussi dans ce manuel plusieurs graphiques qui s'apparentent à ceux de la figure 3.2.3.

Figure 3.2.5 - Graphiques issus du manuel Scénarios 4, p. 51



Enfin, dans le volume de cinquième secondaire, on retrouve bien entendu des graphiques similaires à ceux présentés dans les volumes de troisième et quatrième secondaire, pour tout ce qui concerne les graphiques illustrant les relations linéaires ou non-linéaires de même que les graphiques de fonctions.

La nouveauté dans ce volume concerne les nuages de points. On désigne le plus souvent ce type de représentation par l'expression, « nuages de points », mais il

arrive à l'occasion qu'on écrive « représentation graphique » (figure 3.2.6) ou tout simplement « graphique » (figure 3.2.7) pour les désigner.

Figure 3.2.6 - Représentations graphiques issues du manuel Scénarios 5, p. 31

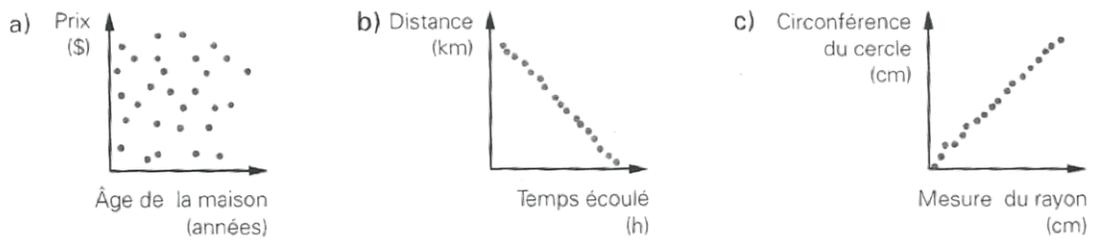
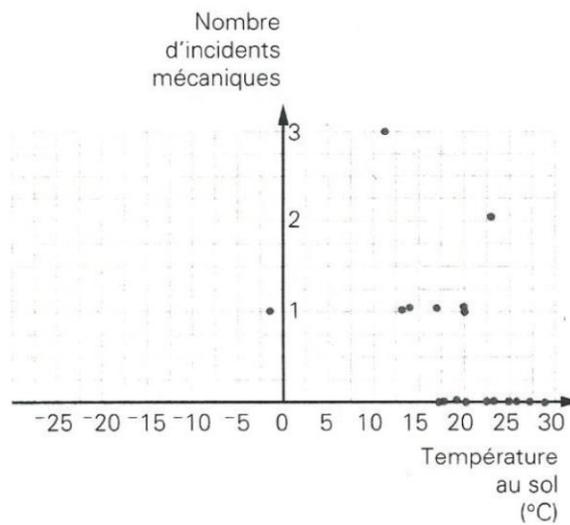


Figure 3.2.7 - Graphique issu du manuel Scénarios 5, p. 48



Voici ce qui est dit à propos du nuage de points dans le manuel Scénarios 5 :

Pour évaluer la corrélation entre deux variables, il faut d'abord recueillir des données relatives à ces variables et les associer dans un tableau, formant ainsi des couples de coordonnées. Ensuite, on représente graphiquement les points correspondant à chacun des couples de coordonnées dans un système de coordonnées cartésiennes où chaque axe est associé à l'une des variables; on forme alors un nuage de points. (p. 8)

De plus, dans un petit encadré à côté de cette définition, on précise « la corrélation est une relation statistique entre deux variables, qui peut conduire à certaines prédictions à propos de ces variables ». On précise donc que le nuage de points sert dans le domaine de la statistique.

Discussion de graphique

D'abord, contrairement à ce qui a été observé dans la collection Mathématique Soleil, il n'y pas dans la collection de manuels Scénarios de changement majeur dans la présentation du graphique au fil des cinq volumes analysés. On observe d'un volume à l'autre des représentations similaires pour le graphique et nulle part on n'associe les termes « graphique » et « diagramme ». Toutefois, si on regarde la première définition qui est donnée pour « graphique » dans le manuel Scénarios 2, on note que celui-ci sert à représenter des données. On ne précise pas toutefois la nature de ces données. Peut-il s'agir de données statistiques ? Ce n'est pas dit. Les exemples illustrés par la suite aux figures 3.2.1 et 3.2.2 ne semblent pas non plus aller dans ce sens, mais il demeure que les auteurs ont choisi le terme « données ». Par ailleurs, la définition de graphique qui est proposée dans le volume de troisième secondaire de la collection Scénarios offre une vision un peu différente : le graphique ne représente plus des données, mais la relation entre des variables. Toutefois, si on compare les

graphiques de ce volume (figure 3.2.3 et 3.2.4) à ceux du volume précédent (figures 3.2.1 et 3.2.2), on retrouve des représentations assez semblables. Ainsi, ces graphiques similaires peuvent représenter des données ou encore la relation entre deux variables. Par ailleurs, comme dans la collection Mathématique Soleil de même que dans différents lexiques, on a suggéré que ce sont les diagrammes qui servent à représenter des données. Il y a donc lieu de se questionner ici, à savoir si on peut traduire ce changement de définition comme un lien entre les notions de graphique et de diagramme.

Avant de parler de ce qui se trouve dans les manuels de quatrième et cinquième secondaire, je me permets de discuter un peu plus en profondeur de la figure 3.2.4 où l'on présente un graphique extrait du manuel Scénarios 3 qui comporte, selon les auteurs, une « ligne brisée ». Avec mon intérêt pour tout ce qui peut rattacher les graphiques aux diagrammes, dont le diagramme à ligne brisée, j'ai tout de suite été interpellée par ce choix de vocabulaire. Nulle part ailleurs dans le volume, ou dans les autres volumes de la collection en fait, n'a-t-on entremêlé les notions de graphique et de diagramme à ligne brisée. Toutefois, dans cet exemple, on peut déceler ce lien subtil. Mais était-ce intentionnel? Parce qu'on a visuellement une « ligne brisée » sur le graphique. Mais comme il s'agit de la relation entre la quantité d'eau dans un bassin et le temps de remplissage, c'est plutôt que la relation entre les variables change au bout de trois minutes, ce qui crée visiblement deux « phases », d'où l'apparence d'une « ligne brisée ». Il me semble que le choix des auteurs de parler de ligne brisée, plutôt que de parler de phases ou encore de fonction définie par partie (quoique dans ce manuel, les fonctions n'ont pas encore été introduites), peut certainement évoquer chez le lecteur la représentation du diagramme à ligne brisée.

En ce qui concerne les quatrième et cinquième volumes de cette collection, je remarque que le sens donné pour le graphique ne change pas par rapport à ce qui est dit dans le troisième volume, ce qui suppose que le graphique sert à représenter la relation entre des variables. Cela est désormais appliqué à des fonctions et le seul

changement dans l'approche du graphique est que l'on parle plus souvent de celui-ci accompagné de l'adjectif « cartésien ». Je trouve ce fait intéressant puisque dans la collection Mathématique Soleil, on avait aussi cette prédominance de l'expression « graphique cartésien » à partir de quatrième secondaire. Il semble donc que le graphique est rattaché plus spécifiquement au plan cartésien au deuxième cycle du secondaire, selon ces deux collections de manuels du moins.

Enfin, là où je découvre de nouvelles pistes de réflexion est dans la présentation de la notion du « nuage de points » en cinquième secondaire. Dans le manuel Scénarios 5, il est intéressant de noter qu'on utilise en alternance le terme « graphique » et l'expression « représentation graphique » pour désigner le nuage de points. Le graphique semble donc intervenir ici à la fois comme notion, lorsqu'il est employé comme nom, et comme descriptif, lorsqu'il est employé comme adjectif. Par ailleurs, dans la définition qu'on donne pour le nuage de points, on précise qu'il s'agit d'un outil pour évaluer la corrélation en statistique. Cette précision suscite selon moi un questionnement quant à la nature du nuage de points : s'agit-il d'un graphique ou d'un diagramme? Comme je l'ai fait remarquer au chapitre précédent, presque tous les lexiques ont énoncé que c'est en statistique qu'on utilise des diagrammes. Bien que dans le manuel Scénarios 5 on n'utilise jamais le terme « diagramme » pour désigner le nuage de points, il y a tout de même lieu de penser que les notions de graphique et de diagramme sont un peu liées ici, sous cette notion de nuage de points, par ce lien avec les statistiques, comme cela était aussi le cas dans la collection de manuels Mathématique Soleil. Poursuivons cette réflexion en regardant maintenant ce qu'on dit du diagramme à bandes et du diagramme à ligne brisée dans cette collection de manuels, afin de vérifier si c'est bien en statistique qu'on exploite ces diagrammes.

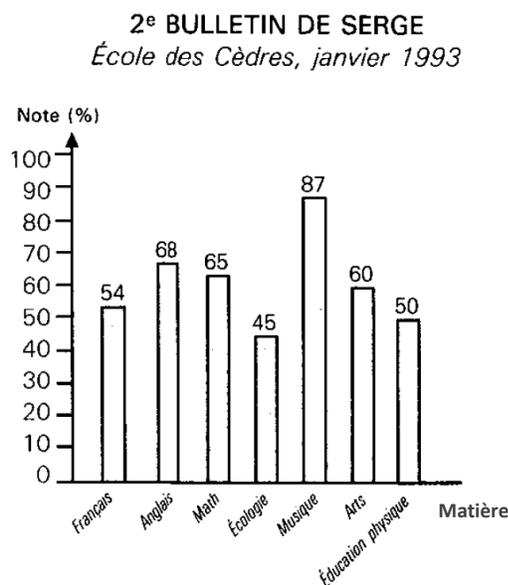
Définition de diagramme à bandes

Dans la collection de manuels Scénarios, le diagramme à bandes est vu principalement dans le manuel de première secondaire dans un chapitre consacré à la statistique. On le présente à l'aide des deux énoncés suivants, suivi d'un exemple visuel (figure 3.2.8) :

Les diagrammes à bandes sont principalement utiles pour illustrer des données discrètes (non continues) comme le nombre d'élèves dans une école, les sports préférés des jeunes, les catégories d'animaux dans le monde, etc. (p. 379)

Les diagrammes à bandes peuvent être représentés dans le sens horizontal ou vertical selon les données à illustrer. Ils permettent de mieux comprendre certaines informations qui pourraient influencer des décisions futures. (p. 381)

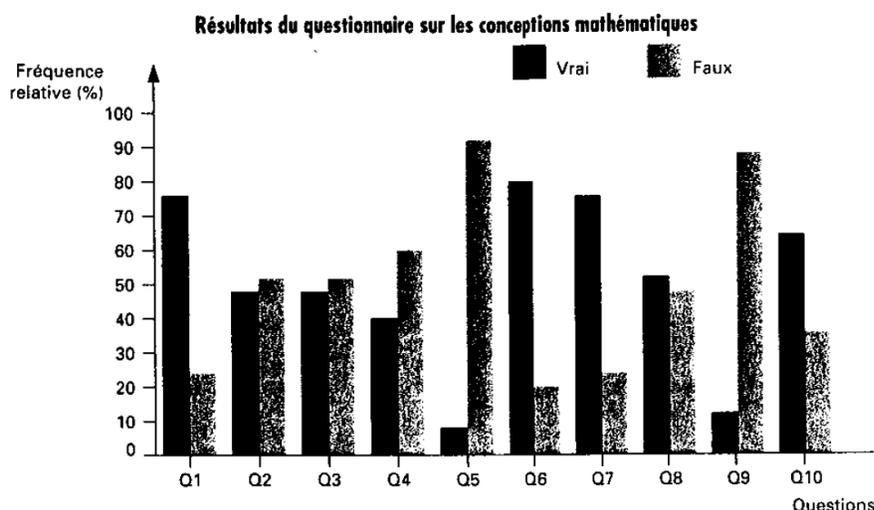
Figure 3.2.8 – Diagramme à bandes issu du manuel Scénarios 1, p. 381



Dans le deuxième volume de la collection Scénarios, on ne revient pas spécifiquement sur la notion de diagramme à bandes.

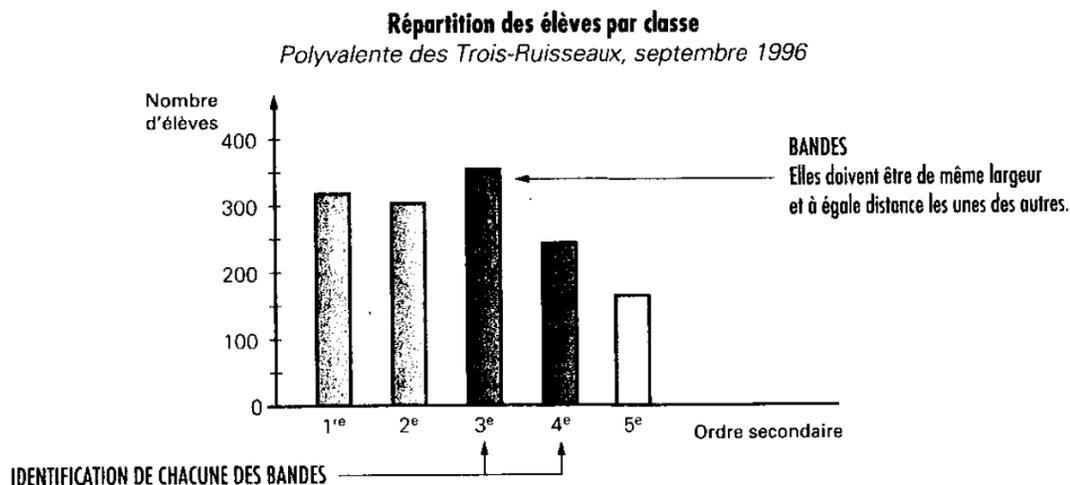
Dans le volume de troisième secondaire, on revient un peu sur le diagramme à bandes dans le chapitre qui porte sur la statistique par le biais de quelques activités proposées aux élèves. On leur demande d'interpréter un diagramme (voir figure 3.2.9), puis on leur propose de construire un diagramme à bandes à partir de nouvelles données.

Figure 3.2.9 – Diagramme à bandes issu du manuel Scénarios 3, p. 76



Enfin, le diagramme à bandes se retrouve dans la section « Ta mémoire » des manuels de troisième et quatrième secondaire. Cette section contient des résumés sur différentes notions abordées dans les volumes des années scolaires précédentes. On retrouve dans ces deux manuels le diagramme de la figure 3.2.10 accompagné de la même définition que celle présentée dans le manuel Scénarios 1 (p. 381). Pour ce qui est du manuel de cinquième secondaire, on ne revient pas sur la notion de diagramme à bandes.

Figure 3.2.10 - Diagramme à bandes issu des manuels Scénarios 3 et 4, p. 255 et p.320



Discussion de diagramme à bandes

Peu de nouvelles réflexions émergent de ce qui est présenté pour le diagramme à bandes dans la collection de manuels scolaires Scénarios. On remarque encore une fois que cette notion est approfondie principalement dans les premières années du secondaire et qu'il s'insère dans l'étude de la statistique. Un élément intéressant au niveau de la définition qui est donnée pour le diagramme à bandes dans cette collection de manuels est qu'il permet « de mieux comprendre certaines informations qui pourraient influencer des décisions futures ». Cette idée d'exploiter le diagramme à bandes à des fins de prédictions est assez nouvelle si on se compare aux différentes définitions rencontrées jusqu'ici dans les lexiques et dans la collection de manuels précédente. Cette vision du diagramme peut donc constituer un rapprochement entre les notions de diagramme et de graphique de par le fait qu'on cherche à modéliser une situation, à exploiter des fonctions d'une certaine manière, ce qui est habituellement réservé aux « graphiques » de la fin du secondaire.

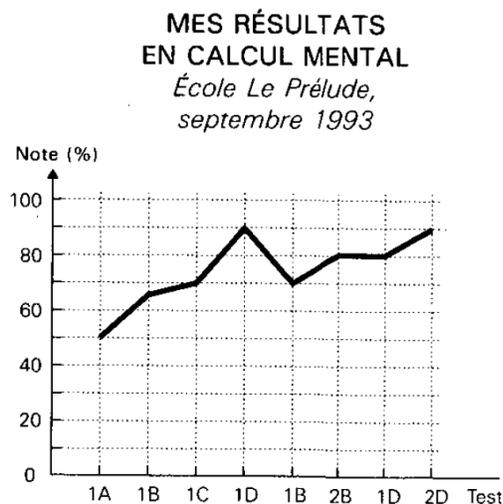
Enfin, en ce qui concerne les représentations visuelles données dans les manuels Scénarios pour le diagramme à bandes, je remarque que les données ont beaucoup plus souvent un caractère qualitatif que quantitatif, ce qui suggère une utilisation précise de ce type de diagramme. Par ailleurs, aucun exemple de diagramme n'est montré avec une coupure d'axe (élément auquel j'ai choisi d'accorder une attention particulière dans cette analyse puisque celui-ci est présent tantôt dans les graphiques et tantôt dans les diagrammes), les exemples donnés ne nécessitant pas de coupure d'axe.

Définition de diagramme à ligne brisée

Le diagramme à ligne brisée est lui aussi présenté principalement dans le manuel de première secondaire de la collection Scénarios, dans le même chapitre sur la statistique que le diagramme à bandes. Voici ce qu'on en dit suivi d'un exemple (voir figure 3.2.11 page suivante) :

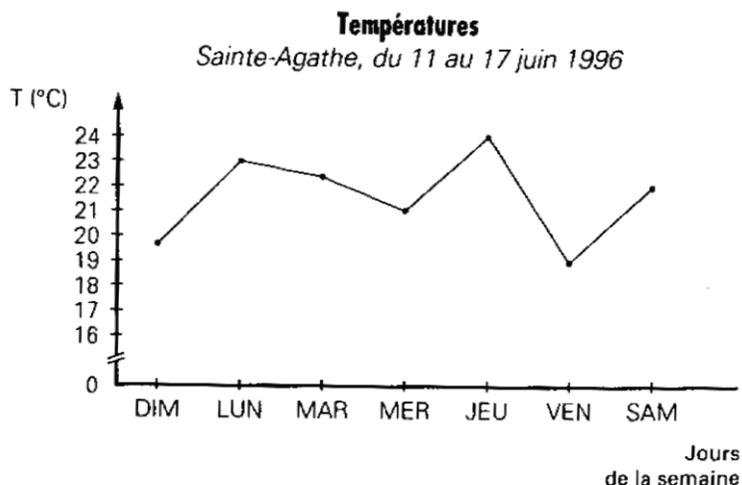
Comme ils décrivent bien les fluctuations, les diagrammes à ligne brisée sont très utilisés dans le monde de l'économie, de la finance et des sciences. On s'en sert pour représenter des phénomènes continus : croissance d'une plante, résultats d'expériences scientifiques, variation de température, rendement, etc. Dans un diagramme à ligne brisée, les données représentées sur les deux axes sont des données ordonnées et continues. (p. 382)

Figure 3.2.11 – Diagramme à ligne brisée issu du manuel Scénarios 1, p. 383



Dans les quatre autres volumes de la collection Scénarios, soit pour les manuels de deuxième à cinquième secondaire, on ne retrouve le diagramme à ligne brisée que dans la section « Ta mémoire » de chaque volume. Tel qu'indiqué plus tôt, cette section contient un résumé de différentes notions mathématiques vues au cours des années précédentes. La figure 3.2.12 de la page suivante illustre le diagramme à ligne brisée donné en exemple. Celui-ci est accompagné à chaque fois de la deuxième phrase de la définition donnée pour le diagramme à ligne brisée dans le manuel Scénario 1 : « On s'en sert pour représenter des phénomènes continus : croissance d'une plante, résultats d'expériences scientifiques, variations de température, rendement, etc. ».

Figure 3.2.12 – Diagramme à ligne brisée issu du manuel Scénarios 4, p. 320



Discussion de diagramme à ligne brisée

D'abord, je remarque que le diagramme à ligne brisée est un sujet peu présent dans la collection Scénarios. De plus, la définition qui est donnée dans le premier volume de cette collection a des ressemblances avec la plupart des définitions relevées dans les lexiques au chapitre précédent, de même qu'avec celle donnée par les manuels de la collection Mathématique Soleil, puisqu'on suggère d'utiliser ce diagramme pour représenter des phénomènes continus. Par ailleurs, on indique dans la définition donnée dans le manuel Scénarios 1 que dans un diagramme à ligne brisée « les données représentées sur les deux axes sont des données ordonnées et continues ». Cette consigne m'apparaît un peu singulière si on regarde de plus près les données identifiées sur l'axe vertical de la figure 3.2.11. Il ne me semble pas que les numéros des tests sont ordonnés dans cet exemple et, d'ailleurs, certaines données sont représentées à deux reprises (les tests 1B et 1D). Dans le cas de la figure 3.2.12 toutefois, on ordonne adéquatement les jours de la semaine sur l'axe horizontal. Pour

ce qui est de l'axe vertical, cette idée de données ordonnées est plus claire, les graduations étant toujours constantes et croissantes du bas vers le haut.

Enfin, on remarque sur le diagramme de la figure 3.2.12 la présence d'une coupure d'axe dans un contexte où celle-ci est requise. Comme j'ai remarqué que la notion de coupure d'axe dans les diagrammes des lexiques et des manuels de la collection Mathématique Soleil n'était pas toujours faite de façon constante, je continue de porter ici aussi une attention particulière à cette caractéristique dans les diagrammes rencontrés.

En résumé, il n'y a pas de nouveaux éléments majeurs à signaler en ce qui concerne la présentation du diagramme à ligne brisée en lien avec la notion de graphique dans cette collection de manuels, hormis le graphique présenté plus tôt à la figure 3.2.4, qui contenait selon les auteurs une « ligne brisée ».

Conclusion pour la collection de manuels Scénarios

J'ai rassemblé dans le tableau 3.2.13 de la page suivante les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de cette collection de manuels scolaires. Comme pour les autres collections, cela permettra de s'y référer en fin de chapitre, une fois que les observations sur tous les manuels auront été relevées.

Tableau 3.2.13 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des manuels de la collection Scénarios

| Tableau synthèse - Manuels de la collection Scénarios | |
|--|--|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • Volume 2 (sec.2) : Le graphique sert à représenter des données. • Volume 3 (sec.3) : Le graphique sert à représenter une relation entre des variables. Cette vision est maintenue dans les volumes de quatrième et cinquième secondaire. • Volume 4 (sec.3) : On s'intéresse surtout aux graphiques de fonctions, en utilisant désormais l'expression « graphique cartésien ». • Volume 5 (sec.5) : On parle du nuage de points comme d'un « graphique » ou d'une « représentation graphique », bien que cela permette de qualifier la corrélation, un outil du domaine des statistiques. |
| Diagramme à bandes | <ul style="list-style-type: none"> • Il est utilisé en statistiques pour illustrer des données discrètes. • On suggère d'exploiter le diagramme à bandes à des fins de prédictions. Cette idée peut donc rapprocher le diagramme au graphique du fait qu'on cherche à modéliser une situation, à exploiter un modèle fonctionnel. • Aucun exemple de diagramme ne comporte de coupure d'axe. |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> • Il est utilisé en statistiques pour représenter un phénomène continu et les données représentées sur les deux axes doivent être ordonnées et continues. • La coupure d'axe est présente lorsque nécessaire. |

3.3 Manuels des collections À vos maths! et Intersection, Éditions Graficor-Chenelière Éducation

Présentation de la collection

Les Éditions Graficor-Chenelière ont publié deux collections de manuels scolaires pour les mathématiques au secondaire entre 2005 et 2010, afin de se conformer au nouveau programme de formation de l'école québécoise qui est

présentement en vigueur (en 2014). La première collection s'intitule *À vos maths!* et elle s'adresse aux élèves du premier cycle du secondaire (secondaire 1 et 2). Elle a principalement été écrite par Michel Coupal, avec la collaboration de Lynn Marotte et de Jean Lepage. La deuxième collection s'appelle *Intersection* et cible les élèves du deuxième cycle du secondaire (secondaire 3-4-5). Cette collection a été écrite par Claude Boucher, Lynn Marotte, Michel Coupal, Martine Jacques, Jean-François Bernier et Valérie Rodrigue. Ici, je présente mes commentaires et mes réflexions au sujet du graphique séparément pour chacune des deux collections. J'ai toutefois regroupé mes commentaires pour les diagrammes, les contenus présentés par ces notions se prêtant davantage à un tel regroupement.

