UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

LOGIQUES MODALES ÉPISTÉMIQUES ET MODÉLISATION DE LA COGNITION HUMAINE

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN PHILOSOPHIE

PAR
MYLÈNE LEGAULT

MAI 2018

REMERCIEMENTS

La rédaction d'un mémoire prend son sens par sa direction qui permet, dès le départ, d'aiguiller les intuitions et de déterminer les enjeux. Je dois remercier, en ce sens, mon directeur Serge Robert (*Sheldon*), pour le temps, les échanges précieux, les commentaires et son intelligence du texte. Comme les projets de recherches débutent bien avant toute rédaction, je lui suis aussi redevable pour sa passion contagieuse envers le travail intellectuel et sa patience devant mes nombreuses questions. Ce mémoire ne serait pas le même sans les critiques et les commentaires, toujours constructifs, des membres de mon jury. Je voudrais alors remercier Roger Villemaire de nous forcer à dépasser avec intelligence les limites disciplinaires et Pierre Poirier (*Yoshimi*) pour sa rigueur, sa constance (*et son humanité*).

Un merci évident aux visages qui ne s'impatientent pas et qui m'incitent à continuer dans ce superbe périple : mes parents, mes pénibles grands frères, ma famille. Ceux qui font de ce voyage une magnifique aventure : ami-es, collègues, Fillosophie, les Jedi de l'AEEAP. Et, évidemment, mon sentiment préféré, pour tout, mais surtout pour rien.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

Tableau Page

LISTE DES SYMBOLES

$\neg p$	Négation de *p*
$p \& q$	Conjonction de *p* et *q*
$p \vee q$	Disjonction inclusive de *p* et *q*
$p \supset q$	Si *p*, alors *q*
$p \equiv q$	Équivalence entre *p* et *q*
$p = q$	Identité entre *p* et *q*
$\Box p$	Nécessaire que *p*
$\Diamond p$	Possible que *p*
$\neg \Box p$	Contingent que *p*
$\neg \Diamond p$	Impossible que *p*
Kap	L'agent *a* sait (*knows*) *p*
Pap	L'agent *a* peut connaître *p*, il n'y a rien dans son savoir qui contredit *p*
¬Kap	L'agent *a* ne sait pas *p*
¬Pap	L'agent *a* ne peut pas connaître *p*
Bap	L'agent *a* croit (*believes*) *p*
¬Bap	L'agent *a* ne croit pas *p*
Cap	L'agent *a* peut croire *p*, *p* est compatible avec les croyances de l'agent
¬Cap	L'agent *a* ne peut pas croire *p*

RÉSUMÉ

La logique modale épistémique traite du savoir des agents, plus particulièrement de ce qui est su, insu, connaissable ou inconnaissable. Ce système formel a ainsi la particularité de se prononcer explicitement sur la cognition des agents, c'est-à-dire sur la façon dont ceux-ci manipulent leur savoir. Dotés de divers types d'omnisciences, ces agents épistémiques dits « idéaux » font partie des approches normatives qui priorisent le formalisme. Une problématique résulte de ces approches : cette modélisation ne correspond pas aux données en sciences cognitives qui tendent à représenter le plus fidèlement possible le raisonnement spontané et qui indiquent que les agents épistémiques réels ne disposent pas d'une telle rationalité infaillible.

L'objectif premier de ce mémoire consiste à ouvrir un dialogue entre ces approches normatives et descriptives en rassemblant des recherches tant sur les logiques modales, plus précisément sur la logique modale épistémique, que sur la portée cognitive des axiomes épistémiques. Pour ce faire, nous proposons une analyse de la logique modale épistémique en regard des développements en sciences cognitives en explicitant les implications cognitives des axiomes épistémiques, c'est-à-dire par l'intermédiaire d'une analyse des axiomes épistémiques du point de vue de la cognition humaine. Un second objectif consiste à proposer une alternative au système épistémique classique. Pour ce faire, nous nous appuierons sur une méthode déjà présente en logique modale ontique qui consiste à retirer certains axiomes et certaines règles, nous pouvons alors retirer du contexte épistémique certains axiomes et certaines règles qui semblent problématiques dans le cadre des sciences cognitives. Un système ainsi affaibli serait plus représentatif des agents épistémiques réels.

Ce mémoire vise ainsi une analyse de la logique modale épistémique à la lumière des développements en sciences cognitives, propose d'affaiblir le système épistémique classique soutenu par Hintikka dans *Knowledge and Belief* (1962) et présente un catalogue de divers systèmes formels modélisant des états épistémiques distincts incluant de nouveaux systèmes formels.

MOTS-CLÉS : Logique modale épistémique, Jaakko Hintikka, agent épistémique formel, agent épistémique réel, omniscience, cognition humaine.

INTRODUCTION

i. Problématique de recherche

« La logique est l'étude des raisonnements ou inférences considérés du point de vue de leur validité. » (Blanché, 1968, p. 9) La difficulté de cette proposition n'est pas la définition que propose Blanché, mais bien ce que l'on entend par « validité ». La logique doit-elle assurer « la sécurité du raisonnement » en établissant des règles, ni vraies ni fausses, mais dictant ainsi une déontologie du raisonnement ? La logique est-elle plutôt un outil servant à énoncer les lois du raisonnement, c'est-à-dire à décrire *ce qui est* ? Cette différence de perspectives, normative ou descriptive, peut entrainer d'importantes tensions, particulièrement au sein de cadres interdisciplinaires comme les sciences cognitives.

Le système logique qui nous intéresse, et où cette tension se manifeste de façon significative, est celui de la logique modale épistémique développé par Hintikka dans *Knowledge and belief* (1962). Ce système épistémique traite du savoir des agents, plus particulièrement des propositions sues, insues, connaissables ou inconnaissables, lui donnant ainsi la particularité de se prononcer explicitement sur la cognition des agents, c'est-à-dire sur la façon dont ceux-ci manipulent leur savoir. Malgré cette volonté de modéliser plus spécifiquement les agents épistémiques, une approche comme celle d'Hintikka reste normative rendant ainsi valide ce type d'inférence :

Lorsqu'un agent ne sait pas une proposition, alors il sait qu'il ne sait pas cette proposition et lorsqu'il sait une proposition, alors il sait qu'il sait cette proposition. Ainsi, un agent ne sachant pas une proposition sait qu'il sait qu'il ne sait pas cette proposition.

Ce modèle des agents épistémiques, comme nous le verrons, comprend les notions d'introspection négative et d'introspection positive. Tous les agents sont conscients de ce qu'ils savent (introspection positive) et de ce qu'ils ne savent pas (introspection négative), c'est-à-dire qu'ils possèdent un accès conscient et infini à leur savoir. Ce modèle propose aussi des agents épistémiques comportant une omniscience logique, c'est-à-dire qu'ils possèdent dans leur savoir l'ensemble des lois de la logique classique des propositions telles que la loi du tiers exclu[1] et la loi du « faux implique tout »[2], ainsi qu'une omniscience déductive, ils connaissent alors l'ensemble des conséquences des propositions qu'ils connaissent (Girle, 2009). La problématique résultante tient du fait que cette modélisation ne correspond pas aux recherches en sciences cognitives qui indiquent que les agents épistémiques, notamment avec le courant théorique des heuristiques et des biais cognitifs (Gigerenzer et Gaissmaier, 2011), ne disposent pas d'une telle rationalité infaillible. Des tests tels que la tâche de sélection de Wason[3], l'erreur de conjonction[4], l'oubli de la fréquence de base[5] ou la confiance excessive[6], innovent en mettant en lumière des erreurs logiques commises par des adultes (Stich, 1999), et cela malgré l'atteinte, selon le cadre piagétien, du stade de la pensée formelle. De nouveaux modèles explicatifs furent alors nécessaires pour représenter ces difficultés tels que la rationalité limitée (Simon, 1957), la psychologie évolutionniste (Cosmides, 1989) et les processus duaux (Stanovich et West, 2000; Evans, 2003). (Rossi et Van der Henst, 2007) À travers les modifications théoriques effectuées au cours du développement des sciences cognitives, le système utilisé en logique modale épistémique resta indemne, c'est-à-dire représentant des agents épistémiques que Girle

---

[1] $p \vee \neg p$

[2] $\neg p \supset (p \supset q)$

[3] Erreur dans le traitement des conditionnels : sophisme de l'affirmation du conséquent et oubli du *modus tollendo tollens*.

[4] Erreur dans le traitement des probabilités, où une conjonction d'événements est jugée plus probable que l'un des événements seuls.

[5] Erreur de raisonnement due à l'ignorance des informations de base fournies.

[6] Confiance irrationnelle en situation d'incertitude.

(2009) nomme « divins ». En d'autres termes, l'approche descriptive des sciences cognitives tend à représenter le plus fidèlement possible le raisonnement spontané alors que l'approche normative de la logique modale épistémique reste inerte. Cette recherche se situe ainsi à l'intersection conflictuelle entre la logique modale épistémique et la modélisation de la cognition et sera guidée par la question suivante : qu'arrive-t-il si nous modifions les paramètres des agents épistémiques formels de sorte qu'ils soient plus représentatifs des agents épistémiques réels?

La littérature en logique modale aborde davantage les systèmes de modalités ontiques qui traitent de ce qui est nécessaire, impossible, possible ou contingent. Nous retrouvons ainsi peu d'écrits sur la logique modale épistémique et les présentations accessibles, de nature normative, abordent plutôt des questions formelles que des questions de correspondance empirique. Par contre, comme il s'agit de modéliser des agents épistémiques, nous pouvons expliciter les implications cognitives sous-jacentes à la défense de certains axiomes et permettre un dialogue entre les domaines de la logique et des sciences cognitives. Plus précisément, puisque les axiomes épistémiques définissent la relation d'accessibilité entre les savoirs d'un agent—ou même de plusieurs agents si nous pensons à des systèmes multi-agents où des propositions peuvent prendre la forme « *a* sait que *b* sait *p* »[7]—nous analyserons les implications cognitives de tels axiomes. De sorte que si un axiome, dans un contexte épistémique, a des implications qui semblent problématiques dans le cadre des sciences cognitives, nous pourrions envisager de le retirer du système ou de l'affaiblir. Un système ainsi affaibli serait plus représentatif des agents épistémiques réels.

En résumé, ce mémoire vise une analyse de la logique modale épistémique en regard des développements en sciences cognitives et propose d'affaiblir le système épistémique soutenu par Hintikka. Nous verrons que ce système d'Hintikka équivaut au système ontique S4, ce qui s'avère trop contraignant pour rendre compte des

[7] KaKbp

développements en sciences cognitives. Nous nous appuierons sur une alternative déjà présente en logique modale ontique qui permet de retirer certains axiomes et règles, telle que la règle de nécessitation absente ou affaiblie pour les systèmes ontiques non normaux.

L'objectif de ce mémoire consiste ainsi à rassembler des recherches tant sur les logiques modales, plus précisément sur la logique modale épistémique, que sur la portée cognitive des axiomes épistémiques afin de concilier le formalisme de la logique modale épistémique avec les sciences cognitives.

ii. Plan détaillé du mémoire

Pour y parvenir, le premier chapitre fera état des différents systèmes en logique modale ontique. Cela sera accompli en présentant la portée des axiomes ontiques sur les mondes possibles et les multiples systèmes formés par diverses combinaisons d'axiomes. S'en suivra une présentation de la portée cognitive des axiomes épistémiques. L'objectif de ce premier chapitre vise à situer le contenu théorique nécessaire afin de délaisser les aspects formels et prioriser les implications cognitives.

Dans le deuxième chapitre, nous analyserons ces axiomes épistémiques à travers leurs implications théoriques en sciences cognitives, c'est-à-dire via les modèles de la cognition qu'ils impliquent. Alors que le premier chapitre cible les recherches en logiques modales, le deuxième chapitre s'appuie sur des recherches en sciences cognitives. L'objectif de ce chapitre est donc d'analyser les axiomes épistémiques en regard des sciences cognitives, c'est-à-dire de prioriser une approche descriptive des agents épistémiques.

Cette analyse nous permettra, au troisième chapitre, de revenir sur les axiomes sélectionnés par Hintikka pour son système épistémique et de proposer des systèmes épistémiques alternatifs plus représentatifs des agents épistémiques réels. L'objectif de ce troisième chapitre vise à discuter la possibilité d'affaiblir la logique modale épistémique afin de mieux représenter les processus cognitifs réels. Nous proposerons alors un catalogue des différents systèmes épistémiques associés à des états épistémiques distincts ainsi que de nouveaux systèmes intégrants différents types de métacognition.

Plus précisément, le premier chapitre permettra de situer la logique modale épistémique et l'état actuel d'un tel formalisme. La logique modale épistémique n'est pas, cependant, devenue un objet indépendant de la logique modale ontique. La mise en place par Hintikka (1962) d'un tel système découle de la logique modale ontique et lorsque Girle (2009) propose un affaiblissement des systèmes épistémiques, il fait appel à la variété des systèmes ontiques. Nous débuterons donc par une présentation de la logique modale ontique. Nous discuterons de la portée des axiomes ontiques sur les mondes possibles, tels que la règle de nécessitation, la distributivité du nécessaire, la sérialité, la réflexivité, la densité, la transitivité, la symétrie et l'euclidianité. Nous situerons ensuite les différents systèmes ontiques normaux, tels que les systèmes S5, S4, B, D, T, K et les systèmes non normaux tels que S0.5, S1, S2, S3, E2, D2, C2 et N.

À partir des années 50, différents logiciens proposent d'interpréter les modalités d'un point de vue non ontique (Gardies, 1979). C'est ainsi que l'on voit apparaître des modalités temporelles, déontiques, topologiques et, ce qui nous intéresse ici, des modalités épistémiques. C'est à ce moment qu'Hintikka proposera d'utiliser des modulateurs d'assertions afin de traiter le savoir des agents. Nous élaborerons la portée cognitive de ces axiomes épistémiques, tels que la règle de nécessitation, la distributivité du nécessaire, la sérialité, la réflexivité, la densité, l'introspection positive et l'introspection négative. Puis, nous discuterons des distinctions entre les modalités épistémiques et doxastiques, c'est-à-dire entre les concepts de savoir et de croyance. Le contexte dans lequel rédige Hintikka, c'est-à-dire ses postulats philosophiques, l'entraine à proposer un certain type de système pour traiter les savoirs des agents épistémiques. Il s'agit d'un système fort, l'équivalent du système ontique S4, où la relation d'accessibilité entre les savoirs des agents est étendue. Une approche plus récente, l'approche descriptive de Girle (2009), propose d'envisager des systèmes épistémiques alternatifs affaiblissant ainsi le modèle idéalisé d'Hintikka.

L'objectif du second chapitre consiste à ouvrir un dialogue entre les axiomes épistémiques, préalablement présentés dans le premier chapitre, et le concept d'agent épistémique lorsqu'il s'agit de modéliser la cognition. Pour ce faire, les implications cognitives des axiomes épistémiques seront discutées et les sciences cognitives serviront ici d'outils d'analyse. Cette analyse des axiomes épistémiques débutera par les divers types d'omniscience, c'est-à-dire l'omniscience logique forte qui découle de la version forte de la règle de nécessitation, l'omniscience logique faible qui correspond à la version faible de la règle nécessitation ainsi que l'omniscience déductive associée à l'axiome de distributivité du nécessaire. L'analyse sera poursuivie pour l'introspection positive et l'introspection négative ainsi que pour l'actualité du su et la cohérence du savoir, associés respectivement à l'axiome réflexivité et à l'axiome de sérialité, bien que ces derniers soient moins controversés.

Suite à une présentation des logiques modales ontiques et épistémiques (Chapitre I) et à une analyse des axiomes épistémiques (Chapitre II), le troisième chapitre permettra un retour sur la modélisation de la cognition par la logique modale épistémique. Comme le modèle proposé par Hintikka semble trop fort, certains axiomes devront être délaissés du modèle épistémique. Nous présenterons ces différentes alternatives sous la forme d'un catalogue et discuterons de divers enjeux liés à ces systèmes alternatifs dont la multiplicité des modalités distinctes (Chapitre III).

Plus précisément, nous situerons, au troisième chapitre, le système épistémique classique d'Hintikka et nous verrons que ce système, S4, a été augmenté par Aumann

(1974) dans le contexte de la théorie des jeux interactifs et cela afin de représenter les savoirs communs que l'on retrouve pour des agents épistémiques équivalents, il s'agira alors du système S5. Nous discuterons ensuite des différents affaiblissements, qu'il s'agisse de la connaissance affaiblie de Walliser (1991) ou bien des agents mortels de Girle (2009). Comme l'objectif premier de ce mémoire est d'ouvrir des alternatives au système classique d'Hintikka, nous regrouperons ensuite les différents systèmes dans un tableau qui fera office de catalogue. Nous verrons que cet ordonnancement génère de nouveaux systèmes que nous pouvons multiplier davantage en intégrant différents types de métacognition. En terminant, nous discuterons de l'augmentation du nombre de modalités distinctes en contexte affaibli et des différentes nuances du concept de « savoir » qu'elle permet. Nous aborderons également la combinaison de systèmes pour l'hypermodalité et terminerons avec la question de la dualité des opérateurs modaux.

CHAPITRE I

LOGIQUES MODALES ONTIQUES ET ÉPISTÉMIQUES

1.1 Logique classique

La logique classique[8] prend pour objet d'étude les propositions déclaratives pouvant être ou bien vraies ou bien fausses. L'avènement du calcul des propositions a permis d'ouvrir le calcul logique à diverses relations interpropositionnelles, c'est-à-dire d'ajouter des opérateurs entre diverses propositions. Au niveau sémantique, nous avons les tables de vérité qui permettent d'illustrer l'éventail des possibilités logiques en fonction de propositions ou bien vraies, ou bien fausses et servent aussi de technique de décision pour le traitement d'un syllogisme. Les tables de vérité permettent, par exemple, de représenter le fait que la conjonction entre deux propositions sera vraie seulement si les deux propositions sont elles-mêmes vraies ou qu'une disjonction inclusive sera fausse seulement si les deux propositions sont fausses. Cette technique permet, par exemple, de déterminer si nous sommes devant une loi logique, qui ne possède que des cas vrais, une contradiction logique, où tous les cas sont faux, ou bien une situation intermédiaire où nous avons du factuellement vrai et du factuellement faux.

La logique classique peut aussi être intrapropositionnelle. C'est le cas de la logique des prédicats qui contient des fonctions pour exprimer des variables de prédicats et des places d'arguments pour représenter des sujets. La logique classique des prédicats permet ainsi de définir des relations d'association entre un domaine et un codomaine.

---

[8] Pour plus de détails, voir Gauthier (1978)

Elle permet aussi de distinguer, contrairement à la logique classique des propositions, des énoncés singuliers, existentiels ou universels. Notons que ces quantificateurs restent internes aux propositions, c'est-à-dire que la quantification ne porte pas sur la proposition, mais bien sur le sujet de la proposition : tous les *a* sont *b*, certains *a* sont *b*, aucun *a* n'est *b* et certains *a* ne sont pas *b*.

La logique classique, bien que toujours valide, reste tout de même limitée et ne peut pas, par exemple, exprimer des certitudes, des impossibilités, des probabilités, etc. Certaines logiques non classiques cibleront ainsi des nuances internes aux propositions : l'ajout d'une valeur de vérité dans la sémantique par exemple, la proposition pouvant être vraie, fausse ou indéterminée. D'autres visent à augmenter le système classique en ajoutant des modulateurs d'assertions dans la syntaxe : apparaissent ainsi les logiques modales.

Contrairement à la logique classique, les logiques modales ne sont pas assertoriques. Un modulateur, à la différence d'un quantificateur, porte sur l'ensemble de la proposition : il est nécessaire que « tous les *a* soient *b* », il est possible que « tous les *a* soient *b* », il est impossible que « tous les *a* soient *b* », il est contingent que « tous les *a* soient *b* ».

Les logiques modales ajoutent d'ailleurs des règles au système classique pour traiter de ces modulations d'assertions. Il est alors question de logique non classique, plus particulièrement d'une extension modale de la logique classique des propositions.[9] Elle est dite augmentée puisque l'on doit ajouter des règles afin de régir ces modulateurs. Ainsi, nous avions au niveau syntaxique, pour la logique classique des propositions, des variables, des connecteurs et des parenthèses. La logique modale va ajouter à cela

---

[9] Notons que nous pouvons aussi obtenir une logique non classique par affaiblissement de la logique classique, c'est-à-dire en retirant des règles. C'est le cas pour les logiques polyvalentes où l'ajout d'une valeur de vérité intermédiaire entraine le retrait de règles telles que le tiers exclu.

les modulateurs d'assertions. Cet ajout va aussi toucher la sémantique. Alors que nous avions les tables de vérité comme technique de décision pour la logique classique, nous allons avoir des tableaux sémantiques pour la logique modale. Nous y reviendrons plus tard, notons seulement que les modalités ne peuvent pas se restreindre aux tables de vérité puisque la valeur associée à la modalité n'est pas toujours déterminée. Une proposition *p*, par exemple, peut être vraie ou fausse. Si elle est fausse, nous pourrions dire que nécessaire *p* est tout aussi faux, mais si elle est vraie, nous ne pourrions pas induire pour autant que *p* est nécessaire, la nécessité de *p* restera donc indéterminée.

1.2 Logique modale ontique

Alors que les énoncés assertoriques réfèrent au monde actuel, les énoncés modaux permettent de référer à des mondes possibles, c'est-à-dire à des mondes alternatifs au monde actuel. Ainsi, la logique modale augmente la logique classique par l'insertion de modulateurs d'assertions en tant qu'opérateurs unaires. Il s'agit d'une logique non classique, non assertorique, pour laquelle nous ajoutons des axiomes qui définissent la relation d'accessibilité entre les mondes possibles. Les mondes possibles se distinguent les uns des autres par au moins un évènement, ou bien vrai ou bien faux, et possèdent tous une consistance interne.

Un système modal comporte un modulateur d'assertion fort, un modulateur d'assertion faible ainsi que leurs négations. D'abord développés en système ontique, nous retrouvons le nécessaire ($\Box p$), le possible ($\Diamond p$), ainsi que le contingent ($\neg\Box p$) et l'impossible ($\neg\Diamond p$). Notons que les modalités sont interdéfinissables par la loi de dualité, une proposition nécessaire peut donc se traduire par l'impossibilité logique de sa négation, tout comme une proposition possible peut se traduire par la contingence ou la non-nécessité de sa négation.

$$\Box p \equiv \neg\Diamond\neg p$$
$$\Diamond p \equiv \neg\Box\neg p$$

Un système ontique aborde *ce qui est* avec des valeurs de vérité habituellement binaires[10], c'est-à-dire ce que l'on dit être vrai et ce qu'on l'on dit être faux pour le monde actuel, pour un monde possible ou pour tous les mondes alternatifs. En ce sens, si une proposition nécessaire est vraie, alors la proposition est vraie dans tous les mondes possibles et d'une proposition possible vraie, nous pouvons déduire que la proposition est vraie dans au moins un monde possible. De la même façon, une proposition nécessaire fausse souligne plutôt qu'il y a au moins un monde possible où la proposition est fausse et une proposition possible fausse signifie que la proposition est fausse dans tous les mondes possibles.

Tel que souvent mentionné lorsque l'on parle de logique modale, celle-ci débute avec Aristote dans *Les premiers analytiques*, bien qu'il y confondait ce qui peut être le cas (le possible) et ce qui peut ne pas être le cas (le contingent), les deux termes étant exprimés sous le concept bilatéral du possible. Rappelons que dans *De l'interprétation*, il distinguera enfin le possible (δυνατόν) et le contingent (ενδεχόμενον), mais qu'il faudra attendre l'arrivée de Théophraste pour distinguer nettement un possible unilatéral (Blanché, 1970, p. 83), distinction importante puisque le nécessaire implique le possible, mais est contradictoire avec le contingent. Cette confusion aristotélicienne n'est cependant pas surprenante, elle est cohérente avec son système métaphysique dans lequel Aristote distingue des propriétés essentielles et des propriétés accidentelles. En ce sens, le nécessaire, l'impossible et un possible bilatéral étaient suffisants et pertinents pour son système, puisqu'il y avait seulement des propriétés nécessaires et des propriétés non nécessaires à exprimer. Cet exemple classique souligne que les systèmes logiques ne sont pas à l'abri des influences théoriques et même métaphysiques : que le monde actuel soit le meilleur des mondes possibles selon une

---

[10] Des logiques modales polyvalentes sont aussi concevables.

omnipuissance divine (Leibniz, 1710), que le nécessaire soit situé dans la signification des termes, c'est-à-dire dans les énoncés analytiques (Carnap, 1947), ou qu'il soit dans la nomination des termes, c'est-à-dire dans les désignateurs rigides (Kripke, 1980), et même que nous n'ayons simplement pas d'accès épistémique aux mondes possibles, la logique modale adoptant une « ontologie idéaliste renonçant ainsi aux objets matériels » (Quine, 1947, p. 43). Cette idée d'un contexte sous-jacent aux systèmes logiques nous influencera pour décrypter les axiomes épistémiques en vue d'observer les théories cognitives impliquées, il en sera question dans le deuxième chapitre. Ainsi, tous les systèmes modaux permettent de formaliser des expressions plus complexes que de simples propositions afin de différencier des propositions telles qu'« Il pleut », « Il est possible qu'il pleuve », « Il est nécessaire qu'il pleuve », « Il est impossible qu'il pleuve », et « Il n'est pas nécessaire qu'il pleuve », mais plusieurs configurations distinctes sont possibles pour un système modal et cela en fonction des caractéristiques sélectionnées, c'est-à-dire des axiomes.

1.2.1 Portée des axiomes ontiques sur les mondes possibles

Les axiomes déterminent la relation d'accessibilité entre les mondes possibles et permettent ainsi de construire différents systèmes en fonction des axiomes sélectionnés. Ils définissent les niveaux d'accessibilité du monde actuel aux mondes possibles, mais aussi la relation d'accessibilité entre les divers mondes possibles. Ces propriétés sont additives et certaines sont des conditions suffisantes pour d'autres, c'est le cas, par exemple, de la transitivité et de la symétrie pour l'euclidianité. Nous allons y revenir plus en détails lorsqu'il s'agira de construire des systèmes à partir de ces axiomes (section 1.2.2). Observons d'abord ces axiomes et les différents types d'accessibilité qu'ils établissent pour une logique modale ontique. Kripke (1959) a permis un traitement sémantique des modalités par l'intégration des tableaux sémantiques. Il s'agit d'une technique de décision par réduction à l'absurde, c'est-à-dire qu'ils permettent de mettre en lumière l'inconsistance découlant de la négation de certaines propositions. Nous illustrerons les contradictions émergentes de la négation des axiomes. Pour ce faire, soulignons que nous partons toujours du monde actuel (w0), pour lequel une proposition est ou bien vraie (V), ou bien fausse (F), et nous éliminons les modalités en changeant de monde, puisque, si et seulement s'il est vrai que *p* est nécessaire, alors il est vrai que *p* dans tous les mondes possibles (∀w) et si et seulement s'il est vrai qu'il est possible que *p*, alors il est vrai que *p* dans au moins un monde possible (∃w1). Sous cette même idée, s'il est faux qu'il soit nécessaire que *p*, c'est-à-dire si *p* est contingent, alors il y a un monde possible accessible à partir du monde actuel où *p* est faux et s'il est faux qu'il soit possible que *p*, c'est-à-dire que si *p* est impossible, alors *p* est faux dans tous les mondes possibles.

Le raisonnement par l'absurde est une technique de décision dont nous ferons usage par l'intermédiaire des tableaux sémantiques. La démarche consiste à nier une proposition et à trouver une conséquence contradictoire servant de preuve indirecte que l'énoncé de base est faux, c'est-à-dire que la proposition niée est fausse. La démonstration reste donc indirecte et présuppose une binarité du système. Si de cette négation découle une contradiction, il est convenu de nier la négation, et donc d'accepter la validité de la proposition.

Comme les tableaux sémantiques sont découpés par le vrai et le faux, on élimine les négations en glissant les propositions concernées du côté opposé. Ainsi, s'il est vrai que $\neg p$ par exemple (1), il suffit de dire qu'il est faux que *p* (2).

w0	
V	F
1. $\neg$p $\longrightarrow$	2. p

Tout comme les négations à l'intérieur d'un même monde possible, les modalités sont retirées en déplaçant les propositions dans les différents mondes possibles.

Par exemple, s'il est possible que *p* dans le monde actuel (1), alors nous pouvons retirer la modalité en ouvrant un monde possible où la proposition *p* est vraie (2).

w0		$\exists$w1	
V	F	V	F
1. $\Diamond$p		2. p	

Par ailleurs, s'il est vrai qu'il est nécessaire que *p* (1), alors nous ouvrions un monde possible recouvrant l'ensemble des mondes possibles ($\forall$w) où il y a *p* vrai (2).

w0		$\forall$w	
V	F	V	F
1. $\Box$p		2. p	

Si, par contre, il est faux que *p* soit nécessaire (1), alors nous ouvrons un monde possible ($\exists$w1) où *p* est faux (2).

w0		$\exists$w1	
V	F	V	F
	1. $\Box$p		2. p

Le processus est le même pour la modalité du possible, s'il est faux que *p* soit possible (1), alors nous ouvrons un monde recouvrant l'ensemble des mondes possibles où *p* est faux (2), puisqu'ici *p* est impossible.

w0		$\forall$w	
V	F	V	F
	1. $\Diamond$p		2. p

La contradiction doit se trouver à l'intérieur d'un même monde, qu'il s'agisse donc du monde actuel, d'un monde possible ou de l'ensemble des mondes possibles. En ce sens, la présence de *p* par exemple dans le monde actuel et celle de $\neg p$ (ou de *p* faux) dans un monde possible ne pose pas problème, mais un monde ne pourrait pas contenir sans absurdité à la fois *p* et $\neg p$. Soulignons, enfin, que les axiomes sont de forme implicative, telle que p $\supset$ q. L'implication est vraie si le conséquent est vrai ou l'antécédent faux, puisqu'elle souligne simplement que s'il est le cas que *p*, alors il est le cas que q. En ce sens, nier l'implication (1) équivaut à dire que l'antécédent est vrai (2), bien que le conséquent soit faux (3), c'est-à-dire que le conséquent ne suit pas l'antécédent. C'est pourquoi les tableaux sémantiques débuteront chaque fois par l'insertion de l'antécédent de l'implication du côté vrai et le conséquent du côté faux afin de disposer de la fausseté d'une implication.

w0	
V	**F**
2. p	1. $p \supset q$ 3. q

Il s'agit ensuite d'observer où émerge une contradiction et en fonction de quelle relation elle apparaît.