Définition de graphique – À vos maths! (sec. 1-2)

Dans la collection *À vos maths!*, on définit le graphique ou « représentation graphique » dans les volumes de deuxième secondaire (les livres C et D de la collection *À vos maths!*). On présente le graphique ainsi :

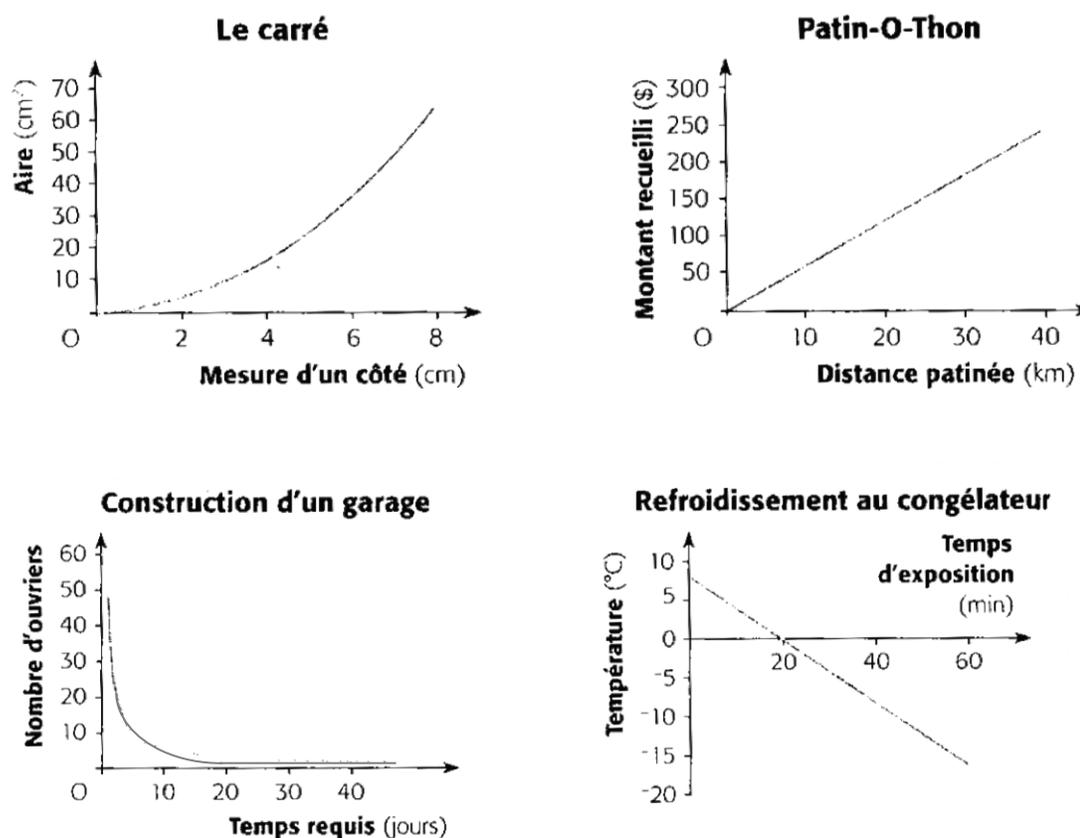
Une représentation graphique permet de visualiser la relation qui existe entre les variables. Pour pouvoir construire ce graphique, il faut d'abord connaître un certain nombre de valeurs pour chacune des variables. On pourra ensuite représenter les couples de données ainsi formés dans un plan cartésien [...] Contrairement à une table de valeurs, le graphique d'une situation à deux variables donne rapidement une idée du type de relation qui existe entre les deux variables. (p. 20)

On explique ensuite comment produire des graphiques et on propose des activités où il faut associer des graphiques à une situation décrite en mots, un peu comme on le retrouve dans le manuel de deuxième secondaire de la collection Scénarios. Après

quoi, on donne de nouvelles précisions quant aux caractéristiques des graphiques, qui s'accompagnent des quatre graphiques présentés plus bas à la figure 3.3.1 :

La disposition des couples dans un plan cartésien constitue le graphique d'une situation à deux variables. Un graphique permet, entre autres, de déterminer le type de relation existant entre deux variables d'une situation. Il favorise également l'interprétation de cette relation. Certains graphiques représentent des situations où les variables varient dans le même sens. Certains graphiques représentent des situations où les variables varient dans le sens inverse. (p. 23)

Figure 3.3.1 – Graphiques issus du manuel À vos maths! Vol. C (sec.2), p. 23



On présente aussi dans ce volume de deuxième secondaire toute une variété de graphiques, avec des points seulement comme dans le cas de la figure 3.3.2 ou encore des graphiques sans contexte dans un ou plusieurs quadrants (voir figure 3.3.3).

Figure 3.3.2 - Graphiques issus du manuel À vos maths! Vol. C (sec.2), p. 26

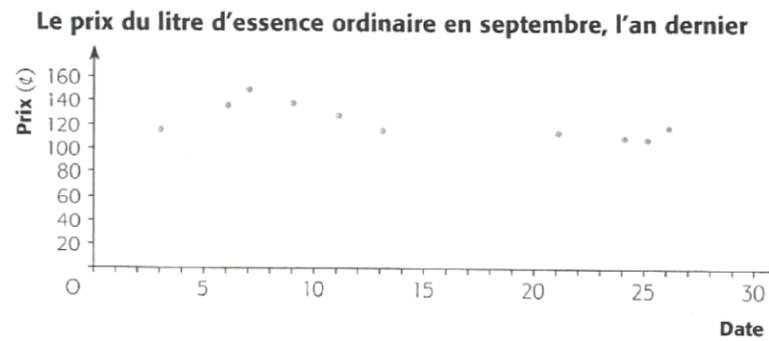
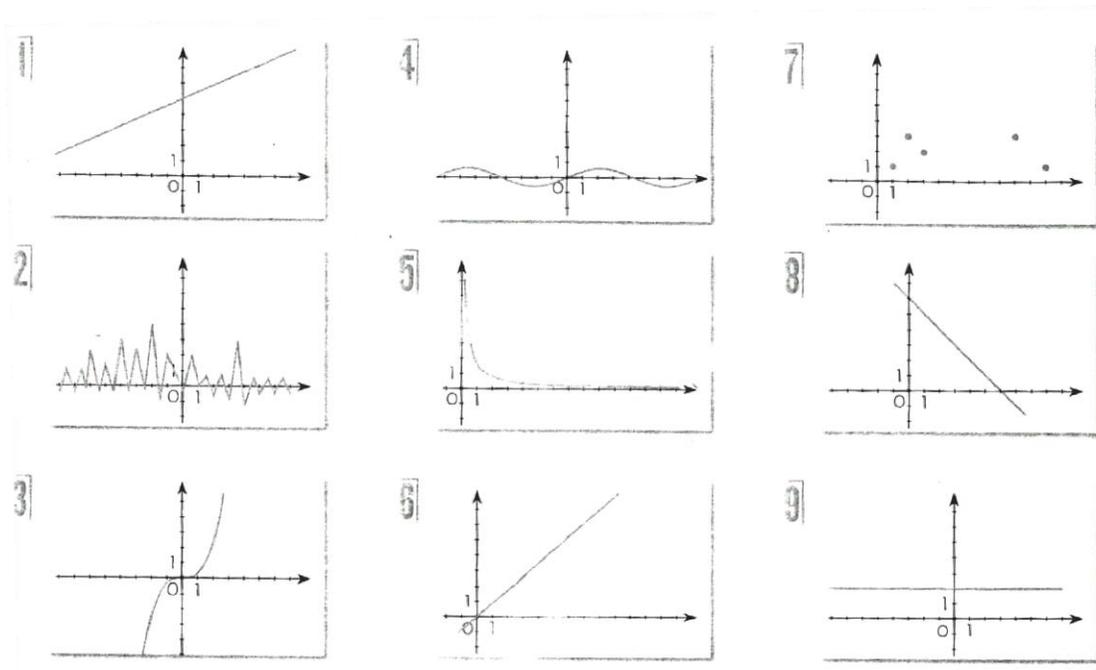


Figure 3.3.3 - Graphiques issus du manuel À vos maths! Vol. C (sec.2), p. 27



Discussion de graphique – À vos maths! (sec.1-2)

Ce qui attire mon attention en premier dans ce qui est proposé ici pour le graphique est la ressemblance entre la définition donnée ici dans À vos maths!, soit que le graphique « permet de visualiser la relation qui existe entre les variables », et la définition donnée dans le manuel Scénarios de troisième secondaire. Ces deux définitions sont très similaires, où on parle de relation entre les variables. Toutefois, il est bon de rappeler que dans Scénarios on donne une première définition en deuxième secondaire, où le graphique représentait plutôt des « données ». Il est intéressant de constater que dans le manuel À vos maths! on n'a pas d'abord choisi de parler de « données », mais uniquement de la relation entre les variables qui est représentée dans un graphique.

J'ai par ailleurs remarqué que dans les définitions données dans la collection À vos maths!, bien qu'on aperçoive le mot « graphique » seul, on utilise assez souvent l'expression « le graphique d'une situation à deux variables » de même que « représentation graphique ». Ceci m'amène à la réflexion suivante : peut-être que les graphiques qui sont proposés dans ce chapitre du manuel À vos maths! ne sont pas les « seuls » types de graphiques possibles. Ils sont des *graphiques représentant une situation à deux variables*, voilà tout, et il pourrait y en avoir d'autres, comme les graphiques modélisant la relation entre des données par exemple. De plus, dans l'extrait de la page 23, qui se trouve au-dessus de la figure 3.3.1, on précise que « La disposition des couples dans un plan cartésien constitue le graphique d'une situation à deux variables ». Cette précision est intéressante, car elle donne de la valeur aux graphiques constitués de points seulement. On en retrouve d'ailleurs quelques-uns dans ce manuel, comme à la figure 3.3.2 et 3.3.3. De plus, cette phrase précise que le type de graphique dont il est question doit être soutenu par un plan cartésien. C'est une précision importante qui permet de mieux comprendre de quel « type » de graphique il s'agit. Si au départ, dans ce projet de recherche, j'ai eu en tête de comprendre ce qui distingue le graphique et le diagramme, je commence à considérer

le fait que pour certains auteurs, il existe plusieurs types de graphiques, dont le graphique cartésien entre autres.

Enfin, si je m'intéresse aux représentations visuelles proposées dans le manuel *À vos maths!*, je remarque qu'on en propose une grande variété. Les graphiques sont tantôt en contexte, tantôt sans contexte, composés de droites, de courbes ou de points seulement. Si on compare également *À vos maths!* aux manuels du même niveau scolaire dans la collection *Scénarios*, ces derniers n'offraient par un si large éventail de représentations de graphiques. Si on regarde la figure 3.3.3, on observe des graphiques qu'on ne présentait pas avant le quatrième secondaire dans *Scénarios*, comme les graphiques numérotés 2, 3 et 4. On retrouve aussi une autre particularité dans ce choix de graphiques : ils ne se limitent pas au premier quadrant, comme les graphiques proposés dans le manuel *Scénarios* de deuxième secondaire. Cet aspect permet d'ailleurs une différenciation avec le diagramme, qui lui n'est jamais présenté avec quatre quadrants. Par ailleurs, à travers ce choix de graphiques, je note une certaine intention de préparer l'étude des fonctions du deuxième cycle du secondaire dans cette collection, ce qui n'était pas fait dans les deux autres collections de manuels observés. Toutefois, rappelons que la collection *Scénarios* suggérait d'utiliser les diagrammes à bandes (et non pas les graphiques) à des fins de prédictions.

Définition de graphique – Intersection (sec. 3-4-5)

Regardons maintenant ce qui est proposé dans la collection *Intersection*, qui est publié par la même maison d'édition que la collection *À vos maths!*, mais qui s'adresse aux élèves du deuxième cycle du secondaire. Dans le volume s'adressant aux élèves de troisième secondaire, on présente le graphique comme un mode de représentation d'une relation, avec aussi la description en mots et la table de valeurs. Ces trois modes de représentations sont explicités dans un tableau via deux exemples,

dont les graphiques sont ceux présentés à la figure 3.3.4. Bien que ces graphiques soient composés uniquement de points, on trouve ailleurs dans le volume des graphiques composés de droites ou de courbes, comme la figure 3.3.5, qui présente une relation découpée en cinq phases, dans deux quadrants.

Figure 3.3.4 - Graphiques issus du manuel Intersection
2^e cycle – 1^{ère} année (sec.3), p. 59

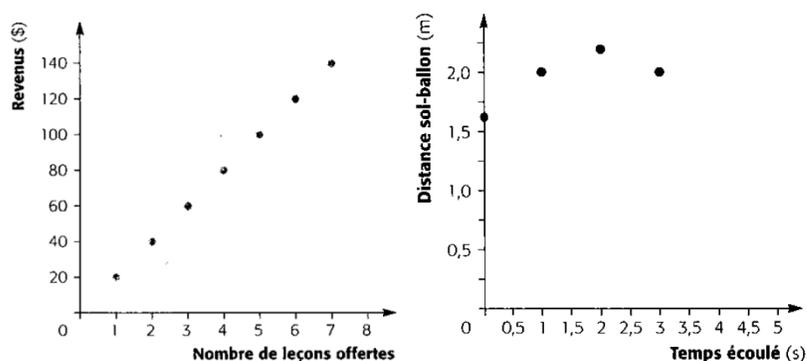
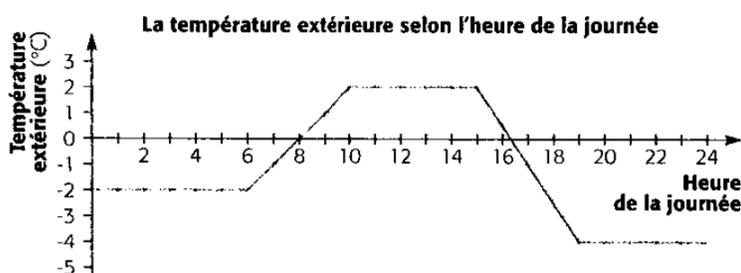


Figure 3.3.5 - Graphique issu du manuel Intersection
2^e cycle – 1^{ère} année (sec.3), p. 72



On retrouve aussi les graphiques dans les chapitres du manuel de troisième secondaire qui parlent des fonctions linéaires, inverses et affines. On y présente

toujours sous la forme de tableau les mêmes modes de représentations qu'énumérés plus tôt, auxquels on ajoute « la règle ». Dans ce tableau, on retrouve vis-à-vis du graphique les énoncés ci-dessous, qui accompagnent respectivement les graphiques de gauche, du centre et de droite de la figure 3.3.6 :

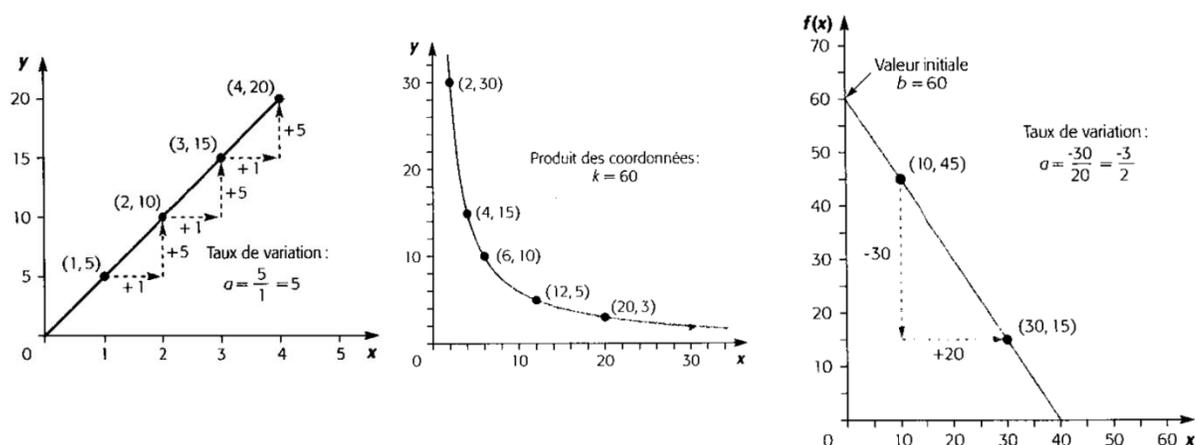
La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite oblique passant par l'origine. (p. 85)

La représentation graphique d'une fonction de variation inverse est une courbe décroissante qui s'approche des deux axes sans y toucher. (p. 86)

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite oblique. (p. 86)

Figure 3.3.6 - Graphiques issus du manuel Intersection

2^e cycle – 1^{ère} année (sec.3) p. 85-86-97



Enfin, toujours dans le manuel Intersection de troisième secondaire, on retrouve l'expression « Les représentations graphiques » comme sous-titre dans le chapitre intitulé « La statistique » du manuel Intersection de troisième secondaire. Il

est mentionné que « Les représentations graphiques montrent les distributions de données d'une façon plus explicite que les tableaux. » (p. 137), en faisant référence au *tableau à données condensées* et au *tableau à données groupées en classe* présentés juste avant dans le même chapitre du manuel. On décrit ensuite les quatre représentations en question : le diagramme à bandes, le diagramme à ligne brisée, le diagramme circulaire et l'histogramme. Toutefois, dans les explications qui accompagnent le diagramme à bandes et à ligne brisée, on ne réutilise pas les termes « représentations graphiques ». Par ailleurs, les définitions qui sont présentées dans ce manuel pour les diagrammes sont citées plus loin, dans la section qui porte respectivement sur le diagramme à bandes et sur le diagramme à ligne brisée, que je discute plus loin.

Dans les volumes de quatrième et cinquième secondaire de la collection Intersection, on ne revient pas sur cette idée de « représentations graphiques » pour désigner les diagrammes indiqués plus haut. Le terme « graphique » est principalement exploité dans ces manuels pour l'analyse des fonctions, qu'on présente soit en contexte, comme à la figure 3.3.7, ou sans contexte, comme à la figure 3.3.8. Par ailleurs, on ne retrouve pas de nouvelle définition de « graphique » dans les sections de ce manuel où l'on présente les contenus théoriques, comme c'était le cas dans le volume de troisième secondaire.

Figure 3.3.7 - Graphiques issus du manuel Intersection
2^e cycle – 2^e année (sec. 4), p. 19

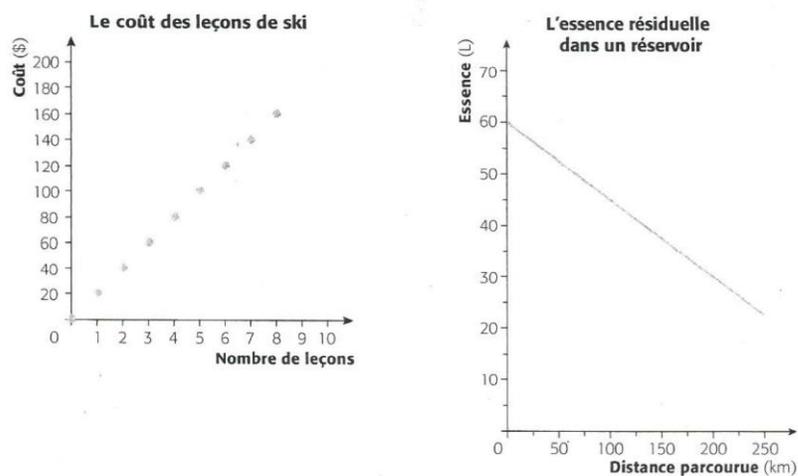
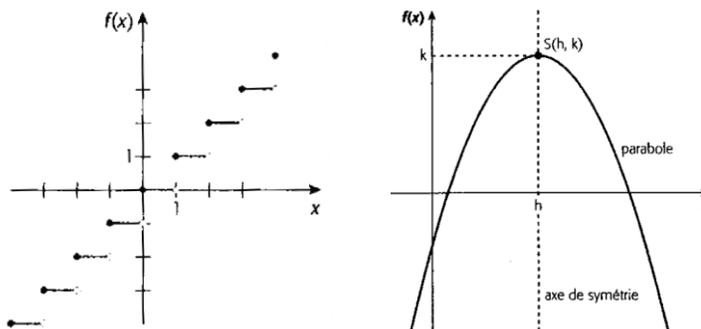


Figure 3.3.8 - Graphiques issus du manuel Intersection
2^e cycle – 2^e année (sec. 4), p. 46 et p.143



Enfin, l'autre endroit où on s'intéresse au graphique dans les manuels de quatrième et cinquième secondaire de la collection Intersection est lorsqu'on cherche à représenter une équation, une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations, comme le montre les exemples des figures 3.3.9 et 3.3.10. Dans les

chapitres qui portent sur ces notions, on n'emploie pas souvent le terme « graphique » seul, on retrouve plus fréquemment les expressions « représentations graphiques » ou « représenter graphiquement », pour désigner les représentations ou pour préciser la tâche demandée.

Figure 3.3.9 - Graphiques issus du manuel Intersection
2^e cycle – 2^e année (sec.4), pp. 123-124

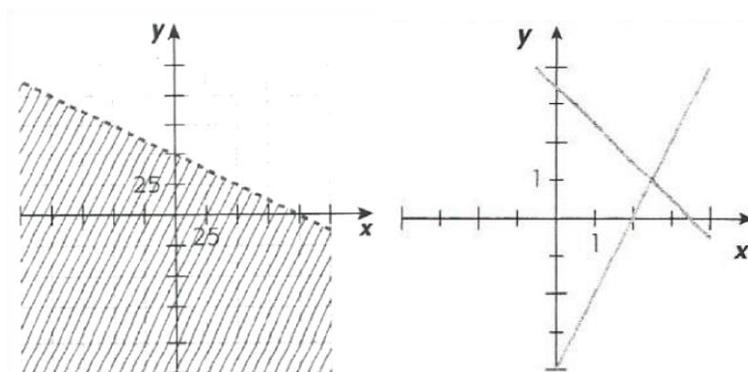
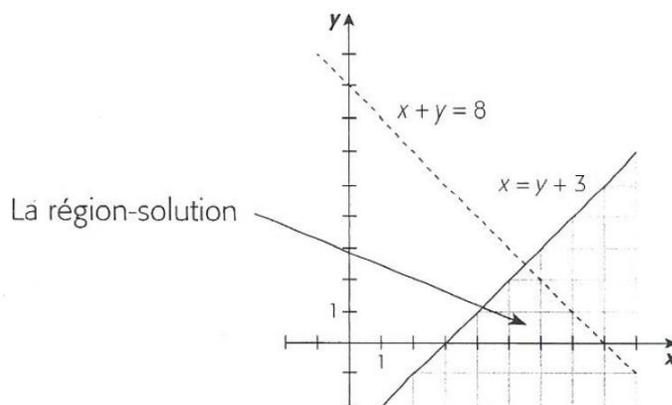


Figure 3.3.10 - Graphiques issus du manuel Intersection
2^e cycle – 3^e année (sec.5), p. 15



Discussion de graphique – Intersection (sec. 3-4-5)

D’abord, en ce qui concerne les définitions qui sont proposées, on remarque que le terme « graphique » est plutôt tenu pour acquis, car on ne sent pas le besoin nulle part de préciser ce qu’il signifie ou représente, sinon qu’il s’agit d’un des modes de représentations privilégiés des fonctions. Dans le volume de troisième secondaire, on précise le type de tracé obtenu pour chaque fonction analysée, mais c’est tout. Toutefois, il arrive souvent dans cette collection de manuels qu’on exploite le terme « graphique » soit comme un nom, soit comme un adjectif ou comme un adverbe (graphiquement), comme cela a aussi été observé dans cinq des lexiques analysés au chapitre précédent, de même que dans la collection de manuels Scénarios. On ne définit donc pas le terme « graphique » dans les manuels Intersection, en plus de l’employer pour divers usages, tantôt comme objet mathématique, tantôt pour parler d’une représentation.

En ce qui concerne les représentations qui sont proposées pour le graphique, je note qu’en continuité avec ce qui avait été présenté au premier cycle du secondaire dans la collection À vos maths! on présente une grande variété de graphiques, tantôt en contexte, tantôt hors contexte, tantôt composés de points, tantôt composés de droites, de courbes, de demi-plans, etc.

Où un élément intéressant concernant le lien entre les graphiques et les diagrammes fait surface est dans le volume de troisième secondaire, à l’endroit où on présente les diagrammes à bandes et à ligne brisée, entre autres, sous l’appellation de « représentations graphiques ». Cela rappelle un peu les définitions qu’avait données le lexique des éditions CEC pour ces représentations, pour qui le diagramme à bandes était « une *représentation graphique*²³ d’une situation faisant intervenir un caractère qualitatif » (p.58), et un diagramme à ligne brisée « une *représentation graphique*²⁴

²³ C’est moi qui souligne.

²⁴ Idem.

d'un phénomène évoluant dans le temps » (p. 58). Toutefois, dans les définitions données dans le manuel Intersection, on ne réutilise pas cette expression, on ne l'exploite que dans le titre du chapitre du manuel. Il y a donc pour cette collection de manuels scolaires un lien vraiment très subtil entre diagramme et graphique, qui réside dans l'usage du terme « graphique » comme adjectif. Ce lien entre diagramme et graphique s'explique par le fait que ces deux représentations renvoient à des procédés « graphiques », soit des procédés liés aux techniques de tracé et de dessin, comme le suggère la définition du dictionnaire Larousse du terme « graphique » en tant qu'adjectif citée quelques fois dans ce travail :

« Qui a rapport au graphisme, au dessin, à l'action ou à la manière de tracer quelque chose : *L'œuvre graphique d'un dessinateur*. Qui est effectué au moyen de signes, du dessin, de la carte et surtout du dessin linéaire : *Représentation graphique d'un phénomène*. »

Par ailleurs, dans le chapitre du manuel Intersection de quatrième secondaire qui porte sur la corrélation, j'ai porté une attention particulière aux nuages de points servant à représenter une situation en statistiques, puisque dans le manuel Scénarios on avait noté que l'expression « graphique » ou « représentation graphique » désignait parfois cet objet. Toutefois, dans la collection Intersection, jamais on n'utilise l'une ou l'autre de ces expressions pour désigner un nuage de points. Le seul endroit où l'on voit le terme « graphique » interagir dans un chapitre de statistiques est dans la section des diagrammes, et uniquement dans le titre du chapitre, tel que mentionné.

Définition de diagramme à bandes

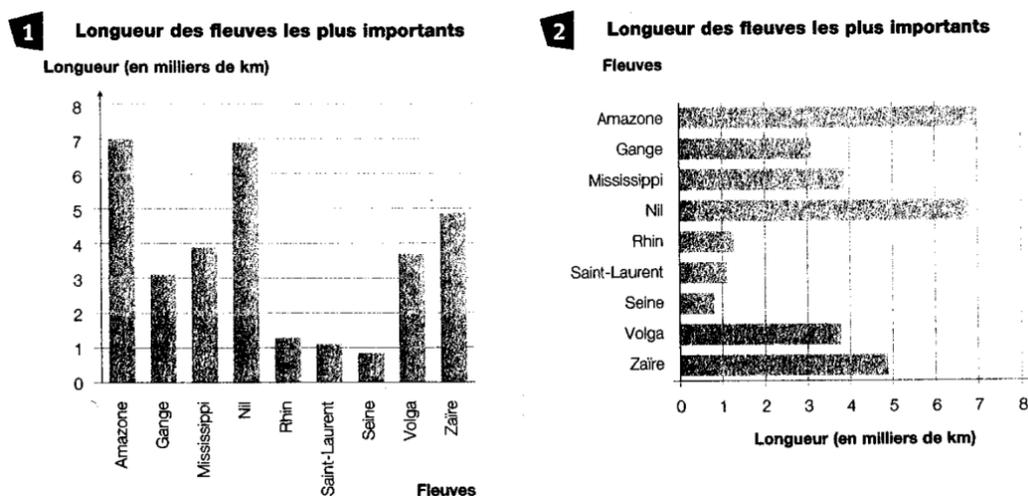
À vos maths! (sec.1-2) et Intersection (sec.3-4-5)

C'est dans le volume de première secondaire qu'on s'intéresse à la notion de diagrammes dans la collection À vos maths! On donne d'ailleurs une définition pour le terme diagramme : « Terme général servant à désigner une représentation schématique d'un ensemble de données. » (p.36)

On dit ensuite du diagramme à bandes qu'il convient de l'utiliser lorsque les résultats obtenus ne conviennent ni à un diagramme à ligne brisée ni à un diagramme circulaire, en précisant que les bandes du diagramme peuvent être horizontales ou verticales. On présente ensuite les diagrammes suivants :

Figure 3.3.11 - Diagrammes à bandes issus du manuel À vos maths!

Vol. B (sec.1), p. 37

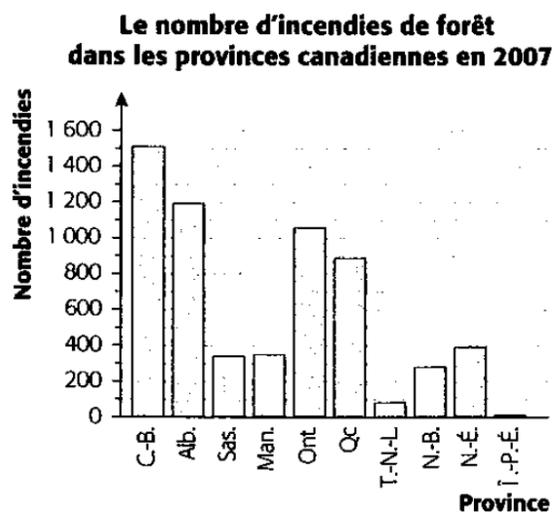


Au deuxième cycle du secondaire, dans la collection Intersection, on s'intéresse aux diagrammes seulement dans le volume destiné aux élèves de troisième secondaire. Tel que cela a été mentionné plus tôt dans la section portant sur le

graphique, c'est sous l'appellation de « représentations graphiques » que l'on présente la notion de diagramme à bandes (et à ligne brisée). Voici la définition qu'on donne pour ce type de représentation, avec le diagramme qui l'accompagne (voir figure 3.3.12) :

Le diagramme à bandes permet de représenter une distribution de données à caractère qualitatif ou quantitatif discret. Les bandes sont de même largeur et leur hauteur correspond à l'importance de l'effectif ou à la fréquence de la classe. (p.137)

Figure 3.3.12 - Diagramme à bandes issu du manuel Intersection
2^e cycle – 1^{ère} année (sec.3), p. 137



Discussion de diagramme à bandes

À vos maths! (sec.1-2) et Intersection (sec. 3-4-5)

Je remarque que dans le manuel de secondaire 1, bien qu'on définisse globalement le diagramme, définition qui rappelle d'ailleurs celle donnée dans le

lexique des éditions du Triangle d'Or, on ne donne pas définition formelle pour le diagramme à bandes. De plus, ce diagramme est présenté comme un outil de dernier recours, lorsque le diagramme à ligne brisée ou le diagramme circulaire ne conviennent pas. Ceci est assez singulier si on se compare à ce qui a été proposé pour ce diagramme jusqu'à maintenant dans les autres lexiques et manuels. Au niveau des représentations proposées, j'ai noté dans ce manuel que ce diagramme était peu exploité. La figure 3.3.11 présente néanmoins des diagrammes à bandes comme on a en beaucoup rencontré jusqu'ici, sans particularités frappantes.

Pour ce qui est du diagramme à bandes au deuxième cycle, on retrouve désormais une définition plus détaillée, exploitant un vocabulaire plus complexe, un vocabulaire propre à la statistique : caractère, effectif, fréquence. Cette définition se rapproche davantage de ce qu'on a présenté pour le même niveau scolaire dans les deux autres collections de manuels analysées.

Enfin, j'avais porté attention dans l'analyse des précédents manuels à la présence de coupure d'axes dans les diagrammes présentés. Ici, je n'observe de coupure d'axes pour aucun des diagrammes présentés.

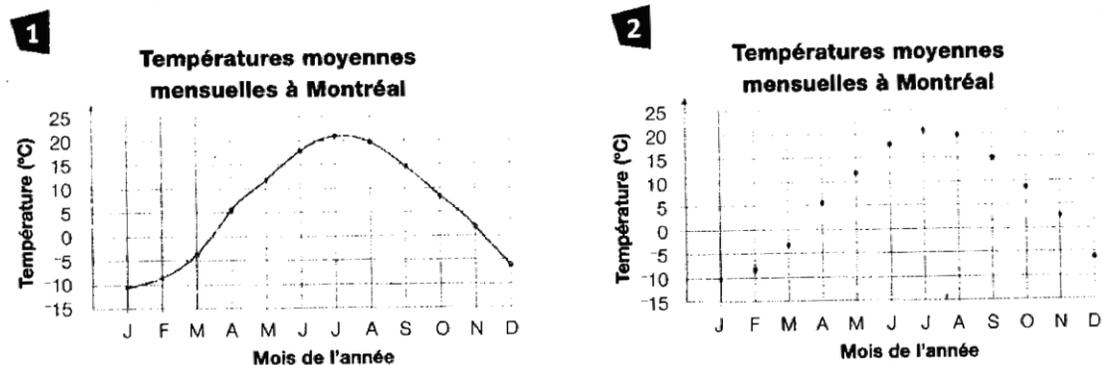
Définition de diagramme à ligne brisée

À vos maths! (sec.1-2) et Intersection (sec. 3-4-5)

Comme pour le diagramme à bandes, c'est dans le manuel À vos maths! de première secondaire qu'on définit le diagramme à ligne brisée. On dit de ce diagramme qu'il est utilisé pour représenter la relation entre deux données et que pour cette raison il est privilégié lorsqu'on veut représenter la variation d'un caractère étudié selon le temps. Pour illustrer ce propos, on présente les diagrammes de la figure 3.3.13.

Figure 3.3.13 - Diagramme à ligne brisée issu du manuel À vos maths!

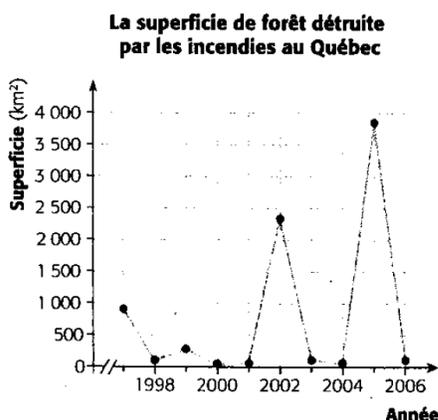
Vol. B (sec.1), p. 36



Au deuxième cycle, c'est aussi dans le volume Intersection de secondaire 3 qu'on présente le diagramme à ligne brisée. Tel que cela a été mentionné plus tôt, c'est sous l'appellation de « représentations graphiques » que l'on présente le diagramme à ligne brisée. Voici la définition qu'on donne pour ce type de représentation, suivie d'un exemple visuel (figure 3.3.14) :

Le diagramme à ligne brisée permet de représenter des données à caractère quantitatif discret ou continu. Chaque donnée est représentée par un point dans le diagramme. Les données qui se succèdent dans le temps sont reliées par un segment. (p.137)

Figure 3.3.14 - Diagramme à ligne brisée issu du manuel
Intersection 2^e cycle – 1^{ère} année (sec. 3), p. 137



Discussion de diagramme à ligne brisée

À vos maths! (sec. 1-2) et Intersection (sec. 3-4-5)

Comme c'est le cas pour le diagramme à bandes, on ne donne pas de définition formelle du diagramme à ligne brisée dans le volume de première secondaire À vos maths! Toutefois, on précise qu'il est utilisé pour représenter la relation entre deux données. Voilà qui est intéressant : on sent dans cette formulation un rapprochement avec la définition dans ce même manuel pour le graphique qui sert à « représenter la relation entre des variables ». Les diagrammes de la figure 3.3.13 suscitent aussi pour moi un certain intérêt. On observe la même situation, mais dans un cas les points ne sont pas reliés alors que l'autre oui, et pas par des segments, mais par une « courbe ». Dans l'activité qui accompagne ces diagrammes aux élèves, on demande justement aux élèves d'identifier les différences entre les diagrammes et déterminer si ceux-ci sont appropriés pour représenter l'évolution de la température. C'est quand même un choix particulier des auteurs de proposer ces deux représentations en premier lieu pour introduire le diagramme à ligne brisée, puisque dans aucun de ces diagrammes on n'observe de véritable « ligne brisée ».

En ce qui concerne la définition proposée dans le manuel *Intersection de troisième secondaire*, on voit comme c'était aussi le cas pour le diagramme à bandes qu'on privilégie désormais une définition plus formelle, en précisant le type de caractère à exploiter avec ce type de diagramme. Je trouve intéressant ici qu'on précise que chaque point du diagramme représente une donnée et que les données qui se succèdent sont ensuite reliées entre elles par des segments. Cette précision est importante, il me semble, car elle permet une distinction d'avec le graphique qui « représente la relation entre des variables ». Ainsi, dans un graphique, on représente une interaction entre deux quantités, entre deux variables. Il y a cette idée de fonction et de covariation qui est sous-entendue, alors qu'ici, pour le diagramme à ligne brisée, cette précision sur la façon dont la « ligne brisée » est obtenue n'avait pas été exposée jusqu'à maintenant dans les lexiques ou les autres manuels, et elle apporte un éclairage important. Elle explique qu'il ne s'agit pas de relier les points pour illustrer une covariation, comme dans un graphique, mais que ce sont les données qui se succèdent qui sont reliées par des segments. Il y a donc un aspect plus géométrique qui apparaît ici, l'allure du segment mettant en évidence une augmentation, une diminution ou une constance entre deux données consécutives. Cette précision sur la façon dont les points sont reliés dans le diagramme à ligne brisée est donc un élément nouveau dont il faut selon moi tenir compte.

Enfin, en ce qui concerne la représentation donnée pour le diagramme à ligne brisée dans ce volume (figure 3.3.14), je ne note rien de particulier sinon qu'on a employé une coupure d'axe alors qu'on pouvait s'attendre à une telle coupure, les années commençant en 1998.

Conclusion pour la collection de manuels *À vos maths!/Intersection*

J'ai rassemblé dans le tableau de la page suivante les principaux éléments de réflexion qui ont accompagné les définitions de cette collection de manuels scolaires.

Tableau 3.3.15 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues des manuels À vos maths!/Intersection

| Tableau synthèse - Manuels de la collection À vos maths! / Intersection | |
|--|---|
| Graphique | <ul style="list-style-type: none"> • Collection À vos maths (sec.1-2) : <ul style="list-style-type: none"> - Le graphique sert à représenter la relation entre des variables. - On parle souvent du « graphique représentant une situation à deux variables ». - Grande variété de graphiques : points seulement, droites, courbes, avec/sans contexte, etc. • Collection Intersection (sec.3-4-5) : <ul style="list-style-type: none"> - Le graphique sert surtout à représenter des fonctions, des équations, des inéquations. - Grande variété de graphiques : points seulement, droites, courbes, avec/sans contexte, etc. |
| Diagramme à bandes | <ul style="list-style-type: none"> • On utilise l'expression « représentation graphique » pour désigner les diagrammes en statistique, dont le diagramme à bandes. • Il est utilisé en statistique pour représenter des données à caractère qualitatif ou quantitatif discret. • On suggère d'exploiter le diagramme à bandes lorsque le diagramme à ligne brisée ou le diagramme circulaire ne conviennent pas. • Aucun exemple de diagramme à bandes ne comporte de coupure d'axe. |
| Diagramme à ligne brisée | <ul style="list-style-type: none"> • On utilise l'expression « représentation graphique » pour désigner les diagrammes en statistique, dont le diagramme à ligne brisée. • Il est utilisé en statistique pour représenter des données à caractère quantitatif discret ou continu. • Il est privilégié pour représenter un phénomène variant dans le temps. • On précise que chaque point du diagramme est une donnée et que les données qui se suivent sont reliées par un segment. On distingue ainsi le diagramme du modèle fonctionnel propre au graphique. • La coupure d'axe est présente lorsque cela est nécessaire. |

3.4 Synthèse des réflexions portant sur les manuels scolaires

Dans ce chapitre, j'ai regardé les définitions et les représentations proposées par trois collections de manuels scolaires qui ont été utilisés au Québec, de 1970 à nos jours, au sujet des graphiques et des diagrammes. Je présente ici sous forme de tableau (sur deux pages) un résumé des réflexions qui ont émergé de ces observations. Le but de ce tableau synthèse est de compiler toutes les observations pertinentes permettant de mieux comprendre pourquoi les notions de diagramme et de graphique sont interreliées dans les manuels scolaires analysés.

Tableau 3.4.1 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues de trois collections de manuels scolaires (1/2)

| | Observations relevées | Collection Mathématique Soleil | Collection Scénario | Collection À vos maths! et Intersection |
|----------------------------|---|---|----------------------------|--|
| Remarques générales | Le graphique est un terme plus général qu'un diagramme, il englobe les diagrammes et les graphiques soutenus par un système de coordonnées cartésiennes. | x | | |
| | On utilise l'expression « représentation graphique » pour désigner les diagrammes à bandes et à ligne brisée en statistiques. | | | x |
| | Coupeure d'axes : - Présente lorsque nécessaire dans les diagrammes et les graphiques - Présente même lorsque ce n'est pas nécessaire. - La coupeure d'axes a été omise ou mal réalisée dans les diagrammes illustrés. | x x | x | x |

Tableau 3.4.1 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues de trois collections de manuels scolaires (2/2)

| | | Collection Mathématique Soleil | Collection Scénario | Collections À vos maths! et Intersection |
|---------------------------------|---|-----------------------------------|------------------------|---|
| | Observations relevées | | | |
| Graphique | Le graphique est un synonyme de diagramme. On l'utilise en statistique, pour faciliter la présentation de données. | x | | |
| | Le graphique sert à représenter des données. | x | x | |
| | Le graphique sert à représenter la relation entre des variables. | | x | x |
| | Le graphique est lié à la représentation d'équations, d'inéquations et de fonctions dans un système de coordonnées cartésiennes. | x | x | x |
| | Le nuage de points, en statistique, est présenté comme un « graphique » ou une « représentation graphique ». | x | x | |
| | Les graphiques cartésiens qui sont proposés sont : - en contexte - dans un environnement purement mathématique | x | x | x |
| Diagramme à bandes | Il est utilisé en statistique pour présenter des données à caractère qualitatif ou quantitatif discret. | x | x | x |
| | Le diagramme à bandes devrait être exploité à des fins de prédictions. | | x | |
| | Le diagramme à bandes devrait être exploité lorsque le diagramme à ligne brisée ou le diagramme circulaire ne conviennent pas. | | | x |
| Diagramme à ligne brisée | Il est utilisé en statistique pour présenter des données à caractère quantitatif discret ou continu, pour présenter un phénomène continu, évoluant dans le temps. | x | x | x |
| | « Diagramme à ligne brisée » devient « graphique à ligne brisée » entre les volumes de 2 ^e et 3 ^e secondaire. | x | | |
| | Il sert à représenter la relation entre les données. | | x | |
| | Dans un diagramme à ligne brisée, on précise que chaque point du diagramme est une donnée et que les données qui se suivent sont reliées par un segment. | | | x |

CHAPITRE 4

UNE ENTRÉE HISTORIQUE SUR LES GRAPHIQUES ET LES DIAGRAMMES

Maintenant que j'ai regardé les ouvrages spécifiques à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques au sujet des graphiques et des diagrammes, il m'apparaît important de parcourir quelques documents historiques portant sur ces représentations mathématiques. Cette entrée permet de mieux comprendre comment les graphiques et les diagrammes ont d'abord été pensés et cela donne une orientation à cette réflexion en suggérant une manière de relier et de différencier ces deux représentations.

Pour mieux comprendre l'origine des graphiques, je vais m'intéresser aux travaux de René Descartes et de Jean-Baptiste Biot, qui par leurs travaux en géométrie analytique ont contribué à l'émergence du graphique tel qu'on le connaît aujourd'hui. Je vais aussi regarder le *Cours de géométrie analytique* présenté par Frère Robert et Gaston Bertrand, un ouvrage publié à Montréal en 1959, afin de rapprocher les écrits de Descartes et de Biot de ce qui s'est fait plus près de nous²⁵.

Après avoir observé ces travaux sur le graphique, je vais regarder les premiers diagrammes connus à travers les écrits d'Edward R. Tufte, qui ont été proposés entre autres par Jean-Henri Lambert et William Playfair.

Tout au long de ce chapitre, je présente d'abord la proposition de chaque auteur, suivie d'une section nommée « Discussion », où je consigne mes remarques et mes observations en lien avec la proposition donnée, pour tracer un premier portrait des notions de graphique et de diagramme.

²⁵ Ici, je veux dire plus près en terme d'époques, mais aussi géographiquement parlant.

4.1 Sur l'origine du graphique

Proposition de René Descartes (1596-1650)

Pour mieux comprendre ce qu'on entend par « graphique », les travaux de Descartes permettent une première réflexion sur cette représentation mathématique. D'abord, dans le texte *La géométrie de Descartes (1637)*, il est important de mentionner que le mot « graphique » n'est jamais mentionné spécifiquement. Tout ce qui est dit dans ce texte du début du XVII^e siècle est exprimé en des termes géométriques avec des longueurs, des segments, des droites et des points. Descartes explique d'abord dans son ouvrage que les problèmes de géométrie peuvent être construits dès qu'il est possible « de connaître la longueur de quelques lignes droites, pour les construire » (p. 297). Il poursuit au sujet de l'unité de mesure qu'il utilise dans ses problèmes en ces termes : « Ainsi n'a-t-on autre chose à faire en Géométrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les préparer à être connues, que leur en ajouter d'autres, ou en ôter, ou bien en ayant une, que je nommerai l'unité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres (...) » (p. 297). Descartes exprime donc que les longueurs qu'il travaille reposent sur une unité de mesure qu'il fixe *a priori* et qui peut être ensuite doublée, triplée, divisée, selon l'usage qu'on a besoin d'en faire.

Descartes propose différentes constructions géométriques dans ses travaux. La figure 4.1.1, notamment, propose une construction visant à définir une hyperbole. Cette hyperbole est en fait créée par le déplacement du point à l'intersection, d'une part de la règle GL passant par L le point milieu de BK et qui se déplace en un mouvement circulaire autour du point G et, d'autre part, de la droite KC qui est supportée par l'hypoténuse du triangle rectangle CBK, qui lui peut glisser le long de AK. Descartes précise que cette représentation met en relation deux variables ou, pour reprendre ses propres mots, « deux quantités indéterminées et inconnues » (p. 321). Il donne aussi des noms à ces variables, à CB et BA, respectivement y et x .

manière, à la longueur infinie d'un axe. Toutefois, il faut noter que le segment CB n'est pas pris sur GA, et que CB est dit parallèle à GA et non perpendiculaire à AB. Donc, même si les axes semblent visuellement perpendiculaires, ils ne sont pas définis comme tels par Descartes. De plus, les « axes » de cette figure ne sont pas explicitement gradués comme on le verrait dans un graphique de manuel scolaire, tel qu'on a pu en observer au chapitre précédent. La graduation que Descartes utilise, bien qu'il l'ait mentionné au début de son travail, n'est donc pas indiquée spécifiquement sur la figure 4.1.1. Ainsi, l'unité de mesure qu'il fixe au départ n'est pas représentée visuellement dans sa construction, on sait simplement que toutes les longueurs qu'il exploite dans son analyse se rapportent à cette même unité de mesure hypothétique.

Par ailleurs, le choix des variables fait par Descartes est intéressant, il utilise y pour CB, qui est un segment horizontal, et x pour BA, un segment vertical. De nos jours, on observe habituellement l'inverse : la variable y est attribuée aux longueurs verticales, alors que la variable x est associée aux longueurs horizontales. Toutefois, pour Descartes, les variables x et y ne sont pas en termes de variable indépendante et de variable dépendante. Elles sont toutes les deux des variables et d'ailleurs dans l'équation donnée plus loin par Descartes pour l'hyperbole (voir figure 4.1.2) aucune des variables n'est isolée.