1.2.1.1 Règle de nécessitation

La règle de nécessitation, $\vdash p \Rightarrow \vdash \Box p$, affirme que si p est une tautologie, alors « nécessaire p » est aussi une tautologie. Elle permet un système normal où « toute thèse et loi du système, incluant les thèses de la logique des propositions, se trouve valide non seulement dans le monde originaire, mais également dans les mondes possibles » (Gardies, 1979, p. 123). Cette règle, souvent présente dans les systèmes, assure une certaine ressemblance entre les mondes possibles et souligne la centralité du monde actuel puisque les lois de la logique classique établies dans le monde actuel sont aussi vraies dans chacun des mondes possibles. En présence de systèmes non normaux, nous ne pouvons pas présumer que les lois logiques sont transférables dans tous les mondes alternatifs.

1.2.1.2 Distributivité du nécessaire

L'axiome de distributivité du nécessaire, $\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$, entend que s'il est nécessaire que « *p* implique *q* », alors, s'il est nécessaire que *p*, il est nécessaire que *q*. Cet axiome permet ainsi de distribuer la modalité sur les différents termes d'une formule. Ainsi, si l'implication est nécessaire, la nécessité est distribuée à l'antécédent et au conséquent, de sorte que si l'antécédent se trouve dans tous les mondes possibles, alors le conséquent s'y trouvera aussi. Le *modus ponendo ponens* est donc valide dans tous les mondes possibles. Afin de vérifier la validité de la proposition, nous pouvons faire une démonstration par l'absurde, c'est-à-dire montrer l'invalidité de sa négation par un tableau sémantique. Ce tableau illustre aussi la linéarité de la distributivité, la contradiction apparaissant dans un monde possible, mais à partir de tous les mondes possibles. Il n'y a pas de retour sur les mondes déjà ouverts ou sur le monde actuel.

W0		∀w		∃w1	
V	F	V	F	V	F
	1. $\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$	4. $p \supset q$		10. q	8. q
2. $\Box(p \supset q)$	3. $\Box p \supset \Box q$	7. p			
5. $\Box p$	6. $\Box q$	9. q			

Nous partons de la négation de la proposition (1), auquel cas l'antécédent est vrai (2) et le conséquent faux (3). S'il est vrai qu'il soit nécessaire que $(p \supset q)$, alors nous retrouvons $(p \supset q)$ dans tous les mondes possibles (4). Comme l'implication $(\Box p \supset \Box q)$ est fausse, l'antécédent est vrai (5) et le conséquent est faux (6), donc *p* est vrai dans tous les mondes possibles (7) et comme il est faux que *q* soit nécessaire, c'est qu'il y a un monde possible où *q* est faux (8). À partir de $(p \supset q)$ (4) et de *p* (7), en tant que propositions vraies dans tous les mondes possibles, nous pouvons déduire, par *modus ponendo ponens*, *q* (9) dans tous les mondes possibles, ce qui comprend le monde possible w1 (10) et nous amène à une contradiction dans un monde possible où *q* est à la fois vrai (10) et faux (8).

1.2.1.3 Sérialité

L'axiome de sérialité, $\Box p \supset \Diamond p$, où la modalité forte implique la modalité faible, permet d'ordonner les modalités et énonce au moins une alternative au monde actuel. L'axiome structure ainsi la relation entre le nécessaire et le possible : si *p* est nécessaire, c'est-à-dire s'il apparaît dans tous les mondes possibles, alors il est possible que *p*. Notons que cette relation entre le nécessaire et le possible n'est pas commutative; d'un monde possible, qu'il s'agisse du monde actuel ou bien d'un monde alternatif, il ne nous est pas permis de déduire le nécessaire. À cela, nous pouvons ajouter, par *modus tollendo tollens*, que s'il est faux qu'il soit possible que *p*, alors il est faux qu'il soit nécessaire que *p*.

w0		∀w	
V	**F**	**V**	**F**
2. $\Box p$	1. $\Box p \supset \Diamond p$ 3. $\Diamond p$	4. p	5. p

De la négation de la proposition ($\Box p \supset \Diamond p$) (1), nous pouvons déduire que l'antécédent est vrai (2) et que le conséquent (3) est faux. S'il est vrai qu'il soit nécessaire que *p* (2), alors il y a *p* dans tous les mondes possibles (4) et s'il est faux qu'il soit possible que *p* (3), alors il n'y a aucun monde possible où *p* est vrai, c'est-à-dire que *p* est faux dans tous les mondes possibles (5) et nous obtenons une contradiction entre (4) et (5), où *p* est à la fois vrai et faux dans tous les mondes possibles. Notons que cette contradiction par la sérialité est très forte puisqu'elle apparaît dans tous les mondes possibles (∀w), il s'agit d'ailleurs du seul axiome pour lequel il en est ainsi. Le tableau illustre aussi que la contradiction apparaît rapidement et de façon linéaire, nul besoin d'un retour vers le monde actuel.

1.2.1.4 Réflexivité

L'axiome de réflexivité, $\Box p \supset p$, où s'il est nécessaire que *p*, alors il se trouve que *p*, établit une relation d'accessibilité entre le monde actuel et lui-même. Si nous soutenons dans le monde actuel qu'il soit nécessaire que *p* et que nous autorisons une relation de réflexivité, alors il se trouvera aussi que *p* dans le monde actuel. Le monde actuel reflète le nécessaire, de sorte que tout ce qui est nécessaire se retrouve dans le monde actuel. La réflexivité définit ainsi une relation sur un seul objet, à savoir la relation qu'il entretient avec lui-même. Nous pouvons remarquer dans le tableau sémantique ci-dessous que la contradiction apparaît dans le monde actuel (w0) et cela à partir d'une condition établie dans ce même monde (la nécessité de *p*).

w0		∀w	
V	F	V	F
2. $\Box p$ 5. p	1. $\Box p \supset p$ 3. p	4. p	

La négation de la proposition ($\Box p \supset p$) (1), nous amène à affirmer l'antécédent (2) et à nier le conséquent (3). S'il est nécessaire que *p* (2), alors *p* est vrai dans tous les mondes possibles (4) et si le monde actuel fait partie des mondes possibles, nous pouvons déduire que *p* est aussi vrai dans le monde actuel (5), auquel cas nous avons une contradiction avec le conséquent de la première proposition où *p* est faux (3).

1.2.1.5 Densité

La densité, $\Box\Box p \supset \Box p$ (ou $\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p$ par contraposition et substitution, *voir ci-dessous*), où s'il est nécessaire qu'il soit nécessaire que *p*, alors il est nécessaire que *p*, est une caractéristique dérivable de la réflexivité. Rappelons que la réflexivité indiquait que si un élément est nécessaire, alors il y a cet élément. L'axiome de réflexivité s'appliquait, par contre, sur une proposition simple : s'il est nécessaire que *p*, alors il y a *p*. La densité prend comme unité la nécessité de *p*, effectuant ainsi une itération des modalités : s'il est nécessaire qu'une chose, et que cette chose est la nécessité de *p*, alors il est nécessaire que *p*.

1. $\Box\Box p \supset \Box p$	
2. $\neg\Diamond\neg\neg\Diamond\neg p \supset \neg\Diamond\neg p$	*Définition :* $\Box p \equiv \neg\Diamond\neg p$
3. $\neg\neg\Diamond\neg p \supset \neg\neg\Diamond\neg\neg\Diamond\neg p$	*Contraposition*
4. $\Diamond\neg p \supset \Diamond\Diamond\neg p$	*Élimination des doubles négations*
5. $\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p$	*Substitution de* $\neg p$ *par* p
6. $(\Box\Box p \supset \Box p) \supset (\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p)$	*1 et 5*
7. $\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p$	
8. $\neg\Box\neg p \supset \neg\Box\neg\neg\Box\neg p$	*Définition :* $\Diamond p \equiv \neg\Box\neg p$
9. $\neg\neg\Box\neg\neg\Box\neg p \supset \neg\neg\Box\neg p$	*Contraposition*
10. $\Box\Box\neg p \supset \Box\neg p$	*Élimination des doubles négations*
11. $\Box\Box p \supset \Box p$	*Substitution de* $\neg p$ *par* p
12. $(\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p) \supset (\Box\Box p \supset \Box p)$	*7 et 11*
13. $(\Box\Box p \supset \Box p) \equiv (\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p)$	*6 et 12, Définition :* $(p \equiv q) \equiv (p \supset q) \& (q \supset p)$

Bien qu'il ne s'agisse pas d'un axiome, il est intéressant de noter l'itération valide des modalités qui en découle. Dans la même optique, s'il y a un monde possible où nous retrouvons un évènement *p* et qu'il est accessible à un autre monde, alors nous avons un monde possible à partir duquel il est possible que *p* ($\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p$). Cette propriété permet plus explicitement de générer un monde possible entre des mondes possibles, ou bien de transférer une nécessitation dans tous les mondes possibles.

w0		∃w1		∀w	
V	F	V	F	V	F
2. $\Box\Box p$	1. $\Box\Box p \supset \Box p$ 3. $\Box p$	7. p	4. p	5. $\Box p$ 6. p	

S'il est faux que $\Box\Box p \supset \Box p$ (1), alors l'antécédent $\Box\Box p$ est vrai (2) et le conséquent $\Box p$ est faux (3). S'il est vrai qu'il soit nécessaire qu'il soit nécessaire que *p* (2), alors *p* est nécessaire dans tous les mondes possibles (5), c'est-à-dire qu'il y a *p* dans tous les mondes possibles (6). Or, s'il est faux que *p* soit nécessaire (3), il y a un monde possible où *p* est faux (4) alors que la présence de *p* dans tous les mondes possibles (6) indique

que *p* est vrai dans ce même monde (7). Il existe donc un monde possible (w1) où nous avons une contradiction, c'est-à-dire où *p* est à la fois vrai et faux (7 et 4).

1.2.1.6 Transitivité

L'axiome de transitivité, $\Diamond\Diamond p \supset \Diamond p$, souligne que s'il est possible qu'il soit possible que *p*, alors il est possible que *p*. Cet axiome permet de passer d'un monde possible à un autre monde possible à partir du monde actuel où il est possible qu'il soit possible que *p*, ouvrant ainsi un premier monde possible où il est possible que *p*, puis un second monde possible où nous retrouvons l'évènement *p*. La transitivité est ainsi une relation d'ordre entre trois objets où une même caractéristique se transmet d'un objet à l'autre par l'intermédiaire d'un troisième objet. Par exemple, si *x* est égal à *y* et que *y* est égal à *z*, alors *x* est égal à *z*. Dans le contexte des mondes possibles, et nous le voyons par le tableau sémantique ci-dessous, la contradiction apparaît dans un second monde possible (w2) à partir d'une condition établie dans le monde actuel (l'impossibilité de *p*). La contradiction souligne que la relation a été transmise du monde actuel au second monde possible (w2).

w0		∃w1		∃w2		∀w	
V	F	V	F	V	F	V	F
2. $\Diamond\Diamond p$	1. $\Diamond\Diamond p \supset \Diamond p$ 3. $\Diamond p$	5. $\Diamond p$		6. p	7. p		4. p

La négation de la proposition ($\Diamond\Diamond p \supset \Diamond p$) (1), souligne que l'antécédent est vrai ($\Diamond\Diamond p$) (2) et que le conséquent est faux ($\Diamond p$) (3). S'il est faux qu'il y ait un monde possible où *p* (3), alors *p* est faux dans tous les mondes possibles (4). S'il est vrai qu'il soit possible qu'il soit possible que *p* (2), alors il y a un monde où il est vrai qu'il soit possible que *p* (5), donc il y a un monde possible où nous retrouvons *p* (6). Or, *p* est faux dans tous les mondes possibles (4) dont le monde w2 (7), nous arrivons donc à une contradiction (6 et 7). Tout comme la densité, il est aussi possible de dériver la transitivité par contraposition et substitution pour obtenir une équivalence sous la forme $\Box p \supset \Box\Box p$, où le nécessaire implique qu'il soit nécessaire qu'il soit nécessaire.

1.2.1.7 Symétrie

L'axiome de symétrie, $p \supset \Box\Diamond p$, souligne que lorsqu'il y a un monde possible accessible à partir du monde actuel, le monde actuel est lui-même un monde possible pour le monde possible, c'est-à-dire que *p* implique qu'il est nécessaire qu'il soit possible que *p*. Le monde actuel représente ainsi lui-même un monde possible. Cette relation suppose un regard des mondes alternatifs vers le monde actuel. À partir d'un évènement *p* dans le monde actuel, on peut dire que tous les mondes alternatifs ont accès à un monde où il y a *p*, ce qui signifie que tous les mondes possibles ont accès au monde actuel. La symétrie est ainsi une relation de réciprocité entre deux objets, la relation de *x* à *y* est aussi présente, dans ce cas, de *y* à *x*. Une proximité physique est un exemple de symétrie, si *x* est près de *y*, s'ils sont voisins par exemple, *y* est aussi à proximité de *x*. Tel qu'illustré ci-dessous, le monde possible ouvert à partir du monde actuel renvoie au monde actuel une condition nécessaire. La contradiction se trouve donc dans le monde actuel en fonction de tous les mondes possibles, mais est établie par l'ouverture préalable d'un monde possible. La réflexivité et la symétrie sont les seuls axiomes où la contradiction apparaît dans le monde actuel. La différence avec la symétrie est le passage par un monde alternatif entre le monde actuel et l'ensemble des mondes possibles.

w0		∃w1		∀w	
V	F	V	F	V	F
2. p	1. $p \supset \Box\Diamond p$ 3. $\Box\Diamond p$ 6. p		4. $\Diamond p$		5. p

S'il est faux que (p ⊃ □◊p) (1), alors l'antécédent *p* est vrai (2) et le conséquent (□◊p) est faux (3). S'il est faux qu'il soit nécessaire qu'il soit possible que *p* (3), c'est qu'il y a un monde possible où la possibilité de *p* est fausse (4) et s'il est faux que *p* soit possible, alors *p* est faux dans tous les mondes possibles (5), auquel cas *p* est aussi faux dans le monde actuel (6), si la relation d'accessibilité est permise, et nous arrivons à une contradiction avec l'antécédent affirmé (2) de la première proposition.

1.2.1.8 Euclidianité

L'axiome d'euclidianité, ◊p ⊃ □◊p, indique que s'il est possible que *p*, alors il est nécessaire qu'il soit possible que *p*. Cet axiome découle d'une conjonction de la symétrie et de la transitivité. Un évènement dans un monde alternatif implique que tous les mondes alternatifs aient aussi accès à ce monde, c'est-à-dire que l'évènement est possible du point de vue de chaque monde alternatif au monde actuel. La relation d'accessibilité est similaire à la symétrie, à la différence qu'il s'agit d'un regard des mondes alternatifs vers un monde possible et non vers le monde actuel. C'est pourquoi la transitivité intervient ici, il s'agit d'accessibilité entre différents mondes possibles. Le tableau sémantique ci-dessous illustre la forte ressemblance avec la symétrie, à la différence que le point s'arrivée n'est pas le monde actuel, mais bien un monde possible. En ce sens, la contradiction qui apparaissait pour la symétrie dans le monde actuel sera ici dans un monde possible, tel que pour la transitivité.

w0		∃w1		∃w2		∀w	
V	F	V	F	V	F	V	F
2. ◊p	1. ◊p ⊃ □◊p 3. □◊p	4. p	7. p		5. ◊p		6. p

De la négation de la proposition (◊p ⊃ □◊p) (1), nous pouvons affirmer l'antécédent (◊p) (2) et nier le conséquent (□◊p) (3). S'il est vrai qu'il soit possible que *p* (2), alors il y a un monde possible où *p* (4), et s'il est faux qu'il soit nécessaire qu'il soit possible que p (3), alors il y a un monde possible où la possibilité de p est fausse (5). Dans ce cas, p est faux pour tous les mondes possibles (6). Soulignons ici que rien ne nous permet de penser qu'il s'agisse du même monde possible. Si nous nous autorisons à établir une relation d'accessibilité entre l'ouverture d'une nécessité d'un monde possible à un monde possible précédemment ouvert, nous pouvons déduire la fausseté de p dans le premier monde possible (7) et nous arrivons à une contradiction dans ce monde (w1), à partir d'une condition établie dans un second monde possible (w2).

1.2.2 Systèmes ontiques

1.2.2.1 Systèmes ontiques normaux

À partir des axiomes ci-dessus, nous pouvons composer divers systèmes ontiques (voir *Tableau 1.1*). Un système plus fort comportera un plus grand nombre d'axiomes, c'est-à-dire un nombre important de propriétés contraignantes entre les mondes possibles. Le plus fort des systèmes modaux correspond à une relation d'équivalence (réflexivité, transitivité et symétrie) entre les mondes possibles. Augmenter davantage l'accessibilité ($\Diamond p \supset \Box p$) entre les mondes possibles nous mènerait à un point maximal des systèmes modaux ce qui aurait pour effet l'annulation des modalités, retournant ainsi à une logique classique. C'est pourquoi le système S5[11], en comportant tous les axiomes énumérés précédemment, sera le système le plus fort en logique modale ontique. Nous pouvons l'affaiblir en retirant la symétrie et par le fait même l'euclidianité puisque cette dernière découle de la symétrie et de la transitivité. Un retour sur le monde actuel à partir des mondes possibles n'est plus permis; il s'agit du système S4. L'absence de symétrie et d'euclidianité affaiblit la relation d'accessibilité à un ordre large (réflexif, antisymétrique et transitif). Les mondes possibles ne sont

[11] Numérotés par Lewis et Langford (1932) de S1 à S5 (S1, S2 et S3 étant non normaux).

plus égaux, mais bien hiérarchiques. Soulignons que la présence conjointe de l'axiome de transitivité ($\Diamond\Diamond p \supset \Diamond p$) et de densité ($\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p$) rend futile l'itération des modalités puisque la conjonction d'une implication et d'une contre-implication rend l'antécédent et le conséquent de l'implication équivalents.[12] Le système T (sériel, réflexif et dense), sans la transitivité, aura donc davantage de modalités distinctes. Un ordre de similitude est aussi possible en retirant la transitivité tout en conservant la symétrie, de sorte qu'il soit possible que *a* et *c* soit les voisins de *b*, tout en n'étant pas eux-mêmes voisin. Il s'agit du système B. Puisque la sérialité est une condition nécessaire à la réflexivité, un ensemble de mondes possibles sans sérialité ne sera pas réflexif, c'est le cas pour le système minimal K[13], alors qu'un système peut être sériel tout en n'étant pas réflexif, il s'agit du système D[14]. Notons qu'il n'y a pas de système ontique ayant un ordre strict, c'est-à-dire qui serait irréflexif, asymétrique, mais transitif. Il s'agirait d'un système linéaire. À la différence de l'ordre large, que l'on peut exprimer sous la forme de « plus grand ou égal », l'ordre strict permet simplement un « plus grand que ». Nous pouvons ainsi passer d'un système très fort à un système très faible en retirant des axiomes, ce qui réduit par le fait même la relation d'accessibilité entre les mondes et diminue leurs ressemblances. Nous reprenons, à cet effet, une figure (1.1) proposée par Girle (2003, p. 39) explicitant les liens d'accessibilité entre les mondes possibles.

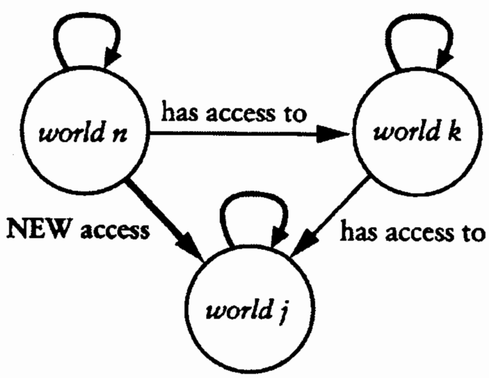


Figure 1.1 Relation d'accessibilité : réflexivité et transitivité (Girle, 2003, p. 39)

Les boucles illustrent un retour sur soi-même et correspondent à la réflexivité. Les flèches représentent la transitivité : le monde *k* sert de pont entre le monde *n* et le monde *j*. Cette figure représente la

---

[12] $(\Diamond\Diamond p \supset \Diamond p)$ & $(\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p) \equiv (\Diamond\Diamond p \equiv \Diamond p)$

[13] kripkéen

[14] Par référence à déontique

relation d'accessibilité du système S4 : réflexif et transitif. Nous pourrions modifier les flèches unidirectionnelles pour des flèches bidirectionnelles, augmentant ainsi les liens d'accessibilité entre les mondes possibles, auquel cas nous aurions représenté le système S5. Nous avons tout de même choisi cette image puisque la bidirectionnalité confondrait ici la transitivité et la symétrie, alors que nous voulions représenter des axiomes individuels. Notons qu'une symétrie seule, sans transitivité, comme nous le retrouvons pour le système B, aurait des relations bidirectionnelles entre le monde *n* et *k*, puis entre le monde *k* et *j*, mais n'aurait pas de relation d'accessibilité entre le monde *n* et le monde *j*. Cette figure illustre la corrélation positive entre l'augmentation syntaxique des axiomes pour un système et la proximité sémantique entre les divers mondes possibles. Les axiomes agissent donc comme contraintes et indiquent une certaine homogénéité. Une question dont nous nous préoccuperons sera le degré d'homogénéité que nous voulons pour un système donné, plus particulièrement pour un système épistémique.

Notons qu'à l'inverse, la diminution des axiomes dans un système augmente le nombre de modalités distinctes. La proximité entre les mondes possibles permet des règles de réduction entre les modalités. La présence conjointe, par exemple, de la densité ($\Box\Box p \supset \Box p$) et de la transitivité ($\Box p \supset \Box\Box p$) permet la règle de réduction : $\Box\Box p \equiv \Box p$. Un système n'ayant pas à la fois la densité et la transitivité aurait davantage de modalités puisque $\Box\Box p$ ne serait pas équivalent à $\Box p$. Les axiomes augmentent ainsi par le fait même les règles de réduction des modalités, un système plus contraignant aura donc peu de modalités distinctes.

Tableau.1.1 Systèmes ontiques normaux : caractéristiques, règle et axiomes ontiques

Caractéristiques	Règle et axiomes ontiques	Systèmes ontiques normaux[15] S5	S4	T	B	D	K
Règle de nécessitation	$\vdash p \Rightarrow\ \vdash \Box p$	√	√	√	√	√	√
Distributivité du nécessaire	$\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$	√	√	√	√	√	√
Sérialité	$\Box p \supset \Diamond p$	√	√	√	√	√	
Réflexivité	$\Box p \supset p$	√	√	√	√		
Densité	$\Box\Box p \supset \Box p$ ou $\Diamond p \supset \Diamond\Diamond p$	√	√	√	√		
Transitivité	$\Box p \supset \Box\Box p$ ou $\Diamond\Diamond p \supset \Diamond p$	√	√				
Symétrie	$p \supset \Box\Diamond p$	√			√		
Euclidianité	$\Diamond p \supset \Box\Diamond p$	√					

1.2.2.2 Systèmes ontiques non normaux

Le système normal minimal K souligne les conditions nécessaires pour un système normal, c'est-à-dire la règle de nécessitation et l'axiome de distributivité du nécessaire. Les systèmes non normaux (ou subnormaux) peuvent, cependant, disposer d'une version affaiblie de la règle de nécessitation, $\vdash$*(pl)*p $\Rightarrow\ \vdash\Box$p, qui restreint *p* a un théorème de la logique classique des propositions (*pl*). La validité d'une proposition dépend ainsi du monde dans lequel elle est formulée, car les systèmes non normaux peuvent comprendre des mondes normaux ainsi que des mondes non normaux où il n'y a pas nécessairement de règles sur les modalités. Il y a donc deux classes de mondes, les normaux (N) et les non normaux ou sub-normaux (S) : ($N \cup S = \Omega$)[16] et

[15] Nous avons choisi de schématiser les systèmes ontiques normaux les plus fréquents, mais nous pouvons, par exemple, augmenter le système K sans intégrer de sérialité, tout comme nous pouvons augmenter le système D sans intégrer de réflexivité : KB, K4, K5 et DB, D4, D5. Nous n'obtenons pas de systèmes KT puisque la réflexivité implique la sérialité.

[16] La réunion entre les systèmes normaux et les systèmes subnormaux équivaut à la classe universelle.

$(N \cap S = \emptyset)$[17] (Girle, 2009, p. 76). Pour les systèmes non normaux, le monde actuel est un monde normal, nous pouvons y traiter des règles sur les modalités, mais les mondes possibles ne sont pas stables. Nous pouvons y traiter les lois sur la logique classique des propositions s'il y a une version faible de la règle de nécessitation, mais il n'y a pas nécessairement de règles sur les modalités. Girle (2009, p. 77) donne l'exemple de deux axiomes pour le système S0.5 (*voir tableau 1.2*), l'un traitable par le système $\Box(p \supset p)$ et l'autre invalide $\Box\Box(p \supset p)$. Nous pouvons compléter cet exemple par des tableaux sémantiques :

w0 (N)		∃w1 (S)	
V	**F**	**V**	**F**
	1. $\Box(p \supset p)$	3. p	2. $(p \supset p)$ 4. p

S'il est faux qu'il soit nécessaire que $(p \supset p)$ (1), alors il existe un monde possible où il est faux que $(p \supset p)$ (2), donc l'antécédent *p* est vrai (3) et le conséquent *p* est faux (4). Nous arrivons ainsi rapidement à une contradiction (3 et 4). Prenons maintenant le second axiome ($\Box\Box(p \supset p)$) :

w0 (N)		∃w1 (S)	
V	**F**	**V**	**F**
	1. $\Box\Box(p \supset p)$		2. $\Box(p \supset p)$

S'il est faux qu'il soit nécessaire qu'il soit nécessaire que $(p \supset p)$ (1), alors il existe un monde possible où il est faux qu'il soit nécessaire que $(p \supset p)$ (2). Comme nous sommes dans le système subnormal S0.5 où la version faible de la règle de nécessitation transfère dans les mondes possibles seulement les règles de la logique classique des propositions, nous ne pouvons pas traiter la modalité du nécessaire dans le monde w1(S) (2), ce qui nous empêche par le fait même de clore le tableau sémantique, c'est-à-dire d'ouvrir un monde à partir d'un monde possible. Plus simplement, aucune formule du type $\Box\Box p$ ne sera valide (Girle, 2009, p. 78) dans le système S0.5. Il est par

[17] L'intersection entre les systèmes normaux et les systèmes subnormaux équivaut à la classe vide.

contre possible d'ajouter des règles pour traiter les modalités dans les mondes possibles, le système S2 permet de traiter le nécessaire et le possible dans les mondes alternatifs, c'est-à-dire d'ouvrir de seconds mondes possibles, et le système S3 ajoute de la transitivité. Soulignons que le système S1 de Lewis (C. I. Lewis et Langford, 1932) apparaît plutôt dans un contexte critique de l'implication et vise à détourner le paradoxe de l'implication matérielle, c'est-à-dire le problème du « faux implique tout ». L'implication matérielle, celle de Philon de Mégare ($p \supset q$), permet à la proposition d'être vraie dès que l'antécédent est faux, ce qui peut donner des résultats étranges tels que s'il est faux que les licornes existent, alors l'implication « Si les licornes existent, alors Montréal est à Paris » est vraie. Lewis proposera ainsi l'implication stricte par l'usage des modalités, où $\Box(p \supset q)$ signifie seulement qu'il est impossible d'avoir à la fois p et $\neg q$. Nous ne nous intéresserons pas ici au paradoxe de l'implication matérielle, ce pourquoi nous nous concentrerons donc davantage sur le système S0.5 de Lemmon (1957) pour cette idée forte que nous ne puissions pas ouvrir de mondes possibles à partir d'un monde alternatif.

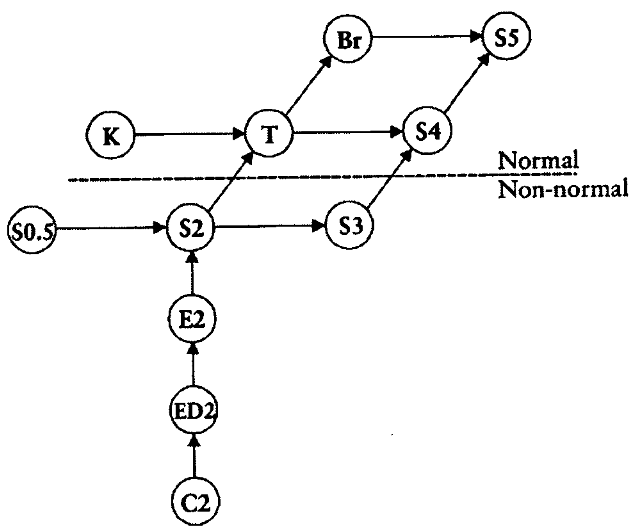


Figure 1.2 Diagramme de Girle (2009, p. 63)

Lemmon propose aussi des systèmes qui n'ont pas la version faible de la règle de nécessitation tels que E2, ED2 et C2. Girle (2009, p. 82) propose un diagramme situant ces différents systèmes modaux (*Figure 1.2*). Nous avons déjà discuté des systèmes normaux, nous voyons que le système S5, où tous les mondes ont accès à tous les mondes (Girle, 2009, p. 39), comprend les systèmes plus faibles, dont le système normal minimal K. Les systèmes non normaux E2, ED2 et C2, sont davantage minimaux puisqu'il n'y a pas de formulation valide sous la forme du nécessaire (Girle, 2009, p. 62). Le système non normal minimal (C2) n'est ni réflexif ni sériel. Nous pouvons ajouter un axiome de sérialité (ED2), puis de réflexivité (E2). Malgré qu'il n'apparaisse pas sur le diagramme de Girle, nous avons aussi un système non normal ayant la règle faible de nécessitation et la règle de distributivité, mais sans autre axiome pour les modalités, il s'agit du système N, aussi appelé *The pure logic of necessitation* (Fitting et al., 1992).

Tableau 1.2 Systèmes ontiques non normaux : caractéristiques, règles et axiomes ontiques

Caractéristiques	Règles et axiomes ontiques	Systèmes ontiques non normaux[18]						
		S0.5	S2	S3	E2	ED2	C2	N
Règle de nécessitation	$\vdash p \Rightarrow \vdash \Box p$							
Faible règle de nécessitation	$\vdash (pl)p \Rightarrow \vdash \Box p$	√	√	√				√
Règle de distributivité	$\vdash \Box(p \supset q) \Rightarrow \vdash(\Box p \supset \Box q)$	√	√	√	√	√	√	√
Règle de transitivité	$\vdash \Box(p \supset q) \Rightarrow \vdash \Box(\Box p \supset \Box q)$		√	√				
Distributivité	$\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$	√	√	√	√	√	√	
Sérialité	$\Box p \supset \Diamond p$	√	√	√	√	√		
Réflexivité	$\Box p \supset p$	√	√	√	√			
Densité	$\Box\Box p \supset \Box p$	√	√	√	√			
Transitivité	$\Box(p \supset q) \supset \Box(\Box p \supset \Box q)$			√				

[18] $S0.9 = S0.5 + \vdash(p \leftrightarrow q) \Rightarrow \vdash(\Box p \leftrightarrow \Box q)$,
$S1 = S0.9 + \vdash(p \leftrightarrow q) \Rightarrow \vdash(r \leftrightarrow s)\ \&\ \Box(p \supset q) \supset (\Box(q \supset r) \supset \Box(p \supset r))$

1.3 Logique modale épistémique

L'absence d'ordre strict en logique modale ontique nous a amené à souligner qu'un tel ordre linéaire serait pertinent avec d'autres types de modalités, avec les modalités temporelles par exemple. Soulignons simplement que certains axiomes qui apparaissent rapidement en logique modale ontique ne sont plus acceptés avec d'autres types de modalités. La réflexivité ($\Box p \supset p$), par exemple, n'est pas envisageable dans un système déontique ($Op \supset p$), où elle soulignerait que d'une obligation (O) découle une action (p). Nous n'avons pas non plus de symétrie dans le système déontique ($p \supset OPp$) où l'obligation de la permission d'une action serait une condition nécessaire pour une action humaine.[19] Nous allons nous concentrer ici sur les modalités épistémiques, c'est-à-dire sur le savoir des agents.

Une logique modale épistémique a pour modalité forte le savoir (Kap), l'agent cognitif *a* sait *p*, et pour modalité faible ce qu'il est possible pour l'agent de savoir (Pap), c'est-à-dire ce dont l'agent ne sait pas la négation ($\neg Ka \neg p$) puisque l'interdéfinissabilité des modalités est conservée. Leurs négations respectives seront ce que l'agent ne sait pas ($\neg Kap$) et ce que l'agent ne peut pas savoir ($\neg Pap$). Notons que les modalités épistémiques prennent la forme d'un foncteur à deux arguments : « l'un nominal qui servira à désigner le sujet, l'autre propositionnel qui désignera l'objet du savoir » (Gardies, 1979, p. 112). Ce qui permet de multiplier les agents et de représenter, par exemple, le fait que l'agent *a* sache que l'agent *b* sait que *p* (KaKbp). Plutôt qu'être vraies ou fausses, comme c'était le cas dans les systèmes ontiques, les propositions sont sues ou insues pour un agent épistémique particulier. Un agent épistémique *a* peut, par exemple, savoir *p* et peut ne pas savoir *q*, c'est-à-dire avoir *p* dans son su et *q* dans son insu. Le su est défini tel que le sujet sait que la proposition est vraie. Gardies (1979, p. 114) va préciser l'insu comme étant soit le fait que l'agent sait que la proposition est

---

[19] Nous référons à l'ouvrage de Prior (1957) pour plus de détails sur les systèmes temporels et von Wright (1951b) pour les systèmes déontiques.

fausse, ou bien le fait que l'agent ignore si elle vraie ou fausse, peu importe si dans les faits *p* est vrai ou faux. Deux autres différences sont à noter pour ce qui est des tableaux sémantiques du côté épistémique. Nous avions noté du côté ontique qu'il suffisait de déplacer les négations dans l'autre colonne d'un même tableau, cela tient encore pour une négation du côté su, mais pas du côté de l'insu. Un agent qui sait « $\neg$p », a dans son insu « p », selon l'interprétation qu'il sait que « p » est faux. Cependant, nous ne pouvons pas passer de l'insu au su. La seconde différence à noter est que nous ouvrons un seul tableau par agent : il n'est donc pas convenu d'ouvrir, par exemple, deux savoirs pour un même agent *a.* (Gardies, 1979, p.113)

1.3.1 Portée cognitive des axiomes épistémiques

Nous avons vu, pour les systèmes ontiques, la portée des axiomes ontiques sur les mondes possibles, nous allons nous intéresser ici à la portée cognitive des axiomes épistémiques pour la logique modale épistémique. Les systèmes ontiques et épistémiques étant très similaires, par souci d'économie, nous éviterons de répéter les démonstrations équivalentes, nous les présenterons plutôt comme une version épistémique des axiomes ontiques démontrés plus tôt.

La règle de nécessitation dans un contexte épistémique, $\vdash$p $\Rightarrow$ $\vdash$Kap, entend que l'agent possède dans son savoir toutes les lois de la logique classique et il le sait; si *p* est une loi logique, alors il est aussi une loi logique que l'agent *a* sait que *p*. Cet axiome intègre dans le savoir de tous les agents l'ensemble des lois du calcul des propositions.

L'axiome de distributivité du nécessaire, Ka(p $\supset$ q) $\supset$ (Kap $\supset$ Kaq), souligne que si un agent *a* sait que *p* implique *q*, alors s'il sait *p*, ce même agent *a* saura *q*. Cet axiome distribue la modalité forte sur les composantes d'une implication, soit son antécédent et son conséquent. Ainsi, pour un agent sachant une implication, le savoir de l'antécédent implique le savoir du conséquent. L'agent qui connaît une règle implicative, à la présence de l'antécédent, applique automatiquement le *modus ponendo ponens*.

L'axiome de sérialité, Kap ⊃ Pap, permet un principe de cohérence du savoir et cela à partir du moment où il existe un savoir possible puisque si un agent *a* sait *p*, alors *p* est connaissable. Si un fait est su d'un agent, alors il est possible pour lui de connaître ce fait. Savoir implique la possibilité logique de connaître. Le savoir de l'agent est ainsi cohérent parce qu'il ne connaît pas la négation des faits qu'il connaît.

L'axiome de réflexivité dans un contexte épistémique, Kap ⊃ p, assure la vérité de la chose sue, puisque l'axiome indique que si l'agent *a* sait *p*, alors il y a *p*. Bien que nous ne connaissions pas tous les faits du monde, auquel cas nous aurions une omniscience factuelle (p ⊃ Kap), si nous savons *p*, c'est que *p* est un fait du monde.

La densité, KaKap ⊃ Kap, semble intuitive lorsqu'inscrite sous la modalité forte du savoir; si un agent sait qu'il sait *p*, alors il sait *p*, puisque le fait de savoir implique la vérité de la chose sue. Notons que l'emploi de modalités faibles souligne que d'une connaissance possible de *p*, l'agent peut savoir qu'il peut connaître *p* (Pap ⊃ PapPap). C'est-à-dire que s'il n'y a rien qui l'empêche de connaître *p*, rien ne l'empêche de savoir qu'il peut connaître *p*.

L'axiome de transitivité devient un axiome d'introspection positive, Kap ⊃ KaKap, dans un contexte épistémique et indique que si l'agent *a* sait *p*, alors ce même agent sait qu'il sait *p*. Cet axiome est parfois nommé « Thèse KK » en référence à l'itération de la modalité du savoir. Sous cette relation d'accessibilité entre les savoirs, l'agent est conscient de tout ce qu'il sait, connaissant ainsi l'ensemble de son savoir.

Il n'y a pas d'axiome de symétrie dans un contexte épistémique puisqu'il s'agirait de dire que pour chaque fait du monde, les agents savent qu'il est logiquement possible pour eux de le connaître (p ⊃ KaPap). Les agents épistémiques sont fortement rationnels, il n'y a pas un accès direct à tous les faits du monde, bien que la possibilité de savoir tous les faits ne soit pas remise en doute.

L'axiome d'introspection négative, ¬Kap ⊃ Ka¬Kap, souligne que si l'agent ne connaît pas *p*, alors il sait qu'il ne connaît pas *p*. Cet axiome n'est pas exactement le penchant épistémique de l'euclidianité puisqu'il ne découle pas de la symétrie. L'agent a accès à ce qu'il ne sait pas, c'est-à-dire que si l'agent ne sait pas *p*, alors il sait qu'il ne sait pas *p*. Hintikka (1962, p. 13) aborde la difficulté de traduction des énoncés déclaratifs tel que « *a* ne sait pas *p* », écrits sous la négation de la modalité forte du savoir « ¬Kap », où deux interprétations sont possibles en fonction de la valeur de *p* : soit *a* ignore *p* indépendamment de la valeur de *p* ou bien *p* est un fait du monde tel que *a* l'ignore. La seconde interprétation pourrait, cependant, être traduite plus explicitement sous la forme « p & ¬Kap », où il y a *p* dans le monde actuel, bien que l'agent *a* l'ignore.

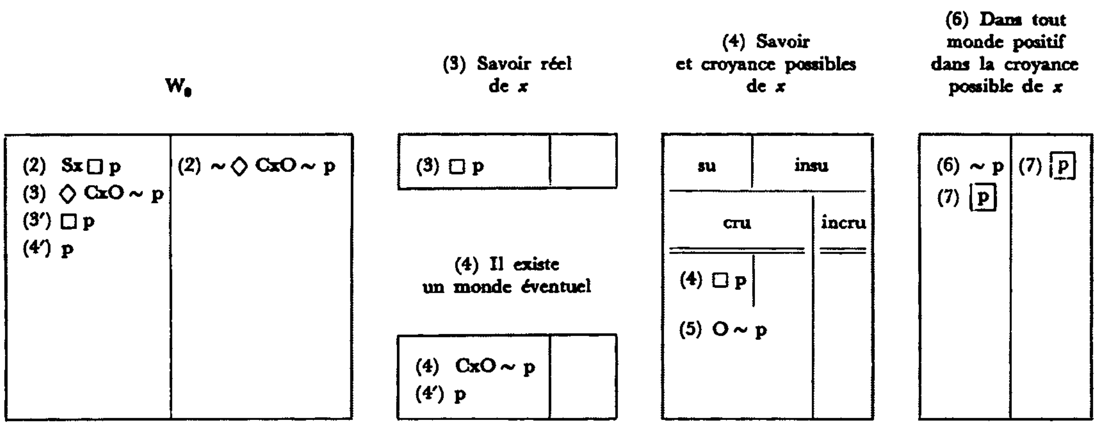
1.3.2 Savoir et croire : modalités épistémiques et doxastiques

Les systèmes doxastiques se distinguent des systèmes épistémiques par l'absence de réflexivité. Les systèmes de croyances ont pour modalité forte la croyance et pour modalité faible la possibilité de croire, c'est-à-dire ce dont l'agent ne croit pas la négation. Il n'y a pas d'axiome de réflexivité dans ce contexte puisque l'agent peut croire une proposition fausse.

Il est possible de joindre ces deux systèmes en ajoutant un axiome, Kap ⊃ Bap, où le savoir implique la croyance. Hintikka (1962, p. 18) précise d'ailleurs que savoir présuppose de croire. Cette jonction de deux systèmes bivalents ouvre un système polyvalent où le su est cru, mais où l'insu peut être cru ou incru, la modalité du savoir étant plus forte que celle de la croyance, l'agent croit nécessairement ce qu'il sait. Le travail de Jean-Louis Gardies, dans *Essai sur la logique des modalités* (1979), vise à composer les divers types de modalités. Il propose ainsi non seulement de joindre les modalités épistémiques et doxastiques, mais aussi les autres types de modalités, ce qui permet de traiter des propositions complexes telles que « Si un sujet sait que quelque chose est nécessaire, il est impossible qu'il la croie interdite » (Gardies, 1979, p. 182).

Afin d'expliciter cette possibilité, Gardies (1979, p. 183) propose ce tableau sémantique où l'énoncé serait formulé ainsi : $Sx\Box p \supset \neg\Diamond CxO\neg p$[20].

Figure 1.3 Tableaux sémantiques : $Sx\Box p \supset \neg\Diamond CxO\neg p$ (Gardies, 1979, p.183)



L'axiome $Kap \supset Bap$, cependant, propose davantage qu'une simple réunion des modalités et nous le voyons bien par la section « (4) Savoir et croyance possibles de *x* » dans le tableau sémantique de Gardies : l'axiome ordonne deux types de systèmes. Nous allons nous concentrer ici sur le système épistémique, notons simplement qu'une

[20] Où S équivaut à notre utilisation du K et C à B.

modification du système épistémique modifiera par le fait même ce système polyvalent.

1.3.3 Système logique épistémique d'Hintikka

Le développement de la logique modale épistémique est habituellement associé à *Knowledge and belief* (Hintikka, 1962). Hintikka souligne pourtant, dans *Reasoning about Knowledge in philosophy : The paradigm of epistemic logic* (Hintikka, 1986, p.32), que cette idée de modalités épistémiques remonte aux travaux de son professeur G. H. von Wrigth en 1951 dans *Essay in Modal Logic* (1951a). Ce dernier a cependant davantage développé les modalités déontiques, c'est-à-dire qu'il a davantage traité l'obligation et la permission des actions humaines et l'ouvrage d'Hintikka reste le premier à se consacrer spécifiquement aux modalités épistémiques.

Hintikka souligne dès la première page de *Reasoning about Knowledge in philosophy : The paradigm of epistemic logic*, que la relation d'accessibilité (*alternativeness relation*) doit être réflexive et transitive dans un contexte épistémique (1986, p. 17). Hintikka établit la réflexivité pour le système épistémique pour distinguer ce système d'un système doxastique assurant ainsi la vérité de la chose sue, ce qui est plus fort qu'une simple croyance vraie. Il exprime d'ailleurs l'absence de réflexivité pour le système doxastique en soulignant qu'il n'y a pas de raison pour que ce qui est cru soit vrai (Hintikka, 1962, p. 48). Hintikka inclut aussi la transitivité au cœur même de la définition des modalités épistémiques. Il souligne qu'un énoncé « Kap » est vrai s'il est vrai que l'agent *a* croit que *p* est le cas, puis il ajoute que l'agent en question doit aussi être en position de défendre cette croyance (1962, p. 22). En ce sens, il semble absurde par définition, selon Hintikka, d'envisager une modalité du savoir sans un axiome d'introspection positive où l'agent sait ce qu'il sait. Si nous retournons au Tableau 1.1, *Systèmes ontiques normaux : caractéristiques, règle et axiomes ontiques*, qui situait différents systèmes ontiques, nous pouvons éliminer les systèmes non réflexifs tels que D et K, mais aussi les systèmes non transitifs tels que B et T. Sous ces restrictions, il nous reste l'équivalent des systèmes ontiques S4 et S5. Comme nous avons vu qu'il n'y a pas d'axiome de symétrie en contexte épistémique, nous devons éliminer le système S5. Le système épistémique d'Hintikka est donc l'équivalent du système ontique S4, c'est-à-dire un ordre large, plus précisément antisymétrique (donc sans euclidianité) transitif, réflexif (donc dense), sériel, distributif et normal, c'est-à-dire ayant la version forte de la règle de nécessitation. Notons qu'Hintikka, comme la majorité des logiciens, se situait dans un contexte normatif des agents épistémiques. Il précisait d'ailleurs ouvertement (Hintikka, 1968), suite à un débat sur la Thèse KK, que l'acceptabilité d'un principe logique ne doit pas être dictée par le langage ordinaire, mais bien par l'efficacité du principe à servir le concept (Girle, 2003, p. 121). Hintikka se détache ainsi d'une interdisciplinarité où des données en psychologie du raisonnement auraient de l'influence sur un système logique.

1.3.4 Systèmes épistémiques alternatifs à partir de Girle

Une approche descriptiviste des agents épistémiques, non seulement entraine une critique de cette idéalisation due à l'approche normative des agents épistémiques, mais permet d'ajouter que nous ne sommes pas contraint-es à choisir un tel système (Girle, 2009, Chapitre 12). Tout comme en contexte ontique où différents systèmes s'offraient à nous en fonction des axiomes sélectionnés, nous pourrions sélectionner différents axiomes en contexte épistémique et même retirer la règle de nécessitation pour des versions affaiblies telle que S0.5 ou N. Girle propose même de la retirer entièrement par l'équivalent épistémique du système E2.

Pour parvenir à cette proposition, Girle fait une distinction entre trois types d'omniscience que nous appliquerons pour la suite et qui permet de distinguer plusieurs difficultés dans le système d'Hintikka : l'omniscience logique, l'omniscience déductive et l'omniscience factuelle. Soulignons rapidement que l'omniscience factuelle ($p \supset Kap$), qui indique que le savoir d'un agent épistémique d'un fait *p* est une condition nécessaire pour que ce fait soit vrai, ne serait applicable qu'à un agent épistémique qui aurait un savoir absolu de tous les faits. Cette caractéristique n'intervient pas dans le modèle d'Hintikka. L'omniscience déductive, quant à elle, est présente dans le système d'Hintikka par l'axiome de distributivité du nécessaire et consiste à ce que l'agent épistémique connaisse toutes les conséquences des propositions qu'il connaît. Puis, nous avons l'omniscience logique dont Girle distingue une version forte et une version faible, la première correspondant à la règle de nécessitation telle que nous la retrouvons dans tous les systèmes normaux, alors que la version faible de la règle de nécessitation dans certains systèmes non normaux correspond à une omniscience logique faible. L'omniscience logique forte consiste à ce que l'agent épistémique connaisse non seulement les tautologies, mais aussi à ce qu'il sache qu'il s'agit de tautologies. Alors que l'omniscience logique faible consiste à ce que l'agent épistémique connaisse la tautologie, mais sans nécessairement savoir qu'il s'agit d'une tautologie.

L'innovation de son ouvrage, *Modal Logics and Philosoph*y (Girle, 2009), est d'ouvrir ainsi des alternatives au système modal épistémique d'Hintikka et ces alternatives s'appuient sur la diversité des systèmes ontiques dont nous avons discuté ci-dessus. Nous proposons d'analyser plus en détail les axiomes épistémiques dans le contexte de la cognition humaine (Chapitre II) afin de développer concrètement cette possibilité d'un système épistémique alternatif (Chapitre III).

CHAPITRE II

ANALYSE DES AXIOMES ÉPISTÉMIQUES DU POINT DE VUE DE LA COGNITION HUMAINE

Le premier chapitre situait, au niveau formel, la logique modale épistémique en parallèle avec les systèmes ontiques sur lesquels elle se fonde. Ce deuxième chapitre, comme l'indique son titre, vise une analyse de ces axiomes épistémiques du point de vue de la cognition humaine. Nous délaisserons alors le côté formel pour discuter des propriétés de la connaissance sous-jacentes aux axiomes épistémiques. En effet, ces axiomes, lorsque sélectionnés dans un cadre épistémique, entrainent un engagement relativement au traitement cognitif des agents épistémiques. Nous allons explorer chacun de ces axiomes et les différents problèmes qu'ils impliquent. Ce chapitre sera mu par l'objectif du troisième chapitre, qui consistera à cataloguer différents systèmes formels en fonction des différents états épistémiques que nous souhaitons modéliser. Comme les systèmes épistémiques sont basés sur des systèmes ontiques déjà existants qui ne possèdent pas les mêmes enjeux, nous optons pour une approche axiomatique. Ainsi, de nouvelles combinaisons, c'est-à-dire de nouveaux systèmes, peuvent émerger. Nous discuterons de l'omniscience logique lorsqu'il sera question de la règle de nécessitation, de l'omniscience déductive pour l'axiome de distributivité du nécessaire, de l'introspection positive pour l'axiome de transitivité ainsi que de l'introspection négative pour l'euclidianité. Nous discuterons aussi des axiomes moins sujets au débat épistémologique que sont la réflexivité et la sérialité associées respectivement à l'actualité du su et à la cohérence du savoir.

Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature pour résoudre certains problèmes épistémologiques que nous soulèverons. Ce travail aurait pu consister en une cartographie de ces nombreuses approches proposées. Or, mis à part le fait que nous disposons d'espace limité, notre objectif diverge puisque ces approches contournent certaines difficultés des systèmes épistémiques en ajoutant plutôt divers éléments aux systèmes. L'approche souvent citée de Levesque (1984), par exemple, permet de distinguer à l'intérieur d'un système trop rigide des croyances explicites (les croyances que possèdent directement les agents) et des croyances implicites (les croyances déductibles à partir des croyances explicites) (Sim, 1997, p. 62). Bien que pertinentes, les approches habituelles contraignent les systèmes épistémiques à des systèmes classiques très forts tels que S5 ou S4. Nous voyons alors en quoi notre approche se différencie : nous optons pour une approche axiomatique afin de proposer plutôt une alternative syntaxique aux systèmes épistémiques classiques (S4 et S5) qui sera fondée sur les sciences cognitives. Notons que ces approches ne sont pas incompatibles avec nos démarches, nous pourrions greffer ces propositions aux systèmes plus faibles que nous proposerons.

Nous allons maintenant étudier les six problèmes épistémologiques soulevés pour la logique épistémique classique : l'omniscience logique, l'omniscience déductive, l'introspection positive, l'actualité du su, la cohérence du savoir ainsi que l'introspection négative.

2.1 La règle de nécessitation et l'omniscience logique

La règle de nécessitation entraine, comme propriété de la connaissance, l'omniscience logique. En effet, la règle de nécessitation indique que si un énoncé est une loi logique, alors un agent sait cette loi logique. Or, les sciences cognitives nous indiquent que les agents sont loin d'appliquer et de connaître l'ensemble des lois logiques, ce qui marque une importante distance entre les agents formels et les agents épistémiques réels. Rappelons que deux versions de la règle de nécessitation sont disponibles, soit une version forte ($\vdash p \Rightarrow \vdash \Box p$), si *p* est une loi logique, alors *p* est nécessaire, et une version faible ($\vdash$*(pl)*p $\Rightarrow$ $\vdash\Box$p), si *p* est une loi de la logique classique des propositions, alors *p* est nécessaire. Ces deux versions correspondent à l'omniscience logique que nous distinguerons tout de même par une omniscience logique forte ($\vdash$p $\Rightarrow$ $\vdash$Kap) et une omniscience logique faible ($\vdash$*(pl)*p $\Rightarrow$ $\vdash$Kap) (Girle, 2009, p.186). La première, l'omniscience logique forte, ajoute une modalité forte du savoir à l'ensemble des tautologies, y compris les tautologies modales. La seconde, plus faible, cible seulement les tautologies de la logique classique des propositions. Nous allons voir dans cette section que certain-es logicien-nes, dont Hintikka, valorisent sous une approche normative la présence de cette règle et par le fait même celle de l'omniscience logique forte. Au carrefour du normatif et du descriptif, Gardies proposera plutôt de nuancer cette propriété de la connaissance jugée trop contraignante. Nous verrons que les propositions de Gardies correspondent, du côté de la psychologie du raisonnement, à la théorie de la logique mentale qui a, par ailleurs, fait objet de plusieurs critiques. Enfin, nous aborderons l'approche descriptive que propose Girle ainsi que les risques d'un retrait total de la règle de nécessitation.

Il y a un sens intuitif pour la logique modale ontique à transférer les lois de la logique classique des propositions aux mondes possibles que nous ouvrons. Cela est en corrélation avec la dimension métaphysique sous-jacente à la formalisation de la logique modale ontique. Rappelons Aristote qui distinguait les attributs essentiels (substance) des attributs accidentels (quantité, qualité, relation, etc.) (Aristote, *Méta.*, IV). Kripke (1980) conserve cette vision essentialiste, mais seulement pour les relations entre les noms propres et les objets auxquels ils réfèrent par l'usage des désignateurs rigides : les mondes possibles sont des variations de propriétés non nécessaires, donc accidentelles, du monde actuel à propos des mêmes objets. Notons que la théorie kripkéenne des désignateurs rigides s'oppose spécifiquement à la théorie descriptiviste de la référence où le référent doit satisfaire la description. Plutôt que de restreindre une identité à une liste de descriptions qui ne permet pas d'ouvrir des mondes possibles, la théorie des désignateurs rigides propose une relation essentielle entre un nom propre et un objet. Nous pouvons alors imaginer des propriétés variables à propos de l'objet en question, ce qui donne ainsi lieu à des mondes possibles distincts. Dans ce contexte, la désignation se produit en harponnant l'objet, par un baptême initial ou par l'entremise d'une description fixant temporairement la référence, et persiste au sein de la communauté par l'entremise de chaînes de transmission causale de la référence (Kripke, 1980). Ce qui permet, contrairement à la théorie descriptiviste de la référence, de référer à l'objet sans pour autant en connaître le sens entier, donc de désigner le même objet/sujet indépendamment des mondes possibles dans lesquels il se trouve. En ce sens, le nom propre est un désignateur rigide et la référence harponnée persiste, identique à elle-même, à travers tous les mondes possibles. La règle de nécessitation, qui permet des systèmes normaux ou kripkéens, correspond à ce glissement des tautologies du monde actuel, c'est-à-dire ce qui n'a pas de contrefactuel, vers des mondes possibles. Autrement dit, toutes les lois de la logique du monde actuel valent pour tous les mondes possibles. Lorsqu'appliquée aux systèmes épistémiques, cependant, la règle de nécessitation nous commet à la thèse de l'omniscience logique : les tautologies ne sont pas transférées dans des mondes possibles ontiques, mais bien dans des savoirs possibles d'un agent. Les agents de ce système connaissent alors l'ensemble des tautologies, c'est-à-dire celles de la logique des propositions si nous sommes dans une logique modale propositionnelle et celles de la logique des prédicats si nous sommes dans une logique modale prédicative. Dans ce contexte non seulement les agents savent les tautologies, mais comme savoir une tautologie est elle-même une tautologie, alors ils savent qu'ils savent les tautologies.

Ainsi, selon la règle de nécessitation, toutes les lois de la logique sont sues par tous les agents. Bien qu'un seul contre-exemple suffit pour falsifier une règle aussi forte, cette règle persiste pour les modèles épistémiques puisque son retrait semble avoir pour conséquence de ne présupposer aucune rationalité logique pour ces agents. C'est pourquoi les thèses épistémologiques se sont vues dans l'obligation d'établir un

« minimum de bon sens » (Gardies, 1979, p. 125) pour les agents et cela se manifeste par la défense de cette règle dans un contexte épistémique. Il est peu concevable que les agents épistémiques réels aient automatiquement toutes les lois de la logique classique des propositions dans leur savoir. Il semble, cependant, tout aussi nécessaire d'attribuer un « minimum de bon sens » aux agents épistémiques afin de permettre un traitement minimal des propositions sues. C'est ainsi qu'apparaît la complexité du maintien (ou du rejet) de la règle de nécessitation en contexte épistémique.

2.1.1 Accepter la règle de nécessitation : le point de vue d'Hintikka

Une première possibilité consiste à accepter tout de même la règle de nécessitation et c'est ce que propose Hintikka. Il souligne dans son ouvrage que « la logique ne nous dit pas quoi tirer, mais ce que l'on peut tirer de la plus vive pensée possible » (Hintikka, 1962). Il donne ensuite l'exemple juridique où l'on doit présumer qu'une personne connaît les conséquences de ses actes. Dans ce contexte, il n'est pas question du savoir réel d'une personne spécifique, mais bien de la possibilité pour une personne raisonnable de savoir la conséquence de son action (Hintikka, 1962, p.37). En 1964, Castañeda critique ouvertement la rigidité du système que propose Hintikka en soulignant que ce dernier a formalisé des sens de « savoir » et de « croire » trop forts pour lesquels il n'y a probablement pas d'instances humaines (Castañeda, 1964 dans Gillet et Gochet, 1993, p. 151). Hintikka répliquera que cette distinction entre un concept idéaliste et un concept réaliste ne relève pas tant de la logique que de la psychologie (Hintikka, 1970 dans Gillet et Gochet, 1993, p. 151). D'autres commentaires de logicien-nes appuient la position d'Hintikka, c'est-à-dire qu'à la critique de la présence d'omniscience logique dans ces systèmes, ils et elles répondent qu'il s'agit d'agents idéaux. Dans un article plus récent, *Idealization, epistemic logic, and epistemology* (2014), Audrey Yap admet que les agents formels ont des capacités que les agents réels, c'est-à-dire les êtres humains, n'ont pas. Elle reviendra tout de même sur les critiques qui sont formulées à propos des modèles épistémiques en précisant qu'il s'agit d'idéalisation et non d'une approche normative qui dicterait comment les agents « doivent » se comporter. Cet article vise à désamorcer les critiques qui soulignent que la logique épistémique est irréaliste. Le fil argumentatif de son article consiste en un parallèle entre ce modèle formel et certains modèles scientifiques idéalisés en soulignant leurs utilités. Elle fait référence au modèle de prédiction du mouvement d'un objet sur un plan incliné de Galilée (*frictionless plane*) qui a été très utile bien qu'il n'ait pas tenu compte de la friction, donc de tous les aspects de la réalité. Si nous revenons au modèle formel, Yap invoque l'utilité d'un modèle formel idéaliste, comportant divers types d'omnisciences, pour l'analyse de la connaissance du monde réel.