Figure 4.1.2 - Équation de l'hyperbole par Descartes, p. 322 de l'édition originale

$$yy \propto cy - \frac{cx}{b}y + ay - ar.$$

Descartes précise par l'utilisation d'un symbolisme algébrique qu'il y a certes une dépendance entre ces deux variables, mais il ne va pas qualifier chaque variable de dépendante ou d'indépendante, comme cela est fait dans l'enseignement des variables

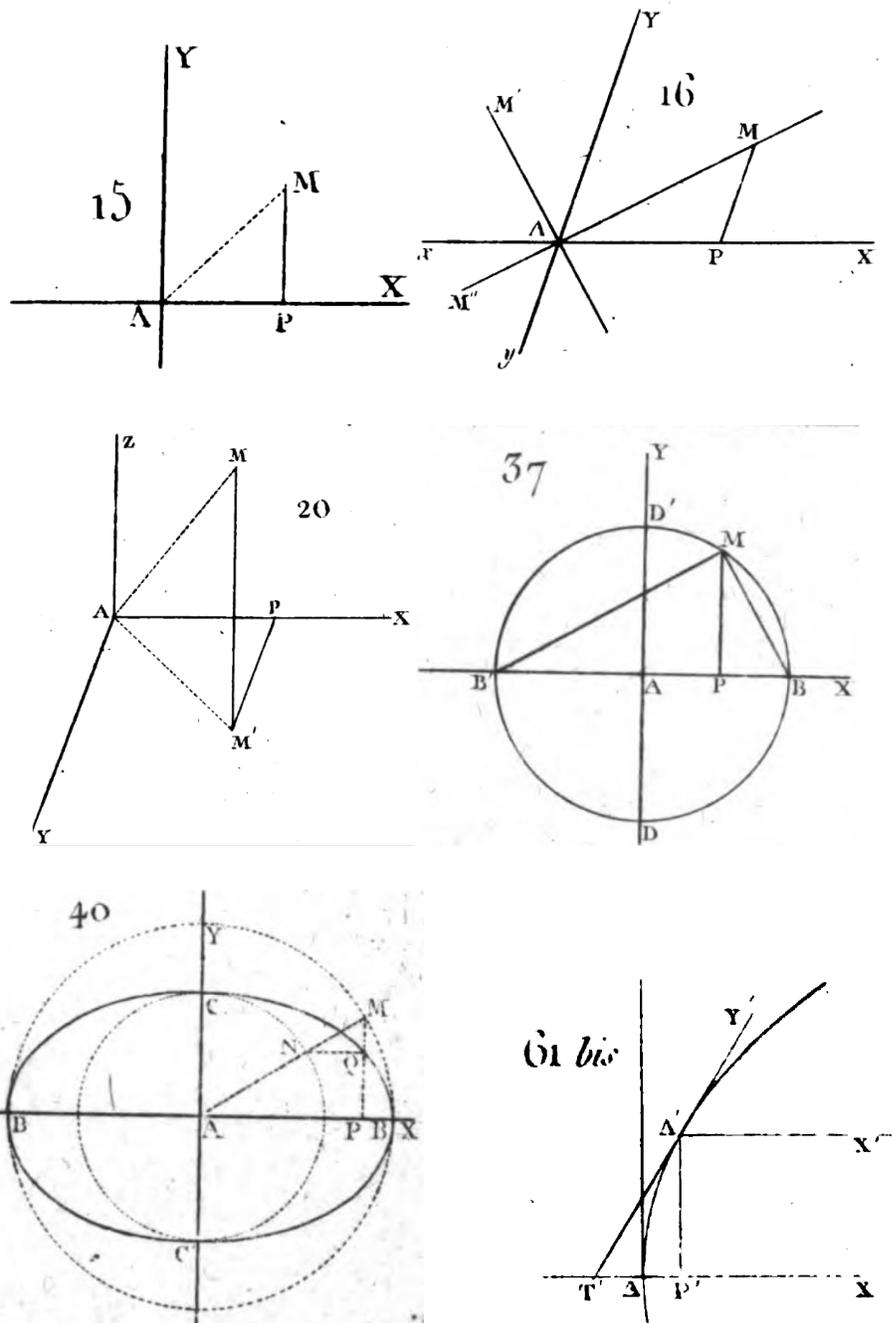
au niveau secondaire par exemple²⁶. Cette première représentation du graphique par Descartes fait surtout ressortir un élément central : l'association entre deux quantités, entre deux variables. Toutefois, la limite de ce qui est proposé par Descartes se trouve dans la dimension géométrique de son travail : il utilise ses « graphiques » uniquement pour mettre en relation des longueurs. Il ne suggère jamais de mettre en relation deux variables de nature différente, comme on a pu l'observer par exemple, dans certains lexiques et manuels scolaires au chapitre précédent. Par exemple, à la figure 2.5.1, les variables en jeu sont un montant d'argent en fonction d'un nombre d'heures travaillées, ou encore, à la figure 3.1.5, les variables en jeu sont l'allongement d'un ressort en centimètres selon la masse suspendue au ressort en kilogrammes. Ce type d'association de deux variables de nature différentes n'apparaît donc pas dans les travaux de Descartes, car son travail se situe dans un cadre purement géométrique, où chaque longueur est associée à une autre longueur.

Proposition de Jean-Baptiste Biot (1774-1862)

Dans l'*Essai de géométrie analytique* de Biot (1813), publié deux siècles après les travaux de Descartes, on remarque nettement l'influence de ce dernier. Biot cite lui-même Descartes comme un grand homme ayant permis d'étendre l'usage de l'algèbre à la géométrie au-delà de cas particuliers. Biot propose lui aussi différentes représentations visuelles qui accompagnent son texte, plus d'une centaine de figures au total. Six d'entre elles se trouvent à la figure 4.1.3 de la page suivante. En deux dimensions ou en trois dimensions, orthonormées pour certaines et pas pour d'autres, ces représentations qui figurent toutes en annexe dans l'essai de Biot visent à soutenir ses explications de divers problèmes géométriques. Si ces problèmes sont de nature géométrique, ils sont aussi décortiqués algébriquement, grâce aux variables y et x que Biot identifie dans chaque représentation.

²⁶ Voir le Programme de formation de l'école québécoise, Deuxième cycle, chapitre 6, p. 51.

Figure 4.1.3 - Représentations proposées par Biot



Tel que mentionné, Biot exploite les représentations ci-dessus pour développer une géométrie analytique, une géométrie appuyée par l'algèbre. Il utilise notamment la figure 15 (figure 4.1.3) pour expliquer comment on peut exprimer algébriquement la distance d'un point quelconque à l'origine des coordonnées. Pour la figure 16 (figure 4.1.3), il reprend des explications dans cette lignée, mais dans le cas où le triangle AMP n'est pas un triangle rectangle. Pour la figure 20 (figure 4.1.3), Biot cherche à définir cette fois la position d'un point dans l'espace. En ce qui concerne les figures 37, 40 et 61 (figure 4.1.3), Biot utilise ces représentations pour définir respectivement le cercle, l'ellipse et la parabole. Il prend d'ailleurs un grand soin de définir toutes les coniques au fil de son ouvrage, en expliquant les composantes de chacune, autant au niveau géométrique qu'algébrique. Par ailleurs, dans ses explications, Biot utilise un vocabulaire spécifique. Il fait souvent référence aux éléments du plan cartésien tel qu'on le définit aujourd'hui : à l'origine des coordonnées, à l'axe x ou à l'axe y , à l'ordonnée à l'origine.

De plus, Biot prend bien soin d'expliquer la marche à suivre qu'il applique rigoureusement au fil de son texte pour développer cette interaction entre la géométrie et l'algèbre. Voici un extrait du texte qui met cela en évidence²⁷ :

On commence par *reconnaître toutes les lignes connues ou inconnues* qui doivent entrer dans la solution du problème, et on choisit des lettres pour les représenter. Si l'on a réellement considéré toutes ces quantités, *il doit exister entre elles certaines relations*, certains rapports, qui permettent de les déduire les unes des autres. On cherche d'après les règles de la géométrie, quelle marche il faudrait suivre, *quelles opérations il faudrait pour établir ainsi leur dépendance mutuelle* : à mesure que l'on découvre ces opérations, on les écrit algébriquement. [...] (p. 3)

²⁷ C'est moi qui souligne certains passages qui explicitent la démarche de Biot pour exploiter l'algèbre dans un problème géométrique dans le premier extrait, puis définissent l'unité de mesure qu'il privilégie, dans le second extrait.

Jean-Baptiste Biot prend aussi le temps de bien définir l'unité de mesure qu'il utilise dans ses travaux. Il dit à ce propos que³ :

Pour cela on doit remarquer que *les lignes ne peuvent être comparées numériquement les unes aux autres qu'autant qu'on les rapporte ou qu'on les conçoit rapportées à une même ligne qui est censée leur servir de mesure, et que l'on prend pour unité de longueur*. Au moyen de cette convention, chaque ligne se trouve représentée par un nombre, et l'on peut faire sur elles toutes les opérations de l'arithmétique. Ainsi, on peut les concevoir ajoutées, ou retranchées les unes des autres, multipliées entre elles ou divisées, et c'est seulement sous ce rapport que l'on peut attribuer un sens à ces opérations. (p. 5)

Discussion

Contrairement à Descartes, on remarque tout de suite dans les représentations de Biot que les axes x et y sont toujours mis en évidence, ils sont identifiés par leurs variables respectives, et ce, de la même manière que ce qui est présentement enseigné dans les écoles secondaires et les collèges, soit avec la variable x à l'horizontale et la variable y à la verticale. Toutefois, au niveau de l'usage fait de ces « graphiques », on voit que Biot se situe plus près de Descartes, en ce sens qu'il s'en tient à un usage géométrique et que les coniques sont au centre de son travail. Par ailleurs, dans ses travaux on ne voit pas non plus apparaître le terme « graphique » spécifiquement.

En ce qui concerne le vocabulaire utilisé par Biot, je note une évolution par rapport à Descartes, chez qui les termes « axes », « coordonnées » ou « origine » étaient absents. On voit donc progressivement, à travers ce vocabulaire, les composantes du « graphique » telles qu'on les rencontre aujourd'hui, s'imposer peu à peu.

Puis, dans le premier extrait du texte de Biot relevé à la page précédente, il y a cette explication de la relation entre les variables, soit entre les « lignes » qui peuvent

composer un problème. Cet extrait m'est apparu révélateur, car il va même jusqu'à parler de « dépendance mutuelle » entre les variables représentées. Bien que Biot ne parle pas spécifiquement de ce qui se trouve dans la représentation visuelle qu'il donne d'un problème, il y réfère néanmoins en début de paragraphe sous la forme de ce mot : lignes. Ces « lignes » auxquelles correspondent des nombres, des quantités et des variables, ont une relation entre elles. C'est cette relation que Biot traduit algébriquement.

Enfin, on remarque dans le deuxième extrait de Biot relevé plus haut que, tout comme chez Descartes, il est important pour ce mathématicien de définir l'unité et les opérations qu'on peut effectuer sur celle-ci dans le cadre du travail mathématique en géométrie analytique. Le fait qu'il précise que « les lignes ne peuvent être comparées numériquement les unes aux autres » que si on se réfère à une même unité est une précision importante, une composante du « graphique » qu'il faut prendre en compte. Cela peut même devenir un critère d'identification de ce type de représentation, dans le sens où à cette époque les « graphiques » proposés mettaient nécessairement en relation des variables exprimées dans les mêmes unités. On n'aurait pas pu voir à ce moment-là des « graphiques » mettant en relation, par exemple, la distance selon le temps. Il s'agissait vraiment de mettre en relation deux longueurs géométriques avec les mêmes unités.

Proposition de Frère Robert et Gaston Bertrand (1959)

Le *Cours de géométrie analytique* de Frère Robert et Gaston Bertrand a été rédigé pour des étudiants francophones du Québec des années 1960, afin que ceux-ci disposent d'un ouvrage en français qui présente la théorie essentielle et les démonstrations de la géométrie analytique. Les auteurs précisent d'ailleurs ceci dans l'introduction : « Certains trouveront peut-être intolérable que l'on s'écarte peu des traditions cartésiennes, d'autres jugeront au contraire que l'audace novatrice n'a pas

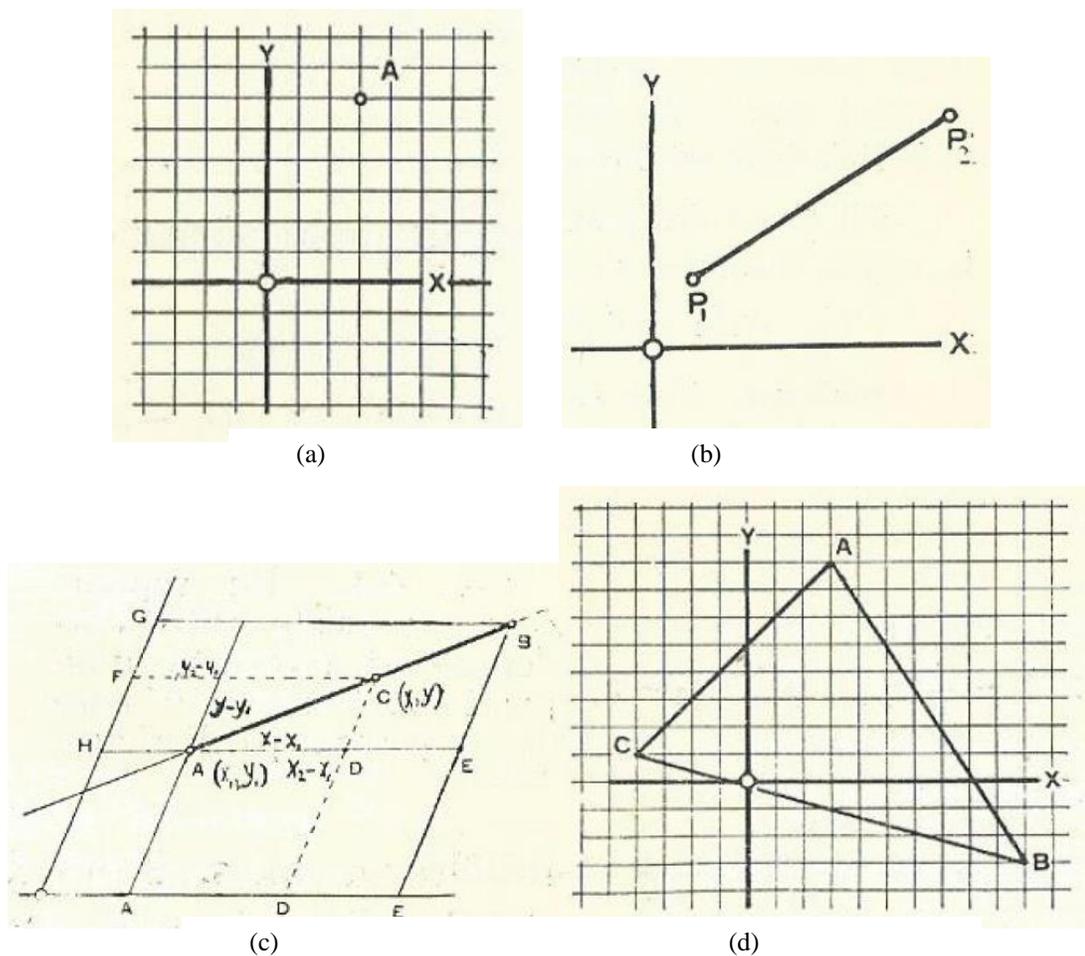
été assez grande. Ce petit livre servira de transition entre les méthodes anciennes et nouvelles. » Ceci étant dit, il est intéressant de regarder comment on retrouve le « graphique » un siècle et demi après Biot et de voir ce que les représentations et le vocabulaire privilégiés apportent à cette recherche historique au sujet des « graphiques ».

Frère Robert et Gaston Bertrand commencent d'abord leur travail en définissant la droite orientée et le vecteur, de même que l'axe orienté. Ils présentent aussi dans les premières pages de leur texte un petit encadré qui explique l'apport et les limites des travaux de Descartes à la géométrie analytique. Ainsi, bien qu'on spécifie qu'on doive en grande partie à Descartes la découverte de la géométrie analytique, on précise que :

Il ne s'est jamais servi de notre axe des Y. [...] Les mots "abscisse" et "ordonnée" ne sont pas de lui; il ne sut jamais non plus utiliser les signes + et - pour marquer les directions et il n'admettait en principe que les démonstrations analytiques ne valaient que pour le premier quadrant. (p. 5)

Ces critiques sont révélatrices du travail géométrique qui est fait ensuite par les auteurs : dans les démonstrations présentées, les variables x et y , l'abscisse et l'ordonnée sont toujours bien mises en évidence. On présente des démonstrations dans les quatre quadrants et on indique le signe des coordonnées des points utilisés. Aussi, le vocabulaire exploité est semblable à celui qu'on a observé chez Biot, bien qu'ils ne fassent pas référence à ce dernier : on parle de l'origine des coordonnées, de l'axe des abscisses, de l'axe des ordonnées et des coordonnées d'un point. La figure 4.1.4 montre d'ailleurs quelques représentations issues du texte de Frère Robert et Gaston Bertrand.

Figure 4.1.4 - Représentations proposées par Frère Robert et Gaston Bertrand



Si Robert et Bertrand commencent par travailler le segment, la droite et la distance entre deux points, ils poursuivent leur travail en étudiant les mêmes objets que leurs prédécesseurs : le cercle, les courbes, la parabole, l'ellipse et l'hyperbole. Ils s'intéressent aussi à la sphère et aux tangentes.

À propos de la dépendance entre l'abscisse et l'ordonnée, Robert et Bertrand n'utilisent pas le terme « variable » dans leurs explications. Ils vont plutôt utiliser des expressions de ce type pour désigner la dépendance entre les variables :

Un rapport constant existe entre l'ordonnée et l'abscisse d'un point quelconque d'une droite passant par l'origine. (p. 43)

Entre les coordonnées x et y du point C , il existe donc une relation du premier degré. (p. 44)

Enfin, au sujet de l'unité de mesure qu'ils exploitent, lorsque Robert et Bertrand ont besoin de celle-ci, ils présentent un « graphique » avec un quadrillage, où l'on comprend en lisant l'exposé qui accompagne chaque figure que la graduation du quadrillage est l'unité de mesure (chaque carreau correspond à une unité). Les figures qu'ils étudient ne présentent pas toujours des axes perpendiculaires. De plus, certaines figures ne sont pas soutenues par un quadrillage. Cela se produit le plus souvent lorsque les auteurs introduisent un concept et une nouvelle formule algébrique, comme pour la distance entre deux points sur un segment (voir figure 4.1.4 (b)) ou pour la distance entre deux points d'une droite (voir figure 4.1.4 (c)).

Discussion

On remarque que dans leur introduction Robert et Bertrand ont l'intention de se coller à la tradition cartésienne de la géométrie analytique, mais rapidement ceux-ci insistent sur la nécessité d'utiliser des axes gradués et orientés, de même que les quatre quadrants du plan cartésien. Ceci se distingue du travail fait par Descartes. Le choix du vocabulaire utilisé dans les démonstrations de Robert et Bertrand semblent aussi indiquer l'influence du travail de mathématiciens qui ont succédé Descartes, comme Biot notamment, quand on parle notamment de l'abscisse et de l'ordonnée d'un point et de l'origine des coordonnées.

Enfin, les représentations proposées dans l'ouvrage de Robert et Bertrand illustrent une évolution importante par rapport à ce que ce Descartes et Biot ont proposé : celles-ci sont souvent construites sur un quadrillage. Ce quadrillage permet

de positionner les points dans le plan (et l'espace) et sert également d'unité de mesure. Cette particularité des « graphiques » proposés par Robert et Bertrand nous rapproche nettement de ce que l'on observe aujourd'hui dans l'étude des graphiques au niveau secondaire. Toutefois, comme cela était aussi le cas chez Descartes et Biot, on note que les variables qui sont mises en relation sont toujours des longueurs exprimées dans la même unité. Comme je l'ai dit pour Biot, on n'aurait pas eu l'idée encore ici, chez ces auteurs du XIXe siècle, de mettre graphiquement en relation deux quantités différentes, comme la distance et le temps (un contexte souvent étudié de nos jours dans les problèmes de niveau secondaire, voir figures 3.2.2, 3.2.3 et 3.3.4).

Conclusion sur le graphique

Les représentations exploitées en géométrie analytique qui s'apparentent à ce qu'on désigne de nos jours sous le nom de « graphique » dans le monde de l'enseignement n'ont pas toujours comporté des axes explicitement mis en évidence ni une graduation explicite. Toutefois, on remarque que dans les travaux des mathématiciens que j'ai regardés, soit René Descartes, Jean-Baptiste Biot, Frère Robert et Gaston Bertrand, une tendance générale se profile : non seulement les problèmes représentés par des « graphiques » supposent la mise en relation de variables, mais il faut qu'entre ces variables il existe une relation, un rapport qui les unit. Si le travail de Descartes laissait sous-entendre ce point, Biot lui l'a formulé clairement. Robert et Bertrand pour leur part n'ont pas utilisé le terme « variable » dans leur exposé, mais leur travail entier repose sur l'interdépendance de deux quantités, soit les valeurs de l'abscisse et de l'ordonnée.

Par ailleurs, il ressort de cette analyse des travaux de ces mathématiciens qu'il est primordial pour que la mise en relation de variables soit possible en géométrie analytique que ceci s'appuie sur une unique unité de mesure. Ainsi, les quantités mises en relation sont toujours de même nature, ici de nature géométrique.

Voilà donc ce qui ressort comme point dominant de cette première section sur la notion de graphique : historiquement, on a exploité des représentations s'apparentant au « graphique » afin de mettre en relation des quantités géométriques, soit des longueurs exprimées dans les mêmes unités, préalablement définies.

4.2 Les premiers diagrammes

Dans son ouvrage *The Visual Display of quantitative information* (2001), Edward R. Tufte s'intéresse aux différentes façons de représenter visuellement des données, à l'évolution de ces représentations et à ce qu'il faut dégager comme éléments essentiels pour produire de telles représentations. Il retrace entre autres l'histoire des diagrammes qui nous intéressent le plus, soit le diagramme à ligne brisée et le diagramme à bandes, les représentations qui ont des similarités avec les graphiques. Tufte considère qu'il existe deux grands inventeurs du « graphique » moderne : il s'agit de Jean-Henri Lambert et de William Playfair. Je vais présenter leurs propos de même que certaines représentations visuelles de diagrammes qu'ils ont créés. Avant toutefois, je considère important de regarder la définition que Tufte donne lui-même du diagramme : « Data graphics visually display measured quantities by means of the combines use of points, lines, a coordinate system, numbers, symbols, words, shadings and color. » (p. 2) Cette définition donne déjà une idée de ce qu'on cherche à faire avec un diagramme : on veut représenter des quantités en utilisant un système faisant intervenir des points, des droites, des symboles, des couleurs. On représente donc des quantités, mais Tufte ne suggère pas d'association entre des grandeurs, entre des variables, comme cela était le cas pour les graphiques avec Descartes et Biot. De plus, il est intéressant de noter que l'expression anglophone « data graphics » exploite le terme « graphique » en tant qu'adjectif pour définir les diagrammes. Cette particularité du terme « graphique » de tantôt désigner

un certain type de représentation lorsqu'il est employé comme nom et de caractériser un diagramme lorsqu'il est employé comme adjectif est apparue plus tôt dans le chapitre sur l'analyse des lexiques mathématiques. Les ouvrages des Éditions Guérin et CEC avaient employé eux aussi le terme « graphique » comme adjectif dans la définition des diagrammes à bandes et à ligne brisée. Il y a donc lieu de penser que cette expression anglophone de « data graphics »²⁸ a un certain lien avec le fait que les notions de graphique et de diagramme soient par moment associées l'une à l'autre.

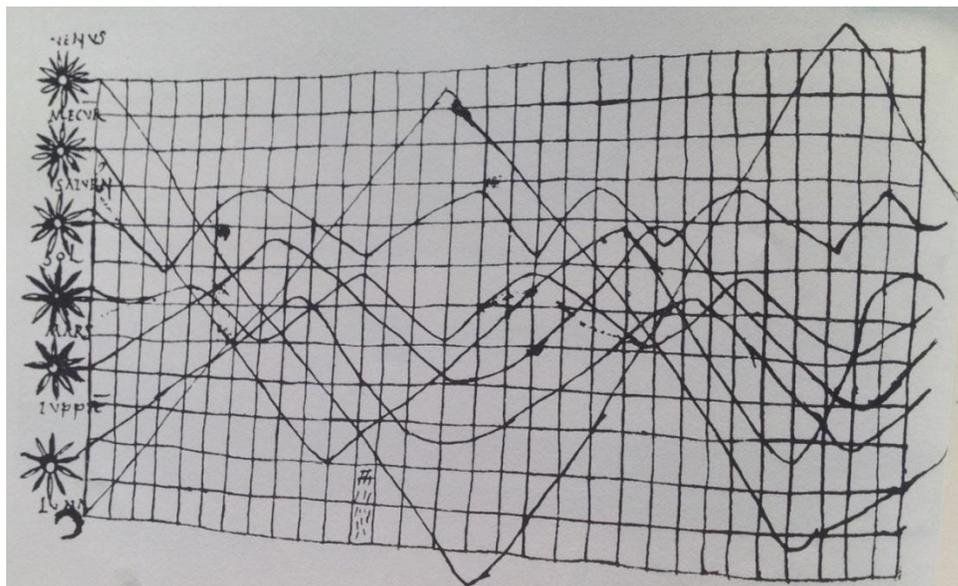
Voici maintenant les propositions des différents mathématiciens qui ont été parmi les premiers à exploiter des diagrammes.

Proposition d'auteur inconnu (X^e ou XI^e siècle)

Avant de regarder les travaux de Lambert et Playfair, il est intéressant de s'attarder à ce qui est selon Tufte la plus ancienne représentation visuelle de données que l'on connaisse à ce jour (figure 4.2.1 page suivante). Cette figure illustre la variation des orbites de différentes planètes en fonction du temps. On estime qu'elle a été tracée au X^e ou au XI^e siècle et on l'aurait retrouvée dans un texte d'école monastique. Selon Tufte, il s'agit d'un élément isolé dans l'histoire des diagrammes et des graphiques, puisqu'on ne retrouve des représentations similaires que huit siècles plus tard.

²⁸ Tel que mentionné par un des évaluateurs de ce rapport de recherche, cette expression anglophone peut aussi être reliée aux expressions « design graphique » et « arts graphiques », où le mot « graphique » fait référence à ce qui est visuel.