Notons que la règle de nécessitation s'avère très utile pour le formalisme. Elle permet de traiter davantage d'information dans le savoir d'un agent et nous permet de prendre des décisions par réduction à l'absurde. Elle autorise, par exemple, le *modus tollendo tollens* $(((p \supset q) \& \neg q) \supset \neg p)$, mais plus simplement, la réduction à l'absurde dans les mondes alternatifs en établissant comme nécessaire la loi de non-contradiction $(\neg(p \& \neg p))$. Nous renvoyons ici à la section 1.2.1 *Portée des axiomes ontiques sur les mondes possibles* pour la technique de décision par réduction à l'absurde. Une alternative serait de rejeter la règle de nécessitation et d'intégrer un axiome de non-contradiction dans les savoirs des agents. Encore ici, nous serions limité-es. Certain-es logicien-nes dont Gardies et Girle, à la différence d'Hintikka pour qui l'agent idéal convient, proposent plutôt de nuancer la règle pour arriver à un juste milieu entre un agent idéal et un agent irrationnel. Nous passons alors des approches normatives aux approches plus descriptives. Nous disons « plus descriptives », car nous verrons que les propositions conservent d'importantes composantes normatives.

2.1.2 Un « minimum de bon sens » : le point de vue de Gardies

> La difficulté propre d'une logique épistémique tient à ce que le savoir ordinaire, celui que nous rencontrons dans notre expérience de la condition humaine, est à égale distance de l'irrationalité comme de la rationalité totale, sans qu'il soit possible de déterminer un niveau censé caractéristique de l'homme. (Gardies, 1979, p. 124)

Gardies, à travers *Essai sur la logique des modalités* (1979), entend bien que la règle de nécessitation ne convient pas au contexte épistémique. Il soulève tout de même un malaise à la retirer, puisqu'il nous faut conserver un « minimum de bon sens » pour les agents épistémiques. Il discutera alors des règles et tautologies qui seraient, selon lui, indispensables à la rationalité humaine et soulignera que nous devons tout de suite exclure une connaissance intégrale du calcul des propositions (Gardies, 1979, p. 124). Afin de nous éclairer sur ce que nous devons inclure et sur ce que nous devons exclure, il distinguera des « tautologies élémentaires » telles que le tiers exclu (Ka(p v ¬p)) en soulignant qu'elles sont « inscrit[es] dans l'avoir de la raison humaine » (Gardies, 1979, p. 124). En complément, on rejetterait des tautologies « tenues pour moins intuitives du fait de leur longueur, du nombre de leurs variables ou simplement d'une moindre familiarité à la conscience dont la cause plus moins ou moins nous échappe » (Gardies, 1979, p. 125).

Une difficulté technique persiste cependant quant à la sélection de tautologies élémentaires. Prenons l'exemple du tiers exclu que donne Gardies (1979, p.125) où nous aurions alors un axiome tel que Ka(p v ¬p), dont voici le tableau sémantique :

w0		∃Ka	
V	F	Su	Insu
	1. Ka(p v ¬p)		2. p v ¬p 3. p 4. ¬p

S'il est faux que l'agent sait le tiers exclu (1), alors le tiers exclu est insu pour cet agent (2), c'est-à-dire que *p* et ¬*p* sont insus (3 et 4). Pour arriver à une contradiction, et compléter cette démonstration par l'absurde, nous devrions retirer la négation de $\neg p$ de l'insu (4) pour obtenir p dans le su. Or, rien ne nous permet de passer de l'ignorance de $\neg p$ à un quelconque savoir, en l'occurrence le savoir de p. Nous renvoyons à la section 1.3 *Logique modale épistémique* pour les détails techniques. Il ne peut donc pas s'agir d'un axiome démontrable au même titre que les autres axiomes puisque la démonstration obligerait à déduire un savoir de l'insu de l'agent pour arriver à une contradiction. Gardies proposera alors d'établir directement dans le su des agents une liste de règles et de tautologies élémentaires sues (0), ce qui donne lieu au tableau suivant.

w0		**∃Ka**	
V	**F**	**Su**	**Insu**
	1. $Ka(p \vee \neg p)$	0. Liste de règles et de tautologies élémentaires. (Ex : $p \vee \neg p$)	2. $p \vee \neg p$

Cet ajout entraine maintenant une contradiction entre les tautologies sues pour tous les agents (0) et le tiers exclu insu pour cet agent (2). Notons que Gardies s'intéresse ici à une stratégie formelle pour affaiblir l'omniscience logique forte, il n'ira pas jusqu'à expliciter précisément quelles règles nous devrions conserver ou rejeter. Il se prononce seulement, à titre d'exemple, sur le tiers exclu.

Insérer une liste de règles et de tautologies élémentaires dans le savoir des agents (0) soulève, cependant, un second problème quant à l'interprétation du « su » d'un agent épistémique. À ce stade-ci, soulignons que l'interprétation de Gardies n'est pas explicite et semble par moment confuse. Il souligne que de glisser directement les règles de la raison humaine dans le su (0) entraine une connaissance thématique de ces mêmes règles (KaKa0). Concédant qu'il n'en est pas toujours ainsi, il proposera de permettre le traitement de certaines règles dans le su des agents épistémiques, mais sans les inscrire afin d'éviter l'implication d'une conscience automatique desdites règles. L'agent peut donc connaître certaines règles élémentaires, qu'elles soient connues thématiquement ou non pour autant qu'il les applique, car « c'est une chose de connaître une loi (tautologie), mais c'est autre chose de savoir l'appliquer » (Gardies, 1979, p. 126). Par « connue thématiquement », il entend avoir conscience de la règle. Il souligne ainsi qu'une personne peut ignorer au niveau thématique une tautologie telle que « $((p \,\&\, (p \supset q)) \supset q)$ », mais peut tout de même appliquer la règle « Si « a » et « a ⊃ b », alors « b » » (Gardies, 1979, p. 128). Cela nous permet d'augmenter les possibilités de contradiction en disant que nous ne sommes pas obligés de parler directement de lois ou de tautologies dans le savoir d'un agent, l'application de règles suffit. Pour l'exemple du tiers exclu ci-dessus, nous pourrions dire que l'agent applique la règle : Si « a », alors non « non a ».

w0		∃Ka	
V	F	Su	Insu
		0. Règles permises, mais non sues. (Ex : Si « a », alors non « non a »)	

La confusion que nous soulevons est l'interprétation du su des agents épistémiques en tant que savoir introspectif. Nous savons que l'introspection positive n'est pas déterminée par la colonne « su » elle-même, mais bien par l'axiome de transitivité tel qu'expliqué au premier chapitre (section 1.3.1 *Portée cognitive des axiomes épistémiques*). Or, Gardies entend qu'inscrire une règle sous cette colonne impliquerait une connaissance thématique de sorte que le su serait automatiquement défini comme introspectif. Notons que cette difficulté n'apparaissait pas au niveau ontique puisque nous avions le nécessaire en tant qu'opérateur (plutôt que le savoir) et le vrai pour la sémantique (plutôt que le su). Dans le contexte épistémique, il semble y avoir confusion entre l'opérateur du savoir (Kap) et le « su » sémantique. Nous allons y revenir dans le cadre de cet axiome (section 2.3 *La transitivité et l'introspection positive*). Pour revenir au traitement de la règle de nécessitation, Gardies s'oppose à l'omniscience logique en soulignant que les agents réels ne savent pas l'ensemble des lois de la logique classique des propositions. Il propose alors de restreindre la rationalité des agents à des tautologies élémentaires, c'est-à-dire à ce qu'il désignera comme étant un « minimum de bon sens » pour le traitement rationnel. Il proposera ensuite une connaissance non thématique de ces tautologies en soulignant qu'un agent peut appliquer une règle sans la connaître thématiquement, et cela en ne les inscrivant pas directement dans la colonne du « su ». Cette distinction d'une connaissance thématique et non thématique préfigure ce que d'autres logicien-nes, comme Girle, ont appelé « l'omniscience logique forte » et « l'omniscience logique faible » (Girle, 2009, p.183). En effet, l'omniscience logique faible se distingue de l'omniscience logique forte en ajoutant une modalité du savoir seulement aux lois de la logique classique des propositions, évitant ainsi d'appliquer la modalité du savoir en plus aux tautologies modales. Les tautologies de la logique classique des propositions sont alors sues, mais ce savoir n'est pas lui-même su, évitant ainsi ce que Gardies désigne par une « connaissance thématique ».

2.1.2.1 Cadre théorique sous-jacent : la logique mentale

Nous avons vu l'argumentaire formel de Gardies, nous allons maintenant nous intéresser à son aspect cognitif. Ce détour par l'intermédiaire des sciences cognitives ou de la psychologie du raisonnement vise à évaluer l'appariement théorique et empirique de la littérature formelle et psychologique afin de modifier les systèmes en fonction des agents épistémiques réels.

Nous avons souligné précédemment que le développement des sciences cognitives critique une tendance à surévaluer la rationalité des raisonneurs. Nous pouvons penser aux approches de type piagétien pour lesquelles le raisonnement est acquis lors du développement individuel par le passage du stade sensori-moteur jusqu'au stade des opérations abstraites qui permet de manier des objets abstraits comme la logique (Piaget et Inhelder, 1998). Les adultes ayant un développement cognitif plus avancé que les enfants, ils seraient alors plus compétents que ces derniers pour les tâches rationnelles. Or, de nombreux et nombreuses psychologues du raisonnement ont récolté des données empiriques illustrant des échecs répandus chez les adultes et des succès inattendus chez les enfants. Ce principe de simple acquisition développementale a alors dû être pensé autrement que selon le modèle piagétien. La première théorie développée dans ce contexte expérimental est la théorie de la logique mentale. Il s'agit d'une approche syntaxique. Plutôt que d'acquérir la capacité de raisonnement, la théorie de la logique mentale propose que nous ayons un bagage de règles formelles valides en nous (Braine et O'Brien, 1991). Un bon raisonnement consiste alors en une bonne application de ces règles. Les expérimentations ciblaient particulièrement le raisonnement conditionnel et illustraient une nette démarcation entre un haut taux de réussite pour les *modus ponendo ponens* et d'importantes erreurs de raisonnement pour les *modus tollendo tollens*, le sophisme de la négation de l'antécédent et le sophisme de l'affirmation du conséquent (Rossi et Van der Henst, 2007, p.49). Découper la capacité de raisonnement en règles formelles présentes ou absentes donne un modèle explicatif pour ces résultats.

Nous référons ici à l'exemple classique de la tâche de sélection de Wason (Wason, 1968 dans Rossi et Van der Henst, 2007, p. 44). Cette tâche permet d'évaluer la performance des raisonneurs lorsqu'il s'agit de traiter des propositions conditionnelles. L'agent fait face à quatre cartes (A, D, 4 et 7), sur lesquelles se trouve, au recto, une lettre et, au verso, un chiffre, et la règle suivante : « S'il y a un A sur une face, alors il y a un 4 sur l'autre face. » L'agent doit alors sélectionner les cartes à retourner pour vérifier la règle qui équivaut à la forme implicative $A \supset 4$. Voici un bref rappel des raisonnements corrects et des sophismes à éviter pour ce contexte :

- *Modus ponendo ponens* : S'il y a un A, alors il doit y avoir un 4. (*vérifier A*)
- *Modus tollendo tollens* : S'il n'y a pas de 4, alors il ne doit pas y avoir de A. (*vérifier 7*)

- Sophisme de l'affirmation du conséquent : S'il y a un 4, alors il doit y avoir un A. (*vérifier 4*)
- Sophisme de la négation de l'antécédent : S'il n'y a pas de A, alors il ne doit pas y avoir de 4. (*vérifier D*)

Un parfait raisonneur devrait ainsi appliquer le *modus ponendo ponens* et le *modus tollendo tollens*, c'est-à-dire retourner les cartes A et 7, et éviter les sophismes de l'affirmation du conséquent et de la négation de l'antécédent en ne retournant pas les cartes restantes (D et 4). Bien que les agents appliquent correctement le *modus ponendo ponens*, les données illustrent qu'ils réussissent moins bien le *modus tollendo tollens* et n'évitent pas les sophismes. Les agents, selon la théorie de la logique mentale, auraient alors une règle pour traiter les *modus ponendo ponens*, mais pas pour traiter les *modus tollendo tollens* ou pour éviter les sophismes. Dans ce cadre syntaxique, les erreurs de raisonnement peuvent être expliquées soit par l'absence d'une règle dans notre logique mentale, soit par l'absence de reconnaissance de la règle en question due à des raisonnements trop longs, soit par à une mauvaise application de la règle (Rossi et Van der Henst, 2007, p.51). Cette sélection de règles qui feraient partie de notre logique mentale serait un sous ensemble des règles de la logique classique, nous aurions par exemple de la difficulté, selon ce cadre théorique, à apprendre une logique non classique telle que la logique polyvalente où le tiers exclu est absent. Braine (1978), un des fondateurs de la théorie de la logique mentale, identifie, par exemple, le tiers exclu comme étant une des règles de notre logique mentale, ce qui rejoint directement les propos de Gardies où il souligne que le tiers exclu ferait partie de l'« avoir de la raison humaine ». Bien que Gardies ne référera jamais à la théorie de la logique mentale, ce modèle rejoint les descriptions qu'il donne des tautologies élémentaires présentes dans l'« avoir de la raison humaine » et des tautologies non élémentaires, autrement dit des tautologies trop longues ou moins familières à la conscience. Ainsi, ce modèle très rationaliste permet tout de même d'intégrer les erreurs de raisonnement que l'on retrouve systématiquement chez les adultes, plus précisément chez la population ayant normalement atteint le stade des opérations formelles du modèle piagétien.

2.1.2.2 Critique de la logique mentale

Gardies demeure abstrait sur lesdites tautologies élémentaires mentionnées ci-dessus et il n'est pas aisé d'en dresser la liste avec une description aussi peu détaillée. À partir de combien d'opérations, par exemple, une tautologie serait-elle trop longue ? Ce processus de sélection n'est pas suffisamment défini sous le modèle de Gardies, tout comme l'innéisme de la théorie de la logique mentale est une thèse forte non démontrée. Aucune de ces deux approches ne donne ainsi de base solide pour déterminer quelles sont ces règles de l'« avoir de la raison humaine ». Ce cadre théorique entraine aussi son lot de problèmes, la dimension exclusivement syntaxique ne tient pas compte de réalités sémantiques telles que les biais de croyance où un agent a tendance à conclure davantage en corrélation avec ses croyances, que le raisonnement soit valide ou invalide. Autrement dit, les conclusions en corrélation avec les croyances d'un agent sont plus acceptées peu importe leur validité logique (Wilkins, 1928 dans Rossi et Van der Henst, 2007, p. 62). Des approches plus sémantiques ont ainsi émergé soulignant que le raisonnement ne se réduit pas à une application de règles. Les agents font des liens entre les symboles et ce que ces symboles représentent. Dans le cadre théorique des modèles mentaux (Johnson-Laird et Byrne, 2002), les agents procèdent dans leurs raisonnements par une quête d'information plutôt que par des conclusions valides. L'agent va alors construire des schémas à partir des informations et sa performance variera en fonction de la complexité du schéma construit. Un agent ayant une meilleure mémoire de travail sera alors plus performant, c'est-à-dire qu'il pourra construire une liste plus complète des modèles possibles de la situation. Cette théorie établit alors le raisonnement en tant que configurations de différents modèles du contenu sémantique par l'agent et cela à partir des prémisses. En ce sens, les agents ne dépensent pas d'énergie cognitive à se représenter ce qui est faux (Rossi et Van der Henst, 2007, p. 51). Si nous reprenons l'exemple de la règle de forme implicative, s'il y a un A d'un côté, alors il y un 4 de l'autre côté ($A \supset 4$), les agents auront un premier modèle, celui qui est le plus intuitif et qui équivaut au *modus ponendo ponens* : il y a un A et il a un 4. Ils peuvent ensuite construire un second modèle correspondant à l'absence de l'antécédent (A) et du conséquent (4) : ce modèle correspond au *modus tollendo tollens*. Un dernier modèle possible, c'est-à-dire la dernière possibilité vraie de cette implication consiste à avoir le conséquent (4) tout en ayant pas l'antécédent (A). Nous voyons sous cette théorie que le *modus ponendo ponens* (premier modèle), raisonnement où les agents réels performent le mieux, est vite schématisé, suivi du *modus tollendo tollens* (deuxième modèle). Nous voyons aussi que les sophismes présents lors de la tâche, c'est-à-dire le sophisme de l'affirmation du conséquent (s'il n'y a pas de 4, alors il n'y a pas de A) et le sophisme de la négation de l'antécédent (s'il n'y a pas de A, alors il n'y a pas de 4), renvoient au troisième modèle où il y a le conséquent sans la présence de l'antécédent. La théorie des modèles mentaux explique ainsi les résultats obtenus par la tâche de sélection de Wason. Ces agents sont moins idéalisés : les adultes font des erreurs de raisonnement et nous n'avons pas de règles inébranlables automatiquement en chacun de nous. Cet ajout sémantique ne rend pas compte, cependant, des importantes variations présentes chez un même agent en fonction de différents contextes.

Ces approches syntaxiques et sémantiques, que sont la logique mentale et les modèles mentaux, offrent un modèle pour les résultats de la tâche de sélection de Wason comme nous l'avons vu ci-dessus. Cependant, cette même tâche a été reproduite en délaissant le contexte abstrait pour un contexte de prix et de privilèges avec l'expérience du barman (Griggs et Cox, 1982 dans Rossi et Van der Henst, 2007, p.45). Dans ce nouveau contexte, la règle devient « Si une personne boit de l'alcool, alors elle doit avoir au moins 18 ans » et il s'agit de vérifier des breuvages consommés ou l'âge des consommateurs. Cette version déontique a pour effet de réduire grandement les erreurs logiques, le taux de réussite passant de moins de 15% à plus de 60% (Rossi et Van der Henst, 2007, p. 227), ce que les modèles syntaxiques de la logique mentale et les modèles sémantiques des modèles mentaux ne peuvent pas expliquer. En effet, lors de la version abstraite de la tâche de sélection, la présence importante de sophismes chez les raisonneurs s'explique, dans le cadre théorique de la logique mentale, par l'absence de règles mentales qui permettraient de les éviter. Or, lors du contexte déontique, encore selon la théorie de la logique mentale, la bonne performance lors de la tâche devrait s'expliquer par la présence, chez le raisonneur, de règles mentales permettant le *modus ponendo ponens*, le *modus tollendo tollens* et l'évitement des sophismes. Nous arrivons donc à une contradiction entre les modèles explicatifs de la version abstraite et de la version déontique de la tâche. Quant à la théorie des modèles mentaux, l'intégration de la sémantique permettant de traiter les cas vrais n'explique pas non plus cette importante divergence. Autrement dit, il n'y a pas d'outil permettant de distinguer les contextes lors de la construction de schéma du côté des modèles mentaux. Cette théorie n'explique alors pas la plus grande facilité à tirer une conclusion valide en contexte déontique.

Il faudra alors attendre une approche évolutionniste pour obtenir un modèle explicatif de cet effet de contenu par l'entremise d'un module de détection des tricheurs (Cosmides, 1989 dans Rossi et Van der Henst, 2007, p. 234). Selon cette approche, les agents auraient un module spécifique au traitement des situations de prix et de privilèges permettant ainsi de détecter les tricheurs, c'est-à-dire ceux qui bénéficient d'un privilège sans en payer le prix. En complément, nous aurions un module plus descriptif et rapide, alors moins exhaustif, et qui ne vise pas à assurer l'équité des échanges sociaux. Pour revenir à l'expérience du barman, un tricheur serait une personne qui contournerait la règle et consommerait un breuvage alcoolisé alors qu'il n'aurait pas l'âge légal. Autrement dit, « Si un individu reçoit un bénéfice, il doit payer le prix » (Rossi et Van der Henst, 2007, p.47). Le module de détection du tricheur intègre alors l'importance du contenu en soulignant que nous avons un module spécialisé pour ce type de traitement, c'est-à-dire un module pour traiter l'information normative en contexte social et dresser ainsi un portrait plus exhaustif de la situation (Cosmides, 1989). Nous nous retrouvons alors avec deux modules distincts, l'un traitant l'information déontique, permettant de détecter qu'il ne peut pas y avoir une personne qui boit de l'alcool (privilège), si elle n'a pas au moins 18 ans (prix) et un autre module qui traite l'information, mais qui permet des sophismes, expliquant ainsi les résultats de la version abstraite de la tâche obtenus lors de l'expérience des cartes de Wason. Les performances des agents épistémiques réels varient ainsi en fonction du contexte, ces agents utilisent en partie la dimension syntaxique du raisonnement et en partie la dimension sémantique. Comme certaines lois logiques ne sont pas respectées par les agents réels, nous sommes ainsi passés de la théorie de la logique mentale, à celle des modèles mentaux, puis à la théorie évolutionniste des modules multiples. Il s'agit ici d'un aperçu des enjeux associés à la règle de nécessitation en contexte épistémique, c'est-à-dire de la problématique de l'omniscience logique lorsque discutée dans le cadre de théories de la cognition humaine. Bien que, pour des raisons argumentatives, nous nous arrêtons à la théorie évolutionniste des modules multiples défendue par Tooby et Cosmides, le développement historique des théories de la cognition humaine ne s'y arrête pas. Nous aurions ainsi pu poursuivre avec les théories des heuristiques (Tversky et Kahneman, 1974; Gigerenzer et Gaissmaier, 2011), du *sastifycing* (Simon, 1957), ou même des processus duaux (Stanovich et West, 2000; Evans, 2003).

Revenons au contexte modal. Nous avons vu que la règle de nécessitation entrainait l'omniscience logique lorsqu'il s'agit de modéliser des agents épistémiques. Nous avons également vu que la version forte de la règle était associée à une version forte de l'omniscience logique et la version faible de la règle à une version faible de ce même type d'omniscience. Ces deux versions équivalent à une variante de la théorie de la logique mentale : les agents possèdent, selon cette approche, automatiquement en eux les lois de la logique classique des propositions. Les nuances que propose Gardies, où il ne s'agit pas de l'ensemble des lois de la logique classique des propositions, mais bien d'une sélection de certaines lois, n'échappent pas au cadre théorique de la logique mentale ainsi qu'à ses faiblesses. Nous avons vu à cet effet que la théorie de la logique mentale avait des lacunes quant à l'explication de certaines données expérimentales répandues chez les raisonneurs. Son approche, trop syntaxique, sera critiquée par les théoricien-nes des modèles mentaux, mais ils et elles n'offriront pas davantage de modèle explicatif pour les différences de contextes. C'est donc l'approche évolutionniste qui, avec l'héritage d'un module de détection des tricheurs, permet de distinguer divers types de traitements et d'expliquer cette variation des résultats en fonction du contexte, c'est-à-dire en fonction du module activé. Cette dernière approche nous semble compatible avec le travail qui sera présenté au troisième chapitre où nous distinguerons plusieurs axiomes présents ou absents en fonction de l'état épistémique sélectionné et cela pour un même agent. Nous pouvons ainsi varier la structure de raisonnement pour un même agent sous l'approche évolutionniste des modules multiples qui intègre la sémantique et le contexte, ce que ne permettait pas l'approche syntaxique de la logique mentale, ni l'approche sémantique non contextualisée des modèles mentaux. Autrement dit, une diversité de systèmes nous permettra de sélectionner une version forte de la règle de nécessitation, une version faible ou simplement son absence en fonction des différents types de traitements ou de contextes. Ainsi, la règle de nécessitation, et par le fait même l'omniscience logique, telle que présentée par Hintikka et Gardies, est peu satisfaisante quant à la représentativité des agents épistémiques réels. Cela nous amène à Rod Girle (2009), qui critique directement la rigidité des systèmes et propose de se tourner vers des systèmes plus faibles.

2.1.3 Les systèmes subnormaux : le point de vue de Girle

Dans son ouvrage, *Modal logics and philosophy* (2009), Rod Girle consacre un chapitre à la logique modale épistémique et met en lumière les problèmes que nous soulevons en discutant de l'applicabilité des systèmes modaux. Il propose minimalement de nous tourner vers une version faible de la règle de nécessitation (S0.5 et N) selon laquelle les agents disposeraient dans leur savoir de l'ensemble des lois de la logique classique des propositions, sans plus. Encore ici, l'omniscience logique faible semble trop forte, il invite alors les lecteurs et lectrices à explorer plutôt les systèmes non normaux qui ne possèdent pas du tout de règle de nécessitation (E2, ED2 et C2), il s'agit de systèmes très faibles puisqu'ils possèdent très peu d'axiomes. L'opposition de Girle au système épistémique classique est donc plus forte que celle de Gardies. Notons d'ailleurs qu'au niveau formel, une version faible de la règle de nécessitation jointe à l'axiome de transitivité, autrement dit avec l'introspection positive, équivaut aux mêmes problèmes soulevés par l'omniscience logique forte puisque les lois de la logique classique des propositions ainsi sues tombent sous l'itération du savoir par l'introspection positive. Gardies ne suggère pas de joindre le retrait de l'axiome de transitivité à ses stratégies, ce qui creuse davantage l'écart stratégique entre Gardies et Girle. De plus, le travail de Girle ne s'arrête pas à l'omniscience logique, il invoque le retrait de plusieurs axiomes pour éviter toutes sortes d'omnisciences. Avant de discuter de l'omniscience déductive, il nous reste la possibilité, pour contrer l'omniscience logique, de retirer totalement la règle de nécessitation.

2.1.4 Retrait total de la règle de nécessitation

Cette invitation de Girle à travailler avec des systèmes non normaux, en refusant toute version de la règle de nécessitation, entraine le risque de retenir seulement des systèmes trop faibles pour représenter les capacités de raisonnement des agents cognitifs humains. Nous avons mentionné, à l'ouverture de cette section sur l'omniscience logique, l'enjeu de la règle de nécessitation qui consiste à trouver un juste milieu entre un agent idéal et un agent irrationnel ou, comme le mentionnent Artemov et Kuznets (2014), un point milieu entre les agents rationnels et les ressources limitées, entre l'idéalisation d'Hintikka et les raisonneurs imparfaits du monde réel tels qu'étudiés par les travaux de psychologie expérimentale. Un système trop faible ne nous autorise pas, par exemple, à conclure un *modus ponendo ponens* alors qu'il est convenu que ce type de raisonnement ait un bon taux de succès chez les raisonneurs spontanés. Le retrait de la règle de nécessitation conteste aussi la pertinence de conserver tout de même une logique modale épistémique, au sens où il semble nécessaire de conserver un minimum de propriétés contraignantes entre les divers savoirs possibles pour parler de logique modale. À titre indicatif, notons que 77% des systèmes présentés au premier chapitre comprennent une version forte (46%) ou une version faible (31%) de la règle de nécessitation (voir section 1.2.2 *Systèmes ontiques*). Les systèmes subnormaux, et davantage ceux qui ne possèdent pas de version faible de la règle de nécessitation, n'occupent d'ailleurs pas une grande place dans la littérature. Artemov et Kuznets soulignent qu'il semble impossible de modéliser des agents simultanément « rationnels » et « libres d'une forme d'omniscience logique » (2014, p.11). La seule possibilité, disent-ils, serait de modéliser à la fois des « savoirs rationnels » et un « savoir non logiquement omniscient » au sein d'une même logique (2014, p.6). Cette proposition sera utilisée au troisième chapitre où nous envisagerons de multiplier les systèmes.

2.2 La distributivité du nécessaire et l'omniscience déductive

Nous avons vu comment la règle de nécessitation implique la présence de l'omniscience logique pour les agents épistémiques. Nous avons également vu que cette omniscience logique nous apparaît trop forte pour bien représenter des agents épistémiques réels. Nous discuterons maintenant d'un second type d'omniscience, plus faible que l'omniscience logique, il s'agit de l'omniscience déductive entrainée par l'axiome de distributivité du nécessaire. À savoir l'axiome suivant : $\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$ pour la version ontique et $Ka(p \supset q) \supset (Kap \supset Kaq)$ pour la version épistémique. Selon cet axiome, si un agent sait une implication en sachant que l'antécédent est le cas, alors il saura, par le fait même, que le conséquent est aussi le cas. Notons, à titre indicatif, qu'un seul système présenté au premier chapitre (voir tableau 1.2 *Systèmes ontiques non normaux : caractéristiques, règles et axiomes ontiques*) ne possède pas l'axiome de distributivité du nécessaire, il s'agit du système N.

Alors que l'omniscience logique se positionne sur le contenu présent quant à la rationalité des agents épistémiques, l'omniscience déductive concerne les opérations que peut faire l'agent à partir du contenu déjà en sa possession. Selon l'omniscience déductive, l'agent connaît toutes les conséquences logiques de ce qu'il connaît, alors que selon l'omniscience logique l'agent connaît toutes les lois logiques. Cet axiome, la distributivité du nécessaire, souligne alors une parfaite rationalité à partir du contenu déjà présent dans le savoir des agents. Bien entendu, le fait que certaines articulations soient difficiles, comme l'illustrent les expérimentations sur les conditionnels discutées plus tôt, est incompatible avec cette proposition. Parmi ces conditionnels, nous retrouvons le *modus ponendo ponens* qui semble intuitif et servira alors de force argumentative pour ceux et celles qui défendent l'axiome de distributivité du nécessaire pour un contexte épistémique. Par contre, ces défenseurs de l'omniscience déductive ont de la difficulté à rendre compte des erreurs que l'on retrouve pour le *modus tollendo tollens*, le sophisme de l'affirmation du conséquent et le sophisme de la négation de l'antécédent. Nous ferons un retour sur l'argument de Gardies quant au *modus ponendo ponens* et présenterons par la suite l'agent idéal S0.5 de Lemmon selon Girle, c'est-à-dire une fiction logique possédant l'omniscience déductive tout en déclinant l'omniscience logique forte et une conscience de son savoir.