Figure 4.2.1 - Représentation de la variation des orbites de différents astres et planètes (auteur inconnu)



Discussion

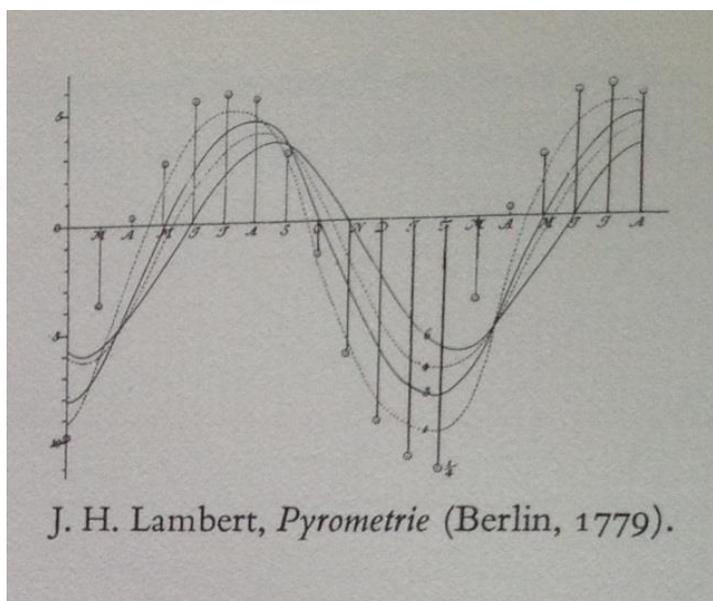
Cette première représentation visuelle de données est intéressante puisqu'on y retrouve un élément qui pourrait l'associer tantôt au diagramme à ligne brisée, comme le suggère Tufte dans son ouvrage, tantôt au graphique parce qu'il y a présence d'un quadrillage qui soutient la représentation qui s'apparente fort à ce qu'on appelle aujourd'hui le plan cartésien, bien qu'il n'y a pas d'origine apparente. S'il n'y a pas d'axes mis en évidence ni d'indications de grandeurs chiffrées sur ce dessin, on semble pouvoir toutefois en dégager certaines informations. Par exemple, on peut repérer les moments où les planètes s'alignent ou sont le plus proches les unes des autres (environ au tiers et au deux tiers lorsqu'on lit le dessin de gauche à droite), de même que les moments où les planètes sont le plus loin les unes des autres (au milieu et à la fin du dessin, toujours en lisant de gauche à droite). Toutefois, il n'est pas possible de déterminer quel est l'ordre de grandeur de ces petits carrés dans

le quadrillage, vu l'absence de graduation des axes. Par ailleurs, cette particularité de « lire » la représentation de gauche à droite dans cet exemple, comme s'il s'agissait d'une « histoire » dans le temps, est singulière. On ne retrouve pas cette particularité dans les « graphiques » proposés plus tôt par Descartes, Biot, Frère Robert et Gaston Bertrand, où on analysait plutôt la représentation dans son ensemble. Cette particularité mène à un nouveau critère de distinction potentielle entre graphique et diagramme.

Proposition de Jean-Henri Lambert (1728-1777)

Dans la deuxième moitié du XVIII^e siècle, Tufte remarque que l'on commence à voir apparaître des diagrammes à ligne brisée ou, pour reprendre son expression exacte, des « time-series chart ». Il donne un exemple de représentation du mathématicien et scientifique Jean-Henri Lambert :

Figure 4.2.2 - Figure de Jean-Henri Lambert, *Pyrometrie* (Berlin, 1779)



Ce dessin, faisant partie d'une longue série dans les travaux de Lambert, démontre la variation périodique de la température du sol selon la profondeur du sol sous la surface. Tufte explique que les représentations modernes représentant cette relation diffèrent à peine de cette représentation, bien qu'elles aient été construites à partir d'un nombre bien plus grand de données expérimentales.

Discussion

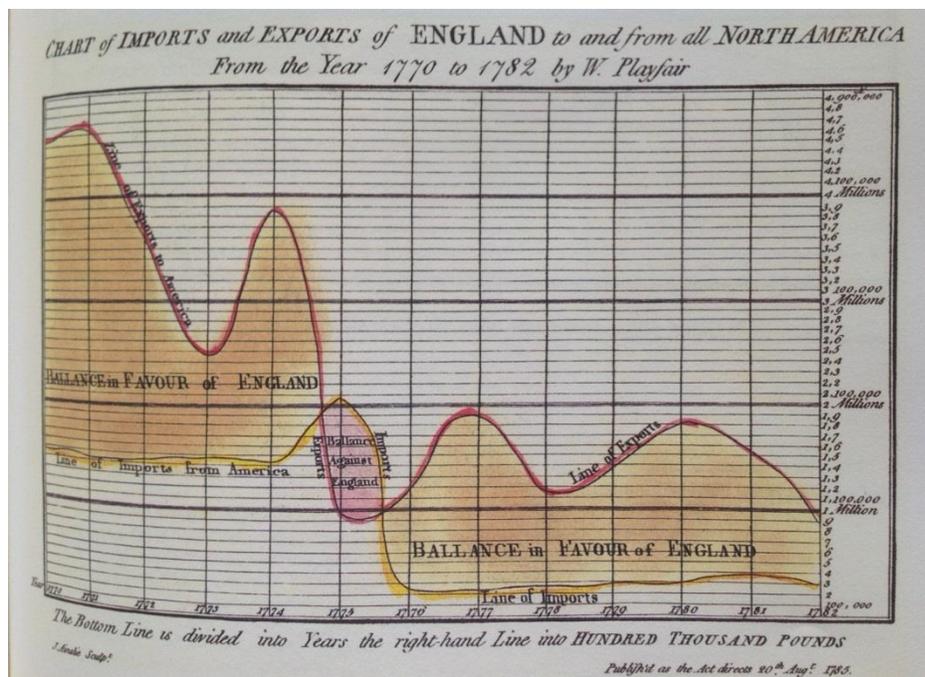
Ce qui m'interpelle d'abord dans cette représentation de Lambert est la ressemblance visuelle avec les représentations de Descartes et surtout celles de Biot : la présence de la courbe et des axes, bien identifiés et en plus gradués. Toutefois, la différence entre ces représentations se situe au niveau de la nature des quantités mises en relation : dans le cas de Descartes et de Biot on se trouve toujours à représenter la relation entre deux grandeurs géométriques. Dans le cas de Lambert, il y a aussi cette idée de relation entre deux quantités, mais on ne se restreint pas au niveau de longueurs mesurables géométriquement. Dans l'exemple de Lambert, on met en relation une température et une profondeur, qu'on a mesurées à l'aide d'instruments différents et spécifiques à chaque grandeur. Cette nature des quantités mises en relation qui diffère induit une représentation visuelle différente : dans les travaux de Descartes et de Biot, c'est la relation unissant les grandeurs qui définissait le graphique obtenu, à une longueur donnée correspond une autre longueur donnée, ces longueurs étant toutes deux géométriques, de même nature et exprimées dans les mêmes unités. Pour Lambert, ce sont des données mesurées qui définissent la représentation obtenue et pas nécessairement des longueurs. La prise de mesure est importante pour lui, car cela permet d'associer deux quantités de nature différente, comme la température et la profondeur du sol à la figure 4.2.2. Il y a donc lieu ici d'énoncer un critère de différenciation entre les graphiques et les diagrammes. Il s'agit de la nature des quantités mises en relation dans la représentation, car pour les

graphiques on a historiquement associé des quantités de même nature (des quantités géométriques en l'occurrence), alors que pour les diagrammes on associait des quantités de différentes natures. Toutefois, si on regarde les graphiques actuels, ceux issus des lexiques et des manuels scolaires analysés plus tôt notamment, on remarque que cette différence entre graphique et diagramme est disparue puisque plusieurs graphiques actuels mettent en relation des quantités de nature différente (voir figures 2.5.1 et 3.1.5). La nature des quantités mise en relation dans les représentations est donc une caractéristique qui induit aujourd'hui un lien entre les notions de graphique et de diagramme, alors qu'avant, cela permettait une certaine distinction entre les notions.

Proposition de William Playfair (1759-1823)

En 1786, à Londres, un éminent économiste politique, William Playfair, publie un ouvrage important dans l'histoire de l'économie anglaise, *The Commercial and Political Atlas*. On y retrouve plusieurs diagrammes à ligne brisée regroupant un large éventail de données statistiques comme on n'en avait jamais vu auparavant. La figure 4.2.3 de la page suivante présente d'ailleurs un de ces diagrammes, figurant au début de son ouvrage, qui compare les importations et les exportations de l'Angleterre sur une période de 82 ans.

Figure 4.2.3 - Diagramme à ligne brisée de William Playfair, 1786



Playfair explique dans son ouvrage en quoi sa méthode graphique se distingue de ce qui se faisait auparavant lorsqu'on représentait des données uniquement dans des tableaux :

Information, that is imperfectly acquired, is generally as imperfectly retained; and a man who has carefully investigated a printed table, finds, when done, that he has only a very faint and partial idea of what he has read; and that like a figure imprinted on sand, is soon totally erased and defaced. The amount of mercantile transactions in money, and profit or loss, are capable of being as easily represented in drawing, as any part of space, or as the face of a country; though, till now, it has not been attempted. Upon that principles these charts were made; and, while they give a simple and distinct idea, they are as near perfect accuracy as any way useful. On inspecting any one of these charts attentively, a sufficiently distinct impression will be made, to remain unimpaired for a considerable time, and the idea which does remain will be simple and complete, at once including the duration and the amount. (pp. 3-4)

Ainsi, Playfair démontre en quoi le diagramme surpasse le tableau de données : il peut être lu rapidement tout en donnant une vision d'ensemble sur une situation, et ce, en conservant toute la précision des nombres impliqués dans la situation. De plus, la couleur dans ses diagrammes rend plus facile l'interprétation de ses représentations. La couleur ajoute aussi à la permanence du souvenir du diagramme. Par exemple, dans la figure 4.2.3, le rouge est associé au déficit et le jaune au profit. On voit aussi à travers les propos de Playfair à quel point l'analyse de tableaux de données peut être fastidieux pour lui et que, malheureusement, il ne s'en dégage bien souvent qu'une image qui s'effrite rapidement, comme l'indique sa métaphore de l'empreinte dans le sable. Ci-dessous on retrouve deux autres diagrammes élaborés par Playfair. Ces diagrammes diffèrent un peu de celui de la figure 4.2.3 dans le sens où Playfair a épuré la composition de ses représentations visuelles. Tufte considère en fait que le premier diagramme suggéré par Playfair contenait beaucoup trop d'informations visuelles non nécessaires au lecteur, ce qui encombrait son interprétation. Toutefois, les figures 4.2.4 et 4.2.5 (voir page suivante) sont, selon Tufte, des représentations beaucoup plus claires et élégantes.

Figure 4.2.4 - Diagramme à ligne brisée de William Playfair, 1786

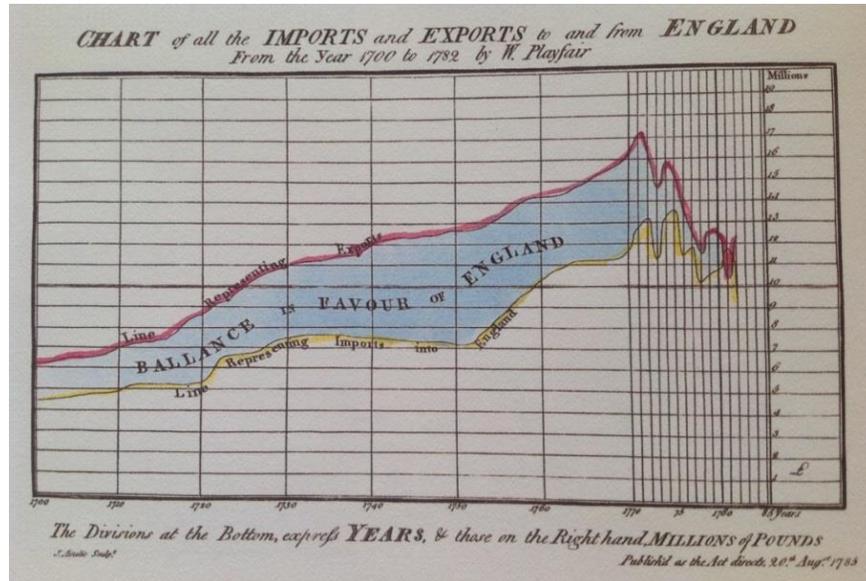
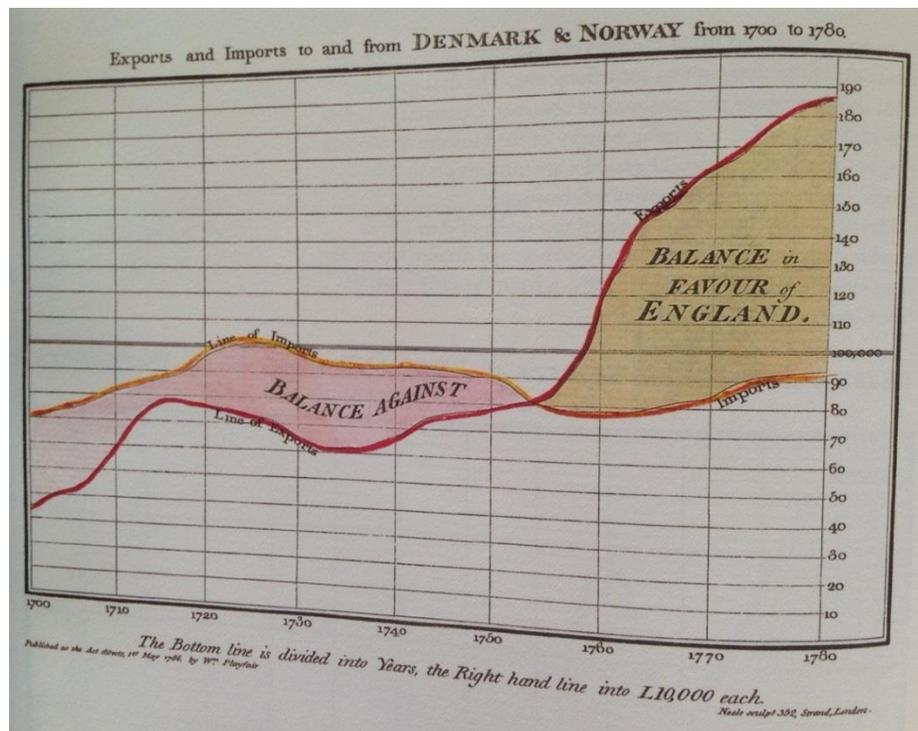


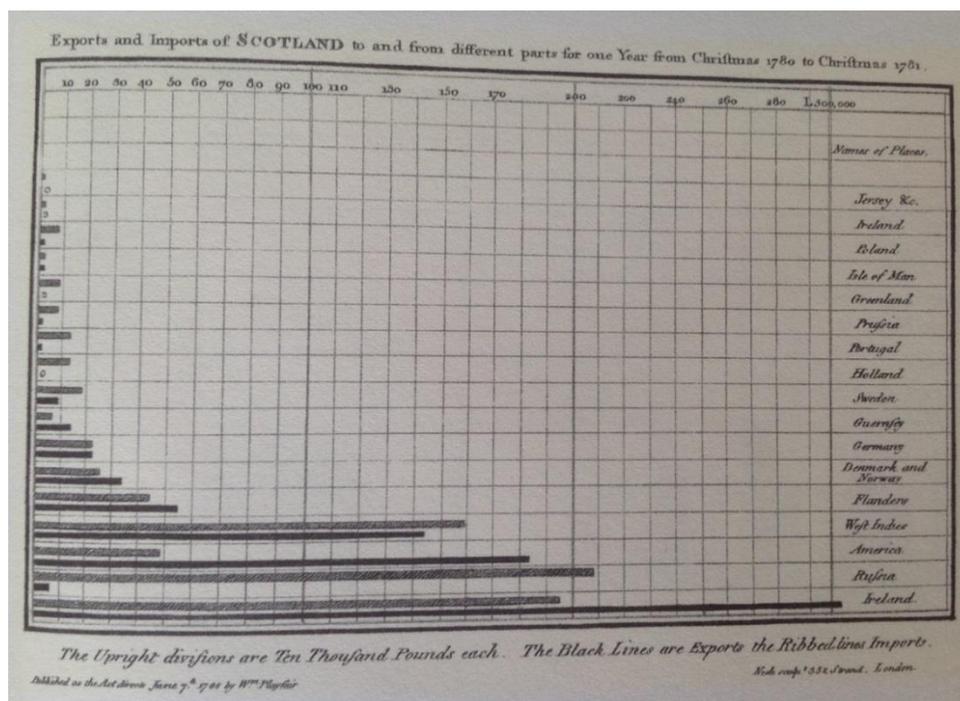
Figure 4.2.5 -Diagramme à ligne brisée de William Playfair, 1786



Les 44 diagrammes proposés dans l'atlas de William Playfair étaient tous des diagrammes à ligne brisés, à l'exception d'un diagramme à bandes, qui est le premier de ce type connu (voir figure 4.2.6). Playfair explique qu'il a conçu ce diagramme, car il devait représenter les données cumulées au cours d'une même année, ce qui se différenciait du travail accompli dans les diagrammes à ligne brisée précédents où une évolution d'année en année était observée. Il explique:

This chart is different from the others in principle, as it does not comprehend any portion of time, and it is much inferior in utility to those that do; for though it gives the extent of the branches of trade, it does not compare the same branch of commerce with itself at different periods; nor does it imprint upon mind that distinct idea, in doing which, the chief advantage of charts consists : for as it wants the dimension that is formed by duration, there is no shape given to the quantities. (p. 101)

Figure 4.2.6 - Diagramme à bandes de William Playfair, 1786



Discussion

Regardons d'abord les trois représentations données par Playfair pour le diagramme à ligne brisée (figures 4.2.3, 4.2.4 et 4.2.5). Je remarque d'abord que, contrairement à Lambert, l'axe vertical de chaque diagramme est gradué à droite, plutôt qu'à gauche. De plus, Playfair précise par une phrase sous chaque diagramme quelles sont les quantités mises en relation, à savoir les années et les montants d'argent. Autre élément intéressant, il y a une idée de comparaison à chaque fois entre les importations et les exportations, afin de faire ressortir visuellement le profit ou le déficit du pays. Comme Lambert également, on comprend que ce sont les données recueillies par Playfair qui ont permis de créer ces représentations. La nature des quantités mises en relation est ici la même que pour Lambert, il s'agit de données statistiques. En ce qui concerne l'explication de Playfair à propos de l'efficacité de ses diagrammes, je trouve important qu'il explique que les diagrammes ont le pouvoir de donner une vue d'ensemble sur une situation qui implique beaucoup de données. Il y a encore ici cette idée que le diagramme témoigne d'une « histoire » dans le temps, une histoire qui se lit de gauche à droite. Les diagrammes à ligne brisée de Playfair (figures 4.2.3, 4.2.4 et 4.2.5) présentent tous cette idée d'évolution dans le temps, retraçant l'histoire des importations et des exportations entre l'Angleterre et d'autres pays. Cette idée que le diagramme permette de raconter une histoire est donc importante.

Par rapport à la remarque de Tufte sur la figure 4.2.3, comme quoi celle-ci était très chargée en information, il est vrai que le nombre de divisions des axes fait en sorte que le quadrillage domine la représentation, ce qui augmente la difficulté d'interprétation de la représentation. Toutefois, avec les figures 4.2.4 et 4.2.5, l'objectif de clarté de la représentation visuelle souhaité par Playfair telle qu'il l'a lui-même énoncé est atteint car il y a moins de divisions au niveau des axes. Enfin, en ce qui concerne le diagramme à bandes que l'économiste a proposé, je trouve encore une fois particulier que les axes et leurs divisions se retrouvent visuellement à l'opposé de

ce qu'on pourrait observer de nos jours, à savoir l'axe horizontal qui se trouve en haut de la représentation plutôt qu'en bas et l'axe vertical à droite de la représentation plutôt qu'à gauche. (Dans son analyse, Tufte suggère que cela est peut-être dû à ce que Playfair consignait les bandes dans son diagramme avec sa main gauche.) Cela dit, hormis ces petites différences, ce diagramme à bandes est bien semblable à celui qu'on observe de nos jours dans les journaux ou dans les manuels scolaires, et ce, bien qu'il s'agisse du tout premier diagramme à bandes. Cette représentation a peu évolué et on utilise encore aujourd'hui le même genre de procédé pour consigner des données de nature qualitative. J'arrive par ailleurs au même constat si je compare les diagrammes à ligne brisée de Playfair à ceux qu'on utilise de nos jours au quotidien ou dans le matériel scolaire, c'est-à-dire que les diagrammes à ligne brisée actuels sont très semblables à ceux présentés par Playfair. En conclusion, je constate que pour William Playfair le diagramme à ligne brisée est pour lui la meilleure représentation visuelle de données statistiques, puisqu'il permet de démontrer une évolution dans le temps, ce qui n'est pas le cas pour le diagramme à bandes, qui peut néanmoins fournir des informations spécifiques sur un sujet donné.

Conclusion sur les diagrammes

Un point en commun ressort de cette analyse des premiers diagrammes de Lambert et de Playfair: ils exploitent tous deux des données statistiques mesurées, ce qui diffère du travail de Descartes, Biot, Robert et Bertrand, pour qui la représentation graphique met en évidence la variation mutuelle entre deux grandeurs géométriques.

De plus, on remarque que dans les diagrammes il y a cette idée de raconter une « histoire », de retracer les événements sur un thème donné. Cette caractéristique du diagramme engendre une contrainte importante au niveau de la lecture de ce type de représentation : on lit un diagramme de gauche à droite, et ce, dans un souci de

respecter cette évolution dans le temps qui lui est propre. Cette caractéristique rappelle certainement ce que bons nombres de lexiques et de manuels scolaires ont souligné, à savoir que le diagramme [à ligne brisée] doit être utilisé pour représenter un phénomène continu dans le temps (voir tableaux 2.9.1 et 3.4.1). Le lexique des Éditions du Triangle d'Or, celui des Éditions FM et celui des Éditions CEC ont tous mentionné cette caractéristique dans leur définition du diagramme à ligne brisée. De plus, toujours dans cette idée de continuité dans le temps, le lexique des Éditions Guérin précisait aussi que l'axe des abscisses « doit être divisé en unités de temps ». Cette particularité de continuité dans le temps dans la représentation qu'est le diagramme est donc omniprésente dans les ouvrages actuels, de la même manière que cela est présenté dans les premiers diagrammes ayant été suggérés.

4.3 Synthèse sur la recherche historique

D'abord, si on regarde les différences observées entre les graphiques et les diagrammes rencontrés dans ce chapitre, on note que c'est surtout la nature des quantités mises en relation qui diffère. Dans le cas des graphiques, on a vu avec Descartes, Biot, Frère Robert et Gaston Bertrand que les variables en jeu sont toujours des longueurs géométriques exprimées dans la même unité de mesure. Dans le cas des diagrammes, il s'agit plutôt de données statistiquement mesurées. De plus, en ce qui concerne les diagrammes, on observe chez Lambert et Playfair la comparaison de plusieurs courbes, ce qui n'était pas le cas chez les auteurs ci-haut cités qui ont travaillé les « graphiques ». Aussi, on a relevé au sujet des diagrammes la particularité de représenter une évolution dans le temps. Quant aux ressemblances entre les diagrammes et les graphiques, dans tous les cas, on note la présence d'une association au niveau visuel entre deux grandeurs. On remarque aussi la présence d'axes bien identifiés chez presque tous les auteurs, Descartes étant l'exception.

Ces différences et ces ressemblances énoncées entre les graphiques et les diagrammes permettent de se diriger vers la synthèse de ce travail, car ces éléments de réflexion s'arriment à certains autres qui sont ressortis de l'analyse des lexiques et des manuels scolaires qui a été faite précédemment. C'est dans ce dernier chapitre synthèse que je dégage une idée générale de ce qui unit et différencie les graphiques et les diagrammes, en incluant les idées qui sont ressorties de cette entrée historique sur le sujet.

Dans le tableau 4.3.1 de la page suivante, je consigne mes observations des travaux des différents mathématiciens dont il a été question dans ce chapitre, dans le but de faire ressortir les différences et les ressemblances entre les premières représentations connues du graphique et du diagramme.