2.2.1 Le *modus ponendo ponens* : retour sur l'argument de Gardies

Lorsque Gardies discute de la nécessité de conserver un « minimum de bon sens » pour les agents épistémiques, il utilise l'exemple du *modus ponendo ponens*, à savoir $Ka(p \supset q) \supset (Kap \supset Kaq)$ (si l'agent *a* sait que « $p \supset q$ », alors s'il sait *p*, il sait *q)*.

w0		∃Ka1	
V	F	Su	Insu
2. $Ka(p \supset q)$ 5. Kap	1. $Ka(p \supset q) \supset (Kap \supset Kaq)$ 3. $Kap \supset Kaq$ 6. Kaq	4. $p \supset q$ 7. p	8. q

Pour ce qui est du tableau sémantique, nous partons de la négation de la proposition (1), auquel cas l'antécédent est vrai (2) et le conséquent faux (3). Puisqu'il est vrai que l'agent *a* sait $p \supset q$, nous pouvons ouvrir un savoir possible de *a* où l'implication est sue (4). Une deuxième implication fausse (3) nous amène encore une fois à glisser l'antécédent (Kap) dans le vrai (5), le conséquent (Kaq) dans le faux (6) et à ajouter ensuite *p* dans le su de *a* (7) et *q* dans son insu (8). C'est à cette étape que l'axiome de distributivité du nécessaire intervient. Nous avons $p \supset q$ et *p* dans le su de *a* et *q* dans son insu. S'il nous est permis d'appliquer un *modus ponendo ponens*, nous pouvons ajouter *q* dans le su de *a* d'après $(p \supset q)$ & *p* (4 et 7) et soulever une contradiction avec *q* déjà présent dans son insu. Si nous refusons de permettre un *modus ponendo ponens* dans le savoir de *a*, alors nous ne pouvons poursuivre cette démarche, c'est-à-dire que nous ne pouvons pas vérifier la proposition. Notons ici que la présence dans le savoir de l'agent du *modus ponendo ponens* en tant que loi logique ne suffit pas pour conclure. L'agent a tout ce dont il a besoin, la question ici concerne l'articulation de ce qu'il possède déjà. Cet exemple sert d'argumentaire à Gardies (1979, p.127) afin d'illustrer les conséquences non intuitives qu'entrainerait le rejet de certains axiomes. Cette approche est en corrélation avec les hauts taux de succès que l'on retrouve pour le *modus ponendo ponens* des agents épistémiques réels.

2.2.2 L'agent idéal S0.5 de Lemmon selon Girle

Girle présente le système S0.5 pour représenter un agent épistémique idéal selon Lemmon. Rappelons que ce système contient une version faible de la règle de nécessitation selon laquelle l'agent connaît implicitement, et non explicitement, les lois de la logique classique des propositions. Ce système est aussi sériel, réflexif et distributif. L'absence d'introspection positive protège d'ailleurs cette version faible de la règle de nécessitation en évitant que la conscience des lois logiques resurgisse par la présence d'un second axiome. À la différence de l'agent normal T[21], l'agent subnormal S0.5 ne connaît pas la structure de ses connaissances. L'omniscience n'est cependant pas évitée, car cet agent connaît toutes les conséquences de ce qu'il sait. Il possède alors une omniscience que Girle nomme déductive en plus d'une omniscience logique faible. Girle attribue explicitement, à plusieurs reprises, ce système à Lemmon : « Lemmon's epistemic logic, the S0.5 agent » (2003, p. 111), « Lemmon made his suggestion that S0.5 was best seen as an epistemic logic » (2007, p. 131), « the S0.5 agent (Lemmon's ideal) » (2009, p. 190) . À ces moments, Girle renvoie à l'article *Is there only one correct system of modal logic ?* de Lemmon publié en 1959. Devant une diversité de systèmes logiques, Lemmon propose qu'il n'y ait pas un seul système adéquat en logique modale, mais bien une multitude en fonction des objets à traiter. Il entame son article en faisant référence aux géométries euclidienne et non euclidienne qui sont chacune consistante, mais incompatibles entre elles, de sorte que nous ne pourrions pas sélectionner ces deux systèmes géométriques en même temps. Ce qui n'est pas problématique selon Lemmon, puisque les scientifiques n'ont qu'à sélectionner un seul de ces systèmes en fonction de l'objet traité. Cet exemple permet un parallèle avec certains systèmes logiques incompatibles, mais tous consistants. Il n'y a pas un seul système logique universellement adéquat, selon Lemmon, et certains

[21] Dans son article de 1959, Lemmon désigne le système « T » par la lettre « M » en référence aux travaux de von Wrigth (1951). Il s'agit, au niveau formel, du même système. (Prior, 1962)

systèmes sont simplement plus favorables pour traiter certains contextes. Il propose alors le système S0.5, qui conserve les lois de la logique classique des propositions, pour les situations qui nécessitent une « simple formalisation métalogique du calcul des propositions » (Lemmon, 1959, p.31, traduction libre), le système S4 pour formaliser des preuves informelles en mathématique (Lemmon, 1959, p.33), le système S5 pour formaliser les vérités analytiques et, le point qui nous intéresse ici, le système M (ou T) pour formaliser une interprétation épistémique.

Concernant l'interprétation épistémique, Lemmon débute par rejeter presque tous les axiomes, lorsqu'interprétés en contexte épistémique, en illustrant des contre-exemples à ceux-ci. Il rejette l'axiome de distributivité du nécessaire en soulignant qu'un agent réel pourrait très bien connaître une implication ainsi que son antécédent sans pour autant conclure au conséquent (Lemmon, 1959, p.38). Il rejette l'introspection positive (Kap ⊃ KaKap) puisqu'« il y a beaucoup de choses que les gens savent sans le réaliser » (Lemmon, 1959, p.38, traduction libre), autrement dit, sans savoir qu'ils les savent. Il rejette aussi l'introspection négative (¬Kap ⊃ Ka¬Kap) puisque les agents « ne connaissent pas tous les points sur lesquels ils sont ignorants » (Lemmon, 1959, p.39, traduction libre). Enfin, il rejette la version forte et la version faible de la règle de nécessitation puisque de nombreuses tautologies et lois logiques ne sont pas connues par les agents réels (Lemmon, 1959, p.39). Par cette approche radicale, Lemmon illustre que pour obtenir une interprétation épistémique d'un système formel, nous devons opter pour une fiction logique, c'est-à-dire avoir une perspective normative et modéliser un agent rationnel. Il revient alors sur les axiomes jusqu'alors retirés et propose le système M en tant que système adéquat pour une interprétation épistémique (Lemmon, 1959, p.39). La différence entre le système M (ou T) et le système S0.5 tient seulement entre une version forte de la règle de nécessitation pour le premier et une version faible de la règle de nécessitation pour le second. Lemmon souligne que l'agent rationnel sait (au moins implicitement) les lois logiques, puis il précise explicitement que « la règle 2 est satisfaite » pour le système épistémique (Lemmon, 1959, p.39). Il s'agit ici de la version forte ($\vdash \alpha$, then $\vdash L\alpha$), alors que R1, « If a is a tautology, then $\vdash L\alpha$ » (Lemmon, p.1959, p.30), est associée à la version faible de la règle de nécessitation. Lemmon est conscient que ce système entraine des conséquences particulières pour les agents, telles que la connaissance peu probable de très longues tautologies, puis conclut en soulignant à nouveau le rôle normatif d'une logique épistémique. Girle souligne plutôt que le système épistémique de Lemmon, toujours selon son article de 1959, contient une version faible de la règle de nécessitation (R1 selon l'article, bien que Lemmon mentionne seulement R2, c'est-à-dire la version forte, dans la section sur l'interprétation épistémique) (Girle, 2009, p.183). Lemmon n'utilise alors jamais explicitement, du moins dans cet article qui sert par ailleurs de source à Girle, le système S0.5 à des fins épistémiques et utilise plutôt le système M. Notons que l'interprétation de Girle ne semble pas pour autant en contradiction avec l'article de Lemmon : elle peut provenir du segment « au moins implicitement » de Lemmon (1959, p.39).

Dans tous les cas, ces systèmes – le système M que propose Lemmon et le système S0.5 selon l'interprétation de Girle – évitent l'introspection positive tout en favorisant l'omniscience déductive. Lemmon souligne que pour modéliser un agent épistémique, nous devons nous tourner vers une fiction logique. Il ne semble pas nécessaire de formaliser des agents conscients puisqu'il ne serait pas irrationnel d'oublier que nous connaissions quelque chose, mais il semble inévitable de les modéliser comme des maîtres de la déduction : « A rational man knows (at least implicitly) the logical consequences of what he knows » (Lemmon, 1959, p.39) ou, comme le souligne aussi Hintikka; « If you say you know that p and if q obviously follows form p, then you are likely to admit that you know that q too » (1962, p.35).

Malgré que l'agent idéal S0.5 contourne l'omniscience logique forte, Girle reproche sa rigidité : d'abord parce qu'il est doté d'une omniscience logique faible, ce qui en fait un agent idéal cartésien (Girle, 2009, p.191), mais plus particulièrement en raison de la présence conjointe de l'omniscience logique faible et de l'omniscience déductive qu'il représente ainsi : $\vdash(X \supset Y), KaX \supset KaY$ (2009, p.187). Si $(X \supset Y)$ est une loi logique, alors elle fait partie du savoir des agents selon la version faible de la règle de nécessitation et comme l'agent connaît l'ensemble des conséquences de son savoir selon l'axiome de distributivité du nécessaire, s'il sait X, alors il sait Y. Nous pouvons démontrer l'argument de Girle ainsi :

1. $\vdash(X \supset Y) \Rightarrow \vdash Ka(X \supset Y)$	Règle de nécessitation
2. $Ka(X \supset Y) \supset (KaX \supset KaY)$	Axiome de distributivité du nécessaire
3. $\vdash(X \supset Y) \supset (KaX \supset KaY)$	1 et 2
4. $\vdash(X \supset Y)$	Hypothèse
5. $KaX \supset KaY$	3 et 4

L'agent n'a donc pas à connaître l'implication $(X \supset Y)$, le simple fait de connaître X, si $(X \supset Y)$ est une tautologie, implique qu'il connaisse Y. Autrement dit, l'antécédent $Ka(X \supset Y)$ de la distributivité du nécessaire lors d'un fait tel que $\vdash(X \supset Y)$ est réduit au conséquent de la règle de nécessitation, sans quoi nous aurions dû aussi avoir $Ka(X \supset Y)$ comme prémisse.

Artemov et Kuznets (2014) présentent une proposition qui répond au malaise que soulève Girle. Il s'agit d'une approche dynamique développée par Duc dans sa thèse présentée au département de mathématique et d'informatique à l'université de Leipzig (Duc, 2001). Comme la plupart des modifications offertes en logique modale, il s'agit d'un ajout au système afin de prendre en compte l'effort cognitif de l'agent. Cet ajout permet à l'agent d'apprendre dans le futur, avec un peu d'effort, le conséquent. Le conséquent n'est alors plus garanti, mais seulement accessible. Il n'est plus actuel, mais futur. Appliqué à la représentation de Girle, il s'agirait de noter $\vdash(X \supset Y), KaX \Rightarrow \langle F \rangle$[22] KaY de sorte que si $(X \supset Y)$ est une loi logique sue de l'agent

[22] « May learn Y in the future. » (Artemoz et Kuznets, 2014, p.9)

épistémique *a* et que ce même agent connaît l'antécédent X, alors ce même agent peut apprendre Y, c'est-à-dire que Y lui est accessible. Cette proposition vise ainsi à contourner une connaissance automatique et réduit l'omniscience déductive à de l'information accessible pour un agent. Cet ajout permet d'affaiblir l'omniscience déductive. Cependant, lorsque nous regardons la démonstration ci-dessus, la gêne semble d'abord provenir de la conclusion 3 ($\vdash(X \supset Y) \supset (KaX \supset KaY)$). Si nous retirons, par exemple, la règle de nécessitation, alors rien ne nous permettrait de passer de la tautologie ($X \supset Y$) (4) à un savoir (5). Notons de plus que Duc proposera par la suite d'ajouter des étapes de raisonnement pour atteindre un certain savoir. Cet ajout est critiqué par Artemov et Kuznets, car il entraine une métaconnaissance complexe de l'agent : l'agent devant savoir combien d'étapes lui sont nécessaires pour atteindre un certain savoir.

2.3 La transitivité et l'introspection positive

Nous avons vu jusqu'à présent des axiomes rapidement présents pour les systèmes formels. Cette tendance peut être simplement due à l'influence de la logique modale ontique. La transitivité, $\Box p \supset \Box\Box p$, qui correspond au niveau épistémique à l'introspection positive ($Kap \supset KaKap$), c'est-à-dire que si l'agent sait quelque chose, alors il sait qu'il sait cette chose, possède quant à elle déjà une grande flexibilité formelle puisqu'elle est présente seulement pour 23% des systèmes discutés au premier chapitre (voir section 1.2.2 *Systèmes ontiques*). En ce sens, ne pas sélectionner cet axiome pour un système donné n'est pas aussi contraignant, au niveau formel, que les précédents axiomes. L'introspection positive indique que l'agent est conscient puisqu'il sait ce qu'il sait, mais aussi que ce savoir est infini. En effet, cet axiome itère la modalité du savoir du conséquent, un agent sachant qu'il sait une chose, sait alors qu'il sait qu'il sait cette chose ($KaKap \supset KaKaKap$), et ainsi de suite. Comme l'indique Kennedy (2009, p.45), la régression à l'infini n'est cependant pas problématique s'il s'agit d'une équivalence. Il souligne qu'« il n'est pas impossible d'imaginer que KK [c'est-à-dire l'axiome de transitivité] pourrait être défendue à l'aide d'un principe d'identité » (Kennedy, 2009, p.457), ce qu'il désigne par une « connaissance transparentiste ». Il y a connaissance transparentiste lorsqu'un système épistémique possède de la réflexivité (ou directement de la densité) et de la transitivité. Le chapitre I nous a donné les outils formels pour comprendre ce que soulève ici Kennedy. Rappelons qu'une conjonction de la densité ($KaKap \supset Kap$) et de la transitivité ($Kap \supset KaKap$) entraine une équivalence formelle ($Kap \equiv KaKap$) par définition $((p \supset q) \& (q \supset p)) \equiv (p \equiv q)$. Dans de telles conditions, « il n'y a rien de régressif dans la connaissance d'ordre supérieur, car il n'y a rien de pathologique dans la suite infinie qu'elle produit » (Kennedy, 2009, p.457). C'est pourquoi nous ne nous concentrerons pas ici sur la question de la régression infinie, mais bien sur celle de l'introspection positive en tant qu'axiome qui énonce que savoir implique savoir que l'on sait. Nous verrons que des travaux comme ceux de Dehaene indiquent une surestimation de la conscience transitive en psychologie du raisonnement. Hintikka propose plutôt qu'il y a conscience du savoir, ce qui permet d'ailleurs à l'agent de justifier ses savoirs. Nous conclurons qu'il s'agit simplement de deux états épistémiques distincts : un savoir conscient et un savoir implicite.

> À notre connaissance, il n'y a pas d'auteur dans la tradition philosophique pour nier que tout *savoir de savoir* fût lui-même un *savoir*. En revanche, accepter la possibilité d'une pensée inconsciente c'est admettre que tout savoir n'est pas nécessairement *savoir de savoir* : car nombreux sont ceux qui n'écartent pas cette possibilité. (Gardies, 1979, p.120)

Gardies discute ici de l'itération du savoir selon la densité et la transitivité, c'est-à-dire respectivement l'itération du savoir du côté de l'antécédent et du conséquent. La densité ($KaKap \supset Kap$), l'itération présente à l'antécédent, ne semble pas être un objet de débat épistémologique. Nous avons vu au premier chapitre (voir section 1.2.1.5 *Densité*) que la réflexivité ($Kap \supset p$) implique la densité. La densité peut, cependant, être intégrée à un système sans qu'elle découle nécessairement de la réflexivité, c'est-à-dire que nous pourrions avoir un système épistémique sans réflexivité et tout de même de la densité. Puisque l'implication de la densité par la réflexivité est unidirectionnelle, la densité ne présuppose pas la réflexivité et ses conséquences. De plus, l'itération du savoir pour l'antécédent n'apparaît pas problématique : si l'agent sait qu'il sait *p*, alors il semble adéquat que ce même agent sache *p*. Gardies ouvre cependant la possibilité de ne pas itérer le savoir pour le conséquent, « tout savoir n'est pas nécessairement savoir de savoir », l'introspection positive ne fait donc pas l'unanimité. Nous pouvons alors envisager de retirer la transitivité qui « ne peut que caractériser une pensée consciente d'elle-même » (Gardies, 1979, p.121).

Il semble y avoir des savoirs dont nous ne sommes pas conscients, il y a pourtant aussi des savoirs dont nous sommes conscients. Il semble donc que la problématique de l'introspection positive provienne d'un manque de restriction de l'antécédent : si on ne restreint pas l'introspection positive, alors d'un savoir découle nécessairement une pensée consciente (l'agent sait tout ce qu'il sait). Pour justifier que l'antécédent n'est pas suffisamment délimité, il suffit de montrer que le conséquent ne suit pas nécessairement et c'est le cas lorsque nous avons un savoir inconscient. L'enjeu de l'introspection positive est donc de réviser le cadre idéal de l'agent qui sait tout ce qu'il sait, c'est-à-dire d'un agent tout à fait conscient de ses savoirs, sans éliminer pour autant la présence des traitements conscients. Pour ce faire, nous pourrions simplement cibler des situations où il y a introspection positive et d'autres situations où il n'y en a pas. De cette façon, l'inclusion ou le retrait de cet axiome reviendrait au modélisateur ou à la modélisatrice en fonction du contexte. Pour défendre cette position, nous devons illustrer qu'il y a bien un traitement épistémique sans introspection positive et donc un contexte où un système épistémique sans axiome de transitivité est pertinent.

2.3.1 La conscience transitive surestimée : le point de vue de Dehaene

Le portrait que dresse Stanislas Dehaene de l'accès à la conscience dans *Le code de la conscience* (Dehaene, 2014) correspond à un « embrasement cortical », à un « flux de la conscience » qui « sélectionne, amplifie et propage les pensées pertinentes » et « permet de transmettre un contenu conscient à n'importe lequel de nos « processeurs » cérébraux » (Dehaene, 2014, p.23). Donc, selon ses travaux, il y aurait conscience à partir d'un certain niveau d'accessibilité. En dessous de ce seuil, un traitement d'information persiste et conserve le pouvoir de modifier le comportement de l'agent. Nous avons donc un traitement préconscient et un traitement conscient qui se distinguent par un seuil d'accessibilité. Le second « n'est rien d'autre que le partage global d'une information » (Dehaene, 2014, p.205). Dehaene précise une distinction épistémiquement pertinente entre la conscience transitive et la conscience intransitive qui permet ici d'éviter certaines confusions. La conscience transitive, celle qui nous intéresse ici, correspond à la « conscience de », alors que la conscience intransitive est celle associée à l'« état de veille » ou de « vigilance ». Une personne en coma ou en état végétatif, par exemple, a perdu son état de veille, alors qu'une personne consciente au niveau intransitif peut être ou non consciente au niveau transitif. Dehaene précise ici une distinction seulement épistémique, mais la logique modale permet une distinction semblable entre un savoir et un savoir su en distinguant un simple savoir (Kap) d'un savoir itéré (KaKap). Il peut donc y avoir intégration de l'information avec ou sans introspection, c'est-à-dire qu'une chose peut être sue (Kap) et le savoir de cette chose peut être lui-même su (KaKap) ou non au niveau formel. Cette distinction entre la conscience transitive et la conscience intransitive permet à Dehaene de souligner par la suite que « nous accordons trop de crédit à l'introspection consciente [c'est-à-dire à la conscience transitive] et sous-estimons en permanence l'importance de raisons inconscientes de nos comportements » (2009, p.102). Puisque les agents épistémiques sont aussi des agents qui se meuvent et affectent leur environnement sans conscience transitive, nous pourrons affirmer que nous accordons trop de crédit au savoir itéré

(KaKap) et sous-estimons le simple savoir (Kap), c'est-à-dire sans axiome de transitivité.

Le savoir conscient, c'est-à-dire la conscience transitive, ne semble pas problématique. Il y a bien des situations où nous savons que nous savons, Dehaene ajoute que parfois « non seulement nous savons que nous savons, mais nous parvenons à estimer le niveau de certitude de chacune de nos idées et à le comparer avec celui des autres » (2014, p.142). Le savoir conscient correspond aussi au traitement multiagents où un premier agent sachant qu'un second agent sait *p* implique que le premier sait aussi *p* (KaKbp $\supset$ Kap). Notons ici que cette proposition suppose l'axiome de réflexivité (Kap $\supset$ p) selon lequel ce qui est su est vrai. Il n'est donc pas présent pour un système doxastique, ce n'est pas parce que l'agent *a* croit que l'agent *b* croit *p* que l'agent *a* croit aussi *p*.

Au niveau formel, si un agent sait *p* (Kap), alors il peut savoir qu'il sait *p* (KaKap) s'il s'agit d'un savoir conscient ou bien il peut ne pas savoir qu'il sait *p* ($\neg$KaKap) et c'est ce qui se produit pour les savoirs inconscients comme le traitement subliminal qui modifie le comportement tout en restant invisible à la conscience de l'agent. L'introspection n'est donc pas une condition nécessaire pour qu'il y ait traitement de l'information, Dehaene souligne d'ailleurs que « la plupart des calculs qu'effectue notre cerveau sont inconscients » (2014, p.244). Il est possible que la problématique de l'introspection positive tienne principalement d'une confusion quant à la définition de « savoir », c'est-à-dire d'une confusion entre un savoir introspectif et un savoir sans introspection. Au niveau formel, la définition que nous permet le dual est que savoir une chose équivaut à ne pas pouvoir acquérir la connaissance de sa négation (Kap $\equiv$ $\neg$Pa$\neg$p). Cette définition est peu restrictive et peut inclure un moment où l'agent sait sans introspection.

Ainsi, il y a bien des savoirs dont nous sommes conscients, mais l'antécédent de l'axiome d'introspection ($Kap \supset KaKap$) ne semble pas assez bien défini. Il serait pertinent de nous munir de restrictions telles que les signatures de la conscience (l'activité distribuée, une onde P3, une amplification de l'activité dans la bande gamma et une synchronisation massive à longue distance)[23] qui marqueraient l'introspection positive, la conscience transitive, et non le simple savoir. Sans ce type de restrictions, l'axiome d'introspection positive sous-estime le traitement sans accès à la conscience. Dehaene présente la conscience, et non le savoir, comme étant « l'accès d'une information sensorielle à une représentation mentale stable qui permet de la manipuler et de la rapporter » (Dehaene, 2014, p. 314).

2.3.2 Savoir ou conscience : retour sur Hintikka

La position d'Hintikka s'avère cependant différente et ne tient pas compte de ce que souligne Dehaene. Hintikka favorise une conscience du savoir. Il est difficile ici de traiter les axiomes du système d'Hintikka de façon indépendante. Une partie de son travail consiste à clarifier conceptuellement, et par le fait même formellement, le savoir et les croyances. Le savoir se démarque des croyances, tel que mentionné (voir section 1.3.2 *Savoir et croire : modalités épistémiques et doxastiques*) par l'axiome de réflexivité ($Kap \supset p$) qui assure une actualité du su, c'est-à-dire que tout ce qui est su est aussi un fait du monde. Il n'y a donc pas de connaissance fausse sous ce modèle (Hintikka, 1962, p.22); « You cannot be said really to know what is not the case » (Hintikka, 1962, p.5). Savoir implique alors la vérité de la chose sue, un savoir est une croyance vraie. Il s'agit d'une croyance puisque, selon Hintikka, connaître activement implique croire activement (Hintikka, 1962, p.50).

---

23 Nous renvoyons à l'ouvrage de Dehaene (2014) pour les détails, particulièrement au quatrième chapitre, *Les signatures de la pensée consciente*.

Hintikka précise que « dans le discours ordinaire, « savoir » veut souvent dire davantage qu'« être conscient » ou « croire avec raison » » (Hintikka, 1962, p.18, traduction libre). Il ajoute que l'emploi de « savoir » sert à souligner que l'agent a toutes les évidences pour déclarer une telle chose et qu'il s'engage à défendre (Hintikka, 1962, p.21) non seulement ce qu'il dit, mais il sait qu'il est dans une position telle qu'il peut utiliser le terme « savoir » (Hintikka, 1962, p.19). L'agent qui sait, sous ce modèle d'Hintikka, se commet. Nous retrouvons alors la transitivité, l'agent est conscient, nous voyons aussi que le savoir est une croyance justifiée. L'agent doit non seulement « croire avec raison », mais il s'engage à cette croyance à partir d'« évidences ». Le cadre théorique d'Hintikka entraine ainsi une préférence pour l'introspection positive puisque le savoir est non seulement vrai, mais doit pouvoir se justifier et la justification, c'est-à-dire la raison de croire, peut se présenter comme une conscience de ce même savoir. En ce sens, savoir implique l'axiome de transitivité et l'axiome de réflexivité. À ce sujet, il est intéressant de remarquer certains usages linguistiques que fait Gardies lorsqu'il présente la logique modale épistémique. À plusieurs reprises, il interchange le terme « su » qui désigne la colonne d'un tableau sémantique pour le terme « conscience » que nous associons à l'axiome d'introspection positive. Il favorise cet usage linguistique particulièrement lorsqu'il discute des problématiques de la règle de nécessitation dans le contexte épistémique en soulignant qu'« il faudra donc inscrire dans le su les tautologies dont nous admettrions la présence dans la conscience de tout sujet connaissant » (Gardies, 1979, p.126). Dans ce contexte, il envisage le retrait de la transitivité, de sorte que l'agent puisse ne pas connaître thématiquement une règle, c'est-à-dire qu'il utilise le terme « conscience » tout en retirant l'introspection positive pour le savoir d'un agent dans le contexte de la règle de nécessitation. Le fait qu'il y ait des savoirs sans qu'ils soient sus, ne veut pas dire qu'il n'y a pas d'introspection positive, simplement que l'introspection positive ne découle pas du simple savoir. Une explication serait alors que des logiciens comme Hintikka et Gardies ne définissent pas le savoir, mais bien l'introspection positive. Ce qui nous amène à proposer qu'Hintikka n'ait pas favorisé une modélisation du savoir des agents, mais bien de leurs consciences. Il faut dire que le formalisme rationaliste d'Hintikka et de Gardies n'accorde pas beaucoup d'importance au souci de rendre compte des performances des agents épistémiques réels et que l'axiome de transitivité est utile à leur formalisme.

Puisque le contexte dans lequel se trouve Hintikka lorsqu'il défend la présence de l'axiome de transitivité nous a amenés à aborder parallèlement l'axiome de réflexivité, nous proposons de continuer avec celui-ci. Nous reviendrons plus tard (*Section 2.6*) sur l'introspection négative.

2.4 La réflexivité et l'actualité du su

L'axiome de réflexivité est généralement accepté non seulement du côté ontique ($\Box p \supset p$), mais aussi du côté épistémique ($Kap \supset p$) puisqu'il permet de distinguer un système traitant le savoir des agents épistémiques d'un système traitant leurs croyances. Girle (2009, p.180) souligne que cette actualité du su assure que le savoir reste vrai et le contraste avec les croyances : un savoir faux n'est plus un savoir, mais une croyance fausse reste une croyance. La modalité de croyance ne dépend pas du contenu, ce que nous associons à l'objectivité du savoir et à la subjectivité des croyances (Girle, 2009, p.181). Ce qui permettra d'ailleurs à Hintikka (1962, p.50 et p.171) de composer ces modalités puisque le savoir implique la croyance ($Kap \supset Bap$) et qui sera repris par Gardies en y intégrant cette fois-ci une portée sémantique par l'entremise des tableaux sémantiques (Gardies, 1979, p.136). Nous avons donné un exemple de ces modalités composées au premier chapitre, section 1.3.2 *Savoir et croire : modalités épistémiques et doxastiques*. Évidemment, cela demande d'abord de distinguer le savoir des croyances. Une définition classique établit le savoir en tant que croyance vraie et justifiée, ce qui a mené à de nombreux débats épistémologiques, dont le problème de Gettier (1963). Selon ce dernier, cette définition classique du savoir n'est pas suffisante pour délimiter une connaissance d'une croyance (Williamson, 2013). Nous verrons aussi que le retrait de l'axiome de réflexivité nous entraine simplement vers un système doxastique pour lequel nous devons ajouter, selon Girle, un axiome de consistance ($BaX \supset \neg Ba\neg X$). Ce qui nous amènerait à son équivalent : l'axiome de sérialité ($Kap \supset Pap$), si l'agent sait *p*, alors il est possible pour ce même agent de savoir *p*.

2.4.1 Le problème de Gettier

Dans un article souvent cité de 1963, *Is justified true belief knowledge?*, Gettier s'oppose aux conditions classiques qui caractérisent le savoir : une chose sue doit être vraie, l'agent doit y croire et la croyance de l'agent en cette chose doit être justifiée. Ces critères ne seraient pas suffisants, cependant, pour définir un « savoir ». Pour illustrer ce point, Gettier donnera un exemple devenu classique (Gettier, 1963, p.122) :

Un agent, nommé Smith, possède la croyance qu'un autre agent, Jones, sera sélectionné pour un emploi (1) et qu'il possède, par le fait même, dix dollars dans ses poches (2). Smith a de bonnes raisons de croire cela puisqu'il a compté lui-même la monnaie que possédait Jones et puisque c'est le directeur qui a directement informé Smith de l'embauche de Jones. Smith est alors tout aussi justifié de croire que la personne qui aura l'emploi aura, par le fait même, dix dollars dans ses poches (conclusion).

1. Jones aura l'emploi.
2. Jones à dix dollars dans les poches.

Conclusion : La personne qui aura l'emploi a dix dollars dans les poches.

Or, il s'avère que Smith fut sélectionné pour le poste et il s'avère, par ailleurs, que Smith avait aussi dix dollars dans les poches. Smith était justifié de croire que la personne qui obtiendrait le poste aurait dix dollars dans ses poches (conclusion), en vertu de 1 et 2, et cette croyance est vraie. Il remplit alors les critères du savoir définis plus tôt : cette croyance est vraie (la personne qui aura le poste a bien dix dollars dans ses poches), Smith y croit et cette croyance est justifiée (Smith a de bonnes raisons d'y croire). Ce que Gettier veut mettre en lumière ici, ce qui sera désigné dans la littérature par « le problème de Gettier », c'est qu'il ne semble pourtant pas s'agir d'une connaissance. Smith remplit les critères d'un savoir à partir d'une croyance fausse, c'est-à-dire que Jones aura l'emploi.