Tableau 4.3.1 – Tableau synthèse des réflexions sur la distinction entre diagramme et graphique issues de l’analyse historique

| | | René Descartes (1596-1650) | Jean-Baptiste Biot (1774-1862) | Fr. Robert et Gaston Bertrand | Jean-Henri Lambert (1728- | William Playfair (1759-1823) |
|---------------------|--|---------------------------------------|---|--|--------------------------------------|---|
| | Observations relevées | | | | | |
| Différences | Les problèmes représentés par des « graphiques » supposent la mise en relation de variables, et il doit exister un rapport qui unit celles-ci. | x | x | x ²⁹ | | |
| | Les quantités étudiées sont des grandeurs géométriques. | x | x | x | | |
| | Il y a comparaison de plusieurs courbes. | | | | x | x |
| | Les quantités étudiées sont des données statistiques mesurées. | | | | x | x |
| | Il y a une idée d’évolution dans le temps, et il faut lire la représentation de gauche à droite (comme si une histoire était racontée). | | | | x | x |
| Ressemblance | Les représentations comportent des axes perpendiculaires bien identifiés. | | x | x | x | x |
| | Deux quantités sont mises en relation visuellement ³⁰ . | x | x | x | x | x |

²⁹ Le terme « variable » n’est cependant pas utilisé par ces auteurs, on parle toujours de l’abscisse et de l’ordonnée dans leur travail.

³⁰ Les quantités mises en relation visuellement sont liées à des axes perpendiculaires, sauf dans le cas de Descartes où cette perpendicularité n’est pas précisée, mais seulement apparente.

CHAPITRE 5

CONCLUSION

Dans ma quête de sens liée aux représentations de graphique et de diagramme, j'ai fait ressortir les différences et les similitudes qui peuvent être dégagées de ces représentations. J'ai voulu faire ressortir les différentes façons dont on peut percevoir ces deux notions mathématiques. Pour ce faire, j'ai d'abord sondé quelques collègues enseignants sur le sujet, question de lancer ma réflexion. Ensuite, j'ai cherché à travers plusieurs ouvrages de référence (lexiques et dictionnaires mathématiques) comment les notions de graphique et de diagramme y étaient définies. Puis, j'ai dressé un portrait de la présentation de ces représentations à travers trois collections de manuels scolaires de niveau secondaire, afin d'y déceler comment les graphiques et les diagrammes sont présentés aux élèves. Enfin, j'ai regardé comment ces représentations se sont développées historiquement. De ce travail est ressorti un certain nombre de façons de concevoir les graphiques et les diagrammes, où certaines idées permettent de les distinguer alors que d'autres, au contraire, tendent à rapprocher ces deux notions. J'expose donc dans un premier temps trois grandes « conceptualisations » qui illustrent des façons différentes de *distinguer* les représentations de graphique et de diagramme. Il s'agit de la conceptualisation hiérarchique, de la conceptualisation basée sur l'usage mathématique de la représentation et de la conceptualisation Courbe. Ces conceptualisations suggèrent certains critères qui permettent d'établir une différence entre ce qu'est un graphique et un diagramme. Dans un deuxième temps, je relance six autres réflexions, qui elles tendent plutôt à *relier* les notions de graphique et de diagramme. Ces réflexions portent parfois plus précisément sur le graphique, parfois plus précisément sur le diagramme, voire même sur un type de diagramme (à bandes ou à ligne brisée). Elles mettent en évidence les liens qui existent entre les graphiques et les diagrammes, qui

font en sorte qu'un certain flou peut persister au sujet de ces représentations et qui rend difficile la tâche de classification d'une représentation comme étant un graphique ou un diagramme³¹.

5.1 Trois conceptualisations permettant de distinguer graphique et diagramme

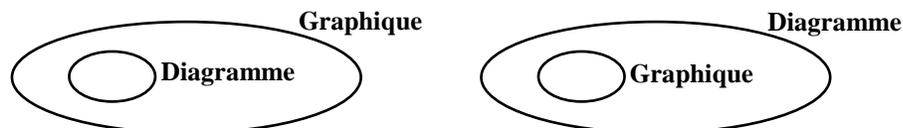
Dans cette section, je dégage trois grandes conceptualisations qui permettent de comprendre comment il est possible de différencier le graphique et le diagramme. Il est important de préciser qu'aucune d'entre elles n'est considérée comme la « bonne » façon d'effectuer cette différenciation. Ces conceptualisations sont mises en lumière ici pour illustrer le fait que plusieurs façons différentes de concevoir les graphiques et les diagrammes coexistent. Ainsi, les conceptualisations proposées émergent de l'ensemble de la réflexion poursuivie dans ce travail. L'ordre dans lequel je les présente ne suppose aucune prédominance entre celles-ci. Enfin, si j'ai dégagé trois grandes conceptualisations, il n'est pas exclu que d'autres façons de conceptualiser la différence entre graphique et diagramme soient possibles.

1) La conceptualisation hiérarchique

Cette conceptualisation a d'abord été observée à travers le sondage réalisé auprès des collègues enseignants, au tout début de ce travail de recherche. Il ressort de ce sondage que plusieurs enseignants interrogés percevaient le « graphique » comme une notion plus générale que celle de « diagramme », ou vice versa. Ainsi, on peut représenter la conceptualisation hiérarchique des représentations de diagramme et de graphique selon le schéma de droite ou de gauche de la figure 5.1.1.

³¹ À cet effet, j'invite le lecteur à regarder l'appendice A, où je présente les résultats d'une mini-analyse de données recueillies auprès d'élèves de quatrième secondaire à qui on a demandé de classer différentes représentations comme étant soit un graphique, soit un diagramme, soit autre chose.

Figure 5.1.1 – Relation hiérarchique entre graphique et diagramme (version 1)



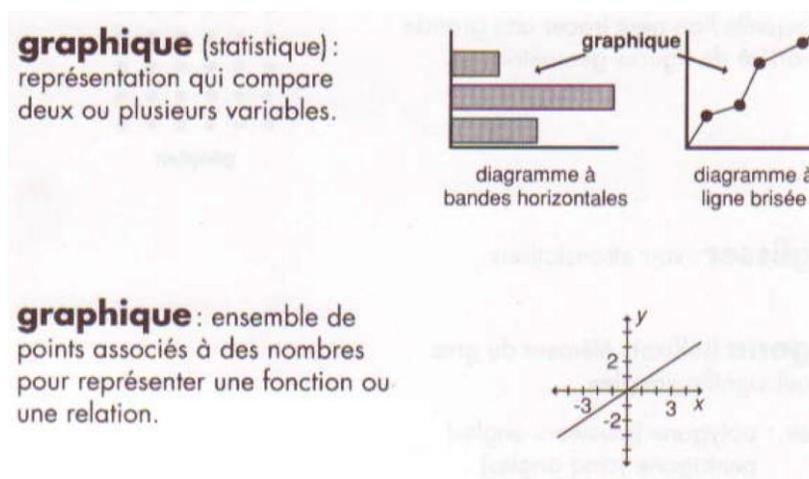
Selon la vision du schéma de droite de la figure 5.1.1, le diagramme est considéré comme la notion la plus générale, englobant ainsi le graphique. Selon cette vision, le diagramme possède moins de contraintes. Par exemple, le graphique repose sur des axes ayant chacun une signification précise, le diagramme, dépendamment duquel il s'agit, n'a pas nécessairement cette contrainte. C'est pourquoi le diagramme est vu dans cette vision comme une notion plus englobante, regroupant tous les types de diagrammes qui ne sont pas apparentés au graphique (exemple : organigramme, diagramme sagittal, diagramme circulaire, etc.).

Dans la vision du schéma de gauche de la figure 5.1.1, les diagrammes sont plutôt interprétés comme étant une sorte de graphique. Dans le sondage réalisé au début de ce travail de recherche, les enseignants interrogés qui exprimaient leur compréhension des graphiques et des diagrammes selon cette hiérarchie parlaient en ces termes : « Les diagrammes sont un type de graphique selon moi » ou encore « Un diagramme est pour moi un graphique, mais pas inversement » (voir figure 1.2.1). L'enseignant B du sondage énumérait d'ailleurs les différents graphiques existant selon lui : diagramme circulaire ou demi-circulaire, histogramme ou diagramme en bâtons et graphique cartésien ou courbes. La vision qui est adoptée ici considère qu'il existe plusieurs sortes de graphiques dont, entre autres, les diagrammes et les graphiques cartésiens.

Cette seconde vision hiérarchique s'est d'ailleurs manifestée à deux autres endroits dans ma recherche, plus précisément à travers le lexique des Éditions Guérin et dans les manuels scolaires de la collection Mathématique Soleil. Dans le lexique

des Éditions Guérin, on présente deux sortes de graphique : le graphique statistique, qui inclue le diagramme à bandes et le diagramme à ligne brisée, et le graphique de fonctions/rerelations. On retrouve donc cette idée que les diagrammes sont une sorte de graphique, comme le montre la figure 5.1.2.

Figure 5.1.2 – Définitions de graphique dans le Lexique des Éditions Guérin, p. 88



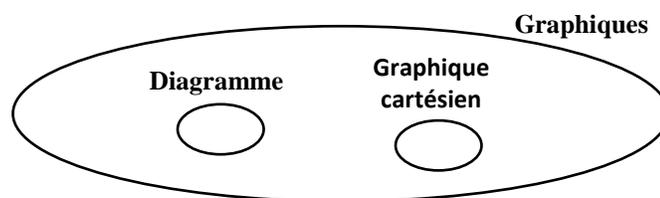
Dans la collection de manuels Mathématique Soleil, cette vision du graphique qui englobe la notion de diagramme est aussi observable. On présente la notion de graphique comme englobant les diagrammes et les graphiques qu'on dit « soutenus par un système de coordonnées cartésiennes », soit les graphiques cartésiens. Ceci semble en accord avec les propos de l'enseignant B du sondage qui énumère justement différents types de graphiques, ces deux-là précisément. Ainsi, dans la collection de manuels Mathématique Soleil, la conceptualisation hiérarchique se manifeste par le changement de la présentation du graphique entre les ouvrages de première, deuxième et troisième secondaire et ceux de quatrième et de cinquième secondaire. Dans les trois premiers volumes, le graphique est lié aux diagrammes et à la statistique, afin de faciliter la présentation de données, alors que dans les deux

derniers volumes de la collection le graphique est lié à la représentation d'équations, d'inéquations et de fonctions dans un système de coordonnées cartésiennes (ce qu'on appelle souvent le graphique cartésien). On utilise donc le même terme, soit le terme « graphique », pour désigner les diagrammes à bandes, les diagrammes à ligne brisée et les graphiques cartésiens. Il y a donc un lien à faire ici avec ce que propose le lexique des Éditions Guérin, qui suggère aussi que ces trois représentations portent le nom de graphique. Cet extrait du premier volume de manuel Mathématique Soleil donne un exemple du terme « graphique » qui désigne des diagrammes :

Aujourd'hui, tu vois fréquemment ces graphiques dans les journaux ou les revues, on en présente également à la télévision. Les principaux graphiques utilisés sont : le diagramme à bande, le diagramme à ligne brisée, le diagramme circulaire, le pictogramme et l'histogramme. (p. 487)

Ainsi, comme le montre le schéma de la figure 5.1.3, le graphique peut, selon cette conceptualisation hiérarchique, regrouper tout un éventail de représentations et, entre autres, les diagrammes et les graphiques de type cartésien. Ce nouveau schéma s'apparente donc au schéma de gauche de la figure 5.1.1, mais on y précise que les éléments qui appartiennent à l'ensemble des graphiques peuvent être des diagrammes ou des graphiques cartésiens.

Figure 5.1.3 – Relation hiérarchique entre graphique et diagramme (version 2)



En conclusion, dans la conceptualisation hiérarchique du graphique et du diagramme, on parvient à distinguer une représentation de l'autre par le fait qu'une des deux représentations englobe l'autre. La vision présentée dans la figure 5.1.3 semble toutefois plus dominante que celle présentée dans le schéma de droite de la figure 5.1.1, qui propose une hiérarchie contraire où ce sont les diagrammes qui sont considérés comme la notion plus générale englobant celle de graphique.

2) La conceptualisation basée sur l'usage mathématique de la représentation

Cette conceptualisation a d'abord pris naissance à travers les réponses des enseignants au sondage réalisé au début de ce travail de recherche. Je dis « pris naissance » puisqu'au départ j'ai indiqué simplement que certains enseignants établissaient une différence entre le graphique et le diagramme en fonction de l'usage mathématique relatif à ces représentations. Toutefois, à ce moment, il n'était pas encore possible de déterminer à quels usages mathématiques les graphiques et les diagrammes pouvaient respectivement être associés, puisque les réponses des enseignants étaient très variées. Par exemple, pour certains, le diagramme représentait « quelque chose de statique », alors que pour d'autres le diagramme pouvait aussi représenter une évolution dans le temps. Néanmoins, plusieurs enseignants semblaient orienter leur compréhension de la différence entre les graphiques et les diagrammes autour de la notion de continuité retrouvée seulement dans le graphique. Cette idée de dépendance entre deux variables liée au concept de fonction propre au graphique a refait surface dans l'analyse lexicale et des manuels scolaires, puis dans l'analyse historique. Parallèlement, à travers ces mêmes angles d'entrées, soit à travers les lexiques, les manuels et les textes historiques, j'ai remarqué que les diagrammes étaient très souvent associés à la représentation de données en statistiques, c'est-à-dire lorsqu'on a pris des mesures, lorsqu'on a fait un sondage ou une enquête. Ces deux constats à propos du graphique et du diagramme m'ont mené à la conceptualisation basée sur l'usage mathématique de la représentation. Selon cette

façon de comprendre les représentations de graphique et de diagramme, le graphique exploite des variables où une dépendance est observée, alors que le diagramme cible le domaine de la statistique par la représentation de données. C'est donc l'utilisation de ces objets mathématiques dans un domaine d'étude précis qui oriente la distinction.

Ainsi, dans mon analyse historique, je me suis intéressée au développement du graphique en géométrie analytique, notamment à travers les textes de René Descartes (publié en 1637), de Jean-Baptiste Biot (publié en 1813), de Frère Robert et de Gaston Bertrand (publiés en 1950). Ce qui se dégage de leurs travaux est que les quantités mises en relation dans un graphique sont toujours des grandeurs géométriques, des longueurs, et que l'unité de mesure est toujours la même pour les deux variables mises en relation. Ainsi, la graduation des axes, lorsqu'elle est présente (car ce n'est pas le cas chez Descartes), est toujours dans le rapport 1 : 1, où à une longueur correspond une autre longueur exprimée dans la même unité de mesure. L'idée de variable et de dépendance pour la représentation qu'est le graphique prend son ancrage dans le développement de la notion même, depuis le XVIIe siècle en fait.

Pour ce qui est du diagramme, toujours au niveau historique, j'ai observé un lien fort entre diagramme et données statistiques, dans les travaux de Jean-Henri Lambert et de William Playfair notamment. Ce qui ressort de leurs travaux est que les quantités mises en relation dans les diagrammes (majoritairement des diagrammes à ligne brisée, mais Playfair propose aussi un diagramme à bandes) sont toujours des données statistiques, des quantités qui ont été prélevées et qui proviennent le plus souvent du domaine économique (importation, exportation).

Par ailleurs, la conceptualisation basée sur l'usage mathématique de la représentation ne s'est pas présentée de la même façon dans les textes historiques que dans les lexiques et les manuels. Dans les textes historiques analysés, les variables

mises en relation dans le graphique étaient toujours des longueurs géométriques, exprimées dans les mêmes unités. Dans les lexiques et les manuels, les variables mises en relation dans les graphiques étaient de nature différente (exemple : distance et temps) et donc exprimées dans des unités différentes. Dans le sondage réalisé auprès des enseignants, j'ai résumé la façon de concevoir le graphique en ces termes : la distinction entre diagramme et graphique réside en la notion de continuité qu'on retrouve seulement dans le graphique. Cette idée est liée à la notion de dépendance entre deux variables et par la référence au concept de fonction, qui renvoie à la notion de covariation entre deux grandeurs. Il n'y avait donc pas cette idée de longueurs géométriques associées au graphique comme dans l'analyse historique, mais l'idée de dépendance entre les variables est bien là. Cet aspect de longueurs géométriques dépendantes n'était pas présent non plus dans l'analyse des manuels. Toutefois, dans les trois collections de manuels scolaires analysés, le graphique était associé à la représentation d'équations, d'inéquations et de fonctions dans un système de coordonnées cartésiennes, alors que les diagrammes étaient associés à un usage dans le domaine de la statistique (voir tableau 3.4.1). Cette association des diagrammes au domaine de la statistique est aussi ressortie dans sept des huit lexiques mathématiques analysés, le huitième ne faisant pas état des diagrammes en général (voir tableau 2.9.1).

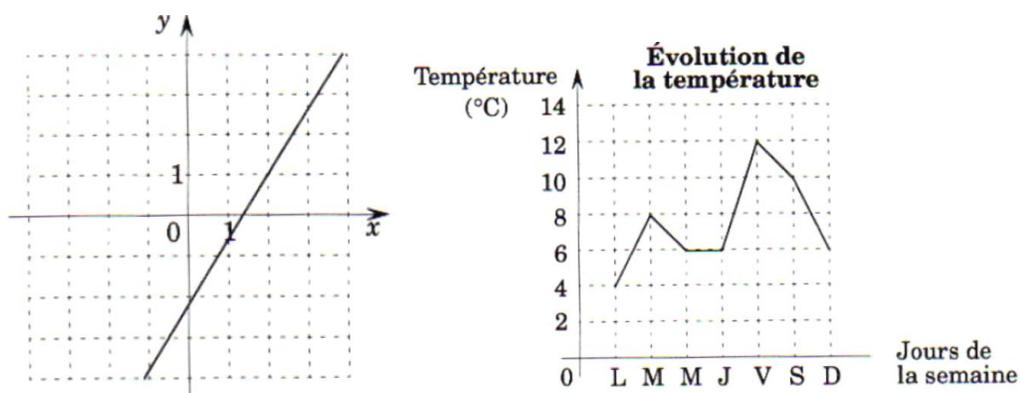
Ainsi, dans la conceptualisation basée sur l'usage mathématique de la représentation, voici comment les représentations de graphique et de diagramme se distinguent l'une de l'autre :

| Graphique | Diagramme |
|--|---|
| Lorsqu'il y a des variables, de même nature <i>ou</i> de nature différente, et que l'on observe une notion de dépendance entre celles-ci (idée de continuité, de covariation). | Lorsque les données représentées sont des données statistiques, il s'agit alors d'un diagramme. |

3) La conceptualisation Courbe

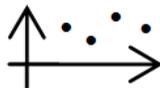
Cette façon de concevoir les graphiques et les diagrammes émerge à travers l'analyse du Lexique des Éditions du Triangle d'Or. On y présente une droite dans un plan cartésien et un diagramme à ligne brisée, où on précise que dans le premier cas c'est la droite qui est le « graphique » d'une équation donnée et dans le deuxième cas c'est la ligne brisée qui est le « graphique » illustrant les données (voir figure 5.1.4).

Figure 5.1.4 -Graphiques illustrés dans le Lexique des Éditions du Triangle d'Or, p.21



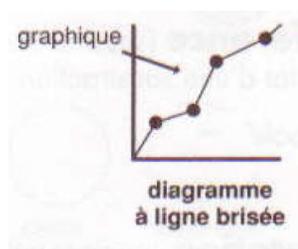
C'est donc la présence de la courbe qui détermine si on se trouve ou non en présence d'un graphique, et non l'usage mathématique qui en est fait dans la représentation donnée, au contraire de la conceptualisation basée sur l'usage mathématique de la représentation. Ainsi, une représentation composée uniquement de points telle qu'illustrée à la figure 5.1.5 (page suivante) est plutôt considérée comme un diagramme dans la conceptualisation Courbe.

Figure 5.1.5 - Représentation comportant seulement des points



Un autre lexique a aussi suggéré des représentations renforçant cette idée que, dès qu'il y a une courbe ou une ligne brisée, on est en présence d'un graphique. Il s'agit du lexique des Éditions Guérin. Voici d'ailleurs un exemple de diagramme à ligne brisée où on indique par une flèche que la ligne brisée est un graphique :

Figure 5.1.6 – Diagramme à ligne brisée dans le Lexique des Éditions Guérin, p. 55



Par ailleurs, il est intéressant de rappeler que dans l'élaboration de ma préoccupation au sujet des graphiques et des diagrammes, j'avais consulté un forum en ligne où des enseignants discutaient justement de la différence entre graphique et diagramme. Un des enseignants proposait: « Pour moi, diagramme, c'est des bâtons, et graphique, c'est une courbe [...] ». Cela résume bien la conceptualisation Courbe en fait. Ainsi, dans cette conceptualisation, voici comment les notions de graphique et de diagramme se distinguent l'un de l'autre :

| Graphique | Diagramme |
|---|--|
| Lorsqu'il y a présence d'une courbe, on parle de graphique. (par exemple un graphique de fonction ou encore un diagramme à ligne brisée). | Toute autre représentation. (par exemple le diagramme à bandes ou une représentation composée seulement de points comme à la figure 5.1.5) |

À propos de ces trois conceptualisations : un choix à faire ?

Je ne désire pas prendre position personnellement et indiquer quelle conceptualisation est la meilleure. Toutefois, je désire mettre en évidence le fait qu'il est très difficile, voire impossible, d'adopter simultanément plusieurs façons de concevoir la différence entre les diagrammes et les graphiques. Ainsi, la conceptualisation basée sur l'usage mathématique de la représentation et la conceptualisation Courbe ne peuvent pas coexister pour un individu, car la représentation « diagramme à ligne brisée » n'occupe pas le même statut selon ces deux conceptualisations. Dans la conceptualisation basée sur l'usage mathématique, on classe le diagramme à ligne brisée en tant que diagramme, puisque celui-ci sert à représenter des données dans le domaine des statistiques. Toutefois, dans la conceptualisation Courbe, cette représentation est considérée comme un graphique de par la présence de la ligne brisée, de la « courbe ». Il faut donc faire un choix, car sinon il y a incohérence. Quant à la conceptualisation hiérarchique, celle-ci ne pourrait pas non plus être adoptée simultanément à l'une ou l'autre des deux autres conceptualisations, de par sa structure, où une des notions de graphique ou de diagramme englobe l'autre. Il faut donc déterminer quels critères apparaissent les plus importants pour faire la distinction entre graphique et diagramme. Il serait d'ailleurs pertinent de pousser cette réflexion auprès de la communauté mathématique, didactique et enseignante. À la lumière de cette diversité, veut-on qu'une ligne directrice soit tracée dans le prochain programme de formation de l'école québécoise, afin qu'une compréhension uniforme de la différence entre les graphiques et les diagrammes soit adoptée chez les élèves du secondaire? Arriverait-on aisément à un consensus? Probablement pas, à la lumière de tous les ouvrages que j'ai consultés, puisqu'on observe diverses façons de penser les graphiques et les diagrammes d'un auteur à un autre. Ainsi, peut-être qu'une sensibilisation aux différentes conceptualisations est une orientation à explorer, plutôt que de cibler une seule comme le font d'une certaine façon les divers ouvrages de référence.

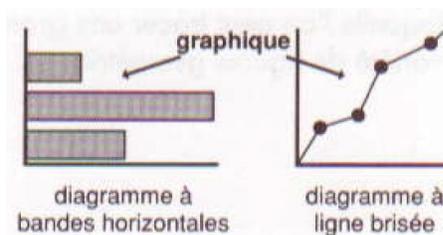
5.2 Six réflexions illustrant les liens entre graphique et diagramme

Comme je l'ai mentionné plus tôt, un certain nombre de réflexions³² associant les notions de graphique et de diagramme ont émergé tout au long de ce travail et c'est pourquoi il est nécessaire de valider les éclairages que ces réflexions apportent sur les liens qui existent entre graphique et diagramme.

1) À propos des termes « graphique » et « diagramme » utilisés comme des synonymes

Dans certains ouvrages, j'ai noté qu'il n'y a pas de différence entre les notions de graphique et de diagramme. Dans le lexique des Éditions Guérin et aussi dans les volumes de la collection de manuels scolaires Mathématique Soleil, « graphique » et « diagramme » désignent par moment un même objet mathématique. Dans ces deux ouvrages, on utilise en alternance « graphique » et « diagramme » pour désigner, par exemple, un diagramme à bandes ou un diagramme à ligne brisée. Dans le lexique des éditions Guérin, « graphique » désigne les représentations du diagramme à bandes et du diagramme à ligne brisée, comme le montre la figure 5.2.1.

Figure 5.2.1 - Représentations dans le lexique des Éditions Guérin



³² Cette section regroupe les réflexions majeures ayant émergées dans ce travail. Il en existe probablement d'autres. On pourrait se questionner notamment au sujet de la présence d'un ou de plusieurs quadrants dans les diagrammes et les graphiques. Toutefois, cette section reprend les idées importantes qui sont ressorties de cette recherche dans les ouvrages de référence et les textes historiques.

Dans les manuels de la collection Mathématique Soleil, lorsqu'on énumère les différentes sortes de graphique qui existent, il s'agit des diagrammes à bandes, diagrammes à ligne brisée, diagrammes circulaires, pictogrammes et histogrammes. Il y a encore là l'idée que les termes « graphique » et « diagramme » sont utilisés par certains auteurs comme des synonymes.

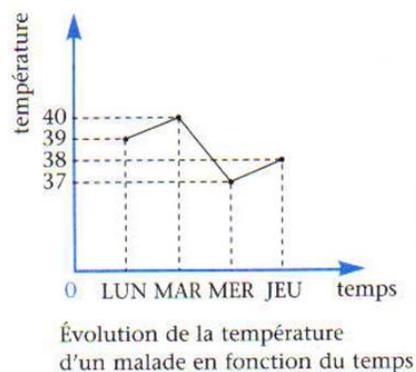
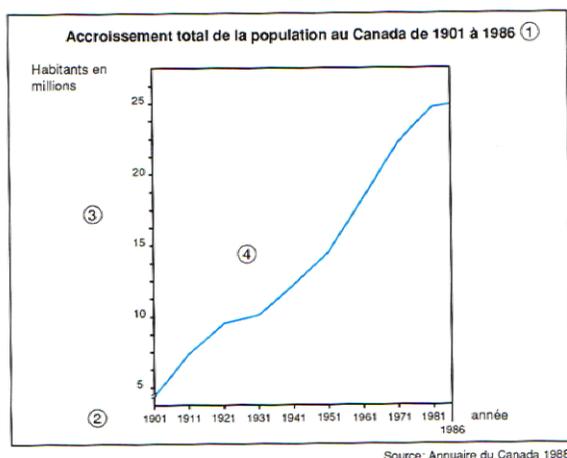
Ainsi, selon les auteurs de ces ouvrages, il n'y a pas de différence entre les graphiques et les diagrammes en statistique, les deux termes pouvant désigner la même représentation. D'ailleurs, lorsque j'ai consulté un forum en ligne au tout début de cette recherche, où des enseignants discutaient de la différence entre graphique et diagramme, un des enseignants avait mentionné que pour lui diagramme et graphique étaient des synonymes; comme quoi cette façon de concevoir les graphiques et les diagrammes est présente non pas seulement dans certains ouvrages.

Cette vision selon laquelle le terme « graphique » et le terme « diagramme » peuvent être considérés comme des synonymes trouve aussi écho à travers le choix de vocabulaire fait par certains ouvrages. Dans le lexique des Éditions Beauchemin, l'expression « diagramme cartésien » a été remplacée dans la seconde édition du lexique par l'expression « diagramme à ligne brisée ». Ceci est singulier, car on a vu fréquemment « graphique cartésien » plutôt que « diagramme cartésien » et en fait cette représentation désigne finalement un « diagramme à ligne brisée » dans la deuxième édition. À l'inverse, dans la collection de manuels Mathématique Soleil, on passe de « diagramme à ligne brisée » dans un volume à « graphique à ligne brisée » dans le volume suivant. On ressent à travers ces différentes expressions une tendance à associer les graphiques aux diagrammes, ce qui fait en sorte que la distinction entre ces deux objets mathématiques est loin d'être simple à effectuer, et ce, malgré les trois conceptualisations que j'ai mises en évidence plus tôt.

2) À propos de la coupure d'axes

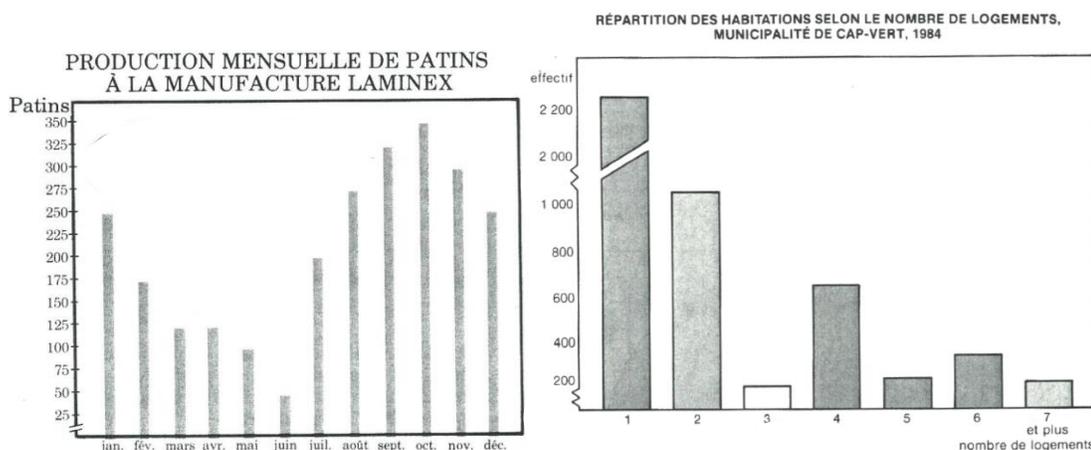
Tout au long de mes recherches dans les lexiques et les manuels, j'ai porté mon attention sur la présence ou l'absence de coupures d'axes dans les graphiques et les diagrammes proposés, car cette composante des représentations visuelles semblait appartenir aux deux représentations, et qu'il m'a semblé voir en cette composante un lien unissant les diagrammes et les graphiques. Comme je l'ai d'abord mentionné dans l'analyse du Lexique des Éditions FM, la nécessité de la coupure d'axes existe pour un graphique de par son ancrage dans le plan cartésien, mais peut-on en dire autant pour le diagramme à bandes ou à ligne brisée? Il semble que non, car j'ai remarqué que dans ce type de représentation la coupure d'axe ne se fait pas systématiquement et elle ne se fait pas toujours adéquatement. Dans les lexiques des Éditions FM et Beauchemin, on a observé plusieurs diagrammes où une coupure d'axe nécessaire a été omise, comme le montre la figure 5.2.2. Le dictionnaire des Éditions du Seuil présentait lui aussi un diagramme à ligne brisée où la coupure d'axe à la verticale a été omise.

Figure 5.2.2 - Diagrammes issus du Lexique des Éditions FM (gauche) et du Lexique des Éditions Beauchemin (droite)



Puis, dans la collection de manuels scolaires Mathématique Soleil, on a retrouvé dans certains diagrammes la situation contraire, où une coupure d'axes avait été proposée alors que ce n'était pas nécessaire, comme le montre la figure 5.2.3.

Figure 5.2.3 - Diagrammes issus du manuel Mathématique Soleil, vol.1 et 3



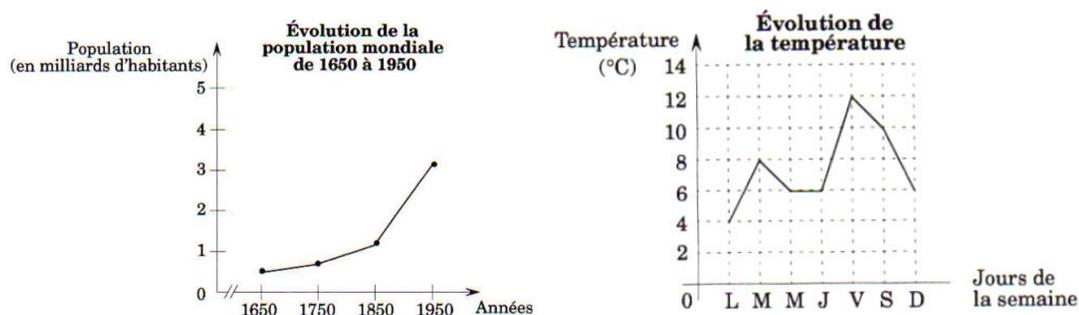
Il y a donc lieu de se questionner sur cette coupure d'axe, cet élément que l'on retrouve tantôt dans les graphiques de manière uniforme et tantôt dans les diagrammes de manière hétéroclite. À la lumière de ce qui a été observé à travers les différents ouvrages, il est difficile d'affirmer que la présence d'une coupure d'axes est associée au graphique et/ou au diagramme. Toutefois, en ce qui concerne le diagramme à ligne brisée, j'ai mentionné plus tôt que la coupure d'axe à l'horizontale n'est peut-être pas nécessaire pour cette représentation, si on considère que ce type de représentation exploite des données. Ainsi, dans le diagramme de gauche de la figure 5.2.2, il ne serait pas nécessaire de faire une coupure d'axe à l'horizontale, même si la première valeur est l'année 1901. Même si on est en présence de nombres, ces nombres sont associés à des données et comme ce sont seulement ces données que l'on souhaite représenter, on ne coupe pas l'axe. Cela dit, si on adhère à cette idée et

on accepte le fait de ne pas couper l'axe à l'horizontale dans le diagramme à ligne brisée, il y a lieu de se demander pourquoi la coupure d'axe à la verticale n'est pas effectuée de façon plus cohérente et plus uniforme dans des ouvrages dits de référence. Car l'omission de la coupure d'axes à la verticale dans un diagramme a un impact direct sur l'interprétation qu'on peut faire de celui-ci, comme le montre le diagramme de droite de la figure 5.2.3, où la première bande tronquée par une coupure d'axe perd toute son importance par rapport aux autres bandes. Il serait donc important de veiller à une saine utilisation de la coupure d'axe, particulièrement dans ce type de cas.

3) À propos de la présence des points dans le diagramme à ligne brisée

J'ai mentionné à quelques endroits dans ce travail qu'il y a lieu de se demander si la présence de points dans le diagramme à ligne brisée peut permettre de distinguer ce type de diagramme du graphique, qui lui serait présenté sans points avec seulement une droite et/ou une courbe. J'ai toutefois remarqué que cette caractéristique du diagramme à ligne brisée n'est pas systématiquement présente dans les ouvrages que j'ai consultés. Dans les lexiques, j'ai remarqué que les points sur le diagramme à ligne brisée ne sont pas toujours présents. Par exemple, dans le lexique des Éditions du Triangle D'or, j'ai relevé deux exemples de diagramme à ligne brisée, un qui comportait des points et un autre qui n'en avait pas (voir figure 5.2.4 page suivante).

Figure 5.2.4 - Diagrammes à ligne brisée issus du Lexique des Éditions du Triangle D'or, p.21 et p.31



Dans trois autres lexiques (Éditions Guérin, Beauchemin et CEC), toutefois, les points étaient mis en évidence sur la courbe du diagramme à ligne brisée en tout temps. De plus, dans le lexique des Éditions FM, on présente un diagramme à ligne brisée sans point, comme on présente habituellement un graphique. Par ailleurs, dans le dictionnaire des Éditions du Seuil, c'est un graphique qu'on présente avec les points mis en évidence. On peut donc se demander si la présence de points mis en évidence sur la courbe est bien une caractéristique propre au diagramme à ligne brisée. Cela dit, divers ouvrages de référence ont présenté des diagrammes et des graphiques avec tantôt une ligne brisée seule et tantôt une ligne brisée avec des points mis en évidence et cela induit une forte ressemblance visuelle entre ces représentations, ce qui constitue un lien supplémentaire entre le diagramme à ligne brisée et le graphique.

4) À propos du terme « graphique » utilisé comme adjectif

Dans plusieurs ouvrages de référence, j'ai noté qu'on emploie le terme « graphique » non seulement comme nom commun, mais aussi en tant qu'adjectif. Dans le Dictionnaire des Éditions du Seuil, on prend le temps de définir le terme

« graphique » en tant qu'adjectif, puis en tant que nom. Dans le premier cas, on définit « graphique » en ces termes : « Qui représente par le tracé de signes ou de lignes : *arts graphiques, procédés graphiques*. ». En tant que nom, on le définit ainsi : « Un graphique est la transcription par le dessin d'un certain nombre de données, permettant généralement d'interpréter visuellement leur juxtaposition : *un graphique des températures, le graphique d'une statistique*. » Le terme « graphique » adopte donc plus d'une identité, et cela devient problématique dans d'autres ouvrages de référence, où l'on retrouve l'expression « représentation graphique » pour définir différentes représentations, dont les diagrammes. Dans le lexique des Éditions Guérin, dans le dictionnaire des Éditions CEC et dans l'encyclopédie des Éditions de la Cité-Bordas/SEJER, on observe justement ce fait. Par exemple, voici les définitions proposées par le dictionnaire des Éditions CEC pour les notions de diagramme à bandes et de diagramme à ligne brisée :

Diagramme à bandes : Représentation *graphique* d'une situation faisant intervenir un caractère qualitatif. Il permet de comparer graphiquement l'effectif de chaque modalité. La longueur de chaque bande donne la valeur de la modalité correspondante. Les bandes peuvent être représentées à la verticale ou à l'horizontale. (p.58)

Diagramme à ligne brisée : Représentation *graphique* de phénomènes évoluant dans le temps, où les données sont représentées par des points que l'on relie entre eux par des segments de droites. (p.58)

Le terme « graphique » peut donc revêtir deux identités : il est tantôt un adjectif, un qualificatif désignant tout ce qui se rattache à l'écriture et au dessin, et il est tantôt un nom commun, désignant une représentation mathématique, tantôt associée à la statistique, tantôt associée aux relations et aux fonctions, selon le sens retenu.

Ainsi, par l'emploi de l'expression « représentation graphique » pour définir les différents diagrammes, certains ouvrages ont illustré cet autre lien qui unit

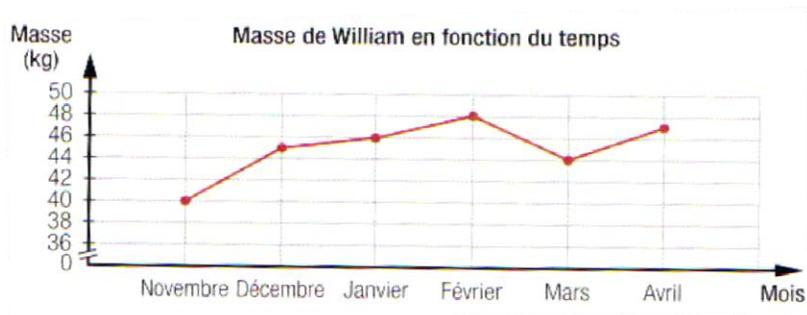
fortement les graphiques et les diagrammes. Le fait que le terme « graphique » ne désigne pas uniquement un objet mathématique, mais qu'il puisse aussi intervenir comme adjectif rend donc plus complexe sa définition en lien avec son utilisation mathématique. Ce n'est pas le cas pour le diagramme, qui ne peut être utilisé comme un adjectif.

5) À propos de l'utilisation des diagrammes à des fins de prédictions

Un autre lien qui s'est présenté entre les notions de diagramme et de graphique est celui de l'utilisation des diagrammes à des fins de prédictions et de modélisation. Dans le dictionnaire des Éditions CEC, on dit qu'on doit exploiter le diagramme à ligne brisée lorsque les données en jeu peuvent aussi être les variables d'une fonction continue. De plus, dans le dictionnaire des Éditions Quadrige Dicos Poche, on dit que le diagramme peut représenter un schéma ou un graphique de fonctions, dans le cas où il s'agit d'une fonction numérique définie sur partie finie de \mathbb{R} . Dans les manuels de la collection Scénarios, on suggère par ailleurs d'exploiter le diagramme à bandes pour prédire des événements.

Cette idée d'utiliser les diagrammes à ligne brisée ou à bandes à des fins de prédictions peut rapprocher le diagramme du graphique du fait qu'on cherche à modéliser une situation et qu'on cherche à exploiter un modèle fonctionnel. Si on regarde la figure 5.2.5 de la page suivante, on comprend mieux cette idée du potentiel des données statistiques issues d'un diagramme à ligne brisée à intervenir comme des variables continues dans un graphique cartésien.

Figure 5.2.5 - Diagramme à ligne brisée issu du Dictionnaire des Éditions CEC



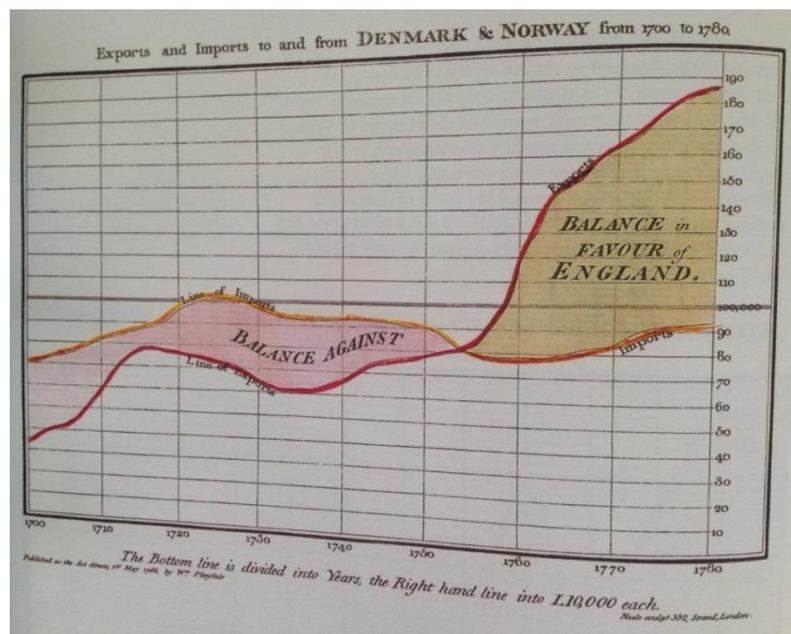
On sait dans cet exemple que la masse de William en fonction du temps a été mesurée à des moments précis, mais on peut concevoir la relation entre la masse et le temps de façon continue dans l'absolu si on ne reste pas collé au contexte. Il y a donc cette idée qu'on peut chercher à dégager un modèle fonctionnel à partir de données statistiques mesurées et c'est là que le lien entre diagramme à ligne brisée et graphique cartésien devient évident. D'ailleurs, dans le sondage réalisé au début de ce travail, un enseignant avait mentionné justement que pour lui le diagramme servait à représenter des données alors que le graphique permettait de modéliser une situation à partir de données. La ligne est mince entre les deux objectifs, représenter des données et modéliser à partir de données, et cela illustre encore une fois le lien serré qui existe entre le graphique et le diagramme [à ligne brisée].

6) Des représentations qui « racontent une histoire dans le temps »

L'analyse des lexiques mathématiques et des manuels scolaires a permis de révéler que bon nombre d'ouvrages précisent que le diagramme, particulièrement celui à ligne brisée, permet d'illustrer une évolution dans le temps. Cette caractéristique est ressortie dans l'analyse de trois lexiques (Éditions du Triangle d'Or, Éditions FM et Éditions CEC), de même que dans les trois collections de manuels scolaires analysés dans ce travail. Ainsi, lorsque l'axe horizontal du

diagramme à ligne brisée est gradué en unité de temps, cela fait en sorte que le diagramme doit être lu de gauche à droite, de manière à respecter la chronologie présentée. On peut alors dire que le diagramme à ligne brisée raconte une certaine histoire. Cette particularité du diagramme à ligne brisée de raconter une histoire est aussi ressortie au chapitre précédent, dans l'analyse historique de l'émergence des notions de graphique et de diagramme, via les diagrammes à ligne brisée proposés par William Playfair. Ceux-ci montraient efficacement et avec précision l'histoire des importations et des exportations entre l'Angleterre et d'autres pays, au XVIII^e siècle. Voici justement un de ces diagrammes, qui permet de visualiser cette « histoire » qu'on raconte dans le temps :

Figure 5.2.6 - Diagramme à ligne brisée de William Playfair, 1786



Par ailleurs, on ne retrouvait pas cette caractéristique du diagramme à ligne brisée dans les premiers graphiques proposés par Descartes, Biot, Frère Robert et Gaston Bertrand, car ces graphiques mettaient toujours en relation deux grandeurs de

nature géométrique exprimées dans les mêmes unités. Ainsi, historiquement, on pouvait voir une différence importante entre diagramme et graphique du seul fait que le diagramme à ligne brisée permettait de représenter une évolution dans le temps. Toutefois, si on regarde des « graphiques » plus récents, extraits des manuels scolaires analysés plus tôt (voir figures 5.2.7 et 5.2.8), on remarque que ceux-ci illustrent aussi une certaine évolution dans le temps.

Figure 5.2.7 – Graphiques issu du manuel Scénarios 2, p. 132 et 135

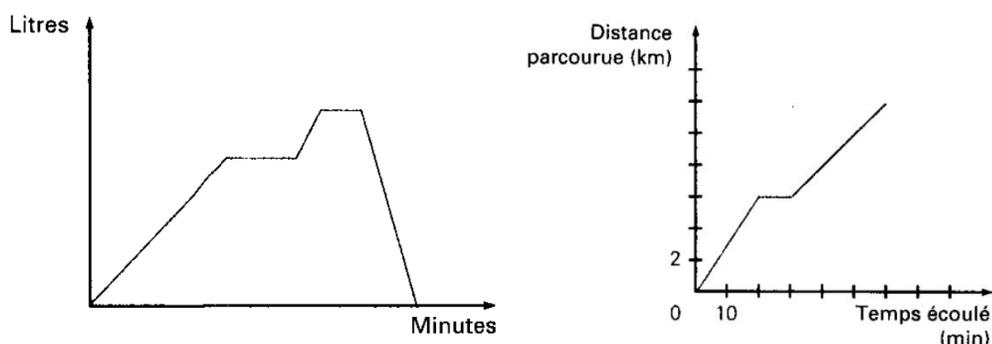
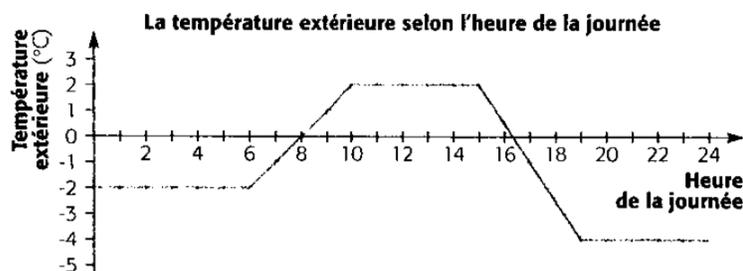


Figure 5.2.8 – Graphique issu du manuel Intersection 2^e cycle – (sec.3), p. 72



Dans la figure 5.2.7 de gauche, on observe la variation du nombre de litres [dans un réservoir] en fonction des minutes écoulées. Ainsi, on note que le nombre de litres augmente, demeure le même, augmente à nouveau mais moins longtemps, reste le même à nouveau, puis diminue rapidement jusqu'à redevenir nul. Ainsi, on lit la représentation de gauche à droite, comme c'est le cas pour les diagrammes à ligne

brisée, afin de raconter ici « l'histoire du réservoir ». Dans le cas de la figure 5.2.7 de droite, on observe encore une certaine histoire, celle de la distance parcourue par un marcheur pour une période de temps donnée. On a de plus gradué les axes, offrant alors encore plus d'informations que dans l'exemple précédent. Enfin, la figure 5.2.8 illustre un autre exemple de graphique où on raconte une histoire, alors qu'on retrace l'évolution des températures extérieures enregistrées au cours d'une journée.

Aujourd'hui, à la différence de ce qui a été observé dans les textes historiques, ce ne sont plus seulement les diagrammes qui permettent d'illustrer une évolution dans le temps et qui permettent de « raconter une histoire ». On l'observe dans certains graphiques des manuels scolaires des collections Scénarios et Intersection, notamment ceux des figures 5.2.7 et 5.2.8. Malgré que moins utile pour effectuer une certaine distinction entre diagramme et graphique, l'idée que le diagramme a longtemps permis de raconter une histoire est un aspect intéressant à considérer, si on note que ces les diagrammes et les graphiques sont désormais utilisées pour représenter une évolution dans le temps.

5.3 Conclusion générale

Ce travail m'a permis de mettre en lumière trois grandes conceptualisations permettant de distinguer les graphiques des diagrammes. La première s'appuie sur une idée de hiérarchie entre les notions, la deuxième sur l'usage mathématique de la représentation et la troisième sur la présence d'une courbe dans les représentations suggérées. Chacune de ces façons de comprendre comment le diagramme et le graphique se distinguent l'un de l'autre s'est illustrée de façon différente à travers les diverses recherches effectuées dans ce travail, illustrant un ancrage à travers différents milieux.

De plus, au fil des recherches qui ont été faites, plusieurs idées sont venues s'ajouter à cette réflexion personnelle qui a débuté de façon anodine chez moi, lors de

la correction de la copie d'examen d'un de mes élèves. J'ai d'abord remarqué que les termes « graphique » et « diagramme » sont utilisés par certains auteurs comme des synonymes. J'ai aussi noté que la coupure d'axes dans les diagrammes n'est pas toujours faite de façon systématique et adéquate et que la présence de points dans le diagramme à ligne brisée n'est pas toujours uniforme entre les divers ouvrages de référence. J'ai aussi remarqué que le graphique intervient parfois dans la définition des diagrammes sous la forme d'adjectif, et que le fait que ce terme ait une double identité complexifie la définition de cette notion. Aussi, j'ai noté que certains ouvrages suggèrent d'utiliser les diagrammes à des fins de prédictions, comme pour les graphiques qui servent à modéliser une situation. Enfin, j'ai remarqué que les diagrammes à ligne brisée de même que certains graphiques avaient la particularité de raconter une histoire dans le temps, ce qui rapproche encore une fois les deux représentations. Cet éventail de constats ne fait que renforcer cette idée que j'ai émise au début de ce travail, comme quoi bon nombre d'éléments unissent les graphiques et les diagrammes.