1. Croyance justifiée, mais fausse
2. Croyance vraie et justifiée

Conclusion : Croyance vraie et justifiée

Puisque la conclusion provient d'une déduction des croyances 1 et 2, donc d'une croyance fausse, le problème de Gettier consiste à se demander si la conclusion, au même titre que la proposition 2, fait bien partie du savoir de Smith. Nous ne passerons pas en revue la littérature découlant du problème de Gettier, mais nous pouvons souligner simplement que la définition classique du savoir est ainsi sujette aux débats épistémologiques. L'axiome indique, cependant, seulement l'implication entre un savoir vrai et la vérité de la chose sue (Kap $\supset$ p) : si l'antécédent est vrai, alors le conséquent doit être vrai. Ce que signifie la « vérité de *p* », par contre, ne nous concerne pas directement ici et renvoie à la logique classique des propositions alors que nous ciblons le débat modal.

Ainsi, bien que la définition classique du savoir nous mène à l'axiome de réflexivité, ce dernier n'implique pas le poids théorique de cette définition. L'axiome de réflexivité laisse alors place à une diversité d'interprétations quant à la « vérité de *p* ». Il est intéressant de noter tout de même que cet axiome, bien qu'il se prononce sur une relation d'accessibilité entre un monde épistémique et un monde ontique, évite l'omniscience logique factuelle. L'implication allant des connaissances au monde actuel et non l'inverse.

2.4.2 Retrait de la réflexivité et ajout d'un axiome de consistance

Nous avons vu jusqu'ici, par l'entremise des autres axiomes, que la démarche de Girle vise à critiquer pratiquement l'ensemble des axiomes en contexte épistémique. Il souligne pourtant que l'axiome de réflexivité n'est pas controversé pour un contexte épistémique et que son rejet nous entraine simplement vers un cadre doxastique (Girle, 2009, p.180) pour lequel un axiome de consistance ($BaX \supset \neg Ba\neg X$) est ajouté, assurant ainsi qu'un agent qui croit X, ne peut pas croire au même moment $\neg X$.

Girle discute de cet axiome doxastique sous la forme d'un axiome de consistance. Notons qu'il équivaut selon nos tableaux précédents tout simplement à l'axiome de sérialité. Avant d'entamer la démonstration, nous rappelons que la croyance (B) correspond à la modalité forte, ce que nous rapprochons du nécessaire ($\Box$) du côté ontique.

1. $\Box p \supset \Diamond p$	*Sérialité*
2. $\Box p \supset \neg\Box\neg p$	*Définition :* $\Diamond p \equiv \neg\Box\neg p$
3. $(\Box p \supset \Diamond p) \supset (\Box p \supset \neg\Box\neg p)$	*1 et 2*
4. $\Box p \supset \neg\Box\neg p$	*Axiome de consistance*
5. $\Box p \supset \neg\neg\Diamond\neg\neg p$	*Définition :* $\Box p \equiv \neg\Diamond\neg p$
6. $\Box p \supset \Diamond p$	*Élimination des doubles négations*
7. $(\Box p \supset \neg\Box\neg p) \supset (\Box p \supset \Diamond p)$	*4 et 6*
8. $(\Box p \supset \Diamond p) \equiv (\Box p \supset \neg\Box\neg p)$	*3 et 7, Définition :* $(p \equiv q) \equiv (p \supset q) \& (q \supset p)$

2.5 La sérialité et la cohérence du savoir

L'axiome de sérialité ($\Box p \supset \Diamond p$) n'est pas controversé en contexte épistémique. Selon celui-ci ($Kap \supset Pap$), une chose sue implique qu'il soit possible de la connaître. Notons d'ailleurs que Lemmon (1959), lorsqu'il rejettera la majorité des axiomes épistémiques pour justifier que nous devons nous tourner vers une fiction logique, épargne la réflexivité et la sérialité. Cette dernière permet simplement d'assurer que l'agent ne connaisse pas de contradiction. Nous renvoyons ici à l'axiome de consistance ($Kap \supset \neg Ka\neg p$), démontré ci-dessus. Si l'agent sait *p*, alors il ne sait pas sa négation. L'axiome de sérialité assure ainsi la cohérence du savoir. Cet axiome est basé sur le principe de non-contradiction $\neg(p \,\&\, \neg p)$ et assure alors que les agents ne peuvent pas savoir ou croire une chose et sa négation $\neg(Kap \,\&\, Ka\neg p)$ ou $\neg(Bap \,\&\, Ba\neg p)$. Hintikka précise tout de même que cette contradiction survient seulement si les deux énoncés sont déclarés au même moment (Hintikka, 1962, p.7). Il ne le formalise pas puisqu'il n'intègre pas de modalités temporelles à son système, mais Hintikka accepte qu'un agent ne sachant pas *p* à un moment, sait *p* à un autre moment. Au niveau formel, il existe déjà plusieurs systèmes sans sérialité (K, C2 et N). Cependant, ce sont tous des systèmes très faibles, c'est-à-dire ayant peu d'axiomes et, ainsi, peu de contraintes sur la relation d'accessibilité. Nous avons précisé au premier chapitre (section 1.2.3.1 *Sérialité*) que la sérialité énonce au moins une alternative au monde actuel, c'est-à-dire un accès à partir du monde actuel à un monde possible. Dans le contexte épistémique, son retrait éliminerait, par le fait même, l'ordonnancement entre le savoir et la possibilité de savoir : si *a* sait *p*, alors *a* peut savoir *p* ($Kap \supset Pap$) et, par contraposition, s'il n'est pas possible pour *a* de savoir *p*, alors *a* ne peut pas savoir *p* ($\neg Pap \supset \neg Kap$).

2.6 L'euclidianité et l'introspection négative

Nous avons vu la règle de nécessitation et l'axiome de distributivité du nécessaire, tous deux associés respectivement à l'omniscience logique ainsi qu'à l'omniscience déductive. Ces propriétés arrivent rapidement pour les systèmes formels, elles sont considérées comme importantes pour la formalisation. Nous avons vu ensuite la transitivité, associée à l'introspection positive, et la possibilité pour le modélisateur ou la modélisatrice de l'intégrer ou non au système, ce qui nous a menés à traiter de la réflexivité et de la sérialité, c'est-à-dire de l'actualité du su et de la cohérence du savoir. Il serait maintenant pertinent de discuter de l'euclidianité ($\Diamond p \supset \Box\Diamond p$) qui mène le système épistémique à l'introspection négative ($\neg Kap \supset Ka\neg Kap$), c'est-à-dire que l'agent qui ne sait pas *p*, sait qu'il ne sait pas ce *p*. Au niveau formel, il est plus contraignant de conserver cet axiome que de le retirer. Nous renvoyons au Tableau 1.1. *Systèmes ontiques normaux* : *caractéristiques, règle et axiomes ontiques,* dans lequel on peut voir qu'un seul système possède l'euclidianité : il s'agit du système S5. La transitivité ainsi que l'euclidianité ouvrent la porte à différents types de métacognitions. Nous verrons alors l'introspection positive, l'introspection négative, mais aussi la double ignorance et le savoir implicite.

L'introspection négative, bien qu'équivalant à l'euclidianité, n'est pas synonyme du système S5, qui, lui, est associé à un ensemble d'axiomes, dont la symétrie et la transitivité qui impliquent alors l'euclidianité. Voici une démonstration de l'équivalence entre l'euclidianité et l'introspection négative :

1. $\Diamond p \supset \Box\Diamond p$	*Euclidianité*
2. $\neg\Box\neg p \supset \Box\neg\Box\neg p$	*Définition :* $\Diamond p \equiv \neg\Box\neg p$
2. $\neg\Box p \supset \Box\neg\Box p$	*Substitution de* $\neg p$ *par* p
3. $(\Diamond p \supset \Box\Diamond p) \supset (\neg\Box p \supset \Box\neg\Box p)$	*1 et 2*
4. $\neg\Box p \supset \Box\neg\Box p$	*Introspection négative*
5. $\neg\neg\Diamond\neg p \supset \Box\neg\neg\Diamond\neg p$	*Définition :* $\Box p \equiv \neg\Diamond\neg p$
6. $\Diamond\neg p \supset \Box\Diamond\neg p$	*Élimination des doubles négations*
7. $\Diamond p \supset \Box\Diamond p$	*Substitution de* $\neg p$ *par* p
8. $(\neg\Box p \supset \Box\neg\Box p) \supset (\Diamond p \supset \Box\Diamond p)$	*4 et 7*
9. $(\Diamond p \supset \Box\Diamond p) \equiv (\neg\Box p \supset \Box\neg\Box p)$	*3 et 8, Définition :* $(p \equiv q) \equiv (p \supset q) \,\&\, (q \supset p)$

L'absence de symétrie ($p \supset KaPap$) pour un système épistémique n'évite pas la présence de l'introspection négative ($\neg Kap \supset Ka\neg Kap$) dans la mesure où l'introspection négative est une propriété moins contraignante que la symétrie. Rappelons que la symétrie ne fait pas partie d'un système épistémique puisqu'il s'agirait de dire que d'un fait du monde, par exemple *p*, l'agent sait qu'il peut savoir ce fait du monde. Il s'agirait ici d'un agent divin (Girle, 2009, p.186). Cet axiome, celui de l'introspection négative, est cependant délaissé puisqu'il est convenu que les agents ne savent pas qu'ils ignorent tout ce qu'ils ignorent. Puisque notre démarche ne consiste pas seulement à éliminer les axiomes rigides du système épistémique classique, mais bien d'envisager des alternatives aux modélisations épistémiques, nous défendrons ici que cet axiome puisse avoir un rôle pertinent quant aux agents épistémiques en fonction du type de métacognition à modéliser. Autrement dit, l'euclidianité permet de modéliser une introspection négative où l'agent sait qu'il ignore. La difficulté survient lorsque « savoir » est défini ainsi.

Cependant, bien que nous puissions sélectionner l'euclidianité sans avoir de symétrie, la présence de réflexivité et d'euclidianité nous ramène à la symétrie. Nous renvoyons ici à la démonstration ci-dessous. Or, il est entendu, comme nous l'avons déjà discuté (voir section 1.3.1 *Portée cognitive des axiomes épistémiques*), que la symétrie n'est pas acceptable pour un contexte épistémique. Ainsi, des logicien-nes comme Hintikka qui tiennent à conserver la réflexivité et qui ne souhaitent pas intégrer de symétrie ne peuvent pas intégrer d'euclidianité à leur système.

1. $Kap \supset p$	*Réflexivité*
2. $\neg p \supset \neg Kap$	*Contraposition de 1*
3. $\neg Kap \supset Ka\neg Kap$	*Introspection négative (Euclidianité)*
6. $\neg p \supset Ka\neg Kap$	*par 2 et 3*
7. $\neg p \supset Ka\neg\neg Pa\neg p$	*Définition* : $Kap \equiv \neg Pa\neg p$
8. $\neg p \supset KaPa\neg p$	Élimination double négation
9. $p \supset KaPap$	*Substitution de $\neg p$ par p*

2.6.1 Différents types de métacognitions

> Il y a des choses connues connues : ce sont les choses que nous savons que nous savons. Il y a des inconnues connues, c'est-à-dire des choses que nous savons que nous ignorons. Mais il y a aussi des inconnues inconnues : ce sont les choses que nous ne savons pas que nous ignorons. Donald Rumsfeld (Dehaene, 2014, p.315)

Donald Rumsfeld, alors qu'il était secrétaire de la défense américaine en 2003, souligne dans une citation maintenant devenue célèbre trois types distincts de métacognition. Nous retrouvons des choses connues connues, d'autres qui sont inconnues connues et, enfin, celles qui sont inconnues inconnues. Le premier état épistémique correspond à l'introspection positive où l'agent sait qu'il sait une chose ($Kap \supset KaKap$). Ce que nous avons associé, dans la section précédente, au savoir transitif. Le second type de métacognition correspond à l'introspection négative dont il est question ici ($\neg Kap \supset Ka\neg Kap$), selon laquelle l'agent sait qu'il ignore une chose. Ces deux propositions sont compatibles : un agent peut logiquement connaître ce qu'il sait et ce qu'il ne sait pas. Nous aurions alors un agent épistémique S5, type d'agent dont Girle critique la rigidité en soulignant qu'il s'agit d'un agent divin (Girle, 2009, p.186). Rumsfeld mentionne un troisième état épistémique pour lequel nous n'avons pas d'équivalent axiomatique, il s'agit de l'inconnu inconnu. Si l'agent ne sait pas une chose, alors il ne sait pas qu'il ne sait pas cette chose ($\neg Kap \supset \neg Ka\neg Kap$). Notons que cet inconnu inconnu, ou double ignorance est incompatible avec l'introspection négative puisqu'un même antécédent impliquerait deux conséquents contraires, mais peut être compatible avec une introspection positive. Un quatrième type de métacognition, bien que non mentionné par Rumsfleld, est logiquement possible. Il s'agirait alors d'un connu inconnu, c'est-à-dire d'un savoir implicite, l'agent ne sachant pas qu'il sait cette chose (Kap ⊃ ¬KaKap). Tout comme la double ignorance est logiquement incompatible avec une introspection négative, un savoir implicite est incompatible avec une introspection positive.

À la lumière de ces distinctions, nous pouvons construire un tableau original où nous situons les quatre types de métacognitions, c'est-à-dire l'introspection positive, l'introspection négative, le savoir implicite et la double ignorance, ainsi que les systèmes épistémiques qui les possèdent.

Tableau 2.1 Systèmes épistémiques selon différents types de métacognition

Types de métacognition	**Axiomes**	**Systèmes épistémiques**							
		S5	**S4**	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**
Introspection positive	Kap ⊃ KaKap	√	√				√		
Introspection négative	¬Kap ⊃ Ka¬Kap	√						√	√
Savoir implicite	Kap ⊃ ¬KaKap				√	√		√	
Double ignorance	¬Kap ⊃ ¬Ka¬Kap			√		√	√		

Ces combinaisons d'axiomes représentant différents types de métacognition génèrent de nouveaux systèmes que nous désignons avec des chiffres romains. Leurs plausibilités seront analysées au chapitre III. Ce tableau donne un aperçu de ce que peut entrainer une analyse de la portée cognitive des axiomes épistémiques. Elle ouvre la porte à de nouveaux systèmes et permet de nous rapprocher d'une meilleure représentation des agents épistémiques réels. Cet aperçu nous amène au troisième chapitre où sera présenté un catalogue formel de différents états épistémiques. Nous présenterons une interprétation épistémique des différents systèmes disponibles au niveau ontique ainsi que les nouveaux systèmes intégrant les différents types de métacognition discutés ci-dessus.

CHAPITRE III

SYSTÈMES ÉPISTÉMIQUES FORMELS ET AGENTS ÉPISTÉMIQUES RÉELS

> The very multiplicity of modal systems is precisely an advantage, because it gives opportunities for choice.
> -Lemmon, 1959, p.40

Le troisième chapitre permettra de cataloguer différents systèmes de la logique modale épistémique en fonction de leur correspondance cognitive. On pourra ainsi disposer non pas d'un système unifié de l'agent épistémique, mais de différents systèmes en fonction du traitement et du contexte. Il s'agit alors de présenter un outil formel qui permet de cataloguer différents sens de « savoir », ce qui nous permettra de répondre aux problèmes épistémologiques des systèmes épistémiques classiques discutés au précédent chapitre et de sélectionner certains systèmes en fonction de différentes conceptions de la connaissance lors de la modélisation.

Pour ce faire, nous situerons dans un premier temps l'interprétation épistémique des systèmes déjà disponibles au niveau ontique. Nous situerons le système épistémique classique d'Hintikka, l'équivalent au système ontique S4. Nous verrons qu'Aumann (1976) a intégré la logique modale épistémique à la théorie des jeux interactifs, ce qui lui a permis de modéliser des savoirs communs en contexte multi-agent : un agent *a* peut savoir que l'agent *b* sait que l'agent *a* sait *p*. Puisque ce système multi-agent modélise des agents équivalents, Aumann opte ici pour une version augmentée du système d'Hintikka, il utilise alors le système S5. Ce système modélise des agents parfaitement rationnels, pour ne pas dire simplement « divins » (Girle, 2009, p.186). Cette recherche a débuté avec la question suivante : qu'arrive-t-il si nous modifions les paramètres de ces agents épistémiques formels de sorte qu'ils soient plus représentatifs des agents épistémiques réels? Nous discuterons de Walliser (1991), qui propose d'éliminer certains axiomes pour se rapprocher d'une « connaissance affaiblie » (Walliser, 1991, p.810) et de Girle qui rejette les systèmes trop contraignants afin de se rapprocher des agents épistémiques réels, ce qu'il réalise par l'intermédiaire des systèmes subnormaux (Girle, 2009). Ce qui nous amène ensuite au catalogue des différents systèmes épistémiques associés à des états épistémiques distincts. Nous ajouterons, ensuite, de nouveaux systèmes intégrants différents types de métacognition et terminerons en discutant de l'ordonnancement des systèmes, de la multiplicité des modalités en contexte affaiblis ainsi que de la question de la dualité des opérateurs.

3.1 Interprétation épistémique des systèmes disponibles au niveau ontique

3.1.1 Logique modale épistémique classique, le système S4 d'Hintikka

Le système modal épistémique classique d'Hintikka équivaut au système ontique S4. Rappelons que ce système possède une version forte de la règle de nécessitation, l'axiome de distributivité du nécessaire, l'axiome de transitivité, l'axiome de réflexivité ainsi que de la propriété de la sérialité qui est impliquée par la réflexivité. Nous avons présenté ces propriétés logiques au premier chapitre (voir tableau 1.1 *Système ontiques normaux : caractéristiques, règles et axiomes ontiques*) ainsi que leurs équivalences épistémiques au second chapitre. Nous savons alors que ce système possède une omniscience logique, une omniscience déductive, une introspection positive, une actualité du su ainsi qu'une cohérence du savoir. Autrement dit, l'agent connaît l'ensemble des lois logiques, il connaît toutes les conséquences logiques de ce qu'il connaît, il est conscient de son savoir, il ne possède pas de connaissance fausse et il ne possède pas de savoirs contradictoires.

Suite aux problèmes épistémologiques associés à ces propriétés de la connaissance énoncés au deuxième chapitre et parce que nous avons présenté au premier chapitre une pluralité de systèmes ontiques déjà présents en logique modale qui sont, par ailleurs, plus faibles que le système S4 : nous pouvons refuser d'attribuer ces propriétés tout en modélisant un agent épistémique par le formalisme que nous offre la logique modale. Nous avons aussi vu au premier chapitre que le système S4 n'est pas le plus contraignant. En effet, il est possible de passer d'une relation d'ordre large à une relation d'équivalence entre les mondes possibles par l'ajout de symétrie : il s'agit alors du système S5 que nous avons plutôt associé à l'euclidianité ou à l'introspection négative, propriété qui découle de la conjonction de la symétrie et de la transitivité. Avant d'explorer les alternatives épistémiques d'affaiblissements par élimination des axiomes de façon à rendre les systèmes moins contraignants, nous allons explorer d'abord cette autre alternative qu'est le système S5 et qui vise plutôt à augmenter le système épistémique classique d'Hintikka par l'utilisation d'un « savoir commun » issu de la théorie des jeux (Aumann, 1976).

3.1.2 Un système classique augmenté, le système S5 d'Aumann

Nous avons abordé dans ce mémoire la logique modale épistémique à partir de la présentation théorique et classique des travaux d'Hintikka. Lorsque nous nous tournons vers les applications de la logique épistémique, il est heuristique de nous tourner vers Aumann (1976) qui a intégré ce système formel à la théorie des jeux. Afin d'associer la théorie des jeux et la logique modale, nous devons nous intéresser à un sous-ensemble plus précis de la théorie des jeux, il s'agit de la théorie de la décision interactive. Cette dernière intègre aux choix de chaque joueur des considérations au sujet du comportement des autres joueurs. Autrement dit, chaque joueur choisit sa stratégie en considérant les actions stratégiques futures des autres joueurs. En tenant compte de l'action des autres joueurs, la stratégie sélectionnée ne sera pas nécessairement celle qui maximise le gain au moment de l'action. Le joueur peut sélectionner, par exemple, une action contraignante en fonction des actions probables à venir de l'autre agent et cela afin de minimiser ses pertes ou de maximiser ses gains à long terme. Il s'agit alors de stratégies dites coopératives (Aumann, 1974, p. 87). De cette façon, Aumann joint la théorie des jeux et la logique modale épistémique en s'intéressant au savoir commun que partagent les agents en théorie des jeux. Un savoir commun est un savoir partagé par un groupe d'agents et, ce qui est important pour la prise de décision, chacun sait que tous les agents partagent ce savoir. Cette notion a d'abord été introduite par D. Lewis (1969) qui a abordé la question des conventions en contexte social c'est-à-dire en contexte de « régularités dans le comportement de membres d'une population » (Walliser, 1991, p.817). Il est alors souvent question d'un « arbitre », une tierce personne qui va expliciter les règles et garantir par le fait même que tous savent que *tous savent*. Nous retrouvons, dans un savoir commun, des unités sues par tous les agents d'un ensemble et des niveaux multiples de savoir, de sorte que tous les agents savent toutes les unités, et tous les agents savent qu'ils savent toutes les unités, ainsi de suite. Autrement dit, si deux agents savent la proposition p, alors chaque agent sait que l'autre agent sait la proposition p et chaque agent sait que l'autre agent sait que l'autre agent sait la proposition p (Aumann, 1976, p.1236). Si nous revenons aux propriétés logiques discutées ci-dessus, le savoir commun tel que défini par Aumann est transitif. Un opérateur collectif de connaissance sans transitivité, c'est-à-dire sans introspection positive, serait plutôt une connaissance partagée où « p est connu par tous les agents » (Walliser, 1991, p.816), sans plus. Walliser distingue aussi une connaissance localisée où « p est connu d'un agent au moins » (Walliser, 1991, p.816), cet opérateur collectif peut conserver une transitivité, mais ne sera pas distributif. Notons ici que la connaissance commune correspond au système S5, la connaissance partagée au système T, mais que nous n'avons pas d'équivalent ontique pour la connaissance localisée puisque peu de systèmes délaissent l'axiome de distributivité du nécessaire. Nous pourrions tout de même retirer cet axiome, c'est-à-dire la distributivité du nécessaire dans le système T et obtenir une connaissance localisée. Ce type de connaissance, cependant, dans le contexte des jeux interactifs et particulièrement dans les travaux d'Aumann, n'est pas priorisé. Ses travaux consistent plutôt à modéliser les savoirs diffusés entre différents joueurs tels que l'on peut le retrouver pour les connaissances communes.

Prenons l'exemple classique du problème des chapeaux (Walliser, 1991, p.826). Des chapeaux blancs et des chapeaux noirs sont distribués. L'objectif du jeu est de découvrir la couleur du chapeau que l'on porte. Les agents ne voient pas leur propre chapeau, mais une tierce personne annonce : « un individu au moins a un chapeau noir ». Cette tierce personne est l'arbitre, c'est-à-dire la personne qui garantit la connaissance commune. Ainsi, chacun sait que l'autre sait qu'au moins un individu a un chapeau noir. Prenons une situation où deux agents portent chacun un chapeau noir. La situation est telle que *a* voit que *b* a un chapeau noir et *b* voit que *a* porte un chapeau noir. Comment l'agent, prenons l'agent *a*, peut-il conclure s'il porte un chapeau noir ou un chapeau blanc ? Une théorie de la décision sans interaction nous limiterait à une règle sue, « un individu au moins a un chapeau noir », et à une observation « *b* a un chapeau noir ». À partir de *a* :

Règle	Un individu au moins a un chapeau noir
Observation	*a* voit que *b* porte un chapeau noir

Une logique de la connaissance commune, en tant que théorie de la décision interactive, fournit davantage d'information : *a* sait que *b* sait aussi la règle. À partir de *a* :

Règle	Un individu au moins a un chapeau noir
Su	*a* sait que *b* sait la règle
Observation	*a* voit que *b* porte un chapeau noir

L'agent *a* peut alors déduire que si *b* ne déclare pas qu'il est celui portant un chapeau noir, comme il connaît aussi la règle, c'est qu'il (*a*) doit lui-même porter un chapeau noir. Une logique de la connaissance commune permet donc à *a* de conclure qu'il porte, lui aussi, un chapeau noir.

Aumann (1976), avec la logique du savoir commun, permet de délimiter des contextes où un système épistémique fort est nécessaire pour une stratégie gagnante. Les agents utilisés par Aumann sont équivalents les uns aux autres. Les propriétés d'ordre de l'équivalence que sont la réflexivité, la transitivité et la symétrie renvoient au système modal le plus exigeant, c'est-à-dire au système S5. L'utilisation du système S5 dans ce contexte permet à un agent de conclure. On voit ici la portée méliorative que peut permettre l'apprentissage de règles épistémiques : c'est seulement par un système aussi fort qu'un agent dans un tel contexte peut conclure, c'est-à-dire trouver une stratégie gagnante. Autrement dit, l'agent peut conclure grâce à un savoir bien « diffusé » (Walliser, 1991, p.816). Nous pouvons aussi penser à d'autres situations qui regroupent des individus partageants des connaissances communes et où leurs actions sont guidées par une équivalence entre les agents épistémiques. La conduite automobile, par exemple, regroupe des agents ayant un permis de conduire et cible des savoirs communs qui permettent de ne pas s'arrêter à un feu vert, puisque nous savons que l'autre agent sait qu'il doit s'arrêter à un feu rouge. Ce sont des contextes dans lesquels tous les agents connaissent les règles et savent que tous les agents connaissent les règles, etc. Notons que ces agents appliquent aussi correctement lesdites règles : non seulement nous savons que l'autre agent sait qu'il doit s'arrêter si le feu de circulation est rouge, mais nous nous attendons à ce que l'autre agent, face au feu rouge, s'arrête effectivement et nous agissons en conséquence. Contextualiser les agents épistémiques par l'intermédiaire de la théorie des jeux offre un cadre plausible aux systèmes épistémiques forts. Un système fort permet à l'agent de conclure. Il est important de noter ici qu'Aumann s'intéresse tout de même à la représentativité des agents épistémiques réels. Le savoir commun joue un rôle important dans la théorie des jeux et l'économie pour la prise en compte des croyances des agents au sujet des croyances des autres agents (Aumann, 1976, p.1236). Il considère d'ailleurs la diversité individuelle par les probabilités subjectives (Harsanyi, 1968, dans Aumann 1976, p.1237), mais aussi les facteurs psychologiques tels que les biais systémiques de Tversky et Kahnemann (1974). À première vue, il semble contre intuitif de sélectionner alors un système aussi fort tout en tenant compte de cette rationalité limitée. Et c'est ici que le sens d'« interactif » dans la théorie des jeux est primordial : Aumann s'intéresse au processus d'échange d'information, processus qui continue selon lui jusqu'à l'atteinte d'un niveau d'équilibre. Comme le souligne Walliser, « une connaissance distribuée est progressivement homogénéisée, avec convergence éventuelle vers la connaissance commune » (1991, p.826). Un niveau d'équilibre en théorie des jeux correspond à un stade où les joueurs n'ont pas intérêt à modifier leur comportement (Sandu, 2011,p.253). Pour reprendre l'exemple des chapeaux noirs, les deux agents peuvent conclure simultanément qu'ils portent un chapeau noir. Nous pouvons tout de même nous demander si ce système est représentatif. Autrement dit, l'agent conclurait-il réellement en fonction du silence de son adversaire ? En fait, non seulement les agents concluent sous ce modèle, mais ils devraient conclure simultanément. Nous pouvons d'ailleurs complexifier la tâche en ajoutant des agents ou en ajoutant le nombre d'étapes nécessaires avant qu'un agent puisse conclure.

Si l'objectif est de prédire le comportement plutôt que d'assurer une stratégie, il peut être pertinent d'affaiblir l'accessibilité entre les agents épistémiques, c'est-à-dire de remplacer le système S5 sélectionné par Aumann par un système plus faible. Autrement dit, le choix d'un système prédictif du comportement cognitif réel ou d'un système expert qui mène à une stratégie valide appartient au modélisateur ou à la modélisatrice. Nous allons y revenir, voyons d'abord certains systèmes affaiblis.

3.1.3 Système classique affaibli par élimination des axiomes et des systèmes trop contraignants

3.1.3.1 La connaissance affaiblie de Walliser

Lorsque nous nous retrouvons en contexte économique, comme c'est le cas avec Bernard Walliser (1991), les définitions que l'on retrouve quant à la logique modale épistémique varient quelque peu de l'approche historique que nous avons présentée jusqu'ici. Walliser, par exemple, dans son article *Logique épistémique et théorie des jeux* (1991), présente la logique épistémique comme un outil pouvant « rendre compte de savoirs d'un individu sur les savoirs des autres, ainsi que de l'amélioration collective des connaissances par échanges d'information entre acteurs » (Walliser, 1991, p.802). L'approche historique que nous avons priorisée jusqu'ici rend cette définition quelque peu dissonante puisque la logique modale épistémique est ici définie par son application particulière dans le contexte économique et, plus précisément, en théorie des jeux. Pour faire échos à ce dont nous avons discuté au deuxième chapitre, la logique épistémique est plutôt définie ici selon une approche descriptive. C'est d'ailleurs pour cette raison que nous nous tournons vers la théorie des jeux pour ce troisième chapitre, ces approches plus descriptives nourrissent cette dissociation que nous proposons à l'égard de la normativité forte des approches formalistes classiques.

Revenons à Walliser, après avoir situé la logique épistémique et la théorie des jeux pour laquelle Aumann propose un système formel très fort, il aborde la possibilité d'affaiblir la connaissance, c'est-à-dire de retirer des propriétés contraignantes aux systèmes épistémiques (Walliser, 1991, p.810). Un premier affaiblissement consiste à passer du système S5 au système S4 en retirant l'introspection négative et cela ne devrait pas poser problème. Un second affaiblissement consiste à retirer l'actualité du su. Notons ici que Walliser utilise les termes que l'on retrouve classiquement au niveau ontique, le deuxième affaiblissement est donc présenté comme un retrait de l'axiome de réflexivité et ce, afin de permettre des croyances fausses. Tout comme Girle (2009, p.180), Walliser souligne que nous pouvons affaiblir cet axiome en soutenant simplement qu'« un agent ne croit en aucune proposition contradictoire » (1991, p. 810). Ce qui renvoi à la sérialité, ou à la cohérence du savoir, que nous avons déjà distinguée de la réflexivité (voir section 2.5 *La sérialité et la cohérence du savoir*). Walliser passe ensuite à un troisième affaiblissement qu'il juge cette fois-ci « bien plus radical » (1991, p.811). Ce dernier consiste à retirer la distributivité du nécessaire ainsi que la règle de nécessitation. Nous voyons ici l'avantage qu'apportent les distinctions de Girle (2009, p.184) à cet effet (voir section 1.3.4 *Systèmes épistémiques alternatifs à partir de Girle*). Walliser ne distingue pas la problématique de la distributivité du nécessaire et celle de la règle de nécessitation, ce que nous avons distingué au second chapitre en problème de l'omniscience déductive et en problème de l'omniscience logique. Nous avons, de plus, par l'intermédiaire des systèmes non normaux, distingué l'omniscience logique forte et l'omniscience logique faible. Walliser caractérise plutôt l'omniscience logique par la présence de la règle de nécessitation et de l'axiome de distributivité du nécessaire (Walliser, 1991, p.803). Nous avons les outils pour distinguer au niveau formel ces deux propriétés que sont la règle de nécessitation et l'axiome de distributivité du nécessaire, mais aussi au niveau conceptuel par la distinction que propose Girle (2009) entre l'omniscience logique et l'omniscience déductive. Cette confusion semble expliquer la forte résistance quant au retrait de l'omniscience, qui semble « trop radical » pour des auteur-es comme Walliser, puisque retirer l'omniscience affaiblit de façon importante la relation d'accessibilité entre le savoir et le monde actuel. Notons qu'au premier chapitre, nous n'avons pas présenté de systèmes qui ne possèderait ni la règle de nécessitation, ni l'axiome de distributivité du nécessaire (voir tableau 1.2 *Systèmes ontiques non normaux : caractéristiques, règles et axiomes ontiques*).

3.1.3.2 Les agents mortels de Girle

Nous avons souligné, à la fin du premier chapitre, le projet de Girle dans son ouvrage *Modal Logics and Philosophy* (2009), qui consiste à ouvrir des alternatives au système modal épistémique classique d'Hintikka. Girle procède par systèmes, il traite plus précisément des systèmes S5, S4, T, S0.5, E2 et N pour le contexte épistémique (Girle, 2009, chapitre 12). Il se concentre sur ces systèmes puisqu'il ne rejette pas l'actualité du su qui est fortement ancrée dans la littérature comme caractéristique distinguant l'épistémique du doxastique. Les systèmes T, S4 et S5 permettent de distinguer une absence de toute introspection (T) de la présence d'introspection positive (S4), puis d'introspection négative (S5). Alors que les systèmes E2, S0.5 et T permettent de discuter de l'absence d'omniscience logique (E2), de la présence d'omniscience logique faible (S0.5), puis d'omniscience logique forte (T). Le système N permet d'aborder le rejet de l'omniscience déductive.

Girle conclut qu'un agent épistémique idéal à partir d'un système S5 ne peut être qu'une divinité (2009, p.186). Doté d'une omniscience logique forte, l'agent S5 sait automatiquement toutes les tautologies et sait qu'elles sont des tautologies. L'agent a aussi une omniscience déductive, c'est-à-dire qu'il connaît toutes les conséquences de ses savoirs. Il est donc entièrement conscient de son savoir et il a un accès immédiat à tous les théorèmes et à toutes les conséquences de son savoir, c'est-à-dire à la structure de ses connaissances. L'agent sait qu'il ne sait pas ce qu'il ne sait pas et il ne peut pas avoir de fausses croyances. À la différence de l'agent S5, l'agent S4 ne sait pas qu'il ne sait pas ce qu'il ignore : il n'y a pas d'introspection négative. L'agent reste tout de même pleinement conscient de son savoir et connaît toutes les conséquences de ce qu'il sait. Girle dira que cet agent est un peu plus bas que les anges, mais tout de même pas assez bas pour les mortels (2009, p.189). L'agent reste conscient de son savoir, car l'introspection positive est conservée, c'est-à-dire que lorsqu'il sait « *p* », il sait qu'« il sait *p* ». Girle aborde ensuite l'agent T qu'il qualifie de plus souple, car non seulement il ne sait pas qu'il ne sait pas ce qu'il ignore, mais l'introspection positive ne tient plus (2009, p.189). Il est possible que l'agent sache quelque chose, mais sans savoir qu'il le sait. Il connaît tout de même toutes les conséquences de ses savoirs. L'agent T connaît sans être activement conscient de ses savoirs. Cependant, la règle de nécessitation, puisque le système T est un système normal, persiste. Toutes les thèses de la logique épistémique sont sues. Donc, même s'il n'y a pas d'introspection positive, l'agent connaît toutes les thèses de la logique classique et de la logique épistémique. Il est donc conscient de la structure de la connaissance, il connaît d'ailleurs toutes les conséquences de son savoir. Quant à l'agent S0.5, la règle de nécessitation n'est plus forte, mais bien faible. L'agent connaît les théorèmes de la logique classique des propositions, mais il n'en est pas nécessairement pleinement conscient. Il n'y a pas d'introspection positive qui lui permettrait de savoir ce qu'il sait, c'est-à-dire qui permettrait une itération de la modalité forte. À la différence de l'agent T, l'agent S0.5 ne connaît pas la structure de la connaissance, pas même implicitement. Cependant, il connaît toutes les conséquences de ce qu'il sait, il n'en est seulement pas pleinement conscient. Simplement, en raison de la version faible de la règle de nécessitation, il connaît toutes les lois de la logique classique des propositions, mais l'introspection positive ne s'applique pas (Girle, 2009, p.190). L'agent E2, à la différence des autres agents mentionnés, serait un agent non cartésien selon Girle (2009, p.191), c'est-à-dire que l'agent n'aurait pas de connaissance automatique. L'agent N conserve une version faible de la règle de nécessitation, mais il n'y a pas d'axiome de distributivité du nécessaire : l'agent peut connaître une implication sans nécessairement déduire le conséquent à partir de l'antécédent. Il s'agirait d'un agent cartésien, logiquement omniscient en raison d'une version faible de la règle de nécessitation, mais qui ne serait pas déductivement omniscient (Girle, 2009, p.191).

Le chapitre que présente Rod Girle (2009, chapitre 12) au sujet de la logique épistémique conclut que les systèmes S5, S4, T et S0.5 sont trop forts pour représenter les agents épistémiques mortels. Il faudrait se tourner davantage vers des systèmes plus faibles comme N ou E2. Nous intégrons à cette lecture de Girle la possibilité de retirer l'actualité du su et la cohérence du savoir caractéristiques des systèmes D et K pour les systèmes normaux et des systèmes ED2 et C2 pour les systèmes non normaux de Lemmon.

3.2 Catalogue des différents systèmes associés à des états épistémiques distincts

Nous avons investi la problématique de l'intersection conflictuelle entre la logique modale épistémique et la modélisation de la cognition. Le premier chapitre visait à situer au niveau formel les différents systèmes disponibles en logiques modales. Le deuxième chapitre visait à analyser les implications cognitives des différents axiomes épistémiques. Pour bien répondre à la problématique, le troisième chapitre vise à proposer un catalogue de systèmes formels modélisant des états épistémiques distincts et offrant une alternative au système épistémique classique. Si nous précisons à nouveau l'objectif initial, c'est qu'il nous semble important de conserver ce projet d'un catalogue, c'est-à-dire une liste de systèmes disponibles pour la modélisation. Il ne s'agit donc pas de sélectionner un système épistémique en particulier, mais bien d'offrir des alternatives. Cette mise en catalogue de différents systèmes épistémiques est informative puisqu'il est possible de les ordonner. En effet, nous n'avons pas situé les systèmes de façon aléatoire, mais bien du plus fort au plus faible, c'est-à-dire du plus contraignant au moins contraignant. Nous pouvons situer, dans un premier temps, ces systèmes dans un tableau synthétique :

Tableau 3.1 Interprétation épistémique des systèmes ontiques normaux et subnormaux

Caractéristiques		Axiomes	Systèmes disponibles					
Omniscience logique	Forte	$\vdash p \Rightarrow\ \vdash Kap$	S5	S4	T	D	K	
	Faible	$\vdash(pl)p \Rightarrow\ \vdash Kap$			S0.5			N
	Aucune				E2	ED2	C2	
Omniscience déductive		$Ka(p \supset q) \supset (Kap \supset Kaq)$	√	√	√	√	√	
Métacognition	Introspection négative	$\neg Kap \supset Ka\neg Kap$	√					
	Introspection positive	$Kap \supset KaKap$	√	√				
Actualité du su		$Kap \supset p$	√	√	√			
Cohérence du savoir		$Kap \supset Pap$	√	√	√	√		

Ce tableau condense les différents systèmes ontiques discutés au premier chapitre, mais associés ici à des caractéristiques épistémiques. Notons que la symétrie, et par le fait même le système B, n'est pas intégré au tableau bien qu'elle apparaît à la présence de l'introspection négative et de l'actualité du su, tel qu'expliqué à la section 2.6 *L'euclidianité et l'introspection négative*. À la différence des tableaux présentés au premier chapitre, nous avons combiné les systèmes ontiques normaux et non normaux pour en faciliter la lecture. Nous voyons, par exemple, que les systèmes T, S0.5 et E2, dont nous venons de discuter dans la section précédente, possèdent les mêmes propriétés de la connaissance, c'est-à-dire l'omniscience déductive, l'actualité du su et la cohérence du savoir, mais varient sur le type d'omniscience logique. Cette lecture nous permet aussi de noter des espaces vides qui pourraient être utilisés : nous pourrions, par exemple, situer un système entre le système D et le système ED2, c'est-à-dire un système plus faible que le système D et plus fort que le système ED2. Il s'agirait simplement de modifier l'omniscience logique, forte pour le système D et absente pour le système ED2, pour une version faible, c'est-à-dire d'ajouter une version faible de la règle de nécessitation au système ED2. La même situation se présente pour les systèmes K et C2 qui, à la différence des systèmes D et ED2, ne possèdent pas de cohérence du savoir. Nous avons alors un système K qui possède une omniscience logique forte et l'omniscience déductive, puis un système C2 qui possède aussi l'omniscience déductive, mais qui ne possède pas d'omniscience logique. Un système intermédiaire entre le système K et le système C2 serait alors un système avec l'omniscience déductive et une version faible de l'omniscience logique. Le tableau 3.1 permet aussi de constater que nous ne disposons pas de systèmes possédant plusieurs axiomes, comme le système S4 et le système S5, tout en ne possédant pas une omniscience logique forte. En effet, le seul système qui possède l'omniscience déductive, l'introspection positive, l'introspection négative, l'actualité du su et la cohérence du savoir possède aussi l'omniscience logique forte. Il s'agit du système S5. Or, il est logiquement possible qu'un système possède toutes ces caractéristiques tout en possédant plutôt l'omniscience logique faible ou même aucune omniscience logique. La même situation se présente pour le système S4 : il est logiquement possible d'affaiblir l'omniscience logique forte de S4 par une omniscience logique faible ou en retirant tout simplement la règle de nécessitation. Notons, finalement, que nous pourrions aussi remplir le tableau 3.1 en augmentant le système N qui possède l'omniscience logique faible avec l'omniscience logique forte, tout comme nous pourrions aussi l'affaiblir en retirant la règle de nécessitation.

Nous avons abordé au premier chapitre la hiérarchisation des systèmes modaux (voir la figure 1.2 *Diagramme de Girle*). Nous avons vu que le système S5 comprend les systèmes plus faibles. Le tableau 3.1 *Interprétation épistémique des systèmes ontiques normaux et subnormaux* ci-dessus ajoute de la densité à cette hiérarchisation. Nous avons d'une part le système S5 qui correspond au point maximal de l'interprétation épistémique et d'autre part le point minimal qui se situe à première vue au système C2 ou au système N. Notons que nous avons un espace possible sous N où aucun axiome modal ne serait intégré, laissant le système à seulement ses définitions. Autrement dit, un système plus faible que N ou C2 ne possèderait pas d'axiome modal. Par « densité » nous référons donc ici à tous ces systèmes intermédiaires entre ces deux pôles, c'est-à-dire entre S5 et N ou C2. Ainsi, ordonner les systèmes déjà en notre possession nous permet de générer de nouveaux systèmes.

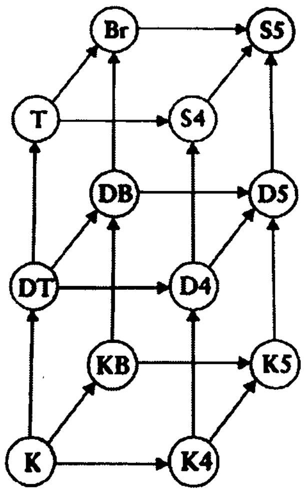


Figure 3.1 Hiérarchie des systèmes normaux (Girle, 2009, p.49)

Afin d'illustrer plus clairement cette hiérarchie des différents systèmes en logique modale, nous renvoyons à un diagramme (*voir figure 3.1*) utilisé par Girle (2009, p.49). Le premier étage de cette structure représente l'axiome de distributivité du nécessaire associé au système K, le deuxième étage, associé au système D, représente l'axiome de sérialité et le dernier étage, associé au système T, l'axiome de réflexivité. De la même façon, nous avons la colonne 4 pour la transitivité, la colonne B pour la symétrie et la colonne 5 pour l'euclidianité. Cette figure (3.1) structure par le fait même les relations d'accessibilités : nous voyons bien, par exemple, que le retrait de la distributivité du nécessaire n'a pas les mêmes enjeux ou conséquences que le retrait de la réflexivité.

Cette structure exprime bien cet ordonnancement des différents systèmes : les systèmes ne sont pas incompatibles, le système S5, par exemple, est une augmentation du système K : S5 $\supset$ K. Nous pouvons alors naviguer d'un système à l'autre par l'ajout ou le retrait d'axiomes. Un agent, par exemple, pourrait acquérir une nouvelle règle ou un nouvel axiome et passer d'un système plus faible à un système plus fort. Un agent pourrait, de la même façon, perdre une règle ou un axiome et passer alors d'un système plus fort à un système plus faible.

Le rejet de certains axiomes par le passage à des systèmes plus faibles permet ainsi de répondre à certains soucis soulevés lors du deuxième chapitre. Nous pouvons par exemple situer le seuil de la conscience entre les systèmes T et S4 pour les systèmes normaux si nous l'associons à la présence d'introspection positive. Autrement dit, et nous revenons ici à l'ouvrage de Dehaene (2014), ce catalogue nous permet de sélectionner la modélisation d'un savoir conscient ou bien la modélisation d'un savoir sans introspection positive, comme nous le retrouvons dans le traitement préconscient. Par exemple, dans un contexte de *priming*, dans lequel un stimulus oriente inconsciemment l'agent, le système maximal serait le système T, car il s'agit du système le plus fort n'ayant pas d'introspection positive. De la même façon, et nous revenons ici à l'exemple des chapeaux noirs en théorie des jeux interactifs, nous pourrions retirer l'omniscience déductive ou l'actualité du su afin de permettre aux agents modélisés de ne pas connaître l'ensemble des conséquences de ce qu'ils connaissent ou bien pour leur permettre des croyances fausses. Un système plus faible que celui utilisé par Aumann, c'est-à-dire un système plus faible que le système S5, permettrait de modéliser des comportements plus représentatifs du comportement humain : un agent pourrait ne pas conclure rapidement qu'il porte un chapeau noir par exemple, ou bien, pour revenir à l'exemple de la conduite automobile, un agent pourrait avoir une croyance fausse sur l'interprétation d'une signalisation moins courante. Autrement dit, S5 serait le système limite d'un agent parfaitement rationnel et le système C2 ou N, le système limite d'un agent non rationnel. Nous pouvons d'ailleurs trouver appui dans un cas réel ; Le 14 février 2016 a eu lieu le premier accident provoqué par une voiture autonome de Google. La voiture autonome devait changer de voie puisqu'il y avait des sacs de sables qui lui bloquaient le passage. Elle s'est alors arrêtée, a laissé passer quelques voitures puis elle a *vu* un autobus approcher. Elle a *cru*, avec la distance, qu'il lui cèderait le passage et s'est ensuite déplacée dans la voie centrale. À ce moment, elle a percuté l'autobus. Le rapport[24] de l'accident souligne que le conducteur de secours a eu la même croyance, c'est-à-dire la croyance que l'autobus cèderait le passage. Comme il s'agit du premier accident pour lequel la voiture autonome est jugée responsable, une mise à jour a dû être appliquée. La voiture autonome jugeait les autres voitures comme étant équivalentes les unes aux autres et

[24] Disponible sur le site du *State of California's Department of Motor Vehicles* : https://www.dmv.ca.gov/portal/wcm/connect/3946fbb8-e04e-4d52-8f80-b33948df34b2/Google_021416.pdf?MOD=AJPERES

n'a pas fait de distinction dans son jugement sur la situation entre un autre véhicule de classe 5 et un autobus. La mise à jour permet maintenant de distinguer entre différents agents et souligne qu'un autobus cède rarement le passage. Cette situation illustre la pertinence d'un catalogue de systèmes pour la modélisation d'agents réels : dans un système multi-agents, par exemple, un groupe d'agents peut être modélisé à l'aide d'un système épistémique alors qu'un autre groupe d'agents peut être modélisé à l'aide d'un système épistémique différent. Ceci permet de rendre compte des différences entres les agents et des variations dans les contraintes de modélisation qui en résultent.

3.2.1 Nouveaux systèmes intégrants différents types de métacognition

Nous avons terminé le deuxième chapitre en présentant les diverses combinaisons quant à la métacognition d'un agent épistémique, ce que nous avons représenté au tableau 2.1 *Systèmes épistémiques selon différents types de métacognitions* par les systèmes I à VI. Nous retrouvons alors un agent qui ignore tout ce dont il est ignorant, il s'agit de la double ignorance du système I. L'agent peut aussi ne pas savoir ce qu'il sait, auquel cas il aurait un savoir implicite et il s'agit du système II. Nous pouvons combiner ces deux axiomes, ce qui nous amène à un agent qui ignore ce qu'il ignore et ce qu'il sait, il s'agit du système III. Ces trois systèmes ont ceci en commun qu'ils impliquent de l'ignorance. Un axiome associé à la métacognition plus fort aura plutôt pour conséquent la modalité forte du savoir, ce qui nous amène à l'introspection positive déjà associée au système S4, mais que nous pouvons ici combiner, dans un premier temps, avec la double ignorance pour former le système IV ou bien dans une version plus forte avec l'introspection négative : il s'agit alors du système S5. Dans la première situation (S4), l'agent sait tout ce qu'il sait. Dans la seconde situation, l'agent sait tout ce qu'il sait et ignore tout ce qu'il ignore (Système IV). Quant à la dernière situation, l'agent sait tout ce qu'il sait et il sait qu'il ignore tout ce qu'il ignore (S5).

Tout comme le système ontique S4 possède seulement l'introspection positive, nous pouvons situer un agent qui possèderait seulement l'axiome d'introspection négative, il s'agit du système VI et nous pouvons ajouter à ce système un savoir implicite, il s'agit du système V. Dans la première situation, l'agent sait qu'il ignore tout ce qu'il ignore, et dans la seconde situation, l'agent sait qu'il sait tout ce qu'il ignore, mais ne sait pas tout ce qu'il sait. Ces systèmes sont logiquement possibles, bien qu'il semble contre-intuitif de sélectionner l'axiome très fort de l'introspection négative où l'agent sait qu'il sait tout ce qu'il ignore tout en évitant l'axiome d'introspection positive où l'agent sait tout ce qu'il sait. Notons, finalement, que nous pourrions aussi retirer les axiomes concernant la métacognition, ce qui nous amène au système T pour les systèmes normaux.

Nous appellerons les systèmes I à VI des « familles de systèmes », puisque ces systèmes se positionnent chacun sur le type de métacognition accessible à l'agent épistémique que nous souhaitons modéliser, mais ne prennent pas position sur la suite des axiomes épistémiques. La famille de systèmes I, par exemple, nous indique au niveau de la métacognition que l'agent ignore ce qu'il ignore, mais ne nous dit pas où le situer quant à l'omniscience logique, l'omniscience déductive, l'actualité du su et la cohérence du savoir. Il en va de même pour chacune des familles de systèmes. Le tableau 3.2 ci-dessous situe ces systèmes sous une sélection précise, mais qui est modifiable selon les positions épistémiques que l'on prend. Autrement dit, des positions épistémologiques différentes pourraient mener à une sélection différente. Nous mettons plutôt ici de l'avant les différents types de métacognition.

Tableau 3.2 Nouveaux systèmes intégrants différents types de métacognition

Caractéristiques		Axiomes	Familles de systèmes					
			I	II	III	IV	V	VI
Omniscience logique	Forte	$\vdash p \Rightarrow \vdash Kap$						
	Faible	$\vdash (pl)p \Rightarrow \vdash Kap$						
	Aucune		√	√	√	√	√	√
Omniscience déductive		$Ka(p \supset q) \supset (Kap \supset Kaq)$	√	√	√	√	√	√
Métacognition	Introspection positive	$Kap \supset KaKap$				√		
	Introspection négative	$\neg Kap \supset Ka\neg Kap$					√	√
	Savoir implicite	$Kap \supset \neg KaKap$		√	√		√	
	Double ignorance	$\neg Kap \supset \neg Ka\neg Kap$	√		√	√		
Actualité du su		$Kap \supset p$						
Cohérence du savoir		$Kap \supset Pap$	√	√	√	√	√	

Nous avons éliminé les axiomes non pertinents quant à la représentativité des agents épistémiques réels. Nous avons retiré toute forme d'omniscience logique ainsi que l'actualité du su. Ces agents, à travers ces différents types de métacognitions, ne connaissent alors pas l'ensemble des lois de la logique et peuvent avoir des connaissances fausses. Bien sûr, ce choix se distancie d'un vérificationnisme classique où ce sont des faits du monde qui sont sus, qui sont donc vérifiables. Dans le contexte vérificationniste, ou néo-vérificationniste lorsque le concept de preuve est nuancé par celui de probabilité, les énoncés de la science empirique sont descriptifs et affirment des faits du monde : « seule existe la connaissance venue de l'expérience, qui repose sur ce qui est immédiatement donné » (Hanh *et al.*, 1985, p.118). Le rejet de l'axiome de réflexivité se positionne alors dans le sens des épistémologies non vérificationnistes. Dans un tel contexte, comme on le retrouve pour le falsificationnisme poppérien par exemple, il ne s'agit plus de lois probables par cumul de vérifications empiriques, mais bien de lois valides jusqu'à leur falsification : « elles [les lois naturelles] mettent l'accent sur la non-existence de certaines choses ou de certains états de choses, proscrivant ou défendant, en quelque sorte, ces choses ou états de choses ; elles les excluent. Et c'est précisément pour cela qu'elles sont falsifiables » (Popper, 1973, p.67). Ainsi, savoir *p* ne signifie pas que *p* est vrai (vérificationnisme), mais bien que nous ne sachions pas sa négation (falsificationnisme).

Pour revenir aux axiomes, à la différence d'Hintikka, nous retirons l'actualité du su ($Kap \supset p$), mais conservons la cohérence du savoir ($Kap \supset \neg Ka\neg p$). Nous conservons également l'axiome de distributivité du nécessaire pour assurer que l'agent puisse tout de même bien traiter ce qu'il sait, ainsi qu'une cohérence du savoir comme nous retirons l'actualité du su. Malgré que nous caractérisions cette sélection comme étant variable en fonction du contexte, il y a tout de même certaines contraintes formelles à respecter. Conserver l'actualité du su et la présence d'introspection négative, par exemple, nous ramène à la symétrie. Sélectionner la présence de l'actualité du su implique aussi la cohérence du savoir, c'est-à-dire que nous ne pouvons avoir le premier sans le second. Il y a donc variabilité possible, mais à travers certaines contraintes formelles.

3.3 Multiplicité des modalités distinctes

Nous avons discuté au premier chapitre de la relation entre la diminution des axiomes et l'augmentation du nombre de modalités pour un système (voir section 1.2.2.1 *Systèmes ontiques normaux*). Il s'agit des règles de réduction entre les modalités. Nous avons souligné, par exemple, que la présence de transitivité $\Box p \supset \Box\Box p$ et de densité $\Box\Box p \supset \Box p$ rend équivalentes la modalité simple du savoir et ses itérations : $\Box p \equiv \Box\Box p$. Transposé au contexte épistémique, la présence de densité et d'introspection positive rend équivalent « savoir que l'on sait quelque chose » (KaKap) et tout simplement « savoir cette chose » (Kap). N'oublions pas que l'actualité du su, qui distingue l'épistémique du doxastique, implique la densité. Nous avons alors souligné qu'un système très fort, c'est-à-dire possédant beaucoup d'axiomes, aura moins de modalités distinctes. Le système S5 possède quatre modalités distinctes, ($\Box p$, $\Diamond p$, $\neg\Box p$, $\neg\Diamond p$), que nous avons traduites au niveau épistémique par Kap, Pap, ¬Kap, ¬Pap. En langue naturelle, nous disons : savoir *p*, avoir la possibilité logique de savoir *p*, ne pas savoir *p* et ne pas avoir la possibilité logique de savoir *p*. Notons que certains ouvrages, celui de Girle (2000, p.46) par exemple, parlent plutôt de six modalités, car ils incluent la négation et l'affirmation d'une proposition, la négation étant aussi un opérateur unaire. Nous retrouvons alors chez ces auteur-es six modalités au total dont quatre modalités propres ($\Box p$, $\Diamond p$, $\neg\Box p$, $\neg\Diamond p$) et deux modalités impropres (p, $\neg p$). Sans entrer dans les démonstrations, notons que certains affaiblissements augmentent le nombre de modalités distinctes. L'absence de symétrie et d'euclidianité pour le système S4, par exemple, affaiblit la relation d'accessibilité à un ordre large (réflexif, antisymétrique et transitif) et augmente par le fait même le système à douze modalités propres. Les mondes possibles ne sont plus équivalents, mais bien hiérarchiques. On obtient alors pour S4 les modalités distinctes suivantes : $\Box p$, $\Box\Diamond p$, $\Box\Diamond\Box p$, $\Diamond\Box\Diamond p$, $\Diamond\Box p$, $\Diamond p$ ainsi que leurs négations. Le système S3, plus faible que le système S4, aura donc davantage de modalités distinctes. Plus précisément, le système S3 augmente à quarante modalités propres : $\Box p$, $\Box\Box p$, $\Box\Diamond p$, $\Box\Box\Diamond p$, $\Box\Diamond\Box p$, $\Box\Diamond\Diamond p$, $\Box\Box\Diamond\Box p$, $\Box\Diamond\Box\Box p$, $\Box\Diamond\Diamond\Box p$, $\Box\Diamond\Box\Box\Box p$, $\Diamond\Box\Diamond\Diamond\Diamond p$, $\Diamond\Box\Box\Diamond p$, $\Diamond\Box\Diamond\Diamond p$, $\Diamond\Diamond\Box\Diamond p$, $\Diamond\Box\Box p$, $\Diamond\Box\Diamond p$, $\Diamond\Diamond\Box p$, $\Diamond\Box p$, $\Diamond\Diamond p$, $\Diamond p$, ainsi que leurs négations. Dans ce contexte, celui du système S3, il n'y a pas d'équivalence entre savoir *p* (Kap) et savoir que l'on sait *p* (KaKap). Rappelons que ce système possède de la densité ($\Box\Box p \supset \Box p$), mais pas de la transitivité forte requise pour obtenir $\Box p \supset \Box\Box p$. Ceci ne permet donc pas une réductibilité, c'est-à-dire une équivalence, entre $\Box p$ et $\Box\Box p$. Les modalités sont tout de même ordonnées, notons d'ailleurs que ce système possède l'axiome de sérialité ($\Box p \supset \Diamond p$). Si nous revenons au système S4 pour simplifier la quantité de modalités irréductibles, nous pouvons représenter l'ordre

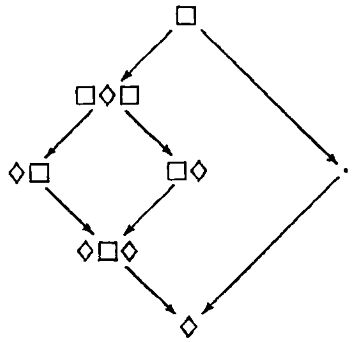
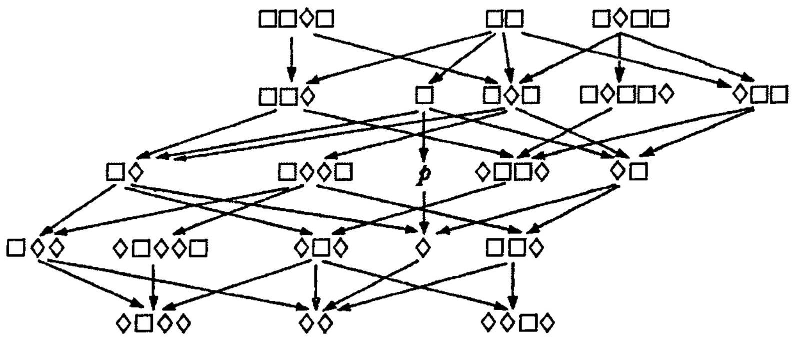


Figure 3.2 Modalités du système S4

des modalités par une figure (3.2) que présente Chellas dans *Modal logic : An introduction* (1980, p.149).