À la lumière de ce portrait, on voit assurément l'intérêt de sensibiliser les élèves au sujet des graphiques et des diagrammes, des différences et des ressemblances qui existent entre ces représentations. Et comme il semble y avoir une attention particulière à porter à ces divers liens entre diagramme et graphique dans l'enseignement, il y a là toute une richesse didactique à explorer.

APPENDICE A

QUELQUES DONNÉES SUR LA CLASSIFICATION DES GRAPHIQUES ET DES DIAGRAMMES PAR DES ÉLÈVES DU SECONDAIRE

Dans cette section, je présente quelques données et une courte analyse de celles-ci issues du mini-rapport de recherche que j'ai réalisé à l'hiver 2014 dans cadre du cours *MAT8201 - Analyse des apprentissages en mathématiques des élèves*, sous la supervision de la professeure Caroline Lajoie du département de mathématiques de l'Université du Québec à Montréal (UQAM). Dans le cadre de ce cours, j'ai été amenée pour un travail de session à recueillir des données de recherche auprès d'élèves dans le but d'en faire ensuite l'analyse selon une perspective théorique préalablement choisie.

Mon intention ici n'est pas de présenter ce travail intégralement, mais de présenter les données qui proviennent d'une question précise du questionnaire, ces données illustrant à quel point il n'est pas simple (pour des élèves de niveau secondaire) de classer une représentation comme étant un graphique ou un diagramme.

Ainsi, à la question 3 du questionnaire, on demande à des élèves de quatrième secondaire de dire si selon eux les représentations données sont un graphique, un diagramme ou autre chose. Les items qui composent cette question ont d'ailleurs été sélectionnés parmi les représentations des graphiques et ses diagrammes des lexiques mathématiques et des manuels analysés dans ce travail. La figure A.1 présente la question 3 du questionnaire telle qu'elle a été présentée aux élèves et le tableau A.2 indique la provenance des items et la raison du choix de chaque item composant cette question. Plus loin, les tableaux A.3 et A.4 présentent une brève analyse de ces

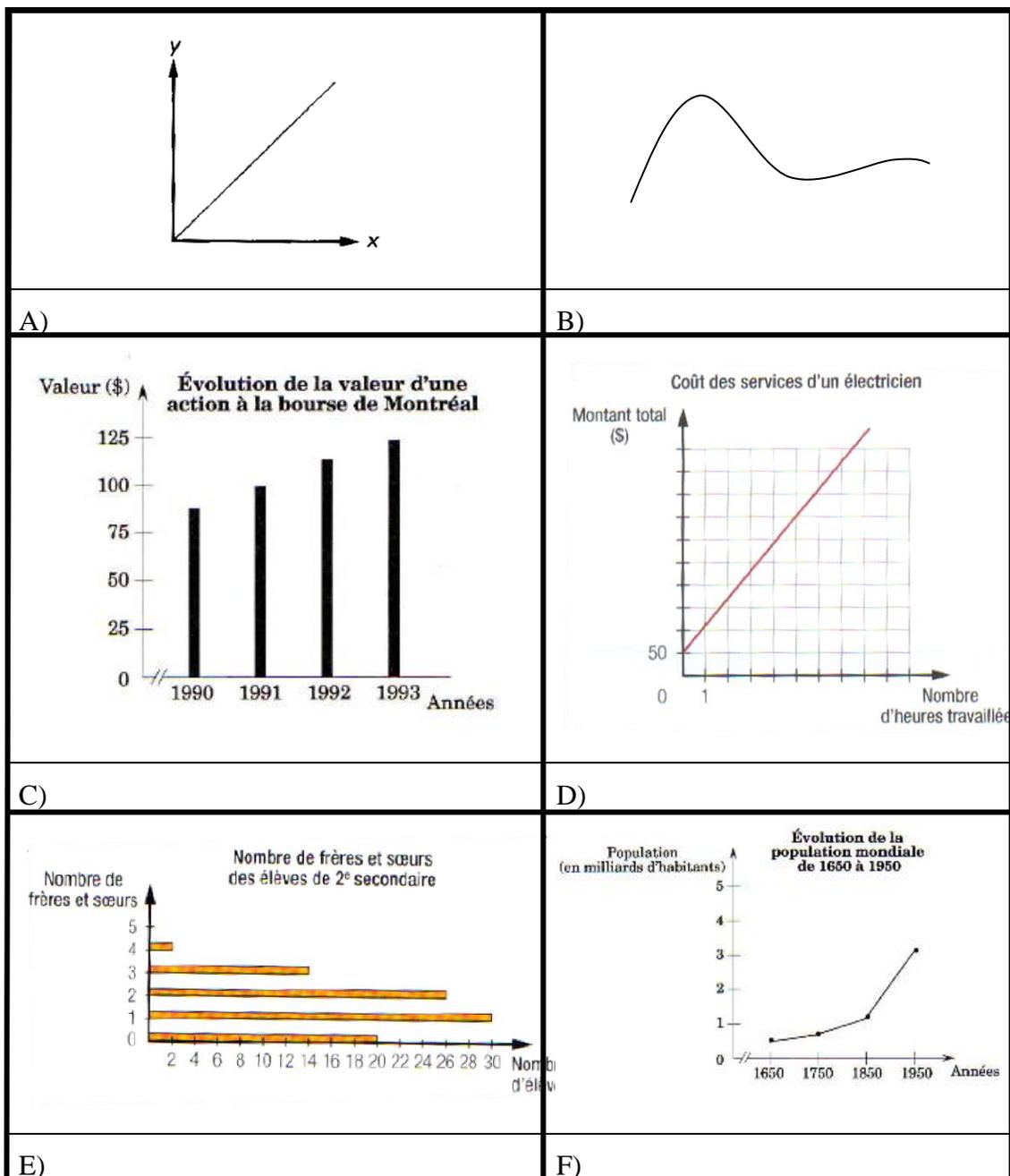
données. Ces deux derniers tableaux m'ont permis de tirer les conclusions suivantes dans mon mini-rapport de recherche :

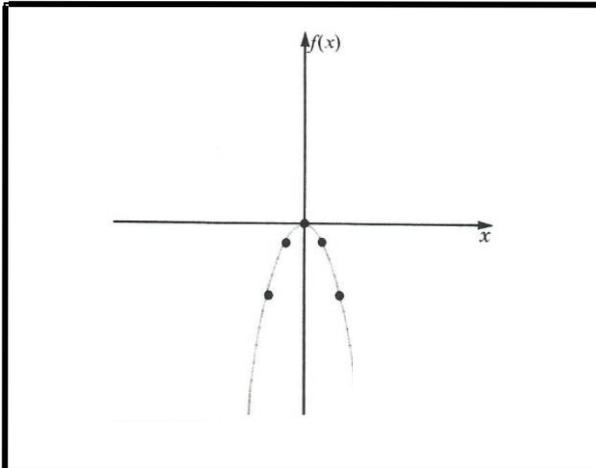
- « Sur les quatorze élèves interrogés, seulement trois d'entre eux ont effectué la même classification, tous les autres ayant effectué des classifications différentes (voir tableau A.3). Cela illustre bien selon moi la pertinence du sujet de cette recherche visant à comprendre ce qui permet aux élèves d'identifier une représentation comme étant un graphique ou un diagramme, étant donné qu'autant de solutions différentes sont ressorties. »
- « Un seul élève a classifié les représentations de la même manière que les ouvrages de référence le suggéraient (voir tableau A.3). Comme quoi, encore une fois, la classification graphique/diagramme n'est pas une tâche menant à des réponses systématiques de la part des élèves et donc que leurs conceptions et leurs compréhensions internes de ces notions sont diversifiées. »
- « Les items A-D-E-G-I-K de la question 3 ont tous été classés de la même façon par les 14 élèves interrogés, et ce, tel que le suggéraient également les ouvrages de référence desquels ces items ont été prélevés (voir tableau A.3). Cela laisse donc comme piste de réflexion que ces items sont plus faciles à classer, et donc que les autres items (B-C-F-H-J-L) constituent des représentations qui créent une difficulté chez les élèves à qui on demande de les associer à l'un ou l'autre des concepts de graphique ou de diagramme. »

On peut se demander pourquoi le texte principal ne contient pas d'expérimentation auprès d'élèves comme cela est le cas dans ce mini-rapport d'analyse. C'est que le but de ce projet de recherche est de regarder ce que les ouvrages de référence et les textes historiques peuvent apporter comme éclairage sur les liens existant entre graphique et diagramme, et non pas de regarder l'apprentissage des élèves de niveau secondaire au sujet des graphiques et des diagrammes. Cela dit, ces extraits du mini-rapport de recherche que je présente ici révèlent un potentiel pour analyser auprès d'élèves du secondaire quelles variétés de compréhension ces liens entre graphique et diagramme peuvent occasionner. Ceci montre la pertinence de continuer à creuser ce thème.

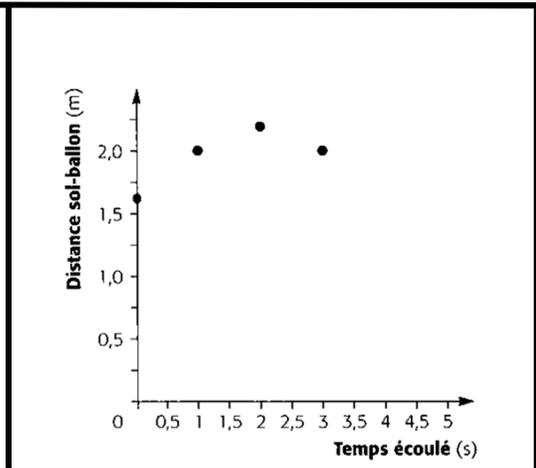
Figure A.1 - Question 3 du questionnaire du mini-rapport d'analyse

Parmi les différentes représentations proposées : indiquez s'il s'agit d'un graphique, d'un diagramme ou d'autre chose.

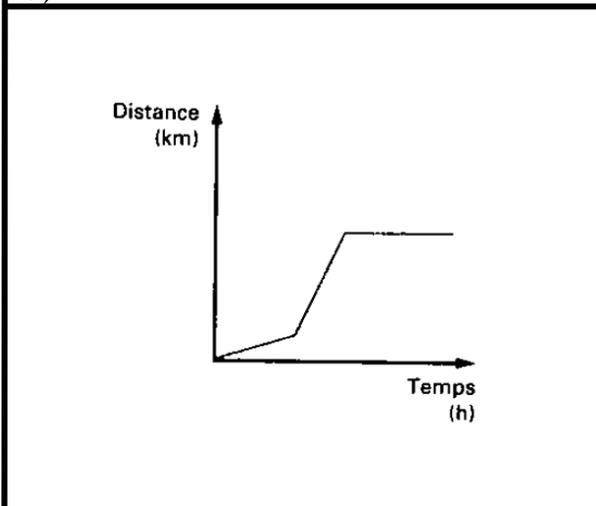




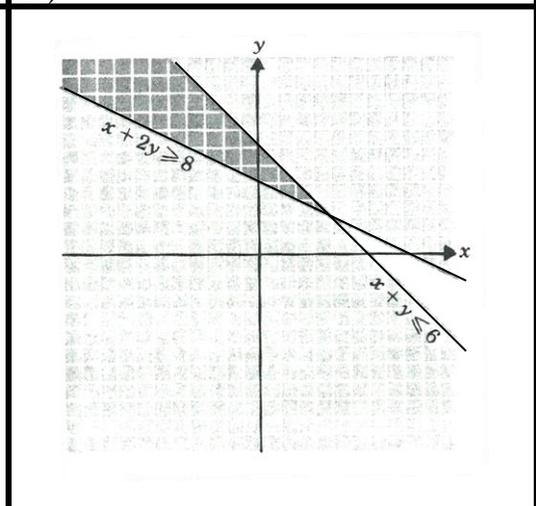
G)



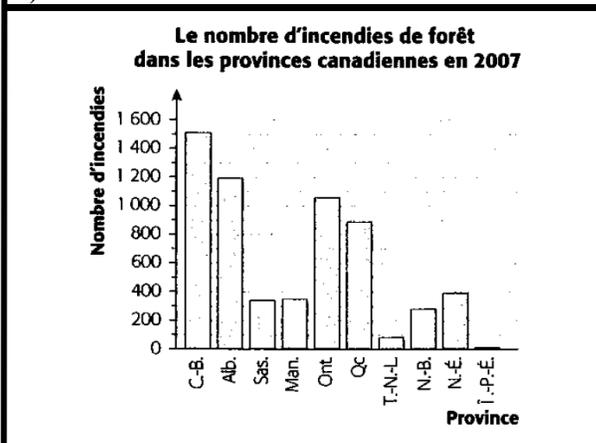
H)



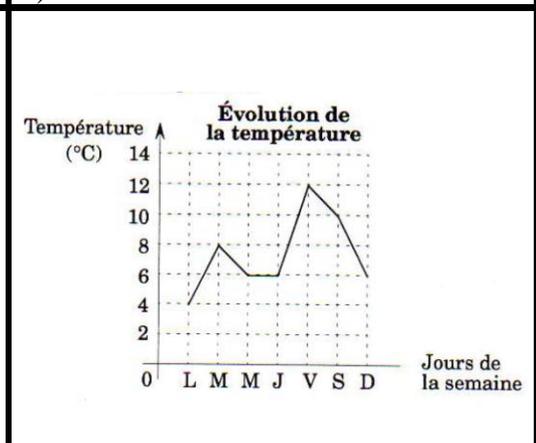
I)



J)



K)



L)

Tableau A.2 - Tableau de justification du choix des items de la question 3

| Item | Provenance de l'item | Type de représentation selon l'ouvrage de provenance | Raison du choix de l'item |
|------|---------------------------------------|--|--|
| A) | Manuel scolaire Scénarios | Graphique | Représentation dans le 1 ^{er} quadrant seulement, où les axes ne sont pas gradués, sans contexte (x et y) |
| B) | Moi | Autre chose | Représentation sans axes et sans contexte, visant à vérifier la présence de la conception <i>Courbe</i> |
| C) | Lexique des Éditions du Triangle d'Or | Diagramme à bâtons | Représentation avec données quantitatives et bâtons |
| D) | Dictionnaire des Éditions CEC | Graphique | Représentation dans le 1 ^{er} quadrant seulement, où les axes sont gradués, avec courbe et contexte |
| E) | Dictionnaire des Éditions CEC | Diagramme à bâtons | Représentation avec données quantitatives et bâtons à l'horizontale |
| F) | Lexique des Éditions du Triangle d'Or | Diagramme à ligne brisée | Représentation avec données quantitatives et ligne brisée/courbe |
| G) | Manuel scolaire Mathématique Soleil | Graphique | Représentation dans les quatre quadrants avec points et courbe, sans contexte (x et $f(x)$) |
| H) | Manuel scolaire Intersection | Graphique | Représentation dans le 1 ^{er} quadrant seulement, où les axes sont gradués, avec points seulement et contexte |
| I) | Manuel scolaire Scénarios | Graphique | Représentation dans le 1 ^{er} quadrant seulement, où les axes ne sont pas gradués, avec courbe et contexte |
| J) | Manuel scolaire Mathématique Soleil | Graphique | Représentation dans les quatre quadrants avec courbe, sans contexte (x et y) |
| K) | Manuel scolaire Intersection | Diagramme à bandes | Représentation avec données qualitatives et bandes |
| L) | Lexique des Éditions du Triangle d'Or | Graphique | Représentation dans le 1 ^{er} quadrant seulement, où les axes sont gradués, avec courbe et contexte, mais les données sont qualitatives |

Tableau A.3 - Tableau de compilation des réponses à la question 3, par élève, avec en évidence (vert), les items dont les réponses des élèves sont les mêmes que celle suggérée par l'ouvrage de référence

| Item Élève | A) | B) | C) | D) | E) | F) | G) | H) | I) | J) | K) | L) |
|---------------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| #1 | G | A | D | G | D | G | G | G | G | G | D | G |
| #2 | G | A | D | G | D | G | G | A | G | G | D | G |
| #3 | G | A | D | G | D | G | G | G | G | G | D | G |
| #4 | G | A | D | G | D | G | G | G | G | G | D | D |
| #5 | G | A | D | G | D | D | G | G | G | G | D | D |
| #6 | G | D | D | G | D | G | G | G | G | A | D | G |
| #7 | G | A | G | G | G | G | G | G | G | G | D | G |
| #8 | G | G | D | G | D | G D | G | G | G | G | D | G |
| #9 | G | A | D | G | D | G | G | G | G | G | D | G |
| #10 | G | D | D | G | D | D | G | G | G | G | D | D |
| #11 | G | A | G | G | D | G | G | G | G | G | D | D |
| #12 | G | A | D | G | D | G | G | G | G | G | D | G |
| #13 | G | A | D | G | D | D | G | G | G | G | D | G |
| #14 | G | A | D | G | D | G | G | G | G | A | D | D |
| Réf.* | G | A | D | G | D | D | G | G | G | G | D | G |

Légende

G : Graphique, D : Diagramme, A : Autre chose, – : L'élève a barré sa réponse

* La ligne « Réf. » indique la réponse suggérée par le lexique ou le manuel scolaire de référence. Il ne s'agit pas de la bonne réponse, simplement d'une référence.

Note : Les élèves #1, #3 et #9 ont produit les mêmes réponses. Seul l'élève #13 a produit toutes les mêmes réponses que celles suggérées par les ouvrages de référence.

RÉFÉRENCES ET BIBLIOGRAPHIE

- BARUK, Stella (1995). Dictionnaire de mathématiques élémentaires, *Éditions du Seuil*
- BEAUREGARD, Manon (1990). Lexique mathématique pour l'élève du 1^{er} cycle du secondaire, *Éditions FM, Laval (Québec)*
- BERNIER, Jean-François; RODRIGUE, Valérie (2010) Intersection mathématique – 2^e cycle du secondaire – 3^e année – Mathématiques Culture, société et technique, *Graficor-Chenelière Éducation, Montréal (Québec)*
- BERTIN, Jacques (1988) Lire et écrire la graphique, *Voies livres, Pour apprendre et comprendre l'écrit, Livre-pensée, Lyon.*
- BIOT, Jean-Baptiste (1813). Essai de géométrie analytique, appliquée aux courbes et aux surfaces du second ordre, *Paris chez J. Klostermann fils, Librairie de l'École impériale Polytechnique, rue du Jardinot, no. 13.*
- BOUCHER, Claude; COUPAL, Michel; MAROTTE, Lynn; JACQUES, Martine (2009) Intersection mathématique – 2^e cycle du secondaire – 2^e année – Mathématiques Sciences naturelles, *Graficor-Chenelière Éducation, Montréal (Québec)*
- BOUCHER, Claude; COUPAL, Michel; MAROTTE, Lynn (2007) Intersection mathématique – 2^e cycle du secondaire – 1^{ère} année, *Graficor-Chenelière Éducation, Montréal (Québec)*
- BOUVIER, Alain; GEORGE, Michel; LE LIONNAIS, François (2009) Dictionnaire des mathématiques, *Quadriga Dicos Poche, Presses universitaires de France*
- CÔTÉ, Ronald; GAGNON, Madeleine; PERREAULT, Nicole; ROGEGIERS, Xavier; (1991). Leximath - Lexique mathématique de base, *Éditions Beauchemin ltée, Laval (Québec)*
- CÔTÉ, Ronald; GAGNON, Madeleine; PERREAULT, Nicole; ROGEGIERS, Xavier; LAFLAMME, Jacqueline (*adaptation et mise à jour*) (2002). Leximath - Lexique mathématique de base Deuxième édition, *Éditions Beauchemin ltée, Laval (Québec)*
- COUPAL, Michel; (2005) À vos maths! Manuel A et B, *Graficor-Chenelière Éducation, Montréal (Québec)*
- COUPAL, Michel; MAROTTE, Lynn (2006) À vos maths! Manuel C et D, *Graficor-Chenelière Éducation, Montréal (Québec)*
- DALLAIRE, Roger; DORÉ, Jacques; L'ÉCUYER, Normand; ROCHETTE, Gilles; (sous la supervision de DROLET, Madeleine; ROCHETTE, Hélène) (1985) Mathématique Soleil 4, *Guérin Éditeur, Montréal (Québec)*

- DALLAIRE, Roger; DORÉ, Jacques; L'ÉCUYER, Normand; ROCHETTE, Gilles; (sous la supervision de DROLET, Madeleine; ROCHETTE, Hélène) (1986) *Mathématique Soleil 5, Guérin Éditeur, Montréal (Québec)*
- DE CHAMPLAIN, Denis; MATHIEU, Pierre; PATENAUDE, Paul; TESSIER, Hélène (1996). *Lexique mathématique Enseignement Secondaire, Deuxième édition, revue et corrigée, Les Éditions du Triangle d'Or inc. Beauport (Québec)*
- DELEDICQ, André (2004). *La petite encyclopédie Lycée, Les Éditions de la Cité-Bordas/SEJER.*
- DESCARTES, René (1886). *La géométrie de René Descartes, Paris Librairie scientifique A. Hermann, réimprimé en 1991.* (Première publication en 1637 comme appendice dans *Le Discours de la Méthode* de René Descartes)
- DROLET, Madeleine; ROCHETTE, Hélène (1984) *Mathématique Soleil 1, Guérin Éditeur, Montréal (Québec)*
- DROLET, Madeleine; ROCHETTE, Hélène (1985) *Mathématique Soleil 2, Guérin Éditeur, Montréal (Québec)*
- DROLET, Madeleine; ROCHETTE, Hélène (1987) *Mathématique Soleil 3, Guérin Éditeur, Montréal (Québec)*
- DUFOUR, Natasha (2011). *Dictionnaire mathématique CEC, Les Éditions CEC, Anjou (Québec)*
- GUAY, Sylvio; HAMEL, Jean-Claude; LEMAY, Steeve (2006). *Perspective mathématique, Manuel de l'élève Volume 1B et 2B, Éditions Grand Duc, Laval (Québec)*
- GUAY, Sylvio; LEMAY, Steeve (1994) *Scénario 2, Éditions HRW ltée, Laval (Québec)*
- GUAY, Sylvio; LEMAY, Steeve (1995) *Scénario 3, Éditions HRW ltée, Laval (Québec)*
- GUAY, Sylvio; LEMAY, Steeve; GAUHTIER, Louise; LANGLOIS, Diane; PETIT, Yves; THUOT, Normand (1996-1997) *Scénario 4, Éditions HRW ltée, Laval (Québec)*
- GUAY, Sylvio; LEMAY, Steeve; HAMEL, Jean-Claude; GAUHTIER, Louise (1998) *Scénario 5, Éditions HRW ltée, Laval (Québec)*
- KOSSLYN, M. Stephen (2006). *Graph design for the eye and mind, Oxford University Press, New York.*
- LEDOUX, Antoine; BROSSEAU, Benoît; BOIVIN, Dominique; RICARD, Nathalie (2007). *Visions, Manuel de l'élève Volume 1 et 2, Les Éditions CEC, Anjou (Québec)*
- MELS (2006). *Programme de formation de l'école québécoise – Enseignant secondaire, premier cycle, Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation, Bibliothèque nationale du Québec.*
- MELS (2007). *Programme de formation de l'école québécoise – Enseignant secondaire, deuxième cycle, Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation, du loisir et du sport, Bibliothèque et Archives nationales du Québec.*

- MELS (2009). Programme de formation de l'école québécoise – Progression des apprentissages au primaire - Mathématiques, *Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation, du loisir et du sport, Bibliothèque et Archives nationales du Québec*.
- MELS (2010). Programme de formation de l'école québécoise – Progression des apprentissages au secondaire - *Mathématiques, Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation, du loisir et du sport, Bibliothèque et Archives nationales du Québec*.
- RENÉ DE COTRET, Sophie (1985). Étude historique de la notion de fonction : analyse épistémologique et expérimentation didactique (mémoire), *Presse de l'Université du Québec à Montréal (Québec)*.
- ROBERT, Frère; BERTRAND, Gaston (1959) Cours de géométrie analytique, *Deuxième Éditions, Imprimerie De-La-Salle, Montréal (Québec)*
- SOULIÈRE, Marcel; THIBAUDEAU, Jean-Guy (1993) Scénario 1, *Éditions HRW ltée, Laval (Québec)*
- TUFTE, R. Edward (2001). The visual display of quantitative information, second edition, *Graphics Press, Cheshire, Connecticut*.
- VINCENT, Jean-François (1994). Lexique mathématique – À l'usage des étudiants et des étudiantes, *Les Éditions Guérin, Montréal (Québec)*

Site web

Dictionnaire Larousse

<http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/graphique/37917> (consulté en 2014)