Nous voyons d'ailleurs, à la figure 3.2, en quoi la présence de symétrie (p ⊃ □◇p) et d'euclidianité (◇p ⊃ □◇p) réduit les modalités pour le système S5. Elles ajouteraient des flèches à partir de *p*, qui est illustré par un point sur la figure 3.2, et de ◇p, les rendant ainsi bidirectionnelles et écrasant par le fait même ces distinctions. En effet, nous voyons à la figure 3.2 que les modalités distinctes présentes pour le système S4 sont structurées de sorte que □p ⊃ ◇□p et □◇p ⊃ ◇p. En ajoutant l'euclidianité, c'est-à-dire ◇p ⊃ □◇p, et son équivalent ◇□p ⊃ □p, cette structure hiérarchique présente dans le système S4 se perd dans le système S5 par des équivalences telles que □p ≡ ◇□p et □◇p ≡ ◇p. Ainsi, l'ajout d'axiomes transforme des relations unidirectionnelles en relations bidirectionnelles réduisant ainsi le nombre de modalités distinctes : pour l'exemple du passage de S4 à S5, quatre modalités distinctes disparaissent (□◇□, ◇□, ◇□◇ et □◇). Nous pouvons situer de la même façon les quarante modalités propres que l'on retrouve pour le système S3. Nous reprenons à cet effet un diagramme présenté par Prior dans son ouvrage classique *Time and Modality* (1957, p.124). Par souci de clarté, comme Prior utilise une notation différente de celle sélectionnée ici, nous avons refait le diagramme avec le nécessaire représenté par le carré (□) et le possible représenté par le losange (◇) :

Figure 3.3 Modalités du système S3



Ce que nous désirons mettre en relief ici est la corrélation positive entre l'affaiblissement des systèmes modaux, c'est-à-dire le retrait des axiomes et l'augmentation de modalités irréductibles. Cette augmentation de modalités ajoute des nuances aux systèmes. Nous avons souligné plus tôt que savoir une chose (Kap) et savoir que l'on sait cette chose (KaKap) n'est plus équivalent, mais d'autres nuances apparaissent : savoir que l'on sait une chose (KaKap) n'est pas réductible à savoir que l'on sait que l'on a la possibilité logique de savoir une chose (KaKaPap), qui n'est pas réductible à savoir que l'on sait que l'on a la possibilité logique de savoir que l'on sait une chose (KaKaPaKap), etc. Cet affaiblissement augmente ainsi la quantité de sens différents que nous avons pour le terme « savoir » au sein d'un même système.

Nous avons discuté jusqu'ici de cette possibilité de choisir un système plus fort ou plus faible pour modéliser un agent épistémique et nous avons souligné que les systèmes plus faibles entrainent une pluralité de sens que l'on peut attribuer à la modalité « savoir » et par le fait même à son dual « avoir la possibilité logique de savoir ». Soulignons que nous pouvons aussi combiner ces diverses sélections. Nous référons ici à l'hypermodalité dont traite Gabbay (2002) dans son article *A Theory of Hypermodal Logics : Mode Shifting in Modal Logic*. Bien que Gabbay se situe davantage dans un contexte de logique modale temporelle, nous pouvons puiser dans ses propos pour les appliquer au contexte épistémique. Tout comme les systèmes s'imbriquent du plus fort au plus faible, au sens où le système S5 implique tous les systèmes plus faibles, nous pouvons imbriquer différentes modalités épistémiques.

Gabbay (2002) donne l'exemple de l'axiome suivant : $\Box(\Box p \supset p)$. Nous avons deux utilisations des modalités fortes, l'une englobée $\Box p$ et l'autre englobante $\Box(\Box p \supset p)$. La vision traditionnelle de la logique modale fixe la nature de ces modalités à partir d'un système sélectionné. Gabbay propose plutôt que les modalités puissent changer de nature en fonction de l'endroit où elles apparaissent (Gabbay, 2002, p.211). Notons, par exemple, que la modalité englobante pourrait appartenir au système T et la modalité englobée au système K. Nous aurions alors un système logique bimodal (Gabbay, 2002, p.234) et nous pourrions en distinguer les modalités de la façon suivante : $\Box_0$ et $\Box_1$. Pour l'exemple des systèmes K et T, la modalité englobante (T) possèderait la modalité englobée (K) ainsi que la sérialité et la réflexivité.

Une lecture épistémique de cette proposition consisterait à distinguer les modalités dans une expression telle que $K_1a(K_0ap \supset p)$, où le savoir englobant (K_1ap) pourrait appartenir à un système plus englobant et le savoir englobé (K_0ap) à un système englobé, ce qui élargit le pouvoir expressif de la logique modale (Gabbay, 2002, p.240). Cette avenue serait à développer. Notons pour le moment que non seulement nous possédons une variété de systèmes épistémiques (*voir tableaux 3.1 et 3.2*) et que chacun de ces systèmes possède des modalités irréductibles distinctes, mais nous pouvons maintenant combiner ces différents systèmes au sein d'une même proposition.

Revenons à la cognition, le système S3 permet tout de même d'exprimer un savoir itéré, c'est-à-dire une double modalité forte telle que l'agent sait qu'il sait (KaKap). Et ce savoir implique un savoir à une seule modalité : savoir que l'on sait *p* implique savoir *p*. La différence avec un système plus fort sera qu'inversement, la modalité simple ne se rapporte pas à la double modalité : savoir *p* n'implique pas savoir que l'on sait *p*. En ce sens, retirer des axiomes, jusqu'à un certain niveau, ne restreint pas tant le système qu'il augmente les nuances hiérarchiques de « savoir ». Prenons l'exemple suivant : l'agent *a* sait qu'il a des biais implicites. Prenons les biais implicites, c'est-à-dire des croyances inconscientes (Greenwald et Banaji, 1995), comme étant des croyances fausses. Afin de conserver une notation cohérente, nous allons utiliser la symbolisation du savoir (Kap), seulement ce savoir ne possède pas d'actualité du su. L'agent a donc des savoirs faux dans son système épistémique. Or, savoir ces savoirs, autrement dit prendre conscience de ces biais implicites, ne les rend pas pour autant explicites. La modalité englobante, qui porte sur la modalité englobée, ne change pas la nature de la modalité englobée. Concrètement, dans l'expression K_0aK_1ap, la modalité plus faible K_1ap, n'obtient pas les caractéristiques de K_0ap qui est plus fort. L'agent sait alors qu'il a des croyances fausses, sans pour autant avoir un accès introspectif aux dites croyances.

3.4 La question de la dualité des opérateurs modaux

Avant de conclure, reprenons les axiomes dans leur contexte formel :

Règle de nécessitation	$\vdash p \Rightarrow \vdash Kap$
Distributivité du nécessaire	$Ka(p \supset q) \supset (Kap \supset Kaq)$
Cohérence du savoir	$Kap \supset Pap$
Actualité du su	$Kap \supset p$
Densité	$KaKap \supset Kap$ ou $Pap \supset PaPap$
Introspection positive	$Kap \supset KaKap$ ou $PaPap \supset Pap$
Introspection négative	$Pap \supset KaPap$
Symétrie	$p \supset KaPap$

Ces règles ou axiomes sont présentés sous la forme implicative, c'est-à-dire que nous retrouvons un antécédent et un conséquent. Lorsqu'Hintikka retire l'axiome de symétrie pour le contexte épistémique, il retire par le fait même la relation d'implication du monde actuel vers le savoir d'un agent : il retire l'implication entre un fait du monde actuel et le savoir de l'agent qu'il a la possibilité logique de savoir ce fait, ou qu'il sait qu'il ne sait pas sa négation. Hintikka affaiblit ici la relation d'accessibilité entre le monde actuel et le savoir des agents. Les axiomes tels que la distributivité du nécessaire, la densité et l'introspection positive, concernent plutôt la structure du savoir, c'est-à-dire qu'ils ne positionnent pas le savoir par rapport au monde actuel ou à la possibilité logique de savoir : savoir une implication implique qu'à la connaissance de son antécédent, l'agent connaît son conséquent (distributivité du nécessaire), savoir que l'on sait *p*, implique savoir *p* (densité) ou bien savoir *p* implique savoir que l'on sait *p* (introspection positive). Quant à la cohérence du savoir et à l'introspection négative, nous pouvons dire qu'elles font appel à la possibilité logique de savoir : savoir une chose implique d'avoir la possibilité logique de la savoir (cohérence du savoir), avoir la possibilité logique de savoir *p* implique que l'agent sait qu'il a la possibilité logique de savoir *p* (introspection négative). Or, comme les modalités sont interdéfinissables, cette distinction entre le savoir et la possibilité logique de savoir n'est pas porteuse d'information. Nous pourrions simplement transformer les modalités de la possibilité logique de savoir par le savoir en ajoutant des négations, c'est-à-dire par leur dual ($Pap \equiv \neg Ka\neg p$). D'ailleurs, nous aurions pu aussi bien définir la densité et l'introspection positive par la possibilité logique de savoir : avoir la possibilité logique de savoir *p* implique avoir la possibilité logique de savoir que l'on a la possibilité logique de savoir *p* (densité), avoir la possibilité logique de savoir que l'on a la possibilité logique de savoir *p*, implique avoir la possibilité logique de savoir *p* (introspection positive). Notre objectif est plutôt ici de traiter des axiomes restants, c'est-à-dire la règle de nécessitation ($\vdash p \Rightarrow \vdash \Box p$) et l'actualité du su ($\Box p \supset p$). Tout comme la symétrie ($p \supset \Box\Diamond p$), qui a été retirée du contexte épistémique, nous voyons que la règle de nécessitation et l'actualité du su établissent une relation avec le monde actuel. Nous avons retiré une relation entre les faits du monde et le savoir d'un agent (symétrie), mais la règle de nécessitation conserve la nature de cet accès en transférant les tautologies. Hintikka devait retirer la symétrie pour marquer ce saut de l'ontique à l'épistémique. Le malaise que nous soulevons vis-à-vis la règle de nécessitation s'apparente au malaise d'Hintikka quant à la symétrie. Nous proposons, en ce sens, que le retrait de la règle de nécessitation est en continuité avec ce projet de rupture des approches classiques des logiques modales épistémiques entre le monde actuel et les mondes épistémiques. L'actualité du su, quant à elle, assure une relation d'accessibilité entre le savoir et le monde actuel, mais contrairement à la symétrie et à la règle de nécessitation, l'accès part du savoir. Nous voyons bien ici la prudence épistémique que veulent soulever des gens comme Hintikka par rapport aux modalités doxastiques : l'épistémique doit conserver un équilibre avec le monde actuel. Savoir doit être soutenu par des faits réels. Et c'est pourquoi nous avons soulevé que l'actualité du su porte le poids de nombreux problèmes quant à l'accès de l'épistémique à l'ontique. Comme nous ne faisons pas ici de la théorie de la connaissance, nous laissons ces longs débats à d'autres.

Revenons au niveau formel. Hintikka a retiré une relation d'accessibilité entre le monde actuel et le savoir. Nous soulevons la possibilité de retirer la règle de nécessitation et l'actualité du su. Nous retirons, par le fait même, le monde actuel de la logique modale épistémique. Autrement dit, Hintikka a retiré un axiome impliquant le monde actuel et retirer les deux relations restantes affaiblit par le fait même la restriction de ressemblance entre le savoir d'un agent et le monde actuel, ce que nous pouvons désigner par le concept « d'objectivité » dans son usage courant. Un malaise survient alors du fait qu'il ne reste pas d'axiome permettant un lien avec le monde actuel. De plus, comme la modalité forte et la modalité faible sont interdéfinissables, retirer les axiomes qui relient le monde actuel au savoir des agents retire par le fait même une proximité entre le monde actuel et le savoir possible d'un agent. Ce qui nous amène à une nouvelle proposition qui serait intéressante à explorer et qui viserait à défaire le caractère dual des modalités épistémiques. Autrement dit, bien que nous ayons distancié le savoir du monde actuel, nous pouvons faire l'hypothèse que la possibilité logique de savoir n'ait pas exactement la même distance. Or, lorsque les modalités sont interdéfinissables, retirer toutes les relations d'accessibilités entre le monde actuel et le savoir d'un agent retire par le fait même tout accès du monde actuel à la possibilité logique de savoir. Autrement dit, si les modalités ne sont plus interdéfinissables, retirer les axiomes qui relient le savoir d'un agent au monde actuel n'affecte pas la relation entre le monde actuel et la possibilité logique de savoir. Notons que nous pourrions retirer l'interdéfinissabilité des modalités tout en conservant certaines notions. Plus précisément, l'interdéfinissabilité des modalités où le savoir d'une chose équivaut à ne pas avoir la possibilité logique de savoir la négation ($Kap \equiv \neg Pa\neg p$) et qu'avoir la possibilité logique de savoir une chose équivaut à ne pas en savoir la négation ($Pap \equiv \neg Ka\neg p$) correspond à plusieurs implications par définition où $((p \equiv q) \equiv (p \supset q) \& (q \supset p))$: $(Kap \supset \neg Pa\neg p)$, $(\neg Pa\neg p \supset Kap)$, $(Pap \supset \neg Ka\neg p)$, $(\neg Ka\neg p \supset Pap)$. Affaiblir le caractère dual des modalités épistémiques pourrait correspondre à une sélection moins forte de certaines implications précédentes.

Ce chapitre a couvert plusieurs thématiques qui peuvent, dans un premier temps, paraître distinctes. Nous avons d'abord souligné à nouveau le système épistémique classique que présente Hintikka, qui est associé au système S4. Puis, nous avons abordé la théorie des jeux interactifs avec des auteurs comme Aumann qui discute du savoir commun exprimé jusqu'à présent sous la forme d'agents équivalents, c'est-à-dire par l'utilisation du système S5. Ce qui nous a mené à discuter plutôt des systèmes affaiblis, entre autres par la connaissance affaiblie de Walliser et par les agents mortels de Girle. Ces systèmes affaiblis, c'est-à-dire possédant moins d'axiomes, nous ont ensuite amenés à la multiplicité de modalités distinctes puis à la question de la dualité des opérateurs modaux. Bien que ces thématiques puissent apparaître disparates, nous sommes tout de même passés de la théorie des jeux à la question du dual des opérations modaux, toutes convergent vers la thématique du chapitre qui consiste à discuter des systèmes épistémiques formels et des agents épistémiques réels. Autrement dit, il s'agit d'abord de développer des alternatives au système formel épistémique pour essayer de formaliser des conceptions de la cognition moins fortes que celle d'Hintikka. Ceci a d'ailleurs permis d'introduire un catalogue des différents systèmes associés à des états épistémiques distincts. La multiplicité des modalités épistémiques distinctes qui croît dans les systèmes affaiblis, c'est-à-dire des systèmes ayant moins d'axiomes, nuance par le fait même différentes utilisations du concept de savoir irréductibles à un concept unifié de « savoir ».

CONCLUSION

Ce mémoire, qui porte sur les logiques modales épistémiques et la modélisation de la cognition humaine, fut une occasion pour discuter de thématiques historiquement cloisonnées dans leur discipline respectives que sont les sciences formelles d'une part pour les approches normatives de la modélisation des agents épistémiques, et, d'autre part, les théories de la cognition humaine pour les approches descriptives. D'une façon similaire au déroulement historique, nous avons d'abord suivi ce cloisonnement de disciplines en offrant au premier chapitre une lecture formelle de la logique modale épistémique, puis, au second chapitre, une analyse descriptive des axiomes épistémiques. En effet, le premier chapitre visait à situer la logique modale épistémique en tant que logique modale non ontique. Nous avons d'abord situé la logique modale ontique en tant que logique non classique, car non assertorique et nous avons discuté de la portée des axiomes ontiques sur les mondes possibles, ainsi que des systèmes normaux et subnormaux. Nous avons ensuite interprété ces axiomes sous une lecture épistémique. Cette lecture épistémique, ainsi que leur analyse du point de vue de la cognition humaine, nous ont amené à discuter des différents problèmes épistémologiques, dont l'omniscience logique, l'omniscience déductive, l'introspection positive, l'actualité du su, la cohérence du savoir ainsi que l'introspection négative. De cette analyse ressort la plausibilité pour chaque axiome d'être sélectionné ou non et cela en fonction du contexte de modélisation, c'est-à-dire dépendamment de ce dont nous voulons rendre compte ou mettre de l'avant : avons-nous besoin d'un système expert des agents épistémiques, à la limite de la rationalité et qui pourra conclure de façon logique ou avons-nous besoin de modéliser des agents épistémiques plus représentatifs, c'est-à-dire ayant par exemple de fausses croyances et faisant des erreurs logiques ?

Nous avons ainsi vu les limites du système épistémique classique d'Hintikka au deuxième chapitre en discutant de contre-exemples quant aux axiomes sélectionnés par ce dernier afin de représenter le « savoir », c'est-à-dire de modéliser des agents épistémiques. Le troisième chapitre fait suite à cette critique en explorant des alternatives possibles. Ces systèmes alternatifs, permettent non seulement de retirer les axiomes que nous jugeons problématiques au sein d'un système épistémique, mais permettent également d'enrichir différentes nuances que nous voudrions conserver quant au concept de « savoir ». En effet, en évitant une trop grande réductibilité des modalités à un concept unifié, nous pouvons conserver, au sein du système formel, des nuances pertinentes. Le système S5, par exemple, se réduit à deux modalités distinctes et leur négation. Nous avons alors, dans un premier temps, la question des axiomes que nous désirons sélectionner afin de modéliser un agent épistémique dans un contexte donné. Nous avons, dans un deuxième temps, la question des différentes modalités distinctes que nous voulons pour un modèle de cet agent. À ce sujet, nous avons souligné dans le cadre de la présente recherche la multiplicité des modalités distinctes. Il serait intéressant de continuer en ce sens et de traduire en modalités épistémiques les différents systèmes ainsi qu'approfondir le sens descriptif qu'elles peuvent prendre lorsque contextualisées chez un agent épistémique réel. Autrement dit, nous pourrions par exemple traduire en modalités épistémiques les douze modalités distinctes de S4, les quarante modalités de S3, etc. Enfin, nous avons la question de l'interdéfinissabilité des modalités distinctes sélectionnées. Bien que nous n'ayons pas suivi cette piste en profondeur, elle semble fertile à explorer. Cependant, ce mémoire se concentre davantage sur la sélection des axiomes afin de poser le projet d'un catalogue épistémique formel. La question du dual des opérateurs modaux demanderait un second travail cette fois-ci non pas axiomatique, mais se situant au cœur des définitions des logiques modales. En ce sens, un travail additionnel au niveau formel pourra être appliqué au tableau 3.1 *Interprétation épistémique des systèmes ontiques normaux et subnormaux*. Nous avons noté que d'ordonner ces différents systèmes modaux génère de nouveaux systèmes qui, à leur tour, ont été rapidement abordés. Non seulement ces systèmes, c'est-à-dire ces espaces vides qui apparaissent au sein de la structure du tableau 3.1, ajoutent de nouvelles formes possibles quant à la modélisation des agents épistémiques qui mériteraient d'être travaillées, mais comme ils sont générés au niveau axiomatique, ils peuvent être transférés aux autres systèmes modaux, qu'il s'agisse de logique modale ontique, déontique, temporelle ou topologique.

Ce mémoire, se situant au carrefour de la logique et des sciences cognitives, ne prend pas position sur les théories cognitives, mais fait une contribution logique à la modélisation des théories en sciences cognitives. En ce sens, il n'y a pas d'engagement précis quant à une théorie de la cognition, mais une proposition d'outils formels pour modéliser différentes théories étant donné que la littérature en sciences cognitives modélise des agents plus faibles que les agents idéaux que nous retrouvons dans le système classique d'Hintikka. En ce sens, le présent mémoire traite principalement de l'aspect logique des sciences cognitives, puisque l'objectif qui a guidé ces recherches n'est pas de se positionner au niveau d'une théorie de la cognition, ni même précisément au niveau d'un système formel, mais bien d'ouvrir un catalogue de systèmes épistémiques. Cependant, davantage de recherches ainsi que différentes prises de position pourraient être poursuivies en raison de la fertilité interdisciplinaire du cadre de recherche. La pluralité de systèmes formels modaux offre de nouvelles possibilités de formalisation aux sciences cognitives, car non seulement nous ouvrons la possibilité d'explorer des systèmes peu discutés comme les systèmes subnormaux, mais nous avons généré, au fil de ce travail de recherche, de nouveaux axiomes et de nouveaux systèmes. De la même façon, les sciences cognitives pourraient davantage enrichir ces systèmes, non seulement en explorant ces différents systèmes afin d'analyser lesquels d'entre eux, en logique modale épistémique, sont en mesure de représenter la cognition, mais aussi en générant davantage d'axiomes et de systèmes. Les retombées d'un tel travail peuvent d'ailleurs être concrétisées par leur application dans des domaines comme la théorie des jeux interactifs. Plus concrètement, il s'agirait par exemple de formaliser davantage les agents mortels de Girle et de travailler le développement de l'intersection entre la logique modale épistémique et la théorie des jeux. Cet enrichissement interdisciplinaire souligne à nouveau les limites de la logique lorsqu'elle ne s'intéresse pas aux sciences cognitives comme l'illustrent les problématiques que nous retrouvons au cœur des approches normatives, cela souligne aussi un vaste éventail d'outils formels dont les sciences cognitives se privent trop souvent.

BIBLIOGRAPHIE

Aristote. (2008). *Métaphysique* (Duminil, M.P et Jaulin, Annick). Traduction par M.-P. Duminil et A. Jaulin, Paris : Flammarion.

Artemov, S. et Kuznets, R. (2014). Logical omniscience as infeasibility. *Annals of Pure and Applied Logic*, *165*(1), 6-25.

Aumann, R. J. (1974). Subjectivity and correlation in randomized strategies. *Journal of Mathematical Economics*, *1*(1), 67-96.

Aumann, R. J. (1976). Agreeing to Disagree. *Annals of Statistics*, *6*(4).

Bacharach, M. O. L. (1997). *Epistemic logic and the theory of games and decisions et al*. Boston : Boston Kluwer Academic.

Blanché, R. (1968). *Introduction à la logique contemporaine*. Paris : Colin.

Blanché, R. (1970). *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*. Paris : Colin.

Braine, M. D. S. (1978). On the Relation Between the Natural Logic of Reasoning and Standard Logic. *Psychological Review*, *85*(1), 1-21.

Braine, M. D. S. et O'Brien, D. P. (1991). *Mental Logic*. Mahwah : Lawrence Erlbaum Associates.

Carnap, R. (1947). *Meaning and Necessity*. Chicago : University of Chicago Press.

Castañeda. (1964). The Journal of Symbolic Logic, *29*(3), 132-134.

Chellas, B. F. (1980). *Modal Logic: An introduction.* London : Cambridge University Press.

Cosmides, L. (1989). The logic of social exchange : Has natural selection shaped how humans reason? Studies with the Wason selection task. *Cognition*, *31*, 187-276.

Dehaene, S. (2014). *Le code de la conscience*. Paris : O. Jacob.

Duc, H. N. (2001). *Resource-Bounded Reasoning about Knowledge*. Leipzig.

Evans, J. S. B. T. (2003). In two minds: dual-process accounts of reasoning. *Cognitive Sciences*, *7*(10), 454-459.

Fitting, M. C., Marek, V. W. et Truszczynski, M. (1992). The pure logic of necessitation. *Journal of Logic and Computation*, *2*(3), 349-73.

Gabbay, D. M. (2002). A Theory of Hypermodal Logics: Mode Shifting in Modal Logic, *31*(3), 211-243.

Gardies, J. L. (1979). *Essai sur la logique des modalités*. Paris : PUF.

Gauthier, Y. (1978). *Méthodes et concepts de la logique formelle*. Montréal : Presse de l'Université de Montréal.

Gettier, E. L. (1963). Is Justified True Belief Knowledge? *Analysis*, *23*(6), 121-123.

Gigerenzer, G. et Gaissmaier, W. (2011). Heuristic Decision Making. *Annual Review of Psychology*, *62*, 451-482.

Gillet et Gochet. (1993). La logique de la connaissance, le problème de l'omniscience logique. *Dialectica*, *47*(2-3), 147-171.

Girle, R. (2003). *Possible Worlds*. Ithaca : McGill-Queen's Press - MQUP.

Girle, R. (2009). *Modal Logics and Philosophy, Second Edition* (2e éd.). Ithaca : McGill-Queen's Press - MQUP.

Girle, R. A. (1973). Epistemic Logic, Language, and Concepts. *Logique et Analyse*, *63*(4), 359-73.

Girle, R. A. (1978). Logics for knowledge, possible and existence. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, *19*, 200-214.

Girle, R. A. (1998). Delusions of Omniscience. *Proceedings of the Eleventh International Florida Artificial Intelligence Research Symposium Conference*.

Girle, R. A. (2007). The Neighbourhood of S0.9 and S1. Dans N. Olivetti (dir.), (p. 255). Communication présentée à Automated Reasoning with AnalyticTableaux and Related Methods, Springer : Aix en Provence, France.

Goble, L. (2001). *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*. Malden : Blackwell.

Goldman, A. (1979). What is a Justified Belief? *Justification and Knowledge*, 1-23.

Greenwald, A. G. et Banaji, M. R. (1995). Implicit Social Cognition: Attitudes, Self-Esteem, and Stereotypes. *Psychological Review*, *102*(1), 4-27.

Griggs, R. A. et Cox, J. R. (1982). The elusive thematic material effect in the Wason selection task. *British Journal of Psychology*, *73*, 407-420.

Hanh, Neurath et Carnap. (1985). La Conception scientifique du monde : Le Cercle de Vienne. Dans A. Soulez (dir.), *Manifeste du Cercle de Vienne et autres écrits*. Paris : PUF.

Harsanyi, J. (1968). Games of incomplete information played be Bayesian players. *Management Sci.*, *14*.

Hintikka, J. (1962). *Knowledge and Belief, An introduction to the logic of the two notions*. Ithaca : Cornell U.P.

Hintikka, J. (1968). Epistemic Logic and the Methods of Philosophical Analysis. *Australasian Journal of Philosophy*, *46*(1), 37-51.

Hintikka, J. (1970). Knowledge, Belief and Logical Consequence. *Ajatus*, 32-47.

Hintikka, J. (1986). Reasoning about Knowledge in philosophy : The paradigm of epistemic logic. Dans *The logic of epistemology and the epistemology of logic : Selected Essays*. Netherlands : Springer.

Hintikka, J. (2007). *Socratic Epistemology: Explorations of Knowledge-Seeking by Questioning*. Cambridge : Cambridge University Press.

Hocutt, M. O. (1972). Is Epistemic Logic Possible? *Notre Dame Journal of Formal Logic*, *13*(4), 433-53.

Hughes, G. E. (1972). *An introduction to modal logic*. London : London Methuen.

Johnson-Laird, P. N. (2006). *How we Reason*. UK : Oxford University Press.

Johnson-Laird, P. N. et Byrne, R. M. J. (2002). Conditionals : A Theory of Meaning, Pragmatics and Inference. *Psychological Review*, *109*(4), 646-678.

Kennedy, N. (2009). Savoir que l'on sait. La question de la transparence dans les attitudes épistémiques. *Dialogue*, *48*(3), 451-478.

Kripke, S. (1959). A Completeness Theorem in Modal Logic. *The Journal of Symbolic Logic*, *24*(1), 1-14.

Kripke, S. (1980). *Naming and Necessity*. Cambridge : Harvard University Press.

Leibniz, G. W. (1710). *Essais de Théodicée sur la bonté de Dieu, la liberté de l'homme et l'origine du mal* (1969e éd.). Paris : Garnier-Flammarion.

Lemmon, E. J. (1957). New foundations for Lewis modal systems. *The Journal of Symbolic Logic*, *22*, 176-186.

Lemmon, E. J. (1959). Is there Only One Correct System of Modal Logics? *Aristoteoian Society Supplementary*, *33*, 23-40.

Levesque, H. J. (1984). A logic of implicit and explicit beliefs. *Proceedings of the national conference an artificial intelligence*, *84*, 198-202.

Lewis, C. I. et Langford, C. H. (1932). *Symbolic logic*. New York : Dover Publications.

Lewis, D. K. (1969). *Convention a philosophical study*. Cambridge : Harvard University Press.

Perea, A. (2012). *Epistemic game theory : reasoning and choice*. Cambridge : Cambridge University Press.

Piaget, J. et Inhelder, B. (1998). *La Genèse des structures logiques élémentaires. Classifications et sériations*. Paris : Delachaux et Niestlé (programme ReLIRE).

Popper, K. R. (1973). *La logique de la decouverte scientifique*. Paris : Paris Payot.

Prior, A. N. (1957). *Time and Modality*. Oxford : Oxford University Press.

Prior, A. N. (1962). *Formal Logic* (2ième). Oxford : Clarendon Press.

Prior, A. N. (1967). *Past, present and future*. Oxford : Oxford Clarendon Press.

Quine, W. V. (1947). The Problem of Interpreting Modal Logic. *The Journal of Symbolic Logic*, *12*(2), 43-48.

Rescher, N. (2005). *Epistemic logic : a survey of the logic of knowledge*. Pittsburgh : University of Pittsburgh Press.

Rossi, S. et Van der Henst, J.-B. (2007). *Psychologies du raisonnement*. Bruxelles : De Boeck.

Sandu, G. (2011). Game-Theoretical Semantics. Dans R. Pettigrew et L. Horsten (dir.), *The Continuum companion to philosophical logic*. London : Continuum.

Schotch, P. K. et Jennings, R. E. (1980). Epistemic Logic, Skepticism, and Non-normal Modal Logic. *Philosophical Studies*, *40*, 47-67.

Sim, K. M. (1997). Epistemic Logic and Logical Omniscience: A Survey. *International Journal of Intelligent System*, *12*, 57-81.

Simon, H. A. (1957). Models of Man: Social and Rational. Dans *Mathematical Essays on Rational Behavior in a Social Setting*. New York : Wiley.

Stanovich, K. E. et West, R. F. (2000). Individual differences in reasoning : implication for the rationnality debate? *Behavioral and Brain Sciences*, *23*, 645-665.

Stich, S. (1999). Is Man a Rational Animal? Dans D. Kolak (dir.), *An Introduction to Philosophical Inquiry* (p. 221-36). Mountain View, CA : Mayfield.

Tversky, A. et Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty : Heuristics and biases. *Science*, *185*, 1124-1131.

von Wright, G. H. (1951a). *An essay in Modal Logic*. Amsterdam : North Holland Publishing Co.

von Wright, G. H. (1951b). Deontic Logic. *Mind*, *60*, 1-15.

Walliser, B. (1991). Logique épistémique et théorie des jeux. *Revue économique*, *42*(5).

Wason, P. C. (1968). Reasoning about a rule. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 20*(3), 273-281.

Wilkins, M. C. (1928). The effect of changed material on the ability to do formal syllogistic reasoning. *Arch Psychology, 16*, 5-83.

Williamson, T. (2013). Gettier Cases in Epistemic Logic. *Inquiry, 56*(1), 1-14.

Yap, A. (2014). Idealization, epistemic logic, and epistemology. *Synthese, 191*(4), 3351-3366.